

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

SOFIA RAMLOW LEHMKUHL

*Projeto Estrutural de Edificação Multifamiliar em Concreto Armado Através do Uso
de Procedimentos Manuais e Software Comercial*

Florianópolis

2018

Sofia Ramlow Lehmkuhl

Projeto Estrutural de Edificação Multifamiliar em Concreto Armado Através do Uso de Procedimentos Manuais e Software Comercial.

Trabalho de conclusão de curso submetido ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do Título de Engenheira Civil.

Orientador: Prof.º Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.

Florianópolis,

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Lehmkuhl, Sofia Ramlow

Projeto Estrutural de Edificação Multifamiliar em
Concreto Armado Através do Uso de Procedimentos Manuais e
Software Comercial / Sofia Ramlow Lehmkuhl ; orientador,
Roberto Caldas de Andrade Pinto, 2018.

227 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Projeto estrutural. 3. Concreto
armado. 4. Eberick. 5. Procedimento manual. I. Pinto,
Roberto Caldas de Andrade. II. Universidade Federal de
Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Sofia Ramlow Lehmkuhl

*Projeto Estrutural de Edificação Multifamiliar em Concreto Armado Através do Uso de
Procedimentos Manuais e Software Comercial.*

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel e
aprovado em sua forma final pelo Programa de Graduação em Engenharia Civil.

Florianópolis, 19 de novembro de 2018.

Prof. Luciana Rohde, Dr.
Coordenadora do Curso

Banca Examinadora:



Prof.º Roberto Caldas de Andrade Pinto, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.º Lourenço Panosso Perlin, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. André Ginklins Froes da Cruz
AltoQi Tecnologia

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Maria Amélia e Nazareno, por sempre priorizarem a minha educação, permitindo que eu chegasse onde estou hoje. Obrigada por sempre me incentivarem a seguir os meus sonhos, independente de onde eles me levassem. Graças a vocês, pude ingressar em uma das melhores universidades do país, estudar o curso que amo e viver a experiência de um intercâmbio. Aproveito para reconhecer que aguentar todos os meus choros e crises de mau humor ao longo da faculdade certamente não foi tarefa fácil, mas vocês a realizaram com maestria. Amo vocês do fundo do meu coração, mais do que consigo colocar em palavras. Obrigada também aos meus demais familiares, por estarem sempre presentes e prontos para ajudar em qualquer situação. Por último, agradeço meu gato, Bichento, por decidir dormir na minha cadeira de vez em quando, o que me dava uma desculpa bem fajuta para ir assistir séries e relaxar.

Aos meus amigos da UFSC, agradeço por estarem comigo durante esses longos anos de graduação, sendo essas pessoas maravilhosas que eu não consigo mais viver sem. Mari, Bruno, Marininha e Lelê, obrigada por serem meus melhores amigos (quase irmãos, na verdade) e por estarem sempre dispostos a me atender quando mais preciso de um abraço apertado e uma palavra de carinho. Sheila e Gustavo, obrigada por terem passado os últimos meses tentando me tranquilizar e dizendo que o meu TCC estava sob controle, e estando presentes sempre que possível. Eduardo e Márcio, obrigada por todos os nossos papos aleatórios, que sempre deixam os meus dias mais felizes. Por fim, mas não menos importante, agradeço minhas amigas maravilhosas do intercâmbio, Marina e Ana, por ouvirem todos os acontecimentos da minha vida, sejam eles bons ou ruins, e por estarem sempre ao meu lado, mesmo morando tão longe.

Agradeço aos meus colegas de estágio, Karina, Ginks, Dudu, Carlito e Pamela, e ao meu supervisor Gilharde, por estarem sempre dispostos me ajudar nas minhas tarefas e no meu TCC, além de me ensinarem como ser um profissional de qualidade.

Ao meu orientador, Roberto Caldas de Andrade Pinto, obrigada pela dedicação em deixar o meu trabalho cada vez melhor. Aos membros da banca, André Ginklings Froes da Cruz e Lourenço Panosso Perlin, agradeço por aceitarem ceder uma parte dos seus dias para avaliar esse trabalho tão importante para minha vida.

Por fim, agradeço a todos que, apesar de não citados, fazem parte da minha vida e que contribuíram de alguma forma para que esse dia chegasse.

“Engenheiros gostam de resolver problemas. Se não há problemas disponíveis, eles criam seus próprios problemas.”

Scott Adams

RESUMO

Com o avanço da tecnologia e um mercado cada vez mais exigente, espera-se que engenheiros de estruturas consigam realizar projetos de forma cada vez mais eficiente, sempre assegurando a eficiência da edificação. Sendo assim, é cada vez mais comum o uso de *softwares* comerciais, que realizam a análise estrutural e dimensionamento de estruturas em um tempo muito reduzido, o que disponibiliza mais tempo para que os profissionais aperfeiçoem seus projetos.

Porém, é ideal que o engenheiro não confie cegamente no *software*, e que tenha meios de verificar se os resultados obtidos fazem sentido de um ponto de vista prático. Essa conferência pode ser realizada seguindo os cálculos manuais apresentados em normas.

O presente trabalho tem como objetivo comparar os resultados apresentados por diferentes métodos de cálculo. A primeira abordagem será o cálculo manual, realizado com o auxílio de planilhas eletrônicas e seguindo as premissas da NBR 6118:2014. Depois, a mesma estrutura foi dimensionada no *software* AltoQi Eberick 2018, e os resultados de ambos os métodos foram comparados e analisados.

Palavras-chave: projeto estrutural; concreto armado; Eberick

ABSTRACT

With the advance of technology and an increasingly demanding market, it is expected that structural engineers are able to create designs in a more efficiently manner, always making sure that the structure is safe. Because of that, the use of commercial softwares is increasingly common, for making structural analysis and dimensioning of structures in a very short time, allowing professionals to have more time to improve its design.

But it is ideal that engineers do not trust the software blindly, and that there are ways to check if the results obtained make sense in practical point of view. This verification can be made following the manual calculations presented by norms.

The present study means to compare the results presented by two different calculation methods. The first approach will be the manual calculations made with the aid of electronic spreadsheets, and following the premises of NBR 6118:2014. Afterwards, the same structure was dimensioned in the commercial software AltoQi Eberick 2018. The results of both methods were then compared and analysed.

Keywords: structural design, reinforced concrete, Eberick

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação 3D do projeto arquitetônico	17
Figura 2: Destaque das lajes de estudo	22
Figura 3: Apoios das lajes L2 e L4	23
Figura 4: Vão efetivo	24
Figura 5: Situações de vinculação de placas isoladas	30
Figura 6: Armadura positiva com economia de ponta	57
Figura 7: Detalhamento de armadura sem continuidade	58
Figura 8: Bordas livres e aberturas das lajes maciças	59
Figura 9: Detalhamento das armaduras positivas das lajes	63
Figura 10: Detalhamento das armaduras negativas das lajes	70
Figura 11: Destaque da viga em estudo	76
Figura 12: Vãos da viga V15	78
Figura 13: Lançamento da estrutura no software Ftool	79
Figura 14: Cargas permanentes em V15	81
Figura 15: Cargas acidentais em V15	81
Figura 16: Cargas no Estado Limite Último	81
Figura 17: Cargas no Estado Limite de Serviço	82
Figura 18: Diagrama de esforços cortantes no ELU [kN]	82
Figura 19: Diagrama de momentos fletores no ELU [kNm]	83
Figura 20: Diagrama de momentos fletores no ELS [kNm]	83
Figura 21: Cálculo de V_{c1}	93
Figura 22: Deslocamentos da viga V15	104
Figura 23: Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente ...	107
Figura 24: Comparativo de comprimentos possíveis da barra sobre P19	114
Figura 25: Detalhamento das barras do apoio P19	115
Figura 26: Comparativo de comprimentos possíveis da barra sobre P14	116
Figura 27: Detalhamento das barras do apoio P14	117
Figura 28: Detalhamento de V15	121
Figura 29: Destaque dos pilares em estudo	122
Figura 30: Dimensões do pilar P4	127
Figura 31: Situações finais de cálculo do pilar P4	130
Figura 32: Dimensões do pilar P7	130

Figura 33: Situações finais de cálculo do pilar P7	133
Figura 34: Arranjos das barras	134
Figura 35: Envoltórias do pilar P4 [kNm]	139
Figura 36: Envoltória de momentos resistentes de P4 [kNm]	141
Figura 37: Detalhamento da seção transversal de P4	142
Figura 38: Envoltórias do pilar P7 [kNm]	144
Figura 39: Envoltória de momentos resistentes de P6 [kNm]	146
Figura 40: Detalhamento da seção transversal de P8	147
Figura 41: Proteção contra flambagem das barras.....	149
Figura 42: Espaçamento entre as barras de P4	150
Figura 43: Modelo 3D da estrutura	154
Figura 44: Momentos fletores da laje L2 [kNm/m].....	156
Figura 45: Áreas de aço da laje L2 [cm ² /m].....	157
Figura 46: Momentos fletores da laje L4 [kNm/m].....	158
Figura 47: Áreas de aço da laje L4 [cm ² /m].....	159
Figura 48: Momentos fletores de V15 gerados no Eberick [kNm]	159
Figura 49: Momentos fletores de V15 gerados no Ftool [kNm]	160

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Cobrimentos adotados	18
Quadro 2: Cargas acidentais	27
Quadro 3: Valores mínimos para armaduras	38
Quadro 4: Taxas mínimas de armadura de flexão	39
Quadro 5: Vãos efetivos dos trechos de V15	78
Quadro 6: Deslocamentos da viga V15	105
Quadro 7: Diâmetro dos pinos de dobramento.....	108
Quadro 8: Valores do coeficiente $\alpha_0 t$	110
Quadro 9: Esforços atuantes no pilar P4	128
Quadro 10: Esforços atuantes no pilar P7	131
Quadro 11: Relação dos ábacos.....	135
Quadro 12: Momentos em V15 obtidos manualmente e pelo Eberick.....	160
Quadro 13: Comparativo por trecho da viga [kNm].....	161
Quadro 14: Áreas de aço de V15 obtidas manualmente e pelo Eberick.....	161
Quadro 15: Áreas de aço efetivas de V15 obtidas manualmente e pelo Eberick	162
Quadro 16: Esforços normais em P4 obtidos pelos dois métodos.....	163
Quadro 17: Áreas de aço do pilar P4.....	164
Quadro 18: Esforços normais em P7 obtidos pelos dois métodos.....	164
Quadro 19: Áreas de aço do pilar P7	165

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1. Considerações Iniciais	15
1.2. Objetivos	15
1.2.1. Objetivo geral	15
1.2.2. Objetivos específicos	15
1.3. Metodologia	16
2. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO	17
2.1. Projeto arquitetônico.....	17
2.2. Materiais e Durabilidade.....	18
2.2.1. Classe de agressividade ambiental.....	18
2.2.2. Resistência do concreto	18
2.2.3. Cobrimentos adotados	18
3. LANÇAMENTO DA ESTRUTURA.....	19
3.1. Lançamento dos pilares	19
3.2. Lançamento das vigas	19
3.3. Lançamento das lajes	19
3.4. Planta de formas	20
4. PROCEDIMENTO MANUAL	21
4.1. Dimensionamento e Detalhamento das Lajes.....	21
4.1.1. Pré-dimensionamento e Vãos efetivos.....	23
4.1.2. Carregamentos	26
4.1.3. Cálculo dos Momentos Fletores	29
4.1.4. Dimensionamento das Armaduras Longitudinais.....	35
4.1.5. Verificação ao Estado Limite de Serviço	47
4.1.6. Detalhamento das Armaduras.....	55
4.1.7. Reações de Apoio das Lajes	70
4.1.8. Verificação ao Cisalhamento	73
4.2. Dimensionamento e Detalhamento das Vigas	76
4.2.1. Pré-dimensionamento e Vãos efetivos.....	77

4.2.2. Carregamentos	79
4.2.3. Diagramas de Esforços Internos	82
4.2.4. Dimensionamento das Armaduras Longitudinais.....	83
4.2.5. Dimensionamento das Armaduras Transversais.....	91
4.2.6. Verificação ao Estado Limite de Serviço	99
4.2.7. Detalhamento das Armaduras Longitudinais.....	105
4.3. Dimensionamento e Detalhamento dos Pilares	122
4.3.1. Pré-dimensionamento	123
4.3.2. Classificação dos Pilares.....	123
4.3.3. Determinação dos Esforços de Primeira Ordem.....	124
4.3.4. Dispensa da Análise dos Efeitos Locais de Segunda Ordem	125
4.3.5. Cálculo dos Efeitos Locais de Segunda Ordem.....	126
4.3.6. Dimensionamento e Detalhamento das Armaduras Longitudinais	133
4.3.7. Dimensionamento e Detalhamento das Armaduras Transversais	148
5. PLANILHAS ELETRÔNICAS	152
5.1. Planilhas de Cálculo de Lajes	152
5.2. Planilhas de Cálculo de Vigas	152
5.3. Planilhas de Cálculo de Pilares	152
6. PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL	153
6.1. Cálculo da Estrutura.....	153
6.2. Modificações Realizadas	154
7. RESULTADOS E COMPARATIVOS	156
7.1. Comparação dos Resultados das Lajes	156
7.2. Comparação dos Resultados das Vigas	159
7.3. Comparação dos Resultados dos Pilares.....	162
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	166
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	167
ANEXO A – Projeto Arquitetônico	169
ANEXO B – Ábacos de Pinheiro	172
APÊNDICE A – Plantas de Forma.....	175
APÊNDICE B – Resultados Resumidos das Lajes	178

APÊNDICE C – Planilha de Cálculo das Lajes	181
APÊNDICE D – Planilha de Cálculo das Vigas	192
APÊNDICE E – Planilha de Cálculo dos Pilares	217
APÊNDICE F – Detalhamentos do Eberick.....	224

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Atualmente, estruturas de concreto armado são as mais amplamente empregadas na construção de edifícios no Brasil. Com a difusão de novas tecnologias, o profissional de engenharia, que antes realizava cálculos estruturais manualmente, passou a ter maior agilidade na concepção de projetos. Assim, procedimentos complexos de cálculo passaram a ser desenvolvidos com mais brevidade, deixando o projetista livre para realizar melhorias no projeto.

Mesmo com uso de ferramentas computacionais, é indispensável que o profissional compreenda os parâmetros e procedimentos utilizados pelo *software*, para que o mesmo possa ser utilizado de forma correta e segura. Por esse motivo, no decorrer da graduação, são apresentados os principais métodos de cálculo e dimensionamento das estruturas mais usuais de concreto armado. Dessa forma, o engenheiro de estruturas sempre terá o discernimento necessário para interpretar os resultados gerados pelo *software*.

Tendo como objetivo um aprofundamento do estudo do cálculo estrutural, foi elaborado um trabalho baseado no dimensionamento de uma edificação por meio de métodos manuais e computacionais, respeitando as premissas da NBR 6118:2014, com o uso de *softwares* comerciais, e baseando-se nos conhecimentos adquiridos nas disciplinas Estruturas de Concreto Armado I, Estruturas de Concreto Armado II e Estruturas de Concreto Armado III.

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo geral

Dimensionar e detalhar estruturas de concreto armado, com a finalidade de aprofundar os conhecimentos obtidos durante o estágio e a graduação sobre a concepção de projetos estruturais.

1.2.2. Objetivos específicos

- Revisão dos procedimentos aprendidos na graduação;
- Elaboração de manuais de cálculo;
- Cálculo e detalhamento manual da estrutura;

- Dimensionamento e detalhamento de uma estrutura de concreto armado com o auxílio do *software* AltoQi Eberick 2018;
- Comparação dos resultados obtidos.

1.3. METODOLOGIA

Primeiramente, será obtido um projeto arquitetônico completo, para que seja possível o lançamento dos elementos estruturais. Serão estimadas dimensões iniciais e vinculações para todos esses elementos, e será dada a devida importância para a previsão de compatibilização de projetos.

Na sequência do trabalho, serão analisados todos os carregamentos presentes no edifício, para que seja possível determinar, com auxílio do *software* Ftool, os esforços internos de cada elemento e, com isso, dimensioná-los de acordo com a NBR 6118:2014. O cálculo manual será realizado por meio de planilhas eletrônicas criadas no *software* Mathcad. Paralelamente, será elaborado um manual que descreverá e justificará todos os métodos e hipóteses utilizados, sempre com embasamento teórico retirado de livros, notas de aulas e normas.

Por fim, serão comparados os resultados obtidos manualmente com aqueles fornecidos pelo *software* AltoQi Eberick 2018, e serão identificadas possíveis razões para as divergências encontradas.

2. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO

2.1. PROJETO ARQUITETÔNICO

O edifício a ser estudado no presente trabalho denomina-se Residencial Di Capri, localizado na cidade de Imbituba, Santa Catarina, a mais de 1500 metros do mar. O projeto arquitetônico foi fornecido pela arquiteta Ana Paula Martins, e possui sete lances estruturais. O primeiro deles foi chamado de Térreo, o qual se diferencia dos demais devido ao fato de seus dois apartamentos possuírem uma varanda descoberta cada. A seguir, existem três pavimentos tipo, cada um contendo dois apartamentos de 61 m², além de área de circulação e escadas. A cobertura do edifício possui uma pequena área de circulação, a qual dá acesso às caixas d'água, sendo o restante do pavimento inacessível ao público. Por fim, os pavimentos Reservatório e Forro destinam-se a abrigar as caixas d'água do edifício. As plantas arquitetônicas encontram-se no Anexo A, e a Figura 1 representa o modelo 3D do edifício.

Figura 1: Representação 3D do projeto arquitetônico



Fonte: Arquiteta Ana Paula Martins

2.2. MATERIAIS E DURABILIDADE

2.2.1. Classe de agressividade ambiental

Por encontrar-se no município de Imbituba, Santa Catarina, o edifício em estudo está inserido em um ambiente urbano. Logo, segundo o item 6.4.2 da NBR 6118:2014, e levando em consideração os dados apresentados por Garcia, 2008, a classe de agressividade ambiental a ser considerada é II (moderada), a qual apresenta risco pequeno de deterioração da estrutura.

2.2.2. Resistência do concreto

Conforme estabelecido pelo item 7.4 da NBR 6118:2014, a resistência mínima do concreto usado nas estruturas de concreto armado deve levar em conta a classe de agressividade ambiental à qual a edificação será exposta ao longo de sua vida útil. Sabendo que a mesma foi considerada como moderada (Classe II), e de acordo com a tabela 7.1 da norma, determina-se que a resistência característica mínima do concreto adotado no projeto deve ser maior ou igual a 25 MPa.

2.2.3. Cobrimentos adotados

Ainda de acordo com o item 7.4 da norma, os cobrimentos mínimos das estruturas de concreto armado também devem ser determinados de acordo com a classe de agressividade ambiental. Dessa forma, foram adotados os cobrimentos detalhados no Quadro 1.

Quadro 1: Cobrimentos adotados

Elemento	Pilar	Viga	Laje (superior)	Laje (inferior)
Cobrimento (cm)	3,0	3,0	1,5	2,5

Fonte: Adaptado de NBR 6118:2014

A Tabela 7.2 da norma menciona que, apesar do cobrimento mínimo para lajes ser igual a 2,5 cm, nas situações em que a face superior da laje apresente contrapiso e/ou revestimento seco, o cobrimento pode ser reduzido para 1,5 cm, devido à proteção extra fornecida por esses materiais. Como o projeto prevê a utilização de pisos cerâmicos, foi adotado esse novo valor mínimo.

3. CONCEPÇÃO ESTRUTURAL

O lançamento estrutural compreende o posicionamento e a predefinição das dimensões dos elementos de concreto armado, tais como pilares, vigas e lajes, de forma que estes não afetem a estética e a funcionalidade do projeto arquitetônico existente.

Neste trabalho, os elementos foram lançados inicialmente de acordo com a planta dos pavimentos tipo. Após essa etapa, as posições e dimensões foram adaptadas em conformidade com as restrições apresentadas pelos pavimentos Térreo e Reservatório.

3.1. CONCEPÇÃO DOS PILARES

Com o objetivo de posicionar os pilares inteiramente dentro da alvenaria, definiu-se que a sua menor dimensão não poderia ultrapassar 15 cm, que corresponde à espessura das paredes. Para a maior dimensão, foram adotados valores que variam de acordo com a solicitação da estrutura.

Estes elementos foram posicionados, preferencialmente, nos encontros entre paredes, prevendo possíveis locais de cruzamento de vigas.

3.2. CONCEPÇÃO DAS VIGAS

Tendo como finalidade o enrijecimento da estrutura, as vigas foram posicionadas de forma a criar pórticos com os pilares. Isso possibilita a transferência direta de cargas de um elemento para o outro, permitindo que os mesmos tenham suas dimensões reduzidas. Em situações em que o aporticamento não foi possível devido à disposição do projeto arquitetônico, foi realizado o apoio de vigas sobre vigas.

Para deixar esses elementos totalmente inseridos nas paredes, optou-se por limitar a sua largura a 12 cm. As alturas das vigas foram definidas de acordo com o vão livre destes elementos, sempre atentando para que não interferissem nos vãos de portas e janelas.

A posição das vigas também interfere na delimitação dos contornos das lajes. Por esse motivo, foram evitadas configurações que levassem ao estabelecimento de lajes de dimensões muito elevadas ou reduzidas.

3.3. CONCEPÇÃO DAS LAJES

Por se tratar de um edifício residencial e, devido às características dos elementos estruturais em estudo, optou-se por empregar lajes maciças no projeto estrutural. De acordo com Perlin, Padaratz & Pinto (2017), esse tipo de laje pode ser usado quando estes elementos

apresentam vãos máximos de aproximadamente 8,0 m pois, após esse valor, passam a apresentar espessuras muito elevadas, tornando-se antieconômicas. Como o maior vão de laje do pavimento tem cerca de 5,0 m, concluiu-se que a escolha da laje maciça é, de fato, a mais adequada para o estudo.

Com relação ao engastamento entre lajes adjacentes, foram seguidas as orientações de Perlin, Padaratz & Pinto (2017) listadas a seguir:

- Lajes de diferentes espessuras podem ser engastadas entre si quando a diferença entre elas é menor ou igual a 2 cm;
- Quando existir 2/3 ou mais de continuidade ao longo de um apoio, este pode ser considerado como um engaste;
- Os carregamentos presentes nas lajes estudadas devem ser semelhantes entre si;

Nos demais casos, os bordos das lajes são considerados simplesmente apoiados.

3.4. PLANTA DE FORMAS

Após esse estudo preliminar do projeto e seguindo todos os passos e orientações citados acima, obtiveram-se as plantas de formas do edifício, as quais servirão de base para o presente estudo e encontram-se no Apêndice A.

4. PROCEDIMENTO MANUAL

Neste tópico, são abordados os procedimentos manuais comumente utilizados no dimensionamento e detalhamento de estruturas de concreto armado. Para isso, foram dimensionadas todas as lajes do pavimento tipo além de algumas vigas e pilares. Os cálculos finais foram descritos para duas lajes de características distintas entre si, para a viga mais carregada e de maiores dimensões, além de um pilar de canto e um lateral.

Os procedimentos aqui apresentados foram baseados nas notas de aula das disciplinas Estruturas de Concreto I, Estruturas de Concreto II e Estruturas de Concreto III, além de seguir todas as prescrições da NBR 6118:2014. Outras bibliografias foram consultadas, e são citadas ao longo do texto.

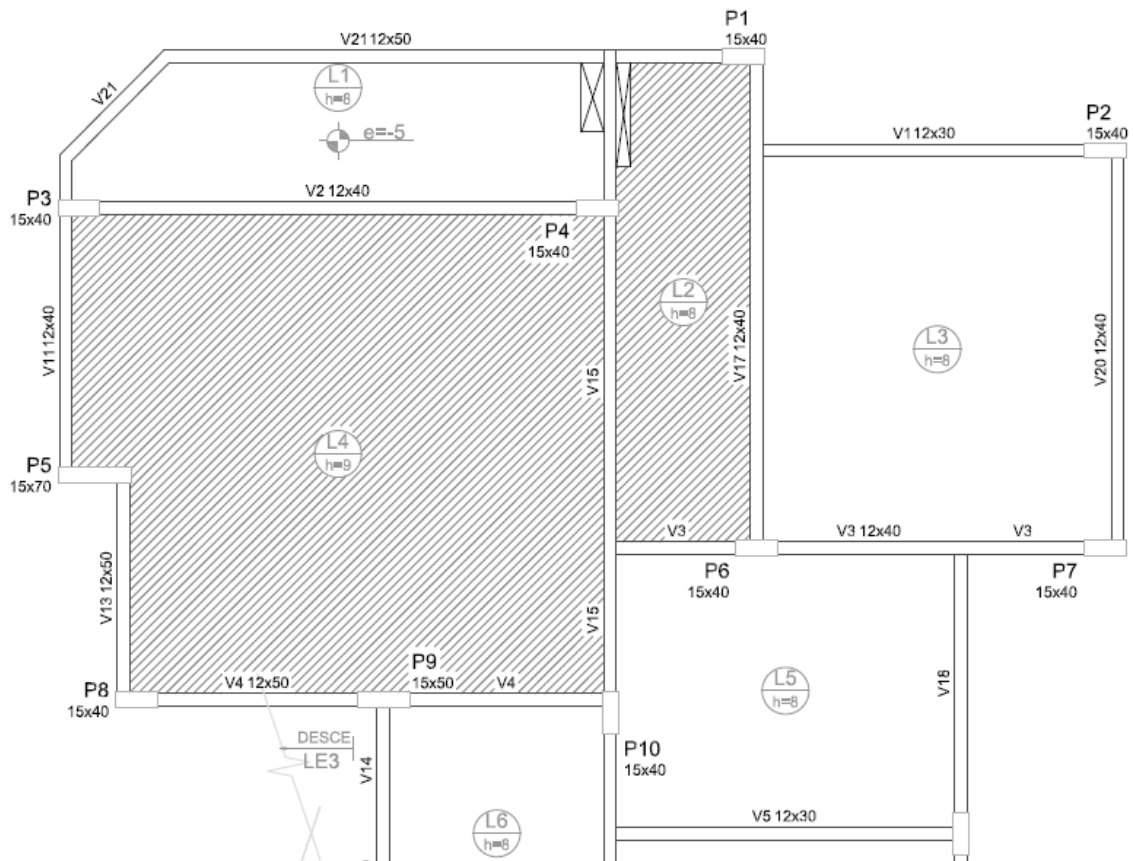
Com a finalidade de facilitar e automatizar os cálculos com planilhas eletrônicas, foi utilizado o *software* Mathcad. Para auxiliar na análise estrutural dos pórticos planos, foi feito uso do *software* Ftool. Desenhos diversos foram realizados no *software* AutoCAD.

4.1. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DAS LAJES

Para o dimensionamento das lajes no presente trabalho, decidiu-se pelo uso do método elástico, também chamado de teoria das placas delgadas ou ainda, teoria de Kirchhoff. Ela se fundamenta no estudo do comportamento do elemento quando submetido a cargas de serviço e concreto não-fissurado. Assume-se que cada laje trabalha de maneira isolada e, quando necessário, considerou-se o efeito da fissuração em análises locais para o cálculo do deslocamento.

Todas as lajes do pavimento tipo foram dimensionadas. Porém, optou-se por descrever apenas o cálculo das lajes L2 e L4, destacadas na Figura 2, devido ao fato de possuírem características distintas entre si.

Figura 2: Destaque das lajes de estudo



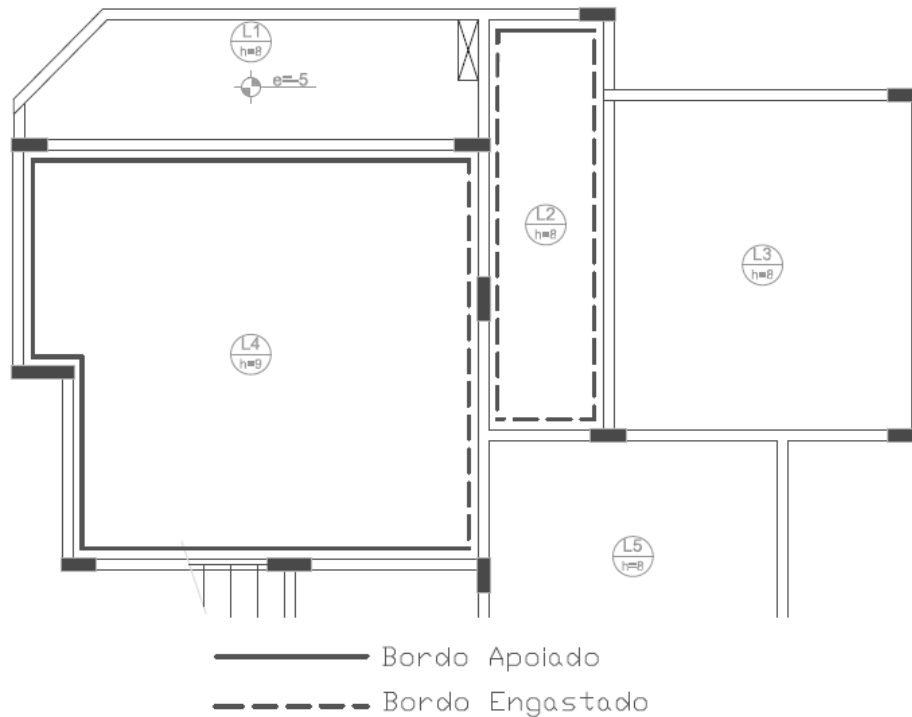
Fonte: Da Autora

A laje L2 é destinada a suportar as cargas geradas por um banheiro e uma área de circulação. Logo, por causa da divisão necessária entre os ambientes, também apoia uma parede orientada na direção do seu menor vão. É engastada nas lajes L3, L4 e L5 e, devido às suas dimensões, tem armaduras apenas no menor vão, o que a configura como unidirecional.

A laje L4 suporta as cargas da sala de estar, cozinha e área de serviço, e é engastada nas lajes L2 e L5, ou seja, na direção do seu maior vão. Devido às suas dimensões, possui armaduras nas duas direções, o que a classifica como bidirecional.

Seguindo as orientações mencionadas no item 3.3 deste trabalho, chegou-se às vinculações representadas na Figura 3.

Figura 3: Apoios das lajes L2 e L4



Fonte: Da Autora

4.1.1. Pré-dimensionamento e Vãos efetivos

O primeiro passo no dimensionamento de lajes maciças é definir sua espessura. Para isso, verifica-se qual a espessura mínima que o elemento deve ter de acordo com as suas dimensões. A relação mais comumente usada nesse pré-dimensionamento é:

$$h = \frac{l_x}{50}, \text{ para lajes bidirecionais}$$

$$h = \frac{l_x}{40}, \text{ para lajes unidirecionais}$$

É importante salientar que, caso a espessura obtida pela relação acima seja menor que 8 cm, deve-se adotar este último valor no dimensionamento da laje, pois o item 13.4.2.1 da NBR 6118:2014 especifica que a espessura mínima para lajes de piso não em balanço não pode ser menor que 8 cm.

A seguir, são analisadas as demais dimensões da laje, e determinam-se os seus vãos efetivos. A NBR 6118:2014, item 14.6.2.4, determina que o cálculo desses vãos é feito pela soma do vão teórico l_0 da laje aos valores a_1 e a_2 .

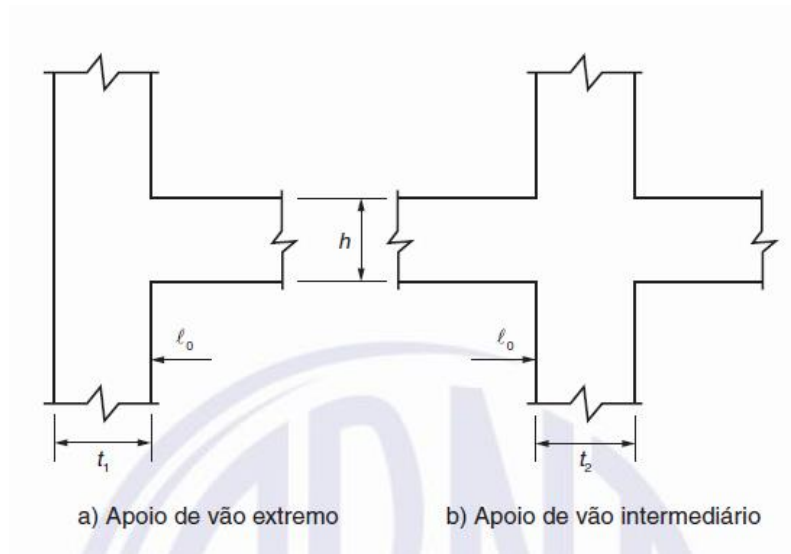
$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Onde a_1 e a_2 são definidos de acordo com o menor valor apresentado a seguir:

$$a_i \leq \begin{cases} 0,3 * h \\ \frac{t_i}{2} \end{cases}$$

Sendo que t_i corresponde à largura da viga de apoio presente em cada extremidade do vão, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Vão efetivo



Fonte: NBR 6118:2014, Figura 14.5

A partir dos cálculos dos vãos efetivos, determina-se o tipo de armadura a ser utilizado no elemento em estudo. Para isso, é calculado o coeficiente λ , definido a seguir:

$$\lambda = \frac{l_{ef,y}}{l_{ef,x}}$$

Quando λ é maior ou igual a 2,0, a laje é considerada unidirecional, o que significa que a mesma terá armadura principal somente na direção do seu menor vão, apresentando armadura secundária de valor mínimo na outra orientação. Porém, se λ é menor que 2,0, a laje é bidirecional, e tem armaduras em ambas as direções.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

$$h = \frac{l_x}{40} = \frac{125}{40} = 3,13 \text{ cm} \leq 8,0 \text{ cm}$$

$$h = 8,0 \text{ cm}$$

$$a \leq \begin{cases} 0,3 * 8,0 = 2,4 \\ \frac{12}{2} = 6,0 \end{cases}$$

$$a = 2,4 \text{ cm}$$

$$l_{ef,x} = 125,0 + 2,4 + 2,4 = 129,8 \cong 130,0 \text{ cm}$$

$$l_{ef,y} = 455,0 + 2,4 + 2,4 = 459,8 \cong 460,0 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{460}{130} = 3,54$$

Como $\lambda \geq 2,0$, a laje L2 será considerada unidirecional

Laje L4

$$h = \frac{l_x}{50} = \frac{455,0}{50} = 9,10 \text{ cm}$$

$$h = 9,0 \text{ cm}$$

$$a \leq \begin{cases} 0,3 * 9,0 = 2,7 \\ \frac{12}{2} = 6,0 \end{cases}$$

$$a = 3,0 \text{ cm}$$

$$l_{ef,x} = 455,0 + 2,7 + 2,7 = 460,4 \cong 461,0 \text{ cm}$$

$$l_{ef,y} = 505,0 + 2,7 + 2,7 = 510,4 \cong 511,0 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{511}{461} = 1,11$$

Como $\lambda \leq 2,0$, a laje L4 será considerada bidirecional

4.1.2. Carregamentos

No cálculo das lajes, as cargas atuantes são sempre consideradas como distribuídas por metro quadrado, e são classificadas entre permanentes (p) e acidentais (q). As permanentes são aquelas geradas pelo peso próprio dos elementos estruturais, e se mantêm praticamente constantes durante a vida da construção. Já as acidentais são causadas pelo uso da estrutura, e podem sofrer variações ao longo do tempo.

Por se tratar de um edifício residencial, as cargas permanentes atuantes são o peso próprio e as cargas de revestimento e paredes. Existem também cargas acidentais, que dependem da utilização dada à laje no projeto arquitetônico e serão retiradas da NBR 6120:1980.

4.1.2.1. Peso Próprio (g_{pp})

Corresponde ao peso da própria laje, e é calculado multiplicando-se o peso específico do concreto $\gamma_{concreto}$ (igual a 25 kN/m³) pela espessura h do elemento.

$$g_{pp} = \gamma_{concreto} * h$$

4.1.2.2. Carga de Revestimento (g_{rev})

Equivale à soma do peso do contrapiso e do material de revestimento. Com o objetivo de simplificar os cálculos, esse valor foi considerado como $g_{rev}=1,0$ kN/m².

4.1.2.3. Carga de Parede (g_{par})

É determinada em função das dimensões da parede e do material que a compõe. No projeto em estudo, todas as paredes foram consideradas com altura de 2,80 m e 15 cm de espessura, sendo compostas por tijolos furados. Nesses casos, considera-se que o peso específico da parede γ_{par} é igual a 13 kN/m³.

Em situações em que a laje é bidirecional, a carga de parede é distribuída igualmente em toda a área do elemento.

$$g_{par} = \frac{\gamma_{par} * e * h * l}{l_{ef,x} * l_{ef,y}}$$

Segundo Bastos (2015), quando a laje é unidirecional e a parede está orientada na direção do seu menor vão, o peso da alvenaria é distribuído em uma área igual a 2/3 do comprimento da menor dimensão.

$$g_{par} = \frac{3 * \gamma_{par} * e * h * l}{2 * l_{ef,x}^2}$$

Em que:

e: espessura da parede;

h: altura da parede;

l: comprimento da parede.

4.1.2.4. Cargas Acidentais (q)

As cargas acidentais usadas nos cálculos foram retiradas da Tabela 2 da norma NBR 6120:1980. Foram considerados os valores referentes à edifícios residenciais, que são exibidos no Quadro 2.

Quadro 2: Cargas acidentais

Local	Carga (kN/m ²)
Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
Despensa, área de serviço e lavanderia	2,0

Fonte: Adaptado de NBR 6120:1980, Tabela 2

4.1.2.5. Combinações de Carga

Com a finalidade de avaliar os Estados Limites de Serviço (ELS) e Último (ELU), deve-se realizar a combinação das ações atuantes nos elementos em estudo, que são calculadas de acordo com os critérios vistos nos itens anteriores.

Segundo a NBR 6118:2014, o Estado Limite Último é relacionado a qualquer tipo de ruína estrutural que impeça a utilização da estrutura, e necessita da combinação última normal. Por outro lado, o Estado Limite de Serviço corresponde à ocorrência de fissuras, flechas e/ou vibrações que prejudiquem o uso da estrutura, e requer a combinação quase permanente. Dessa forma, a combinação de ações para verificação do ELU majora as cargas

permanentes e acidentais, enquanto a do ELS minora apenas as cargas acidentais, por considerar que estas não ocorrerão simultaneamente e com seus valores característicos.

$$p_{un} = \gamma_g * (g + q)$$

$$p_{qp} = g + \psi_2 * q$$

As equações das combinações foram retiradas das tabelas 11.3 e 11.4 da NBR 6118:2014. No caso da combinação última normal, foram desconsideradas ações indiretas, como retração e temperatura. Os coeficientes ψ_2 e γ_g são obtidos nas tabelas 11.1 e 11.2, respectivamente, considerando-se que as cargas permanentes e acidentais agem de forma desfavorável à estrutura e não ocorrem em locais com grandes concentrações de equipamentos ou pessoas.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

$$g_{pp} = 25 * 0,08 = 2,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{par} = \frac{3 * 13 * 0,15 * 2,8 * 1,25}{2 * 1,30^2} = 6,08 \text{ kN/m}^2$$

Para o elemento em questão, é necessário realizar as combinações com e sem a carga da parede, devido ao fato desta não estar distribuída igualmente ao longo de toda a laje, o que gera esforços diferentes em áreas distintas do elemento.

Região de Parede

$$g_{total} = g_{pp} + g_{rev} + g_{par}$$

$$g_{total} = 2,0 + 1,0 + 6,08 = 9,08 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{un} = 1,4 * (9,08 + 1,5) = 14,81 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{qp} = 9,08 + 0,3 * 1,5 = 9,53 \text{ kN/m}^2$$

Região sem Parede

$$g_{total} = g_{pp} + g_{rev}$$

$$g_{total} = 2,0 + 1,0 = 3,0 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{un} = 1,4 * (3,0 + 1,5) = 6,3 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{qp} = 3,0 + 0,3 * 1,5 = 3,45 \text{ kN/m}^2$$

Laje L4

$$g_{pp} = 25 * 0,09 = 2,25 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{rev} = 1,0 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{par} = \frac{13 * 0,15 * 2,8 * 3,0}{4,61 * 5,11} = 0,70 \text{ kN/m}^2$$

$$g_{total} = g_{pp} + g_{rev} + g_{par}$$

$$g_{total} = 2,25 + 1,0 + 0,70 = 3,95 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{un} = 1,4 * (3,95 + 1,5) = 7,63 \text{ kN/m}^2$$

$$p_{qp} = 3,95 + 0,3 * 1,5 = 4,40 \text{ kN/m}^2$$

4.1.3. Cálculo dos Momentos Fletores

Tendo em mãos as cargas atuantes no elemento estudado, parte-se para o cálculo dos momentos fletores. Por se tratar de uma análise do Estado Limite Último, a carga p considerada deve ser a obtida com a combinação última normal. O modelo de cálculo varia de acordo com o tipo armação da laje.

4.1.3.1. Lajes Unidirecionais

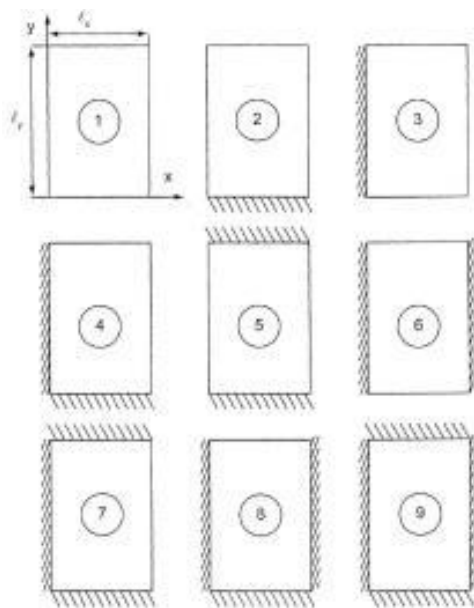
Assume-se que os momentos da direção do menor vão são mais elevados que na direção do maior vão. Por esse motivo, os momentos são calculados considerando-se uma área de largura $b=100$ cm e comprimento igual ao menor vão efetivo da laje. Para isso, são utilizadas as equações de vigas.

4.1.3.2. Lajes Bidirecionais

Nesses casos, podem ser utilizados diversos métodos de cálculo. O mais usual, e que será empregado no presente trabalho, baseia-se no uso de quadros fundamentados nas soluções em séries desenvolvidas por Bares (1972). Mais especificamente, utilizar-se-ão os quadros adaptados por Carvalho e Figueiredo (2010) para um coeficiente de Poisson ν igual a 0,2, valor determinado pelo item 8.2.9 da NBR 6118:2014.

Inicialmente, é necessário conhecer os vínculos de cada bordo da laje, que já foram definidos de acordo com os critérios mencionados no tópico 3.3 deste trabalho. Essa informação dirá a qual caso pertence o elemento em estudo, o que posteriormente possibilitará o uso dos quadros. A relação entre vínculos e casos está apresentada na Figura 5.

Figura 5: Situações de vinculação de placas isoladas



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2010)

Segundo Carvalho e Figueiredo (2010), os momentos fletores por unidade de comprimento são calculados de acordo com as equações apresentadas abaixo. As letras M e X representam, respectivamente, os momentos positivos e negativos.

$$M_x = \mu_x \frac{p * l_{ef,x}^2}{100} \quad M_y = \mu_y \frac{p * l_{ef,x}^2}{100} \quad X_x = \mu_y \frac{p * l_{ef,x}^2}{100} \quad X_y = \mu'_y \frac{p * l_{ef,x}^2}{100}$$

Onde μ_x , μ_y , μ_y e μ'_y são coeficientes fornecidos nos quadros adaptados por Carvalho e Figueiredo (2010). Também é necessário conhecer o coeficiente λ do elemento, o qual foi definido no item 4.1.1 deste trabalho.

4.2.3.3. Compatibilização dos Momentos Negativos

Inicialmente, no cálculo dos momentos fletores, considera-se que cada laje é uma placa isolada. Porém, ao final dessa etapa dos cálculos, é possível observar que lajes adjacentes podem apresentar momentos negativos diferentes nos seus bordos em comum. Isso é um problema pois, na realidade, esses elementos costumam ser contínuos. Dessa forma, é necessário compatibilizar os momentos divergentes em apoios intermediários.

Segundo Padaratz e Pinto (2013), a compatibilização é realizada escolhendo-se o maior entre os valores abaixo:

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * X_A \\ \frac{X_A + X_B}{2} \end{cases}$$

Sendo que:

X_{comp} : momento negativo compatibilizado;

X_A : maior momento negativo entre as lajes estudadas;

X_B : menor momento negativo entre as lajes estudadas.

4.2.3.4. Compatibilização dos Momentos Positivos

Corrigem-se os momentos positivos apenas em situações em que a compatibilização levar ao aumento do seu valor, pois isso requererá maior área de armadura. Isso ocorre quando os momentos negativos compatibilizados são menores que os originais. Quando a situação é oposta, deve-se optar por não alterar o valor o momento positivo, pois assim a estrutura é dimensionada a favor da segurança.

No caso em que a compatibilização é necessária, é adicionado ao momento positivo a média da variação ocorrida no fletor negativo na direção analisada.

$$M_{comp} = M + \frac{X - X_{comp}}{2}$$

Onde:

M_{comp} : momento positivo compatibilizado;

M : momento positivo original na direção analisada;

X : momento negativo original na direção analisada

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

Por se tratar de uma laje unidirecional, seus momentos fletores são calculados com base nas equações de vigas. De acordo com a Figura 3, o menor vão da laje é biengastado, o que leva ao uso das seguintes equações:

$$M = \frac{p * l^2}{24} \qquad X = \frac{p * l^2}{12}$$

Conforme citado durante a definição dos carregamentos da laje L2, esta possui regiões com diferentes carregamentos devido à presença de uma parede orientada na direção do menor vão. Por esse motivo, devem ser calculados os momentos nas regiões com e sem parede.

Região de Parede

$$M = \frac{14,81 * 1,30^2}{24} = 1,04 \text{ kNm/m}$$
$$X = \frac{14,81 * 1,30^2}{12} = 2,08 \text{ kNm/m}$$

Compatibilização

Para a compatibilização, é necessário conhecer os valores dos momentos fletores negativos das lajes vizinhas L3 e L4, os quais foram previamente calculados e são apresentados abaixo.

Laje L3: $X_x = 6,57 \text{ kNm/m}$

Laje L4: $X_y = 14,84 \text{ kNm/m}$

Laje L5: $X_x = 3,15 \text{ kNm/m}$

Entre L2 e L3

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 6,57 = 5,26 \text{ kNm/m} \\ \frac{6,57 + 2,08}{2} = 4,33 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 5,26 \text{ kNm/m}$$

Entre L2 e L4

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 14,84 = 11,87 \text{ kNm/m} \\ \frac{14,84 + 2,08}{2} = 8,46 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 11,87 \text{ kNm/m}$$

Como os momentos negativos compatibilizados são maiores que os calculados originalmente, não há a necessidade de corrigir o momento positivo.

Região sem Parede

Repetem-se os mesmos passos seguidos para a área de laje com a carga de parede.

$$M = \frac{6,3 * 1,30^2}{24} = 0,44 \text{ kN/m}^2$$
$$X = \frac{6,3 * 1,30^2}{12} = 0,89 \text{ kN/m}^2$$

Compatibilização

Entre L2 e L3

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 6,57 = 5,26 \text{ kNm/m} \\ \frac{6,57 + 0,89}{2} = 3,73 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 5,26 \text{ kNm/m}$$

Entre L2 e L4

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 14,84 = 11,87 \text{ kNm/m} \\ \frac{14,84 + 0,89}{2} = 7,87 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 11,87 \text{ kNm/m}$$

Entre L2 e L5

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 3,15 = 2,52 \text{ kNm/m} \\ \frac{3,15 + 0,0}{2} = 1,58 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 2,52 \text{ kNm/m}$$

Laje L4

De acordo com o as análises realizadas anteriormente no presente trabalho, a laje L4 é bidirecional, o que indica que seus momentos devem ser calculados com o auxílio de quadros. O elemento possui engaste na direção do seu menor vão, enquadrando-o no Caso 2, ilustrado na Figura 5.

Assim, tem-se que os momentos não-nulos da laje são os seguintes:

$$M_x = 3,77 \frac{7,63 * 4,61^2}{100} = 6,09 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = 3,90 \frac{7,63 * 4,61^2}{100} = 6,30 \text{ kNm/m}$$

$$X_y = 9,18 \frac{7,63 * 4,61^2}{100} = 14,84 \text{ kNm/m}$$

Compatibilização

Para a compatibilização, é necessário conhecer os valores dos momentos fletores negativos das lajes vizinhas L2, L5 e L6, os quais foram previamente calculados e são apresentados abaixo:

Laje L2: $X_x = 2,08 \text{ kNm/m}$

Laje L5: $X_y = 2,45 \text{ kNm/m}$

Laje L6: $X_y = 2,81 \text{ kNm/m}$

Entre L2 e L4

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 14,84 = 11,87 \text{ kNm/m} \\ \frac{14,84 + 2,08}{2} = 8,46 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$X_{comp} = 11,87 \text{ kNm/m}$$

Como nesse caso o momento fletor negativo sofreu redução, é necessário realizar a correção do momento positivo nessa direção, que corresponde ao maior vão.

$$M_{comp} = 6,30 + \frac{14,84 - 11,87}{2} = 7,79 \text{ kNm/m}$$

Entre L4 e L5

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 14,84 = 11,87 \text{ kNm/m} \\ \frac{14,84 + 2,45}{2} = 8,65 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 11,87 \text{ kNm/m}$$

Novamente, devido à redução do momento fletor negativo, se faz necessária a compatibilização do momento positivo:

$$M_{comp} = 6,30 + \frac{14,84 - 11,87}{2} = 7,79 \text{ kNm/m}$$

Entre L4 e L6

$$X_{comp} \geq \begin{cases} 0,8 * 2,81 = 2,25 \text{ kNm/m} \\ \frac{2,81 + 0}{2} = 1,41 \text{ kNm/m} \end{cases}$$
$$X_{comp} = 2,25 \text{ kNm/m}$$

Não se faz necessária a correção do momento positivo, pois o mesmo diminuiria e ficaria contra a segurança.

4.1.4. Dimensionamento das Armaduras Longitudinais

4.1.4.1. Armaduras Positivas

O cálculo das armaduras longitudinais em lajes é baseado no equilíbrio de tensões e compatibilização de deformações em um elemento de concreto armado sob flexão simples. A largura adotada da seção é igual a 1 metro e, caso o elemento esteja no Domínio 4 de deformações, simplesmente adota-se uma nova espessura para a laje.

Primeiramente, é preciso adotar uma bitola a ser utilizada. O item 20.1 da NBR 6118:2014 afirma que o diâmetro máximo de barras de armadura de flexão não deve ser superior a $h/8$, onde h corresponde à espessura da laje.

$$\phi_{max} \leq \frac{h}{8}$$

Tendo determinado a bitola a ser utilizada, é possível calcular a altura útil do elemento, que corresponde à distância entre o centro de gravidade da armadura e a face comprimida da laje. Também deve-se obter o valor da linha neutra do elemento.

$$d = h - cob_{inf} - \frac{\emptyset}{2}$$

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 * f_{cd} * b_w * d^2}} \right]$$

Onde

x : posição da linha neutra;

d : altura útil na direção estudada;

M_d : momento fletor positivo de cálculo;

b_w : largura da seção, que no caso das lajes, é considerada igual a 100 cm;

f_{cd} : resistência de cálculo do concreto, definida abaixo:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$$

Realizando a razão entre os valores da linha neutra x e da altura útil d , determina-se o domínio de deformação da peça de concreto armado. De acordo com o valor obtido, é possível identificar como o carregamento atuante sobre o elemento interfere no seu funcionamento. Segundo a NBR 6118:2014, item 14.6.4.3, peças submetidas a flexão simples com o uso de aço CA-50 devem se enquadrar nos domínios 2 ou 3, com $x/d \leq 0,45$. Caso isso não ocorra, o ideal é que o elemento seja redimensionado.

$$\text{Domínio 2} \rightarrow \frac{x}{d} \leq 0,259$$

$$\text{Domínio 3} \rightarrow 0,259 < \frac{x}{d} \leq 0,45$$

$$\text{Domínio 3 de baixa ductilidade} \rightarrow 0,45 < \frac{x}{d} \leq 0,628$$

$$\text{Domínio 4} \rightarrow \frac{x}{d} > 0,628$$

Por fim, após definido o domínio, segue-se para o cálculo da armadura principal, a qual é determinada pela equação a seguir:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

Em que

A_s : área de aço;

f_{yd} : resistência de cálculo do aço, definida por:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$$

No caso de lajes bidirecionais, o procedimento descrito deve ser feito nas duas direções. A única diferença se encontra no cálculo da altura útil da direção do maior vão, que subtrai todo o diâmetro da bitola de x e metade da bitola da direção y . Isso se deve ao fato da armadura do maior vão se localizar acima do aço do menor vão.

$$d_y = h - cob_{inf} - \phi_x - \frac{\phi_y}{2}$$

4.1.4.2. Armaduras Negativas

O cálculo das armaduras negativas segue praticamente o mesmo procedimento das positivas, sendo alterados apenas alguns parâmetros.

