

Kauan Dalfovo Marquez

**CONVERSÃO DE FASES EM ESTRELAS COMPACTAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Física para a obtenção do Grau de Mestre.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Débora Peres Menezes, D.Phil.

Florianópolis

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Marquez, Kauan Dalfovo  
Conversão de fases em estrelas compactas / Kauan  
Dalfovo Marquez ; orientadora, Débora Peres  
Menezes, 2018.  
158 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de  
Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e  
Matemáticas, Programa de Pós-Graduação em Física,  
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Física. 2. Astrofísica nuclear. 3. Transições de  
fase. 4. Modelos efetivos relativísticos. 5.  
Nucleação. I. Menezes, Débora Peres. II.  
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de  
Pós-Graduação em Física. III. Título.

Kauan Dalfovo Marquez

## CONVERSÃO DE FASES EM ESTRELAS COMPACTAS

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Física.

Florianópolis, 19 de fevereiro 2018.

---

Prof. Dr. Ivan Helmuth Bechtold  
Coordenador  
Universidade Federal de Santa Catarina

### **Banca Examinadora:**

---

Prof.<sup>a</sup> Débora Peres Menezes, D.Phil.  
Orientadora

---

Prof. Dr. Celso de Camargo Barros Junior  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Luiz Laercio Lopes  
Centro Federal de Educação Tecnológica - MG



*Para minha mãe, por tudo.*



## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Sionara e Jair, que sempre me deram muito mais do que eu seria capaz de pedir. Eu sequer poderia tentar sem que eles me emprestassem seus braços, pernas e colo;

À minha irmã, Júlia, uma pessoa tão fantástica que instiga a vontade de me tornar melhor apenas por estar do meu lado;

À professora Débora, que com dedicação tanto me ensinou. Além de orientadora, se mostrou uma amiga e um exemplo a ser seguido;

À todos que contribuíram com minha formação como pessoa ou como cientista, sejam professores, familiares, amigos ou como alguém que acreditou em mim;

À coordenação e aos demais servidores do PPGFSC, por terem me acolhido com carinho;

À toda a sociedade brasileira, pelo suporte financeiro fornecido através da Capes;

Obrigado, espero que todos continuem presentes nos desafios que estão por vir.



Poets say science takes away from the beauty of the stars – mere globs of gas atoms. I too can see the stars on a desert night, and feel them. But do I see less or more? The vastness of the heavens stretches my imagination – stuck on this carousel my little eye can catch one-million-year-old light. A vast pattern – of which I am a part. What is the pattern, or the meaning, or the why? It does not do harm to the mystery to know a little about it.

(Richard P. Feynman)



## RESUMO

No presente trabalho, modelos efetivos relativísticos são empregados na descrição de *pulsares* como estrelas de hádrons ou de quarks desconfina-dos, tomando respectivamente o modelo de Walecka não-linear e o mo-delo de sacola do MIT com parametrizações que respeitem restrições em-píricas e que estejam de acordo com a janela para a qual a hipótese de Bodmer-Witten da estabilidade da matéria estranha é satisfeita. As equa-ções de estado obtidas são então aplicadas de maneira adequada à descri-ção de estrelas compactas. A partir destas, são determinados os critérios para que a conversão de estrelas hadrônicas e estranhas seja permitida através da aplicação do formalismo de Lifshitz-Kagan à nucleação quân-tica. Os resultados sugerem que as estrelas hadrônicas são metaestáveis em relação ao decaimento em estrelas estranhas ou em buracos negros para massas gravitacionais superiores a um certo limiar, desde que os mo-delos empregados sejam tais que a condição de coexistência de fases seja satisfeita. As meias-vidas das estrelas metaestáveis são calculadas e empre-gadas na redefinição do conceito de massa máxima de estrelas compactas através da pressão crítica da nucleação. A hipótese de surtos de raios- $\gamma$  como manifestações da energia liberada na conversão de uma estrela ha-drônica metaestável em uma estrela estranha também é verificada.

**Palavras-chave:** Estrelas compactas. Matéria densa. Modelos efetivos. Transições de fase. Nucleação.



## ABSTRACT

In the present work, effective relativistic models are applied to describe pulsars as both hadronic and deconfined quark stars, respectively taking the nonlinear Walecka model and the MIT bag model with parametrizations that observe empirical constraints and which are inside the window where Bodmer-Witten hypothesis of the stability of strange matter is fulfilled. The obtained state equations are then properly employed to the description of compact stars. From these, it is determined the criteria for the conversion between hadronic and strange stars by the application of the formalism of Lifshitz-Kagan to quantum nucleation. The results suggest that hadronic stars are metastable to decay in strange stars or black holes for gravitational masses above a certain threshold, provided that the models employed are such that the condition of phase coexistence is satisfied. The half-lives of the metastable stars are calculated and used in the redefinition of the concept of maximum mass of compact stars through the critical pressure of nucleation. The hypothesis of  $\gamma$ -ray bursts as manifestations of the energy released in the conversion of a metastable hadronic star into a strange star is also verified.

**Keywords:** Compact stars. Dense matter. Effective models. Phase transitions. Nucleation.



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	17
1.1	PERSPECTIVA HISTÓRICA	17
1.2	DINÂMICA DE PARTÍCULAS ELEMENTARES	24
<b>1.2.1</b>	<b>Eletrodinâmica Quântica</b>	27
<b>1.2.2</b>	<b>Cromodinâmica Quântica</b>	29
1.2.2.1	Modelos efetivos e diagrama de fases da QCD	33
1.3	OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO	35
<b>2</b>	<b>MATÉRIA HADRÔNICA</b>	37
2.1	MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR	39
<b>2.1.1</b>	<b>Aproximação de campo-médio relativística</b>	42
2.2	MATÉRIA HADRÔNICA EM ESTRELAS DE NÊUTRONS	48
<b>2.2.1</b>	<b>Híperons</b>	49
<b>2.2.2</b>	<b>Baixas densidades</b>	51
2.3	RESTRICÇÕES EXPERIMENTAIS E OBSERVACIONAIS	52
<b>3</b>	<b>MATÉRIA DE QUARKS</b>	55
3.1	MODELO DE SACOLA DO MIT	56
<b>3.1.1</b>	<b>Equação de estado para matéria estranha</b>	60
<b>3.1.2</b>	<b>Janela de estabilidade</b>	61
<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO DE ESTRELAS COMPACTAS</b>	65
4.1	CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO	65
<b>4.1.1</b>	<b>Neutralidade de carga</b>	66
<b>4.1.2</b>	<b>Equilíbrio químico</b>	67
4.2	EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF	68
4.3	RESULTADOS	72
<b>5</b>	<b>DINÂMICA DAS TRANSIÇÕES DE FASE</b>	77
5.1	TRANSIÇÃO DE FASE DE PRIMEIRA ORDEM	78
5.2	NUCLEAÇÃO	82
<b>5.2.1</b>	<b>Teoria de Lifshitz-Kagan</b>	86
5.3	RESULTADOS	89
<b>6</b>	<b>CONSEQUÊNCIAS ASTROFÍSICAS</b>	97
6.1	SURTOS DE RAIOS- $\gamma$	97
6.2	EVOLUÇÃO FINAL DE ESTRELAS MASSIVAS	101
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	107
	<b>REFERÊNCIAS</b>	109
	<b>APÊNDICE A – Termodinâmica dos gases de Fermi</b>	123
	<b>APÊNDICE B – Parametrizações do modelo NLWM</b>	131
	<b>APÊNDICE C – Publicação</b>	137



## 1 INTRODUÇÃO

Estrelas compactas, como anãs brancas, estrelas de nêutrons ou as hipotéticas estrelas estranhas, constituem um dos mais importantes objetos de estudo para a astrofísica, sem contudo ter sua importância restrita à esta área. A predição da existência de Sirius B em 1844, por Friedrich Wilhelm Bessel, sua primeira observação em 1862, por Alvan Graham Clark Jr. e a constatação de sua altíssima densidade, possuindo uma massa equivalente a do Sol comprimida em um raio de apenas 18000 *km*, em 1914, por Walter Sydney Adams, prenunciaram este que um rico campo de estudos para a física do século XX e, ao que tudo indica, também do século XXI.

Os remanescentes estelares, como são chamadas as estrelas compactas em conjunto com buracos negros, são o estágio final da evolução das estrelas. O estudo destes objetos se situa na intersecção da mecânica quântica, relatividade geral e termodinâmica, grandes pilares conceituais da física contemporânea. Por isso, os métodos utilizados nessa investigação e os resultados obtidos são de ampla aplicabilidade nos mais diversos campos da física. Por exemplo, as condições extremas de densidade, campo magnético, temperatura e pressão encontradas no interior ou nas imediações desses objetos servem como um 'laboratório natural' para teorias que exigem parâmetros em escalas irreprodutíveis nos laboratórios humanos, beneficiando principalmente a física nuclear e de hádrons, astrofísica e cosmologia (WEBER et al., 2007). Ainda, sabe-se que essa classe de objetos está envolvida em eventos cósmicos de grande magnitude e importância, como nas espetaculares supernovas, nas recém-confirmadas ondas gravitacionais, ou (supostamente) nos energéticos surtos de raios- $\gamma$ , de modo que o interesse no estudo de estrelas compactas está longe de ser esgotado.

### 1.1 PERSPECTIVA HISTÓRICA

Pode-se afirmar que a investigação teórica em estrelas compactas foi iniciada em sua forma moderna com o estudo das anãs brancas por Chandrasekhar (1931) e Landau (1932). O principal resultado destes estudos foi a dedução do limite que leva o nome do primeiro, e que representa a massa máxima de um objeto para que o colapso gravitacional seja evitado pela pressão de degeneração dos elétrons. Esse resultado foi obtido por argumentos da mecânica estatística, e é usualmente apresentado

em livros do tema. Em Greiner, Neise e Stöcker (1995) pode-se encontrar uma dedução similar à original. Inicialmente, o valor encontrado para o limite de Chandrasekhar foi de  $0.91 M_{\odot}$  (onde  $M_{\odot} = 2 \times 10^{30}$  kg representa unidades de massa solar), mas logo revisou-se para o valor atualmente aceito de cerca de  $1.4 M_{\odot}$ , dependendo de algumas características da matéria considerada, como taxa de ionização, rotação ou magnetização (CHANDRASEKHAR, 1983). Ainda em Landau (1932), estrelas constituídas de matéria degenerada com massas superiores à este limite são discutidas, culminando na proposta da existência de estrelas densas ‘similares à núcleos atômicos gigantes’. Isso pode ser considerado como uma previsão teórica precoce da existência de de estrelas de nêutrons, antes mesmo da observação da existência do nêutron em si<sup>1</sup>. Logo em seguida, já depois da descoberta do nêutron por James Chadwick, o trabalho de Baade e Zwicky (1934) propôs que objetos similares às anãs brancas poderiam surgir como subproduto de explosões de supernova, e que então sua densidade poderia superar a do núcleo atômico<sup>2</sup>. O nêutron havia sido descoberto como constituinte do núcleo atômico dois anos antes, de modo que este tipo de objeto passou a ser chamado de “estrelas de nêutrons”.

Um avanço significativo na compreensão deste tipo de objeto foi a obtenção da equação relativística para o equilíbrio hidrostático à partir das equações da relatividade geral de Einstein, resultado publicado simultaneamente por Tolman (1939) e Oppenheimer e Volkoff (1939). Já era patente à época que, ao contrário das anãs brancas, onde cabia o uso da gravitação newtoniana, nas estrelas de nêutrons seria necessário levar em conta os efeitos da gravitação relativística, que surgiriam devido às altíssimas densidades envolvidas nesse tipo de objeto. Enquanto Tolman (1939) dá uma abordagem mais formal, voltada à solução analítica das equações de Einstein, o trabalho de Oppenheimer e Volkoff (1939) se preocupa com a solução da equação relativística para o equilíbrio hidrostático, apresentando a abordagem ‘física’ ainda hoje usual para a solução desta, além de trazer a primeira aplicação deste método em estrelas de nêutrons. A saber, este procedimento toma a equação do equilíbrio hidrostático em conjunto com uma equação de estado (EoS, de *Equation of State*) para a matéria que constitui o objeto, uma relação entre pressão e densidade conhecida

---

<sup>1</sup>Para uma discussão historiográfica mais completa sobre o papel de Landau no desenvolvimento inicial do conceito de estrelas de nêutrons, vide Yakovlev et al. (2013).

<sup>2</sup>Nas palavras dos autores: “*With all reserve we advance the view that a super-nova represents the transition of an ordinary star into a neutron star, consisting mainly of neutrons. Such a star may possess a very small radius and an extremely high density. As neutrons can be packed much more closely than ordinary nuclei and electrons, the ‘gravitational packing’ energy in a cold neutron star may become very large, and, under certain circumstances, may far exceed the ordinary nuclear packing fractions*” (BAADE; ZWICKY, 1934, p. 263).

*a priori*, de modo a permitir sua solução numérica (SEMIZ, 2016). Contudo, na aplicação em matéria estelar, os autores obtiveram como resultado uma massa máxima de  $0.71 M_{\odot}$ . Mesmo que à época não houvesse quaisquer indícios observacionais de estrelas de nêutrons ou medições de suas massas, este valor conflitava com o limite de Chandrasekhar. Assim, dificultava-se a explicação quanto ao fenômeno que permitiria o surgimento destes objetos, uma vez que a pressão de degenerescência dos elétrons deveria ser superada nesse processo, algo que apenas ocorreria para massas maiores que  $1.4 M_{\odot}$ . A origem desta inconsistência está na simplicidade da EoS utilizada, que consistia na equação de estado para um gás de Fermi livre, em que os nêutrons não interagem entre si. Embora admitindo que a presença de uma interação repulsiva pudesse contribuir para a elevação dessa massa limite, os autores insistiram, incorretamente, que o resultado obtido por eles estava próximo do verdadeiro<sup>3</sup>.

Resultados posteriores estabeleceram que a massa máxima de um objeto para que o colapso gravitacional seja evitado pela pressão de degeneração dos nêutrons, o chamado de limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV), está situada entre  $1.5$  e  $3 M_{\odot}$  (RHOADES Jr.; RUFFINI, 1974). Objetos compactos com massa superior a este limite seriam todos, invariavelmente, buracos negros. Há ainda uma incerteza dentro de um intervalo bastante grande para o valor dessa massa máxima porque seu cálculo depende sensivelmente das propriedades da EoS da matéria de nêutrons que, por sua vez, esbarra na falta de modelos perfeitamente ajustados para a matéria densa. Porém, como será tratado adiante, dados observacionais elevam o limite inferior deste intervalo, fornecendo assim um importante critério de avaliação dos modelos usados na obtenção das EoS.

As investigações teóricas em estrelas compactas foram ao encontro de avanços importantes da astrofísica nuclear que ocorreram em meados do século XX, como o trabalho inaugural de Burbidge et al. (1957)<sup>4</sup>, que serviu de base para o entendimento dos processos de fusão termonuclear e nucleossíntese em estrelas massivas, da sua evolução e de seu posterior colapso. Este período também viu a busca por um entendimento mais fundamental sobre a interação nuclear, a construção e refinamento de mode-

---

<sup>3</sup>Nas palavras dos autores: “*the relatively weak attractive forces which are known to act between neutrons will facilitate, and not prevent, the collapse of the core. If, however, under extreme compression, phenomena occurred which have the effect, i.e., of raising the pressure for a given density above the value given by the Fermi equation of state, this could tend to prevent the collapse.*”

*Such repulsive forces, even if they exist, will hardly make possible static solutions for arbitrarily large amounts of matter [...]. It seems likely that our limit of  $\sim 0.7 \odot$  is near the truth” (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939, p. 380–381).*

<sup>4</sup>Artigo conhecido na comunidade da área por  $B^2FH$ , acrônimo para o sobrenome dos autores Geoffrey R. Burbidge, Margaret Burbidge, Willian Fowler e Fred Hoyle.

los que levassem à EoS mais verossímeis para a matéria de hádrons, e a proposta da presença de híperons e outras classes de partículas no interior destas estrelas (GLENDEENING, 2000; ALLOY, 2012). Portanto, ao fim da década de 1950, a existência de estrelas de nêutrons e sua posição no processo evolutivo de estrelas massivas estavam suficientemente bem estabelecidas no panorama teórico, carecendo apenas de uma confirmação observacional.

A primeira possibilidade aventada para a localização de estrelas de nêutrons foi a detecção de emissões de radiação ou de partículas durante seu processo de resfriamento pós-supernova. Logo constatou-se que a emissão de neutrinos, advindos do interior das estrelas de nêutrons, desempenharia um papel extremamente relevante nos momentos iniciais da formação deste tipo de objeto, superando em muito o peso da radiação térmica superficial neste período.

O processo Urca<sup>5</sup> foi proposto por Gamow e Schenberg (1940, 1941) com o intuito de explicar, através de um ciclo de reações nucleares, a rápida perda de energia teoricamente observada durante o colapso da matéria ordinária em matéria hadrônica degenerada, e que acarretaria no resfriamento inicial de uma estrela de nêutron após sua formação. O decaimento  $\beta$  direto consiste em um nêutron  $n$  que decai em um próton  $p$ , um elétron  $e^-$  (chamado historicamente de partícula  $\beta^-$ ) e um antineutrino do elétron  $\bar{\nu}_e$ ,

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (1.1)$$

ou em um próton que decai em um nêutron, um pósitron  $e^+$  (por sua vez, nomeado de partícula  $\beta^+$ ) e um neutrino do elétron  $\nu_e$ ,

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad (1.2)$$

respectivamente conhecidos como decaimento  $\beta^-$  e  $\beta^+$ . Na captura eletrônica, também chamada de decaimento  $\beta$  inverso, ocorre a combinação de um próton com um elétron e a produção de um nêutron e um neutrino do elétron,

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e. \quad (1.3)$$

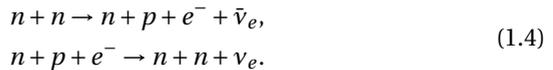
Estas reações nucleares podem ser generalizadas, substituindo-se os nu-

---

<sup>5</sup>O nome, de acordo com uma anedota popular, é devido à visita de Mario Schenberg e George Gamow ao famoso Cassino da Urca, no Rio de Janeiro, em que o segundo teria dito que “a energia está sendo perdida no centro das supernovas com quase a mesma rapidez com que o dinheiro é perdido nestas mesas!”. Além disso, há o fato de *urca* ser um falso cognato entre a palavra do tupi-guarani para “barco pequeno”, utilizado como topônimo devido ao formato da praia onde se localizava o cassino, e a do dialeto russo falado por Gamow para “ladroão, batedor de carteira”. Ainda, há o retroacônimo *Ultra Rapid Catastrophy*, remetendo à supernova.

cleons  $p$  e  $n$  por outros bárions,  $e^\pm$  por outro lépton e seu respectivo neutrino/antineutrino. Posto isto, o processo Urca consiste em um ciclo de decaimentos  $\beta$  diretos e inversos, em que a energia (térmica, gravitacional, etc.) consumida pela reação escapa da estrela na forma dos neutrinos e antineutrinos, produzidos em grande quantidade. Como são pouquíssimo interagentes, a energia é transportada de maneira mais eficiente na forma destas partículas leves do que seria através de fótons, de modo que as estrelas de nêutrons resfriam muito mais rapidamente do que até então se esperava nos momentos iniciais após sua formação. O processo Urca é suprimido após um tempo pela degenerescência da matéria de hádrons, através do chamado equilíbrio  $\beta$ , que será abordado mais adiante.

Desta maneira, Chiu e Stabler (1961) conseguiram obter uma primeira estimativa para o tempo de resfriamento de estrelas de nêutrons, e Chiu (1964) estimou a emissividade de neutrinos neste fenômeno através do estudo do processo Urca modificado proposto,



A possibilidade da emissão térmica de raios X, de origem relacionada a este tipo de reação, também foi provada teoricamente por Chiu e Salpeter (1964). Logo, havia diversas propostas para a detecção de estrelas de nêutrons, seja pela detecção de neutrinos emitidos pelo processo Urca ou pela observação de fótons térmicos em várias faixas do espectro eletromagnético (ALLOY, 2012).

A inesperada descoberta dos primeiros *pulsares* se deu em 1967, por Jocelyn Bell e Antony Hewish, então estudante de pós-graduação e orientador, respectivamente (HEWISH et al., 1968). Os pulsos de rádio percebidos por Bell duravam 0.04 s e se repetiam a cada precisos 1.3373012 s (ARZUMANIAN et al., 1994). A falta de um fenômeno natural conhecido que produzisse sinais de rádio tão uniformes em sua frequência levou os pesquisadores a cogitarem uma origem artificial num primeiro momento, inclusive aventando que haviam interceptado alguma forma de comunicação alienígena (tanto que o sinal foi nomeado LGM-1, de *Little Green Men*, 'homenzinhos verdes'). A subsequente observação de sinais de *pulsar* em outras regiões do céu derrubou essa hipótese de trabalho, e foi proposto que os sinais captados poderiam ser originados em estrelas compactas<sup>6</sup>. A descoberta dos *pulsares* foi o primeiro indício observacional de estrelas de

---

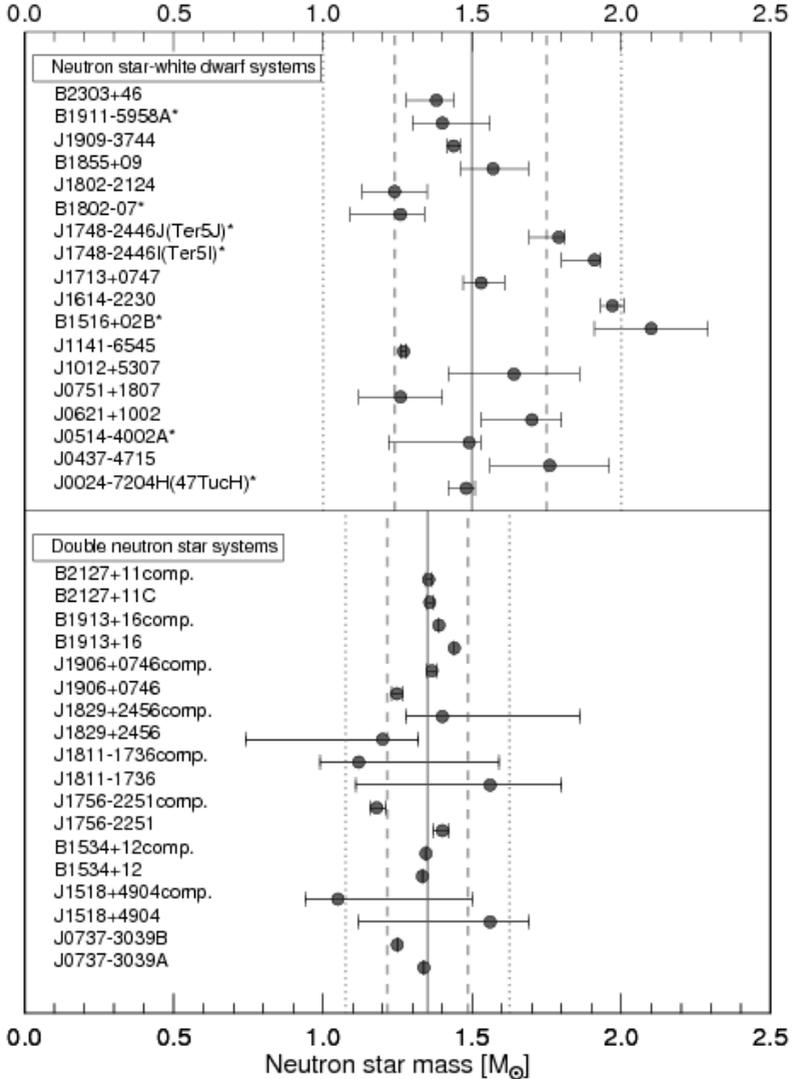
<sup>6</sup>Nas palavras dos autores, já no *abstract* do trabalho: “*The radiation seems to come from local objects within the galaxy, and may be associated with oscillations of white dwarf or neutron stars*” (HEWISH et al., 1968, p. 709).

nêutrons, o que elevou a relevância da descoberta para muito além da radioastronomia, sendo tida atualmente como um dos maiores avanços do século XX na compreensão do Universo. Seguindo as orientações de Bell (que não foi laureada em conjunto com seu professor no Nobel de Física de 1974, em uma decisão que gerou muita polêmica e amplas discussões na comunidade científica), foram descobertos muitos outros *pulsares* nos anos seguintes. Hoje este número supera dois milhares, apresentando-se dispersos em um amplo intervalo de frequências e emitindo várias bandas do espectro eletromagnético. Pôde-se estabelecer, agora observacionalmente, que os *pulsares* (e, por superposição, as estrelas de nêutrons) são objetos extremamente densos, superando em até uma ordem de grandeza a densidade de saturação nuclear, de modo que apresentam massas gravitacionais entre 1.4 e 2.2  $M_{\odot}$  e raios de 10 a 12  $km$ . A Figura 1 apresenta alguns valores observacionais para massas *pulsares*.

Paralelamente, na década de 1960 a hipótese de estrelas compactas constituídas de outros tipos de matéria além da hadrônica passou a ser considerada. Da mesma forma que a descoberta do nêutron em 1932 por Chadwick foi seguida quase que imediatamente pela proposta da existência de objetos astronômicos constituídos de matéria de nêutrons, Ivanenko e Kurdgelaidze (1965, 1969) propuseram a existência de estrelas compactas constituídas de quarks, que haviam sido recém-propostos como partículas fundamentais por Murray Gell-Mann e George Zweig, independentemente, em 1964 (GRIFFITHS, 2008). Embora a existência deste tipo de objeto ainda careça de confirmação observacional, esta hipótese se mostrou um interessante tema de investigação teórica. As chamadas “estrelas estranhas” são formadas na sua totalidade por matéria em que os quarks se encontram desconfinados, e as “estrelas híbridas” apresentam uma fase hadrônica em densidades mais baixas e uma fase de quarks livres na região do núcleo estelar. Assim sendo, considera-se fortemente a possibilidade de que alguns *pulsares* sejam, na realidade, estrelas compactas constituídas por certa porção de matéria de quarks desconfinados.

Portanto, como buscou-se expor brevemente nesta seção, o estabelecimento do campo de estudos em estrelas compactas, que se deu entre as décadas de 1930 e 1960, esteve profundamente relacionado com os significativos avanços da física teórica e experimental do período. Os trabalhos iniciais na área seguem relevantes até hoje e seus métodos e resultados ressoam nos atuais. Longe de encontrar-se esgotado, este campo ainda suscita um imenso número de questionamentos e apresenta um programa de pesquisa que vai ao encontro de pontos nevrálgicos da física contemporânea.

Figura 1 – Massas gravitacionais medidas de alguns *rádior-pulsares*, extraído de Kiziltan et al. (2013). As linhas sólida, tracejadas e pontilhadas representam, respectivamente, a estimativa para o pico, o intervalo de 68% e o de 95% da distribuição de massa inferida pelos autores.



## 1.2 DINÂMICA DE PARTÍCULAS ELEMENTARES

A física atual consegue reduzir todos os fenômenos físicos conhecidos a quatro formas de interação, ou “forças fundamentais”. O estudo destas interações resulta no conhecido Modelo Padrão da física de partículas, que aborda três das quatro forças fundamentais no contexto da Teoria Quântica de Campos (TQC). Estas forças são apresentadas na Tabela 1, em ordem decrescente de intensidade<sup>7</sup>, relativamente à força forte.

Tabela 1 – Forças fundamentais da natureza, TQC que as descrevem e suas respectivas partículas mediadoras. A intensidade é tomada relativamente à da força forte e o alcance representa a distância típica em que a interação é relevante. Adaptado de Griffiths (2008) e Menezes (2002).

FORÇA	TEORIA	MEDIADOR	INTENSIDADE	ALCANCE ( $m$ )
Forte	Cromodinâmica	Glúon	1	$10^{-15}$
Eletromagnética	Eletrodinâmica	Fóton	$\frac{1}{137}$	$\infty$
Fraca	Teoria GWS <sup>8</sup>	W e Z	$10^{-20}$	$10^{-18}$
Gravitacional	–	“Gráviton”	$10^{-39}$	$\infty$

A força gravitacional, que atua entre partículas com massa, foi a primeira a ser explicada, no contexto da física clássica, pela teoria da gravitação universal de Newton. Embora generalizada na forma da relatividade geral de Einstein, ainda não há uma teoria quântica da gravidade, apesar do imenso esforço por parte dos físicos teóricos na sua construção e por parte dos experimentais na detecção dos grávitons, nome dado à suas hipotéticas partículas mediadoras. Já a força eletromagnética, que é a interação vinculada à partículas carregadas, correntes, radiações eletromagnéticas e momentos de dipolo magnético, também possui uma formulação clássica, dada por Maxwell na segunda metade do século XIX, que se mostrou *a priori* consistente com a relatividade restrita<sup>9</sup>. A versão quântica

<sup>7</sup>Esse é um parâmetro complexo de avaliar, pois carece de uma definição precisa e depende sensivelmente da forma em que foi mensurado. Por isso, deve-se evitar uma interpretação literal destes valores.

<sup>8</sup>De Glashow-Weinberg-Salam, também chamada de Flavordinâmica. Em termos rigorosos, a Teoria GWS trata as forças fraca e eletromagnética como manifestações de uma única força mais elementar, chamada de “eletrofraca”, de modo que existiriam apenas três interações fundamentais. Contudo, estas duas forças apresentam-se de maneiras muito distintas na maior parte dos fenômenos físicos, o que justifica a tendência da literatura em apresentá-las separadas (GRIFFITHS, 2008).

<sup>9</sup>Na verdade, como salienta Griffiths (2008), o fato das Equações de Maxwell serem invariantes frente às transformações de Lorentz (e não às de Galileu, como era a mecânica newtoniana) foi a principal motivação de Einstein para a formulação da mecânica relativística.

do eletromagnetismo foi formulada por Feynman, Schwinger e Tomonaga na década de 1940<sup>10</sup>, e é chamada de Eletrodinâmica Quântica (QED, de *Quantum Electrodynamics*). Por sua vez, a força forte foi proposta como a força que asseguraria a coesão do núcleo atômico, atraindo prótons e nêutrons de maneira a contrabalancear a repulsão elétrica entre os prótons, fato ao qual se deve a nomenclatura “força nuclear forte”. Contudo, com a constatação de que os quarks são as verdadeiras partículas elementares da teoria, mostrou-se que o caráter da interação entre estes, mediada por glúons, é de caráter muito mais fundamental. Finalmente, a força fraca desempenha um papel central nos processos radioativos, como o decaimento  $\beta$  e na interação dos neutrinos com a matéria. A QED e a teoria quântica que descreve a força forte serão abordados mais detalhadamente adiante nesta seção.

Antes de explorar as TQC, é necessário apresentar algumas definições e discussões importantes. As partículas elementares podem ser classificadas quanto ao spin como “férmions”, que possuem spin semi-inteiro, ou “bósons”, que possuem spin inteiro. O fato de apenas o primeiro tipo obedecer ao princípio de exclusão de Pauli, que enuncia a impossibilidade de dois férmions idênticos ocuparem o mesmo estado quântico simultaneamente, tem importantes implicações no tratamento destas duas classes de partículas. Os férmions, como os elétrons, quarks, neutrinos, bárions (e.g., prótons, nêutrons e híperons) e suas respectivas antipartículas, obedecem à “estatística de Fermi-Dirac”, de modo que o número de ocupação médio do  $i$ -ésimo estado de energia,  $\langle n_i \rangle$ , é dado por

$$\langle n_i \rangle = \frac{\lambda_i}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} + 1}, \quad (1.5)$$

onde  $\lambda_i$  é a degenerescência do estado  $i$ ,  $\epsilon_i$  é a energia deste estado,  $\mu$  é o potencial químico do sistema e  $\beta = \frac{1}{k_B T}$ , com  $T$  sendo a temperatura absoluta e  $k_B$  é a constante de Boltzmann<sup>11</sup>. Analogamente, os bósons, como o fóton, o glúon, as demais partículas mediadoras supracitadas, o famoso

<sup>10</sup>Vide Feynman (1965), Schwinger (1965) e Tomonaga (1966).

<sup>11</sup>Na manipulação de expressões, convencionou-se neste trabalho o uso do Sistema de Unidades Naturais, que adota  $G = c = \hbar = 1$ , onde  $G$  é a constante de gravitação universal,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $\hbar$  é a constante reduzida de Planck. Quando conveniente, os resultados numéricos serão apresentados em unidades do Sistema Internacional ou do sistema CGS. Abaixo, segue uma tabela de conversão das unidades básicas entre SI e SUN:

GRANDEZA	SI	SUN	FATOR SI—SUN
Distância	$m$	$m$	1
Tempo	$s$	$m$	$c$
Massa	$kg$	$m^{-1}$	$c/h$

bóson de Higgs e os mésons (e.g., píons e káons), obedecem à estatística de Bose-Einstein,

$$\langle n_i \rangle = \frac{\lambda_i}{e^{\beta(\epsilon_i - \mu)} - 1}. \quad (1.6)$$

Partículas de spin  $1/2$  são de especial interesse, pois a descrição do comportamento do elétron, que é um férmion deste tipo, foi um dos problemas motivadores do surgimento da mecânica quântica (e um de seus grandes sucessos). A primeira abordagem do problema se deu através da mecânica ondulatória de Schrödinger, que não era consistente com a relatividade restrita. Paul A. M. Dirac obteve, em 1928, a equação de onda relativística para o movimento de uma partícula de spin  $1/2$ , que leva o seu nome,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0, \quad (1.7)$$

onde  $\gamma^\mu$  são as chamadas matrizes *gama* ou de Dirac e  $m$  é a massa da partícula representada pelo espinor  $\psi(\vec{r}, t)$ . As técnicas matemáticas para a solução da Equação de Dirac fogem do escopo deste trabalho, mas alguns resultados qualitativos interessantes podem ser destacados. Da sua solução emerge naturalmente o conceito de antipartícula, além de permitir a dedução de informações sobre o spin, algo que precisava ser postulado *ad hoc* na teoria de Schrödinger. Por sua vez, bósons de spin 0 são descritos pela equação de movimento

$$(\square + m^2)\psi = 0, \quad (1.8)$$

conhecida como Equação de Klein-Gordon, onde  $\square = \partial^\mu \partial_\mu$  é o chamado operador d'alembertiano e, novamente,  $m$  é a massa da partícula representada pela função de onda  $\psi(\vec{r}, t)$ .

O procedimento geral do estudo das TQC tem início com a construção de uma “densidade lagrangiana”  $\mathcal{L}$  (chamada apenas de lagrangiana, por simplicidade). Em oposição à abordagem da mecânica analítica, em que a lagrangiana  $L = T - V$  é derivada *ab initio* do problema, na TQC ela é construída com base na invariância de calibre (também chamada invariância de *gauge*) dos campos envolvidos ou proposta de modo a emular algum comportamento desejado na interação dos campos e partículas entre si.  $\mathcal{L}$  é função dos  $j$  campos  $\phi_j(\vec{r}, t)$  e de suas respectivas derivadas  $\partial_\mu \phi_j(\vec{r}, t)$ . As equações de movimento para os  $j$  campos serão obtidas através da operação da lagrangiana nas Equações de Euler-Lagrange para campos,

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_j)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_j} = 0. \quad (1.9)$$

Por fim, através das equações de movimento derivadas, obtém-se toda a informação sobre a dinâmica do sistema em questão. Exige-se que a lagrangiana construída ou proposta seja um invariante de Lorentz, de modo que seja consistente com a relatividade restrita e, por conseguinte, que os campos fermiônicos e bosônicos satisfaçam as equações de Dirac (Eq. 1.7) e de Klein-Gordon (Eq. 1.8), respectivamente.

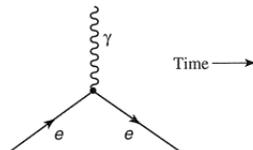
### 1.2.1 Eletrodinâmica Quântica

A QED foi a primeira teoria quântica de campos construída, e é de tal modo bem-sucedida em suas previsões que constitui o arquétipo das TQC construídas posteriormente, que são modeladas em seus termos de maneira intencional (GRIFFITHS, 2008). Toda a fenomenologia das interações eletromagnéticas está contida na lagrangiana da Eletrodinâmica Quântica,

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi - q\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.10)$$

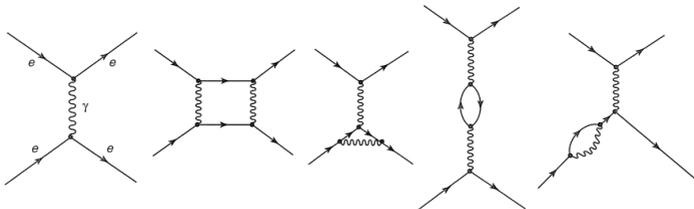
onde  $\psi$  e  $\bar{\psi}$  representam a partícula de carga  $q$  e massa  $m$  e sua antipartícula,  $A_\mu$  é o quadripotencial eletromagnético (também chamado de campo de calibre da teoria) e  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  é o tensor do campo eletromagnético. Essa densidade lagrangiana pode ser obtida à partir da equação de Dirac, exigindo-se desta a invariância de calibre local e adicionando os termos necessários para satisfazer esta condição. O primeiro termo da Eq. (1.10) recai na equação de Dirac e na sua adjunta, enquanto o segundo representa a interação partícula-fóton e o terceiro descreve a propagação do campo dos fótons. Juntos, os dois últimos termos contêm as equações de Maxwell (MENEZES, 2002; GRIFFITHS, 2008).

Figura 2 – Processo elementar dos diagramas de Feynman para a QED, retirado de Griffiths (2008). O tempo flui da esquerda para a direita, linhas sólidas representam férmions carregados (no caso, elétrons  $e$ ), sendo partículas (antipartículas) simbolizadas pelas setas apontadas para a direita (esquerda) e linhas onduladas representam fótons ( $\gamma$ ).



Devido à estrutura matemática da equação (1.10), surge uma representação muito útil dos processos da QED na forma dos “diagramas de Feynman”. Resumidamente<sup>12</sup>, entende-se que todos os processos eletrodinâmicos (espalhamento elétron-pósitron, aniquilação ou criação de pares, espalhamento Compton, etc.) podem ser representados à partir da combinação de dois ou mais elementos do tipo apresentado na Figura 2. Os diagramas de processos reais preservam a conservação de momento e energia apenas entre as linhas externas, que entram no diagrama pela esquerda e saem pela direita. Isso se deve ao fato das interações serem mediadas por partículas ditas “virtuais” em intervalos de tempo tão pequenos que o princípio da incerteza de Heisenberg para a energia assegura que nenhuma lei de conservação seja violada.

Figura 3 – Alguns diagramas de Feynman possíveis para o espalhamento Møller, adaptado de Griffiths (2008). O primeiro diagrama é a representação mais simples, com dois vértices, e os demais são possíveis diagramas com quatro vértices. Todos representam o mesmo fenômeno físico, em que duas partículas idênticas ‘entram’, interagem repulsivamente e ‘saem’.



Segundo as “regras de Feynman”, pode-se associar a um ‘valor’ (na verdade, uma expressão) a cada um dos diagramas que representam o fenômeno físico em questão. A correta descrição de um dado fenômeno seria, por fim, a soma dos valores de todos os (infinitos) diagramas que o representam, fato que certamente incapacitaria uma aplicação prática da QED. Contudo, por sorte, cada vértice de um diagrama multiplica um fator de  $\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx 1/137$  (chamado de “constante de estrutura fina”, onde  $e$  é a carga do elétron e  $\epsilon_0$  é constante de permissividade do vácuo) no valor associado a ele, o que diminui rapidamente a relevância da contribuição dos diagramas com mais vértices na descrição total do fenômeno (GRIFFITHS, 2008).

Decorre disto o fato da QED ser uma teoria compatível com a abordagem do método perturbativo, fornecendo graus sucessivos de acurácia

<sup>12</sup>A discussão deste tópico é feita à guisa de sustentar a argumentação pretendida na próxima subseção, de modo que não busca ser exaustiva nem demasiado formal.

na aproximação conforme se leve em conta as contribuições de diagramas com mais vértices. Embora, em geral, raramente seja necessário considerar diagramas com mais de quatro vértices para uma precisão de mais de seis ordens de grandeza, o tratamento de ordens superiores constituiu um dos primeiros entraves no desenvolvimento inicial da QED. Esta dificuldade devia-se ao aparecimento de *loops* (como no quarto e quinto diagramas da Fig. 3) que levava os valores a divergirem. Uma solução encontrada foi o método da “renormalização de infinitos”, que permitiu a ampla aplicação da QED e sua consagração em termos de predições e explicações teóricas (BJORKEN; DRELL, 1965; TORRES, 2016).

### 1.2.2 Cromodinâmica Quântica

Entende-se atualmente que a matéria é constituída por léptons (e.g., elétron, pósitron e neutrinos) e por quarks em um nível elementar. Os quarks estão sujeitos à todas as quatro forças fundamentais, pois possuem massa e carga elétrica, o que os submete às forças gravitacional e eletromagnética, apresentam “carga de cor”, que os sujeitam à força forte, e podem mudar de “sabor” em decaimentos, o que se explica através da força fraca. A Cromodinâmica Quântica (QCD, de *Quantum Chromodynamics*) é a TQC que explica a interação entre quarks através da força forte. Existem seis tipos, ou sabores, de quarks (denotados genericamente como  $q$ ), como apresentado na Tabela 2, e cada qual possui sua respectiva antipartícula ( $\bar{q}$ ). Além das características típicas das partículas quânticas ( $m$ , carga, spin, etc.), os quarks possuem carga de cor, que pode ser *vermelha*, *verde* ou *azul* ( $r$ ,  $g$  ou  $b$ , das iniciais em inglês), e os antiquarks possuem “anticores” (e.g., *antivermelha*, denotada  $\bar{r}$ ).

Tabela 2 – Cargas e massas de repouso dos seis sabores de quark “nus”, adaptado de Griffiths (2008). Há uma incerteza considerável nos valores das massas, que são apresentados arredondados à guisa de ilustração.

SABOR		CARGA ( $e$ )	MASSA ( $MeV$ )
<i>up</i>	( $u$ )	$+2/3$	2
<i>down</i>	( $d$ )	$-1/3$	5
<i>strange</i>	( $s$ )	$-1/3$	100
<i>charm</i>	( $c$ )	$+2/3$	1200
<i>bottom</i>	( $b$ )	$-1/3$	4200
<i>top</i>	( $t$ )	$+2/3$	174000

Os quarks foram propostos com o intuito de explicar a grande fauna de partículas subatômicas que vinham sendo criadas e observadas em aceleradores na década de 1960. Estabeleceu-se, à partir do chamado “Caminho Óctuplo” que os hádrons possuem uma subestrutura de quarks, tal que bárions são constituídos de três quarks e mésons são formados por um par quark-antiquark. Como estas partículas compostas não apresentam a característica de cor, impôs-se que a combinação das cores em um bárion (ou a cor-anticor de um méson) fosse tal que resultasse em ‘branco’ (ou transparente). A ausência de medições experimentais que confirmassem a existência de quarks isolados foi um empecilho à aceitação da existência deste tipo de partícula. A solução postulada foi chamada de “confinamento”, que afirma ser impossível se ‘arrancar’ um quark solitário de sua configuração ligada e a consequente observação da carga de cor nua.

