

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA DE TRANSPORTES E LOGÍSTICA

STÉFANO GRANDO-LAZZARI

**PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: UM ESTUDO DE CASO EM
UMA TRANSPORTADORA**

Joinville

2018

STÉFANO GRANDO-LAZZARI

**PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: UM ESTUDO DE CASO EM
UMA TRANSPORTADORA**

Trabalho apresentado como requisito para obtenção do título de bacharel no Curso de Graduação em Engenharia de Transportes e Logística do Centro Tecnológico de Joinville da Universidade Federal de Santa Catarina.

Orientadora: Dra. Silvia Lopes de Sena Tagliarenha

Joinville

2018

STÉFANO GRANDO-LAZZARI

**PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: UM ESTUDO DE CASO EM
UMA TRANSPORTADORA**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Transportes e Logística na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Banca examinadora:

Prof^a. Dra. Silvia Lopes de Sena Tagliapietra
Orientadora
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a. Dra. Christiane Wenck Nogueira
Universidade Federal de Santa Catarina

Bacharel Dieferson Oliveira
Analista financeiro

Dedico este trabalho a minha família e amigos.

“Tornamos nosso mundo significativo pela coragem de nossas
perguntas e pela profundidade de nossas respostas.”
(Carl Sagan, *in* “Cosmos”.)

RESUMO

Com um mercado cada vez mais competitivo e com o aumento do nível de serviço exigido pelos clientes, as empresas transportadoras de cargas precisam controlar e aprimorar suas operações constantemente, através da redução dos custos logísticos e melhoria na tomada de decisões. Assim sendo, a utilização de ferramentas de otimização como recurso auxiliar de gerenciamento vem se mostrando boa alternativa para a solução de problemas existentes no setor de movimentação de cargas. Nesse contexto, este trabalho realiza estudo de caso em empresa do ramo, com o intuito de analisar se as rotas realizadas pela empresa atendem as solicitações de coletas de seus clientes e são as melhores possíveis, caracterizando assim um problema de roteirização de veículos com restrições de capacidade e de tempo. Para resolver esse problema de maneira correta, construiu-se um modelo matemático baseado nos conceitos da programação linear inteira e nas informações repassadas pelos colaboradores da empresa. O modelo exato foi então validado por sua aplicação em um cenário reduzido para que posteriormente, com o auxílio de um servidor *online*, fosse aplicado no problema em estudo. Os resultados obtidos mostraram que, com 5 rotas, todas as solicitações de coletas puderam ser atendidas, diferentemente do que foi programado pela empresa, que utiliza de 7 a 8 rotas. As rotas resultantes do modelo também otimizaram os volumes transportados pelos veículos, possibilitando alcançar até 99% da capacidade máxima. Do ponto de vista econômico e operacional, o menor número de roteiros realizados e a otimização do uso de seus veículos implicam menores custos para a empresa, além de proporcionar maior controle das operações logísticas.

Palavras-chave: Roteirização de veículos. Janelas de horário. Modelo exato. Otimização. Programação linear inteira.

ABSTRACT

With an increasingly competitive market and increasing service levels required by customers, freight transporters need to constantly monitor and improve their operations by reducing logistics costs and improving decision making. Therefore, the use of optimization tools as an auxiliary management resource has proved to be a good alternative for solving problems in the operational load sector. In this context, this work performs a case study in a company of goods transportation, to analyze if the routes made by the company attend the requests of collections of its clients are the best possible, characterizing a vehicle routing problem with time and capacity restrictions. In order to solve this problem in an exact way, a mathematical model was built based on the concepts of the integer linear programming and the information passed on by the company's employees. The exact model was then validated through its application in a small scaled scenario so that later, with the help of an online server, it was applied to the problem under study. The results showed that with a total of 5 routes, all requests could be attended, unlike the one made by the company, which uses 7 to 8 routes. The resulting routes of the model also optimized the volumes transported by the vehicles, in which it was possible to reach up to 99% of the maximum capacity. From an economic and operational point of view, the use a small number of routes and the optimization of the use of its vehicles implies in lower costs for the company and provides greater control of its logistics operations.

Keywords: Vehicle routing, Time windows. Exact method. Optimization. Integer linear programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Etapas da metodologia	18
Figura 2 – VUC	23
Figura 3 – Caminhão toco ou semipesado.....	23
Figura 4 - Fases de estudo da pesquisa operacional	26
Figura 5 – Grafo de um PCV.....	30
Figura 6 – Resultado do PCV	31
Figura 7 – Métodos de solução para PRV	40
Figura 8 – Processos operacionais.....	45
Figura 9 – Operações da etapa coleta	46
Figura 10 – Disposição geográfica dos pontos de coleta.....	48
Figura 11 – Modelo genérico em AMPL	61
Figura 12 – Matriz distâncias	62
Figura 13 – Matriz de tempos de viagem	62
Figura 14 – Dados de entrada em AMPL.....	64
Figura 15 – Roteiro do problema reduzido.....	65
Figura 16 – Zonas de pontos de coleta	68
Figura 17 – Duração dos roteiros propostos pelo modelo	72
Figura 18 – Matriz distâncias	84
Figura 19 – Matriz de tempos de viagem	85
Figura 20 – Rotas dos veículos.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Classificação dos PRV.....	35
Tabela 2 – Exemplo de janela de horário	38
Tabela 3 – Janela de horários	49
Tabela 4 – Tempos de coleta	50
Tabela 5 – Demanda dos clientes	51
Tabela 6 – Veículos da frota.....	52
Tabela 7 – Informações dos pontos de coleta.....	63
Tabela 8 – Informações dos veículos	63
Tabela 9 – Tabela de horários.....	65
Tabela 10 – Descrição dos horários de atendimento para os resultados obtidos.....	70
Tabela 11 – Distância percorrida por rota	70
Tabela 12 – Volume coletado por rota	71

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1– Matriz de transporte do Brasil	20
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

TCF: Transportadora de Cargas Fracionadas

VUC: Veículos Urbanos de Cargas

PL: Programação Linear

PLI: Programação Linear Inteira

PIB: Programação Inteira Binária

PRV: Problema de Roteirização de Veículos

PCV: Problema do Caixeiro Viajante

PRVJT: Problema de Roteirização de Veículos com Janela de Tempo

PRVFH: Problema de Roteirização de Veículos com Frota Heterogênea

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 JUTIFICATIVA	15
1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO	16
1.2.1 Objetivo geral.....	16
1.2.2 Objetivos específicos.....	16
1.3 METODOLOGIA.....	16
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	19
2.1. TRANSPORTE DE CARGAS.....	19
2.1.1 Transporte rodoviário de cargas no Brasil	20
2.1.2 Classificação dos veículos.....	22
2.1.3 Custos do transporte rodoviário	24
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA	25
2.2.1 Estrutura de modelos matemáticos.....	25
2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA	26
2.3.1 Programação inteira binária	28
2.4 ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS	29
2.4.1 Problema do caixeiro viajante	30
<u>2.4.1.1 Modelagem matemática do PCV.....</u>	<u>31</u>
2.4.2 Problema de roteirização de veículos.....	33
<u>2.4.2.1 Modelagem matemática do PRV.....</u>	<u>33</u>
<u>2.4.2.2 Classificação dos problemas de roteirização de veículos.....</u>	<u>35</u>
2.4.3 Programação de veículos	37
<u>2.4.3.1 Problemas de programação de veículos.....</u>	<u>37</u>
<u>2.4.3.2 Modelagem matemática do PRVJT.....</u>	<u>38</u>
2.5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO.....	39
2.5.1 Métodos exatos.....	40
2.5.2 Métodos heurísticos	42
3 ESTUDO DE CASO	44
3.1 A EMPRESA Y.....	44
3.2 CONTEXTUALIZAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	45
3.3 COLETA E TRATAMENTO DE DADOS	47
3.3.1 Pontos de coleta.....	47

3.3.2 Janela de horário de atendimento	48
3.3.3 Tempos de coleta	49
3.3.4 Demanda dos clientes	50
3.3.5 Frota de veículos	51
3.3.6 Matriz de distâncias	52
3.3.7 Matriz de tempos de viagem	53
4 MODELAGEM MATEMÁTICA PROPOSTA	54
4.1 PREMISSAS PARA O PROBLEMA	54
4.2 PARÂMETROS DO MODELO MATEMÁTICO	55
4.3 VARIÁVEIS DO PROBLEMA	55
4.4 RESTRIÇÕES	56
4.4.1 Restrição de visita	56
4.4.2 Restrição de capacidade	56
4.4.3 Restrições de conservação de fluxo	56
4.4.4 Restrição de horário mínimo	57
4.4.5 Restrições de janela de tempo	57
4.4.6 Restrição de subciclos	58
4.4.7 Integralidade das variáveis	58
4.5 FUNÇÃO OBJETIVO.....	58
4.6 MODELO MATEMÁTICO COMPLETO	59
4.7 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO	60
4.7.1 Modelo matemático em AMPL	60
4.8 VALIDAÇÃO DO MODELO	62
5 RESULTADOS	67
5.1 CENÁRIO ATUAL.....	67
5.2 MODELO APLICADO PARA $N = 20$ E $V = 5$ VEÍCULOS	68
5.3 ANÁLISE COMPARATIVA DO CENÁRIO ATUAL COM O MODELO.....	71
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
6.1 CONSIDERAÇÕES	74
6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	75
REFERÊNCIAS	75
ANEXO A – DADOS	83

1 INTRODUÇÃO

Com o aumento do preço do combustível nos últimos anos, bem como a grande competitividade existente no mercado devido à globalização, exigiu-se das empresas logísticas o aprimoramento de suas operações, para que a maneira com que utilizam seus recursos humanos e materiais seja otimizada e eficiente. De acordo com Ballou (2006), entre essas operações, encontra-se o transporte, que é responsável por até dois terços dos custos totais logísticos, tendo por consequência influência direta no preço e no nível de serviço ofertado. Alves (2016) complementa que, para se manterem no mercado, tanto empresas de pequeno, médio, como de grande porte devem estar cientes de que o investimento nos setores de planejamento e gerenciamento de operação se faz necessário para que os prejuízos sejam os mínimos ou quase nulos.

É nesse cenário que as transportadoras de mercadorias estão inseridas. Com a disputa acirrada por espaço no mercado, oferecer um serviço de transporte de mercadorias que esteja dentro do preço e que seja rápido e confiável tornou-se imprescindível para que essas empresas atraiam clientes e, conseqüentemente, maximizem suas margens de lucro (PTV GROUP, 2018).

Para tal, se faz necessário entender os conceitos de pesquisa operacional, que, segundo Hillier e Lieberman (2013), auxiliam na tomada de decisão através da construção de um modelo matemático que busque representar a realidade em que o cenário esteja inserido. Com esse modelo em mãos, torna-se possível validar ou não hipóteses que posteriormente poderiam ser postas em prática. Sendo assim, uma das maneiras de se obter a redução de custos e também a maior satisfação dos clientes é a utilização otimizada dos recursos que a transportadora detém, valendo-se de uma das ferramentas da pesquisa operacional: a roteirização.

Segundo Antonio (2016), a roteirização exerce um papel fundamental no bom gerenciamento das grades de horários dos sistemas logísticos de entrega e coleta das empresas. Por definição, pode-se dizer que esse método é o processo de estabelecer a rota mais efetiva que atenda todos os pontos de coleta ou entrega, de forma que a distância percorrida seja minimizada. Cunha (2000), em outras palavras, afirma que a roteirização realiza o sequenciamento de paradas geograficamente dispersas que devem ser efetuadas por um veículo a fim de prover o atendimento a todos os locais previamente estabelecidos. Laporte (2000) complementa que normalmente esse mecanismo tem como objetivo iniciar uma ou mais rotas que tenham como ponto de partida e chegada um terminal de cargas ou depósito, de forma que a demanda de cada ponto e a capacidade máxima dos veículos sejam respeitadas.

Do ponto de vista estratégico, planejar e construir uma rota mediante o resultado de um modelo matemático pode, por si só, não satisfazer as necessidades de uma transportadora por completo, visto que nem todos os clientes operam em turnos equivalentes. Problemas desse tipo, que incluem não só dados espaciais e geográficos, mas também temporais, são denominados de Problemas de Roteirização e Programação de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT) (CUNHA, 2000).

Portanto, o presente trabalho visa, com base nos conceitos apresentados acima, a aplicar o modelo matemático do PRVJT em uma transportadora localizada na cidade de Joinville, sob a hipótese de que é possível otimizar a maneira com que a empresa efetua as coletas diárias em seus clientes e o modo como designa seus veículos para tal atividade.

1.1 JUTIFICATIVA

Saber utilizar os recursos disponíveis de forma racional está se tornando cada vez mais indispensável para as organizações, uma vez que a redução dos custos e o aumento da qualidade do nível de serviço se tornaram elementos decisivos para a consolidação de uma empresa no mercado (JUNIOR, 2013).

Ao abordar as dificuldades que os gestores logísticos enfrentam, Boff (2012) menciona que o cenário econômico do país, marcado por inflação ou por recessão, também influencia diretamente o modo como as empresas transportadoras operam seus fluxos de cargas provenientes da coleta e entrega de mercadorias. Assim sendo, para que a redução de custos, conforme mencionado, e a melhoria na qualidade de serviço tal como agilidade nas coletas, responsividade ocorram, a utilização da modelagem matemática e suas simulações como ferramentas para se atingir metas e solucionar problemas logísticos se tornou essencial na gestão de recursos (BALLOU, 2006).

Nesse contexto, a roteirização e programação de viagens mostraram ser resposta efetiva aos obstáculos encontrados na definição de rotas com restrições de horários, pois sua modelagem matemática é capaz de representar problemas de complexidade exponencial e também gerar respostas exatas (ARAÚJO, 2001). Cunha (2000) complementa que, em razão dessa complexidade matemática, é que o estudo de problemas de roteirização apresenta atualmente grande relevância e desperta interesse desde os anos 60.

Sendo assim, o presente trabalho se justifica ao aplicar a modelagem matemática presente na literatura referente ao Problema de Roteirização com Janela de Horário em uma empresa de transporte de cargas da cidade de Joinville, levando em consideração a capacidade

máxima de cada veículo da frota, bem como as limitações de tempo e distâncias entre os pontos de coleta, com o intuito de analisar se o setor operacional da transportadora executa ou não um roteiro e programação de viagens eficiente.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Nesta seção, serão apresentados os objetivos gerais e específicos deste trabalho.

1.2.1 Objetivo geral

Aplicar um modelo matemático de roteirização de veículos com restrições de tempo e capacidade em uma transportadora.

1.2.2 Objetivos específicos

Para que o objetivo geral deste trabalho seja alcançado, se faz necessário atingir os seguintes objetivos específicos:

- Entender e estudar o atual cenário no qual a empresa de transporte opera e administra os pedidos de coleta e apresentar um modelo matemático baseado na programação inteira binária que se aplique ao problema em questão;
- Formular as restrições para que o modelo represente a realidade da melhor maneira possível;
- Analisar os resultados obtidos pela execução do modelo matemático e comparar com o modo que, atualmente, as mercadorias vêm sendo coletadas pela transportadora.

1.3 METODOLOGIA

Com o intuito de alcançar os objetivos propostos neste trabalho, adotou-se o método de pesquisa aplicada, em razão de ser a metodologia científica a mais adequada, pois, em concordância com Gil (2008), envolve uma série de procedimentos racionais e técnicos para que os objetivos sejam atingidos.

Marconi e Lakatos (2003) complementam que esse método de pesquisa resulta de um problema, ao qual se apresenta uma solução que utilize os conhecimentos ou instrumentos relevantes ao tema, para que depois o resultado seja testado, investigado e comprovado.

Sendo assim, o presente trabalho efetuou o levantamento de dados em uma empresa, abordando-os em caráter quantitativo, para que, então, fosse realizado um estudo de caso com a intenção de compreender o problema e aplicar o modelo que mais corresponda à realidade. Esta metodologia de trabalho foi utilizada com base nas descrições sobre metodologias de Triviños (1987).

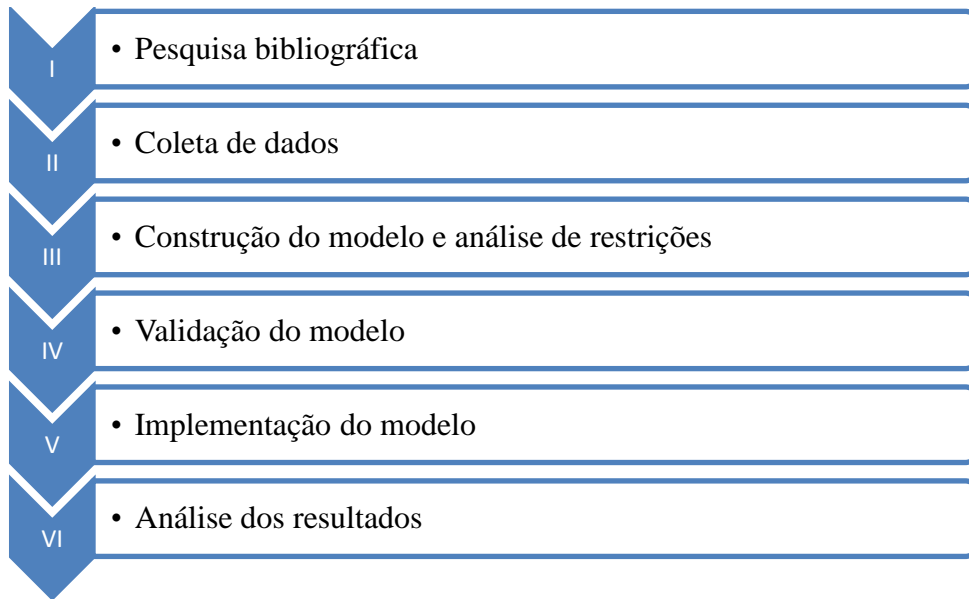
O modo como a metodologia foi executada está descrito nas próximas seções, que detalham cada etapa necessária para o desenvolvimento do método de pesquisa escolhido.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Para que a metodologia utilizada seja seguida e para que os objetivos propostos nesse trabalho sejam alcançados, cumpriu-se um conjunto de etapas que foram sequenciadas de maneira que a ordem disposta determine sua estrutura. Essa pode ser observada na Figura 1, que ilustra as etapas da metodologia desde a pesquisa na literatura até a análise dos resultados obtidos.

Como pode-se observar na Figura 1, a primeira etapa é referente à pesquisa bibliográfica, em que se busca na literatura os conceitos utilizados para dar embasamento teórico ao trabalho, organizados de forma cronológica para um maior entendimento e compreensão. Serão abordados temas, tais como: programação linear inteira, modelos de otimização, problema de roteirização de veículos com e sem janela de horários. Com a formulação dos conceitos, pode-se avançar para a próxima etapa, a definição do problema.

Figura 1– Etapas da metodologia



Fonte: O autor (2018)

A etapa de coleta de dados é uma das mais importantes, pois serve como base para as seguintes. São esses dados que serão utilizados como *inputs* para que o modelo matemático seja executado e resulte em uma solução coerente. Grande parte deles foi fornecida pelo sistema da empresa, por meio de planilhas, e as outras informações foram coletadas em contato pessoal com colaboradores.

A partir desses dados, é possível dar continuidade à etapa de construção do modelo matemático e análise de restrições. Nessa etapa, são verificadas as restrições que o problema ostenta, para que a construção do modelo ocorra de modo que represente a realidade e, posteriormente, seja validado.

Após haver certeza de que o modelo representa o problema real, ocorre sua implementação em linguagem de programação A *Mathematical Programming Language* (AMPL) na plataforma Neos Server, através do Solver Gurobi. Assim, com os resultados obtidos, chega-se à etapa final, que trata de analisar se a solução do problema é melhor ou não do que a forma utilizada pela empresa do estudo de caso.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, são apresentados os conceitos relacionados ao tema deste trabalho, a fim de criar um embasamento teórico que sirva de pilar para a aplicação do modelo matemático utilizado, bem como para o entendimento de assuntos vinculados à logística e às ferramentas da pesquisa operacional necessárias à execução deste trabalho.