Em todos os cálculos que necessitam do valor da espessura da laje, deve-se adotar a menor espessura entre as duas. Na definição da altura útil, utiliza-se o cobrimento superior ao invés do inferior e, no cálculo da linha neutra e da área de aço, deve ser usado o momento negativo de cálculo presente no apoio em estudo.

$$\phi_{max} = \min\left(\frac{h_a}{8}, \frac{h_b}{8}\right)$$

$$d = h - cob_{sup} - \frac{\phi}{2}$$

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{X_d}{0,425 * f_{cd} * b_w * d^2}} \right]$$

$$A'_s = \frac{X_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

4.1.4.3. Armaduras Mínimas

Para ambas as situações descritas acima, é necessário verificar se as áreas de aço calculadas atendem o mínimo exigido no item 19.3.3.2 da NBR 6118:2014, cujos parâmetros encontram-se resumidos no Quadro 3.

Quadro 3: Valores mínimos para armaduras

Armadura	Elementos Estruturais sem armaduras ativas
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{mín}$
Armaduras negativas de bordas sem continuidade	$\rho_s \geq 0,67 * \rho_{mín}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67 * \rho_{mín}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{mín}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/m$ $\rho_s \geq 0,5 * \rho_{mín}$

Fonte: Adaptado de NBR 6118:2014, Tabela 19.1

A norma estabelece, na Tabela 19.1, que a taxa ρ_s é igual à razão entre a área de aço e a área da seção de concreto:

$$\rho_s = \frac{A_s}{b_w * h}$$

Assim, tem-se que:

$$A_s = \rho_s * b_w * h$$

O coeficiente $\rho_{mín}$ corresponde à taxa mínima de armadura de flexão, e é determinado de acordo com a forma da seção e a classe do concreto usado na peça. Conforme definido

previamente, utilizou-se concreto de $f_{ck} = 25$ MPa, o que leva a um $\rho_{mín}$ de valor 0,150%, conforme pode ser observado no Quadro 4.

Quadro 4: Taxas mínimas de armadura de flexão

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ($A_{s,mín}/A_c$) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256
^a Os valores de $\rho_{mín}$ estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, $\rho_{mín}$ deve ser recalculado.															

Fonte: NBR 6118:2014.

Com as equações apresentadas acima somadas aos dados presentes nos Quadros 3 e 4, é possível calcular a armadura mínima da seção.

$$A_{s,mín} = n * \rho_{mín} * b_w * h$$

Sendo n um número variável definido no Quadro 3, que depende do tipo de laje em estudo.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

Optou-se por descrever o cálculo da armadura apenas da região da laje L2 que apresenta influência da área de parede, por apresentar um carregamento mais elevado que o restante da peça.

Armaduras Positivas

Direção x (Região de Parede)

$$\phi_{max} = \frac{h}{8} = \frac{8,0}{8} = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d_x = 8,0 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 5,19 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,0519 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{1,04}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,0519^2}} \right] = 0,0017 \text{ m} = 0,17 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,34}{5,19} = 0,033 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{1,04}{\frac{500000}{1,15} (0,0519 - 0,4 * 0,0034)} = 0,0000467 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 0,467 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{s,\text{mín}} = \frac{0,15}{100} * 100 * 8,0 = 1,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como pode ser observado, a área necessária A_s calculada é menor que a mínima $A_{s,\text{mín}}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A_{s,\text{final}} = 1,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Também por causa dessa diferença, a armadura necessária na área sem influência de parede não será detalhada nesse trabalho. Devido ao fato desta apresentar cargas reduzidas, a área de aço calculada seria menor que a definida acima, além de estar muito abaixo do valor mínimo estabelecido por norma. Por isso, determinou-se que a Laje L2 terá armadura mínima em toda sua extensão.

Direção y

Conforme mencionado no item 4.2.4.3 deste trabalho, a área de aço mínima para armaduras secundárias de lajes unidirecionais deve ser o maior valor entre os seguintes:

$$A_s/s \geq \begin{cases} 20\% A_s = 0,24 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5 \rho_{\min} = 0,06 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

Assim, tem-se que a armadura final adotada é:

$$A_{s,final} = 0,90 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Armaduras Negativas

Entre L2 e L3

$$\phi_{max} = \min\left(\frac{h_2}{8}, \frac{h_3}{8}\right) = \min\left(\frac{8,0}{8}, \frac{8,0}{8}\right) = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,19 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,0619 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{5,26}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,0619^2}} \right] = 0,0073 \text{ m} = 0,73 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,73}{6,19} = 0,119 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A'_s = \frac{5,26}{\frac{500000}{1,15} (0,0619 - 0,4 * 0,0073)} = 0,000205 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 2,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A'_{s,\min} = \frac{0,15}{100} * 100 * 8,0 = 1,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como pode ser observado, a área necessária A'_s calculada é maior que a mínima $A'_{s,\min}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A'_{s,final} = 2,05 \frac{cm^2}{m}$$

Entre L2 e L4

$$\phi_{max} = \min\left(\frac{h_2}{8}, \frac{h_4}{8}\right) = \min\left(\frac{8,0}{8}, \frac{9,0}{8}\right) = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 8,0 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,80}{2} = 6,10 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,061 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{11,87}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,061^2}} \right] = 0,0182 \text{ m} = 1,82 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,82}{6,10} = 0,298 \rightarrow \text{Domínio 3}$$

$$A'_s = \frac{11,87}{\frac{500000}{1,15} (0,061 - 0,4 * 0,0182)} = 0,000508 \frac{m^2}{m} = 5,08 \frac{cm^2}{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,15}{100} * 100 * 9,0 = 1,35 \frac{cm^2}{m}$$

Como pode ser observado, a área necessária A'_s calculada é maior que a mínima $A'_{s,min}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A'_{s,final} = 5,08 \frac{cm^2}{m}$$

Entre L2 e L5

$$\phi_{max} = \min\left(\frac{h_2}{8}, \frac{h_5}{8}\right) = \min\left(\frac{8,0}{8}, \frac{8,0}{8}\right) = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,19 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,0619 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2,52}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,0619^2}} \right] = 0,0034 \text{ m} = 0,34 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,34}{6,19} = 0,055 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A'_s = \frac{2,52}{\frac{500000}{1,15} (0,0619 - 0,4 * 0,0034)} = 0,000091 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 0,91 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,15}{100} * 100 * 8,0 = 1,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como pode ser observado, a área necessária A'_s calculada é menor que a mínima $A'_{s,min}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A'_{s,final} = 1,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Laje L4

Por ser bidirecional, a laje L4 terá armaduras positivas calculadas nas duas direções.

Armaduras Positivas

Direção x

$$\phi_{max} = \frac{h}{8} = \frac{9,0}{8} = 11,25 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 8,0 \text{ mm}$$

$$d_x = 9,0 - 2,5 - \frac{0,8}{2} = 6,10 \text{ cm}$$

$$x_x = 1,25 * 0,061 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{6,09}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,061^2}} \right] = 0,0087 \text{ m} = 0,87 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,87}{6,10} = 0,143 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sx} = \frac{6,09}{\frac{500000}{1,15} (0,061 - 0,4 * 0,0087)} = 0,000244 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 2,44 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{sx,\text{mín}} = 0,67 * \frac{0,15}{100} * 100 * 9,0 = 0,91 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como pode ser observado, a área necessária A_{sx} calculada é maior que a mínima $A_{sx,\text{mín}}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A_{sx,\text{final}} = 2,44 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Direção y

$$\phi_{\text{max}} = \frac{h}{8} = \frac{9,0}{8} = 11,25 \text{ mm}$$

$$\phi_{\text{adotada}} = 8,0 \text{ mm}$$

$$d_y = 9,0 - 2,5 - 0,8 - \frac{0,8}{2} = 5,30 \text{ cm}$$

$$x_y = 1,25 * 0,053 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{7,79}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,053^2}} \right] = 0,0135 \text{ m} = 1,35 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,35}{5,30} = 0,254 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_{sy} = \frac{7,79}{\frac{500000}{1,15} (0,053 - 0,4 * 0,0135)} = 0,000376 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} = 3,76 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{sy,\text{mín}} = 0,67 * \frac{0,15}{100} * 100 * 9,0 = 0,91 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como pode ser observado, a área necessária A_{sy} calculada é maior que a mínima $A_{sy,\text{mín}}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A_{sy,\text{final}} = 3,76 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Armaduras Negativas

Entre L4 e L5

$$\phi_{\text{max}} = \text{mín} \left(\frac{h_4}{8}, \frac{h_5}{8} \right) = \text{mín} \left(\frac{9,0}{8}, \frac{8,0}{8} \right) = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{\text{adotada}} = 8,0 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,80}{2} = 6,10 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,0610 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{11,87}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,0610^2}} \right] = 0,0182 \text{ m} = 1,82 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,82}{6,10} = 0,298 \rightarrow \text{Domínio 3}$$

$$A'_s = \frac{11,87}{\frac{500000}{1,15} (0,061 - 0,4 * 0,0182)} = 0,000508 \frac{m^2}{m} = 5,08 \frac{cm^2}{m}$$

$$A'_{s,mín} = \frac{0,15}{100} * 100 * 9,0 = 1,35 \frac{cm^2}{m}$$

Como pode ser observado, a área necessária A'_s calculada é maior que a mínima $A'_{s,mín}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será:

$$A'_{s,final} = 5,08 \frac{cm^2}{m}$$

Entre L4 e L6

$$\phi_{max} = \min\left(\frac{h_4}{8}, \frac{h_6}{8}\right) = \min\left(\frac{9,0}{8}, \frac{8,0}{8}\right) = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_{adotada} = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8,0 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,19 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,0619 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2,25}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1,0 * 0,0619^2}} \right] = 0,0029 \text{ m} = 0,31 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,31}{6,19} = 0,049 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A'_s = \frac{2,25}{\frac{500000}{1,15} (0,0619 - 0,4 * 0,0031)} = 0,000085 \frac{m^2}{m} = 0,85 \frac{cm^2}{m}$$

$$A'_{s,min} = \frac{0,15}{100} * 100 * 9,0 = 1,35 \frac{cm^2}{m}$$

Como pode ser observado, a área necessária A'_s calculada é menor que a mínima $A'_{s,min}$ exigida por norma. Logo, o aço a ser adotado em cálculos posteriores será

$$A'_{s,final} = 1,20 \frac{cm^2}{m}$$

4.1.5. Verificação ao Estado Limite de Serviço

Conforme mencionado anteriormente, o Estado Limite de Serviço corresponde à ocorrência de fissuras, flechas e/ou vibrações que prejudiquem o uso da estrutura.

Segundo a NBR 6118:2014, o estado limite de deformações excessivas representa o estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos pelo item 13.3 da norma. Para essa verificação, se faz necessário o cálculo das flechas dos elementos.

Deve-se ressaltar que o comportamento elástico-linear só pode ser adotado para o cálculo das deformações caso os esforços atuantes na peça não sejam maiores que os que dão início a fissurações. Por isso, é preciso primeiramente verificar o estágio de deformação.

4.1.5.1. Verificação à Fissuração

Para determinar se o elemento se encontra no estágio I ou II de deformações, inicialmente deve-se calcular o Momento de Fissuração M_r da peça. Segundo o item 17.3.1 da NBR 6118:2014, o Momento de fissuração é definido de acordo com a equação abaixo:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

Onde

α : coeficiente igual a 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} : resistência à tração do concreto, definida por $f_{ct} = 0,3f_{ck}^{2/3} = 2565 \text{ kN/m}^2$;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Os momentos atuantes de serviço são calculados da mesma forma que os do estado limite último. Porém, nessa situação, a carga a ser considerada é a resultante das combinações quase permanentes.

Nos casos em que o momento atuante é maior que o de fissuração, a peça enquadra-se no Estádio II, e deve ser verificada à fissuração. Isso se faz com o auxílio das equações de Branson (1968), as quais admitem uma única inércia para todo o elemento de concreto, denominada Inércia Equivalente I_{eq} . Para o cálculo desta, deve-se conhecer as inércias dos estádios I e II, além das áreas de armadura previamente definidas.

Para o cálculo da linha neutra da seção fissurada, faz-se uso da seguinte equação:

$$x_{II} = \frac{A_s * \alpha_e}{b_w} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b_w * d}{A_s * \alpha_e}} \right]$$

Sendo que

α_e : relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$

$$E_{cs} = \alpha_E * \alpha_i * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 24150 \text{ MPa}$$

$\alpha_E = 1,0$ para agregados graníticos;

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} = 0,8625$$

A seguir, calcula-se o momento de inércia da seção no Estádio II e o momento de inércia equivalente I_{eq} da seção:

$$I_{II} = \frac{b_w * x_{II}^3}{3} + \alpha_e * A_s * (d - x_{II})^2$$

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] * I_{II}$$

Onde

M_a : momento de serviço atuante na peça no local da fissuração.

Por fim, determina-se a espessura da peça que corresponde ao momento de inércia equivalente calculado. Essa informação será necessária nos cálculos das flechas.

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b_w}}$$

4.1.5.2. Verificação da Aceitabilidade Visual

O item 13.3 da NBR 6118:2014 estabelece que, na verificação de aceitabilidade visual de peças de concreto, deve-se comparar o valor da flecha final do elemento com o limite estabelecido em norma.

Primeiramente, calcula-se a flecha imediata, causada pelos primeiros carregamentos na peça. Para lajes unidirecionais, esta é definida com o uso de equações de vigas. Para bidirecionais, é utilizada a equação apresentada a seguir:

$$f_0 = \frac{p * l_x^4}{E_{CS} * h^3} \frac{\alpha}{100}$$

Em que:

α : coeficiente retirado dos quadros de Bares;

p : carga proveniente da combinação quase permanente;

h : altura da seção de concreto.

A seguir, calcula-se o efeito da fluência do concreto, definido no item 17.3.2.1.2 da norma NBR 6118:2014:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'}$$

Onde:

α_f : fator de fluência do concreto;

ρ' : coeficiente considerado nulo para lajes;

$\Delta\xi$: coeficiente em função do tempo, definido pela expressão

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Em que:

$$\xi(t) = 0,68 * 0,996^t * t^{0,32} \text{ para } t < 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2,0 \text{ para } t \geq 70 \text{ meses}$$

Nesse caso, t é o tempo em que se realiza a análise da flecha. Usualmente, t_0 corresponde ao momento de retirada do escoramento das lajes após a concretagem. No presente trabalho, adotou-se que t_0 é igual a 0,7 meses, ou 21 dias. Por outro lado, t é o momento em que se deseja conhecer a flecha final, e considera-se que essa é calculada após

um tempo infinito da retirada do escoramento. Logo, seu valor sempre será maior que 70 meses.

Com os valores da flecha imediata e do fator de fluência, é possível calcular a flecha final da peça de concreto, a qual deve ser comparada com o limite estabelecido em norma. Caso a flecha calculada seja maior que o limite, deve-se alterar a espessura da laje e recalculá-la.

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) * f_0$$

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250}$$

4.1.5.3. Verificação da Aceitabilidade Sensorial de Vibrações

Essa verificação segue o mesmo raciocínio explicado no item anterior, com a diferença de que a flecha imediata é calculada utilizando apenas as cargas acidentais. Para lajes unidirecionais, utilizam-se as equações de viga. Para as bidirecionais, a equação passa a ser a seguinte:

$$f_0 = \frac{q * l_x^4}{E_{CS} * h^3} \frac{\alpha}{100}$$

Nesse caso, o valor limite de deslocamentos passa a ser:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350}$$

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

Os momentos atuantes foram calculados de acordo com os mesmos procedimentos apresentados no item 4.1.3 deste trabalho, tendo como única diferença o uso da combinação quase permanente. Os resultados dos momentos de serviço e de fissuração foram os seguintes:

$$M = \frac{9,53 * 1,30^2}{24} = 0,67 \text{ kNm/m}$$

$$X = \frac{9,53 * 1,30^2}{12} = 1,34 \text{ kNm/m}$$

$$M_r = \frac{1,5 * 2565,0 * \left(\frac{1 * 0,08^3}{12}\right)}{0,04} = 4,10 \text{ kNm/m}$$

Como o momento de fissuração foi maior que os dois momentos atuantes na laje L2, não é necessário verificar a fissuração nesse elemento. Portanto, parte-se diretamente para o cálculo das flechas. Como a laje é unidirecional, utiliza-se a equação de uma viga biengastada:

$$f_0 = \frac{1}{384} \left(\frac{p * l_x^4}{E_{cs} * I_c} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{384} \left(\frac{9,53 * 1,30^4}{24,15 * 10^6 * 0,000043} \right) = 0,000068 \text{ m} = 0,068 \text{ mm}$$

Atribuindo-se o efeito da fluência, é possível obter o seguinte valor de flecha final:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68 * 0,996^{0,7} * 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 * 0} = 1,395$$

$$f_\infty = (1 + 1,395) * 0,068 = 0,164 \text{ mm}$$

Comparando-se a flecha final com o limite permitido em norma para a aceitabilidade visual, tem-se que:

$$f_{adm} = \frac{1,30}{250} = 5,192 \text{ mm}$$

$$0,164 \text{ mm} < 5,192 \text{ mm}$$

Verificando-se a aceitabilidade sensorial de vibração do elemento:

$$f_0 = \frac{1}{384} \left(\frac{q * l_x^4}{E_{cs} * I_c} \right)$$

$$f_0 = \frac{1}{384} \left(\frac{1,5 * 1,30^4}{24,15 * 10^6 * 0,000043} \right) = 0,000011 \text{ m} = 0,011 \text{ mm}$$

$$f_{adm} = \frac{1,30}{350} = 3,709 \text{ mm}$$

$$0,011 \text{ mm} < 3,709 \text{ mm}$$

Laje L4

Seguindo o mesmo procedimento apresentado no item 4.1.3 do presente trabalho e utilizando a combinação quase permanente no cálculo dos momentos, foram obtidos os seguintes resultados:

$$M_x = 3,51 \frac{kNm}{m} \quad M_y = 3,64 \frac{kNm}{m} \quad X_y = 8,56 \frac{kNm}{m}$$

$$M_r = \frac{1,5 * 2565,0 * \left(\frac{1 * 0,09^3}{12} \right)}{0,045} = 5,19 \text{ kNm/m}$$

Como o momento fletor negativo na direção do maior vão foi maior que o momento de fissuração, é preciso verificar a laje nessa área, que corresponde ao bordo da Laje L4 com as lajes L2 e L5.

Primeiramente, determina-se a linha neutra da peça no estágio II. Para isso, é necessário definir os valores de α_e e da altura útil d da seção fissurada:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{24150} = 8,696$$

$$d = 9,0 - 1,5 - \frac{0,80}{2} = 7,10 \text{ cm}$$

$$x_{II} = \frac{5,08 * 8,696}{100} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 100 * 7,10}{5,08 * 8,696}} \right] = 2,10 \text{ cm}$$

Na seqüência, calculam-se as inércias no estádio II e a equivalente:

$$I_{II} = \frac{100 * 2,10^3}{3} + 8,696 * 5,08 * (7,10 - 2,10)^2 = 1413,59 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq} = \left(\frac{5,08}{8,56} \right)^3 * \left(\frac{100 * 9^3}{12} \right) + \left[1 - \left(\frac{5,08}{8,56} \right)^3 \right] * 1413,59 = 2456,42 \text{ cm}^4$$

Quando a laje é contínua, os momentos negativos e positivos na direção analisada devem ser levados em conta ao calcular a inércia equivalente final da peça. Para isso, utiliza-se a relação a seguir:

$$I_{final} = 0,15I_{eq} + 0,7I_c + 0,15I_{eq}$$

Como a laje L4 possui apenas um apoio com continuidade obtém-se a seguinte expressão:

$$I_{final} = 0,15I_{eq} + 0,85I_c$$

$$I_{final} = 0,15 * 2456,42 + 0,85 * 6075,0 = 5532,21 \text{ cm}^4$$

Com isso, define-se a espessura correspondente ao momento de inércia equivalente final calculado acima

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * 5532,21}{100}} = 8,72 \text{ cm}$$

Verificação das flechas

Para a verificação das flechas, a altura considerada da seção deixa de ser a espessura h do elemento e passa a ser a espessura equivalente h_{eq} .

$$f_0 = \frac{4,40 * 4,61^4}{(24,15 * 10^6) * 0,0872^3} \frac{4,04}{100} = 0,00498 \text{ m} = 4,98 \text{ mm}$$

Atribuindo-se o efeito da fluência, é possível obter o seguinte valor de flecha final:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68 * 0,996^{0,7} * 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 * 0} = 1,395$$

$$f_\infty = (1 + 1,395) * 4,98 = 11,93 \text{ mm}$$

Comparando a flecha final com o limite permitido em norma para a aceitabilidade visual, tem-se que:

$$f_{adm} = \frac{4,61}{250} = 18,42 \text{ mm}$$

$$11,93 \text{ mm} < 18,42 \text{ mm}$$

Verificando a aceitabilidade sensorial de vibração do elemento:

$$f_0 = \frac{1,5 * 4,61^4}{(24,15 * 10^6) * 0,0872^3} \frac{4,04}{100} = 0,00170 \text{ m} = 1,70 \text{ mm}$$

$$f_{adm} = \frac{4,61}{350} = 13,17 \text{ mm}$$

$$1,70 \text{ mm} < 13,17 \text{ mm}$$

No Apêndice B podem ser encontrados os resultados de dimensionamento de todas as lajes de forma resumida.

4.1.6. Detalhamento das Armaduras

Segundo o item 20.1 da NBR 6118:2014, o detalhamento das armaduras deve ser realizado de forma a garantir o posicionamento destas durante a concretagem. Isso se faz possível atentando-se aos espaçamentos máximos permitidos por norma entre as barras.

Primeiramente, deve-se considerar que nenhuma armadura de flexão pode ter diâmetro maior que $h/8$, conforme já citado no item 4.1.4.1 deste trabalho.

Para armaduras principais de flexão, não é permitido que as barras tenham espaçamento maior que duas vezes a espessura da peça ou 20 cm, dando-se preferência para o menor desses valores na região dos maiores momentos fletores.

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 2 * h \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

A área de aço de armaduras secundárias deve ser igual a pelo menos 20% da armadura principal, e seu espaçamento não pode ser menor que 33 cm.

A norma não especifica espaçamentos mínimos para essas barras, porém, segundo Bastos (2015), na prática costuma-se adotar espaçamentos superiores a 7 ou 8 cm, já que estes valores não dificultariam o completo preenchimento da peça pelo concreto, além de garantir o envolvimento das barras pelo material.

Sobre a armadura máxima, Bastos (2015) especifica que a soma das armaduras positivas e negativas fora das regiões de emenda não pode ser maior que 4% da área da seção de concreto

$$A_s + A'_s \leq 4\% A_c$$

4.1.6.1. Armaduras Positivas

Segundo Perlin, Padaratz & Pinto (2017), a armadura positiva pode ser colocada ocupando todo o vão da laje, indo de viga a viga. Para obter o número n de barras necessárias para armar o elemento, é preciso dividir a área de aço calculada A_s pela área da barra adotada A_{unit} . O espaçamento s entre as barras é calculado dividindo-se a largura da seção (considerada igual a 1 metro) pelo número de barras.

$$n = \frac{A_s}{A_{unit}}$$

$$s = \frac{100}{n}$$

O valor de s deve sempre ser arredondado para o número inteiro imediatamente inferior, além de estar de acordo com os espaçamentos máximos previamente citados.

A quantidade de barras utilizada é definida por:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1$$

Onde l_0 corresponde ao vão efetivo da laje na direção analisada, e Q deve ser arredondado para o número inteiro imediatamente superior.

De acordo com Perlin, Padaratz & Pinto (2017), o comprimento de cada barra é calculado pela soma do vão efetivo na direção analisada com as ancoragens:

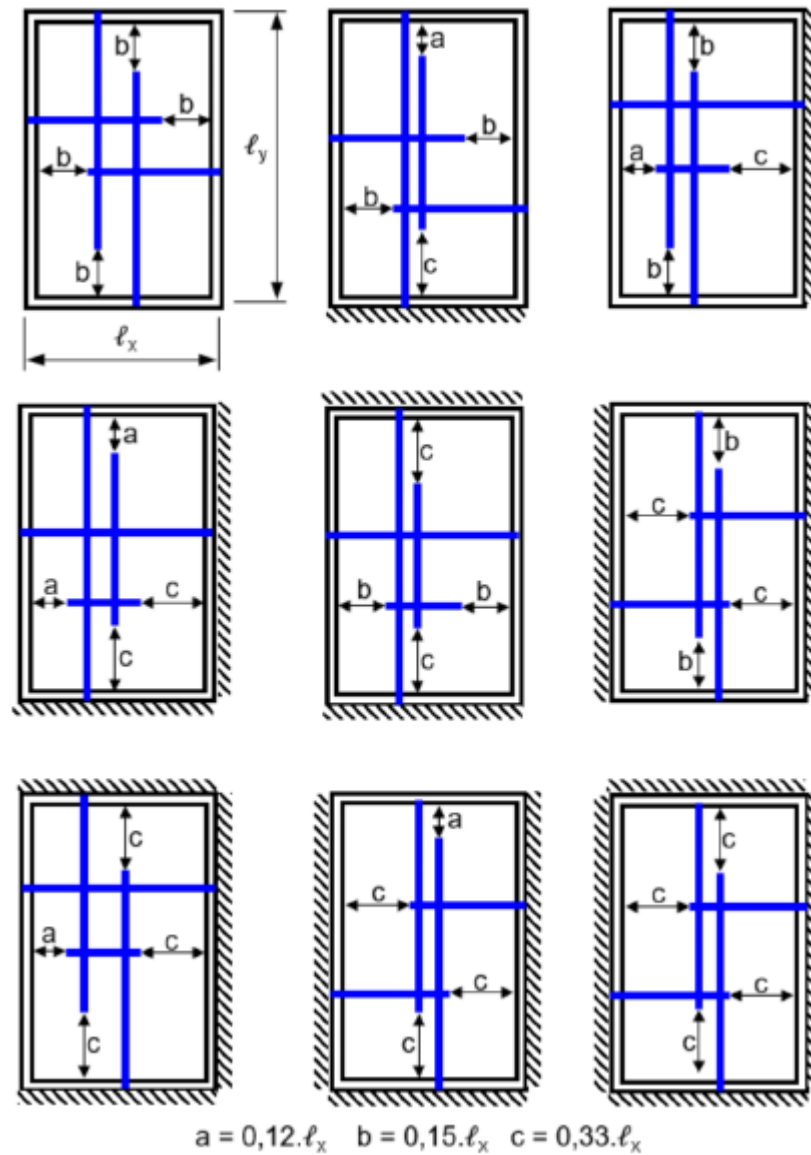
$$C = 10\emptyset + l_x + 10\emptyset$$

4.1.6.1.1. Economia de Ponta de Armaduras Positivas

Devido à variação do diagrama de momentos positivos, é possível reduzir a quantidade de barras presentes nas regiões próximas aos apoios das lajes, reduzindo o seu espaçamento. Dessa forma, na área central da peça, utiliza-se o espaçamento s calculado, enquanto nas bordas, adota-se o dobro dessa distância. Porém, atendendo à exigência da norma, a qual estabelece um mínimo de três barras por metro, a economia de ponta só pode ser adotada quando o espaçamento calculado é menor que 16 cm.

Os comprimentos das barras dependerão das vinculações existentes nos bordos das lajes, e um resumo esquemático desses comprimentos encontra-se na Figura 6.

Figura 6: Armadura positiva com economia de ponta



Fonte: Perlin, Padaratz e Pinto (2017)

4.1.6.2. Armaduras Negativas

O procedimento para o cálculo do espaçamento e da quantidade de barras para as armaduras negativas é o mesmo já apresentando acima para as positivas. A diferença está na definição do comprimento das barras, que se dá por:

$$C = g_e + 10\phi + 2 * l'_x + 10\phi + g_d$$

Onde:

g_e : gancho do lado esquerdo, sendo que $g_e = h_e - cob_{sup} - cob_{inf}$

g_d : gancho do lado direito, sendo que $g_d = h_d - cob_{sup} - cob_{inf}$

l'_x : maior dos menores vãos das lajes

Deve-se calcular também o comprimento das barras negativas de lajes que não apresentam continuidade. Segundo a Figura 7, retirada de Perlin, Padaratz & Pinto (2017), o comprimento dessas armaduras é dado por:

$$C = 25\phi + t_0 - cob_{viga} + 0,15l_x + g$$

Sendo que:

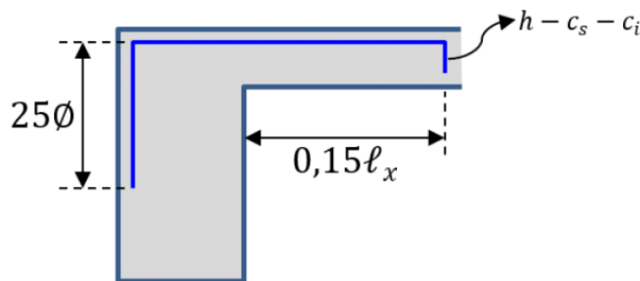
t_0 : largura da viga de apoio;

cob_{viga} : cobrimento da viga;

l_x : comprimento do menor vão da laje;

g : gancho, definido por $g = h - cob_{sup} - cob_{inf}$.

Figura 7: Detalhamento de armadura sem continuidade



Fonte: Perlin, Padaratz e Pinto (2017)

4.1.6.2.1 Economia de Ponta em Armaduras Negativas

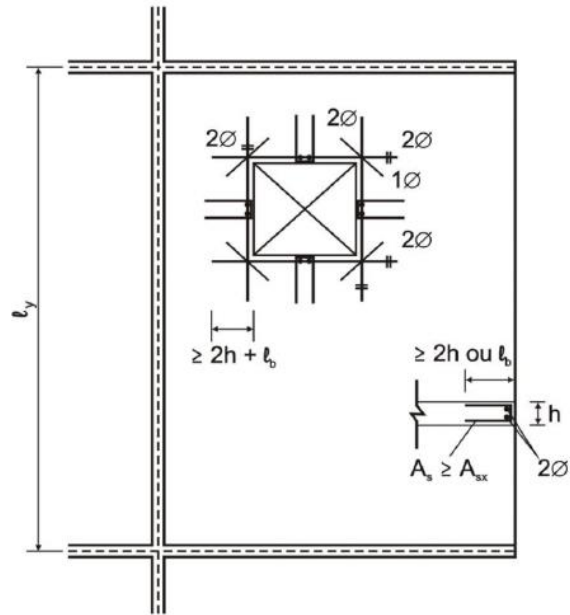
Os diagramas de momentos fletores negativos sofrem variações, assim como os positivos. Isso torna a economia de ponta possível também em armaduras negativas. Nessa situação, as regiões da laje que mantém o espaçamento s calculado são os apoios, enquanto as áreas centrais passam a apresentar metade das barras, que tem seu comprimento dado por:

$$C = g_e + 2 * (0,125 * l'_x + 10\phi) + 0,125 * l'_x + 10\phi + g_d$$

4.1.6.3. Bordas Livres e Aberturas

Quando a laje apresenta uma abertura ou borda livre, o item 20.2 da NBR 6118:2014 estabelece que as armaduras interrompidas devem respeitar a quantidade e comprimentos mínimos e detalhamento ilustrados na Figura 8, retirada da norma.

Figura 8: Bordas livres e aberturas das lajes maciças



Fonte: NBR 6118:2014, Figura 20.1

Resultados das lajes em estudo

Armaduras positivas da laje L2

Por se tratar de uma laje unidirecional, a laje L2 apresenta uma armadura principal na direção do menor vão, enquanto o maior vão possui apenas armadura secundária.

Direção x (menor vão)

$$\varnothing = 6,3\text{mm}$$

$$A_s = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{1,20}{0,312} = 3,85 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{3,85} = 26 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 16 \text{ cm} \\ 20\text{cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 16 \text{ cm}$$

A laje L2 não apresenta comprimento constante ao longo do seu menor vão, devido à presença de um *shaft* em um dos seus cantos. Por isso, deve-se calcular os tamanhos e quantidades diferentes de barras necessárias para suportar o elemento:

$$Q_1 = \frac{360,0}{16} - 1 = 23 \text{ barras}$$

$$Q_2 = \frac{100,0}{16} - 1 = 7 \text{ barras}$$

$$C_1 = 10 * 0,63 + 130,0 + 10 * 0,63 = 142,6 \text{ cm}$$

$$C_1 = 143 \text{ cm}$$

$$C_2 = 10 * 0,63 + 116,0 + 10 * 0,63 = 127,6 \text{ cm}$$

$$C_1 = 128 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura principal de L2 é:

$$23 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/16 - 146$$

$$7 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/16 - 128$$

Direção y (maior vão)

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{0,90}{0,312} = 2,88 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{2,88} = 34 \text{ cm}$$

$$s \leq 33 \text{ cm}$$

$$s_{final} = 33 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{128,0}{33} - 1 = 3 \text{ barras}$$

$$C = 10 * 0,63 + 458,0 + 10 * 0,63 = 470,6 \text{ cm}$$

$$C = 471 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura secundária de L2 é:

$$3 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/33 - 471$$

Armaduras positivas da laje L4

Por se tratar de uma laje bidirecional, L4 apresenta armadura principal nas duas direções.

Direção x

$$\emptyset = 8,0 \text{ mm}$$

$$A_s = 2,44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,503 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{2,44}{0,503} = 4,85 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{4,85} = 21 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 18 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 18 \text{ cm}$$

A laje L4 não tem comprimento constante ao longo do seu menor vão. Por isso, deve-se calcular os tamanhos e quantidades diferentes de barras necessárias para suportar o elemento:

$$Q_1 = \frac{453}{18} - 1 = 25 \text{ barras}$$

$$Q_2 = \frac{56,5}{18} - 1 = 3 \text{ barras}$$

$$C_1 = 10 * 0,8 + 461,0 + 10 * 0,8 = 477,0 \text{ cm}$$

$$C_1 = 477 \text{ cm}$$

$$C_2 = 10 * 0,8 + 245,0 + 10 * 0,8 = 261 \text{ cm}$$

$$C_2 = 261 \text{ cm}$$

Dessa forma, os detalhamentos da armadura na direção do menor vão de L4 é:

$$25 \text{ } \emptyset 8,0 \text{ c}/18 - 477$$

$$3 \text{ } \emptyset 8,0 \text{ c}/18 - 261$$

Direção y

$$\emptyset = 8,0 \text{ mm}$$

$$A_s = 3,76 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,503 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{3,81}{0,503} = 7,48 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{7,48} = 13 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 18 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 13 \text{ cm}$$

A laje L4 não tem comprimento constante ao longo do seu maior vão. Por isso, deve-se calcular os tamanhos e quantidades diferentes de barras necessárias para suportar o elemento:

$$Q_1 = \frac{241,5}{13} - 1 = 19 \text{ barras}$$

$$Q_2 = \frac{216,5}{13} - 1 = 16 \text{ barras}$$

$$C_1 = 10 * 0,8 + 511,0 + 10 * 0,8 = 527,0 \text{ cm}$$

$$C_1 = 527 \text{ cm}$$

$$C_2 = 10 * 0,8 + 456,0 + 10 * 0,8 = 472,0 \text{ cm}$$

$$C_2 = 472 \text{ cm}$$

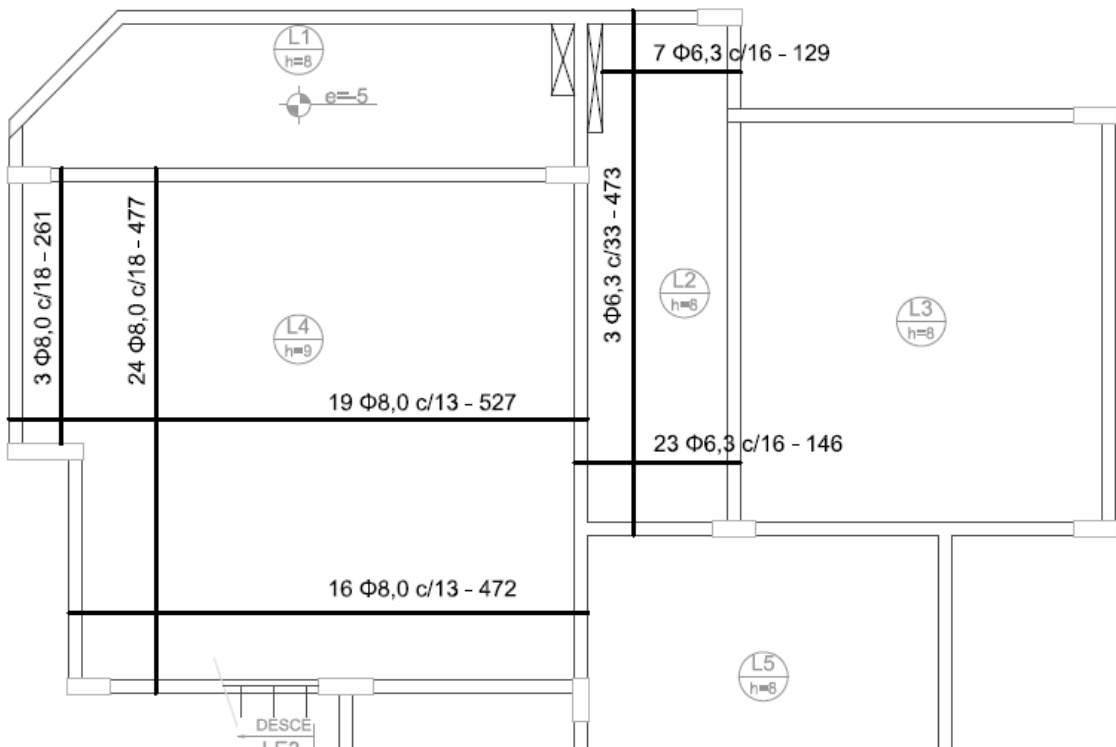
Dessa forma, os detalhamentos da armadura na direção do maior vão de L4 é:

$$19 \text{ } \varnothing 8,0 \text{ c}/13 - 527$$

$$16 \text{ } \varnothing 8,0 \text{ c}/13 - 472$$

O detalhamento final das armaduras positivas das lajes estudadas pode ser observado na Figura 9:

Figura 9: Detalhamento das armaduras positivas das lajes



Fonte: Da Autora

Armaduras Negativas

Entre L2 e L3

$$\varnothing = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 2,05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/m$$

$$n = \frac{2,05}{0,312} = 6,57 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{6,57} = 15 \text{ cm}$$

$$h_e = h_d = 8 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 16 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 15 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{368,0}{15} - 1 = 30 \text{ barras}$$

$$g_e = g_d = 8,0 - 1,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$l'_x \geq \begin{cases} l'_{xe} = 130,0 \text{ cm} \\ l'_{xd} = 335,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l'_x = 335,0 \text{ cm}$$

$$C = 4 + (10 * 0,63) + (2 * 0,25 * 335) + (10 * 0,63) + 4 = 188,1 \text{ cm}$$

$$C = 188 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L2 e L3 é:

$$30 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/15 - 188$$

Entre L2 e L4 (com economia de ponta)

$$\emptyset = 8,0 \text{ mm}$$

$$A_s = 5,08 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{unit} = 0,503 \text{ cm}^2/m$$

$$n = \frac{5,08}{0,503} = 10,0 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{10} = 10 \text{ cm}$$

$$h_e = 9 \text{ cm} \quad h_d = 8 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 16 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 10 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{313,0}{10} - 1 = 31 \text{ barras}$$

$$g_d = 8,0 - 1,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$g_e = 10 - 1,5 - 2,5 = 6 \text{ cm}$$

$$l'_x \geq \begin{cases} l'_{xe} = 461,0 \text{ cm} \\ l'_{xd} = 130,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l'_x = 461 \text{ cm}$$

$$C = 6,0 + 2 * (0,125 * 461,0 + 10 * 0,8) + 0,125 * 461,0 + 10 * 0,8 + 4 = 206,9 \text{ cm}$$

$$C = 207 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L2 e L4 com economia de ponta é:

$$31 \text{ } \emptyset 8,0 \text{ c}/10 - 207$$

Como todos os fatores presentes na continuidade entre as lajes L2 e L4 se repetem entre L4 e L5, tem-se que as armaduras negativas de ambas as regiões são iguais. Por isso, o detalhamento da armadura negativa necessária entre L4 e L5 não será exemplificado.

Entre L2 e L5

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{1,20}{0,312} = 3,85 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{3,85} = 26 \text{ cm}$$

$$h_e = h_d = 8 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 16 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\text{final}} = 16 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{128,2}{16} - 1 = 7 \text{ barras}$$

$$g_e = g_d = 8,0 - 1,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$l'_x \geq \begin{cases} l'_{xe} = 133,0 \text{ cm} \\ l'_{xd} = 265,3 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l'_x = 265,3 \text{ cm}$$

$$C = 4 + (10 * 0,63) + (2 * 0,25 * 265,3) + (10 * 0,63) + 4 = 153,3 \text{ cm}$$

$$C = 153 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L2 e L5 é:

$$7 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c/16} - 153$$

Entre L4 e L6

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 1,20 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{\text{unit}} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{1,20}{0,312} = 3,85 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{3,85} = 26 \text{ cm}$$

$$h_e = 10 \text{ cm} \quad h_d = 8 \text{ cm}$$

$$s \leq \begin{cases} 2h = 16 \text{ cm} \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{final} = 16 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{204,7}{16} - 1 = 12 \text{ barras}$$

$$g_d = 8,0 - 1,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$g_e = 10,0 - 1,5 - 2,5 = 6 \text{ cm}$$

$$l'_x \geq \begin{cases} l'_{xe} = 461,0 \text{ cm} \\ l'_{xd} = 216,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l'_x = 461,0 \text{ cm}$$

$$C = 4 + (10 * 0,63) + (2 * 0,25 * 461,0) + (10 * 0,63) + 6 = 253,1 \text{ cm}$$

$$C = 253 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa entre L4 e L6 é:

$$12 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/16 - 253$$

Armaduras negativas sem continuidade

Laje L2

A laje L2 apresenta bordo sem continuidade apenas na direção do seu maior vão.

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,80 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{0,80}{0,312} = 2,58 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{2,58} = 38 \text{ cm}$$

$$s \leq 33 \text{ cm}$$

$$s_{final} = 33 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{128,0}{33} - 1 = 3 \text{ barras}$$

$$g = 8,0 - 1,5 - 2,5 = 4 \text{ cm}$$

$$C = (25 * 0,63) + 12 - 3,0 + (0,15 * 130,0) + 4 = 48,3 \text{ cm}$$

$$C = 49 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa sem continuidade de L2 é:

$$3 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/33 - 49$$

Laje L4

A laje L4 apresenta continuidade com lajes adjacentes em todos os bordos, exceto em um dos lados da direção do maior vão e na divisa com o espaço de um dos lances da escada.

Direção do maior vão

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{0,90}{0,312} = 2,88 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{2,88} = 34 \text{ cm}$$

$$s \leq 33 \text{ cm}$$

$$s_{final} = 33 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{458}{33} - 1 = 13 \text{ barras}$$

$$g = 9,0 - 1,5 - 2,5 = 5 \text{ cm}$$

$$C = (25 * 0,63) + 12 - 3,0 + (0,15 * 461,0) + 5 = 99,0 \text{ cm}$$

$$C = 99 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa sem continuidade de L4 na direção do maior vão é:

$$13 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/33 - 99$$

Limite com o vão da escada

$$\emptyset = 6,3 \text{ mm}$$

$$A_s = 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{unit} = 0,312 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$n = \frac{0,90}{0,312} = 2,88 \text{ barras/m}$$

$$s = \frac{100}{2,88} = 34 \text{ cm}$$

$$s \leq 33 \text{ cm}$$

$$s_{final} = 33 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{217}{33} - 1 = 6 \text{ barras}$$

$$g = 9,0 - 1,5 - 2,5 = 5 \text{ cm}$$

$$C = (25 * 0,63) + 12 - 3,0 + (0,15 * 461,0) + 5 = 99,0 \text{ cm}$$

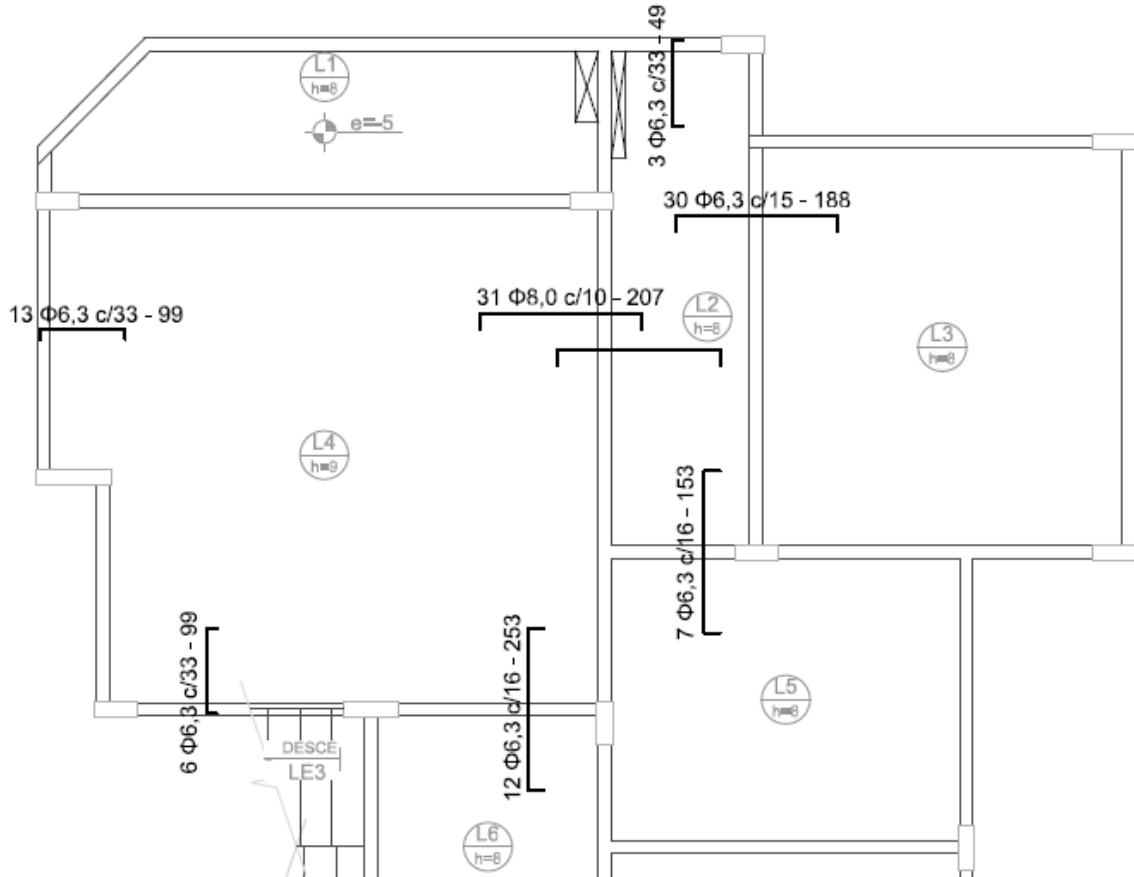
$$C = 99 \text{ cm}$$

Dessa forma, o detalhamento da armadura negativa sem continuidade de L4 na direção do maior vão é:

$$6 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ c}/33 - 99$$

O detalhamento final das armaduras positivas das lajes estudadas pode ser observado na Figura 10:

Figura 10: Detalhamento das armaduras negativas das lajes



Fonte: Da Autora

4.1.7. Reações de Apoio das Lajes

Com o resultado do dimensionamento das lajes, deve-se calcular os esforços transmitidos às vigas. Para isso, é possível seguir as orientações do item 14.7.6.1 da NBR 6118:2014, que sugere que a laje deve ser dividida por retas inclinadas, que correspondem aproximadamente às linhas de ruptura do elemento. Considera-se que o carregamento presente em cada trapézio ou triângulo resultantes é o esforço transferido para o elemento de apoio correspondente.

As retas inclinadas são determinadas de acordo com os seguintes ângulos:

- 45° entre apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio engastado, quando o outro é considerado simplesmente apoiado;

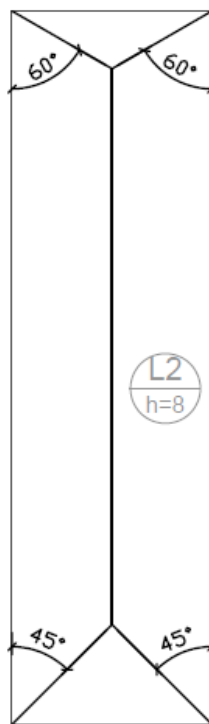
- 90° a partir do apoio quando a borda vizinha é livre.

As lajes em estudo foram divididas em quatro regiões de influência. As reações nas vigas foram determinadas multiplicando-se a área de cada região pelo carregamento distribuído, o qual é definido pela soma das cargas permanentes com as acidentais (calculadas no item 4.1.2 deste trabalho). Depois, dividiu-se esse valor pelo comprimento da viga.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

$$p = g + q = 9,08 + 1,5 = 10,58 \text{ kN/m}^2$$



$$A'_{1x} = 2,61 \text{ m}^2$$

$$A'_{2x} = 2,61 \text{ m}^2$$

$$A_y = 0,24 \text{ m}^2$$

$$A'_y = 0,41 \text{ m}^2$$

Com os valores das áreas, calculam-se os carregamentos transferidos às vigas pela laje.

Viga V3

$$q_y = \frac{A_y * p}{l_{x,ef}} = \frac{0,41 * 10,58}{1,30} = 3,34 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Viga V21

$$q'_y = \frac{A'_y * p}{l_{x,ef}} = \frac{0,24 * 10,58}{1,30} = 1,95 \frac{kN}{m}$$

Viga V15

Nesse caso, como a laje apresenta uma borda livre de 100 cm em uma das extremidades da viga, a dimensão da viga a ser considerada não será o vão efetivo da laje, mas apenas o comprimento que realmente atua como apoio.