Diferentemente do fóton, que não interage eletricamente com outros fótons por ser eletricamente neutro, os glúons possuem carga de cor, o que os faz sujeitos à interação cromodinâmica com outros glúons. Devido à necessidade de conservação da carga de cor nas interações, os glúons devem carregar simultaneamente uma cor e uma anticor. Assim, a carga de cor de um quark individual não é preservada pela interação forte com um glúon, em oposição ao que ocorre na interação fóton-elétron.

A densidade lagrangiana da QCD, que contém toda a dinâmica dos quarks e glúons sujeitos à força forte, é dada por

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_{a,f} \bar{\psi}_f^a (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \psi_f^a - g \bar{\psi}_f^a A_\mu \gamma^\mu \psi_f^a - \frac{1}{8} G_{\mu\nu}^a G^{\mu\nu}, \quad (1.11)$$

onde o índice  $a = r, g, b$ , indiferente se sub ou sobrescrito, representa os três campos de cores, os índices  $b$  e  $c$  representam os oito glúons da teoria, o índice  $f$  denota os sabores dos quarks,  $\psi$  e  $\bar{\psi}$  representam o quark e o antiquark de sabor  $f$  e massa  $m_f$ ,  $g$  é a constante de acoplamento da força forte,

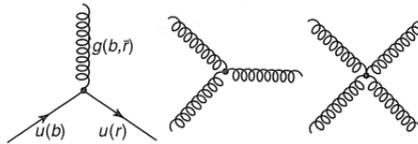
$$A_\mu = \sum_{b=1}^8 \frac{1}{2} \lambda_b A_\mu^b \quad (1.12)$$

é o campo de calibre dos glúons, onde  $\lambda_b$  representa as matrizes de Gell-Mann e

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g \sum_{b,c=1}^8 f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.13)$$

é o tensor do campo de glúons, com  $f^{abc}$  sendo as constantes de estrutura do grupo  $SU(3)$ , que é o grupo de simetria da teoria (GREINER; SCHRAMM; STEIN, 2002).

Figura 4 – Processos elementares dos diagramas de Feynman para a QCD, adaptado de Griffiths (2008). As linhas espiraladas representam os glúons ( $g$ ), que podem interagir com um quark (no caso, do tipo  $u$ ) ou entre si. O primeiro diagrama representa a não-preservação da carga de cor em um processo do tipo  $u(b) \rightarrow u(r) + g(b, \bar{r})$ .



Vê-se nitidamente, desde sua aparência, que os processos descritos pela Eq. (1.11) são muito mais complexos do que aqueles contidos na equação análoga para a QED. Devido às diferenças entre fótons, que são neutros eletricamente, e glúons, que carregam carga de cor e podem interagir entre si, a QCD é uma teoria de campos não-abeliana, em oposição à QED, que é abeliana. Portanto há três diagramas de Feynman elementares para a interação cromodinâmica, representados na Figura 4. O procedimento das regras de Feynman também se aplica à QCD, devendo-se construir todos os possíveis diagramas que representam o processo estudado, atribuí-los o respectivo valor e somá-los para obter a descrição correta do fenômeno em questão. Contudo, num primeiro momento, percebeu-se que a constante  $\alpha_s$  (equivalente à  $\alpha = 1/137$  da QED) possuía um valor maior que um, o que fazia diagramas com mais vértices terem mais peso na descrição do fenômeno. Este fato aparentemente impossibilitaria a prática utilização da QCD, pois esta não permitiria uma abordagem via métodos perturbativos. Felizmente, os mesmos experimentos de espalhamento que confirmaram a hipótese de que hádrons apresentavam subestrutura sugeriram que, dentro das ‘fronteiras’ destas partículas compostas, os quarks se encontravam praticamente livres. Este fato, em conjunto ao confinamento dos quarks, sugeriu a propriedade da QCD chamada de “liberdade assintótica” (GROSS, 2004; WILCZEK, 2004), que estabelece que a ligação a qual os quarks são submetidos diminui de intensidade a pequenas distâncias ou a altas energias.

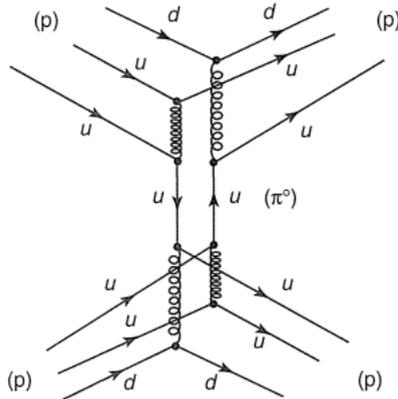
No contexto da teoria, a liberdade assintótica está ligada ao fato da constante de acoplamento  $\alpha_s = g^2/4\pi$  não ser verdadeiramente uma constante, variando muito no intervalo de energia em que a QCD é válida<sup>13</sup>, em decorrência da aplicação da renormalização de infinitos à QCD. Isto

<sup>13</sup>Em inglês, constantes de acoplamento com esta característica são chamadas de *running coupling constant*.

reabilita as regras de Feynman e possibilita a aplicação de métodos perturbativos para casos de altas energias ou baixas densidades (como em alguns resultados envolvendo colisões de íons pesados), mas não em matéria hadrônica densa e fria (como a presente em estrelas compactas). Portanto, a força forte ainda constitui um desafio em termos de sua descrição pela QCD, seja pela impossibilidade da aplicação de métodos perturbativos em uma ampla gama de fenômenos ou pela complexidade inerente a ela.

Um exemplo dessa complexidade está na descrição da força que age entre dois prótons em termos da QCD. A chamada “força nuclear”, que motivou inicialmente o estudo da força forte, sendo tomada então como um processo fundamental, é uma força residual que surge da complicada interação entre seis quarks. Um dos possíveis diagramas para esse fenômeno é mostrado na Figura 5, e remete ao trabalho pioneiro de Yukawa (1935, 1949) que, antecipando em quase 40 anos a QCD, propôs uma teoria para a força forte em termos da troca de mésons virtuais, considerando os hádrons como partículas elementares. Embora, como se mostrou, esta não seja a natureza mais fundamental da força forte, esta abordagem é muito útil na construção de modelos para a interação entre hádrons, e será tratada adiante.

Figura 5 – Interação forte entre dois prótons  $p$  ( $uud$ ) através da troca de um pión  $\pi^0$  virtual ( $u\bar{u}$  ou  $d\bar{d}$ ), adaptado de Griffiths (2008).



### 1.2.2.1 Modelos efetivos e diagrama de fases da QCD

Devido às dificuldades expostas, um tratamento analítico completo da QCD está longe de ser obtido. Embora seja possível a aplicação de métodos perturbacionais em eventos de alta energia e baixa densidade, o que complementa resultados experimentais obtidos em aceleradores de alta energia, a maior parte da investigação teórica em interações fortes recai em abordagens aproximativas.

A QCD na rede (LQCD, de *Lattice Quantum Chromodynamics*) é um método não-perturbativo, que parte da discretização do espaço-tempo em uma rede de pontos para a busca de soluções numéricas para a dinâmica de quarks. Apesar de demandar um grande custo computacional e ainda apresentar dificuldades técnicas que limitam sua aplicabilidade ao regime de baixas densidades, a LQCD é uma importante fonte de *insights* para o estudo teórico da QCD, sendo suficientemente precisa em seus resultados para ser elevada ao estatuto de ‘gabarito’ para outras teorias aproximativas.

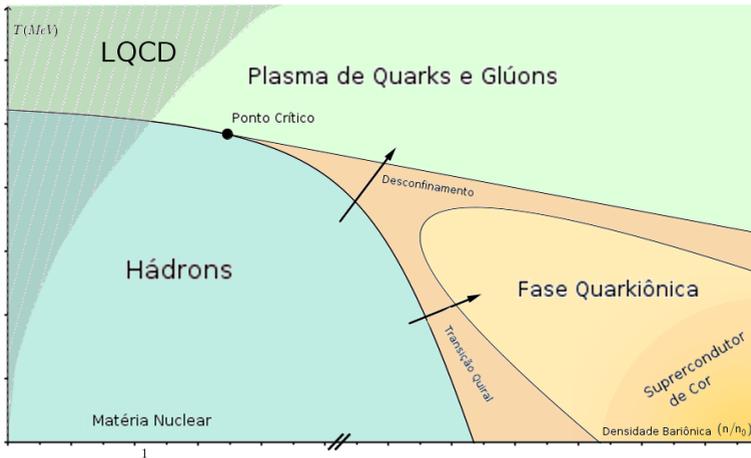
Outra abordagem é a construção de modelos efetivos, que sugerem densidades lagrangianas com o objetivo de emular a dinâmica das partículas em um sistema submetido a este tipo de interação. Por exemplo, pode-se descrever a matéria nuclear em termos dos graus de liberdade dos hádrons, ao invés dos quarks individuais. Estes modelos, chamados de QHD (de *Quantum Hadrodynamics*), se relacionam com a proposta de Yukawa (1935) para a força nuclear através da troca de um ou mais mésons virtuais. Assim, apenas a força forte residual (chamada de força nuclear neste caso) é considerada, de modo que a QHD constitui uma aproximação da interação fundamental descrita pela QCD<sup>14</sup>. Existem também modelos efetivos que lidam diretamente com os quarks, usados para descrever tanto propriedades dos hádrons a partir de sua subestrutura mais fundamental quanto a matéria de quarks desconfiados, hipoteticamente estável.

Partindo de resultados experimentais e fenomenológicos, e de informações derivadas a partir da QCD perturbativa, da LQCD ou de métodos efetivos, é possível construir um diagrama de fases para a QCD, como mostrado na Figura 6. O primeiro diagrama deste tipo foi proposto por Cabibbo e Parisi (1975) e já apresentava uma estrutura semelhante aos atuais, confrontando a temperatura  $T$  com a densidade bariônica (aqui, normalizada pela densidade nuclear  $n_0$  e fora de escala). Devido ao rápido e constante desenvolvimento das pesquisas na área, há diferentes propostas para

<sup>14</sup>Griffiths (2008) compara este tratamento dado à força forte a considerar a força de van der Waals na interação de moléculas ao invés de levar em conta todas as forças elétricas que agem individualmente entre as partículas que formam os átomos (elétron-elétron, núcleo-núcleo e elétron-núcleo).

o diagrama de fases, dependendo dos resultados teóricos e experimentais considerados. Na Figura 6 é apresentada uma versão consensual do apresentado na literatura, à guisa de ilustração.

Figura 6 – Diagrama de fases da cromodinâmica quântica. A área hachurada representa o domínio tratável pela LQCD e as bandas nas transições de fase simbolizam as incertezas quanto à precisa localização das fronteiras.



Este diagrama mostra que, dentro de certos limites de temperatura e densidade, a matéria hadrônica se encontra confinada em bárions e mésons. Mantendo-se baixas densidades e aumentando a temperatura até a ordem de  $150 \text{ MeV}$  ocorre a transição da matéria hadrônica ordinária para o chamado Plasma de Quarks e Glúons (QGP, na sigla em inglês), com quarks, antiquarks e glúons livres. A baixas temperaturas acredita-se que, em alguma densidade crítica desconhecida, os hádrons também cedam lugar à uma fase de quarks livres. Ainda, conjectura-se a existência de um ponto crítico final na transição de desconfinamento e de uma fase supercondutora de cor (CFL, de *Color-Flavor-Locked*) em altíssimas densidades.

De acordo com as simulações de LQCD de rede, a transição entre a matéria hadrônica e o QGP é um *crossover* mas, de acordo com modelos efetivos, é uma transição de fase de primeira ordem (KARSCH, 1995). Essas duas perspectivas aparentemente contraditórias só podem ser reconciliadas pela existência de um ponto crítico final na intersecção da curva de transição proveniente do domínio LQCD, ou seja, baixo potencial químico e alta temperatura, e a sugerida pelos modelos efetivos, para o regime de

alto potencial químico e temperatura baixa. No último caso, estas variáveis estão na faixa típica esperada para as estrelas compactas, de modo que as discussões doravante estarão focadas neste setor do diagrama de fases.

### 1.3 OBJETIVOS E ESTRUTURA DO TRABALHO

Partindo dos tópicos expostos acima, pretende-se obter uma descrição de estrelas compactas constituídas de matéria densa, seja ela hadrônica ou de quarks desconfinados, com o propósito de analisar os *pulsares* como estrelas hadrônicas e/ou estranhas, além da possibilidade da conversão entre estes tipos de objetos. Isso é feito dividindo-se o presente estudo em duas partes. Em um primeiro momento, buscar-se-á construir as equações de estado para a matéria em regime cromodinâmico a partir de modelos efetivos relativísticos. Isso será feito tanto para a matéria de hádrons, no Capítulo 2, empregando modelos do tipo QHD, quanto para a matéria de quarks desconfinados, no Capítulo 3. No primeiro caso, buscou-se exigir que os modelos estejam em conformidade com dados empíricos oriundos de experimentos da física nuclear e de observações astrofísicas de *pulsares*, enquanto no segundo, restringiu-se os parâmetros do modelo de modo que a matéria estranha seja estável. No Capítulo 4, estes modelos são aplicados ao âmbito da descrição de matéria densa contínua, de modo a se considerar uma série de equilíbrios mecânicos e termodinâmicos esperados em objetos estelares compactos. As equações de estado obtidas então permitem a construção e caracterização de estrelas hadrônicas e estranhas a partir da solução da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff.

Já em um segundo momento do estudo, a transição de desconfinamento entre as fases hadrônica e de quarks livres será analisada em detalhe no Capítulo 5, estabelecendo os critérios termodinâmicos para que a transição de fase ocorra, bem como a dinâmica esperada para este tipo de processo. Contrastando estes resultados com as características das estrelas compactas, será possível determinar sob quais critérios uma estrela hadrônica poderá se converter em uma estrela estranha. No Capítulo 6, discutir-se-á algumas implicações dos resultados obtidos anteriormente à astrofísica de estrelas compactas, como a possível relação entre esta transição de fase com os surtos de raios- $\gamma$ , e algumas consequências para o entendimento da evolução final de estrelas massivas. Por fim, no Capítulo 7 serão delineadas as conclusões do estudo.



## 2 MATÉRIA HADRÔNICA

Infelizmente, o tratamento da força forte a partir da sua teoria fundamental é impossibilitado por dificuldades matemáticas intrínsecas à fenomenologia da QCD (Eq. 1.11), como discutido em seções anteriores. Um recurso é a construção de modelos que ignoram a subestrutura de quarks dos hádrons, abordando a dinâmica em termos dos graus de liberdade das partículas compostas como se fossem objetos elementares únicos, de maneira a simplificar a complicada interação cromodinâmica através da força forte residual.

O caráter atrativo desta força pode ser modelado a partir da troca de um méson escalar neutro de massa  $m$ , o que se relacionam diretamente com a proposta inaugural de Yukawa (1935). No limite de fontes estáticas, esta troca pode ser traduzida no famoso “potencial de Yukawa”,

$$V(r) = -k \frac{e^{-mr}}{r}, \quad (2.1)$$

onde  $k$  é uma constante de escala, e o alcance da interação é relacionado ao “comprimento de onda Compton” do mediador,  $\lambda_C = 1/m$ . Por ser o méson de menor massa, o méson  $\pi$  (ou pión), observado experimentalmente pela primeira vez por Lattes et al. (1947), deve ser o principal ator na interação atrativa entre bárions<sup>1</sup>, sendo que o potencial de troca de um pión é exato no limite  $r \rightarrow \infty$  (WALECKA, 2004). Já a característica da força nuclear ser repulsiva à distâncias curtas, que é de central importância na descrição e aplicação da matéria hadrônica, pode ser entendida qualitativamente em uma analogia com a eletrodinâmica. A QED trata desta interação mediada fótons, que são bósons descritos por um campo vetorial neutro e pela conservação da corrente elétrica. Supondo-se que a partícula mediadora da interação forte seja um méson vetorial neutro  $\omega$ , relacionado à corrente bariônica conservada, pode-se inferir diversos aspectos da força forte em um paralelo à eletromagnética. Por exemplo, números bariônicos de sinais iguais se repelem (e.g.,  $p-n$  ou  $\bar{n}-\bar{n}$ ) e de sinais opostos se atraem (e.g.,  $n-\bar{n}$  e outros mésons), como no caso de interações elétricas. O campo vetorial do méson  $\omega$ , aqui denotado por  $V^\mu$ , deve respeitar a equação de movimento para partículas massivas de spin 1, a chamada Equação de Proca

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 V^\nu = 0, \quad (2.2)$$

---

<sup>1</sup>As regras de Feynman para os diagramas da QCD permitem que o mediador desta interação seja outro méson que não o  $\pi$  (vide Figura 5). Contudo, como todos os outros mésons são mais massivos que o pión, o termo  $e^{-mr}/r$  destes se anula mais rapidamente com a distância.

onde  $m = m_\omega$  é a massa do méson e  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu$ . Como  $m_\omega \neq 0$ , esta força possui um alcance limitado, diferentemente do fóton, que é não-massivo e representa uma interação de alcance infinito. Isto confere com a analogia entre os dois mésons, pois, fazendo  $m = 0$ , a equação (2.2) se reduz à equação de Maxwell e o potencial de Yukawa (2.1) retorna o potencial coulombiano (WALECKA, 2004).

Sendo assim, a interação forte entre bárions pode ser, numa primeira aproximação, modelada pela troca de dois mésons ( $\sigma$  e  $\omega$ ). Estes mésons são construções puramente instrumentais, e não precisam compartilhar quaisquer características com partículas reais, como os píons, consideradas em abordagens mais realistas. O potencial que decorre desta interação é dado por

$$V(r) = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - \frac{g_\sigma^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r}, \quad (2.3)$$

onde as constantes de acoplamento  $g_i$  e as massas  $m_i$  são parâmetros livres, a serem ajustados através de resultados experimentais.

Antes de iniciar a discussão sobre os modelos para matéria de hádrons, decorrentes das ideias supracitadas, deseja-se apresentar outra grandeza importante no contexto da TQC. O “tensor energia-momento”  $\mathcal{T}_{\mu\nu}$  pode ser obtido através da expressão

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \sum_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu \phi_j)} \partial_\nu \phi_j - \mathcal{L} g_{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

onde os  $\phi_j$  são os campos das partículas e  $g_{\mu\nu}$  representa o tensor da métrica de Minkowski<sup>2</sup> (KAKU, 1993).

Além de ser uma grandeza dinâmica conservada, isto é,

$$\partial_\mu \mathcal{T}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.5)$$

o tensor energia-momento é útil na obtenção da EoS a partir da densidade lagrangiana, pois, para um sistema uniforme em equilíbrio, ele toma a forma

$$\langle \mathcal{T}_{\mu\nu} \rangle = (\varepsilon + P) u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

---

<sup>2</sup>Convenciona-se neste trabalho o uso da métrica com assinatura negativa,

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

onde  $\varepsilon$  é a densidade de energia,  $P$  é a pressão e  $u_\mu$  é a quadrivelocidade do fluido. Os *chevrons*  $\langle \rangle$  representam o valor esperado, já que está se aplicando este formalismo à matéria contínua e ilimitada (GLENDENNING, 2000). Para um fluido perfeito em equilíbrio hidrostático,  $u_\mu = (1, 0, 0, 0)$ , de modo que

$$u_0^2 = 1 \quad \text{e} \quad |\vec{u}|^2 = 0.$$

Assim, decorre quase imediatamente que

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{T}_{00} \rangle &= (\varepsilon + P) u_0 u_0 - P g_{00} \\ &= \varepsilon + P - P = \varepsilon \end{aligned}$$

e, analogamente,

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{T}_{ii} \rangle &= (\varepsilon + P) u_i u_i - P g_{ii} \\ &= (\varepsilon + P) |\vec{u}|^2 - P(g_{11} + g_{22} + g_{33}) = 3P. \end{aligned}$$

Portanto, obtendo o tensor energia-momento a partir da densidade lagrangiana (Eq. 2.4) e relacionando-o ao esperado para um fluido perfeito em equilíbrio hidrostático (Eq. 2.6), chega-se à uma prescrição para as variáveis da equação de estado da matéria em questão,

$$P = \frac{1}{3} \langle \mathcal{T}_{ii} \rangle, \quad (2.7)$$

$$\varepsilon = \langle \mathcal{T}_{00} \rangle. \quad (2.8)$$

## 2.1 MODELO DE WALECKA NÃO-LINEAR

A construção de modelos para a matéria hadrônica é de vital importância para a compreensão de propriedades de núcleos atômicos, reações nucleares e objetos estelares densos, já que não é possível desenvolver uma abordagem *ab initio* para a descrição deste tipo de matéria. Os primeiros modelos que buscaram descrever esta matéria em termos de suas partículas constituintes foram baseados na proposta de Skyrme (1956). Neste tipo de abordagem, *grosso modo*, parte-se de um potencial postulado com o intuito de modelar a força nuclear, e.g., potenciais de Paris ou de Bonn (NAGHDI, 2014), conceitualmente similares à equação (2.3), e da Equação de Schrödinger,

$$\left( -\frac{1}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi = i \frac{\partial}{\partial t} \psi. \quad (2.9)$$

Contudo, este tipo de modelo apresenta alguns problemas, em geral decorrentes do fato da equação de Schrödinger ser aplicável apenas a partículas não-relativísticas. As implicações de não considerar os efeitos relativísticos são sentidas fortemente, tanto na aplicação do modelo à núcleos finitos quanto à matéria ilimitada (DUTRA et al., 2012). Assim, impõe-se a construção e o uso de um modelo relativístico para a dinâmica hadrônica, no formalismo da TQC. A forma da QHD empregada doravante foi inicialmente abordada por Johnson e Teller (1955) e Duerr e Teller (1956), mas é usualmente chamada de “modelos tipo-Walecka”, em decorrência do relevante trabalho de Walecka (1974).

Neste trabalho, por motivos que serão justificados adiante, será empregada uma versão bastante mais generalizada do modelo de Walecka original, denotada por NLWM (de *Non-Linear Walecka Model*). Neste modelo, a interação entre bárions é mediada pelos mésons escalares  $\sigma$ , escalar também em relação ao isospin, e  $\delta$ , isovetorial, e pelos mésons vetoriais  $\omega$ , isoescalar, e  $\rho$ , vetorial em relação a ambos spin e isospin. Os mésons isoescalares  $\sigma$  e  $\omega$  têm o papel de emular na teoria o caráter atrativo e repulsivo da força forte, respectivamente, como já dito. Por sua vez, os mésons isovetoriais  $\rho$  e  $\delta$  são introduzidos com o intuito de discriminar bárions semelhantes (como o próton e o nêutron) que diferem apenas pela projeção do isospin. A densidade lagrangiana do modelo NLWM é dada, a partir de Dutra et al. (2014), por

$$\mathcal{L}_{\text{NLWM}} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_\rho + \mathcal{L}_\delta + \mathcal{L}_{\sigma\omega\rho}, \quad (2.10)$$

onde

$$\mathcal{L}_B = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - M) \psi, \quad (2.11)$$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2} (\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) + g_\sigma \sigma \bar{\psi} \psi - \frac{\lambda_1}{3} \sigma^3 - \frac{\lambda_2}{4} \sigma^4, \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi + \frac{\lambda_3}{4} (\omega_\mu \omega^\mu)^2, \quad (2.13)$$

$$\mathcal{L}_\rho = -\frac{1}{4} \vec{P}^{\mu\nu} \vec{P}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu - \frac{g_\rho}{2} \bar{\psi} \gamma^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\tau} \psi, \quad (2.14)$$

$$\mathcal{L}_\delta = \frac{1}{2} (\partial^\mu \vec{\delta} \partial_\mu \vec{\delta} - m_\delta^2 \vec{\delta}^2) + g_\delta \bar{\psi} \vec{\delta} \vec{\tau} \psi \quad (2.15)$$

e

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\sigma\omega\rho} = & g_\sigma g_\omega^2 \sigma \omega_\mu \omega^\mu \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_\sigma \sigma \right) \\ & + g_\sigma g_\rho^2 \sigma \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_\sigma \sigma \right) + \frac{\alpha_3'}{2} \omega_\mu \omega^\mu \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu. \end{aligned} \quad (2.16)$$

A massa do méson  $i = \sigma, \omega, \rho$  e  $\delta$  é denotada por  $m_i$ , e a constante de acoplamento  $g_i$  representa a intensidade da interação do campo mesônico  $i$  com o campo bariônico  $\psi_B$ . Os parâmetros  $\lambda_j$  e  $\alpha_k$  estão relacionados respectivamente aos termos de autointeração e de interação cruzada. Definiu-se da maneira usual nas TQC os tensores antissimétricos  $\Omega_{\mu\nu} = \partial_\nu\omega_\mu - \partial_\mu\omega_\nu$  e  $\vec{P}_{\mu\nu} = \partial_\nu\vec{\rho}_\mu - \partial_\mu\vec{\rho}_\nu - g_{\rho B}(\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)$ . Por fim,  $\gamma^\mu$  e  $\vec{\tau}$  são as matrizes usuais de Dirac e de Pauli para o isospin, respectivamente. Antes de dar sequência à construção do modelo, deseja-se analisar em maior detalhe o papel de cada termo na densidade lagrangiana (2.10). O termo  $\mathcal{L}_B$  representa a parte cinética dos bárions livres, dados pelo campo espinorial  $\psi$  de massa livre  $M$ , em direta referência à lagrangiana da equação de Dirac (1.7). Cada expressão  $\mathcal{L}_i$  subsequente contém a dinâmica associada a um dos mésons do modelo que, por sua vez, podem ser discriminadas em (i) termos cinéticos dos campos massivos dos mésons, (ii) termos da interação bariônica mediada pelos mésons e (iii) termos não-lineares representando a autointeração dos campos, chamados de “termos de Boguta-Bodmer” (BOGUTA; BODMER, 1977). Por fim,  $\mathcal{L}_{\sigma\omega\rho}$  considera a interação cruzada entre os campos mesônicos.

Tomando as equações de movimento a partir das equações de Euler-Lagrange (1.9), considerando os campos  $\bar{\psi}$ ,  $\sigma$ ,  $\omega^\mu$ ,  $\vec{\rho}^\mu$  e  $\vec{\delta}$  (a equação para o campo  $\bar{\psi}$  pode ser obtida do “adjunto hermitiano” da equação para  $\psi$ ), tem-se

$$\left[ \gamma^\mu \left( i\partial_\mu - g_\omega\omega_\mu - \frac{g_\rho}{2}\vec{\rho}_\mu\vec{\tau} \right) - \left( M - g_\sigma\sigma - g_\delta\vec{\delta}\vec{\tau} \right) \right] \psi = 0, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} (\partial_\mu\partial^\mu + m_\sigma^2)\sigma &= g_\sigma\bar{\psi}\psi - \lambda_1\sigma^2 - \lambda_2\sigma^3 \\ &+ g_\sigma g_\omega^2\sigma\omega_\mu\omega^\mu (\alpha_1 + \alpha_1'g_\sigma\sigma) + g_\sigma g_\rho^2\sigma\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu (\alpha_2 + \alpha_2'g_\sigma\sigma), \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu\Omega^{\mu\nu} + m_\omega^2\omega^\mu &= g_\omega\bar{\psi}\gamma^\mu\psi - \lambda_3\omega_\mu^3 \\ &- g_\sigma g_\omega^2\sigma\omega^\mu (2\alpha_1 + \alpha_1'g_\sigma\sigma) - \alpha_3'\omega^\mu\vec{\rho}_\mu\vec{\rho}^\mu, \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \partial_\mu\vec{P}_{\mu\nu} + m_\rho^2\vec{\rho}^\mu &= g_\rho\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi \\ &- g_\sigma g_\rho^2\sigma\vec{\rho}^\mu (2\alpha_2 + \alpha_2'g_\sigma\sigma) - \alpha_3'\omega_\mu\omega^\mu\vec{\rho}^\mu, \end{aligned} \quad (2.20)$$

e

$$(\partial_\mu\partial^\mu + m_\delta^2)\vec{\delta} = g_\delta\bar{\psi}\vec{\tau}\psi. \quad (2.21)$$

Estas equações (2.17–2.21) são equações diferenciais não-lineares acopla-

das, e sua solução exata apresenta muitos complicadores, mesmo numericamente. Assim, é necessário considerar algum tipo de aproximação que simplifique o tratamento destas equações, ao menos no âmbito do problema de interesse deste trabalho.

### 2.1.1 Aproximação de campo-médio relativística

É conveniente definir a partir do campo bariônico a densidade escalar, a quadricorrente conservada e a quadricorrente de isospin, respectivamente

$$\rho_s = \bar{\psi}\psi, \quad (2.22)$$

$$j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi, \quad (2.23)$$

$$\vec{j}^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi, \quad (2.24)$$

que podem ser entendidas como “termos de fonte” nas equações para os campos mesônicos. É evidente que estes termos são proporcionais à densidade bariônica,  $\rho = \psi^\dagger\psi$ . Afirma-se então que, em valores de  $\rho$  suficientemente grandes, haverá tantos *quanta* (mésons mediadores) presentes num dado volume que se tornará razoável aproximar os valores esperados dos campos quânticos como campos clássicos. Este procedimento é adequado ao âmbito da matéria hadrônica aplicada ao estudo de estrelas compactas, e é chamado de aproximação relativística de Hartree, campo-médio ou RMFA (de *Relativistic Mean-Field Approximation*). Entende-se que o sistema estudado é uniforme e invariante por translação e rotação. Isto implica que a matéria hadrônica é livre de correntes e que, nesta aproximação, os campos clássicos devem ser espacial e temporalmente constantes. Portanto, a RMFA consiste na aplicação das substituições

$$\sigma \rightarrow \langle\sigma\rangle = \sigma_0,$$

$$\omega^\mu \rightarrow \langle\omega^\mu\rangle = \delta_{\mu 0}\omega_0,$$

$$\vec{\rho}^\mu \rightarrow \langle\vec{\rho}^\mu\rangle = \delta_{\mu 0}\tau_3\vec{\rho}_{0(3)},$$

$$\vec{\delta} \rightarrow \langle\vec{\delta}\rangle = \delta_{\mu 0}\tau_3\vec{\delta}_{0(3)}.$$

no modelo, onde  $\delta_{\mu 0}$  é o “delta de Kronecker”, que assegura a constância espaço-temporal dos campos vetoriais, e  $\tau_3$  seleciona apenas a terceira componente dos vetores no espaço de isospin (denotada pelo índice entre parênteses, suprimido doravante), tomando proveito do fato de que o isospin é invariante em torno do terceiro eixo.

Destarte, a lagrangiana do NLWM na aproximação de campo-médio, que segue sendo covariante e preservando os graus de liberdade iniciais, é

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma_0 \omega_0 - \frac{g_\rho}{2} \gamma_0 \bar{\rho}_0 \tau_3 - M^* \right) \psi \\
& - \frac{1}{2} \left( m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_0^2 + m_\delta^2 \bar{\delta}_0^2 \right) - \frac{\lambda_1}{3} \sigma_0^3 - \frac{\lambda_2}{4} \sigma_0^4 \\
& + \frac{\lambda_3}{4} \omega_0^4 + g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) \\
& + g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_0^2 \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \frac{\alpha_3'}{2} \omega_0^2 \bar{\rho}_0^2,
\end{aligned} \tag{2.25}$$

onde definiu-se a “massa efetiva” dos bárions,

$$M^* = M - g_\sigma \sigma_0 - g_\delta \bar{\delta}_0 \tau_3. \tag{2.26}$$

Partindo das equações (2.22–2.24) e tomando proveito de que, para sistemas em equilíbrio, as quadricorrentes se reduzem a suas componentes estáticas, tem-se as densidades escalar e bariônica<sup>3</sup>,

$$\rho_s = \langle \bar{\psi} \psi \rangle, \tag{2.27}$$

$$\rho = \langle \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \rangle = j_0. \tag{2.28}$$

Analogamente, para densidades associadas às grandezas isovetoriais, fazendo  $\tau_3 \psi = I_3 \psi$ , tem-se

$$\rho_{s3} = \langle \bar{\psi} \tau_3 \psi \rangle = I_3 \rho_s, \tag{2.29}$$

$$\rho_3 = \langle \bar{\psi} \gamma^\mu \tau_3 \psi \rangle = I_3 \rho. \tag{2.30}$$

Em face das considerações tecidas, pode-se reescrever as equações de movimento (2.17–2.21) na aproximação de campo-médio como

$$\left[ \gamma^\mu \left( i\partial_\mu - g_\omega \omega_0 - \frac{g_\rho}{2} \tau_3 \bar{\rho}_0 \right) - M^* \right] \psi = 0, \tag{2.31}$$

$$m_\sigma^2 \sigma_0 = g_\sigma \rho_s - \lambda_1 \sigma_0^2 - \lambda_2 \sigma_0^3 \tag{2.32}$$

$$+ g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 (\alpha_1 + \alpha_1' g_\sigma \sigma_0) + g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_0^2 (\alpha_2 + \alpha_2' g_\sigma \sigma_0), \tag{2.33}$$

$$m_\omega^2 \omega_0 = g_\omega \rho - \lambda_3 \omega_0^3 - g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0 (2\alpha_1 + \alpha_1' g_\sigma \sigma_0) - \alpha_3' \omega_0 \bar{\rho}_0^2, \tag{2.34}$$

$$m_\rho^2 \bar{\rho}_0 = g_\rho I_3 \rho - g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_0 (2\alpha_2 + \alpha_2' g_\sigma \sigma_0) - \alpha_3' \omega_0^2 \bar{\rho}_0, \tag{2.35}$$

---

<sup>3</sup>Parte-se da definição de adjunta de Dirac,  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ , e utiliza-se a propriedade  $(\gamma^0)^2 = 1$ .

e

$$m_\delta^2 \bar{\delta}_0 = g_\delta I_3 \rho_s. \quad (2.36)$$

Por sua vez, o tensor energia-momento (2.4) pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{\mu\nu} = & i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial_\nu\psi + \left[ \frac{1}{2} \left( m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_0^2 + m_\delta^2 \bar{\delta}_0^2 \right) \right. \\ & + \frac{\lambda_1}{3} \sigma_0^3 + \frac{\lambda_2}{4} \sigma_0^4 - \frac{\lambda_3}{4} \omega_0^4 - g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) \\ & \left. - g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_0^2 \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) - \frac{\alpha_3'}{2} \omega_0^2 \bar{\rho}_0^2 \right] g_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

A simplificação promovida pela RMFA reduz consideravelmente as dificuldades matemáticas da descrição da matéria nuclear. Não obstante, as variáveis de interesse (i.e., os campos dos mésons, as densidades e os campos dos bárions) são dadas em função umas das outras, de modo que ainda precisam ser resolvidas através de algum método. As equações para os campos mesônicos (2.33–2.35) são equações polinomiais acopladas, que podem ser facilmente solucionadas auto-consistentemente por um algoritmo numérico. Assim, todos os campos mesônicos foram postos, carecendo apenas a determinação dos campos bariônicos ( $\psi$ ) para a completa descrição do sistema e subsequente cálculo das equações de estado.

Com este fim, pode-se interpretar a equação diferencial (2.31) como uma equação de Dirac da forma

$$[\gamma^\mu (i\partial_\mu - \mathcal{A}) - M^*] \psi = 0, \quad (2.38)$$

onde identifica-se o “potencial vetor”

$$\mathcal{A} = g_\omega \omega_0 + \frac{g_\rho}{2} \tau_3 \bar{\rho}_0. \quad (2.39)$$

Pode-se definir o operador  $\tilde{p}_\mu = \gamma^\mu (p_\mu - \mathcal{A})$ , o chamado “quadrimento deslocado”, a partir do operador momento usual,  $p_\mu = i\partial_\mu$ . Racionalizando então a equação (2.38), chega-se à

$$\left( \tilde{p}_\mu \tilde{p}^\mu - M^{*2} \right) \psi = 0, \quad (2.40)$$

que exige como solução

$$\tilde{p}_0 \equiv E(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + M^{*2}}, \quad (2.41)$$

que é similar ao esperado para uma partícula quântica relativística, des-

crita pela equação de Dirac livre (1.7). Decorre daí que é possível traçar um paralelo entre (2.38) e (1.7), deslocado-se o quadrimomento e a massa em termos dos campos mesônicos nos resultados. Um meio óbvio de se obter as funções de onda é, portanto, resolver a equação (2.38). Contudo, este procedimento é desnecessário, pois pretende-se apenas tomar valores esperados dos termos que dependem de  $\psi$ , não sendo preciso para isto o conhecimento explícito dos espinores. Desta maneira, tendo em mente as características da equação (1.7) e de suas soluções, é possível derivar os termos de interesse restantes, que dependam de  $\psi$ .

Seja um operador genérico  $\Gamma$ , tem-se o valor esperado da grandeza  $\Gamma$  para um sistema no estado fundamental através da expressão

$$\langle \bar{\psi} \Gamma \psi \rangle = \frac{\lambda}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} [\bar{\psi}(\vec{p}) \Gamma \psi(\vec{p})] \Theta[\mu - E(\vec{p})], \quad (2.42)$$

onde  $\Theta$  é a função de Heaviside,  $\lambda$  é a degenerescência do estado  $\psi(\vec{p})$  e  $\mu$  é o “potencial químico”. Os cálculos a seguir são feitos em detalhe por Glendenning (2000), onde inicialmente se toma  $\bar{\psi}(\vec{p}) \psi(\vec{p}) = 1$  como condição de normalização da densidade escalar e

$$\Gamma = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial M^*}$$

em (2.42), onde  $\mathcal{H}$  é o operador hamiltoniano de Dirac,  $\mathcal{H}\psi = E\psi$ , de modo que seja possível chegar à expressão para a densidade escalar,

$$\rho_s = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp \frac{p^2 M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}}. \quad (2.43)$$

De maneira similar, impondo  $\psi^\dagger(\vec{p}) \psi(\vec{p}) = 1$  como condição de normalização da densidade bariônica e fazendo  $\Gamma = \gamma_0$ , pode-se através deste método chegar à densidade bariônica (ou vetorial),

$$\rho = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp p^2 = \frac{\lambda}{6\pi^2} p_F^3, \quad (2.44)$$

onde já se tomou proveito da simetria rotacional do problema,  $p$  representa o módulo do momento e  $p_F$  denota o momento de Fermi, i.e., o momento da partícula mais energética no último nível ocupado, uma vez que se está tratando de matéria de spin  $1/2$  degenerada no estado fundamental.

A obtenção das equações de estado a partir de (2.37) demanda ainda que o termo  $i \langle \bar{\psi} \gamma_\mu \partial \psi \rangle$  seja conhecido. É possível observar que o potencial vetor  $\mathcal{A}$  possui dependência apenas nas componentes temporais, o que

é fruto da RMFA. Assim, apenas a componente zero do termo discutido será deslocada por  $\mathcal{A}$ , que permite, através de procedimento análogo ao anterior, determinar

$$i \langle \bar{\psi} \gamma_i \partial_i \psi \rangle = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} = \tilde{P} \quad (2.45)$$

e

$$i \langle \bar{\psi} \gamma_0 \partial_0 \psi \rangle = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp \left( \mathcal{A} + p^2 \sqrt{p^2 + M^{*2}} \right) = \rho \mathcal{A} + \tilde{\varepsilon}, \quad (2.46)$$

onde  $\tilde{P}$  e  $\tilde{\varepsilon}$  são imediatamente identificadas com a pressão e a densidade energia do gás de Fermi considerando as partículas livres de interação. Um tratamento detalhado para a termodinâmica dos gases de férmions é dado no Apêndice A. Por hora, é suficiente recuperar as equações para a pressão e a densidade energia para o caso degenerado (Eqs. A.19–A.20).

Enfim, a partir de (2.7), (2.8) e (2.37), chega-se às EoS para matéria hadrônica no modelo NLWM de campo-médio, usualmente parametrizadas pela densidade bariônica, que pode ser reescrita de (2.44) como

$$p_F = \left( \frac{6\pi^2}{\lambda} \rho \right)^{1/3}, \quad (2.47)$$

dadas por

$$\begin{aligned} P = & -\frac{1}{6} \left( m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_0^2 + m_\delta^2 \bar{\delta}_0^2 \right) \\ & - \frac{\lambda_1}{9} \sigma_0^3 - \frac{\lambda_2}{12} \sigma_0^4 + \frac{\lambda_3}{16} \omega_0^4 + \frac{g_\sigma g_\omega^2}{3} \sigma_0 \omega_0^2 \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) \\ & + \frac{g_\sigma g_\rho^2}{3} \sigma_0 \bar{\rho}_0^2 \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) + \frac{\alpha_3'}{6} \omega_0^2 \bar{\rho}_0^2 \\ & + \frac{\lambda}{6\pi^2} \int_0^{p_F} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} \end{aligned} \quad (2.48)$$

e

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{1}{2} \left( m_\sigma^2 \sigma_0^2 - m_\omega^2 \omega_0^2 - m_\rho^2 \bar{\rho}_0^2 + m_\delta^2 \bar{\delta}_0^2 \right) \\ & + \frac{\lambda_1}{3} \sigma_0^3 + \frac{\lambda_2}{4} \sigma_0^4 - \frac{\lambda_3}{4} \omega_0^4 - g_\sigma g_\omega^2 \sigma_0 \omega_0^2 \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) \\ & - g_\sigma g_\rho^2 \sigma_0 \bar{\rho}_0^2 \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_\sigma \sigma_0 \right) - \frac{\alpha_3'}{2} \omega_0^2 \bar{\rho}_0^2 \\ & + \rho \left( g_\omega \omega_0 + \frac{g_\rho}{2} I_3 \bar{\rho}_0 \right) + \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp p^2 \sqrt{p^2 + M^{*2}}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Assim, o problema de descrever a matéria hadrônica em termos do NLWM está totalmente resolvido, pois as EoS foram escritas em termos dos campos mesônicos (2.33–2.36) e das densidades (2.43–2.44), que, por sua vez dependem apenas de constantes na forma de equações solucionáveis por métodos numéricos relativamente simples.