2.1. TRANSPORTE DE CARGAS

O serviço de transporte de cargas pode ser definido como a movimentação de mercadorias e insumos de um ponto geográfico ao outro, fundamental para a cadeia logística como um todo (NOVAES, 2004). Sua importância na economia de um país é incontestável, pois, em concordância com a ANTT (2014), grande parte das atividades econômicas realizadas por ele estão, direta ou indiretamente, ligadas ao deslocamento de insumos.

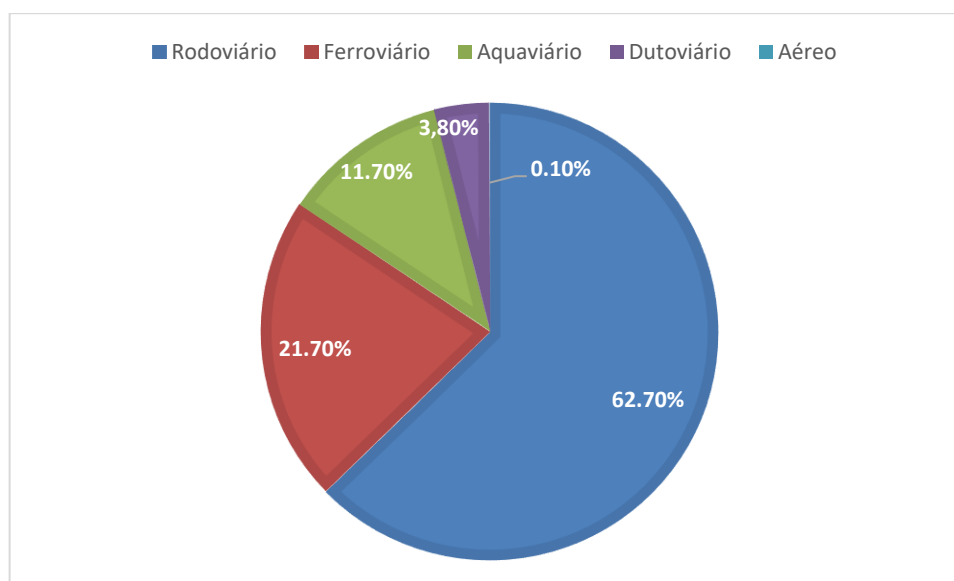
Para Bowersox e Closs (2001), o transporte tem como finalidade movimentar produtos de uma origem a um destino, visando à minimização de custos financeiros, temporais e ambientais, atendendo as expectativas dos clientes por meio do desempenho das operações de coletas e entregas e disponibilização de informações a respeito das cargas. Assim, compreende-se que é por meio do transporte que o desenvolvimento acontece, visto que se caracteriza por ampla externalidade e horizontalidade, permitindo melhor qualidade de vida às pessoas, oferecendo serviços e transportando produtos a seus destinos (SCHIMDT, 2011).

Neste ano de 2018, a área de transporte de cargas apresentou um crescimento maior do que o produto interno bruto (PIB), com uma diferença de 0,8%, mostrando sua importância em relação a outros setores, conforme dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2018).

A movimentação de cargas, atualmente, se concretiza de maneira variada, sendo materializada por cinco distintos modos de transporte: rodoviário, ferroviário, hidroviário, dutoviário e aeroviário (BRANCO, 2014). No Brasil, houve grande investimento na ampliação da infraestrutura rodoviária entre os anos de 1950 a 1960, devido principalmente à criação da Petrobras e suas fábricas de asfalto, em 1954, e a implantação da indústria automobilística no país (NETO, BRASILEIRO, 2001). Conforme se pode constatar pelos dados apresentados no Gráfico 1, a matriz de transporte brasileira tem como modo predominante o rodoviário, ao qual este trabalho está relacionado.

Nessa perspectiva, este capítulo fará um estudo sucinto sobre a situação brasileira no transporte de cargas no modo acima citado, tipos de cargas, classificação de veículos, tipos de custos envolvidos, com a intenção de facilitar o entendimento dos conceitos utilizados e do contexto em que presente trabalho está inserido.

Gráfico 1– Matriz de transporte do Brasil



Fonte: Adaptado de ILOS (2018)

2.1.1 Transporte rodoviário de cargas no Brasil

O transporte de cargas pelo modo rodoviário é conhecido por ser a principal forma de deslocamento de mercadorias no território brasileiro, com impacto direto nos custos logísticos (HIJAR; LOBO, 2011). É através desse meio que grande parte dos insumos chega às indústrias, possibilitando a fabricação de produtos e a prestação serviços, que, posteriormente, chegam aos seus consumidores finais (COPPEAD, 2008).

A dependência do Brasil desse modal não é observável apenas pela extensa malha rodoviária do país, mas também pela greve dos caminhoneiros que ocorreu em 2018 e impediu que serviços básicos fossem oferecidos, afetando setores como os de saúde, alimentício e industrial, fazendo com que o PIB apresentasse queda de 1,5% no período da paralisação (IBGE, 2018).

Em sua monografia, Rocha (2015) aponta que o modo rodoviário é apropriado para o transporte de cargas perecíveis ou com alto valor agregado e de produtos acabados ou semiacabados, como as mercadorias provenientes de *e-commerce*, autopeças, eletroeletrônicos,

medicamentos, cujo valor de frete acaba sendo superior se comparado ao deslocamento de cargas como milho, trigo, soja e minérios por ferrovias ou por hidrovias.

Além do valor elevado do frete, o transporte de cargas sobre rodas apresenta outras desvantagens, como a contribuição para a formação de congestionamentos, poluição ambiental, capacidade máxima reduzida, manutenção constante das rodovias, entre outros problemas. Embora haja aspectos negativos como os citados, o modo em apreciação, quando utilizado corretamente, se torna altamente eficiente, uma vez que possibilita um transporte mais ágil, responsivo, seguro e de porta a porta (MENDONÇA, 2000). Bertaglia (2003) cita que a vantagem de alcançar número maior de pontos a curta, média ou longa distância torna o transporte rodoviário independente e flexível.

Esses pontos positivos vão principalmente ao encontro de necessidades existentes no transporte de cargas fracionadas, registrados no B2C (venda direta de serviço entre a empresa e cliente), quando, em muitos casos, as coletas e entregas de mercadorias ocorrem em regiões mais afastadas e de difícil acesso. Atende-se assim a demanda das empresas transportadoras de cargas fracionadas (TCF).

Em 1980, por influência dos Estados Unidos, a forma como a movimentação de cargas pelo modo rodoviário era realizada sofreu mudança que dividiu as transportadoras em grupos. Assim, surgiram as transportadoras de cargas fechadas, as transportadoras de cargas especializadas e as transportadoras de cargas fracionadas (BOWERSOX, CLOSS, 2001).

Segundo Cunha e Silva (2005), as TCF são empresas que operam no transporte de pequenos volumes que não seriam capazes de atingir a capacidade máxima de um veículo de médio ou grande porte. O mesmo autor cita que, embora pareça que seja financeiramente mais caro para as TCF trabalharem com mercadorias fracionadas, a acomodação delas num único veículo permite a minimização dos custos, uma vez que existe um rateio entre o que está sendo transportado e, por consequência, a maximização dos lucros.

Os principais contratantes desse serviço incluem desde pequenos varejistas e lojas de *e-commerce* até empresas multinacionais. Em sua grande maioria, os contratantes buscam agilidade, informação durante o transporte de ponta a ponta e confiança, pois com frequência as TCF são recrutadas em situações emergenciais (FOLLMANN, 2009).

Essa prestação de serviço vem aumentando nos últimos anos, pois, de acordo com Novaes (2004), em razão principalmente da expansão do comércio de eletroeletrônicos por vendas via *e-commerce*, o número de TCF encontra-se em ascensão crescente por serem, na grande maioria, responsáveis por sua distribuição/entrega.

É nesse contexto que a transportadora objeto deste estudo de caso está inserida. Para compreender mais sobre como esta movimentação de carga fracionada se dá, se faz necessário conhecer os tipos de veículos utilizados no modo rodoviário, bem como suas respectivas descrições.

2.1.2 Classificação dos veículos

Na matriz do transporte de cargas rodoviário, existem determinados tipos de veículos definidos a partir de um peso máximo por eixo e do peso bruto total, limitado pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONATRAN). Essa classificação foi elaborada para controlar o trânsito de caminhões considerados pesados, principalmente nos centros urbanos, de forma a restringir a quantidade de cargas que trafegam em locais com grande densidade populacional, já que o excesso de peso é uma das grandes causas da deterioração dos pavimentos (Albano, 2006).

Com base no parâmetro de classificação de veículos, que considera o peso máximo por eixo, define-se o veículo urbano de carga (VUC) como o caminhão de menor porte, que, devido à sua flexibilidade e à baixa taxa de poluição, é indicado para circular em cidades. Apresenta como características comprimento máximo de 6,3 metros, largura máxima de 2,2 metros e, dependendo do VUC, até 3 toneladas de capacidade de carga.

O toco ou caminhão semipesado tem comprimento máximo de 14 metros e capacidade de carga é de até 6 toneladas. O peso bruto máximo para este caminhão é de 16 toneladas, tendo um eixo simples em sua carroceria (um eixo frontal e outro traseiro de rodagem simples).

O *truck* ou caminhão semipesado também tem o comprimento máximo de 14 metros. Porém, sua capacidade de carga é de 10 a 16 toneladas e seu peso bruto máximo, de 23 toneladas, tendo um eixo duplo na carroceria (dois eixos juntos). O intuito é proporcionar melhor desempenho ao veículo, permitindo-lhe transporte de carga maior.

As carretas são dotadas de capacidade de carga de 33 a 45 toneladas, sendo pouco flexível e de pequena agilidade, com capacidade de carga medida de acordo com o número de eixos. Esse tipo de veículo tem uma parte composta da força motriz, chamada de cavalo-mecânico, que pode ser acoplada a variados tipos de módulos de carga (semirreboque). Além disso, essa parte conta também com rodas de tração e cabine de motorista, enquanto a outra recebe a carga.

O bitrem ou treminhão tem 57 toneladas como peso bruto total de carga. Trata-se de uma combinação de veículos de carga com sete eixos. Nesse tipo de veículo, pode-se tracionar semirreboques através de um cavalo-mecânico trucado.

Por fim, o rodotrem, com capacidade de carga de até 74 toneladas, é uma combinação de veículos de carga com dois semirreboques, resultando num total de 9 eixos. O veículo intermediário Dolly é o que interliga esses dois semirreboques. O rodotrem só pode ser tracionado por um cavalo-mecânico trucado e precisa receber autorização especial de trânsito, com definição antecipada de trajeto.

Com a apresentação dos tipos de veículos que rodam pelas rodovias brasileiras e com base no que foi explanado sobre a variedade de cargas transportadas pelas TCF, pode-se ter uma noção dos mais utilizados: o VUC, representado na Figura 2, e os tocos, conforme ilustração da Figura 3:

Figura 2 – VUC



Fonte: Renault (2018)

Assim, a escolha do veículo mais adequado para as operações influi diretamente nos indicadores financeiros diários e mensais de uma TCF, pois cada tipo de veículo implica diferentes custos variáveis e fixos para a empresa (BOWERSOX, CLOSS, STANK, 1999). Estes são brevemente estudados na seção seguinte.

Figura 3 – Caminhão toco ou semipesado



Fonte: Jubilo (2018)

2.1.3 Custos do transporte rodoviário

Para que as empresas transportadoras de cargas fracionadas possam tomar decisões em nível operacional, é necessário que haja uma definição clara dos custos envolvidos desde a coleta até a entrega de um produto, pois são fatores determinantes para a formulação de estratégias de transporte e do preço de frete (WANK, 2003).

De modo geral, na literatura encontram-se maneiras distintas de classificar os custos de uma empresa. No contexto deste trabalho, em que as atividades estão relacionadas à distância percorrida e tipo de veículo utilizado, os custos serão agrupados em fixos e variáveis, conforme Fleury (2006).

Os custos fixos são os que independem da distância percorrida. Ou, como descreve Wank (2006), são os não influenciados por variações de direcionadores como alterações de rotas, tempo de espera, entre outros fatores. Mesmo com o veículo inoperante, por exemplo, os indicadores financeiros ainda assim serão afetados.

Podem ser considerados custos fixos a reposição ou depreciação dos veículos e equipamentos auxiliares, remuneração do capital, IPVA, taxas de licenciamentos, seguro obrigatório da frota, custos administrativos, salário de motoristas (LIMA, 2003).

Os custos variáveis, por sua vez, são os que variam diretamente com seus direcionadores. Em outras palavras, se o veículo, por exemplo, não for designado para nenhuma tarefa, não percorrerá nenhuma distância, logo, não apresentará custos variáveis (WANK, 2006).

Existe uma extensa lista de itens que estão agrupados como custo variável, entre os quais podem ser citados o combustível e aditivos, lubrificantes, pneus e recauchutagens, óleo, pedágios, manutenção, lavagem dos veículos (LIMA, 2003).

Já os custos totais nada mais são do que a soma de todos os custos fixos e variáveis relacionados à determinada atividade, podendo ser geralmente avaliados mensalmente pelo setor responsável (WATANABE, 2016).

É interessante apontar que, em concordância com Hijjar e Lobo (2011), são os custos totais que determinarão o valor final dos lucros obtidos nas operações do transporte rodoviário. Desta forma, uma vez em que o frete rodoviário é o mais caro e o mais utilizado, a minimização desses custos por meio de ferramentas da pesquisa operacional, como a programação linear inteira, torna-se essencial para a maximização das margens positivas.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Um modelo matemático pode ser definido como um “sistema de equações e inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno em análise” (BASSANEZI, 1994).

Para Lisboa (2002), a modelagem matemática serve para representar a realidade de problemas que já existem, como o funcionamento de um sistema que necessite de aprimoramentos. Também é utilizada para simular no papel ou computacionalmente projetos que requerem estudo prévio antes de sua execução, a fim de definir a melhor estrutura para o mesmo.

De acordo com Lawson e Marion (2008), modelar matematicamente um problema consiste em obter conhecimento de como determinado sistema funciona e traduzi-lo para linguagem matemática que possibilite realização de operações numéricas. Esse processo permite o desenvolvimento do estudo científico, através de expressões quantitativas, prevê os efeitos que mudanças podem causar no sistema e auxilia na tomada de decisão a níveis estratégico e táticos.

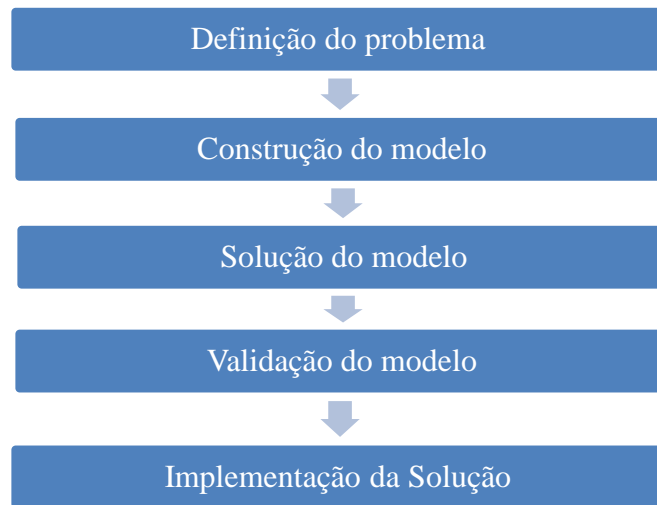
Assim, a modelagem matemática está presente na pesquisa operacional, pois, conforme Hillier (2013), as técnicas quantitativas fazem parte de sua essência, e seus processos estruturais em grande parte se equivalem.

2.2.1 Estrutura de modelos matemáticos

A obtenção de resultado confiável através de modelos matemáticos depende diretamente de quão similar ao sistema o mesmo é. Para tal, a função-objetivo, as variáveis de decisão e as restrições devem estar alinhadas com o comportamento original do sistema. Esse alinhamento se dá mediante processos estruturais que compõem os modelos matemáticos (LAWSON, MARION, 2008).

A estrutura de um modelo matemático apresenta 4 estágios definidos por Lawson e Marion (2008): a construção do modelo propriamente dito, o estudo, o teste e sua aplicação. Essas etapas são encontradas nas fases de estudo da pesquisa operacional, como mostra a Figura 4.

Figura 4 - Fases de estudo da pesquisa operacional



Fonte: Adaptado de Lisboa (2002)

Lisboa (2002) explana cada fase acima apresentada. A definição do problema envolve traçar com exatidão o objetivo do estudo, bem como identificar as variáveis de decisão e as restrições do sistema como um todo. A etapa seguinte corresponde à escolha do modelo a ser aplicado, seja ele um método conhecido ou a combinação de metodologias da pesquisa operacional. A solução do modelo, como o nome sugere, tem como objetivo encontrar uma resposta para o modelo escolhido, utilizando ferramentas matemáticas existentes, como os algoritmos computacionais. A quarta fase trata da validação do modelo, quando se faz necessário verificar se foi capaz de gerar uma resposta condizente com a realidade do sistema. Por fim, a implementação da solução, que o autor define como a etapa crítica de todo o processo. É nela que a solução obtida será posta em prática, permitindo a verificação de possíveis ajustes e reformulações de metodologias.

Entendendo as estruturas de processo dos modelos matemáticos e as fases de estudo da pesquisa operacional, é possível se aprofundar na modelagem matemática dos problemas de roteirização em geral, conforme será tratado na seção seguinte.

2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

Com o surgimento da programação linear e seu posterior aprimoramento, novos problemas foram surgindo junto com a necessidade de respostas mais apuradas e coerentes com a realidade (HILLIER, LIEBERMAN, 2013).

Nesse contexto, de acordo com Colin (2013), a programação linear inteira (PLI) foi desenvolvida quando se percebeu que havia casos em que problemas eram resolvidos através da PL, porém os resultados otimizados não podiam ser praticados na realidade, a exemplo da designação de um avião e meio para uma viagem.

Para que um problema de PL se torne um problema que resulte apenas números inteiros, deve-se, de acordo com Hillier e Lieberman (2013), acrescentar a equação (2.6) ao modelo matemático (2.1) – (2.5). Essa restrição garante que a solução faça parte do conjunto de números inteiros, isto é, ocorra em pontos nos quais as coordenadas são valores inteiros.

$$\text{Otimizar } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (2.1)$$

Sujeito às restrições:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1 \quad (2.2)$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_2 \quad (2.3)$$

.

.

.

$$a_1 x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq b_m \quad (2.4)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0 \quad (2.5)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{Z} \quad (2.6)$$

A equação (2.1), conforme menciona Marins (2011), trata de representar a função-objetivo linear a ser minimizada ou maximizada, dependendo do problema real. Caso se pretenda reduzir custos, por exemplo, utiliza-se a minimização da equação na obtenção da solução ótima. As equações (2.2), (2,3) e (2.4) são as restrições responsáveis por delimitar a área em que a solução otimizada se encontra. São fundamentais para que o modelo matemático esteja coerente com a realidade. As equações (2.5) são conhecidas como restrições de não-negatividade, sendo utilizadas para definir o tipo das variáveis de saída.

Embora apresente a vantagem de operar com números inteiros, a aplicação do modelo matemático da PLI em algoritmos é mais trabalhosa, porque computacionalmente existem inconsistências, em alguns casos, provindas de erros de arredondamento. Entretanto, a

convergência para um resultado ótimo dentro de um número finito de iterações é comprovada teoricamente (TAHA, 2007).

Por conter a restrição (2.6) no modelo, o número de possíveis soluções dos problemas de PLI reduz-se consideravelmente quando comparado à PL. No entanto, ainda assim a complexidade e o tamanho do conjunto solução podem ser exponencialmente grandes, visto que, num problema de n variáveis, haverá 2^n soluções factíveis (HILLIER, LIEBERMAN, 2013).