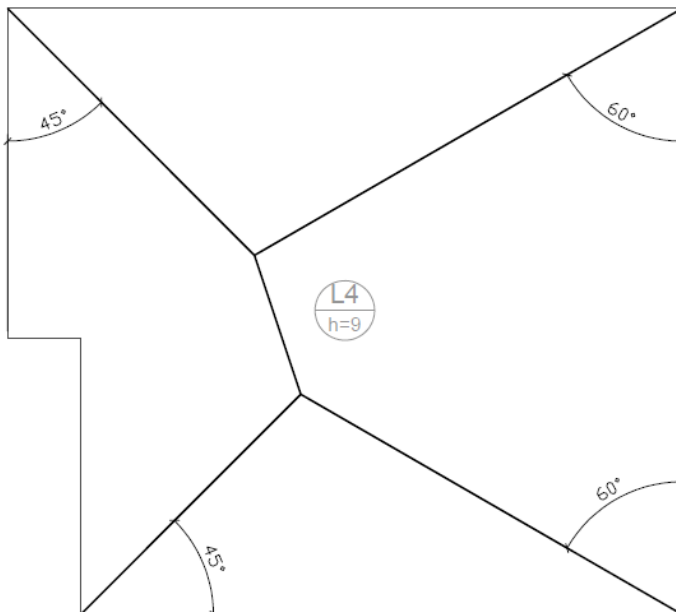
$$q'_{1x} = \frac{A'_{1x} * p}{l_y} = \frac{2,61 * 10,58}{3,65} = 7,57 \frac{kN}{m}$$

Viga V17

$$q'_{2x} = \frac{A'_{2x} * p}{l_{y,ef}} = \frac{2,61 * 10,58}{4,61} = 6,00 \frac{kN}{m}$$

Laje L4

$$p = g + q = 3,95 + 1,5 = 5,45 \text{ kN/m}^2$$



$$A_{1x} = 4,72 \text{ m}^2$$

$$A_{2x} = 3,76 \text{ m}^2$$

$$A_y = 5,0 \text{ m}^2$$

$$A'_y = 8,57 \text{ m}^2$$

Viga V2

$$q_{1x} = \frac{A_{1x} * p}{l_{y,ef}} = \frac{4,72 * 5,45}{5,11} = 5,03 \frac{kN}{m}$$

Viga V4

$$q_{2x} = \frac{A_{2x} * p}{l_y} = \frac{3,76 * 5,45}{4,65} = 4,41 \frac{kN}{m}$$

Vigas V11 e V13

As vigas V13 e V15 suportam juntas a área de influência A_y . Sendo assim, optou-se por calcular a reação da laje nesses elementos como se fossem um só, e considerando o vão efetivo da laje.

$$q_y = \frac{A_y * p}{l_{x,ef}} = \frac{5,0 * 5,45}{4,61} = 5,91 \frac{kN}{m}$$

Viga V15

$$q'_y = \frac{A'_y * p}{l_{y,ef}} = \frac{8,57 * 5,45}{4,61} = 10,13 \frac{kN}{m}$$

4.1.8. Verificação ao Cisalhamento

Segundo a NBR 6118:2014, elementos tais como lajes podem necessitar de armaduras transversais que resistam ao cisalhamento. Para que o uso dessa armadura seja dispensado, a força cortante de cálculo V_{sd} deve ser menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd1} do elemento:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

Sabendo que as lajes em estudo não são protendidas, as forças cortantes de cálculo V_{sd} e V_{Rd1} são dadas, respectivamente, pelas seguintes expressões:

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x}$$
$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} * k(1,2 + 40\rho_1)]b_w d$$

Onde

$q_{m\acute{a}x}$: valor de reação da laje no apoio estudado

$$k = \begin{cases} 1,0 & \text{para elementos que 50\% da armadura não chegam no apoio} \\ (1,6 - d) \geq 1 & \text{para os demais casos, sendo } d \text{ medido em metros} \end{cases}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w * d} \leq |0,02|$$

Sendo d a altura útil do elemento, e A_{s1} correspondente à área de armadura de tração que se estende até não menos que $d + l_{b,nec}$ além da seção considerada, onde $l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem necessário.

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd,inf} = 0,25 * \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 * \frac{0,7 * f_{ctkm}}{1,4} = 0,25 * \frac{0,7 * (0,3 * f_{ck}^{2/3})}{1,4}$$

No presente estudo, o valor de τ_{Rd} pode ser dado por:

$$\tau_{Rd} = 0,25 * \frac{0,7 * (0,3 * 25^{2/3})}{1,4} = 320,62 \text{ kN/m}^2$$

Costumeiramente, essa verificação é realizada apenas no apoio que apresenta a maior reação de apoio.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

Na laje L2, a maior reação de apoio ocorre junto à viga V15, onde o carregamento transferido de um elemento a outro é igual a 7,57 kN/m.

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x} = 1,4 * q'_{2x} = 1,4 * 7,57 = 10,60 \text{ kN/m}$$

A armadura presente nessa região e que obedece ao critério $d + l_{b,nec}$ é a armadura negativa entre L2 e L4, a qual tem valor de 5,08 cm²/m. Por ser um trecho com economia de ponta, utiliza-se metade do valor da armadura

$$\rho_1 = \frac{2,54}{100 * 6,10} = 0,0042 \leq |0,02|$$

Como a armadura negativa dessa região foi detalhada com economia de ponta, tem-se que $k=1,0$.

$$V_{Rd1} = [320,62 * 1,0 * (1,2 + 40 * 0,0042)] * 1,0 * 0,0610$$

$$V_{Rd1} = 26,76 \frac{kN}{m}$$

Como pode ser observado, a força cortante de cálculo V_{sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd1} do elemento, o que leva à dispensa do uso de armadura resistente ao cisalhamento.

Laje L4

Na laje L4, a maior reação de apoio também ocorre junto à viga V15, onde o carregamento transferido de um elemento a outro é igual a 10,13 kN/m.

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x} = 1,4 * q'_y = 1,4 * 10,13 = 14,18 \text{ kN/m}$$

A armadura presente nessa região e que obedece ao critério $d + l_{b,nec}$ é a armadura negativa entre L2 e L4, a qual tem valor de 5,08 cm²/m. Por ser um trecho com economia de ponta, utiliza-se metade do valor da armadura

$$\rho_1 = \frac{2,54}{100 * 7,10} = 0,0036 \leq |0,02|$$

Como a armadura negativa dessa região foi detalhada com economia de ponta, tem-se que $k=1,0$.

$$V_{Rd1} = [320,62 * 1,0 * (1,2 + 40 * 0,0036)] * 1,0 * 0,0710$$

$$V_{Rd1} = 22,86 \frac{kN}{m}$$

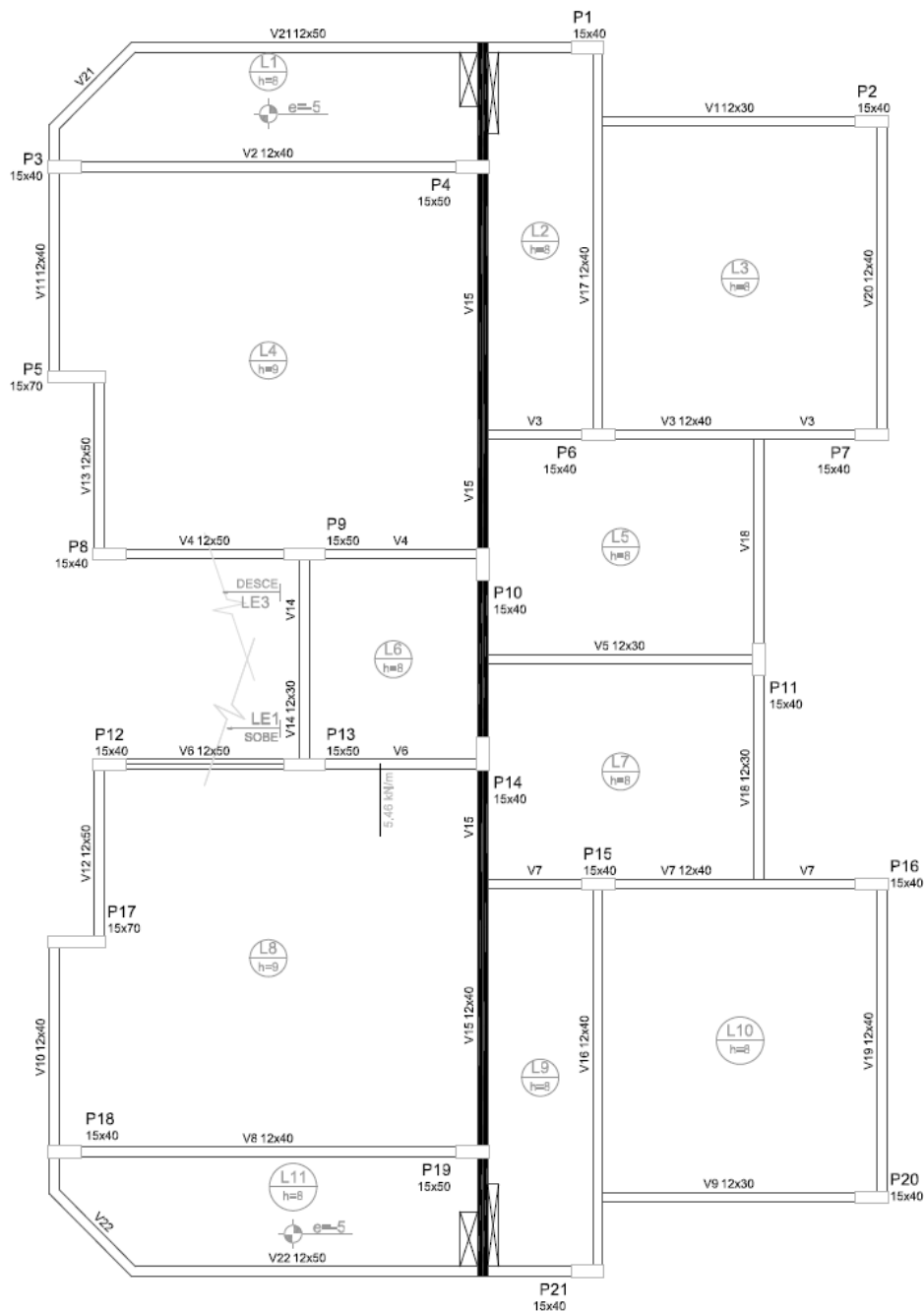
Como pode ser observado, a força cortante de cálculo V_{sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd1} do elemento, o que leva à dispensa do uso de armadura resistente ao cisalhamento.

4.2. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DAS VIGAS

Uma viga é considerada um elemento linear, ou seja, seu comprimento é pelo menos três vezes maior que a sua maior dimensão transversal.

No presente trabalho, foi escolhido realizar o dimensionamento manual da viga V15, destacada na Figura 11, devido ao fato desta apresentar o maior comprimento, cinco vãos e suportar os maiores carregamentos oriundos das lajes.

Figura 11: Destaque da viga em estudo



Fonte: Da Autora

4.2.1. Pré-dimensionamento e Vãos efetivos

Uma das primeiras etapas no dimensionamento de vigas é a definição de suas dimensões, vãos efetivos e vinculações com outros elementos.

Conforme mencionado no item 3.2 deste trabalho, as vigas foram posicionadas de forma que ficassem totalmente inseridas nas paredes. Sendo assim, a largura adotada para todos esses elementos estruturais foi igual a 12 cm. Com relação à definição da altura de vigas, costuma-se usar, como valor base, a seguinte relação:

$$h = \frac{l}{12}$$

Onde l corresponde ao maior vão entre apoios apresentado pela viga.

O vão efetivo é calculado com o mesmo procedimento utilizado para lajes, explicado no item 4.1.1.

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Onde a_1 e a_2 são definidos de acordo com o menor valor apresentado a seguir:

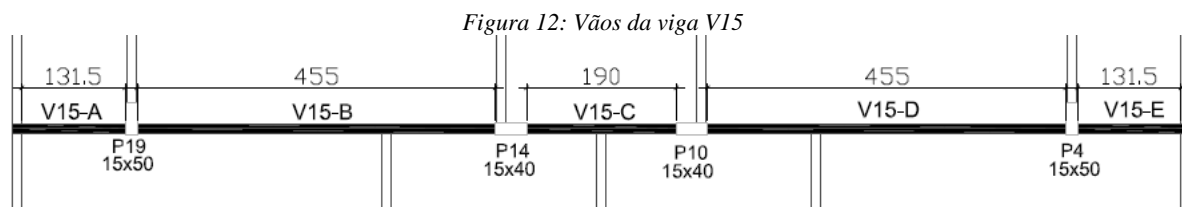
$$a_i \leq \begin{cases} 0,3 * h \\ \frac{t_i}{2} \end{cases}$$

Sendo que t_i corresponde à largura do apoio presente em cada extremidade do vão, podendo ser uma outra viga ou um pilar. A Figura 4 ilustra cada um desses parâmetros.

As vinculações com os demais elementos foram definidas de acordo com as recomendações presentes no item 14.6.6.1 da NBR 6118:2014 para análise de cargas verticais em vigas contínuas. Esse estudo será desenvolvido com o uso do *software* Ftool, utilizando-se o modelo de pórtico plano e considerando que os pilares abaixo e acima da viga tem metade de sua altura real.

Resultado da viga em estudo

A Figura 12 representa as dimensões dos vãos livres adotados no cálculo dos vãos efetivos da viga V15. A imagem apresenta-se rotacionada para facilitar o entendimento da estrutura lançada posteriormente no *software* Ftool.



Fonte: Da Autora

A título de exemplo, será mostrado o cálculo do vão efetivo do trecho V15-B:

$$h = \frac{455}{12} = 38 \text{ cm}$$

De acordo com o valor obtido, a altura da viga pode ser determinada em 40 cm.

$$a_1 \leq \begin{cases} 0,3 * 40 = 12 \text{ cm} \\ \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm} \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 0,3 * 10 = 12 \text{ cm} \\ \frac{40}{2} = 20 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{ef} = 455 + 7,5 + 12 = 474,5 \text{ cm}$$

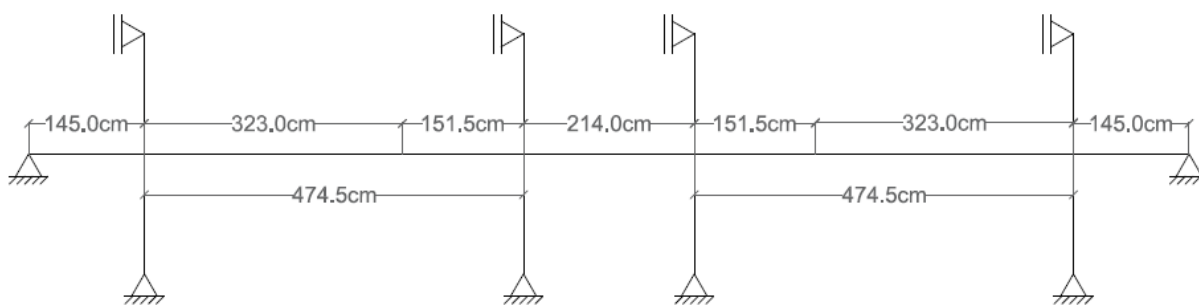
Repetindo-se o cálculo para os demais trechos, são obtidos os resultados apresentados no Quadro 5 e na Figura 13.

Quadro 5: Vãos efetivos dos trechos de V15

Trecho	V15-A	V15-B	V15-C	V15-D	V15-E
l_{ef} (cm)	145,0	474,5	214,0	474,5	145,0

Fonte: Da Autora

Figura 13: Lançamento da estrutura no software Ftool



Fonte: Da Autora

Como pode ser justificado pela simetria existente no projeto arquitetônico, os trechos A e E são iguais entre si, assim como ocorre entre B e D. Dessa forma, a partir desse ponto do trabalho, serão exemplificados, quando necessário, apenas os cálculos dos trechos A, B e C.

4.2.2. Carregamentos

Assim como nas lajes, as cargas presentes nas vigas são classificadas como permanentes (p) e acidentais (q). Nesse caso, a parcela permanente corresponde aos esforços permanentes provenientes das lajes, o peso próprio do elemento e a carga das paredes de alvenaria posicionadas diretamente acima da viga. A parcela acidental diz respeito à carga acidental transmitida pelas lajes apoiadas no elemento. Além disso, os carregamentos são distribuídos de forma linear.

4.2.2.1. Peso Próprio (g_{pp})

Corresponde ao peso da própria viga, e é calculado multiplicando-se o peso específico do concreto $\gamma_{concreto}$ (igual a 25 kN/m^3) pela espessura b e pela altura h do elemento.

$$g_{pp} = \gamma_{concreto} * b * h$$

4.2.2.2. Carga de Parede (g_{par})

É determinada conforme as dimensões da parede e o peso específico da alvenaria. Nessa situação, a altura da parede não corresponde à altura total do pavimento, pois deve-se descontar a altura da viga do pavimento superior.

Nesse projeto, todas as paredes têm 15 cm de largura, e considera-se que γ_{par} é igual a 13 kN/m^3 .

$$g_{par} = \gamma_{par} * b_{par} * h_{par}$$

4.2.2.3. Cargas das Lajes (g_{laje})

O cálculo das reações provenientes do apoio das lajes é realizado de acordo com o procedimento explicado no item 4.1.7 deste trabalho.

4.2.2.4. Cargas Pontuais de outras Vigas (P_v)

Para determinação dos esforços provenientes das demais vigas do projeto, é necessário calcular as cargas presentes nestas. Com essa finalidade, as vigas apoiadas em V15 foram lançadas separadamente no *software* Ftool com suas cargas correspondentes e, a partir dos seus diagramas de esforços cortantes, foram definidas as reações destas na viga em estudo.

4.2.2.5. Combinações de Cargas

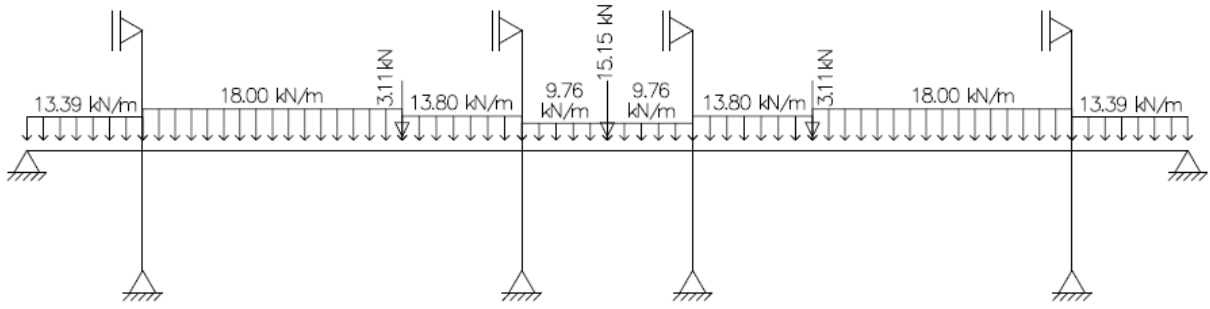
A definição das combinações de cargas nas vigas se dá da mesma forma que para as lajes, já explicadas no item 4.1.2.5.

Resultado da viga em estudo

A fim de determinar os carregamentos presentes em V15, primeiramente foram estudadas as vigas nela apoiadas. Isso significou calcular os esforços presentes nas vigas V3, V5, V7 e V18. Após essa etapa, as cargas acidentais e permanentes foram determinadas separadamente, para que seja possível definir com maior facilidade, posteriormente, os valores dos esforços no Estado Limite Último e no Estado Limite de Serviço.

Para o cálculo do carregamento permanente, foram considerados o peso próprio da viga, a carga de parede acima da mesma e a parcela de cargas permanentes das lajes, resultando na configuração apresentada na Figura 14.

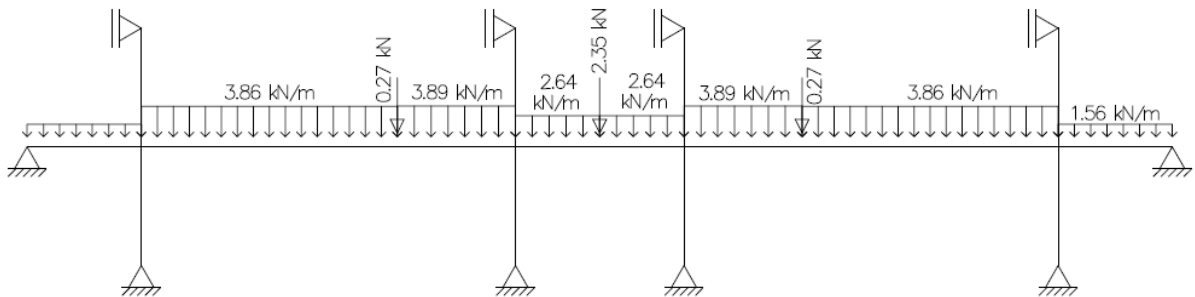
Figura 14: Cargas permanentes em V15



Fonte: Da Autora

No cálculo do carregamento acidental presente em V15, considerou-se apenas as parcelas acidentais das cargas oriundas das lajes, como pode ser observado na Figura 15.

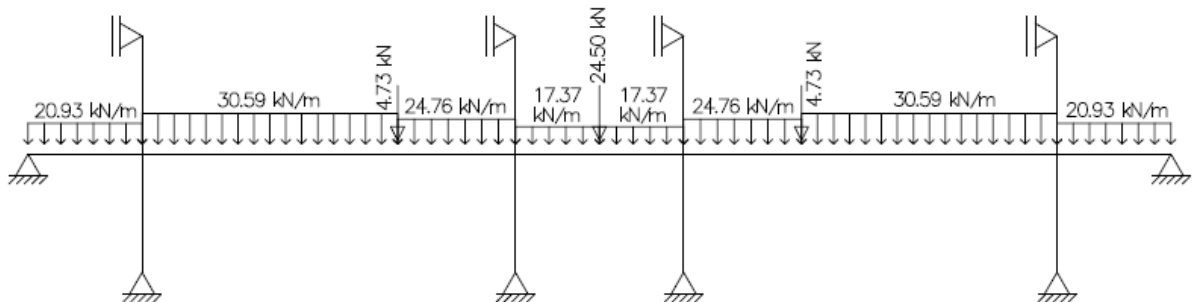
Figura 15: Cargas acidentais em V15



Fonte: Da Autora

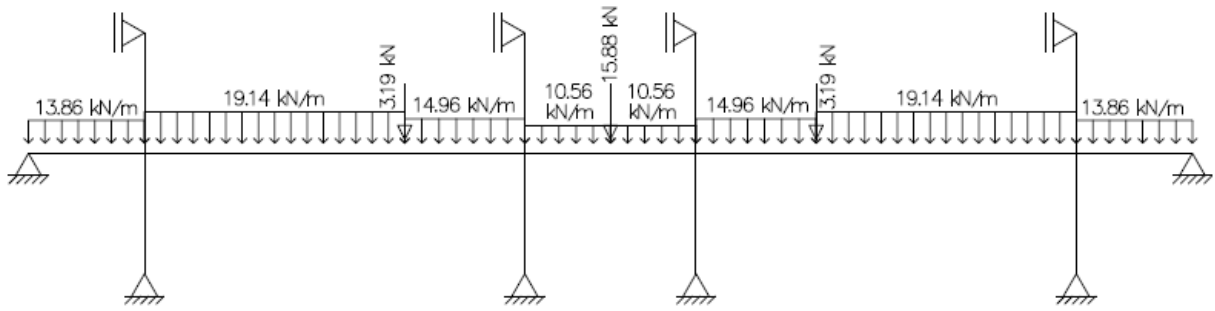
Com base nessas informações, é possível realizar as combinações de cargas para o ELU e o ELS, representados, respectivamente, nas Figuras 16 e 17.

Figura 16: Cargas no Estado Limite Último



Fonte: Da Autora

Figura 17: Cargas no Estado Limite de Serviço



Fonte: Da Autora

4.2.3. Diagramas de Esforços Internos

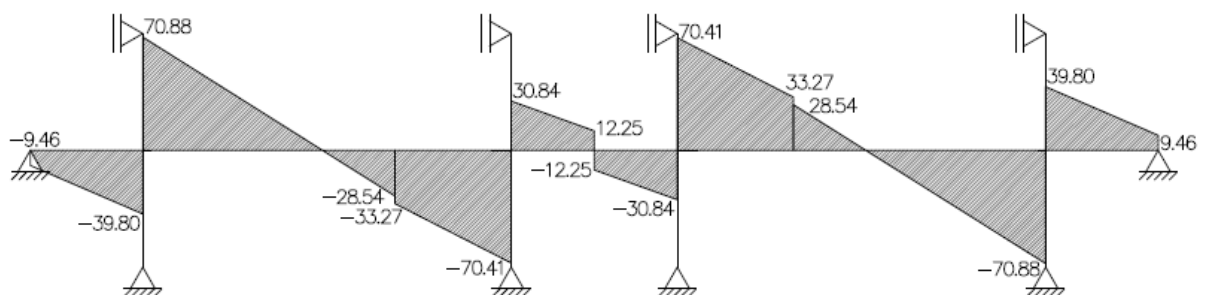
Para tornar possível o dimensionamento das armaduras longitudinais e transversais da viga, além das verificações de flechas, é necessário ter em mãos os diagramas de esforços cortantes e de momentos fletores do elemento. Para isso, optou-se pela utilização dos valores fornecidos pelo *software* Ftool, por apresentar resultados mais precisos que aqueles obtidos por cálculos manuais.

Para o dimensionamento das armaduras, obtém-se os diagramas resultantes das cargas do Estado Limite Último. Já para as verificações de flecha, são necessárias apenas as informações do diagrama de momentos fletores decorrente da combinação quase permanente de cargas do Estado Limite de Serviço.

Resultado da viga em estudo

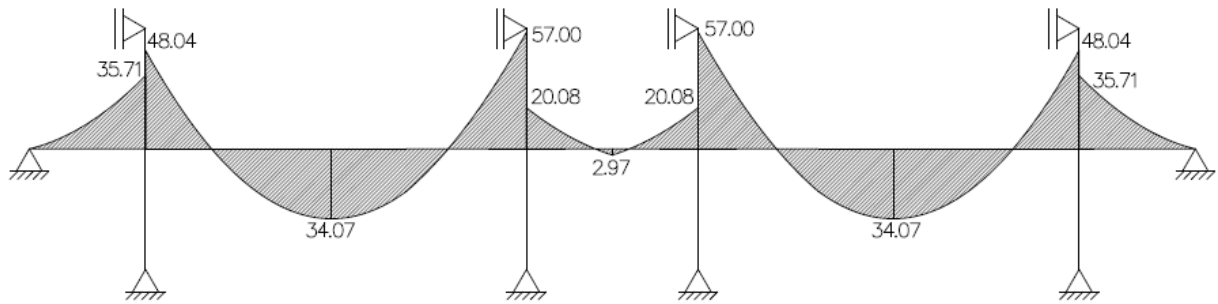
Tendo como objetivo obter os diagramas de esforço cortante e momentos fletores da viga V15 para o Estado Limite Último, foram lançadas no *software* Ftool as cargas já apresentadas na Figura 16. Os diagramas encontram-se representados nas Figuras 18 e 19.

Figura 18: Diagrama de esforços cortantes no ELU [kN]



Fonte: Da Autora

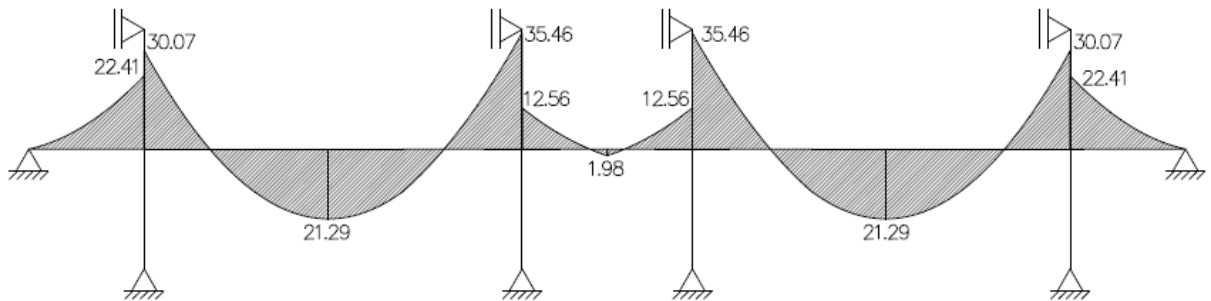
Figura 19: Diagrama de momentos fletores no ELU [kNm]



Fonte: Da Autora

Por outro lado, para obtenção do diagrama de momentos fletores gerado pelas cargas do Estado Limite de Serviço, representado na Figura 20, foi lançado no Ftool o carregamento previamente apresentado na Figura 17.

Figura 20: Diagrama de momentos fletores no ELS [kNm]



Fonte: Da Autora

4.2.4. Dimensionamento das Armaduras Longitudinais

O cálculo das armaduras longitudinais para vigas é muito semelhante ao procedimento já descrito no item 4.1.4 para lajes. O procedimento é o mesmo para armaduras positivas e negativas.

Primeiramente determina-se a bitola máxima a ser adotada. Aqui, será utilizada a mesma recomendação que a NBR 6118:2014 prescreve para pilares, no item 18.4.2.1, o qual afirma que a bitola da barra não pode ultrapassar $1/8$ da menor seção transversal do elemento.

$$\phi_{m\acute{a}x} \leq \frac{b}{8}$$

Tendo definido a bitola adotada, parte-se para a definição da altura útil do elemento, que corresponde à distância entre o centro de gravidade da armadura e a face comprimida da viga.

$$d = h - cob - \phi_t - \frac{\phi_l}{2}$$

Sendo que

ϕ_t : diâmetro das barras transversais;

ϕ_l : diâmetro das barras longitudinais.

Caso a armadura esteja distribuída em duas ou mais camadas, deve-se calcular o centro de gravidade de acordo com a configuração final das barras. Por exemplo, em uma situação em que a armadura esteja dividida em duas camadas, o centro de gravidade é calculado de acordo com a seguinte expressão:

$$cg = \frac{n_1 * A_{\phi l} \left(cob - \phi_t + \frac{\phi_l}{2} \right) + n_2 * A_{\phi l} \left(cob - \phi_t + ev + \frac{3 * \phi_l}{2} \right)}{(n_1 + n_2) * A_{\phi}}$$

Onde:

n_1 : número de barras da primeira camada;

n_2 : número de barras da segunda camada;

A_{ϕ} : área unitária das barras;

ev : espaçamento vertical entre camadas.

Deve-se calcular também a linha neutra do elemento, com a mesma fórmula já usada para lajes:

$$x = 1,25d \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 * f_{cd} * b * d^2}} \right]$$

Realizando-se a razão entre os valores da linha neutra x e da altura útil d , determina-se o domínio de deformação da peça de concreto armado. De acordo com a NBR 6118:2014, item 17.2.3, vigas submetidas a flexão simples devem se enquadrar nos domínios 2 ou 3 de baixa ductilidade. Caso isso não ocorra, deve-se fazer uso de armaduras de compressão.

$$\text{Domínio 2} \rightarrow \frac{x}{d} \leq 0,259$$

$$\text{Domínio 3} \rightarrow 0,259 < \frac{x}{d} \leq 0,45$$

$$\text{Domínio 3 de baixa ductilidade} \rightarrow 0,45 < \frac{x}{d} \leq 0,628$$

$$\text{Domínio 4} \rightarrow \frac{x}{d} > 0,628$$

Após definido o domínio, segue-se para o cálculo da armadura principal, a qual é determinada pela mesma equação das lajes:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$

4.2.4.1. Armaduras Mínimas

Em situações em que apenas é necessário verificar se a armadura calculada está de acordo com a norma, utiliza-se o Quadro 4 presente no item 4.1.4.3 e a equação abaixo:

$$A_{s,mín} = \rho_{mín} * b * h$$

Porém, quando o trecho estudado não possui momento positivo, deve-se determinar a armadura necessária para um momento fletor mínimo calculado por

$$M_{d,mín} = 0,8 * W_0 * f_{ctk,sup}$$

Onde:

W_0 : módulo de resistência elástico da seção bruta de concreto, definido pela razão $\frac{I_c}{y_t}$

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$: resistência característica à tração das fibras superiores, definido por $1,3 * f_{ct}$;

f_{ct} : resistência à tração do concreto, definida por $f_{ct} = 0,3f_{ck}^{2/3} = 2565 \text{ kN/m}^2$.

Definido o valor do momento mínimo, prossegue-se normalmente com o dimensionamento do trecho.

Resultado da viga em estudo

Serão calculados os trechos A, B e C de V15, por apresentarem situações de cálculo distintas entre si. Os momentos fletores a serem utilizados estão representados na Figura 19 do item 4.2.3. Primeiramente serão calculadas as armaduras positivas, seguidas das negativas.

Antes de prosseguir com o dimensionamento, pode-se definir a armadura mínima necessária pela seção:

$$A_{s,mín} = \frac{0,15}{100} * 12 * 40 = 0,72 \text{ cm}^2$$

Armadura Positiva Trecho V15-A

Por apresentar apenas momentos negativos, esse trecho necessita de uma armadura que resista, pelo menos, ao momento fletor positivo mínimo de cálculo.

$$M_{d,mín} = 0,8 * \left[\frac{\left(\frac{0,12 * 0,4^3}{0,12} \right)}{0,25} \right] * 1,3 * 0,3 * 25^{2/3} = 8,54 \text{ kNm}$$

Tendo em mãos esse valor de momento, deve-se seguir normalmente com o dimensionamento. Nesse trecho, serão utilizadas 2 barras de Ø8,0 mm distribuídas em uma única camada.

$$\phi_{max} = \frac{b}{8} = \frac{12}{8} = 15 \text{ mm}$$

$$\phi_l = 8,0 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$$

$$d = 40 - 3,0 - 0,5 - \frac{0,8}{2} = 36,10 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,361 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8,54}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 0,12 * 0,361^2}} \right] = 0,0165 \text{ m} = 1,65 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,65}{36,10} = 0,046 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{8,54}{\frac{500000}{1,15} (0,361 - 0,4 * 0,0165)} = 0,000055 \text{ m}^2 = 0,55 \text{ cm}^2$$

Como o valor apresentado é menor que o valor mínimo definido por norma, tem-se que:

$$A_{s,final} = 0,72 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a área efetiva considerada é maior que a armadura mínima, a hipótese de utilização de duas barras de bitola igual a 8,0 mm é suficiente.

$$A_{s,ef} = 2 * \frac{\pi * 0,8^2}{4} = 1,01 \text{ cm}^2$$

Armadura Positiva Trecho V15-B

Nesse trecho, serão utilizadas 2 barras de $\emptyset 12,5$ mm distribuídas em uma única camada.

$$\emptyset_{max} = \frac{b}{8} = \frac{12}{8} = 15 \text{ mm}$$

$$\emptyset_l = 12,5 \text{ mm}$$

$$\emptyset_t = 5,0 \text{ mm}$$

$$d = 40 - 3,0 - 0,5 - \frac{1,25}{2} = 35,88 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,3588 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{34,07}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 0,12 * 0,3588^2}} \right] = 0,0708 \text{ m} = 7,08 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{7,08}{35,88} = 0,197 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{34,07}{\frac{500000}{1,15} (0,3588 - 0,4 * 0,0708)} = 0,000237 \text{ m}^2 = 2,37 \text{ cm}^2$$

Como o valor apresentado é maior que o valor mínimo definido por norma, tem-se que

$$A_{s,final} = 2,37 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a área efetiva considerada é maior que a armadura mínima, a hipótese de utilização de duas barras de bitola igual a 12,5 mm é suficiente.

$$A_{s,ef} = 2 * \frac{\pi * 1,25^2}{4} = 2,45 \text{ cm}^2$$

Armadura Positiva Trecho V15-C

Nesse trecho, serão utilizadas 2 barras de Ø8,0 distribuídas em uma única camada.

$$\phi_{max} = \frac{b}{8} = \frac{12}{8} = 15 \text{ mm}$$

$$\phi_l = 8,0 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$$

$$d = 40 - 3,0 - 0,5 - \frac{0,8}{2} = 36,10 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,361 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2,97}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 0,12 * 0,361^2}} \right] = 0,0059 \text{ m} = 0,59 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,59}{36,1} = 0,016 \rightarrow \text{Domínio 2}$$

$$A_s = \frac{2,97}{\frac{500000}{1,15} (0,361 - 0,4 * 0,0059)} = 0,000019 \text{ m}^2 = 0,19 \text{ cm}^2$$

Como o valor apresentado é menor que o valor mínimo definido por norma, tem-se que:

$$A_{s,final} = 0,72 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a área efetiva considerada é maior que a armadura mínima, a hipótese de utilização de duas barras de bitola igual a 8,0 mm é suficiente.

$$A_{s,ef} = 2 * \frac{\pi * 0,8^2}{4} = 1,01 \text{ cm}^2$$

Armadura Negativa sobre o Apoio P19

Nesse trecho, serão utilizadas 4 barras de $\varnothing 12,5$ mm distribuídas duas camadas. O afastamento vertical ev será de 2 cm.

$$\varnothing_{max} = \frac{b}{8} = \frac{12}{8} = 15 \text{ mm}$$

$$\varnothing_l = 10 \text{ mm}$$

$$\varnothing_t = 5,0 \text{ mm}$$

$$cg = \frac{2 * \frac{\pi * 1,0^2}{4} \left(3 + 0,5 + \frac{1,0}{2}\right) + 2 * \frac{\pi * 1,0^2}{4} \left(3 + 0,5 + 2 + \frac{3 * 1,0}{2}\right)}{(2 + 2) * \frac{\pi * 1,0^2}{4}} = 5,75 \text{ cm}$$

$$d = 40 - 5,75 = 34,25 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,3425 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{48,08}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 0,12 * 0,3425^2}} \right] = 0,1106 \text{ m} = 11,06 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{11,06}{34,25} = 0,323 \rightarrow \text{Domínio 3}$$

$$A_s = \frac{48,08}{\frac{500000}{1,15} (0,3425 - 0,4 * 0,1106)} = 0,000371 \text{ m}^2 = 3,71 \text{ cm}^2$$

Como o valor apresentado é maior que o valor mínimo definido por norma, tem-se que

$$A_{s,final} = 3,71 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a área efetiva considerada é maior que a armadura mínima, a hipótese de utilização de quatro barras de bitola igual a 12,5 mm é suficiente.

$$A_{s,ef} = 4 * \frac{\pi * 1,25^2}{4} = 4,91 \text{ cm}^2$$

Armadura Negativa sobre o Apoio P14

Nesse trecho, serão utilizadas 4 barras de Ø12,5 mm distribuídas duas camadas. O afastamento vertical ev será de 2 cm.

$$\phi_{max} = \frac{b}{8} = \frac{12}{8} = 15 \text{ mm}$$

$$\phi_l = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5,0 \text{ mm}$$

$$cg = \frac{2 * \frac{\pi * 1,0^2}{4} \left(3 + 0,5 + \frac{1,0}{2}\right) + 2 * \frac{\pi * 1,0^2}{4} \left(3 + 0,5 + 2 + \frac{3 * 1,0}{2}\right)}{(2 + 2) * \frac{\pi * 1,0^2}{4}} = 5,50 \text{ cm}$$

$$d = 40 - 5,5 = 34,25 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 * 0,3425 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{57,00}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 0,12 * 0,3425^2}} \right] = 0,1357 \text{ m} = 13,57 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{13,57}{34,25} = 0,396 \rightarrow \text{Domínio 3}$$

$$A_s = \frac{57,00}{\frac{500000}{1,15} (0,3425 - 0,4 * 0,1357)} = 0,000455 \text{ m}^2 = 4,55 \text{ cm}^2$$

Como o valor apresentado é maior que o valor mínimo definido por norma, tem-se que

$$A_{s,final} = 4,55 \text{ cm}^2$$

Sabendo que a área efetiva considerada é maior que a armadura mínima, a hipótese de utilização de quatro barras de bitola igual a 12,5 mm é suficiente.

$$A_{s,ef} = 4 * \frac{\pi * 1,25^2}{4} = 4,91 \text{ cm}^2$$

4.2.5. Dimensionamento das Armaduras Transversais

Com a finalidade de suportar os esforços cortantes presentes nas vigas, as armaduras transversais podem ser dimensionadas de acordo com dois modelos de cálculo distintos. O Modelo I determina que as diagonais de compressão são inclinadas em um ângulo de 45°, e que a parcela da força cortante absorvida por mecanismos complementares V_c é constante. No Modelo II, a inclinação das diagonais pode variar entre 30° e 45°, e a parcela complementar V_c sofre redução de acordo com o aumento da força solicitante V_{sd} .

Segundo Loriggio (2015), o Modelo II, apesar de exigir bielas comprimidas mais resistentes, leva ao dimensionamento de áreas de aço reduzidas, o que gera maior economia. Por esse motivo, escolheu-se dimensionar as armaduras transversais de acordo com esse método.

Primeiramente, deve-se verificar se a força resistente de cálculo das diagonais de compressão V_{Rd2} é maior que a força cortante de cálculo V_{sd} :

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

A força cortante de cálculo V_{sd} a ser considerada deve ser, preferencialmente, a máxima presente no trecho estudado, e é retirada do diagrama de esforços cortantes obtido com o carregamento do Estado Limite Último, representado na Figura 18. A força resistente de cálculo das diagonais de compressão V_{Rd2} no Modelo II pode ser definida de acordo com a seguinte expressão:

$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b * d * \sin^2 \theta * (\cot \theta + \cot \alpha)$$

Onde

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

θ : inclinação da biela de concreto;

α : inclinação dos estribos em relação à horizontal.

Caso essa condição seja atendida, determina-se a parcela da força cortante que será absorvida pelos estribos V_{sw} . Isso se faz com o uso da relação a seguir:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

Onde V_c corresponde à parcela da força cortante resistida pelo concreto, definida por:

$$V_c = V_{c1}$$

Sendo que

$$V_{c1} = 0 \text{ para } V_{sd} = V_{Rd2}$$

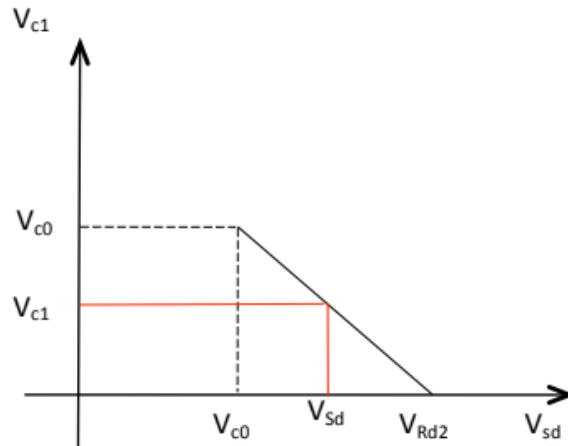
$$V_{c1} = V_{c0} \text{ para } V_{sd} \leq V_{c0}$$

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b * d$$

$$f_{ctd} = \left(\frac{0,21 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} \right), \text{ valor de cálculo da resistência à tração do concreto.}$$

Para casos intermediários, o valor de V_{c1} deve ser interpolado, seguindo o raciocínio apresentado na Figura 21:

Figura 21: Cálculo de V_{c1}



Fonte: Loriggio (2015)

Com isso, é possível dimensionar a área necessária de estribos:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 * d * f_{ywd} * \cot \theta}$$

Sendo que:

f_{ywd} : tensão na armadura transversal, definida pelo valor de 435 Mpa para aços CA-50 e CA-60

4.2.5.1. Armaduras Mínimas

De acordo com a NBR 6118:2014, item 17.4.1.1.1, a taxa de armadura mínima de todos os elementos resistentes a cisalhamento deve ser definida conforme a expressão que segue:

$$\rho_{mín} = \frac{A_{sw,mín}}{b * s * \sin \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}}$$

4.2.5.2. Espaçamentos Máximos e Mínimos

De acordo com o item 18.3.3.2 da NBR 6118:2014, o espaçamento máximo entre os estribos deve ser definido conforme as seguintes condições:

- Caso $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$, $s_{máx} = 0,6 * d \leq 300 \text{ mm}$
- Caso $V_{sd} > 0,67 * V_{Rd2}$, $s_{máx} = 0,3 * d \leq 200 \text{ mm}$

Deve-se calcular a área necessária para atender a esse espaçamento, pois nem sempre as armaduras necessária ou mínima atenderão a essa limitação. A armadura do espaçamento máximo é definida por

$$\frac{A_{sw,smáx}}{s} = \frac{2 * A_{\theta t}}{s_{máx}}$$

O mesmo item define que o espaçamento mínimo deve que permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa.

Resultado da viga em estudo

Primeiramente, devem ser definidos alguns dos parâmetros de cálculo:

- Tendo como finalidade a obtenção de armaduras mais econômicas, foi adotado o valor de 30° para o ângulo de inclinação θ das bielas de concreto. Caso esse ângulo leve a valores de V_{Rd2} menores que V_{sd} , o mesmo deve ser aumentado.
- Visando a facilidade construtiva da estrutura, considerou-se que a inclinação α dos estribos em relação à horizontal é igual a 90°.
- Todos os estribos foram calculados com bitola $\varnothing 5$ mm e resistência característica $f_{ywk} = 600$ MPa.
- A armadura mínima necessária pela seção é apresentada abaixo:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} * b * 100 * sen\alpha$$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} \geq 0,2 \frac{2,565}{600} * 12 = 1,03 \frac{cm^2}{m}$$

Trecho V15-A

$$V_{sd} = 39,80 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$V_{Rd2} = 0,54 * 0,9 * \frac{25}{1,4} * 0,12 * 0,3425 * \sin^2 30^\circ * (\cot 30^\circ + \cot 90^\circ) = 154,45 \text{ kN}$$

$$39,80 \text{ kN} \leq 154,45 \text{ kN}$$

A força cortante de cálculo V_{sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} do elemento, o que satisfaz a condição de segurança das bielas.

$$V_{c0} = 0,6 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) * 0,12 * 0,3425 = 31,62 \text{ kN}$$

Sendo $V_{sd} > V_{c0}$, é necessário realizar a interpolação dos valores de V_{c1} , de acordo com o gráfico apresentado na Figura 22.

$$V_{c1} = V_{c0} * \left(\frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) = 31,62 * \left(\frac{162,79 - 39,80}{162,79 - 31,62} \right) = 29,64 \text{ kN}$$

$$V_c = V_{c1} = 29,64 \text{ kN}$$

Define-se a parcela resistida pelos estribos e, com isso, a armadura necessária:

$$V_{sw} = 39,80 - 29,64 = 10,16 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{10,16}{0,9 * 0,3425 * 435 * \cot 30^\circ} = 0,44 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como, no trecho estudado, $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$, tem-se que:

$$39,80 \leq 0,67 * 162,79$$

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 * 361 = 216,6 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{m\acute{a}x} = 21,7 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw,s\acute{m}a}x}{s} = \frac{2 * \left(\frac{\pi * 0,5^2}{4} \right)}{21,7} = 1,81 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

A armadura final deve ser o maior valor presente entre $A_{sw,s\acute{m}i}n$, A_{sw} e $A_{sw,s\acute{m}a}x$. Logo, a área de aço a ser utilizada é:

$$A_{st,final} = 1,81 \text{ cm}^2$$

Com esse resultado, obtém-se um detalhamento igual a $\emptyset 5 \text{ c} / 21 \text{ cm}$. Sabendo que o vão do trecho a ser considerado é igual a 131,5 cm, o número total de estribos é:

$$Q = \frac{131,5}{21} - 1 = 5,3$$

$$Q = 6 \text{ estribos}$$

Trecho V15-B

$$V_{sd} = 70,88 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$V_{Rd2} = 0,54 * 0,9 * \frac{25}{1,4} * 0,12 * 0,3588 * \sin^2 30^\circ * (\cot 30^\circ + \cot 90^\circ) = 161,78 \text{ kN}$$

$$70,88 \text{ kN} \leq 161,78 \text{ kN}$$

A força cortante de cálculo V_{sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} do elemento, o que satisfaz a condição de segurança das bielas.

$$V_{c0} = 0,6 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) * 0,12 * 0,3588 = 33,13 \text{ kN}$$

Sendo $V_{sd} > V_{c0}$, é necessário realizar a interpolação dos valores de V_{c1} , de acordo com o gráfico apresentado na Figura 22.

$$V_{c1} = V_{c0} * \left(\frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right) = 42,36 * \left(\frac{161,78 - 70,88}{161,78 - 33,13} \right) = 23,41 \text{ kN}$$

$$V_c = V_{c1} = 23,41 \text{ kN}$$

Define-se a parcela resistida pelos estribos e, com isso, a armadura necessária:

$$V_{sw} = 70,88 - 23,41 = 47,48 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{47,48}{0,9 * 0,3588 * 435 * \cot 30^\circ} = 1,95 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Como, no trecho estudado, $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$, tem-se que:

$$70,88 \leq 0,67 * 161,78$$

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 * 358,8 = 215,3 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{m\acute{a}x} = 21,5 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw,s_{m\acute{a}x}}}{s} = \frac{2 * \left(\frac{\pi * 0,5^2}{4}\right)}{21,5} = 1,83 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

A armadura final deve ser o maior valor presente entre $A_{sw,s_{m\acute{a}x}}$, A_{sw} e $A_{sw,s_{m\acute{a}x}}$. Logo, a \u00e1rea de a\u00e7o a ser utilizada \u00e9:

$$A_{st,final} = 1,95 \text{ cm}^2$$

Com esse resultado, obt\u00eam-se um detalhamento igual a $\emptyset 5 \text{ c} / 21 \text{ cm}$. Sabendo que o v\u00e3o livre do trecho \u00e9 igual a 455 cm, o n\u00famero total de estribos \u00e9:

$$Q = \frac{455}{21} - 1 = 20,7$$

$$Q = 21 \text{ estribos}$$

Trecho V15-C

$$V_{sd} = 30,84 \text{ kN}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$V_{Rd2} = 0,54 * 0,9 * \frac{25}{1,4} * 0,12 * 0,361 * \sin^2 30^\circ * (\cot 30^\circ + \cot 90^\circ) = 162,79 \text{ kN}$$

$$30,84 \text{ kN} \leq 162,79 \text{ kN}$$

A força cortante de cálculo V_{sd} é menor que a força cortante resistente de cálculo V_{Rd2} do elemento, o que satisfaz a condição de segurança das bielas.

$$V_{c0} = 0,6 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) * 0,12 * 0,361 = 33,33 \text{ kN}$$

Sendo $V_{sd} \leq V_{c0}$, define-se que $V_{c1} = V_{c0}$. Logo, a parcela V_c da força cortante resistida pelo concreto é:

$$V_c = V_{c1} = 33,33 \text{ kN}$$

Define-se a parcela resistida pelos estribos

$$V_{sw} = 30,84 - 33,33 = -2,49 \text{ kN}$$

O valor obtido é menor que zero, o que significa que toda a força cortante é absorvida pelo concreto. Apesar disso, não é recomendável que uma viga seja construída sem estribos, o que leva, nesse caso, à utilização de armadura mínima ou da armadura necessária para obedecer ao espaçamento máximo. Como, no trecho estudado, $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$, tem-se que:

$$30,84 \leq 0,67 * 162,79$$

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 * 361 = 216,6 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm}$$

$$s_{m\acute{a}x} = 21,7 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw,sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 * \left(\frac{\pi * 0,5^2}{4} \right)}{21,7} = 1,83 \text{ cm}^2$$

A armadura final deve ser o maior valor presente entre $A_{sw,sm\acute{m}n}$, A_{sw} e $A_{sw,sm\acute{a}x}$. Logo, a área de aço a ser utilizada é:

$$A_{st,final} = 1,83 \text{ cm}^2$$

Com esse resultado, obtém-se um detalhamento igual a $\emptyset 5 \text{ c} / 21 \text{ cm}$. Sabendo que o vão livre do trecho é igual a 455 cm, o número total de estribos é:

$$Q = \frac{190}{21} - 1 = 8,0$$

$$Q = 8 \text{ estribos}$$

Dessa forma, são necessários 62 estribos para executar a armadura transversal da viga.

4.2.6. Verificação ao Estado Limite de Serviço

A verificação ao Estado Limite de Serviço será realizada com os valores dos momentos fletores obtidos no *software* Ftool para os carregamentos da combinação quase permanente de cargas.

O procedimento manual de cálculo é feito da mesma forma que o realizado para lajes, explicado no item 4.1.5. Porém, os valores de altura equivalente de cada trecho serão inseridos no pórtico do *software*, que fornecerá os valores de deslocamento a serem verificados.

4.2.6.1. Verificação à Fissuração

Segundo o item 17.3.1 da NBR 6118:2014, o momento de fissuração pode ser definido de acordo com a equação

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

Onde:

α : coeficiente igual a 1,5 para seções retangulares;

f_{ct} : resistência à tração do concreto, definida por $f_{ct} = 0,3f_{ck}^{2/3} = 2565 \text{ kN/m}^2$;

I_c : momento de inércia da seção bruta de concreto;

y_t : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Os momentos atuantes de serviço podem ser verificados na Figura 20 deste trabalho. Nos trechos da viga em que o momento atuante é maior que o de fissuração, a peça enquadra-se no Estádio II, e deve-se calcular a altura equivalente do mesmo.

Para isso, é necessário calcular a linha neutra, o momento de inércia no Estádio II e o momento de inércia equivalente I_{eq} da seção fissurada:

$$x_{II} = \frac{A_s * \alpha_e}{b_w} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b_w * d}{A_s * \alpha_e}} \right]$$

Sendo que

α_e : relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$

$$E_{cs} = \alpha_E * \alpha_i * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 24150 \text{ MPa}$$

$\alpha_E = 1,0$ para agregados graníticos;

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{f_{ck}}{80} = 0,8625$$

$$I_{II} = \frac{b_w * x_{II}^3}{3} + \alpha_e * A_s * (d - x_{II})^2$$

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] * I_{II}$$

Onde

M_a : momento de serviço atuante na peça no local da fissuração.

Por fim, determina-se a espessura da peça que corresponde ao momento de inércia equivalente calculado.