Por economia de notação, considerou-se nas deduções que sucederam que a matéria hadrônica era constituída de apenas uma espécie de bárion. É evidente que isso não tem reflexo na natureza, pois a matéria nuclear é sabidamente constituída de nucleons (prótons e nêutrons), com a diversidade de bárions aumentando em regimes mais densos. Não necessariamente todas as espécies bariônicas interagirão igualmente com os campos dos mésons, então é conveniente definir o fator

$$\chi_{iB} = \frac{g_{iB}}{g_i}, \quad (2.50)$$

onde  $g_{iB}$  representa a constante de acoplamento específica entre o méson  $i$  e o bárion  $B$ . A generalização do modelo construído para mais espécies bariônicas pode então ser feita, estabelecendo as substituições

$$\begin{aligned} g_i &\rightarrow g_{iB} = \chi_{iB} g_i & p_F &\rightarrow p_{FB} \\ \rho_s &\rightarrow \rho_s = \sum_B \rho_{sB} & e & M^* \rightarrow M_B^* \\ \rho &\rightarrow \rho = \sum_B \rho_B & \lambda &\rightarrow \lambda_B \end{aligned}$$

nos resultados obtidos acima e somando a contribuição de todos os bárions, i.e., somando sobre o índice  $B$ . Por exemplo, a densidade bariônica passa a ser

$$\rho = \sum_B \frac{\lambda_B}{2\pi^2} \int_0^{p_{FB}} dp p^2 = \sum_B \frac{\lambda_B}{6\pi^2} p_{FB}^3, \quad (2.51)$$

ou, em analogia,

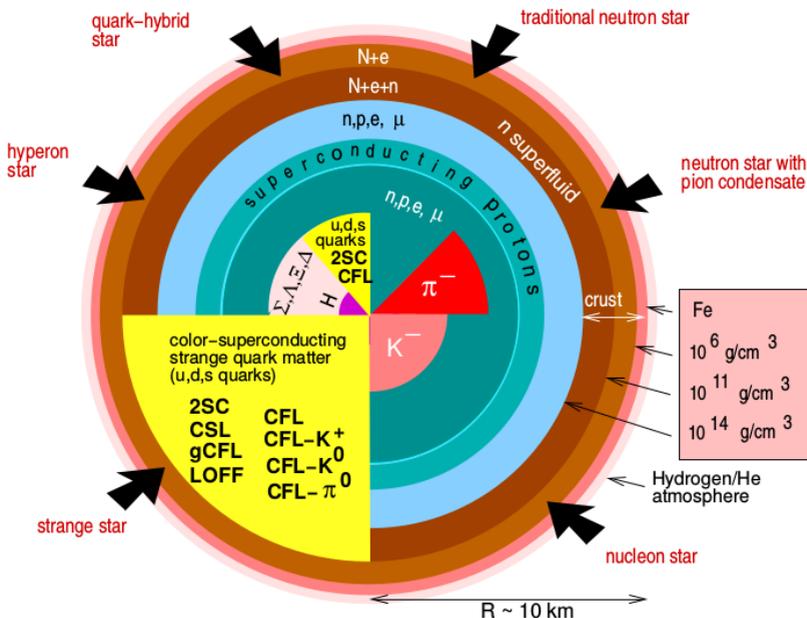
$$p_{FB} = \left( \frac{6\pi^2}{\lambda_B} \rho_B \right)^{1/3}. \quad (2.52)$$

Por fim, ainda pode-se obter outras propriedades importantes através dos resultados expostos. A massa efetiva pode ser reobtida minimizando a equação (2.49) em relação a  $M_B^*$ . Também pode-se escrever a densidade de carga elétrica em termo das cargas  $e_B$  do bárion  $B$ ,

$$\rho_{el} = \sum_B e_B \rho_B = \frac{1}{6\pi^2} \sum_B \lambda_B e_B (p_{FB})^3. \quad (2.53)$$

## 2.2 MATÉRIA HADRÔNICA EM ESTRELAS DE NÊUTRONS

Figura 7 – Modelos propostos na literatura para a estrutura interna de *pulsars*, extraído de Weber et al. (2007).



Considera-se, na aplicação da matéria de hádrons à descrição de estrelas de nêutrons (assim como, e.g., no estudo da atmosfera terrestre), que a superfície da estrela está no ponto em que a pressão é nula ou, analogamente, em que a densidade vai a zero. Na região superficial da estrela de nêutrons, acredita-se existir um envelope de matéria nuclear ordinária estável, provavelmente Ferro, abaixo da qual a densidade aumenta gradativamente com a profundidade. Entende-se, por simples considerações geométricas, que um núcleo ‘encostaria’ em seus vizinhos em densidades da ordem de

$$\rho \propto \frac{1}{V} = \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right)^{-1},$$

de maneira que, para o raio nuclear típico de  $1 \text{ fm}$ , tem-se uma densidade bariônica de  $\rho \approx 0.24 \text{ fm}^{-3}$ , que representa menos de duas vezes a densidade de saturação nuclear,  $\rho_0 \approx 0.16 \text{ fm}^{-3}$  (WEBER, 2005). A transição da fase de núcleos ligados para a de matéria de hádrons desconfinados

deve ocorrer em algum ponto antes deste limite. Por fim, no ponto mais profundo, a densidade central pode atingir valores da ordem  $15\rho_0$ , dependendo do modelo utilizado. Decorre que as estrelas de nêutrons se apresentam estruturalmente divididas em regiões concêntricas caracterizadas pela densidade da matéria nos diferentes níveis.

Como já foi exposto, a descrição de matéria bariônica densa é pouco trivial, o que se reflete no fato de a estrutura interna de estrelas compactas permanecer como um problema em aberto. Isso implica na proliferação de propostas teóricas concomitantes para o número e a natureza destes níveis estruturais. Algumas destas propostas estão representadas na Figura 7, e deve-se lembrar ainda que cada nível individual pode ser modelado de formas diversas. Para estrelas de nêutrons<sup>4</sup>, considerar-se-á doravante neste trabalho apenas a versão tradicional, apenas considerando os nucleons, e a versão que inclui híperons (*hyperon star*). Nas próximas seções, a aplicação de modelos efetivos às regiões delimitadas como “caroço” (*bulk*, em azul na figura) e “crosta” (*crust*, em marrom) será discutida.

### 2.2.1 Híperons

O caroço das estrelas de nêutrons apresenta a matéria bariônica na situação de mais alta densidade observável atualmente, e é evidente que as partículas apresentem-se em estados de alta energia em relação à suas massas de repouso. É razoável conjecturar que, ao menos em regiões mais centrais, os nucleons tenham sua energia elevada acima da barreira de massa, favorecendo energeticamente a existência de espécies bariônicas mais massivas do que prótons e nêutrons. Na matéria degenerada, isto equivale a afirmar que a inclusão de mais um grau de liberdade para os números quânticos das partículas permite a distribuição dos bárions em mais “mares de Fermi”, conseqüentemente abaixando a energia do sistema.

Na Tabela 3 são apresentadas algumas características dos oito bárions de spin  $1/2$  mais leves. Todos, com exceção dos nucleons, são “híperons”, i.e., bárions constituídos por ao menos um quark *strange*, que são permitidos pelo fato de a interação fraca conservar o número bariônico, mas não a estranheza, durante os eventos extremos que dão origem às estrelas de nêutrons (GLENDENNING, 2000). Na construção do modelo para matéria hadrônica no início deste capítulo, buscou-se generalizar das expressões quanto à quantidade e à natureza dos bárions pre-

---

<sup>4</sup>Tomando-se aqui a concepção frouxa do termo, empregado a revelar destes objetos poderem apresentar outras partículas que não nêutrons em sua composição, como léptons, híperons, condensados de káons, etc., a depender dos modelos considerados.

sentes. Os bárions considerados doravante serão os do “octeto bariônico”, representados da Tabela 3, de modo que  $B = \{N, H\}$ , onde  $N = \{p, n\}$  e  $H = \{\Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-\}$ .

Tabela 3 – Características das partículas do octeto bariônico de spin  $1/2$ , adaptado de Griffiths (2008).

BÁRION			MASSA ( $GeV$ )	CARGA ( $e$ )	ISOSPIN	$I_3$
<i>Próton</i>	$p/N^+$	$(uud)$	0.938	+1	$1/2$	$+1/2$
<i>Nêutron</i>	$n/N^0$	$(udd)$	0.939	0	$1/2$	$-1/2$
<i>Lambda</i>	$\Lambda^0$	$(uds)$	1.115	0	0	0
<i>Sigma</i>	$\Sigma^+$	$(uus)$	1.189	+1	1	+1
	$\Sigma^0$	$(uds)$	1.192	0	1	0
	$\Sigma^-$	$(dds)$	1.197	-1	1	-1
<i>Cascata</i>	$\Xi^0$	$(uss)$	1.314	0	$1/2$	$+1/2$
	$\Xi^-$	$(dss)$	1.321	-1	$1/2$	$-1/2$

Para a compreensão do papel dos híperons na matéria constituinte de estrelas compactas, é preciso apenas a determinação das constantes  $\chi_{iB}$ , que atuam como um peso na constante de acoplamento do méson  $i = \sigma, \omega, \rho, \delta$ . Como híperons não estão presentes em núcleos atômicos ordinários, a determinação do termo de acoplamento méson-híperon diretamente das propriedades da matéria nuclear é impossibilitada. Algumas informações podem ser inferidas dos grupos de simetria do modelo, como feito por Lopes e Menezes (2014), mas ainda assim depende-se de parâmetros experimentais dos hipernúcleos, i.e., núcleos atômicos produzidos em laboratório que possuem híperons em sua composição (SCHAFFNER-BIELICH, 2008). Embora ainda seja difícil sintetizar os híperons mais massivos em colisores, há suficientes dados empíricos a respeito do híperon  $\Lambda$ , principalmente que seu potencial de interação possui profundidade de  $U_\Lambda = -28 MeV$  (GLENDENNING; MOSZKOWSKI, 1991). Assim, pode-se escolher os valores de  $\chi_{iB}$  de modo a reproduzir ao menos este potencial para a partícula  $\Lambda$ , que é conhecido.

Em face disto, neste trabalho será considerado o “esquema de acoplamento de híperons” baseado em valores experimentais para hipernúcleos, contrastados também com valores observacionais de estrelas de nêutrons (GLENDENNING, 2000). Assim, serão empregados os valores propostos por Glendenning e Moszkowski (1991),

$$\chi_{\sigma H} = \chi_{\delta H} = 0.7 \quad \text{e} \quad \chi_{\omega H} = \chi_{\rho H} = 0.783,$$

onde  $\chi_{iN} \equiv 1$  por construção. Como as demais constantes de acoplamento dos híperons podem ser derivadas do valor para o acoplamento com o méson  $\sigma$ , o esquema de acoplamento adotado aqui é também referido como  $\chi_\sigma = 0.7$  na literatura. Este esquema foi obtido considerando a parametrização para o NLWM conhecida como GM1, que não é a parametrização a ser adotada neste trabalho (LOPES; MENEZES, 2017). Logo, tem-se que o esquema de acoplamento de híperons adotado não é exatamente o mais adequado para as parametrizações adotadas neste trabalho, com o resultado para a descrição dos híperons diferindo do valor de  $U_\Lambda = -28 \text{ MeV}$  para o potencial do  $\Lambda^5$ , contudo os resultados de interesse neste estudo, a saber, o diagrama massa-raio, a massa bariônica e a descrição da transição de fase hádron-quark, não são significativamente afetados pela escolha de esquemas de acoplamento desde que  $\chi_\sigma > 0.5$ . Ainda assim, recomenda-se em trabalhos futuros a observância desta questão através da escolha do esquema de acoplamento dos híperons adequado à parametrização escolhida para o NLWM.

### 2.2.2 Baixas densidades

A região da crosta cobre uma faixa de densidade que vai de  $10^{-3}\rho_0$  a  $0.5\rho_0$ , dentro da qual acredita-se ocorrer a transição da matéria nuclear ordinária para a matéria de hádrons desconfiados. A pressão é relacionada proporcionalmente com a densidade, de modo que se aproximar da superfície estelar implica em lidar com baixas densidades. Neste regime, o emprego da aproximação de campo-médio relativística deixa de ser razoável, de modo que os resultados alcançados para o modelo NLWM não são válidos na crosta. Exige-se, portanto, a construção de um modelo descritivo para a matéria hadrônica adequado ao domínio de baixas densidades. Embora seja um tema de investigação atual, vide por exemplo Newton et al. (2011) e Alloy (2012), seu estudo foge do escopo deste trabalho, mas alguns resultados qualitativos interessantes podem ser apresentados.

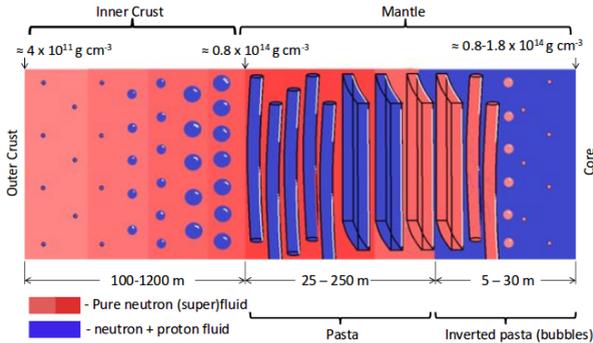
Como o desconfinamento dos bárions ocorre na crosta gradativamente, a matéria se encontra em uma transição dita ‘frustrada’, com o delicado equilíbrio das forças eletromagnéticas e nucleares impondo aos aglomerados determinadas distribuições espaciais, em certa ordem similar à matéria de elétrons degenerados em anãs brancas. Essa fase, representada em detalhe na Figura 8, é conhecida como “pasta nuclear” e assume, conforme a densidade, formas chamadas de gota (*droplet*) ou ‘almôndega’,

---

<sup>5</sup>Por exemplo, para a parametrização IU-FSU tem-se  $U_\Lambda = -34 \text{ MeV}$ , e para a parametrização NL3 $\omega\rho$  tem-se  $U_\Lambda = -24 \text{ MeV}$ .

haste (*rod*) ou ‘espaguete’, laje (*slabs*) ou ‘lasanha’, tubo (*tube*) ou ‘penne’ e bolha (*bubble*) ou ‘queijo suíço’ (ALLOY, 2012).

Figura 8 – Ilustração das regiões da crosta de uma estrela de nêutron, extraído de Newton et al. (2011).



Embora a crosta ocupe a camada externa da estrela até uma profundidade de cerca de 1–2 *km*, ela representa uma fração de menos de 1% da massa total da estrela (GLENDENNING, 2000). O cerne do problema de pesquisa deste trabalho é o conteúdo de energia/massa de estrelas compactas, que deve ser pouco afetado pela contribuição da matéria da crosta. Porém, optou-se por incluí-la na descrição de estrelas de nêutrons em nome da completeza da teoria. Em termos instrumentais, isto será feito interpolando à equação de estado derivada pelo NLWM, truncada a partir de uma certa densidade, uma EoS válida no domínio de baixas densidades. A equação de estado empregada para este fim é a obtida por Baym, Pethick e Sutherland (1971), chamada de BPS, e não será tratada em maior detalhe.

### 2.3 RESTRIÇÕES EXPERIMENTAIS E OBSERVACIONAIS

Devido a ausência de um modelo efetivo hegemônico para a matéria no domínio da QCD, a descrição de matéria hadrônica densa pode ser feita de várias maneiras distintas. Neste trabalho, restringiu-se a modelagem à teorias do tipo QHD, mas mesmo esta classe de modelos pode apresentar diferenças quanto ao número e tipo de interações consideradas. Ainda, cada modelagens individual é dependente de um conjunto de parâmetros livres, ajustáveis através de dados empíricos, que permite uma grande quantidade ajustes (e, conseqüentemente, de modelos) para matéria hadrônica.

Dutra et al. (2014) analisaram 263 modelos representativos da QHD, contrastando suas previsões com grandezas experimentais bem estabelecidas para matéria nuclear, e.g., o “módulo de compressibilidade”, a “energia de simetria” e seu *slope*, tomados no ponto de saturação nuclear ( $\rho_0$ ). Verificou-se que os resultados teóricos se adequavam aos limites empíricos em apenas 35 destes modelos, contidos em duas categorias principais do tipo-Walecka não-linear, construído anteriormente, (i) modelos em que as constantes de acoplamento são dependentes da densidade bariônica e que incluam o méson  $\delta$ , e (ii) modelos que considerem termos de interação cruzada dos campos mesônicos. Apenas os modelos do tipo (ii) podem ser considerados a partir da lagrangiana na forma (2.10–2.16), e somente esta classe será aplicada neste trabalho. Ainda assim, a equação de estado obtida (Eqs. 2.48–2.49) possui pelo menos oito parâmetros livres, a saber, as massas dos mésons mediadores ( $m_i$ ), as respectivas constantes de acoplamento ( $g_i$ ), os termos de autointeração/interação cruzada ( $\lambda_j$ ,  $\alpha_j$  e  $\alpha_j'$ ), além da escolha do esquema de acoplamento de híperons ( $\chi_{iB}$ ).

Até a recente descoberta de dois *pulsares* com massas da ordem de  $2 M_\odot$ <sup>6</sup> (DEMOREST et al., 2010; ANTONIADIS et al., 2013), os únicos critérios limitantes a que um modelo de matéria hadrônica estava sujeito eram aquelas advindos da matéria nuclear, num contexto microscópico, e a possibilidade de sustentar estrelas de nêutrons com massas superiores ao limite de Chandrasekhar ( $1.44 M_\odot$ ). Contudo, em decorrência deste novo dado observacional, exige-se também que os modelos permitam a descrição de estrelas de nêutrons com massas desta ordem de grandeza. Isso implica em um outro problema a ser considerado, pois a inclusão quase natural de híperons na descrição de matéria densa ‘amolece’ as equações de estado e diminui a massa máxima permitida para estrelas alcançada pelo modelo (VIDAÑA, 2016). A dificuldade de reconciliar as altas massas medidas de estrelas de nêutrons com a descrição destes objetos quando há a presença de híperons em seus interiores é chamado de *hyperon puzzle*, e sua solução é um dos principais temas recentes de investigação da astrofísica nuclear.

Dutra, Lourenço e Menezes (2016a, 2016b) realizaram a análise dos modelos neste contexto, partindo dos 35 modelos aprovados por Dutra et al. (2014) e exigindo que os modelos, além de satisfazer as propriedades da matéria nuclear, sejam capazes de descrever estrelas com massas da ordem de  $2 M_\odot$ , mesmo quando considera-se que esta matéria contenha híperons. Esta é uma condição severa, pois apenas dois (dos 35) modelos confrontados são aprovados pelo critério de produzir estrelas com massa

---

<sup>6</sup>Nomeadamente, os *pulsares* PSR J1614-2230, com massa  $(1.97 \pm 0.04)M_\odot$ , e PSR J0348+0432, com massa  $(2.01 \pm 0.04)M_\odot$ .

maior do que  $2 M_{\odot}$  quando incluem-se híperons nos cálculos. Os modelos aprovados no critério mais duro (chamados DDH $\delta$  e DD-ME $\delta$  na referência) eram do tipo que considera simultaneamente a presença do méson  $\delta$  e a dependência do acoplamento com a densidade. Optou-se por não trabalhar com modelos deste tipo no presente trabalho, contudo Dutra, Lourenço e Menezes (2016a) demonstram também que modelos onde há termos de interação cruzada dos campos mesônicos são capazes de produzir massas gravitacionais máximas no intervalo  $1.93 \leq M/M_{\odot} \leq 2.05$ , ao menos quando se desconsidera o efeito dos híperons. Neste trabalho, são onze modelos nesta situação. Considerou-se esta série de vínculos deveras restritivos aos objetivos deste estudo, de modo que decidiu-se não considerá-los na sua forma mais dura, mas como um fator a se levar em conta na interpretação dos resultados. Serão adotados doravante as parametrizações IU-FSU (FATTOYEV et al., 2010), FSUGOLD (TODD-RUTEL; PIEKAREWICZ, 2005; AGRAWAL, 2010) e NL3 $\omega\rho$  (FANG et al., 2017), apresentadas em detalhe no Apêndice B.

### 3 MATÉRIA DE QUARKS

Embora a totalidade da experiência física (e cotidiana) ateste que a matéria em seu estado fundamental se apresenta na forma de léptons e quarks confinados, não é possível excluir teoricamente a possibilidade deste ser apenas um estado duradouro metaestável ao invés de o verdadeiro estado fundamental da matéria bariônica. A “hipótese de Bodmer-Witten” propõe que é possível a existência de matéria estável de quarks desconfinados, desde que haja quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  em porções equivalentes (BODMER, 1971; WITTEN, 1984; FARHI; JAFFE, 1984). Esta hipótese vai além, ao postular que o real estado fundamental da matéria é a chamada “matéria estranha”. A conjectura de Bodmer-Witten não pode ser de pronto rejeitada ou confirmada com base no conhecimento físico corrente. Não obstante, as dramáticas implicações de se considerar que o estado fundamental da matéria em altas densidades seja outro que não o ordinário serviram de estímulo para o surgimento de investigações sérias a partir desta conjectura<sup>1</sup>.

Há suficientes evidências empíricas no sentido de garantir que o estado fundamental da matéria de quarks é o estado ligado quando estão presentes apenas quarks  $u$  e  $d$ . Em termos mais rigorosos, isto é equivalente a afirmar que a matéria de dois quarks livres possui uma energia de ligação por bárion superior àquela da energia por nucleon em núcleos ligados<sup>2</sup>. Contudo, de acordo com a hipótese considerada, talvez a inclusão de um terceiro sabor de quark ( $s$ ) possa favorecer a fase desconfinada, pois a adição de um terceiro sabor (ou seja, mais um grau de liberdade para os números quânticos das partículas) possibilitaria a distribuição dos estados dos quarks em três mares de Fermi ao invés de dois, abaixando por conseguinte a energia de ligação do sistema.

Pretende-se discutir doravante a existência e as características de estrelas compactas constituídas de matéria de estável de quarks desconfinados. Contudo, o surgimento deste tipo de objeto exige meios com considerável “estranheza”, o que contraria a observação de que a matéria a baixas energias é majoritariamente constituída por quarks  $u$  e  $d$ , e consequentemente não-estranha. Embora a densidade em que ocorreria o desconfinamento dos quarks seja ainda indeterminada, pode-se argumentar

<sup>1</sup>Como já fazia notar Farhi e Jaffe (1984, p. 2379) num dos trabalhos inaugurais do tema: “*The proposal that quark matter rather than nuclear matter might be the ground state of QCD at finite baryon number is sufficiently radical to merit study in its own right, independent of any cosmological or astrophysical implications*”.

<sup>2</sup>Normalmente é tomado como referência o valor da energia de ligação por bárion do <sup>56</sup>Fe, ~ 930 MeV.

que estaria entre 2 e 10 vezes a densidade nuclear média, o que equivale à densidades de energia superiores a  $500 \text{ MeV}/fm^3$ . Como a massa do quark  $s$  é da ordem de  $100 \text{ MeV}$ , fica claro que, em ambientes de tal ordem de densidade, a conversão de quarks  $u$  e  $d$  excitados em quarks  $s$  possa ser favorecida energeticamente (WEBER, 2005), em analogia ao processo de surgimento de híperons na matéria hadrônica densa. Sendo assim, a hipótese de Bodmer-Witten é perfeitamente conciliável com a observação de que a matéria ligada predomina a baixas densidades e, adicionalmente, permite que se abra um interessante campo de investigação.

### 3.1 MODELO DE SACOLA DO MIT

A discussão quantitativa acerca da hipótese de Bodmer-Witten, bem como a consequente busca pela equação de estado para a matéria estranha, esbarra na dificuldade em se tratar analiticamente a dinâmica da QCD (vide seção 1.2.2). Assim, a construção de modelos efetivos para descrever a matéria neste estado se torna o único meio acessível para se tratar o problema da obtenção das EoS.

O modelo de sacola do MIT (em referência ao *Massachusetts Institute of Technology*, onde foi elaborado) foi inicialmente apresentado por Chodos et al. (1974) para considerar as massas de hádrons em termos dos seus quarks constituintes, e vem desde então sendo amplamente utilizado para tratar também da matéria de quarks desconfinados. Apesar de ser considerado um tanto ingênuo, o modelo do MIT é formulado de modo a garantir a liberdade assintótica e o confinamento dos quarks por construção, contornando estes pontos problemáticos em modelos mais robustos, como o Nambu-Jona-Lasinio. A ideia central do modelo do MIT é que os quarks se encontram livres em uma região sem cor (a ‘sacola’ que nomeia o modelo), e que este confinamento é devido à propriedade que o “vácuo cromodinâmico” tem de excluir quarks. A energia empregada na criação desta região de volume  $V$ , em que o vácuo é dito “perturbativo”, é dada por  $BV$ , onde a densidade de energia  $B$  é chamada de “constante de sacola” (ou “*bag*”).

A lagrangiana que reproduz a dinâmica dos quarks  $\psi_q$  contidos em uma *bag* de volume  $V$  delimitado pela superfície  $S$  pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{\text{MIT}} = \sum_q [\bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - B] \Theta_V - \frac{1}{2} \bar{\psi}_q \psi_q \delta_S, \quad (3.1)$$

onde o índice  $q$  denota os sabores dos quarks envolvidos, de massa  $m_q$ , e  $B$  é a constante de sacola.  $\Theta_V$  é a função de Heaviside, que assume va-

lor um dentro do volume da sacola e nulo fora dela, o que garante o total confinamento das funções de onda dos quarks dentro da região da *bag*. O termo  $\frac{1}{2}\bar{\psi}_f\psi_f\delta_S$ , onde  $\delta_S$  é o delta de Dirac, assegura a continuidade na superfície  $S$ . Para o caso da *bag* esférica de raio  $R$ , o argumento de ambos  $\Theta_V$  e  $\delta_S$  é  $(R-r)$ .

A obtenção das equações de movimento a partir da equação (3.1) é facilitada por meio dos métodos variacionais (TORRES, 2016), equivalentes conceitualmente ao expresso pela equação de Euler-Lagrange (BJORKEN; DRELL, 1965; LEMOS, 2007). Restringindo-se a um sabor, por simplicidade, e reescrevendo convenientemente o termo da lagrangiana que se refere à equação de Dirac como

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = \frac{i}{2}(\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) - m\bar{\psi}\psi, \quad (3.2)$$

pode-se aplicar o cálculo variacional à  $\bar{\psi}$ , de modo que se tenha

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} = \frac{i}{2}(\delta\bar{\psi})\gamma^\mu\partial_\mu\psi\Theta(R-r) - \frac{i}{2}(\partial_\mu\delta\bar{\psi})\gamma^\mu\psi\Theta(R-r) \\ - m(\delta\bar{\psi})\psi\Theta(R-r) - \frac{1}{2}(\delta\bar{\psi})\psi\delta(R-r). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Integrando o segundo termo de (3.3) por partes, impondo  $\mathcal{L}$  estacionária frente a variações nos campos e tomando que  $\partial_\mu\Theta(R-r) = n_\mu\delta(R-r)$ , onde  $n_\mu$  é o vetor unitário normal à superfície, é possível finalmente reescrever (3.3) como

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} = \left[ i\gamma^\mu\partial_\mu\psi\Theta(R-r) + \frac{i}{2}\gamma^\mu n_\mu\psi\delta(R-r) \right. \\ \left. - m\psi\Theta(R-r) - \frac{1}{2}\psi\delta(R-r) \right] (\delta\bar{\psi}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Por fim, aplicando o “princípio de Hamilton”,

$$\delta\mathcal{S} = \int dt \int_V d^3x \delta\mathcal{L} = 0, \quad (3.5)$$

à equação (3.4), com o intuito de minimizar a ação  $\mathcal{S}$  em relação ao campo, chega-se à equação de movimento

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\psi)\Theta(R-r) + \frac{1}{2}(in_\mu\gamma^\mu\psi - \psi)\delta(R-r) = 0. \quad (3.6)$$

Pode-se repetir o mesmo procedimento à  $\psi$ , a partir da equação (3.3), com o objetivo de obter a equação adjunta de (3.6).

Vê-se a partir da equação (3.6) que o movimento dos quarks é descrito por equações de movimentos linearmente independentes em duas regiões distintas. No interior do volume da *bag* ( $r < R$ ) tem-se, de acordo com seu primeiro termo,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0,$$

que é exatamente a equação de Dirac para a partícula livre (Eq. 1.7). Isto representa o fato dos quarks se comportarem como férmions livres dentro da região da sacola, emulando a propriedade da QCD apresentar liberdade assintótica, como pretendido.

O segundo termo de (3.6),

$$in_\mu \gamma^\mu \psi = \psi, \quad (3.7)$$

ou sua adjunta<sup>3</sup>,

$$-in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu = \bar{\psi}, \quad (3.8)$$

se referem às condições na superfície  $S$  ( $r = R$ ). Multiplicar  $\bar{\psi}$  pela esquerda em (3.7) e  $\psi$  pela direita em (3.8) leva diretamente ao sistema de equações

$$\begin{cases} in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \bar{\psi} \psi \\ -in_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \bar{\psi} \psi \end{cases}, \quad (3.9)$$

que admite solução apenas se  $n_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi = 0$  em  $S$ . É usual definir a “corrente de quarks”,

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (3.10)$$

de modo que a condição que decorre de (3.9), chamada de condição de contorno linear (c.c.l.), possa ser expressa como

$$n_\mu j^\mu = 0. \quad (3.11)$$

Interpretando (3.11) como um produto escalar, é possível notar que a c.c.l.

<sup>3</sup>Aplicando o conjugado hermitiano em (3.7),

$$(in_\mu \gamma^\mu \psi)^\dagger = \psi^\dagger,$$

e utilizando as propriedades da adjunta do produto,  $(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$ , e a identidade  $\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0$ , chega-se a

$$-in_\mu \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 = \psi^\dagger.$$

Por fim, multiplicando-se os dois lados desta equação por  $\gamma^0$  pela direita, utilizando a propriedade  $(\gamma^0)^2 = 1$  e retomando a definição de adjunta de Dirac,  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ , é simples obter a equação (3.8).

garante que não há corrente de quarks atravessando a superfície  $S$ , ou seja, que há o confinamento dos quarks no interior da *bag*.

Implicitamente, a condição exigida pelo sistema (3.9) aponta que termos quadráticos da função de onda são nulos na superfície, ou

$$\bar{\psi}\psi = 0 \quad (r = R).$$

Isto equivale afirmar que não só os quarks são ‘proibidos’ de atravessar a superfície como também que sequer há quarks na região de  $S$ . Reaplicando o princípio variacional de Hamilton (Eq. 3.5), minimizando a ação em relação a  $S$ , e tendo em mente o cancelamento dos termos quadráticos do campo, obtém-se

$$\frac{i}{2} (\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu\psi) - B = 0. \quad (3.12)$$

Multiplicando (3.7) por  $n^\mu$  e tomando proveito da sua unitariedade ( $n^\mu n_\mu = 1$ ), mostra-se que

$$-\gamma^\mu\psi = i n^\mu\psi, \quad (3.13)$$

e de maneira equivalente, para sua adjunta,

$$\bar{\psi}\gamma^\mu = i n^\mu\bar{\psi}. \quad (3.14)$$

Reescrevendo em face disso a equação (3.12) e rearranjando os termos, se chega a

$$\begin{aligned} B &= -\frac{1}{2} (n^\mu\bar{\psi}\partial_\mu\psi + \partial_\mu\bar{\psi}n^\mu\psi) \\ &= -\frac{1}{2} n^\mu\partial_\mu(\bar{\psi}\psi) \Big|_{\vec{r}\in S}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

O termo  $n^\mu\partial_\mu = (0, -\nabla)$  pode ser entendido como uma derivada direcional perpendicular à superfície da *bag*, de modo que, para o caso da *bag* esférica,

$$B = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{\psi}\psi) \Big|_{r=R}. \quad (3.16)$$

A equação (3.15), chamada de condição de contorno não-linear (c.c.n.l.), garante a conservação de energia e momento no modelo do MIT, pois garante a invariância de  $\mathcal{T}_{\mu\nu}$  (Eq. 2.5) na superfície da sacola, enquanto a equação de Dirac garante nos demais pontos. Também é possível identificar o termo  $-\frac{1}{2} n^\mu\partial_\mu(\bar{\psi}\psi)$  como a componente normal da pressão exercida pelos campos das partículas dentro da *bag*, que deve ser contrabalaneada pela constante  $B$  para que o sistema seja estável (GREINER; SCHRAMM; STEIN, 2002).

Portanto, a partir da densidade lagrangiana do modelo MIT (Eq. 3.1), obteve-se as equações de movimento dos campos sujeitos à sua dinâmica. Estas condições podem ser sumarizadas como

$$\left\{ \begin{array}{ll} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 & \text{(Eq. de Dirac) em } \vec{r} \in V \\ n_\mu j^\mu = 0 & \text{(c.c.l.)} \\ B = -\frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu (\bar{\psi}\psi) & \text{(c.c.n.l.) em } \vec{r} \in S. \end{array} \right. \quad (3.17)$$

O modelo do MIT estabelece que a energia dos quarks na sacola é dada pela energia cinética das partículas contidas em seu volume, somada à energia empregada pelo vácuo na criação da *bag*. Para matéria de quarks livres, a contribuição das condições de contorno na energia das partículas é desprezível em comparação com a energia do interior da sacola. Assim, pode-se descrever a matéria de quarks desconfiados a partir de um gás de Fermi, considerando a contribuição da constante da *bag* na densidade de energia e pressão (GLEDENNING, 2000).

### 3.1.1 Equação de estado para matéria estranha

Apoiado nas discussões das sessões anteriores, pode-se obter as EoS para a matéria de quarks desconfiados descritos pelo modelo de sacola do MIT. No seu domínio de aplicação original, o modelo de sacola descrevia as propriedades dos núcleos em termos dos graus de liberdade dos quarks confinados, aproximando, de acordo com as condições elencadas em (3.17), o nucleon como uma sacola de raio equivalente e considerando os três quarks no seu interior como férmions não-interagentes, cujas funções de onda são derivadas da equação de Dirac (1.7). Já a matéria ilimitada de quarks desconfiados, que de acordo com a hipótese de Bodmer-Witten deve ser a matéria estranha, pode ser entendida no contexto do modelo, *grosso modo*, como um enorme hádron contendo muitíssimos quarks *u*, *d* e *s* assintoticamente livres no seu interior. Assim, a matéria neste estado pode ser descrita tomando-se os quarks como um gás de Fermi livre, com a constante da *bag* agindo sobre todo o volume. Isto implica também que a matéria estranha seja “autoligada”, o que quer dizer que a pressão de degenerescência dos quarks é contrabalanceada pela constante de sacola *B* (que emula o papel da força forte neste contexto), e não a força gravitacional como nas matérias degeneradas de elétrons, em anãs brancas, ou de hádrons, em estrelas de nêutrons.

Portanto, as EoS serão simplesmente as equações de estado obtidas

para um gás de férmions relativísticos livres<sup>4</sup>, acrescidas as contribuições da constante da *bag* e das espécies variadas de quarks presentes. Partindo da equação (A.21) pode-se ver que a aproximação sem temperatura é suficiente para os objetivos pretendidos neste trabalho, pois, para o caso do quark  $u$ ,  $E > m = 5 \text{ MeV}$  ( $T_F \sim 10^{10} \text{ K}$ ). Como as temperaturas dos *pulsares* são tipicamente da ordem de  $10^6 \text{ K}$ , é muito razoável considerar  $T = 0$  no estudo de estrelas compactas. Assim, a densidade de número bariônico, a partir da equação (A.23), é

$$\rho = \sum_q \frac{1}{3} \frac{\lambda_q (p_{Fq})^3}{6\pi^2}, \quad (3.18)$$

onde o índice  $q$  representa os quarks ( $q = u, d, s$  para a matéria estranha) e foi notado que o número bariônico de um quark é igual a  $1/3$ . Também,  $\lambda_q = 6$ , pois cada nível é degenerado em relação a dois spins e a três cores. Ainda, é usual parametrizar as EoS em função de  $\rho$ , tal que (3.18) pode ser escrito de forma mais conveniente como

$$p_{Fq} = \sqrt[3]{3\pi^2 \rho_q}. \quad (3.19)$$

A pressão e densidade de energia seguem trivialmente de (A.24) e (A.25), e são dadas por

$$P = \frac{1}{\pi^2} \sum_q \int_0^{p_{Fq}} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m_q^2}} - B \quad (3.20)$$

e

$$\varepsilon = \frac{3}{\pi^2} \sum_q \int_0^{p_{Fq}} dp p^2 \sqrt{p^2 + m_q^2} + B. \quad (3.21)$$

Outras propriedades relevantes podem ser extraídas das EoS obtidas, como o feito para o caso da matéria hadrônica. Por exemplo, sendo  $e_q$  é a carga do quark de sabor  $q$  (vide Tabela 2), a densidade de carga elétrica é dada por

$$\rho_{el} = \sum_q e_q \rho_q = \frac{1}{3\pi^2} \sum_q e_q (p_{Fq})^3. \quad (3.22)$$

### 3.1.2 Janela de estabilidade

A existência de matéria de quarks desconfiados estável está condicionada à sua energia de ligação por bárion possuir um valor inferior ao da

---

<sup>4</sup>Vide o Apêndice A para um tratamento detalhado.

energia por nucleon do  $^{56}\text{Fe}$ . A energia de ligação por bárion é dada por

$$U_B = \frac{E}{A} = \frac{\varepsilon}{\rho}, \quad (3.23)$$

onde  $E$  é a energia de ligação,  $A$  é o número bariônico, e  $\varepsilon$  e  $\rho$  são as densidades de energia e de número bariônico, respectivamente. Como já foi discutido, a experiência atesta que a matéria de quarks  $u$  e  $d$  desconfina-se não é estável, mas a hipótese de Bodmer-Witten sugere que a matéria desconfina-se de quarks  $u$ ,  $d$  e  $s$  talvez o seja. Assim, a matéria estranha será estável a pressão zero se a condição

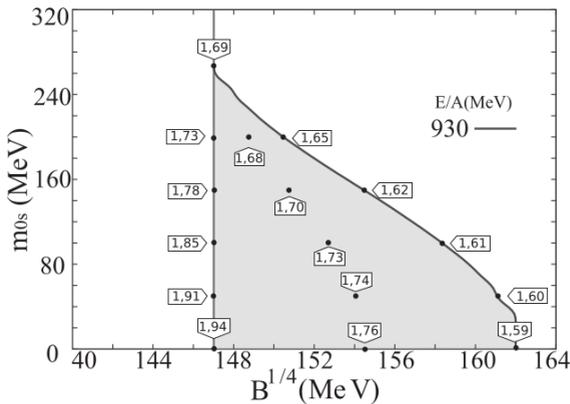
$$\frac{\mathcal{E}(u,d,s)}{\rho(u,d,s)} \leq 930 \text{ MeV} \quad (3.24)$$

for assegurada enquanto a matéria de dois sabores desconfina-se não for estável, isto é,

$$\frac{\mathcal{E}(u,d)}{\rho(u,d)} > 930 \text{ MeV}, \quad (3.25)$$

caso contrário núcleos atômicos poderiam ser feitos apenas da matéria desconfina-se, o que contradiz a experiência.

Figura 9 – Janela de estabilidade da matéria estranha descrita pelo modelo do MIT, em termos dos parâmetros livres  $B^{1/4}$  e massa do quark  $s$  ( $m_{0s}$ ), extraído de Torres e Menezes (2013). Os valores dentro das bandeiras representam a massa máxima (em unidades de  $M_\odot$ ) de uma estrela estranha cuja EoS tomou os valores do ponto para os parâmetros.



Uma resposta definitiva para a questão da estabilidade da matéria estranha esbarra na impossibilidade de se derivar de primeiros princípios uma equação de estado para matéria no regime da QCD. Contudo, é possível contrastar os modelos efetivos, construídos para contornar a insolubilidade da QCD, com as condições (3.24) e (3.25) para investigar, em termos dos parâmetros livres da teoria, a janela de valores que permite a descrição de matéria estranha estável. Para o modelo do MIT,  $\varepsilon$  e  $\rho$  são calculados por meio das equações (3.18–3.21), para a matéria de dois e três sabores, e resultam na janela de estabilidade representada na Figura 9, onde os parâmetros livres são a constante da *bag* ( $B^{1/4}$ ) e a massa do quark *strange* (TORRES; MENEZES, 2013). Considerou-se aqui  $m_s = 150 \text{ MeV}$ , de modo que neste trabalho será tomado valores da constante da sacola no intervalo

$$148 \text{ MeV} \leq B^{1/4} \leq 158 \text{ MeV}$$

como a janela em que o modelo do MIT descreve a matéria estranha em condições de estabilidade. Contudo, este limite será extrapolado se necessário, preservando ainda a janela de estabilidade como um fator a se levar em conta na interpretação dos resultados.



## 4 DESCRIÇÃO DE ESTRELAS COMPACTAS

Os modelos apresentados nos dois capítulos anteriores foram originalmente desenvolvidos tendo em vista suas aplicações no contexto microscópico, i.e., na matéria nuclear, colisões de íons pesados ou na descrição da subestrutura de hádrons. Neste trabalho, estes modelos serão extrapolados para o âmbito macroscópico da descrição de matéria densa contínua, como é praxe no estudo de objetos estelares compactos. O procedimento para se passar da microfísica, na forma dos modelos efetivos relativísticos, à macrofísica, na forma de variáveis observacionais de objetos estelares compactos, será discutido neste capítulo. Uma parte disso foi discutida nas seções 2.3 e 3.1.2, onde, respectivamente, se tratou da escolha de parametrizações para o NLWM que satisfaçam ao mesmo tempo condições das matérias nuclear e estelar, e dos valores da constante da sacola que asseguram a estabilidade da matéria de quarks desconfinados. Porém, ainda há outros limitantes físicos para a descrição da matéria densa, que não dependem do modelo construído para substituir a solução da QCD.

### 4.1 CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO

Partir do quadro nuclear, onde o número de partículas é pequeno e a escala é da ordem de  $10^{-15} m$ , para o da matéria estelar, onde há partículas suficientes para se considerar o limite termodinâmico e os efeitos da relatividade são preponderantes, certamente implica em condições especiais à composição dessa matéria, com o objetivo de assegurar sua estabilidade.

Tabela 4 – Características léptons, adaptado de Griffiths (2008).

LÉPTON		MASSA ( $MeV$ )	CARGA ( $e$ )
<i>Elétron</i>	$e^-$	0.510	-1
<i>Múon</i>	$\mu^-$	105.6	-1
<i>Tau</i>	$\tau^-$	1776	-1
	$\nu_e$	$< 2.2 \times 10^{-5}$	0
<i>Neutrinos</i>	$\nu_\mu$	$< 0.17$	0
	$\nu_\tau$	$< 15.5$	0

Para assegurar os equilíbrios discutidos a seguir, é conveniente incluir nas densidades lagrangianas que descrevem as matérias hadrônica e

e de quarks (Eqs. 2.10–2.16 e 3.1) um termo que represente os léptons, do tipo

$$\mathcal{L}_l = \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_l) \psi_l, \quad (4.1)$$

onde o índice  $l$  representa o lépton de massa  $m_l$  descrito pela função de onda  $\psi_l$ . A inclusão de léptons na matéria hadrônica (e também na matéria de quarks) se encontra fisicamente justificada (i) na conservação dos números leptônicos, que deve ser respeitada na transição da matéria estelar ordinária (onde certamente há partículas deste tipo) para a matéria hadrônica degenerada pós-supernova, e (ii) como subproduto da série de decaimentos do processo Urca, que desempenha um papel importante na formação de estrelas compactas. A estrutura da lagrangiana (4.1) é bastante recorrente neste trabalho, e descreve um gás relativístico de férmions de spin  $1/2$  livres, cuja discussão detalhada está feita no Apêndice A. A interação elétrica é desprezada na descrição do gás de léptons, pois sua intensidade é pelo menos duas ordens de grandeza inferior à da força forte, e são considerados presentes apenas elétrons e múons, que possuem uma barreira de massa mais baixa. Sendo assim, o efeito da inclusão do termo (4.1) às densidades lagrangianas dos modelos tem o efeito equivalente ao de considerar um gás de elétrons e múons ‘misturado’ à matéria de hádrons/quarks. As características principais dos seis léptons do Modelo Padrão são apresentadas na Tabela 4.