Entendendo a complexidade da PLI e como seu modelo matemático derivou da PL, pode-se ter uma noção de quais problemas se enquadram nessa abordagem. Como exemplo, podem ser citados problemas de análise de investimento, escolha de locais, programação de vendas e ativos, despacho de mercadorias e também problemas de roteirização de veículos, muito abordados por autores na literatura da pesquisa operacional (HILLIER, LIEBERMAN, 2013).

2.3.1 Programação inteira binária

Todos os exemplos de aplicações citados têm em comum a tomada de decisão formada por respostas únicas, sem meio termo, como sim ou não. Essas duas opções podem ser representadas, de acordo com Hillier e Lieberman (2013), por variáveis inteiras binários, 0 e 1, conforme equação (2.7).

$$x_n = \begin{cases} 1, & \text{se a decisão } n \text{ for sim} \\ 0, & \text{se a decisão } n \text{ for não} \end{cases} \quad (2.7)$$

Os mesmos autores denominam problemas desse tipo como problemas de Programação Inteira Binária (PIB). Para tal, insere-se no modelo matemático (2.1) – (2.5) a restrição (2.8), responsável por garantir que os valores binários sejam mesmo os únicos atribuídos às variáveis de decisão.

$$x_n \in \{0,1\}, \quad \forall n \in N. \quad (2.8)$$

A partir das aplicações mencionadas e conceitos explanados sobre PIB, é possível entender como esse recurso da pesquisa operacional será utilizado na construção da modelagem

matemática deste trabalho, uma vez que seu método e suas restrições se encaixam com os problemas de roteirização de veículos.

2.4 ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS

O processo de roteirização pode ser definido como ferramenta complementar para o gerenciamento das atividades logísticas, que procura, mediante a otimização dos tempos, distâncias e recursos, minimizar os custos totais de uma empresa (BALLOU, 2006).

Roteirização, no sentido mais amplo, pode ser entendida como otimização da programação operacional de um ou mais veículos. Esse processamento se aplica tanto a rotas urbanas como rodoviárias, e o resultado consiste na alocação racional de serviços de transporte (coleta ou entrega) à frota e a definição dos itinerários (roteiros), com a consequente ordem de atendimentos a serem realizados.

Para Cunha (2000), a roteirização é o recurso que determina o roteiro, bem como o sequenciamento dos pontos de paradas dispersos geograficamente que um veículo deve seguir. Outra definição encontrada na literatura é a de Laporte *et al.* (2000), que atribui à roteirização o papel de minimizar os custos totais de atendimento, respeitando demandas e capacidades definidas previamente.

De acordo com Novaes (2004), a roteirização de veículos se desenvolveu com a necessidade de aprimoramento do setor operacional das empresas, no que se refere à distribuição, coleta e entrega de mercadorias de maneira eficiente. Sua correta aplicação permite ao setor mencionado a realização de operações menos custosas, pois minimiza distâncias percorridas entre pontos de atendimento, maximiza a utilização de equipamentos, auxilia na tomada de decisões logísticas, reduz gastos com pneus, combustível, manutenção, horas extras, aditivos, entre outras coisas.

Novaes (2004) evidencia a ligação da quantidade de clientes com a maior dificuldade de se alcançar uma boa roteirização. Segundo o autor, quanto menor o número de pontos a serem atendidos, mais facilmente uma boa rota é definida. Entretanto, caso esse número seja grande, o nível de dificuldade aumenta, exigindo grande esforço computacional.

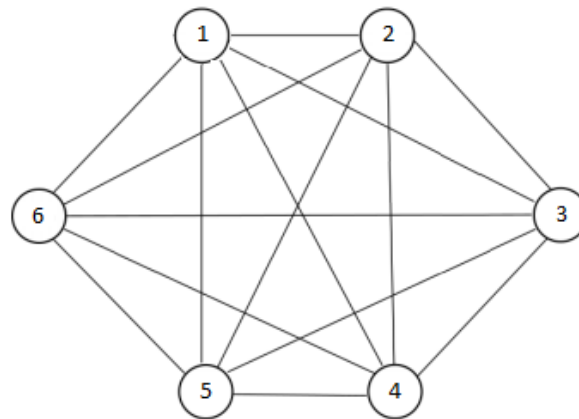
O uso racional da frota, a redução do número de veículos que a compõe e a necessidade de atender a demanda de um conjunto de clientes são considerados por Ballou (2009) como problemas de roteirização de veículos (PRV). De modo geral, esses problemas são derivações ou evoluções de fenômeno abordado por diferentes autores e conhecido como Problema do Caixeiro Viajante (PCV).

2.4.1 Problema do caixeiro viajante

Um dos primeiros problemas de roteirização a ser estudado foi o PCV, que posteriormente ganhou fama por sua utilidade e seu modelo matemático. O PCV pode ser descrito como problema que busca encontrar o melhor sequenciamento de cidades a serem visitadas por um viajante, de forma que a distância percorrida seja minimizada, que todas as cidades sejam atendidas uma única vez e que o viajante retorne ao ponto de partida (Colin, 2013).

Para Taha (2007), o PCV é um problema que procura achar um caminho hamiltoniano, ou seja, um circuito fechado que visite um número n de cidades exatamente uma vez. Como exemplo, a Figura 5 ilustra um problema com 6 vértices, que, em aplicações reais, podem significar pontos de coletas, entregas ou até mesmo tarefas a serem executadas. Para melhor entendimento, considerem-se esses vértices como cidades, em que o ponto de partida é a cidade 1.

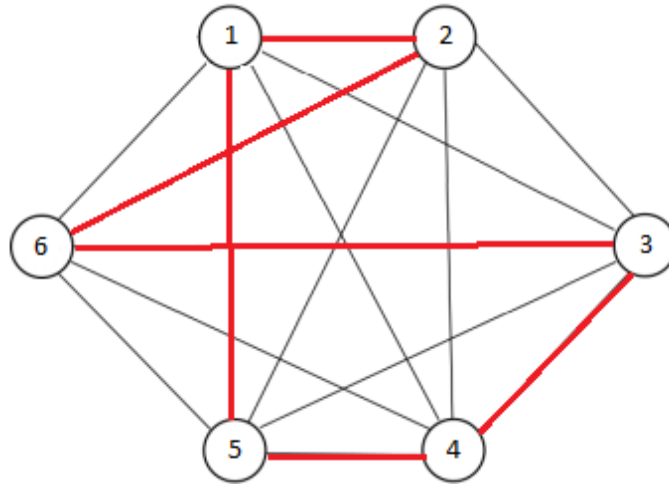
Figura 5 – Grafo de um PCV



Fonte: O autor (2018)

Como se pode observar na Figura 5, cada vértice é ligado a outro por arcos que podem representar distâncias, tempos, custos, entre outros. Conforme foi descrito na aplicação do PCV, o viajante parte do ponto inicial (cidade 1) com o objetivo de visitar todas as outras 5 numa única vez, visando a percorrer a menor distância possível (TAHA, 2007). Como resultado, o PCV propõe a melhor maneira de passar por todas as cidades, sem repeti-las e voltando ao local de origem, como exemplificado na Figura 6.

Figura 6 – Resultado do PCV



Fonte: O autor (2018)

A dificuldade de se encontrar soluções para os problemas de PCV cresce exponencialmente, à medida que o número de cidades a serem atendidas aumenta. Isso ocorre porque essas situações pertencem ao grupo de problemas reais de NP-dificuldade, de acordo com Cunha (2000), ou seja, em uma rede composta por 6 cidades, como ilustrada na Figura 5, haverá 720 possíveis roteiros de viagem. Sua complexibilidade, R , é calculada em função do número n de cidades, como mostra a equação (2.9).

$$R(n) = (n - 1)! \quad (2.9)$$

De modo geral, problemas de PCV são os que não apresentam restrições quanto à capacidade, tempo de atendimento e jornadas de trabalho (BALLOU, 2006). Essas restrições foram sendo incorporadas aos modelos à medida que surgiu a necessidade de representar problemas mais complexos de roteirização de veículos.

2.4.1.1 Modelagem matemática do PCV

Segundo Taha (2008), o modelo matemático do PCV busca encontrar a menor distância a ser percorrida por um viajante que deseja visitar n cidades. De forma genérica, a variável de decisão pode ser descrita da seguinte maneira:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a cidade } j \text{ é alcançada a partir da cidade } i \\ 0, & \text{caso o contrário} \end{cases} \quad (2.10)$$

Assim, com a binaridade de x_{ij} estabelecida, onde i e j correspondem às cidades e d_{ij} a distância entre elas tem-se o seguinte modelo, formulado por Nemhauser e Wosley (1988):

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (2.11)$$

Sujeito à:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j, j \neq i \quad (2.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i, i \neq j \quad (2.13)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} = n \quad \forall j: j \neq i \quad (2.14)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1 \quad \forall i, \forall j \quad (2.15)$$

$$x_{ij} \in \{1,0\} \quad \forall i, j \in N \quad (2.16)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i, j \in N \quad (2.17)$$

Como o modelo (2.11) – (2.17) formado, se faz necessário entender o que cada equação representa no problema. A primeira equação (2.11) é responsável por ditar o que se deseja minimizar, nesse caso, a distância d_{ij} a ser percorrida entre as cidades. Para assegurar que exista apenas uma rota de entrada e saída e que o viajante visite cada cidade uma única vez, o modelo conta respectivamente com as equações (2.12) e (2.13). Para que não haja a formação de subciclos, ou, em outras palavras, um circuito fechado que não englobe todas as cidades, as restrições (2.14) e (2.15) devem ser inseridas no modelo. A funcionalidade desse modelo

ocorrerá com as duas últimas equações (2.16) e (2.17), que definem o tipo das variáveis em questão.

2.4.2 Problema de roteirização de veículos

Os problemas de roteirização de veículos são considerados por Assad (1988) uma das grandes obras da pesquisa operacional, sendo amplamente estudados em razão de sua aplicabilidade e importância para o planejamento estratégico logístico. A principal finalidade dos PRV é, segundo Belfiore (2006), encontrar rotas que atendam um conjunto de pontos de coleta/entrega pré-definido e que apresente o menor custo total de viagem.

Novaes (2004) afirma que esse objetivo é atingido a partir de três fatores fundamentais. O primeiro trata das decisões relacionadas à escolha dos motoristas, veículos e dos clientes que serão visitados, bem como a sequência da operação. O segundo fator é referente ao objetivo, em que o menor custo possível deve ser alcançado. Por fim, o último item, as restrições, em que o autor enfatiza que as rotas escolhidas devem respeitar jornadas de trabalho, capacidades e a disponibilidade dos recursos.

De acordo com Assad (1988) e Bodin (1983), problemas de PRV podem ser agrupados por categorias, diferenciados pelo tipo de cada fator que as determina. São elas: objetivo da função, restrições, variáveis de decisão, características do problema.

2.4.2.1 Modelagem matemática do PRV

Os problemas desse gênero são derivados dos PCV com a adição de restrição de capacidade dos veículos. Considerando que exista uma frota de tamanho m com k tipos de veículos, constatam-se as seguintes variáveis de decisão:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o caminho } i \text{ até } j \text{ é percorrido pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.18)$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ visita a cidade } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.19)$$

O modelo matemático (2.20) – (2.27), proposto por Fisher e Jaikumar (1981, *apud* Miura, 2008), representa um PRV:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m d_{ij} x_{ijk} \quad (2.20)$$

Sujeito à:

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = 1 \quad i = 2, \dots, n \quad (2.21)$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} = m \quad i = 1 \quad (2.22)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i y_{ik} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (2.23)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = \sum_{j=1}^n x_{ji} = y_{ik} \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.24)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad S \subset \{2, \dots, n\} \quad k = 1, \dots, m \quad (2.25)$$

$$y_{ik} \in \{1, 0\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.26)$$

$$x_{ijk} \in \{1, 0\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.27)$$

O modelo (2.20) – (2.27), especificado acima, nada mais é que uma extensão da metodologia do PCV. A função-objetivo (2.20) tem como finalidade minimizar os custos de viagem de cada veículo k utilizado. A equação (2.21) restringe que cada cidade deve ser visitada por um veículo e a (2.22) garante que os veículos retornem ao local de partida.

A restrição (2.23), principal diferença entre o PCV e PRV, trata de assegurar que a capacidade Q_k de cada veículo não seja ultrapassada, considerando q_i a demanda existente em cada cidade. Já a equação (2.24) é referente à restrição de fluxo, assegurando que um veículo k não pare a rota numa cidade. A restrição (2.25) tem a mesma função que a equação (2.15) do modelo matemático do PCV, em que se faz necessário evitar a formação de subciclos. As duas últimas restrições, equações (2.26) e (2.27), servem para definir o tipo de variável que vem sendo utilizada.

2.4.2.2 Classificação dos problemas de roteirização de veículos

Para melhor entendimento de como são definidas as classes de problemas de roteirização de veículos, serão especificados os parâmetros mais conhecidos e relevantes abordados por autores como Bodin (1983), Assad (1988) e Christofides (1985). Conforme citado na seção anterior, a primeira, segunda, terceira e quarta categorias se referem respectivamente ao objetivo da função, restrições, variáveis de decisão e características do problema e são descritos de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 – Classificação dos PRV (continua)

Classe	Parâmetro	Tipos
Objetivos da função	Função-objetivo	<ul style="list-style-type: none"> • Minimizar a distância total percorrida • Minimizar a duração das rotas • Minimizar o número de veículos • Minimizar os custos totais de distribuição
Restrições	Restrições dos veículos	<ul style="list-style-type: none"> • Limite de capacidade dos veículos • Limite com relação ao tipo de carga dos veículos • Número e tipo de veículos disponíveis • Operação de carga e descarga dos veículos
	Restrições dos clientes	<ul style="list-style-type: none"> • Janelas de tempo dos clientes • Limite com relação ao tipo de carga ou tipo de veículo • Clientes prioritários • Atendimento total ou parcial das demandas • Tempo máximo permitido para carga e descarga
	Restrições de rotas	<ul style="list-style-type: none"> • Horários de início e término das viagens • Tempo máximo de viagem de um veículo • Distância máxima percorrida • Locais de parade
Variáveis de decisão	Decisões tomadas	<ul style="list-style-type: none"> • Roteiro a ser percorrido por cada veículo • Qual veículo é designado para cada cliente • Qual a quantidade de carga transportada para cada cliente da rota • Tempo de início de atendimento do primeiro cliente da rota

Fonte: Adaptado de Belfiore (2005)

Tabela 1 – Classificação dos PRV (continuação)

Classe	Parâmetro	Tipos
Características do problema	Tipo de operação	<ul style="list-style-type: none"> • Coleta • Entrega • Coleta e entrega simultaneamente
	Tipo de carga	<ul style="list-style-type: none"> • Única, completa ou carga de lotação • Múltiplas cargas ou carga fracionad.
	Tipo de demanda	<ul style="list-style-type: none"> • Determinística • Estocástica
	Localização da demanda	<ul style="list-style-type: none"> • Demanda localizada somente em arco • Demanda localizada somente em nós • Demanda localizada em arcos e nós
	Tamanho da frota	<ul style="list-style-type: none"> • Limitada • Ilimitada
	Tipo de frota	<ul style="list-style-type: none"> • Homogênea • Heterogênea
	Depósitos e localização de veículos	<ul style="list-style-type: none"> • Um único depósito • Vários depósitos • Quantidade de produtos disponíveis no depósito central para entrega aos cliente • Número de bases de origem e destino dos veículos
	Jornada de trabalho	<ul style="list-style-type: none"> • Duração • Horário de almoço e outras interrupções • Permissão para viagens com mais de um dia de duração • Número de tripulantes por veículo
	Estrutura da rede	<ul style="list-style-type: none"> • Direcionada • Não direcionada • Mista • Euclidiana
Horizonte de planejamento	<ul style="list-style-type: none"> • Curto prazo • Longo prazo 	

Fonte: Adaptado de Belfiore (2005)

Com os parâmetros acima citados, Bodin (1983) classifica os problemas de roteirização de veículo em três principais grupos:

- Problemas de roteirização de veículo pura: são os que apenas consideram questões espaciais na busca da melhor rota, ou seja, não são restritos por condições temporais, como, por exemplo, janelas de horários;

- Problemas de programação de veículos: são os que apresentam tanto restrições espaciais geográficas quanto temporais, como horário de chegada e de saída, tempo máximo de permanência em um local;
- Problemas combinados de roteirização e programação de veículos: como caracterização sugere, são problemas que combinam restrições de atendimento, em que o veículo deve realizar uma tarefa antes que outra, com restrições de janela de tempo.

Ainda segundo Bodin (1983), a classe de problemas que mais corresponde à realidade é a de problema combinado de roteirização e programação de veículos. Ademais, conforme Belfiore (2005) descreve, esses problemas podem se tornar mais complexos com o tipo de frota disponível para o planejamento de roteiro. O presente trabalho utilizou os conceitos do problema de roteirização e programação de veículos, pois restrições espaciais e temporais foram levadas em consideração para melhor representar o estudo de caso.

2.4.3 Programação de veículos

A roteirização de programação de veículos pode ser descrita como o trajeto que um veículo deve realizar, respeitando restrições de horários pré-estabelecidos. Em outras palavras, trata-se do sequenciamento de pontos a serem atendidos de forma que o veículo respeite a programação definida por uma tabela de horários (CHIH, 1987).

Para Bodin (1983), problemas desse tipo consistem em encontrar a melhor maneira de organizar a frota para que todos os pontos de coleta e entrega sejam atendidos dentro da janela de tempo estabelecida. Entre os problemas apresentados por Bodin (1983), destacam-se os problemas de roteirização e programação de veículos com frota heterogênea fixa (PRVFH) e os problemas de roteirização e programação de veículos com janela de tempo (PRVJT).

2.4.3.1 Problemas de programação de veículos

Conforme citado por Bodin (1983), os problemas podem ser descritos da seguinte forma:

- PRVFH: trata-se de variações do problema clássico de roteirização, quando a frota é limitada e conta com mais de um tipo de veículo, ou seja, não é homogênea. Nesse caso, a função-objetivo visa a minimizar a soma dos custos fixos e variáveis de cada tipo de veículo utilizado em um conjunto de rotas.

- PRVJT: trata-se problemas que podem ser generalizados e existentes em todas as outras variações, pois caracterizam-se apenas por incluir a restrição de janela de horário, fazendo com que o veículo seja obrigado a realizar uma entrega ou coleta em determinado período de tempo. A Tabela 2 exemplifica uma de janela de horários.

Tabela 2 – Exemplo de janela de horário

Horário de atendimento		
Cliente	Início	Fim
Cliente A	08:00	12:00
Cliente B	08:00	18:00
Cliente C	10:00	14:00

Fonte: O autor (2018)

Nesse contexto, o presente trabalho utilizará uma combinação entre os dois problemas citados, uma vez que a empresa em estudo conta com uma frota diversificada de veículos, bem como uma agenda de atendimento com horários a serem cumpridos.

2.4.3.2 Modelagem matemática do PRVJT

A metodologia do PRVJT se diferencia da modelagem matemática do PRV em aspectos temporais, pois restrições de horário de atendimento são acrescentadas ao problema. O modelo matemático (2.28) – (2.37), descrito por Golden *et al.* (1984) e Ombuki *et al.* (2004), tem apenas uma variável de decisão binária, x_{ijk} .