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b_w}}$$

4.2.6.2. Verificação da Aceitabilidade Visual

Após inseridas as alturas equivalentes das seções fissuradas no *software* Ftool, é possível dele extrair os valores de deslocamentos imediatos das seções. Porém, para verificação da aceitabilidade sensorial, é necessário considerar também o efeito da fluência do concreto, já explicado no item 4.1.5.2 deste trabalho

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \rho'}$$

Onde:

α_f : fator de fluência do concreto;

ρ' : coeficiente nulo quando não há armadura de compressão;

$\Delta\xi$: coeficiente em função do tempo, definido pela expressão

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Em que:

$$\xi(t) = 0,68 * 0,996^t * t^{0,32} \text{ para } t < 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2,0 \text{ para } t \geq 70 \text{ meses}$$

Com os valores da flecha imediata e do fator de fluência, é possível calcular a flecha final da peça de concreto, a qual deve ser comparada com o limite estabelecido em norma.

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) * f_0$$

$$f_{adm} = \frac{l_{ef}}{250}$$

Resultado da viga em estudo

Primeiramente, se faz necessário o cálculo do momento de fissuração:

$$M_r = \frac{1,5 * 2565,0 * \left(\frac{0,12 * 0,4^3}{12}\right)}{0,20} = 12,31 \text{ kNm}$$

Comparando-se esse resultado com os momentos fletores atuantes na viga, apresentados na Figura 20, é possível observar que o trecho B apresenta fissuração em sua totalidade, enquanto os trechos A e C não apresentam esse comportamento.

Trecho V15-A

Para o cálculo da altura equivalente, serão utilizadas as informações da região de maior momento fletor do trecho, que nesse caso, é o apoio do pilar P19. Nesse local, o momento negativo é igual a 22,41 kNm, e a armadura efetiva presente é de 4,91 cm².

$$x_{II} = \frac{4,91 * 1,5}{12} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 12 * 34,25}{4,91 * 8,696}} \right] = 12,45 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{12 * 12,45^3}{3} + 8,696 * 4,91 * (34,25 - 12,45)^2 = 28004,59 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq} = \left(\frac{12,31}{22,41}\right)^3 * \left(\frac{12 * 40^3}{12}\right) + \left[1 - \left(\frac{12,31}{22,41}\right)^3\right] * 28004,59 = 33973,42 \text{ cm}^4$$

Como o trecho V15-A possui apenas uma extremidade com fissuração, obtém-se a seguinte expressão:

$$I_{final} = 0,15I_{eq} + 0,85I_c$$

$$I_{final} = 0,15 * 33973,42 + 0,85 * 64000,0 = 59496,01 \text{ cm}^4$$

Com isso, define-se a espessura correspondente ao momento de inércia equivalente final calculado acima

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * 59496,01}{12}} = 39,04 \text{ cm}$$

Trecho V15-B

Para o cálculo da altura equivalente nesse vão, é necessário dividi-lo em três regiões: sobre o pilar P19, ao longo do vão e sobre o pilar P14. Isso se deve ao fato de que todos os seus momentos máximos são maiores que o de fissuração. Ao final, é feita a ponderação dos momentos de inércia equivalentes, para então calcular h_{eq} .

Pilar P19 – Momento Negativo

Nesse local, o momento negativo é igual a 30,07 kNm, e a armadura efetiva presente é de 4,91 cm².

$$x_{II} = \frac{4,91 * 1,5}{12} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 12 * 34,25}{4,91 * 8,696}} \right] = 12,45 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{12 * 12,45^3}{3} + 8,696 * 4,91 * (34,25 - 12,45)^2 = 28004,59 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq1} = \left(\frac{12,31}{30,07}\right)^3 * \left(\frac{12 * 40^3}{12}\right) + \left[1 - \left(\frac{12,31}{30,07}\right)^3\right] * 28004,59 = 30475,26 \text{ cm}^4$$

Vão – Momento Positivo

Nesse local, o momento positivo é igual a 21,29 kNm, e a armadura efetiva presente é de 2,45 cm².

$$x_{II} = \frac{2,45 * 1,5}{12} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 12 * 35,88}{2,45 * 8,696}} \right] = 9,66 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{12 * 9,66^3}{3} + 8,696 * 2,45 * (35,88 - 9,66)^2 = 18272,73 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq2} = \left(\frac{12,31}{21,29} \right)^3 * \left(\frac{12 * 40^3}{12} \right) + \left[1 - \left(\frac{12,31}{21,29} \right)^3 \right] * 18272,73 = 27116,06 \text{ cm}^4$$

Pilar P14 – Momento Negativo

Nesse local, o momento negativo é igual a 35,46 kNm, e a armadura efetiva presente é de 4,91 cm².

$$x_{II} = \frac{4,91 * 1,5}{12} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 12 * 34,25}{4,91 * 8,696}} \right] = 12,45 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{12 * 12,45^3}{3} + 8,696 * 4,91 * (34,25 - 12,45)^2 = 28004,59 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq3} = \left(\frac{12,31}{35,46} \right)^3 * \left(\frac{12 * 40^3}{12} \right) + \left[1 - \left(\frac{12,31}{35,46} \right)^3 \right] * 28004,59 = 29511,19 \text{ cm}^4$$

Com todos os momentos de inércia equivalente, define-se a o momento de inércia equivalente final do trecho.

$$I_{final} = 0,15I_{eq1} + 0,85I_{eq2} + 0,15I_{eq3}$$

$$I_{final} = 0,15 * 30475,26 + 0,85 * 19770,14 + 0,15 * 29511,19 = 25802,59 \text{ cm}^4$$

Com isso, define-se a espessura correspondente ao momento de inércia equivalente final calculado acima

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * 25802,59}{12}} = 31,76 \text{ cm}$$

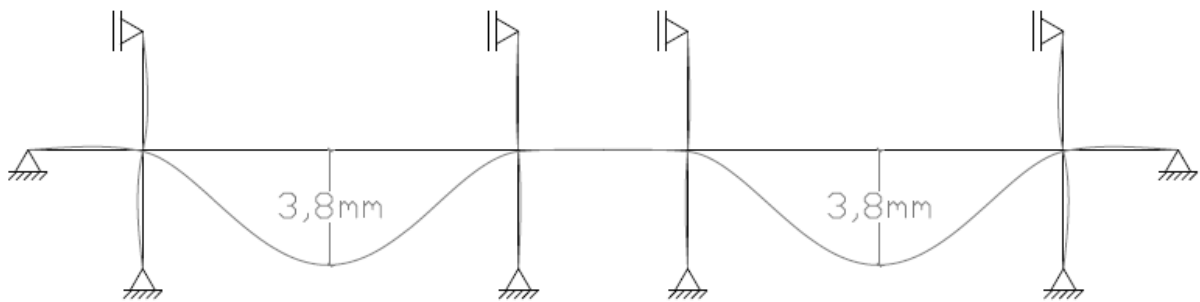
Trecho V15-C

Apesar do momento máximo do trecho ser levemente maior que o de fissuração, sua altura equivalente não será exemplificada, pois sua altura equivalente seria praticamente igual à da seção transversal original.

Aceitabilidade Visual da Viga

Lançando-se as alturas equivalentes h_{eq} em seus respectivos trechos no pórtico do *software*, obtém-se os deslocamentos apresentados na Figura 22. As flechas imediatas dos trechos A e C não foram indicadas por representarem valores muito reduzidos

Figura 22: Deslocamentos da viga V15



Fonte: Da Autora

Atribuindo-se a fluência do concreto:

$$\xi(t) = 2$$

$$\xi(t_0) = 0,68 * 0,996^{0,7} * 0,7^{0,32} = 0,605$$

$$\alpha_f = \frac{2 - 0,605}{1 + 50 * 0} = 1,395$$

$$f_{\infty} = (1 + 1,395) * 3,8 = 9,10 \text{ mm}$$

Comparando a flecha final do trecho com o limite permitido em norma para a aceitabilidade visual, tem-se que:

$$f_{adm} = \frac{4,745}{250} = 18,98 \text{ mm}$$

$$9,10 \text{ mm} < 18,98 \text{ mm}$$

O Quadro 6 exibe os valores de flecha imediata retirados do *software* Ftool, a flecha diferida no tempo e a flecha admissível para os trechos A, B e C

Quadro 6: Deslocamentos da viga V15

Trecho	V15-A	V15-B	V15-C
f_0 [mm]	0,14	3,80	0,01
f_∞ [mm]	0,34	9,10	0,14
f_{adm} [mm]	5,80	18,98	9,64

Fonte: Da Autora

4.2.7. Detalhamento das Armaduras Longitudinais

O detalhamento tem como objetivo a descrição de todos os parâmetros necessários para execução da armadura, sendo os principais: quantidades, espaçamentos, comprimentos das barras e suas bitolas. Deve ser o mais claro e preciso possível, de forma a evitar dúvidas quanto às suas informações que possam levar a erros na execução.

4.2.7.1. Deslocamento dos Momentos Fletores

Devido ao fato dos momentos fletores a serem resistidos não serem constantes ao longo do comprimento da viga, não há necessidade de que todas as barras da armadura sejam estendidas ao longo de todo o vão. Dessa forma, os comprimentos podem ser reduzidos conforme os momentos fletores diminuam.

Com a finalidade de garantir que a barra resistirá, de fato, ao momento fletor para o qual está sendo dimensionada, primeiramente é realizado o deslocamento de momentos fletores, também conhecido como decalagem. Como as armaduras transversais foram dimensionadas de acordo com o Modelo II de cálculo, o mesmo deve continuar sendo usado no detalhamento. Logo, recorre-se ao item 17.4.2.3 da NBR 6118:2014 e verifica-se que a decalagem a_l deve ser calculada de acordo com a seguinte expressão:

$$a_l = 0,5 * d * (\cot \theta - \cot \alpha)$$

4.2.7.2. Comprimento de Básico de Ancoragem

Definido no item 9.4.2.4 da NBR 6118:2014 como o comprimento reto necessário para que uma barra de armadura passiva ancore uma força limite de valor $A_s * f_{yd}$, é determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} * \left(\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right)$$

Onde:

f_{bd} : resistência de aderência, definida por $\eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{cta}$

$$\eta_1 = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras lisas (CA - 25)} \\ 1,4 & \text{para barras entalhadas (CA - 60)} \\ 2,25 & \text{para barras nervuradas (CA - 50)} \end{cases}$$

$$\eta_2 = \begin{cases} 1,0 & \text{para situações de boa aderência} \rightarrow \text{armaduras positivas} \\ 0,7 & \text{para situações de má aderência} \rightarrow \text{armaduras negativas} \end{cases}$$

$$\eta_3 = \begin{cases} 1,0 & \text{para } \phi \leq 32 \text{ mm} \\ \frac{132 - \phi}{100} & \text{para } \phi > 32 \text{ mm} \end{cases}$$

4.2.7.3. Comprimento Mínimo de Ancoragem

O comprimento mínimo de ancoragem permitido por norma é o maior entre os abaixo:

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b \\ 10\phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

4.2.7.4. Comprimento Necessário de Ancoragem

Em situações onde a armadura efetiva em determinado trecho é maior que a necessária calculada, a norma permite, no item 9.4.2.5, que o comprimento de ancoragem possa ser reduzido segundo a expressão:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

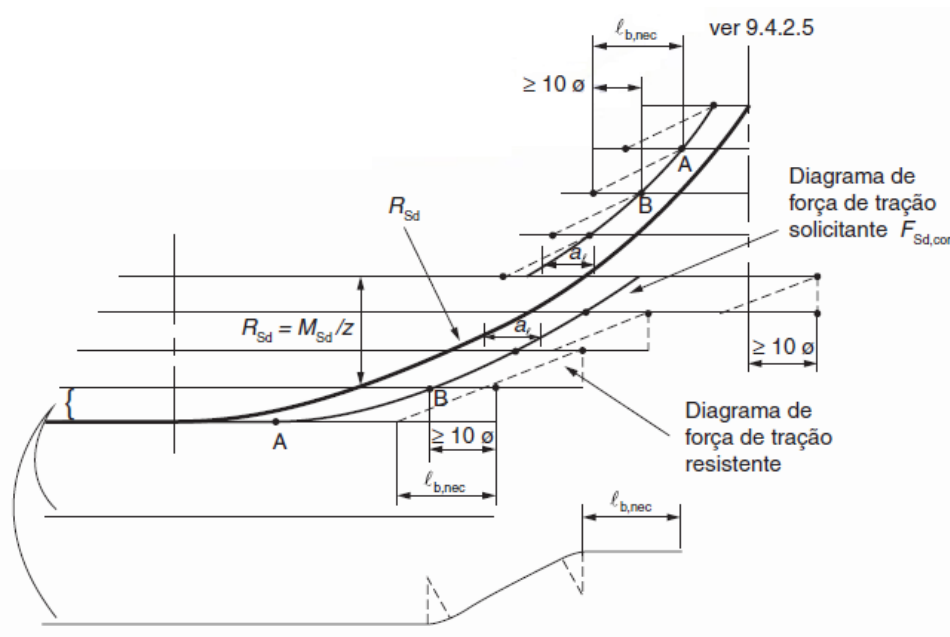
Em que:

$$\alpha = \begin{cases} 1,0 & \text{para barras sem gancho} \\ 0,7 & \text{para barras com gancho} \end{cases}$$

4.2.7.5. Comprimento Total das Barras

Tendo em mãos os valores da decalagem dos momentos fletores e dos comprimentos de ancoragem necessários, é possível determinar o comprimento total de cada barra. Isso é definido de acordo com o item 18.3.2.3.1 da NBR 6118:2014, a qual prescreve que o início da medida deve ser no ponto em que a sua tensão σ_s começa a diminuir. Depois, devem ser adicionados os valores da decalagem a_l e um comprimento de ancoragem que deve ser, no mínimo, o necessário. Esse valor deve ser comparado com o comprimento 10ϕ somado ao valor da decalagem, e deve-se adotar o maior entre os dois.

Figura 23: Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente



Fonte: NBR 6118:2014, Figura 18.3

4.2.7.6. Comprimentos dos Ganchos

Quando o comprimento disponível para a ancoragem for menor que o necessário, geralmente em apoios de extremidade, faz-se necessária a utilização de ganchos. A norma prevê, no item 9.4.2.3, que os ganchos podem ser:

- Semicirculares, com ponta reta de comprimento não menor que 2ϕ ;
- Em ângulo de 45° , com ponta reta de comprimento não menor que 4ϕ ;
- Em ângulo de 90° , com ponta reta de comprimento não menor que 8ϕ .

Sobre o diâmetro dos pinos de dobramento, o mesmo item determina, na tabela 9.1, as dimensões apresentadas no Quadro 7:

Quadro 7: Diâmetro dos pinos de dobramento

Bitola	Tipo de Aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
< 20 mm	4Ø	5Ø	6Ø
≥ 20 mm	5Ø	8Ø	-

Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 9.1

Com esses dados, é possível determinar o comprimento necessário para a execução do gancho. Para o caso do presente trabalho, onde todas as barras apresentam bitola menor que 20 mm, obtém-se a seguinte expressão:

$$l_g = \frac{\pi(5\phi + \phi)}{4} + 8\phi$$

4.2.7.7. Área de Aço nos Apoios

Segundo Carvalho e Figueiredo (2014), quando o ramo positivo do diagrama de momentos deslocado atingir o apoio, é necessário ancorar a biela de concreto na região inferior da viga. Conforme o item 18.3.2.4 da NBR 6118:2014, para garantir essa condição, apoios extremos devem ter armaduras capazes de resistir a uma força de tração definida por

$$R_{st} = \frac{a_l}{d} * V_d + N_d$$

Ainda segundo o mesmo item da norma, vãos extremos ou intermediários de vigas contínuas devem receber prolongamentos das armaduras de tração dos vãos, de modo que:

$$A_{s,apoi} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{3}, \text{ se } M_{apoi} \leq 0 \text{ e } |M_{apoi}| \leq 0,5 * M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{s,apoi} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4}, \text{ se } M_{apoi} < 0 \text{ e } |M_{apoi}| > 0,5 * M_{v\tilde{a}o}$$

Na ocorrência de momentos positivos no apoio, devem ser utilizadas as armaduras obtidas por meio do dimensionamento da seção.

4.2.7.8. Ancoragem de Armadura de Tração no Apoio

Quando o apoio extremo apresentar momento negativo ou nulo, as barras desse ponto devem ser ancoradas com comprimentos iguais ou superiores que o maior dos valores:

$$l_{b,ef} \geq \begin{cases} l_{b,nec} \\ r + 5,5\phi \\ 60 \text{ mm} \end{cases}$$

Onde:

$l_{b,ef}$: comprimento efetivo de ancoragem;

r : raio de curvatura do gancho.

Quando as mesmas condições se apresentarem em apoios intermediários, o comprimento de ancoragem pode ser igual a 10ϕ , desde que não exista a possibilidade de ocorrência de momentos positivos no local. Para apoios extremos, em situações em que houver cobrimento da barra no trecho do gancho, medido normalmente ao plano deste, de pelo menos 70 mm, o valor do comprimento de ancoragem necessário $l_{b,nec}$ pode ser desconsiderado.

4.2.7.9. Comprimento de Traspasse

Em situações em que o comprimento total da barra ultrapassar 12 m, tamanho máximo comercializado, é necessário realizar a emenda destas. O método mais comumente utilizado é o traspasse.

Seguindo as recomendações e respeitando as limitações presentes na seção 9.5.2 da NBR 6118:2014, tem-se que o comprimento de traspasse pode ser determinado de acordo com a seguinte expressão:

$$l_{0t} = \alpha_{0t} * l_{b,nec} \geq l_{0t,mín}$$

Em que

l_{0t} : comprimento do trecho de traspasse;

α_{0t} : coeficiente função da porcentagem de barras emendadas na mesma seção, apresentados no Quadro 8;

$l_{0t,mín}$: maior valor entre os abaixo:

$$l_{0t,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * \alpha_{0t} * l_b \\ 15 * \phi \\ 200 \text{ mm} \end{cases}$$

Quadro 8: Valores do coeficiente α_{0t}

Barras emendadas na mesma seção (%)	≤ 20	25	33	50	> 50
f_0 [mm]	1,2	1,4	1,6	1,8	5,0

Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 9.4

Resultado da viga em estudo

Armadura Positiva Trecho V15-A

Primeiramente, é necessário verificar a ancoragem nos apoios. O trecho positivo de V15-A foi dimensionado com apenas duas barras, o que significa que ambas serão levadas até os apoios, que são compreendidos por um extremo (V22) e um intermediário (P19).

No apoio intermediário existem apenas momento negativos, o que leva a um comprimento de ancoragem de 10ϕ .

$$10 * \phi = 10 * 0,8 = 8 \text{ cm}$$

No apoio extremo, verifica-se a armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão:

$$a_l = 0,5 * 36,1 * (\cot 30^\circ - \cot 90^\circ) = 31,26 \text{ cm}$$

$$a_l = 32 \text{ cm}$$

$$R_{st} = \frac{32}{36,1} * 9,46 + 0 = 8,39 \text{ kN}$$

$$A_{s,apoio} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1,15 * 8,39 * 10^3}{500 * 10^6} = 0,19 \text{ cm}^2$$

É possível perceber que a armadura necessária é menor que a efetiva previamente calculada para o trecho. Logo, não é preciso adicionar barras nesse apoio.

Como o trecho em estudo se trata de uma armadura positiva dimensionada com barras nervuradas de bitola menor que 32 mm, tem-se que

$$f_{bd} = 2,25 * 1,0 * 1,0 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) = 2,886 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{0,8}{4} * \left(\frac{500}{1,15 * 2,886} \right) = 30,14 \text{ cm}$$

$$l_{b,\text{mín}} \geq \begin{cases} 0,3 * 30,14 = 9,04 \text{ cm} \\ 10 * 0,8 = 8,0 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\text{mín}} \geq 10 \text{ cm}$$

Considerou-se que a barra não apresentará gancho em seu apoio extremo. Logo,

$$l_{b,\text{nec}} = 1,0 * 30,14 * \frac{0,19}{1,01} = 5,78 \text{ cm}$$

$$l_{b,\text{nec}} = 6 \text{ cm}$$

$$l_{b,\text{ef}} \geq \begin{cases} l_{b,\text{nec}} = 6,0 \text{ cm} \\ 2,5 * 0,8 + 5,5 * 0,8 = 6,4 \text{ cm} \\ 60 \text{ mm} = 6,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\text{ef}} = 6,4 \text{ cm}$$

Sabendo que o comprimento disponível para ancoragem no apoio extremo é igual à largura da viga de apoio subtraída de seu comprimento, existem 9 cm disponíveis para ancoragem, valor maior que o comprimento efetivo $l_{b,\text{ef}}$.

Com esses dados em mãos, e sabendo que o vão livre do trecho é igual a 131,5 cm, é possível determinar o comprimento total das barras:

$$l_{\text{total}} = l_{b,\text{ef}} + l_{\text{livre}} + 10\emptyset$$

$$l_{\text{total}} = 6,4 + 131,5 + 10 * 0,8 = 145,9 \text{ cm}$$

$$l_{\text{total}} = 146 \text{ cm}$$

Armadura Positiva Trecho V15-B

O trecho positivo de V15-B foi dimensionado com apenas duas barras, o que significa que ambas serão levadas até seus dois apoios, que são intermediários (P19 e P14).

Nos apoios intermediários existem apenas momento negativos, o que leva a um comprimento de ancoragem de $10\emptyset$.

$$10 * \emptyset = 10 * 1,25 = 12,5 \text{ cm}$$

Com esses dados em mãos, e sabendo que o vão livre do trecho é igual a 455 cm, é possível determinar o comprimento total das barras:

$$\begin{aligned}l_{total} &= 10\emptyset + l_{livre} + 10\emptyset \\l_{total} &= 10 * 1,25 + 455 + 10 * 1,25 = 480 \text{ cm} \\l_{total} &= 480 \text{ cm}\end{aligned}$$

Armadura Positiva Trecho V15-C

O trecho positivo de V15-C foi dimensionado com apenas duas barras, o que significa que ambas serão levadas até seus dois apoios, que são intermediários (P14 e P10).

Nos apoios intermediários existem apenas momento negativos, o que leva a um comprimento de ancoragem de $10\emptyset$.

$$10 * \emptyset = 10 * 0,8 = 8 \text{ cm}$$

Com esses dados em mãos, e sabendo que o vão livre do trecho é igual a 190 cm, é possível determinar o comprimento total das barras:

$$\begin{aligned}l_{total} &= 10\emptyset + l_{livre} + 10\emptyset \\l_{total} &= 10 * 0,8 + 190 + 10 * 0,8 = 206 \text{ cm} \\l_{total} &= 206 \text{ cm}\end{aligned}$$

Armadura Negativa sobre o Apoio P19

A armadura negativa desse ponto foi dimensionada com 4 barras de bitola igual a 12,5 mm. Dessa forma, considerou-se que duas barras serão levadas até os apoios adjacentes, enquanto as demais terão seu comprimento reduzido.

Para isso, calculam-se o deslocamento dos momentos fletores:

$$\begin{aligned}a_l &= 0,5 * 34,25 * (\cot 30^\circ - \cot 90^\circ) = 29,66 \text{ cm} \\a_l &= 30 \text{ cm}\end{aligned}$$

Na sequência, é necessário calcular os comprimentos de ancoragem básico, mínimo e necessário. Por se tratar uma armadura negativa dimensionada com barras nervuradas de bitola menor que 32 mm, tem-se que:

$$f_{bd} = 2,25 * 0,7 * 1,0 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) = 2,02 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{1,25}{4} * \left(\frac{500}{1,15 * 2,02} \right) = 67,27 \text{ cm}$$

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * 67,27 = 20,18 \text{ cm} \\ 10 * 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,mín} \geq 20,18 \text{ cm}$$

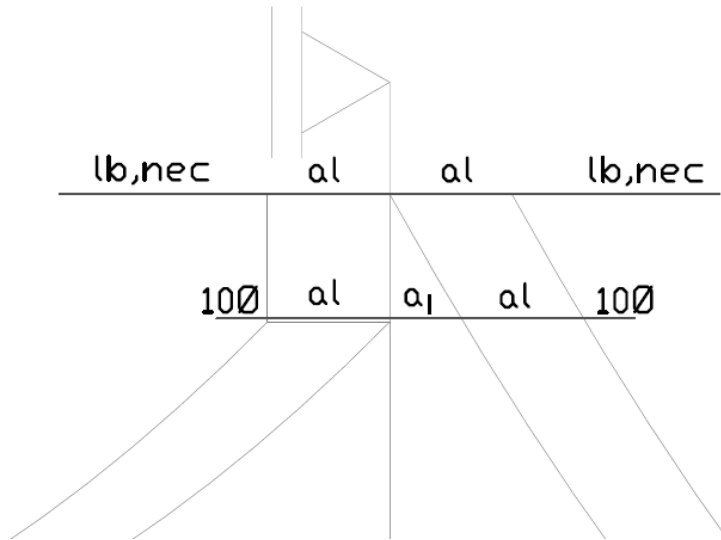
Considerou-se que a barra não terá ganchos. Logo:

$$l_{b,nec} = 1,0 * 67,27 * \frac{3,71}{4,91} = 50,81 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 51 \text{ cm}$$

Para definir o comprimento final das barras, é necessário realizar uma comparação entre duas possibilidades distintas previstas por norma e explicadas no item 4.2.7.5 deste trabalho. Para ambas as barras, o valor do comprimento utilizando a soma entre 10ϕ e o comprimento inicial a_i seria menor que o obtido com o uso de $l_{b,nec}$. A Figura 24 ilustra esse comparativo para uma das barras presentes sobre o pilar P19.

Figura 24: Comparativo de comprimentos possíveis da barra sobre P19



Fonte: Da Autora

Sabendo que o desenho está em escala, é possível verificar que o comprimento obtido com o uso de $l_{b,nec}$ é maior que o outro. Como comprovação, sabendo que a_i é igual a 18 cm, são obtidos os resultados apresentados abaixo, sendo escolhido o maior entre eles. O mesmo raciocínio foi usado para o dimensionamento da outra barra.

$$l_1 = 2 * (a_l + l_{b,nec}) = 2 * (30 + 51) = 162 \text{ cm}$$

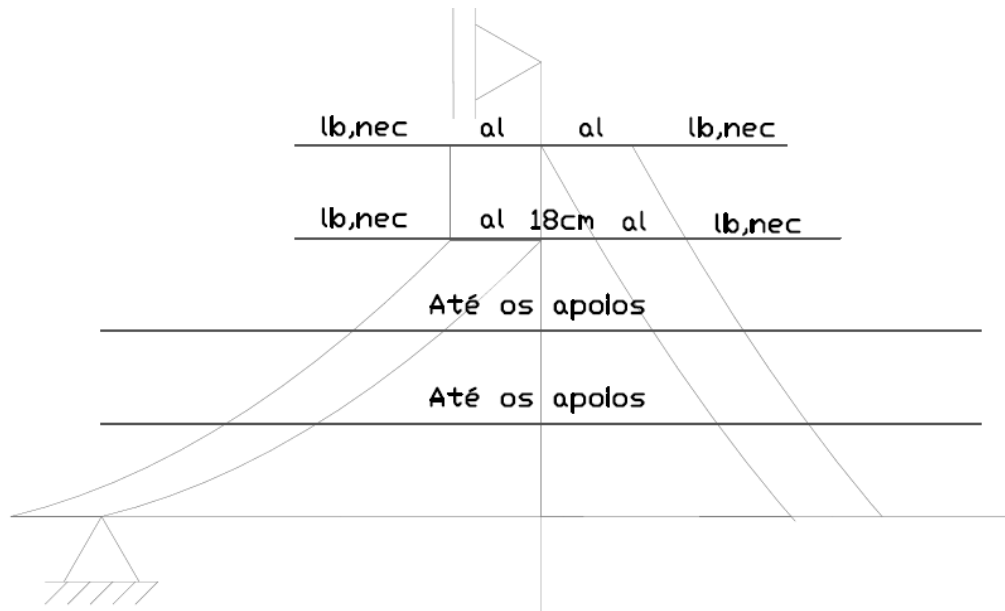
$$l_2 = 2 * (10\emptyset + a_l) + a_i = 2 * (10 * 1,25 + 30) + 18 = 103 \text{ cm}$$

A Figura 25 ilustra o apoio P19, com seus diagramas de momentos fletores original e decalado, além de representar, no próprio elemento, cada uma das dimensões calculadas. Assim, seguindo o cálculo explicado acima, é possível determinar o comprimento das barras reduzidas.

$$l_{total,1} = 2 * (a_l + l_{b,nec}) = 2 * (30 + 51) = 162 \text{ cm}$$

$$l_{total,1} = 2 * (a_l + l_{b,nec}) + 18 \text{ cm} = 2 * (30 + 51) + 18 = 180 \text{ cm}$$

Figura 25: Detalhamento das barras do apoio P19



Fonte: Da Autora

Armadura Negativa sobre o Apoio P14

A armadura negativa desse ponto foi dimensionada com 4 barras de bitola igual a 10,0 mm. Dessa forma, considerou-se que duas barras serão levadas até os apoios adjacentes, enquanto as demais terão seu comprimento reduzido.

Para isso, calculam-se o deslocamento dos momentos fletores:

$$a_l = 0,5 * 34,25 * (\cot 30^\circ - \cot 90^\circ) = 29,66 \text{ cm}$$

$$a_l = 30 \text{ cm}$$

Na sequência, é necessário calcular os comprimentos de ancoragem básico, mínimo e necessário. Por se tratar uma armadura negativa dimensionada com barras nervuradas de bitola menor que 32 mm, tem-se que:

$$f_{bd} = 2,25 * 0,7 * 1,0 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) = 2,02 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{1,25}{4} * \left(\frac{500}{1,15 * 2,02} \right) = 67,27 \text{ cm}$$

$$l_{b,\min} \geq \begin{cases} 0,3 * 67,27 = 20,18 \text{ cm} \\ 10 * 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\min} \geq 20,18 \text{ cm}$$

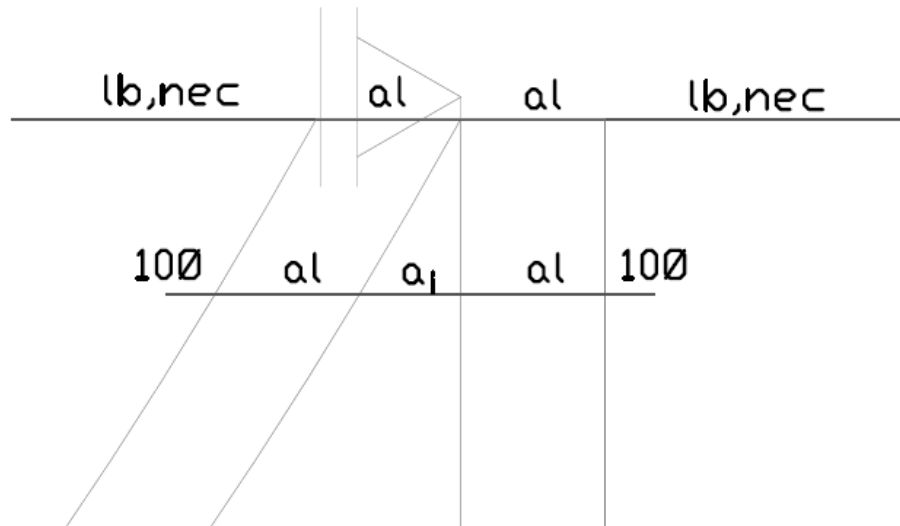
Considerou-se que a barra não terá ganchos. Logo:

$$l_{b,nec} = 1,0 * 67,27 * \frac{4,55}{4,91} = 62,33 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 63 \text{ cm}$$

Para ambas as barras, o valor do comprimento utilizando a soma entre $10\emptyset$ e o comprimento inicial a_i seria menor que o obtido com o uso de $l_{b,nec}$. A Figura 26 ilustra esse comparativo para uma das barras presentes sobre o pilar P14.

Figura 26: Comparativo de comprimentos possíveis da barra sobre P14



Fonte: Da Autora

Sabendo que o desenho está em escala, é possível verificar que o comprimento obtido com o uso de $l_{b,nec}$ é maior que o outro. Como comprovação, sabendo que a_i é igual a 21 cm, são obtidos os resultados apresentados abaixo, sendo escolhido o maior entre eles. O mesmo raciocínio foi usado para o dimensionamento da outra barra.

$$l_1 = 2 * (a_l + l_{b,nec}) = 2 * (30 + 63) = 186 \text{ cm}$$

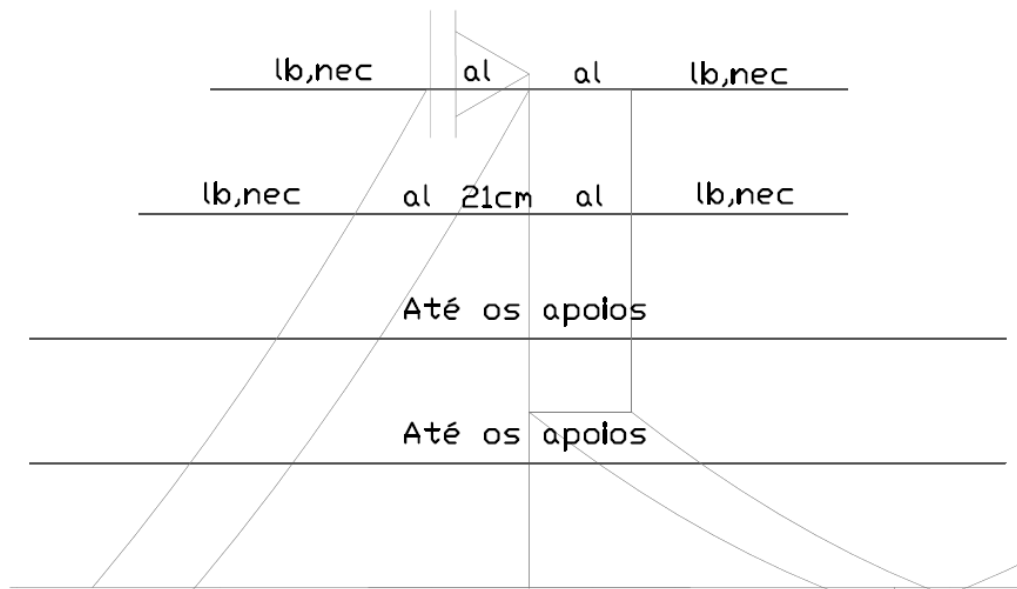
$$l_2 = 2 * (10\phi + a_l) + a_i = 2 * (10 * 1,0 + 30) + 21 = 83 \text{ cm}$$

A Figura 27 ilustra o apoio P14, com seus diagramas de momentos fletores original e decalado, além de representar, no próprio elemento, cada uma das dimensões calculadas. Assim, é possível determinar o comprimento das barras reduzidas:

$$l_{total,1} = 2 * (a_l + l_{b,nec}) = 2 * (30 + 63) = 186 \text{ cm}$$

$$l_{total,2} = 2 * (a_l + 2 * l_{b,nec}) + 21 \text{ cm} = 2 * (30 + 63) + 21 = 207 \text{ cm}$$

Figura 27: Detalhamento das barras do apoio P14



Fonte: Da Autora

No detalhamento final da viga, apresentado na Figura 28, será possível observar que as barras sobre os apoios P14 e P10 serão iguais e as extremidades de suas barras encontram-se relativamente próximas, o que possibilitaria a emenda destas. Porém, com a finalidade de representar graficamente os resultados calculados, optou-se por mantê-las separadas.

Armadura Negativa sobre o Apoio V22

Conforme já definido no detalhamento das armaduras positivas do trecho V15-A, a armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão é:

$$a_l = 0,5 * 36,1 * (\cot 30^\circ - \cot 90^\circ) = 31,26 \text{ cm}$$

$$a_l = 32 \text{ cm}$$

$$R_{st} = \frac{32}{36,1} * 9,46 + 0 = 8,39 \text{ kN}$$

$$A_{s,apoio} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{1,15 * 8,39 * 10^3}{500 * 10^6} = 0,19 \text{ cm}^2$$

Sabendo que o trecho V15-A não possui momentos positivos, e que o momento no apoio é nulo tem-se a seguinte condição:

$$M_{apoio} \leq 0,5 M_{vão}$$

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,vão}}{3} = \frac{1,01}{3} = 0,34 \text{ cm}^2$$

Como visto previamente no detalhamento do pilar P19, o mesmo possui duas barras de bitola igual a 12,5 mm que são estendidas até o apoio V22, atendendo à área mínima especificada acima. Porém, é preciso verificar a necessidade de ganchos nesse ponto.

Por se tratar uma armadura negativa dimensionada com barras nervuradas de bitola menor que 32 mm, tem-se que:

$$f_{bd} = 2,25 * 0,7 * 1,0 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right) = 2,02 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{12,5}{4} * \left(\frac{500}{1,15 * 2,02} \right) = 67,27 \text{ cm}$$

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * 67,27 = 20,18 \text{ cm} \\ 10 * 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,mín} \geq 20,18 \text{ cm}$$

Considerou-se que a barra apresentará gancho em seu apoio extremo. Logo:

$$l_{b,nec} = 0,7 * 67,37 * \frac{0,34}{2,45} = 6,43 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 7 \text{ cm}$$

$$l_{b,ef} \geq \begin{cases} l_{b,nec} = 7,0 \text{ cm} \\ 2,5 * 1,25 + 5,5 * 1,25 = 10,0 \text{ cm} \\ 60 \text{ mm} = 6,0 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,ef} = 10,0 \text{ cm}$$

Sabendo que o comprimento disponível para ancoragem no apoio extremo é igual à largura da viga de apoio subtraída de seu comprimento, existem 9 cm disponíveis para ancoragem, valor maior que o comprimento efetivo $l_{b,ef}$. Por isso, calculam-se as dimensões do gancho:

$$l_g = \frac{\pi(5 * 1,25 + 1,25)}{4} + 8 * 1,25 = 15,89 \text{ cm}$$

$$l_g = 16 \text{ cm}$$

$$l_{g,total} = l_g + l_{b,ef} = 16 + 10 = 26 \text{ cm}$$

Comprimento das Barras levadas até os Apoios

Foi considerado que a emenda será realizada no trecho V15-B, por ser um local sem a possibilidade de ocorrência de momentos negativos, o que significa que as barras emendadas não sofrerão solicitações.

O comprimento final das barras é igual ao comprimento total destas, acrescido dos ganchos em ambas as extremidades.

$$l_{total} = 2 * l_g + l_{livre} = 2 * 26 + 1475 = 1527 \text{ cm} = 15,27 \text{ m}$$

O valor obtido é maior que 12 m e, por esse motivo, é necessário determinar o seu comprimento de traspasse. Primeiramente é preciso definir a proporção de barras emendadas na seção. São dois conjuntos de duas barras de $\emptyset 12,5$ mm, totalizando quatro barras emendadas em uma seção de 15x40 cm.

$$\text{Proporção das emendas} = \frac{4 * \left(\pi * \frac{d^2}{4} \right)}{b * h} = \frac{4 * \left(\pi * \frac{1,25^2}{4} \right)}{15 * 40} = 0,82\%$$

Como o valor obtido é menor que 20% e de acordo com o Quadro 8 presente no item 4.2.7.9, é possível determinar o comprimento de traspasse.

$$\alpha_{0t} = 1,2$$
$$l_{0t,\min} \geq \begin{cases} 0,3 * 1,2 * 67,27 = 24,22 \text{ cm} \\ 15 * 1,25 = 18,75 \text{ cm} \\ 200 \text{ mm} = 20,0 \text{ cm} \end{cases}$$
$$l_{0t,\min} = 25 \text{ cm}$$

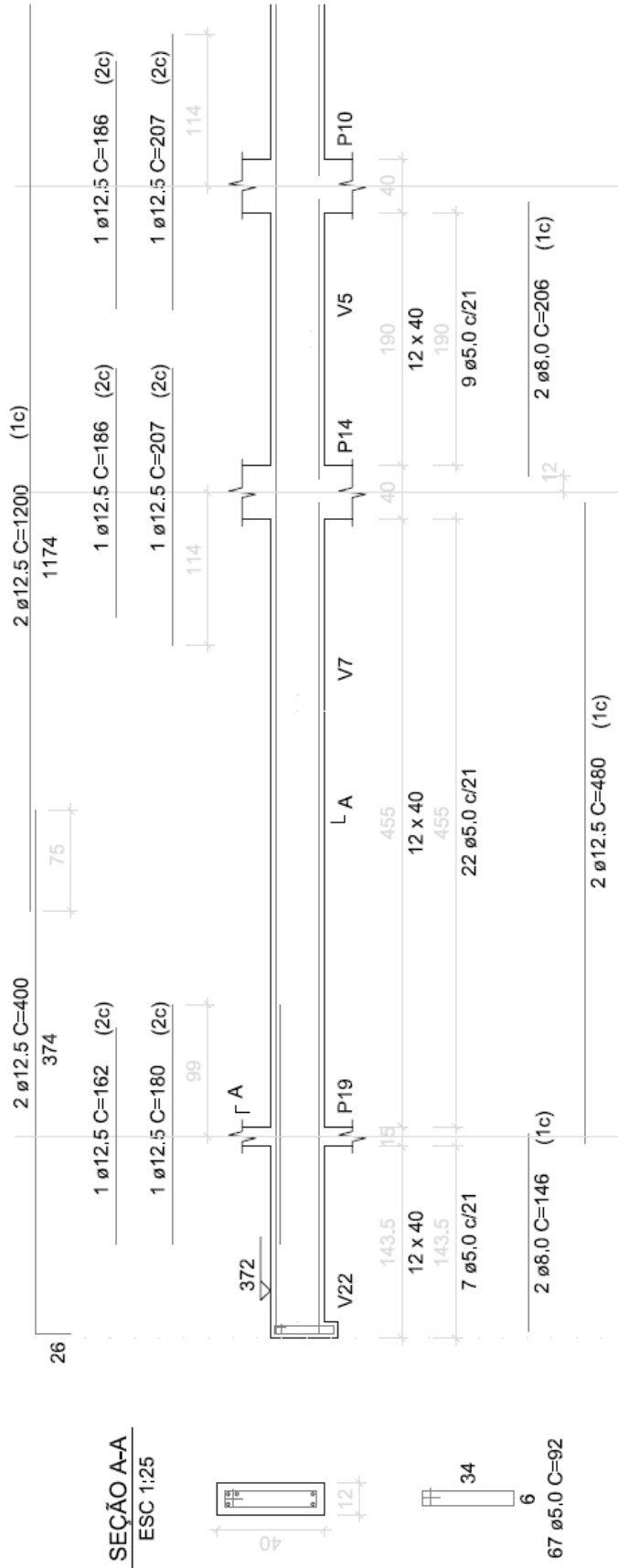
$$l_{0t} = 1,2 * 62,33 = 75 \text{ cm} \geq 25 \text{ cm}$$

Logo, os comprimentos das barras emendadas serão:

$$l_{barra,1} = 12,0 \text{ m}$$
$$l_{barra,2} = l_{total} - l_{barra,1} + 0,75 \text{ m} = 4,0 \text{ m}$$

O detalhamento final da viga V15 pode ser observado na Figura 28.

Figura 28: Detalhamento de V15



Fonte: Da Autora

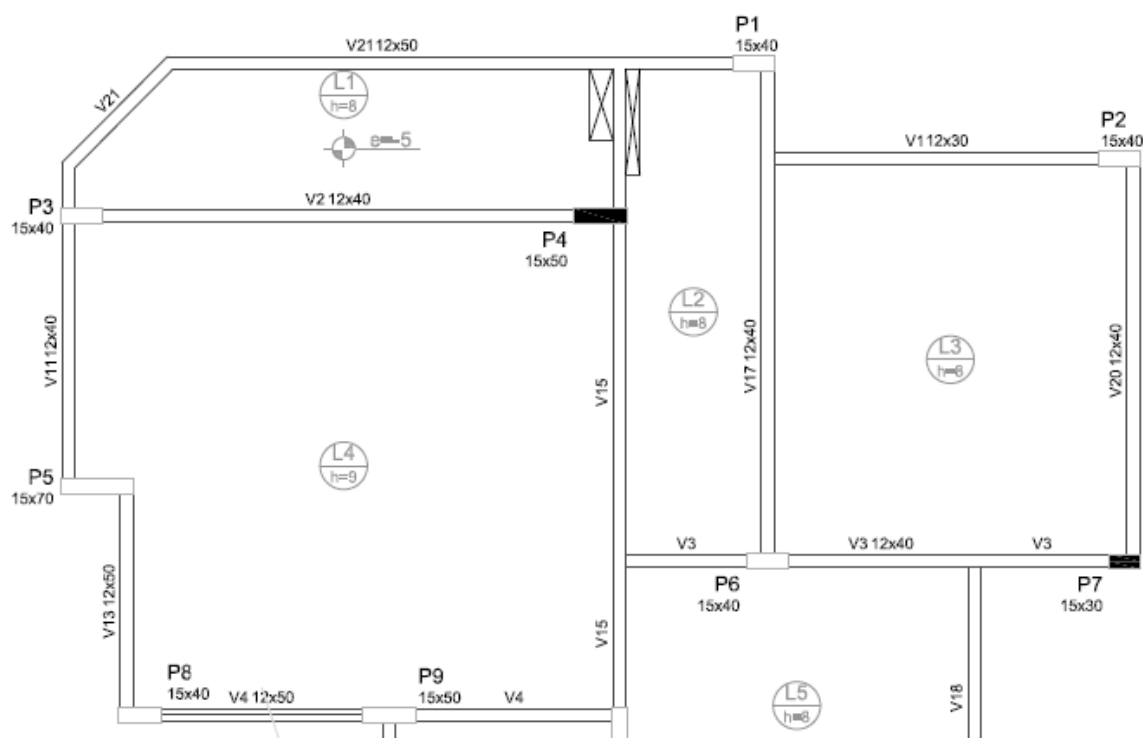
4.3. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DOS PILARES

Pilares são os elementos responsáveis por receber cargas provenientes das lajes e vigas da edificação, e conduzi-las até as fundações. Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), são elementos lineares de eixo reto, comumente dispostos na vertical, em que as forças de compressão são preponderantes às demais, podendo estar submetidos à compressão composta normal ou oblíqua. Costumam ter seção transversal prismática ou cilíndrica, e uma de suas dimensões bem maior que as demais (geralmente o comprimento).

Estruturas de concreto armado podem ser classificadas em dois tipos: de nós móveis ou de nós fixos. Quando se consideram nós móveis, é sempre necessário levar em consideração os efeitos de segunda ordem causados pela não-linearidade geométrica e física. Porém, em situações de nós fixos, os pilares podem ser vistos como elementos isolados, e suas extremidades apresentam apenas efeitos de primeira ordem e segunda ordem local. Essa foi a situação escolhida para realizar a análise dos pilares existentes no presente trabalho.

Para a exemplificação dos cálculos envolvidos no dimensionamento de pilares, foram escolhidos P4 e P7, destacados na Figura 29, por se tratarem, respectivamente, de pilares de extremidade e de canto, além de apresentarem valores elevados de carregamentos.

Figura 29: Destaque dos pilares em estudo



Fonte: Da Autora

4.3.1. Índice de Esbeltez

O primeiro passo no dimensionamento de pilares é definir o comprimento equivalente l_e do elemento. Segundo o item 15.6 da NBR 6118:2014, essa dimensão deve ser igual ao menor dos valores a seguir:

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$

Onde:

l_0 : distância entre as faces internas dos elementos estruturais que vinculam o pilar;

h : altura da seção transversal do pilar, medida na direção em estudo;

l : distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Na sequência, é determinado o índice de esbeltez do pilar, definido como a razão entre o comprimento equivalente do elemento e o raio de giração da seção.

$$\lambda = \frac{l_e}{i}$$

Sendo que:

i : raio de giração, determinado por:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b * h^3}{12}}{b * h}} = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{h}{3,464}$$

Com isso, é possível obter a seguinte expressão para o índice de esbeltez da seção:

$$\lambda = \frac{3,464 * l_e}{h}$$

4.3.2. Classificação dos Pilares

Pilares podem ser classificados quanto à sua posição em planta e quanto à esbeltez.

4.3.2.1. Classificação quanto à posição em planta

Com relação à posição em planta, os pilares podem ser classificados em três tipos:

- Central: localiza-se no interior do edifício e está, costumeiramente, submetido apenas a esforços normais, não sofrendo flexão.
- Lateral: apoia duas vigas, sendo que uma delas é contínua sobre o pilar, enquanto a outra é interrompida sobre o elemento. Geralmente o momento fletor preponderante é aquele transmitido pela viga interrompida, e por isso considera-se que o pilar está submetido a flexão composta.
- De canto: todas as vigas que nele chegam sofrem interrupções, fazendo com que o pilar esteja submetido a flexão composta oblíqua.

4.3.2.2. Classificação quanto à esbeltez

Os pilares também podem ser classificados em quatro tipos, de acordo com a esbeltez λ apresentada no item 4.3.1:

- Pilares curtos: $\lambda \leq \lambda_1$
- Pilares medianamente esbeltos: $\lambda_1 < \lambda \leq 90$
- Pilares esbeltos: $90 < \lambda \leq 140$
- Pilares muito esbeltos: $140 < \lambda \leq 200$

De acordo com o item 15.8.1 da NBR 6118:2014, pilares não podem apresentar índice de esbeltez maior que 200, salvo situações em que a força normal presente neste não ultrapasse $0,10f_{cd}A_c$.

O valor de λ_1 corresponde ao índice de esbeltez limite do elemento, e será definido no item 4.3.4.

4.3.3. Determinação dos Esforços de Primeira Ordem

A norma especifica, no item 13.2.3, que pilares não podem apresentar dimensões menores que 19 cm. Porém, quando necessário, é permitido adotar dimensões de, pelo menos, 14 cm, desde que os esforços de primeira ordem sejam majorados de acordo com a expressão a seguir:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * b$$

Sendo que b deve ser considerado em centímetros.

Na sequência, é necessário realizar a comparação dos esforços de primeira ordem com o momento mínimo da seção, o qual é definido, no item 11.3.3.4.3 da norma, como:

$$M_{1d,min} = N_d * (0,015 + 0,03 * h)$$

Onde h corresponde à altura da seção transversal, em metros. É importante ressaltar que essa verificação deve ser feita em ambas as direções principais do pilar.

Com os valores do momento fletor de primeira ordem M_{1d} e do esforço normal de compressão N_d no pilar, determina-se a excentricidade relativa de primeira ordem da seção:

$$e_1 = \frac{M_{1d}}{N_d}$$

4.3.4. Dispensa da Análise dos Efeitos Locais de Segunda Ordem

Conforme o item 15.8.2 da NBR 6118:2014, é permitido dispensar a análise dos efeitos locais de segunda ordem quando o pilar é curto, ou seja, seu índice de esbeltez λ é menor que 35 ou que o limite λ_1 . Este depende da excentricidade de primeira ordem, da altura da seção transversal e do diagrama de momentos fletores de primeira ordem, sendo definido pela expressão a seguir:

$$35 \leq \lambda_1 = \frac{25 + 12,5 * \left(\frac{e_1}{h}\right)}{\alpha_b} \leq 90$$

Para pilares biapoiados sem cargas transversais, o valor de α_b é definido por:

$$0,40 \leq \alpha_b = 0,6 + 0,4 * \frac{M_A}{M_B} \leq 0,60$$

Em que:

M_A : momento fletor de maior valor absoluto ao longo da altura do pilar;

M_B : momento fletor de menor valor absoluto ao longo da altura do pilar.

Quando o momento de primeira ordem M_{1d} for menor que o mínimo, deve-se adotar $\alpha_b = 1,0$.