#### 4.1.1 Neutralidade de carga

Núcleos atômicos são mantidos coesos pela atração decorrente da força forte residual entre os nucleons, sendo inclusive essa a motivação inicial para o estudo desta interação. Contudo, mesmo no caso da matéria nuclear, a força forte não consegue sustentar núcleos de número atômico  $A$  maiores que aproximadamente 200, certamente muito inferior ao encontrado em estrelas de nêutrons. Além disso, como já discutido, o caráter repulsivo dessa força é de importância central para o caso da matéria estelar densa, o que também dificulta que essa força garanta a unidade da estrela. Portanto, nota-se que as estrelas de nêutrons devem ser “gravitacionalmente ligadas”, i.e., a pressão de degenerescência dos hádrons é contrabalanceada pela força gravitacional.

Contudo, como a força de repulsão coulombiana é muito mais intensa que a atração gravitacional, impõe-se a condição

$$\frac{Z_{ef} e^2}{R^2} < \frac{G A m^2}{R^2} \Rightarrow Z_{ef} < 10^{-36} A, \quad (4.2)$$

onde  $Z_{ef}$  é o número de carga líquido das partículas contidas na estrela (GLENDENNING, 2000). Como essa condição é bastante forte, considera-se as estrelas compactas como objetos eletricamente neutros, de modo que a matéria estelar deve ser constituída de diversas partículas, sejam léptons ou outras espécies bariônicas, carregadas negativa e positivamente. Isso implica que a matéria hadrônica, neste contexto, pode ser severamente assimétrica em relação ao isospin (ou às quantidades relativas das espécies bariônicas), enquanto a matéria nuclear é, em geral, quase simétrica. Portanto, encontra-se de (2.53), a condição de neutralidade de carga para a matéria hadrônica, com híperons, elétrons e múons,

$$\rho_p + \rho_{\Sigma^+} = \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-} . \quad (4.3)$$

De maneira equivalente, decorre de (3.22) a condição de neutralidade de carga para a matéria estranha, com quarks, elétrons e múons,

$$\frac{2}{3}\rho_u = \frac{1}{3}\rho_d + \frac{1}{3}\rho_s + \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-} . \quad (4.4)$$

#### 4.1.2 Equilíbrio químico

Nêutrons livres são partículas instáveis, com meia-vida de cerca de 10 minutos (HEYDE, 2004). O decaimento de nêutrons, também chamado de decaimento  $\beta$  pode ser representado pela equação (1.1). Espera-se, contudo, que este processo seja de alguma maneira contrabalanceado no interior de estrelas de nêutrons que são constituídas em boa parte (embora não inteiramente) de nêutrons livres. Este processo, em que os léptons livres contidos na matéria ‘colidem’ com um próton e formam um nêutron e o respectivo neutrino, é chamado de decaimento  $\beta$  inverso e pode ser descrito pela equação (1.3). Como já foi apresentado, esse ciclo de decaimentos  $\beta$  diretos e inversos é o chamado processo Urca, que desempenha um papel central no resfriamento de estrelas de nêutrons. Generalizando-se este tipo de processo para outros bárions, tem-se o processo Urca definido como

$$B_1 \rightarrow B_2 + \beta + \bar{\nu}_\beta \quad \rightleftharpoons \quad B_2 + \beta \rightarrow B_1 + \nu_\beta, \quad (4.5)$$

onde  $B_i$  pode representar quaisquer bárions, desde que adequados à conservação de energia e de carga, e  $\beta$  é um lépton de carga negativa, associado ao respectivo neutrino (antineutrino)  $\nu_\beta$  ( $\bar{\nu}_\beta$ ).

Entende-se que os bárions são degenerados no interior de estrelas de nêutrons, e esse argumento se estende para o gás de léptons. Essa característica é importante no processo de definição das populações de par-

tículas no interior da estrela, pois o estado de equilíbrio da matéria será alcançado quando as duas reações do processo Urca atingirem o equilíbrio. Isso ocorrerá quando não houver mais níveis de energia acessíveis aos léptons produzidos no decaimento  $\beta$  direto, já que se impõe

$$E_{FB_1} = E_{FB_2} + E_F\beta, \quad (4.6)$$

de forma que, quando todos os níveis de energia menor que a energia de Fermi estiverem ocupados, o processo cessará.

Restringindo nosso estudo à estrelas compactas frias, i.e., após a fase de “desleptonização”, em que os neutrinos/antineutrinos já deixaram a matéria hadrônica, carregando consigo a energia térmica do nascimento da estrela compacta, e identificando que  $E_F = \mu$  para matéria no estado fundamental, pode-se deduzir o estado em que essa estabilidade é atingida, no chamado “equilíbrio químico” (ou “ $\beta$ ”). Para a fração da matéria constituída de bárions do tipo  $B$ , de carga  $q_B$ , é possível mostrar que

$$\mu_B = \mu_n - q_B\mu_{e^-}, \quad (4.7)$$

de onde se nota que os potenciais químicos bariônicos podem ser escritos diretamente em termos dos potenciais dos nêutrons e dos elétrons, independentes entre si, respectivamente  $\mu_n$  e  $\mu_{e^-}$  (SILBAR; REDDY, 2004). Portanto, pode-se escrever a condição de equilíbrio químico de maneira explícita para as partículas do octeto bariônico consideradas neste trabalho,

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_{\Lambda^0} = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0}, \\ \mu_p &= \mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_{e^-}, \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Em analogia ao equilíbrio  $\beta$  na matéria hadrônica, encontra-se o vínculo

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_{e^-} \quad (4.9)$$

para o equilíbrio químico na matéria estranha. Para os léptons misturados na matéria hadrônica ou estranha, ainda,  $\mu_{e^-} = \mu_{\mu^-}$ .

## 4.2 EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF

O centro das discussões deste trabalho até aqui foi a construção de modelos efetivos que descrevessem a matéria densa a partir de teorias de campo efetivas em substituições à QCD que, embora seja a teoria mais fun-

damental para esse contexto, é insolúvel. Assim, foram obtidas as equações de estado (EoS) para a matéria hadrônica, a partir do modelo NLWM, e para a matéria estranha, do modelo de sacola do MIT. Essas EoS estão representadas no final deste capítulo, já levando em conta todas as condições de equilíbrio discutidas acima. Passar da micro para a macrofísica exige, então, que se submeta as EoS que descrevem a matéria densa às condições de equilíbrio mecânico (ou hidrostático), pois entende-se que as estrelas compactas são objetos suficientemente estáveis em sua estrutura interna.

Deve-se, portanto, determinar a relação entre força gravitacional e pressão de degenerescência da matéria no interior da estrela na situação de equilíbrio. Estrelas compactas são corpos cujo campo gravitacional é extremamente intenso, de maneira que a relação de equilíbrio deve ser estabelecida no âmbito da relatividade geral. Nesse contexto, a maneira com que a geometria do espaço-tempo e seu conteúdo de matéria-energia se correlacionam é ditada pela Equação de Campo de Einstein,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi\mathcal{T}_{\mu\nu}, \quad (4.10)$$

onde  $R_{\mu\nu}$  é o “tensor de curvatura de Ricci”,  $R$  é a “curvatura escalar”,  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico e  $\mathcal{T}_{\mu\nu}$  é o tensor energia-momento, que vem a ser, neste caso, o tensor energia-momento para um fluido ideal em equilíbrio (Eq. 2.6), pois o espaço-tempo é plano na escala de distância da interação entre as partículas.

Destarte, a condição de equilíbrio hidrostático relativístico decorre da solução de (4.10) para o interior de um objeto esférico estático, que emprega a chamada “métrica de Schwarzschild”, definida pelo elemento de linha

$$ds^2 = -e^{2\phi(r)} dt^2 + \left[1 - \frac{2m(r)}{r}\right]^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (4.11)$$

onde  $m(r)$  é a “massa gravitacional” interna à esfera de raio  $r$  (MISNER; THORNE; WHEELER, 1973). Pode-se determinar  $\phi(r)$  tomando proveito das simetrias do problema, que também permitem, em conjunto com o tensor energia-momento para um fluido ideal (2.6), reescrever (4.11) na forma da equação diferencial

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{[\varepsilon(r) + P(r)][m(r) + 4\pi r^3 P(r)]}{r[r - 2m(r)]}, \quad (4.12)$$

onde a massa gravitacional é

$$m(r) = \int_0^r dr' 4\pi r'^2 \varepsilon(r'), \quad (4.13)$$

e  $\varepsilon(r)$  e  $P(r)$  são a densidade de energia e a pressão na camada esférica de raio  $r$ . A equação para o equilíbrio hidrostático relativístico (4.12) é chamada de Equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV)<sup>1</sup>, e foi obtida simultaneamente por Tolman (1939) e Oppenheimer e Volkoff (1939).

Comparando-se a TOV com seu análogo clássico, a equação de equilíbrio hidrostático newtoniano,

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\varepsilon(r) m(r)}{r^2}, \quad (4.14)$$

nota-se que a pressão aumenta muito mais rapidamente no caso relativístico, i.e., a relatividade geral prevê que objetos esféricos estacionários estão sujeitos à forças gravitacionais mais intensas do que o previsto pela gravitação newtoniana, o que sugere que situações tomadas como estáveis pela descrição clássica podem entrar em colapso se efeitos relativísticos forem levados em conta (MISNER; THORNE; WHEELER, 1973).

Esse objeto será percebido por um observador distante como possuindo um raio  $r = R$ , definido a partir da condição de contorno  $P(R) = 0$ , e uma massa gravitacional  $M = m(R)$ , dada por (4.13). Também são importantes outras condições de contorno, como  $m(0) = 0$  e as definições de pressão central e densidade de energia central,

$$P(0) = P_c \quad \text{e} \quad \varepsilon(0) = \varepsilon_c. \quad (4.15)$$

Pode-se identificar que a equação (4.12) divergirá para o raio  $R_S = 2M$ , chamado de “raio de Schwarzschild”, que representa o raio mínimo que a estrela pode ter, dada sua massa, para que sua pressão interna seja capaz de contrabalançar a gravidade e evitar o colapso gravitacional do objeto em um buraco negro.

A solução da TOV parte das equações de estado, que ditam o comportamento de  $P$  e  $\varepsilon$  para a matéria constituinte da estrela, porém a equação (4.12) é exatamente solucionável para poucos casos de EoS. Numericamente<sup>2</sup>, a solução é feita a partir de uma densidade de energia central  $\varepsilon_c$  e da obtenção do gradiente de pressão e, conseqüentemente dos valores seguintes de  $\varepsilon(r)$ . Esse procedimento repete-se iterativamente até que a superfície da estrela, onde a pressão é nula, no raio que corresponde ao raio da estrela,  $P(R) = 0$ . Resolvendo-se a TOV para diferentes valores de densidade de energia central  $\varepsilon_c$ , chega-se aos resultados correspondentes

<sup>1</sup>Há diversas variações dessa nomenclatura na literatura, como ‘equação OV’ ou ‘equações TOV/OV’, no plural, se referindo a (4.12) e (4.13) em conjunto. Para uma interessante e detalhada discussão sobre isso, vide Semiz (2016).

<sup>2</sup>O algoritmo utilizado para a solução da TOV neste trabalho foi elaborado e cordialmente disponibilizado pelo professor Marcelo Chiapparini (DFT-UERJ).

a uma família de estrelas possíveis para a dada EoS, que está ilustrada através de um diagrama da massa gravitacional *versus* o raio da estrela, para as EoS consideradas neste trabalho, na seção seguinte.

Um caso interessante, por possuir solução analítica exata, é a estrela constituída de matéria incompressível, isto é, com  $\varepsilon(r) = \varepsilon_c$ , constante. Para esse caso, a solução da TOV leva à relação

$$\frac{2M}{R} = 1 - \left( \frac{P_c + \varepsilon_c}{3P_c + \varepsilon_c} \right)^2. \quad (4.16)$$

Como a densidade é constante, a inclusão de uma maior massa implica no aumento do raio e da pressão central. Assim, para a maior massa possível para essa estrela, a densidade de energia será desprezível frente a pressão, de maneira que se obtém

$$\frac{R}{R_S} > \frac{9}{8}, \quad (4.17)$$

que determina que o menor raio estável que estrelas deste tipo podem ter é ligeiramente maior que o raio de Schwarzschild (WEINBERG, 1972).

Determinar soluções em equilíbrio hidrostático para a TOV não assegura por si só a estabilidade da estrela compacta. A questão da estabilidade de estrelas de nêutrons é tratada em detalhe em Glendenning (2000) e Weber et al. (2007), e não será tratada em grande detalhe neste trabalho. Contudo, é importante para a correta interpretação dos diagramas massa-raio que se compreenda em que condições o equilíbrio pode ser reestabelecido após as estrelas serem retiradas dessa situação. Analisando o comportamento esperado para as soluções da TOV para uma estrela de massa  $M$  e energia central  $\varepsilon_c$ , nota-se que (i) se a estrela é comprimida, sua densidade central aumenta para um valor  $\varepsilon'_c > \varepsilon_c$ , de modo que a pressão na nova configuração deve ser suficiente para se sobrepor à gravidade, fazendo a estrela retornar a seu estado inicial de equilíbrio, o que só ocorrerá se a massa  $M'$ , que a estrela deveria possuir para que estivesse em equilíbrio na configuração  $\varepsilon'_c$ , for maior que a massa inicial  $M$ , e (ii) se a estrela sofrer uma expansão, sua densidade central diminui para um valor  $\varepsilon'_c < \varepsilon_c$ , de modo que a atração gravitacional da estrela deve superar a pressão, fazendo a estrela contrair e retornar à configuração inicial, o que demanda que a massa  $M'$ , que a estrela teria na nova configuração se estivesse em equilíbrio, seja menor que a massa inicial  $M$ . Dessas duas situações, pode-se perceber que

$$\frac{dM}{d\varepsilon_c} > 0 \quad (4.18)$$

é uma condição necessária às soluções estáveis da TOV (GOMES, 2011). As

soluções instáveis podem ser percebidas nos diagramas massa-raio a partir do ponto em que a massa e o raio passam a diminuir com o aumento da densidade de energia central.

Por fim, para a completa descrição das estrelas compactas como objetos em equilíbrio hidrostático relativístico constituídos de matéria de hádrons/quarks, é conveniente definir outra propriedade relevante. Percebe-se que a massa definida por (4.13), quando  $r = R$ , é a massa gravitacional, que considera não apenas a massa das partículas mas também, devido à equivalência massa-energia, a energia interna da matéria e o potencial de ligação gravitacional. Para se obter a “massa bariônica” da estrela, basta ‘contar’ o número de bárions da estrela a partir da densidade de número bariônico (Eqs. 2.51 e 3.18),

$$M_b = \int_V d\mathcal{V} \rho. \quad (4.19)$$

Como se está integrando sobre o volume em um espaço-tempo curvo,  $d\mathcal{V}$  é o chamado “elemento de volume próprio”, dado por

$$d\mathcal{V} = 4\pi r^2 \left[ 1 - \frac{2m(r)}{r} \right]^{-1/2} dr \quad (4.20)$$

para o caso da métrica de Schwarzschild (MISNER; THORNE; WHEELER, 1973). Assim, a massa bariônica, também chamada de “número bariônico”, da estrela é determinada pela equação

$$M_b = 4\pi \int_0^R dr \left[ 1 - \frac{2m(r)}{r} \right]^{-1/2} r^2 \rho(r). \quad (4.21)$$

### 4.3 RESULTADOS

As discussões apresentadas até aqui permitem descrever satisfatoriamente estrelas compactas, sejam elas de nêutron, de híperon ou estranhas, a partir de sua matéria constituinte. Os resultados preliminares, reobtidos com base nessas discussões e apresentados na sequência, estão de acordo com o apresentado na literatura e servirão de base para a subsequente investigação sobre a hipótese de transição de fase em estrelas compactas, objetivo principal do presente trabalho.

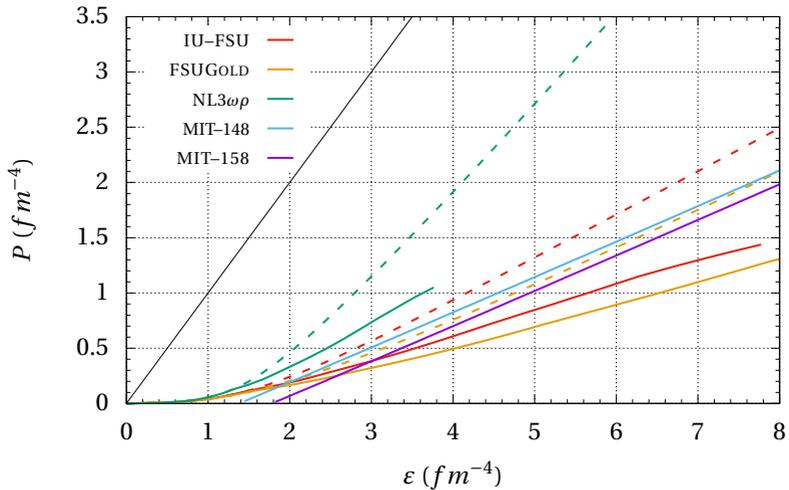
Na Figura 10 estão representadas as Equações de Estado para a matéria hadrônica, obtidas através do modelo NLWM com a parametrizações IU-FSU, FSUGOLD e NL3 $\omega\rho$ , adicionadas à EoS BPS para a região de baixas densidades, considerando apenas os nucleons ( $p, n$ ) ou todos os bárions.

ons do octeto bariônico (8B), e para a matéria estranha, obtidas pelo modelo de sacola do MIT, considerando os valores da *bag* no limite inferior (MIT-148) e superior (MIT-158) da janela de estabilidade. As condições de equilíbrio foram levadas em conta nos cálculos<sup>3</sup> das EoS, e a linha diagonal  $P = \varepsilon$  na Figura 10 marca o limite de “dureza” das EoS para que a causalidade relativística seja respeitada, uma vez que a velocidade do som em um meio relativístico adiabático é dada por

$$v_s = \frac{\partial P}{\partial \varepsilon}, \quad (4.22)$$

exclusivamente em função da EoS (KHUNTIA et al., 2016). Como nenhum sinal pode ser mais veloz que a luz (lembrando que  $c = 1$  no sistema de unidades aqui adotado), impõe-se este limite.

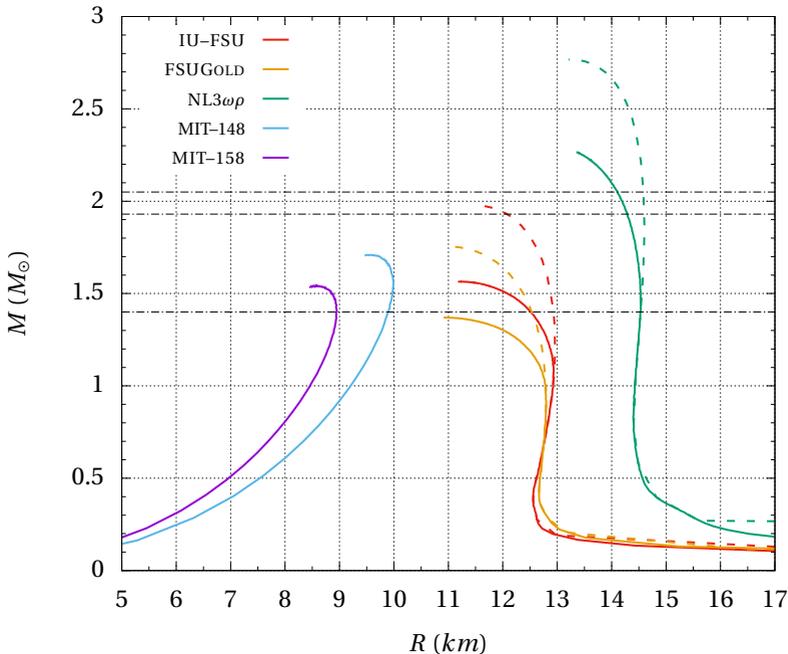
Figura 10 – Equações de Estado para matérias hadrônica e estranha, com condições de equilíbrio. Para a matéria hadrônica, curvas tracejadas indicam matéria constituída de nucleons e curvas sólidas indicam matéria com os oito bárions. A linha  $P = \varepsilon$  representa o limite de causalidade.



<sup>3</sup>Os algoritmos utilizados para a solução numérica dos sistemas de equações que definem as EoS neste trabalho foram elaborados e cordialmente disponibilizados pelos professores Constança Providência (DF-Universidade de Coimbra), Débora Peres Menezes (DF-UFSC) e Marcelo Chiapparini (DFT-UERJ).

As Figuras 11 e 12 representam informações obtidas da solução da TOV a partir das EoS da Figura 10, sendo respectivamente o diagrama massa-raio para as famílias estáveis de estrelas compactas e a comparação entre as massas gravitacional e bariônica destes objetos. Nas duas figuras, as linhas horizontais tracejadas representam os limitantes observacionais. De cima para baixo, as duas primeiras delimitam a banda  $1.93 < M/M_{\odot} < 2.05$ , que contém as massas dos *pulsares* super-massivos PSR J1614-2230 e PSR J0348+0432, e a terceira denota o limite de Chandrasekhar  $M = 1.4 M_{\odot}$ .

Figura 11 – Diagrama massa-raio para as famílias estáveis de estrelas compactas, obtidas pela solução da TOV com as EoS das matérias hadrônica e estranha. Para estrelas hadrônicas, curvas tracejadas indicam objetos constituídos de nucleons e curvas sólidas indicam objetos que contêm os oito bárions. As linhas tracejadas representam os limitantes observacionais.



Por fim, as tabelas 5 e 6 apresentam as principais características físicas e observacionais obtidas para estrelas de nêutrons, quando consideradas as parametrizações discutidas aqui, e para estrelas de quark (condicionando em todos os casos a matéria constituinte à neutralidade de carga e ao equilíbrio  $\beta$ ). Como a parametrização FSUGOLD não é capaz de sustentar uma estrela de híperon com massa superior a  $1.4 M_{\odot}$ , ela não será mais considerada nas discussões deste trabalho.

Figura 12 – Massa gravitacional *versus* massa bariônica para estrelas compactas, obtidas pela solução da TOV com as EoS das matérias hadrônica e estranha. Para estrelas hadrônicas, curvas tracejadas indicam objetos constituídos de nucleons e curvas sólidas indicam objetos que contêm os oito bárions.

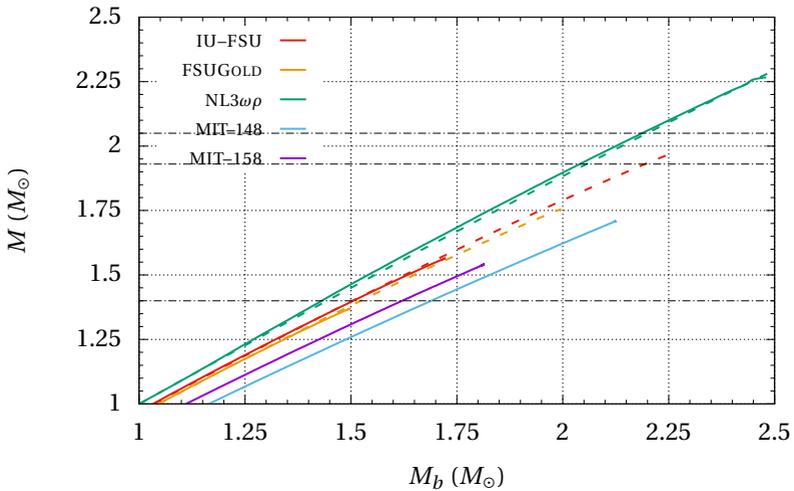


Tabela 5 – Principais características de estrelas de nêutrons, quando consideradas as parametrizações IU-FSU, FSUGOLD e NL3 $\omega\rho$ . Aqui,  $R$  é o raio,  $P_c$  é a pressão central e  $\varepsilon_c$  é a densidade de energia central da estrela de massa máxima descrita pelo modelo,  $M_{\text{máx}}$  (em  $M_\odot$ ), e  $R_{1.4}$  denota o raio de uma estrela de nêutron cuja massa é a do limite de Chandrasekhar. Os raios são dados em  $km$ ,  $P_c$  e  $\varepsilon_c$  são dados em  $fm^{-4}$  e, entre parênteses, em  $MeV/fm^3$ .

	IU-FSU		FSUGOLD		NL3 $\omega\rho$	
	( $p, n$ )	( $8H$ )	( $p, n$ )	( $8H$ )	( $p, n$ )	( $8H$ )
$M_{\text{máx}}$	1.977	1.564	1.754	1.369	2.767	2.266
$R$	11.44	11.18	10.96	10.91	13.20	13.35
$P_c$	1.774 (350.0)	1.194 (235.6)	1.677 (330.9)	1.027 (202.6)	2.303 (454.4)	1.046 (206.3)
$\varepsilon_c$	6.165 (1216)	6.438 (1270)	6.839 (1349)	6.706 (1323)	4.500 (887.9)	3.746 (739.1)
$R_{1.4}$	12.92	12.51	12.52	–	14.55	14.52

Tabela 6 – Principais características de estrelas estranhas, quando considerado o modelo de sacola do MIT com os parâmetros MIT-148 e MIT-158. As unidades são as mesmas da Tabela 5.

	MIT-148	MIT-158
$M_{\text{máx}}$	1.705	1.538
$R$	9.463	8.462
$P_c$	2.135 (421.2)	2.660 (524.8)
$\varepsilon_c$	8.052 (1588)	10.25 (2022)
$R_{1.4}$	9.892	8.945

## 5 DINÂMICA DAS TRANSIÇÕES DE FASE

O comportamento do gráfico que representa a relação entre as massas gravitacional e bariônica (Fig. 12) sugere uma interessante possibilidade. A conversão de uma estrela hadrônica em uma estrela de quarks estranha é energeticamente permitida, dado que a curva para estrelas hadrônicas é aqui sempre superior à das estrelas estranhas. Isso está de acordo com a hipótese de Bodmer-Witten, que afirma que a matéria estranha é o estado fundamental da matéria em altas densidades, e implica que a conversão da matéria hadrônica de uma estrela de nêutron em matéria de quarks desconfiados de uma estrela estranha liberará uma quantidade de energia dada, via equivalência massa-energia, pela diferença entre as massas gravitacionais dos estados final e inicial.

Desde que haja algum processo que permita a transição entre as fases hadrônica e de quarks desconfiados, esta deve acontecer em intervalos de tempo típicos da interação forte, que é muitas ordens de magnitude menor do que a escala de tempo da interação fraca (GRIFFITHS, 2008). Decorre que o sabor deve ser uma carga conservada durante a transição de fase, o que determina completamente a composição da fase de quarks da estrela final a partir da matéria hadrônica em equilíbrio  $\beta$  da estrela inicial através do vínculo

$$y_q = \frac{1}{3} \sum_B n_{qB} y_B, \quad (5.1)$$

onde as densidades relativas de número bariônico  $y_i = \rho_i / \rho$  estão relacionadas pelo número  $n_{qB}$  de quarks de sabor  $q$  constituintes do bárion  $B$  (OLESEN; MADSEN, 1994). Tratando-se de processos de conversão estáticos, i.e., onde não há perda ou acreção de matéria, implica-se também a conservação da massa bariônica total e do número leptônico, que consequentemente preserva a neutralidade elétrica.

Assim sendo, estabelece-se que a matéria hadrônica eletricamente neutra e em equilíbrio químico (“fase H”) é metaestável e, ao menos sob certas circunstâncias, sofrerá uma transição para uma fase de quarks desconfiados, energeticamente favorecida. Devido à imposição (5.1), esta matéria não estará em equilíbrio  $\beta$  (“fase Q\*”, estendendo essa notação ao modelo que viola o equilíbrio  $\beta$  em prol da conservação de sabor). Então, o equilíbrio  $\beta$  será prontamente reestabelecido pela matéria de quarks através do processo Urca, atingido por fim o estado de menor energia na forma da “fase Q”.

## 5.1 TRANSIÇÃO DE FASE DE PRIMEIRA ORDEM

No âmbito da termodinâmica, o conceito de “fase” se refere a uma forma da matéria homogênea se apresentar quanto à composição química e ao estado físico. Um sistema pode apresentar transições (mudança das propriedades do sistema) ou coexistência entre duas ou mais fases, de maneira que cada fase pode ser entendida como um sub-estado do sistema termodinâmico total. Assim sendo, a energia interna pode ser determinada das quantidades extensivas  $S$ ,  $V$ ,  $N_1, \dots, N_C$ , através da “relação fundamental da termodinâmica”,

$$U = TS - PV + \sum_{i=1}^C \mu_i N_i, \quad (5.2)$$

Ainda, o equilíbrio termodinâmico entre as  $P$  fases de um sistema constituído de  $C$  componentes implica em

$$\begin{cases} T^{(1)} = T^{(2)} = \dots = T^{(P)} & \text{(equilíbrio térmico),} \\ P^{(1)} = P^{(2)} = \dots = P^{(P)} & \text{(equilíbrio mecânico),} \\ \mu_i^{(1)} = \mu_i^{(2)} = \dots = \mu_i^{(P)} & \text{(equilíbrio químico),} \end{cases} \quad (5.3)$$

onde o índice ( $f$ ) denota a  $f$ -ésima fase do sistema e  $i = 1, 2, \dots, C$  (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995).

É conveniente ao estudo da transição de fase em um sistema, portanto, definir um potencial termodinâmico que seja minimizando quando um sistema alcança o equilíbrio químico à  $P$  e  $T$  constantes. Esse potencial é conhecido e decorre de uma transformada de Legendre de (5.2) de modo que esta seja função de variáveis intensivas, e se trata da “energia livre de Gibbs”,

$$G(P, T) = U + PV - TS. \quad (5.4)$$

A variação infinitesimal da energia livre de Gibbs é dada por

$$dG = -SdT + VdP + \sum_{i=1}^C \mu_i dN_i. \quad (5.5)$$

Logo, nota-se que este potencial detém a propriedade de se manter constante durante as transições de fase, o que adiciona a exigência

$$G^{(1)} = G^{(2)} = \dots = G^{(P)} \quad (5.6)$$

às condições (5.3). Também, processos espontâneos levam a uma diminui-

ção de  $G$  ao passo que processos que tenham por resultado um aumento na energia livre de Gibbs são não espontâneos, e demandam a aplicação de trabalho ou calor externos.

Como qualquer outro potencial termodinâmico, as demais grandezas termodinâmicas de interesse podem ser escritas a partir da energia livre de Gibbs, e.g.,

$$S = - \left( \frac{\partial G}{\partial T} \right)_{P, N_i}, \quad (5.7)$$

$$V = \left( \frac{\partial G}{\partial P} \right)_{T, N_i}, \quad (5.8)$$

e

$$\mu_i = - \left( \frac{\partial G}{\partial N_i} \right)_{T, P, N_{j \neq i}}. \quad (5.9)$$

Também, para processos em sistemas macroscópicos homogêneos em que se mantenham constantes  $P$  e  $T$ , como ocorre em transições de fase, identifica-se de (5.5) que o potencial químico pode ser identificado com a energia livre de Gibbs por partícula nestes casos (BRACHMAN, 1954), i.e.,

$$\mu(P, T) = \frac{G(P, T)}{N} = g(P, T). \quad (5.10)$$

Para a transição entre as fases  $H$  e  $Q^*$ , consideradas homogeneamente constituídas dos entes coletivos “hádrons” e “quarks”, pode-se traduzir as condições (5.3) e (5.6) em

$$\begin{aligned} T^{(H)} &= T^{(Q^*)} = T, \\ P^{(H)} &= P^{(Q^*)} = P_0, \\ \mu^{(H)}(P_0, T) &= \mu^{(Q^*)}(P_0, T) = \mu_0, \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde, para  $f = \{H, Q^*\}$ ,

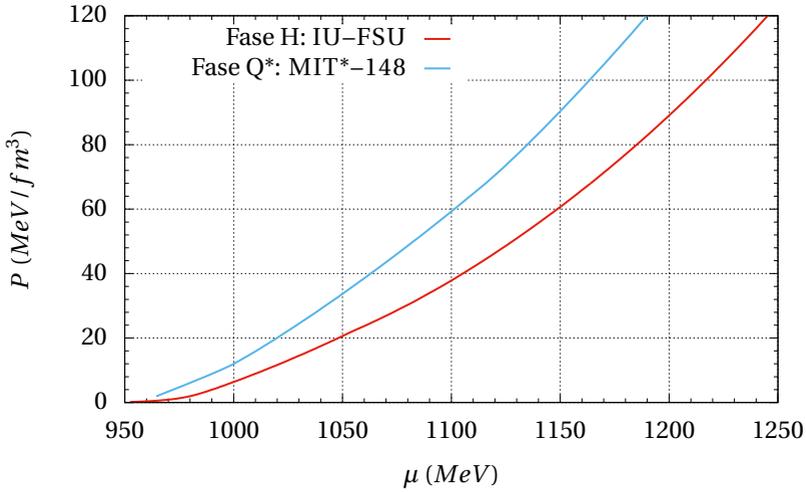
$$\mu^{(f)} = \frac{\varepsilon^{(f)} + P^{(f)} - s^{(f)} T}{\rho^{(f)}}, \quad (5.12)$$

em que  $\varepsilon^{(f)}$ ,  $P^{(f)}$  e  $\rho^{(f)}$  são a densidade de energia total, pressão e densidade de número, obtidos pelo modelo efetivo adequado para a matéria na dada fase, e  $s^{(f)}$  é a densidade de entropia total (BOMBACI; LOGOTETA, 2017).

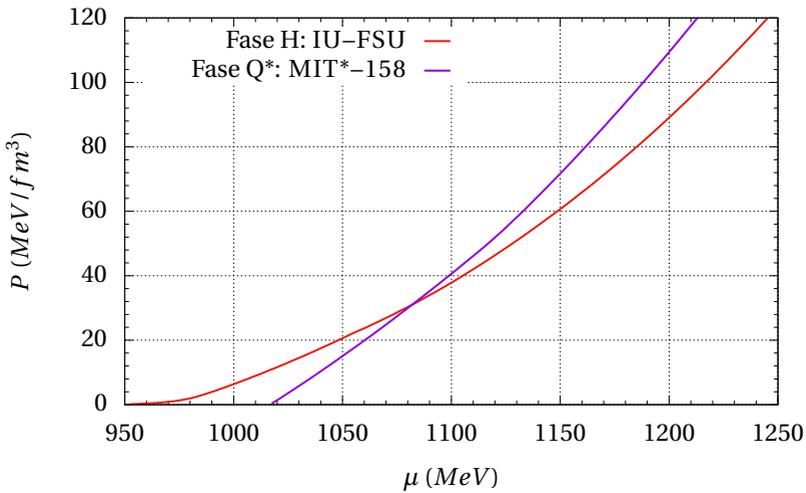
Considera-se aqui que o objeto está a  $T = 0$  mesmo durante a transição de fase, o que deixa indeterminado apenas os valores de  $P_0$  e  $\mu_0$  em

Figura 13 – Relação entre a pressão e o potencial químico para as fases hadrônica e de quarks desconfinados, respectivamente descritas pelo modelo NLWM na parametrização IU-FSU e pelo modelo de sacola do MIT\*.

(a)



(b)



que as demais condições de (5.11) são satisfeitas a partir das EoS de cada fase. Como as características da matéria densa antes e depois da conversão não podem ser obtidas a partir da teoria fundamental para o regime cromodinâmico, há uma certa liberdade na construção dos modelos para as fases individuais. Mesmo dentre os modelos considerados adequados, a condição  $\mu^{(H)} = \mu^{(Q^*)}$  pode ser ou não satisfeita, dependendo do par de modelos (ou parametrizações) empregado na descrição das fases H e Q\*. A Figura 13 representa o procedimento para a verificação desta condição de coexistência de fases. Em 13 nota-se que a condição de coexistência não é satisfeita se considerado  $B^{1/4} = 148 \text{ MeV}$  para a matéria estranha, o que ocorre para  $B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$ , como em 13. A Tabela 7 sumariza os resultados encontrados para os demais pares de modelos descritivos considerados neste trabalho.

Tabela 7 – Valores de  $\mu_0$  e  $P_0$  em que as condições de coexistência de fases (5.11) são satisfeitas para cada par de modelos descritivos das fases H e Q\*, a  $T = 0$ .

	IU-FSU	NL3 $\omega\rho$
MIT*-148	Não há coexistência	Não há coexistência
MIT*-153	$\mu_0 = 1022$ $P_0 = 12.46$	$\mu_0 = 986.4$ $P_0 = 2.814$
MIT*-158	$\mu_0 = 1082$ $P_0 = 31.04$	$\mu_0 = 1016$ $P_0 = 7.416$
MIT*-163	$\mu_0 = 1148$ $P_0 = 60.06$	$\mu_0 = 1042$ $P_0 = 12.61$
MIT*-168	$\mu_0 = 1212$ $P_0 = 97.32$	$\mu_0 = 1069$ $P_0 = 19.10$

As transições de fase podem ser classificadas de acordo com o comportamento das derivadas da energia livre de Gibbs. Casos em que alguma derivada primeira de  $G$  em relação a uma variável intensiva, como a entropia (Eq. 5.7), apresenta uma descontinuidade são chamados de “transições de fase de primeira ordem”. Nestes processos haverá absorção ou perda de energia, na forma de calor latente, ao longo da transição. Também haverá o surgimento de uma “fase mista” durante o processo, devido ao atendimento das condições de coexistência de fases (PANDA; MENEZES; PROVIDÊNCIA, 2004). Já processos em que apenas alguma derivada segunda de

G, e.g., o “calor específico” ou a “compressibilidade”, respectivamente

$$C_P = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = -T \left( \frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_P \quad (5.13)$$

e

$$\kappa = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial^2 G}{\partial P^2} \right)_T, \quad (5.14)$$

é descontínua (ou divergente), são chamados de “transições de fase de segunda ordem”. Para estes casos, as propriedades termodinâmicas variam continuamente durante a transição ao longo de todo o sistema e não será permitido o surgimento de uma fase mista. Transições deste tipo ocorrem no contexto da supercondutividade com a “transição- $\lambda$ ”, ou do ferromagnetismo (GREINER; NEISE; STÖCKER, 1995).

Sugere-se na literatura que há transições de segunda ordem no diagrama de fases da QCD (vide Figura 6), pois a “transição quirial” que se acredita ocorrer a baixas temperaturas e altas densidades apresenta características desta classe de processos (RAJAGOPAL; WILCZEK, 1993). Contudo, no presente trabalho, a transição de desconfinamento entre as fases hadrônica e de quarks poderá ser descrita apenas como uma transição de fase de primeira ordem. Isso se dá porque os modelos efetivos aqui empregados para descrever as fases (NLWM para a fase H e o modelo de sacola do MIT\* para a fase Q\*) não contêm na sua construção informações sobre a quiralidade<sup>1</sup>.

## 5.2 NUCLEAÇÃO

O surgimento de uma nova fase termodinâmica em um sistema em equilíbrio metaestável através de uma transição de fase de primeira ordem se dá através do processo de “nucleação”. Esse tipo de fenômeno foi observado pela primeira vez por Christiaan Huygens, em 1662, porém só foi razoavelmente bem compreendido a partir dos trabalhos de Volmer e Weber (1925) e Becker e Döring (1935). Atualmente, o fenômeno da nucleação é um processo relevante tanto teórica quanto experimental e tecnologicamente, sendo aplicada em ramos que vão da cosmologia, passando pela meteorologia e por sistemas biológicos, até a metalurgia (MARIS, 2006).

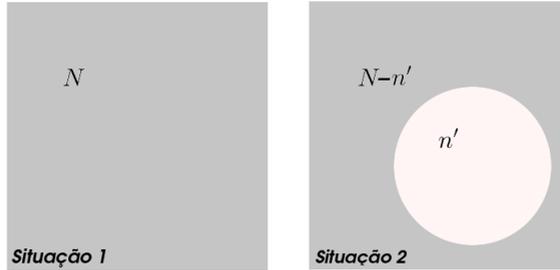
Um sistema é dito metaestável se o valor de sua energia livre está

---

<sup>1</sup>Uma descrição deste tipo de transição exigiria o emprego de modelos relativísticos mais sofisticados, que abrangessem esta característica da QCD, como, e.g., o modelo Nambu-Jona-Lasinio (NJL) para a fase de quarks desconfinados e sua versão estendida (eNJL) para a matéria hadrônica, vide Nambu e Jona-Lasinio (1961a, 1961b) e Pais, Menezes e Providência (2016).

em um mínimo local, de modo que permaneça estável para flutuações pequenas em seus parâmetros, mas que esteja separado do estado fundamental verdadeiro por uma “barreira de potencial” que permite ao sistema permanecer neste estado mais energético por um longo período de tempo (KOCH, 1984). A transição para o estado mais fundamental e estável, ocorrerá a partir de flutuações espacialmente localizadas na matéria metaestável, que levam ao surgimento de regiões de matéria na fase energeticamente favorecida e, sob certos critérios, à subsequente conversão de todo o sistema para esta fase.

Figura 14 – Estados de um sistema durante o processo de formação de um núcleo da nova fase. Na situação 1 (esquerda) o sistema é constituído exclusivamente de partículas na fase metaestável (inicial), e na situação 2 (direita) formou-se um aglomerado de  $n'$  partículas na fase estável (final).



