

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

Thiago Voigt

**MODELAGEM ANALÍTICA E NUMÉRICA DE BOBINAS PRÉ-  
FORMADAS E DE BARRAS ROEBEL APLICADAS EM  
MÁQUINAS ELÉTRICAS DE GRANDE PORTE**

**Florianópolis**

**2018**



Thiago Voigt

**MODELAGEM ANALÍTICA E NUMÉRICA DE BOBINAS PRÉ-  
FORMADAS E DE BARRAS ROEBEL APLICADAS EM  
MÁQUINAS ELÉTRICAS DE GRANDE PORTE**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Elétrica da  
Universidade Federal de Santa Catarina  
para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Mauricio Valencia  
Ferreira da Luz

Co-orientador: Dr. Fredemar Rüncos

Florianópolis

2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Voigt, Thiago

Modelagem Analítica e Numérica de Bobinas Pré Formadas e de Barras Roebel Aplicadas em Máquinas Elétricas de Grande Porte / Thiago Voigt ; orientador, Maurício Valencia Ferreira da Luz, coorientador, Fredemar Rüncos, 2018.

180 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.


1. Engenharia Elétrica. 2. Máquinas Elétricas. 3. Máquinas Síncronas. 4. Bobinas pre-formadas. 5. Barras Roebel. I. Valencia Ferreira da Luz, Maurício. II. Rüncos, Fredemar. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

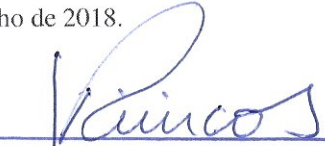
Thiago Voigt

**MODELAGEM ANALÍTICA E NUMÉRICA DE BOBINAS PRÉ-FORMADAS E DE BARRAS ROEBEL APLICADAS EM MÁQUINAS ELÉTRICAS DE GRANDE PORTE**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.


Florianópolis, 09 de julho de 2018.

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Mauricio V. F. da Luz, Dr.  
Orientador

  
\_\_\_\_\_  
Eng. Fredemar Rüncos, Dr.  
Co-orientador

\_\_\_\_\_  
Prof. Bartolomeu Ferreira Uchoa Filho, Dr.  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica da UFSC

**Banca Examinadora:**

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Jean Vianei Leite, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Orlando José Antunes, Dr.  
Instituto Federal de Santa Catarina



Aos meus pais, Fridolin e Valneide

À minha irmã, Thaisa

À minha noiva, Marjorie





## AGRADECIMENTOS

Para esta dissertação de mestrado pude contar com o apoio de várias pessoas. E estas pessoas prestarei, através de poucas palavras, os mais sinceros agradecimentos.

Aos meus pais, Fridolin e Valneide, e à minha irmã Thaisa, pelo convívio diário, amor, compreensão e cumplicidade familiar em todos os momentos da minha vida.

À minha noiva Marjorie, que com compreensão soube me apoiar nos momentos mais difíceis.

Ao professor Mauricio Valencia Ferreira da Luz, orientador deste trabalho, profissional exemplar e carismático, que desde o primeiro instante me incentivou a superar as dificuldades e a desenvolver o estudo.

Ao senhor Fredemar Rüncos, co-orientador deste trabalho, que imediatamente se prontificou a orientar da melhor maneira possível o desenvolvimento do texto e a fabricação do protótipo.

Aos amigos e colegas de trabalho, com destaque para Fernando R. Spézia, Marlo Obenaus, Paulo R. Bradfish, Marcio de Souza, Alex Sipert, Fernando Konzen, Rodrigo C. Cossalter, Manoela D. Buzzi, Rafael O. Pegoraro, Francisco J. Doubrawa Filho e Wagner Hoffmann que diretamente contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

À WEG Equipamentos Elétricos S.A., pela fabricação do protótipo e disponibilização da estrutura laboratorial para a execução dos ensaios.

A Deus, pela ajuda nos momentos mais difíceis.

E, por fim, a todos que indiretamente contribuíram para que este trabalho pudesse ser realizado. Muito obrigado!



*Cada sonho que você deixa para trás  
é um pedaço do seu futuro que deixa de existir.*

Steve jobs



## RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo analítico e um modelo numérico desenvolvidos para modelar o adensamento da corrente elétrica de bobinas pré-formadas e de barras Roebel aplicadas em máquinas elétricas de grande porte. Para reduzir a influência do adensamento de corrente elétrica nos condutores das bobinas, aplica-se uma técnica de transposição dos condutores (barras Roebel). Um modelo analítico foi desenvolvido e implementado no programa MATLAB e as simulações numéricas foram realizadas em um software comercial de elementos finitos. A análise é dividida em duas etapas. Na primeira etapa, consideram-se duas barras sem transposição dentro da ranhura simulando um enrolamento de dupla camada comumente empregado em máquinas elétricas de média tensão. Na segunda etapa é considerada a mesma situação, porém com os fios transpostos na região da parte reta para simular a barra Roebel com transposição de 360°. Para validar os modelos analíticos e numéricos, um experimento prático foi montado. Para o estudo das barras sem transposição alimentadas por correntes de mesma fase, tanto o modelo analítico quanto o modelo numérico convergiram para os valores encontrados no experimento prático. Isto permite afirmar que as considerações feitas em cada modelo não impactaram na validação dos mesmos. Entretanto, a mesma afirmação não pode ser concebida para os casos de alimentação com correntes defasadas, pois apenas o modelo numérico convergiu para os valores encontrados no experimento prático. Isto ocorreu porque o modelo analítico não considera o acoplamento magnético entre as barras inferior e superior. Logo, conclui-se que o acoplamento magnético entre as barras não pode ser descartado para análises de distribuição de corrente em enrolamentos de dupla camada. Já para as barras com transposição, mesmo desconsiderando o acoplamento magnético, os resultados do modelo analítico convergiram para os valores encontrados no experimento prático. Como a transposição dos fios reduz drasticamente a influência do fluxo magnético na distribuição da corrente na barra superior, é válido realizar uma análise independente para cada barra.

**Palavras chaves:** máquinas elétricas, adensamento de corrente, modelagem analítica, modelagem numérica, bobinas pré-formadas, barras Roebel.



## ABSTRACT

This work presents an analytical and numerical model developed to study the non-homogeneous current distribution at preformed coils and Roebel bars applied in large electric machines. To reduce the influence of the circulating current at the coil conductors, the transposition technique shall be applied (Roebel bar). An analytical model was developed at MATLAB program and the numerical simulations were realized in a finite element commercial software. The analysis is divided in two stages. In the first stage it is considered two bars without transpositions in the slot portion simulating a double layer winding commonly used in medium voltage electric machines. In the second stage it is considered the same situation but with transposition in the slot portion to simulate the Roebel bar with  $360^\circ$  transposition. To validate the analytical and numerical model a practical experiment was manufactured. For the study of non-transposed bars supplied with currents with equal phases both the analytical and numerical model converged for the practical values. Thus, it can be stated that all considerations made did not impact at the validation. However, the same statement cannot be done for the study of bars supplied with different phases currents because only the numerical study converged for the practical values. That occurs because the analytical model not considers the magnetic coupling between top and bottom bar in the slot. Thus, it is possible to conclude that the magnetic coupling between bars cannot be ignored for double layer windings current analysis. For Roebel bars, even disregarding the magnetic coupling between top and bottom bars, the analytical results converged for the practical values. Since the wires transposition has a drastically influence at the magnetic flux distribution of the top bar current, it is valid to realize an independent analysis for each bar.

**Keywords:** electric machines, non-homogeneous current distribution, analytical modeling, numerical modeling, preformed coil, Roebel bar.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Turbogenerador (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	31
Figura 2 - Hidrogerador (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	31
Figura 3 - Sistemas de excitação do gerador síncrono.....	34
Figura 4 – Espira com fios de cobre retangular.....	35
Figura 5 – Rotor de polos salientes (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	36
Figura 6 – Rotor de polos lisos (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	37
Figura 7 - Gerador com excitação por escovas e anéis (Fonte: Catálogo WEG).....	38
Figura 8 - Sistema de excitação sem escovas (Fonte: Catálogo WEG).....	39
Figura 9 - Gerador com excitação sem escovas e com excitatriz auxiliar (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	39
Figura 10 - Corte transversal de uma bobina onde cada condutor é composto por quatro fios em paralelo (Fonte: O autor).....	40
Figura 11 - Grupo formado por (a) uma bobina e (b) duas bobinas (Fonte: Catálogo WEG).....	41
Figura 12 - Enrolamento distribuído concêntrico (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	42
Figura 13 - Enrolamento distribuído imbricado (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	42
Figura 14 - Enrolamento ondulado (Fonte: Cortesia WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	43
Figura 15 - Regiões da bobina (Fonte: Cortesia WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	44
Figura 16 - Ranhuras com duas bobinas (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	45
Figura 17 - Bobina multiespira (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	46
Figura 18 - Seção transversal de uma barra Roebel (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	46
Figura 19 - Barra após a dobra dos fios indicando a região em formato de “S” (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	47
Figura 20 - Transposição de 360° na parte reta (Fonte: O autor).....	49
Figura 21 - Transposição de 540° na parte reta (Fonte: O autor).....	49
Figura 22 - Barra Roebel isolada e com os fios curto-circuitados nas extremidades (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	50
Figura 23 - Principais partes do rotor de polos salientes (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.).....	51
Figura 24 - Adensamento de corrente em um condutor circular.....	53
Figura 25 – Corrente em uma barra maciça (Fonte: Pyrhönen).....	54
Figura 26 - Condutor macio dentro da ranhura sendo percorrido por uma corrente de 560A em 60Hz.....	58
Figura 27 - Condutor composto por dois fios na base e sete na altura sendo percorrido por uma corrente de 560A em 60Hz.....	59

Figura 28 - Dimensões da ranhura e do condutor (Fonte: Pyrhönen) .....	60
Figura 29 - Relação entre variável $\xi$ e fator KR e KL.....	61
Figura 30 – Ranhura com um condutor na largura (Fonte: Pyrhönen) .....	62
Figura 31 - Ranhura com vários condutores na largura (Fonte: Pyrhönen) .....	63
Figura 32 – Variação dos fatores KR e KL em função da camada k para $\xi = 0,5$ .....	65
Figura 33 - Variação dos fatores KR e KL em função da camada k para $\xi = 0,75$ .....	65
Figura 34 - Variação dos fatores KR e KL em função da camada k para $\xi = 1$ .	66
Figura 35 - Resistência CA possui um valor mínimo na altura crítica do condutor.....	67
Figura 36 - Circuito de uma barra composto por n fios .....	68
Figura 37 - Enlace de fluxo em enrolamentos de dupla camada (Fonte: Pyrhönen) .....	73
Figura 38 - Modelo analítico da barra com transposição dos fios .....	74
Figura 39 - Modelo desenvolvido para o estudo.....	80
Figura 40 - Numeração dos fios de cada barra. ....	81
Figura 41 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior.....	86
Figura 42 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior.....	87
Figura 43 - Perdas Joule .....	88
Figura 44 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior.....	89
Figura 45 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior.....	89
Figura 46 - Perdas Joule .....	90
Figura 47 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior.....	91
Figura 48 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior.....	91
Figura 49 - Perdas Joule .....	92
Figura 50 - Condição de contorno .....	93
Figura 51 - Malha do modelo numérico .....	94
Figura 52 - Circuito externo .....	95
Figura 53 - Sentido da corrente definido na excitação.....	95
Figura 54 - Distribuição de corrente na barra superior.....	96
Figura 55 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	97
Figura 56 - Distribuição de corrente na barra inferior .....	97
Figura 57 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior.....	98
Figura 58 - Perdas Joule .....	99
Figura 59 - Distribuição de corrente na barra superior .....	99
Figura 60 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	100
Figura 61 - Distribuição de corrente na barra inferior .....	100
Figura 62 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior.....	101
Figura 63 - Perdas Joule .....	102
Figura 64 - Distribuição de corrente na barra superior.....	102
Figura 65 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	103
Figura 66 - Distribuição de corrente na barra inferior .....	103
Figura 67 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior.....	104
Figura 68 - Perdas Joule .....	105

Figura 69 - Distribuição de corrente nos fios das barras inferior e superior ...	107
Figura 70 - Perdas Joule .....	108
Figura 71 - Projeto do protótipo.....	109
Figura 72 - Segmento de chapas do estator e rotor após montagem .....	110
Figura 73 - Inserção das barras no segmento de chapa.....	110
Figura 74 - Protótipo após a impregnação .....	111
Figura 75 - Ensaio prático.....	112
Figura 76 - Barra superior.....	113
Figura 77 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	113
Figura 78 - Barra inferior.....	114
Figura 79 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior.....	114
Figura 80 - Barra superior.....	115
Figura 81 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	115
Figura 82 - Barra inferior.....	116
Figura 83 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior.....	116
Figura 84 - Barra superior.....	117
Figura 85 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior.....	117
Figura 86 - Barra inferior.....	118
Figura 87 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior.....	118
Figura 88 - Barra superior.....	119
Figura 89 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior.....	119
Figura 90 - Barra inferior.....	120
Figura 91 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior.....	120
Figura 92 - Barra superior.....	121
Figura 93 - Barra inferior.....	122
Figura 94 - Barra superior.....	123
Figura 95 - Barra inferior.....	123
Figura 96 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	127
Figura 97 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	128
Figura 98 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	128
Figura 99 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	129
Figura 100 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	130
Figura 101 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	130
Figura 102 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	131
Figura 103 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	131
Figura 104 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	132
Figura 105 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	132
Figura 106 - Comparação dos estudos realizados na barra superior .....	133
Figura 107 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior .....	133
Figura 108 - Distribuição de corrente no fio um da barra superior na condição de alimentação com correntes defasadas de $-120^\circ$ .....	134
Figura 109 - Distribuição de corrente no fio dez da barra superior na condição de alimentação com correntes defasadas de $-120^\circ$ .....	135



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dimensões do fio.....	82
Tabela 2 - Dimensões da ranhura.....	82
Tabela 3 - Fator de aumento da resistência.....	83
Tabela 4 - Corrente na barra superior .....	165
Tabela 5 - Corrente na barra inferior .....	165
Tabela 6 - Corrente na barra superior .....	166
Tabela 7 - Corrente na barra inferior .....	166
Tabela 8 - Corrente na barra superior .....	167
Tabela 9 - Corrente na barra inferior .....	168
Tabela 10 - Corrente na barra superior .....	168
Tabela 11 - Corrente na barra inferior .....	169
Tabela 12 - Corrente na barra superior .....	170
Tabela 13 - Corrente na barra inferior .....	170
Tabela 14 - Corrente na barra superior .....	171
Tabela 15 - Corrente na barra inferior .....	171
Tabela 16 - Corrente na barra superior e inferior.....	172
Tabela 17 - Corrente na barra superior.....	173
Tabela 18 - Corrente na barra inferior .....	173
Tabela 19 - Corrente na barra superior .....	174
Tabela 20 - Corrente na barra inferior .....	175
Tabela 21 - Corrente na barra superior .....	175
Tabela 22 - Corrente na barra inferior .....	176
Tabela 23 - Corrente na barra superior .....	177
Tabela 24 - Corrente na barra inferior .....	177
Tabela 25 - Corrente na barra superior .....	178
Tabela 26 - Corrente na barra inferior .....	178
Tabela 27 - Corrente na barra superior .....	179
Tabela 28 - Corrente na barra inferior .....	180



## LISTA DE ABREVIATURAS

MIT	Máquina de Indução Trifásica
CC	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
VPI	<i>Vaccum Process Impregnation</i>





## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Seção transversal do condutor	[mm <sup>2</sup> ]
$B$	Indução magnética	[T]
$b_c$	Largura do condutor maciço	[mm]
$b$	Largura da ranhura	[mm]
$b_{c0}$	Largura do condutor elementar	[mm]
$b_{dente}$	Largura do dente da chapa do estator	[mm]
$b_{rotor}$	Largura da chapa do rotor	[mm]
$C1$	Constante de integração	
$C2$	Constante de integração	
$dl_c$	Comprimento do passo de transposição	[mm]
$dl_e$	Comprimento do fio na região externa ao pacote de chapas	[mm]
$E$	Campo elétrico	[V/mm]
$H$	Campo Magnético	[A/m]
$h_c$	Altura do condutor dentro da ranhura	[mm]
$h_{c0}$	Altura do condutor elementar dentro da ranhura	[mm]
$h_{coroa}$	Altura da coroa do segmento de chapas do estator	[mm]
$h_{rotor}$	Altura do segmento de chapas do rotor	[mm]
$I$	Corrente nominal	[A]
$I_n$	Corrente elétrica no condutor n	[A]
$i_n$	Corrente parasita no condutor n	[A]
$[I]$	Vetor de correntes no enrolamento do estator	[A]
$I_{barra\_inf}$	Corrente de entrada na barra inferior	[A]
$I_{barra\_sup}$	Corrente de entrada da barra superior	[A]
$J$	Densidade de corrente elétrica	[A/mm <sup>2</sup> ]
$K_R$	Fator de efeito pelicular relacionado à resistência	
$K_L$	Fator de efeito pelicular relacionado à indutância	
$L_{n,n}$	Indutância própria do condutor n	[H]
$L_{n,k}$	Indutância mútua entre dois condutores	[H]
$[L]$	Matriz de indutâncias do enrolamento do estator	[H]
$N$	Número total de condutores por barra	
$[P]$	Matriz permutação	

$R_{ca}$	Resistência em corrente alternada	[ $\Omega$ ]
$R_{cc}$	Resistência em corrente contínua	[ $\Omega$ ]
$R_n$	Resistência elétrica do condutor n	[ $\Omega$ ]
[ $R$ ]	Matriz de resistências do enrolamento do estator	[ $\Omega$ ]
$V_n$	Tensão no condutor n	[V]
[ $V$ ]	Vetor tensão no enrolamento do estator	[V]
$z_a$	Número de condutores na largura	
$z_t$	Número de condutores na altura	
[ $Z$ ]	Matriz de impedâncias do enrolamento do estator	[ $\Omega$ ]
$\omega$	Frequência	[rad/s]
$1/\alpha$	Profundidade de penetração	[mm]
$\mu_0$	Permeabilidade magnética	[H/m]
$\sigma_c$	Condutividade elétrica	[S/m]
$\xi$	Profundidade de penetração ou fator de redução da altura do condutor	
$\Phi_{ext}$	Fluxo externo proveniente do enrolamento de campo	[Wb]
$\Phi_{int}$	Fluxo interno proveniente da corrente no condutor	[Wb]
$\nabla$	Operador Nabla	

# SUMÁRIO

<b>1. Introdução</b> .....	29
<b>1.1 Motivação do Trabalho</b> .....	29
<b>1.2 Organização do Trabalho</b> .....	32
<b>2. Características Construtivas da Máquina Síncrona</b> .....	33
<b>2.1 Introdução</b> .....	33
<b>2.2 Aspectos Construtivos</b> .....	34
<b>2.3 Sistemas de Excitação</b> .....	37
<b>2.4 Os Circuitos Elétricos da Máquina Síncrona</b> .....	39
<b>2.4.1 Circuito do Estator</b> .....	39
<b>2.4.2 Circuito do Rotor</b> .....	50
<b>3. O Adensamento de Corrente Elétrica</b> .....	53
<b>3.1 Introdução</b> .....	53
<b>3.2 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica pelo Método Analítico</b> .....	59
<b>3.3 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica pela Teoria de Circuitos</b> .....	68
<b>3.4 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica em Enrolamentos de Dupla Camada</b> .....	72
<b>3.5 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica aplicando a Transposição dos Fios</b> .....	73
<b>4. Análise do Efeito de Adensamento de Corrente Elétrica</b> .....	79
<b>4.1 Introdução</b> .....	79
<b>4.2 Análise da Barra Sem Transposição</b> .....	79
<b>4.2.1 Definições de Projeto</b> .....	79
<b>4.2.2 Estudo Analítico</b> .....	83
<b>4.2.3 Estudo Numérico</b> .....	92
<b>4.3 Análise da Barra com Transposição</b> .....	105
<b>4.3.1 Definições de Projeto</b> .....	105
<b>4.3.2 Estudo Analítico</b> .....	105
<b>4.4 Experimento Prático</b> .....	108
<b>4.4.1 Introdução</b> .....	108

4.4.2	Fabricação do Protótipo.....	109
4.4.3	Experimento Prático da Barra sem Transposição .....	112
4.4.4	Experimento Prático da Barra com Transposição.....	118
4.5	Considerações de Projeto .....	124
5.	Análise dos Resultados .....	127
5.1	Validação dos Modelos Aplicados na Barra sem Transposição ...	127
5.1.1	Alimentação das barras por correntes com fases iguais.....	127
5.1.2	Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$ .	128
5.1.3	Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$ ..	129
5.2	Validação dos modelos aplicados na barra Roebel .....	130
5.2.1	Alimentação das barras por correntes com fases iguais.....	130
5.2.2	Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$ .	131
5.2.3	Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$ ..	132
5.3	Conclusão .....	133
6.	Conclusões Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros .....	137
7.	Referências Bibliográficas.....	139
8.	Apêndice A – Rotina de cálculo elaborado no MATLAB para determinação das correntes em cada fio da barra sem transposição e com transposição .....	141
9.	Apêndice B – Resultados .....	165

## **1. Introdução**

### **1.1 Motivação do Trabalho**

O universo das máquinas elétricas é constituído na sua maior parte por máquinas de indução, máquinas síncronas e máquinas de corrente contínua. O tipo de máquina a ser utilizado depende da aplicação. As máquinas de indução e de corrente contínua encontram-se principalmente na esfera industrial acionando cargas como bombas, compressores, ventiladores, etc. Já as máquinas síncronas são utilizadas principalmente para geração de energia elétrica sendo, portanto, destinadas a transformar energia mecânica em energia elétrica.

Geradores de grande porte tendem a ser de elevada potência. Normalmente, os enrolamentos de armadura destas máquinas caracterizam-se por ser de dupla camada onde cada camada possui múltiplos fios isolados uns dos outros. Juntamente com as indutâncias, as resistências dos enrolamentos definem as características elétricas principais da máquina. Do ponto de vista da eficiência, as resistências são parâmetros importantes, pois na grande maioria dos casos as perdas resistivas formam a componente dominante das perdas elétricas totais da máquina.

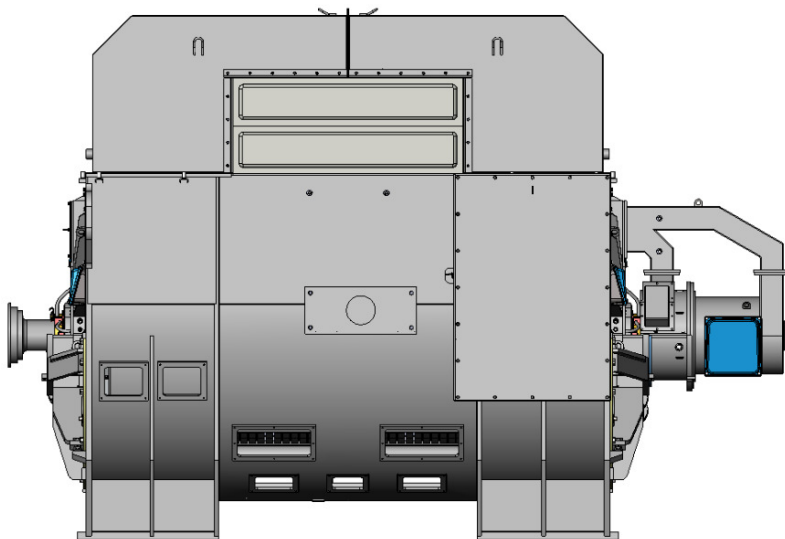
Os enrolamentos estão alojados em ranhuras feitas de um material ferromagnético cuja permeabilidade magnética é elevada. O fluxo magnético gerado pela corrente no enrolamento percorre o material ferromagnético e tende a fechar o caminho magnético de forma a garantir a menor relutância possível. Por vezes, para garantir um caminho de menor relutância, o fluxo atravessa os condutores. Este efeito causa uma distribuição não homogênea de corrente nos condutores acarretando no aumento das perdas elétricas. Conforme [1], minimizar as perdas adicionais é um importante objetivo para aumentar o rendimento dos geradores síncronos de elevada potência. Logo, o projeto eletromagnético de máquinas de elevada potência deve considerar este adensamento de corrente, pois este fenômeno gera perdas adicionais indesejadas que por consequência influenciam no acréscimo da temperatura de operação na máquina.

Como apresentado em [2] e [3], a determinação das perdas geradas requer o conhecimento da distribuição das correntes que varia de condutor para condutor. Em enrolamentos de dupla camada percorrido por corrente alternada, o fluxo gerado pela bobina inferior enlaça os condutores da bobina superior. Ao suceder este fenômeno, ocorre um acoplamento magnético entre as barras superior e inferior que influenciará

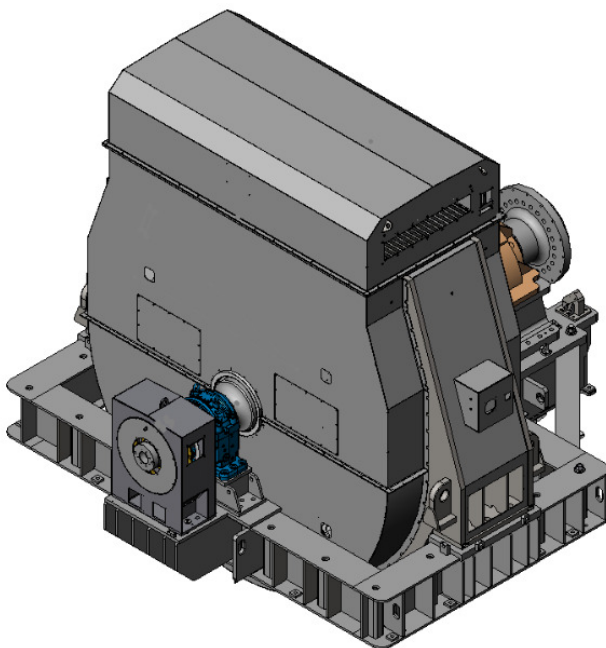
principalmente a distribuição de corrente da bobina superior. Para reduzir a distribuição não homogênea da corrente elétrica no enrolamento de máquinas síncronas de grande porte, segundo [4], [5], [6], [7], [8] e [9], a técnica de transposição dos fios surge como uma solução. Nesta técnica, cada fio de uma barra altera a sua posição a cada passo de transposição e a relação entre a posição inicial e a posição final do mesmo fio define o ângulo de transposição aplicado. Para [10], as configurações de barra Roebel que apresentam uma considerável redução das perdas geradas pelo adensamento da corrente são as de  $360^\circ$  e  $540^\circ$  e, conseqüentemente, são as configurações mais empregadas na indústria. Segundo [3] e [11], outra forma de reduzir o efeito do adensamento da corrente elétrica é realizar a transposição dos fios na região extrema da barra localizada fora do pacote de chapas magnética. Entretanto, o efeito não se torna tão relevante quanto realizar a transposição na região da ranhura.

As máquinas síncronas de elevada potência estão caracterizadas na sua maior parte por hidrogeradores e turbogeradores como apresentado nas Figuras 1 e 2 respectivamente. Como estas máquinas podem chegar a densidades de potências extremamente elevadas, torna-se comum o emprego das barras Roebel.

Este trabalho será voltado para a análise do circuito do estator de máquinas síncronas de grande porte com foco principal na região das ranhuras e do enrolamento onde a permeabilidade magnética é considerada infinita e o adensamento de corrente é significativo.



**Figura 1 - Turbogenerator (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**



**Figura 2 - Hidrogenerator (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

## 1.2 Organização do Trabalho

O trabalho está dividido em 6 capítulos. No capítulo 2 é abordado a característica construtivas de máquinas síncronas de grande porte. Trata-se dos aspectos construtivos, os sistemas de excitação e os circuitos elétricos do estator e rotor.

No capítulo 3 é apresentado a base teórica do fenômeno de adensamento da corrente elétrica no interior do condutor e entre condutores do enrolamento de máquinas síncronas de grande porte.

No capítulo 4 é realizado uma análise do efeito de adensamento da corrente elétrica em uma barra sem transposição de fios e em outra com transposição de fios. As análises são feitas com base no estudo analítico e numérico desenvolvido para equacionar a distribuição de corrente nos condutores. Por fim, a definição do experimento prático é abordada.

O capítulo 5 apresenta a comparação dos resultados obtidos no modelo analítico e numérico com os valores medidos no experimento prático.

No capítulo 6, o trabalho é finalizado com a apresentação das conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

O apêndice A apresenta a rotina de cálculo analítico implementada no programa MATLAB. Já o apêndice B contém as tabelas com os resultados obtidos em cada condição de simulação.



## **2. Características Construtivas da Máquina Síncrona**

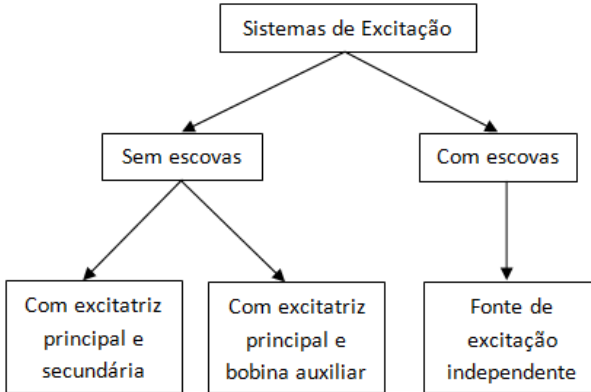
### **2.1 Introdução**

O gerador síncrono é uma máquina robusta e complexa. O seu estator é constituído por chapas de aço laminadas e pelo enrolamento de armadura. Já o rotor é composto por chapas de aço laminadas, eixo e o enrolamento de campo.

Como citado anteriormente, a energia mecânica é fornecida à máquina pela aplicação de um torque e rotação no eixo. Para que o gerador síncrono seja capaz de efetivamente converter a energia mecânica aplicada no seu eixo em energia elétrica é necessário que o enrolamento de campo do rotor seja alimentado por uma fonte de tensão contínua de modo que o campo magnético gerado pelos polos do rotor tenha um movimento relativo em relação ao enrolamento do estator. Desta forma, a intensidade do campo magnético que atravessa os enrolamentos do estator varia em função do movimento relativo do rotor e, de acordo com a lei de indução de Faraday, induz uma força eletromotriz nos terminais da máquina. Devido à disposição e distribuição dos enrolamentos do estator, as tensões induzidas nos terminais serão alternadas, trifásicas e senoidais.

A corrente elétrica utilizada para alimentar o enrolamento de campo do rotor é denominada de corrente de excitação, a qual é gerada pelo sistema de excitação. Quando o gerador operar de forma isolada de um sistema elétrico, a forma de onda e a frequência da tensão deste sistema isolado serão ditadas pelo próprio gerador e a excitação do campo irá controlar diretamente a tensão elétrica gerada nos terminais. Quando o gerador está conectado ao sistema elétrico com outros geradores interligados, a excitação do campo irá controlar a potência reativa que a máquina irá entregar ao sistema.

Como definido em [12], o sistema de excitação pode ser fabricado de duas formas distintas, conforme indicado na Figura 3.



**Figura 3 - Sistemas de excitação do gerador síncrono**

Os geradores síncronos possuem também um dispositivo que regula a tensão de saída da máquina dentro dos limites previamente especificados. Tal dispositivo é conhecido como regulador de tensão. Se a tensão de saída estiver abaixo do valor mínimo definido, o regulador de tensão atua elevando a corrente de campo do rotor e consequentemente a intensidade do campo. Isto resulta no aumento da tensão de saída do estator. Caso a tensão de saída esteja acima do limite, o regulador reduz a corrente de campo do rotor.

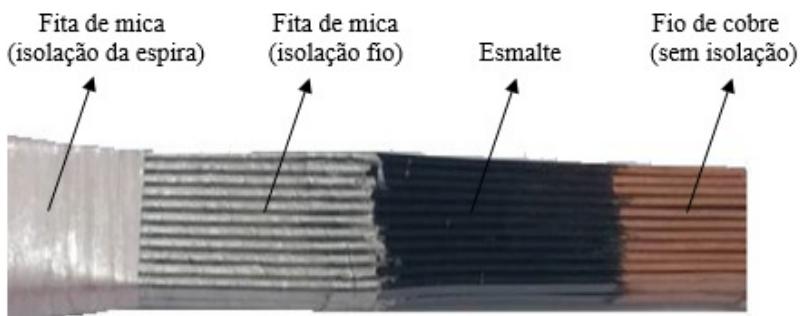
## 2.2 Aspectos Construtivos

O gerador síncrono é composto basicamente pela carcaça, estator, rotor e mancais. A carcaça é a estrutura que suporta o núcleo de chapas do estator e fabricada por chapas de aço tanto verticalmente quanto horizontalmente. Os esforços sobre a carcaça são dos mais variados podendo-se citar, principalmente, aqueles devido ao peso do estator e rotor em máquinas verticais, os esforços axiais e radiais que os mancais suportam e a expansão térmica.

O estator constitui a parte estática e assemelha-se por completo com o estator de uma máquina de indução trifásica (MIT). Fios de cobre são utilizados na fabricação do enrolamento trifásico. O cobre utilizado possui alta pureza e é fabricado por processo de eletrólise. Para máquinas com tensão nominal acima de 1kV utiliza-se fios retangulares que variam de espessura e altura de acordo com as características do projeto. O tipo de isolante e a espessura variam conforme a tensão nominal da máquina. Para máquinas de média tensão na ordem de 13kV, cada fio de cobre é

revestido por um esmalte e uma fita de mica para evitar curto-circuito entre fios, conforme Figura 4.

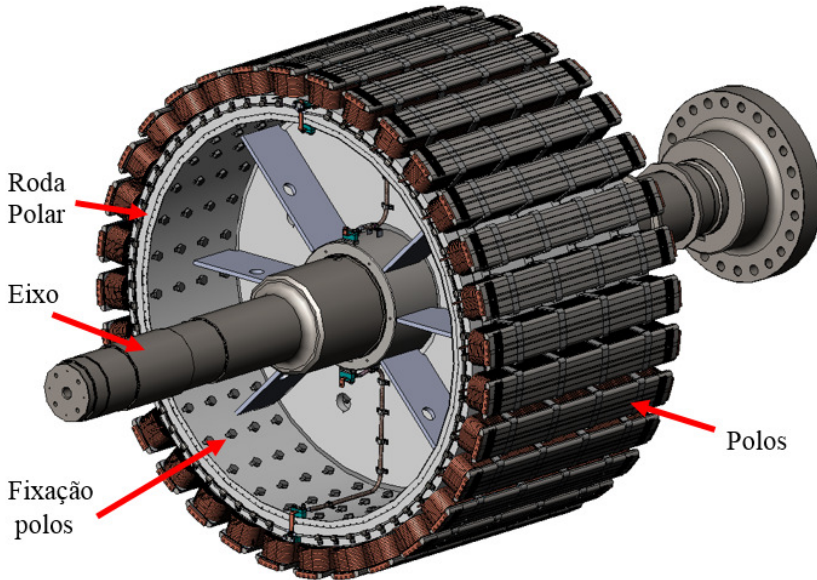
Após empilhar os fios e formar a bobina, aplica-se uma fita de mica ao redor do conjunto de fios com o objetivo de suportar a tensão fase-terra e assim evitar uma fuga de corrente para o pacote de chapas. Em seguida, as bobinas são inseridas nas ranhuras e o estator é submerso em um tanque com verniz e levado a uma estufa para secar. O verniz penetra nas ranhuras e elimina o ar proporcionando melhor isolamento elétrico e proteção contra a umidade. Este processo é conhecido como impregnação.