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o caminho } i \text{ até } j \text{ é percorrido pelo veículo } v \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m d_{ij} x_{ijk} \quad (2.29)$$

Sujeito à:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{ijk} = 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (2.30)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1jk} = 1 \quad k = 1, \dots, m \quad (2.31)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq Q_k \quad k = 1, \dots, m \quad (2.32)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ipk} - \sum_{j=1}^n x_{pjk} = 0 \quad p = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.33)$$

$$b_{ik} + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijk}) \leq b_{jk} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.34)$$

$$b_{ik} \leq l_i \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.35)$$

$$b_{ik} \geq e_i \quad i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.36)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad i, j = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, m \quad (2.37)$$

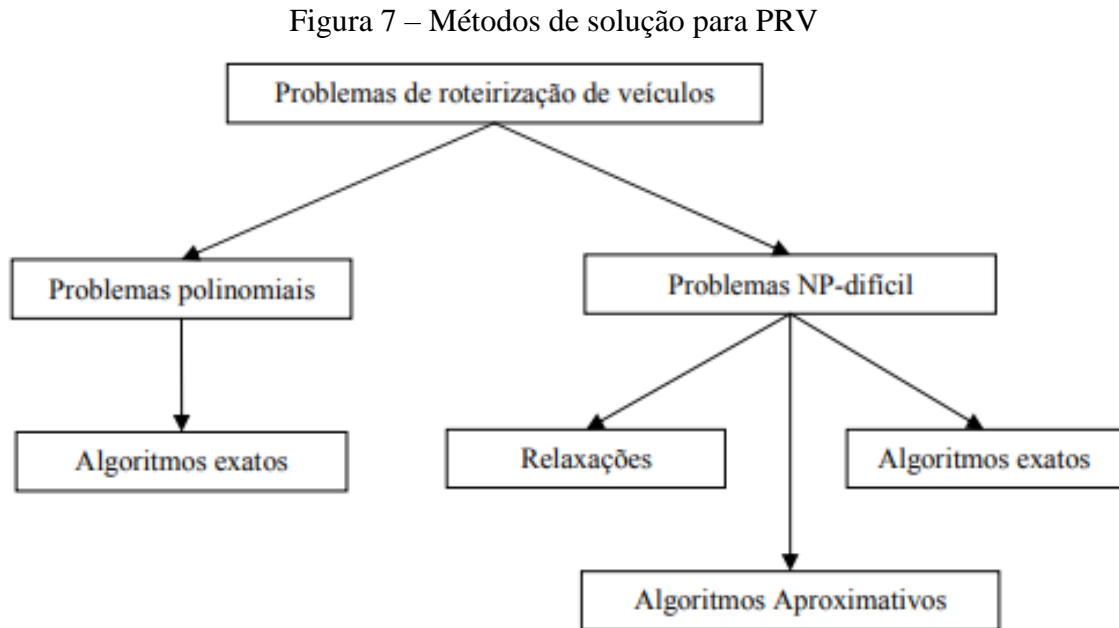
A equação (2.29), de acordo com modelos apresentados anteriormente, é a função-objetivo que visa a reduzir a distância total percorrida entre as cidades. A restrição (2.30) garante que cada cidade seja visitada exatamente uma vez. Já a equação (2.31) assegura que cada veículo saia do ponto de partida e a (2.32) trata de certificar que as capacidades máximas dos veículos não sejam excedidas. A restrição (2.33) está relacionada à conservação dos fluxos de entrada e saída, ou seja, nenhum veículo pode sair do depósito sem retornar a ele.

Como pode-se perceber, as equações (2.29) - (2.33) apresentam as mesmas funções que as descritas na modelagem matemática do PRV. A diferença entre esses dois modelos é evidenciada nas equações (2.34), (2.35) e (2.36). A restrição (2.34) é inserida no modelo para impor o horário mínimo de início de atendimento na cidade j e garantir que não haja a formação de subciclos, em que a constante M recebe valor relativamente alto. As equações (2.35) e (2.36) representam a janela de horário em que cada cidade deve ser atendida, razão por que a variável b_{ik} deve ser maior que o tempo inicial de atendimento (e_i) e menor que o tempo máximo de atendimento (l_i) para cada veículo.

2.5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Os problemas de roteirização de veículos, conforme abordado na seção que descreve o PCV, são conhecidos por serem NP-difíceis, ou seja, a dificuldade de se encontrar uma solução

ótima cresce exponencialmente de acordo com o número de pontos a serem visitados em determinada situação (GAREY, JOHNSON, 1999, *apud* MIURA, 2008). Segundo Cunha (2006), a complexidade de cada problema de roteirização exige da pesquisa operacional diferentes estratégias de solução, como ilustra a Figura 7:



Fonte: Goldberg e Luna (2000), *apud* Miura (2008)

Para problemas de ordem NP-difícil, os métodos de solução mais presentes na literatura são os algoritmos exatos e os algoritmos aproximativos ou heurísticos. Ambos serão revisados na seção que segue.

2.5.1 Métodos exatos

Os métodos exatos são os que, como o próprio nome sugere, procuram dar pela análise de todas as possíveis soluções existentes em um problema. Num PCV, por exemplo, a aplicação da metodologia exata implicaria investigar todas as possíveis rotas para que, então, a melhor fosse escolhida.

Segundo Prestes (2006), a estratégia algorítmica em questão é comumente utilizada para problemas de pequeno porte. É que quanto maior o conjunto de combinações possíveis, maior será o esforço computacional requerido, implicando, em alguns casos, tempo de processamento inviável. Entretanto, de acordo com Hillier (2013), existem métodos exatos que, com o auxílio

de computadores com alto poder de processamento, provaram ser eficientes na resolução de problemas de grande porte.

Laporte (1992) *apud* Semedo (2015) complementa que, apesar de as estratégias exatas apresentarem essa dificuldade, com o decorrer do tempo, desenvolveram-se formas alternativas de encontrar a solução ótima num tempo finito. Entre essas alternativas, estão “as técnicas de *Branch & Bound*, *Branch & Cut*, *Branch & Price*, Relaxação Lagrangiana, e Programação Dinâmica” (LAPORTE, 1992 *apud* SEMEDO, 2015). Todas as técnicas citadas se baseiam nos conceitos da programação inteira. Marins (2011) acrescenta também o método Simplex como outra ferramenta para a busca de soluções exatas.

A metodologia Simplex, segundo Marins (2011), é um procedimento iterativo que indica “se o modelo tem solução ilimitada, se não tem solução ou se possui infinitas soluções”. Collin (2013) descreve essa ferramenta como o método que verifica todas as possibilidades até a obtenção de solução ótima em três etapas: início, iteração e critério de parada. A primeira etapa é quando os dados de entrada devem ser tratados para que, na segunda, o modelo seja executado com um número finito de vezes, uma vez que a terceira fase avalia a resposta de cada iteração, comparando-a com o critério de parada.

Entre as técnicas citadas por Laporte (1992) *apud* Semedo (2015), destaca-se o *Branch & Bound*, que, de acordo com Yamashita e Morabito (2007), baseia-se na estrutura dinâmica de árvores de busca. Nessa busca feita em profundidade, a cada nível é atribuída uma atividade até que o último nível seja alcançado. Em outras palavras, Collin (2013) diz que o algoritmo de *Branch & Bound* começa com um chute inicial, sem considerar as restrições do problema, e em cada iteração, o método exato se subdivide em partes com o intuito de excluir os ramos que não convergiriam para uma solução. Embora essa técnica possa ser lenta em termos computacionais, há autores que comprovaram sua utilidade.

Baker (1982) *apud* Reina (2012), por exemplo, resolveu um PRVJT valendo-se do algoritmo *Branch & Bound*, com o objetivo reduzir o tempo total das rotas. Bard *et al.* (2002) *apud* Reina (2012) e Achuthan *et al.* (2003) *apud* Reina (2012) utilizaram o algoritmo *Branch & Cut* para encontrar a solução ótima de PRV com frota homogênea e restrição de capacidade com até 100 vértices. Christofides (1985) mostrou que outras técnicas, como a relaxação lagrangiana e programação dinâmica, também são capazes de resolver de maneira exata PRV com restrições de capacidade e tempo máximo de rota com até 25 pontos a serem visitados.

Considerando que a metodologia exata requer grande eficiência computacional, a plataforma *online* NEOS Server se torna útil, principalmente para o presente trabalho, pois é um serviço gratuito que otimiza modelos matemáticos através de computadores de alta

performance. Para problemas de extrema complexidade, uma alternativa ao NEOS Server são os algoritmos heurísticos, também conhecidos como algoritmos de aproximação.

2.5.2 Métodos heurísticos

Os métodos heurísticos são estratégias alternativas que proporcionam soluções aproximadas para problemas de alto nível de complexidade em tempo de execução viável (CHAVES, 2003). Em outras palavras, Semedo (2015) define as heurísticas como ferramentas que não garantem a solução ótima, porém, produzem respostas muito próximas da solução exata, em curto período de tempo.

Outra maneira de entender os conceitos dos métodos heurísticos é a definição de Hillier (2013), descrita pelo autor como capaz de resultar em solução extremamente viável, sem cair em pontos de ótimos locais. Sendo assim, problemas combinatórios de dificuldade elevada com universos de dados extensos se tornaram tangíveis e possíveis de serem resolvidos em tempos praticáveis. Entretanto, Chaves (2003) complementa que as estratégias heurísticas não conseguem medir o quão próximas da solução ótima estão, apenas que estão perto de convergir.

De acordo com Semedo (2015), os métodos heurísticos podem ser classificados em algoritmos construtivos, de melhoramento e compostos, cada um com suas especialidades e particularidades.

Para entender e exemplificar como cada uma dessas classes opera, pode-se utilizar problemas de roteirização, como o PCV. Os algoritmos construtivos criam rotas a partir do zero, nas quais a cada iteração o método adiciona um novo nó a ela e atribui valores às variáveis de decisão. Os algoritmos de melhoramento começam na primeira iteração com uma possível solução ou um chute inicial e, a cada etapa, vai sendo aprimorada a resposta anterior, até chegar a uma solução viável. Por fim, os algoritmos compostos, que são uma combinação das duas primeiras heurísticas apresentadas, produzem uma solução admissível através do algoritmo de construção para que posteriormente seja aprimorada pelo algoritmo de melhoramento.

Como exemplos de heurísticas construtivas, pode-se destacar os algoritmos de Vizinheiro mais próximo, Inserção do menor custo, Inserção mais afastada, Greedy, entre outros. Algoritmos como o 2-Optimal e 3-Optimal (2-opt e 3-opt), K-Optimal (k-opt), LNS (*Large Neighborhood Search*) são considerados exemplos de heurísticas de melhoramento.

Autores como Antes e Derigs (1995) *apud* Reina (2012) encontraram solução aproximada para PRVJT utilizando heurísticas construtivas. Frizzel e Giffin (1995) *apud* Reina (2012) conseguiram, com a mesma heurística, resolver um PRVJT com entregas fracionadas e

frota homogênea. Solomon (1987) *apud* Reina (2012) resolveu esse mesmo problema com o algoritmo LNS e obteve resultados compatíveis com os encontrados na literatura.

3 ESTUDO DE CASO

Este capítulo apresenta uma breve descrição da empresa em que o estudo de caso foi realizado e também apresenta a coleta de dados do problema em questão.

Importante ressaltar que, em razão desse trabalho conter informações confidenciais restritas à gerência da empresa, seu nome verdadeiro não é revelado, e dados essenciais para a operação são mascarados por um fator *f*.

3.1 A EMPRESA Y

A Empresa Y opera no setor de transporte de cargas fracionadas (aéreas e rodoviárias) de produtos perigosos e não perigosos, em caráter expresso e emergencial. Sua matriz está localizada na cidade de Joinville, em Santa Catarina, em amplo condomínio empresarial que oferece proximidade a seus clientes.

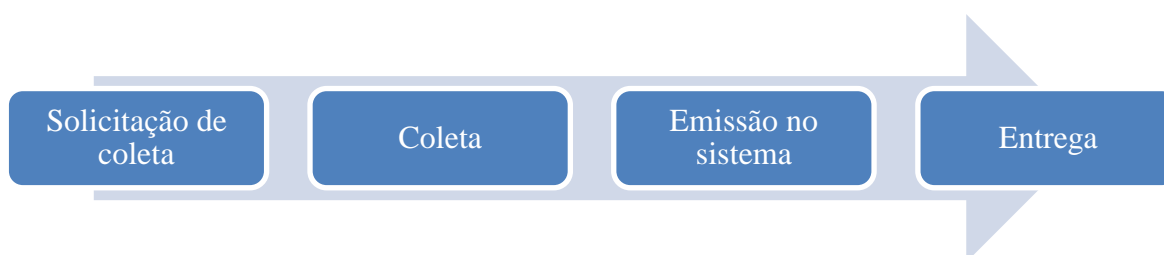
Atualmente, com suas parcerias e filiais, a Empresa Y realiza coletas e entregas em todo o território nacional com prazos pré-definidos, suprimindo as mais diversas necessidades, como o transporte de mercadorias provenientes do *e-commerce*.

Para satisfazer o cliente, a Empresa Y dispõe de serviços que levam em consideração as necessidades e particularidades de cada situação. Na entrega ou coleta emergencial, o cliente entra em contato com o setor operacional da empresa para fazer uma cotação, informando até quando precisa que seu material seja coletado e embarcado ou entregue ao destinatário, podendo ser com hora marcada ou não. Na entrega pelo modo aéreo, a mercadoria é transportada até a cidade-destino com prazo reduzido pelas principais companhias aéreas parceiras da transportadora. E o serviço de integração rodovia-aérea visa a atender as regiões mais remotas do território brasileiro.

Com a frota própria, a matriz só consegue atender os pedidos de coleta e entrega de clientes em Joinville e região, considerando-se um raio de operação de aproximadamente 150 quilômetros. Essa informação é relevante, pois foi na matriz que o presente trabalho focou o estudo de caso.

Os serviços oferecidos pela Empresa Y dependem diretamente de como seu setor operacional realiza os processos que os determinam. A Figura 8 ilustra a sequência de etapas que compõem as operações da empresa:

Figura 8 – Processos operacionais



Fonte: O autor (2018)

De modo geral, pode-se dizer que a operação tem início a partir da solicitação de coleta de um cliente, em que ele informa as dimensões (largura, comprimento, altura) da carga a ser expedida. A solicitação é, então, avaliada para seguir para a próxima etapa, que é a coleta propriamente dita. A coleta, objeto do presente trabalho, é a etapa na qual ocorre o despacho do veículo para o local previamente definido. Com o material coletado, na etapa seguinte, ocorre a emissão no sistema da empresa, para controle interno e externo e para fins fiscais. Por fim, ocorre a etapa de entrega, em que outro veículo é designado para transportar a mercadoria até seu destinatário.

Assim, com breve explicação sobre como funcionam os processos do setor operacional da empresa, pode-se verificar que, para um número grande de solicitações de coleta, aumenta a dificuldade para traçar a melhor rota e escolher o veículo mais adequado, problema este que será contextualizado e caracterizado na seção seguinte.

3.2 CONTEXTUALIZAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

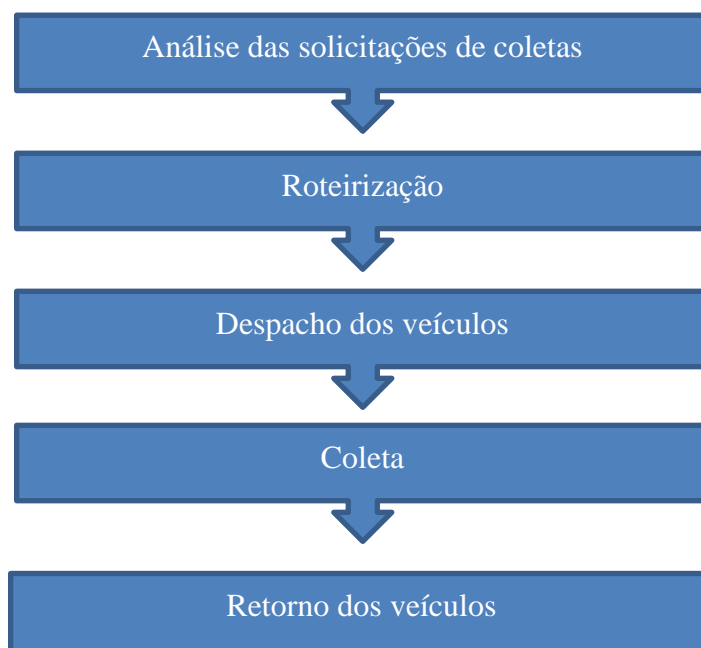
A crescente demanda por transporte de cargas fracionadas, fruto principalmente do comércio *online* de mercadorias, alavancou o crescimento da Empresa Y, fazendo com que a obtivesse maior visibilidade e espaço no mercado. No entanto, para se manter competitiva e consolidada no setor, é fundamental que todas as suas repartições estejam trocando informações entre si, de modo a evitar erros administrativos e operacionais.

Considerando-se que o setor operacional é, segundo a transportadora em foco, o setor que mais apresenta oportunidades de melhorias, verificou-se a possibilidade de aplicar um estudo na segunda etapa dos processos operacionais da empresa, a coleta, conforme ilustra a Figura 8.

A Empresa Y realiza coletas em determinados clientes todos os dias da semana, em horários pré-estabelecidos. Ou seja, são coletas que não necessitam de solicitação prévia, pois

já são acordadas e agendadas com antecedência com o setor comercial. Entretanto, no decorrer do dia, outros pedidos de coletas surgem e são inseridos na programação do dia seguinte, com exceção das solicitações emergenciais, que, por sua urgência, têm prioridade. A Figura 9 mostra mais detalhadamente como a segunda etapa ocorre.

Figura 9 – Operações da etapa coleta



Fonte: O autor (2018)

Conforme foi constatado na empresa, ao final do expediente, o colaborador responsável por agendar as coletas analisa todas as solicitações recebidas e elabora uma programação que deve ser conciliada com a das coletas realizadas diariamente. Essa programação tem como finalidade a elaboração de um roteiro para cada veículo designado para tal tarefa. No entanto, a confecção desse roteiro exige que o colaborador respeite as restrições de capacidade de cada veículo, as janelas de horários das expedições dos clientes e jornadas de trabalho dos motoristas. Além disso, o colaborador deve procurar uma roteirização que resulte na menor quilometragem possível entre os pontos de atendimento.

De acordo com informações da gerência da empresa, esse processo da operação é feito apenas com base no conhecimento e experiência do colaborador e com o auxílio do serviço de pesquisa e visualização de mapas do Google, o Google Maps™. O presente trabalho aborda esse cenário como um problema de roteirização de veículos com janela de horários e frota heterogênea. O objetivo deste trabalho é coletar informações sobre um dia de operação da

empresa, traduzi-las para um modelo matemático e comparar a solução alcançada com o que é executado atualmente.

3.3 COLETA E TRATAMENTO DE DADOS

Nesta seção, são apresentados os dados coletados na Empresa Y, essenciais para a execução desse trabalho. Entre os dados obtidos, existem os que foram conseguidos com o contato direto com colaboradores da transportadora através de questionários, dados provenientes de planilhas geradas pelo sistema da mesma e os obtidos com o auxílio do Google Maps™.