Tratando-se o sistema como a mistura de duas fases separadas por uma superfície matemática nítida, pode-se determinar o custo energético para a formação de uma “núcleo” (ou “bolha”) de matéria na fase estável a partir da matéria na fase metaestável. Este processo está representado na Figura 14, e a dedução vai como segue. Seja um sistema homogêneo constituído de  $N$  partículas (também chamadas “monômeros”), sua energia livre na situação 1, a partir de (5.10), pode ser escrita como

$$G^{(1)} = N\mu_i, \quad (5.15)$$

onde  $\mu_i$  é o potencial químico da fase metaestável. Por sua vez, na situação 2 há  $n'$  monômeros que se separaram da ‘fase mãe’, formando um aglomerado de matéria na fase estável, de modo que a energia livre do sistema como um todo será

$$G^{(2)} = (N - n')\mu_i + n'\mu_f + G_\sigma(n'), \quad (5.16)$$

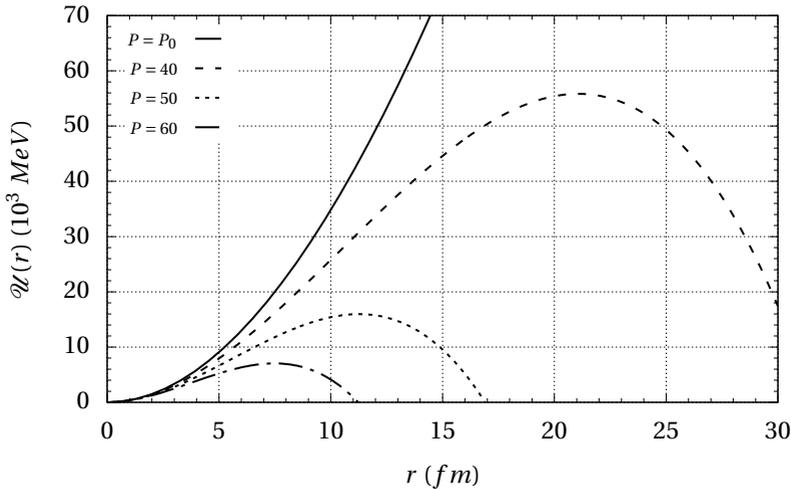
onde  $\mu_f$  é o potencial químico da fase estável e  $G_\sigma(n')$  é uma energia as-

sociada à interface entre as fases. Assim, o trabalho necessário à formação de uma bolha de  $n'$  monômeros será

$$\begin{aligned}\Delta G(n') &= G^{(2)} - G^{(1)} \\ &= n' \Delta \mu + G_\sigma(n'),\end{aligned}\tag{5.17}$$

onde  $\Delta \mu = \mu_f - \mu_i$  deve ser calculado a  $T$  e  $P$  constantes. Pode-se ainda argumentar que  $G_\sigma(n')$  é proporcional à área da superfície que envolve o núcleo,  $G_\sigma(n') = \sigma A(n')$ , como mostrado em Pasqua (2003).

Figura 15 – Comportamento da energia potencial demandada para a formação de uma bolha de matéria de quarks na matéria hadrônica metaestável, para diversas pressões superiores à pressão de coexistência  $P_0$ , em  $\text{MeV}/f m^3$ .



Considerando os núcleos como esferas de raio  $r$ , pode-se rearranjar (5.17) como

$$\mathcal{Q}(r) = \frac{4}{3} \pi \rho_f (\mu_f - \mu_i) r^3 + 4 \pi \sigma r^2,\tag{5.18}$$

onde  $\rho_f$  é a densidade bariônica do estado final e  $\sigma$  é o valor da constante de tensão superficial na interface entre as fases<sup>2</sup>, e se desconsiderou correções relativísticas associadas à energia de curvatura (BOMBACI; LOGO-

<sup>2</sup>A notação aqui foi alterada, fazendo  $\Delta G(n') \rightarrow \mathcal{Q}(r)$ , pois é mais conveniente doravante interpretar este custo energético como uma barreira de potencial.

TETA, 2017). Na Figura 15 está representado o comportamento da barreira de potencial para a formação de uma bolha de matéria de quarks na matéria hadrônica metaestável. No caso exemplo da figura, modelou-se a fase-H pela parametrização IU–FSU do NLWM e a fase Q\* pelo modelo de sacola do MIT\* com  $B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$ , e tomou-se  $\sigma = 30 \text{ MeV}/f m^2$ .

A constante  $\sigma$  está relacionada à quantidade de energia necessária para manter a interface entre as fases hadrônica e de quarks desconfina-dos, o que consequentemente influencia a descrição quantitativa da transição de desconfinamento (HEISELBERG; PETHICK; STAUBO, 1993). Este é um parâmetro muito importante porque a ocorrência ou não da conversão de fase depende em grande parte do seu valor, embora não seja explicitamente discutida na literatura em muitos casos. Sua magnitude exata permanece bastante indeterminada, embora existam várias estimativas desse valor para a matéria em regime cromodinâmico. Por exemplo, há o procedimento discutido por Menezes e Providência (1999) parte da chamada “aproximação de superfície fina” considerando apenas matéria hadrônica. Mais recentemente, Palhares e Fraga (2010) aplicaram esta mesma receita à interface hádron-quark, prevendo valores de  $\sigma$  da ordem de  $5\text{--}15 \text{ MeV}/f m^2$ . Uma outra proposta para o cálculo deste parâmetro foi feita por Pinto, Koch e Randrup (2012), partindo de considerações geométricas, já sendo testado na construção da fase pasta homogênea e ino-mogênea (PAIS; MENEZES; PROVIDÊNCIA, 2016; GRAMS et al., 2017). Em ambos os casos,  $\sigma$  permanece sendo sensível aos modelos empregados na sua determinação ou a parâmetros livres a serem avaliados. Para evitar complicações que não contribuiriam à discussão principal deste trabalho, será considerado  $\sigma$  no intervalo  $10\text{--}50 \text{ MeV}/f m^2$  usualmente apresentado na literatura<sup>3</sup>.

A equação (5.18) apresenta uma concorrência entre os termos volumétrico e superficial, e a estabilidade dos núcleos depende de seu raio em relação ao raio crítico, dado por

$$r_c = -\frac{2\sigma}{\rho_f(\mu_f - \mu_i)}, \quad (5.19)$$

pois processos espontâneos levam necessariamente à redução da energia livre de Gibbs do sistema. Bolhas com raio  $r < r_c$ , também chamadas de “embriões”, são instáveis apesar de serem aglomerados de matéria na fase final favorecida energeticamente, pois seu surgimento e expansão acarretam em um acréscimo da energia livre do sistema. Já núcleos que pos-

<sup>3</sup>Embora haja sugestões de valores maiores, estas serão desconsideradas, pois quanto maior o valor de  $\sigma$ , mais desfavorecido será o surgimento de núcleos de matéria estranha na fase hadrônica.

suem um raio  $r > r_c$  são estáveis, pois venceram a barreira de potencial no espaço de configuração e podem desencadear a transição de fase até a conversão de toda a matéria do sistema, haja vista que um aumento de seu raio diminui a energia livre de Gibbs total do sistema, o que faz com que o processo seja espontâneo.

A energia de ativação necessária à formação de uma bolha de matéria estável na fase metaestável com pressão  $P > P_0$  pode ser fornecida por flutuações térmicas, ondas de choque, impurezas na matéria constituinte ou qualquer outro processo que gere variações nas propriedades locais do sistema. Oscilações estatísticas de origem térmica devem ser dominantes nos processos de nucleação a temperatura finita, porém no contexto deste trabalho, em que se considera  $T = 0$ , a formação deste primeiro núcleo crítico deverá ocorrer exclusivamente em decorrência de efeitos quânticos, principalmente o tunelamento.

### 5.2.1 Teoria de Lifshitz-Kagan

O surgimento do primeiro núcleo viável de raio  $r > r_c$  na matéria metaestável a partir do qual se possibilita o crescimento espontâneo é energeticamente impossível no regime sem temperatura se forem considerados apenas fenômenos clássicos. Este tipo de processo pode, todavia, ocorrer através da penetração quântica da interface da bolha através da barreira de potencial, de maneira análoga ao tunelamento de uma partícula por uma região classicamente proibida.

A teoria quântica da nucleação foi desenvolvida inicialmente por Lifshitz e Kagan (1972) e fornece as ferramentas básicas para a descrição quantitativa do fenômeno, em especial na obtenção da taxa de formação de bolhas e da meia-vida da fase metaestável. Tomando como aproximação que a taxa  $\dot{r}$  de crescimento da bolha é suficientemente menor que a velocidade do som no meio, ambas as fases podem ser consideradas incompressíveis. Também assume-se que o sistema se ajusta adiabaticamente às variações de  $r$ , i.e., não há dissipação e o processo é reversível, de maneira que a lagrangiana que descreve o crescimento de uma bolha esférica de raio  $r$  pode ser escrita no regime não-relativístico como

$$L(r, \dot{r}) = \frac{1}{2} \mathcal{M}(r) \dot{r}^2 - \mathcal{U}(r), \quad (5.20)$$

onde

$$\mathcal{M}(r) = 4\pi\varepsilon_i \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_i}\right)^2 r^3 \quad (5.21)$$

é a massa efetiva da bolha,  $\mathcal{U}(r)$  é a barreira de potencial (Eq. 5.18) e os índices  $i$  e  $f$  se referem outra vez às fases metaestável e estável, respectivamente (IIDA; SATO, 1998). Aplicando-se a equação de Euler-Lagrange (Eq. 1.9) à lagrangiana (5.20), se obtém a equação de movimento que descreve a dinâmica da interface do núcleo,

$$\varepsilon_i \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_i}\right)^2 \left(r\ddot{r} + \frac{3}{2}\dot{r}^2\right) + \frac{2\sigma}{r} = \rho_f(\mu_f - \mu_i). \quad (5.22)$$

Salvo diferenças de construção, a equação (5.22) é idêntica à Equação de Rayleigh-Plesset, que descreve o comportamento de uma bolha de gás em um líquido ideal, muito importante no contexto da fluidodinâmica (ONUJI, 2002).

No caso da barreira de potencial possuir uma altura  $\mathcal{U}_0 = \mathcal{U}(r_c)$  comparável à energia de repouso da bolha crítica, que é igual à  $\mathcal{M}(r_c)c^2$  no sistema de unidades padrão, empregado doravante até o fim desta seção, os efeitos da relatividade restrita devem ser levados em conta. Sendo assim, a lagrangiana (5.20) deve ser reescrita como

$$L(r, \dot{r}) = -\mathcal{M}(r)c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{r}}{c}\right)^2} + \mathcal{M}(r)c^2 - \mathcal{U}(r), \quad (5.23)$$

onde  $\mathcal{U}(r)$  e  $\mathcal{M}(r)$  seguem dados pelas equações (5.18) e (5.21). A Equação de Hamilton-Jacobi que decorre de (5.23) pode então ser escrita como

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 c^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \mathcal{U} - \mathcal{M}c^2\right)^2 - (\mathcal{M}c^2)^2 = 0, \quad (5.24)$$

onde  $S(r, t)$  é a ação associada à lagrangiana em questão (GOLDSTEIN; POOLE; SAFKO, 2001).

Por fim, é possível realizar a quantização da equação acima, que descreve a dinâmica da interface do núcleo, substituindo, como é de praxe, a ação  $S$  pelo operador

$$\hat{S} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial r}.$$

Assim, possibilita-se reescrever a expressão (5.24) através da “aproximação *eikonal*” como uma equação independente do tempo para a função de onda  $\psi(r)$ ,

$$\left[-\hbar^2 c^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + (\mathcal{U} - E)(2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U})\right] \psi = 0, \quad (5.25)$$

a qual está associada uma energia  $E$  (LOPES, 2006). Pode-se identificar (5.25) como uma equação tipo-Schrödinger (vide a Eq. 2.9, na sua versão independente do tempo), o que permite empregar a aproximação semi-clássica de Wentzel-Kramers-Brillouin à sua solução (SAKURAI, 1994; IIDA; SATO, 1998). Destarte, um conjunto de equações que permitem a determinação da taxa de formação de bolhas e da meia-vida da fase metaestável é derivado a partir deste formalismo para a nucleação no regime sem temperatura, que constituem a versão relativística da teoria de Lifshitz-Kagan, detalhados na sequência.

A energia de ponto zero da bolha, que é tomada como estando no estado fundamental, ligada em torno de  $R = 0$ , é denotada como  $E_0$  e pode ser determinada pela regra de quantização de Bohr

$$I(E_0) = 2\pi \left( m_0 + \frac{3}{4} \right) \hbar, \quad (5.26)$$

em que  $I(E)$  é a ação de ponto zero da oscilação,

$$I(E) = \frac{2}{c} \int_0^{r^-} dr \sqrt{(2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U})(E - \mathcal{U})}, \quad (5.27)$$

e  $m_0$  é o inteiro definido como

$$m_0 = \left\lfloor \frac{I(E_{min})}{2\pi\hbar} + \frac{1}{4} \right\rfloor, \quad (5.28)$$

onde  $\lfloor \cdot \rfloor$  representa a função piso e  $E_{min}$  é o menor valor de  $E$  para que a condição

$$2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U} \geq 0$$

seja satisfeita para qualquer  $r$ , i.e., o limite inferior para os valores de energia em que ocorrem estados de energia positiva. A partir disso, pode-se definir a frequência  $\nu_0$  de oscilação para a interface da bolha como

$$\nu_0^{-1} = \frac{\partial I}{\partial E}, \quad (5.29)$$

tomada no ponto  $E = E_0$ . De maneira similar, a probabilidade  $p_0$  de que ocorra a penetração na barreira segue da ação sob o potencial, a saber,

$$A(E) = \frac{2}{c} \int_{r_-}^{r_+} dr \sqrt{(2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U})(\mathcal{U} - E)}, \quad (5.30)$$

e é definida como

$$p_0 = \exp \left[ -\frac{A(E_0)}{\hbar} \right]. \quad (5.31)$$

Ainda, nas expressões para  $I$  e  $A$  acima,  $r_-$  ( $r_+$ ) representa o menor (maior) raio para que  $\mathcal{U}(r_{\pm}) = E$ , chamados “pontos de retorno clássico”, que delimitam a região classicamente proibida sob a barreira de potencial (IIDA; SATO, 1998). Deseja-se salientar a similaridade das equações (5.27) e (5.30) com as equações tipicamente encontradas no contexto do tunelamento, como era esperado, vide, e.g., Gamow (1928).

Com os resultados (5.26–5.31) em mãos, pode-se finalmente calcular o tempo de nucleação  $\tau$  a partir de

$$\tau = (N_c v_0 p_0)^{-1}, \quad (5.32)$$

onde  $N_c$  é o número de centros de formação de bolhas. Considera-se que o processo de nucleação ocorra na parte central da estrela de nêutron metaestável ( $R \leq 100$  m), onde os valores das variáveis das EoS podem ser consideradas constantes e iguais aos valores centrais na estrela. Embora haja incerteza de uma ou duas ordens de grandeza em seu valor, optou-se por empregar  $N_c = 10^{48}$  em concordância com a bibliografia consultada (IIDA; SATO, 1998; BOMBACI; LOGOTETA, 2017).

Durante o crescimento da bolha, a descontinuidade entre as densidades das fases H e Q\* gera um fluxo de massa no meio que circunda o núcleo. No desenvolvimento acima, considerou-se as condições de contorno da bolha na obtenção da expressão para o campo de velocidades da matéria no entorno do núcleo,

$$\phi(r') = \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_i}\right) \dot{r} \left(\frac{r}{r'}\right)^2, \quad (5.33)$$

para  $r'$  maiores que o raio da bolha  $r$  e  $\phi(r') = 0$  dentro da região da bolha. Nas aproximações consideradas, tomou-se o campo (5.33) exclusivamente a partir de sua componente radial, desconsiderando vórtices, e assumiu-se que os valores de  $\phi$  são pequenos o suficiente para dispensar uma abordagem relativística do mesmo. Ainda, nota-se que a aplicação do limite  $c \rightarrow \infty$  às equações (5.27) e (5.30) retorna a versão não-relativística da teoria de Lifshitz-Kagan.

### 5.3 RESULTADOS

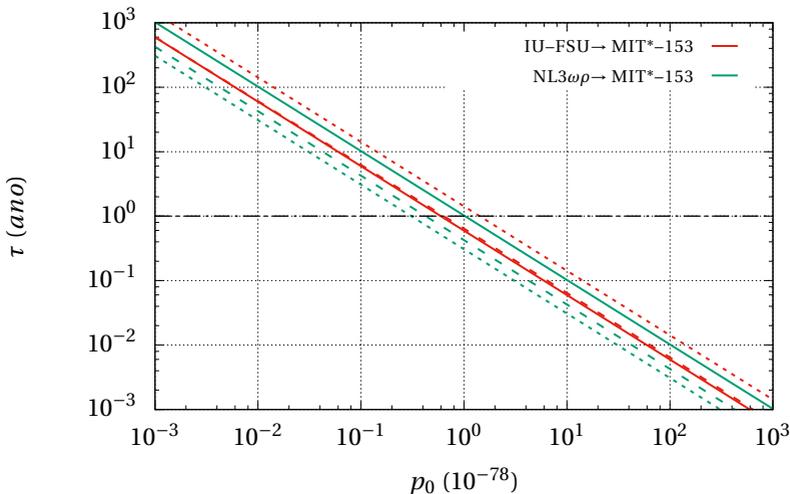
Em se analisando o comportamento das EoS para as fases H e Q\* (Fig. 10) e a equação (5.18) para a barreira de potencial, nota-se que o tunelamento por esta barreira entre as fases, que possibilita o surgimento do núcleo de matéria estranha no meio de matéria hadrônica metaestável,

demanda uma sobrepressão

$$\Delta P = P - P_0 > 0 \quad (5.34)$$

em relação à pressão de coexistência das fases  $P_0$ . Quanto maior for esta sobrepressão, menos opaca será a barreira a ser tunelada e mais fácil será a nucleação da primeira bolha de matéria na fase  $Q^*$ . Aplicando-se a teoria da nucleação à descrição de estrelas compactas, esse fato equivale a afirmar que estrelas de híperon que sustentem uma pressão central  $P_c$  que exceda  $P_0$  ‘decairão’ em estrelas estranhas, com o desconfinamento dos quarks constituindo a transição entre as fases H e  $Q^*$ , como descritas nos capítulos 2 e 3.

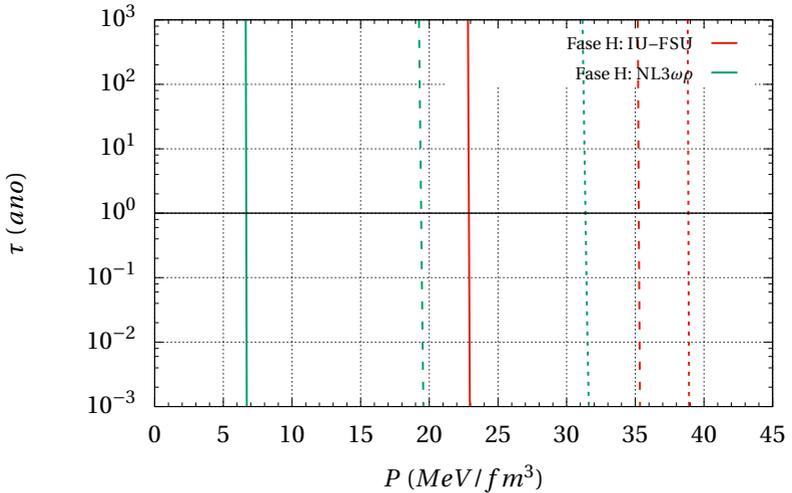
Figura 16 – Relação entre a probabilidade de tunelamento e a meia-vida da fase metaestável, considerando a fase  $Q^*$  descrita por MIT\*-153. As curvas sólida, tracejada e pontilhada representam os valores de 10, 30 e 50  $MeV/fm^2$  para o parâmetro  $\sigma$ , respectivamente.



Segundo Bombaci, Parenti e Vidaña (2004), é conveniente definir a pressão crítica  $P_{cr}$ , que é a pressão para qual a meia-vida da fase metaestável é  $\tau = 1$  ano. A esta pressão está associada uma massa gravitacional crítica  $M_{cr}$  de uma estrela hadrônica cuja pressão central é  $P_c = P_{cr}$ . Como a pressão central da estrela é diretamente relacionada à sua massa gravitaci-

onal, estrelas com  $M > M_{cr}$  favorecerão sobremaneira a ocorrência da nucleação, produzindo assim uma meia-vida da fase metaestável  $\tau < 1$  ano. A partir da afirmação que a conversão de uma estrela hadrônica em uma estrela estranha é altamente improvável para tempos maiores que  $\tau = 1$  ano, toma-se então  $M_{cr}$  como uma “massa máxima efetiva” para estrelas hadrônicas, em substituição ao limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, notando que, enquanto este último depende somente da dureza das equações de estado da matéria hadrônica, o novo limite depende também da EoS adotada para a matéria de quarks desconfiados e do parâmetro  $\sigma$ .

Figura 17 – Tempo de nucleação  $\tau$  como função da pressão  $P$  durante a transição de fase, considerando o mesmo caso da Figura 16.



Na Figura 16 está representado o comportamento da probabilidade de penetração na barreira de potencial com relação à meia-vida da fase metaestável, para o caso da fase inicial hadrônica modelada pelas parametrizações IU-FSU e NL3 $\omega\rho$  e a fase final de matéria de quark modelada pelo modelo MIT\*-153, conforme o obtido através do formalismo da teoria de Lifshitz-Kagan (Eqs. 5.26–5.31). Reitera-se que o parâmetro  $p_0$  representa a probabilidade de ocorrer a penetração da interface da bolha através da barreira de potencial em cada ‘tentativa’ individual de tunelamento. Multiplicando-se esta probabilidade pela frequência de vibração da superfície da bolha  $\nu_0$ , que denota *lato sensu* o número de tentativas de

tunelamento que a superfície realiza por unidade de tempo, e pelo número  $N_c$  de pontos que potencialmente podem dar origem à um núcleo, chegue-se ao intervalo de tempo médio  $\tau$  para que ocorra a formação de uma bolha viável de matéria estável na fase metaestável. Este tempo necessário para a nucleação da primeira bolha de matéria na fase estável final diminui abruptamente com pequenos acréscimos da pressão do sistema durante a transição de fase, variando de um tempo muitas ordens de grandeza maior do que a idade do Universo para quase zero em um intervalo de menos de um por cento em  $P$ , como ilustrado na Figura 17. Nos dois gráficos, a linha tracejada horizontal representa o tempo de nucleação de  $\tau = 1$  ano.

Tabela 8 – Principais características de estrelas de híperon para o caso das condições críticas para a nucleação, que resultam em uma meia-vida da fase H metaestável de  $\tau = 1$  ano, quando considerada a parametrização IU-FSU em sua modelagem. Aqui,  $M_{cr}$  é a massa de uma estrela de híperon descrita pelo modelo que possua pressão central  $P_c = P_{cr}$ , em  $M_\odot$ , e  $R$  é o raio da respectiva estrela, e as demais unidades são as mesmas apresentadas no texto.

$B^{1/4}$	$\sigma$	$P_{cr}$	$\varepsilon(P_{cr})$	$M_{cr}$	$R$
153	10	22.88	296.8	0.989	12.92
	30	35.25	381.7	1.173	12.89
	50	38.86	403.1	1.209	12.86
158	10	42.02	421.0	1.237	12.83
	30	55.76	491.1	1.333	12.67
	50	59.00	507.3	1.350	12.63
163	10	70.56	565.8	1.402	12.51
	30	81.30	618.1	1.438	12.38
	50	85.12	636.1	1.448	12.34
168	10	109.8	746.2	1.498	12.09
	30	122.1	797.7	1.515	11.97
	50	126.6	816.3	1.521	11.93

Cruzando os resultados obtidos da teoria de Lifshitz-Kagan com as soluções da equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, apresentadas nos capítulos anteriores, é possível determinar as características das estrelas hadrônicas que possuem  $P_c = P_{cr}$  e que, portanto, seriam metaestáveis e estariam no limiar de sustentar uma transição de fase que as converta em uma estrela estranha. Como pode-se inferir das equações apresentadas na seção anterior, essa pressão crítica depende não apenas da modelagem da fase hadrônica, mas também de parâmetros próprios da teoria da nuclea-

ção e do modelo da fase desconfinada. Estes resultados estão sumarizados nas Tabelas 8 e 9, para as diversas combinações consideradas neste trabalho.

Tabela 9 – Principais características de estrelas de híperon para o mesmo caso da Tabela 8, quando considerada a parametrização NL3 $\omega\rho$ .

$B^{1/4}$	$\sigma$	$P_{cr}$	$\varepsilon(P_{cr})$	$M_{cr}$	$R$
153	10	6.670	166.4	0.597	14.47
	30	19.40	236.6	1.104	14.45
	50	31.37	285.2	1.419	14.53
158	10	12.15	203.4	0.837	14.40
	30	24.42	255.2	1.255	14.49
	50	35.84	303.0	1.497	14.53
163	10	17.49	299.5	1.043	14.43
	30	29.29	276.0	1.376	14.52
	50	41.41	323.3	1.586	14.51
168	10	24.31	254.8	1.252	14.49
	30	35.15	300.5	1.486	14.53
	50	47.55	342.5	1.669	14.48

É possível perceber desde então, como já esperado, que os resultados são fortemente sensíveis ao modelo empregado na descrição da matéria hadrônica e ao valor adotado para a constante de tensão superficial  $\sigma$ , que é uma constante própria à interface hádron-quark, i.e., independente dos modelos efetivos empregados aqui. Observando-se a Figura 18, que representa a pressão crítica para a nucleação  $P_{cr}$  em função da *bag* adotada na descrição da fase Q\* final, nota-se que esta dependência também leva em conta a parametrização do modelo de matéria de quarks desconfinados. Como esperado, a pressão crítica aumenta com o valor do parâmetro da *bag*, que compensa a pressão de degenerescência da matéria estranha.

Colocando, em prol da facilidade de visualização, os resultados para as condições de coexistência das fases (Tabela 7) na forma de gráfico na Figura 19, pode-se ver que a pressão de coexistência  $P_0$  aumenta com o parâmetro da *bag*, o que força um aumento na sobrepressão para que o processo de nucleação ocorra. Comparando-se esta figura com a anterior, pode-se visualizar que as dependências das pressões de coexistência  $P_0$  e crítica  $P_{cr}$  com a constante da sacola possuem um comportamento semelhante. Isso permite afirmar que a sobrepressão necessária à nucleação  $\Delta P_{cr} = P_{cr} - P_0$  independe do valor da *bag*, um resultado interessante que

Figura 18 – Relação entre a constante de sacola  $B$  adotada na descrição da fase  $Q^*$  e a pressão crítica para a nucleação  $P_{cr}$ . As curvas sólida, tracejada e pontilhada representam os valores de 10, 30 e 50  $MeV/fm^2$  para o parâmetro  $\sigma$ , respectivamente.

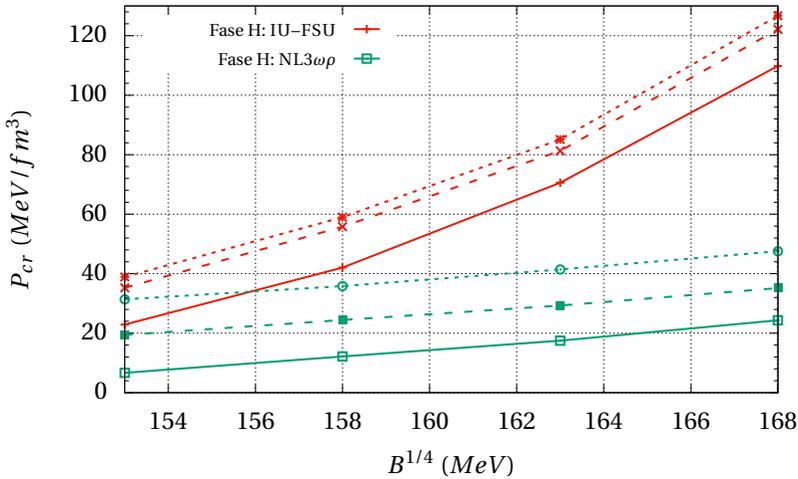
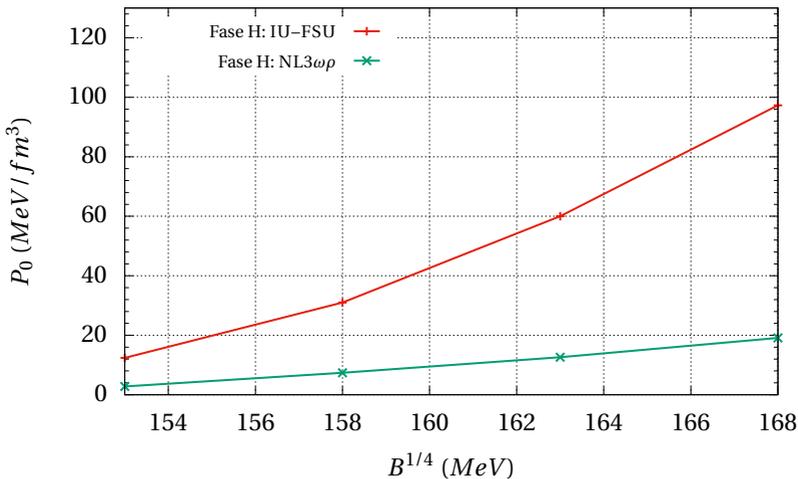
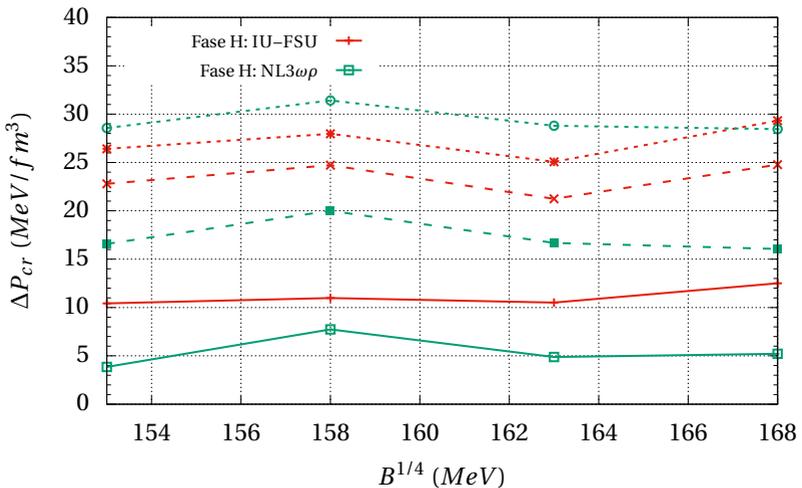


Figura 19 – Relação entre  $B$  e a pressão de coexistência entre as fases  $P_0$ , vide Tabela 7.



aparece se a sobrepressão para a configuração crítica for contrastada com a constante de sacola ao invés da pressão crítica, como é feito na Figura 20, considerando as pequenas flutuações nas curvas como decorrentes de aproximações durante processo numérico computacional. Em outras palavras, afirma-se que  $\Delta P_{cr}$  depende apenas do modelo para a matéria hadrônica e da constante  $\sigma$ , a despeito de resultados extraídos da descrição da matéria na fase  $Q^*$  serem incluídos nos cálculos da nucleação através das equações (5.18) e (5.21), como mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Relação de constância entre o parâmetro de sacola  $B$  adotada na descrição da fase  $Q^*$  e a sobrepressão crítica para a nucleação  $\Delta P_{cr}$ . As curvas sólida, tracejada e pontilhada representam os valores de 10, 30 e 50  $MeV/fm^2$  para o parâmetro  $\sigma$ , respectivamente.



Embora a complexidade dos algoritmos empregados na obtenção dos resultados dificulte uma descrição quantitativa das causas desta “resistência à nucleação” constante, acredita-se que este fato esteja relacionado à vínculos impostos à equação de estado da fase  $Q^*$  em relação à fase H durante a transição de fases. Essa propriedade de resistência à nucleação constante não foi até então discutida na literatura. Os resultados disponíveis não sugeriram explicitamente que a pressão de coexistência e a pressão de nucleação crítica mostram mesma dependência do parâmetro  $B$  de tal modo que  $\Delta P_{cr}$  seja aproximadamente constante nem que, para

uma dada EoS para a matéria hadrônica, a mesma sobrepressão acima da pressão de coexistência resulte em um mesmo tempo de nucleação independentemente da EoS tomada para a matéria de quarks desconfinados. Verifica-se este comportamento para ambas as parametrizações do NLWM empregadas na descrição da matéria hadrônica, contrastadas com modelo de sacola do MIT adotado como modelo para a matéria estranha, porém, para que se possa afirmar que essa é uma propriedade das transições de fases da matéria em regime cromodinâmico, é necessária a verificação desse comportamento em outros modelos efetivos mais verossímeis, e.g., que que considere a interação entre quarks e glúons de forma mais rigorosa tanto para a matéria de hádrons quanto de quarks, como proposto por Kurkela et al. (2014) e Fraga, Kurkela e Vuorinen (2014) respectivamente, ou que empreguem uma descrição que leve em conta a quiralidade da matéria cromodinâmica.

## 6 CONSEQUÊNCIAS ASTROFÍSICAS

No contexto das estrelas compactas, a nucleação é proposta como um fenômeno relevante a partir de Baym et al. (1985) e Olesen e Madsen (1994), com o intuito de esclarecer sob quais circunstâncias ocorreria a transição entre as fases de hádrons e de quarks desconfinados na evolução estelar, dada a hipótese de Bodmer-Witten da estabilidade da matéria estranha. A proposta inicial é de que esta transição de fase ocorreria durante a explosão de supernova, de modo que a energia liberada seria inclusive a responsável pelo empurrão final que desencadearia o processo de explosão, e que parece faltar nas simulações computacionais destes eventos (HORVATH; BENVENUTO, 1988). Outra possibilidade é a de que a formação de estrelas estranhas se dê pela ‘queima lenta’ da matéria em uma estrela hadrônica metaestável, desencadeada pela nucleação, com a interface de transição se propagando com velocidade menor que a velocidade do som no meio hadrônico até que toda a fase confinada seja convertida em matéria estranha. Quanto à viabilidade, as duas propostas não são *a priori* mutuamente excludentes, porém apenas o segundo processo é detalhado no presente trabalho, e algumas implicações dos resultados obtidos anteriormente à astrofísica de estrelas compactas serão delineadas na sequência.

### 6.1 SURTOS DE RAIOS- $\gamma$

Os “surtos de raios- $\gamma$ ” (GRBs, de *Gamma-Ray Bursts*) são uma classe de fenômenos cósmicos de alta energia reputados como os mais brilhantes eventos eletromagnéticos que ocorrem no Universo (KATZ, 2002). Eles podem ser classificados principalmente quanto a duração e energias liberadas em surtos de raios- $\gamma$  longos (LGRBs, de *Long*) e curtos (SGRBs, de *Short* ou *Soft*). A energia total liberada nas primeiras centenas de segundos por um LGRB é da ordem de  $10^{53}$  erg, cerca de duas ordens de grandeza maior do que o liberado por SGRBs (PIRAN, 2005; GHIRLANDA et al., 2009). Devido à extraordinária diversidade em termos de duração, luminosidade, perfil de emissão e espectro dos GRBs, quase completamente irrestritos em termos de variáveis observacionais, a natureza do fenômeno (ou, de forma mais plausível, fenômenos) que causa estes eventos permanece em certo grau indefinida desde sua primeira observação em 1967. Entre os muitos possíveis progenitores de GRBs, foi proposto que estes possam ser manifestações de uma transição de fase no interior de estrelas compactas,

mais diretamente, da energia liberada na conversão de uma estrela hadrônica metaestável em uma estrela estranha (CHENG; DAI, 1996).

Seguindo Bombaci e Datta (2000), assume-se que os remanescentes de estrelas massivas sobrevivem aos estágios iniciais de sua evolução, i.e., à explosão da supernova e ao subsequente resfriamento por desleptonização, como uma estrela hadrônica pura, que depois converte-se em uma estrela estranha através da transição de fase desencadeada pela nucleação. Tomando a conservação da massa bariônica durante o processo de conversão, em analogia à conservação do número bariônico da física de partículas, pode-se calcular a energia liberada em tais processos de decaimento a partir da relação massa-energia de Einstein, em unidades CGS explicitamente dada por

$$\Delta E = (M_i - M_f) \times 17.88 \times 10^{53} \text{ erg}, \quad (6.1)$$

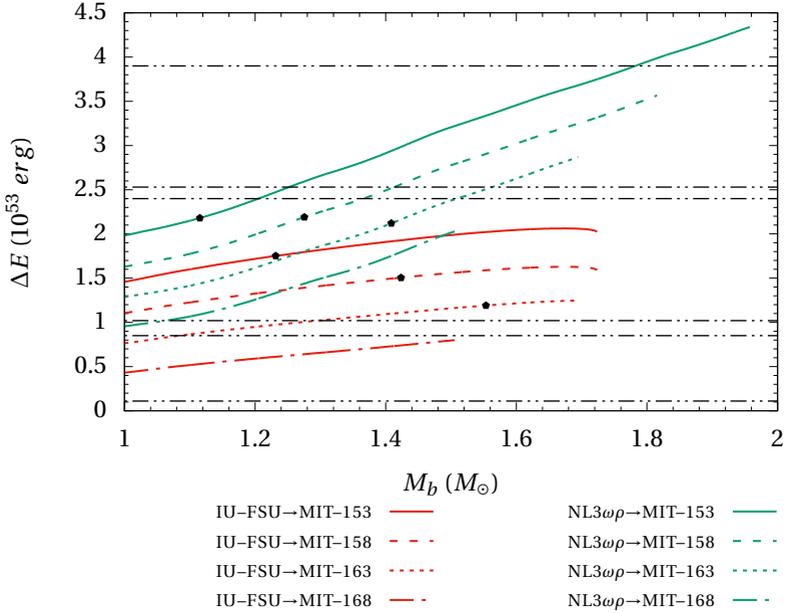
onde  $M_k$  representa a massa gravitacional da estrela em unidades de  $M_\odot$ , denotando com o índice  $i$  a estrela inicial, constituída por matéria na fase H, e com  $f$  a estrela final, depois de o equilíbrio  $\beta$  ser restabelecido, i.e., constituída por matéria em fase Q, sempre tomadas para a mesma massa bariônica (MENEZES et al., 2006). Na Figura 21, é mostrada a energia liberada por este tipo de conversão. Os pontos sobre as curvas ilustram as estrelas na configuração crítica de nucleação para o par de modelos específico quando  $\sigma = 30 \text{ MeV}/fm^2$ . O processo de nucleação é favorecido por valores menores do parâmetro de tensão superficial. Isso implica que a configuração crítica tem massas menores para menores  $\sigma$  e massas maiores para maiores valores deste parâmetro. Assim, os pontos na figura demarcam a quantidade mínima de energia liberada na conversão para o conjunto de parâmetros considerado, com a liberação de energia devendo acontecer apenas para situações com massas maiores do que a da configuração crítica.

Como suposto neste trabalho, estrelas hadrônicas metaestáveis podem ser vistas como progenitores de GRBs, com o processo de conversão desencadeado pela nucleação sendo a fonte da enorme quantidade de energia desses eventos. Além disso, essa explicação sugere uma conexão entre supernovas e GRBs, a chamada “quark-nova”, que acredita-se produzir surtos de neutrinos e emissões de ondas gravitacionais em uma segunda explosão, retardada em relação à da supernova (BEREZHIANI et al., 2003; BOMBACI; LOGOTETA, 2017), e propõe uma explicação para a distribuição bimodal observada das “velocidades de arranque”<sup>1</sup> dos *pulsa-*

---

<sup>1</sup>Ou *kick*, como é chamado o fato observacional de os remanescentes estelares se moverem com velocidades substancialmente maiores que a da estrela progenitora.

Figura 21 – Energia liberada pela conversão total de uma estrela hadrônica em uma estrela estranha. Os pontos sobre as curvas representam as estrelas na configuração crítica de nucleação para o par de modelos quando  $\sigma = 30 \text{ MeV}/fm^2$ . As linhas tracejadas horizontais representam valores observacionais para a energia isotrópica equivalente emitida por alguns GRBs, vide Tabela 10.



res (ARZOUMANIAN; CHERNOFF; CORDES, 2002). Estes resultados permitem concluir que é razoável a hipótese de que a conversão entre uma estrela hadrônica e estranha seja um possível progenitor de GRBs, principalmente para eventos com energias isotrópicas equivalentes na faixa de  $0.5 < E_{\text{iso}}/10^{53} \text{ erg} < 4.0$ , como pode ser visto dos resultados. Ainda, Olinto (1987) determinou que a interface de ‘queima’ da conversão de fase entre matéria hadrônica e de quarks desconfinados se move com velocidades da ordem de  $5\text{--}20 \text{ km/s}$ , o que implica em um tempo de conversão total<sup>2</sup> da ordem de  $0.5\text{--}2000 \text{ s}$ , englobando assim a duração típica de GRBs e contribuindo à conclusão apontada.

Tabela 10 – Alguns surtos de raios- $\gamma$  longos (L) e curtos (S) com *redshifts* observados  $z$  e energias isotrópicas equivalentes  $E_{\text{iso}}$  de acordo com Ghirlanda et al. (2009).

GRB	(tipo)	$z$	$E_{\text{iso}} (\times 10^{53} \text{ erg})$
051221	(S)	0.5465	0.03(0.004)
070714	(S)	0.92	0.11(0.01)
080411	(L)	1.03	2.4(0.2)
080605	(L)	1.639	2.53(0.36)
071020	(S)	2.145	1.02(0.15)
080413	(L)	2.433	0.85(0.10)
080810	(L)	3.35	3.9(0.37)

Apesar de fornecer um forte indicativo de que o processo descrito aqui produza GRBs, estendendo a abordagem puramente energética de Menezes et al. (2006), ainda há um grande espaço para investigações a respeito desta relação. Por exemplo, a metodologia descrita nos capítulos anteriores não sugere meios de descrever o perfil de emissão destes eventos. O fato de grandes *redshifts* (da ordem de  $1.5\text{--}3$  ou maiores) indicarem GRBs de origem cosmológica também merece considerações futuras, pois este não é um fator facilmente reconciliável com a hipótese aqui considerada (KATZ, 2002). Ainda, de acordo com os resultados apresentados, esse tipo de processo não pode fornecer a quantidade de energia emitida por GRBs mais energéticos como, e.g., os LGRBs de alto *redshift* 080607 ( $z = 3.036$ ) e 080721 ( $z = 2.591$ ), que liberaram respectivamente  $20.0(1.3) \times 10^{53} \text{ erg}$  e  $12.0(1.2) \times 10^{53} \text{ erg}$  (GHIRLANDA et al., 2009).

Existem na literatura diversas sugestões de outros progenitores de

<sup>2</sup>Não confundir com a meia-vida da fase metaestável  $\tau$ , que é o tempo necessário para que o processo de conversão seja desencadeado.

GRBs, como a amplamente aceita hipótese de que estes se originam da fusão de objetos compactos em sistemas binários, sejam de duas estrelas hadrônicas ou de uma estrela hadrônica e um buraco negro (D'AVANZO, 2015). Há inclusive propostas que relacionam a conversão de estrelas hadrônicas em estranhas com GRBs através de outros mecanismos que não os discutidos acima. Pérez-García, Daigne e Silk (2013), por exemplo, sugerem que essa conversão pode ser desencadeada pela auto-aniquilação de matéria escura no interior de estrelas hadrônicas, acretada a partir do halo galáctico. Não obstante, a grande variedade de características de GRBs permitem a coexistência uma ampla gama de progenitores que expliquem separadamente cada uma das subclasses de surtos de raios- $\gamma$ , e.g., os GRBs de altos *redshifts*.