**Figura 4 – Espira com fios de cobre retangular**

O rotor pode ser caracterizado por ser de polos salientes ou polos lisos. Rotores de polos salientes possuem polos magnéticos individuais e apresentam uma descontinuidade no entreferro ao longo da periferia do núcleo de chapas onde se encontram as regiões interpolares, no qual o entreferro é muito grande tornando visível a saliência dos polos conforme Figura 5. Máquinas com grande número de polos e acionadas por turbinas hidráulicas são, na maioria das vezes, projetadas nesta configuração. A coroa do rotor recebe o nome de roda polar, pois o formato do pacote de lâminas se adapta exatamente aos polos salientes. As principais características construtivas são:

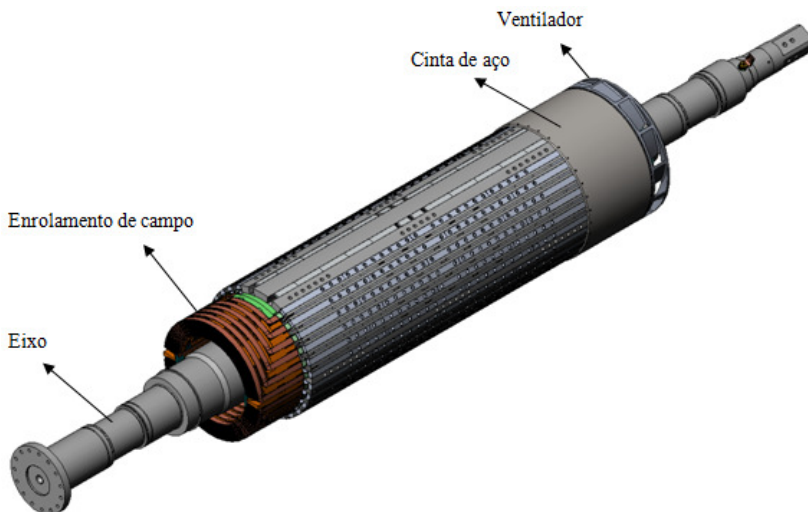
- Grande diâmetro externo da chapa do rotor;
- Pequeno comprimento do pacote de chapas;
- Posição do eixo: vertical;
- Exemplo: hidrogeradores de grande porte.



**Figura 5 – Rotor de polos salientes (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Já o rotor de polos lisos possui o rotor com forma cilíndrica e apresenta um entreferro constante ao longo de toda a periferia do núcleo de chapas, conforme Figura 6. Geradores de elevada rotação nominal são fabricados nesta configuração devido à acentuada velocidade periférica e consequentemente elevada força centrífuga. Nestes casos, utiliza-se uma cinta de aço sobre o bobinado com o objetivo de oferecer rigidez e segurança à estrutura. Em geral são acionados por turbinas a vapor, gás ou motores Diesel. As características construtivas são:

- Pequeno diâmetro externo da chapa do rotor;
- Grande comprimento do pacote de chapas;
- Posição do eixo: horizontal;
- Exemplo: turbogerador de dois polos.



**Figura 6 – Rotor de polos lisos (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Portanto, o conhecimento da máquina primária que será acoplada ao gerador é fundamental para o correto projeto construtivo visto que há uma série de detalhes importantes que variam de acordo com as características da turbina.

### 2.3 Sistemas de Excitação

Os geradores síncronos são caracterizados por possuírem um sistema de excitação cuja função é estabelecer a tensão interna da máquina. Em consequência, o sistema de excitação é responsável não somente pela regulação da tensão de saída, mas também pelo controle do fator de potência da máquina e pela magnitude da corrente gerada. O sistema composto por escovas e anéis contém:

- Fonte externa de corrente contínua;
- Regulador de tensão;
- Escovas de carvão;
- Anéis coletores.

O sistema com escovas e anéis é caracterizado por possuir uma excitatriz estática de corrente contínua que fornecerá a corrente de excitação às escovas e anéis coletores, como mostra a Figura 7. O

regulador detecta o nível de tensão de saída do gerador, compara-o com o sinal de referência pré-estabelecido e, se necessário, varia o campo da excitatriz de corrente contínua para elevar ou reduzir a tensão de saída do gerador.

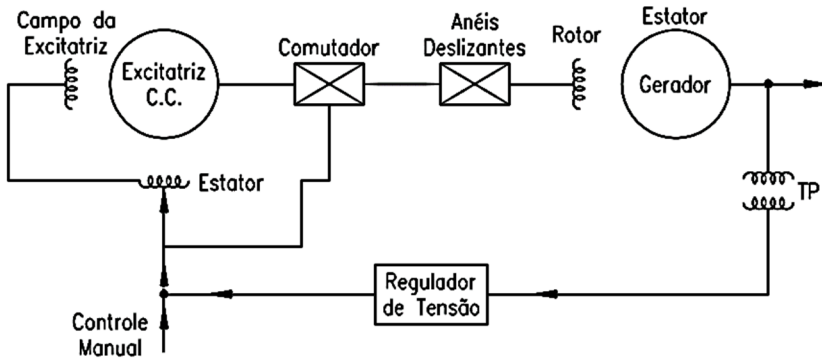


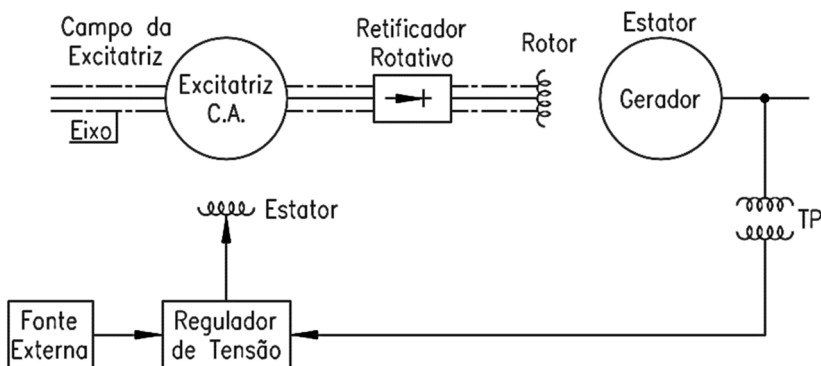
Figura 7 - Gerador com excitação por escovas e anéis (Fonte: Catálogo WEG)

A vantagem deste modelo é um menor tempo de resposta na recuperação da tensão, pois a corrente contínua é aplicada diretamente no rotor do gerador. Entretanto, exige manutenção periódica no conjunto das escovas e anéis devido ao desgaste dos componentes.

Já o sistema sem escovas é composto por:

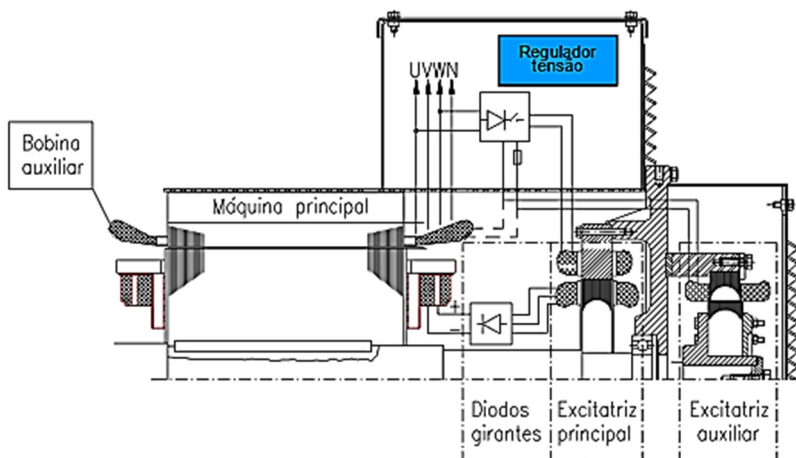
- Fonte externa de tensão alternada;
- Regulador de tensão;
- Excitatriz principal;
- Circuito retificador.

O regulador de tensão recebe um sinal da fonte externa e compara com a tensão de saída da máquina principal. O erro resultante da operação alimenta o estator da excitatriz principal com tensão contínua que induz uma tensão alternada no enrolamento de campo montado no próprio eixo do gerador. A tensão alternada é aplicada nos terminais do circuito retificador que fornece corrente contínua para o enrolamento de campo da máquina principal. Desta forma, o regulador de tensão controla a saída da excitatriz principal tal que a tensão gerada e a potência reativa variam de maneira desejada. O tempo de resposta do regulador é fundamental para a estabilidade do sistema de potência. O circuito deste modelo é apresentado na Figura 8.



**Figura 8 - Sistema de excitação sem escovas (Fonte: Catálogo WEG)**

Nos sistemas sem escovas a fonte externa de tensão alternada pode ser uma bobina auxiliar ou uma excitatriz auxiliar. A Figura 9 representa as duas situações.



**Figura 9 - Gerador com excitação sem escovas e com excitatriz auxiliar (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

## 2.4 Os Circuitos Elétricos da Máquina Síncrona

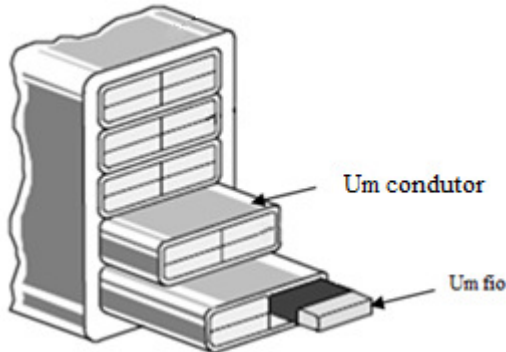
### 2.4.1 Circuito do Estator

O enrolamento do estator, também definido como enrolamento de armadura para geradores síncronos, apresenta três fases iguais e distribuídas simetricamente defasadas de  $120^\circ$  elétricos no espaço. Cada

fase contém grupos de bobinas, onde cada bobina é composta por um condutor, pelas espiras e por fios.

O fio é o componente elementar, um segmento fino, cilíndrico ou retangular, flexível e alongado de certo material. Para máquinas de elevada potência, os fios são retangulares e fabricados em cobre.

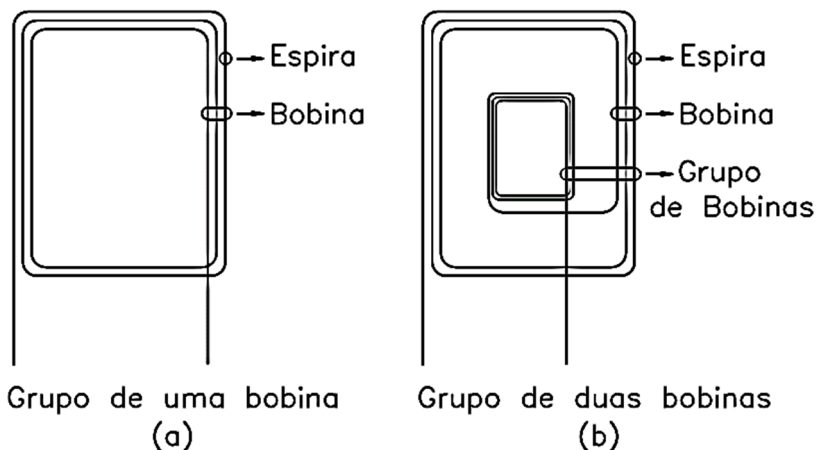
O condutor é constituído de um só fio ou por mais de um fio em paralelo. Quando a seção do condutor é muito grande são utilizados mais de um fio em paralelo por condutor, conforme Figura 10.



**Figura 10 - Corte transversal de uma bobina onde cada condutor é composto por quatro fios em paralelo (Fonte: O autor)**

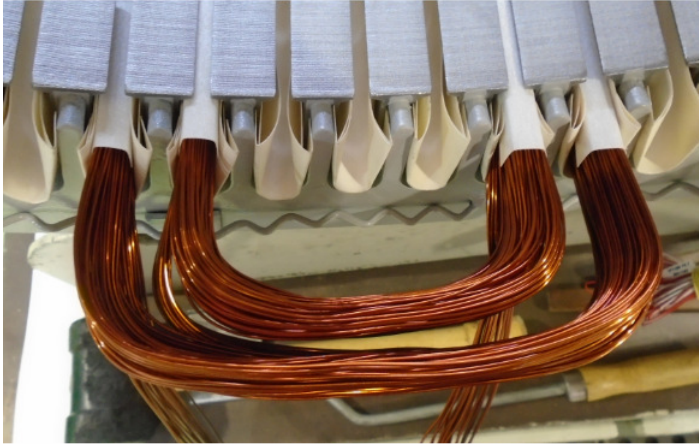
A espira é definida como uma volta do condutor. A maneira mais conveniente de associar várias espiras é distribuí-las em forma de bobinas e essa distribuição deve ser feita de tal modo que formem grupos, conforme Figura 11. Um grupo é o conjunto de uma ou mais bobinas que formam um polo. A quantidade de bobinas por grupo depende do número de ranhuras do estator, do número de polos, do número de camadas do enrolamento e do modo como os grupos serão ligados.





**Figura 11 - Grupo formado por (a) uma bobina e (b) duas bobinas (Fonte: Catálogo WEG)**

O tipo do enrolamento é definido pelo número de bobinas por grupo. Normalmente, o enrolamento das máquinas elétricas girantes é do tipo distribuído. O enrolamento distribuído caracteriza-se por possuir grupo de bobinas com duas ou mais bobinas. Existem três tipos de enrolamento distribuído. O enrolamento definido como distribuído concêntrico é formado por bobinas com passos diferentes como mostra a Figura 12. O enrolamento é constituído por grupos que contém duas, três ou até mais bobinas de tamanhos diferentes sem que ocorra cruzamento entre as cabeças de bobina.



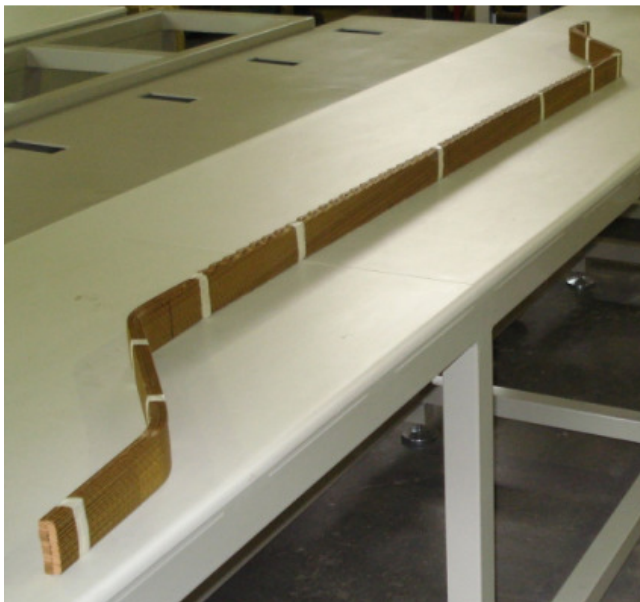
**Figura 12 - Enrolamento distribuído concêntrico (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

O segundo tipo de enrolamento distribuído é o imbricado, conforme Figura 13. Cada ranhura é ocupada por dois lados de bobina e existem tantas bobinas quantas são as ranhuras do estator. Todas as bobinas têm o mesmo formato e tamanho como também o mesmo número de espiras, resultando em um enrolamento perfeitamente simétrico.



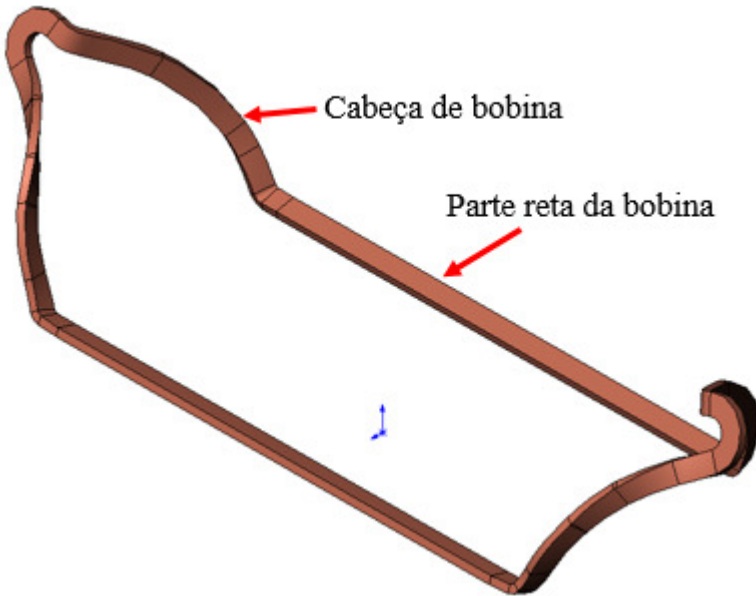
**Figura 13 - Enrolamento distribuído imbricado (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

O terceiro tipo é o enrolamento distribuído ondulado, conforme Figura 14. Assim como o imbricado, este possui bobinas com o mesmo passo e tamanho. Entretanto, sua formação é diferente, pois forma-se primeiro meio lado de uma fase e a seguir o outro meio lado.



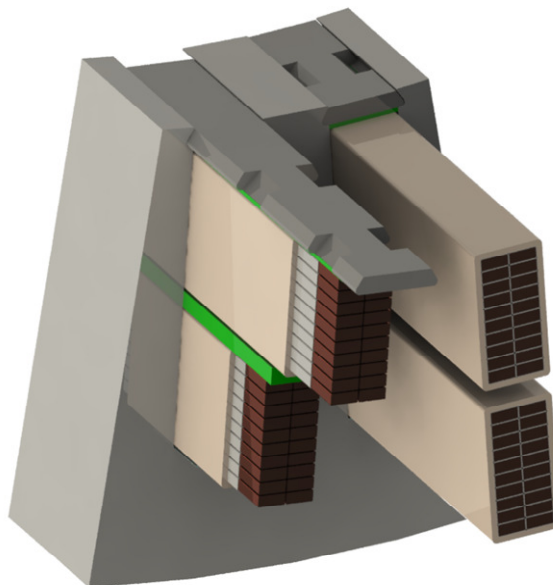
**Figura 14 - Enrolamento ondulado (Fonte: Cortesia WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Após inserir a bobina na ranhura do estator, cada região do enrolamento de armadura terá uma denominação. A região da bobina alojada dentro da ranhura é definida como parte reta e as duas regiões alojadas fora da ranhura são denominadas de cabeça da bobina, conforme Figura 15.



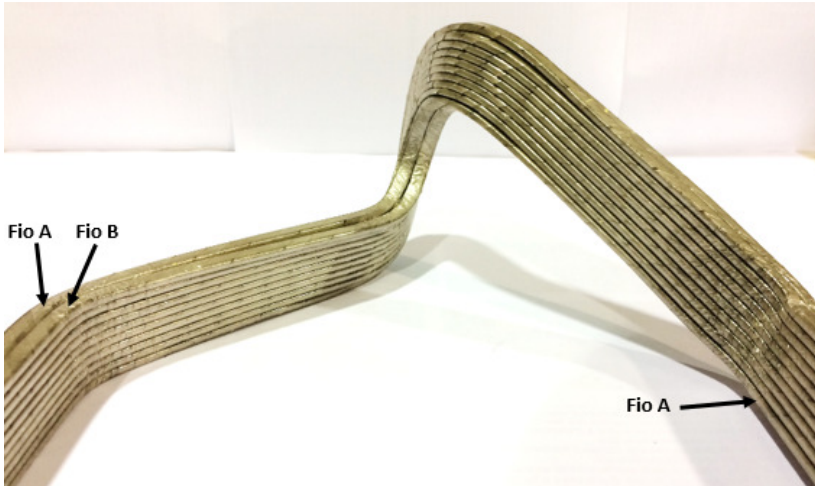
**Figura 15 - Regiões da bobina (Fonte: Cortesia WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Por se tratar de enrolamentos de dupla camada, cada ranhura possui uma bobina no fundo de ranhura e outra no topo da ranhura. Por isso, atribui-se a designação de bobina da camada inferior para a bobina de fundo de ranhura e bobina da camada superior para a de topo de ranhura, conforme Figura 16. Ambas podem ou não pertencer à mesma fase, ou seja, na máquina elétrica trifásica haverá ranhuras onde as bobinas da camada inferior e superior pertencem à mesma fase e outras onde as bobinas pertencem a fases diferentes.



**Figura 16 - Ranhuras com duas bobinas (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A)**

Deste modo, o enrolamento de armadura da maior parte das máquinas síncronas é composto por um enrolamento trifásico de dupla camada, distribuído, imbricado e com bobinas multiespiras. Bobinas multiespiras possuem uma transposição de  $180^\circ$  na cabeça de bobina. Define-se transposição como sendo a mudança de posição do fio ao longo da parte reta da bobina dentro da ranhura ou na cabeça de bobina. Nestes casos, a transposição situa-se na cabeça de bobina e pode ser compreendida melhor analisando a Figura 17. Os fios A e B situados na parte superior no lado esquerdo estarão na parte inferior após a transposição de  $180^\circ$  da cabeça de bobina. O maior ganho desta técnica está no processo de fabricação ao invés da redução de perdas já que a transposição se encontra em um meio onde a permeabilidade magnética é muito inferior ao da chapa magnética.



**Figura 17 - Bobina multiespira (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Nos casos de máquinas síncronas de elevada potência, o enrolamento do estator é formado por barras ao invés de bobinas. As barras são constituídas geralmente por uma espira com dois fios na largura e vários na altura, isolados entre si e ligados em paralelo formando a conhecida barra Roebel conforme Figura 18. Esta configuração possibilita a transposição dos fios na parte reta.



**Figura 18 - Seção transversal de uma barra Roebel (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

As transposições são feitas de tal modo que os fios percorrem todas as posições possíveis ao longo da parte reta da barra, alternando a posição a cada passo de transposição.

Os fios utilizados para fabricar as barras possuem características similares aos fios das bobinas multiespiras. Entretanto, o processo de fabricação das barras é mais complexo devido às dobras dos fios para formar as transposições e exigem ferramentas de conformação, gabaritos e outros materiais. Nos espaços vazios localizados nas regiões de curvatura dos fios, aplica-se um isolante e uma massa especial para preenchimento conforme Figura 19. O isolante garante a isolação entre fios devido ao elevado estresse mecânico sofrido nesta região e a massa especial tem como função preencher os espaços para garantir uniformidade e também equalizar o potencial ao longo do comprimento.



**Figura 19 - Barra após a dobra dos fios indicando a região em formato de “S”  
(Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

Em seguida as barras são comprimidas em uma prensa para dar consistência e estabilidade nas dimensões. Por fim, são isoladas e impregnadas com resina para garantir uma perfeita isolação elétrica e proteção contra a umidade. Dependendo do tipo de máquina e dimensões físicas das chapas e das barras, o processo de impregnação a vácuo poderá ser realizado por *Single VPI* ou *Global VPI*. O processo de *Single VPI* caracteriza-se por impregnar e secar as barras antes de inserir nas ranhuras. Já no processo de *Global VPI* as barras são primeiramente

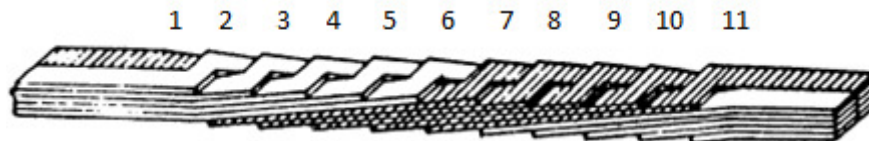
inseridas nas ranhuras e ligadas. Em seguida, todo o estator bobinado é impregnado e levado a uma estufa para secar.

Existem vários tipos de transposição, variando desde o local até o ângulo de transposição. Na maior parte dos casos as transposições são feitas apenas na parte reta da barra, porém existem barras Roebel com transposições tanto na parte reta quanto na região externa à ranhura, definida como região da envolvente. O ângulo de transposição dos fios está ligado principalmente com a quantidade de fios por barra e com o comprimento do pacote de chapas do estator, pois definirão o passo de transposição. O passo de transposição é definido como a distância entre duas dobras ou dois “S”. Passo muito pequeno estará limitado ao encavamento dos fios na região de curvatura em formato de “S”. Por outro lado, passo muito grande formará um grande espaço vazio na curvatura dificultando a aplicação de fita isolante e massa especial.

Cada fio altera a sua posição a cada passo de transposição e a relação entre a posição inicial e a posição final do mesmo fio define o ângulo de transposição aplicado. As configurações mais empregadas na indústria são as de  $360^\circ$  e  $540^\circ$ . Na Figura 20 é possível verificar a posição dos fios a cada passo de transposição. Considerando um caso de uma barra com dez fios, o fio de número oito irá percorrer dez posições diferentes ao longo de toda a parte reta da barra até chegar à posição inicial na configuração de  $360^\circ$ . Já na transposição de  $540^\circ$  o fio percorrerá uma vez e meia a sua posição inicial ao longo da parte reta da barra, conforme Figura 21.

A definição do ângulo e do local de transposição depende das especificações técnicas de cada projeto e está a cargo do projetista definir a melhor configuração.





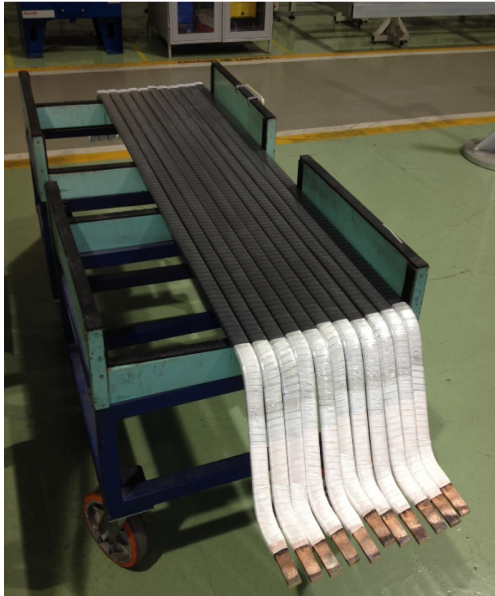
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5 6	4 5	3 4	2 3	1 2	10 1	9 10	8 9	7 8	6 7	5 6
4 7	3 6	2 5	1 4	10 3	9 2	8 1	7 10	6 9	5 8	4 7
3 8	2 7	1 6	10 5	9 4	8 3	7 2	6 1	5 10	4 9	3 8
2 9	1 8	10 7	9 6	8 5	7 4	6 3	5 2	4 1	3 10	2 9
1 10	10 9	9 8	8 7	7 6	6 5	5 4	4 3	3 2	2 1	1 10

Figura 20 - Transposição de 360° na parte reta (Fonte: O autor)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
5 6	4 5	3 4	2 3	1 2	10 1	9 10	8 9	7 8	6 7	5 6	4 5	3 4	2 3	1 2	10 1
4 7	3 6	2 5	1 4	10 3	9 2	8 1	7 10	6 9	5 8	4 7	3 6	2 5	1 4	10 3	9 2
3 8	2 7	1 6	10 5	9 4	8 3	7 2	6 1	5 10	4 9	3 8	2 7	1 6	10 5	9 4	8 3
2 9	1 8	10 7	9 6	8 5	7 4	6 3	5 2	4 1	3 10	2 9	1 8	10 7	9 6	8 5	7 4
1 10	10 9	9 8	8 7	7 6	6 5	5 4	4 3	3 2	2 1	1 10	10 9	9 8	8 7	7 6	6 5

Figura 21 - Transposição de 540° na parte reta (Fonte: O autor)

As barras Roebel são geralmente constituídas por uma espira. Para formar uma espira, são necessárias duas barras. Cada barra possui os fios curto-circuitados no início e no fim caracterizando, assim, um circuito com vários fios em paralelo isolados entre si. Um exemplo de barra Roebel com os fios curto-circuitados nas extremidades é apresentado na Figura 22.



**Figura 22 - Barra Roebel isolada e com os fios curto-circuitados nas extremidades (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A)**

Neste estudo a transposição será limitada à região da parte reta da barra alojada dentro da ranhura onde cada fio é assumido como sendo curto-circuitado no final da barra.

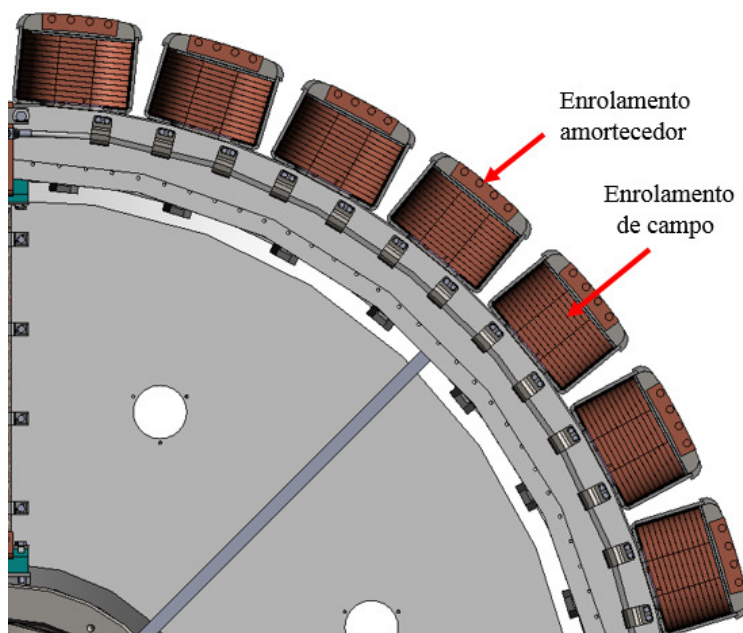
#### **2.4.2 Circuito do Rotor**

O circuito elétrico do rotor é composto pelo enrolamento de campo e pelo enrolamento amortecedor, conforme Figura 23. A disposição destes dois enrolamentos varia de acordo com a forma construtiva. No rotor de polos salientes o enrolamento de campo é fabricado com finas lâminas de cobre e enrolado ao redor dos polos. Tem por objetivo gerar o fluxo magnético que irá induzir tensões no enrolamento de armadura do estator. Já o enrolamento amortecedor está situado na superfície dos polos

e é constituído por várias barras cilíndricas conectadas entre si. As principais vantagens do enrolamento amortecedor para máquina operando como gerador são:

- Redução das sobretensões induzidas no enrolamento de campo pelos surtos de tensão que atingem o enrolamento do estator;
- Redução das sobretensões no enrolamento do estator causadas por falhas desequilibradas na máquina;
- Redução na oscilação da tensão de saída do gerador e consequentemente estabilidade do sistema.

Os polos são fixados à roda polar e podem ser sólidos ou laminados dependendo dos esforços mecânicos e da operação da máquina.



**Figura 23 - Principais partes do rotor de polos salientes (Cortesia: WEG Equipamentos Elétricos S.A.)**

As máquinas de polos lisos possuem, na maioria dos casos, dois ou quatro polos. Assim, são máquinas rápidas e sujeitas a grandes esforços mecânicos em certas partes do rotor tornando necessário uma estrutura do tipo monobloco e que o aço empregado seja muito resistente.



### 3. O Adensamento de Corrente Elétrica

#### 3.1 Introdução

O enrolamento de armadura das máquinas síncronas está alojado dentro de ranhuras e cercados por um material ferromagnético. Uma parcela do fluxo gerado pela corrente que atravessa os condutores pode atravessar o próprio enrolamento causando uma distribuição não homogênea da corrente pelos vários fios que compõe o condutor.

De acordo com a lei de Ampère do eletromagnetismo para baixas frequências, a fonte do campo magnético é a densidade de corrente elétrica.

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (1)$$

Ou seja, um condutor percorrido por uma corrente alternada gera um campo magnético alternado rotacional. A Figura 24 apresenta um condutor de alumínio sendo percorrido por uma corrente alternada de valor eficaz 100A em 60Hz. O ponto central do condutor possui um enlace de fluxo maior que a periferia e, devido ao efeito da autoindutância, apresenta uma indutância maior. Logo, a densidade de corrente será maior na periferia do que na região central. Este desvio de corrente é conhecido como efeito pelicular ou adensamento de corrente e, por esta razão, evita-se utilizar condutores com grandes seções transversais.

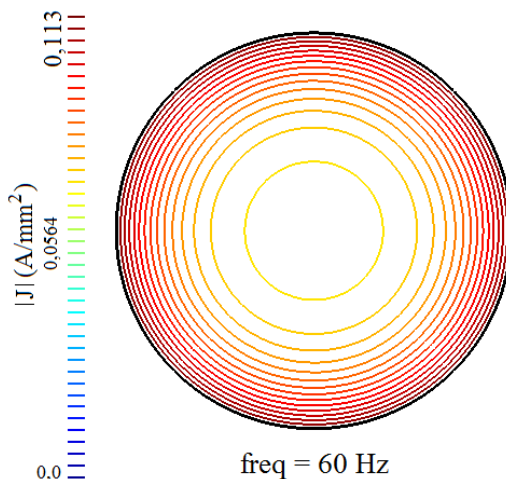
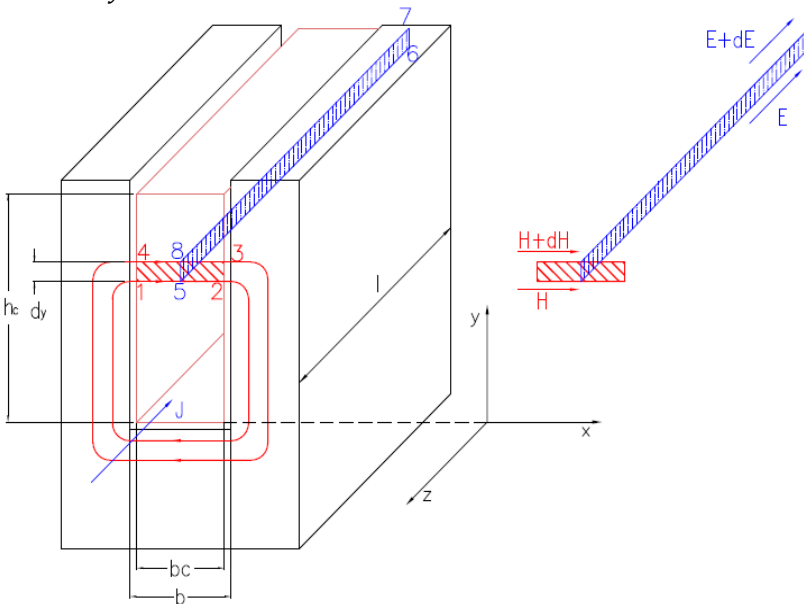


Figura 24 - Adensamento de corrente em um condutor circular

Na Figura 25 tem-se um condutor dentro de uma ranhura limitado nos três lados por um material ferromagnético com propriedades isotrópicas cuja permeabilidade magnética é considerada muito maior que a do ar. A corrente que atravessa o condutor cria um campo magnético  $\vec{H}$  e um fluxo magnético de dispersão que atravessa a ranhura e consequentemente o condutor. O fluxo magnético de dispersão e o enlace de fluxo que cerca a parte inferior do condutor é maior que o fluxo que cerca a parte superior e, portanto, a reatância do condutor diminui de baixo para cima. Assim, a densidade de corrente  $\vec{J}$  possui o efeito contrário, ou seja, aumenta de baixo para cima.