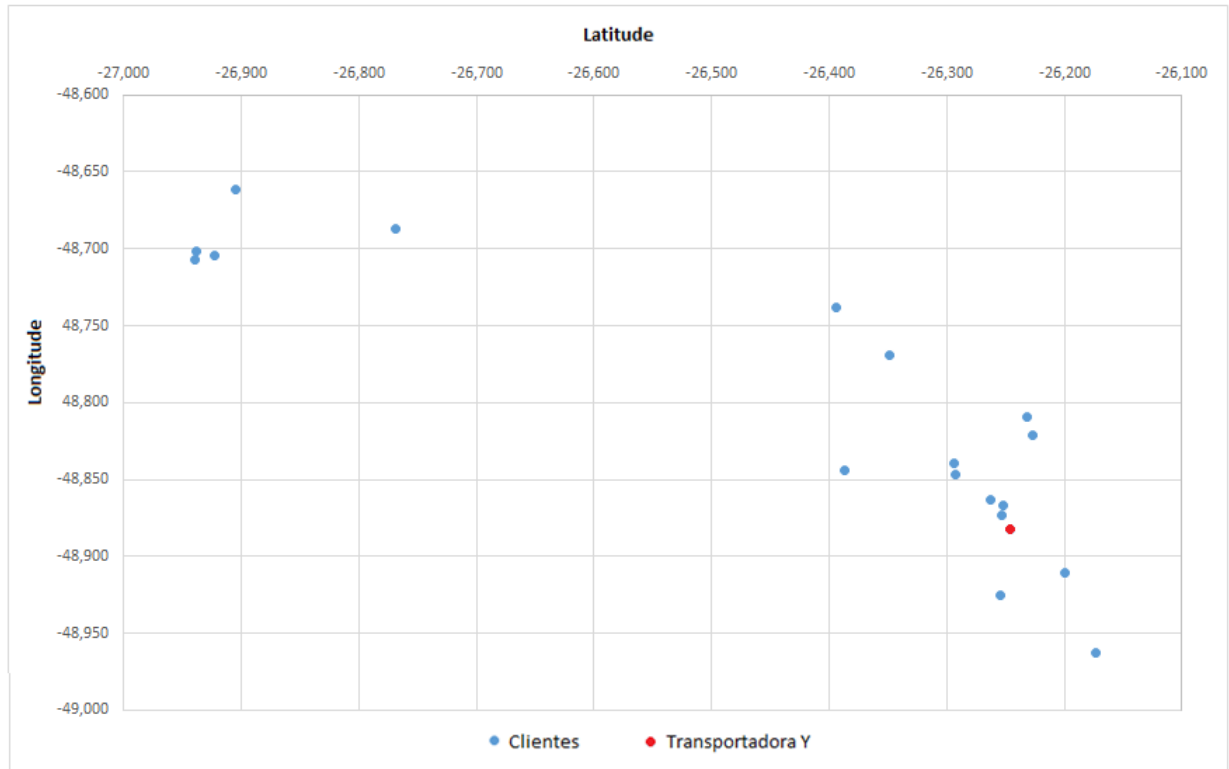
3.3.1 Pontos de coleta

Para que o estudo se viabilizasse, a Empresa Y forneceu os pontos de coleta referentes a um único dia de operação. O sistema da transportadora gera uma planilha com o relatório de todas as coletas realizadas em um mês de operação. Com esse histórico, é possível realizar o cálculo da média do número de coletas realizadas diariamente. Com esta média então, escolheu-se o dia de operação que apresentou o mesmo número de pontos atendidos que a média registrada.

Conforme ilustrado na Figura 10, cada ponto indica a localização geográfica dos clientes que solicitaram coletas matutinas, com exceção do ponto vermelho que representa a Empresa Y.

Como se pode observar, no total, são 18 pontos de coleta para os quais a empresa deve traçar um roteiro. Segundo o responsável por gerenciar as operações de coleta, todos os pontos de atendimento fornecidos pela transportadora são visitados em janela de horário que respeite as restrições dos clientes, bem como as jornadas de trabalho dos motoristas.

Figura 10 – Disposição geográfica dos pontos de coleta



Fonte: O autor (2018)

3.3.2 Janela de horário de atendimento

Para que o atendimento se tornasse mais completo e fiel ao cenário atual da empresa, foi necessário considerar que nem todos os clientes podem expedir cargas em qualquer horário do dia, conforme informado pelo setor operacional. Sendo assim, o despacho de veículo para determinado ponto de atendimento deve, então, respeitar a janela de horário da expedição de cada cliente. Dessa forma, em contato direto com motoristas e também com o setor comercial da transportadora, levantaram-se os seguintes dados, conforme Tabela 3.

Embora certos clientes iniciem seus expedientes mais cedo ou os encerrem mais tarde, no problema em questão, todas as janelas de horários começam no mínimo às 8:00 e terminam no máximo às 14:00, uma vez que esse é o intervalo de tempo que corresponde às jornadas de trabalho dos motoristas que operam no período matutino. Esse mesmo período também é resultado de acordos feitos entre a Empresa Y e seus clientes, tendo em vista que, quanto mais cedo a carga for coletada, maior a chance de o prazo de entrega ser cumprido.

Tabela 3 – Janela de horários

Cliente	Início	Fim
Empresa Y	08:00	14:00
Cliente 1	09:00	12:00
Cliente 2	10:00	14:00
Cliente 3	08:00	10:00
Cliente 4	08:00	10:00
Cliente 5	09:00	11:00
Cliente 6	09:00	14:00
Cliente 7	09:00	12:00
Cliente 8	08:00	12:00
Cliente 9	08:00	12:00
Cliente 10	08:00	12:00
Cliente 11	08:00	12:00
Cliente 12	08:00	10:00
Cliente 13	08:00	12:00
Cliente 14	08:00	12:00
Cliente 15	08:00	11:00
Cliente 16	08:00	10:00
Cliente 17	08:00	10:00
Cliente 18	09:00	12:00
Empresa Y	08:00	14:00

Fonte: O autor (2018)

Questionado sobre as janelas de horários de expedição dos clientes, o colaborador responsável pela operação informou que comparecer dentro dos horários agendados é de extrema importância, pois seu descumprimento pode impactar diretamente na credibilidade da empresa e, principalmente, afetar prazos de entrega de mercadorias que tenham caráter emergencial.

3.3.3 Tempos de coleta

Os tempos de atendimento são responsáveis por indicar a duração do processo de carregamento de um veículo com mercadorias de determinado cliente. Foram coletados com a ajuda dos motoristas que diariamente visitam os pontos fornecidos pela Empresa Y.

Em conversa com os responsáveis pela operação de coleta, verificou-se que a grande maioria trabalha na empresa há mais de dois anos, tendo assim experiência e boa noção de como geralmente funciona o atendimento por parte dos clientes.

Por isso, questionou-se a eles o tempo médio de coleta nos pontos de atendimento do problema, desde o instante do estacionamento do veículo na doca ou portaria, até o momento em que ele estivesse carregado e liberado para seguir viagem. Os dados obtidos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Tempos de coleta

Cliente	Tempos de atendimento (min)
Empresa Y	0
Cliente 1	30
Cliente 2	15
Cliente 3	30
Cliente 4	15
Cliente 5	15
Cliente 6	30
Cliente 7	25
Cliente 8	20
Cliente 9	30
Cliente 10	15
Cliente 11	35
Cliente 12	15
Cliente 13	30
Cliente 14	30
Cliente 15	30
Cliente 16	25
Cliente 17	20
Cliente 18	30
Empresa Y	0

Fonte: O autor (2018)

3.3.4 Demanda dos clientes

A quantidade de carga a ser coletada foi uma informação fornecida pela Empresa Y, onde a mesma consultou em seu sistema qual foi o volume em metros cúbicos coletado em cada cliente no dia em estudo.

Segundo o responsável pelas coletas da empresa, ao realizarem a solicitação do serviço, os clientes informam a quantidade de mercadorias que serão expedidas, discriminando seus pesos e cubagens necessárias para avaliação do colaborador. Conforme planilha gerada pelo sistema da empresa, foi elaborada a Tabela 5.

Tabela 5 – Demanda dos clientes

Cliente	Volume (m³)
Cliente 1	0,3
Cliente 2	2,84
Cliente 3	3,05
Cliente 4	0,55
Cliente 5	1,04
Cliente 6	5,98
Cliente 7	2,2
Cliente 8	1,01
Cliente 9	9,14
Cliente 10	0,06
Cliente 11	7,22
Cliente 12	0,06
Cliente 13	6,19
Cliente 14	0,22
Cliente 15	2,11
Cliente 16	3,4
Cliente 17	2,03
Cliente 18	4,1

Fonte: O autor (2018)

De acordo com os dados da Empresa Y, no dia em que os clientes arrolados na Tabela 5 foram atendidos, foram coletados 51,51 metros cúbicos de mercadorias. Como se pode observar, em alguns pontos de coleta o volume a ser transportado chega ser menor que 1 metro cúbico. Esses casos, segundo funcionários da empresa, geralmente correspondem ao transporte de pequenos envelopes ou de mercadoria de alto valor agregado, como materiais odontológicos, por exemplo.

Os carregamentos de maior volumetria estão, com frequência, ligados às coletas que ocorrem diariamente, quando clientes com grande produção escoam suas mercadorias através do agendamento.

3.3.5 Frota de veículos

Em visita ao pátio de manobras da Empresa Y na companhia do responsável pela manutenção da frota, foi possível conhecer os veículos que são utilizados nas operações diárias de coleta. Segundo o colaborador, cada veículo apresenta características particulares, como capacidade máxima de carregamento, consumo de combustível, óleo e Arla 32 (reagente

misturado ao combustível para reduzir a emissão de gases poluentes na atmosfera), manutenção de peças, entre outras.

Ainda segundo o colaborador, todas essas informações são fornecidas pelo sistema, por planilhas paralelas de controle de viagem e também pelos manuais de cada veículo.

Na Tabela 6, são apresentados os veículos que compõem a frota destinada à execução das coletas e a capacidade de carregamento de cada um, bem como seus custos fixos (CF) e custos variáveis (CV). Ao todo, a frota é composta por 5 veículos: 4 VUC (veículos urbanos de carga) e um caminhão toco.

Tabela 6 – Veículos da frota

Veículo	Tipo	Capacidade (m³)	Custo Variável (R\$/Km)	Custo Fixo (R\$/dia)
1	SPRINTER	12	0,79	196,07
2	FIORINO	3,8	0,55	141,08
3	MASTER	9	0,86	166,51
4	TOCO	25	2,4	363,11
5	FIORINO	3,8	0,79	141,08

Fonte: O autor (2018)

Por se tratar de informações confidenciais, optou-se, a pedido da empresa, por não disponibilizar os valores reais gastos com custos variáveis e fixos de cada veículo. Por esse motivo, todos os valores apresentados na Tabela 6 foram multiplicados por um fator *f*.

3.3.6 Matriz de distâncias

Para que a matriz de distâncias entre os pontos de coleta fosse montada, solicitou-se à Empresa Y que disponibilizasse o endereço de cada cliente visitado no dia objeto de estudo. Os endereços foram extraídos da lista de clientes cadastrados no sistema.

Com o auxílio do Google Maps™, transformou-se esses endereços em coordenadas geográficas. Foi assim possível elaborar uma matriz de coordenadas dentro da plataforma Excel®. Cada célula dessa matriz corresponde à origem e ao destino do veículo (coordenada de origem; coordenada de destino).

Em razão deste trabalho considerar um problema de roteirização com 2 depósitos (1 depósito para saída dos veículos e outro para a chegada) e 18 clientes, a matriz de distâncias apresentou 20 linhas e 20 colunas, totalizando 400 células, o que dificultaria o trabalho manual de encontrar as distâncias entre os pontos. Para isso, utilizou-se a ferramenta suplementar do

Excel®, o GeodesiX, que tem a base de dados conectada ao Google Maps™, possibilitando o cálculo das distâncias com maior agilidade.

Assim, utilizando a fórmula $Travel(Request, Start, Finish, Mode)$ no Excel, obteve-se uma matriz com todas as distâncias entre os pontos de coleta, conforme trajetos mínimos sugeridos pelo Google Maps™.

Para tal, na primeira posição, *Request*, colocou-se a opção *Distance*, responsável por configurar o que a fórmula dará como resposta, neste caso, a distância entre os clientes. Nas posições *Start* e *Finish*, devem ser inseridos os pontos de início e fim, respectivamente, e, por fim, substitui-se *Mode* por *Driving*, o que implica dizer que o trajeto será realizado com um veículo. Importante lembrar que os dados resultantes consideram o SI em metros.

Com vistas à busca da solução do problema, nas células em que os pontos de origem e destino são os mesmos, atribuiu-se um valor significativamente alto, para que assim esses caminhos não sejam considerados na execução do modelo. Além disso, para que os resultados pudessem ser mais bem interpretados, todas as distâncias foram transformadas em quilômetros, conforme a Figura 18 (Anexo A) ilustra.

3.3.7 Matriz de tempos de viagem

A matriz de tempos de viagem foi construída da mesma forma que a de distâncias, porém com pequena diferença na utilização da fórmula do GeodesiX. Ao invés de inserir *Distance* na posição de *Request*, substitui-se este por *Duration*. Com essa mudança, o resultado da fórmula será a duração do trajeto entre os pontos.

Entretanto, como o problema em estudo não exige precisão dos tempos de viagens na escala dos segundos, eles foram arredondados de forma que fossem representados por uma matriz de minutos, como mostra a Figura 19 (Anexo A).

Atribuiu-se o valor zero às células que não devem ser consideradas na execução do modelo. É importante ressaltar que os segundos nos tempos de deslocamento não foram considerados por não apresentarem impacto significativo.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA PROPOSTA

Neste capítulo, são apresentadas as premissas do problema em estudo, imprescindíveis para a construção do modelo matemático. Posteriormente, são descritas as variáveis utilizadas juntamente com as restrições que limitam o problema, para que assim o modelo algébrico possa ser verificado. Em seguida, o modelo é validado para que a estratégia de solução escolhida seja caracterizada e aplicada para o problema de 18 clientes e 5 veículos com janelas de horários e frota heterogênea.

4.1 PREMISSAS PARA O PROBLEMA

Conforme apresentado no início deste trabalho, o presente estudo tem o objetivo de encontrar o melhor roteiro a ser praticado pelos veículos da Empresa Y em determinado dia de operação, sob a hipótese de que a mesma não atinja sua eficiência máxima no atendimento das solicitações de coletas diárias de seus clientes.

O problema de roteirização, no entanto, por apresentar características que buscam reproduzir fielmente a realidade da empresa, deve seguir uma série de premissas que, ao fim, servem como base para o raciocínio utilizado na construção e posterior solução do modelo matemático.

O objetivo, portanto, dessa modelagem é encontrar entre todas as possibilidades, as melhores rotas que serão executadas pelos veículos da empresa, a fim de atender todos os clientes e suas demandas nos horários previstos e minimizar os custos totais diários, respeitando as características e restrições apresentadas a seguir:

- Todas as cargas devem ser coletadas;
- Cada cliente é visitado uma única vez;
- Cada cliente deve ser atendido dentro da janela de horário estabelecida;
- Cada veículo tem sua capacidade máxima;
- Todos os veículos devem sair da Empresa Y e retornar a ela;
- Os clientes possuem uma demanda determinística;
- A frota da empresa é heterogênea;
- Cada veículo apresenta um custo variável e custo fixo;
- Os horários de atendimento de cada cliente são por ele pré-estabelecidos.

4.2 PARÂMETROS DO MODELO MATEMÁTICO

Para que a construção do modelo se torne viável, é importante que os parâmetros que o compõem sejam definidos e descritos. São eles:

- N : conjunto de clientes a serem atendidos e depósitos $\{i = 1, \dots, N\}$, onde $n = 1$ e $n=N$ correspondem a Empresa Y (local de partida e chegada, respectivamente);
- V : conjunto de veículos utilizados $\{v = 1, \dots, V\}$;
- C_v : capacidade máxima de cada veículo v ;
- CV_v : custo variável de cada veículo v ;
- CF_v : custo fixo cada veículo v ;
- q_i : volume a ser coletado no cliente i ;
- d_{ij} : distância entre o ponto i e o ponto j ;
- e_i : instante no qual se inicia a janela de tempo no cliente i (horário inicial);
- l_i : instante no qual se finaliza a janela de tempo no cliente i (horário final);
- t_{ij} : tempo de duração de viagem entre o cliente i e o cliente j ;
- s_i : tempo de atendimento no cliente i ;
- M : constante de alto valor.

4.3 VARIÁVEIS DO PROBLEMA

O problema em questão considera uma variável de decisão e duas auxiliares. A variável de decisão x é do tipo binária (sim ou não) e depende de três índices: i, j, v . Essa variável é responsável por decidir se é o veículo v que será designado para atender ao cliente i pelo caminho de i até j . Assim sendo, tem-se a seguinte variável de decisão:

$$x_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{se o caminho } i \text{ até } j \text{ é percorrido pelo veículo } v \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A primeira variável auxiliar é responsável por marcar o tempo no qual determinado veículo v inicia o atendimento no ponto i . Neste trabalho, esta variável foi denominada b_{iv} . A segunda variável auxiliar, u_{iv} , é utilizada para evitar que subciclos sejam formados.

4.4 RESTRIÇÕES

A fim de que o modelo matemático possa resultar em solução factível para a realidade da empresa, é necessário que restrições sejam a ele adicionadas, pois assim se torna possível cumprir as premissas estabelecidas anteriormente. Essas restrições serão explicadas a seguir e estão de acordo com as equações (2.30) - (2.37) citadas no referencial teórico deste trabalho.

4.4.1 Restrição de visita

A equação (3.1) é responsável por garantir que cada ponto de coleta seja visitado exatamente uma vez. Evita-se, então, que clientes sejam visitados, por exemplo, duas ou mais vezes por um ou mais veículos.

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i=2}^N x_{ijv} = 1 \quad j = 2, \dots, N - 1 \quad (3.1)$$

4.4.2 Restrição de capacidade

A equação (3.2) é responsável por assegurar que nenhum carregamento exceda a capacidade máxima de mercadorias que cada veículo pode transportar.

$$\sum_{i=2}^n q_i \sum_{j=1}^n x_{ijv} \leq C_v \quad v = 1, \dots, V \quad (3.2)$$

4.4.3 Restrições de conservação de fluxo

O conceito de conservação de fluxo é também utilizado nos problemas de roteirização de veículos, conforme as equações (3.3) – (3.5):

$$\sum_{j=1}^N x_{1jv} = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,N,v} = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ipv} - \sum_{j=1}^N x_{p j v} = 0 \quad p = 2, \dots, N-1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.5)$$

As restrições (3.3) – (3.5) garantem que todos os veículos que saíram do depósito, em algum momento, retornaram a ele, assegurando que nenhum deles finalize a rota em ponto de atendimento.

4.4.4 Restrição de horário mínimo

A restrição de horário mínimo é utilizada, como o nome sugere, para garantir que exista um horário mínimo de atendimento ao cliente i pelo veículo v em uma determinada rota. Ela é caracterizada pela equação (3.6):

$$b_{iv} + s_i + t_{ij} - M(1 - x_{ijv}) \leq b_{jv} \quad i, j = 2, \dots, N-1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.6)$$

A equação (3.6) também pode ser escrita da seguinte forma:

$$b_{iv} + s_i + t_{ij} - b_{jv} \leq M(1 - x_{ijv}) \quad i, j = 2, \dots, N-1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.7)$$

As restrições (3.6) e (3.7) são utilizadas para assegurar que o veículo v não visite o ponto de coleta j antes de $b_{iv} + t_{ij}$, caso ele seja designado para a viagem entre o ponto i ao ponto j .

4.4.5 Restrições de janela de tempo

Para que os veículos atendam os pontos de coleta nos horários pré-estabelecidos, é necessário que existam restrições de janelas de tempo. Para tal, inseriram-se no modelo matemático as seguintes equações:

$$b_{iv} \leq l_i \quad i = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.8)$$

$$b_{iv} \geq e_i \quad i = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.9)$$

A restrição (3.8) é utilizada para assegurar que a variável de decisão b_{iv} seja menor que o horário-limite para realizar a coleta. A restrição (3.9) garante que essa mesma variável seja maior que o horário mínimo de início de atendimento.

4.4.6 Restrição de subciclos

A restrição de subciclos foi inserida no modelo, para que as possíveis rotas sejam montadas de modo a atender todos os pontos de coleta, sem a formação de subciclos.

$$u_{iv} - u_{jv} + Nx_{ijv} \leq (N - 1) \quad i = 2, \dots, N \quad j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.10)$$

Sem a restrição (3.10), determinado veículo v poderia finalizar sua rota em um ponto de coleta, fato que não pode se registrar, uma vez que todos os veículos devem retornar à empresa.

4.4.7 Integralidade das variáveis

Por fim, o modelo matemático necessita de restrição que defina o tipo de variável de decisão e auxiliar a ser considerada. Essa restrição é inserida no modelo da seguinte forma:

$$x_{ijv} \in \{1,0\} \quad i, j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.11)$$

$$u_{iv} \geq 0 \quad i, j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.12)$$

Com todas as restrições definidas e explanadas, é possível então construir o modelo matemático genérico para N pontos de atendimentos e para um número V de veículos.

4.5 FUNÇÃO OBJETIVO

A equação (3.13) é responsável por definir o objetivo do modelo matemático. No caso do problema proposto, essa equação busca garantir que os custos variáveis e fixos das operações de coleta de cargas sejam os mínimos possíveis.