## 6.2 EVOLUÇÃO FINAL DE ESTRELAS MASSIVAS

Em uma perspectiva ortodoxa, o nascimento de *pulsares*, entendidos como estrelas de nêutrons, se dá a partir do colapso de estrelas massivas ( $M \geq 8 M_{\odot}$ ) em explosões de supernova. O mecanismo que faz com que estas explosões ocorram não é totalmente compreendido, apesar de grandes avanços terem ocorrido na última década, motivados pelo desenvolvimento de simulações mais sofisticadas, especialmente para o transporte de neutrinos, e por um melhor entendimento da microfísica e do papel das instabilidades hidrodinâmicas no processo (JANKA, 2012). Durante a evolução destas estrelas massivas, o processo de fusão cria um núcleo de ferro com massa superior a  $1.4 M_{\odot}$ . Como a fusão do ferro é um processo endotérmico, e a estrela não consegue mais contrabalancear a pressão gravitacional com a pressão de radiação uma vez que a fusão nuclear cesse, fazendo com que a estrela colapse dinamicamente, em uma queda-livre de cerca de  $4 \times 10^{-3}$  s que libera grandes quantidades de energia (SHA-PIRO; TEUKOLSKY, 2007). O núcleo colapsado teria sua natureza definida, nessa perspectiva, pela massa do remanescente, tornando-se uma estrela de nêutron se sua massa estiver contida entre os limites de Chandrasekhar e de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (de  $1.4 M_{\odot}$  até cerca de  $3 M_{\odot}$ ) ou um buraco negro se sua massa exceder este valor (GLEDENNING, 2000).

No entanto, este cenário é alterado quando a possibilidade de transição de fase entre as matérias hadrônica e estranha é levada em consideração. Os resultados oriundos da teoria de Lifshitz-Kagan sugerem que a existência de estrelas de nêutrons com massas que excedam um limiar muito restritivo é desfavorecida, devido à instabilidade da fase H desencadeada pelo processo de nucleação. Este limite para a massa de estrelas

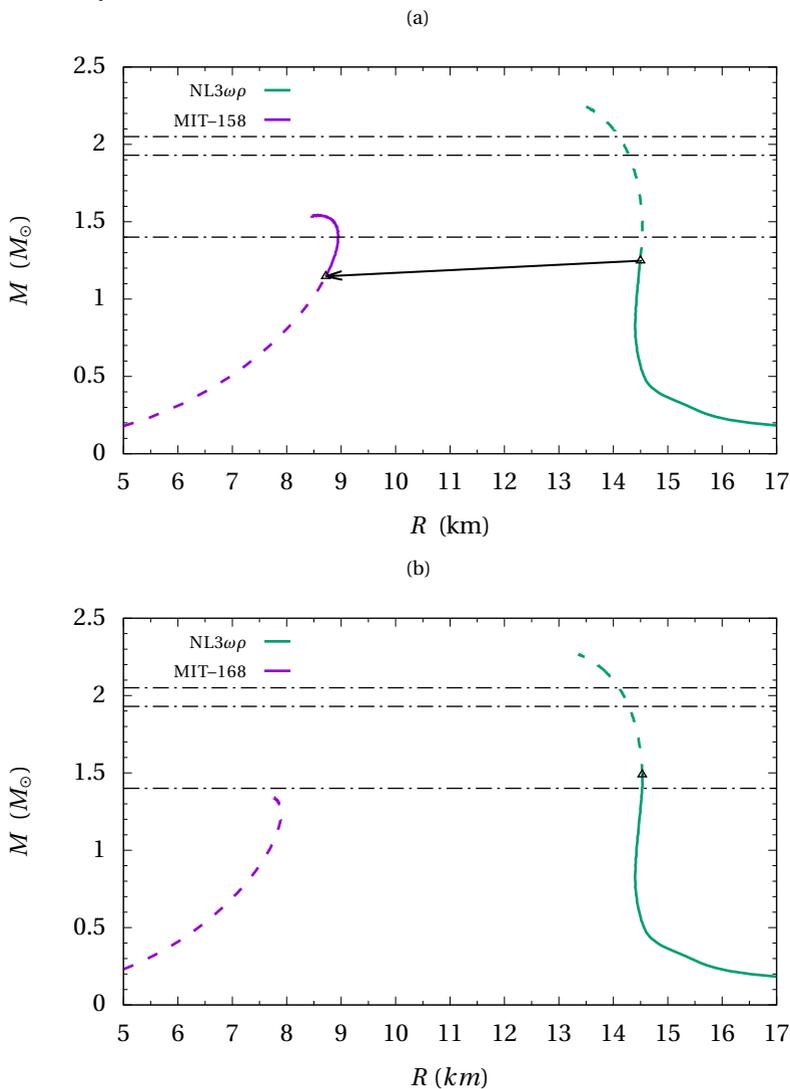
hadrônicas estáveis depende fortemente do conjunto de parâmetros adotados nos cálculos, estando no intervalo de  $0.9 < M/M_{\odot} < 1.5$ , para a parametrização IU-FSU para a fase H, e na faixa de  $0.5 < M/M_{\odot} < 1.6$ , para a NL3 $\omega\rho$ , como se pode ver dos resultados expostos nas tabelas 8 e 9. Independente da escolha do conjunto de parâmetros, apenas estrelasadrônicas com massas ligeiramente maiores que o limite de Chandrasekhar são objetos completamente estáveis.

A necessidade de se empregar modelos efetivos para a descrição de matéria densa se reflete na forte sensibilidade dos resultados às combinações de parâmetros escolhidos. A inclusão da transição de fase hádron-quark na descrição de objetos compactos sugere três possibilidades para a natureza dos remanescentes estelares, em substituição ao quadro determinado unicamente pela massa do remanescente, que resultava em estrelas de nêutrons ou em buracos negros. Na Figura 22, mostra-se duas possíveis situações relevantes para a relação massa-raio de remanescentes estelares neste novo contexto em que estrelas de nêutrons podem ser metaestáveis. A família de estrelasadrônicas é descrita a partir do modelo NLWM com a parametrização NL3 $\omega\rho$  para a fase H, e a de estrelas estranhas é obtida considerando o modelo de sacola do MIT com o parâmetro da *bag*  $B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$ , em 22, ou  $B^{1/4} = 168 \text{ MeV}$ , em 22, na modelagem da fase Q. Os ramos tracejados representam as configurações instáveis das estrelasadrônicas e as estrelas estranhas inacessíveis através do processo de queima lenta como considerado aqui. Estes possíveis cenários exigem uma redefinição do conceito de massa máxima da ‘estrela de nêutrons’, e também sugerem meios observacionais de avaliação de modelos efetivos.

Mesmo dentre os modelos aprovados por todos os critérios considerados neste trabalho, a condição de coexistência de fases (Eq. 5.11) pode não ser satisfeita para alguns pares de modelos. Se este for o caso, como o mostrado na Figura 13, as estrelasadrônicas serão verdadeiramente estáveis e não decairão em uma estrela de quarks desconfiados sob nenhuma condição. Neste contexto, retoma-se o quadro ortodoxo da natureza dos remanescentes estelares, com estes objetos sendo estrelasadrônicas se tiverem massas até o limite de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, e sendo buracos negros se forem mais massivos. A observação de dois *pulsares* com massas da ordem de  $2 M_{\odot}$  traça um mínimo para o valor deste limite, que foi considerado na escolha das parametrizações empregadas neste trabalho. Ainda, neste quadro, estrelas estranhas não podem ser formadas pelo processo de queima lenta discutido aqui, o que não impossibilita completamente a existência deste tipo de objeto.

A segunda possibilidade consiste no caso ilustrado em 22, em que os modelos para matériasadrônica e estranha são tais que satisfazem a

Figura 22 – Relação massa-raio para as famílias de estrelas hadrônicas obtida com a parametrização NL3 $\omega\rho$  para a fase H e de estrelas estranhas considerando o parâmetro da sacola (a)  $B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$  e (b)  $B^{1/4} = 168 \text{ MeV}$  na modelagem da fase Q. As estrelas marcadas com pontos pretos estão na configuração crítica de nucleação quando tomado  $\sigma = 30 \text{ MeV}/fm^2$  (vide Tabela 9).



condição (5.11). Nesta situação, estrelas hadrônicas com massas superiores à massa crítica  $M_{cr}$  seriam metaestáveis e teriam sua matéria constituinte convertida em matéria de quarks desconfiados. Contudo, dado o modelo empregado na descrição da fase Q, a equação de estado da matéria de quarks não sustenta estrelas estranhas com massas bariônicas iguais ou maiores do que a da estrela hadrônica na configuração crítica de nucleação. Isso implica que a fase H será instável para estrelas com  $M \geq M_{cr}$  sem que seja possível à matéria estranha assumir configurações mecanicamente estáveis para estas massas após a transição de fase. Nesse quadro, todos os remanescentes estelares mais massivos que a configuração crítica ( $M_{cr}$ ) seriam buracos negros. Este fato abaixaria a massa mínima para buracos negros de origem estelar<sup>3</sup>, que atualmente considera-se na região de  $3-5 M_{\odot}$ , tornando muito mais turva a fronteira entre as massas de estrelas de nêutrons e buracos negros, e dificultando a caracterização dos *pulsares* supermassivos já citados. Nestes dois primeiros cenários, a conversão de uma estrela hadrônica em um buraco negro, desencadeada pela acreção de matéria até que a massa da estrela supere certo limiar (o limite de TOV no primeiro caso, e  $M_{cr}$  no segundo), pode servir de progenitor de surtos de raios- $\gamma$  por algum mecanismo que não o discutido na seção anterior (BOMBACI; PARENTI; VIDANA, 2004).

Resta ainda uma terceira possibilidade, representada em 22. Neste caso, a condição de coexistência de fases é satisfeita e a EoS da matéria estranha sustenta soluções da TOV com massas bariônicas iguais ou maiores do que a da estrela hadrônica na configuração crítica, pelo menos até um certo limite. Assim, estrelas hadrônicas metaestáveis ‘dispõem’ de estrelas estranhas estáveis em que decair. Neste quadro, possibilita-se a existência de duas famílias distintas de estrelas compactas, inclusive permitindo a coexistência de estrelas estranhas de pequeno raio com estrelas hadrônicas de mesma massa gravitacional e com raio maior, ao menos em uma faixa estreita de massas. Assim, a observação de dois objetos estelares compactos de mesma massa e raios distintos corroboraria o panorama apresentado neste trabalho, além de impor novas restrições à escolha de modelos efetivos para a matéria densa. Ainda, estrelas estranhas mais massivas podem ser produzidas pela acreção posterior de massa na estrela de quarks desconfiados após a conversão, até o limite sustentado pela EoS, além do qual esta colapsará em um buraco negro. De qualquer forma, as combinações de modelos consideradas neste trabalho não permitem a descrição de

---

<sup>3</sup>O melhor candidato ao recorde de buraco negro menos massivo observado é GRO J0422+32, com massa da ordem de  $3.66-4.97 M_{\odot}$  (GELINO; HARRISON, 2003), embora Kreidberg et al. (2012), em análise posterior, tenham sugerido uma massa ainda menor para este, da ordem de  $2.1 M_{\odot}$ .

estrelas compactas de  $2 M_{\odot}$  sob quaisquer circunstâncias em que a transição de desconfinamento da matéria hadrônica é permitida.

Portanto, uma nova restrição astrofísica para as parametrizações de modelos efetivos deve ser adicionada às consideradas em Dutra et al. (2014), Dutra, Lourenço e Menezes (2016a) e Torres e Menezes (2013). Exige-se que, para um dado par de modelos para matéria hadrônica confinada e desconfiada, seja permitida a descrição de estrelas estranhas estáveis com massas acima do vínculo observacional se a conversão for permitida, como em 22, ou a descrição de estrelas hadrônicas metaestáveis com um  $M_{cr} \geq 2 M_{\odot}$  se não for, como em 22. As restrições empíricas empregadas anteriormente neste estudo só seriam suficientes no primeiro quadro discutido nessa seção. Contudo, neste quadro impossibilitaria absolutamente a conversão de fase, o que não é razoável frente aos estudos em torno do diagrama de fases da QCD.



## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, buscou-se descrever *pulsares* como estrelas de hádrons ou de quarks desconfinados, em ambos os casos descrevendo a matéria constituinte destes objetos no contexto dos modelos efetivos relativísticos para a matéria densa, tomando respectivamente o modelo de Walecka não-linear e o modelo de sacola do MIT. Os resultados oriundos deste tipo de modelo dependem fortemente das parametrizações consideradas, o que demanda a eleição de critérios para esta escolha. Optou-se por parametrizações do modelo NLWM que foram testadas e aprovadas em relação a propriedades experimentais da matéria nuclear e a restrições de observações astrofísicas, além de se restringir os parâmetros da *bag* de modo que estejam de acordo com a janela de estabilidade para a qual a hipótese de Bodmer-Witten é satisfeita. Analisou-se as equações de estado resultantes dos modelos efetivos com o objetivo de estabelecer sob quais condições a transição de fase entre as matérias hadrônica e estranha pode ocorrer, sendo o processo determinante nessa situação a chamada nucleação quântica. A partir das EoS obtidas, aplicadas de maneira adequada à descrição de estrelas compactas, determinou-se os critérios para que a conversão de estrelas hadrônicas e estranhas seja permitida.

Os resultados decorrentes da aplicação do formalismo de Lifshitz-Kagan sugerem que as estrelas hadrônicas são metaestáveis em relação ao decaimento em estrelas estranhas ou em buracos negros para massas gravitacionais superiores a um certo limiar, desde que os modelos empregados sejam tais que a condição de coexistência de fases seja satisfeita. As meias-vidas das estrelas metaestáveis foram calculadas e empregadas na redefinição do conceito de massa máxima de estrelas compactas através da pressão crítica da nucleação. Enquanto o limite de TOV depende apenas da dureza da EoS da matéria hadrônica, a massa da configuração crítica para a nucleação,  $M_{cr}$ , é fortemente sensível aos parâmetros adotados na descrição de ambas as fases e ao valor da constante de tensão superficial  $\sigma$ . No entanto, pôde-se ver que a sobrepressão crítica  $\Delta P_{cr} = P_{cr} - P_0$  não depende do valor da constante da *bag* adotado na descrição de matéria de quarks desconfinados. Essa resistência constante à nucleação havia sido discutida na literatura anteriormente, porque de fato não é um comportamento óbvio. Nada na construção da teoria indica que a pressão de coexistência e a pressão de nucleação crítica devem mostrar a mesma dependência no parâmetro  $B$ , de modo que  $\Delta P_{cr}$  seja aproximadamente constante, nem que, para uma dada EoS hadrônica, a mesma sobrepressão acima da pressão de coexistência resulte no mesmo tempo de nucle-

ação independentemente da EoS da matéria estranha. Um entendimento conceitualmente mais profundo deste fenômeno exige investigações posteriores e, para que se possa afirmar que essa é uma propriedade universal das transições de fases da matéria em regime cromodinâmico, é necessária a verificação desse comportamento em outros modelos efetivos mais verossímeis, e.g., que considere a interação entre quarks e glúons de forma mais rigorosa ou que empreguem uma descrição que leve em conta a quiralidade da matéria cromodinâmica.

Da descrição de estrelas compactas a partir dos modelos efetivos, vê-se que a conversão de uma estrela hadrônica em uma estrela estranha é energeticamente permitida. A hipótese de surtos de raios- $\gamma$  como manifestações da energia liberada na conversão de uma estrela hadrônica metaestável em uma estrela estranha segue de maneira natural à esta observação, e também é verificada pelos resultados, que apontam energias liberadas na faixa  $0.5 < \Delta E/10^{53} \text{ erg} < 4.0$ , concordando com a ampla análise de Menezes et al. (2006). Quando a transição de fase hádron-quark é permitida pelos critérios termodinâmicos, sugere-se duas possibilidades para a natureza dos remanescentes estelares. Se a fase H for instável para estrelas com  $M \geq M_{cr}$  sem que seja possível à matéria estranha assumir configurações mecanicamente estáveis para estas massas após a transição de fase, todos os remanescentes estelares mais massivos que a configuração crítica seriam buracos negros. Já se a EoS da matéria estranha sustentar soluções da TOV com massas bariônicas iguais ou maiores do que a da estrela hadrônica na configuração crítica, estrelas hadrônicas metaestáveis podem decair em estrelas estranhas estáveis, o que permite a coexistência destas duas famílias distintas de estrelas compactas. De qualquer forma, as combinações de modelos consideradas neste trabalho não permitem a descrição de estrelas compactas de  $2 M_{\odot}$ , o que impõe uma nova restrição astrofísica para as parametrizações de modelos efetivos, exigindo que um dado par de modelos para matéria hadrônica confinada e desconfiada seja capaz de descrever estrelas estranhas estáveis com massas acima do vínculo observacional se o decaimento em uma estrela estranha estável for permitido, ou que a descrição de estrelas hadrônicas metaestáveis para este par sustente  $M_{cr} \geq 2 M_{\odot}$  se não for.

Uma versão deste trabalho foi aceita para publicação no *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* (JCAP) e pode ser consultada no endereço arXiv:1709.07040 ou no Apêndice C. Pretende-se reaplicar em trabalhos futuros a metodologia empregada aqui à modelos relativísticos mais sofisticados, que envolvam a quiralidade tanto na fase de hádrons (PAIS; MENEZES; PROVIDÊNCIA, 2016) quanto na fase de quarks desconfiados (NAMBU; JONA-LASINIO, 1961a, 1961b).

## REFERÊNCIAS

- AGRAWAL, B. K. Asymmetric nuclear matter and neutron skin in an extended relativistic mean-field model. **Physical Review C**, v. 81, n. 3, p. 34323, 2010.
- ALLOY, M. D. **Pasta nuclear e evolução de protoestrelas de nêutrons**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2012. (Tese de Doutorado).
- ANTONIADIS, J. et al. A massive pulsar in a compact relativistic binary. **Science**, v. 340, n. 6131, 2013. doi : 10 . 1126/science . 1233232.
- ARZOUMANIAN, Z.; CHERNOFF, D. F.; CORDES, J. M. The velocity distribution of isolated radio pulsars. **The Astrophysical Journal**, v. 568, n. 1, p. 289, 2002.
- ARZOUMANIAN, Z. et al. Timing behavior of 96 radio pulsars. **The Astrophysical Journal**, v. 422, n. 2, p. 671–680, 1994. doi : 10 . 1086/173760.
- BAADE, W.; ZWICKY, F. Cosmic rays from super-novae. **Proceedings of the National Academy of Science**, v. 20, p. 259–263, 1934.
- BAYM, G. et al. Is Cygnus X-3 strange? **Physics Letters B**, v. 160, n. 1, p. 181–187, 1985.
- BAYM, G.; PETHICK, C.; SUTHERLAND, P. The ground state of matter at high densities: equation of state and stellar models. **The Astrophysical Journal**, v. 170, p. 299, 1971. doi : 10 . 1086/151216.
- BECKER, R.; DÖRING, W. Kinetische behandlung der keimbildung in übersättigten dämpfen. **Annalen der Physik**, v. 24, p. 719–752, 1935.
- BEREZHIANI, Z. et al. Gamma-ray bursts from delayed collapse of neutron stars to quark matter stars. **The Astrophysical Journal**, v. 586, n. 2, p. 1250, 2003.
- BJORKEN, J. D.; DRELL, S. D. **Relativistic Quantum Fields**. New York: McGraw-Hill College, 1965.
- BODMER, A. R. Collapsed nuclei. **Physical Review D**, v. 4, n. 6, p. 1601–1606, 1971.

BOGUTA, J.; BODMER, A. R. Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface. **Nuclear Physics A**, v. 292, n. 3, p. 413–428, 1977. doi : 10 . 1016/0375-9474(77)90626-1.

BOMBACI, I.; DATTA, B. Conversion of neutron stars to strange stars as the central engine of gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 530, n. 2, p. L69, 2000.

BOMBACI, I.; LOGOTETA, D. Quark deconfinement in neutron stars and astrophysical implications. **International Journal of Modern Physics D**, v. 26, n. 2, p. 1730004, 2017.

BOMBACI, I.; PARENTI, I.; VIDAÑA, I. Quark deconfinement and implications for the radius and the limiting mass of compact stars. **The Astrophysical Journal**, v. 614, n. 1, p. 314, 2004.

BRACHMAN, M. K. Fermi level, chemical potential, and gibbs free energy. **The Journal of Chemical Physics**, v. 22, n. 6, p. 1152–1152, 1954.

BURBIDGE, E. M. et al. Synthesis of the elements in stars. **Reviews of Modern Physics**, v. 29, n. 4, p. 547, 1957.

CABIBBO, N.; PARISI, G. Exponential hadronic spectrum and quark liberation. **Physics Letters B**, v. 59, n. 1, p. 67–69, 1975.

CENTELLES, M. et al. Nuclear symmetry energy probed by neutron skin thickness of nuclei. **Physical Review Letters**, v. 102, n. 12, p. 122502, 2009.

CHANDRASEKHAR, S. The maximum mass of ideal white dwarfs. **The Astrophysical Journal**, v. 74, p. 81, 1931. doi : 10 . 1086/143324.

CHANDRASEKHAR, S. On stars, their evolution and their stability. **Nobel Prize lecture**, 1983. [Disponível em [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1983/chandrasekhar-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1983/chandrasekhar-lecture.pdf)].

CHENG, K. S.; DAI, Z. G. Conversion of neutron stars to strange stars as a possible origin of  $\gamma$ -ray bursts. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 7, p. 1210–1213, 1996.

CHIU, H.-Y. Supernovae, neutrinos, and neutron stars. **Annals of Physics**, v. 26, n. 3, p. 364–410, 1964. doi : 10 . 1016/0003-4916(64)90256-8.

CHIU, H.-Y.; SALPETER, E. E. Surface x-ray emission from neutron stars. **Physical Review Letters**, v. 12, n. 15, p. 413, 1964.

CHIU, H.-Y.; STABLER, R. C. Emission of photoneutrinos and pair annihilation neutrinos from stars. **Physical Review**, v. 122, n. 4, p. 1317, 1961.

CHODOS, A. et al. New extended model of hadrons. **Physical Review D**, v. 9, n. 12, p. 3471, 1974.

D'AVANZO, P. Short gamma-ray bursts: A review. **Journal of High Energy Astrophysics**, v. 7, n. Supplement C, p. 73–80, 2015.

DEMOREST, P. B. et al. A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. **Nature**, v. 476, n. 7319, 2010. arXiv:1010.5788.

DUERR, H.-P.; TELLER, E. Interaction of antiprotons with nuclear fields. **Physical Review**, v. 101, n. 1, p. 494, 1956.

DUTRA, M. et al. Relativistic mean-field hadronic models under nuclear matter constraints. **Physical Review C**, v. 90, n. 5, p. 55203, 2014. arXiv:1405.3633.

DUTRA, M. et al. Skyrme interaction and nuclear matter constraints. **Physical Review C**, v. 85, n. 3, p. 35201, 2012.

DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; MENEZES, D. P. Stellar properties and nuclear matter constraints. **Physical Review C**, v. 93, n. 2, p. 25806, 2016. Erratum: Dutra, Lourenço e Menezes (2016b).

DUTRA, M.; LOURENÇO, O.; MENEZES, D. P. Stellar properties and nuclear matter constraints (Erratum). **Physical Review C**, v. 94, n. 4, p. 25806, 2016.

FANG, J. et al. Effect of strong magnetic fields on the crust-core transition and inner crust of neutron stars. **Physical Review C**, v. 95, n. 4, p. 45802, 2017.

FARHI, E.; JAFFE, R. L. Strange matter. **Physical Review D**, v. 30, n. 11, p. 2379–2391, 1984.

FARINE, M.; PEARSON, J.; TONDEUR, F. Nuclear-matter incompressibility from fits of generalized skyrme force to breathing-mode energies. **Nuclear Physics A**, v. 615, n. 2, p. 135–161, 1997.

FATTOYEV, F. J. et al. Relativistic effective interaction for nuclei, giant resonances, and neutron stars. **Physical Review C**, v. 82, n. 5, p. 55803, 2010.

FEYNMAN, R. P. The development of the space-time view of quantum electrodynamics. **Nobel Prize lecture**, 1965. [Disponível em [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1965/feynman-lecture.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-lecture.html)].

FRAGA, E. S.; KURKELA, A.; VUORINEN, A. Interacting quark matter equation of state for compact stars. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 781, n. 2, p. L25, 2014.

GAMOW, G. Zur quantentheorie des atomkernes. **Zeitschrift für Physik**, v. 51, n. 3, p. 204–212, 1928.

GAMOW, G.; SCHENBERG, M. The possible role of neutrinos in stellar evolution. **Physical Review**, v. 58, n. 12, p. 1117, 1940.

GAMOW, G.; SCHENBERG, M. Neutrino theory of stellar collapse. **Physical Review**, v. 59, n. 7, 1941.

GELINO, D. M.; HARRISON, T. E. GRO J0422+32: The lowest mass black hole? **The Astrophysical Journal**, v. 599, n. 2, p. 1254, 2003.

GHIRLANDA, G. et al. Short versus long gamma-ray bursts: spectra, energetics, and luminosities. **Astronomy & Astrophysics**, v. 496, p. 585–595, 2009.

GLENDENNING, N. K. **Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity**. 2nd. ed. New York: Springer, 2000.

GLENDENNING, N. K.; MOSZKOWSKI, S. A. Reconciliation of neutron-star masses and binding of the  $\Lambda$  in hypernuclei. **Physical Review Letters**, v. 67, p. 2414–2417, 1991.

GOLDSTEIN, H.; POOLE, C. P.; SAFKO, J. L. **Classical Mechanics**. 3rd. ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 2001.

GOMES, R. de O. **Transições de fase hádron-quark em de estrelas de nêutrons**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011. (Dissertação de Mestrado).

GRAMS, G. et al. Nuclear pasta phases within the quark-meson coupling model. **Physical Review C**, v. 95, n. 5, p. 055807, 2017.

GREINER, W.; NEISE, L.; STÖCKER, H. **Thermodynamics and Statistical Mechanics**. New York: Springer, 1995.

GREINER, W.; SCHRAMM, S.; STEIN, E. **Quantum Chromodynamics**. 2nd. ed. New York: Springer, 2002.

GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles**. 2nd. ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH, 2008.

GROSS, D. J. The discovery of asymptotic freedom and the emergence of QCD. **Nobel Prize lecture**, 2004. [Disponível em [https://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2004/gross-lecture.pdf](https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/gross-lecture.pdf)].

HEBELER, K. et al. Equation of state and neutron star properties constrained by nuclear physics and observation. **The Astrophysical Journal**, v. 773, n. 1, p. 11, 2013.

HEISELBERG, H.; PETHICK, C. J.; STAUBO, E. F. Quark matter droplets in neutron stars. **Physical Review Letters**, v. 70, n. 10, p. 1355–1359, 1993.

HEWISH, A. et al. Observation of a rapidly pulsating radio source. **Nature**, n. 217, p. 709–713, February 1968. doi : 10 . 1038/217709a0.

HEYDE, K. **Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics: An Introductory Approach**. 3rd. ed. London: IOP Publishing, 2004.

HOROWITZ, C. J.; PIEKAREWICZ, J. Neutron star structure and the neutron radius of  $^{208}\text{Pb}$ . **Physical Review Letters**, v. 86, n. 25, p. 5647–5650, 2001.

HORVATH, J.; BENVENUTO, O. On the stability of slow neutron combustion in astrophysical objects. **Physics Letters B**, v. 213, n. 4, p. 516–520, 1988.

IIDA, K.; SATO, K. Effects of hyperons on the dynamical deconfinement transition in cold neutron star matter. **Physical Review C**, v. 58, n. 4, p. 2538–2559, 1998.

IVANENKO, D. D.; KURDGELAJDZE, D. F. Hypothesis concerning quark stars. **Astrophysics**, v. 1, n. 4, p. 251–252, 1965. doi : 10 . 1007/BF01042830.

IVANENKO, D. D.; KURDGELAJDZE, D. F. Remarks on quark stars. **Lettere al Nuovo Cimento**, v. 2, n. 1, p. 13–16, 1969. doi : 10 . 1007/BF02753988.

JANKA, H.-T. Explosion mechanisms of core-collapse supernovae. **Annual Review of Nuclear and Particle Science**, v. 62, n. 1, p. 407–451, 2012.

JOHNSON, M. H.; TELLER, E. Classical field theory of nuclear forces. **Physical Review**, v. 98, n. 3, p. 783, 1955.

KAKU, M. **Quantum Field Theory: A Modern Introduction**. New York: Oxford University Press, 1993.

KARSCH, F. The phase transition to the quark gluon plasma: Recent results from lattice calculations. **Nuclear Physics A**, v. 590, n. 1, p. 367–381, 1995.

KATZ, J. I. **The Biggest Bangs: The Mystery of Gamma-ray Bursts, the Most Violent Explosions in the Universe**. Oxford: Oxford University Press, 2002.

KHUNTIA, A. et al. Speed of sound in hadronic matter using non-extensive Tsallis statistics. **European Physical Journal A**, v. 52, p. 292, 2016. arXiv:1602.01645.

KIZILTAN, B. et al. The neutron star mass distribution. **The Astrophysical Journal**, v. 778, n. 1, 2013. doi:10.1088/0004-637X/778/1/66.

KOCH, S. W. **Dynamics of first-order phase transitions in equilibrium and nonequilibrium systems**. Berlin: Springer-Verlag, 1984.

KREIDBERG, L. et al. Mass measurements of black holes in x-ray transients: Is there a mass gap? **The Astrophysical Journal**, v. 757, n. 1, p. 36, 2012.

KURKELA, A. et al. Constraining neutron star matter with quantum chromodynamics. **The Astrophysical Journal**, v. 789, n. 2, p. 127, 2014.

LALAZISSIS, G. A.; KÖNIG, J.; RING, P. New parametrization for the lagrangian density of relativistic mean field theory. **Physical Review C**, v. 55, n. 1, p. 540–543, 1997.

LANDAU, L. D. On the theory of stars. **Physikalische Zeitschrift Sowjetunion**, v. 1, p. 285–288, 1932.

LATTES, C. M. G. et al. Processes involving charged mesons. **Nature**, v. 159, p. 694–697, 1947. doi:10.1038/159694a0.

LEMOS, N. A. **Mecânica Analítica**. 2a. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

LI, B.-A.; HAN, X. Constraining the neutron-proton effective mass splitting using empirical constraints on the density dependence of nuclear symmetry energy around normal density. **Physics Letters B**, v. 727, p. 276–281, 2013.

LIFSHITZ, I. M.; KAGAN, Y. Quantum kinetics of phase transitions at temperatures close to absolute zero. **Journal of Experimental and Theoretical Physics**, v. 62, n. 1, p. 385, 1972.

LOPES, A. O. **Introdução à Mecânica Clássica**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo [Edusp], 2006.

LOPES, L. L.; MENEZES, D. P. Hypernuclear matter in a complete SU(3) symmetry group. **Physical Review C**, v. 89, n. 2, p. 25805, 2014. arXiv:1309.4173.

LOPES, L. L.; MENEZES, D. P. Hyperon threshold and stellar radii. **ArXiv e-prints**, 2017. arXiv:1701.03211 [nucl-th].

MARIS, H. J. Introduction to the physics of nucleation. **Comptes Rendus Physique**, v. 7, n. 9, p. 946–958, 2006.

MENEZES, D. P. **Introdução à física nuclear e de partículas elementares**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2002.

MENEZES, D. P. et al.  $\gamma$ -ray bursts and the QCD phase diagram. **Physical Review C**, v. 73, n. 2, p. 025806, 2006.

MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C. Droplet formation in cold asymmetric nuclear matter. **Nuclear Physics A**, v. 650, n. 3, p. 283–298, 1999.

MISNER, C. W.; THORNE, K. S.; WHEELER, J. A. **Gravitation**. San Francisco: W. H. Freeman & Co., 1973.

NAGHDI, M. Nucleon-nucleon interaction: a typical/concise review. **Physics of Particles and Nuclei**, v. 45, n. 5, p. 924–971, 2014. arXiv:nucl-th/0702078.

NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. i. **Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan**, v. 345, n. 122, 1961.

NAMBU, Y.; JONA-LASINIO, G. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. ii. **Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan**, v. 246, n. 124, 1961.

NEWTON, W. G. et al. The nuclear symmetry energy, the inner crust, and global neutron star modeling. In: BERTULANI, C. A.; PIEKAREWICZ, J. (Ed.). **Neutron Star Crust**. New York: Nova Publishing, 2011. cap. 12, p. 235–264. arXiv:1112.2018.

OLESEN, M. L.; MADSEN, J. Nucleation of quark matter bubbles in neutron stars. **Physical Review D**, v. 49, p. 2698–2702, 1994.  
arXiv:astro-ph/9401002.

OLINTO, A. V. On the conversion of neutron stars into strange stars. **Physics Letters B**, v. 192, n. 1, p. 71–75, 1987.

ONUJI, A. **Phase transition dynamics**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2002.

OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Physical Review**, v. 55, p. 374, 1939.

PAIS, H.; MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C. Neutron stars: from the inner crust to the core with the (extended) Nambu-Jona-Lasinio model. **Physical Review C**, v. 93, n. 6, p. 65805, 2016.

PALHARES, L. F.; FRAGA, E. S. Droplets in the cold and dense linear sigma model with quarks. **Physical Review D**, v. 82, n. 12, p. 125018, 2010.

PANDA, P. K.; MENEZES, D. P.; PROVIDÊNCIA, C. Hybrid stars in the quark-meson coupling model with superconducting quark matter. **Physical Review C**, v. 69, n. 2, p. 25207, 2004.

PASQUA, N. H. **Sobre o fenômeno da nucleação**. São Carlos (SP): Universidade de São Paulo – Instituto de Física de São Carlos, 2003. (Dissertação de Mestrado).

PÉREZ-GARCÍA, M. A.; DAIGNE, F.; SILK, J. Short gamma-ray bursts and dark matter seeding in neutron stars. **The Astrophysical Journal**, v. 768, n. 2, p. 145, 2013.

PINTO, M. B.; KOCH, V.; RANDRUP, J. Surface tension of quark matter in a geometrical approach. **Physical Review C**, v. 86, n. 2, p. 025203, 2012.

PIRAN, T. The physics of gamma-ray bursts. **Reviews of Modern Physics**, v. 76, n. 4, p. 1143–1210, 2005.

RAJAGOPAL, K.; WILCZEK, F. Static and dynamic critical phenomena at a second order QCD phase transition. **Nuclear Physics B**, v. 399, n. 2, p. 395–425, 1993.

RHOADES Jr., C. E.; RUFFINI, R. Maximum mass of a neutron star. **Physical Review Letters**, v. 32, n. 6, p. 324, 1974.

SAKURAI, J. J. **Modern quantum mechanics**. Reading, MA: Addison-Wesley, 1994.

SANTOS, B. M. et al. Correlations between the nuclear matter symmetry energy, its slope, and curvature from a nonrelativistic solvable approach and beyond. **Phys. Rev. C**, v. 90, n. 3, p. 035203, 2014.

SCHAFFNER-BIELICH, J. Hypernuclear physics for neutron stars. **Nuclear Physics A**, v. 804, p. 309–321, 2008. arXiv:0801.3791.

SCHWINGER, J. Relativistic quantum field theory. **Nobel Prize lecture**, 1965. [Disponível em [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1965/schwinger-lecture.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/schwinger-lecture.pdf)].

SEMIZ, İ. OV or TOV? **Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, v. 56, p. 13–16, November 2016.

SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects**. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 2007.

SILBAR, R. R.; REDDY, S. Neutron stars for undergraduates. **American Journal of Physics**, v. 72, p. 892, 2004. arXiv:nuc1-th/0309041.

SKYRME, T. H. R. The nuclear surface. **Philosophical Magazine**, v. 1, n. 11, p. 1043–1054, 1956. doi:10.1080/14786435608238186.

SPIEGEL, M. R. **Schaum's Outline of Mathematical Handbook of Formulas and Tables**. New York: McGraw-Hill College, 1968.

STONE, J. R.; STONE, N. J.; MOSZKOWSKI, S. A. Incompressibility in finite nuclei and nuclear matter. **Physical Review C**, v. 89, n. 4, p. 44316, 2014. arXiv:1404.0744.

SUGAHARA, Y.; TOKI, H. Relativistic mean-field theory for unstable nuclei with non-linear  $\sigma$  and  $\omega$  terms. **Nuclear Physics A**, v. 579, n. 3, p. 557–572, 1994.

TODD-RUTEL, B. G.; PIEKAREWICZ, J. Neutron-rich nuclei and neutron stars: A new accurately calibrated interaction for the study of neutron-rich matter. **Physical Review Letters**, v. 95, n. 12, p. 122501, 2005.

TOLMAN, R. C. Static solutions of Einstein's field equations for spheres of fluid. **Physical Review**, v. 55, p. 364, 1939.

TOMONAGA, S.-I. Development of quantum electrodynamics. **Nobel Prize lecture**, 1966. [Disponível em [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1965/tomonaga-lecture.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/tomonaga-lecture.html)].

TORRES, J. R. **Transições de fases na matéria estranha e aplicações na matéria estelar**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2016. (Tese de Doutorado).

TORRES, J. R.; MENEZES, D. P. Quark matter equation of state and stellar properties. **Europhysics Letters A**, v. 101, p. 42003, 2013. doi : 10.1209/0295-5075/101/42003.

TSANG, M. B. et al. Constraints on the symmetry energy and neutron skins from experiments and theory. **Physical Review C**, v. 86, n. 1, p. 15803, 2012.

VIDAÑA, I. Hyperons in neutron stars. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 668, n. 1, p. 12031, 2016.

VOLMER, M.; WEBER, A. Keimbildung in übersättigten gebilden. **Zeitschrift für Physikalische Chemie**, v. 119, p. 277–301, 1925. (Leipzig).

WALECKA, J. D. A theory of highly condensed matter. **Annals of Physics**, v. 83, n. 2, p. 491–529, 1974. doi : 10.1016/0003-4916(74)90208-5.

WALECKA, J. D. **Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics**. 2nd. ed. London: World Scientific Publishing, 2004.

WEBER, F. Strange quark matter and compact stars. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 54, n. 1, p. 193–288, 2005. arXiv:astro-ph/0407155.

WEBER, F. et al. Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 59, n. 1, p. 94–113, 2007. arXiv:astro-ph/0612054.

WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity**. New York: John Wiley & Sons, 1972.

WILCZEK, F. A. Asymptotic freedom: from paradox to paradigm. **Nobel Prize lecture**, 2004. [Disponível em [https://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/2004/wilczek-lecture.pdf](https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2004/wilczek-lecture.pdf)].

WITTEN, E. Cosmic separation of phases. **Physical Review D**, v. 30, n. 2, p. 272–285, 1984.

YAKOVLEV, D. G. et al. Lev Landau and the concept of neutron stars. **Physics-Uspekhi**, v. 56, n. 3, p. 289, 2013.

YUKAWA, H. On the interaction of elementary particles. **Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan**, v. 17, n. 48, 1935.

YUKAWA, H. Meson theory in its developments. **Nobel Prize lecture**, 1949. [Disponível em [https://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1949/yukawa-lecture.pdf](https://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1949/yukawa-lecture.pdf)].



## **APÊNDICE A – Termodinâmica dos gases de Fermi**



As características de um gás de Fermi livre seguem diretamente do “potencial grande canônico”,

$$\Omega(T, V, \mu) = -\frac{1}{\beta} \ln \mathcal{Z}, \quad (\text{A.1})$$

que é função da temperatura  $T$ , do volume  $V$  e do potencial químico  $\mu$ , onde  $\mathcal{Z}$  é a “grande função de partição”, definida como

$$\mathcal{Z} = \text{Tr} \left[ e^{-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})} \right]. \quad (\text{A.2})$$

Os operadores “hamiltoniano” ( $\hat{H}$ ) e “número” ( $\hat{N}$ ) são tais que, para  $N$  partículas no autoestado de energia  $|\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N\rangle$ ,

$$\hat{H} |\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N\rangle = \sum_{i=1}^N \epsilon_i |\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N\rangle, \quad (\text{A.3})$$

onde  $\epsilon_i$  é o autovalor de energia da partícula  $i$ ,  $E = \sum_{i=1}^N \epsilon_i$ , e

$$\hat{N} |\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N\rangle = \sum_{i=1}^{\infty} n_i |\mathbf{k}_1, \dots, \mathbf{k}_N\rangle, \quad (\text{A.4})$$

onde o “número de ocupação”  $n_i$  representa o número de partículas no nível de energia  $i$ ,  $N = \sum_{i=1}^{\infty} n_i$ . Também pode-se expressar a energia total do sistema em termos do número de ocupação,

$$E = \sum_{i=1}^{\infty} n_i \epsilon_i, \quad (\text{A.5})$$

onde agora a energia  $\epsilon_i$  não representa mais o autovalor de energia de uma partícula individual, mas sim o valor da energia de um nível ocupado por  $n_i$  partículas<sup>1</sup>. É possível e desejável, portanto, que o gás seja descrito na base de representação dos autoestados de  $\hat{N}$ ,  $|\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots\rangle = |\{\mathbf{n}_i\}\rangle$ .

Assim, desenvolvendo a partir de (A.2),

$$\mathcal{Z} = \sum_{\{\mathbf{n}_i'\}, \{\mathbf{n}_i\}} \langle \mathbf{n}_i' | \exp[-\beta(\hat{H} - \mu \hat{N})] | \mathbf{n}_i \rangle \delta_{\mathbf{n}_i', \mathbf{n}_i}. \quad (\text{A.6})$$

Como, devido ao princípio de exclusão de Pauli, um nível de energia não pode abrigar férmions idênticos, de modo que  $n_i = 0$  ou  $1$ , a função de

---

<sup>1</sup>É usual convencionar que os números e  $n_1, n_2, \dots$  são ordenados de tal maneira que as energias estejam em ordem crescente ( $\epsilon_1 < \epsilon_2 < \dots$ ).

partição pode ser escrita como

$$\mathcal{Z} = \prod_{i=1}^{\infty} \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)} \right] \times \prod_{j=1}^{\infty} \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon_j + \mu)} \right], \quad (\text{A.7})$$

onde o segundo fator, de sinal oposto no potencial químico, foi incluído ‘à mão’ para incorporar as antipartículas em  $\mathcal{Z}$ . Portanto, o potencial termodinâmico (Eq. A.1) pode ser reescrito como

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^{\infty} \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon_i - \mu)} \right] - \frac{1}{\beta} \sum_{j=1}^{\infty} \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon_j + \mu)} \right], \quad (\text{A.8})$$

ou, aplicando-se a prescrição para se passar ao espaço contínuo de momentos

$$\sum_i \rightarrow \frac{\lambda V}{(2\pi)^3} \int d^3 p,$$

onde  $\lambda$  é a degenerescência do estado e  $\mathbf{p}$  representa o momento linear, relacionado à energia de uma partícula relativística através da fórmula de Einstein,

$$\epsilon^2 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}, \quad (\text{A.9})$$

como

$$\Omega = -\frac{1}{\beta} \frac{\lambda V}{(2\pi)^3} \int d^3 p \left\{ \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)} \right] + \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\epsilon + \mu)} \right] \right\}, \quad (\text{A.10})$$

em que a integral corre sobre todos os férmions do sistema (partículas e antipartículas).