Como a permeabilidade magnética do ferro é considerada muito maior que a do ar, as linhas de fluxo atravessam a ranhura retilineamente. Os vetores de densidade de corrente  $\vec{J}$  e de campo elétrico  $\vec{E}$  no condutor possuem apenas componentes no eixo  $z$  devido à direção da corrente. O campo magnético  $\vec{H}$  e a indução magnética  $\vec{B}$  têm apenas componente nos eixos  $x$  e  $y$  atravessando o condutor.



**Figura 25 – Corrente em uma barra maciça (Fonte: Pyrhönen)**

Onde:

$h_c$ : Altura do condutor dentro da ranhura [m];

$b_c$ : Largura do condutor dentro da ranhura [m];

$b$ : Largura da ranhura [m];

$\omega$ : Frequência  $[\text{rad}/\text{s}]$ ;

$\mu_0$ : Permeabilidade magnética do vácuo ou do ar ( $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H}/\text{m}$ );

$\sigma_c$ : Condutividade elétrica do condutor  $[\text{S}/\text{m}]$ ;

$l$ : Profundidade da ranhura  $[\text{m}]$ .

Aplicando a lei de Ampère no caminho fechado 1-2-3-4-1 na figura 25, tem-se:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = Hb - \left( H + \frac{\partial H}{\partial y} dy \right) b = Jb_c dy \quad (2)$$

Resultando em:

$$-\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{b_c}{b} J \quad (3)$$

Empregando a lei de indução de Faraday no caminho fechado 5-6-7-8-5 na figura 25, obtém-se:

$$\begin{aligned} \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} &= -El + \left( E + \frac{\partial E}{\partial y} dy \right) l = -\frac{\partial B}{\partial t} l dy \\ \therefore \frac{\partial E}{\partial y} &= -\frac{\partial B}{\partial t} \end{aligned} \quad (4)$$

Considerando a permeabilidade magnética do condutor igual à do vácuo e utilizando a relação constitutiva  $B = \mu_0 H$ , tem-se:

$$\frac{\partial E}{\partial y} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (5)$$

Em um condutor sendo percorrido por uma corrente elétrica, a densidade de corrente é proporcional ao campo elétrico. O fator de proporcionalidade entre estas duas grandezas é a condutividade elétrica. Assim, define-se a terceira equação necessária que é a lei de Ohm.

$$J = \sigma_c E \quad (6)$$

Aplicando a equação (6) em (5), obtém-se:

$$\frac{\partial J}{\partial y} = -\mu_0 \sigma_c \frac{\partial H}{\partial t} \quad (7)$$

Considerando as grandezas variando senoidalmente, as equações (3), (5) e (7) alteram-se para o domínio da frequência:

$$-\frac{\partial \underline{H}}{\partial y} = \frac{b_c}{b} \underline{J} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \underline{E}}{\partial y} = -j\omega\mu_0 \underline{H} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \underline{J}}{\partial y} = -j\omega\mu_0 \sigma_c \underline{H} \quad (10)$$

Derivando a equação (10) em relação à  $y$  e utilizando a equação (8), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \underline{J}}{\partial y^2} = -j\omega\mu_0 \sigma_c \frac{\partial \underline{H}}{\partial y} = j\omega\mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b} \underline{J} \quad (11)$$

Passando tudo para o lado esquerdo da igualdade, resulta em:

$$\frac{\partial^2 \underline{J}}{\partial y^2} - j\omega\mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b} \underline{J} = 0 \quad (12)$$

De acordo com [13], a equação diferencial ordinária (12) possui solução na seguinte forma:

$$\underline{J}(y) = C_1 e^{(1+j)\alpha y} + C_2 e^{-(1+j)\alpha y} \quad (13)$$

Onde:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b}} \quad (14)$$

A unidade de  $\alpha$  é [1/m]. O inverso de  $\alpha$  é definido como a profundidade de penetração. Geralmente  $\alpha$  é utilizado para definir a grandeza adimensional  $\xi$  apresentada na equação 15.



$$\xi = \alpha h_c = h_c \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b}} \quad (15)$$

Tal grandeza é definida como redução da altura do condutor. Quanto maior o valor de  $\xi$ , mais expressivo será o efeito pelicular no condutor. As constantes de integração  $C_1$  e  $C_2$  são determinadas pelas seguintes condições de contorno definidas em relação ao campo magnético:

- Em  $y = 0$  o campo magnético resulta  $\underline{H} = \underline{H}_0 = 0$ ;
- Em  $y = h_c$  o campo magnético resulta  $\underline{H} = \underline{H}_c = \frac{-i}{b} = \sqrt{2} \frac{i}{b}$ ;

Como a relação de  $\underline{H}$  com  $\underline{J}$  é dado pela equação (10), tem-se:

- Em  $y = 0 \rightarrow \frac{\partial \underline{J}}{\partial y} = 0$ ;
- Em  $y = h_c \rightarrow \frac{\partial \underline{J}}{\partial y} = \frac{j \omega \mu_0 \sigma_c \sqrt{2} \underline{I}}{b}$

A grandeza  $\underline{I}$  é o valor efetivo da corrente total que percorre o condutor. Diferenciando a solução na equação (13) em relação à  $y$ , substituindo na equação (10) e utilizando as condições de contorno apresentadas, obtém-se:

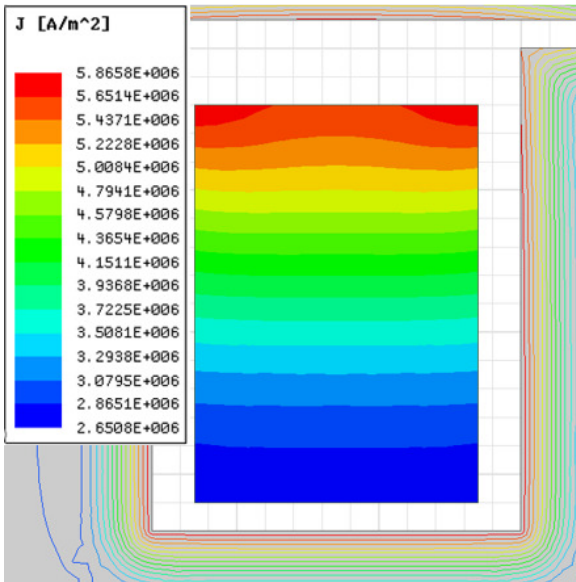
$$C_1 = C_2 = \frac{j \omega \mu_0 \sigma_c \cdot \sqrt{2} \underline{I}}{(1+j) b \alpha (e^{(1+j) \alpha h_c} - e^{-(1+j) \alpha h_c})} \quad (16)$$

Logo, a densidade de corrente em um condutor é uma função da sua altura:

$$J = f(y) \quad (17)$$

Para reduzir as perdas causadas pelo efeito pelicular, cada condutor é dividido em vários fios de seções menores e ligados em paralelo. Um exemplo comparativo de um condutor maciço com 10mm de largura e 14mm de altura dentro de uma ranhura sendo percorrido por uma corrente alternada de 560A e o mesmo condutor, porém constituído por 14 fios de 5mm de largura por 2mm de altura são apresentados nas Figuras 26 e 27.

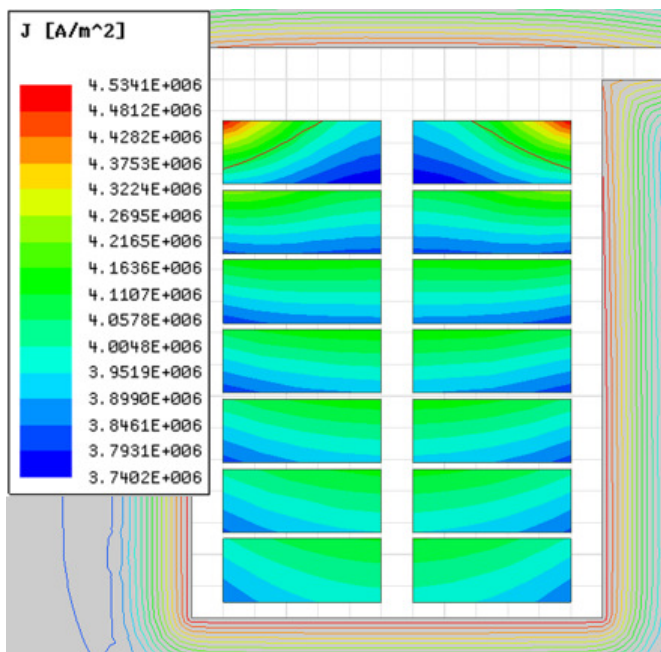
O estudo em elementos finitos realizado no modelo 2D do programa Maxwell<sup>1</sup> apresenta a densidade de corrente em cada caso.



**Figura 26 - Condutor macio dentro da ranhura sendo percorrido por uma corrente de 560A em 60Hz**

---

<sup>1</sup> Programa de simulação de campos eletromagnéticos. Disponível em: <<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell>> Acesso em: 19 maio 2018.



**Figura 27 - Condutor composto por dois fios na base e sete na altura sendo percorrido por uma corrente de 560A em 60Hz**

Na Figura 26 verifica-se uma acentuada distribuição de corrente não homogênea ao longo da altura do condutor maciço. Por outro lado, conforme Figura 27, ao dividir um condutor maciço em vários fios de seções menores mantendo a mesma área de cobre, percebe-se uma significativa melhora na distribuição de corrente e um melhor aproveitamento da quantidade de cobre utilizado.

### **3.2 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica pelo Método Analítico**

Como explicado em 3.1, a corrente alternada que percorre o condutor maciço do enrolamento de armadura da máquina principal tem uma distribuição não homogênea de corrente. Esta característica não seria incômoda se não acarretasse em perdas adicionais. Em um condutor maciço as perdas e o aquecimento resultante são acrescidos se a resistência efetiva em corrente alternada ( $R_{ca}$ ) for maior que a resistência em corrente contínua ( $R_{cc}$ ). A relação entre a resistência  $R_{ca}$  e  $R_{cc}$  é definida como fator de efeito pelicular ( $K_R$ ) ou fator de adensamento de

corrente. Quanto maior o fator, mais pronunciado serão as perdas causadas por este fenômeno.

De acordo com [13], a densidade de corrente em um condutor retangular e o fator de efeito pelicular relacionado à resistência ( $K_R$ ) são definidos conforme equações (18), (19) e (20).

$$J = \frac{I}{A} \quad (18)$$

$$K_R = \frac{R_{ca}}{R_{cc}} = \xi \frac{(\sinh 2\xi + \sin 2\xi)}{(\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} \quad (19)$$

$$\xi = h_c \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b}} \quad (20)$$

Onde:

$J$ : Densidade de corrente [ $A/m^2$ ];

$I$ : Corrente que percorre o condutor [ $A$ ];

$A$ : Seção do condutor dentro da ranhura ( $h_c \cdot b_c$ ) [ $m^2$ ];

$\omega$ : Frequência [ $rad/s$ ];

$\mu_0$ : Permeabilidade magnética do vácuo ou do ar [ $H/m$ ];

$\sigma_c$ : Condutividade elétrica do condutor [ $S/m$ ];

$h_c$ : Altura do condutor dentro da ranhura [ $m$ ];

$b_c$ : Largura do condutor dentro da ranhura [ $m$ ];

$b$ : Largura da ranhura [ $m$ ].

As dimensões da ranhura e do condutor são apresentadas na Figura 28.

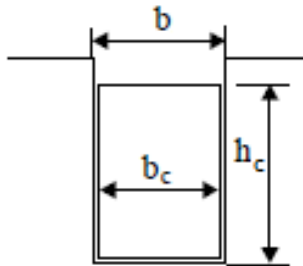


Figura 28 - Dimensões da ranhura e do condutor (Fonte: Pyrhönen)

Além disso, para um condutor retangular sólido, o fator de efeito pelicular relacionado à indutância de dispersão ( $K_L$ ) devido à corrente alternada é definido conforme equação (21).

$$K_L = \frac{L_{ac}}{L_{dc}} = \frac{3 (\sinh 2\xi - \sin 2\xi)}{2\xi (\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} \quad (21)$$

Com base nas equações apresentadas acima, a relação entre o fator  $K_R$  e  $K_L$  em função da variável  $\xi$  é mostrada na Figura 29.

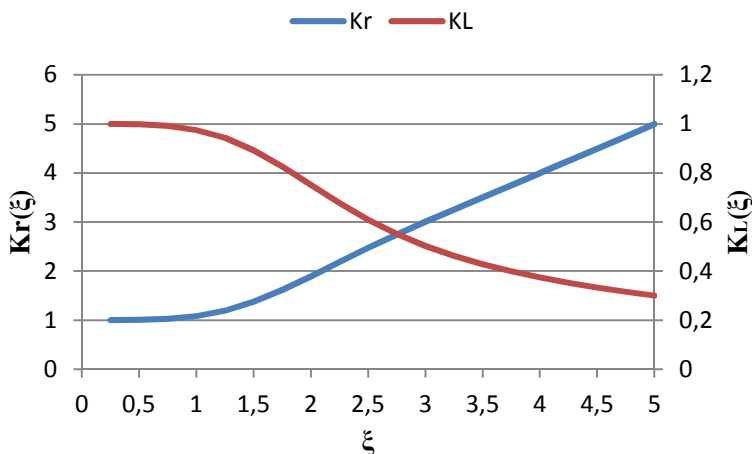


Figura 29 - Relação entre variável  $\xi$  e fator  $K_R$  e  $K_L$

Inicialmente, nota-se que o fator  $K_L$  reduz com o aumento da variável  $\xi$  e, portanto, não contribui para o adensamento de corrente. Por outro lado, conforme equação 18, um aumento da seção do condutor através do incremento da sua altura  $h_c$  reduzirá a densidade de corrente. Porém, conforme equações 19 e 20, um incremento da altura  $h_c$  elevará o fator de efeito pelicular relacionado à resistência ( $K_R$ ) e consequentemente as perdas. Isto resulta em duas desvantagens:

- Desperdício de energia através de perdas Joule adicionais;
- Desperdício de matéria prima devido as grandes quantidades de materiais utilizados.

Por isso, as bobinas de máquinas elétricas girantes consistem em múltiplos fios isolados uns dos outros para reduzir ao máximo as

desvantagens apresentadas acima. Entretanto, há outros fatores que devem ser ponderados ao projetar um enrolamento composto por múltiplos fios. A bobina da Figura 30 é composta por  $z_t$  fios na altura.

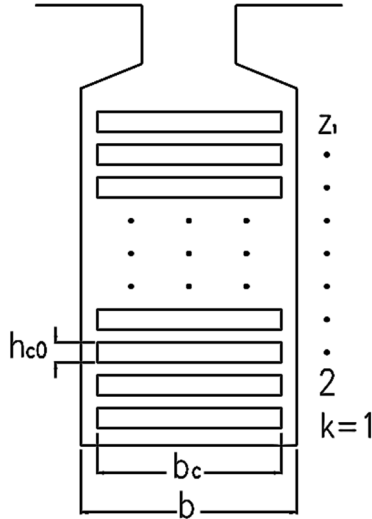


Figura 30 – Ranhura com um condutor na largura (Fonte: Pyrhönen)

A variável  $\xi$  é calculada para o caso apresentado na Figura 30 utilizando a equação (20) e substituindo  $h_c = h_{c0}$ .

$$\xi_1 = h_{c0} \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \sigma_c \frac{b_c}{b}} \quad (22)$$

Em grande parte dos projetos de elevada potência as bobinas possuem fios adjacentes. Para simular este caso, considera-se agora a mesma estrutura apresentada na Figura 30 porém dividindo cada fio em  $z_a$  fios na largura, conforme Figura 31.

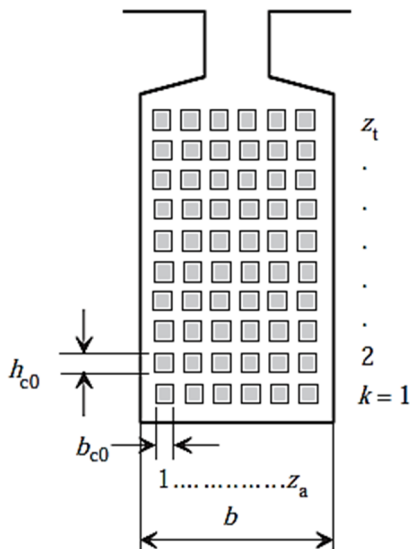


Figura 31 - Ranhura com vários condutores na largura (Fonte: Pyrhönen)

A variável  $\xi$  é novamente calculada substituindo  $h_c = h_{c0}$  e  $b_c = z_a b_{c0}$ .

$$\xi_2 = h_{c0} \sqrt{\frac{1}{2} \omega \mu_0 \sigma_c \frac{z_a b_{c0}}{b}} \quad (23)$$

Ao dividir cada fio em mais fios adjacentes não haverá redução significativa da variável  $\xi$ , pois  $b_c \approx z_a b_{c0}$ . Logo,  $\xi_1 \approx \xi_2$  e, portanto, o número de fios na largura não afetará no adensamento de corrente.

Considerando agora a altura de cada fio e a quantidade de fios na altura, o fator de resistência da camada  $k$  é calculado através da equação (24):

$$K_R(k) = \varphi(\xi) + k(k-1)\psi(\xi) \quad (24)$$

Onde as funções  $\varphi(\xi)$  e  $\psi(\xi)$  são definidas conforme (25) e (26):

$$\varphi(\xi) = \xi \frac{(\sinh 2\xi + \sin 2\xi)}{(\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} \quad (25)$$

$$\psi(\xi) = 2\xi \frac{(\sinh \xi - \sin \xi)}{(\cosh \xi + \cos \xi)} \quad (26)$$

Segundo [13], para  $0 \leq \xi \leq 1$ , uma boa aproximação do fator de resistência para fios retangulares é:

$$K_R(\xi) \approx 1 + \frac{z_t^2 - 0,2}{9} \xi^4 \quad (27)$$

Onde  $z_t$  é o número de fios na altura. Já o fator relacionado à indutância de dispersão é calculado por:

$$K_L(\xi) \approx \frac{1}{z_t^2} \varphi'(\xi) + \frac{z_t^2 - 1}{z_t^2} \psi'(\xi) \quad (28)$$

Sendo:

$$\varphi'(\xi) = \frac{3}{2\xi} \frac{(\sinh 2\xi - \sin 2\xi)}{(\cosh 2\xi - \cos 2\xi)} \quad (29)$$

$$\psi'(\xi) = \frac{1}{\xi} \frac{(\sinh \xi + \sin \xi)}{(\cosh \xi + \cos \xi)} \quad (30)$$

Se considerar apenas um fio na altura, a equação (28) toma a forma da equação (21). Pelos gráficos das Figuras 32, 33 e 34, onde se considera o fator  $K_R$  como função da quantidade de camadas  $k$  para um determinado  $\xi$ , nota-se que o fator de resistência dado pela equação (24) comporta-se como uma função exponencial que cresce com o aumento da camada  $k$ . Isto significa que as camadas superiores contribuem mais para as perdas adicionais do que as inferiores, principalmente quanto maior for o valor de  $\xi$ . Já o fator de indutância  $K_L$  não varia com a camada  $k$  e, portanto, não sofre alteração significativa nos exemplos considerados já que apresenta valor unitário.



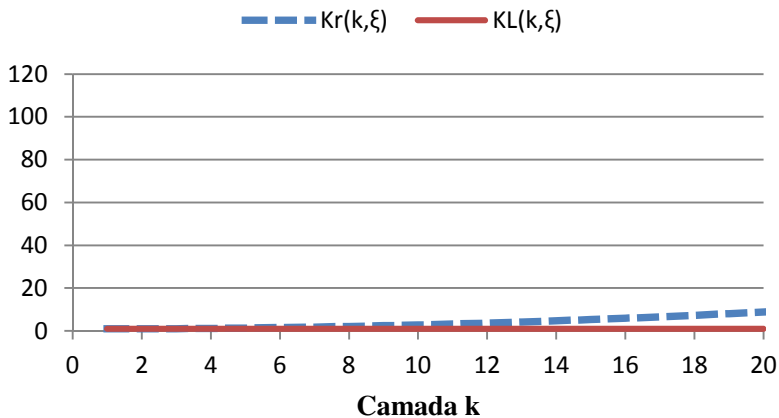


Figura 32 – Variação dos fatores  $K_R$  e  $K_L$  em função da camada  $k$  para  $\xi = 0,5$

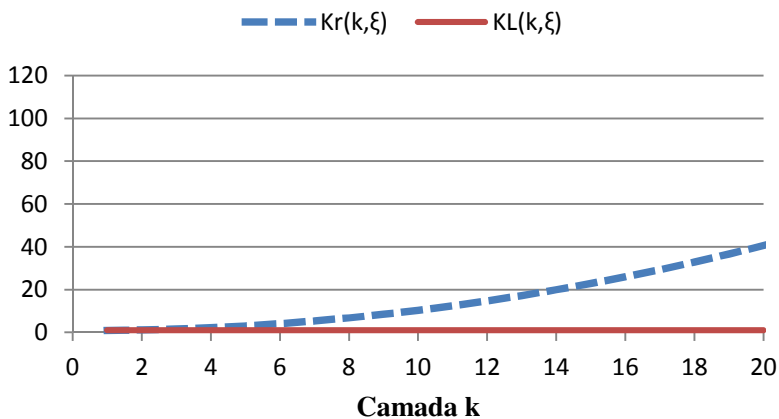
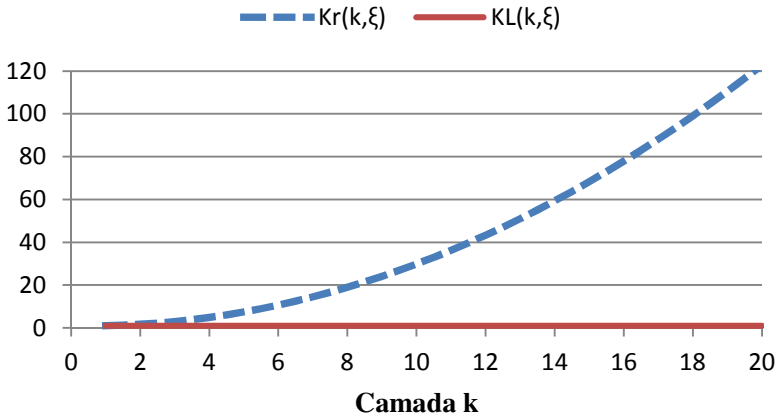


Figura 33 - Variação dos fatores  $K_R$  e  $K_L$  em função da camada  $k$  para  $\xi = 0,75$



**Figura 34 - Variação dos fatores  $K_R$  e  $K_L$  em função da camada  $k$  para  $\xi = 1$**

Logo, contempla-se apenas o fator da resistência para a análise. Considerando que a relação entre  $R_{CA}$  e  $R_{CC}$  é a equação apresentada em (27), tem-se:

$$R_{CA} \approx \left( 1 + \frac{z_t^2 - 0,2}{9} \xi^4 \right) R_{CC} \quad (31)$$

Por outro lado, a resistência intrínseca do fio é definida como:

$$R_{CC} = \frac{l}{\sigma_c A} = \frac{l}{\sigma_c h_c b_c} \quad (32)$$

$l$ : Comprimento do condutor [ $m$ ];

$A$ : Seção do condutor [ $m^2$ ];

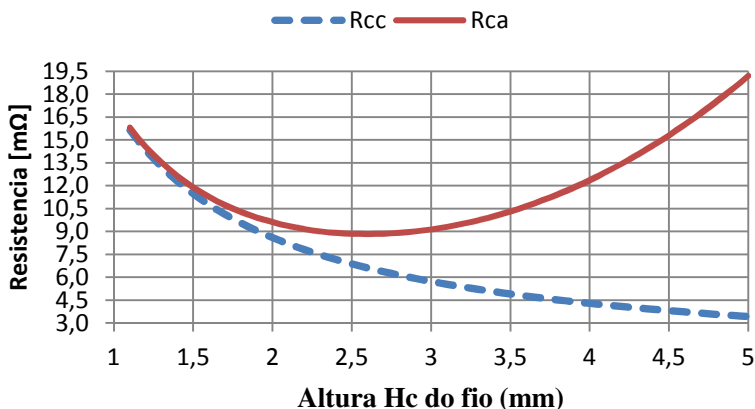
$h_c$ : Altura do condutor [ $m$ ];

$b_c$ : Largura do condutor [ $m$ ];

$\sigma_c$ : Condutividade elétrica do condutor [ $S/m$ ].

A partir de (32), percebe-se que com o aumento da altura  $h_c$  a resistência  $R_{CC}$  diminui. Em contrapartida, a resistência  $R_{CA}$  cresce com o aumento de  $h_c$ , pois eleva a variável  $\xi$  e consequentemente a resistência  $R_{CA}$  conforme equação 31. Logo, existe um ponto crítico  $h_c = h_{c,cr}$  no qual a resistência  $R_{ca}$  possui um valor mínimo. Acima do ponto crítico, as perdas adicionais aumentam com o acréscimo da altura do condutor.

Na Figura 35 tem-se um exemplo de um condutor de 700mm de comprimento composto por 20 fios de cobre na altura ligados em paralelo, imersos no vácuo, com condutividade elétrica do cobre a 20°C de  $5,81 \times 10^7$  S/m e permeabilidade magnética do ar de  $4\pi \times 10^{-7}$  H/m. A largura do fio é 14mm, a largura da ranhura é 15mm e a frequência é 60 Hz. Primeiramente, a partir da equação 32, calcula-se  $R_{CC}$  variando a altura  $h_c$  de 1mm a 5mm. Em seguida, a partir das equações 20 e 31, calcula-se  $R_{CA}$  também variando a altura  $h_c$  de 1mm a 5mm. Neste exemplo, a altura crítica do condutor é 2,6mm.



**Figura 35 - Resistência CA possui um valor mínimo na altura crítica do condutor**

Portanto o adensamento da corrente elétrica e o fator de aumento da resistência que cada fio está submetido são diferentes ao longo da altura do condutor. Este fato proporciona uma distribuição não homogênea da corrente e um acréscimo na parcela das perdas adicionais. Estas perdas se tornam significativas quanto maior for a corrente nominal da máquina.

Logo, uma análise prévia para definir a melhor configuração do enrolamento do estator se torna fundamental em máquinas de elevada potência principalmente para evitar que esta opere com sobreaquecimento. O sobreaquecimento em uma máquina é definido quando esta opera acima da classe de temperatura de projeto. Algumas consequências deste fato são:

- Redução do tempo de vida útil dos isolantes empregados no enrolamento de armadura devido ao aumento da resistência do isolante;
- Redução do tempo de vida útil dos mancais devido à redução da viscosidade da graxa dos mancais de rolamento ou do óleo para mancais de deslizamento;
- Redução do tempo de vida útil da máquina em geral.

Portanto, o cálculo das perdas adicionais introduzido pelo efeito pelicular requer conhecimento na distribuição de corrente. Um bom projeto permite um incremento no rendimento da máquina e, conseqüentemente, uma economia de energia.

### 3.3 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica pela Teoria de Circuitos

O método analítico em 3.2 se torna essencial para ranhuras retangulares onde se deseja realizar uma análise do adensamento de corrente através da seção transversal do condutor. Entretanto, para casos genéricos de ranhuras dos mais variados formatos com notável efeito de adensamento de corrente nos condutores, utiliza-se a teoria de circuitos elétricos. Uma barra composta por múltiplos fios pode ser considerada um circuito em paralelo onde cada caminho possui uma resistência e uma indutância associada conforme Figura 36.

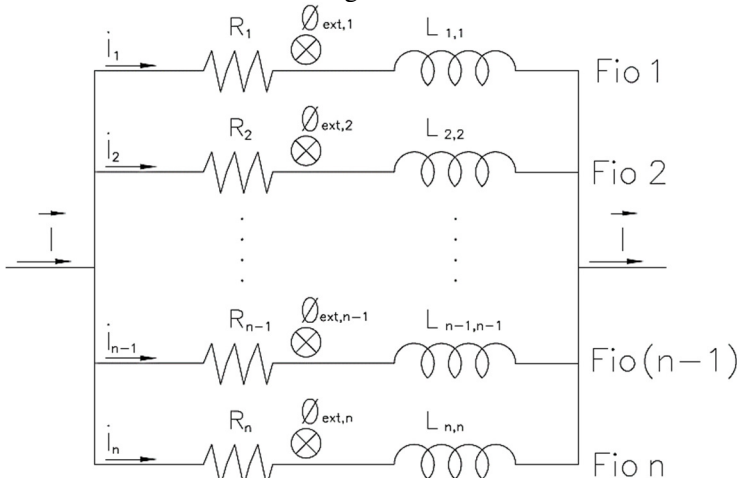


Figura 36 - Circuito de uma barra composto por  $n$  fios

De acordo com [14], como há uma distribuição de corrente não homogênea entre cada um dos  $n$  fios do circuito da Figura 36, há também uma tensão associada a cada fio que é diferente dos demais. Logo, a partir do circuito elétrico apresentado e considerando que além da indutância própria do fio haverá a influência das indutâncias mútuas relativas às correntes nos demais fios, determina-se a tensão em cada fio.

$$\begin{aligned}
 \underline{V}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{I}_k \\
 \underline{V}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{2,k} \underline{I}_k \\
 &\vdots \\
 \underline{V}_n &= R_n \underline{I}_n + j\omega \sum_{k=1}^n L_{n,k} \underline{I}_k
 \end{aligned} \tag{33}$$

Nas máquinas síncronas, o enrolamento de armadura sofre influência do fluxo externo proveniente do enrolamento de campo. Assim, em regime permanente, a lei de Faraday no domínio da frequência possui a seguinte forma para o circuito da Figura 36:

$$\begin{aligned}
 \underline{E}_1 &= -j\omega \Delta \underline{\Phi}_{ext,1} = \underline{V}_1 - \underline{V} \\
 \underline{E}_2 &= -j\omega \Delta \underline{\Phi}_{ext,2} = \underline{V}_2 - \underline{V} \\
 &\vdots \\
 \underline{E}_n &= -j\omega \Delta \underline{\Phi}_{ext,n} = \underline{V}_n - \underline{V}
 \end{aligned} \tag{34}$$

Onde:

$\underline{E}_n$ : Força eletromotriz gerada no  $n$ -ésimo fio [ $V$ ]

$\underline{\Phi}_{ext,n}$ : Fluxo no  $n$ -ésimo fio proveniente de uma fonte externa [ $Wb$ ]

$\underline{V}_n$ : Tensão no  $n$ -ésimo fio [ $V$ ]

$\underline{V}$ : Tensão ao longo da barra na região da ranhura [ $V$ ]

Segundo [14], como os fios que constituem a barra estão curto-circuitados nas extremidades, a diferença de potencial em cada fio estará relacionada ao fluxo magnético proveniente da fonte externa. Logo:

$$\begin{aligned}
\underline{V}_1 - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,1} \\
\underline{V}_2 - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,2} \\
&\vdots \\
\underline{V}_n - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,n}
\end{aligned} \tag{35}$$

Substituindo (33) em (35) para cada fio, tem-se:

$$\begin{aligned}
R_1 \underline{I}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{I}_k - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,1} \\
R_2 \underline{I}_2 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{2,k} \underline{I}_k - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,2} \\
&\vdots \\
R_n \underline{I}_n + j\omega \sum_{k=1}^n L_{n,k} \underline{I}_k - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,n}
\end{aligned} \tag{36}$$

Ainda de acordo com [14], a corrente em cada fio é composta pela corrente parasita  $\underline{i}_n$  responsável pelo adensamento não linear de corrente em cada fio e pela corrente nominal do condutor dividido pelo número de fios  $\frac{I}{N}$ , onde N é o número total de fios do circuito da Figura 36:

$$\underline{I}_n = \underline{i}_n + \frac{I}{N} \tag{37}$$

Aplicando (37) no equacionamento do fio de número um em (36), tem-se:

$$\begin{aligned}
R_1 \left( \underline{i}_1 + \frac{I}{N} \right) + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \left( \underline{i}_1 + \frac{I}{N} \right) - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,1} \quad \therefore \\
R_1 \underline{i}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,1} - R_1 \frac{I}{N} - j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \frac{I}{N}
\end{aligned} \tag{38}$$

O último termo da equação (38) é o fluxo magnético gerado pelo fio um quando a corrente  $\frac{I}{N}$  percorre o mesmo. Esta componente é definida como o fluxo magnético interno do fio um e expresso da seguinte forma:

$$\underline{\Phi}_{int,1} = \sum_{k=1}^n L_{1,k} \frac{I}{N} \quad (39)$$

Substituindo (39) em (38), tem-se:

$$\begin{aligned} R_1 \underline{i}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega \underline{\Phi}_{ext,1} - R_1 \frac{I}{N} - j\omega \underline{\Phi}_{int,1} \quad \therefore \\ R_1 \underline{i}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega (\underline{\Phi}_{ext,1} + \underline{\Phi}_{int,1}) - R_1 \frac{I}{N} \end{aligned} \quad (40)$$

Desta maneira, obtém-se o equacionamento para determinar a corrente parasita no fio um e, conseqüentemente, nos demais fios que compõe o circuito da Figura 36.

A última equação necessária para completar o sistema de equações refere-se a lei de conservação da corrente. A soma das correntes parasitas em toda a barra é nula. Logo:

$$\sum_{k=1}^n \underline{i}_k = 0 \quad (41)$$

Assim, o sistema de equações com a corrente parasita como variável desconhecida é obtida.

$$\begin{aligned} R_1 \underline{i}_1 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{1,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega (\underline{\Phi}_{ext,1} + \underline{\Phi}_{int,1}) - R_1 \frac{I}{N} \\ R_2 \underline{i}_2 + j\omega \sum_{k=1}^n L_{2,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega (\underline{\Phi}_{ext,2} + \underline{\Phi}_{int,2}) - R_2 \frac{I}{N} \\ &\vdots \\ R_n \underline{i}_n + j\omega \sum_{k=1}^n L_{n,k} \underline{i}_k - \underline{V} &= -j\omega (\underline{\Phi}_{ext,n} + \underline{\Phi}_{int,n}) - R_n \frac{I}{N} \\ \sum_{k=1}^n \underline{i}_k &= 0 \end{aligned} \quad (42)$$

Portanto, resolvendo o sistema de equações apresentado em (42), determina-se a magnitude e fase da corrente parasita em cada fio que compõe o circuito apresentado na Figura 36.

### 3.4 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica em Enrolamentos de Dupla Camada

Em enrolamentos de dupla camada, como apresentado na Figura 16, o fluxo magnético gerado pela bobina inferior enlaça os condutores da bobina superior. Ao suceder este fenômeno, ocorre um acoplamento magnético entre as bobinas que influenciará na distribuição de corrente da bobina superior.

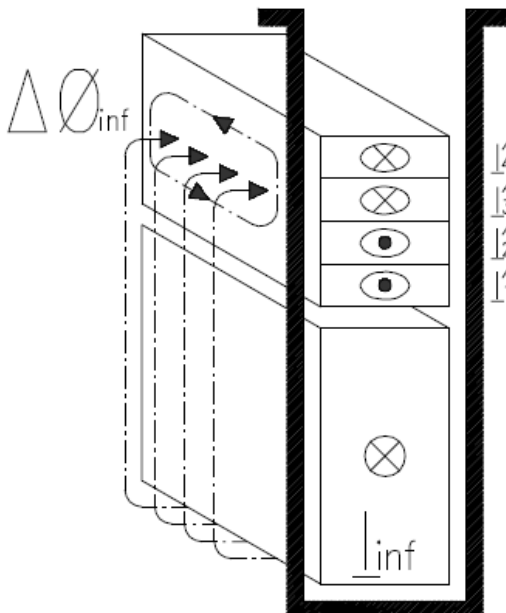
Segundo [13] e [15], com base na lei da indução de Faraday definida em (4) na sua forma integral ou em (43) na sua forma local, uma variação temporal de indução magnética é capaz de criar um campo elétrico induzido. Se um condutor está inserido em um meio onde há uma indução magnética variável no tempo, conforme equação (6), haverá uma corrente induzida percorrendo este condutor.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (43)$$

O sinal negativo da equação (43) é explicado pela lei de Lenz. Esta lei estabelece que o sentido da corrente induzida gera um campo magnético oposto a variação do fluxo magnético que lhe deu origem. Ou seja, havendo redução do fluxo magnético, a corrente induzida gerará um campo magnético de mesmo sentido do fluxo magnético que a gerou. Por outro lado, ocorrendo um aumento do fluxo magnético, a corrente induzida gerará um campo magnético oposto ao sentido do fluxo magnético que a criou.