4.3.5. Cálculo dos Efeitos Locais de Segunda Ordem

Segundo o item 15.8.3.3.2 da NBR 6118:2014, para pilares com índice de esbeltez λ menor ou igual a 90, o momento total máximo no elemento deve ser calculado de acordo com o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, fazendo-se uso da seguinte expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b * M_{1d,A} + N_d * \frac{l_e^2}{10} * \frac{1}{r} \geq M_{1d,A}$$

Em que:

$M_{1d,A}$: valor de cálculo do momento de primeira ordem;

$\frac{1}{r}$: curvatura da seção crítica, definida por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{(v + 0,5) * h} \leq \frac{0,005}{h}$$

Onde:

$v + 0,5 \geq 1,0$;

v : força normal adimensional, determinada como:

$$v = \frac{N_d}{b * h * f_{cd}}$$

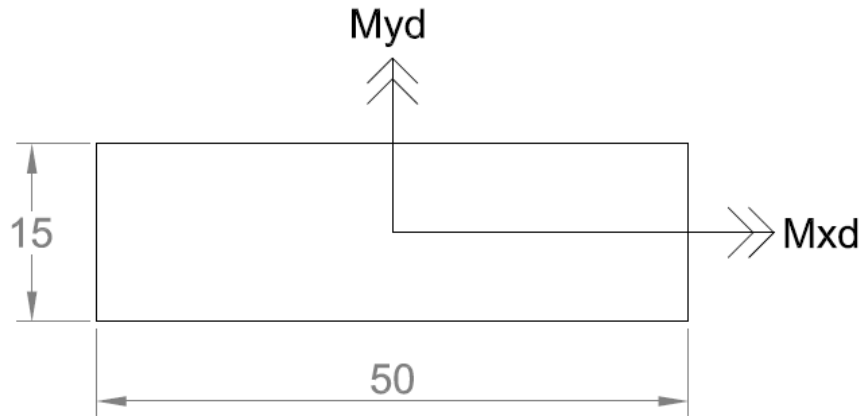
Resultado dos pilares em estudo

Para determinação dos esforços presentes nos pilares, utilizou-se o *software* Ftool. Foram lançados os pórticos planos referentes a cada direção dos pilares de cada pavimento, com os carregamentos correspondentes das vigas neles apoiadas. Dessa forma, foi possível retirar as informações referentes aos esforços normais de compressão, além dos momentos fletores atuantes em cada direção dos elementos. Os pilares em estudo encontram-se entre os pavimentos Tipo 1 e Térreo.

Pilar P4 (Lateral)

As dimensões do pilar foram determinadas conforme as limitações do projeto arquitetônico e estão apresentadas na Figura 30.

Figura 30: Dimensões do pilar P4



Fonte: Da Autora

Com essas informações, parte-se para o cálculo dos comprimentos equivalentes e dos índices de esbeltez em cada direção do pilar.

$$l_{ex} \leq \begin{cases} (2,97 - 0,40) + 0,15 = 2,72 \text{ m} \\ 2,97 \text{ m} \end{cases}$$
$$l_{ex} = 2,72 \text{ m}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} (2,97 - 0,40) + 0,50 = 3,07 \text{ m} \\ 2,97 \text{ m} \end{cases}$$
$$l_{ey} = 2,97 \text{ m}$$

$$\lambda_x = 3,464 * \frac{l_{ex}}{b} = 3,464 * \frac{2,72}{0,15} = 62,81$$

$$\lambda_y = 3,464 * \frac{l_{ey}}{h} = 3,464 * \frac{2,97}{0,50} = 20,58$$

Os carregamentos de P4 obtidos no *software* Ftool encontram-se no Quadro 9. Os valores são referentes aos resultados obtidos no topo de cada lance do elemento.

Quadro 9: Esforços atuantes no pilar P4

Pavimento	Seção	N _d [kN]	M _{xd} [kNm]	M _{yd} [kNm]
Cobertura	15x30	84,63	1,83	0,00
Tipo 3	15x30	249,00	4,51	28,28
Tipo 2	15x40	409,48	5,79	19,62
Tipo 1	15x50	570,11	6,86	20,01
Térreo	15x50	730,70	6,70	18,31

Fonte: Da Autora

Conforme explicado no item 4.3.3 deste trabalho, deve-se majorar os esforços de cálculo do pilar, já que este apresenta uma dimensão menor que 19 cm.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * 15 = 1,2$$

$$N_d = 1,2 * 570,11 = 684,13 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 1,2 * 6,86 = 8,23 \text{ kNm}$$

$$M_{dy} = 1,2 * 20,01 = 24,01 \text{ kNm}$$

A seguir, calculam-se os momentos mínimos em cada direção:

$$M_{1dx,mín} = 684,13 * (0,015 + 0,03 * 0,15) = 13,34 \text{ kNm}$$

$$M_{1dy,mín} = 684,13 * (0,015 + 0,03 * 0,50) = 20,52 \text{ kNm}$$

Para o prosseguimento dos cálculos, determinam-se os esforços de cálculo de primeira ordem. No caso dos momentos fletores, adota-se o maior valor entre M_d e $M_{1d,mín}$.

$$N_d = 684,13 \text{ kN}$$

$$M_{1dx} = 13,34 \text{ kNm}$$

$$M_{1dy} = 24,01 \text{ kNm}$$

Calculam-se as excentricidades de primeira ordem.

$$e_{1x} = \frac{13,34}{684,13} = 0,0195 \text{ m} = 1,95 \text{ cm}$$

$$e_{1y} = \frac{24,01}{684,13} = 0,0351 \text{ m} = 3,51 \text{ cm}$$

Para verificação da dispensa do cálculo dos efeitos de segunda ordem, determinam-se os limites de esbeltez limites do pilar.

Na direção x , como $M_{1dx} \leq M_{1d,mín}$, $\alpha_{bx} = 1,0$.

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \left(\frac{1,95}{15}\right)}{1,0} = 26,63 \leq 35$$

$$\lambda_{1x} = 35$$

O índice de esbeltez limite na direção x é menor que o calculado. Logo, será necessário determinar os efeitos de segunda ordem. Para isso, calculam-se a força normal adimensional ν , a curvatura da seção crítica $\frac{1}{r}$ e o momento total máximo $M_{d,tot}$.

$$\nu = \frac{684,13 * 10^3}{0,15 * 0,50 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,511$$

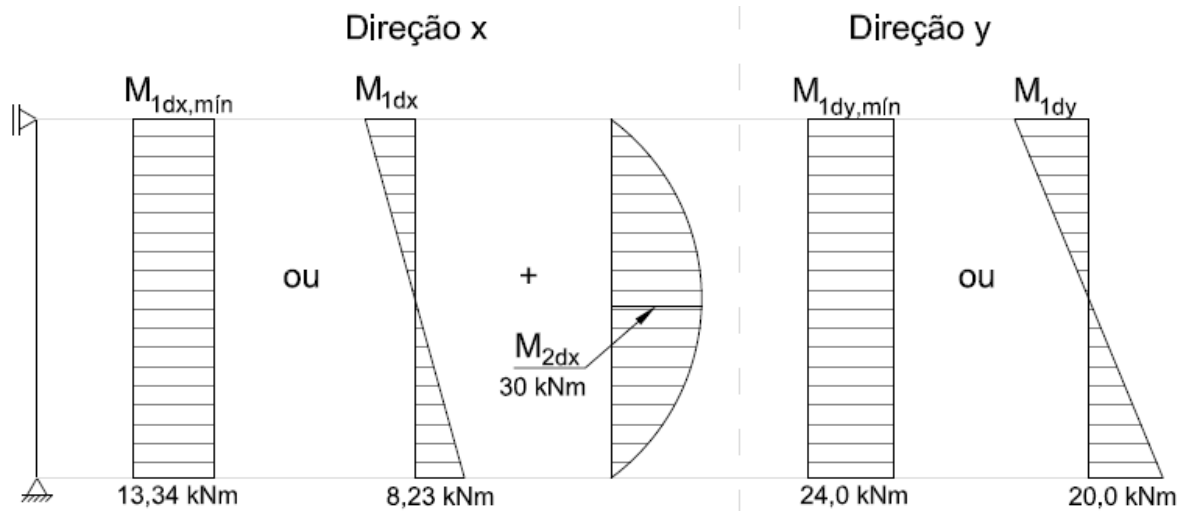
$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{(0,511 + 0,5) * 0,15} = 0,033 \text{ m}^{-1}$$

$$M_{d,tot} = 1,0 * 13,34 + 684,13 * \frac{2,72^2}{10} * 0,033 = 30,04 \text{ kNm}$$

Na direção y , o índice de esbeltez λ_y é menor que 35, não sendo necessário determinar os efeitos de segunda ordem.

As situações finais de cálculo obtidas para o pilar P4 são representadas na Figura 31.

Figura 31: Situações finais de cálculo do pilar P4

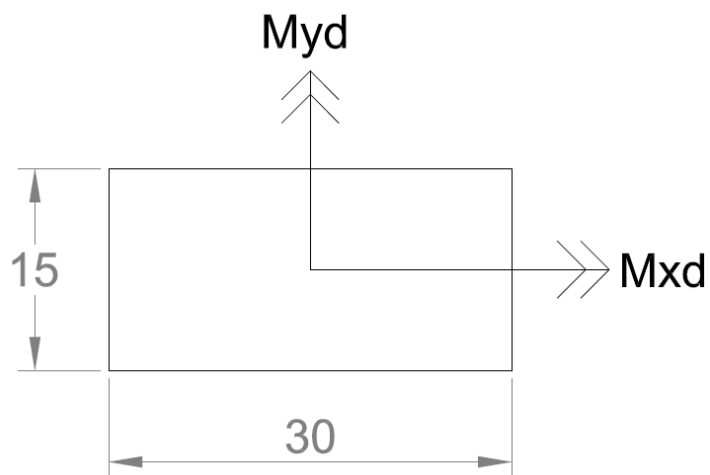


Fonte: Da Autora

Pilar P7 (Canto)

As dimensões do pilar foram determinadas conforme as limitações do projeto arquitetônico e estão apresentadas na Figura 32.

Figura 32: Dimensões do pilar P7



Fonte: Da Autora

Com essas informações, parte-se para o cálculo dos comprimentos equivalentes e dos índices de esbeltez em cada direção do pilar.

$$l_{ex} \leq \begin{cases} (2,97 - 0,40) + 0,15 = 2,72 \text{ m} \\ 2,97 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,72 \text{ m}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} (2,97 - 0,40) + 0,30 = 2,87 \text{ m} \\ 2,97 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,87 \text{ m}$$

$$\lambda_x = 3,464 * \frac{l_{ex}}{b} = 3,464 * \frac{2,72}{0,15} = 62,81$$

$$\lambda_y = 3,464 * \frac{l_{ey}}{h} = 3,464 * \frac{2,87}{0,30} = 33,14$$

Os carregamentos de P7 obtidos no *software* Ftool encontram-se no Quadro 10. Os valores são referentes aos resultados obtidos no topo de cada lance do elemento.

Quadro 10: Esforços atuantes no pilar P7

Pavimento	Seção	N _d [kN]	M _{xd} [kNm]	M _{yd} [kNm]
Cobertura	15x30	24,33	1,61	4,91
Tipo 3	15x30	71,67	4,05	5,54
Tipo 2	15x30	119,01	4,05	5,54
Tipo 1	15x30	166,35	4,05	5,54
Térreo	15x30	213,69	4,05	5,54

Fonte: Da Autora

Conforme explicado no item 4.3.3 do presente trabalho, deve-se majorar os esforços de cálculo do pilar, já que este apresenta uma dimensão menor que 19 cm.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * 15 = 1,2$$

$$N_d = 1,2 * 166,35 = 199,62 \text{ kN}$$

$$M_{dx} = 1,2 * 4,05 = 4,86 \text{ kNm}$$

$$M_{dy} = 1,2 * 5,54 = 6,65 \text{ kNm}$$

A seguir, calculam-se os momentos mínimos em cada direção:

$$M_{1dx,min} = 199,62 * (0,015 + 0,03 * 0,15) = 3,89 \text{ kNm}$$

$$M_{1dy,min} = 199,62 * (0,015 + 0,03 * 0,30) = 4,79 \text{ kNm}$$

Para o prosseguimento dos cálculos, determinam-se os esforços de cálculo de primeira ordem. No caso dos momentos fletores, adota-se o maior valor entre M_d e $M_{1d,min}$.

$$N_d = 199,62 \text{ kN}$$

$$M_{1dx} = 4,86 \text{ kNm}$$

$$M_{1dy} = 6,65 \text{ kNm}$$

Calculam-se as excentricidades de primeira ordem.

$$e_{1x} = \frac{4,86}{199,62} = 0,0244 \text{ m} = 2,44 \text{ cm}$$

$$e_{1y} = \frac{6,65}{199,62} = 0,0333 \text{ m} = 3,33 \text{ cm}$$

Para verificação da dispensa do cálculo dos efeitos de segunda ordem, determinam-se os limites de esbeltez limites do pilar.

Na direção x , como $M_{1dx} > M_{1d,min}$, deve-se calcular o valor de α_{bx}

$$\alpha_{bx} = 0,6 + 0,4 * \frac{-4,05}{4,05} = 0,20 \leq 0,40$$

$$\alpha_{bx} = 0,40$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \left(\frac{2,44}{15}\right)}{0,40} = 67,58$$

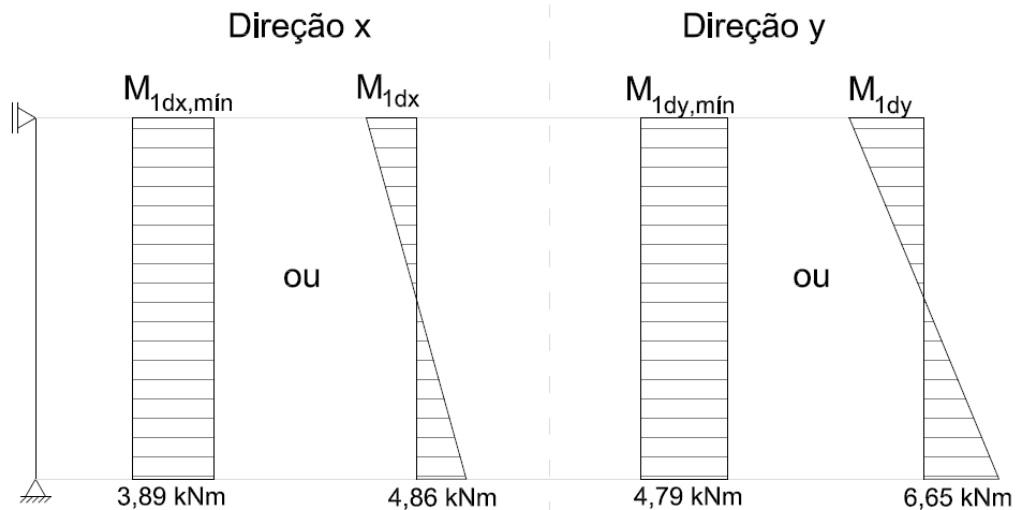
$$\lambda_{1x} = 35$$

O índice de esbeltez limite na direção x é maior que o calculado. Logo, não é necessário determinar os efeitos de segunda ordem.

Na direção y , como o índice de esbeltez λ_y é menor que 35, também não é necessário determinar os efeitos de segunda ordem.

As situações finais de cálculo obtidas para o pilar P7 são representadas na Figura 33:

Figura 33: Situações finais de cálculo do pilar P7



Fonte: Da Autora

4.3.6. Dimensionamento e Detalhamento das Armaduras Longitudinais

Para o cálculo manual da armadura necessária em pilares de concreto armado, o método mais comumente empregado em cálculos manuais, no Brasil, é o uso de ábacos adimensionais. Estes correlacionam força normal, momento fletor e quantidade de armadura na seção, além da distribuição das barras.

Existem vários ábacos de diversos autores que podem ser utilizados, sendo que os mais populares são os desenvolvidos por Pinheiro (2009). Por apresentarem resultados condizentes com as exigências da norma e serem de fácil utilização, permitindo a escolha entre diversos arranjos de armadura na seção transversal, optou-se por adotar estes ábacos nos dimensionamentos exemplificados no presente trabalho.

Para sua utilização, é necessário conhecer de antemão os valores dos esforços normais atuantes na peça e os momentos críticos da seção, além do diâmetro e da disposição das barras a serem adotadas.

Os esforços atuantes nos pilares já foram explanados nos resultados dos pilares em estudo, no tópico 4.3.5 deste trabalho.

As bitolas das barras das armaduras de pilares não podem ser menores que 10 mm nem maiores que 1/8 da menor dimensão transversal, seguindo as prescrições do item 18.4.2.1 da NBR 6118:2014.

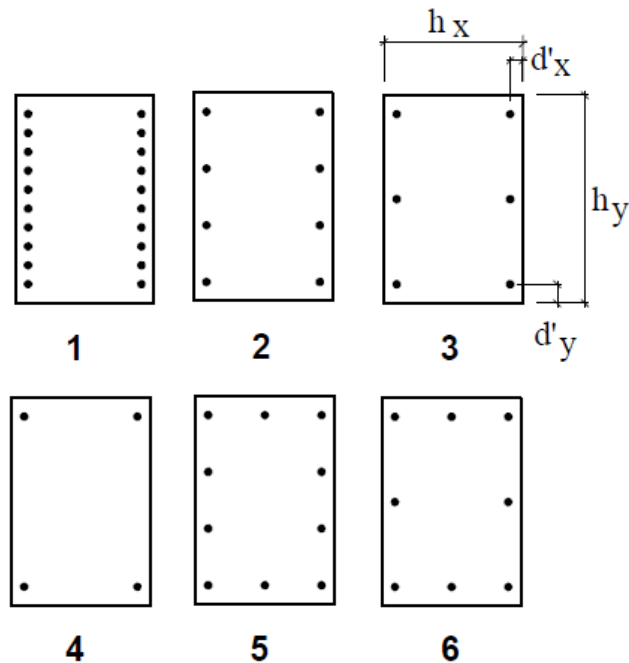
$$10 \text{ mm} \leq \phi_l \leq \frac{b}{8}$$

Definindo-se a bitola a ser utilizada, calcula-se a distância entre a borda da seção e o centro das barras mais externas:

$$d' = cob + \phi_t + \frac{\phi_l}{2}$$

Tendo o valor da distância d' , são determinadas as relações $\frac{d'}{h_x}$ e $\frac{d'}{h_y}$. Com estes valores, é possível escolher um ou mais ábacos adequados para o dimensionamento. A Figura 34 ilustra os arranjos possíveis das barras da armadura, enquanto o Quadro 11 apresenta os ábacos disponíveis para cada situação.

Figura 34: Arranjos das barras



Fonte: Pinheiro, Baraldi & Porem (2009), Figura 5

Quadro 11: Relação dos ábacos

Arranjo	$\frac{d'_y}{h_y}$	$\frac{d'_x}{h_x}$	Ábaco
1	0,05	0,25	1
2	0,05	0,25	2
3	0,05	0,25	3
1	0,10	0,25	4
2	0,10	0,25	5
3	0,10	0,25	6
4	0,10	0,25	7
2	0,15	0,25	8
3	0,15	0,25	9
4	0,15	0,25	10
1	0,05	0,20	11
2	0,05	0,20	12
3	0,05	0,20	13
1	0,10	0,20	14
2	0,10	0,20	15
3	0,10	0,20	16
4	0,10	0,20	17
2	0,15	0,20	18
3	0,15	0,20	19
4	0,15	0,20	20
1	0,05	0,15	21
2	0,05	0,15	22
3	0,05	0,15	23
5	0,05	0,15	24
1	0,10	0,15	25
2	0,10	0,15	26
3	0,10	0,15	27
4	0,10	0,15	28
6	0,10	0,15	29
5	0,10	0,15	30
2	0,15	0,15	31
3	0,15	0,15	32
4	0,15	0,15	33
6	0,15	0,15	34
5	0,15	0,15	35
2	0,05	0,10	36
6	0,05	0,10	37
5	0,05	0,10	38
1	0,10	0,10	39
2	0,10	0,10	40
3	0,10	0,10	41
4	0,10	0,10	42
6	0,10	0,10	43
5	0,10	0,10	44
6	0,05	0,05	45
5	0,05	0,05	46

Fonte: Pinheiro, Baraldi & Porem (2009), Tabela 1

Para o uso do ábaco, é necessário conhecer os valores dos esforços reduzidos ν , μ_x e μ_y , apresentados abaixo:

$$\nu = \frac{N_d}{b * h * f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{b^2 * h * f_{cd}}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{b * h^2 * f_{cd}}$$

Inserindo esses valores no ábaco escolhido, obtém-se a taxa mecânica de armadura ω , a qual é utilizada para determinar a armadura necessária da seção:

$$A_s = \omega * b * h * \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Segundo o item 15.3.2 da norma, com o dimensionamento adotado, deve-se obter uma envoltória de momentos resistentes que englobe a envoltória mínima com 2ª ordem, além dos momentos atuantes no elemento, em sua totalidade.

Para obtenção dos valores máximos da envoltória de momentos resistentes, foi utilizado o *software* OblqCalco, de autoria de Leonardo Martins e Silva. Em seguida, todas as envoltórias foram desenhadas no *software* AutoCAD para possibilitar a verificação.

4.3.6.1. Armaduras Mínimas e Máximas

Segundo a NBR 6118:2014, item 17.3.5.3.1, a armadura mínima presente na seção deve atender ao maior dos seguintes valores:

$$A_{s,mín} = 0,15 * \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 * A_c$$

A armadura máxima é definida no item 17.3.5.3.2, e define que a área de aço não pode ser maior que 8% da seção de concreto, mesmo em locais de emendas.

$$A_{s,máx} \leq 0,08 * A_c$$

4.3.6.2. Espaçamento entre Barras

O espaçamento mínimo livre entre barras é definido no item 18.4.2.2 da norma como sendo o maior dos valores a seguir:

$$s_{mín} \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \emptyset_l \\ 1,2 * d_{máx,agregado} \end{cases}$$

Sendo que:

\emptyset_l : diâmetro da barra longitudinal;

$d_{máx,agregado}$: diâmetro máximo do agregado graúdo.

O espaçamento máximo é definido no mesmo item:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 400 \text{ mm} \\ 2 * b \end{cases}$$

4.3.6.3. Emendas por Traspasse

Conforme mencionado no t3pico 4.2.7.9. deste trabalho, barras de a3o comerciais n3o ultrapassam 12 m de comprimento. Por isso, em pilares, 3e comum a necessidade de realizar emendas de barras. Segundo Pinheiro (2009), nessa situa33o, comprimento do trecho de traspasse l_{0c} deve ser igual ao comprimento de ancoragem necess3rio $l_{b,nec}$, sendo que seu valor m3nimo deve ser igual a 200 mm, $15\phi_l$ ou $0,6l_b$.

O comprimento necess3rio de ancoragem $l_{b,nec}$ 3e calculado com as mesmas equa33es j3 utilizadas para vigas:

$$l_b = \frac{\phi_l}{4} * \left(\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right)$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

$$l_{0c} \geq \begin{cases} l_{b,nec} \\ 200 \text{ mm} \\ 15 * \phi_l \\ 0,6 * l_b \end{cases}$$

Recomenda-se que a emenda n3o seja realizada na altura m3dia do pilar, e sim nos seus ter3os superior ou inferior. Com isso, na ocorr3ncia de efeitos de segunda ordem, n3o existe o risco de rompimento das emendas. N3o 3e permitida a emenda por traspasse de barras com bitola maior que 32 mm

Resultado dos pilares em estudo

Pilar P4 (Lateral)

A bitola m3xima permitida para o pilar P4, de acordo com as suas dimens3es, 3e:

$$\phi_l \leq \frac{b}{8} = \frac{15}{8} = 1,875 \text{ cm} = 18,75 \text{ mm}$$

Assim, as bitolas adotadas para as armaduras transversal e longitudinal do pilar são as apresentadas abaixo. A distância entre a borda da seção e o centro das barras mais externas foi definida na sequência.

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d' = 3,0 + 0,5 + \frac{1,6}{2} = 4,3 \text{ cm}$$

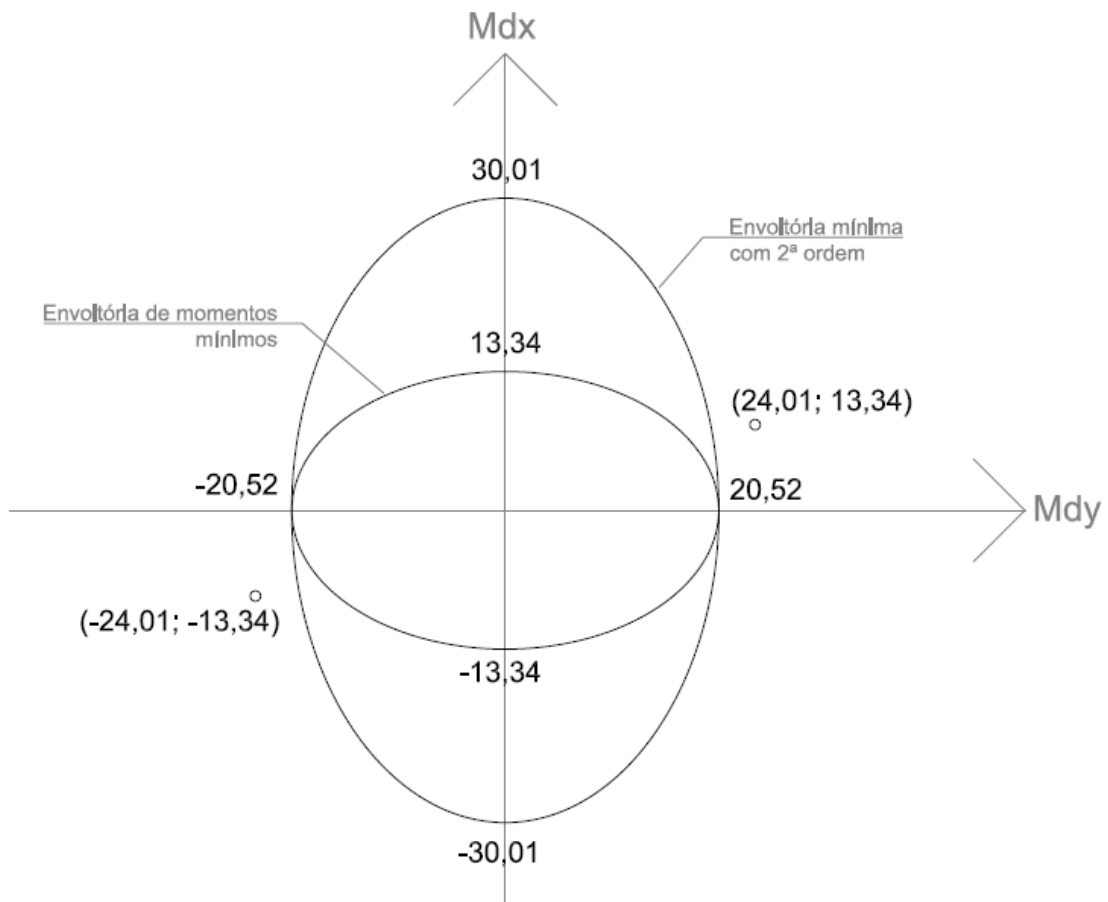
$$\frac{d'}{h_x} = \frac{d'}{b} = \frac{4,3}{15} = 0,287$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{d'}{h} = \frac{4,3}{50} = 0,086$$

Ao fazer a escolha do ábaco, é costume optar por aqueles que apresentem valores de $\frac{d'}{h}$ maiores que os calculados, para um dimensionamento a favor da segurança. Porém, uma das limitações dos ábacos de Pinheiro (2009) é que o valor máximo existente para $\frac{d'}{h_x}$ é 0,250, conforme pode ser observado no Quadro 11. Esse resultado é menor que o calculado para o pilar P4. Portanto, para essa situação em particular, o valor adotado de $\frac{d'}{h}$ será menor que o determinado manualmente. Por fim, decidiu-se utilizar o Ábaco 6 de Pinheiro (2009), apresentado no Anexo B.

A Figura 35 ilustra as envoltórias de momentos obtidas para o pilar P4. Não é possível determinar uma situação crítica de cálculo, já que não existe um ponto que apresente, simultaneamente, os maiores valores nas direções x e y . Portanto, consideram-se duas situações críticas, e o resultado que levar à maior armadura deve ser escolhido.

Figura 35: Envoltórias do pilar P4 [kNm]



Fonte: Da Autora

Para $M_{dx} = 30,01$ e $M_{dy} = 0$, obtém-se os seguintes valores:

$$v = \frac{684,13 * 10^3}{0,15 * 0,50 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,511$$

$$\mu_x = \frac{30,01 * 10^3}{0,15^2 * 0,5 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,149$$

$$\mu_y = 0$$

Inserindo estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0,25$$

$$\omega(v = 0,6) = 0,32$$

Para $M_{dx} = 13,34$ e $M_{dy} = 24,01$, obtém-se os seguintes valores:

$$v = \frac{684,13 * 10^3}{0,15 * 0,50 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,511$$

$$\mu_x = \frac{13,34 * 10^3}{0,15^2 * 0,5 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,066$$

$$\mu_y = \frac{24,01 * 10^3}{0,15 * 0,5^2 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,036$$

Inserindo estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(v = 0,4) = 0,0$$

$$\omega(v = 0,6) = 0,0$$

Dadas as diferenças apresentadas nos valores de ω para cada situação, define-se que a situação mais crítica é a representada pela envoltória dos momentos mínimos com 2ª ordem. Assim, a taxa mecânica de armadura e a armadura necessária são determinadas por:

$$\omega = \frac{(0,32 - 0,25)}{(0,6 - 0,4)} * (v - 0,4) + 0,25 = 0,289$$

$$A_s = 0,289 * 0,15 * 0,50 * \frac{1,15 * 25}{1,4 * 500} = 0,00089 \text{ m}^2 = 8,90 \text{ cm}^2$$

A área efetiva referente às 6 barras de 16 mm inicialmente adotadas é apresentada abaixo:

$$A_{s,ef} = 6 * \pi \frac{1,6^2}{4} = 12,06 \text{ cm}^2$$

Verificando as armaduras mínima e máxima para a seção:

$$A_{s,min} \geq \begin{cases} 0,15 * \frac{1,15 * 684,13 * 10^3}{500 * 10^6} = 0,000236 m^2 = 2,36 cm^2 \\ 0,004 * 15 * 50 = 3 cm^2 \end{cases}$$

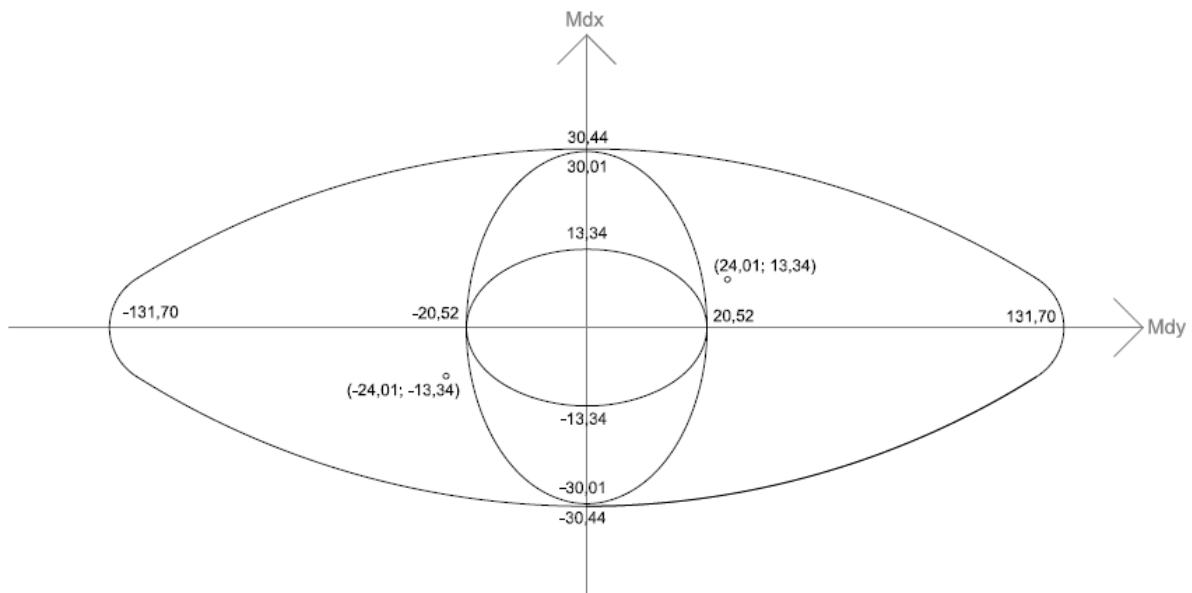
$$A_{s,min} = 3 cm^2$$

$$A_{s,máx} \leq 0,08 * 15 * 50 = 60 cm^2$$

Ambos os valores são atendidos. Em se tratando da armadura máxima, esta apresenta um valor correspondente a quase cinco vezes a armadura efetiva da seção. Isso significa que, mesmo em regiões de emenda, não se atingirá a armadura máxima.

Na sequência, com o auxílio do *software* OblqCalco, foi traçada a envoltória de momentos resistentes apresentada na Figura 36. A dimensão desta no eixo M_{dy} está desenhada fora de escala, para facilitar a visualização do desenho como um todo.

Figura 36: Envoltória de momentos resistentes de P4 [kNm]



Fonte: Da Autora

Como pode ser observado, a envoltória de momentos resistentes engloba a de momentos mínimos com segunda ordem, demonstrando que a armadura inicialmente adotada está correta.

Para verificação dos espaçamentos máximos e mínimos, a configuração da armadura leva aos seguintes resultados:

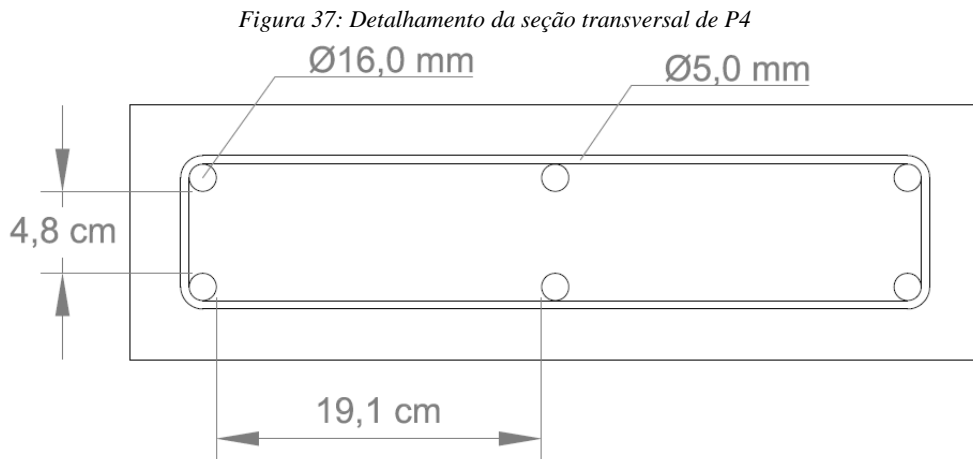
$$s_{\min} \geq \begin{cases} 2,0 \text{ cm} \\ \phi_l = 1,6 \text{ cm} \\ 1,2 * 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\min} = 2,28 \text{ cm}$$

$$s_{\max} \leq \begin{cases} 40,0 \text{ cm} \\ 2 * 15 = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\max} = 30 \text{ cm}$$

A Figura 37 ilustra o detalhamento da seção transversal do pilar P4, e demonstra que o mesmo atende aos espaçamentos permitidos por norma.



Fonte: Da Autora

Para determinação do comprimento do trecho de emenda, é necessário determinar os comprimentos básico e necessário de ancoragem. Como todos os parâmetros de cálculo já foram explicados no tópico 4.2.7 do presente trabalho, eles não serão novamente explanados.

$$l_b = \frac{1,6}{4} * \left[\frac{500}{1,15 * 1,4 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right)} \right] = 96,86 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 1 * 96,86 * \frac{8,90}{12,06} = 71,48 \text{ cm}$$

$$l_{0c} \geq \begin{cases} 71,48 \text{ cm} \\ 20,0 \text{ cm} \\ 15 * 1,6 = 24 \text{ cm} \\ 0,6 * 96,86 = 58,12 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{0c} = 72 \text{ cm}$$

Dessa forma, determina-se que o valor do comprimento do trecho de traspasse do pilar P4 é igual a 72 cm.

Pilar P7 (Canto)

A bitola máxima permitida para o pilar P4, de acordo com as suas dimensões, é:

$$\phi_l \leq \frac{b}{8} = \frac{15}{8} = 1,875 \text{ cm} = 18,75 \text{ mm}$$

Assim, as bitolas adotadas para as armaduras transversal e longitudinal do pilar são as apresentadas abaixo. A distância entre a borda da seção e o centro das barras mais externas foi definida na sequência.

$$\phi_l = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d' = 3,0 + 0,5 + \frac{1,0}{2} = 4,0 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{h_x} = \frac{d'}{b} = \frac{4,0}{15} = 0,267$$

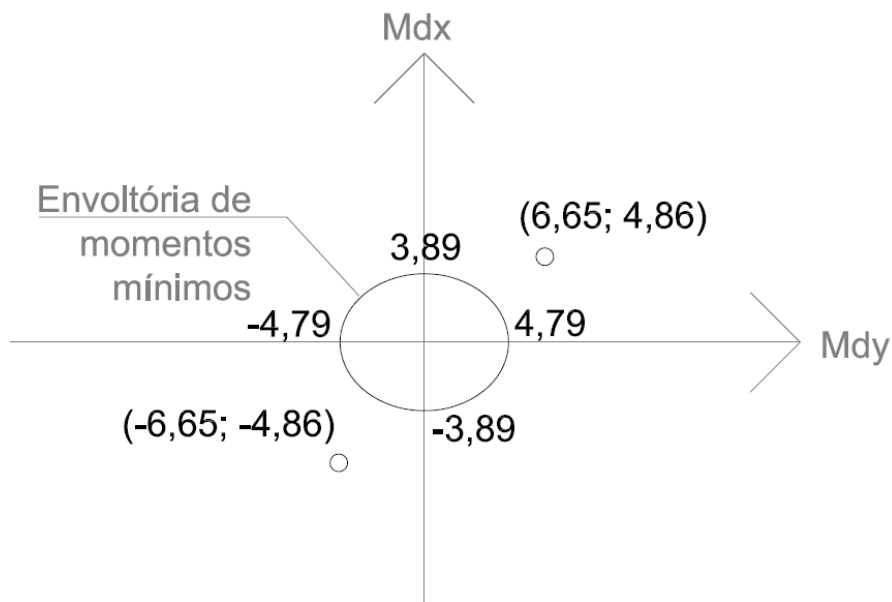
$$\frac{d'}{h_y} = \frac{d'}{h} = \frac{4,0}{30} = 0,133$$

Conforme explicado nos resultados do pilar P4, é costume optar por ábacos que apresentem valores de $\frac{d'}{h}$. Porém, devido à limitação dos ábacos de Pinheiro (2009), em que o valor máximo existente para $\frac{d'}{h_x}$ é 0,250, o valor adotado de $\frac{d'}{h}$ será menor que o determinado

manualmente. Por fim, decidiu-se utilizar o Ábaco 10 de Pinheiro (2009), apresentado no Anexo B.

A Figura 38 ilustra as envoltórias de momentos obtidas para o pilar P7. Como é possível observar, existe apenas uma situação crítica, pois um dos pontos apresenta, simultaneamente, os maiores valores em x e em y .

Figura 38: Envoltórias do pilar P7 [kNm]



Fonte: Da Autora

Para $M_{dx} = 4,86$ e $M_{dy} = 6,65$, obtém-se os seguintes valores:

$$v = \frac{199,62 * 10^3}{0,15 * 0,30 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,248$$

$$\mu_x = \frac{4,86 * 10^3}{0,15^2 * 0,3 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,024$$

$$\mu_y = \frac{6,65 * 10^3}{0,15 * 0,3^2 * \frac{25 * 10^6}{1,4}} = 0,028$$

Inserindo estes dados no ábaco, tem-se que:

$$\omega(\nu = 0,2) = 0,0$$

$$\omega(\nu = 0,4) = 0,0$$

É possível perceber que, mesmo para a situação mais crítica, a taxa mecânica de armadura necessária é nula, demonstrando que o concreto consegue resistir sozinho aos esforços atuantes. Porém, a norma exige uma armadura mínima, que é definida por:

$$A_{s,mín} \geq \begin{cases} 0,15 * \frac{1,15 * 199,62 * 10^6}{500 * 10^6} = 0,000069 m^2 = 0,69 cm^2 \\ 0,004 * 15 * 30 = 1,8 cm^2 \end{cases}$$
$$A_{s,mín} = 1,8 cm^2$$

A área efetiva referente às 4 barras de 10 mm inicialmente adotadas é apresentada abaixo:

$$A_{s,ef} = 4 * \pi \frac{1,0^2}{4} = 3,14 cm^2$$

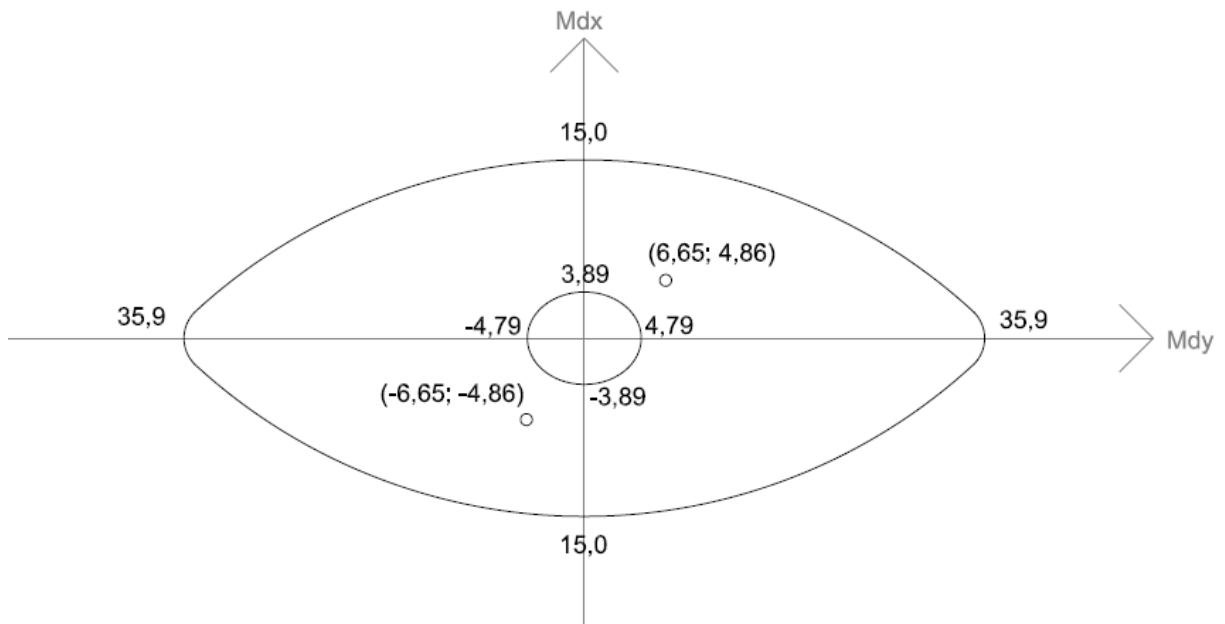
Como a área efetiva $A_{s,ef}$ é maior que a mínima, a armadura atende à norma. Verificando a armadura máxima possível na seção:

$$A_{s,máx} \leq 0,08 * 15 * 30 = 36 cm^2$$

Este valor é quase dez vezes a armadura efetiva da seção. Isso significa que, mesmo em regiões de emenda, não se atingirá a armadura máxima.

Na sequência, com o auxílio do *software* OblqCalco, foi traçada a envoltória de momentos resistentes apresentada na Figura 39.

Figura 39: Envoltória de momentos resistentes de P6 [kNm]



Fonte: Da Autora

Como pode ser observado, a envoltória engloba a envoltória de momentos mínimos, o que demonstra que a armadura inicialmente adotada está correta.

Para verificação dos espaçamentos máximos e mínimos, a configuração da armadura leva aos seguintes resultados:

$$s_{\min} \geq \begin{cases} 2,0 \text{ cm} \\ \phi_l = 1,0 \text{ cm} \\ 1,2 * 1,9 = 2,28 \text{ cm} \end{cases}$$

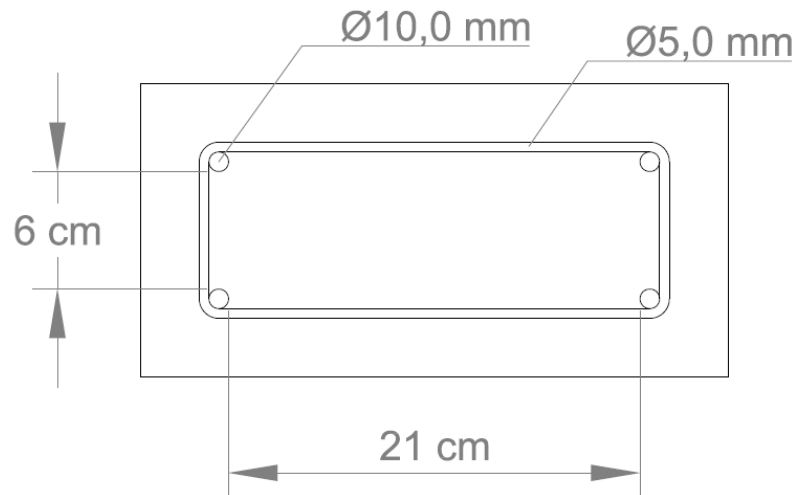
$$s_{\min} = 2,28 \text{ cm}$$

$$s_{\max} \leq \begin{cases} 40,0 \text{ cm} \\ 2 * 15 = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\max} = 30 \text{ cm}$$

A Figura 40 ilustra o detalhamento da seção transversal do pilar P4, e demonstra que o mesmo atende aos espaçamentos permitidos por norma.

Figura 40: Detalhamento da seção transversal de P8



Fonte: Da Autora

Para determinação do comprimento do trecho de emenda, é necessário determinar os comprimentos básico e necessário de ancoragem. Como todos os parâmetros de cálculo já foram explicados no tópico 4.2.7 deste trabalho, eles não serão novamente explanados.

$$l_b = \frac{1,0}{4} * \left[\frac{500}{1,15 * 1,4 * \left(\frac{0,21 * 25^{2/3}}{1,4} \right)} \right] = 60,54 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 1 * 60,54 * \frac{1,80}{3,14} = 34,69 \text{ cm}$$

$$l_{oc} \geq \begin{cases} 34,69 \text{ cm} \\ 20,0 \text{ cm} \\ 15 * 1,0 = 15 \text{ cm} \\ 0,6 * 60,54 = 36,32 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{oc} = 37 \text{ cm}$$

Dessa forma, determina-se que o valor do comprimento do trecho de traspasse do pilar P4 é igual a 37 cm.

4.3.7. Dimensionamento e Detalhamento das Armaduras Transversais

De acordo com o item 18.4.3 da NBR 6118:2014, a armadura transversal de pilares deve ser posicionada ao longo de toda a altura do elemento, sendo obrigatória no cruzamento com vigas e lajes. Em determinadas situações, pode precisar de grampos suplementares.

Segundo Carvalho e Pinheiro (2009), as principais funções desta armadura são garantir o posicionamento das barras longitudinais e impedir a sua flambagem, garantir a costura das emendas das barras longitudinais, resistir aos esforços de tração, confinar o concreto com a finalidade de obter uma peça mais resistente e dúctil.

4.3.7.1. Diâmetro mínimo dos estribos

Ainda segundo o item 18.4.3, as barras dos estribos não podem apresentar diâmetros menores que os abaixo:

$$\phi_{t,min} \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \frac{\phi_l}{4} \end{cases}$$

4.3.7.2. Espaçamento máximo dos estribos

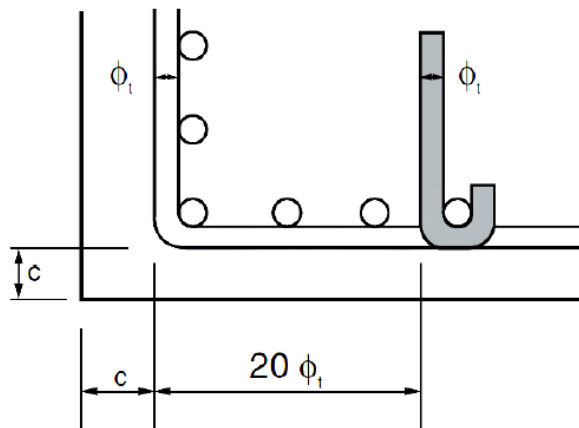
Para impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir o posicionamento destas, o espaçamento entre estribos deve ser maior ou igual ao menor dos valores a seguir:

$$s_{m\acute{a}x} \geq \begin{cases} 200 \text{ mm} \\ b \\ 12 * \phi_l \end{cases}$$

4.3.7.3. Proteção das barras longitudinais contra flambagem

Segundo o item 18.2.4 da norma, quando houver a possibilidade de flambagem das armaduras longitudinais, deve-se fazer o uso dos grampos suplementares. Também conhecidos como estribos poligonais, essas peças garantem as contra flambagem as barras posicionadas a uma distância de até $20\phi_t$ do canto, se nesse trecho não houver mais de duas barras, não contando a da quina. Essas condições estão ilustradas na Figura 41.

Figura 41: Proteção contra flambagem das barras



Fonte: NBR 6118:2014, Figura 18.2

Resultado dos pilares em estudo

Pilar P4 (Lateral)

$$\phi_{t,\min} \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \frac{16}{4} = 4 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{t,\min} = 5 \text{ mm}$$

$$s_{\max} \geq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 15 \text{ cm} \\ 12 * 1,6 = 19,2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\max} = 20 \text{ cm}$$

Com isso, tem-se que os estribos do pilar P4 terão bitola de 5 mm e serão espaçados a uma distância de 20 cm.

A quantidade de estribos necessária no pilar será a seguinte:

$$Q = \frac{2,97}{0,20} = 14,9$$

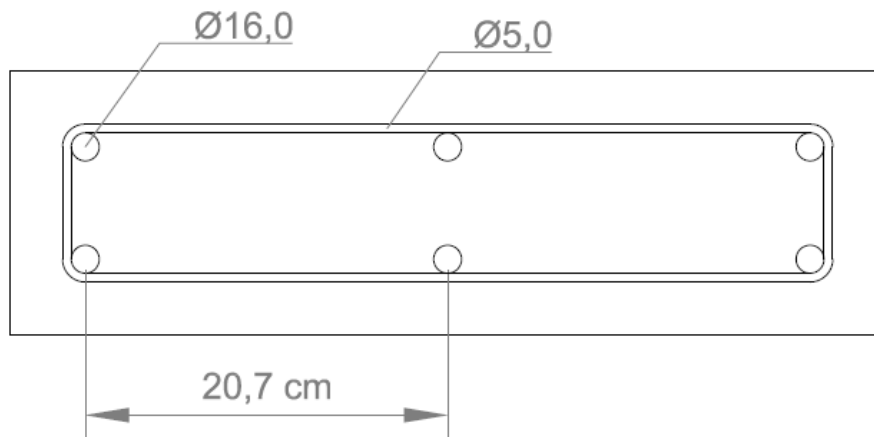
$$Q = 15 \text{ estribos}$$

Deve-se verificar a necessidade de estribos suplementares. Conforme visto anteriormente, para a dispensa do uso dessas peças, o espaçamento entre barras não pode ser maior que o abaixo:

$$s \leq 20 * \phi_t = 20 * 0,5 = 10,0 \text{ cm}$$

Observa-se, na Figura 42, que o espaçamento entre as barras centrais do pilar e o canto da armadura é maior que o estabelecido acima. Por isso, se faz necessário o uso de grampos nas barras que não estão posicionadas nos cantos da armadura.

Figura 42: Espaçamento entre as barras de P4



Fonte: Da Autora

Pilar P7 (Canto)

$$\phi_{t,mín} \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \frac{10}{4} = 2,5 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\phi_{t,mín} = 5 \text{ mm}$$

$$s_{máx} \geq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 15 \text{ cm} \\ 12 * 1,6 = 19,2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{máx} = 20 \text{ cm}$$

Com isso, tem-se que os estribos do pilar P4 terão bitola de 5 mm e serão espaçados a uma distância de 20 cm.

A quantidade de estribos necessária no pilar será a seguinte:

$$Q = \frac{2,97}{0,20} = 14,9$$

$$Q = 15 \text{ estribos}$$

Como o pilar em questão apresenta apenas 4 barras em sua seção transversal, não é necessário o uso de estribos suplementares, já que todas as barras estão posicionadas nas quinas da armadura.

5. PLANILHAS ELETRÔNICAS

Por permitir que diversos parâmetros sejam alterados rapidamente sem a necessidade de refazer os cálculos pré-existentes, foram elaboradas planilhas eletrônicas para os procedimentos manuais apresentados no tópico 4 do deste trabalho. Essas ferramentas, além de apresentarem a possibilidade de serem úteis na vida profissional, facilitaram o dimensionamento e detalhamento dos elementos. As planilhas permitiram que os resultados finais fossem obtidos com mais rapidez e precisão, evitando erros de cálculo inerentes ao uso manual de calculadoras, tais como problemas de conversão de unidades, sinais trocados ou até mesmo números digitados de forma errônea.