A relação da função partição do “*ensemble* grande canônico” com as propriedades termodinâmicas do gás é dada pelo grande potencial

$$\Omega = U - TS - \mu N = -PV \quad (\text{A.11})$$

através da equação (A.1), onde  $U = \langle \hat{H} \rangle$  é a energia interna e  $S$  é a entropia do sistema.

Greiner, Neise e Stöcker (1995, p. 305) demonstram que a média termodinâmica de um observável  $\hat{O}$ , cujo valor esperado é dado por  $\mathbf{O} = \langle \{\mathbf{n}_k\} | \hat{O} | \{\mathbf{n}_k\} \rangle$ , no *ensemble* grande canônico pode ser expresso por

$$\langle \hat{O} \rangle = \frac{1}{\mathcal{Z}} \sum_{\{\mathbf{n}_k\}} \exp \left[ -\beta \sum_{k=1}^{\infty} n_k (\epsilon_k - \mu) \right] \mathbf{O},$$

de modo que a densidade de energia é dada por

$$\varepsilon = \frac{1}{V} \langle \hat{H} \rangle = \frac{1}{V} \frac{\partial (\beta \Omega)}{\partial \beta} \quad (\text{A.12})$$

e as equações para os demais observáveis termodinâmicos decorrem imediatamente de (A.11),

$$N = \langle \hat{N} \rangle = - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \right)_{T,V}, \quad (\text{A.13})$$

$$P = - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial V} \right)_{T,\mu}, \quad (\text{A.14})$$

e

$$S = - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\mu,V}. \quad (\text{A.15})$$

A partir da equação (A.13) mostra-se que

$$\begin{aligned} N &= \sum_{i=1}^{\infty} \langle n_i \rangle \\ &= \frac{\lambda V}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 p \left[ \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon - \mu)}} - \frac{1}{1 + e^{\beta(\varepsilon + \mu)}} \right] \\ &= \frac{V}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 p (f - \bar{f}), \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

onde, na última passagem, o termo  $f$  ( $\bar{f}$ ) foi identificado com a distribuição de Fermi-Dirac (Eq. 1.5) para as partículas (antipartículas). Daí segue que a densidade de número (bariônico ou leptônico, a depender do tipo de partícula que se esta descrevendo) é

$$\rho = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 p (f - \bar{f}). \quad (\text{A.17})$$

A pressão global,

$$P = - \frac{1}{\beta} \frac{\lambda}{(2\pi)^3} \int \mathbf{d}^3 p \left\{ \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \right] + \ln \left[ 1 + e^{-\beta(\varepsilon + \mu)} \right] \right\}, \quad (\text{A.18})$$

é obtida diretamente das equações (A.10) e (A.14). A integração em (A.18) pode ser escrita de maneira mais conveniente em coordenadas polares es-

féricas,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{d}^3 p \rightarrow \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{+\infty} p^2 \operatorname{sen} \theta \, dp \, d\theta \, d\varphi = 4\pi \int_0^{+\infty} p^2 \, dp$$

e notando que para partículas relativísticas a energia é dada pela equação (A.9), chegando finalmente em

$$P = \frac{1}{6\pi^2} \int_0^{\infty} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m^2}} (f + \bar{f}). \quad (\text{A.19})$$

Por fim, a densidade de energia pode ser calculada através das equações (A.10) e (A.12). O procedimento segue, em linhas gerais, o que foi feito para se chegar à expressão para a pressão, e resulta em

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} dp \, p^2 \sqrt{p^2 + m^2} (f + \bar{f}). \quad (\text{A.20})$$

As equações (A.17), (A.19) e (A.20) são em conjunto suficientes para descrever o estado de um gás de Fermi livre relativístico.

## A.1 CASO DEGENERADO

As equações de estado de um gás de Fermi são bastante simplificadas para o limite  $T = 0$ , que se torna uma aproximação válida quando

$$k_B T_F \ll E = \sqrt{p^2 + m^2}. \quad (\text{A.21})$$

Toda a dependência da temperatura nas equações de estado (A.17), (A.19) e (A.20) está no termo proporcional à distribuição  $f$ . Como não há anti-partículas no regime sem temperatura,  $\bar{f} = 0$ , e é possível ver pela forma funcional da distribuição que

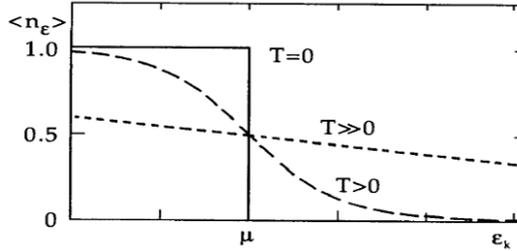
$$\lim_{T \rightarrow 0} f = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\lambda}{\exp\left[\frac{(\varepsilon - \mu)}{k_B T}\right] + 1} = \lambda \Theta(\varepsilon - \mu), \quad (\text{A.22})$$

onde  $\Theta(\varepsilon - \mu)$  é a função passo de Heaviside.

A Figura 23 é útil para observar o comportamento deste limite e permite identificar  $E_F = \mu$  como a energia do último nível ocupado da distribuição, a chamada “energia de Fermi”. Também permite entender a razão deste estado ser chamado de degenerado, pois todos os níveis até o

“nível de Fermi”, de energia  $E_F = \sqrt{p_F^2 + m^2}$ , estão completamente preenchidos. É útil escrever o argumento da função de Heaviside em termos do momento,  $\Theta(p - p_F)$ , onde  $p_F$  é o momento referente ao nível de Fermi.

Figura 23 – Número de ocupação médio *versus* energia do nível para diversas temperaturas, extraído de Greiner, Neise e Stöcker (1995).



O efeito da função passo nas integrais das equações de estado do gás de Fermi é alterar os limites de integração de modo que, para  $T = 0$ , a equação (A.17) se reduz a

$$P = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp p^2 = \frac{\lambda (p_F)^3}{6\pi^2}. \quad (\text{A.23})$$

e as equações (A.19) e (A.20) se tornam simplesmente

$$P = \frac{\lambda}{6\pi^2} \int_0^{p_F} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m^2}} \quad (\text{A.24})$$

e

$$\epsilon = \frac{\lambda}{2\pi^2} \int_0^{p_F} dp p^2 \sqrt{p^2 + m^2}. \quad (\text{A.25})$$

Embora as integrais em (A.24) e (A.25) sejam solucionáveis analiticamente por métodos de integração padrão, é comum utilizá-las na forma integral para representar a equação de um gás de Fermi relativístico degenerado. Apenas a título de registro (SPIEGEL, 1968),

$$\begin{aligned} \int_0^{p_F} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m^2}} &= \int_0^{p_F} dp p^3 \frac{\partial}{\partial p} \left( \sqrt{p^2 + m^2} \right) \\ &= \frac{3}{8} \left[ E_F \left( \frac{2}{3} p_F^3 - m^2 p_F \right) + m^4 \ln \left( \frac{p_F + E_F}{m} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

e

$$\int_0^{p_F} \mathbf{d}p \, p^2 \sqrt{p^2 + m^2} = \frac{1}{8} [p_F (2E_F^3 - m^2 E_F) - m^4 \ln(p_F + E_F)]. \quad (\text{A.27})$$

Pode-se ainda demonstrar que as equações (A.23–A.25) satisfazem conjuntamente a importante relação termodinâmica

$$P = -\varepsilon + \sum_i \mu_i \rho_i, \quad (\text{A.28})$$

obtida através da transformada de Legendre na energia do potencial grande canônico (Eq. A.11), identificando  $\mu_i = E_{Fi} = \sqrt{p_{Fi}^2 + m^2}$  e considerando a condição  $T = \mathbf{0}$  (TORRES, 2016).

## **APÊNDICE B – Parametrizações do modelo NLWM**



Da forma bastante generalizada como foi deduzida, a lagrangiana do modelo NLWM (2.10–2.16) permite uma ampla gama de parametrizações. Neste trabalho são adotadas as parametrizações IU–FSU e FSU–GOLD, da ‘família’ derivada da FSU (de *Florida State University*), desenvolvida inicialmente por Horowitz e Piekarewicz (2001), e a NL3 $\omega\rho$ , que é uma alteração do amplamente utilizado modelo NL3, desenvolvido por Lalazissis, König e Ring (1997), para que inclua o termo de interação cruzada entre os mésons  $\omega$  e  $\rho$ .

Todas as parametrizações que serão empregadas consideram os mésons  $\sigma$ ,  $\omega$  e  $\rho$ , termos de autointeração nos campos de  $\sigma$  e  $\omega$  e de interação cruzada entre  $\omega$  e  $\rho$ . Assim,

$$m_\delta = g_\delta = \alpha_1 = \alpha_1' = \alpha_2 = \alpha_2' = 0.$$

Os demais parâmetros estão representados na Tabela 11, para as parametrizações escolhidas IU–FSU (FATTOYEV et al., 2010), FSUGOLD (TODD–RUTEL; PIEKAREWICZ, 2005; AGRAWAL, 2010) e NL3 $\omega\rho$  (FANG et al., 2017), além da TM1 (SUGAHARA; TOKI, 1994), apresentada apenas a título de comparação.

Tabela 11 – Parametrizações IU–FSU, FSUGOLD, NL3 $\omega\rho$  e TM1 para o modelo NLWM. A unidade para as massas dos mésons e do nucleon  $M = m_p = m_n$  é o *MeV*, para  $\lambda_1$  é  $f m^{-1}$  e os demais parâmetros são adimensionais.

PARÂMETRO	IU–FSU	FSUGOLD	NL3 $\omega\rho$	TM1
$M$	<b>939.00</b>	<b>939.00</b>	<b>939.00</b>	<b>938.00</b>
$m_\sigma$	<b>491.50</b>	<b>491.50</b>	<b>508.19</b>	<b>511.19</b>
$m_\omega$	<b>782.50</b>	<b>782.50</b>	<b>782.50</b>	<b>783.00</b>
$m_\rho$	<b>763.00</b>	<b>763.00</b>	<b>763.00</b>	<b>770.00</b>
$g_\sigma$	<b>9.9712</b>	<b>10.592</b>	<b>10.217</b>	<b>10.029</b>
$g_\omega$	<b>13.032</b>	<b>14.302</b>	<b>12.868</b>	<b>12.614</b>
$g_\rho$	<b>13.589</b>	<b>11.767</b>	<b>11.276</b>	<b>4.6320</b>
$\lambda_1$	<b>3.3080</b>	<b>1.4203</b>	<b>10.431</b>	<b>-7.2330</b>
$\lambda_2$	<b>2.9258</b>	<b>-49.805</b>	<b>-28.885</b>	<b>0.6180</b>
$\lambda_3$	<b>0.0300</b>	<b>0.0600</b>	–	<b>71.307</b>
$\alpha_3'$	<b>0.0920</b>	<b>0.0600</b>	<b>0.0600</b>	–

A aplicação das equações de estado à descrição de matéria nuclear, como discutido em Dutra et al. (2014), toma as grandezas na densidade de saturação nuclear  $\rho_0$  e para a matéria simétrica em relação ao isospin.

Como estão presentes apenas nucleons, é conveniente definir a “fração de prótons”  $y$  em função da densidade bariônica,

$$\rho_3 = \rho_p - \rho_n = (2y - 1)\rho, \quad (\text{B.1})$$

de modo que, para a matéria simétrica  $\rho_p = \rho_n$  e  $y = 1/2$ .

As grandezas empíricas/experimentais relevantes à descrição da matéria nuclear simétrica decorrem em grande parte do “módulo de compressibilidade”  $K_0$ , dado por

$$K_0 = 9 \frac{\partial P}{\partial \rho}, \quad (\text{B.2})$$

que é obtido diretamente da EoS (STONE; STONE; MOSZKOWSKI, 2014), e da “energia de simetria”,

$$\mathcal{S} = \frac{1}{8} \frac{\partial^2(\epsilon/\rho)}{\partial y^2}, \quad (\text{B.3})$$

e de suas derivadas, em especial a “inclinação” de  $\mathcal{S}$  (*slope*),

$$L_0 = 3\rho_0 \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial \rho}, \quad (\text{B.4})$$

sua “curvatura”,

$$K_{Sym}^0 = 9\rho_0^2 \frac{\partial^2 \mathcal{S}}{\partial \rho^2}, \quad (\text{B.5})$$

e sua “obliquidade” (*skewness*),

$$Q_{Sym}^0 = 27\rho_0^3 \frac{\partial^3 \mathcal{S}}{\partial \rho^3}, \quad (\text{B.6})$$

vide Tsang et al. (2012), Li e Han (2013) e Santos et al. (2014) para revisões teóricas acerca das grandezas relacionadas com a energia de simetria. Outra grandeza muito relevante na avaliação das parametrizações para os modelos tipo-Walecka no contexto da matéria nuclear é a parte volumétrica do módulo de compressibilidade,

$$K_{\tau,v}^0 = K_{Sym}^0 - 6L_0 - \frac{Q_0}{K_0} L_0, \quad (\text{B.7})$$

onde  $Q_0$  é o “coeficiente de obliquidade/assimetria”,

$$Q_0 = 27\rho_0^3 \frac{\partial^3(\epsilon/\rho)}{\partial \rho^3}, \quad (\text{B.8})$$

vide Farine, Pearson e Tondeur (1997) e Centelles et al. (2009) para discussões sobre a importância destas grandezas na descrição da matéria nuclear. As faixas de aceitação para os valores empíricos destas grandezas estão apresentadas em Hebeler et al. (2013) e Dutra et al. (2014) para as parametrizações adotadas neste trabalho, e são sumarizados na Tabela 12.

Tabela 12 – Propriedades da matéria nuclear simétrica na densidade de saturação obtidas por diferentes parametrizações, adaptado de Hebeler et al. (2013) e Dutra et al. (2014). Aqui,  $E_0$  é a energia de ligação por nucleon,  $K' = -Q_0$  e  $J = \mathcal{S}(\rho_0)$ , e todos os valores são apresentados em  $MeV$ , com exceção de  $\rho_0$ , que está em  $fm^{-3}$ .

	IU-FSU	FSUGOLD	NL3 $\omega\rho^1$	TM1
$\rho_0$	<b>0.155</b>	<b>0.148</b>	<b>0.148</b>	<b>0.145</b>
$E_0$	<b>-16.40</b>	<b>-16.28</b>	<b>-16.20</b>	<b>-16.26</b>
$K_0$	<b>231.33</b>	<b>229.54</b>	<b>272.00</b>	<b>281.16</b>
$K'$	<b>290.28</b>	<b>523.93</b>	–	<b>285.22</b>
$J$	<b>31.30</b>	<b>32.56</b>	<b>31.70</b>	<b>36.89</b>
$L_0$	<b>47.21</b>	<b>60.44</b>	<b>55.50</b>	<b>110.7</b>
$K_{Sym}^0$	<b>28.53</b>	<b>-51.40</b>	–	<b>33.62</b>
$Q_{Sym}^0$	<b>370.71</b>	<b>425.72</b>	–	<b>-66.540</b>
$K_{\tau,\nu}^0$	<b>-195.46</b>	<b>-276.07</b>	–	<b>-518.75</b>

Os resultados da aplicação dos modelos teóricos à descrição de matéria nuclear são de central importância na avaliação das parametrizações, quando confrontadas com valores empíricos. Não obstante, deseja-se que estas parametrizações sejam também adequadas à descrição de matéria estelar, onde são considerados também a neutralidade de carga e os equilíbrios químico e hidrostático. Dutra, Lourenço e Menezes (2016a) confrontam os modelos aprovados pelos limitantes da matéria nuclear com os critérios observacionais de *pulsares*, de modo que, das parametrizações da Tabela 12, apenas a IU-FSU resiste ao critério de produzir estrelas de nêutrons com massas máximas no intervalo  $1.93 \leq M/M_\odot \leq 2.05$  quando se considera apenas nucleons. Os autores não analisaram a parametrização NL3 $\omega\rho$  neste estudo, porém, como mostrado por Hebeler et al. (2013) e reobtido aqui, satisfaz a condição de produzir estrelas com massas superiores a  $2 M_\odot$  mesmo com híperons inclusos. A parametrização TM1 já não

<sup>1</sup>A parametrização NL3 $\omega\rho$  não é analisada por Dutra et al. (2014). Os valores incluídos aqui são os apresentados por Fang et al. (2017), que também afirma que esta parametrização satisfaz os vínculos experimentais e observacionais.

foi aprovada por Dutra et al. (2014), de modo que sequer foi considerada posteriormente. Estes resultados estão pormenorizados nas tabelas 5 e 6.

## **APÊNDICE C – Publicação**



# Phase transition in compact stars: nucleation mechanism and $\gamma$ -ray bursts revisited

Kauan D. Marquez and Débora P. Menezes

Departamento de Física, CFM — Universidade Federal de Santa Catarina,  
C.P. 476, CEP 88.040-900, Florianópolis, SC, Brasil

E-mail: [kmarkez@hotmail.com](mailto:kmarkez@hotmail.com), [debora.p.m@ufsc.br](mailto:debora.p.m@ufsc.br)

Received September 28, 2017

Accepted November 29, 2017

Published December 13, 2017

**Abstract.** We have revisited the nucleation process based on the Lifshitz-Kagan theory, which is the underlying mechanism of conversion of a pulsar constituted of hadronic matter to a quark star. We have selected appropriate models that have been tested against experimental and observational constraints to restrict the model arbitrariness present in previous investigations. The phase transition pressures and chemical potentials have been identified and afterwards, the tunneling probabilities and the nucleation time were computed. The critical pressures for which the half life of the metastable hadronic phase is one year were obtained. Even with the restrictions imposed to the selection of models, the results remained model dependent, but we found that the tunneling that makes possible the appearance of stable matter requires an overpressure that is practically independent of the quark matter bag constant. Finally, we have confirmed that the nucleation process can be one of the causes of gamma-ray bursts.

**Keywords:** gamma ray bursts theory, neutron stars, supernova remnants

**ArXiv ePrint:** [1709.07040](https://arxiv.org/abs/1709.07040)

---

## Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Effective models of dense matter</b>	<b>2</b>
2.1	Hadronic phase	3
2.2	Deconfined quark phase	4
2.3	Application to compact star description	5
<b>3</b>	<b>Phase transition dynamics</b>	<b>7</b>
3.1	First order phase transitions	7
3.2	Lifshitz-Kagan theory	8
3.3	Astrophysical implications	12
<b>4</b>	<b>Final remarks and conclusions</b>	<b>16</b>

---

## 1 Introduction

Since its discovery in the late 60's [1], the true nature of the ultra-dense compact objects known as *pulsars* remains, to some extent, undefined. This happens because of the unsolvability of the fundamental quantum field theory of the strong force, named quantum chromodynamics (QCD). Hence, a complete analytical description of the extremely dense matter in strongly interacting regime, as the one assumed to occur in the interior of this kind of object [2] is still not possible. As a consequence of this, both qualitative and quantitative descriptions of QCD matter depend on relativistic effective models [3], implying that the internal structure and even the matter composition of such dense objects rely heavily on the equations of state (EoS) for hadronic matter derived from these models.

The consensual, and rather simplistic, picture of pulsars considers them as neutron stars made of a homogeneous fluid of neutron-rich nuclear matter. Subsequent developments suggest that these objects could contain other exotic phases, such as heavier baryons or Bose-Einstein condensates together with the neutron matter, or even deconfined quark matter [4]. Some results derived from models and observational data establish the mass of these compact stellar objects in the range  $1.4 < M/M_{\odot} < 2.2$ , its central density in the range  $4 < \rho/\rho_0 < 8$  and the radius of the order of 10 km, with  $M_{\odot}$  and  $\rho_0$  standing for the solar mass and the nuclear saturation density, respectively [5, 6].

The Bodmer-Witten hypothesis [7–10] affirms that, although the totality of the physical terrestrial experiences attest that the fundamental state of baryonic matter presents confined quarks, it is not theoretically possible to confirm that as the real ground state of matter instead of a long-lasting metastable state. According to this idea, deconfined three-quark baryonic matter, named strange matter, might be energetically favored as compared with the two-quark ordinary hadronic matter because the inclusion of the *s* quark in the ordinary *u-d* matter represents a new freedom degree for the Fermi seas of the particles, lowering the total binding energy of the system [11]. Moreover, the QCD phase diagram depicts a phase transition between certain density and temperature domains. On one side, lies ordinary hadronic matter and on the other side the so-called quark-gluon plasma (QGP). According to lattice QCD simulations [12–14] the transition between hadronic matter and the QGP is

a crossover, however, according to effective models, it is a first order phase transition. These two contradictory pictures can only be justified if a critical end point exists somewhere in the intersection of the transition curve coming from the lattice QCD domain, i.e., low chemical potential and high temperature, and the effective model region, with high chemical potential and, in its application to astrophysical objects, low temperature. We are next interested only in the latter, in which these variables are in the typical range expected for compact stars.

In fact, the existence of stars made of deconfined quark matter was proposed by several researchers by the time of the assumption of quarks as the real fundamental particles of hadronic matter, see refs. [15, 16], and still are theme of theoretical and observational investigation. Currently, there is no consensus on the existence of this type of object, although there are many evidences of their possible existence [11, 17–19]. Also, even after a possible unambiguous observation of a strange star, it will be necessary to determine in which conditions pulsars might be identified as pure hadronic stars (neutron or hyperon stars, in the loose definition) or as deconfined quark stars (strange stars). Still, according to the Bodmer-Witten hypothesis, the hadronic matter in a neutron star interiors can be in an energetically unfavorable metastable state, which would allow its conversion into a strange star.

Gamma ray bursts (GRBs) are cosmic high energy events known as the brightest electromagnetic events occurring in the universe. They can be distinguished mainly by their duration and released energies in long (LGRBs) and soft (SGRBs) gamma ray bursts [20]. The total energy released in the first few hundred seconds by LGRBs is of the order of  $10^{53}$  erg, which is about two orders greater than released in SGRBs [21]. Due its extraordinary degree of diversity in terms of duration, luminosity, emission profile and spectra, almost completely unconstrained in terms of observational variables, the phenomenon (or, more plausibly, phenomena) that originates GRBs remains undefined. Among many other possible progenitors, it was proposed that GRBs might be a manifestation of a phase transition inside compact stars, more precisely of the energy released in the conversion of a metastable hadronic star into a strange star [22–24].

Here we go further in the investigation of this possibility, extending the pure energetic approach of ref. [24] to account also for the conditions needed by the phase conversion, the lifetime of the metastable star and the phase transition mechanism. We restrict our investigation to relativistic models shown to describe presently accepted compact star properties, which satisfy nuclear matter and observational constraints [25, 26]. As far as the quark models are concerned, the MIT bag model is used [42], but restricted to bag values that satisfy the stability window [43].

In section 2 of the present work we expose the relativistic effective models used to describe the hadronic and quark phases, together with the application of the EoS to the construction of compact stars. In section 3 we review the phase transition dynamics, summarizing the formalism of the process believed to occur in this case, called nucleation, and then applying it to the compact star picture. Some astrophysical consequences of our results are then discussed. In section 4 the conclusions are drawn.

## 2 Effective models of dense matter

In this section we give a brief summary of the effective models used in the calculations to describe dense matter in the QCD regime. Only the zero temperature regime is considered because cold compact stars are the ones that result in the evolutionary stage after the

Urca process takes place [27]. Relativistic mean field approximation (RMF) is used in the derivation of the equations of state.

## 2.1 Hadronic phase

The relativistic effective model used here to describe the hadronic matter is a rather generalized version of the quantum hadrodynamics (QHD) [28, 29], where the strong interaction is emulated by the exchange of massive mesons through Yukawa-type potentials, known as nonlinear Walecka model (NLWM). In this model, the interaction between baryons is mediated by the scalar mesons  $\sigma$ , scalar also in terms of isospin, and  $\delta$ , isovectorial, and by the vector mesons  $\omega$ , isoscalar, and  $\rho$ , vector with respect to both spin and isospin.

The Lagrangian density of the NLWM, also known as Boguta-Bodmer model, for matter with hyperons, reads [25, 30, 31],

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NLWM}} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[ \gamma^\mu \left( i\partial^\mu - g_{\omega B} \omega_\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu \right) - \left( M_B - g_{\sigma B} \sigma - g_{\delta B} \vec{\tau} \cdot \vec{\delta} \right) \right] \psi_B \\ & + \frac{1}{2} \left( \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2 \right) - \frac{\lambda_1}{3} \sigma^3 - \frac{\lambda_2}{4} \sigma^4 - \frac{1}{4} \Omega^{\mu\nu} \Omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \frac{\lambda_3}{4} (\omega_\mu \omega^\mu)^2 \\ & - \frac{1}{4} \vec{P}^{\mu\nu} \cdot \vec{P}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu + \frac{1}{2} \left( \partial^\mu \vec{\delta} \cdot \partial_\mu \vec{\delta} - m_\delta^2 \vec{\delta}^2 \right) + \frac{\alpha_3'}{2} \omega_\mu \omega^\mu \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu \\ & + g_{\sigma B} g_{\omega B}^2 \sigma \omega_\mu \omega^\mu \left( \alpha_1 + \frac{\alpha_1'}{2} g_{\sigma B} \sigma \right) + g_{\sigma B} g_{\rho B}^2 \sigma \vec{\rho}_\mu \cdot \vec{\rho}^\mu \left( \alpha_2 + \frac{\alpha_2'}{2} g_{\sigma B} \sigma \right), \quad (2.1) \end{aligned}$$

with the index  $B$  extending over the baryons. The meson mass is denoted by  $m_i$ , with  $i = \sigma, \omega, \rho, \delta$ , and  $g_{iB}$  stands for the coupling constant of the interaction of the  $i$  meson field with the baryonic field  $\psi_B$ . Parameters  $\lambda_j$  and  $\alpha_k$  are respectively related to self-interactions and to cross-interactions between mesonic fields. The field antisymmetric tensors read  $\Omega_{\mu\nu} = \partial_\nu \omega_\mu - \partial_\mu \omega_\nu$  and  $\vec{P}_{\mu\nu} = \partial_\nu \vec{\rho}_\mu - \partial_\mu \vec{\rho}_\nu - g_{\rho B} (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)$ . Yet,  $\gamma^\mu$  and  $\vec{\tau}$  are the Dirac gamma matrices and Pauli matrices for the isospin, respectively.

Due to the extremely high energy densities found in compact star cores, the existence of more massive baryonic species is expected [33]. Those of the baryonic octet are considered next, so that  $B = \{N, H\}$ , where  $N = \{p, n\}$  and  $H = \{\Lambda^0, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0, \Xi^-\}$ . One can define  $g_{iB} = \chi_{iB} g_i$ , where the set of constraints of the hyperon coupling scheme are taken as  $\chi_{\sigma H} = \chi_{\delta H} = 0.7$  and  $\chi_{\omega H} = \chi_{\rho H} = 0.783$ , with  $\chi_{iN} \equiv 1$  by construction [4, 34]. Other choices, either based on quark coupling and SU(3) symmetry group [4, 35] or phenomenological adjustment of potential depths [36, 37] are also possible, but to avoid including extra uncertainties in our calculations, we have opted for the more common choice in the literature.

The absence of a hegemonic model for dense matter implies that dense hadronic matter can be described in different ways. RMF models based on the Lagrangian density given in eq. (2.1) depend on 16 free parameters to be determined somehow. In [25, 26] 263 choices presented in the literature were analyzed, confronting their predictions with well-established experimental results for nuclear matter, e.g., the compressibility modulus, the symmetry energy and its slope taken at the nuclear saturation point ( $\rho_0$ ), and with the observational recent discovery of two massive pulsars with masses of the order of  $2 M_\odot$  [38, 39]. According to ref. [25] only 35 NLWM parameterizations were approved by nuclear matter empirical constraints, all of them contained in two main categories: (i) models in which the couplings are density dependent and include the  $\delta$  meson, and (ii) models that consider mesonic field cross-interaction terms. In the present study, we only consider type (ii) models. By requiring

the pre-approved RMF models to be able to describe stars with masses of the order of  $2 M_\odot$ , only two of them are not discarded by the observational criteria when hyperons are included in the calculations, both of them of the category (i). The natural inclusion of hyperons in the description of matter softens the EoS and, as a consequence, decreases the maximum gravitational mass sustained by matter. The difficulty in reconciling the high measured masses of neutron stars with the description of these objects when there is the presence of hyperons in their interior is called *hyperon puzzle*, and its solution is one of the hottest research topics of nuclear astrophysics recently [33]. On the other hand, in ref. [26] it was shown that models with cross-interaction on the mesonic fields are capable of producing maximum masses in the range of  $1.93 \leq M/M_\odot \leq 2.05$ , at least when the effect of the hyperons are disregarded, and there are 11 parameterizations in this situation. The selected parameterizations are included in this class, and are the IU-FSU [40] and the NL3 $\omega\rho$  [41] parameterizations.

## 2.2 Deconfined quark phase

The MIT bag model [42] has been widely used to describe quark matter, either confined in the hadrons substructure or unconfined in the form of QGP. It is a simple phenomenological model, whose Lagrangian reproduces the dynamics of the quark fields  $\psi_q$  contained in a colorless region with volume  $V$  delimited by the surface  $S$  [2],

$$\mathcal{L}_{\text{MIT}} = \sum_q [\bar{\psi}_q (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - B] \Theta_V - \frac{1}{2} \bar{\psi}_q \psi_q \delta_S, \quad (2.2)$$

with the index  $q$  extending over the quark flavor with mass  $m_q$  with  $q = u, d, s$ .  $\Theta_V$  is the Heaviside function, which guarantees the complete confinement of the wave functions of the quarks within the bag region,  $\delta_S$  is a Dirac function, which ensures continuity of the fields on the surface  $S$ , and  $B$  is the so-called bag constant, which represents a constant positive energy density needed to keep this region in the vacuum.

Inside of the bag volume, the quarks are non-interacting and have kinetic energy, and no color currents go through the surface. Hence, if the energy at the border of the bag is negligible when compared with the energies inside it, the quarks in the bag interior can be taken as a Fermi gas. To the spherical bag of radius  $R$ , the  $\Theta_V$  and  $\delta_S$  argument turns  $(R - r)$ . So, the EoS can then be easily obtained from well-known thermodynamic results, and the pressure and energy density read

$$P = \frac{1}{\pi^2} \sum_q \int_0^{p_{Fq}} dp \frac{p^4}{\sqrt{p^2 + m_q^2}} - B \quad (2.3)$$

and

$$\varepsilon = \frac{3}{\pi^2} \sum_q \int_0^{p_{Fq}} dp p^2 \sqrt{p^2 + m_q^2} + B, \quad (2.4)$$

with the Fermi level momentum written in terms of baryonic density  $p_{Fq} = \sqrt[3]{3\pi^2 \rho_q}$ . The bag constant  $B$  is a free parameter of the theory, but we next choose values that satisfy the Bodmer-Witten conjecture and the stability window according to ref. [43], i.e.,

$$148 \text{ MeV} \leq B^{1/4} \leq 168 \text{ MeV}.$$

### 2.3 Application to compact star description

The models presented in previous sections were originally developed for application in the microscopic context, i.e. in nuclear matter, heavy ion collisions or in the hadron substructure analysis. Hence, some equilibrium conditions have to be imposed to the appropriate application of their EoS to the compact star description. Compact stars are considered as electrically neutral objects [4], so that stellar matter must consist of several particle species, negatively and positively charged. In this context, hadronic matter can be severely asymmetric in relation to isospin while nuclear matter is, in general, almost symmetrical. A non-interacting lepton gas is included in both descriptions in order to guarantee this equilibrium condition, so the charge neutrality implies for hadronic matter,

$$\rho_p + \rho_{\Sigma^+} = \rho_{\Sigma^-} + \rho_{\Xi^-} + \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-}, \quad (2.5)$$

and for strange matter,

$$\frac{2}{3}\rho_u = \frac{1}{3}\rho_d + \frac{1}{3}\rho_s + \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-}, \quad (2.6)$$

where electrons and muons are the leptons considered.

The strangeness quantum number is not conserved in the compact star formation time scale, so a series of direct and inverse Urca processes can take place [44]. This decay reaction can be written generally as,

$$B_1 \rightarrow B_2 + \beta + \bar{\nu}_\beta \rightleftharpoons B_2 + \beta \rightarrow B_1 + \nu_\beta, \quad (2.7)$$

where  $B_i$  can represent any baryons, since respecting energy and charge conservation, and  $\beta$  is a negatively charged lepton associated with the respective neutrino (antineutrino)  $\nu_\beta$  ( $\bar{\nu}_\beta$ ). As the particles inside the compact stars are in the degenerated state, the matter will be in its state of equilibrium when the two reactions of the Urca process (2.7) reach equilibrium. This occurs when there are no more energy levels accessible to the leptons produced in direct  $\beta$  decay. This chemical equilibrium condition turns to be, after the deleptonization phase in which neutrinos/antineutrinos have already left the object carrying with it the thermal energy of the birth of the compact star, for the hadronic matter,

$$\begin{aligned} \mu_n &= \mu_{\Lambda^0} = \mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0}, \\ \mu_p &= \mu_{\Sigma^+} = \mu_n - \mu_{e^-}, \\ \mu_{\Sigma^-} &= \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

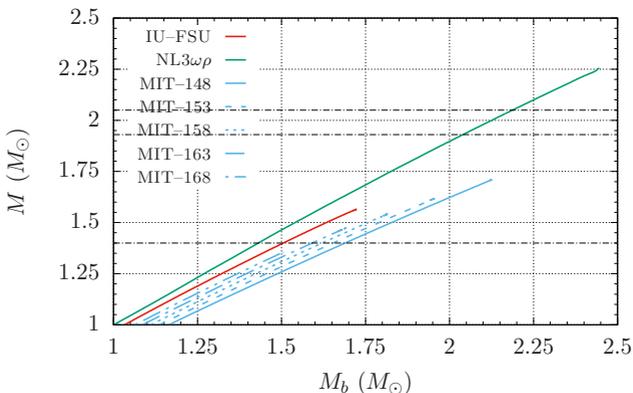
and for quark matter,

$$\mu_s = \mu_d = \mu_u + \mu_{e^-}, \quad (2.9)$$

with  $\mu_{e^-} = \mu_{\mu^-}$  in both cases.

Given the EoS for hadronic and deconfined quark matter, respectively derived from the effective models (2.1) and (2.2), and taking into account the charge neutrality and chemical equilibrium conditions, the complete description of the compact star can be obtained from the solution of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations for relativistic hydrostatic equilibrium for the respective EoS [45, 46]. The main properties of the hyperonic and strange stars, as gravitational and baryonic masses, radii, and central energy densities and pressures can be then computed. The baryonic mass are of special relevance for this work, and can be written in terms of the energy density  $\varepsilon$  and barionic number density  $\rho$  as [47]

$$M_b = 4\pi \int_0^R dr \left[ 1 - \frac{2\varepsilon(r)}{r} \right]^{-1/2} r^2 \rho(r). \quad (2.10)$$



**Figure 1.** Gravitational versus baryonic mass for compact star families, obtained from the solution of the TOV equations with the EoS of the hyperonic and strange matter.

	IU-FSU		NL3 $\omega\rho$	
	( $p, n$ )	( $8H$ )	( $p, n$ )	( $8H$ )
$M_{\max} (M_{\odot})$	1.97	1.56	2.76	2.25
$R (km)$	11.4	11.1	13.2	13.3
$P_c (MeV/fm^3)$	350	235	454	206
$\varepsilon_c (MeV/fm^3)$	1216	1270	887	739
$R_{1.4} (km)$	12.9	12.5	14.5	14.5

**Table 1.** Main characteristics of nucleonic ( $p, n$ ) and hyperonic ( $8H$ ) stars with parameterizations IU-FSU and NL3 $\omega\rho$ .  $M_{\max}$  is the maximum gravitational mass sustained by the model,  $R$  stands for the radius of this star,  $P_c$  and  $\varepsilon_c$  are respectively its central pressure and central energy density, and  $R_{1.4}$  denotes the radius of a star whose mass is that of the Chandrasekhar limit.

In figure 1, we show the gravitational versus baryonic masses obtained from the TOV equations to the EoS of hadronic and quark matter. The horizontal dashed lines represent the observational constraints, from top to bottom the first two delimit the band  $1.93 \leq M/M_{\odot} \leq 2.05$ , which contains masses of the super-massive pulsars PSR J1614-2230 and PSR J0348+0432 [38, 39], and the third denotes the Chandrasekhar limit  $M = 1.4 M_{\odot}$  [4]. Finally, table 1 shows the main physical and observational characteristics of hadronic stars, obtained when considering the parameterizations discussed here conditioning the constituent hyperonic matter to charge neutrality and chemical equilibrium and including the BPS EoS for the description of the low-density matter in hadronic star crust [48].

### 3 Phase transition dynamics

The behavior of the graph shown in figure 1 suggests an interesting possibility. The conversion of a hadronic star into a strange star is energetically allowed, since the curve for hadronic stars is here always superior to that of the strange stars for a given baryonic mass, which agrees with the Bodmer-Witten hypothesis. We assume the compact star as a pure hadronic star in the early stages after its emergence and first deleptonization, so the conversion of a hyperonic star into a strange star can take place. In this section we abord the phase transition process believed to occur in such cases, called quantum nucleation, summarizing its theory formalism.

#### 3.1 First order phase transitions

The transition between the hadronic and the unconfined quark phases must occur in the strong interaction time scale, which is many orders of magnitude smaller than the weak interaction time scale. Consequently, the flavor must be conserved during the phase transition, which completely determines the composition of the quark phase of the final star from the hadronic matter in chemical equilibrium of the initial star through the bond

$$y_q = \frac{1}{3} \sum_B n_{qB} y_B, \quad (3.1)$$

where the baryonic number relative densities  $y_i = \rho_i/\rho$  are related by the number  $n_{qB}$  of  $q$  flavored quark constituents of baryon  $B$  [49]. In the case of static conversion processes, i.e., where there is no loss or accretion of matter, the total baryonic mass and the lepton number are also conserved, which consequently preserves the charge neutrality. Thus, it is assumed that, at least under certain circumstances, the electrically neutral and in chemical equilibrium hadronic matter (H-phase) is metastable and can be converted into an energetically favored, deconfined quark phase. Due to the imposition (3.1), this matter will not be in  $\beta$ -equilibrium (hence, called Q\*-phase). We next extend this notation (\*) to the EoS not in  $\beta$ -equilibrium. The chemical equilibrium will be readily reestablished by the quark matter through the Urca process, until it reaches the lowest energy state in the form of the Q-phase.

In the present work, the deconfinement transition between the hadronic and QGP phase is described as a first-order phase transition, obtained from the matching of two different models. The phase transition happens after the over-pressured metastable matter reaches the static transition point, defined according to the Gibbs criteria for the phase coexistence [51, 52],

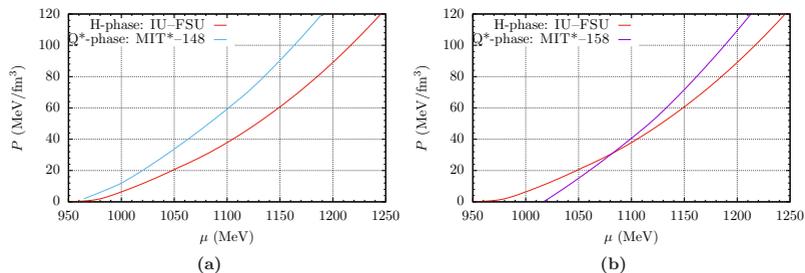
$$\begin{aligned} T^{(H)} &= T^{(Q^*)} = T, \\ P^{(H)} &= P^{(Q^*)} = P_0, \\ \mu^{(H)}(P_0, T) &= \mu^{(Q^*)}(P_0, T) = \mu_0, \end{aligned} \quad (3.2)$$

for the transition between phases  $f = \{H, Q^*\}$  considered homogeneous, with

$$\mu^{(f)} = \frac{\varepsilon^{(f)} + P^{(f)} - s^{(f)}T}{\rho^{(f)}}, \quad (3.3)$$

where  $\varepsilon^{(f)}$ ,  $P^{(f)}$  e  $\rho^{(f)}$  are the total energy density, pressure and number density, deduced from the effective model, and  $s^{(f)}$  stands for the entropy density.

We consider here that the object is at  $T = 0$  even during the phase transition process, which leaves only the values of  $P_0$  and  $\mu_0$  to be determined from the EoS of both phases. Even



**Figure 2.** Relation between pressure and chemical potential for the hadron and deconfined quark phases, respectively described by the IU-FSU parameterization and by the MIT\* bag model.

	IU-FSU	NL3 $\omega\rho$
MIT*-148	No crossing	No crossing
MIT*-153	$\mu_0 = 1022$ $P_0 = 12.4$	$\mu_0 = 986$ $P_0 = 2.8$
MIT*-158	$\mu_0 = 1082$ $P_0 = 31.0$	$\mu_0 = 1016$ $P_0 = 7.4$
MIT*-163	$\mu_0 = 1148$ $P_0 = 60.0$	$\mu_0 = 1042$ $P_0 = 12.6$
MIT*-168	$\mu_0 = 1212$ $P_0 = 97.3$	$\mu_0 = 1069$ $P_0 = 19.1$

**Table 2.** Values for  $\mu_0$  (in MeV) and  $P_0$  (in MeV/fm<sup>3</sup>) for which the conditions of phase coexistence (3.2) are satisfied at  $T = 0$ .

among the models considered suitable, the condition of coexistence of phases  $\mu^{(f)} = \mu^{(Q^*)}$  can be satisfied or not, depending on the parameterizations used for the description of phases H and Q\*. In figure 2 the procedure for checking and evaluating this phase coexistence condition is represented, showing in 2a that the phase coexistence condition is not satisfied for  $B^{1/4} = 148$  MeV, which occurs for  $B^{1/4} = 158$  MeV, as seen in 2b. Table 2 summarizes the results found for the other parameterizations considered in this work. Notice that the pressures are very low if the NL3 $\omega\rho$  parametrization is used.