A Figura 37 apresenta um exemplo onde  $I_{inf}$  é a corrente que percorre a bobina inferior, que neste caso está entrando no plano da folha, e  $I'_1$ ,  $I'_2$ ,  $I'_3$  e  $I'_4$  são as correntes induzidas que percorrem os condutores da bobina superior. A corrente induzida é uma corrente parasita situada dentro do circuito da bobina superior quando as pontas estão curto-circuitados. Quando o fluxo magnético variável no tempo gerado pela corrente da bobina inferior atravessa a bobina superior, uma corrente é induzida na bobina superior com um padrão de simetria em relação a linha central da bobina superior.





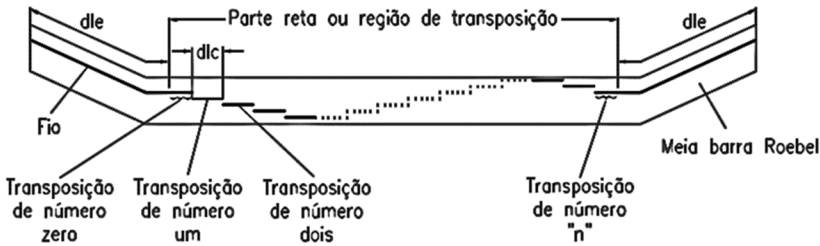
**Figura 37 - Enlace de fluxo em enrolamentos de dupla camada (Fonte: Pyrhönen)**

Se considerarmos que a bobina superior é percorrida por uma corrente total de mesmo sentido da corrente na bobina inferior, então a parcela da corrente total que percorre os condutores 1 e 2 serão subtraídas da corrente parasita  $I'_1$  e  $I'_2$  e a parcela da corrente total que percorre os condutores 3 e 4 serão adicionados à corrente parasita  $I'_3$  e  $I'_4$ . Entretanto, e com base na lei de Lenz, esta lógica sofre alterações ao longo do tempo devido a variação do fluxo magnético gerado pela corrente da bobina inferior. Por isso, e dependendo do ângulo de defasagem entre a corrente da bobina superior em relação a bobina inferior e o sentido das correntes, haverá uma significativa distribuição não homogênea de corrente principalmente nos condutores da bobina superior.

### **3.5 Estudo do Adensamento de Corrente Elétrica aplicando a Transposição dos Fios**

A corrente parasita gera perdas significativas em máquinas de elevada potência. Para reduzir as perdas geradas por esta parcela da corrente aplica-se a transposição dos fios ao longo da parte reta da barra. Para equacionar o efeito da transposição dos fios utiliza-se o modelo

analítico de uma barra Roebel com  $360^\circ$  de transposição na parte reta. Na Figura 38 o fio é representado pela linha escura e a transposição ocorre na região do fio que está dentro da ranhura. O comprimento do fio na região externa à parte reta é  $dl_e$  e o passo de transposição do fio na parte reta é  $dl_c$ . A cada passo de transposição o fio se encontrará em uma posição diferente da posição anterior. A linha sólida pertence à coluna frontal e a linha pontilhada à coluna posterior, assumindo que haverá dois fios adjacentes. A compreensão da explicação pode ser facilitada visualizando as Figuras 18 a 22.



**Figura 38 - Modelo analítico da barra com transposição dos fios**

Como base no equacionamento realizado no item 3.3 e no modelo analítico exposto, o efeito da redução da corrente parasita é posto em prática aplicando a lei de Ohm na forma matricial:

$$[Z][I] = [V] \quad (44)$$

Onde:

$[Z]$ : Matriz impedância  $[\Omega]$ ;

$[I]$ : Vetor corrente  $[A]$ ;

$[V]$ : Vetor tensão ou enlace de fluxo entre fios  $[V]$ .

Conforme [14], a análise de corrente na barra se resume à resolução da equação (44), que está relacionada ao sistema de equações apresentado em (42). O vetor  $[V]$  inclui o acoplamento magnético entre a barra superior e inferior na mesma ranhura. Para efeito de cálculo, considera-se que a variação do acoplamento magnético entre as duas barras na mesma ranhura em enrolamentos de dupla camada é pequena e, portanto, a equação é resolvida independentemente para a barra superior e inferior. Logo, ajustando o sistema de equações em (42) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} & -1 \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \vdots & Z_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\omega(\Phi_{ex1} + \Phi_{in1}) - R_1 \frac{I}{N} \\ -j\omega(\Phi_{ex2} + \Phi_{in2}) - R_2 \frac{I}{N} \\ \vdots \\ -j\omega(\Phi_{exn} + \Phi_{inn}) - R_n \frac{I}{N} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Isolando o vetor das correntes para determinar a corrente parasita em cada fio, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} & -1 \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \vdots & Z_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -j\omega(\Phi_{ex1} + \Phi_{in1}) - R_1 \frac{I}{N} \\ -j\omega(\Phi_{ex2} + \Phi_{in2}) - R_2 \frac{I}{N} \\ \vdots \\ -j\omega(\Phi_{exn} + \Phi_{inn}) - R_n \frac{I}{N} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

As resistências  $R_1, R_2, \dots, R_n$  são as resistências em corrente contínua que serão iguais para todos os fios e determinadas a partir de (32). Assim, a matriz  $[Z]$  e o vetor  $[V]$  são definidos como sendo:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} & -1 \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \vdots & Z_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$= \begin{bmatrix} R_{cc} + j\omega L_{11} & j\omega L_{12} & \dots & j\omega L_{1n} & -1 \\ j\omega L_{21} & R_{cc} + j\omega L_{22} & \dots & j\omega L_{2n} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ j\omega L_{n1} & j\omega L_{n2} & \vdots & R_{cc} + j\omega L_{nn} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{V\} = \begin{bmatrix} -j\omega(\Phi_{ex1} + \Phi_{in1}) - R_{cc} \frac{I}{N} \\ -j\omega(\Phi_{ex2} + \Phi_{in2}) - R_{cc} \frac{I}{N} \\ \vdots \\ -j\omega(\Phi_{exn} + \Phi_{inn}) - R_{cc} \frac{I}{N} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Para simular a transposição dos fios ao longo da parte reta da barra permuta-se a matriz impedância  $[Z]$  e o vetor  $[V]$  aplicando a matriz permutação. A matriz permutação possui dimensão  $n \times n$  e é dada por:

$$[P] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 1 & \dots & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Multiplicando a matriz impedância  $[Z]$  pela matriz permutação  $[P]$  e sua transposta  $[P]^T$ , move-se o fio um da posição um para a posição dois, o fio dois da posição dois para a posição três, e assim sucessivamente até completar a transposição. Desta forma, tem-se:

$$\begin{aligned} [Z_1] &= [P] \cdot [Z] \cdot [P]^T \\ [Z_2] &= [P] \cdot [Z_1] \cdot [P]^T \\ &\vdots \\ [Z_n] &= [P] \cdot [Z_{n-1}] \cdot [P]^T \end{aligned} \quad (50)$$

A permutação da matriz impedância base  $[Z]$  multiplicada pela transposta  $[P]^T$  leva ao cálculo da matriz impedância  $[Z_1]$ . A permutação da matriz impedância  $[Z_1]$  multiplicada pela transposta  $[P]^T$  resulta na matriz impedância  $[Z_2]$  e assim sucessivamente. Elas representam a matriz impedância em cada passo de transposição da barra.

A matriz impedância final  $[Z_{Final}]$  é composta pela impedância do fio por unidade de comprimento nas regiões extremas  $[Ze]$  e na região da parte reta  $[Z_n]$ . Para as regiões extremas, considera-se uma impedância equivalente para todo o comprimento  $dl_e$ . Já na região da parte reta, cada posição do fio ao longo do comprimento terá uma determinada impedância dada pela equação (50). Ou seja, a matriz impedância  $[Z_1]$  estará associada a transposição de número um conforme Figura 38, a matriz impedância  $[Z_2]$  estará associada a transposição de número dois e assim sucessivamente. Cada uma das matrizes será multiplicada pelo passo de transposição definido como  $dl_e$  para as regiões extremas e  $dl_c$  para a região da parte reta. A exceção ocorre para a transposição de posição zero associada à matriz impedância base  $[Z]$  e para a transposição de posição  $n$  que serão multiplicadas por  $\frac{dl_c}{2}$  já que nestas duas posições considera-se que o passo de transposição será a metade das demais. Desta forma, determina-se a matriz impedância final conforme equação (51).

$$[Z_{Final}] = dl_e [Ze] + \frac{dl_c}{2} [Z] + dl_c [Z_1] + \dots + \frac{dl_c}{2} [Z_n] + dl_e [Ze] \quad (51)$$

O vetor  $[V]$  também é permutado conforme equação (52).

$$\begin{aligned} [V_1] &= [P] \cdot [V] \\ [V_2] &= [P] \cdot [V_1] \\ &\vdots \\ [V_n] &= [P] \cdot [V_{n-1}] \end{aligned} \quad (52)$$

Da mesma forma aplicada para a matriz impedância final, o vetor final também será multiplicado pelo passo de transposição conforme equação (53).

$$[V_{Final}] = dl_e [V_e] + \frac{dl_c}{2} [V] + dl_c [V_1] + \dots + \frac{dl_c}{2} [V_n] \quad (53)$$

$$+ dl_e [V_e]$$

Desta forma o equacionamento matricial apresentado na equação (46) torna-se completo e a magnitude e fase da corrente parasita em cada fio após a transposição é obtida.

Neste estudo, a matriz impedância associada as regiões extremas  $[Z_e]$  da Figura 38, bem como o vetor  $[V_e]$ , não serão considerados, pois o foco desse estudo é a região da parte reta onde o efeito de adensamento não homogêneo da corrente elétrica é mais pronunciado.

## 4. Análise do Efeito de Adensamento de Corrente Elétrica

### 4.1 Introdução

Este capítulo descreve os modelos analítico e numérico desenvolvidos para calcular o adensamento de corrente elétrica nos fios das bobinas e das barras. Devido ao modelo implementado no estudo, a partir desta etapa, as bobinas serão nomeadas de barras sem transposição de fios e as barras Roebel serão designadas como as barras com transposição de fios. Nos casos em que se menciona apenas barras, significa que o estudo será realizado para ambos os casos. O modelo analítico foi desenvolvido no programa Matlab e as simulações numéricas foram realizadas no programa Maxwell.

A análise é dividida em duas etapas. Na primeira etapa, considera-se duas barras sem transposição dentro da ranhura simulando um enrolamento de dupla camada comumente empregado em máquinas elétricas de média tensão. Na segunda etapa é considerado a mesma situação, porém com os fios transpostos na região da parte reta para simular a barra Roebel com transposição de 360°.

Nas duas etapas aplica-se uma corrente alternada em cada barra com valor de pico de 300A em 60Hz. Considera-se que o fluxo magnético na região da chapa será gerado apenas pela corrente que percorre os fios, ou seja, não haverá contribuição do fluxo externo proveniente do enrolamento de campo como apresentado na equação (42). Logo:

$$\Phi_{ex n} + \Phi_{in n} = \Phi_{in n} = \sum_{k=1}^n L_{n,k} \cdot \frac{I}{N} \quad (54)$$

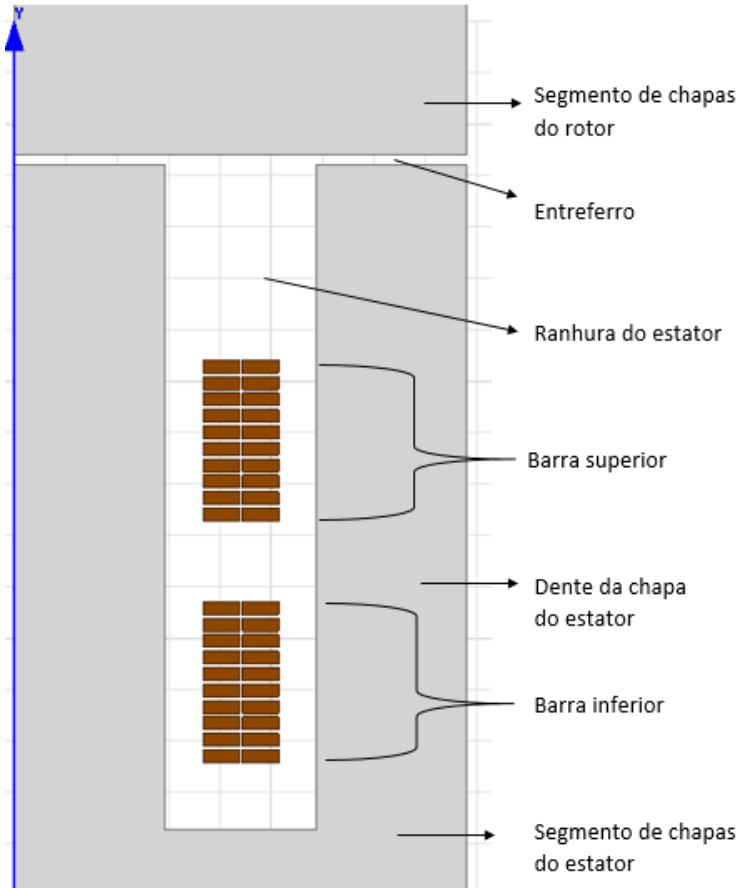
O intuito é simular um enrolamento de dupla camada, calcular a corrente em cada fio nas duas situações, verificar o adensamento de corrente presente nas barras e comparar os modelos desenvolvidos.

## 4.2 Análise da Barra Sem Transposição

### 4.2.1 Definições de Projeto

A Figura 39 apresenta o modelo desenvolvido para o estudo. Ele é composto por um pacote de segmento de chapas de aço silício constituído por uma ranhura e dois dentes que representa o estator, um pacote de segmento de chapas de aço silício representando o rotor e duas barras. Considera-se que cada barra possui uma espira composta por 20 fios em

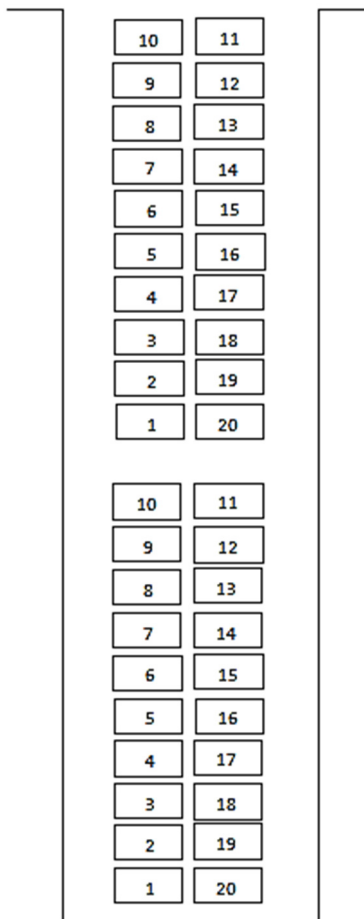
paralelo, sendo dois fios na base e dez na altura. Todos os fios estão curto-circuitados nas extremidades.



**Figura 39 - Modelo desenvolvido para o estudo**

A numeração de cada fio adotado como base é apresentada na Figura 40.





**Figura 40 - Numeração dos fios de cada barra.**

Como forma de simplificar o modelo da Figura 39 e adequar o mesmo ao estudo em elementos finitos, o espaço destinado à cunha de fechamento da ranhura, os isolantes entre camadas e os isolantes da bobina foram alterados por ar, pois a permeabilidade magnética destes materiais é muito próxima ao do ar.

Um bom projeto eletromagnético possui densidade de corrente eficaz no condutor na faixa de 2 a 4  $\frac{A}{mm^2}$ . Desta forma, é possível determinar a seção transversal mínima do condutor da barra.

$$A_{Cobre} = \frac{I_{Eficaz}}{J} = \frac{\frac{300A}{\sqrt{2}}}{3 \frac{A}{mm^2}} \cong 71mm^2 \quad (55)$$

Para atingir o critério acima e utilizar materiais disponíveis para realização do experimento prático, usou-se fios com as seguintes dimensões:

**Tabela 1- Dimensões do fio**

Largura do fio ( $b_{c0}$ )	3,55 mm
Altura do fio ( $h_{c0}$ )	1,25 mm
Número de fios por bobina (N)	20

Assim, a densidade de corrente é determinada.

$$J = \frac{I_{Eficaz}}{A_{Cobre}} = \frac{\frac{300A}{\sqrt{2}}}{20 \cdot 3,55mm \cdot 1,25mm} \approx 2,4 \frac{A}{mm^2} \quad (56)$$

Com base nas dimensões da bobina isolada definidas no projeto do modelo, define-se a altura e largura da ranhura.

**Tabela 2 - Dimensões da ranhura**

Formato da ranhura	Retangular
Altura da ranhura ( $h_{ranhura}$ )	58,2mm
Largura da ranhura (b)	14,7mm

A largura do dente e a altura da coroa do segmento de chapas do estator foram definidas de forma a evitar saturação. Desta forma, tem-se:

$$b_{dente} = b = 14,7 \text{ mm} \quad (57)$$

$$h_{coroa} = 112,8 \text{ mm} \quad (58)$$

Para definir as dimensões da seção transversal do rotor, levou-se em consideração a largura do segmento de chapas do estator. Assim, definiu-se uma forma quadrada com as seguintes dimensões:

$$b_{rotor} = h_{rotor} = 44,1mm \quad (59)$$

O comprimento do pacote de segmento de chapas do estator e do rotor definido para o projeto é de 700mm e o entreferro é de 1mm. Ambas as extremidades das barras são curto-circuitadas.

#### 4.2.2 Estudo Analítico

Com as dimensões dos fios e da ranhura definidos nas Tabelas 1 e 2 respectivamente, pode-se determinar o fator de aumento da resistência de cada camada de fios da barra. Considerando o cobre eletrolítico a 20°C e aplicando a equação (20) para dois fios adjacentes, tem-se:

$$\xi = 1,25 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5,81 \cdot 10^7 \cdot \frac{2 \cdot 3,55}{14,7}} \quad (60)$$

$$= 0,102$$

Empregando as equações (24), (25) e (26) calcula-se o fator de aumento da resistência para cada camada da bobina. Os dados são apresentados na Tabela 3. Tanto a barra inferior quanto a superior possuem fios de mesma dimensão e estão inseridas na mesma ranhura. Logo, considera-se que o fator  $K_R$  de cada camada da barra inferior é igual à respectiva camada da barra superior.

**Tabela 3 - Fator de aumento da resistência**

Camada	Fios	$K_R$
1	1 e 20	1,0000096
2	2 e 19	1,0000818
3	3 e 18	1,0002261
4	4 e 17	1,0004426
5	5 e 16	1,0007312
6	6 e 15	1,0010920
7	7 e 14	1,0015250
8	8 e 13	1,0020302
9	9 e 12	1,0026074
10	10 e 11	1,0032569

Por resultar em valores de  $K_R$  muito próximos à unidade, conclui-se que não haverá aumento expressivo da resistência devido, principalmente, à altura do fio utilizado. Além disso, é possível concluir previamente que o fator de aumento da resistência não terá grande influência na distribuição de corrente entre os fios das bobinas.

O cálculo da corrente em cada fio será efetuado com base na teoria de circuitos apresentada no capítulo 3. O método consiste em resolver o equacionamento matricial apresentado em (46) para determinar a corrente parasita presente em cada fio.

A matriz impedância  $[Z]$  é constituída pela resistência intrínseca de cada fio e sua reatância. Uma vez que todos os fios terão a mesma seção transversal e o mesmo comprimento, a partir da equação (32) determina-se a resistência de cada fio.

$$R_{CC} = \frac{l}{\sigma h_c b_c} = \frac{700mm}{6,17 \cdot 10^7 \frac{10^{-3}}{\Omega mm} \cdot 1,25mm * 3,55mm} \quad (61)$$

$$R_{CC} = 2,557m\Omega$$

Assim, a matriz  $[R]$  será uma matriz diagonal com a seguinte forma:

$$[R] = \begin{bmatrix} R_{CC} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{CC} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{CC} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_{CC} \end{bmatrix} \quad (62)$$

Devido a não linearidade do núcleo magnético e a complexidade da geometria, é inviável utilizar as formulas clássicas para obter os valores de indutâncias próprias e mútuas entre fios. Através da modelagem em elementos finitos é possível reduzir as simplificações e obter um modelo mais fiel ao modelo físico permitindo, desta forma, obter os valores de indutâncias. Neste trabalho, as indutâncias próprias e mútuas são obtidas diretamente do estudo numérico realizado pelo programa Maxwell e a matriz de indutâncias  $[L]$  terá a seguinte forma:

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \dots & L_{120} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \dots & L_{220} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \dots & L_{320} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{201} & L_{202} & L_{203} & \dots & L_{2020} \end{bmatrix} \quad (63)$$

Em posse das matrizes  $[R]$  e  $[L]$ , encontra-se a matriz impedância  $[Z]$  conforme (64).

$$[Z] = \begin{bmatrix} R_{CC} + j\omega L_{11} & j\omega L_{12} & \dots & j\omega L_{1n} & -1 \\ j\omega L_{21} & R_{CC} + j\omega L_{22} & \dots & j\omega L_{2n} & -1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ j\omega L_{201} & j\omega L_{202} & \vdots & R_{CC} + j\omega L_{2020} & -1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (64)$$

Já o vetor  $\{V\}$  é determinado pela equação (61) e pelos valores do fluxo magnético interno obtidos pela simulação numérica no programa Maxwell. Logo:

$$R_{CC} \cdot \frac{I}{N} = 2,557m\Omega \cdot \frac{300A}{20} = 0,0384V \quad (65)$$

E, portanto:

$$[V] = \begin{bmatrix} -j\omega\Phi_{in\ 1} - 0,0384 \\ -j\omega\Phi_{in\ 2} - 0,0384 \\ \vdots \\ -j\omega\Phi_{in\ n} - 0,0384 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (66)$$

Por fim, através da equação (46) determina-se a corrente parasita em cada fio.

Os estudos apresentados nos próximos itens estarão relacionados ao enrolamento de dupla camada e serão realizados em três etapas:

- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude, frequência e fase;
- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude e frequência, mas defasadas de  $+120^\circ$ ;
- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude e frequência, mas defasadas de  $-120^\circ$ .

O intuito é verificar a influência da fase na distribuição da corrente uma vez que estas situações ocorrem em máquinas elétricas trifásicas.

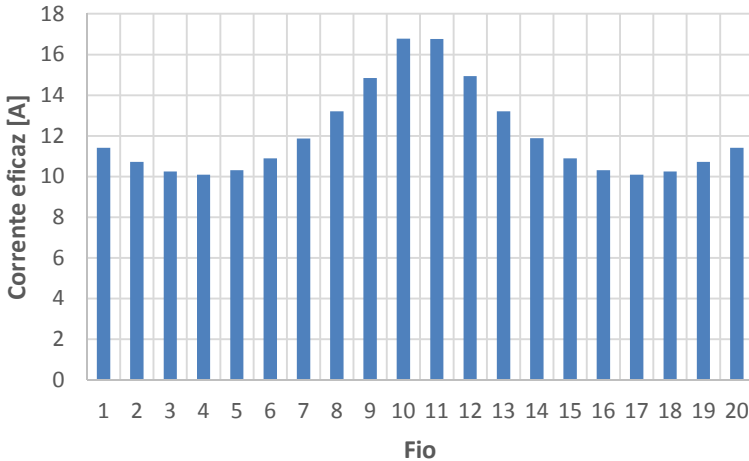
#### 4.2.2.1 Alimentação das barras por corrente com fases iguais

As barras são alimentadas por correntes de mesma amplitude e fase, conforme equações a seguir.

$$I_{barra\_inf} = 300 \sin(\omega t) \quad (67)$$

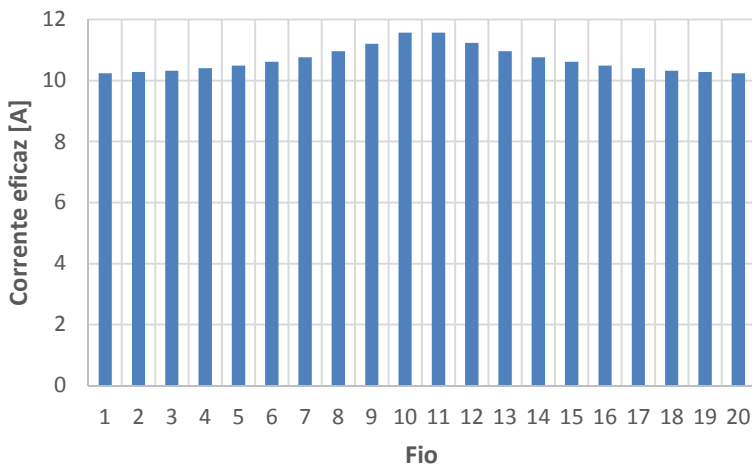
$$I_{barra\_sup} = 300 \sin(\omega t) \quad (68)$$

Para equacionar o problema analiticamente e solucionar em termos da corrente parasita conforme apresentado em (46), utilizou-se a rotina de cálculo presente no Apêndice A. Os valores obtidos para a barra superior são apresentados na Tabela 4 no Apêndice B e na Figura 41. Percebe-se que há uma distribuição não homogênea da corrente, sendo que a maior parcela de corrente percorre os fios de número 10 e 11.



**Figura 41 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior**

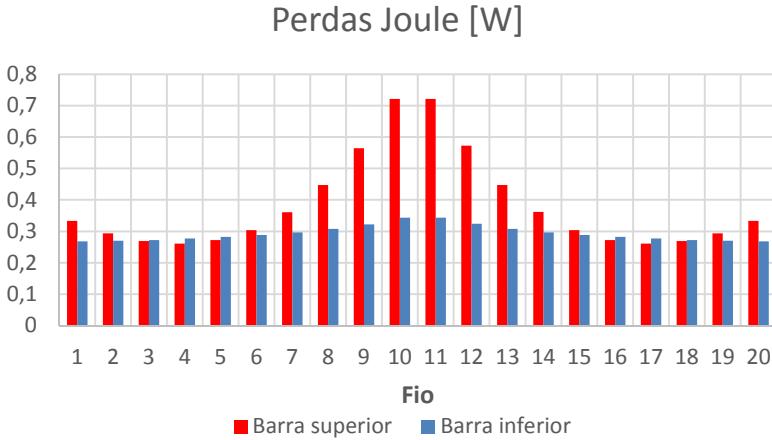
Para a barra inferior, os dados estão na Tabela 5 no Apêndice B e Figura 42. Assim como na barra superior, há uma distribuição não homogênea da corrente, porém não tão acentuada. A maior parcela de corrente percorre os fios 10 e 11.



**Figura 42 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior**

Para determinar as perdas Joule em cada fio, considera-se o fator de aumento da resistência apresentado na Tabela 3. Pelo pequeno valor de  $K_r$  em cada camada nota-se que as dimensões do fio utilizado são ideais para reduzir o efeito pelicular interno. Assim, com base na equação (69) e nas Tabelas 4 e 5 do Apêndice B, determinam-se as perdas Joule da barra superior e inferior para cada fio conforme Figura 43.

$$Perdas_{fio n} = K_{R,n} R_{CC} I_n^2 \quad (69)$$



**Figura 43 - Perdas Joule**

Nota-se que o comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.

#### 4.2.2.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

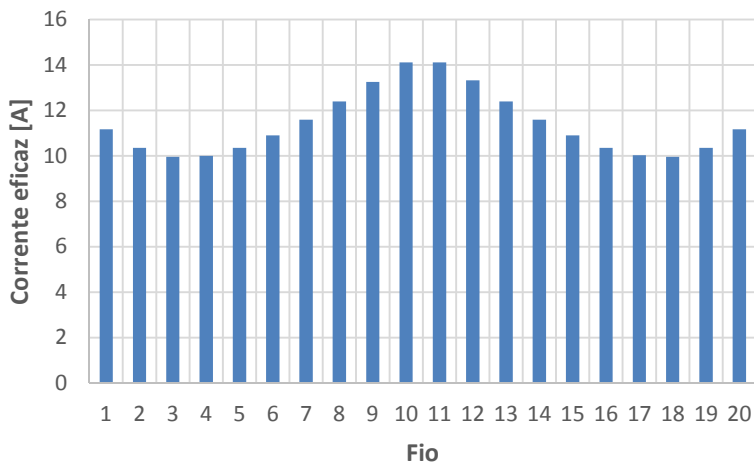
As barras são alimentadas por correntes de mesma amplitude e fases diferentes, conforme abaixo.

$$I_{barra\_inf} = 300 \sin(\omega t) \quad (70)$$

$$I_{barra\_sup} = 300 \sin(\omega t + 120^\circ) \quad (71)$$

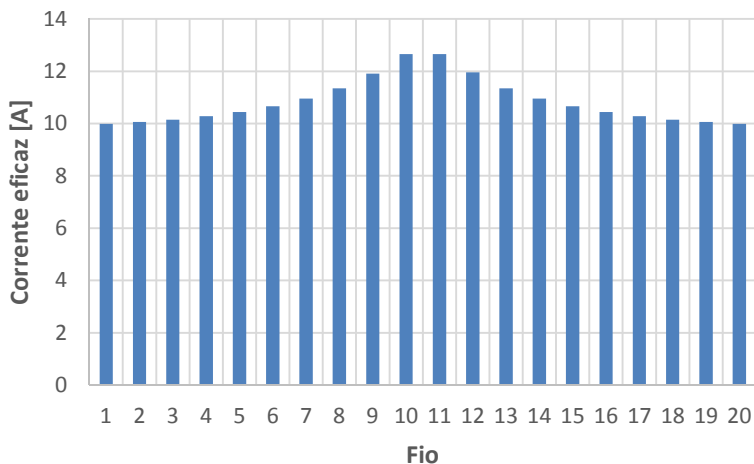
Os valores obtidos para a barra superior, os dados estão na Tabela 6 e Figura 44. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.





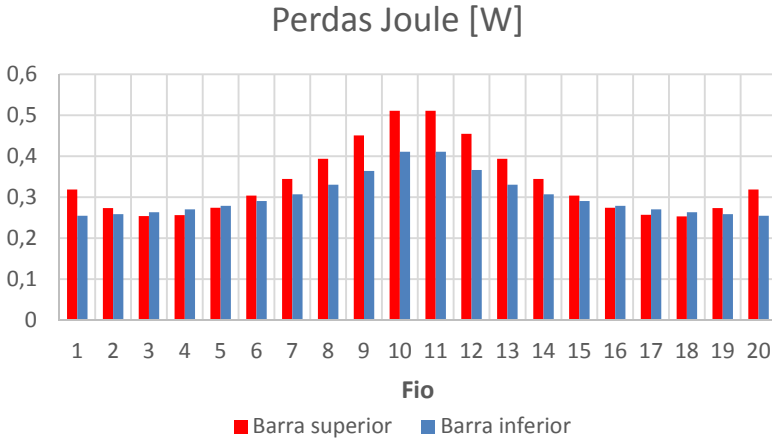
**Figura 44 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior**

Já os valores obtidos para a barra inferior são apresentados na Tabela 7 no Apêndice B e na Figura 45. Verifica-se que a magnitude da corrente é maior também nos fios de número 10 e 11.



**Figura 45 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior**

Com base na equação (69) e nas Tabelas 6 e 7 do Apêndice B, determinam-se as perdas Joule da barra superior e inferior conforme Figura 46.



**Figura 46 - Perdas Joule**

Nota-se, novamente, que o comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.

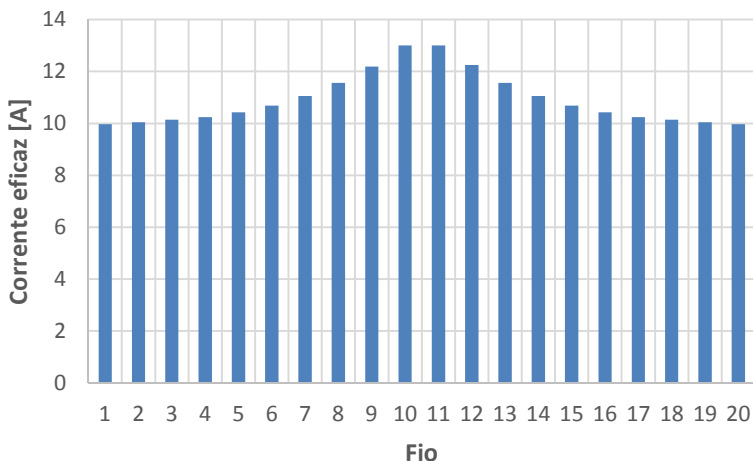
#### 4.2.2.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$

As barras são alimentadas por correntes de mesma amplitude e fases diferentes, conforme abaixo.

$$I_{barra\_inf} = 300 \sin(\omega t) \quad (72)$$

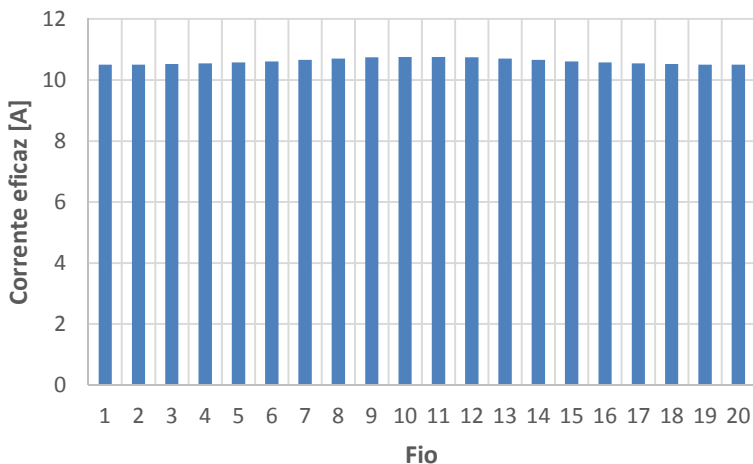
$$I_{barra\_sup} = 300 \sin(\omega t - 120^\circ) \quad (73)$$

Os valores obtidos para a barra superior, os dados estão na Tabela 8 e Figura 47. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



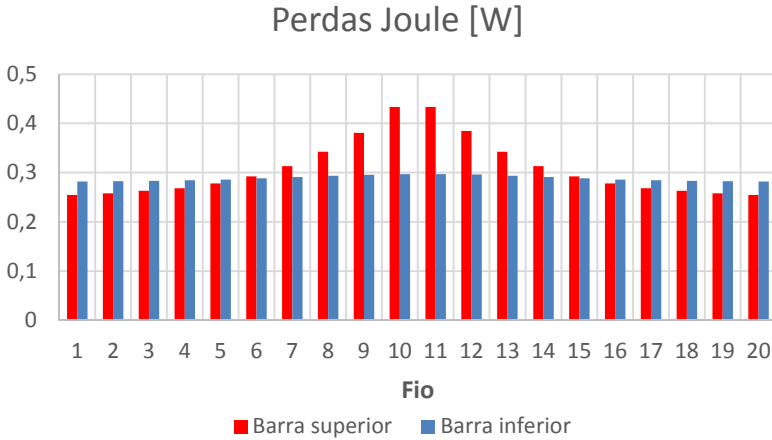
**Figura 47 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior**

Os valores obtidos para a barra inferior são apresentados na Tabela 9 no Apêndice B e na Figura 48. Verifica-se que a magnitude da corrente é maior também nos fios de número 10 e 11.