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V CV_v d_{ij} x_{ijv} + \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V CF_v x_{1jv} \quad (3.13)$$

A primeira parcela da equação serve para somar os custos variáveis resultantes das distâncias percorridas pelos veículos. A segunda parcela trata de acrescentar à função-objetivo os custos fixos gerados toda vez que determinado veículo é utilizado para atender um cliente i .

4.6 MODELO MATEMÁTICO COMPLETO

O modelo matemático para o problema de roteirização com janela de tempo e frota heterogênea é então formulado por:

$$\text{Minimizar } z = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V CV_v d_{ij} x_{ijv} + \sum_{j=1}^N \sum_{v=1}^V CF_v x_{1jv} \quad (3.14)$$

Sujeito à:

$$\sum_{v=1}^V \sum_{i=2}^N x_{ijv} = 1 \quad j = 2, \dots, N - 1 \quad (3.15)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{1jv} = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.16)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,N,v} = 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=2}^N q_i \sum_{j=1}^N x_{ijv} \leq C_v \quad v = 1, \dots, V \quad (3.18)$$

$$\sum_{j=1}^N x_{ipv} - \sum_{j=1}^N x_{p jv} = 0 \quad p = 2, \dots, N - 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.19)$$

$$u_{iv} - u_{jv} + Nx_{ijv} \leq (N - 1) \quad i = 2, \dots, N \quad j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.20)$$

$$b_{iv} + s_i + t_{ij} - b_{jv} \leq M(1 - x_{ijv}) \quad i, j = 2, \dots, N - 1 \quad v = 1, \dots, V \quad (3.21)$$

$$b_{iv} \leq l_i \quad i = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.22)$$

$$b_{iv} \geq e_i \quad i = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.23)$$

$$x_{ijv} \in \{1, 0\} \quad i, j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.24)$$

$$u_{iv} \geq 0 \quad i, j = 1, \dots, N \quad v = 1, \dots, V \quad (3.25)$$

Para que o modelo algébrico (3.14) – (3.25) possa ser equacionado, foi necessário traçar uma estratégia de solução que levasse em conta a metodologia previamente definida neste trabalho.

4.7 ESTRATÉGIAS DE SOLUÇÃO

A resolução do modelo matemático proposto na seção anterior apresenta relevante grau de complexidade, pois, conforme verificado na revisão bibliográfica realizada, a dimensão do problema e a necessidade de uma solução exata aumentam sua dificuldade. Surgiu então a necessidade de encontrar ferramentas que auxiliem na busca pela solução do problema em estudo. Uma destas ferramentas é o NEOS Server.

Para utilizar o NEOS Server, primeiramente foi necessário acessar o endereço eletrônico da plataforma no site www.neos-server.org/neos/ e submeter o modelo matemático (3.14) – (3.25) em linguagem AMPL. No servidor, escolheu-se o solver Gurobi como recurso para a execução do modelo.

Na monografia de Barbosa (2017) está descrita a utilização do NEOS Server como ferramenta de solução para modelos de programação linear inteira, desde a definição dos tipos de arquivos que devem ser criados até a submissão deles na plataforma.

4.7.1 Modelo matemático em AMPL

A utilização do servidor NEO Server como suporte para a estratégia de solução exigiu que o modelo matemático genérico (3.14) – (3.25) fosse convertido em linguagem AMPL. Assim, um arquivo no formato .mod foi gerado contendo toda a função-objetivo e todas restrições necessárias para a execução do modelo pelo solver escolhido: o Gurobi. A Figura 13 ilustra o modelo matemático em linguagem AMPL.

Como é apresentado na Figura 11, primeiramente se definiram os tamanhos das matrizes e constantes utilizadas, bem como o tipo das variáveis de decisão para que posteriormente fosse inserida a função-objetivo, essencial no direcionamento das iterações realizadas pela ferramenta de solução do problema. Logo após, foram traduzidas para AMPL as restrições de C1 até C8 responsáveis por limitar o problema.

Figura 11 – Modelo genérico em AMPL

```

param N;
param V;
param M;
param CV {v in 1..V};
param CF {v in 1..V};
param q {i in 1..N};
param d {i in 1..N, j in 1..N};
param t {i in 1..N, j in 1..N};
param s {i in 1..N};
param e {i in 1..N};
param l {i in 1..N};
param C {v in 1..V};
var x {i in 1..N, j in 1..N, v in 1..V} binary;
var b {i in 1..N, v in 1..V} >=0;
var u {i in 1..N, v in 1..V} >=0;
minimize fo: (sum {i in 1..N, j in 1..N, v in 1..V} CV[v] * d[i,j] * x[i,j,v]) + (sum {j in 2..N-1, v in 1..V} CF[v] * x[1,j,v]);
subject to C1 {i in 2..N-1}: sum {v in 1..V, j in 2..N} x[i,j,v] = 1;
subject to C2 {v in 1..V}: sum {i in 2..N, j in 1..N} q[i]*x[i,j,v] <= C[v];
subject to C3 {v in 1..V}: sum {j in 1..N} x[1,j,v] = 1;
subject to C4 {p in 2..N-1, v in 1..V}: sum {i in 1..N} x[i,p,v] - sum {j in 1..N} x[p,j,v] = 0;
subject to C5 {v in 1..V}: sum {i in 1..N} x[i,N,v] = 1;
subject to C6 {i in 2..N-1, j in 2..N-1, v in 1..V}: b[i,v] + s[i] + t[i,j] - b[j,v] <= (M*(1-x[i,j,v]));
subject to C7 {i in 1..N, v in 1..V}: e[i] <= b[i,v];
subject to C8 {i in 1..N, v in 1..V}: l[i] >= b[i,v];
subject to C9 {i in 2..N, j in 1..N, v in 1..V}: u[i,v]-u[j,v]+ N*x[i,j,v] <=(N-1);

```

Fonte: O autor (2018)

4.8 VALIDAÇÃO DO MODELO

Para validar a modelagem matemática proposta e assegurar que resulte em solução viável, aplicou-se o modelo (3.14) – (3.25) em cenário reduzido, ou seja, com número menor de pontos de atendimento. Assim, confirmando que o modelo executa corretamente cada iteração de acordo com as restrições impostas, torna-se possível aplicá-lo em problema de maior escala, como o proposto por este trabalho.

Para tal, selecionaram-se 4 pontos de coletas ($N = 6$) entre os fornecidos pela empresa para o estudo e 2 tipos de veículos com diferentes capacidades. A Figura 12 ilustra a matriz distância dos pontos escolhidos e a Figura 13, a dos tempos de viagem.

Figura 12 – Matriz distâncias

	1	2	3	4	5	6
1	9999999	8,3	7,0	3,6	3,6	9999999
2	9999999	9999999	14,3	47,0	4,7	8,3
3	9999999	14,3	9999999	9,5	10,0	7,0
4	9999999	47,0	9,5	9999999	0,4	3,6
5	9999999	13,7	11,1	9,2	9999999	8,3
6	9999999	9999999	9999999	9999999	9999999	9999999

Fonte: O autor (2018)

É importante ressaltar que, conforme a restrição (3.17) do modelo, o depósito da Empresa Y deve ser duplicado: o depósito de índice $n = 1$ corresponde ao local de partida dos veículos e o depósito artificial de índice $n = 6$ se refere ao ponto no qual todas as rotas devem ser finalizadas. Ambos estão localizados no mesmo ponto geográfico.

Figura 13 – Matriz de tempos de viagem

	1	2	3	4	5	6
1	0	16	12	5	5	0
2	0	0	22	9	9	16
3	0	20	0	14	15	12
4	0	10	13	0	1	5
5	0	20	11	12	0	10
6	0	0	0	0	0	0

Fonte: O autor (2018)

Os dados representados na Tabela 7 e Tabela 8 correspondem respectivamente às informações dos pontos de coleta e dos veículos utilizados. Esses dados foram arredondados de modo que a resposta ótima pudesse ser encontrada e verificada mais facilmente, para a posterior validação do modelo.

Conforme pode ser verificado na Tabela 8, as janelas de horários da Empresa Y e a de seus clientes foram convertidas e apresentadas em minutos, pois desta forma viabiliza-se a inserção dos tempos no modelo matemático.

Espera-se para o cenário proposto que cada veículo execute uma rota tal que os limites de tempos e capacidades sejam respeitados, bem como a demanda em todos os pontos seja atendida.

Tabela 7 – Informações dos pontos de coleta

Cliente	Volume (m³)	Tempo de atendimento (min)	Início (horas)	Fim (horas)	Início (min)	Fim (min)
1	0	0	08:00	12:00	0	240
2	1	20	08:00	10:00	0	120
3	1	30	08:00	10:00	0	120
4	3	35	08:00	10:00	0	120
5	3	25	08:00	10:00	0	120
6	0	0	08:00	12:00	0	240

Fonte: O autor (2018)

Tabela 8 – Informações dos veículos

Veículo	Capacidade (m³)	CV (R\$/km)	CF(R\$/dia)
1	2	0,2	5
2	6	0,4	10

Fonte: O autor (2018)

Visando à equação deste problema reduzido, o veículo $v = 1$ deve ser designado para coletar as cargas nos pontos $n = 2$ e $n = 3$ pela rota $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6$, totalizando um volume coletado de 2m^3 , correspondendo à sua capacidade. Essa rota também deve registrar uma duração máxima de 2 horas, respeitando assim a janela de horário dos clientes.

Para o veículo $v = 2$, o esperado é que ele visite os pontos restantes, $n = 4$ e $n = 5$, totalizando 6m^3 de carga coletada pela rota $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$. A duração para esta rota também não deve ultrapassar 2 horas.

Com a construção do problema de menor escala para a validação do modelo, criou-se então o arquivo de dados em linguagem AMPL para o cenário proposto, de acordo com a Figura 14.

Figura 14 – Dados de entrada em AMPL

```

param N = 6;
param v = 2;
param M = 10000000;
param CV: 1 2 := 0.2 0.4;
param CF: 1 2 := 5 10;
param q: 1 2 3 4 5 6 := 0 1 1 3 3 0;
param d: 1 2 3 4 5 6 :=
1      9999999 8.3      7.0      3.6      3.6      9999999
2      9999999 9999999 14.3     47.0     4.7      8.3
3      9999999 14.3     9999999 9.5      10.0     7.0
4      9999999 47.0     9.5      9999999 0.4      3.6
5      9999999 13.7     11.1     9.2      9999999 8.3
6      9999999 9999999 9999999 9999999 9999999 9999999
;
param t: 1 2 3 4 5 6:=
1      0      16      12      5      5      0
2      0      0      22      9      9      16
3      0      20      0      14     15     12
4      0      10     13      0      1      5
5      0      20     11     12      0     10
6      0      0      0      0      0      0
;
param s: 1 2 3 4 5 6 := 0 20 30 35 25 0;
param e: 1 2 3 4 5 6 := 0 0 0 0 0 0;
param l: 1 2 3 4 5 6 := 240 120 120 120 120 240;
param c: 1 2 := 2 6;

```

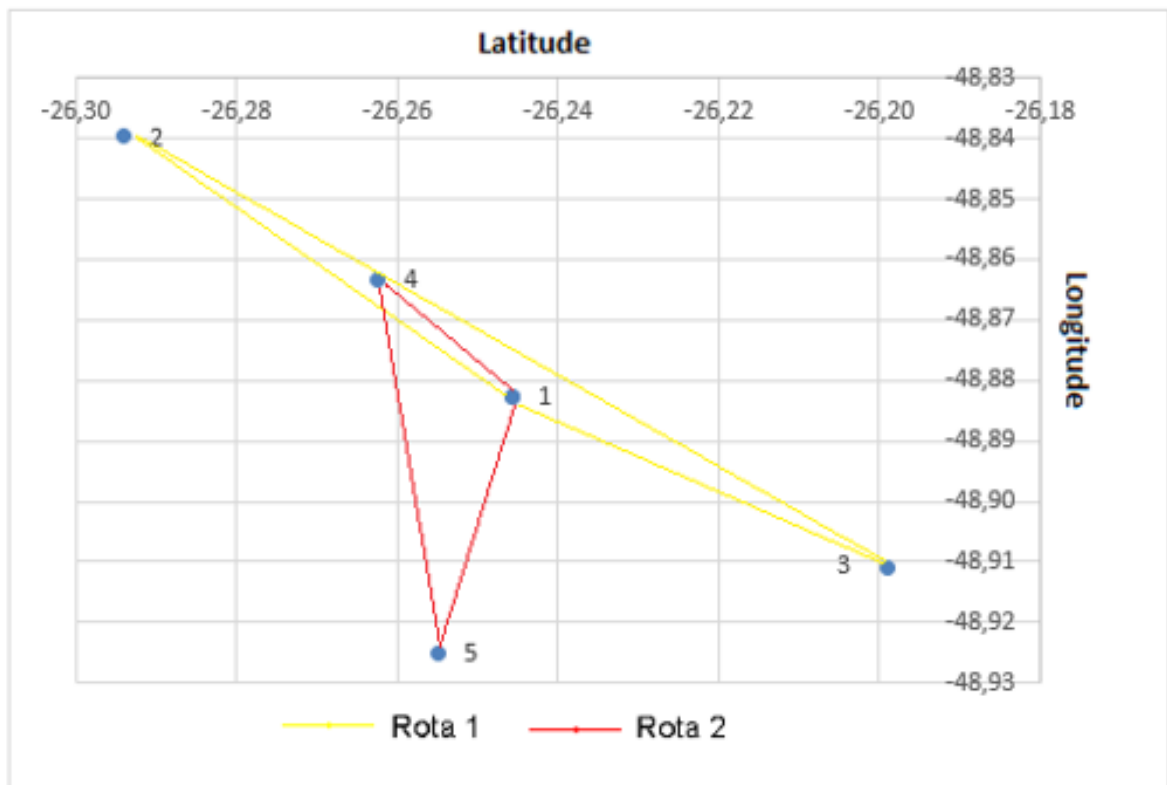
Fonte: O autor (2018)

Após executar o modelo apresentado na Figura 14, o solver Gurobi retornou as seguintes informações:

- 82 variáveis (62 binárias e 20 lineares);
- 92 restrições lineares (16 restrições de igualdade e 76 de desigualdade);
- 22 iterações realizadas pelo Simplex.

Conforme esperado, o veículo $v = 1$ realizou a rota $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 6$, com o tempo de viagem de 1 hora e 38 minutos, respeitando as janelas de horários dos pontos de coleta e também do depósito da Empresa Y. O veículo $v = 2$ também executou seu roteiro $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ de acordo com o previsto, no tempo de 1h e 16 minutos, dentro do horário permitido pelas restrições. O roteiro obtido pode ser observado na Figura 15, e os horários de atendimento de cada veículo nos pontos são mostrados na Tabela 9

Figura 15 – Roteiro do problema reduzido



Fonte: O autor (2018)

Tabela 9 – Tabela de horários

	Ponto	Horário
veículo 1	1	08:00
	3	08:42
	2	09:22
	6	09:38
veículo 2	1	08:00
	4	08:40
	5	09:06
	6	09:16

Fonte: O autor (2018)

Com a execução do modelo para cenário reduzido, pode-se analisar os resultados obtidos através da plataforma NEOS Server e compará-los com a solução esperada para o cenário proposto. Considerando que o modelo matemático correspondeu às expectativas, gerando respostas condizentes com o esperado, sua validação se tornou viável, possibilitando então sua aplicação a problema de maiores proporções. No próximo capítulo, é apresentada a aplicação do modelo para o problema abordado neste trabalho junto com os resultados obtidos com sua execução.

5 RESULTADOS

Neste capítulo são abordados os resultados obtidos com a aplicação do modelo matemático proposto para um problema de tamanho $N = 20$ e $V = 5$. Primeiramente é apresentado o cenário atual das operações de coleta da Empresa Y para que posteriormente possa ser analisado de acordo com a solução obtida pela execução do modelo matemático de roteirização de veículos com janelas de horários e frota heterogênea.

5.1 CENÁRIO ATUAL

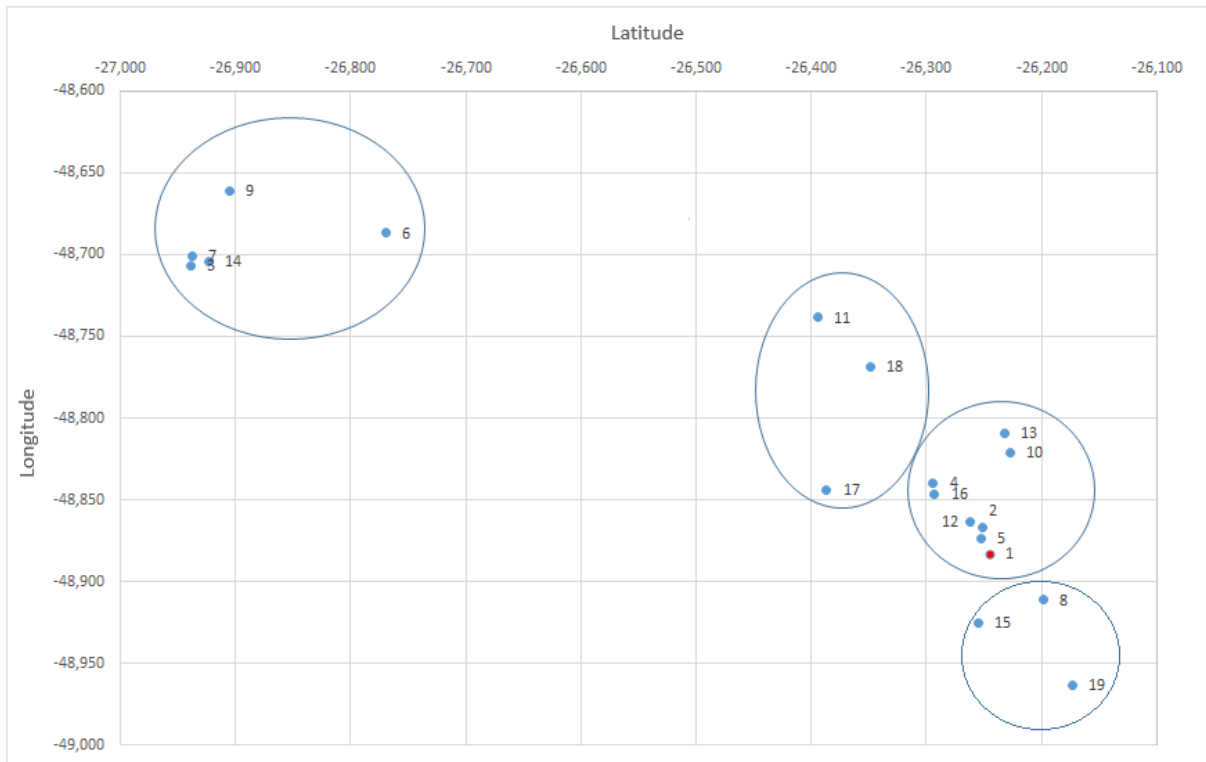
A Empresa Y conta com uma grande frota para transportar mercadorias entre suas filiais e na região que opera. No entanto, designa certa quantidade de veículos especialmente para a operação de coleta de mercadorias, visto que com frequência recebe solicitações de seus clientes, além de cumprir com o agendamento das coletas diárias fixas.

Para atender a demanda, a transportadora opera com $V = 5$ veículos exclusivos para execução da atividade de coleta de mercadorias em seus clientes, sob gerenciamento de um colaborador responsável por analisar as solicitações, traçar os roteiros e definir os veículos que serão utilizados nas rotas planejadas.

Considerando as informações repassadas pela empresa, verificou-se que a programação de coletas de mercadorias nesses clientes é montada com base na experiência do colaborador responsável, e sempre no dia anterior, ao final do expediente. O funcionário utiliza a ferramenta Google Maps™ para demarcar os pontos de coleta e, assim, verificar a proximidade entre eles para então classificá-los em zonas fictícias, conforme ilustrado na Figura 16.