Todas as planilhas mencionadas abaixo foram elaboradas no *software* Mathcad.

5.1. PLANILHAS DE CÁLCULO DE LAJES

Primeiramente, desenvolveu-se uma planilha básica, com base em notas de aulas e bibliografias consultadas. Conforme os cálculos avançavam, esse arquivo foi sendo modificado para atender cada situação presente em diferentes elementos, pois alguns eram mais simples ou complexos que outros. No Apêndice C, encontra-se a planilha de cálculo referente à laje L4, por ser considerada a mais completa entre as seis elaboradas.

5.2. PLANILHAS DE CÁLCULO DE VIGAS

Inicialmente, foram desenvolvidas planilhas simplificadas apenas para o cálculo das cargas atuantes nas vigas que se apoiam em V15, para que esses dados pudessem ser inseridos no *software* Ftool. Após essa etapa, foi elaborada a planilha de dimensionamento de V15, a qual possui, além da parte referente às cargas, todos os cálculos relativos ao dimensionamento e detalhamento de suas armaduras. Esta planilha encontra-se no Apêndice D.

5.3. PLANILHAS DE CÁLCULO DE PILARES

O procedimento para os pilares foi semelhante ao utilizado nas lajes, sendo inicialmente elaborada uma planilha base, que depois foi adaptada para as diferentes situações encontradas em cada elemento estudado. A planilha do pilar P4 encontra-se no Apêndice E.

6. PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

O método computacional utilizado foi o *software* AltoQi Eberick 2018, devido ao fato deste ser um dos programas de análise e dimensionamento de estruturas mais difundido no mercado nacional. O *software* foi adquirido diretamente junto à empresa AltoQi, local onde foi realizado o estágio obrigatório, com o objetivo de elaborar o presente Trabalho de Conclusão de Curso.

6.1. CÁLCULO DA ESTRUTURA

Para o cálculo estrutural, o programa segue os mesmos passos adotados no procedimento manual: lançamento da estrutura, análise estrutural, dimensionamento dos elementos e, por fim, detalhamento.

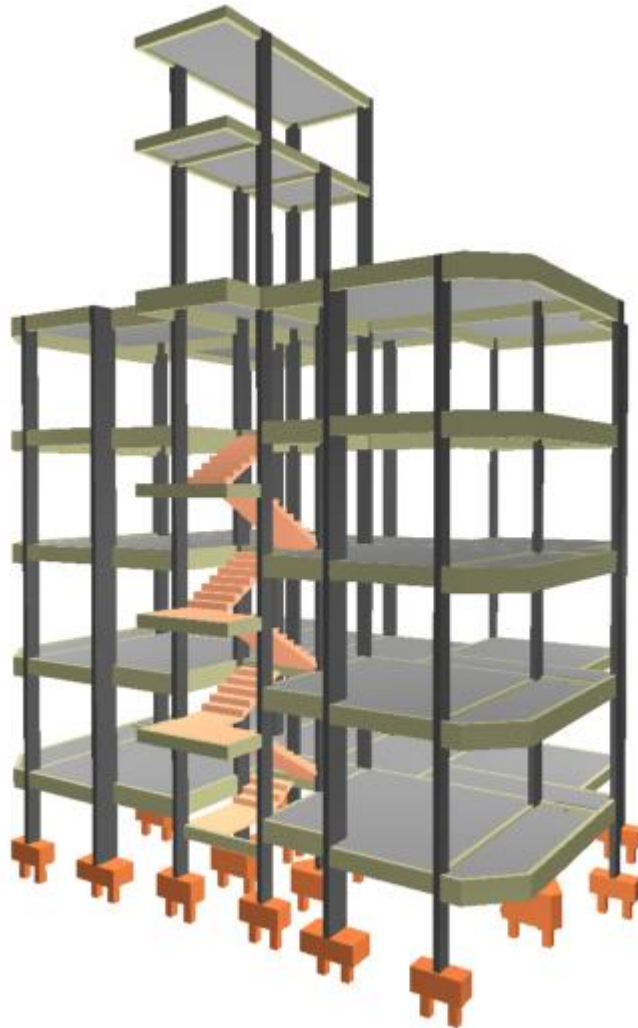
Para o lançamento da estrutura, primeiramente foram importadas, para os croquis dos pavimentos, suas plantas arquitetônicas correspondentes. O posicionamento, pré-dimensionamento e vinculação dos elementos foram realizados de acordo com as premissas mencionadas no tópico 3 deste trabalho.

Na sequência, realizou-se a análise estática linear e o dimensionamento da estrutura. Nesse momento, elementos que apresentaram erros sofreram mudanças em suas dimensões e/ou posicionamentos, até que atingissem resultados aceitáveis. Nas situações em que foram verificados comportamentos estranhos, tal como armaduras em excesso, também foram feitas modificações.

Por fim, verificou-se o detalhamento dos elementos, gerado automaticamente pelo programa. Em alguns casos, as bitolas adotadas foram modificadas manualmente para que apresentassem maior facilidade construtiva.

A representação espacial da estrutura, gerada pelo *software* Eberick, pode ser observada na Figura 43.

Figura 43: Modelo 3D da estrutura



Fonte: Da Autora

6.2. MODIFICAÇÕES REALIZADAS

Por se tratar de um programa computacional, o *software* Eberick apresenta, em algumas situações, cálculos e modelos de análise muito mais complexos e refinados que os procedimentos manuais previamente descritos, fazendo com que sejam obtidos resultados diferentes entre si.

Para tornar possível a avaliação das divergências geradas apenas pelos modelos de cálculo computacionais, faz-se necessária a adaptação do projeto lançado no *software*. Isso corresponde a mudanças nas configurações que possam ser modificadas de forma a ficarem iguais, ou ao menos semelhantes, às adotadas no cálculo manual. A seguir, são descritos os parâmetros alterados que tiveram maior influência sobre os resultados obtidos.

Primeiramente, deve-se garantir que as características de materiais e durabilidade sejam iguais. Para isso, é preciso inserir no programa as mesmas resistências características do aço e do concreto, além de cobrimentos iguais, citando alguns exemplos. Nesse ponto, é importante ressaltar que, apesar do cálculo manual apresentado no tópico 4.1 do presente trabalho apresentar dois valores distintos de cobrimentos para lajes, essa é uma configuração não permitida no Eberick. Por esse motivo, o comparativo de resultados foi realizado em dois momentos: para armaduras e momentos positivos, o cobrimento adotado no *software* para a laje inteira foi de 2,5 cm. De forma análoga, na comparação dos resultados negativos, foi utilizado cobrimento igual a 1,5 cm.

Outro ponto importante que deve ser alterado são as combinações de ações consideradas. Por padrão, o *software* analisa dezenas de combinações possíveis entre as ações naturalmente habilitadas, sendo que as principais são peso próprio, cargas adicionais e acidentais, solo, água, temperatura, entre outros. Inicialmente, com essa configuração padrão, foram obtidas armaduras muito diferentes nos elementos estudados. Por esse motivo, para possibilitar a comparação entre os resultados, foram mantidas apenas as combinações última e quase permanente utilizadas no presente trabalho.

7. RESULTADOS E COMPARATIVOS

Após as modificações realizadas nos parâmetros mencionados anteriormente, tornou-se possível a comparação dos resultados obtidos.

7.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS LAJES

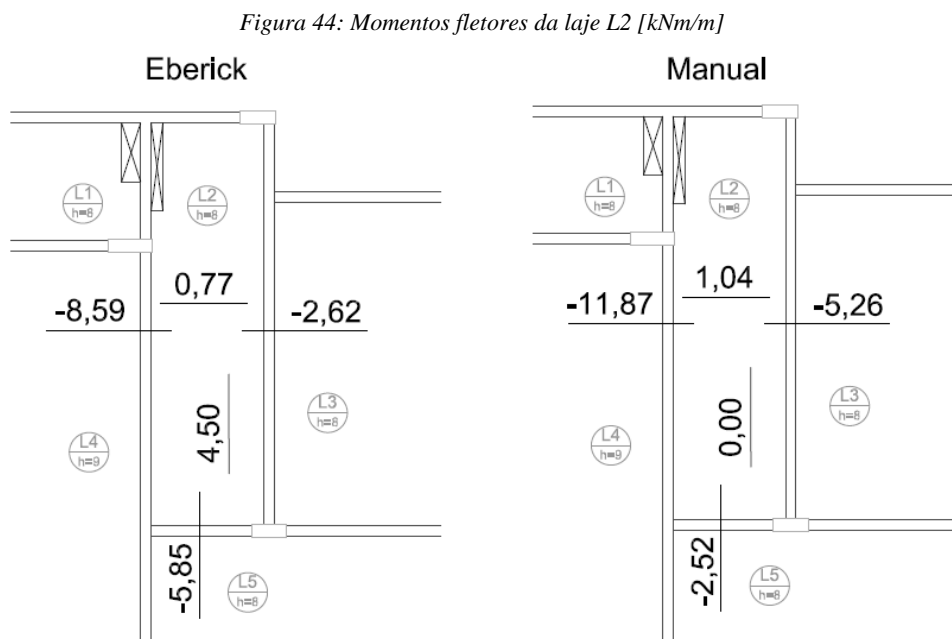
Nos cálculos manuais, foram utilizados os quadros de Bares adaptados por Carvalho e Figueiredo para lajes bidirecionais, e equações de vigas para unidirecionais. No entanto, o *software* Eberick calcula esses elementos por meio da analogia de grelhas, que consiste em substituir a laje (placa) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente). Por serem métodos muito diferentes entre si, são esperados resultados divergentes.

Para comparação dos valores obtidos em ambos os métodos, analisam-se as lajes em suas duas direções, verificando seus momentos positivos e negativos, além das armaduras necessárias calculadas por cada procedimento.

Resultados das lajes em estudo

Laje L2

A Figura 44 apresenta os momentos fletores obtidos para a laje L2 pelo *software* Eberick e pelos procedimentos manuais explanados no presente trabalho.



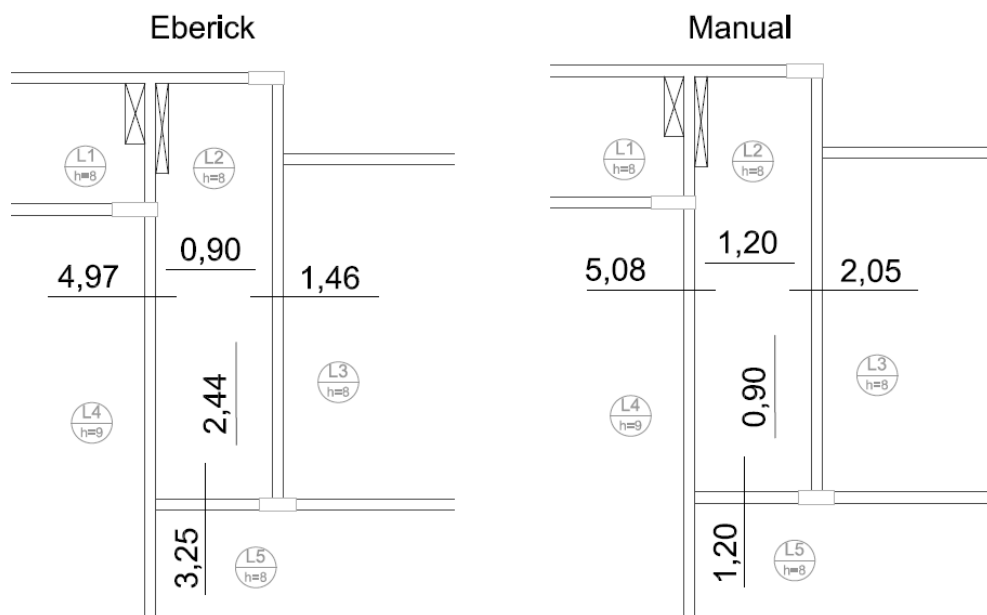
Fonte: Da Autora

Conforme esperado, os resultados apresentaram divergências entre si. Para a direção do maior vão da laje L2, observa-se que os momentos do Eberick são maiores que os manuais. Isso ocorre pois o modelo de grelha equivalente adotado pelo *software* sempre calcula os momentos fletores de ambas as direções da laje quando $M_x < 5M_y$. Porém, por se tratar de uma laje unidirecional, o procedimento manual considera que o esforço de flexão nessa direção é sempre nulo. Isso interfere também nos momentos negativos: na ocasião da compatibilização desses esforços entre as lajes L2 e L5, foi previsto pelo *software* um momento negativo, o que não ocorreu nos cálculos manuais.

Como consequência, na direção do menor vão, os esforços do Eberick foram menores que os manuais, demonstrando que os métodos acabam se compensando. Ou seja, quando um local apresenta resultados menores em um dos métodos, o outro obtém valores mais elevados, e vice-versa.

É esperado que as armaduras adotadas em cada região sejam proporcionais aos seus respectivos momentos. A Figura 45 apresenta as armaduras obtidas pelo *software* Eberick e pelos procedimentos manuais explanados no presente trabalho.

Figura 45: Áreas de aço da laje L2 [cm²/m]



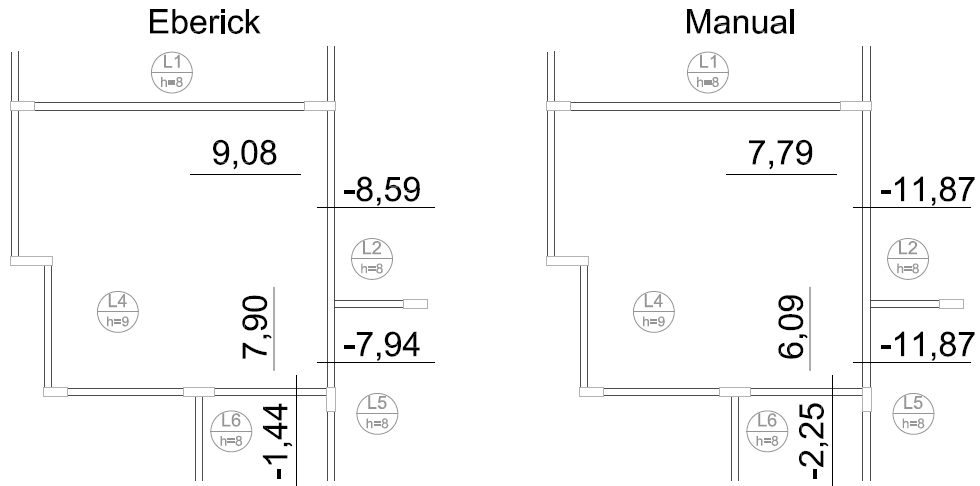
Fonte: Da Autora

Realizando uma comparação entre as figuras 44 e 45, observa-se que maiores momentos fletores levaram, de fato, a maiores áreas de aço, confirmando a hipótese levantada anteriormente.

Laje L4

A Figura 46 apresenta os momentos fletores obtidos para a laje L4 pelo *software* Eberick e pelos procedimentos manuais explanados no presente trabalho.

Figura 46: Momentos fletores da laje L4 [kNm/m]

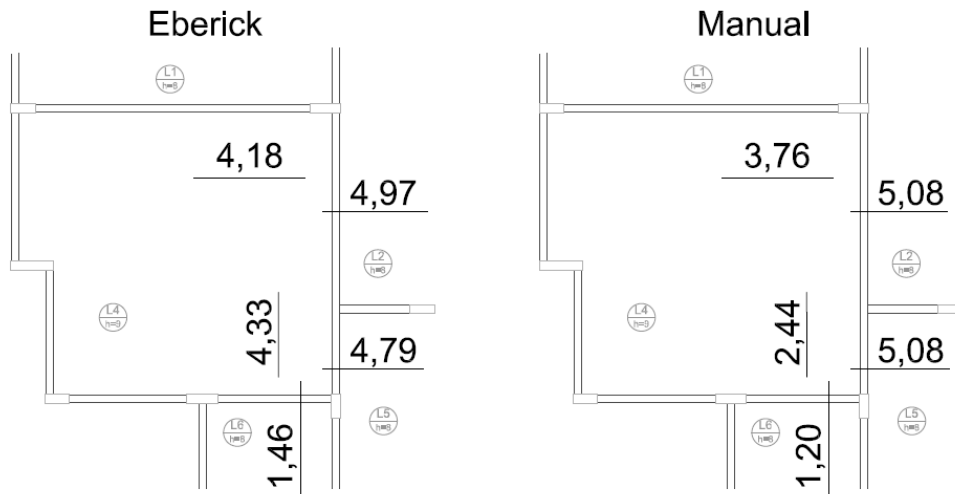


Fonte: Da Autora

Em ambas as direções da laje L4, os momentos positivos do Eberick são maiores que os manuais, enquanto o oposto ocorre com os esforços de flexão negativos. Isso pode ser explicado pelo fato de que, no cálculo manual, as vigas são consideradas apoios rígidos, o que leva a momentos negativos mais elevados que o *software*, o qual assume que as vigas são apoios deformáveis. Essa diferença nos esforços negativos se traduz também nos esforços de flexão positivos, que diminuem como forma de compensação.

Com relação às armaduras, o comportamento esperado é o mesmo já descrito para a laje L2: regiões com maiores momentos devem apresentar maior área de aço, e vice-versa. A Figura 47 apresenta as armaduras obtidas pelo *software* Eberick e pelos procedimentos manuais explanados no presente trabalho, e confirma essa hipótese.

Figura 477: Áreas de aço da laje L4 [cm²/m]

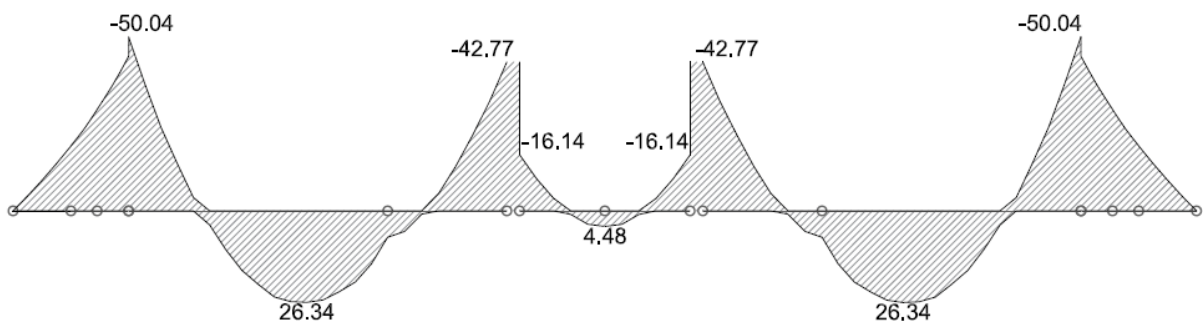


Fonte: Da Autora

7.2. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS VIGAS

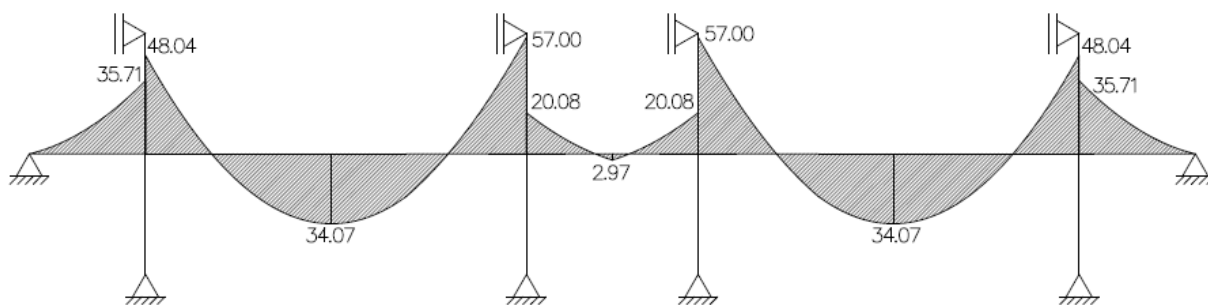
Para avaliar as diferenças nos dimensionamentos pelos dois métodos, primeiramente é necessário avaliar os esforços de flexão atuantes no elemento em estudo. Nas vigas, essa comparação pode ser realizada analisando o diagrama de momentos fletores. As figuras 48 e 49 representam os gráficos gerados pelos *softwares* Eberick e Ftool, respectivamente.

Figura 488: Momentos fletores de V15 gerados no Eberick [kNm]



Fonte: Da Autora

Figura 49: Momentos fletores de V15 gerados no Ftool [kNm]



Fonte: Da Autora

Pode-se perceber que o formato dos dois diagramas é semelhante, apesar dos valores serem diferentes. Isso se deve principalmente à diferença do modelo de grelha equivalente utilizado pelo Eberick para a análise das lajes, que gera, nas vigas, carregamentos distintos daqueles obtidos manualmente. e o Quadro 12 apresenta a diferença acumulada dos momentos ao longo do elemento.

Quadro 12: Momentos em V15 obtidos manualmente e pelo Eberick

Trecho	Eberick [kNm]	Manual [kNm]	Diferença [kNm]
P19	-50,04	-48,04	2,00
V15-B	26,34	34,07	-7,73
P14	-42,77	-57,00	-14,23
V15-C	4,48	2,97	1,51
P10	-42,77	-57,00	-14,23
V15-D	26,34	34,07	-7,73
P4	-50,04	-48,04	2,00
Diferença Acumulada			-38,41

Fonte: Da Autora

As diferenças foram calculadas por $|M_{Eberick}| - |M_{manual}|$, e o valor negativo no acumulado significa que os momentos fletores obtidos pelo *software* Ftool a partir do cálculo manual dos carregamentos são maiores que os do Eberick.

Analisando-se cada trecho separadamente, fazendo a diferença entre a média dos momentos negativos e o momento positivo, também é possível notar que a variação de valores entre o Eberick e os cálculos manuais não é muito elevada, conforme pode ser verificado no

Quadro 13. Isso se dá pelo fato de os carregamentos adotados serem os mesmos, sendo a única diferença, a forma de distribuição destes na estrutura.

Quadro 13: Comparativo por trecho da viga [kNm]

Trecho	Eberick			Manual		
	Média dos Momentos Negativos	Momento positivo	Diferença	Média dos Momentos Negativos	Momento positivo	Diferença
V15-B	-46,41	26,34	-20,07	-52,52	30,07	-22,45
V15-C	-42,77	4,48	-38,29	-57,00	2,97	-54,03
V15-D	-46,41	26,34	-20,07	-52,52	30,07	-22,45

Fonte: Da Autora

Dessa forma, é esperado que os valores das áreas de aço calculadas manualmente sejam mais elevados, porém não muito díspares, daqueles obtidos pelo procedimento computacional. Isso pode ser verificado no Quadro 14, que apresenta as armaduras necessárias por trecho.

Quadro 14: Áreas de aço de V15 obtidas manualmente e pelo Eberick

Trecho	Eberick [cm ²]	Manual [cm ²]	Diferença [cm ²]
V15-A	0,72	0,72	0,00
P19	4,12	3,71	0,41
V15-B	1,79	2,37	-0,58
P14	3,17	4,55	-1,38
V15-C	0,72	0,72	0,00
P10	3,17	4,55	-1,38
V15-D	1,79	2,37	-0,58
P4	4,12	3,71	0,41
V15-E	0,72	0,72	0,00
Diferença Acumulada			-3,10

Fonte: Da Autora

Sendo que a diferença foi determinada por $A_{Eberick} - A_{manual}$, o valor acumulado negativo confirma que a armadura calculada manualmente é maior que a do *software*.

Verifica-se que todos os trechos apresentaram áreas de aço calculadas maiores que as do programa, o que vai de acordo com o comportamento já observado nos momentos fletores. Porém, ao analisar a diferença entre as armaduras efetivas de cada método, apresentadas no Quadro 14, percebe-se que a diferença diminui.

Quadro 15: Áreas de aço efetivas de V15 obtidas manualmente e pelo Eberick

Trecho	Eberick [cm ²]	Manual [cm ²]	Diferença [cm ²]
V15-A	1,01	1,01	0
P19	4,91	4,91	0
V15-B	2,45	2,45	0
P14	3,68	4,91	-1,23
V15-C	1,01	1,01	0
P10	3,68	4,91	-1,23
V15-D	2,45	2,45	0
P4	4,91	4,91	0
V15-E	1,01	1,01	0
Diferença Acumulada			-2,46

Fonte: Da Autora

As bitolas configuradas no *software* foram as mesmas adotadas nos cálculos do presente trabalho, e percebe-se que, na maioria dos trechos, a armadura final foi igual para os dois métodos, principalmente devido à pequena diferença existente nos momentos fletores. Os únicos locais que apresentam armaduras efetivas maiores que as manuais são os apoios P14 e P10, que foram precisamente os pontos da viga onde a diferença entre os esforços de flexão entre os métodos foi mais elevada. Isso se traduziu no uso de uma barra a mais em cada um dos apoios no dimensionamento e detalhamento manual.

7.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS PILARES

Para a avaliação das diferenças entre os resultados obtidos pelos procedimentos manual e computacional para os pilares, é interessante verificar inicialmente os esforços presentes em cada método, possibilitando a explicação de possíveis diferenças nas armaduras.

Resultado dos pilares em estudo

Pilar P4 (Lateral)

O Quadro 15 apresenta os resultados dos esforços normais de cálculo para o Pilar P4 ao longo do seu comprimento.

Quadro 16: Esforços normais em P4 obtidos pelos dois métodos

Pavimento	Seção [cm]	Eberick [kN]	Manual [kN]	Diferença (%)
Cobertura	15x30	88,54	101,55	12,81
Tipo 3	15x30	261,12	298,88	12,63
Tipo 2	15x40	422,66	491,38	13,99
Tipo 1	15x50	591,58	684,13	13,53
Térreo	15x50	754,95	876,84	13,90

Fonte: Da Autora

A diferença positiva demonstra que os esforços normais calculados manualmente são maiores que os do *software*. Como observado no comparativo de resultados da viga V15, o modelo manual de cálculo distribuiu os carregamentos na estrutura de forma que os esforços por eles gerados sejam, em algumas situações, maiores que os do Eberick. Por isso, era esperado que alguns pilares seguissem esse mesmo comportamento, o que foi comprovado no Quadro 16.

É possível perceber que, apesar de apresentar resultados cada vez mais distantes entre os métodos, a diferença entre os valores sempre gira em torno de 13%, que provavelmente corresponde ao acúmulo das divergências encontradas anteriormente nos resultados de vigas e lajes.

Presume-se que as armaduras finais para o trecho estudado apresentarão divergências. Como o *software* não apresenta o valor da área de aço necessária calculada, nessa comparação são utilizados apenas os valores das áreas efetivas. Os resultados são apresentados no Quadro 17.

Quadro 17: Áreas de aço do pilar P4

	Eberick	Manual
Área efetiva [cm ²]	12,27	12,06
Barras utilizadas	10 Ø12,5	6 Ø16,0

Fonte: Da Autora

A área efetiva obtida pelo Eberick é praticamente igual à calculada manualmente. Isso pode ser explicado pela restrição dos ábacos de Pinheiro (2009), os quais não possuem a opção do uso de cinco barras por face do pilar. Uma outra explicação é o fato de que, analisando a Figura 36 do presente trabalho, percebe-se que os momentos máximos das envoltórias no eixo M_{dx} são muito próximos. É possível que, ao calcular as envoltórias, o *software* obteve resultados levemente diferentes, que não permitissem a configuração adotada manualmente, o que o levou a adotar configurações e bitolas diferentes.

Pilar P7 (Canto)

O Quadro 16 apresenta os resultados dos esforços normais de cálculo para o Pilar P7 ao longo do seu comprimento

Quadro 18: Esforços normais em P7 obtidos pelos dois métodos

Pavimento	Seção [cm]	Eberick [kN]	Manual [kN]	Diferença (%)
Cobertura	15x30	26,14	29,20	-10,48
Tipo 3	15x30	85,27	86,00	-0,85
Tipo 2	15x30	143,28	142,81	0,33
Tipo 1	15x30	200,71	199,62	0,54
Térreo	15x30	255,45	256,43	-0,38

Fonte: Da Autora

Observa-se que, à exceção da Cobertura, os resultados dos esforços normais obtidos nos demais pavimentos foram praticamente iguais em ambos os métodos, variando menos de 1%. Como esse pilar recebe a influência de um número menor de elementos, existe um acúmulo menor de divergências entre resultados das vigas e pilares, o que pode explicar os resultados semelhantes.

Presume-se que as armaduras finais para o trecho estudado não apresentarão grandes divergências, devido aos esforços normais semelhantes. Os resultados são apresentados no Quadro 19.

Quadro 19: Áreas de aço do pilar P7

	Eberick	Manual
Área efetiva [cm ²]	3,14	3,14
Barras utilizadas	4 Ø10,0	4 Ø10,0

Fonte: Da Autora

Conforme esperado, não houve divergências nas áreas de aço, já que ambos os métodos utilizaram a menor bitola permitida por norma e o menor número de barras possível para esse tipo de elemento. Observando a Figura 39 do presente trabalho, verifica-se que as situações críticas de cálculo eram muito reduzidas, o que levou ao uso de armadura mínima.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve, como um de seus objetivos, a comparação entre os resultados obtidos no dimensionamento de estruturas de concreto armado por métodos manuais e computacionais. Isso se deu pela elaboração de planilhas eletrônicas que facilitassem os cálculos e pela utilização do *software* AltoQi Eberick 2018.

Com os cálculos manuais desenvolvidos, foram identificadas lacunas no aprendizado que, quando sanadas, levaram a um aprofundamento dos conhecimentos obtidos durante a graduação. Observou-se a grande quantidade de trabalho envolvida no dimensionamento de uma estrutura pois, além do elevado número de cálculos necessários, são comuns as situações em que é necessário refazê-los devido à identificação de melhores soluções ou até mesmo por causa de erros anteriores. Percebeu-se a importância de saber usar e interpretar corretamente as normas, já que uma das principais responsabilidades de um engenheiro é garantir a segurança dos usuários.

Após essa etapa, ao usar o *software* Eberick, foi possível verificar como este auxilia no dimensionamento de estruturas, pois possui cálculos mais refinados e sofisticados, obtendo resultados mais precisos. Por se tratar de um procedimento computacional, o programa também gera resultados de forma muito mais rápida, o que possibilita que o profissional gaste mais tempo realizando melhorias no projeto.

Ao comparar os resultados de ambos os métodos, observou-se que houveram divergências. Como os procedimentos apresentam modelos de análise distintos, os carregamentos não são distribuídos da mesma forma, o que leva, conseqüentemente, a resultados finais diferentes. Porém, sabendo que cada projeto pode ter diversas concepções estruturais distintas, a depender do projetista, pode-se afirmar que não existe uma única solução correta.

Por fim, avaliando os dois procedimentos, percebe-se que é essencial que o profissional tenha domínio de ambos. Atualmente, o uso de *softwares* é muito mais prático e viável economicamente do que os cálculos manuais, mas estes sempre serão de extrema importância para que o engenheiro tenha a sensibilidade necessária para desenvolver seus projetos e saber avaliar se os resultados do *software* fazem sentido do ponto de vista prático.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - procedimento. 3 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 2014. 238 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. 1 ed. Rio de Janeiro: Abnt, 1980. 5 p.

BASTOS, S. S. **Lajes de Concreto**. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Bauru, SP, 2015.

BASTOS, S. S. **Pilares de Concreto Armado**. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Bauru, SP, 2017.

BASTOS, S. S. **Vigas de Concreto Armado**. Notas de Aula. Universidade Estadual Paulista - UNESP. Bauru, SP, 2017.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: Segundo a NBR 6118:2003. 3. ed. São Carlos: Edufscar, 2010.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: Volume 2. São Paulo: PINI, 2009.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. 2. ed. São Paulo: PINI, 2013.

GARCIA, Raphael Barp. **Avaliação da atmosfera marinha em estruturas de concreto na região de Florianópolis - SC**. 2008. Tese (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

GRAZIANO, F. P. **Projeto e execução de estruturas de concreto armado**. São Paulo: O Nome da Rosa, 2005.

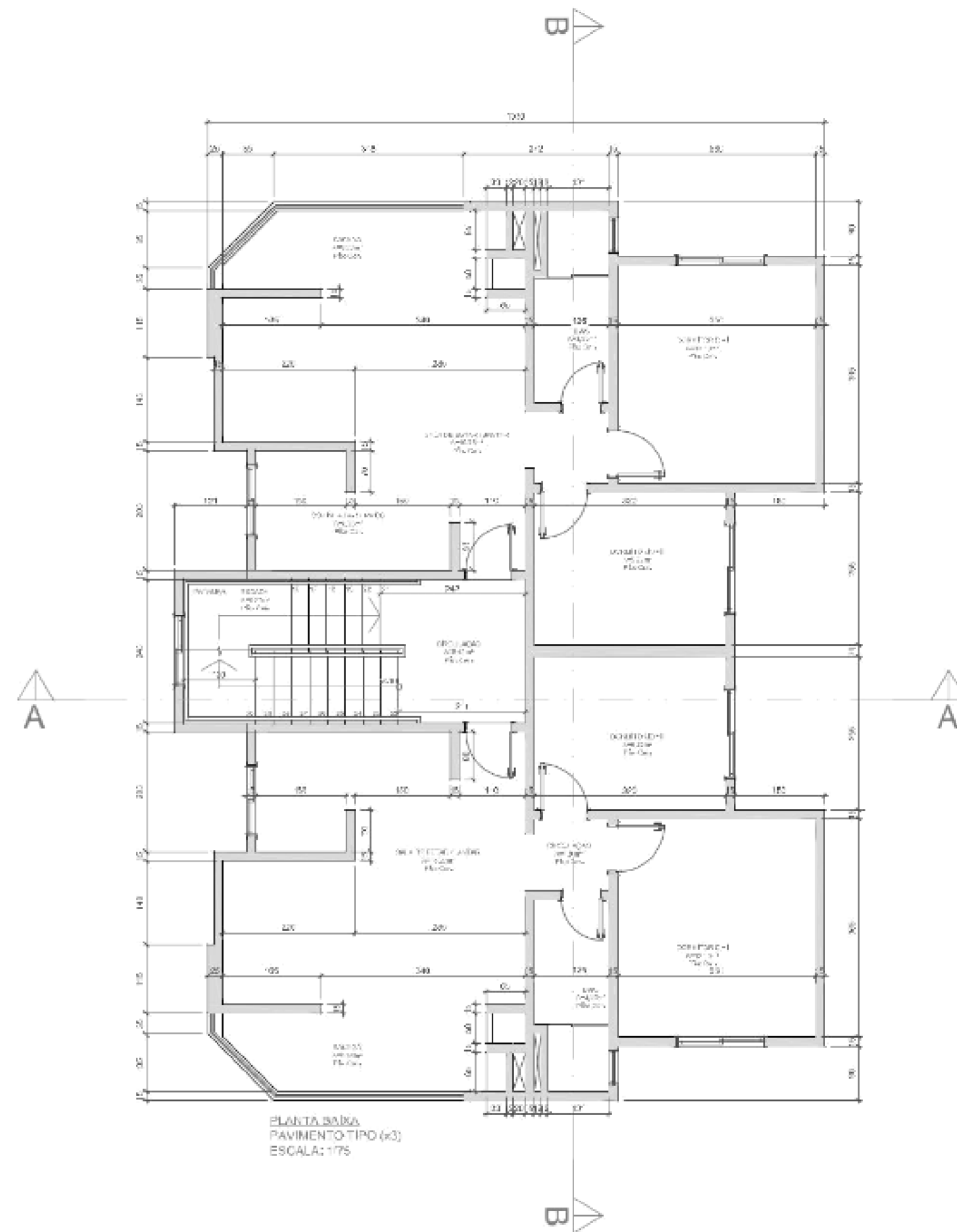
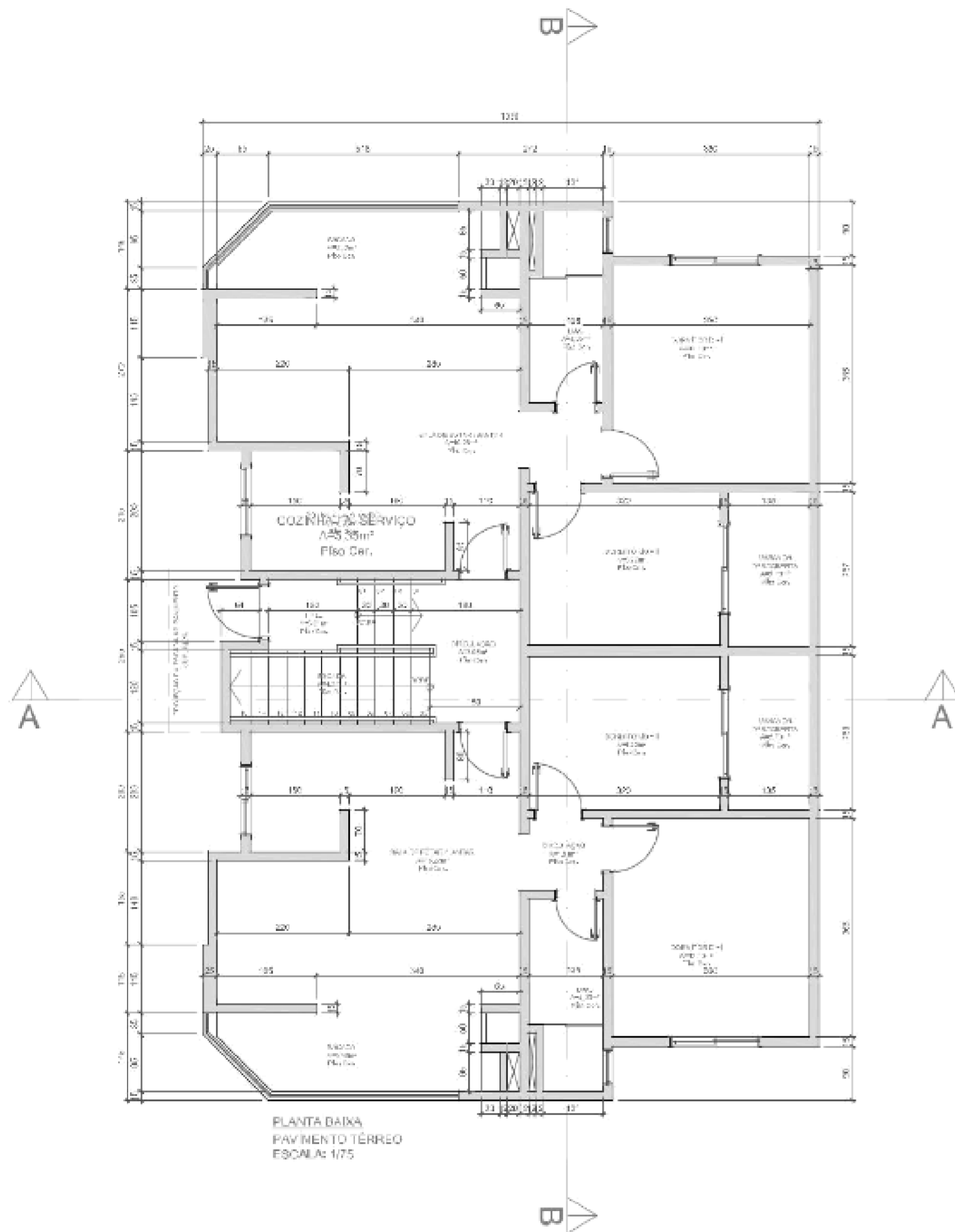
LORIGGIO, D. D. **Estruturas de Concreto Armado I**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2015.

PADARATZ, I. J.; PINTO, R. C. A. **Estruturas de concreto armado II**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2013.

PERLIN, L. P.; PINTO, R. C. A.; PADARATZ, I. J. **Apostila da Disciplina Estruturas de Concreto Armado II**. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2017.

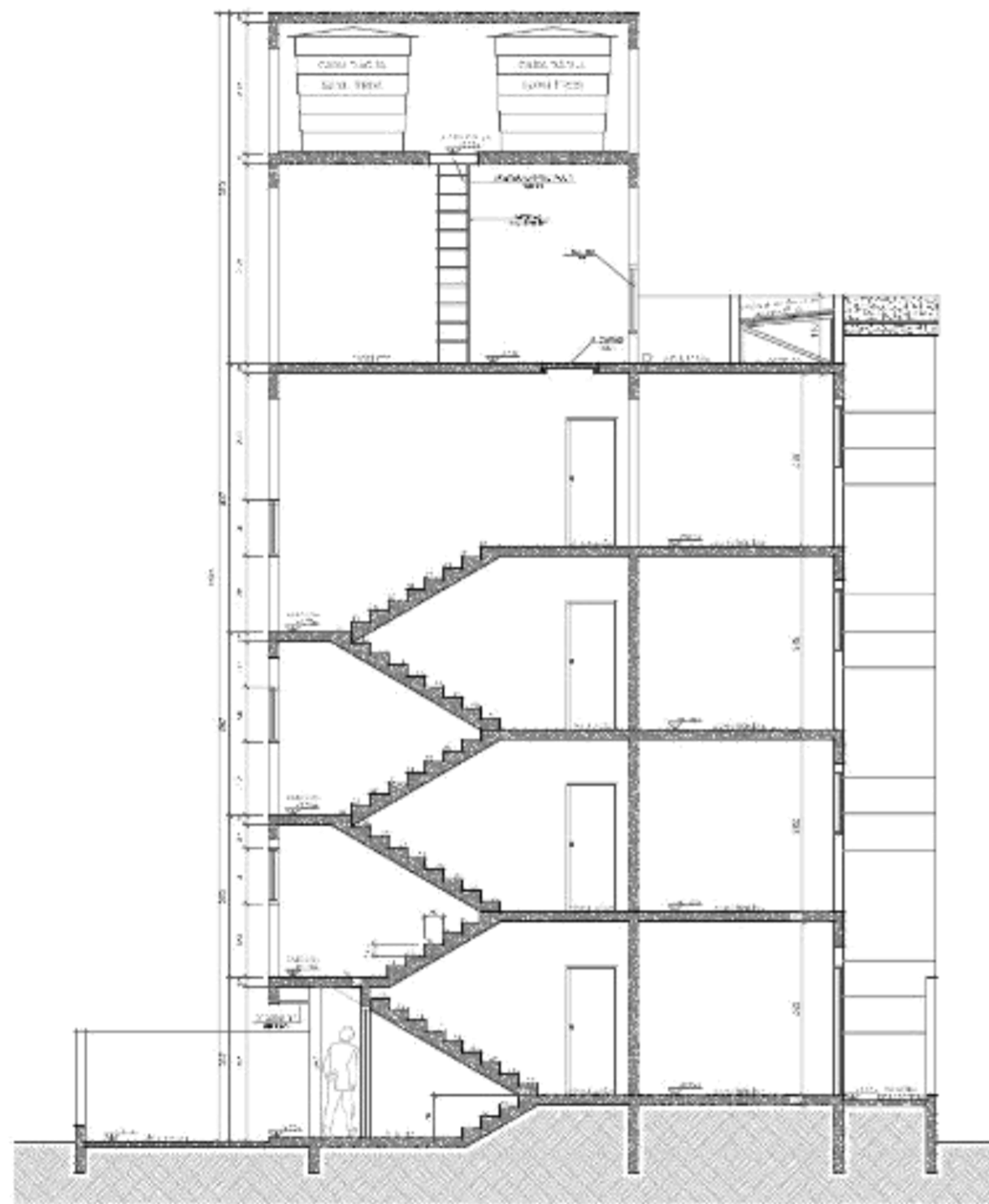
PINHEIRO, L. M.; BARALDI, L. T.; POREM, M. E. **Estruturas de concreto: ábacos para flexão oblíqua**. Universidade de São Paulo – USP. São Carlos, SP, 2009.

ANEXO A – PROJETO ARQUITETÔNICO



TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO:	Projeto Arquitetônico	FOLHA:	01
ALUNO:	Sofia Ramelow Lehmkuhl		
ORIENTADOR:	Roberto Caldas de Andrade Pêto, PhD		
CENTRO TECNOLÓGICO:	Departamento de Engenharia Civil		
ARQUITETA:	Ana Paula Martins	DATA:	Novembro de 2018



CORTE AA
ESCALA: 1/100



CORTE BB
ESCALA: 1/100

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO: Projeto Arquitetônico

AUTORA: Sofia Ramelow Lohmkühn

ORIENTADOR: Roberto Caldeira de Andrade Pinto, PhD

INSTITUIÇÃO: Departamento de Engenharia CIVIL

ORIENTADORA: Ana Paula Martins

DATA: Novembro de 2018

FOLHA: 02

ESCALA: 1:100

ANEXO B – ÁBACOS DE PINHEIRO

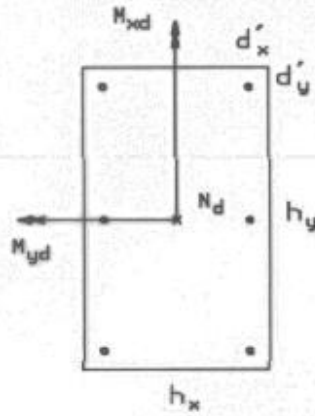
6A

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c f_{cd} h_x}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c f_{cd} h_y}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$



CA-50 A

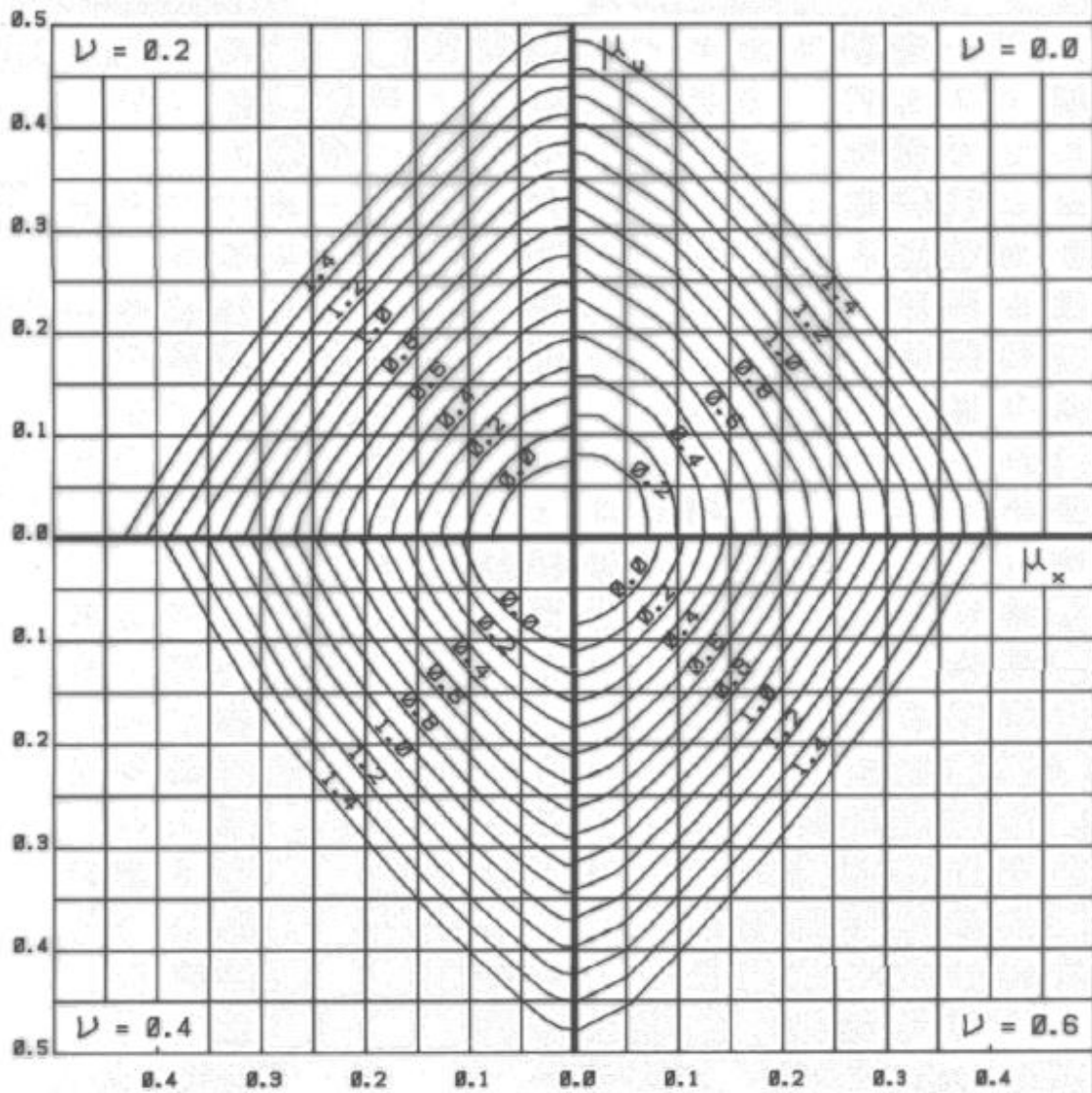
$$d'_y = 0.100 h_y$$

$$d'_x = 0.250 h_x$$

$$A_{sy} / A_s = 2/6$$

$$A_{sx} / A_s = 3/6$$

$$A_c = h_x h_y$$



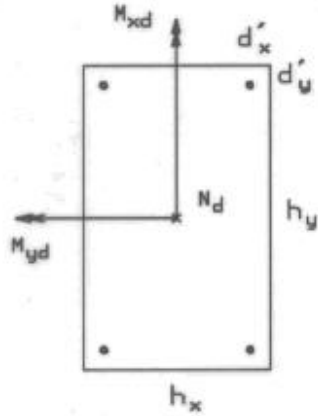
10A

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}}$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c f_{cd} h_x}$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c f_{cd} h_y}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}}$$