**Figura 48 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior**

As perdas Joule da barra superior e inferior são apresentadas na Figura 49 com base na equação (69) e nas Tabelas 8 e 9 do Apêndice B.



**Figura 49 - Perdas Joule**

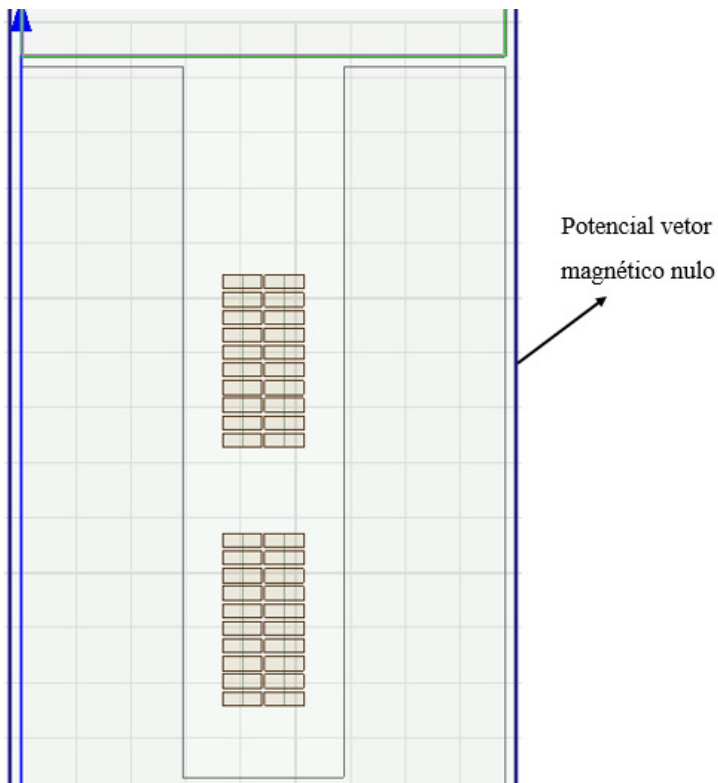
Nota-se que o comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.

#### 4.2.3 Estudo Numérico

O estudo numérico foi desenvolvido no programa Maxwell com base no modelo apresentado na Figura 39. O modo transiente 2D foi o escolhido, pois o foco é a região da barra dentro da ranhura. As características de cada material foram definidas de acordo com os materiais utilizados na fabricação das máquinas elétricas na empresa WEG Equipamentos Elétricos S.A, ou seja:

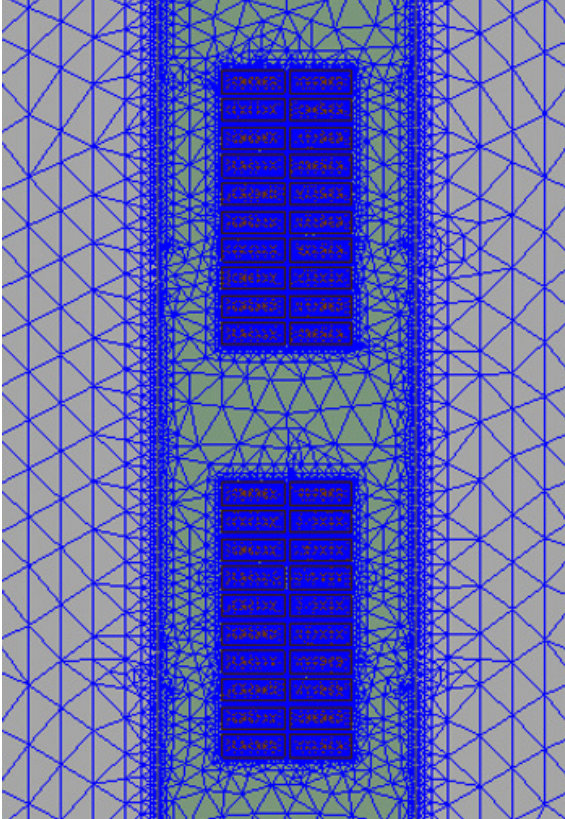
- Chapa de aço silício de grãos não orientados cujas perdas a 1,0T em 50Hz é de  $1,68 \text{ W/Kg}$ ;
- Cobre eletrolítico com condutividade elétrica de  $5,8 \times 10^7 \text{ S/m}$ .

As dimensões das chapas e dos fios condizem com o especificado em 4.2.1. A condição de contorno utilizada foi o potencial vetor magnético nulo nas extremidades das chapas, conforme apresentado na Figura 50. Desta forma, considera-se que o fluxo está confinado dentro da chapa.



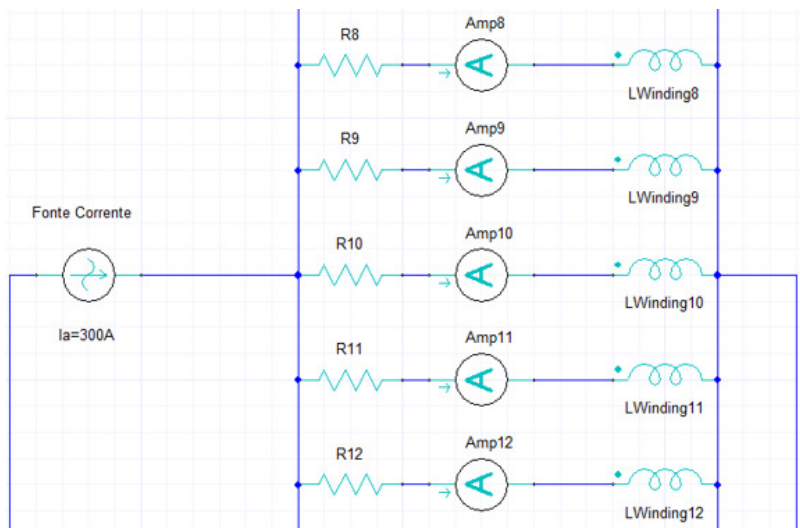
**Figura 50 - Condição de contorno**

A malha utilizada considerou o operando “On Selection” para produzir uma malha focada no efeito de adensamento de corrente. O resultado é apresentado na Figura 51.

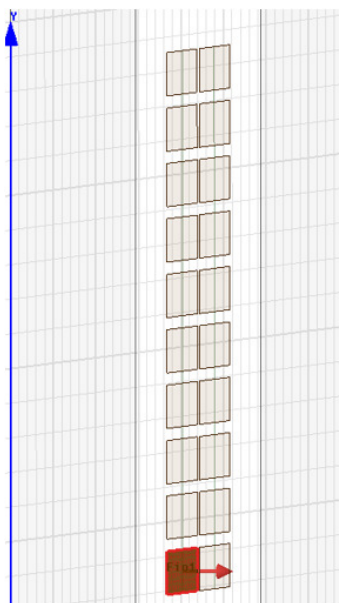


**Figura 51 - Malha do modelo numérico**

O circuito externo foi utilizado para definir a excitação do modelo. Cada fio é definido por uma resistência e uma indutância associada cuja numeração é a mesma da apresentada na Figura 40. O valor da resistência é definido com base nas dimensões e no comprimento do fio de cobre. Cada barra possui um circuito elétrico independente, ou seja, com uma fonte de corrente dedicada. Esta configuração permite defasar a corrente de entrada para cada barra e simular as condições desejadas. A Figura 52 apresenta uma parte do circuito externo utilizado e a Figura 53 o sentido da corrente adotado.



**Figura 52 - Circuito externo**



**Figura 53 - Sentido da corrente definido na excitação**

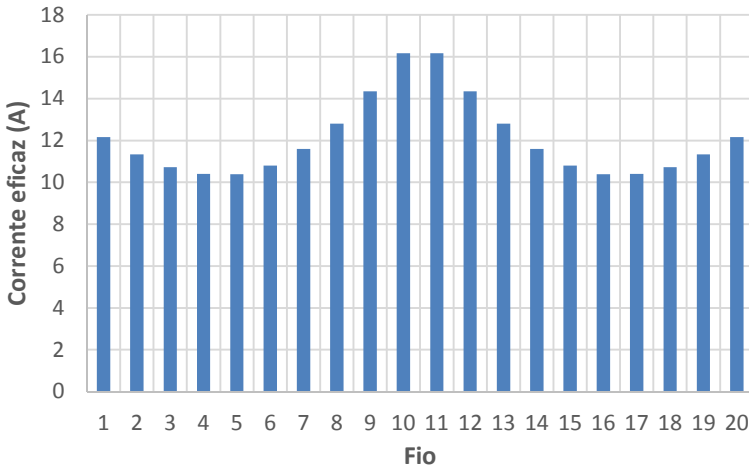
Apresenta-se a seguir os resultados das simulações considerando as mesmas condições definidas em 4.2.2, ou seja:

- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude, frequência e fase;
- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude e frequência, mas defasadas de  $+120^\circ$ ;
- Barra inferior e superior sendo alimentadas por correntes com a mesma amplitude e frequência, mas defasadas de  $-120^\circ$ .

#### 4.2.3.1 Alimentação das barras por corrente com fases iguais

O estudo analítico realizado no item 4.2.2.1, porém abordado por uma análise numérica baseada na Figura 39, apresenta os valores a seguir. Como o foco é a região da barra dentro da ranhura, utilizou-se o modelo em duas dimensões para simplificar a análise numérica.

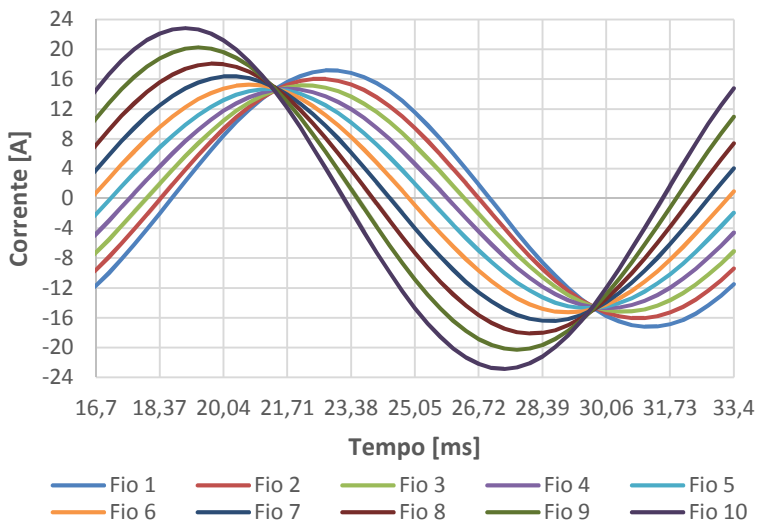
A Tabela 10 do Apêndice B e a Figura 54 mostram o valor eficaz da corrente nos fios da barra superior. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



**Figura 54 - Distribuição de corrente na barra superior**

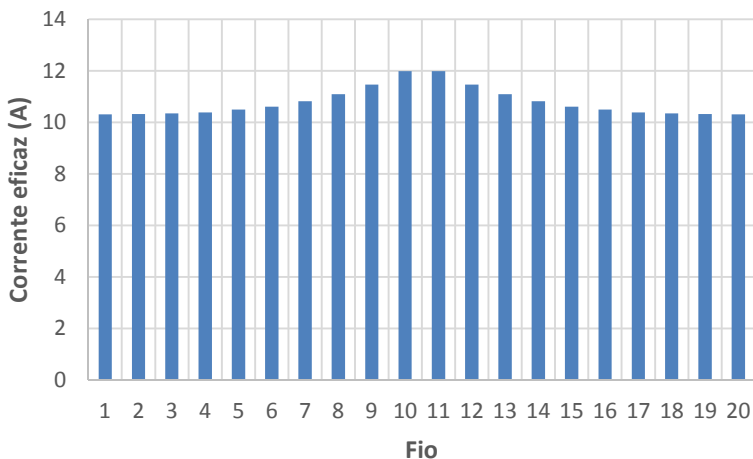
A variação da corrente em um período nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 55. Nota-se que, além da diferença de amplitude, há também uma defasagem entre as correntes de cada fio.





**Figura 55 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

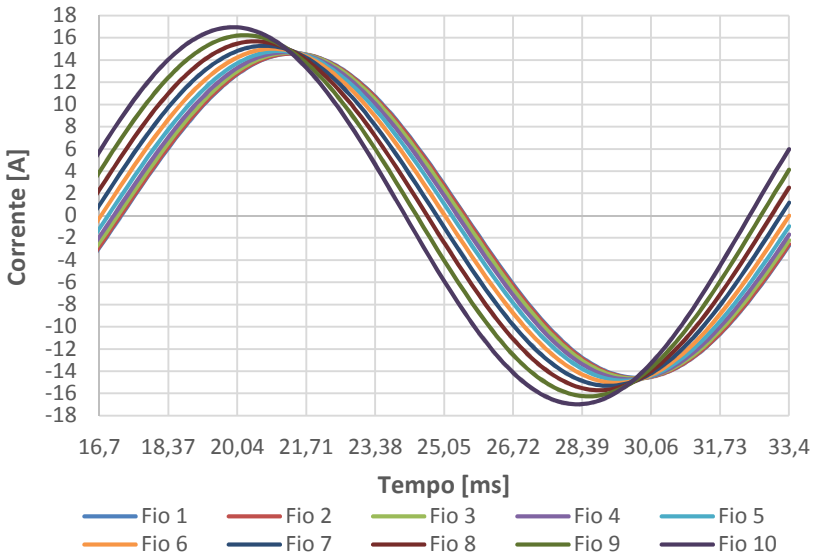
A Tabela 11 do Apêndice B e a Figura 56 apresentam o valor eficaz da corrente em cada fio da barra inferior. Verifica-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



**Figura 56 - Distribuição de corrente na barra inferior**

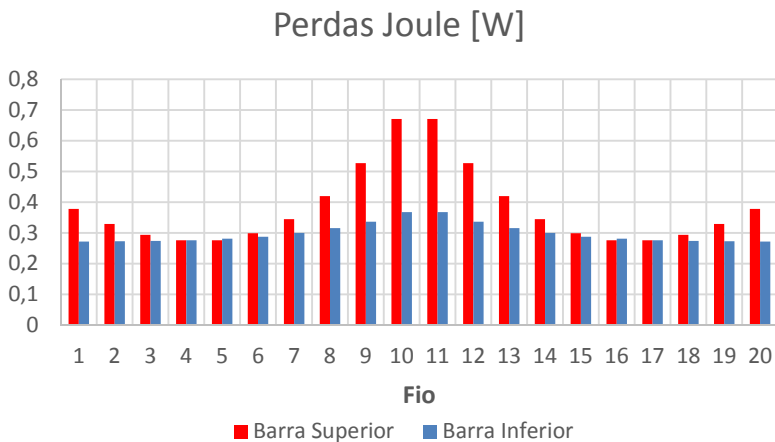
A forma de onda da corrente nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 57. Nota-se que para a barra inferior há também uma diferença de

amplitude e defasagem entre as correntes. Porém, de maneira mais atenuada se comparado com a barra superior.



**Figura 57 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior**

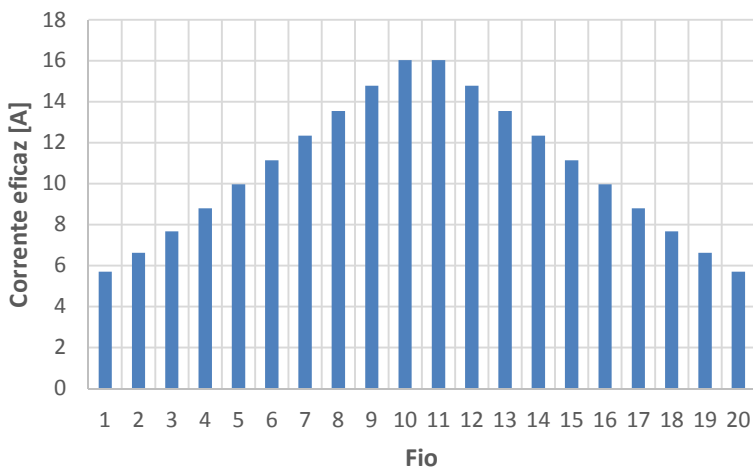
As perdas Joule por fio são calculadas com base nas Tabelas 10 e 11 do Apêndice B e apresentadas na Figura 58. Nota-se que o comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.



**Figura 58 - Perdas Joule**

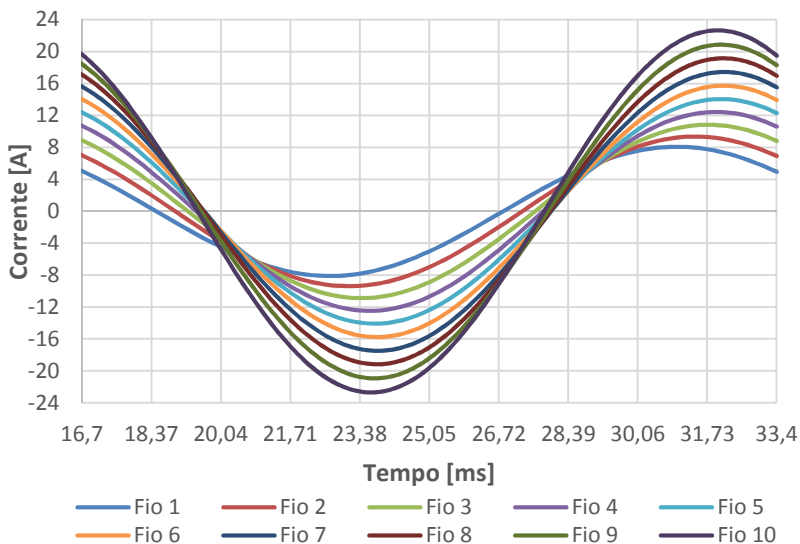
#### 4.2.3.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

A Tabela 12 no Apêndice B e a Figura 59 mostram a corrente eficaz nos fios da barra superior. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



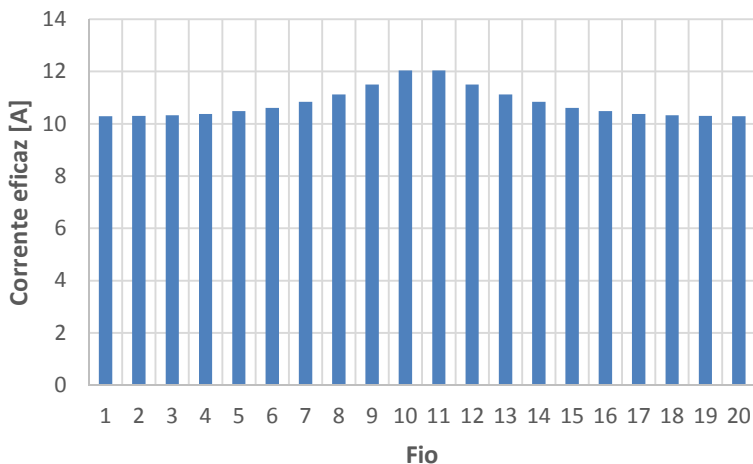
**Figura 59 - Distribuição de corrente na barra superior**

A forma de onda da corrente nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 60. Percebe-se uma diferença de amplitude e uma pequena defasagem entre as correntes de cada fio.



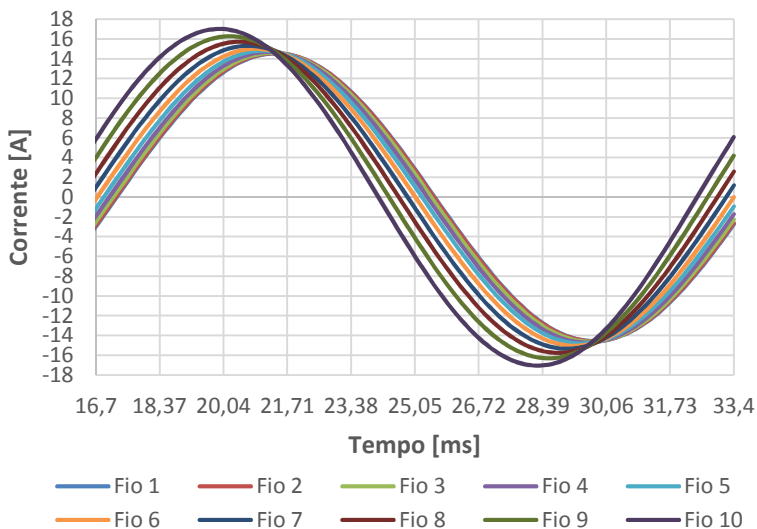
**Figura 60 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

A Tabela 13 do Apêndice B e a Figura 61 apresentam a corrente eficaz em cada fio da barra inferior. Verifica-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



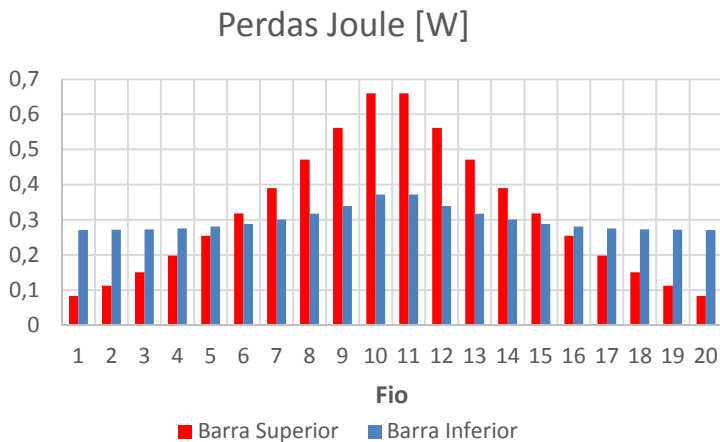
**Figura 61 - Distribuição de corrente na barra inferior**

A forma de onda da corrente nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 62. Verifica-se, também, uma diferença de amplitude e fase entre as correntes de cada fio.



**Figura 62 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior**

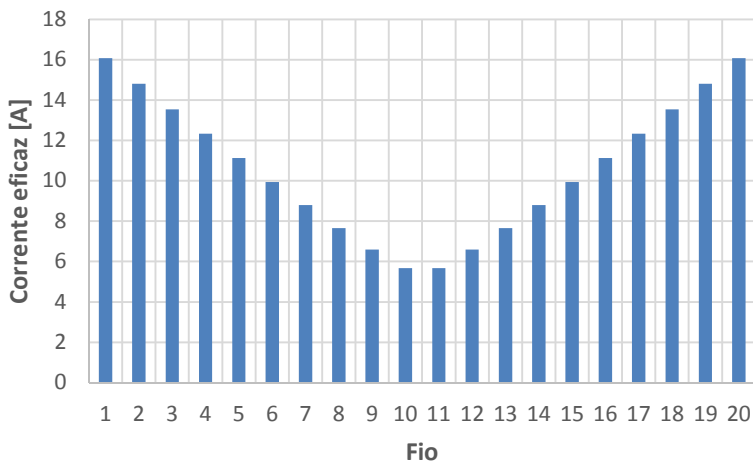
As perdas Joule por fio são calculadas com base nas Tabelas 12 e 13 do Apêndice B e apresentadas na Figura 63. O comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.



**Figura 63 - Perdas Joule**

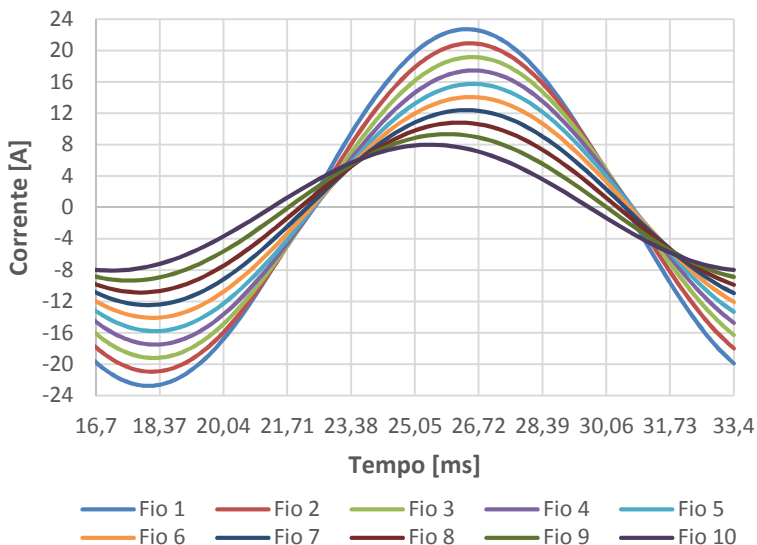
#### 4.2.3.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$

A Tabela 14 do Apêndice B e a Figura 64 apresentam a corrente em cada fio da barra superior. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 1 e 20 devido a influência do fluxo magnético variável no tempo gerado pela corrente da barra inferior para esta condição.



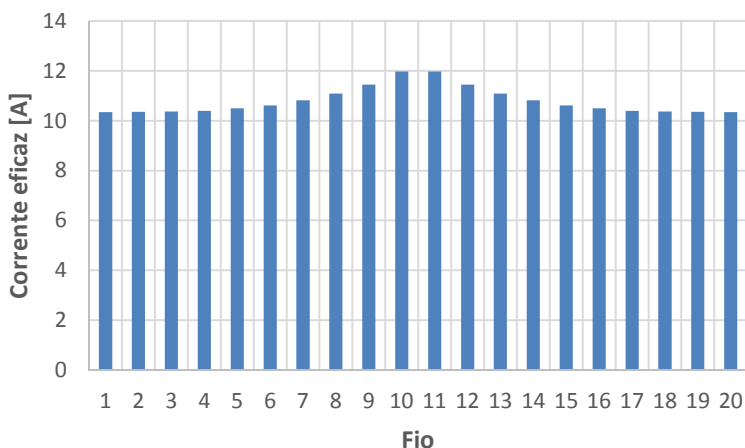
**Figura 64 - Distribuição de corrente na barra superior**

A forma de onda da corrente nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 65. Verifica-se uma diferença de amplitude e fase entre as correntes de cada fio.



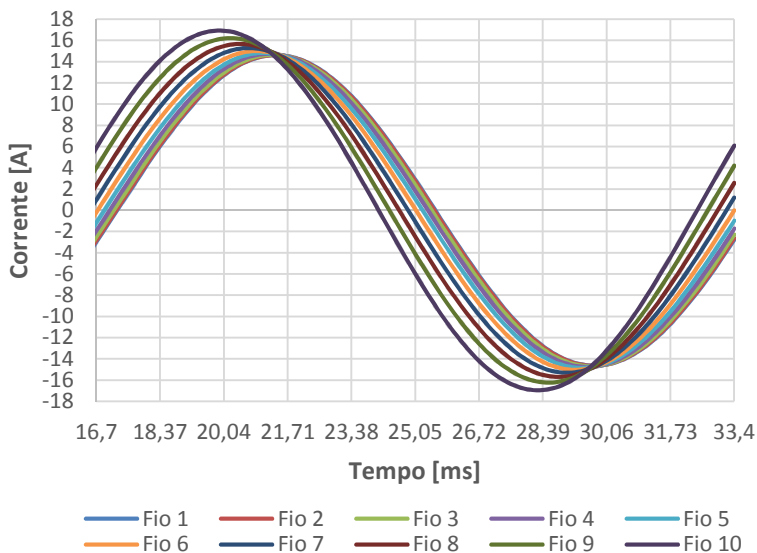
**Figura 65 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

A Tabela 15 do Apêndice B e a Figura 66 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior. Verifica-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



**Figura 66 - Distribuição de corrente na barra inferior**

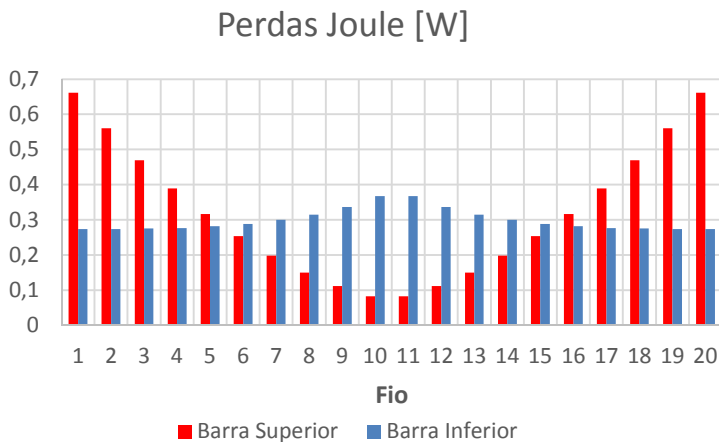
A forma de onda da corrente nos fios 1 a 10 é apresentado na Figura 67. Percebe-se uma diferença de amplitude e uma defasagem entre as correntes de cada fio.



**Figura 67 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior**

As perdas Joule por fio são calculadas com base nas Tabelas 14 e 15 do Apêndice B e apresentadas na Figura 68. Nota-se que o comportamento da distribuição das perdas em cada fio segue o formato da distribuição da corrente para cada barra.





**Figura 68 - Perdas Joule**

### 4.3 Análise da Barra com Transposição

#### 4.3.1 Definições de Projeto

Neste item são consideradas as mesmas definições apresentadas em 4.2.1 no que diz respeito ao segmento de chapa do estator, rotor e ranhura. A barra será composta pelos mesmos 20 fios, todavia o formato é diferente da barra sem transposição devido a transposição dos fios.

A análise será abordada de uma forma analítica-numérica, pois os valores de indutâncias próprias e mútuas e o fluxo magnético de dispersão de cada fio são obtidos a partir da análise numérica, porém o cálculo da distribuição de corrente é realizado utilizando a matriz de permutação que será apresentada no próximo capítulo.

#### 4.3.2 Estudo Analítico

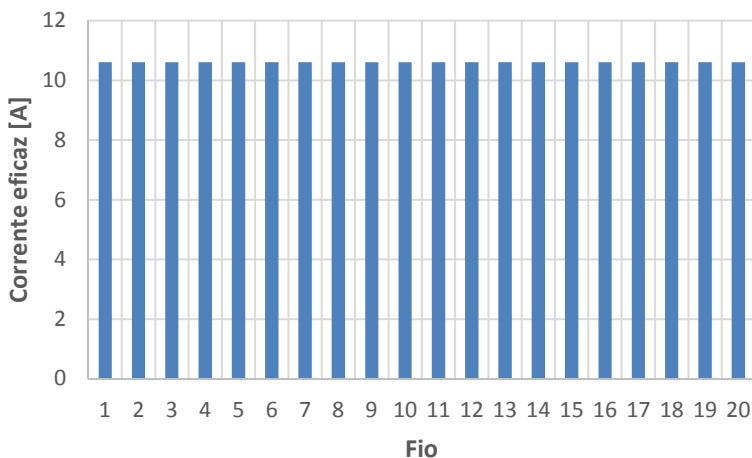
A corrente em cada fio da barra transposta será calculada a partir da matriz  $[L]$  e vetor  $[V]$  apresentado no item 3.4. Conforme exposto, para simular a transposição dos fios permuta-se a matriz  $[Z]$  e o vetor  $[V]$  aplicando a matriz  $[P]$ . A matriz permutação possui dimensão  $20 \times 20$  e a seguinte forma:



O algoritmo utilizado para o cálculo analítico da corrente na barra inferior e superior é apresentado no Apêndice A. Como a técnica de transposição dos fios anula a parcela da corrente parasita e a distribuição de corrente na barra superior será igual à distribuição de corrente da barra inferior. Logo, o gráfico da distribuição de corrente em cada fio será igual nos três casos em estudo:

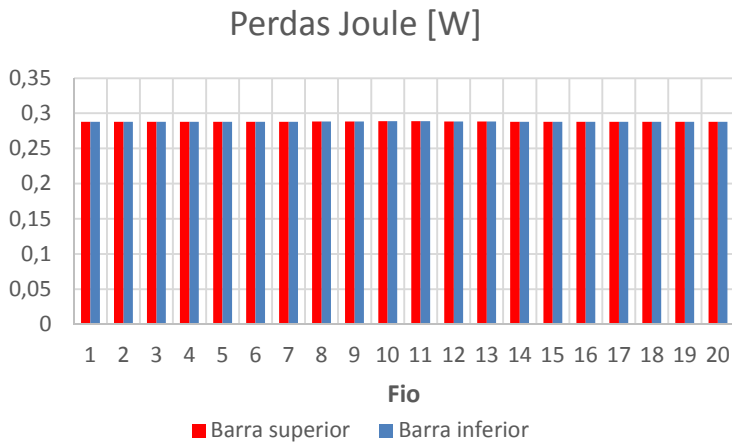
- Alimentação das barras por correntes de mesma amplitude e fase;
- Alimentação das barras por correntes de mesma amplitude e defasadas de  $+120^\circ$ ;
- Alimentação das barras por correntes de mesma amplitude e defasadas de  $-120^\circ$ .

A Tabela 16 no Apêndice B e a Figura 69 representam tanto a barra inferior quanto a superior. Nota-se uma distribuição homogênea da corrente em todos os condutores tanto da barra inferior quanto da barra superior.



**Figura 69 - Distribuição de corrente nos fios das barras inferior e superior**

Da mesma forma, o gráfico das perdas em cada fio será igual para os três casos. As perdas Joule em cada fio são calculadas com base na Tabela 16 e apresentadas na Figura 70.

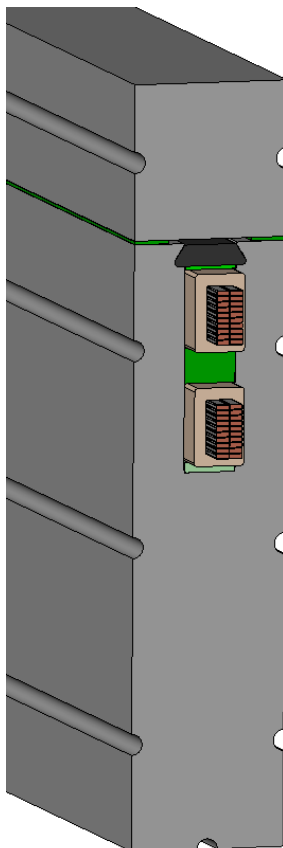


**Figura 70 - Perdas Joule**

## **4.4 Experimento Prático**

### **4.4.1 Introdução**

Com o objetivo de validar o modelo analítico e o modelo numérico apresentado em 4.2 e 4.3 respectivamente, fabricou-se um protótipo para o ensaio prático. O projeto do protótipo foi baseado no modelo numérico apresentado na Figura 39, sofrendo pequenos ajustes de projeto de forma a viabilizar a sua fabricação. Um esboço do projeto é apresentado na Figura 71.



**Figura 71 - Projeto do protótipo**

#### **4.4.2 Fabricação do Protótipo**

O segmento de chapas do estator e do rotor foram fabricados com chapas de aço silício de grãos não orientados, comumente utilizados em máquinas elétricas. As finas chapas, isoladas entre si, foram empilhadas de forma a obter um tamanho de 700mm como apresentado na Figura 72.