Como passo seguinte, o colaborador elabora um roteiro para cada zona, a fim de atender os pontos de coletas nela existentes, levando sempre em consideração as janelas de horários das expedições dos clientes e das jornadas de trabalho dos motoristas. É importante ressaltar que tudo isso é feito manualmente, sem ajuda de qualquer software ou ferramenta de roteirização.

Figura 16 – Zonas de pontos de coleta



Fonte: O autor (2018)

Por não ser registradas no sistema, essas rotas não ficam salvas. Sendo assim, a comparação entre o roteiro realizado pela Empresa Y para a coleta das mercadorias de 18 clientes com o roteiro resultante da aplicação do modelo se inviabiliza. Por consequência, os custos totais de operação de coletas também não podem ser comparados com o resultado da função-objetivo do modelo matemático.

Entretanto, em contato direto com o colaborador, verificou-se que, para o cenário proposto, ele estruturou em torno de 7 a 8 rotas com os veículos que tem a sua disposição. Ainda segundo ele, quando existem mais de 2 coletas em zona mais afastada, normalmente o veículo permanece pela região até que consiga passar por todos os clientes que se encontram nas imediações. Sendo assim, a análise dos resultados obtidos com a aplicação do modelo matemático de roteirização de veículos com janelas de tempo e frota heterogênea terá enfoque na comparação do número de rotas organizadas, bem como dos tempos de viagens e distâncias percorridas.

5.2 MODELO APLICADO PARA $N = 20$ E $V = 5$ VEÍCULOS

Para alcançar os resultados da aplicação do modelo matemático para o problema de $N = 20$ e $V = 5$, primeiramente inseriu-se o arquivo .mod na plataforma NEOS Server, conforme descrito na seção 3.5.1. Logo em seguida, criou-se e inseriu-se no servidor um arquivo .dat semelhante ao exemplificado na Figura 16, porém com os dados dos clientes, dos veículos, da matriz distância e dos tempos de viagem referentes ao problema em estudo.

Ao executar o modelo matemático com o solver Gurobi, conforme estratégia de solução apresentada na seção 4.7, obtiveram-se as seguintes informações:

- 1620 variáveis utilizadas (1441 binárias e 179 lineares);
- 3027 restrições lineares (107 de igualdade e 2920 de desigualdade);
- 983152 iterações Simplex;
- 35350 nós *branch-and-cut*;
- 1 minuto e 33 segundos de tempo de processamento.

Como resultado do modelo, foram estruturadas 5 rotas, uma para cada veículo, com todos os pontos atendidos dentro das restrições de horários de coleta.

A rota 1, executada pelo veículo $v = 1$, apresentou a seguinte sequência de pontos atendidos: $1 \rightarrow 13 \rightarrow 18 \rightarrow 11 \rightarrow 9 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 20$. A rota 2 foi responsável por atender com o veículo $v = 2$ os clientes $N = 15$ e $N = 17$ da seguinte forma: $1 \rightarrow 15 \rightarrow 17 \rightarrow 20$. O veículo $v = 3$, designado para a rota 3, percorreu o trajeto $1 \rightarrow 14 \rightarrow 6 \rightarrow 2 \rightarrow 20$. O caminhão toco da empresa, $v = 4$, ficou escalado para executar a rota 4, os pontos $1 \rightarrow 12 \rightarrow 16 \rightarrow 10 \rightarrow 19 \rightarrow 8 \rightarrow 20$. Por fim, o veículo $v = 5$ ficou responsável por visitar os clientes com menor volumetria pela rota 5, os pontos $1 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 20$.

As rotas construídas pela execução do modelo são apresentadas na Figura 20 (anexo A), que ilustra os trajetos realizados por cada uma delas.

As restrições de horários impostas pelos clientes, bem como as de capacidades máximas dos veículos afetam diretamente o percurso dos roteiros. Isso porque se essas restrições não fossem consideradas, muito provavelmente cada veículo seria responsável por atender os clientes pertencentes às zonas demarcadas ou próximas a ela. Na Tabela 10, é possível verificar os horários em que cada veículo sai do depósito, finaliza o atendimento no ponto visitado e segue para outro cliente ou retorna para a empresa. Esses horários estão todos de acordo com as janelas estabelecidas pelos clientes, como visto na seção 3.3.2

Conforme planejado, toda a demanda dos clientes foi atendida, ou seja, as rotas elaboradas pelo modelo conseguiram designar os veículos de forma que todos os materiais fossem coletados.

Tabela 10 – Descrição dos horários de atendimento para os resultados obtidos

	Roteiro	Tempo de atendimento (s)	Tempo de viagem (t)	Horário
veículo 1	1	0	0	08:00
	13	15	14	08:29
	18	20	40	09:29
	11	15	21	10:05
	9	20	60	11:25
	7	30	13	12:08
	3	15	2	12:25
	20	0	69	13:34
Veículo 2	1	0	0	08:00
	15	30	11	08:41
	17	25	20	09:26
	20	0	27	09:53
Veículo 3	1	0	0	08:00
	14	30	67	09:37
	6	15	18	10:10
	2	30	51	11:31
	20	0	3	11:34
Veículo 4	1	0	0	08:00
	12	35	5	08:40
	16	30	8	09:38
	10	30	16	10:04
	19	30	26	11:00
	8	25	9	11:34
	20	0	12	11:46
Veículo 5	1	0	0	08:00
	4	30	16	08:46
	5	15	12	09:13
	20	0	3	09:16

Fonte: O autor (2018)

Por fim, com a aplicação do modelo, foi possível também verificar quanto cada veículo percorreu por rota, conforme Tabela 11.

Tabela 11 – Distância percorrida por rota

	Rota 1	Rota 2	Rota 3	Rota 4	Rota 5
Veículo	1	2	3	4	5
Dist. Percorrida (km)	223,033	58,62	190,235	51,452	16,35

Fonte: O autor (2018)

5.3 ANÁLISE COMPARATIVA DO CENÁRIO ATUAL COM O MODELO

Com a apresentação dos resultados obtidos pela execução do modelo, pode-se então realizar comparação entre o número de rotas utilizada pela Empresa Y para atender seus clientes com a roteirização resultante da modelagem matemática aplicada ao cenário em estudo.

A primeira comparação a ser feita diz respeito ao número de rotas. De acordo com o responsável por gerenciar as operações de coleta da transportadora, considerando o cenário proposto, seriam organizadas de 7 a 8 rotas para atender a demanda dos 18 clientes, e ao mesmo tempo respeitar as restrições impostas de horários e limites de capacidade dos veículos. Considerando a solução do modelo matemático, obteve-se exatamente 5 rotas, uma para cada veículo disponível, evidenciando assim oportunidade de melhoria, visto que de antemão o modelo já apresentou redução no número de percursos.

A diferença no número de viagens se dá pelo fato de a roteirização e programação dos veículos da empresa ser feita unicamente com base na experiência e conhecimento do responsável por gerenciar as coletas. Para número reduzido de solicitações, encontrar um roteiro que resulte no menor custo e que respeite as restrições pode até ser possível. Entretanto, quanto mais pedidos são recebidos, aumenta também exponencialmente a dificuldade de elaborar uma roteirização eficiente. Sendo assim, a modelagem matemática proposta por este trabalho se mostrou eficiente em comparação com a atual estratégia adotada pela Empresa Y.

A criação de mais rotas, além das 5 elaboradas pela execução do modelo, para o cenário proposto, poderia implicar maiores custos totais para a empresa, uma vez que existe a possibilidade de aumentar a distância percorrida entre os pontos de atendimento. Ademais, a implementação de 7 ou 8 rotas para o problema em estudo impacta diretamente nos volumes coletados pelos veículos em cada percurso. A Tabela 12 comprova a eficiência da roteirização por intermédio de modelo matemático. Observa-se que, em geral, as capacidades máximas dos veículos designados para coletas foram quase todas esgotadas.

Tabela 12 – Volume coletado por rota

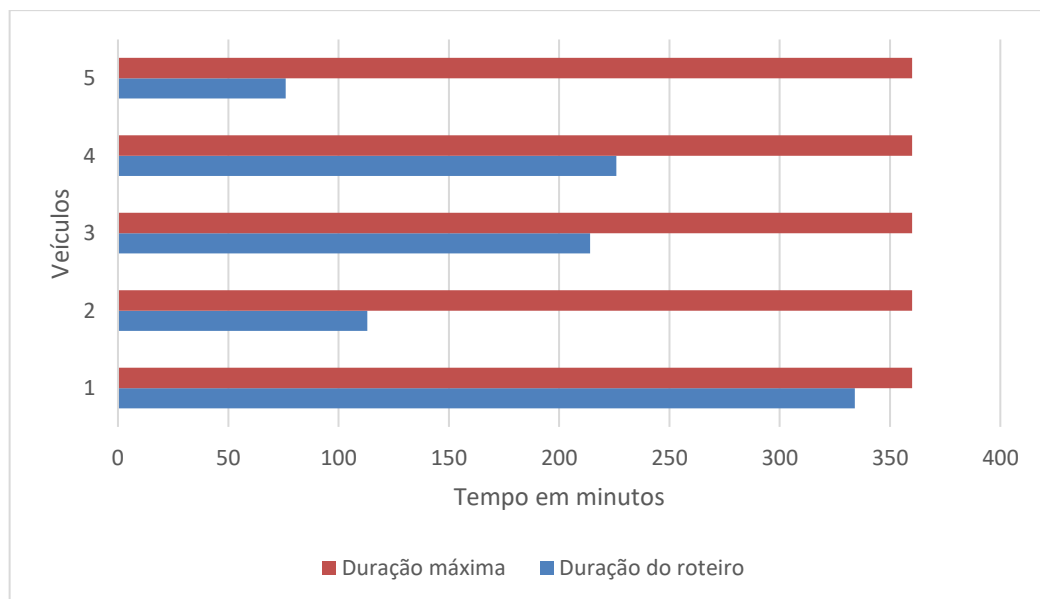
	Rota 1	Rota 2	Rota 3	Rota 4	Rota 5
Veículo	1	2	3	4	5
Capacidade máxima (m ³)	12	3,8	9	25	3,8
Volume coletado	11,98	3,62	7,53	24,77	3,6
Capacidade utilizada (%)	99%	95%	83%	99%	95%

Fonte: O autor (2018)

Outro ponto a se comparar é a eliminação de tempos de espera nas portarias das empresas que têm coleta com agendamento. Ao fazer uma programação de viagens manualmente, conforme cenário atual da empresa, conciliar o melhor trajeto com as restrições de janelas de horários acaba se tornando trabalhoso, correndo-se também o risco de cometer erros. Com a modelagem matemática proposta, é possível prever de maneira exata os tempos de viagens, bem como a duração do processo de coleta em cada cliente e do roteiro como um todo, de acordo com a Tabela 10 da seção anterior.

Como a Empresa Y não tem registro do histórico das rotas realizadas, o controle das viagens dos motoristas é feito pelo responsável pelo setor, com a utilização de planilhas que indicam as horas trabalhadas de acordo com a duração dos tempos de viagens de cada rota, extraídos a partir da Tabela 10. A Figura 17 ilustra quanto durou cada roteiro e o tempo máximo de sua execução. Por não contar com esses dados salvos no sistema, inviabilizou-se a comparação com o que é feito pela empresa.

Figura 17 – Duração dos roteiros propostos pelo modelo



Fonte: O autor (2018)

Apenas a rota 1 apresentou duração perto do limite estabelecido pela janela de horário da Empresa Y. As rotas 2 e 5 foram concluídas significativamente antes do tempo-limite. Isso quer dizer que possivelmente nem todos os veículos e motoristas precisariam ser utilizados para atender a demanda de coletas, tendo em vista que o veículo designado para a rota 3, por exemplo, pode retornar ao depósito da empresa e então efetuar as coletas da rota 2 ou 5. O

mesmo ocorre para a rota 4. Entretanto, é importante lembrar que isso só poderia acontecer caso as restrições de janela de tempo e capacidade máxima permitissem.

Em conversa com o gerente do setor, foi proposto que, na eventualidade de a rota percorrida por um determinado motorista ser concluída antes do horário previsto, o profissional pode ser designado para tarefas de expedição, como ajudar na descarga de caminhões (caso regularizado perante o setor de Recursos Humanos), ou, então, ser direcionado para as operações de entrega de mercadorias.

Os custos fixos e variáveis de cada veículo foram considerados pelo modelo matemático através da função objetivo, com o propósito de proporcionar a escolha da melhor combinação de roteiros com o menor custo. Porém, o valor final dos custos totais obtidos com a execução do modelo não será abordado neste trabalho, uma vez que, conforme já mencionado, sem o histórico das rotas realizadas pela Empresa Y, torna-se inviável essa comparação.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, são apresentadas primeiramente as considerações finais do trabalho e, na sequência, sugestões para futuras iniciativas acadêmicas no setor de transportes.

6.1 CONSIDERAÇÕES

O presente trabalho propôs a aplicação de um modelo matemático para equacionar problema de roteirização de veículos com janelas de tempo na Empresa Y. Com base em conceitos da metodologia encontrados na literatura e de suas ferramentas, como a programação linear inteira, este estudo teve como objetivo determinar os roteiros mais eficientes a serem implementados pela transportadora, de modo a reduzir distâncias percorridas, tempos de viagem, respeitando também as restrições de janelas de horários dos clientes e capacidades máximas dos veículos.

Para tanto, primeiramente coletaram-se, com a ajuda dos colaboradores da Empresa Y, os dados necessários para a elaboração do estudo de caso. Etapa essa que demandou maior dedicação e atenção, pois, sem uma base sólida de dados, a simulação do modelo apresentaria uma solução não condizente com a realidade. Em seguida, com o auxílio da literatura de pesquisa operacional, foi definido o modelo matemático que mais se encaixava com as características do problema em foco.

A solução do modelo matemático proposto exigia a escolha de ferramenta altamente eficiente e que apresentasse grande capacidade de processamento de cálculos. Utilizou-se como suporte para a estratégia de solução a plataforma NEOS Server, servidor este que, com sua rede de supercomputadores, possibilitou a execução do modelo matemático em linguagem AMPL, em tempo viável para estudo no solver Gurobi.

Os resultados obtidos com a ajuda do solver foram, então, comparados com o atual cenário de gerenciamento de coletas da Empresa Y, onde a roteirização dos veículos é feita de forma manual, totalmente com base nos conhecimentos e experiência do colaborador responsável. Comprovou-se que, para o cenário proposto, a Empresa Y opera mais rotas do que o necessário. O modelo matemático, com apenas 5 rotas em operação, conseguiu atender a demanda de todos os clientes, respeitando as restrições impostas. Além disso, o modelo proporcionou quase que a utilização máxima das capacidades dos veículos, chegando a um índice de até 99%.

Nesse contexto, verificou-se a importância da utilização de ferramentas capazes de fornecer o melhor roteiro e programação de viagens numa transportadora de cargas fracionadas. Tanto do ponto de vista operacional quanto econômico, a modelagem matemática proposta por este trabalho mostrou ser portadora de grande potencial para servir como alternativa de solução logística para empresas do ramo.

6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugerem-se os seguintes tópicos:

- Tentar encontrar uma solução para o problema utilizando o método heurístico;
- Avaliar se o modelo proposto resolve problemas de grandes proporções;
- Aplicar o modelo proposto tanto para coletas quanto para entregas.
- Adicionar ao problema as probabilidades do processo de coleta em determinado cliente atrasar por causa de burocracias ou filas;
- Realizar estudo sobre os impactos da não-utilização de ferramentas de otimização;
- Registrar as rotas realizadas pela Empresa Y num dia de operação e comparar com os resultados obtidos com a execução do modelo proposto.

REFERÊNCIAS

ALBANO, J. F. **Efeitos dos excessos de carga sobre a durabilidade de pavimentos**. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia Civil)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. Disponível em: < <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/4498>>. Acesso em: 27 out. 2018.

ALVES, Raquel das Graças; ZAGO, Camila Avosani. A importância da Roteirização no nível de serviço: um estudo na RGA Operações Logísticas e Locação Ltda. In: XXXVI ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO: Contribuições da Engenharia de Produção para Melhores Práticas de Gestão e Modernização do Brasil. 2016, João Pessoa. **Anais...** João Pessoa: ENEGEP, 2016. Disponível em: < http://www.abepro.org.br/biblioteca/tn_sto_226_319_29604.pdf>. Acesso em: 02 out. 2018.

ANTONIO, José Rodriguez Melquiades. **Modelagem para a roteirização do processo de coleta e transporte dos resíduos sólidos**. 2016. 158 f. Tese (Doutorado em Engenharia civil e ambiental)-Universidade de Brasília, Brasília. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/bitstream/10482/18899/1/2015_Jos%C3%A9AntonioRodr%C3%A9DguezMelquiades.pdf>. Acesso em: 04 out. 2018.

ARAUJO, Haroldo Alexandre de. **Algoritmo Simulated Annealing: uma nova abordagem**. 2001. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em < <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/80386/225675.pdf?sequence=1&isAllowed=y%20cindy>>. Acesso em: 10 out. 2018.

ASSAD, A.A. **Modeling and implementation issues in vehicle routing**. In: Vehicle Routing: Methods and Studies, B.L.Golden, A.A.Assad, North Holland, 1988. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/bd68/0d5708297eb76513611919c1145694d>>. Acesso em: 3 nov. 2018.

BALLOU, Ronald H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

BARBOSA, Larissa Bagini. Otimização do sequenciamento de tarefas em máquinas paralelas com tempos de processamento diferentes. 2017. Trabalho de conclusão de curso (Bacharel em Engenharia de transporte e logística)-Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville.

Disponível em: < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/181854>>. Acesso em 16 nov. 2018.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2 ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BELFIORE, Patricia Prado. Scatter Search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas. 2005. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Produção) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: < <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3136/tde-05092006-145756/pt-br.php>>. Acesso em: 3 nov. 2018.

BELFIORE, Patricia Prado. Problema de roteirização de veículos com frota heterogênea: revisão da literatura. In: XXXVIII Simpósio brasileiro de pesquisa operacional. 2006, Goiânia. **Anais... Pesquisa Operacional na Sociedade: Educação, Meio Ambiente e Desenvolvimento**, 2006. Disponível em: < <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2006/pdf/arq0205.pdf>>. Acesso em 3 nov. 2018.

BERTAGLIA, Paulo Roberto. **Logística e gerenciamento da cadeia de abastecimento**. São Paulo: Saraiva, 2003.

BOFF, Daniel Davi *et al.* Análise dos custos logísticos: um estudo de caso no setor alimentício. In: Simpósio de excelência em gestão e tecnologia. 2012, Chapecó. **Anais... Chapecó: SEGET**, 2012. Disponível em: < <https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos12/60716750.pdf>>. Acesso em: 07 out. 2018.

BOWERSOX, Donald. J.; CLOSS, David. J.; STANK, Theodore. P. **21st century logistics: making supply chain integration a reality**. Oak Brooks: Council of Logistics Management, 1999.

BOWERSOX, Donald J.; CLOSS, David J. **Logística Empresarial: O Processo de Integração da Cadeia de Suprimento**. São Paulo: Atlas, 2001.

BRANCO, Fabio Jose Ceron; GIGIOLI, Olivia Aguiar. Roteirização de transporte de carga: estudo de caso distribuidora de tintas e seu método de entregas. **Revista FAE**. Curitiba, v. 17,

n. 2, 2014. Disponível em: < <https://revistafae.fae.edu/revistafae/article/download/18/18>>. Acesso em: 20 out. 2018.

CHAVES, Antonio Augusto. **Modelagens exata e heurística para resolução do problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios**. 2003. Monografia (Bacharelado em ciência da computação)-Universidade Federal de ouro preto, Minas Gerais. Disponível em: < <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Orientacoes/PCVCP-Exato-VNS.pdf>>. Acesso em: 11 nov 2018.

CHIH, W. Y. **Influência dos custos fixos e variáveis na roteirização de frotas de veículos com capacidades variadas**. Dissertação. 1987. Dissertação (Mestrado em Engenharia de transportes)-Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <<http://www.academia.edu/influenciados-custos-fixos-e-variaveisnaroteirizacao199/0>>. Acesso em: 5 nov. 2018.