CR-50 R

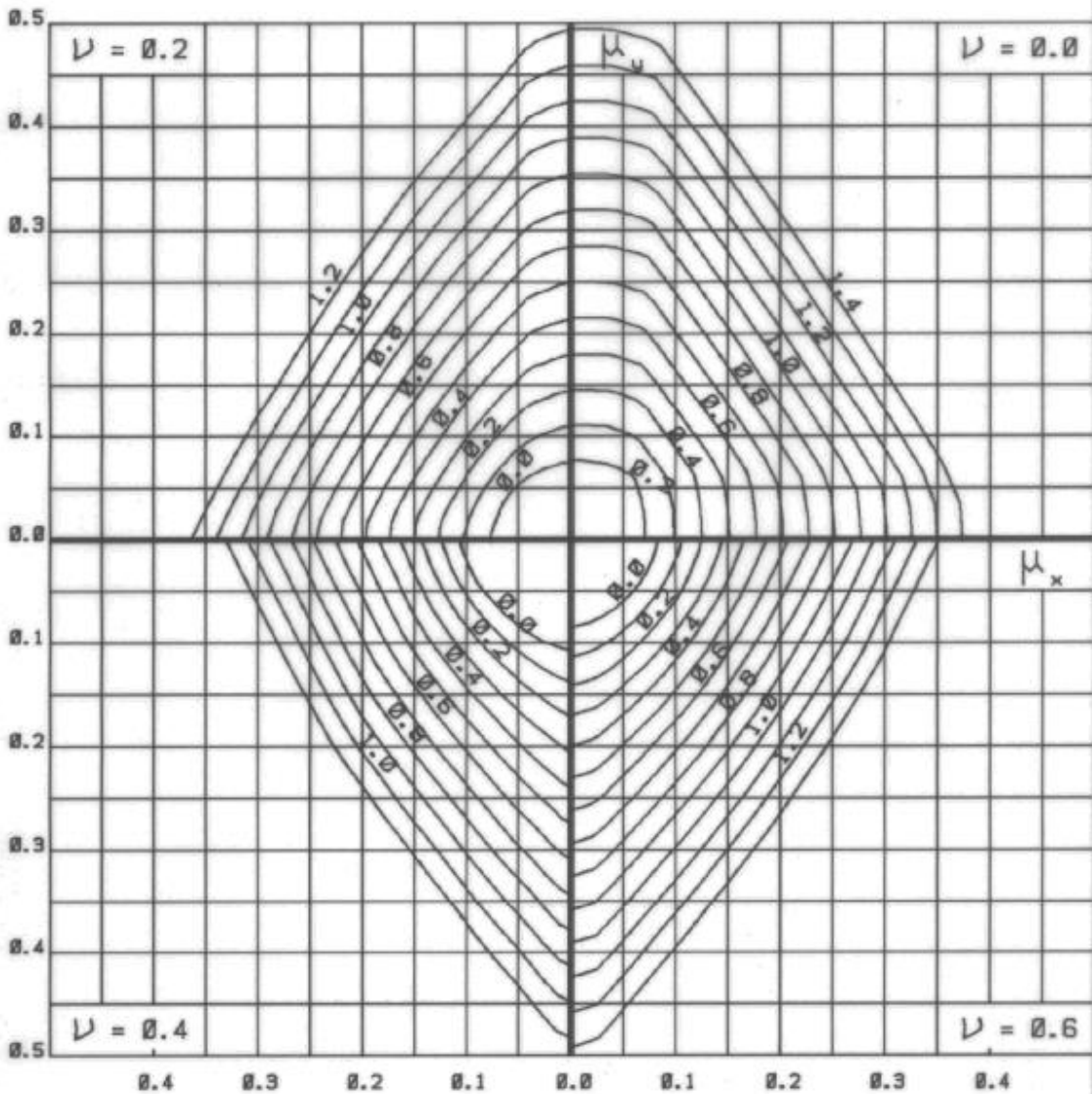
$$d'_y = 0.150 h_y$$

$$d'_x = 0.250 h_x$$

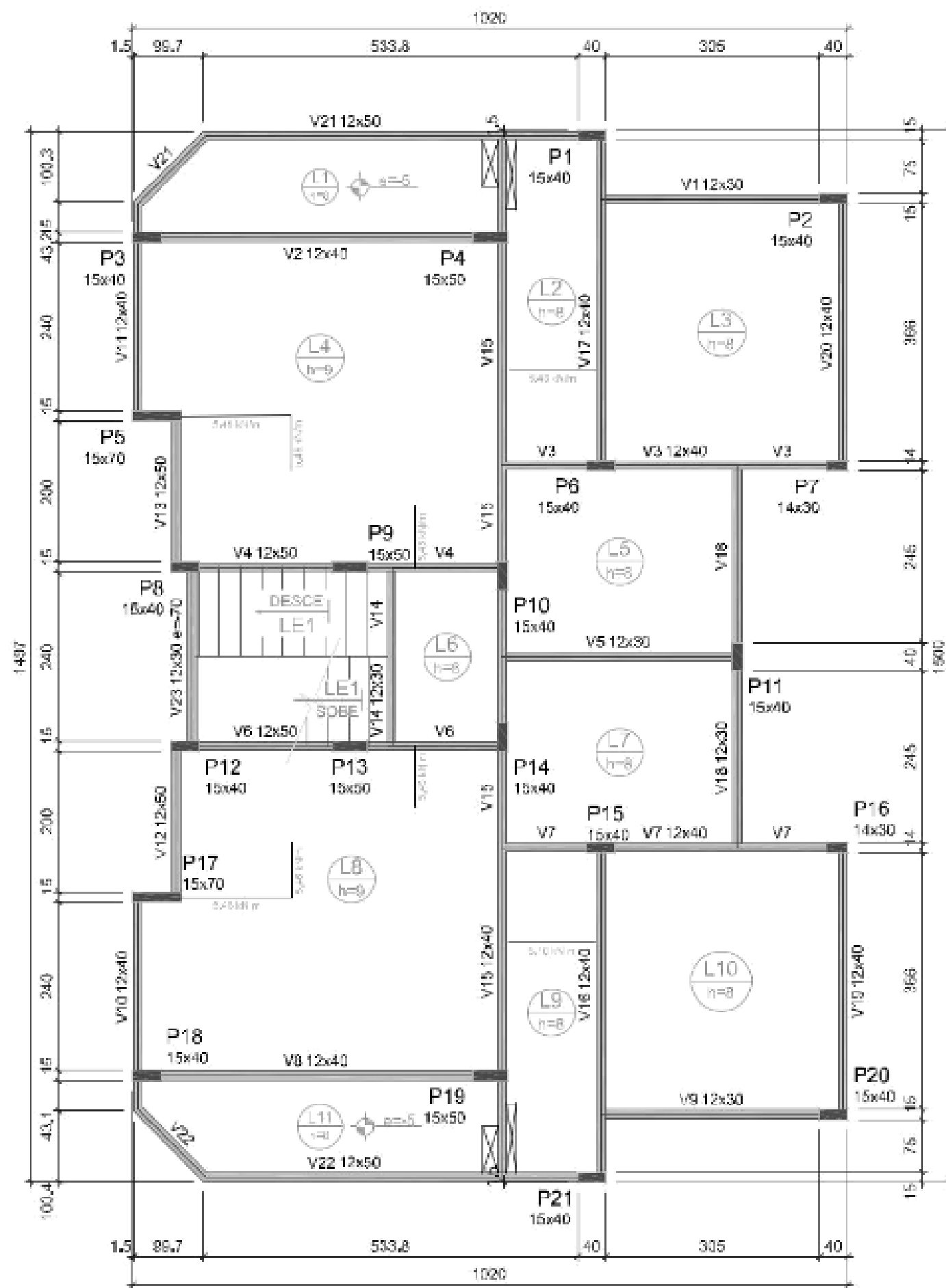
$$A_{sy}/A_s = 2/4$$

$$A_{sx}/A_s = 2/4$$

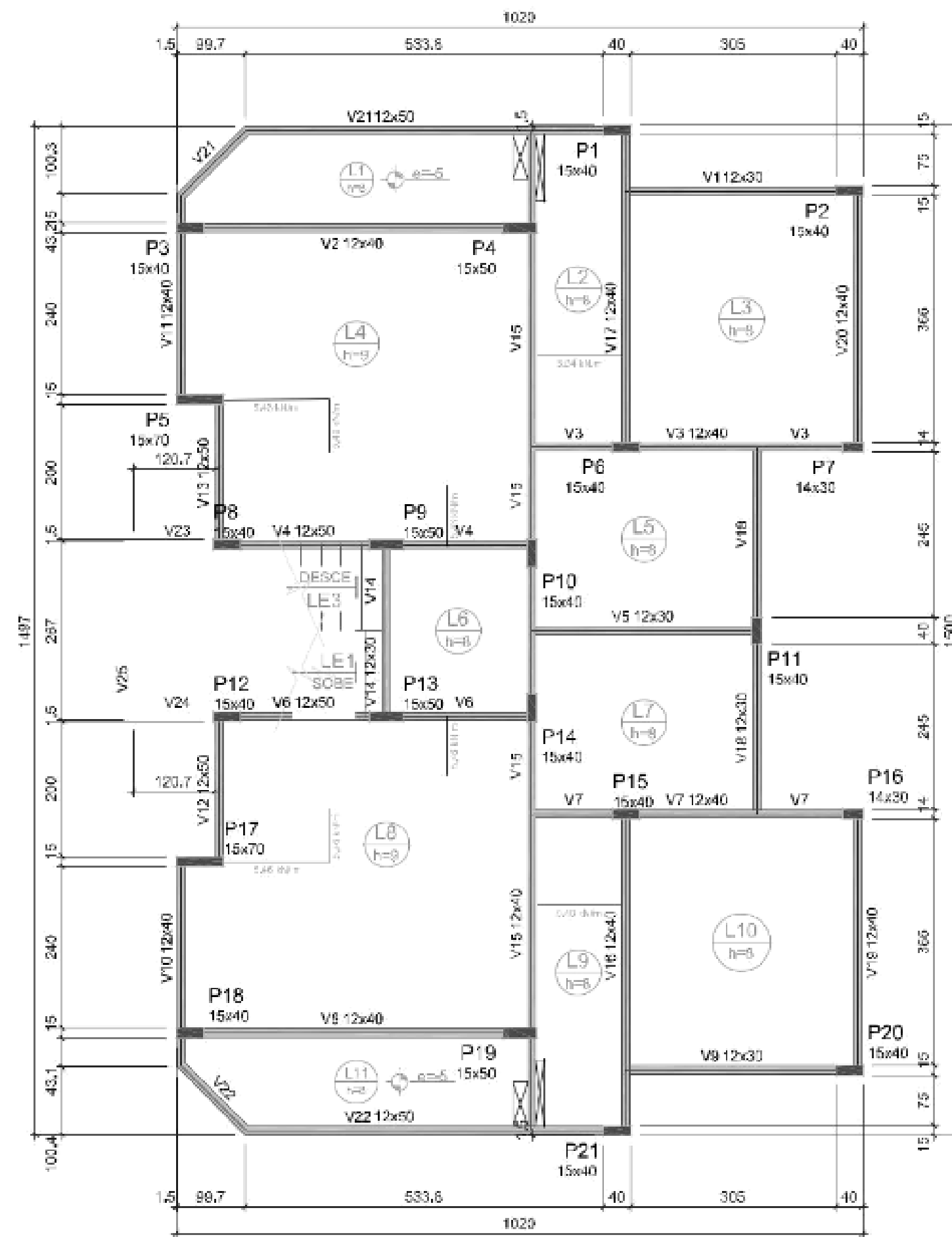
$$A_c = h_x h_y$$



APÊNDICE A – PLANTAS DE FORMA



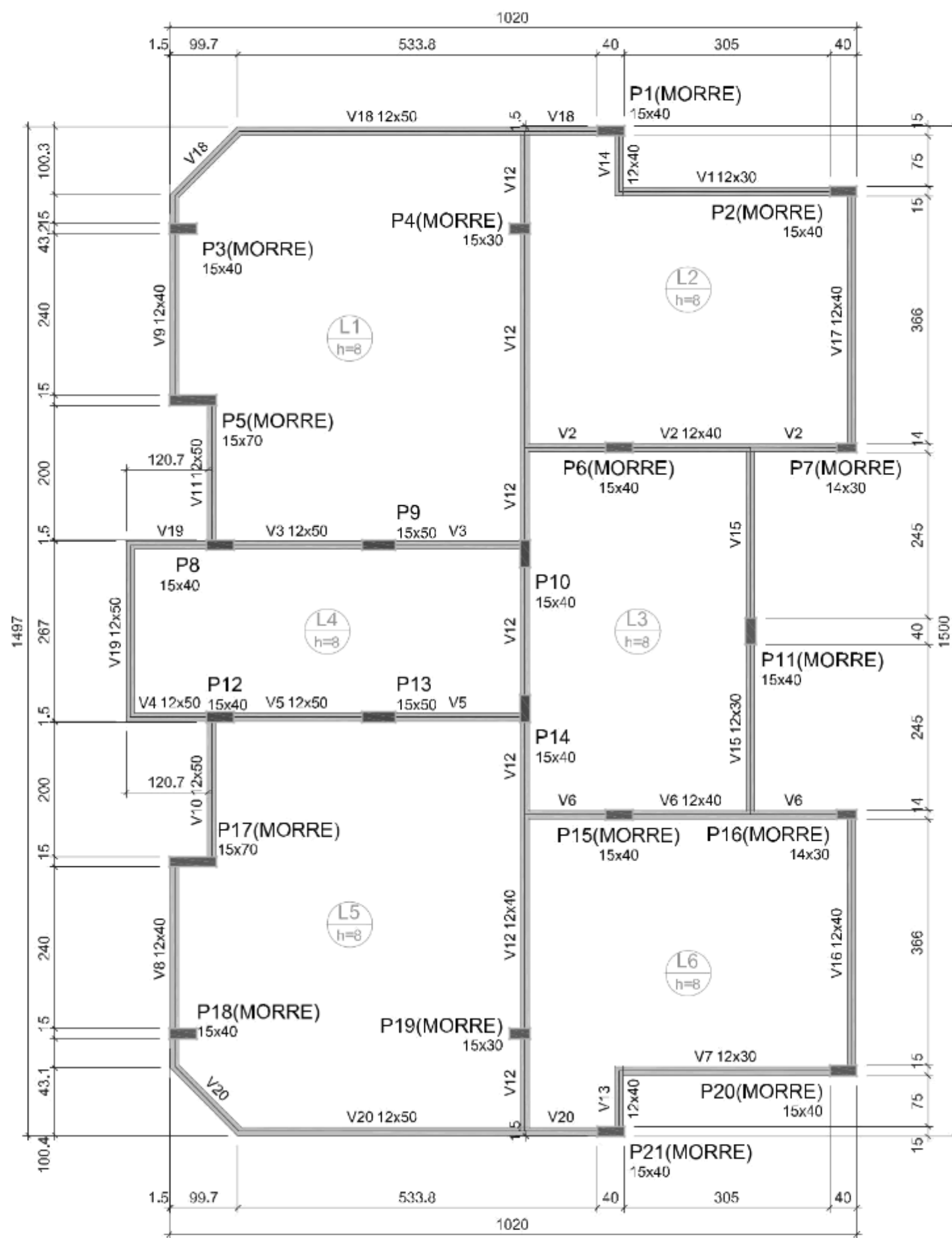
Forma do pavimento Térreo (Nível 75)
escala 1/75



Forma do pavimento Tipo 1 (Nível 372)
escala 1/75

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO	Plantas de formas
ALUNO	Sofia Ramalho Lehmkuhl
ORIENTADOR	Roberto Carlos de Andrade Pinto, PhD
CENTRO EDUCACIONAL	Departamento de Engenharia Civil



Forma do pavimento Cobertura (Nível 1263)

escala 1:75

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO:
Planta de Formas

ALUNA:
Sofia Ramlow Lehmkuhl

ORIENTADOR:
Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD

CENTRO TECNOLÓGICO:
Departamento de Engenharia Civil

FOLHA:

02

DATA:
Novembro de 2018

ESCALA:
1:50

APÊNDICE B – RESULTADOS RESUMIDOS DAS LAJES

Geometria e Classificação					
Laje	Espessura [cm]	$L_{x,ef}$ [cm]	$L_{y,ef}$ [cm]	λ	Classificação
1	8,0	134,8	509,8	3,78	Unidirecional
2	8,0	129,8	459,8	3,54	Unidirecional
3	8,0	334,8	369,8	1,10	Bidirecional
4	9,0	460,4	510,4	1,11	Bidirecional
5	8,0	259,8	324,8	1,25	Bidirecional
6	8,0	215,8	244,8	0,75	Bidirecional

Momentos e Armaduras Positivas				
Laje	M_x [kNm]	M_y [kNm]	A_{sx} [cm ²]	A_{sy} [cm ²]
1	1,43	0,00	0,80	0,00
2	2,08	0,00	1,20	0,00
3	3,79	1,95	1,77	1,02
4	7,79	6,09	2,44	3,76
5	1,76	0,79	0,80	0,80
6	1,37	1,36	0,80	0,80

Momentos e Armaduras Negativas		
Trecho	Momento [kNm]	A'_s [cm ²]
L2-L3	5,25	2,05
L2-L4	11,87	5,08
L2-L5	2,52	1,20
L3-L5	2,52	2,05
L4-L5	11,87	5,08
L4-L6	2,25	1,20

Verificação à Fissuração						
Laje	M_r [kNm]	M_x [kNm]	M_y [kNm]	X_x [kNm]	X_y [kNm]	h_{eq} [cm ²]
1	3,54	0,78	0,00	0,00	0,00	-----
2	4,10	1,34	0,00	0,67	0,00	-----
3	4,10	1,71	1,07	3,60	0,00	-----
4	5,19	3,51	3,64	0,00	8,56	8,72
5	4,10	0,78	0,43	1,72	1,34	-----
6	4,10	0,57	0,51	1,40	1,31	-----

Deslocamentos					
Laje	f_0 [mm]	f_∞ [mm]	$l_{ef}/250$ [mm]	f_{acid} [mm]	$l_{ef}/350$ [mm]
1	0,16	0,39	5,39	0,07	3,85
2	0,07	0,16	5,19	0,01	3,71
3	1,27	3,05	13,39	0,55	9,57
4	4,98	11,92	18,42	1,70	13,15
5	0,30	0,71	10,39	0,13	7,42
6	0,19	0,45	8,63	0,14	6,17

APÊNDICE C – PLANILHA DE CÁLCULO DAS LAJES

Laje L4

Dados de Entrada

Resultados Finais

Materiais e Durabilidade

Resistência do Concreto $f_{ck} := 25\text{MPa}$

Resistência do Aço CA-50 $f_{yk} := 500\text{MPa}$

Módulo de Elasticidade do aço $E_s := 210\text{GPa}$

Peso Específico Concreto $\gamma_{\text{conc}} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Peso Específico Parede $\gamma_{\text{par}} := 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Cobrimento Inferior $\text{cob}_{\text{inf}} := 2.5\text{cm}$

Cobrimento Superior $\text{cob}_{\text{sup}} := 1.5\text{cm}$

Taxa mínima de Armadura $\rho_{\text{min}} := 0.15\%$

Vãos Efetivos e Classificação

Espessura $h := 9\text{cm}$

Vão inicial x $l_{0x} := 455\text{cm}$

Vão inicial y $l_{0y} := 505\text{cm}$

Largura viga 1 $t_1 := 12\text{cm}$

Largura viga 2 $t_2 := 12\text{cm}$

$$a_1 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_1}{2}\right) = 2.7 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_2}{2}\right) = 2.7 \cdot \text{cm}$$

Vão Efetivo em x $L_{\text{efx}} := l_{0x} + a_1 + a_2$

$$L_{\text{efx}} = 460.40 \cdot \text{cm}$$

Vão Efetivo em y $L_{\text{efy}} := l_{0y} + a_1 + a_2$

$$L_{\text{efy}} = 510.40 \cdot \text{cm}$$

$$\lambda := \frac{L_{\text{efy}}}{L_{\text{efx}}} = 1.109$$

Direção := $\left\{ \begin{array}{ll} \text{"Unidirecional"} & \text{if } \lambda \geq 2 \\ \text{"Bidirecional"} & \text{otherwise} \end{array} \right.$

Direção = "Bidirecional"

Carregamentos

Carga Acidental

$$q := 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Carga de Revestimento

$$g_{\text{rev}} := 1.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Dimensões da Parede

$$b_{\text{par}} := 300 \text{cm}$$

$$e_{\text{par}} := 15 \text{cm}$$

$$h_{\text{par}} := 280 \text{cm}$$

$$V_{\text{par}} := b_{\text{par}} \cdot h_{\text{par}} \cdot e_{\text{par}} = 1.26 \cdot \text{m}^3$$

Carga de Parede

$$g_{\text{par}} := \frac{V_{\text{par}} \cdot \gamma_{\text{par}}}{L_{\text{efx}} \cdot L_{\text{efy}}} = 0.697 \frac{1}{\text{m}^2} \cdot \text{kN}$$

Peso Próprio

$$g_{\text{pp}} := \gamma_{\text{conc}} \cdot h = 2.25 \frac{1}{\text{m}^2} \cdot \text{kN}$$

Carga Permanente Total

$$g_{\text{total}} := g_{\text{pp}} + g_{\text{rev}} + g_{\text{par}} = 3.95 \frac{1}{\text{m}^2} \cdot \text{kN}$$

Combinações de Cargas

Coefficientes

$$\psi_2 := 0.3$$

$$\gamma_g := 1.4$$

Combinação Quase Permanente

$$p_{qp} := g_{total} + \psi_2 \cdot q$$

$$p_{qp} = 4.397 \frac{1}{m^2} \cdot kN$$

Combinação Última Normal

$$p_{un} := \gamma_g \cdot (g_{total} + q)$$

$$p_{un} = 7.626 \frac{1}{m^2} \cdot kN$$

Momentos Fletores

Coefficientes dos Quadros de Bares
(Caso 2)

$$\mu_{xpos} := 3.77$$

$$\mu_{xneg} := 0$$

$$\mu_{ypos} := 3.90$$

$$\mu_{yneg} := 9.18$$

$$M_x := \frac{\mu_{xpos} \cdot p_{un} \cdot (L_{efx})^2}{100}$$

$$M_x = 6.094 m \cdot \frac{kN}{m}$$

$$M_y := \frac{\mu_{ypos} \cdot p_{un} \cdot (L_{efx})^2}{100}$$

$$M_y = 6.304 m \cdot \frac{kN}{m}$$

$$X_x := \frac{\mu_{xneg} \cdot p_{un} \cdot (L_{efx})^2}{100}$$

$$X_x = 0 \cdot \frac{m \cdot kN}{m}$$

$$X_y := \frac{\mu_{yneg} \cdot p_{un} \cdot (L_{efx})^2}{100}$$

$$X_y = 14.839 m \cdot \frac{kN}{m}$$

Compatibilização de Momentos Fletores Negativos

Entre L4 e L2

Dados de L2

$$X_{L2} := 1.04 kN \cdot \frac{m}{m}$$

$$h_{L2} := 8cm$$

Maior Momento entre as Lajes

$$X_{A,24} := \max(X_y, X_{L2}) = 14.839 m \cdot \frac{kN}{m}$$

Menor Momento entre as Lajes

$$X_{B,24} := \min(X_y, X_{L2}) = 1.04 m \cdot \frac{kN}{m}$$

Momento Compatibilizado

$$X_{L2.L4} := \max \left[0.8 \cdot X_{A.24}, \frac{(X_{A.24} + X_{B.24})}{2} \right]$$

$$X_{L2.L4} = 11.871 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Entre L4 e L5

Dados de L5

$$X_{L5} := 2.445 \text{ kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$h_{L5} := 8 \text{ cm}$$

$$\phi_{L4.L5} := 8.0 \text{ mm}$$

Maior Momento entre as Lajes

$$X_{A.45} := \max(X_y, X_{L5}) = 14.839 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Menor Momento entre as Lajes

$$X_{B.45} := \min(X_y, X_{L5}) = 2.445 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momento Compatibilizado

$$X_{L4.L5} := \max \left[0.8 \cdot X_{A.45}, \frac{(X_{A.45} + X_{B.45})}{2} \right]$$

$$X_{L4.L5} = 11.871 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Entre L4 e L6

Dados de L6

$$X_{L6} := 2.813 \text{ kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$h_{L6} := 8 \text{ cm}$$

$$\phi_{L4.L6} := 8.0 \text{ mm}$$

Maior Momento entre as Lajes

$$X_{A.46} := \max(X_x, X_{L6}) = 2.813 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Menor Momento entre as Lajes

$$X_{B.46} := \min(X_x, X_{L6}) = 0 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Momento Compatibilizado

$$X_{L4.L6} := \max \left[0.8 \cdot X_{A.46}, \frac{(X_{A.46} + X_{B.46})}{2} \right]$$

$$X_{L4.L6} = 2.25 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Compatibilização de Momentos Fletores Positivos

Entre L4 e L2

Momento negativo de L4 $X_y = 14.839 \cdot \text{kN}$

Momento Negativo Compatibilizado $X_{L2.L4} = 11.871 \cdot \text{kN}$

$X_y > X_{L2.L4}$ Compatibiliza

Momento Positivo Compatibilizado $M_{y\text{comp}} := M_y + \frac{X_{A.24} - X_{L2.L4}}{2}$

$M_{y\text{comp}} = 7.788 \text{ m} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$

Entre L4 e L6

Momento negativo de L4 $X_x = 0 \cdot \text{kN}$

Momento Negativo Compatibilizado $X_{L4.L6} = 2.25 \cdot \text{kN}$

$X_x < X_{L4.L6}$ Não Compatibiliza

Dimensionamento das Armaduras Longitudinais Positivas

Direção X

Bitola Adotada $\phi_x := 8\text{mm}$

Momento de Cálculo $M_{dx} = 6.094 \cdot \text{kN}$

Altura útil $d_x := h - \text{cob}_{\text{inf}} - \frac{\phi_x}{2} = 6.1 \cdot \text{cm}$

Linha Neutra $x_x := 1.25 \cdot d_x \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dx}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_x^2}} \right] = 0.873 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_x := \frac{x_x}{d_x} = 0.143$ Domínio 2

Armadura Calculada

$$A_{sx} := \frac{M_{dx}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right) \cdot (d_x - 0.4x_x)}$$

$$A_{sx} = 2.437 \frac{1}{m} \cdot \text{cm}^2$$

Armadura Mínima

$$A_{s\text{mín}} := 0.67 \cdot \rho_{\text{min}} \cdot b \cdot h = 0.905 \cdot \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Direção Y

Bitola Adotada

$$\phi_y := 8\text{mm}$$

Momento de Cálculo

$$M_{dy} = 7.788 \cdot \text{kN}$$

Altura útil

$$d_y := h - \text{cob}_{\text{inf}} - \phi_x - \frac{\phi_y}{2} = 5.3 \cdot \text{cm}$$

Linha Neutra

$$x_y := 1.25 \cdot d_y \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dy}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_y^2}} \right] = 1.347 \cdot \text{cm}$$

Dutilidade

$$k_y := \frac{x_y}{d_y} = 0.254 \quad \text{Domínio 2}$$

Armadura Calculada

$$A_{sy} := \frac{M_{dy}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right) \cdot (d_y - 0.4x_y)}$$

$$A_{sy} = 3.762 \frac{1}{m} \cdot \text{cm}^2$$

Armadura Mínima

$$A_{s\text{mín}} := 0.67 \cdot \rho_{\text{min}} \cdot b \cdot h = 0.905 \cdot \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Dimensionamento das Armaduras Longitudinais Negativas

Entre L4 e L2

Altura Útil $h_{L2.L4} := 8\text{cm}$

Bitola Adotada $\phi_{L2.L4} := 8\text{mm}$

Momento de Cálculo $X_{dx} = 11.871 \cdot \text{kN}$

Altura útil $d_{L2.L4} := h - \text{cob}_{\text{inf}} - \frac{\phi_{L2.L4}}{2} = 6.1 \cdot \text{cm}$

Linha Neutra $x_{L2.L4} := 1.25 \cdot d_{L2.L4} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{X_{dx}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_{L2.L4}^2}} \right] = 1.82 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_{L2.L4} := \frac{x_{L2.L4}}{d_{L2.L4}} = 0.298$ Domínio 3

Armadura Calculada $A_{sL2.L4} := \frac{X_{dx}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right) \cdot (d_{L2.L4} - 0.4x_{L2.L4})}$

$$A_{sL2.L4} = 5.083 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$$

Armadura Mínima $A_{s\text{mín}} := \rho_{\text{min}} \cdot b \cdot h_{L2.L4} = 1.2 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$

Entre L4 e L6

Altura Útil $h_{L4.L6} := 8\text{cm}$

Bitola Adotada $\phi_{L4.L6} := 8\text{mm}$

Momento de Cálculo $X_{dy} = 2.25 \cdot \text{kN}$

Altura útil $d_{L4.L6} := h - \text{cob}_{\text{inf}} - \frac{\phi_{L4.L6}}{2} = 6.1 \cdot \text{cm}$

Linha Neutra $x_{L4.L6} := 1.25 \cdot d_{L4.L6} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x_{dy}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_{L4.L6}^2}} \right] = 0.31 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_{L4.L6} := \frac{x_{L4.L6}}{d_{L4.L6}} = 0.051$ Domínio 2

Armadura Calculada $A_{sL4.L6} := \frac{x_{dy}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right) \cdot (d_{L4.L6} - 0.4x_{L4.L6})} = 0.866 \frac{1}{m} \cdot \text{cm}^2$

Armadura Mínima $A_{smín} := \rho_{min} \cdot b \cdot h_{L4.L6} = 1.2 \cdot \frac{\text{cm}^2}{m}$

Armadura Final $A_{final} := \max(A_{smín}, A_{sL4.L6})$

$A_{final} = 1.2 \frac{1}{m} \cdot \text{cm}^2$

Verificação ao Estado Limite de Serviço

Resistência do concreto à tração $f_{ct} = 2.565 \cdot \text{MPa}$

$\alpha := 1.5$

Momento de inércia da seção $I_c := \frac{b \cdot h^3}{12} = 6.075 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$

Distância CG até fibra tracionada $y_t := \frac{h}{2} = 4.5 \cdot \text{cm}$

Momento de fissuração $M_r := \frac{(\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c)}{y_t} = 5.194 \text{ m} \cdot \text{kN}$

Momentos de serviço $M_{xser} := \frac{\mu_{xpos} \cdot p_{qp} \cdot (L_{efx}^2)}{100} = 3.514 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{m}$

$$M_{yser} := \frac{\mu_{ypos} \cdot p_{qp} \cdot (L_{efx}^2)}{100} = 3.635 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{m}$$

$$X_{xser} := \frac{\mu_{xneg} \cdot p_{qp} \cdot (L_{efx})^2}{100} = 0 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$X_{yser} := \frac{\mu_{yneg} \cdot p_{qp} \cdot (L_{efx})^2}{100} = 8.556 \cdot \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

$$X_{yser} > M_r \quad \boxed{\text{Verifica o elemento à fissuração}}$$

$$\alpha_i := 0.8 \text{MPa} + \frac{0.2 f_{ck}}{80} = 0.863 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{cs} := \alpha_i \cdot \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 2.415 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$$

$$\alpha_{elast} := \frac{E_s}{E_{cs}} = 8.696$$

Área de aço na região fissurada

$$A_s = 5.083 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$$

Momento de serviço atuante

$$M_a = 8.556 \cdot \text{kN}$$

Altura útil

$$d := h - \text{cob}_{\text{sup}} - \frac{\phi_{L2.L4}}{2} = 7.1 \cdot \text{cm}$$

Linha neutra no estágio II

$$x_{II} := \left[\frac{(A_s \cdot \alpha_{elast})}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{(2 \cdot b \cdot d)}{A_s \cdot \alpha_{elast}}} \right] \right] = 2.102 \cdot \text{cm}$$

Momento de inércia no estágio II

$$I_{II} := \frac{b \cdot (x_{II})^3}{3} + \left[\alpha_{elast} \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 \right] = 1.414 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Rigidez equivalente

$$I_{eq} := \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} = 2.456 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Momento de inércia final

$$I_{\text{final}} := 0.15 \cdot I_{eq} + 0.85 \cdot (I_c) = 5.532 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Altura equivalente da seção

$$h_{eq} := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{final}}{b}}$$

$$h_{eq} = 8.724 \text{ cm}$$

Cálculo das Flechas

Flecha imediata

$$F_0 := \frac{\alpha_c \cdot p_{qp} \cdot L_{efx}^4}{100 E_{cs} \cdot h_{eq}^3} = 4.978 \cdot \text{mm}$$

Retirada do escoramento

$$t_0 = 0.7 \text{ (21 dias)}$$

Fluência do concreto

$$\rho_f := 0$$

$$\xi_t := 2$$

$$\xi_{t0} := 0.68 \cdot (0.996^{t_0}) \cdot t_0^{0.32} = 0.605$$

$$\alpha_f := \frac{(\xi_t - \xi_{t0})}{1 + 50 \cdot \rho_f} = 1.395$$

Flecha final

$$F_{final} := (1 + \alpha_f) \cdot F_0$$

$$F_{final} = 11.923 \text{ mm}$$

Aceitabilidade visual

$$F_{visual} := \frac{L_{efx}}{250}$$

$$F_{visual} = 18.416 \text{ mm}$$

$$F_{final} < F_{visual}$$

Flecha acidental

$$F_{acid} := \frac{\alpha_c \cdot q \cdot L_{efx}^4}{100 \cdot E_{cs} \cdot h_{eq}^3}$$

$$F_{acid} = 1.698 \text{ mm}$$

Acitabilidade Sensorial

$$F_{sens} := \frac{L_{efx}}{350}$$

$$F_{sens} = 13.154 \text{ mm}$$

$$F_{acid} < F_{sens}$$

APÊNDICE D – PLANILHA DE CÁLCULO DAS VIGAS

Viga V15

Materiais, Durabilidade e Geometria

■ Dados de Entrada
□ Resultados Finais

Largura da viga	$b := 12\text{cm}$
Altura da viga	$h := 40\text{cm}$
Resistência do concreto	$f_{ck} := 25\text{MPa}$
Resistência do aço (longitudinal)	$f_{yk} := 500\text{MPa}$
Resistência do aço (estribos)	$f_{ywk} := 600\text{MPa}$
Tensão na armadura transversal	$f_{ywd} := 435\text{MPa}$
Módulo de elasticidade do aço	$E_s := 210\text{GPa}$
Cobrimento	$\text{cob} := 3.0\text{cm}$
Peso específico do concreto	$\gamma_{\text{conc}} := 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
Peso específico da parede	$\gamma_{\text{par}} := 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$

Reações de apoio das lajes

Laje L1

Área de reação	$A_{L1} := 0.44\text{m}^2$
Carga permanente	$g_{\text{permL1}} := 3.0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Carga acidental	$g_{\text{acidL1}} := 1.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$
Vão efetivo da laje	$L_{\text{apoio1}} := 1.35\text{m}$

Reação - permanente $g_{pL1} := \frac{(A_{L1} \cdot g_{permL1})}{L_{apoio1}}$ $g_{pL1} = 0.978 \frac{1}{m} \cdot kN$

Reação - acidental $g_{aL1} := \frac{(A_{L1} \cdot g_{acidL1})}{L_{apoio1}}$ $g_{aL1} = 0.49 \frac{1}{m} \cdot kN$

Laje L2

Área de reação $A_{L2} := 2.61m^2$

Carga permanente $g_{permL2} := 8.94 \frac{kN}{m^2}$

Carga acidental $g_{acidL2} := 1.5 \frac{kN}{m^2}$

Vão efetivo da laje $L_{apoio2} := 3.65m$

Reação - permanente $g_{pL2} := \frac{(A_{L2} \cdot g_{permL2})}{L_{apoio2}}$ $g_{pL2} = 6.39 \frac{1}{m} \cdot kN$

Reação - acidental $g_{aL2} := \frac{(A_{L2} \cdot g_{acidL2})}{L_{apoio2}}$ $g_{aL2} = 1.07 \frac{1}{m} \cdot kN$

Laje L4

Área de reação $A_{L4} := 8.57m^2$

Carga permanente $g_{permL4} := 3.0 \frac{kN}{m^2}$

Carga acidental $g_{acidL4} := 1.5 \frac{kN}{m^2}$

Vão efetivo da laje $L_{apoio4} := 4.61m$

Reação - permanente $g_{pL4} := \frac{(A_{L4} \cdot g_{permL4})}{L_{apoio4}}$ $g_{pL4} = 5.58 \frac{1}{m} \cdot kN$

Reação - acidental $g_{aL4} := \frac{(A_{L4} \cdot g_{acidL4})}{L_{apoio4}}$ $g_{aL4} = 2.789 \frac{1}{m} \cdot kN$

Laje L5

Área de reação $A_{L5} := 1.91m^2$

Carga permanente $g_{permL5} := 3.0 \frac{kN}{m^2}$

Carga acidental $g_{acidL5} := 1.5 \frac{kN}{m^2}$

Vão efetivo da laje $L_{apoio5} := 2.60m$

Reação - permanente $g_{pL5} := \frac{(A_{L5} \cdot g_{permL5})}{L_{apoio5}}$ $g_{pL5} = 2.2 \frac{1}{m} \cdot kN$

Reação - acidental $g_{aL5} := \frac{(A_{L5} \cdot g_{acidL5})}{L_{apoio5}}$ $g_{aL5} = 1.1 \frac{1}{m} \cdot kN$

Laje L6

Área de Reação de L6 $A_{L6} := 1.26m^2$

Carga Permanente L6 $g_{permL6} := 3.0 \frac{kN}{m^2}$

Carga Acidental L6 $g_{acidL6} := 3.0 \frac{kN}{m^2}$

Apoio L6 $L_{apoio6} := 2.45m$

Reação - permanente $g_{pL6} := \frac{(A_{L6} \cdot g_{permL6})}{L_{apoio6}}$ $g_{pL6} = 1.54 \frac{1}{m} \cdot kN$

Reação - acidental $g_{aL6} := \frac{(A_{L6} \cdot g_{acidL6})}{L_{apoio6}}$ $g_{aL6} = 1.54 \frac{1}{m} \cdot kN$

Vãos Efetivos

Trecho V15-A (vão 1)

Comprimento inicial $l_{01} := 1.315\text{m}$

Largura apoio 1 $t_1 := 12\text{cm}$

Largura apoio 2 $t_2 := 15\text{cm}$

$$a_1 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_1}{2}\right) = 6 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_2}{2}\right) = 7.5 \cdot \text{cm}$$

Vão efetivo $l_1 := l_{01} + a_1 + a_2$

$$l_1 = 1.45\text{m}$$

Trecho V15-B (vão 2)

Comprimento inicial $l_{02} := 3.115\text{m}$

Largura apoio 1 $t_1 := 15\text{cm}$

Largura apoio 2 $t_2 := 12\text{cm}$

$$a_1 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_1}{2}\right) = 7.5 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_2}{2}\right) = 6 \cdot \text{cm}$$

Vão efetivo $l_2 := l_{02} + a_1 + a_2$

$$l_2 = 3.25\text{m}$$

Trecho V15-B (vão 3)

Comprimento inicial $l_{03} := 1.315\text{m}$

Largura apoio 1 $t_1 := 12\text{cm}$

Largura apoio 2 $t_2 := 40\text{cm}$

$$a_1 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_1}{2}\right) = 6 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_2}{2}\right) = 12 \cdot \text{cm}$$

Vão efetivo $l_3 := l_{03} + a_1 + a_2$

$$l_3 = 1.495 \text{ m}$$

Trecho V15-C (vão 4)

Comp inicial vão 4 $l_{04} := 1.90\text{m}$

Largura apoio 1 $t_1 := 40\text{cm}$

Largura apoio 2 $t_2 := 40\text{cm}$

$$a_1 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_1}{2}\right) = 12 \cdot \text{cm}$$

$$a_2 := \min\left(0.3 \cdot h, \frac{t_2}{2}\right) = 12 \cdot \text{cm}$$

Vão efetivo $l_4 := l_{04} + a_1 + a_2$

$$l_4 = 2.14 \text{ m}$$

Carregamentos

Largura parede $b_{\text{par}} := 15\text{cm}$

Altura parede $h_{\text{par}} := 247\text{cm}$

Carga de parede $g_{\text{par}} := h_{\text{par}} \cdot b_{\text{par}} \cdot \gamma_{\text{par}} = 4.816 \frac{1}{\text{m}} \text{ kN}$

Peso próprio $g_{\text{pp}} := b \cdot h \cdot \gamma_{\text{conc}} = 1.2 \frac{1}{\text{m}} \text{ kN}$

Trecho V15-A (vão 1)

Carga permanente $g_{perm1} := g_{pL1} + g_{pL2} + g_{pp} + g_{par}$ $g_{perm1} = 13.39 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga accidental $g_{acid1} := g_{aL1} + g_{aL2}$ $g_{acid1} = 1.56 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELU $g_{ELU1} := 1.4(g_{perm1} + g_{acid1})$ $g_{ELU1} = 20.928 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELS $g_{ELS1} := g_{perm1} + 0.3g_{acid1}$ $g_{ELS1} = 13.855 \frac{1}{m} \cdot kN$

Trecho V15-B (vão 2)

Carga permanente $g_{perm2} := g_{pL2} + g_{pL4} + g_{pp} + g_{par}$ $g_{perm2} = 17.99 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga accidental $g_{acid2} := g_{aL2} + g_{aL4}$ $g_{acid2} = 3.86 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELU $g_{ELU2} := 1.4(g_{perm2} + g_{acid2})$ $g_{ELU2} = 30.59 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELS $g_{ELS2} := g_{perm2} + 0.3g_{acid2}$ $g_{ELS2} = 19.14 \frac{1}{m} \cdot kN$

Trecho V15-B (vão 3)

Carga permanente $g_{perm3} := g_{pL4} + g_{pL5} + g_{pp} + g_{par}$ $g_{perm3} = 13.8 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga accidental $g_{acid3} := g_{aL4} + g_{aL5}$ $g_{acid3} = 3.89 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELU $g_{ELU3} := 1.4(g_{perm3} + g_{acid3})$ $g_{ELU3} = 24.76 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELS $g_{ELS3} := g_{perm3} + 0.3g_{acid3}$ $g_{ELS3} = 14.96 \frac{1}{m} \cdot kN$

Trecho V15-C (vão 4)

Carga permanente $g_{perm4} := g_{pL5} + g_{pL6} + g_{pp} + g_{par}$ $g_{perm4} = 9.76 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga acidental $g_{acid4} := g_{aL5} + g_{aL6}$ $g_{acid4} = 2.64 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELU $g_{ELU4} := 1.4 \cdot (g_{perm4} + g_{acid4})$ $g_{ELU4} = 17.37 \frac{1}{m} \cdot kN$

Carga ELS $g_{ELS4} := g_{perm4} + 0.3g_{acid4}$ $g_{ELS4} = 10.56 \frac{1}{m} \cdot kN$

Dimensionamento das Armaduras Longitudinais Positivas

$$A_{smín} := \left(\frac{0.15}{100} \right) \cdot b \cdot h = 0.72 m \cdot \frac{cm^2}{m}$$

Trecho V15-A

Tem apenas momentos negativos, mas precisa de armadura mínima na face inferior

Resistência do concreto à tração $f_{ct} = 2.565 \cdot MPa$

Bitola longitudinal adotada $\phi_{l1} := 8mm$

Número de barras longitudinais $n_{pos1} := 2$

Bitola transversal adotada $\phi_{t1} := 5.0mm$

Momento de Inércia da seção $I_c := \frac{b \cdot h^3}{12} = 6.4 \times 10^4 \cdot cm^4$

Distância C.G. até fibra tracionada $y_t := \frac{h}{2} = 20 \cdot cm$

Cálculo momento mínimo $W_0 := \left(\frac{I_c}{y_t} \right) = 3.2 \times 10^3 \cdot cm^3$

$$f_{ctk.sup} := 1.3 \cdot f_{ct} = 3.334 \times 10^6 Pa$$

$$M_{dmín1} := 0.8W_0 \cdot f_{ctk.sup} = 8.536 m \cdot kN$$

Altura útil $d_1 := h - \text{cob} - \phi_{t1} - \frac{\phi_{l1}}{2} = 36.1 \cdot \text{cm}$

Linha neutra $x_1 := 1.25 \cdot d_1 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{d\text{mín}1}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_1^2}} \right] = 1.653 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_1 := \frac{x_1}{d_1} = 0.046$ Domínio 2

Armadura positiva $A_{s\text{pos}1} := \frac{M_{d\text{mín}1}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right) (d_1 - 0.4 \cdot x_1)} = 0.554 \cdot \text{cm}^2$

Armadura final $A_{\text{final}1} := \max(A_{s\text{mín}}, A_{s\text{pos}1})$

$A_{\text{final}1} = 0.72 \text{ cm}^2$

Armadura efetiva $A_{\text{sef.pos}1} := \eta_{\text{pos}1} \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{l1}^2}{4} = 1.005 \cdot \text{cm}^2$

Trecho V15-B

Bitola longitudinal adotada $\phi_{l2} := 12.5 \text{ mm}$

Número de barras longitudinais $\eta_{\text{pos}2} := 2$

Bitola transversal adotada $\phi_{t2} := 5.0 \text{ mm}$

Momento de Cálculo $M_{d2} := 34.07 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Altura útil $d_2 := h - \text{cob} - \phi_{t2} - \frac{\phi_{l2}}{2} = 35.875 \cdot \text{cm}$

Linha Neutra $x_2 := 1.25 \cdot d_2 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{d2}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_2^2}} \right] = 7.076 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_2 := \frac{x_2}{d_2} = 0.197$ Domínio 2

Armadura positiva

$$A_{spos2} := \frac{M_{d2}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right)(d_2 - 0.4 \cdot x_2)} = 2.371 \text{ cm}^2$$

Armadura final

$$A_{sfinal2} := \max(A_{smín}, A_{spos2})$$

$$A_{sfinal2} = 2.371 \text{ cm}^2$$

Área efetiva

$$A_{sef.pos2} := \eta_{pos2} \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{l2}^2}{4} = 2.454 \cdot \text{cm}^2$$

Trecho V15-C

Bitola longitudinal adotada

$$\phi_{l3} := 8 \text{ mm}$$

Número de barras longitudinais

$$\eta_{pos3} := 2$$

Bitola transversal adotada

$$\phi_{t3} := 5 \text{ mm}$$

Momento de Cálculo

$$M_{d3} := 2.97 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Altura útil

$$d_3 := h - \text{cob} - \phi_{t3} - \frac{\phi_{l3}}{2} = 36.1 \cdot \text{cm}$$

Linha neutra

$$x_3 := 1.25 \cdot d_3 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{d3}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4}\right) \cdot b \cdot d_3^2}} \right] = 0.568 \cdot \text{cm}$$

Dutilidade

$$k_3 := \frac{x_3}{d_3} = 0.016 \quad \text{Domínio 2}$$

Armadura positiva

$$A_{spos3} := \frac{M_{d3}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15}\right)(d_3 - 0.4 \cdot x_3)} = 0.19 \cdot \text{cm}^2$$

Armadura final

$$A_{final3} := \max(A_{smín}, A_{spos3})$$

$$A_{final3} = 0.72 \text{ cm}^2$$

Área efetiva

$$A_{sef.pos3} := \eta_{pos3} \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{l3}^2}{4} = 1.005 \cdot \text{cm}^2$$

Dimensionamento das Armaduras Longitudinais Negativas

Apoio sobre o pilar P19

2 camadas: 2 barras embaixo e 2 em cima, espaçamento vertical de 2cm

Bitola longitudinal adotada $\phi_{lp1} := 12.5\text{mm}$

Bitola transversal adotada $\phi_{tp1} := 5\text{mm}$

Número de barras da 1ª camada $n_1 := 2$

Número de barras da 2ª camada $n_2 := 2$

Espaçamento vertical $ev := 2\text{cm}$

Momento de cálculo $M_{dp1} := 48.08\text{kN}\cdot\text{m}$

Área unitária barra longitudinal $A_{\phi 1} := \pi \cdot \frac{\phi_{lp1}^2}{4} = 1.227 \cdot \text{cm}^2$

Centro geométrico da armadura

$$cg_1 := \frac{\left[(n_1 \cdot A_{\phi 1}) \left(cob + \phi_{tp1} + \frac{\phi_{lp1}}{2} \right) + (n_2 \cdot A_{\phi 1}) \left(cob + \phi_{tp1} + ev + 3 \cdot \frac{\phi_{lp1}}{2} \right) \right]}{(n_1 + n_2) \cdot A_{\phi 1}} = 5.75 \cdot \text{cm}$$

Altura útil $d_{p1} := h - cg_1 = 34.25 \cdot \text{cm}$

Linha Neutra $x_{p1} := 1.25 \cdot d_{p1} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{dp1}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{1.4} \right) \cdot b \cdot d_{p1}^2}} \right] = 11.063 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_{p1} := \frac{x_{p1}}{d_{p1}} = 0.323$ Domínio 3

Armadura negativa $A_{s\text{neg.p1}} := \frac{M_{dp1}}{\left(\frac{f_{yk}}{1.15} \right) (d_{p1} - 0.4 \cdot x_{p1})} = 3.708 \cdot \text{cm}^2$

Armadura final $A_{\text{final.p1}} := \max(A_{s\text{mín}}, A_{s\text{neg.p1}})$

$$A_{\text{final.p1}} = 3.708 \text{ cm}^2$$

Armadura efetiva $A_{\text{sef.p1}} := (n_1 + n_2) \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{\text{lp1}}^2}{4} = 4.909 \text{ cm}^2$

Apoio sobre o pilar P14

2 camadas: 2 barras embaixo e 2 em cima, espaçamento vertical de 2cm

Bitola longitudinal adotada $\phi_{\text{lp2}} := 12.5 \text{ mm}$

Bitola transversal adotada $\phi_{\text{tp2}} := 5 \text{ mm}$

Número de barras da 1ª camada $n_{1\text{a}} := 2$

Número de barras da 2ª camada $n_{2\text{a}} := 2$

Espaçamento vertical $ev := 2 \text{ cm}$

Momento de Cálculo $M_{\text{dp2}} := 57 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Área unitária barra longitudinal $A_{\phi 2} := \pi \cdot \frac{\phi_{\text{lp2}}^2}{4} = 1.227 \cdot \text{cm}^2$

Centro geométrico da armadura

$$cg_2 := \frac{\left[(n_1 \cdot A_{\phi 2}) \left(\text{cob} + \phi_{\text{tp2}} + \frac{\phi_{\text{lp2}}}{2} \right) + (n_2 \cdot A_{\phi 2}) \left(\text{cob} + \phi_{\text{tp2}} + ev + 3 \cdot \frac{\phi_{\text{lp2}}}{2} \right) \right]}{(n_1 + n_2) \cdot A_{\phi 2}} = 5.75 \cdot \text{cm}$$

Altura útil $d_{p2} := h - cg_2 = 34.25 \cdot \text{cm}$

Linha neutra $x_{p2} := 1.25 \cdot d_{p2} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{M_{\text{dp2}}}{0.425 \cdot \left(\frac{f_{\text{ck}}}{1.4} \right) \cdot b \cdot d_{p2}^2}} \right] = 13.573 \cdot \text{cm}$

Dutilidade $k_{p2} := \frac{x_{p2}}{d_{p2}} = 0.396$ Domínio 3

Armadura negativa $A_{\text{sneg.p2}} := \frac{M_{\text{dp2}}}{\left(\frac{f_{\text{yk}}}{1.15} \right) (d_{p2} - 0.4 \cdot x_{p2})} = 4.549 \text{ m} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$

Armadura final

$$A_{\text{final.p2}} := \max(A_{\text{smín}}, A_{\text{sneg.p2}})$$

$$A_{\text{final.p2}} = 4.549 \text{ cm}^2$$

Armadura efetiva

$$A_{\text{sef.p2}} := (n_1 + n_2) \cdot \pi \cdot \frac{\phi_{lp2}^2}{4} = 4.909 \text{ cm}^2$$

Dimensionamento das Armaduras Transversais

Armadura Mínima (A_{stmin/s})

$$A_{\text{stmin}} := 0.2 \cdot b \cdot \frac{f_{ct}}{f_{ywk}} = 1.026 \frac{1}{m} \cdot \text{cm}^2$$

Bitola longitudinal adotada

$$\phi_l = 8 \text{ mm}$$

Bitola transversal adotada

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

Inclinação da biela (graus)

$$\theta := 30$$

Inclinação estribos (graus)

$$\alpha := 90$$

Área unitária dos estribos

$$A_{\text{sw}} := \pi \frac{\phi_t^2}{4} = 0.196 \cdot \text{cm}^2$$

$$\alpha_{v2} := 1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{ MPa}} = 0.9$$

Trecho V15-A

Altura útil da seção

$$d_1 = 36.1 \text{ cm}$$

Força cortante máx. do trecho

$$V_{\text{sd1}} := 39.8 \text{ kN}$$

Força resistente de cálculo das diagonais de compressão

$$V_{\text{rd2.1}} := 0.54 \cdot \alpha_{v2} \cdot \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot b \cdot d_1 \cdot \left[(\sin(\theta))^2 \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\theta)} \right) \right]$$

$$V_{\text{rd2.1}} = 162.794 \text{ kN}$$

$$V_{\text{sd1}} < V_{\text{rd2.1}}$$

OK

Resistência à tração (inferior)

$$f_{\text{ctk.inf}} := 0.7 f_{\text{ctm}} = 1.795 \text{ MPa}$$

Resistência característica à tração $f_{ctd} := \frac{f_{ctk.inf}}{1.4} = 1.282 \cdot \text{MPa}$

Forças resistidas pelo concreto $V_{c0.1} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d_1 = 33.334 \cdot \text{kN}$

$$V_{c1.1} := \begin{cases} V_{c0.1} & \text{if } V_{sd1} \leq V_{c0.1} \\ \left[V_{c0.1} \cdot \left[\frac{(V_{rd2.1} - V_{sd1})}{V_{rd2.1} - V_{c0.1}} \right] \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$V_{c1.1} = 31.669 \cdot \text{kN}$

Força cortante absorvida por estribos $V_{sw1} := V_{sd1} - V_{c1.1} = 8.131 \cdot \text{kN}$

Armadura necessária $A_{st1} := \frac{V_{sw1}}{0.9 \cdot d_1 \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)} = 0.332 \frac{1}{\text{m}} \text{cm}^2$

Espaçamento máximo $s_{max1} := \begin{cases} \min(0.6 \cdot d_1, 30\text{cm}) & \text{if } V_{sd1} \leq 0.67V_{rd2.1} \\ \min(0.3 \cdot d_1, 20\text{cm}) & \text{if } V_{sd1} > 0.67 \cdot V_{rd2.1} \end{cases}$

$s_{max1} = 21.66 \cdot \text{cm}$

Armadura do espaçamento máximo $A_{stm\acute{a}x1} := \frac{2A_{sw}}{s_{max1}} = 1.813 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$