**Figura 72 - Segmento de chapas do estator e rotor após montagem**

Um dos segmentos de chapas é destinado ao teste das barras sem transposição e o outro às barras com transposição.

As barras, por sua vez, foram isoladas com fitas isolantes a base de mica e inseridas nas ranhuras conforme Figura 73.



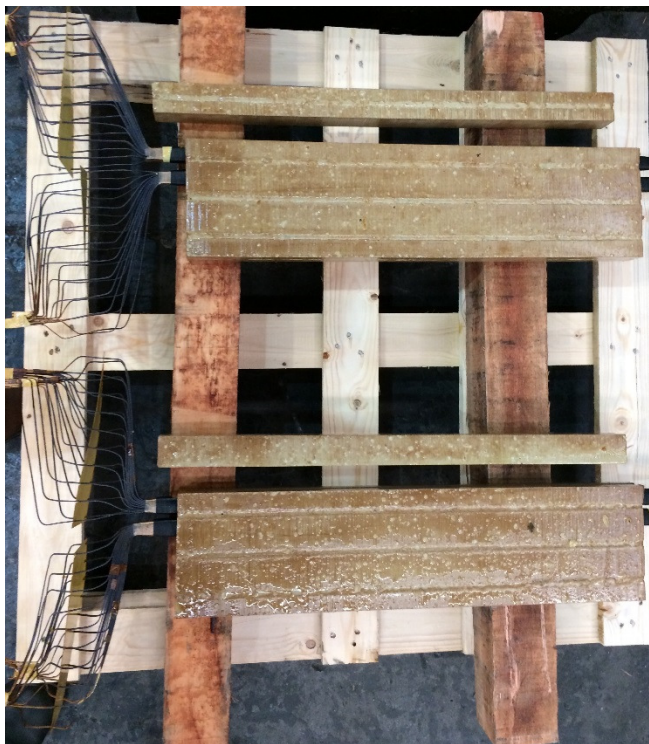
**Figura 73 - Inserção das barras no segmento de chapa**

Com o objetivo de isolar as barras contra o segmento de chapas e manter as barras rígidas dentro da ranhura, são inseridos materiais

isolantes no fundo de ranhura, entre as duas barras e no topo da barra designados de laminados isolantes, além da cunha de fechamento de ranhura.

Após esta etapa, os fios de uma extremidade de cada barra são afastados entre si enquanto que os fios da outra extremidade de cada barra são curto circuitados. O intuito de afastar os fios em uma extremidade é possibilitar a medição de corrente em cada fio.

Finalizada as etapas acima, os protótipos são impregnados no sistema *Global VPI*, conforme apresentado na Figura 74.



**Figura 74 - Protótipo após a impregnação**

No ensaio prático, mostrado na Figura 75, o protótipo foi alimentado por uma fonte de corrente digital que possibilitou a realização dos ensaios nas três condições propostas. Como definido na fase de estudo, cada barra foi ligada a uma fase da fonte de corrente permitindo, desta forma, simular a defasagem entre fases. Por meio de um amperímetro, foi possível obter o valor da corrente eficaz em cada fio.

Para obter a forma de onda da corrente, utilizou-se um osciloscópio digital de três entradas.



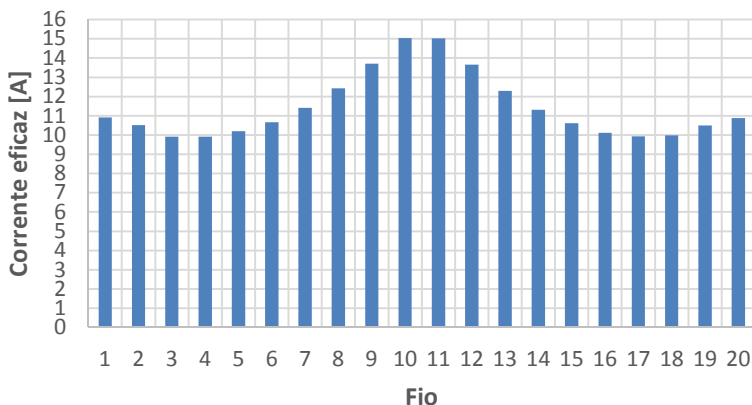
Figura 75 - Ensaio prático

#### 4.4.3 Experimento Prático da Barra sem Transposição

##### 4.4.3.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais

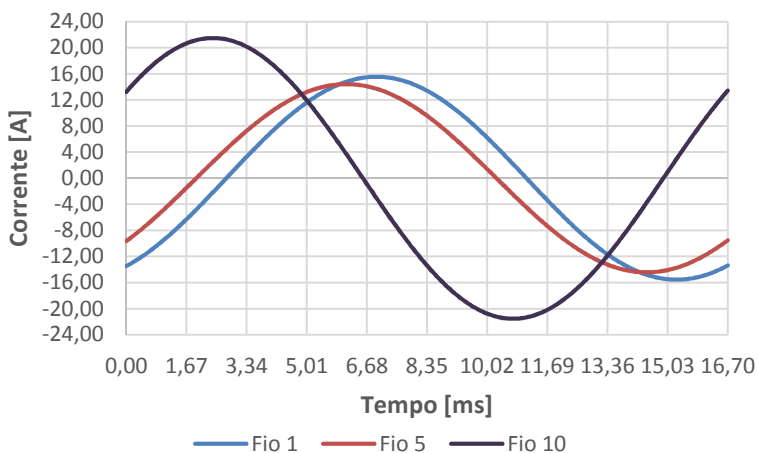
A corrente de entrada foi ajustada de tal maneira que reproduzisse as mesmas situações apresentadas em 4.2.2.1 e 4.2.3.1. A Tabela 17 do Apêndice B e a Figura 76 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.





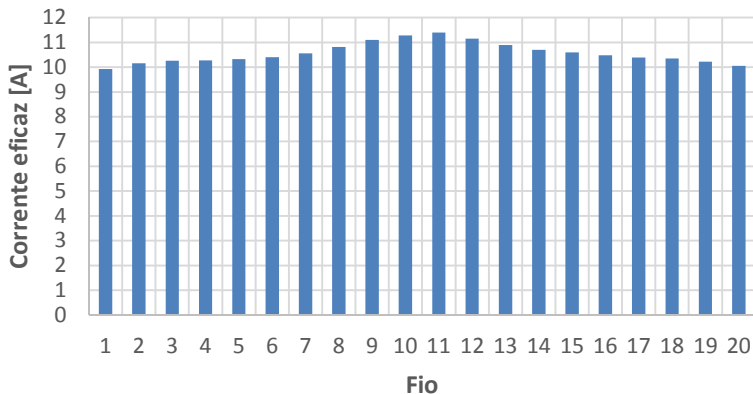
**Figura 76 - Barra superior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 77. Não foi possível obter os dados dos demais fios devido à limitação dos canais de entrada do osciloscópio utilizado. Mesmo assim, percebe-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 55.



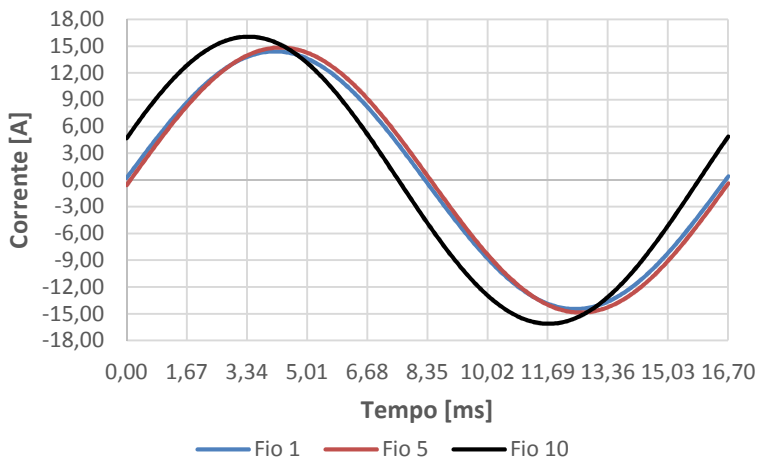
**Figura 77 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

A Tabela 18 do Apêndice B e a Figura 78 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se que a magnitude de corrente é ligeiramente maior nos fios de número 10 e 11.



**Figura 78 - Barra inferior**

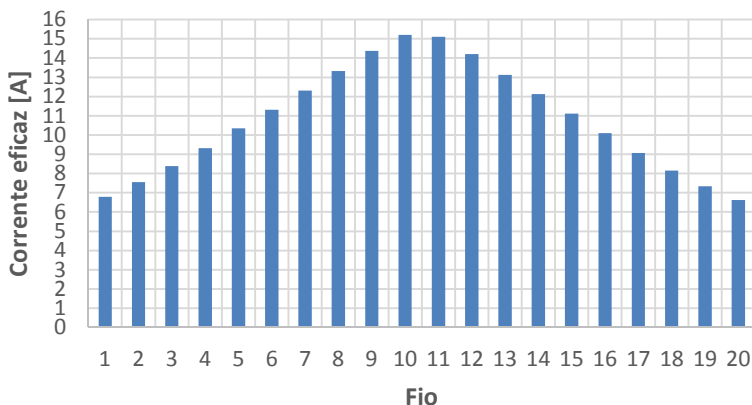
A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 79. Nota-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 57.



**Figura 79 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior**

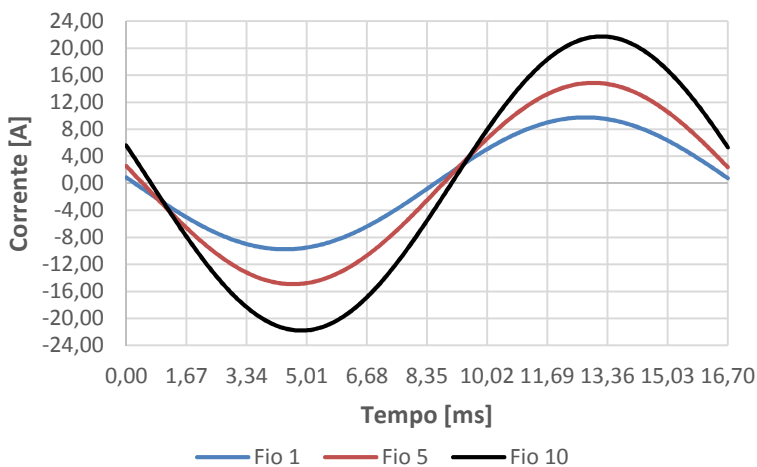
#### 4.4.3.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

A Tabela 19 do Apêndice B e a Figura 80 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.



**Figura 80 - Barra superior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 81. Verifica-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 60.



**Figura 81 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

A Tabela 20 do Apêndice B e a Figura 82 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 10 e 11.

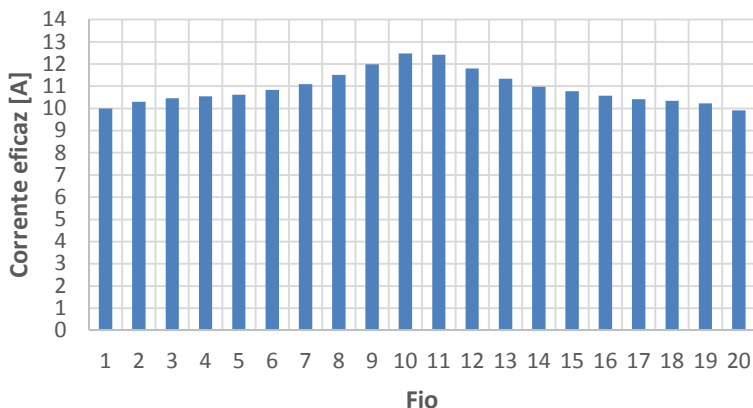


Figura 82 - Barra inferior

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 83. Percebe-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 62.

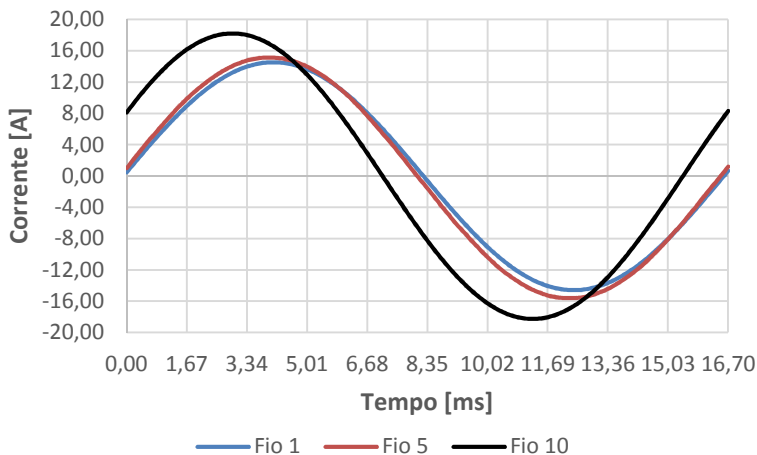
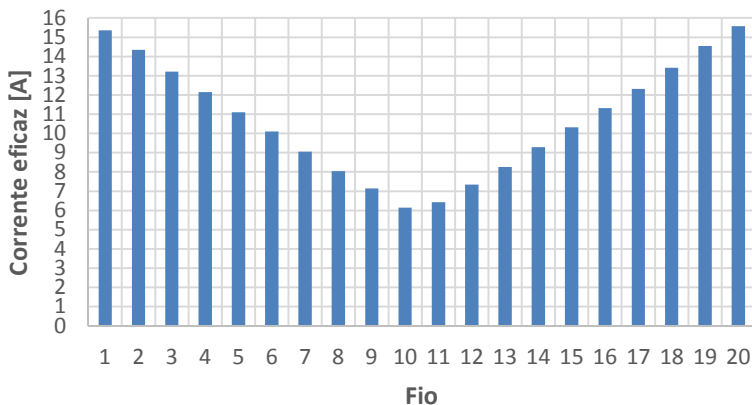


Figura 83 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra inferior

#### 4.4.3.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$

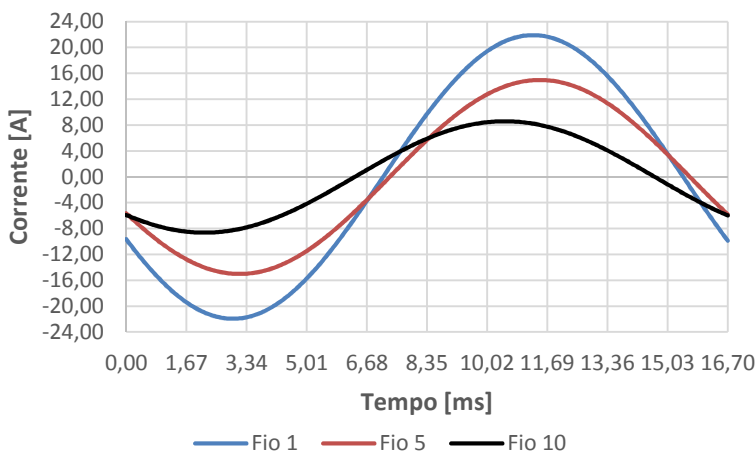
A Tabela 21 do Apêndice B e a Figura 84 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se que a magnitude de corrente é maior nos fios de número 1 e 20 devido a

influência do fluxo magnético variável no tempo gerado pela corrente da barra inferior.



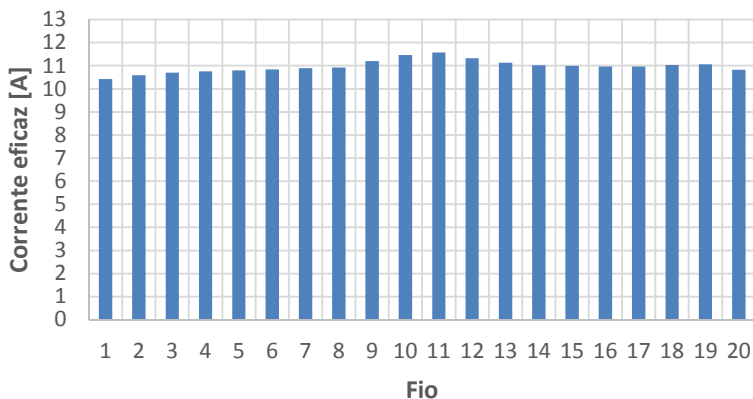
**Figura 84 - Barra superior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 85. Nota-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 65.



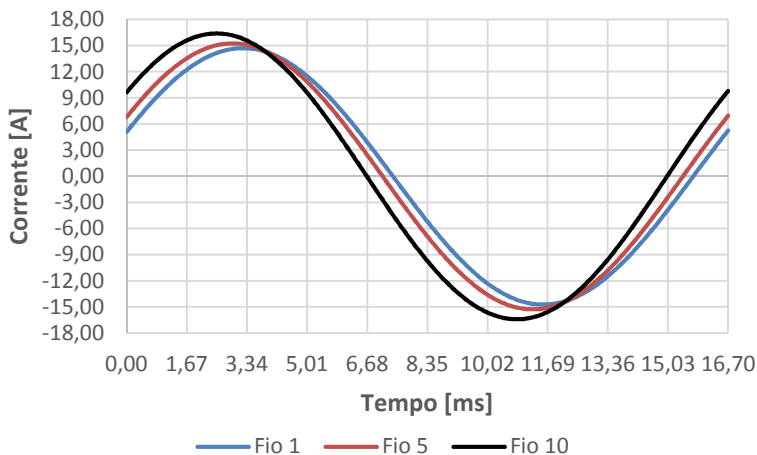
**Figura 85 - Distribuição de corrente no tempo nos fios da barra superior**

A Tabela 22 do Apêndice B e a Figura 86 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se que a magnitude de corrente é ligeiramente maior nos fios de número 1 e 20.



**Figura 86 - Barra inferior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 87. Verifica-se uma diferença de amplitude e fase entre a corrente de cada fio que segue o comportamento apresentado na Figura 67.



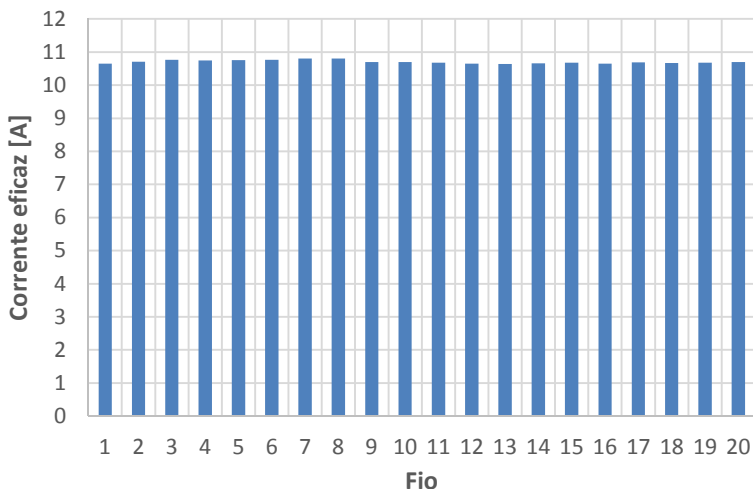
**Figura 87 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior**

#### 4.4.4 Experimento Prático da Barra com Transposição

##### 4.4.4.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais

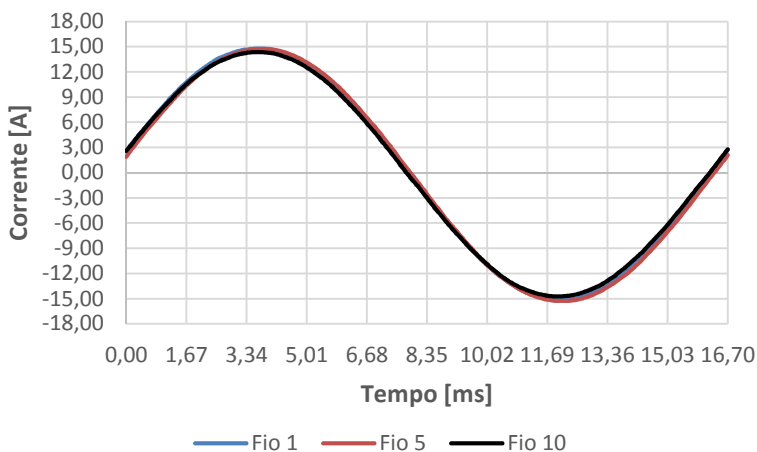
A Tabela 23 do Apêndice B e a Figura 88 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se uma

distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra superior.



**Figura 88 - Barra superior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 89.



**Figura 89 - Distribuição de corrente nos fios da barra superior**

A Tabela 24 do Apêndice B e a Figura 90 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se uma

distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra inferior.

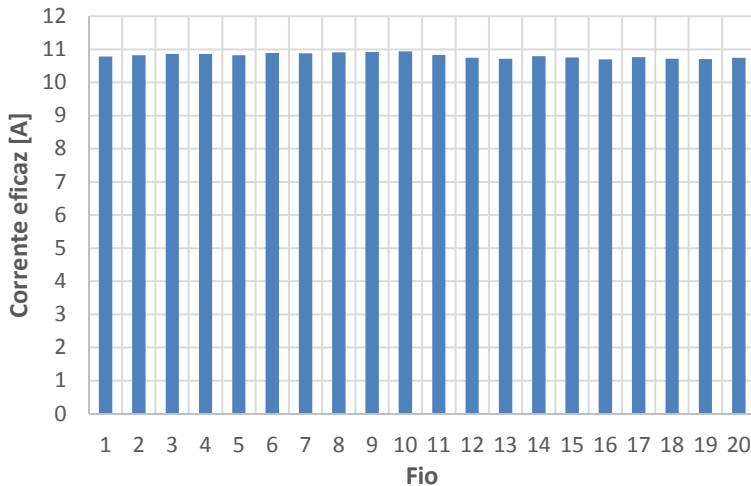


Figura 90 - Barra inferior

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10 são apresentados na Figura 91.

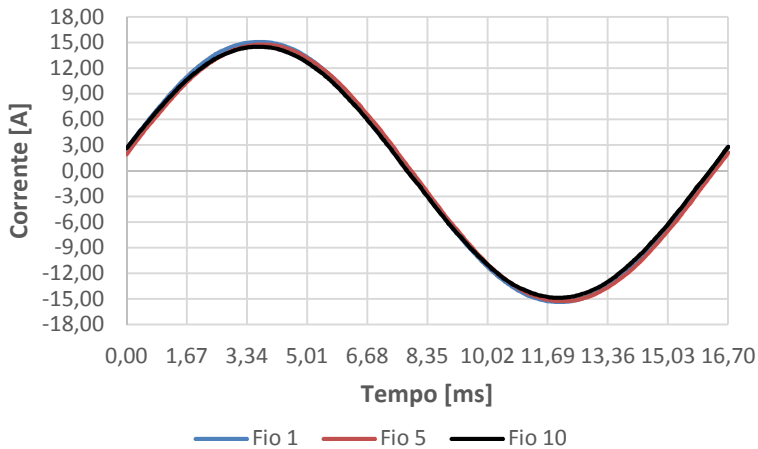


Figura 91 - Distribuição de corrente nos fios da barra inferior



#### 4.4.4.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

A Tabela 25 do Apêndice B e a Figura 92 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se uma distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra superior.

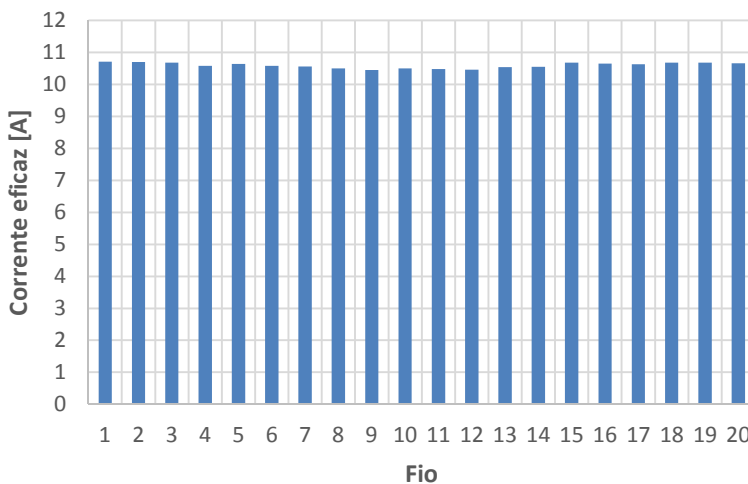
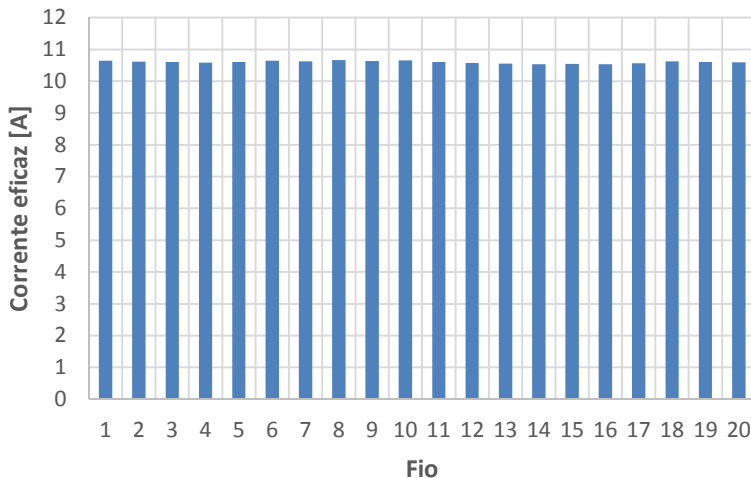


Figura 92 - Barra superior

A Tabela 26 do Apêndice B e a Figura 93 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se uma distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra inferior.

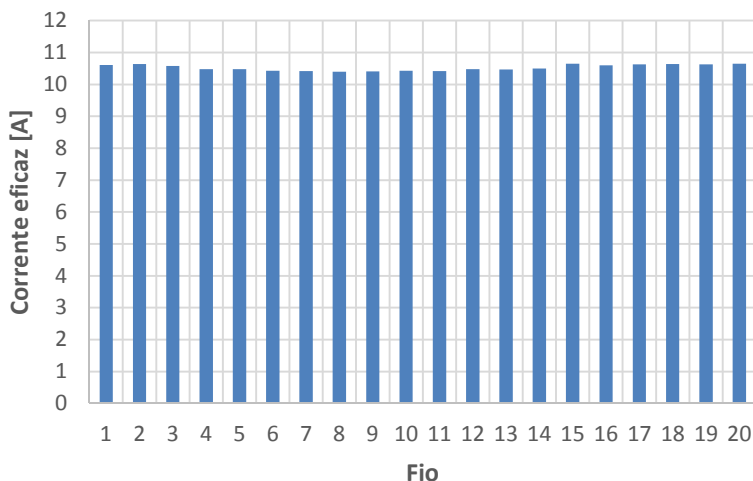


**Figura 93 - Barra inferior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10, tanto da barra superior quanto da barra inferior, seguem a forma apresentada nas Figuras 89 e 91 respectivamente.

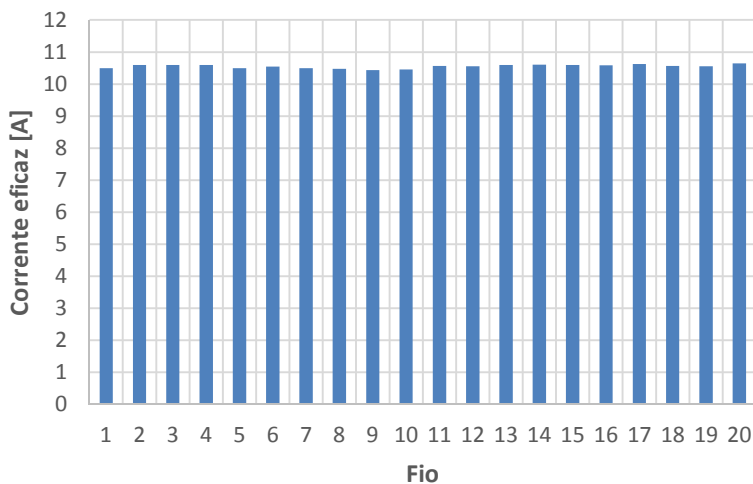
#### **4.4.4.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$**

A Tabela 27 do Apêndice B e a Figura 94 apresentam a corrente em cada fio da barra superior obtido no ensaio prático. Nota-se uma distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra superior.



**Figura 94 - Barra superior**

A Tabela 28 do Apêndice B e a Figura 95 apresentam a corrente em cada fio da barra inferior obtido no ensaio prático. Verifica-se uma distribuição homogênea da corrente em todos os condutores da barra inferior.



**Figura 95 - Barra inferior**

A forma de onda dos fios de número 1, 5 e 10, tanto da barra superior quanto da barra inferior, seguem a forma apresentada nas Figuras 89 e 91 respectivamente.

## 4.5 Considerações de Projeto

O modelo analítico, tanto para a barra sem transposição quanto para a barra com transposição, foi desenvolvido a partir do estudo de adensamento de corrente elétrica pela teoria de circuitos apresentado no item 3.3. Para simplificar o estudo, considerou-se apenas os fios de cobre e as chapas de aço silício do estator e do rotor. Uma vez que os isolantes não impactam na análise de distribuição da corrente elétrica, eles foram desconsiderados.

Como o foco do estudo é na região da ranhura, tanto o modelo analítico quanto o modelo numérico consideram o comprimento das barras igual ao comprimento do pacote de chapas. Ou seja, ambos os estudos não contemplam a região da barra fora do pacote e muito menos os cabos utilizados no experimento prático para ligar o protótipo à fonte de corrente como apresentado na Figura 75.

Para englobar todas as situações possíveis, as análises foram realizadas considerando as condições de duas barras sendo alimentadas por correntes de mesma fase, defasadas de  $+120^\circ$  e de  $-120^\circ$ . Esta ação foi tomada pois, no universo de máquinas elétricas girantes com enrolamento de dupla camada acoplado a um sistema trifásico, algumas ranhuras terão duas barras sendo alimentadas simultaneamente por correntes de mesma fase enquanto que outras ranhuras terão barras alimentadas por correntes defasadas de  $+120^\circ$  ou  $-120^\circ$ . Neste estudo, considerou-se a corrente na barra inferior como referência e, por isso, a defasagem ocorreu sempre da barra superior em relação a barra inferior. Estas situações permitem, além de verificar as possíveis variações entre cada condição, repetir os fenômenos ocorridos na prática.

O modelo analítico não considera o acoplamento magnético entre a barra inferior e a superior. Por isso, nota-se que há uma divergência dos resultados da corrente principalmente na barra superior nas condições de defasagem de  $+120^\circ$  e  $-120^\circ$ . Tal divergência não ocorre na condição de duas barras sendo alimentadas por correntes de mesma fase porque a corrente na barra inferior possui a mesma forma de onda da corrente na barra superior, ou seja, as correntes em cada barra estão em fase e terão amplitudes máximas e mínimas no mesmo instante de tempo. Logo, o fluxo magnético gerado pela corrente da barra inferior não prevalecerá ao fluxo magnético gerado pela corrente da barra superior.

Além disso, para o modelo analítico, considera-se que a somatória das correntes parasitas tanto na barra inferior quanto na barra superior será nula, pois é uma componente da corrente que fica confinada no

circuito elétrico do estator apresentado na Figura 36. Portanto, para o equacionamento analítico, tem-se:

$$\dot{I}_{parasita} = \sum_{k=1}^{20} i_k = 0 \quad (75)$$

Pelo fato desta parcela da corrente ficar confinada dentro do circuito elétrico da barra, ela é também conhecida como corrente circulatória.

Considerou-se que o erro intrínseco associado a fonte de corrente digital, o amperímetro e o osciloscópio utilizados no experimento prático não influenciaram de forma significativa nos resultados.

O estudo da barra com transposição foi realizado apenas pelo modelo analítico e pelo experimento prático e em ambos os casos se considerou uma transposição de 360°.

Por fim, expõe-se algumas considerações adicionais realizadas nos modelos analítico e numérico que merecem destaque. São elas:

- Posicionamento ideal dos fios no modelo analítico e numérico, ou seja, os fios estão corretamente espaçados entre eles o que na prática pode não ser verdadeiro devido à acomodação dos fios empilhados;
- Espessura dos isolantes das barras é considerado homogêneo e sem variação, o que na prática é difícil de ocorrer visto que as fitas isolantes são sobrepostas a cada volta;
- Espessura dos laminados isolantes podem sofrer variações de medidas na prática devido a tolerância dos materiais utilizados;
- Resistência elétrica dos fios definido de acordo com a seção transversal e comprimento conforme equação (61). Em virtude das tolerâncias de fabricação, é possível que as dimensões dos fios variem na prática acarretando em resistências diferentes das consideradas nos modelos analítico e numérico.

Tais considerações foram necessárias para viabilizar os estudos realizados em virtude das não idealidades presentes no mundo real.



## 5. Análise dos Resultados

Este capítulo apresenta os resultados do modelo analítico, do modelo numérico e do experimento prático. Para cada caso, tem-se um gráfico de barras da corrente eficaz que representa um determinado cenário. Isto permite avaliar a coerência dos resultados de maneira comparativa e instantânea.

### 5.1 Validação dos Modelos Aplicados na Barra sem Transposição

#### 5.1.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais

A partir das Figuras 96 e 97 verifica-se que, para a barra superior e para a barra inferior respectivamente, tanto o modelo analítico quanto o numérico convergiram para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático. Nota-se, também, que a barra superior apresenta uma distribuição não homogênea de corrente mais acentuada do que a barra inferior se comparado com a distribuição da corrente contínua.

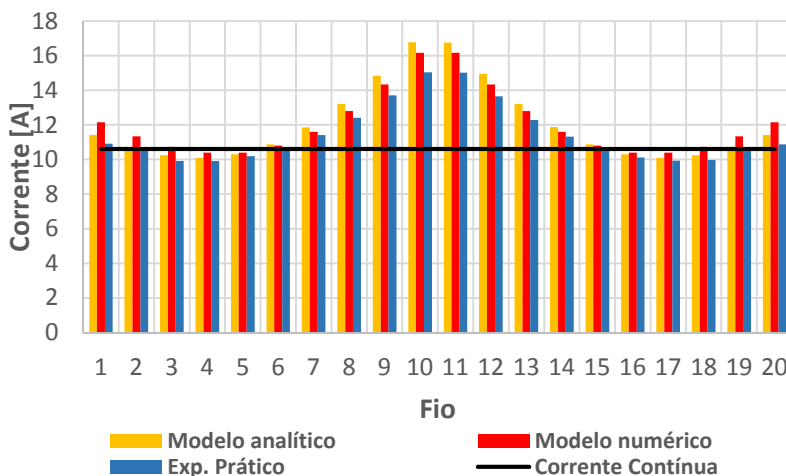


Figura 96 - Comparação dos estudos realizados na barra superior

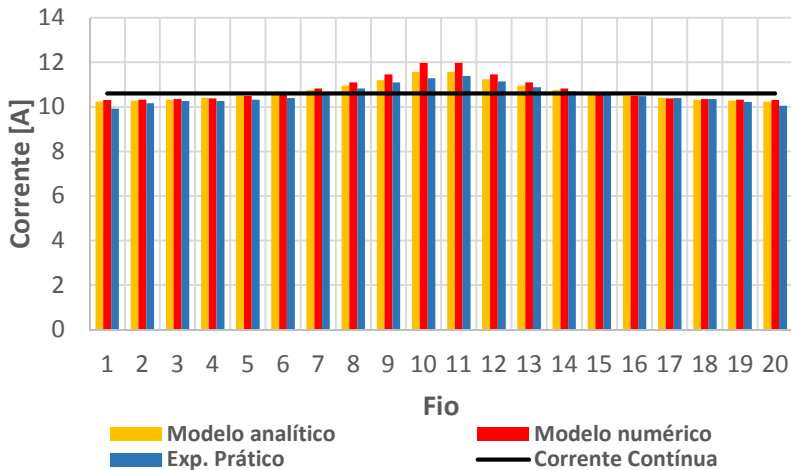


Figura 97 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior

### 5.1.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

A partir da Figura 98 verifica-se que apenas o modelo analítico divergiu de forma acentuada dos valores encontrados no experimento prático. Isto ocorreu, pois neste modelo considerou-se que a variação do acoplamento magnético entre as duas barras na mesma ranhura seria pequena e, conforme apresentado no item 3.5, o equacionamento analítico foi resolvido independentemente para a barra superior e inferior. Nota-se também uma acentuada divergência da distribuição em corrente contínua.