CHRISTOFIDES, N. **The traveling salesman problem: A guided tour of combinatorial optimization**. 1985. Disponível em: < <https://londmathsoc.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1112/blms/18.5.514>>. Acesso em: 3 nov. 2018.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em Estratégia, Finanças, Logística, Produção, Marketing e vendas**. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

COPPEAD. **Transporte de cargas no Brasil: Ameaças e oportunidades para o desenvolvimento do país**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. Disponível em: < <https://portal.tcu.gov.br/biblioteca-digital/transporte-de-cargas-no-brasil>>. Acesso em: 20 out. 2018.

CUNHA, Cláudio Barbieri. **Aspectos práticos da aplicação de roteirização de veículos a problemas reais**. São Paulo, v. 8 , n. 2, 2000. Disponível em < http://www.gestori.com.br/website2/diversos/artigos/aspectos_praticos_de_aplicacao_da_roterizacao.pdf>. Acesso em: 06 out. 2018.

CUNHA, Cláudio B.; SILVA, Marcos Roberto. **A genetic algorithm for the problem of configuring a hub-and-spoke network for a LTL trucking company in Brazil**. European Journal Of Operational Research, St. Louis, v. 1, n. 179, 2007. Disponível em: <

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221705007344>>. Acesso em: 20 out. 2018.

DOLAN, Elizabeth D. *et al.* The NEOS server for optimization version 4 and beyond. **Argonne National Laboratory**. Illinois, 2002. Disponível em: <<https://www.mcs.anl.gov/~more/papers/nv4.pdf>>. Acesso em: 9 nov. 2018.

FLEURY, Paulo Fernando. **Transporte de cargas no Brasil**: Estudo exploratório das principais variáveis relacionadas aos diferentes modais e às suas estruturas de custos. Brasília, v. 10, n. 20, 2006. Disponível em: <http://ipea.gov.br/agencia/images/stories/PDFs/livros/capitulo_12_transportes.pdf>. Acesso em: 27 out. 2018.

FOLLMANN, Neimar. **Adaptação da Teoria das Restrições à Operação de Empresas de Transporte de Cargas Fracionadas**. 2009. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/789/92997/263340>>. Acesso em: 27 out. 2018.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Disponível em < <https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9nicas-de-pesquisa-social.pdf>>. Acesso em: 01 out. 2018.

GOLDBARG, Marco. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear**: modelos e algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. Disponível em: <http://www.prof-lori-m/especializa/po_famat/material/textos/Marco%20Goldbarg.pdf>. Acesso em: 3 nov. 2018.

GOLDEN, B.L. *et al.* The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, n. 11, v. 1, 1984. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305054884900078>>. Acesso em: 10. Nov 2018.

GUTIN, G.; PUNNEN, A. P. **The traveling salesman problem and its variations**. New York: Springer Science & Business Media, 2006. Disponível em: <<http://www.cs.rhul.ac.uk/~gutinp/paperstsp/chGYZ.pdf>>. Acesso em: 3 nov. 2018.

HIJJAR, M. F.; LOBO, A. **Cenário da infraestrutura rodoviária no Brasil**. ILOS – Instituto de logística e supply chain. Rio de Janeiro, 2011. Disponível em: <http://www.ilos.com.br/web/index.php?option=com_content&task=view&id=1807&Itemid=74&lang=br>. Acesso em: 13 out. 2018.

HILLIER, Frederick. S.; LIEBERMAN, Gerald. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9. ed. Porto Alegre: Amgh, 2013.

ILOS. **Cenário da infraestrutura rodoviária no Brasil**. 2018. Disponível em: <<http://www.ilos.com.br/web/tag/infraestrutura-de-transportes/page/3/>>. Acesso em: 9 nov. 2018.

JUBILO TRANSPORTES. **Modelos de transportes de carga**. 2018. Disponível em: <<http://www.jubilotransportes.com.br/mudancas.php>>. Acesso em: 27 out. 2018.

JUNIOR, Ilton Curty *et al.* Estudo para Implementação de um Sistema de Roteirização e um Novo Centro de Distribuição para uma Empresa de Água Mineral do Sul de Minas Gerais. In: **Simpósio de excelência em gestão e tecnologia**. 2013, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: SEGET, 2013. Disponível em: <<https://www.aedb.br/seget/arquivos/artigos12/35416327.pdf>>. Acesso em: 08 out. 2018.

LAPORTE, G.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.Y.; SEMET, F. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 7, n. 4, 2000. Disponível em <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=000158&pid=S0104-530X200300020000500015&lng=pt>. Acesso em: 03 out. 2018.

LAWSON, Daniel; MARION, Glenn. **An introduction to mathematical modelling**. Bioinformatics and Statistics Scotland, 2008. Disponível em: <https://people.maths.bris.ac.uk/~madjl/course_text.pdf>. Acesso em 8 nov. 2018.

LIMA, M. **Custeio do transporte rodoviário de cargas**. In: FIGUEIREDO, K. F.; FLEURY, P. F.; WANKE P. Logística e gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento do fluxo de produtos e de recursos. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

LISBOA, Erico Fagundes Anicet. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <<https://www.ebah.com.br/content/ABAAABRQkAF/pesquisa-operacional>>. Acesso em: 4 nov. 2018.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003. Disponível em: <https://docente.ifrn.edu.br/olivianeta/disciplinas/copy_of_historia-i/historia-ii/china-e-india>. Acesso em: 11 out. 2018.

MARINS, F.A.S. **Introdução à pesquisa operacional**. São Paulo: Cultura Acadêmica, Universidade Estadual Paulista, 2011. Disponível em: <https://www.cairu.br/biblioteca/arquivos/Ciencia/Introducao_pesquisa_operacional.pdf> Acesso em: 2 nov. 2018

MENDONÇA, Paulo C. C. **Transportes e Seguros no Comércio Exterior**. 1. ed. Aduaneiras, 2000.

MIURA, Marcos. Modelagem heurística no problema de distribuição de cargas fracionadas de cimento. 2008. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de sistema logísticos) -Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3148/tdeDissertacao_Miura_Revisao.pdf>.

NEMHAUSER, G. L.; WOLSEY, L. A. **Integer and combinatorial optimization**. New York: Wiley, 1988. Disponível em: <<https://dl.acm.org/citation.cfm?id=42805>>. Acesso em: 9 nov. 2018.

NETO, Oswaldo Lima; BRASILEIRO, Anísio. **Transportes no Brasil: história e reflexões**. 2. ed. Recife: GEIPOT, 2001. Disponível em: <<http://observatorioantaq.info/index.php/2016/07/19/2001-transportes-no-brasil-historias-e-reflexoes/>>. Acesso em: 20 out. 2018.

NOVAES, Antônio Galvão. **Logística e Gerenciamento da Cadeia de Distribuição: Estratégia, Operação e Avaliação**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

OMBUKI, B., Ross, B. *et al.* Multi-Objective Genetic Algorithms for Vehicle Routing Problems with Time Windows. **Applied Intelligence**, v. 24, n. 1, 2004. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10489-006-6926-z>>. Acesso em: 15 nov 2018.

PRESTES, Alvaro Nunes. **Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante**. 2006. Dissertação (Mestrado em sistema e computação)-Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. Disponível em: <<http://repositorio.ufrn.br:8080/jspui/bitstream/123456789/17962/1/AlvaroNP.pdf>>. Acesso em: 11 nov. 2018.

PTV GROUP. **Functions of PTV Route Optimiser**. Disponível em: <<https://www.ptvgroup.com/en/solutions/products/ptv-route-optimiser/functions/>>. Acesso em: 04 out. 2018.

REINA, Caio Domingues. **Roteirização de veículos com janelas de tempo utilizando algoritmo genérico**. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia de transportes)-Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-06062013-162636/fr.php>>. Acesso em 12 nov 2018.

RENAULT. **Master Furgão**. 2018. Disponível em: <<http://iesarenault.com.br/master-furgao-0km-porto-alegre-viamao-osorio-torres-passo-fundo-erechim>>. Acesso em: 29 out. 2018.

ROCHA, Cristine Fursel. **O transporte de cargas no Brasil e sua importância para a economia**. 2015. 71 f. Monografia (Bacharelado em Ciências Econômicas)- Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul. Disponível em: <<http://bibliodigital.unijui.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/3003>>. Acesso em: 20 out. 2018.

SCHMIDT, Elcio Luis. **O sistema de transporte de cargas no Brasil e sua influência sobre a economia**. 2011. 88 f. Monografia (Bacharelado em Ciências Econômicas)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/121082/298942.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 10 out. 2018.

SEMEDO, Andreia Sofia dos Santos. **Caixeiro Viajante com Janelas Temporais: Aplicação ao caso da Re-Food**. 2015. 86 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada à Economia e Gestão)-Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: <<http://repositorio.ul.pt/handle/10451/22301>>. Acesso em: 9 nov. 2018.

TAHA, Hamdy A. **Pesquisa operacional**. 8. ed. Pearson: 2007.

TEDESCO, Giovanna Megumi Ishida *et al.* Mercado de transporte rodoviário de cargas no Brasil. **Revista ANTT**. 2014. Disponível em <https://transporte-e-distribuicao.webnode.com/_files/200000020-156f816d0e/Artigo%20Mercado%20TRC%20Brasil.pdf>. Acesso em: 02 out. 2018.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987. Disponível em: <http://www.hugoribeiro.com.br/biblioteca-digital/Trivinos-Introducao-Pesquisa-em_Ciencias-Sociais.pdf>. Acesso em: 01 out. 2018.

WANKE, P. **Organização do fluxo de produtos como fase da estratégia logística de produtos acabados: uma síntese dos enfoques estático e dinâmico**. 2003. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção)-Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. Disponível em: <<http://www.pet.coppe.ufrj.br/index.php/pt/producao/teses-de-dsc/doc216-logistica>>. Acesso em: 27 out. 2018.

WATANABE, Julio Hideki. **Estudo de roteirização de veículos para distribuição de carga em Santa Catarina**. 2016. 92 f. Monografia (Bacharelado em Engenharia Civil)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/171365/TCC_Julio_Watanabe.pdf>. Acesso em: 02 nov. 2018.

YAMASHITA, Denise Sato; MORABITO, Reinaldo. Um algoritmo branch-and-bound para o problema de programação de projetos com custo de disponibilidade de recursos e múltiplos modos. **Gest. Prod.** São Carlos, v. 14, n. 3, 2007. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/gp/v14n3/a10v14n3>>. Acesso em: 11 nov. 2018.

ANEXO A – DADOS

Figura 18 – Matriz distâncias

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	9999	2,4	96,33	8,3	1,6	73,5	95,743	7	98,6	9,9	36,9	3,55	10,42	94,52	8,32	7,995	27,9	27,6	14,2	9999
2	9999	9999	95,2	7,2	0,949	72,4	94,604	8,752	97,5	7,391	35,8	2,011	8,1	93,5	8,116	6,607	22	25,5	16,5	2,112
3	9999	94,76	9999	89,82	94,6	34,89	0,6	98,55	6,7	102	73,4	92,5	103	4,504	95,11	89,11	76,9	86	103	95,79
4	9999	7,2	91,17	9999	6,45	68,42	90,6	14,3	93,52	10,3	31,8	47,02	11	89,43	13,67	1,31	12,2	12,8	22	8,3
5	9999	0,949	94,5	6,747	9999	71,9	94,102	8,34	97,07	8,12	35,3	1,9	8,935	93,01	7,664	6,143	21,9	25	16	1,6
6	9999	72,4	23,7	68,42	71,9	9999	22,303	82,51	25,2	86,1	57,56	76,5	86,75	21,2	79,11	73,11	54	70	87,6	73,5
7	9999	94,6	0,584	90,6	94,1	22,3	9999	97,78	6,118	10,1	72,9	91,9	102,1	3,912	94,49	88,51	77	89,1	106	95,74
8	9999	8,752	98,37	14,3	8,34	82,51	97,782	9999	101	13,52	40,83	9,504	17,01	96,63	8,916	17,5	25,8	28,8	7,7	7
9	9999	97,5	7,304	93,52	97,07	25,2	6,118	101	9999	104	75,42	97,35	105	6,541	97,06	91,1	79,2	87,1	105	98,6
10	9999	7,391	102	10,3	8,12	86,1	10,1	13,52	104	9999	42,66	6,812	2,5	100	14,89	9,3	28,6	21,4	19,3	9,9
11	9999	35,8	74	31,8	35,3	57,56	72,903	40,83	75,42	42,66	9999	32,4	42,72	72,3	35,33	29	17,5	13,5	43,2	37,57
12	9999	1,721	96,3	47,02	1,9	76,5	91,902	9,504	97,35	6,812	32,4	9999	8,104	94,62	9,204	4,602	23,1	18,1	17,7	3,55
13	9999	8,1	102	11	7,602	86,75	101,26	17,01	105	2,5	42,72	8,104	9999	100,1	14,7	9,203	30	21,2	23	10,42
14	9999	93,5	3,821	89,43	93,01	21,2	3,912	96,63	6,541	100	72,3	94,62	100,1	9999	94	88	75,1	84,7	102	94,52
15	9999	8,116	93,42	13,67	7,664	79,11	92,821	11,07	97,06	14,89	35,33	9,204	14,7	91,66	9999	12,44	22,4	23,7	15,9	8,32
16	9999	5,9	90,4	1,31	6,143	73,11	88,51	17,5	91,1	9,3	29	4,602	9,203	88	12,44	9999	18,5	12,7	21	7,995
17	9999	22	76,9	12,2	21,9	54	77	25,8	79,2	28,6	17,5	23,1	30	75,1	22,4	18,5	9999	11,8	31,1	27,9
18	9999	25,5	86	12,8	25	70	89,1	28,8	87,1	21,4	13,5	18,1	21,2	84,7	23,7	12,7	11,8	9999	33,4	27,6
19	9999	16,5	103	22	16	87,6	106	7,7	105	19,3	43,2	17,7	23	102	15,9	21	31,1	33,4	9999	14,2
20	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

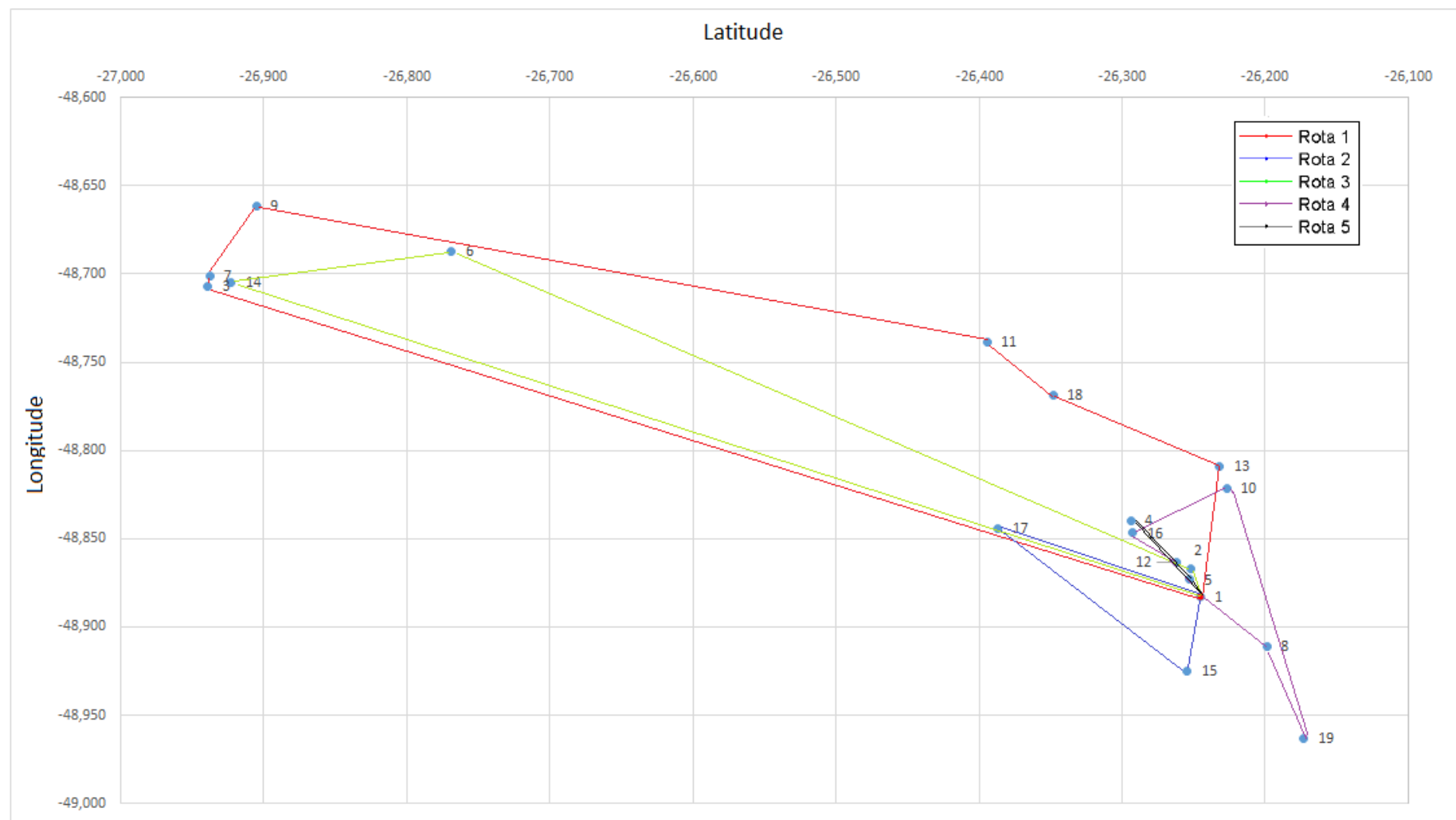
Fonte: O autor (2018)

Figura 19 – Matriz de tempos de viagem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	4	69	16	3	54	68	12	80	16	33	5	14	67	11	15	27	39	16	0
2	0	0	66	12	2	51	67	13	74	10	28	3	11	66	10	11	20	36	17	3
3	0	66	0	67	66	19	1	69	13	76	51	69	76	6	67	66	55	70	73	69
4	0	12	72	0	12	57	67	22	76	16	30	9	16	73	20	5	22	29	27	16
5	0	3	66	14	0	50	64	12	78	11	27	3	13	68	9	13	20	34	14	3
6	0	51	19	58	50	0	17	59	26	66	41	57	67	18	57	56	40	60	62	54
7	0	67	2	67	64	17	0	69	13	75	50	66	78	5	67	65	56	75	76	67
8	0	13	70	20	12	55	70	0	76	21	33	14	24	71	10	20	22	37	9	12
9	0	74	13	76	78	26	13	79	0	85	60	79	85	16	78	74	67	84	82	80
10	0	9	76	16	11	62	75	21	83	0	37	10	4	76	19	16	31	41	26	12
11	0	28	54	29	27	41	50	35	60	38	0	29	39	52	28	28	17	21	33	32
12	0	2	69	10	3	59	66	13	79	10	27	0	11	67	12	8	21	35	17	5
13	0	11	76	16	10	67	76	24	85	4	39	11	0	77	18	15	31	40	23	15
14	0	66	6	73	70	18	7	71	16	76	52	67	67	0	68	66	56	72	74	67
15	0	10	67	20	9	54	65	11	78	19	28	12	12	66	0	16	20	32	15	10
16	0	12	66	5	12	56	65	20	74	16	28	8	8	66	16	0	23	27	23	12
17	0	20	55	22	20	40	56	22	67	31	17	21	31	56	20	23	0	23	25	27
18	0	36	70	29	34	60	75	37	84	41	21	35	40	72	32	27	23	0	39	39
19	0	17	73	27	14	62	76	9	82	26	33	17	23	74	15	23	25	39	0	16
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: O autor (2018)

Figura 20 – Rotas dos veículos



Fonte: O autor (2018)