Armadura final $A_{st.final1} := \max(A_{st1}, A_{stm\acute{i}n}, A_{stm\acute{a}x1})$

$$A_{st.final1} = 1.813 \frac{1}{\text{m}} \text{cm}^2$$

Trecho V15-B

Altura útil da seção $d_2 = 35.875 \text{cm}$

Força cortante máx. do trecho $V_{sd2} := 70.88 \text{kN}$

Força resistente de cálculo das diagonais de compressão $V_{rd2.2} := 0.54 \cdot \alpha_{v2} \cdot \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot b \cdot d_2 \cdot \left[(\sin(\theta))^2 \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\theta)} \right) \right]$

$$V_{rd2.2} = 161.779 \text{ kN}$$

$$V_{sd2} < V_{rd2.2} \quad \boxed{\text{OK}}$$

Forças resistidas pelo concreto

$$V_{c0.2} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d_2 = 33.127 \text{ kN}$$

$$V_{c1.2} := \begin{cases} V_{c0.2} & \text{if } V_{sd2} \leq V_{c0.2} \\ \left[V_{c0.2} \cdot \left[\frac{(V_{rd2.2} - V_{sd2})}{V_{rd2.2} - V_{c0.2}} \right] \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$V_{c1.2} = 23.405 \text{ kN}$$

Força cortante absorvida por estribos

$$V_{sw2} := V_{sd2} - V_{c1.2} = 47.475 \text{ kN}$$

Armadura necessária

$$A_{st2} := \frac{V_{sw2}}{0.9 \cdot d_2 \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)} = 1.952 \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2$$

Espaçamento máximo

$$s_{\max2} := \begin{cases} \min(0.6 \cdot d_2, 30 \text{ cm}) & \text{if } V_{sd2} \leq 0.67 V_{rd2.2} \\ \min(0.3 \cdot d_2, 20 \text{ cm}) & \text{if } V_{sd2} > 0.67 \cdot V_{rd2.2} \end{cases}$$

$$s_{\max2} = 21.525 \text{ cm}$$

Armadura do espaçamento máximo

$$A_{stm\acute{a}x2} := \frac{2A_{sw}}{s_{\max2}} = 1.824 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$$

Armadura final

$$A_{st.\text{final}2} := \max(A_{st2}, A_{stm\acute{m}n}, A_{stm\acute{a}x2})$$

$$\boxed{A_{st.\text{final}2} = 1.952 \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2}$$

Trecho V15-C

Altura útil da seção

$$d_3 = 36.1 \text{ cm}$$

Força cortante máx. do trecho

$$V_{sd3} := 30.84 \text{ kN}$$

Força resistente de cálculo das diagonais de compressão

$$V_{rd2.3} := 0.54 \cdot \alpha_{v2} \cdot \frac{f_{ck}}{1.4} \cdot b \cdot d_3 \cdot \left[(\sin(\theta))^2 \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} + \frac{1}{\tan(\theta)} \right) \right]$$

$$V_{rd2.3} = 162.794 \text{ kN}$$

$$V_{sd3} < V_{rd2.3} \quad \boxed{\text{OK}}$$

Forças resistidas pelo concreto

$$V_{c0.3} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot d_3 = 33.334 \text{ kN}$$

$$V_{c1.3} := \begin{cases} V_{c0.3} & \text{if } V_{sd3} \leq V_{c0.3} \\ \left[V_{c0.3} \cdot \left(\frac{V_{rd2.3} - V_{sd3}}{V_{rd2.3} - V_{c0.3}} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$V_{c1.3} = 33.334 \text{ kN}$$

Força cortante absorvida por estribos

$$V_{sw3} := V_{sd3} - V_{c1.3} = -2.494 \text{ kN}$$

Armadura necessária

$$A_{st3} := \frac{V_{sw3}}{0.9 \cdot d_3 \cdot f_{ywd} \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right)} = -0.102 \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2$$

Espaçamento máximo

$$s_{\max3} := \begin{cases} \min(0.6 \cdot d_3, 30 \text{ cm}) & \text{if } V_{sd3} \leq 0.67 V_{rd2.3} \\ \min(0.3 \cdot d_3, 20 \text{ cm}) & \text{if } V_{sd3} > 0.67 \cdot V_{rd2.3} \end{cases}$$

$$s_{\max3} = 21.66 \text{ cm}$$

Armadura do espaçamento máximo

$$A_{stm\acute{a}x3} := \frac{2A_{sw}}{s_{\max3}} = 1.813 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{cm}^2$$

Armadura final

$$A_{st.\text{final}3} := \max(A_{st3}, A_{stm\acute{m}n}, A_{stm\acute{a}x3})$$

$$A_{st.\text{final}3} = 1.813 \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2$$

Verificação à Fissuração

Resistência do concreto à tração $f_{ct} = 2.565 \cdot \text{MPa}$

Momento de inércia da seção $I_c = 6.4 \times 10^4 \text{ cm}^4$

Distância do C.G. até fibra tracionada $y_t = 20 \text{ cm}$

$$\alpha_s := 1.5$$

Momento de fissuração $M_r := \frac{(\alpha_s \cdot f_{ct} \cdot I_c)}{y_t} = 12.312 \text{ m} \cdot \text{kN}$

$$\alpha_i := 0.8 \text{ MPa} + \frac{0.2 f_{ck}}{80} = 0.863 \cdot \text{MPa}$$

$$E_{cs} := \alpha_i \cdot \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 2.415 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$$

$$\alpha_{\text{elast}} := \frac{E_s}{E_{cs}} = 8.696$$

Trecho V15-A

Momento máximo no trecho $M_1 := 22.41 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Área efetiva $A_{\text{sef.p1}} = 4.909 \text{ cm}^2$

Altura útil do trecho $d_{p1} = 34.25 \text{ cm}$

Linha Neutra Estádio II $x_{II.1} := \frac{(A_{\text{sef.p1}} \cdot \alpha_{\text{elast}})}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{(2 \cdot b \cdot d_{p1})}{A_{\text{sef.p1}} \cdot \alpha_{\text{elast}}}} \right] = 12.45 \cdot \text{cm}$

Momento de Inércia Estádio II $I_{II.1} := \frac{b \cdot (x_{II.1}^3)}{3} + \left[\alpha_{\text{elast}} \cdot A_{\text{sef.p1}} \cdot (d_{p1} - x_{II.1})^2 \right] = 28 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$

Rigidez Equivalente $I_{\text{eq.1}} := \left(\frac{M_r}{M_1} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_1} \right)^3 \right] \cdot I_{II.1} = 33.97 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$

Momento de Inércia Final $I_{\text{final1}} := 0.15 \cdot I_{\text{eq.1}} + 0.85 \cdot (I_c) = 5.95 \times 10^4 \cdot \text{cm}^4$

Altura equivalente do trecho

$$h_{eq1} := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{final1}}{b}}$$

$$h_{eq1} = 39.039 \text{ cm}$$

Trecho V15-B

Pilar P19

Momento no apoio

$$M_{p19} := 30.07 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Área efetiva sobre o apoio

$$A_{sef.p1} = 4.909 \cdot \text{cm}^2$$

Altura útil sobre o apoio

$$d_{p1} = 34.25 \cdot \text{cm}$$

Linha neutra no estádio II

$$x_{II.p19} := \frac{(A_{sef.p1} \cdot \alpha_{elast})}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{(2 \cdot b \cdot d_{p2})}{A_{sef.p1} \cdot \alpha_{elast}}} \right] = 12.45 \cdot \text{cm}$$

Momento de inércia no estádio II

$$I_{II.p19} := \frac{b \cdot (x_{II.p19})^3}{3} + [\alpha_{elast} \cdot A_{sef.p1} \cdot (d_{p1} - x_{II.p19})^2] = 2.8 \times 10^4 \cdot \text{cm}^4$$

Rigidez Equivalente

$$I_{eq.p19} := \left(\frac{M_r}{M_{p19}} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{p19}} \right)^3 \right] \cdot I_{II.p19} = 30.475 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Vão - momento positivo

Momento no apoio

$$M_2 := 21.29 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Área efetiva sobre o apoio

$$A_{sef.pos2} = 2.454 \cdot \text{cm}^2$$

Altura útil no apoio

$$d_2 = 35.875 \cdot \text{cm}$$

Linha Neutra Estádio II

$$x_{II.2} := \frac{(A_{sef.pos2} \cdot \alpha_{elast})}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{(2 \cdot b \cdot d_2)}{A_{sef.pos2} \cdot \alpha_{elast}}} \right] = 9.66 \cdot \text{cm}$$

Momento de inércia no estádio II

$$I_{II.2} := \frac{b \cdot (x_{II.2})^3}{3} + [\alpha_{elast} \cdot A_{sef.pos2} \cdot (d_2 - x_{II.2})^2] = 18.27 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Rigidez Equivalente

$$I_{eq.2} := \left(\frac{M_r}{M_2} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_2} \right)^3 \right] \cdot I_{II.2} = 27.12 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$$

Pilar P14

Momento no apoio $M_{p14} := 35.46 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Área efetiva sobre o apoio $A_{\text{sef.p2}} = 4.909 \cdot \text{cm}^2$

Altura útil no apoio $d_{p2} = 34.25 \cdot \text{cm}$

Linha neutra estádio II $x_{\text{II.p14}} := \frac{(A_{\text{sef.p2}} \cdot \alpha_{\text{elast}})}{b} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{(2 \cdot b \cdot d_{p2})}{A_{\text{sef.p2}} \cdot \alpha_{\text{elast}}}} \right] = 12.45 \cdot \text{cm}$

Momento de inércia no estádio II $I_{\text{II.p14}} := \frac{b \cdot (x_{\text{II.p14}})^3}{3} + \left[\alpha_{\text{elast}} \cdot A_{\text{sef.p2}} \cdot (d_{p2} - x_{\text{II.p14}})^2 \right] = 2.8 \times 10^4 \cdot \text{cm}^4$

Rigidez equivalente $I_{\text{eq.p14}} := \left(\frac{M_r}{M_{p14}} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_{p14}} \right)^3 \right] \cdot I_{\text{II.p14}} = 29.51 \times 10^3 \cdot \text{cm}^4$

Inércia final do trecho $I_{\text{final2}} := 0.15 I_{\text{eq.p19}} + 0.85 \cdot I_{\text{eq.2}} + 0.15 \cdot I_{\text{eq.p14}} = 32046.618 \cdot \text{cm}^4$

Altura equivalente $h_{\text{eq2}} := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{\text{final2}}}{b}}$

$$h_{\text{eq2}} = 31.763 \text{ cm}$$

Detalhamento das Armaduras Longitudinais Positivas

Trecho V15-A

Vão livre do trecho $l_{\text{livre1}} := 1.315 \text{ m}$

Decalagem diagrama de momentos $a_{l1} := 0.5 \cdot d_1 \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right) = 31.264 \cdot \text{cm}$

$$a_{\text{final1}} := 32 \text{ cm}$$

Força cortante no apoio extremo $V_{\text{sd}} := 9.46 \text{ kN}$

$$F_{\text{sd}} := \left(\frac{a_{\text{final1}}}{d_1} \right) \cdot V_{\text{sd}} = 8.386 \cdot \text{kN}$$

Área necessária no apoio $A_{s\text{nec}1} := \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = 0.193 \cdot \text{cm}^2$

Rugosidade do aço $\eta_1 := 2.25$

Posição da barra $\eta_2 := 1$

Diâmetro $\eta_3 := 1$

Resistência de aderência $f_{bd} := \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2.886 \cdot \text{MPa}$

Comp. de ancoragem básico $l_{b1} := \left(\frac{\phi_{11}}{4} \right) \cdot \left(\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = 30.135 \cdot \text{cm}$

Comp. de ancoragem mínimo $l_{b,\text{mín}1} := \max(0.3 \cdot l_{b1}, 10 \cdot \phi_{11}, 10 \text{cm}) = 10 \cdot \text{cm}$

Raio de curv. do gancho $r := 2.5\phi_{11} = 2 \cdot \text{cm}$

$\alpha_{\text{anc}} := 1$

Comp. de ancoragem necessário $l_{b,\text{nec}1} := \alpha_{\text{anc}} \cdot l_{b1} \cdot \left(\frac{A_{s\text{nec}1}}{A_{\text{sef},\text{pos}1}} \right) = 5.781 \cdot \text{cm}$

Comp. de ancoragem disponível $l_{b\text{disp}} := b - \text{cob} = 9 \cdot \text{cm}$

Comp. de ancoragem efetivo $l_{b,\text{ef}1} := \max(l_{b,\text{nec}1}, r + 5.5\phi_{11}, 60 \text{mm}) = 6.4 \cdot \text{cm}$

Comprimento da barra $l_{\text{total}1} := l_{b,\text{ef}1} + l_{\text{livre}1} + 10\phi_{11}$

$l_{\text{total}1} = 1.459 \text{ m}$

Trecho V15-B

Vão livre do trecho $l_{\text{livre}2} := 455 \text{cm}$

Bitola adotada $\phi_2 := 12.5 \text{mm}$

Área necessária $A_{s\text{nec}2} := \frac{A_{\text{sef},\text{pos}2}}{4} = 0.614 \cdot \text{cm}^2$

Ancoragem nos apoios $l_{\text{apoio2}} := 10\phi_2 = 12.5 \cdot \text{cm}$

Comprimento da barra $l_{\text{barra2}} := l_{\text{apoio2}} + l_{\text{livre2}} + l_{\text{apoio2}}$

$$l_{\text{barra2}} = 4.8 \text{ m}$$

Trecho V15-C

Vão livre da viga $l_{\text{livre3}} := 190 \text{ cm}$

Bitola adotada $\phi_3 := 8 \text{ mm}$

Área Necessária $A_{\text{snec3}} := \frac{A_{\text{sef.pos3}}}{4} = 0.251 \cdot \text{cm}^2$

Ancoragem nos apoios $l_{\text{apoio3}} := 10\phi_3 = 8 \cdot \text{cm}$

Comprimento da barra $l_{\text{barra3}} := l_{\text{apoio3}} + l_{\text{livre3}} + l_{\text{apoio3}}$

$$l_{\text{barra3}} = 2.06 \text{ m}$$

Detalhamento das Armaduras Longitudinais Negativas

Pilar P19

Bitola adotada $\phi_{\text{lp1}} = 12.5 \cdot \text{mm}$

Decalagem diagrama de momentos $a_{\text{lp1}} := 0.5 \cdot d_{\text{p1}} \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right) = 29.661 \cdot \text{cm}$

$$a_{\text{lp1}} := 30 \text{ cm}$$

Rugosidade do aço $\eta_1 := 2.25$

Posição da barra $\eta_2 := 0.7$

Diâmetro $\eta_3 := 1.0$

Resistência de aderência $f_{\text{bd}} := \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{\text{ctd}} = 2.02 \cdot \text{MPa}$

Comprimento de ancoragem básico $l_b := \left(\frac{\phi_{\text{lp1}}}{4} \right) \cdot \left(\frac{f_{\text{yd}}}{f_{\text{bd}}} \right) = 67.265 \cdot \text{cm}$

Comprimento de ancoragem Mínimo $l_{b.mínip1} := \max(0.3 \cdot l_b, 10 \cdot \phi_{lp1}, 10\text{cm}) = 20.18 \cdot \text{cm}$

$$\alpha_{anc1} := 1$$

Comp de ancoragem necessário $l_{b.necip1} := \alpha_{anc1} \cdot l_b \cdot \left(\frac{A_{sneg.p1}}{A_{sef.p1}} \right) = 50.809 \cdot \text{cm}$

Comprimento adicional das barras $l_{p1.barra1} := 0.808\text{m}$

$$l_{p1.barra2} := 0.988\text{m}$$

Comprimento Barra 1 $L_{barra1p1} := 2l_{p1.barra1}$

$$L_{barra1p1} = 1.616 \text{ m}$$

Comprimento Barra 2 $L_{barra2p1} := l_{p1.barra2} + a_{lp1} + l_{b.necip1}$

$$L_{barra2p1} = 1.796 \text{ m}$$

Pilar P14

Bitola adotada $\phi_{p2} := 12.5\text{mm}$

Decalagem DMF $a_{lp2} := 0.5 \cdot d_{p2} \cdot \left(\frac{1}{\tan(\theta)} \right) = 29.661 \cdot \text{cm}$

$$a_{lp2} := 30\text{cm}$$

Rugosidade do aço $\eta_1 := 2.25$

Posição da barra $\eta_2 := 0.7$

Diâmetro $\eta_3 := 1.0$

Resistência de aderência $f_{bd} := \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2.02 \cdot \text{MPa}$

Comprimento de ancoragem básico $l_{b2} := \left(\frac{\phi_{p2}}{4} \right) \cdot \left(\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = 67.265 \cdot \text{cm}$

Comprimento de ancoragem mínimo $l_{b.mínip2} := \max(0.3 \cdot l_b, 10 \cdot \phi_{p2}, 10\text{cm}) = 20.18 \cdot \text{cm}$

$$\alpha_{anc2} := 1$$

Comprimento de ancoragem necessário $l_{b.necp2} := \alpha_{anc1} \cdot l_b \cdot \left(\frac{A_{sneg.p2}}{A_{sef.p2}} \right) = 62.333 \cdot \text{cm}$

Comprimento adicional das barras $l_{p2.barra1} := 0.923\text{m}$

$$l_{p2.barra2} := 1.133\text{m}$$

Comprimento Barra 1 $L_{barra1p2} := 2l_{p2.barra1}$

$$L_{barra1p2} = 1.846 \text{ m}$$

Comprimento Barra 2 $L_{barra2p2} := l_{p2.barra2} + a_{lp2} + l_{b.necp2}$

$$L_{barra2p2} = 2.056 \text{ m}$$

Viga V22

Bitola Adotada $\phi_{V22} := 12.5\text{mm}$

Área necessária no apoio $A_{snec1} = 0.193 \text{ cm}^2$

$$A_{nec2} := \frac{A_{sef.pos1}}{3} = 0.335 \text{ cm}^2$$

Rugosidade do aço $\eta_1 := 2.25$

Posição da barra $\eta_2 := 0.7$

Diâmetro $\eta_3 := 1.0$

Resistência de aderência $f_{bd} := \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} = 2.02 \cdot \text{MPa}$

Comprimento de ancoragem básico $l_{btotal1} := \left(\frac{\phi_{p2}}{4} \right) \cdot \left(\frac{f_{yd}}{f_{bd}} \right) = 67.265 \cdot \text{cm}$

Comp de ancoragem mínimo $l_{b.mín.total} := \max(0.3 \cdot l_{btotal1}, 10 \cdot \phi_{p2}, 10\text{cm}) = 20.18 \cdot \text{cm}$

$$\alpha_{anc0} := 0.7$$

Comp. Ancoragem Necessário $l_{b.nec} := \alpha_{anc0} \cdot l_{btotal1} \cdot \left(\frac{A_{nec2}}{\frac{A_{sef.p1}}{2}} \right) = 6.429 \cdot \text{cm}$

Comprimento de ancoragem efetivo $l_{b.ef} := \max(l_{b.nec}, 8\phi_{p2}, 60\text{mm}) = 10 \cdot \text{cm}$

Comprimento do gancho $l_{gtotal} := \left(\frac{\pi}{4} \right) \cdot (5\phi_{p2} + \phi_{p2}) + 8\phi_{p2} = 15.89 \cdot \text{cm}$

Comprimento Total da Barra

Comprimento livre total $l_{livre} := 14.73\text{m}$

Comprimento da barra $l_{total} := 2(l_{gtotal} + l_{b.nec}) + l_{livre}$

$$l_{total} = 15.176 \text{ m}$$

APÊNDICE E – PLANILHA DE CÁLCULO DOS PILARES

Pilar P4

Dimensões do Pilar

Menor dimensão do pilar	$b := 15\text{cm}$
Maior dimensão do pilar	$h := 50\text{cm}$
Altura do pilar em planta	$l_p := 2.97\text{m}$
Altura da viga contínua	$h_{\text{viga.x}} := 40\text{cm}$
Altura da viga interrompida	$h_{\text{viga.y}} := 50\text{cm}$

Dados de Entrada

Resultados Finais

Materiais e Durabilidade

Resistência do concreto	$f_{ck} := 25\text{MPa}$
Resistência de cálculo do concreto	$f_{cd} = 17.857\text{MPa}$
Resistência do aço CA-50	$f_{yk} := 500\text{MPa}$
Resistência de cálculo do aço	$f_{yd} = 434.783\text{MPa}$
Cobrimento	$cob := 3.0\text{cm}$

Comprimento Equivalente e Índice de Esbeltez

Dist. entre as faces das vigas em x	$l_0 := l_p - h_{\text{viga.x}} = 2.57\text{m}$
	$l_{0x} := l_0 + b = 2.72\text{m}$
Dist. entre as faces das vigas em y	$l_0 := l_p - h_{\text{viga.y}} = 2.47\text{m}$
	$l_{0y} := l_0 + h = 2.97\text{m}$
Comprimento Equivalente em x	$l_{ex} := \min(l_{0x}, l_p)$
	$l_{ex} = 2.72\text{m}$
Comprimento Equivalente em y	$l_{ey} := \min(l_{0y}, l_p)$
	$l_{ey} = 2.97\text{m}$

Índice de Esbeltez em x $\lambda_x := 3.464 \cdot \frac{l_{ex}}{b}$

$$\lambda_x = 62.814$$

Índice de Esbeltez em y $\lambda_y := 3.464 \cdot \frac{l_{ey}}{h}$

$$\lambda_y = 20.576$$

Determinação dos Esforços de Primeira Ordem

Esforço Normal $N := 570.11 \text{ kN}$

Momento em x $M_x := 6.86 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Momento em y $M_y := 20.01 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Fator de Segurança $\gamma_n := 1.95 - 0.05b = 1.2$

Esforço Normal de Cálculo $N_d := \gamma_n \cdot N$

$$N_d = 684.132 \text{ kN}$$

Momento de Cálculo em x $M_{1dx} := \gamma_n \cdot M_x = 8.232 \text{ m} \cdot \text{kN}$

Momento de Cálculo em y $M_{1dy} := \gamma_n \cdot M_y = 24.012 \text{ m} \cdot \text{kN}$

Momento Mín. 1ª Ordem em x $M_{1dxmin} := N_d \cdot (0.015 \text{ m} + 0.03 \cdot b) = 13.341 \text{ m} \cdot \text{kN}$

Momento Mín. 1ª Ordem em y $M_{1dymin} := N_d \cdot (0.015 \text{ m} + 0.03 \cdot h) = 20.524 \text{ m} \cdot \text{kN}$

Momento de 1ª Ordem em x $M_{1dx} := \max(M_{1dx}, M_{1dxmin})$

$$M_{1dx} = 13.341 \text{ m kN}$$

Momento de 1ª Ordem em y $M_{1dy} := \max(M_{1dy}, M_{1dymin})$

$$M_{1dy} = 24.012 \text{ m kN}$$

Excentricidade 1ª Ordem em x $e_{1x} := \frac{M_{1dx}}{N_d} = 1.95 \cdot \text{cm}$

Excentricidade 1ª Ordem em y $e_{1y} := \frac{M_{1dy}}{N_d} = 3.51 \cdot \text{cm}$

Dispensa da Análise dos Efeitos de Segunda Ordem

Coefficientes α_b $\alpha_{bxi} := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{1dxi} < M_{1dxmin} \\ \left[0.6 + 0.4 \left(\frac{M_{ax}}{M_{bx}} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$

$\alpha_{bx} := \max(\alpha_{bxi}, 0.4) = 1$

$\alpha_{byi} := \begin{cases} 1 & \text{if } M_{1dyi} < M_{1dymin} \\ \left[0.6 + 0.4 \left(\frac{M_{ay}}{M_{by}} \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$

$\alpha_{by} := \max(\alpha_{byi}, 0.4) = 0.4$

Índice de Esbeltez Limite em x $\lambda_{1xi} := \frac{\left[25 + 12.5 \left(\frac{e_{1x}}{b} \right) \right]}{\alpha_{bx}} = 26.625$

$\lambda_{1x} := 35$

Índice de Esbeltez Limite em y $\lambda_{1yi} := \frac{\left[25 + 12.5 \left(\frac{e_{1y}}{h} \right) \right]}{\alpha_{by}} = 64.694$

$\lambda_{1y} := 64.649$

Verificação 2ª Ordem em x $\lambda_x > \lambda_{1x}$ Calcula efeitos de 2ª ordem em x

Verificação 2ª Ordem em y $\lambda_y < \lambda_{1y}$ Não calcula efeitos de 2ª ordem em y

Determinação dos Efeitos de Segunda Ordem

Força Normal Adimensional $\nu_x := \frac{N_d}{(b \cdot h) \cdot f_{cd}} = 0.511$

Curvatura da seção crítica $r := \frac{b \cdot (\nu_x + 0.5)}{0.005} = 30.325 \text{ m}$

Momento total máx. $M_{dtotal.x} := \alpha_{bx} \cdot M_{1dx} + N_d \cdot \left(\frac{l_{ex}^2}{10 \cdot r} \right)$

$$M_{dtotal.x} = 30.032 \text{ m kN}$$

Dimensionamento das Armaduras Longitudinais

Armadura Mínima $A_{s.mín} := \max \left(0.004 \cdot b \cdot h, 0.15 \cdot \frac{N_d}{f_{yd}} \right) = 3 \cdot \text{cm}^2$

$$A_{s.mín} = 3 \text{ cm}^2$$

Força Normal Adimensional $\nu = 0.511$

Número de barras adotado $n := 6$

Bitola longitudinal adotada $\phi_l := 16 \text{ mm}$

Bitola trsnversal adotada $\phi_t := 5 \text{ mm}$

Altura do centro geométrico $d_1 := cob + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 4.3 \cdot \text{cm}$

Dados para os ábacos $\psi_{y.1} := \frac{d_1}{h} = 0.086$

$$\psi_{x.1} := \frac{d_1}{b} = 0.287$$

Situação crítica 1

Momento crítico em x $M_{dx.1} = 30.032 \text{ m kN}$

Momento crítico em y $M_{dy.1} := 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Forma adimensional em x

$$\mu_{x.1} := \frac{M_{dx.1}}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} = 0.149$$

Forma adimensional em y

$$\mu_{y.1} := \frac{M_{dy.1}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = 0$$

Ábaco 6A: para $v=0,4 - \omega=0,25$
 para $v=0,6 - \omega=0,32$

Taxa de armadura

$$\omega_1 := \left[\frac{(0.32 - 0.25)}{(0.6 - 0.4)} \right] \cdot (\nu - 0.4) + 0.25$$

$$\omega_1 = 0.289$$

Situação crítica 2

Momento crítico em x

$$M_{dx.2} = 13.341 \text{ m kN}$$

Momento crítico em y

$$M_{dy.2} = 24.012 \text{ m kN}$$

Forma adimensional em x

$$\mu_{x.2} := \frac{M_{dx.2}}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} = 0.066$$

Forma adimensional em y

$$\mu_{y.2} := \frac{M_{dy.2}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = 0.036$$

Ábaco 6A: para $v=0,4 - \omega=0$
 para $v=0,6 - \omega=0$

Taxa de armadura

$$\omega_2 := \left[\frac{(0 - 0)}{(0.6 - 0.4)} \right] \cdot (\nu - 0.4) + 0$$

$$\omega_2 = 0$$

Dimensionamento Final

Taxa de Armadura Final

$$\omega := \max(\omega_1, \omega_2)$$

$$\omega = 0.289$$

Armadura calculada

$$A_s := \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 8.896 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

Armadura Final

$$A_{s\text{final}} := \max(A_s, A_{s.\text{mín}})$$

$$A_{s\text{final}} = 8.896 \text{ cm}^2$$

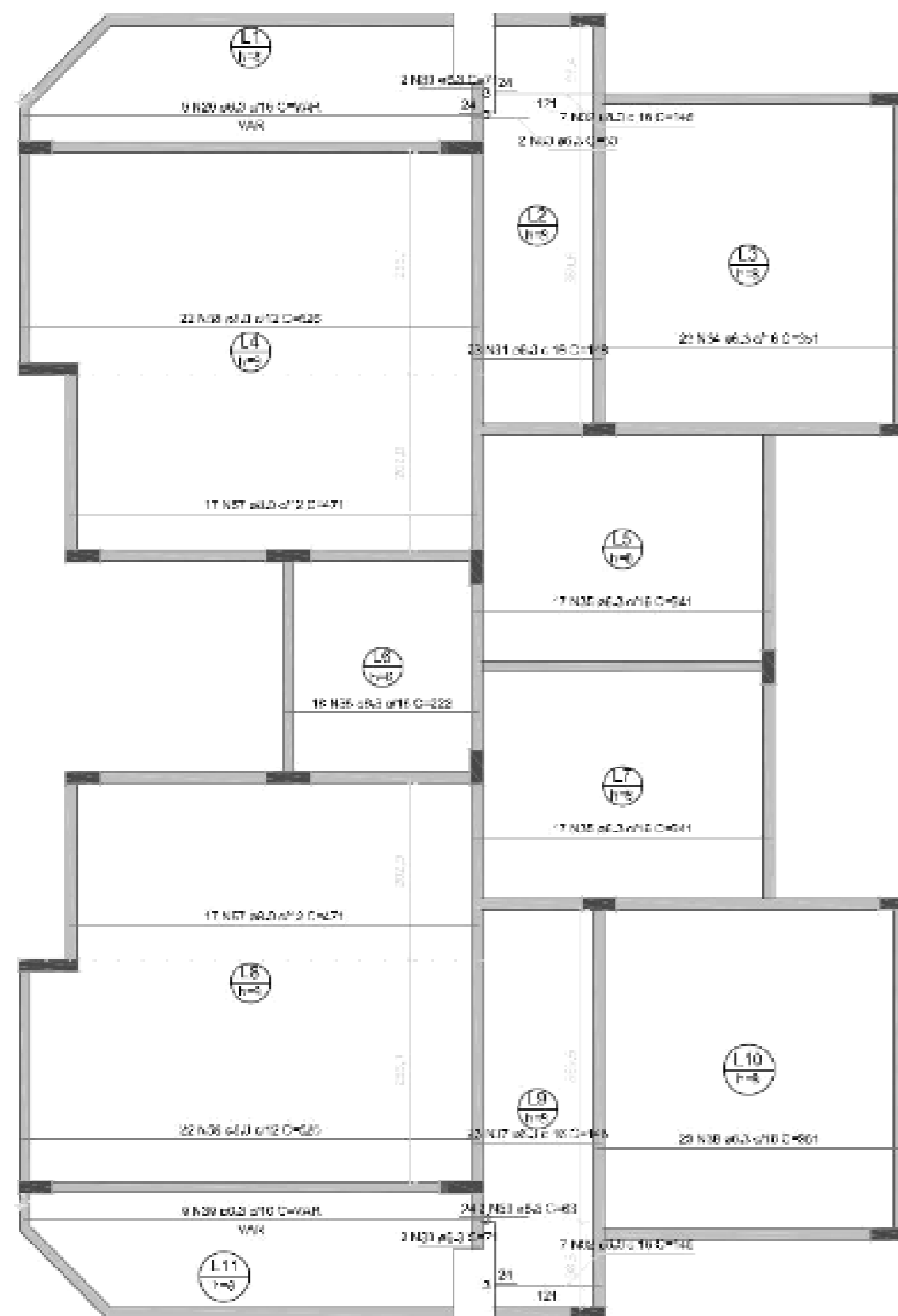
Armadura efetiva

$$A_{s.\text{ef}} := n \cdot \left(\pi \cdot \frac{\phi_l^2}{4} \right) = 12.064 \cdot \text{cm}^2$$

Armadura máxima

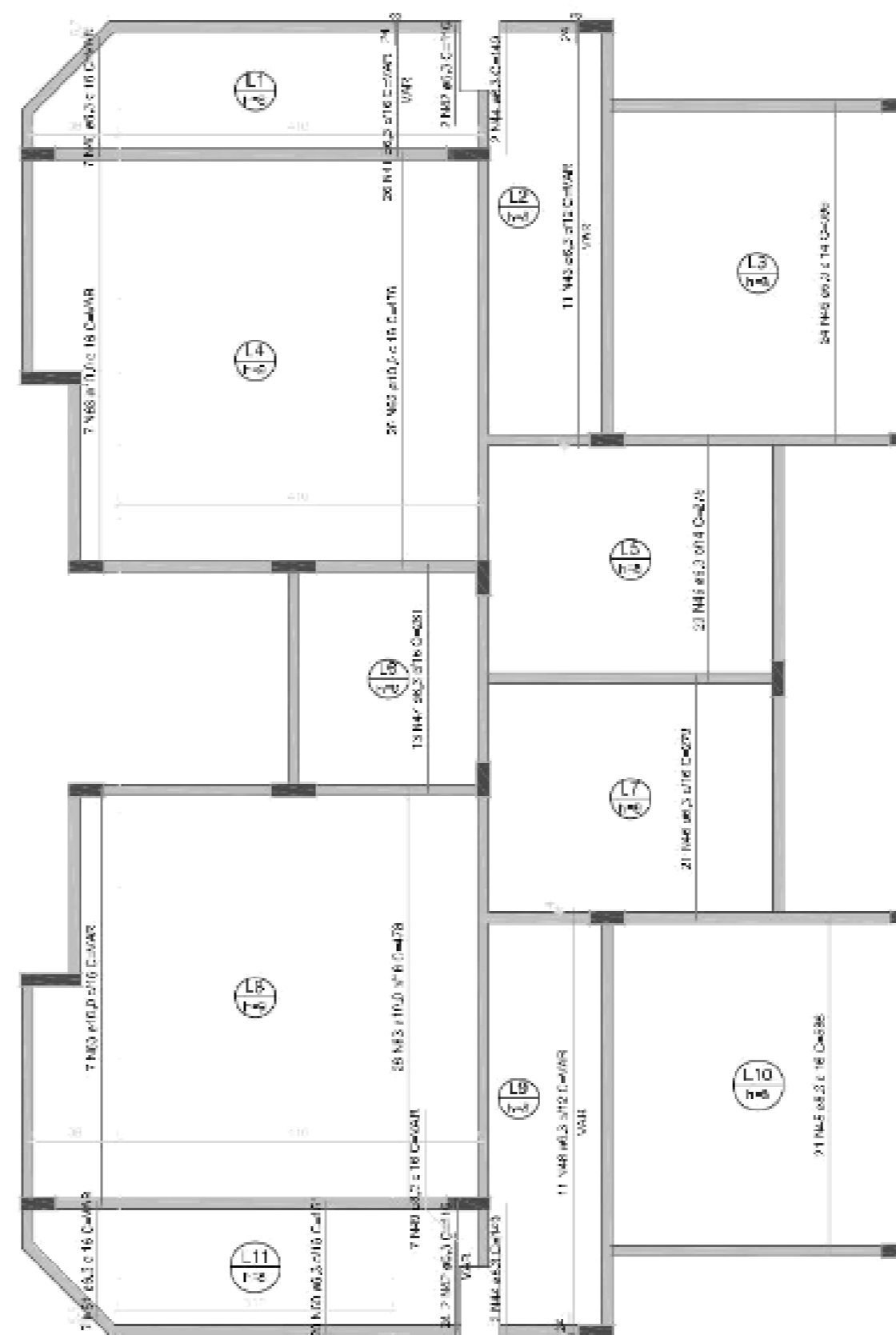
$$A_{\text{máx}} := 0.04 \cdot b \cdot h = 30 \cdot \text{cm}^2$$

APÊNDICE F – DETALHAMENTOS DO EBERICK



Armação positiva das lajes do pavimento Tipo 1 (Eixo X)

escala 1:20



Armação positiva das lajes do pavimento Tipo 1 (Eixo Y)

escala 1:20

Armaduras de distribuição	
Armadura	Armadura de distribuição
N59	8 N1 Ø5.0 c/11 C=VAR
N60	6 N2 Ø5.0 c/16 C=46
N52	4 N3 Ø5.0 c/16 C=49
N53	5 N3 Ø5.0 c/16 C=49
N60	6 N2 Ø5.0 c/16 C=46
N61	11 N1 Ø5.0 c/11 C=VAR
N15	5 N4 Ø5.0 c/16 C=106
N16	15 N5 Ø5.0 c/16 C=274
N17	16 N6 Ø5.0 c/16 C=325
N62	24 N7 Ø5.0 c/16 C=145
N18	9 N8 Ø5.0 c/16 C=128
N19	9 N8 Ø5.0 c/16 C=128
N62	24 N7 Ø5.0 c/16 C=145
N17	16 N6 Ø5.0 c/16 C=325
N20	5 N4 Ø5.0 c/16 C=106
N21	15 N5 Ø5.0 c/16 C=274
N54	6 N9 Ø5.0 c/16 C=52
N55	5 N2 Ø5.0 c/16 C=46
N54	6 N9 Ø5.0 c/16 C=52
N55	5 N2 Ø5.0 c/16 C=46
N56	16 N10 Ø5.0 c/16 C=140
N23	15 N11 Ø5.0 c/16 C=195
N24	6 N12 Ø5.0 c/16 C=111
N25	4 N13 Ø5.0 c/16 C=106
N26	9 N14 Ø5.0 c/16 C=191
N24	6 N12 Ø5.0 c/16 C=111
N25	4 N13 Ø5.0 c/16 C=106
N27	16 N10 Ø5.0 c/16 C=140
N28	15 N11 Ø5.0 c/16 C=195

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Título: Detalhamento das Armaduras das Lajes - Eberlck

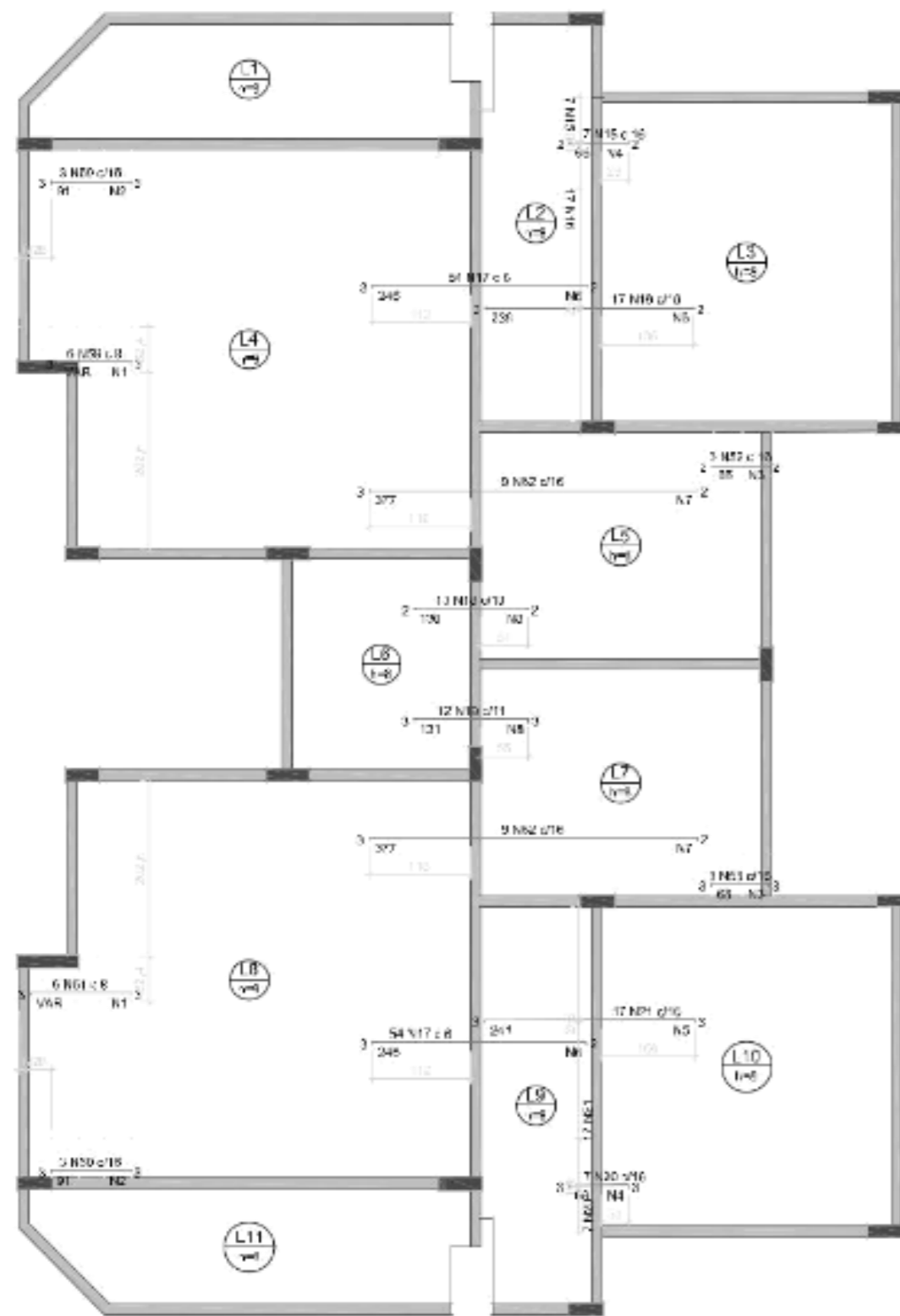
Aluno: Sofia Ramalho Lehmkuhl

Orientador: Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD

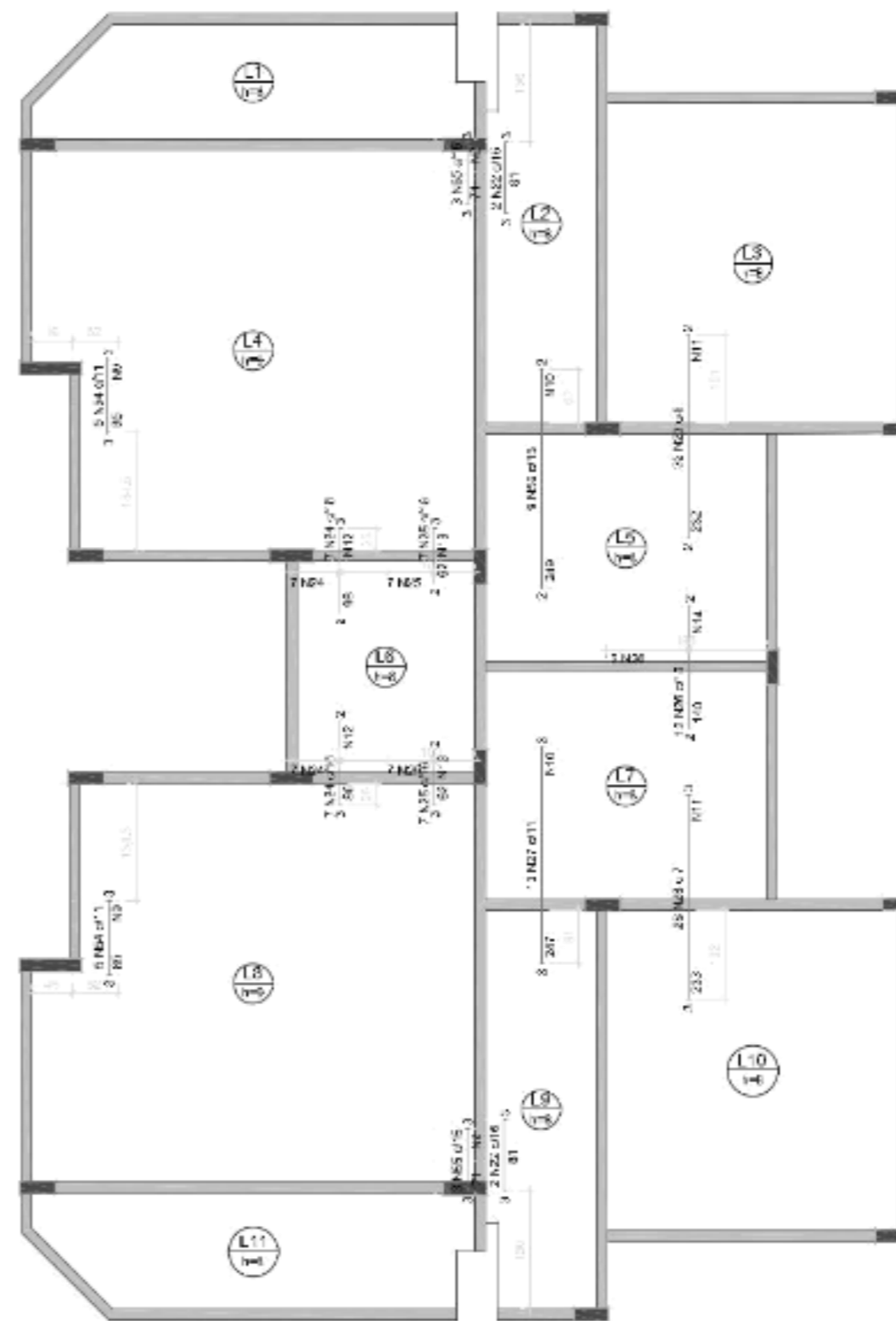
Centro Acadêmico: Departamento de Engenharia Civil

Página

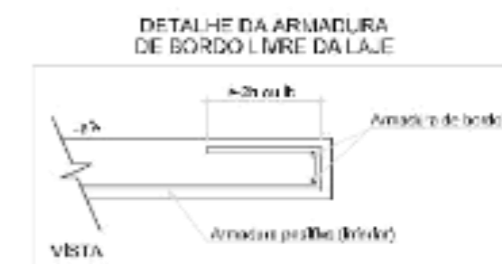
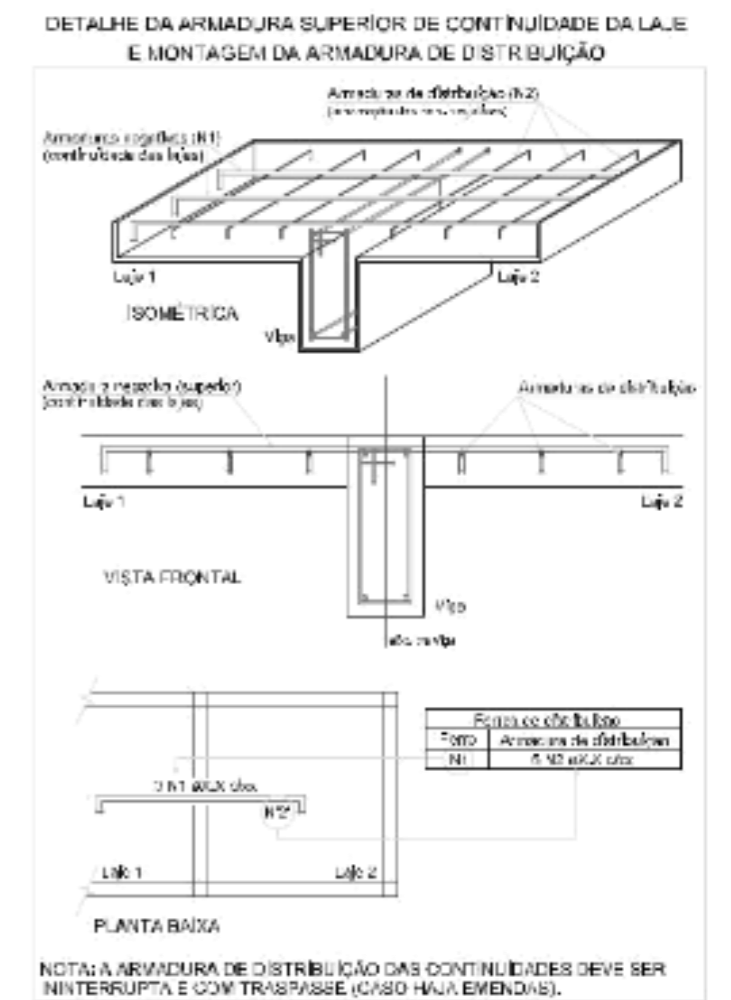
01



Armação negativa das lajes do pavimento Tipo 1 (Eixo X)
escala: 1/25



Armação negativa das lajes do pavimento Tipo 1 (Eixo Y)
escala: 1/25



TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO: Detalhamento das Armaduras das Lajes - Eberick

ALUNO: Sofia Ramlow Lehmkuhl

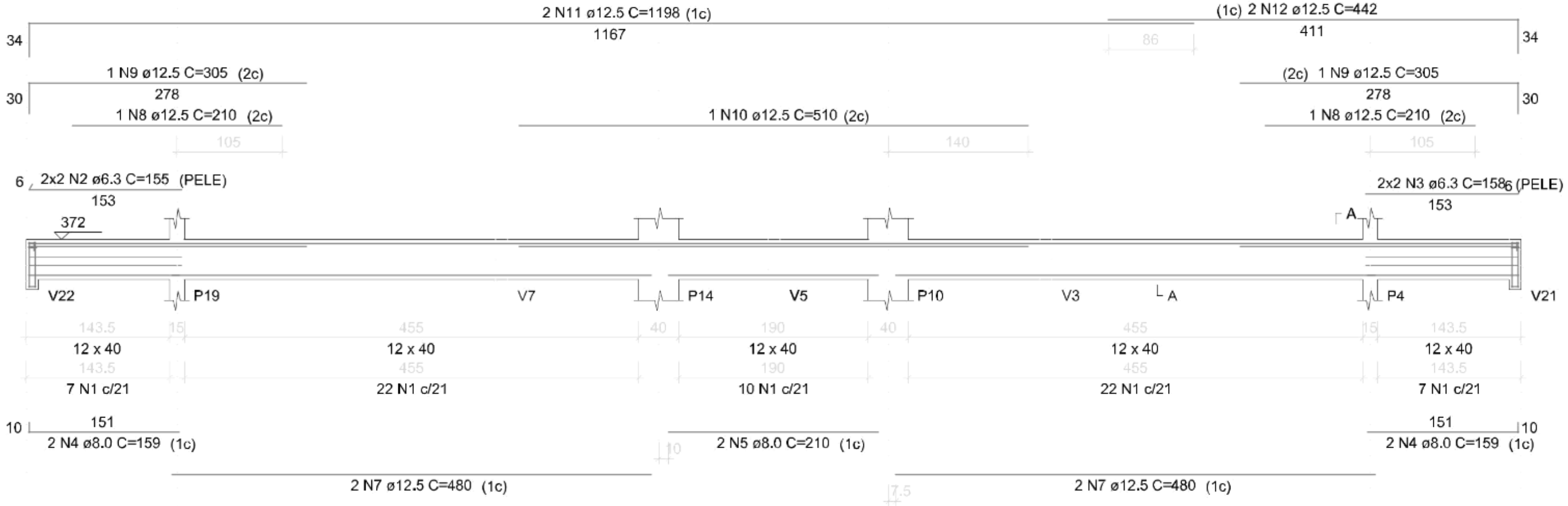
ORIENTADOR: Roberto Carlos de Andrade Pinto, PhD

CENTRO DE REFERÊNCIA: Departamento de Engenharia Civil

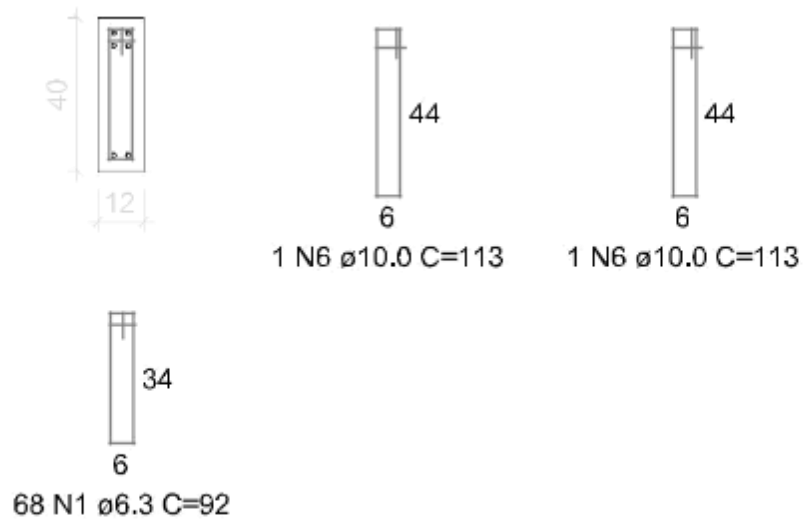
PG. 146

02

Tipo 1
V15
 ESC 1:50



SEÇÃO A-A ESC 1:25 **SUSPENSÃO V22** ESC 1:25 **SUSPENSÃO V21** ESC 1:25



TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TÍTULO: Detalhamento da viga V15 - Eberlck

ALUNA: Sofia Ramlow Lehmkuhl

ORIENTADOR: Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD

CENTRO TECNOLÓGICO: Departamento de Engenharia Civil

FOLHA:

01

DATA: Novembro de 2018

ESCALA: 1:50