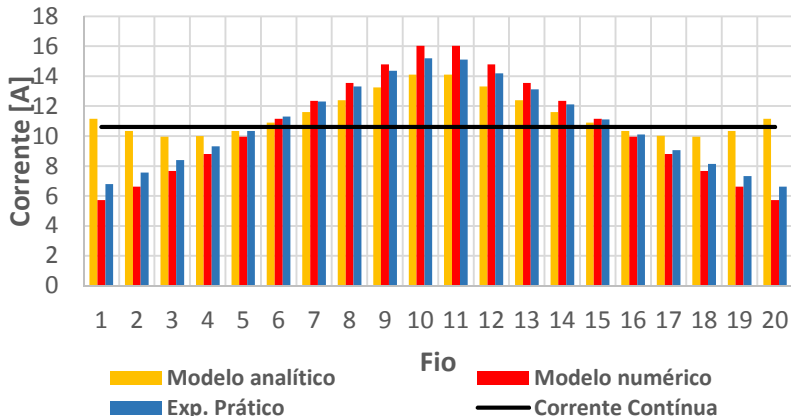


Figura 98 - Comparação dos estudos realizados na barra superior



Já para a barra inferior apresentado na Figura 99, verifica-se que tanto o modelo analítico quanto o numérico convergiram para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático. A distribuição da corrente em cada caso ficou próxima dos valores encontrados em corrente contínua.

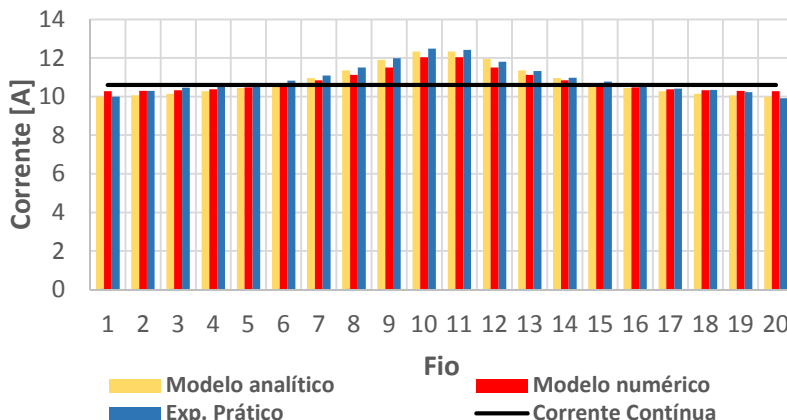


Figura 99 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior

### 5.1.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$

A partir da Figura 100 verifica-se novamente que apenas o modelo analítico divergiu de forma acentuada dos valores encontrados no experimento prático. Como explicado no item 5.1.2, considerou-se que a variação do acoplamento magnético entre as duas barras na mesma ranhura seria pequena e o equacionamento analítico foi resolvido independentemente para a barra superior e inferior. Nota-se que neste caso houve também uma acentuada divergência da distribuição em corrente contínua.

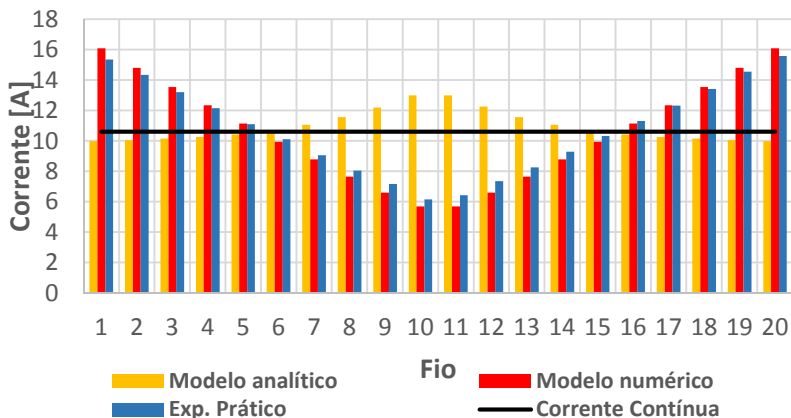


Figura 100 - Comparação dos estudos realizados na barra superior

Já para a barra inferior, verifica-se que tanto o modelo analítico quanto o numérico convergiram para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático e, também, para valores próximos da distribuição em corrente contínua.

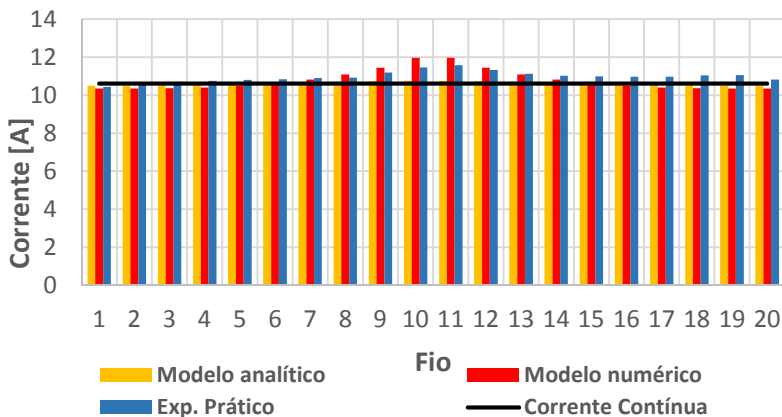


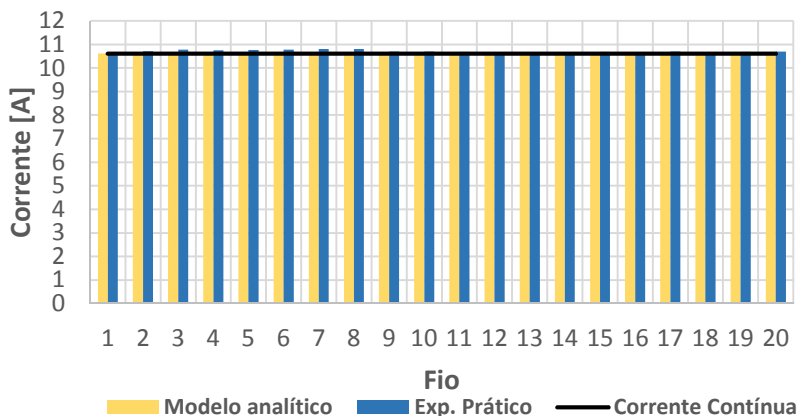
Figura 101 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior

## 5.2 Validação dos modelos aplicados na barra Roebel

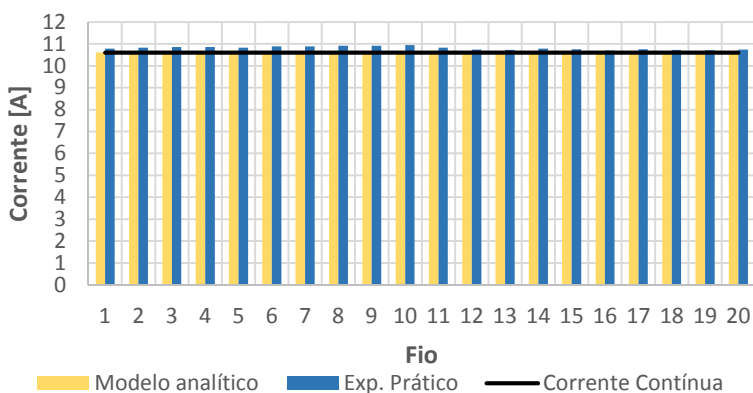
### 5.2.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais

A partir das Figuras 102 e 103, tanto para a barra superior quanto para a barra inferior respectivamente, verifica-se que o modelo analítico convergiu para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático. Além disso, as correntes em cada fio das barras superior e inferior

convergir para os resultados encontrados na alimentação por corrente contínua.



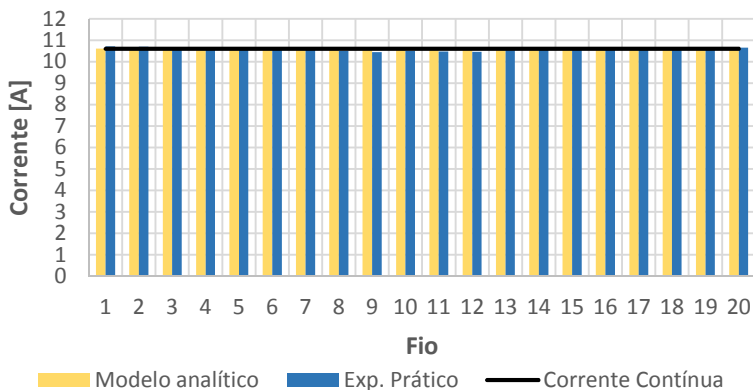
**Figura 102 - Comparação dos estudos realizados na barra superior**



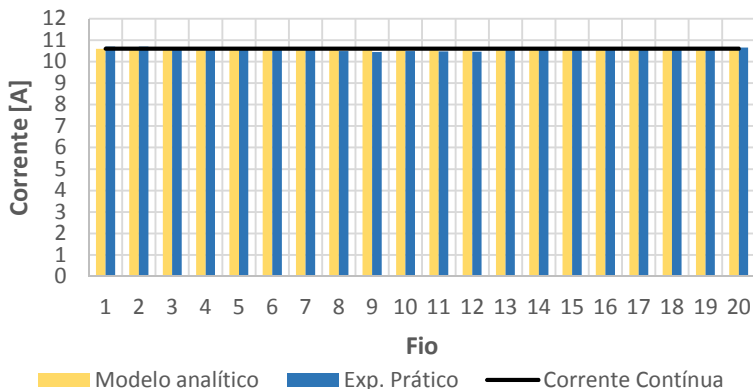
**Figura 103 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior**

### 5.2.2 Alimentação das barras por correntes defasadas de $+120^\circ$

A partir das Figuras 104 e 105, para a barra superior e para a barra inferior respectivamente, verifica-se que o modelo analítico convergiu para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático. Também neste caso, as correntes em cada fio das barras superior e inferior convergiram para os resultados encontrados na alimentação por corrente contínua.



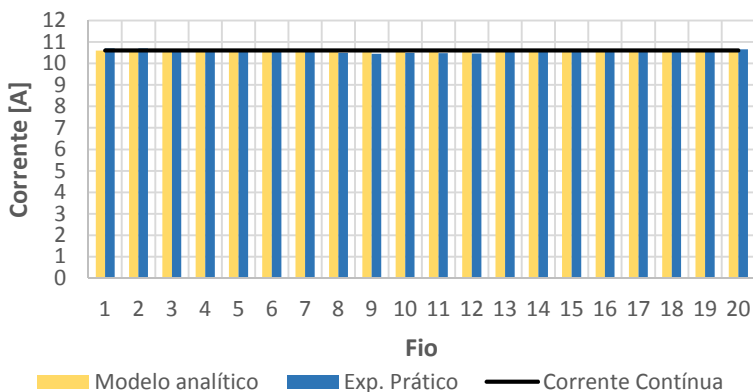
**Figura 104 - Comparação dos estudos realizados na barra superior**



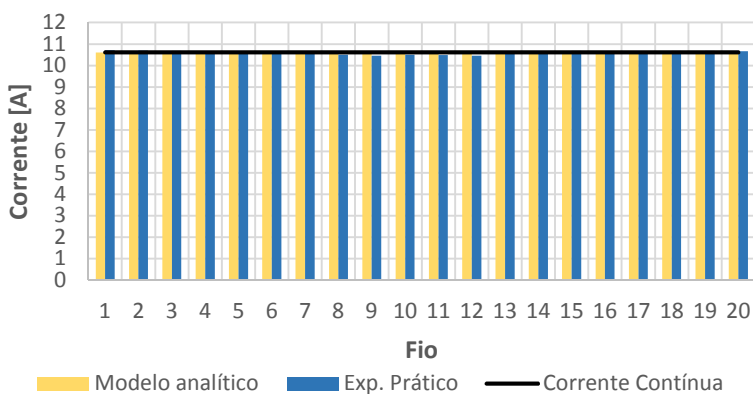
**Figura 105 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior**

### 5.2.3 Alimentação das barras por correntes defasadas de $-120^\circ$

A partir das Figuras 106 e 107, para a barra superior e para a barra inferior respectivamente, verifica-se que o modelo analítico convergiu para valores muito próximos dos encontrados no experimento prático. As correntes em cada fio das barras superior e inferior convergiram para os resultados encontrados na alimentação por corrente contínua.



**Figura 106 - Comparação dos estudos realizados na barra superior**

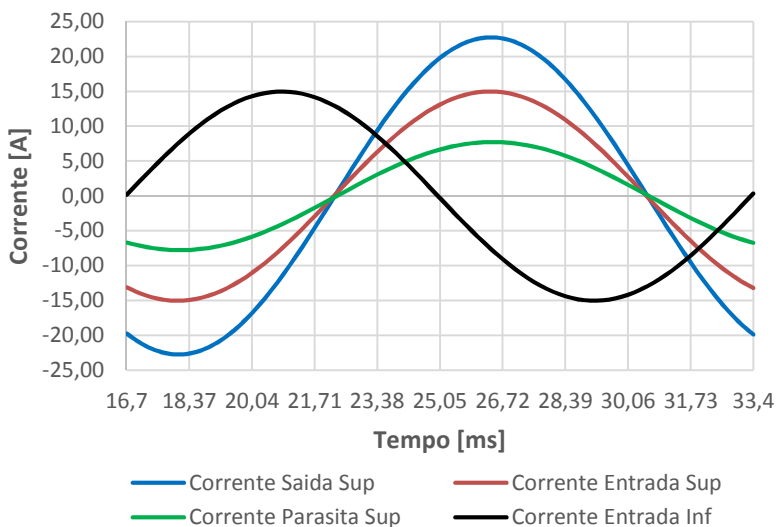


**Figura 107 - Comparação dos estudos realizados na barra inferior**

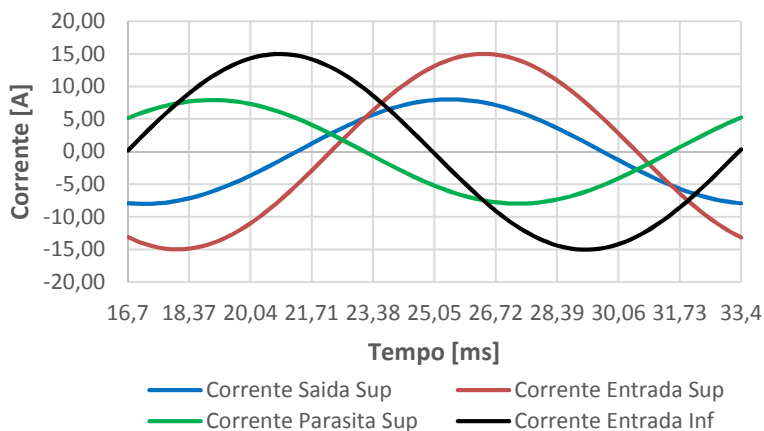
### 5.3 Conclusão

Com base nos gráficos apresentados neste capítulo percebe-se que para o estudo das barras sem transposição alimentadas por correntes de mesma fase, tanto o modelo analítico quanto o modelo numérico convergiram para os valores encontrados no experimento prático. Isto permite afirmar que as considerações feitas em cada modelo não impactaram na validação dos mesmos. Entretanto, a mesma afirmação não pode ser concebida para os casos de alimentação com correntes defasadas pois apenas o estudo numérico convergiu para os valores encontrados no experimento prático. Isto ocorreu porque o modelo

analítico não considera o acoplamento magnético entre as barras inferior e superior abordado no item 3.4. Por exemplo, para o caso de alimentação das barras por correntes defasadas de  $-120^\circ$  apresentado em 4.2.3.3, nota-se, pelas Figuras 108 e 109, que a corrente de saída da barra superior é a soma da corrente de entrada da barra superior com a corrente parasita da barra superior. Além disso, a corrente parasita que percorre o fio um da barra superior está atrasada em relação a corrente parasita do fio dez da barra superior. Logo, existe uma defasagem entre as correntes parasitas em cada fio da barra superior que influenciarão diretamente na distribuição de corrente. Conclui-se, portanto, que o acoplamento magnético entre as barras não pode ser descartado para análises da distribuição de corrente em enrolamentos de dupla camada.



**Figura 108 - Distribuição de corrente no fio um da barra superior na condição de alimentação com correntes defasadas de  $-120^\circ$**



**Figura 109 - Distribuição de corrente no fio dez da barra superior na condição de alimentação com correntes defasadas de  $-120^\circ$**

Já para as barras com transposição, mesmo desconsiderando o acoplamento magnético, os resultados do modelo analítico convergiram para os valores encontrados no experimento prático. Como a transposição dos fios reduz drasticamente a influência do fluxo magnético na distribuição da corrente na barra superior, é válido realizar uma análise independente para cada barra.





## 6. Conclusões Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros

O trabalho desenvolvido abordou a distribuição não homogênea de corrente elétrica no enrolamento do estator de máquinas elétricas, comprovando o grande impacto deste fenômeno no acréscimo das perdas principalmente em máquinas de elevada potência. Como a corrida pela otimização está sempre na relação custo *versus* potência, o enrolamento do estator se mostra como um dos principais componentes a ser aprimorado. Para atingir tal objetivo, a aplicação de novas tecnologias para redução das perdas elétricas do estator surge como uma opção viável e vantajosa.

A técnica de transposição dos fios mostra que, apesar de agregar um custo de fabricação maior que uma bobina multiespira, apresenta um ganho considerável principalmente quando se trata de economia de energia. O fato da barra Roebel possuir um ângulo de transposição de  $360^\circ$ ,  $540^\circ$  ou maior não significa que uma condição terá uma redução maior do efeito de adensamento de corrente do que outra, pois o ângulo de transposição é definido de acordo com o número total de fios de uma barra e o comprimento total do pacote de chapas do estator. Uma vez que todos os fios vão percorrer todas as possíveis posições a cada passo de transposição, a indutância final de cada fio será igual ou muito próxima as indutâncias dos demais fios da mesma barra. Consequentemente, como o fator de aumento da resistência não é significativo para este estudo, os fios de cada barra terão uma impedância muito próxima entre si.

Pelo fato da fabricação de uma barra Roebel ser mais complexa do que a fabricação de uma bobina multiespira, ela possui um custo de fabricação mais elevado. Entretanto, uma vez que esta técnica reduz as perdas por adensamento não homogêneo de corrente e consequentemente a elevação de temperatura da máquina em operação, é possível reduzir a quantidade de material ativo da máquina. Por isso, um bom projeto eletromagnético deve sempre realizar um estudo de custo *versus* benefício para garantir uma máquina otimizada.

Com base nos resultados comparativos apresentados no capítulo 5, tanto as análises da barra sem transposição quanto as análises da barra com transposição convergiram para os valores encontrados na prática. Exceção é feita para os casos de correntes entre barra inferior e superior defasadas onde o modelo analítico divergiu do modelo numérico e do experimento prático. Tal resultado era esperado, pois o modelo analítico não considera o acoplamento magnético da barra inferior e superior. De acordo com o item 3.4, o acoplamento magnético entre as barras possui

grande influência na distribuição da corrente elétrica principalmente na barra superior.

Para futuros trabalhos neste tema, sugerem-se:

- Acrescentar o acoplamento magnético entre as barras superior e inferior no modelo analítico;
- Estudar técnicas de otimização no cálculo analítico;
- Estudar os ganhos em transpor os fios nas regiões da barra fora do pacote de chapas do estator;
- Adicionar a transposição de fios fora do pacote de chapas do estator no modelo analítico.

## 7. Referências Bibliográficas

- [1] T. DORDEA, A. CAMPEANU, G. MADESCU, TORAC, M. MOT e L. OCOLISAN, “Strip Method for Evaluating A. C. Losses in Slot Portion of Roebel Bars,” 2009.
- [2] T. DORDEA, V. PORCA, G. MADESCU, I. TORAC, M. BIRIESCU, M. MOT e L. OCOLISAN, *Computation and Measurement of Strand Currents in a Full-Scale Multistrand Conductor*, 2010.
- [3] P. R. FARD, “Roebel Windings for Hydro Generators,” 2007.
- [4] S. Y. GASKARI, *The Simulation and Optimization of Transposition in Stator Bars of Turbogenerator*, 2014.
- [5] J. HALDEMANN, *Transpositions in Stator Bars of Large Turbogenerators*, 2004.
- [6] D. C. MACDONALD, *Circulating Current Loss Within Roebel bar Stator Winding in Hydroelectric Alternators*, 1971.
- [7] D. C. MACDONALD, *Losses In Roebel Bars: Reactance of Slot Portion to Circulating Currents Between the Conductor Stacks*, 1970.
- [8] D. C. MACDONALD, *Losses in Roebel Bars: Effect of Slot Portion on Circulating Currents*, 1970.
- [9] I. BOLDEA, *Synchronous Generators - The Electric Generators Handbook*, 2006.
- [10] K. ABBASZADEH e F. R. ALAM, *Circulating Current Analysis Between Strands in Armature Winding of a Turbogenerator using Analytical Mode*, 2013.
- [11] A. ADALEV, N. KOROVKIN, M. ROYTGARTS e A. SMINOV, *Calculation of circulating currents in the stator bars of turbogenerators*, 2015.
- [12] “DT-5: Características e Especificações de Geradores,” Publicação Interna WEG, Jaraguá do Sul.
- [13] J. PYRHONEN, T. JOKINEN e V. HRABOVCOVÁ, *Design of Rotating Electrical Machines*, 2008.
- [14] K. TAKAHASHI, M. TAKAHASHI e M. SATO, *Calculation Method for Strand Current Distribution in Armature Winding of Turbine Generator*, 2003.
- [15] J. BASTOS, *Eletromagnetismo para Engenharia: Estática e Quase-Estática*, Brasil: Editora UFSC, 2008.



## 8. Apêndice A – Rotina de cálculo elaborado no MATLAB para determinação das correntes em cada fio da barra sem transposição e com transposição

```

% Mesma Fase - Barra Inferior
clear
close all
clc
% Corrente nominal em cada fio
I=10.607;

% Indutâncias
L1_1 = 0.0000033300640 ;
L1_2 = 0.0000032105270 ;
L1_3 = 0.0000030979080 ;
L1_4 = 0.0000030069050 ;
L1_5 = 0.0000029263640 ;
L1_6 = 0.0000028518410 ;
L1_7 = 0.0000027813360 ;
L1_8 = 0.0000027138610 ;
L1_9 = 0.0000026488850 ;
L1_10 = 0.0000025860990 ;
L1_11 = 0.0000025820190 ;
L1_12 = 0.0000026431240 ;
L1_13 = 0.0000027057050 ;
L1_14 = 0.0000027697290 ;
L1_15 = 0.0000028351610 ;
L1_16 = 0.0000029019370 ;
L1_17 = 0.0000029698460 ;
L1_18 = 0.0000030380060 ;
L1_19 = 0.0000031028230 ;
L1_20 = 0.0000031500540 ;

L2_1 = 0.0000032105270 ;
L2_2 = 0.0000032717970 ;
L2_3 = 0.0000031542780 ;
L2_4 = 0.0000030435350 ;
L2_5 = 0.0000029543060 ;
L2_6 = 0.0000028754640 ;
L2_7 = 0.0000028025810 ;
L2_8 = 0.0000027336680 ;
L2_9 = 0.0000026677440 ;
L2_10 = 0.0000026042810 ;

```

L2\_11 = 0.0000025986460 ;  
L2\_12 = 0.0000026597660 ;  
L2\_13 = 0.0000027223140 ;  
L2\_14 = 0.0000027862580 ;  
L2\_15 = 0.0000028515390 ;  
L2\_16 = 0.0000029179550 ;  
L2\_17 = 0.0000029846300 ;  
L2\_18 = 0.0000030479820 ;  
L2\_19 = 0.0000030937750 ;  
L2\_20 = 0.0000031028220 ;

L3\_1 = 0.0000030979080 ;  
L3\_2 = 0.0000031542780 ;  
L3\_3 = 0.0000032174340 ;  
L3\_4 = 0.0000031016970 ;  
L3\_5 = 0.0000029926580 ;  
L3\_6 = 0.0000029050740 ;  
L3\_7 = 0.0000028278280 ;  
L3\_8 = 0.0000027565000 ;  
L3\_9 = 0.0000026891050 ;  
L3\_10 = 0.0000026246640 ;  
L3\_11 = 0.0000026167760 ;  
L3\_12 = 0.0000026778770 ;  
L3\_13 = 0.0000027403550 ;  
L3\_14 = 0.0000028041560 ;  
L3\_15 = 0.0000028690790 ;  
L3\_16 = 0.0000029342550 ;  
L3\_17 = 0.0000029961090 ;  
L3\_18 = 0.0000030404110 ;  
L3\_19 = 0.0000030479810 ;  
L3\_20 = 0.0000030380030 ;

L4\_1 = 0.0000030069050 ;  
L4\_2 = 0.0000030435350 ;  
L4\_3 = 0.0000031016970 ;  
L4\_4 = 0.0000031665640 ;  
L4\_5 = 0.0000030524770 ;  
L4\_6 = 0.0000029450380 ;  
L4\_7 = 0.0000028590130 ;  
L4\_8 = 0.0000027832900 ;  
L4\_9 = 0.0000027134510 ;  
L4\_10 = 0.0000026475140 ;  
L4\_11 = 0.0000026363490 ;

L4\_12 = 0.0000026973950 ;  
L4\_13 = 0.0000027597440 ;  
L4\_14 = 0.0000028231970 ;  
L4\_15 = 0.0000028868880 ;  
L4\_16 = 0.0000029472450 ;  
L4\_17 = 0.0000029900430 ;  
L4\_18 = 0.0000029961080 ;  
L4\_19 = 0.0000029846280 ;  
L4\_20 = 0.0000029698430 ;

L5\_1 = 0.0000029263640 ;  
L5\_2 = 0.0000029543060 ;  
L5\_3 = 0.0000029926580 ;  
L5\_4 = 0.0000030524770 ;  
L5\_5 = 0.0000031189500 ;  
L5\_6 = 0.0000030064260 ;  
L5\_7 = 0.0000029005140 ;  
L5\_8 = 0.0000028159820 ;  
L5\_9 = 0.0000027417220 ;  
L5\_10 = 0.0000026733180 ;  
L5\_11 = 0.0000026573050 ;  
L5\_12 = 0.0000027182390 ;  
L5\_13 = 0.0000027802550 ;  
L5\_14 = 0.0000028424900 ;  
L5\_15 = 0.0000029013720 ;  
L5\_16 = 0.0000029426810 ;  
L5\_17 = 0.0000029472450 ;  
L5\_18 = 0.0000029342540 ;  
L5\_19 = 0.0000029179530 ;  
L5\_20 = 0.0000029019340 ;

L6\_1 = 0.0000028518410 ;  
L6\_2 = 0.0000028754640 ;  
L6\_3 = 0.0000029050740 ;  
L6\_4 = 0.0000029450380 ;  
L6\_5 = 0.0000030064260 ;  
L6\_6 = 0.0000030744300 ;  
L6\_7 = 0.0000029634040 ;  
L6\_8 = 0.0000028589600 ;  
L6\_9 = 0.0000027758680 ;  
L6\_10 = 0.0000027030190 ;  
L6\_11 = 0.0000026795650 ;  
L6\_12 = 0.0000027401840 ;

L6\_13 = 0.0000028009980 ;  
L6\_14 = 0.0000028584400 ;  
L6\_15 = 0.0000028982880 ;  
L6\_16 = 0.0000029013720 ;  
L6\_17 = 0.0000028868880 ;  
L6\_18 = 0.0000028690780 ;  
L6\_19 = 0.0000028515380 ;  
L6\_20 = 0.0000028351580 ;

L7\_1 = 0.0000027813360 ;  
L7\_2 = 0.0000028025810 ;  
L7\_3 = 0.0000028278280 ;  
L7\_4 = 0.0000028590130 ;  
L7\_5 = 0.0000029005140 ;  
L7\_6 = 0.0000029634040 ;  
L7\_7 = 0.0000030328810 ;  
L7\_8 = 0.0000029232990 ;  
L7\_9 = 0.0000028202710 ;  
L7\_10 = 0.0000027385680 ;  
L7\_11 = 0.0000027029040 ;  
L7\_12 = 0.0000027623390 ;  
L7\_13 = 0.0000028183780 ;  
L7\_14 = 0.0000028568010 ;  
L7\_15 = 0.0000028584400 ;  
L7\_16 = 0.0000028424900 ;  
L7\_17 = 0.0000028231970 ;  
L7\_18 = 0.0000028041550 ;  
L7\_19 = 0.0000027862560 ;  
L7\_20 = 0.0000027697260 ;

L8\_1 = 0.0000027138610 ;  
L8\_2 = 0.0000027336680 ;  
L8\_3 = 0.0000027565000 ;  
L8\_4 = 0.0000027832900 ;  
L8\_5 = 0.0000028159820 ;  
L8\_6 = 0.0000028589600 ;  
L8\_7 = 0.0000029232990 ;  
L8\_8 = 0.0000029941970 ;  
L8\_9 = 0.0000028860100 ;  
L8\_10 = 0.0000027843500 ;  
L8\_11 = 0.0000027264310 ;  
L8\_12 = 0.0000027811080 ;  
L8\_13 = 0.0000028181470 ;



L8\_14 = 0.0000028183780 ;  
L8\_15 = 0.0000028009990 ;  
L8\_16 = 0.0000027802560 ;  
L8\_17 = 0.0000027597450 ;  
L8\_18 = 0.0000027403550 ;  
L8\_19 = 0.0000027223130 ;  
L8\_20 = 0.0000027057020 ;

L9\_1 = 0.0000026488850 ;  
L9\_2 = 0.0000026677440 ;  
L9\_3 = 0.0000026891050 ;  
L9\_4 = 0.0000027134510 ;  
L9\_5 = 0.0000027417220 ;  
L9\_6 = 0.0000027758680 ;  
L9\_7 = 0.0000028202710 ;  
L9\_8 = 0.0000028860100 ;  
L9\_9 = 0.0000029582820 ;  
L9\_10 = 0.0000028514430 ;  
L9\_11 = 0.0000027465480 ;  
L9\_12 = 0.0000027822440 ;  
L9\_13 = 0.0000027811090 ;  
L9\_14 = 0.0000027623400 ;  
L9\_15 = 0.0000027401850 ;  
L9\_16 = 0.0000027182400 ;  
L9\_17 = 0.0000026973960 ;  
L9\_18 = 0.0000026778780 ;  
L9\_19 = 0.0000026597660 ;  
L9\_20 = 0.0000026431220 ;

L10\_1 = 0.0000025860990 ;  
L10\_2 = 0.0000026042810 ;  
L10\_3 = 0.0000026246640 ;  
L10\_4 = 0.0000026475140 ;  
L10\_5 = 0.0000026733180 ;  
L10\_6 = 0.0000027030190 ;  
L10\_7 = 0.0000027385680 ;  
L10\_8 = 0.0000027843500 ;  
L10\_9 = 0.0000028514430 ;  
L10\_10 = 0.0000029250440 ;  
L10\_11 = 0.0000027490080 ;  
L10\_12 = 0.0000027465480 ;  
L10\_13 = 0.0000027264320 ;  
L10\_14 = 0.0000027029050 ;

L10\_15 = 0.0000026795670 ;  
L10\_16 = 0.0000026573070 ;  
L10\_17 = 0.0000026363500 ;  
L10\_18 = 0.0000026167770 ;  
L10\_19 = 0.0000025986460 ;  
L10\_20 = 0.0000025820170 ;

L11\_1 = 0.0000025820190 ;  
L11\_2 = 0.0000025986460 ;  
L11\_3 = 0.0000026167760 ;  
L11\_4 = 0.0000026363490 ;  
L11\_5 = 0.0000026573050 ;  
L11\_6 = 0.0000026795650 ;  
L11\_7 = 0.0000027029040 ;  
L11\_8 = 0.0000027264310 ;  
L11\_9 = 0.0000027465480 ;  
L11\_10 = 0.0000027490080 ;  
L11\_11 = 0.0000029250340 ;  
L11\_12 = 0.0000028514330 ;  
L11\_13 = 0.0000027843410 ;  
L11\_14 = 0.0000027385590 ;  
L11\_15 = 0.0000027030100 ;  
L11\_16 = 0.0000026733090 ;  
L11\_17 = 0.0000026475050 ;  
L11\_18 = 0.0000026246550 ;  
L11\_19 = 0.0000026042710 ;  
L11\_20 = 0.0000025860880 ;

L12\_1 = 0.0000026431240 ;  
L12\_2 = 0.0000026597660 ;  
L12\_3 = 0.0000026778770 ;  
L12\_4 = 0.0000026973950 ;  
L12\_5 = 0.0000027182390 ;  
L12\_6 = 0.0000027401840 ;  
L12\_7 = 0.0000027623390 ;  
L12\_8 = 0.0000027811080 ;  
L12\_9 = 0.0000027822440 ;  
L12\_10 = 0.0000027465480 ;  
L12\_11 = 0.0000028514330 ;  
L12\_12 = 0.0000029582720 ;  
L12\_13 = 0.0000028860000 ;  
L12\_14 = 0.0000028202620 ;  
L12\_15 = 0.0000027758590 ;

L12\_16 = 0.0000027417140 ;  
L12\_17 = 0.0000027134430 ;  
L12\_18 = 0.0000026890960 ;  
L12\_19 = 0.0000026677330 ;  
L12\_20 = 0.0000026488730 ;

L13\_1 = 0.0000027057050 ;  
L13\_2 = 0.0000027223140 ;  
L13\_3 = 0.0000027403550 ;  
L13\_4 = 0.0000027597440 ;  
L13\_5 = 0.0000027802550 ;  
L13\_6 = 0.0000028009980 ;  
L13\_7 = 0.0000028183780 ;  
L13\_8 = 0.0000028181470 ;  
L13\_9 = 0.0000027811090 ;  
L13\_10 = 0.0000027264320 ;  
L13\_11 = 0.0000027843410 ;  
L13\_12 = 0.0000028860000 ;  
L13\_13 = 0.0000029941880 ;  
L13\_14 = 0.0000029232910 ;  
L13\_15 = 0.0000028589520 ;  
L13\_16 = 0.0000028159740 ;  
L13\_17 = 0.0000027832820 ;  
L13\_18 = 0.0000027564910 ;  
L13\_19 = 0.0000027336590 ;  
L13\_20 = 0.0000027138490 ;