### 3.2 Lifshitz-Kagan theory

A thermodynamic system is said to be metastable if its free energy is at a local minimum value, so that it remains stable for small fluctuations of the parameters, but remaining separated from the true ground state by a potential barrier in the configuration space. It allows the system to remain in this energetic unfavorable state for a long period of time [53]. The emergence of a new thermodynamic phase in a system in metastable equilibrium through a first-order phase transition occurs through the process of nucleation, where the formation of a stable matter bubble in the metastable phase come from spatially localized fluctuations in

the metastable matter, which lead to the emergence of regions of matter in the energetically favored phase and, under certain criteria, to the subsequent conversion of the whole system to this phase. The energy cost for the formation of a bubble of radius  $r$  can be expressed in the form of a potential barrier [49, 54],

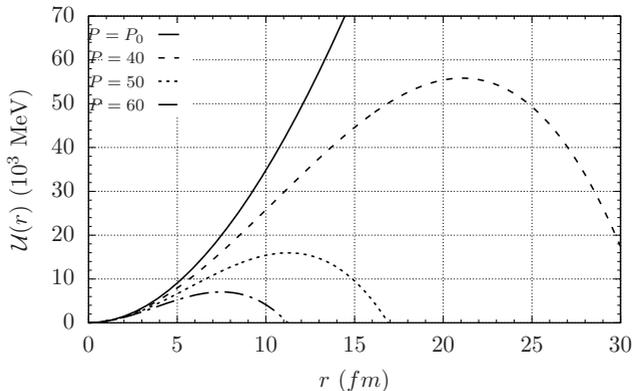
$$\mathcal{U}(r) = \frac{4}{3}\pi\rho_f(\mu_f - \mu_i)r^3 + 4\pi\sigma r^2, \quad (3.4)$$

where the index  $i$  and  $f$  denote respectively the initial (hadronic) and final (quark) phases. The terms of this equation are associated respectively with the volume and surface of the bubble, and relativistic corrections associated with the energy of curvature have been disregarded. The surface tension constant  $\sigma$  is related to the amount of energy used to maintain the interface between hadronic and deconfined quark phases, which, as a consequence, influence the nucleation process quantitative description. This is a very important parameter because the allowance (or not) of the phase transition relies largely on its value, although it is not explicitly discussed in many cases, and its magnitude remains rather undetermined. There are several estimates of this value in the literature, as for instance, the ones obtained in [55] and [56], based on the small surface thickness approximation, the former considering only hadronic matter while the second one acknowledges quark matter and predicts values of the order of 5–15 MeV/fm<sup>2</sup>. The prescription proposed in [57] was already tested in different calculations of the pasta phase [58, 59]. In these calculations, both homogeneous and inhomogeneous phases were obtained with the same hadronic models, always remaining a free parameter to be evaluated. To avoid complications that would not contribute to our main discussion, in the present work we have opted to simply use the most accepted values. It is usual in the literature to consider  $\sigma$  in the range of 10–50 MeV/fm<sup>2</sup> [60], and here we adopt these values. In figure 3 we illustrate the behavior of the potential barrier (3.4) for the formation of a bubble of quark matter in the metastable hadronic matter, considering the H-phase modeled by parameterization IU-FSU, the Q\*-phase described by the MIT\* bag model for  $B^{1/4} = 158$  MeV, and taking  $\sigma = 30$  MeV/fm<sup>2</sup>.

Spontaneous processes lead to the reduction of the system free energy, so the stability of the drop depends on their radius in relation to the critical radius  $r_c$  where the energy barrier has a maximum, explicitly  $r_c = 2\sigma/\rho_f(\mu_i - \mu_f)$ . The activation energy required to form a stable matter bubble in the metastable phase with pressure  $P > P_0$  may be provided by thermal fluctuations, shock waves, impurities in the constituent material or any other process which generates variations in the local properties of the system. Statistical oscillations of thermal origin must be dominant in the processes of finite temperature nucleation, but in the context of this work, where  $T = 0$ , the formation of this first critical nucleus occurs exclusively due to quantum effects, especially quantum tunneling [49, 54, 61]. This process was first investigated by Lifshitz and Kagan [62] and provides the basic tools for the quantitative description of the phenomenon, especially in obtaining the bubble formation rate and the metastable phase half-life.

Taking the approximation of the bubble growth rate  $\dot{r}$  sufficiently smaller than the velocity of sound in the medium, both phases can be considered incompressible. It is also assumed that the system adjusts adiabatically to the variations of  $r$ , i.e., there is no dissipation and the process is reversible, so that the Lagrangian describing the growth of a spherical bubble of radius  $r$  can be written as

$$L(r, \dot{r}) = -\mathcal{M}(r)c^2\sqrt{1 - \left(\frac{\dot{r}}{c}\right)^2} + \mathcal{M}(r)c^2 - \mathcal{U}(r), \quad (3.5)$$



**Figure 3.** Potential energy barrier for the formation of a deconfined quark matter bubble in the metastable hadronic matter, for several values of pressure (in  $\text{MeV}/\text{fm}^3$ ).

where  $\mathcal{U}(r)$  is the potential energy given in eq. (3.4) and

$$\mathcal{M}(r) = 4\pi\varepsilon_i \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_i}\right)^2 r^3 \quad (3.6)$$

is the bubble effective mass. Relativistic effects must be taken into account because the potential barrier height  $\mathcal{U}_0 = \mathcal{U}(r_c)$  is of the order of the critical bubble rest energy  $\mathcal{M}(r_c) c^2$ .

The Hamilton-Jacobi equation resulting from (3.5) reads

$$\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2 c^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \mathcal{U} - \mathcal{M}c^2\right)^2 - (\mathcal{M}c^2)^2 = 0, \quad (3.7)$$

where  $S(r, t)$  is the action associated with the Lagrangian. Through an eikonal approximation, eq. (3.7) can be rewritten as a Schrödinger-type equation

$$\left[-\hbar^2 c^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} + (\mathcal{U} - E) (2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U})\right] \psi = 0, \quad (3.8)$$

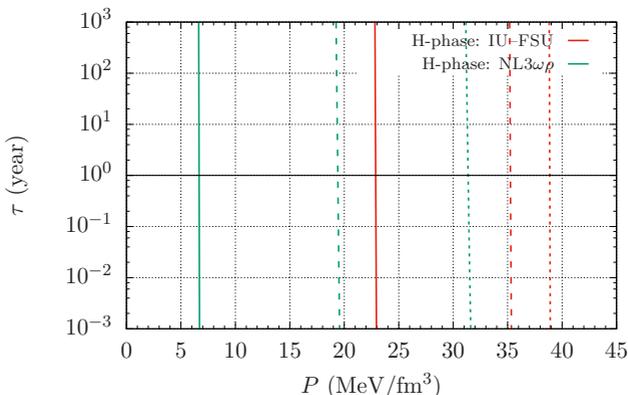
which can be straightforwardly evaluated by the Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) semiclassical approach [54]. Hence, a set of equations for the determination of the rate of bubble formation and the metastable phase half-life is derived from this formalism, which constitute the relativistic version of the Lifshitz-Kagan theory, summarized next.

The fundamental state energy of the bubble, bound around  $R = 0$ , is denoted as  $E_0$  and can be determined by the Bohr quantization rule

$$I(E_0) = 2\pi \left(m_0 + \frac{3}{4}\right) \hbar, \quad (3.9)$$

where  $I(E)$  is the action for the zero-point oscillation

$$I(E) = \frac{2}{c} \int_0^{r^-} dr \sqrt{(2\mathcal{M}c^2 + E - \mathcal{U})(E - \mathcal{U})}, \quad (3.10)$$



**Figure 4.** Nucleation time  $\tau$  as a function of pressure  $P$  in the phase transition, considering the  $Q^*$ -phase described by MIT\*-153. The solid, dashed and dotted curves represent the values of 10, 30 and 50  $\text{MeV}/\text{fm}^2$  for the parameter  $\sigma$ , respectively, and the horizontal line represents the nucleation time of  $\tau = 1$  year.

and  $m_0$  is the integer defined as

$$m_0 = \left\lfloor \frac{I(E_{\min})}{2\pi\hbar} + \frac{1}{4} \right\rfloor, \quad (3.11)$$

with  $\lfloor \cdot \rfloor$  denoting the floor function and  $E_{\min}$  standing for the smallest value of  $E$  where the condition  $2\mathcal{M}c^2 + E - U \geq 0$  is satisfied for arbitrary  $r$ , i.e., the lower limit for the energy values in which positive energy states occur. From this, the oscillation frequency  $\nu_0$  can be set for the bubble interface as

$$\nu_0^{-1} = \frac{\partial I}{\partial E}, \quad (3.12)$$

taken at  $E = E_0$ . Similarly, the probability  $p_0$  that penetration occurs in the barrier follows from the action under the potential, namely,

$$A(E) = \frac{2}{c} \int_{r_-}^{r_+} dr \sqrt{(2\mathcal{M}c^2 + E - U)(U - E)}, \quad (3.13)$$

and reads

$$p_0 = \exp \left[ -\frac{A(E_0)}{\hbar} \right]. \quad (3.14)$$

In the expressions above for  $I$  and  $A$ ,  $r_-$  ( $r_+$ ) represents the smallest (largest) classical return points which delimit the classically forbidden region under the potential barrier [52, 54].

From equations (3.9)–(3.14), one can finally calculate the nucleation time  $\tau$  as

$$\tau = (N_c \nu_0 p_0)^{-1}, \quad (3.15)$$

where  $N_c$  is the number of bubble forming centers. It is considered that the nucleation process occurs in the central part of the metastable neutron star ( $R \leq 100 m$ ), where the

values for the EoS variables can be considered constant and equal to its central values in the star. Although there is uncertainty of one or two orders of magnitude in its value, we employ  $N_c = 10^{48}$  in agreement with the consulted bibliography [52, 54]. In figure 4 we show the behavior of the time required for the nucleation of the first bubble of matter in the final stable phase in terms of the pressure of the system, for the case of hadronic initial phase modeled by IU-FSU and NL3 $\omega\rho$  parameterizations and the final quark phase modeled by the MIT\*-153 model, as obtained through the Lifshitz-Kagan formalism. As one can see,  $\tau$  changes abruptly with small variations in the pressure of the system during the phase transition. Our results indicate that  $\tau$  can vary from many orders of magnitude larger than the universe age to almost zero in less than one percent increase of  $P$ .

### 3.3 Astrophysical implications

In the context of compact stars, nucleation was proposed as a relevant phenomenon [49, 63] in order to clarify under which circumstances the transition between hadronic and deconfined quark phases would occur in the final evolution of massive stars ( $M > 8 M_\odot$ ), given Bodmer-Witten hypothesis of the stability of strange matter. The initial proposal was that this phase transition would occur during supernovae explosions, so that the released energy would even be responsible for the final push that triggers the explosion process, which seems to be missing in the computational simulations of these events [64]. Another possibility is that the formation of strange stars happens due to the *slow burning* of matter in a metastable hadronic star, triggered by nucleation, until the whole confined phase is converted into strange matter. Theoretically, both proposals are not mutually excluded, but only the second process is considered in this paper.

Analyzing eq. (3.4) for the potential barrier together with the behavior of the EoS for the H and Q\* phases, we can see the tunneling which makes possible the appearance of stable matter demands an overpressure in relation to the coexistence pressure of the phases  $P_0$ ,

$$\Delta P = P - P_0 > 0. \quad (3.16)$$

The greater this overpressure, the less opaque the barrier to be tunneled and the easier the nucleation of the first Q\*-phase bubble in the metastable matter. Following ref. [52], it is convenient to define the critical pressure  $P_{cr}$  as the pressure at which the half-life of the metastable phase is  $\tau = 1$  year. To this pressure is associated a critical gravitational mass  $M_{cr}$  of a hadronic star whose central pressure is  $P_c = P_{cr}$ . Since the star central pressure is directly related to its gravitational mass, stars with  $M > M_{cr}$  will strongly foment the occurrence of nucleation, thus producing a metastable phase half-life  $\tau < 1$  year. We then take  $M_{cr}$  as a *maximum effective mass* for hadronic stars, implying that hadronic stars with  $M > M_{cr}$  are very unlikely to be observed and replacing the Tolman-Oppenheimer-Volkoff limit, noting that while the TOV limit depends only on the hardness of the state equations of the hadronic matter, this new limit also depends on the EoS adopted for the deconfined quark matter and the interface parameter  $\sigma$ .

Hence, crossing the results of the Lifshitz-Kagan theory with the solutions of the Tolman-Oppenheimer-Volkoff equation it is possible to determine the characteristics of the hadronic stars that have  $P_c = P_{cr}$  and that therefore, would be metastable and at the eminence of decaying into a strange star through a first order phase transition. As already discussed, this critical pressure depends not only on the modeling of the hadronic phase, but also on the parameters of the nucleation theory and the deconfined phase model. These results are summarized in table 3 for the various combinations considered in this work.

$B^{1/4}$	$\sigma$	$P_{cr}$	$\varepsilon$	$M_{cr}$	$R$
153	10	22.8	296	0.9	12.9
	30	35.2	381	1.1	12.8
	50	38.8	403	1.2	12.8
158	10	42.0	421	1.2	12.8
	30	55.7	491	1.3	12.6
	50	59.0	507	1.3	12.6
163	10	70.5	565	1.4	12.5
	30	81.3	618	1.4	12.3
	50	85.1	636	1.4	12.3
168	10	109.8	746	1.4	12.0
	30	122.1	797	1.5	11.9
	50	126.6	816	1.5	11.9

(a)

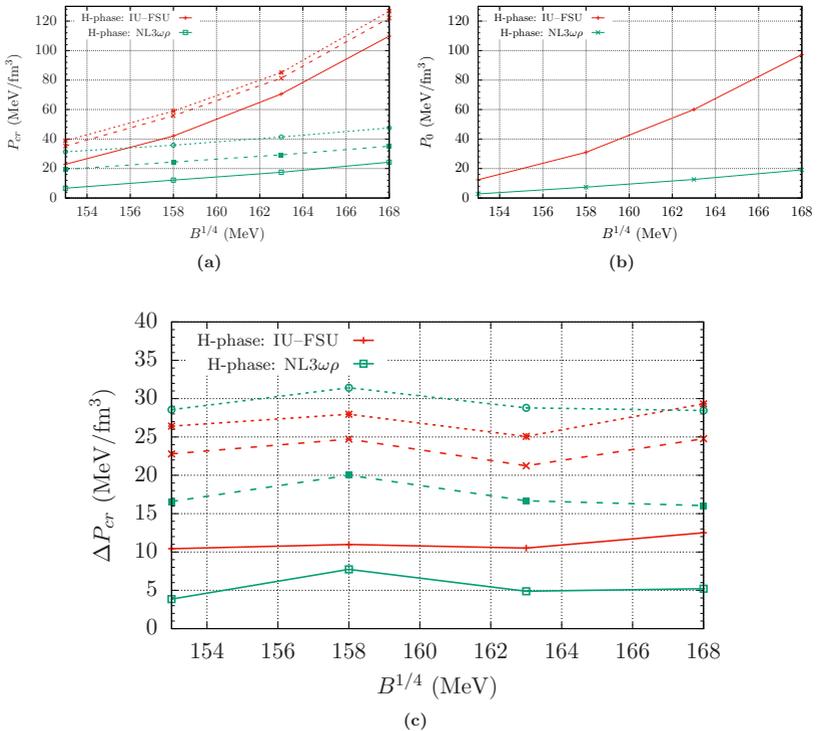
$B^{1/4}$	$\sigma$	$P_{cr}$	$\varepsilon$	$M_{cr}$	$R$
153	10	6.6	166	0.5	14.4
	30	19.4	236	1.1	14.4
	50	31.3	285	1.4	14.5
158	10	12.1	203	0.8	14.4
	30	24.4	255	1.2	14.4
	50	35.8	303	1.4	14.5
163	10	17.4	299	1.0	14.4
	30	29.2	276	1.3	14.5
	50	41.4	323	1.5	14.5
168	10	24.3	254	1.2	14.4
	30	35.1	300	1.4	14.5
	50	47.5	342	1.6	14.4

(b)

**Table 3.** Main characteristics of hyperonic stars at critical nucleation conditions ( $P_c = P_{cr}$ ), which result in a metastable H-phase half-life of  $\tau = 1$  year obtained with the parameterization (a) IU-FSU and (b) NL3 $\omega\rho$ . Here  $B^{1/4}$  are in MeV and other units are the same adopted previously in text.

In figure 5a we show the critical pressure for the nucleation  $P_{cr}$  as function of the bag constant adopted in the description of the final phase Q\*. The results are strongly parameter-sensitive, depending on the parameterizations of both phases and on the value adopted for the surface tension constant  $\sigma$ , which is an independent parameter. As expected, the critical pressure increases with the value of the bag parameter, which compensates for the degenerate quark gas internal pressure. From table 2, we already knew that the coexistence pressure increases with the increase of the bag parameter, which forces the critical pressure has to be larger in order to the nucleation process could take place. However, plotting these results in figure 5b, it can be visualized that the dependence of the coexistence pressure  $P_0$  on the bag constant shows a behavior similar to the critical pressure  $P_{cr}$ . This interesting result can be seen if the critical configuration overpressure  $\Delta P_{cr} = P_{cr} - P_0$  is plotted against the bag constant, as in figure 5c, where the overpressure necessary for nucleation practically does not depend on the bag value, considering the small fluctuations in the curves as a result of approximations during computational numerical process. In other words, these figures suggest the overpressure depends only on the model for the hadronic matter and the constant  $\sigma$  despite the fact that the results extracted from the description of matter in phase Q\* are included in the calculations of nucleation through equations (3.4) and (3.6). Due the complexity of the algorithms used in obtaining the results it is difficult to quantitatively describe the causes of this constant resistance to nucleation, but we suppose that it comes from bonds imposed to Q\*-phase EoS in relation to H-phase during the transition. Further conceptual understanding of its causes is still demanded. This behavior is verified for both parametrization of the NLWM used in the description of the hadronic matter, so it would be desirable to verify if this behavior is a property of the phase transition in the chromodynamic regime by testing it in more credible effective models, e.g., those that take into account quark matter chirality.

Following refs. [52, 67] we assume that massive star remnants survive the early stages of their evolution, i.e., the supernova explosion and subsequent cooling by deleptonization,

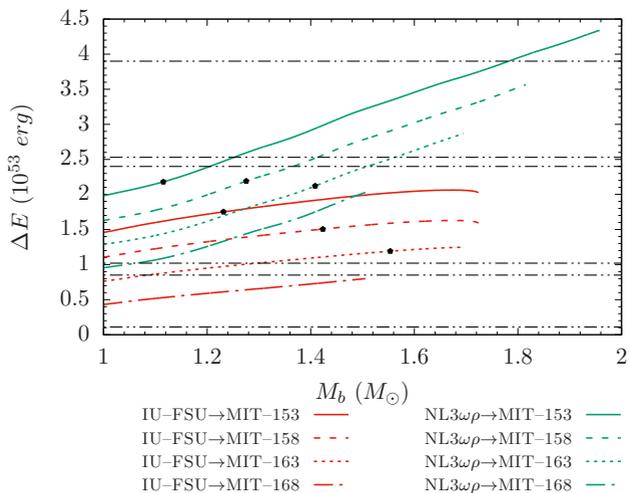


**Figure 5.** Relation between (a) the bag constant  $B^{1/4}$  taken for the  $Q^*$ -phase description and the critical pressure for the nucleation  $P_{cr}$ , (b)  $B^{1/4}$  and the coexistence pressure of H and  $Q^*$  phases  $P_0$ , and (c)  $B^{1/4}$  and the overpressure  $\Delta P_{cr}$ . The solid, dashed and dotted curves in (a) and (c) represent the values of 10, 30 and 50  $\text{MeV}/\text{fm}^2$  for the parameter  $\sigma$ , respectively.

as a pure hadronic star and then converts to strange star through nucleation. Taking the baryonic mass conservation as the analogous of the baryonic number conservation during the conversion process, we can calculate the released energy in such decay processes from the well-known mass-energy relation, where the gravitational masses of the initial (constituted by H-phase matter) and final (constituted by Q-phase, after the  $\beta$  equilibrium is reestablished) star are taken for the same baryonic mass [23, 24], explicitly given by

$$\Delta E = (M_i - M_f) \times 17.88 \times 10^{53} \text{ erg}, \quad (3.17)$$

where  $M_k$  stands for the mass of the  $k = i, f$  star, in  $M_\odot$  units. In figure 6, the energy released by such conversion is shown. The dark points on the curves illustrate the star at the nucleation critical configuration for the case  $\sigma = 30 \text{ MeV}/\text{fm}^2$ . For lower surface tensions,



**Figure 6.** Energy released by the total conversion of a hadronic star into a strange star. The dark points on the curves represent the star at the nucleation critical configuration when  $\sigma = 30 \text{ MeV}/\text{fm}^2$ . The horizontal dashed lines represent some observational values for GRB isotropic equivalent energies, see table 4.

the nucleation process are favored, i.e., the critical configuration would have smaller masses than the marked in the figure, and it would have bigger masses for higher surface tensions. This point shows the minimum amount of energy released in the conversion for the considered parameter set, and the release of energy should happen only for masses larger than that of the critical configuration.

The huge amount of released energy can be associated with neutrino bursts and gravitational wave emission, producing a second delayed explosion with respect to the first supernova explosion [67]. As assumed in this work, metastable hadronic stars can be seen as GRBs progenitors, with the conversion process triggered by nucleation being the source of the huge amounts of energy of these events. Also, it suggests a delayed connection between supernova explosions and GRBs, the so-called quark deconfinement nova [68], and proposes an explanation to the observed bimodal distribution of the kick velocities of radio pulsars [69]. The released energies obtained here by the application of effective models to the description of dense matter and by considering the Lifshitz-Kagan formalism, leads us to conclude that the considered hypothesis of the conversion of a hadronic star into a quark star as one of the possible causes of GRBs is reasonable, mainly for energies in the range  $0.5 < E_{\text{iso}}/10^{53} \text{ erg} < 4.0$ , as can be seen in figure 6 and table 4. This kind of process cannot provide, however, the amount of energy of more energetic GRB, e.g., the high redshift LGRBs 080607 ( $z = 3.036$ ) and 080721 ( $z = 2.591$ ) which released  $20.0(1.3) \times 10^{53} \text{ erg}$  and  $12.0(1.2) \times 10^{53} \text{ erg}$  respectively [20]. Another mechanism that relates the conversion of a hadronic star into a quark star while inducing a short GRB [70] is based on the internal self-annihilation of dark matter

GRB (type)	$z$	$E_{\text{iso}} (\times 10^{53} \text{ erg})$
051221 (S)	0.5465	0.03(0.004)
070714 (S)	0.92	0.11(0.01)
080411 (L)	1.03	2.4(0.2)
080605 (L)	1.639	2.53(0.36)
071020 (S)	2.145	1.02(0.15)
080413 (L)	2.433	0.85(.10)
080810 (L)	3.35	3.9(0.37)

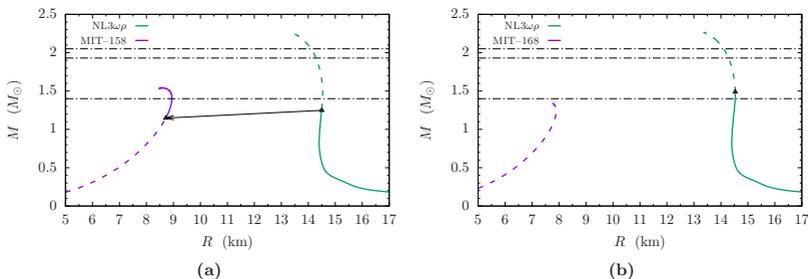
**Table 4.** Some Long (L) and Short (S) gamma-ray bursts with measured redshifts  $z$  and isotropic equivalent energies  $E_{\text{iso}}$  according to ref. [20].

accreted from the galactic halo in the interior of the hadronic stars. However, the large diversity of GRBs characteristics allow this class of phenomena and an assortment of progenitors not considered in the present work.

According to the scenario proposed in this study for stellar final evolution, the existence of completely stable hadronic compact stars with masses exceeding a very restrictive threshold is unfavored, due the instability of the H-phase triggered by the nucleation process. This limit for hadronic star mass is strongly dependent on the set of parameters adopted on the calculations, being in the range of  $0.9 < M/M_{\odot} < 1.5$  for the IU-FSU parameterization of the H-phase and in the range of  $0.5 < M/M_{\odot} < 1.6$  for the NL3 $\omega\rho$ , allowing masses slightly bigger than the Chandrasekhar limit in both cases. Figure 7 shows two interesting situations of the mass-radius curve for hadronic and strange stars families sustained by NL3 $\omega\rho$  EoS for the H-phase and considering  $B^{1/4} = 158 \text{ MeV}$  (7a) and  $B^{1/4} = 168 \text{ MeV}$  (7b) on the modeling of the Q-phase, taking  $\sigma = 30 \text{ MeV/fm}^2$ , and the horizontal dashed lines represent the theoretical and observational constraints (see figure 1). The dashed branches represent the unstable configurations of hadronic stars and the strange star inaccessible through the slow burning process considered here. From these typical behaviors, we can infer that the existence of small radii quark stars does not exclude the coexistence of hadronic stars with the same gravitational mass and a larger radii. If the conversion is allowed (7a), more massive quark stars can also be produced by long-term mass accretion onto the compact star after the decay. But, if the nucleation in the hadronic star triggers the phase transition at masses greater than the sustained by the quark matter EoS (7b), the metastable hadronic star can not decay to a stable strange star and the conversion process leads to the formation of a black hole [52, 67]. Anyway, the model combinations considered in this work do not allow the description of  $2 M_{\odot}$  compact stars under any circumstances when the deconfinement phase transition is taken into account.

#### 4 Final remarks and conclusions

In the present work, we considered the possibility of pulsars as hadronic and strange quark stars, both cases described in the framework of relativistic effective models for dense matter, respectively the NLWM and the MIT bag model. Previous calculations suggested that the results depend on the parameterizations considered for the models. To check how strong the model dependence really is, we have chosen parameterizations for the hadronic EoS which



**Figure 7.** Mass-radius relation for the hadronic star family obtained with the NL3 $\omega\rho$  parameterizations for the H-phase and for strange star family considering the bag parameter (a)  $B^{1/4} = 158$  MeV and (b)  $B^{1/4} = 168$  MeV on the modeling of the Q-phase, with  $\sigma = 30$  MeV/fm<sup>2</sup>. The configurations marked with black dots are the stars at critical situation for nucleation (see table 3).

have been tested and approved with respect to nuclear matter properties and astrophysical observational constraints [25, 26] and also restricted the bag parameters of the deconfined quark matter model according to the stability window for which the Bodmer-Witten hypothesis is fulfilled [43].

From the descriptions of compact stars given by the effective models, we analyzed the conditions in which the phase conversion between hadronic and strange stars is allowed. The determinant process in this situation is the so-called quantum nucleation, and its formalism was summarized. The results arising from the EoS adopted suggest that hadronic stars are metastable to the decay to strange stars or even black holes above a threshold value of the gravitational mass. The lifetime of the metastable star was calculated and used to redefine the concept of limiting mass of compact stars through the critical pressure of nucleation. While the TOV limit [45, 46] depends only on the hadronic matter EoS stiffness, the critical mass  $M_{cr}$  is strongly parameter-sensitive on the parameterizations adopted for both phases description and on the value adopted for the surface tension constant  $\sigma$ . However, it can be seen that the overpressure  $\Delta P_{cr} = P_{cr} - P_0$  necessary for nucleation does not depend on the bag value adopted on the description of deconfined quark matter. This constant resistance to nucleation was not discussed in the literature before and it is not obvious, since there are not results derived from the models that suggest the coexistence pressure and the critical nucleation pressure show the same dependence on the bag parameter, in order to  $\Delta P_{cr}$  be roughly constant, neither there are previous indications that, for a given hadronic phase EoS, the same overpressure above the coexistence pressure will result in the same nucleation time independently of the deconfined quark matter EoS. To verify if this behavior is a simple property of the chromodynamic phase transitions, the authors intend to apply the methods discussed above to more credible models in a forthcoming work. One possible improvement in the description of quark matter is the use of an EoS that considers the interaction between quarks and gluons in a more rigorous way, as proposed in [71].

The conversion of a hadronic star into a strange star is energetically allowed by the results obtained from the effective models. The hypothesis of GRBs as manifestations of the energy released in the conversion of a metastable hadronic star into a strange star is also

verified, as we obtained released energies in the range  $0.5 < E_{\text{iso}}/10^{53} \text{ erg} < 4.0$ , agreeing with the extensive analysis of ref. [24]. When the deconfinement phase transition is taken into account, we could infer the coexistence of small radii quark stars and larger radii hadronic stars in a narrow band of gravitational masses, if the conversion is allowed by having an accessible stable strange star at the mass where the nucleation is triggered. Yet, the decay to a strange star is not viable depending on the model combination considered, leading instead to the formation of a black hole from metastable hadronic stars with masses greater than  $M_{cr}$ . Even considering that the decay is allowed and more massive quark stars can also be produced by late mass accretion, under no circumstances the model combinations considered in this work allow the description of  $2 M_{\odot}$  compact stars. Therefore, a new astrophysical constraint for effective model parameterizations must be added to these considered in refs. [25, 26, 43] to demand the description of stable strange stars with masses above the observational bond if the decay is allowed, or with a  $M_{cr}$  of the order of  $2 M_{\odot}$  if it is not.

## Acknowledgments

The authors thank Prof. Constança Providência for helpful discussions. This work is a part of the project INCT-FNA Proc. No. 464898/2014-5, was partially supported by CNPq (Brazil) under grant 300602/2009-0 and CAPES (Brazil).

## References

- [1] A. Hewish, S.J. Bell, J.D.H. Pilkington, P.F. Scott and R.A. Collins, *Observation of a rapidly pulsating radio source*, *Nature* **217** (1968) 709 [INSPIRE].
- [2] W. Greiner, S. Schramm and E. Stein, *Quantum chromodynamics*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer, New York U.S.A., (2002) [INSPIRE].
- [3] A. Schmitt, *Dense matter in compact stars: a pedagogical introduction*, *Lect. Notes Phys.* **811** (2010) 1 [arXiv:1001.3294] [INSPIRE].
- [4] N.K. Glendenning, *Compact stars — nuclear physics, particle physics, and general relativity*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer, New York U.S.A., (2000).
- [5] F. Weber, R. Negreiros, P. Rosenfield and M. Stejner, *Pulsars as astrophysical laboratories for nuclear and particle physics*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **59** (2007) 94 [astro-ph/0612054] [INSPIRE].
- [6] B. Kiziltan, A. Kottas, M. De Yoreo and S.E. Thorsett, *The neutron star mass distribution*, *Astrophys. J.* **778** (2013) 66 [arXiv:1309.6635] [INSPIRE].
- [7] N. Itoh, *Hydrostatic equilibrium of hypothetical quark stars*, *Prog. Theor. Phys.* **44** (1970) 291 [INSPIRE].
- [8] A.R. Bodmer, *Collapsed nuclei*, *Phys. Rev.* **D 4** (1971) 1601 [INSPIRE].
- [9] E. Witten, *Cosmic separation of phases*, *Phys. Rev.* **D 30** (1984) 272 [INSPIRE].
- [10] E. Farhi and R.L. Jaffe, *Strange matter*, *Phys. Rev.* **D 30** (1984) 2379 [INSPIRE].
- [11] F. Weber, *Strange quark matter and compact stars*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **54** (2005) 193 [astro-ph/0407155] [INSPIRE].
- [12] H. Bohr and H.B. Nielsen, *Hadron production from a boiling quark soup*, *Nucl. Phys.* **B 128** (1977) 275 [INSPIRE].
- [13] O.K. Kalashnikov and V.V. Klimov, *Phase transition in quark-gluon plasma*, *Phys. Lett.* **B 88** (1979) 328 [INSPIRE].

- [14] F. Karsch, *The phase transition to the quark gluon plasma: recent results from lattice calculations*, *Nucl. Phys. A* **590** (1995) 367.
- [15] D.D. Ivanenko and D.F. Kurdgelaidze, *Hypothesis concerning quark stars*, *Astrophys. J.* **1** (1965) 251.
- [16] D. Ivanenko and D.F. Kurdgelaidze, *Remarks on quark stars*, *Lett. Nuovo Cim.* **2** (1969) 13 [INSPIRE].
- [17] I. Bombaci, *Observational evidence for strange matter in compact objects from the X-ray burster U-4 1820-30*, *Phys. Rev. C* **55** (1997) 1587 [INSPIRE].
- [18] R.X. Xu, *Thermal featureless spectrum: an evidence for bare strange stars?*, *Astrophys. J.* **570** (2002) L65 [astro-ph/0202365] [INSPIRE].
- [19] J.J. Drake et al., *Is RXJ1856.5-3754 a quark star?*, *Astrophys. J.* **572** (2002) 996 [astro-ph/0204159] [INSPIRE].
- [20] G. Ghirlanda, L. Nava, G. Ghisellini, A. Celotti and C. Firmani, *Short versus long gamma-ray bursts: spectra, energetics and luminosities*, *Astron. Astrophys.* **496** (2009) 585 [arXiv:0902.0983] [INSPIRE].
- [21] T. Piran, *The physics of gamma-ray bursts*, *Rev. Mod. Phys.* **76** (2004) 1143 [astro-ph/0405503] [INSPIRE].
- [22] K.S. Cheng and Z.G. Dai, *Conversion of neutron stars to strange stars as an origin of gamma-ray bursts*, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 1210 [astro-ph/9510073] [INSPIRE].
- [23] I. Bombaci and B. Datta, *Conversion of neutron stars to strange stars as the central engine of gamma-ray bursts*, *Astrophys. J.* **530** (2000) L69 [astro-ph/0001478] [INSPIRE].
- [24] D.P. Menezes, D.B. Melrose, C. Providência and K. Wu,  *$\gamma$ -ray bursts and the QCD phase diagram*, *Phys. Rev. C* **73** (2006) 025806 [INSPIRE].
- [25] M. Dutra et al., *Relativistic mean-field hadronic models under nuclear matter constraints*, *Phys. Rev. C* **90** (2014) 055203 [arXiv:1405.3633] [INSPIRE].
- [26] M. Dutra, O. Lourenço and D.P. Menezes, *Stellar properties and nuclear matter constraints*, *Phys. Rev. C* **93** (2016) 025806 [Erratum *ibid.* **C 94** (2016) 049901] [arXiv:1510.02060] [INSPIRE].
- [27] D. Page and J.H. Applegate, *The cooling of neutron stars by the direct URCA process*, *Astrophys. J.* **394** (1992) L17.
- [28] M.H. Johnson and E. Teller, *Classical field theory of nuclear forces*, *Phys. Rev.* **98** (1955) 783 [INSPIRE].
- [29] H.-P. Duerr and E. Teller, *Interaction of antiprotons with nuclear fields*, *Phys. Rev.* **101** (1956) 494 [INSPIRE].
- [30] J.D. Walecka, *Theoretical nuclear and subnuclear physics*, 2<sup>nd</sup> ed., World Scientific Publishing, London U.K., (2004).
- [31] J. Boguta and A.R. Bodmer, *Relativistic calculation of nuclear matter and the nuclear surface*, *Nucl. Phys. A* **292** (1977) 413 [INSPIRE].
- [32] B.D. Serot and J.D. Walecka, *The relativistic nuclear many body problem*, *Adv. Nucl. Phys.* **16** (1986) 1 [INSPIRE].
- [33] I. Vidaña, *Hyperons in neutron stars*, *J. Phys. Conf. Ser.* **668** (2016) 012031 [arXiv:1509.03587] [INSPIRE].
- [34] D.P. Menezes and C. Providência, *Equations of state for mixed stars*, *Braz. J. Phys.* **34** (2004) 724.

- [35] L.L. Lopes and D.P. Menezes, *Hypernuclear matter in a complete SU(3) symmetry group*, *Phys. Rev. C* **89** (2014) 025805 [[arXiv:1309.4173](#)] [[INSPIRE](#)].
- [36] J.R. Torres, F. Gulminelli and D.P. Menezes, *Liquid-gas phase transition in strange hadronic matter with relativistic models*, *Phys. Rev. C* **93** (2016) 024306 [[arXiv:1510.01381](#)] [[INSPIRE](#)].
- [37] J.R. Torres, F. Gulminelli and D.P. Menezes, *Examination of strangeness instabilities and effects of strange meson couplings in dense strange hadronic matter and compact stars*, *Phys. Rev. C* **95** (2017) 025201 [[arXiv:1608.05108](#)] [[INSPIRE](#)].
- [38] P. Demorest, T. Pennucci, S. Ransom, M. Roberts and J. Hessels, *Shapiro delay measurement of a two solar mass neutron star*, *Nature* **467** (2010) 1081 [[arXiv:1010.5788](#)] [[INSPIRE](#)].
- [39] J. Antoniadis et al., *A massive pulsar in a compact relativistic binary*, *Science* **340** (2013) 6131 [[arXiv:1304.6875](#)] [[INSPIRE](#)].
- [40] F.J. Fattoyev, C.J. Horowitz, J. Piekarewicz and G. Shen, *Relativistic effective interaction for nuclei, giant resonances and neutron stars*, *Phys. Rev. C* **82** (2010) 055803 [[arXiv:1008.3030](#)] [[INSPIRE](#)].
- [41] J. Fang, H. Pais, S. Pratapsi, S. Avancini, J. Li and C. Providência, *Effect of strong magnetic fields on the crust-core transition and inner crust of neutron stars*, *Phys. Rev. C* **95** (2017) 045802 [[arXiv:1704.00375](#)] [[INSPIRE](#)].
- [42] A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson, C.B. Thorn and V.F. Weisskopf, *A new extended model of hadrons*, *Phys. Rev. D* **9** (1974) 3471 [[INSPIRE](#)].
- [43] J.R. Torres and D.P. Menezes, *Quark matter equation of state and stellar properties*, *EPL* **101** (2013) 42003 [[arXiv:1210.2350](#)] [[INSPIRE](#)].
- [44] R.R. Silbar and S. Reddy, *Neutron stars for undergraduates*, *Am. J. Phys.* **72** (2004) 892 [*Erratum ibid.* **73** (2005) 286] [[nucl-th/0309041](#)] [[INSPIRE](#)].
- [45] R.C. Tolman, *Static solutions of Einstein's field equations for spheres of fluid*, *Phys. Rev.* **55** (1939) 364 [[INSPIRE](#)].
- [46] J.R. Oppenheimer and G.M. Volkoff, *On massive neutron cores*, *Phys. Rev.* **55** (1939) 374 [[INSPIRE](#)].
- [47] C.W. Misner, K.S. Thorne and J.A. Wheeler, *Gravitation*, W.H. Freeman & Co., San Francisco U.S.A., (1973).
- [48] G. Baym, C. Pethick and P. Sutherland, *The ground state of matter at high densities: equation of state and stellar models*, *Astrophys. J.* **170** (1971) 299 [[INSPIRE](#)].
- [49] M.L. Olesen and J. Madsen, *Nucleation of quark matter bubbles in neutron stars*, *Phys. Rev. D* **49** (1994) 2698 [[astro-ph/9401002](#)] [[INSPIRE](#)].
- [50] K. Rajagopal and F. Wilczek, *Static and dynamic critical phenomena at a second order QCD phase transition*, *Nucl. Phys. B* **399** (1993) 395 [[hep-ph/9210253](#)] [[INSPIRE](#)].
- [51] M.K. Brachman, *Fermi level, chemical potential, and Gibbs free energy*, *J. Chem. Phys.* **22** (1954) 1152.
- [52] I. Bombaci, I. Parenti and I. Vidana, *Quark deconfinement and implications for the radius and the limiting mass of compact stars*, *Astrophys. J.* **614** (2004) 314 [[astro-ph/0402404](#)] [[INSPIRE](#)].
- [53] W.S. Koch, *Dynamics of first-order phase transitions in equilibrium and nonequilibrium systems*, Springer-Verlag, Berlin Germany, (1984).
- [54] K. Iida and K. Sato, *Effects of hyperons on the dynamical deconfinement transition in cold neutron star matter*, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 2538 [[nucl-th/9808056](#)] [[INSPIRE](#)].

- [55] D.P. Menezes and C. Providência, *Droplet formation in cold asymmetric nuclear matter*, *Nucl. Phys. A* **650** (1999) 283 [INSPIRE].
- [56] L.F. Palhares and E.S. Fraga, *Droplets in the cold and dense linear  $\sigma$ -model with quarks*, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 125018 [arXiv:1006.2357] [INSPIRE].
- [57] M.B. Pinto, V. Koch and J. Randrup, *The surface tension of quark matter in a geometrical approach*, *Phys. Rev. C* **86** (2012) 025203 [arXiv:1207.5186] [INSPIRE].
- [58] G. Grams, A.M. Santos, P.K. Panda, C. Providência and D.P. Menezes, *Nuclear pasta phases within the quark-meson coupling model*, *Phys. Rev. C* **95** (2017) 055807 [arXiv:1610.06011] [INSPIRE].
- [59] H. Pais, D.P. Menezes and C. Providência, *Neutron stars: from the inner crust to the core with the (extended) Nambu-Jona-Lasinio model*, *Phys. Rev. C* **93** (2016) 065805 [arXiv:1603.01239] [INSPIRE].
- [60] H. Heiselberg, C.J. Pethick and E.F. Staubo, *Quark matter droplets in neutron stars*, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1355 [INSPIRE].
- [61] A. Onuki, *Phase transition dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge U.K., (2002).
- [62] I.M. Lifshitz and Y. Kagan, *Quantum kinetics of phase transitions at temperatures close to absolute zero*, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **62** (1972) 385 [*Sov. Phys. JETP* **35** (1972) 206].
- [63] G. Baym, E.W. Kolb, L.D. McLerran, T.P. Walker and R.L. Jaffe, *Is Cygnus X-3 strange?*, *Phys. Lett. B* **160** (1985) 181 [INSPIRE].
- [64] J.E. Horvath and O.G. Benvenuto, *On the stability of slow neutron combustion in astrophysical objects*, *Phys. Lett. B* **213** (1988) 516 [INSPIRE].
- [65] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. I*, *Phys. Rev.* **122** (1961) 345 [INSPIRE].
- [66] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, *Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. II*, *Phys. Rev.* **124** (1961) 246 [INSPIRE].
- [67] I. Bombaci and D. Logoteta, *Quark deconfinement in neutron stars and astrophysical implications*, *Int. J. Mod. Phys. D* **26** (2016) 1730004 [INSPIRE].
- [68] Z. Berezhiani, I. Bombaci, A. Drago, F. Frontera and A. Lavagno, *Gamma-ray bursts from delayed collapse of neutron stars to quark matter stars*, *Astrophys. J.* **586** (2003) 1250 [astro-ph/0209257] [INSPIRE].
- [69] Z. Arzoumanian, D.F. Chernoff and J.M. Cordes, *The velocity distribution of isolated radio pulsars*, *Astrophys. J.* **568** (2002) 289 [astro-ph/0106159] [INSPIRE].
- [70] M.Á. Pérez-García, F. Daigne and J. Silk, *Short GRBs and dark matter seeding in neutron stars*, *Astrophys. J.* **768** (2013) 145 [arXiv:1303.2697] [INSPIRE].
- [71] E.S. Fraga, A. Kurkela and A. Vuorinen, *Interacting quark matter equation of state for compact stars*, *Astrophys. J.* **781** (2014) L25 [arXiv:1311.5154] [INSPIRE].