L14\_1 = 0.0000027697290 ;  
L14\_2 = 0.0000027862580 ;  
L14\_3 = 0.0000028041560 ;  
L14\_4 = 0.0000028231970 ;  
L14\_5 = 0.0000028424900 ;  
L14\_6 = 0.0000028584400 ;  
L14\_7 = 0.0000028568010 ;  
L14\_8 = 0.0000028183780 ;  
L14\_9 = 0.0000027623400 ;  
L14\_10 = 0.0000027029050 ;  
L14\_11 = 0.0000027385590 ;  
L14\_12 = 0.0000028202620 ;  
L14\_13 = 0.0000029232910 ;  
L14\_14 = 0.0000030328730 ;  
L14\_15 = 0.0000029633970 ;  
L14\_16 = 0.0000029005060 ;

L14\_17 = 0.0000028590050 ;  
L14\_18 = 0.0000028278200 ;  
L14\_19 = 0.0000028025720 ;  
L14\_20 = 0.0000027813250 ;

L15\_1 = 0.0000028351610 ;  
L15\_2 = 0.0000028515390 ;  
L15\_3 = 0.0000028690790 ;  
L15\_4 = 0.0000028868880 ;  
L15\_5 = 0.0000029013720 ;  
L15\_6 = 0.0000028982880 ;  
L15\_7 = 0.0000028584400 ;  
L15\_8 = 0.0000028009990 ;  
L15\_9 = 0.0000027401850 ;  
L15\_10 = 0.0000026795670 ;  
L15\_11 = 0.0000027030100 ;  
L15\_12 = 0.0000027758590 ;  
L15\_13 = 0.0000028589520 ;  
L15\_14 = 0.0000029633970 ;  
L15\_15 = 0.0000030744220 ;  
L15\_16 = 0.0000030064190 ;  
L15\_17 = 0.0000029450310 ;  
L15\_18 = 0.0000029050660 ;  
L15\_19 = 0.0000028754550 ;  
L15\_20 = 0.0000028518300 ;

L16\_1 = 0.0000029019370 ;  
L16\_2 = 0.0000029179550 ;  
L16\_3 = 0.0000029342550 ;  
L16\_4 = 0.0000029472450 ;  
L16\_5 = 0.0000029426810 ;  
L16\_6 = 0.0000029013720 ;  
L16\_7 = 0.0000028424900 ;  
L16\_8 = 0.0000027802560 ;  
L16\_9 = 0.0000027182400 ;  
L16\_10 = 0.0000026573070 ;  
L16\_11 = 0.0000026733090 ;  
L16\_12 = 0.0000027417140 ;  
L16\_13 = 0.0000028159740 ;  
L16\_14 = 0.0000029005060 ;  
L16\_15 = 0.0000030064190 ;  
L16\_16 = 0.0000031189420 ;  
L16\_17 = 0.0000030524700 ;

```
L16_18 = 0.0000029926500 ;
L16_19 = 0.0000029542960 ;
L16_20 = 0.0000029263530 ;

L17_1  = 0.0000029698460 ;
L17_2  = 0.0000029846300 ;
L17_3  = 0.0000029961090 ;
L17_4  = 0.0000029900430 ;
L17_5  = 0.0000029472450 ;
L17_6  = 0.0000028868880 ;
L17_7  = 0.0000028231970 ;
L17_8  = 0.0000027597450 ;
L17_9  = 0.0000026973960 ;
L17_10 = 0.0000026363500 ;
L17_11 = 0.0000026475050 ;
L17_12 = 0.0000027134430 ;
L17_13 = 0.0000027832820 ;
L17_14 = 0.0000028590050 ;
L17_15 = 0.0000029450310 ;
L17_16 = 0.0000030524700 ;
L17_17 = 0.0000031665570 ;
L17_18 = 0.0000031016890 ;
L17_19 = 0.0000030435250 ;
L17_20 = 0.0000030068940 ;

L18_1  = 0.0000030380060 ;
L18_2  = 0.0000030479820 ;
L18_3  = 0.0000030404110 ;
L18_4  = 0.0000029961080 ;
L18_5  = 0.0000029342540 ;
L18_6  = 0.0000028690780 ;
L18_7  = 0.0000028041550 ;
L18_8  = 0.0000027403550 ;
L18_9  = 0.0000026778780 ;
L18_10 = 0.0000026167770 ;
L18_11 = 0.0000026246550 ;
L18_12 = 0.0000026890960 ;
L18_13 = 0.0000027564910 ;
L18_14 = 0.0000028278200 ;
L18_15 = 0.0000029050660 ;
L18_16 = 0.0000029926500 ;
L18_17 = 0.0000031016890 ;
L18_18 = 0.0000032174250 ;
```

L18\_19 = 0.0000031542680 ;  
L18\_20 = 0.0000030978970 ;

L19\_1 = 0.0000031028230 ;  
L19\_2 = 0.0000030937750 ;  
L19\_3 = 0.0000030479810 ;  
L19\_4 = 0.0000029846280 ;  
L19\_5 = 0.0000029179530 ;  
L19\_6 = 0.0000028515380 ;  
L19\_7 = 0.0000027862560 ;  
L19\_8 = 0.0000027223130 ;  
L19\_9 = 0.0000026597660 ;  
L19\_10 = 0.0000025986460 ;  
L19\_11 = 0.0000026042710 ;  
L19\_12 = 0.0000026677330 ;  
L19\_13 = 0.0000027336590 ;  
L19\_14 = 0.0000028025720 ;  
L19\_15 = 0.0000028754550 ;  
L19\_16 = 0.0000029542960 ;  
L19\_17 = 0.0000030435250 ;  
L19\_18 = 0.0000031542680 ;  
L19\_19 = 0.0000032717860 ;  
L19\_20 = 0.0000032105150 ;

L20\_1 = 0.0000031500540 ;  
L20\_2 = 0.0000031028220 ;  
L20\_3 = 0.0000030380030 ;  
L20\_4 = 0.0000029698430 ;  
L20\_5 = 0.0000029019340 ;  
L20\_6 = 0.0000028351580 ;  
L20\_7 = 0.0000027697260 ;  
L20\_8 = 0.0000027057020 ;  
L20\_9 = 0.0000026431220 ;  
L20\_10 = 0.0000025820170 ;  
L20\_11 = 0.0000025860880 ;  
L20\_12 = 0.0000026488730 ;  
L20\_13 = 0.0000027138490 ;  
L20\_14 = 0.0000027813250 ;  
L20\_15 = 0.0000028518300 ;  
L20\_16 = 0.0000029263530 ;  
L20\_17 = 0.0000030068940 ;  
L20\_18 = 0.0000030978970 ;  
L20\_19 = 0.0000032105150 ;

```

L20_20 = 0.0000033300490 ;

% Frequência
f=60;
w=2*pi*f;
% Resistência do fio
R=2.557e-3;

% Queda de tensão na resistência
constante=R*I;

% Fluxo de dispersão
Fluxo1 = 0.001702333 ;
Fluxo2 = 0.001705253 ;
Fluxo3 = 0.001705975 ;
Fluxo4 = 0.001706461 ;
Fluxo5 = 0.001704987 ;
Fluxo6 = 0.001702451 ;
Fluxo7 = 0.001697703 ;
Fluxo8 = 0.001692136 ;
Fluxo9 = 0.001685748 ;
Fluxo10 = 0.001676325 ;
Fluxo11 = 0.001676325 ;
Fluxo12 = 0.001685748 ;
Fluxo13 = 0.001692136 ;
Fluxo14 = 0.001697703 ;
Fluxo15 = 0.001702451 ;
Fluxo16 = 0.001704987 ;
Fluxo17 = 0.001706461 ;
Fluxo18 = 0.001705975 ;
Fluxo19 = 0.001705253 ;
Fluxo20 = 0.001702333 ;

% Matriz impedância
Z0=[R+1i*w*L1_1,1i*w*L1_2,1i*w*L1_3,1i*w*L1_4,1i*w*
L1_5,1i*w*L1_6,1i*w*L1_7,1i*w*L1_8,1i*w*L1_9,1i*w*L
1_10,1i*w*L1_11,1i*w*L1_12,1i*w*L1_13,1i*w*L1_14,1i
*w*L1_15,1i*w*L1_16,1i*w*L1_17,1i*w*L1_18,1i*w*L1_1
9,1i*w*L1_20
1i*w*L2_1,R+1i*w*L2_2,1i*w*L2_3,1i*w*L2_4,1i*w*L2_5
,1i*w*L2_6,1i*w*L2_7,1i*w*L2_8,1i*w*L2_9,1i*w*L2_10
,1i*w*L2_11,1i*w*L2_12,1i*w*L2_13,1i*w*L2_14,1i*w*L

```

$2_{15}, li^*w^*L2_{16}, li^*w^*L2_{17}, li^*w^*L2_{18}, li^*w^*L2_{19}, li^*w^*L2_{20}$   
 $li^*w^*L3_1, li^*w^*L3_2, R+li^*w^*L3_3, li^*w^*L3_4, li^*w^*L3_5$   
 $, li^*w^*L3_6, li^*w^*L3_7, li^*w^*L3_8, li^*w^*L3_9, li^*w^*L3_{10}$   
 $, li^*w^*L3_{11}, li^*w^*L3_{12}, li^*w^*L3_{13}, li^*w^*L3_{14}, li^*w^*L3_{15}, li^*w^*L3_{16}, li^*w^*L3_{17}, li^*w^*L3_{18}, li^*w^*L3_{19}, li^*w^*L3_{20}$   
 $li^*w^*L4_1, li^*w^*L4_2, li^*w^*L4_3, R+li^*w^*L4_4, li^*w^*L4_5$   
 $, li^*w^*L4_6, li^*w^*L4_7, li^*w^*L4_8, li^*w^*L4_9, li^*w^*L4_{10}$   
 $, li^*w^*L4_{11}, li^*w^*L4_{12}, li^*w^*L4_{13}, li^*w^*L4_{14}, li^*w^*L4_{15}, li^*w^*L4_{16}, li^*w^*L4_{17}, li^*w^*L4_{18}, li^*w^*L4_{19}, li^*w^*L4_{20}$   
 $li^*w^*L5_1, li^*w^*L5_2, li^*w^*L5_3, li^*w^*L5_4, R+li^*w^*L5_5$   
 $, li^*w^*L5_6, li^*w^*L5_7, li^*w^*L5_8, li^*w^*L5_9, li^*w^*L5_{10}$   
 $, li^*w^*L5_{11}, li^*w^*L5_{12}, li^*w^*L5_{13}, li^*w^*L5_{14}, li^*w^*L5_{15}, li^*w^*L5_{16}, li^*w^*L5_{17}, li^*w^*L5_{18}, li^*w^*L5_{19}, li^*w^*L5_{20}$   
 $li^*w^*L6_1, li^*w^*L6_2, li^*w^*L6_3, li^*w^*L6_4, li^*w^*L6_5, R+li^*w^*L6_6, li^*w^*L6_7, li^*w^*L6_8, li^*w^*L6_9, li^*w^*L6_{10}$   
 $, li^*w^*L6_{11}, li^*w^*L6_{12}, li^*w^*L6_{13}, li^*w^*L6_{14}, li^*w^*L6_{15}, li^*w^*L6_{16}, li^*w^*L6_{17}, li^*w^*L6_{18}, li^*w^*L6_{19}, li^*w^*L6_{20}$   
 $li^*w^*L7_1, li^*w^*L7_2, li^*w^*L7_3, li^*w^*L7_4, li^*w^*L7_5, li^*w^*L7_6, R+li^*w^*L7_7, li^*w^*L7_8, li^*w^*L7_9, li^*w^*L7_{10}$   
 $, li^*w^*L7_{11}, li^*w^*L7_{12}, li^*w^*L7_{13}, li^*w^*L7_{14}, li^*w^*L7_{15}, li^*w^*L7_{16}, li^*w^*L7_{17}, li^*w^*L7_{18}, li^*w^*L7_{19}, li^*w^*L7_{20}$   
 $li^*w^*L8_1, li^*w^*L8_2, li^*w^*L8_3, li^*w^*L8_4, li^*w^*L8_5, li^*w^*L8_6, li^*w^*L8_7, R+li^*w^*L8_8, li^*w^*L8_9, li^*w^*L8_{10}$   
 $, li^*w^*L8_{11}, li^*w^*L8_{12}, li^*w^*L8_{13}, li^*w^*L8_{14}, li^*w^*L8_{15}, li^*w^*L8_{16}, li^*w^*L8_{17}, li^*w^*L8_{18}, li^*w^*L8_{19}, li^*w^*L8_{20}$   
 $li^*w^*L9_1, li^*w^*L9_2, li^*w^*L9_3, li^*w^*L9_4, li^*w^*L9_5, li^*w^*L9_6, li^*w^*L9_7, li^*w^*L9_8, R+li^*w^*L9_9, li^*w^*L9_{10}$   
 $, li^*w^*L9_{11}, li^*w^*L9_{12}, li^*w^*L9_{13}, li^*w^*L9_{14}, li^*w^*L9_{15}, li^*w^*L9_{16}, li^*w^*L9_{17}, li^*w^*L9_{18}, li^*w^*L9_{19}, li^*w^*L9_{20}$   
 $li^*w^*L10_1, li^*w^*L10_2, li^*w^*L10_3, li^*w^*L10_4, li^*w^*L10_5, li^*w^*L10_6, li^*w^*L10_7, li^*w^*L10_8, li^*w^*L10_9, R+li^*w^*L10_{10}, li^*w^*L10_{11}, li^*w^*L10_{12}, li^*w^*L10_{13}, li^*w^*L10_{14}, li^*w^*L10_{15}, li^*w^*L10_{16}, li^*w^*L10_{17}, li^*w^*L10_{18}, li^*w^*L10_{19}, li^*w^*L10_{20}$



$li^*w^*L11\_1, li^*w^*L11\_2, li^*w^*L11\_3, li^*w^*L11\_4, li^*w^*L11\_5, li^*w^*L11\_6, li^*w^*L11\_7, li^*w^*L11\_8, li^*w^*L11\_9, li^*w^*L11\_10, R+li^*w^*L11\_11, li^*w^*L11\_12, li^*w^*L11\_13, li^*w^*L11\_14, li^*w^*L11\_15, li^*w^*L11\_16, li^*w^*L11\_17, li^*w^*L11\_18, li^*w^*L11\_19, li^*w^*L11\_20$   
 $li^*w^*L12\_1, li^*w^*L12\_2, li^*w^*L12\_3, li^*w^*L12\_4, li^*w^*L12\_5, li^*w^*L12\_6, li^*w^*L12\_7, li^*w^*L12\_8, li^*w^*L12\_9, li^*w^*L12\_10, li^*w^*L11\_11, R+li^*w^*L12\_12, li^*w^*L12\_13, li^*w^*L12\_14, li^*w^*L12\_15, li^*w^*L12\_16, li^*w^*L12\_17, li^*w^*L12\_18, li^*w^*L12\_19, li^*w^*L12\_20$   
 $li^*w^*L13\_1, li^*w^*L13\_2, li^*w^*L13\_3, li^*w^*L13\_4, li^*w^*L13\_5, li^*w^*L13\_6, li^*w^*L13\_7, li^*w^*L13\_8, li^*w^*L13\_9, li^*w^*L13\_10, li^*w^*L13\_11, li^*w^*L13\_12, R+li^*w^*L13\_13, li^*w^*L13\_14, li^*w^*L13\_15, li^*w^*L13\_16, li^*w^*L13\_17, li^*w^*L13\_18, li^*w^*L13\_19, li^*w^*L13\_20$   
 $li^*w^*L14\_1, li^*w^*L14\_2, li^*w^*L14\_3, li^*w^*L14\_4, li^*w^*L14\_5, li^*w^*L14\_6, li^*w^*L14\_7, li^*w^*L14\_8, li^*w^*L14\_9, li^*w^*L14\_10, li^*w^*L14\_11, li^*w^*L14\_12, li^*w^*L14\_13, R+li^*w^*L14\_14, li^*w^*L14\_15, li^*w^*L14\_16, li^*w^*L14\_17, li^*w^*L14\_18, li^*w^*L14\_19, li^*w^*L14\_20$   
 $li^*w^*L15\_1, li^*w^*L15\_2, li^*w^*L15\_3, li^*w^*L15\_4, li^*w^*L15\_5, li^*w^*L15\_6, li^*w^*L15\_7, li^*w^*L15\_8, li^*w^*L15\_9, li^*w^*L15\_10, li^*w^*L15\_11, li^*w^*L15\_12, li^*w^*L15\_13, li^*w^*L15\_14, R+li^*w^*L15\_15, li^*w^*L15\_16, li^*w^*L15\_17, li^*w^*L15\_18, li^*w^*L15\_19, li^*w^*L15\_20$   
 $li^*w^*L16\_1, li^*w^*L16\_2, li^*w^*L16\_3, li^*w^*L16\_4, li^*w^*L16\_5, li^*w^*L16\_6, li^*w^*L16\_7, li^*w^*L16\_8, li^*w^*L16\_9, li^*w^*L16\_10, li^*w^*L16\_11, li^*w^*L16\_12, li^*w^*L16\_13, li^*w^*L16\_14, li^*w^*L16\_15, R+li^*w^*L16\_16, li^*w^*L16\_17, li^*w^*L16\_18, li^*w^*L16\_19, li^*w^*L16\_20$   
 $li^*w^*L17\_1, li^*w^*L17\_2, li^*w^*L17\_3, li^*w^*L17\_4, li^*w^*L17\_5, li^*w^*L17\_6, li^*w^*L17\_7, li^*w^*L17\_8, li^*w^*L17\_9, li^*w^*L17\_10, li^*w^*L17\_11, li^*w^*L17\_12, li^*w^*L17\_13, li^*w^*L17\_14, li^*w^*L17\_15, li^*w^*L17\_16, R+li^*w^*L17\_17, li^*w^*L17\_18, li^*w^*L17\_19, li^*w^*L17\_20$   
 $li^*w^*L18\_1, li^*w^*L18\_2, li^*w^*L18\_3, li^*w^*L18\_4, li^*w^*L18\_5, li^*w^*L18\_6, li^*w^*L18\_7, li^*w^*L18\_8, li^*w^*L18\_9, li^*w^*L18\_10, li^*w^*L18\_11, li^*w^*L18\_12, li^*w^*L18\_13, li^*w^*L18\_14, li^*w^*L18\_15, li^*w^*L18\_16, li^*w^*L18\_17, R+li^*w^*L18\_18, li^*w^*L18\_19, li^*w^*L18\_20$   
 $li^*w^*L19\_1, li^*w^*L19\_2, li^*w^*L19\_3, li^*w^*L19\_4, li^*w^*L19\_5, li^*w^*L19\_6, li^*w^*L19\_7, li^*w^*L19\_8, li^*w^*L19\_9, li^*w^*L19\_10, li^*w^*L19\_11, li^*w^*L19\_12, li^*w^*L19\_13, li^*w^*L19\_14, li^*w^*L19\_15, li^*w^*L19\_16, li^*w^*L19\_17, li^*w^*L19\_18, li^*w^*L19\_19, li^*w^*L19\_20$

```

19_14,li*w*L19_15,li*w*L19_16,li*w*L19_17,li*w*L19_
18,R+li*w*L19_19,li*w*L19_20
li*w*L20_1,li*w*L20_2,li*w*L20_3,li*w*L20_4,li*w*L2
0_5,li*w*L20_6,li*w*L20_7,li*w*L20_8,li*w*L20_9,li*
w*L20_10,li*w*L20_11,li*w*L20_12,li*w*L20_13,li*w*L
20_14,li*w*L20_15,li*w*L20_16,li*w*L20_17,li*w*L20_
18,li*w*L20_19,R+li*w*L20_20];

```

```
% Matriz de permutação
```

```

P=[0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0,
    0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,
    1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];

```

```
% Matriz impedância na transposição 1 (passo 1)
```

```
Z1=P*Z0*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 2 (passo 2)
```

```
Z2=P*Z1*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 3 (passo 3)
```

```
Z3=P*Z2*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 4 (passo 4)
```

```
Z4=P*Z3*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 5 (passo 5)
```

```
Z5=P*Z4*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 6 (passo 6)
```

```
Z6=P*Z5*P';
```

```
% Matriz impedância na transposição 7 (passo 7)
```

```

Z7=P*Z6*P';
% Matriz impedância na transposição 8 (passo 8)
Z8=P*Z7*P';
% Matriz impedância na transposição 9 (passo 9)
Z9=P*Z8*P';
% Matriz impedância na transposição 10 (passo 10)
Z10=P*Z9*P';
% Matriz impedância na transposição 11 (passo 11)
Z11=P*Z10*P';
% Matriz impedância na transposição 12 (passo 12)
Z12=P*Z11*P';
% Matriz impedância na transposição 13 (passo 13)
Z13=P*Z12*P';
% Matriz impedância na transposição 14 (passo 14)
Z14=P*Z13*P';
% Matriz impedância na transposição 15 (passo 15)
Z15=P*Z14*P';
% Matriz impedância na transposição 16 (passo 16)
Z16=P*Z15*P';
% Matriz impedância na transposição 17 (passo 17)
Z17=P*Z16*P';
% Matriz impedância na transposição 18 (passo 18)
Z18=P*Z17*P';
% Matriz impedância na transposição 19 (passo 19)
Z19=P*Z18*P';
% Matriz impedância na transposição 20 (passo 20)
Z20=P*Z19*P';

% Matriz impedância da barra sem transposição
Z_1=Z0;
Z_2=Z0;
Z_3=Z0;
Z_4=Z0;
Z_5=Z0;
Z_6=Z0;
Z_7=Z0;
Z_8=Z0;
Z_9=Z0;
Z_10=Z0;
Z_11=Z0;
Z_12=Z0;
Z_13=Z0;
Z_14=Z0;

```

```
Z_15=Z0;
Z_16=Z0;
Z_17=Z0;
Z_18=Z0;
Z_19=Z0;
Z_20=Z0;
```

```
% Comprimento do passo de transposição para
transposição de 360°
dl=700/20;
```

```
% Matriz impedância após a transposição
Z_miat=((dl/2)*Z0)+(dl*Z1)+(dl*Z2)+(dl*Z3)+(dl*Z4)+
(dl*Z5)+(dl*Z6)+(dl*Z7)+(dl*Z8)+(dl*Z9)+(dl*Z10)+(d
l*Z11)+(dl*Z12)+(dl*Z13)+(dl*Z14)+(dl*Z15)+(dl*Z16)
+(dl*Z17)+(dl*Z18)+(dl*Z19)+((dl/2)*Z20);
```

```
% Matriz impedância (barra sem transposição)
Z1_mi=(Z0);
```

```
% Matriz impedância final (barra com transposição)
finalZ=[Z_miat(1,1) Z_miat(1,2) Z_miat(1,3)
Z_miat(1,4) Z_miat(1,5) Z_miat(1,6) Z_miat(1,7)
Z_miat(1,8) Z_miat(1,9) Z_miat(1,10) Z_miat(1,11)
Z_miat(1,12) Z_miat(1,13) Z_miat(1,14) Z_miat(1,15)
Z_miat(1,16) Z_miat(1,17) Z_miat(1,18) Z_miat(1,19)
Z_miat(1,20) -1
Z_miat(2,1) Z_miat(2,2) Z_miat(2,3)
Z_miat(2,4) Z_miat(2,5) Z_miat(2,6) Z_miat(2,7)
Z_miat(2,8) Z_miat(2,9) Z_miat(2,10) Z_miat(2,11)
Z_miat(2,12) Z_miat(2,13) Z_miat(2,14) Z_miat(2,15)
Z_miat(2,16) Z_miat(2,17) Z_miat(2,18) Z_miat(2,19)
Z_miat(2,20) -1
Z_miat(3,1) Z_miat(3,2) Z_miat(3,3)
Z_miat(3,4) Z_miat(3,5) Z_miat(3,6) Z_miat(3,7)
Z_miat(3,8) Z_miat(3,9) Z_miat(3,10) Z_miat(3,11)
Z_miat(3,12) Z_miat(3,13) Z_miat(3,14) Z_miat(3,15)
Z_miat(3,16) Z_miat(3,17) Z_miat(3,18) Z_miat(3,19)
Z_miat(3,20) -1
Z_miat(4,1) Z_miat(4,2) Z_miat(4,3)
Z_miat(4,4) Z_miat(4,5) Z_miat(4,6) Z_miat(4,7)
Z_miat(4,8) Z_miat(4,9) Z_miat(4,10) Z_miat(4,11)
```

Z\_miat(4,12) Z\_miat(4,13) Z\_miat(4,14) Z\_miat(4,15)  
 Z\_miat(4,16) Z\_miat(4,17) Z\_miat(4,18) Z\_miat(4,19)  
 Z\_miat(4,20) -1

Z\_miat(5,1) Z\_miat(5,2) Z\_miat(5,3)  
 Z\_miat(5,4) Z\_miat(5,5) Z\_miat(5,6) Z\_miat(5,7)  
 Z\_miat(5,8) Z\_miat(5,9) Z\_miat(5,10) Z\_miat(5,11)  
 Z\_miat(5,12) Z\_miat(5,13) Z\_miat(5,14) Z\_miat(5,15)  
 Z\_miat(5,16) Z\_miat(5,17) Z\_miat(5,18) Z\_miat(5,19)  
 Z\_miat(5,20) -1

Z\_miat(6,1) Z\_miat(6,2) Z\_miat(6,3)  
 Z\_miat(6,4) Z\_miat(6,5) Z\_miat(6,6) Z\_miat(6,7)  
 Z\_miat(6,8) Z\_miat(6,9) Z\_miat(6,10) Z\_miat(6,11)  
 Z\_miat(6,12) Z\_miat(6,13) Z\_miat(6,14) Z\_miat(6,15)  
 Z\_miat(6,16) Z\_miat(6,17) Z\_miat(6,18) Z\_miat(6,19)  
 Z\_miat(6,20) -1

Z\_miat(7,1) Z\_miat(7,2) Z\_miat(7,3)  
 Z\_miat(7,4) Z\_miat(7,5) Z\_miat(7,6) Z\_miat(7,7)  
 Z\_miat(7,8) Z\_miat(7,9) Z\_miat(7,10) Z\_miat(7,11)  
 Z\_miat(7,12) Z\_miat(7,13) Z\_miat(7,14) Z\_miat(7,15)  
 Z\_miat(7,16) Z\_miat(7,17) Z\_miat(7,18) Z\_miat(7,19)  
 Z\_miat(7,20) -1

Z\_miat(8,1) Z\_miat(8,2) Z\_miat(8,3)  
 Z\_miat(8,4) Z\_miat(8,5) Z\_miat(8,6) Z\_miat(8,7)  
 Z\_miat(8,8) Z\_miat(8,9) Z\_miat(8,10) Z\_miat(8,11)  
 Z\_miat(8,12) Z\_miat(8,13) Z\_miat(8,14) Z\_miat(8,15)  
 Z\_miat(8,16) Z\_miat(8,17) Z\_miat(8,18) Z\_miat(8,19)  
 Z\_miat(8,20) -1

Z\_miat(9,1) Z\_miat(9,2) Z\_miat(9,3)  
 Z\_miat(9,4) Z\_miat(9,5) Z\_miat(9,6) Z\_miat(9,7)  
 Z\_miat(9,8) Z\_miat(9,9) Z\_miat(9,10) Z\_miat(9,11)  
 Z\_miat(9,12) Z\_miat(9,13) Z\_miat(9,14) Z\_miat(9,15)  
 Z\_miat(9,16) Z\_miat(9,17) Z\_miat(9,18) Z\_miat(9,19)  
 Z\_miat(9,20) -1

Z\_miat(10,1) Z\_miat(10,2) Z\_miat(10,3)  
 Z\_miat(10,4) Z\_miat(10,5) Z\_miat(10,6) Z\_miat(10,7)  
 Z\_miat(10,8) Z\_miat(10,9) Z\_miat(10,10)  
 Z\_miat(10,11) Z\_miat(10,12) Z\_miat(10,13)  
 Z\_miat(10,14) Z\_miat(10,15) Z\_miat(10,16)  
 Z\_miat(10,17) Z\_miat(10,18) Z\_miat(10,19)  
 Z\_miat(10,20) -1

Z\_miat(11,1) Z\_miat(11,2) Z\_miat(11,3)  
 Z\_miat(11,4) Z\_miat(11,5) Z\_miat(11,6) Z\_miat(11,7)  
 Z\_miat(11,8) Z\_miat(11,9) Z\_miat(11,10)

```

Z_miat (11,11) Z_miat (11,12) Z_miat (11,13)
Z_miat (11,14) Z_miat (11,15) Z_miat (11,16)
Z_miat (11,17) Z_miat (11,18) Z_miat (11,19)
Z_miat (11,20) -1
    Z_miat (12,1) Z_miat (12,2) Z_miat (12,3)
Z_miat (12,4) Z_miat (12,5) Z_miat (12,6) Z_miat (12,7)
Z_miat (12,8) Z_miat (12,9) Z_miat (12,10)
Z_miat (12,11) Z_miat (12,12) Z_miat (12,13)
Z_miat (12,14) Z_miat (12,15) Z_miat (12,16)
Z_miat (12,17) Z_miat (12,18) Z_miat (12,19)
Z_miat (12,20) -1
    Z_miat (13,1) Z_miat (13,2) Z_miat (13,3)
Z_miat (13,4) Z_miat (13,5) Z_miat (13,6) Z_miat (13,7)
Z_miat (13,8) Z_miat (13,9) Z_miat (13,10)
Z_miat (13,11) Z_miat (13,12) Z_miat (13,13)
Z_miat (13,14) Z_miat (13,15) Z_miat (13,16)
Z_miat (13,17) Z_miat (13,18) Z_miat (13,19)
Z_miat (13,20) -1
    Z_miat (14,1) Z_miat (14,2) Z_miat (14,3)
Z_miat (14,4) Z_miat (14,5) Z_miat (14,6) Z_miat (14,7)
Z_miat (14,8) Z_miat (14,9) Z_miat (14,10)
Z_miat (14,11) Z_miat (14,12) Z_miat (14,13)
Z_miat (14,14) Z_miat (14,15) Z_miat (14,16)
Z_miat (14,17) Z_miat (14,18) Z_miat (14,19)
Z_miat (14,20) -1
    Z_miat (15,1) Z_miat (15,2) Z_miat (15,3)
Z_miat (15,4) Z_miat (15,5) Z_miat (15,6) Z_miat (15,7)
Z_miat (15,8) Z_miat (15,9) Z_miat (15,10)
Z_miat (15,11) Z_miat (15,12) Z_miat (15,13)
Z_miat (15,14) Z_miat (15,15) Z_miat (15,16)
Z_miat (15,17) Z_miat (15,18) Z_miat (15,19)
Z_miat (15,20) -1
    Z_miat (16,1) Z_miat (16,2) Z_miat (16,3)
Z_miat (16,4) Z_miat (16,5) Z_miat (16,6) Z_miat (16,7)
Z_miat (16,8) Z_miat (16,9) Z_miat (16,10)
Z_miat (16,11) Z_miat (16,12) Z_miat (16,13)
Z_miat (16,14) Z_miat (16,15) Z_miat (16,16)
Z_miat (16,17) Z_miat (16,18) Z_miat (16,19)
Z_miat (16,20) -1
    Z_miat (17,1) Z_miat (17,2) Z_miat (17,3)
Z_miat (17,4) Z_miat (17,5) Z_miat (17,6) Z_miat (17,7)
Z_miat (17,8) Z_miat (17,9) Z_miat (17,10)
Z_miat (17,11) Z_miat (17,12) Z_miat (17,13)

```

```

Z_miat(17,14) Z_miat(17,15) Z_miat(17,16)
Z_miat(17,17) Z_miat(17,18) Z_miat(17,19)
Z_miat(17,20) -1
    Z_miat(18,1) Z_miat(18,2) Z_miat(18,3)
Z_miat(18,4) Z_miat(18,5) Z_miat(18,6) Z_miat(18,7)
Z_miat(18,8) Z_miat(18,9) Z_miat(18,10)
Z_miat(18,11) Z_miat(18,12) Z_miat(18,13)
Z_miat(18,14) Z_miat(18,15) Z_miat(18,16)
Z_miat(18,17) Z_miat(18,18) Z_miat(18,19)
Z_miat(18,20) -1
    Z_miat(19,1) Z_miat(19,2) Z_miat(19,3)
Z_miat(19,4) Z_miat(19,5) Z_miat(19,6) Z_miat(19,7)
Z_miat(19,8) Z_miat(19,9) Z_miat(19,10)
Z_miat(19,11) Z_miat(19,12) Z_miat(19,13)
Z_miat(19,14) Z_miat(19,15) Z_miat(19,16)
Z_miat(19,17) Z_miat(19,18) Z_miat(19,19)
Z_miat(19,20) -1
    Z_miat(20,1) Z_miat(20,2) Z_miat(20,3)
Z_miat(20,4) Z_miat(20,5) Z_miat(20,6) Z_miat(20,7)
Z_miat(20,8) Z_miat(20,9) Z_miat(20,10)
Z_miat(20,11) Z_miat(20,12) Z_miat(20,13)
Z_miat(20,14) Z_miat(20,15) Z_miat(20,16)
Z_miat(20,17) Z_miat(20,18) Z_miat(20,19)
Z_miat(20,20) -1
    1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0];

```

```

% Matriz impedância final (barra sem transposição)

```

```

finalZ1=[Z1_mi(1,1) Z1_mi(1,2) Z1_mi(1,3)
Z1_mi(1,4) Z1_mi(1,5) Z1_mi(1,6) Z1_mi(1,7)
Z1_mi(1,8) Z1_mi(1,9) Z1_mi(1,10) Z1_mi(1,11)
Z1_mi(1,12) Z1_mi(1,13) Z1_mi(1,14) Z1_mi(1,15)
Z1_mi(1,16) Z1_mi(1,17) Z1_mi(1,18) Z1_mi(1,19)
Z1_mi(1,20) -1
    Z1_mi(2,1) Z1_mi(2,2) Z1_mi(2,3)
Z1_mi(2,4) Z1_mi(2,5) Z1_mi(2,6) Z1_mi(2,7)
Z1_mi(2,8) Z1_mi(2,9) Z1_mi(2,10) Z1_mi(2,11)
Z1_mi(2,12) Z1_mi(2,13) Z1_mi(2,14) Z1_mi(2,15)
Z1_mi(2,16) Z1_mi(2,17) Z1_mi(2,18) Z1_mi(2,19)
Z1_mi(2,20) -1
    Z1_mi(3,1) Z1_mi(3,2) Z1_mi(3,3)
Z1_mi(3,4) Z1_mi(3,5) Z1_mi(3,6) Z1_mi(3,7)
Z1_mi(3,8) Z1_mi(3,9) Z1_mi(3,10) Z1_mi(3,11)
Z1_mi(3,12) Z1_mi(3,13) Z1_mi(3,14) Z1_mi(3,15)

```

Z1\_mi(3,16) Z1\_mi(3,17) Z1\_mi(3,18) Z1\_mi(3,19)  
 Z1\_mi(3,20) -1  
     Z1\_mi(4,1) Z1\_mi(4,2) Z1\_mi(4,3)  
 Z1\_mi(4,4) Z1\_mi(4,5) Z1\_mi(4,6) Z1\_mi(4,7)  
 Z1\_mi(4,8) Z1\_mi(4,9) Z1\_mi(4,10) Z1\_mi(4,11)  
 Z1\_mi(4,12) Z1\_mi(4,13) Z1\_mi(4,14) Z1\_mi(4,15)  
 Z1\_mi(4,16) Z1\_mi(4,17) Z1\_mi(4,18) Z1\_mi(4,19)  
 Z1\_mi(4,20) -1  
     Z1\_mi(5,1) Z1\_mi(5,2) Z1\_mi(5,3)  
 Z1\_mi(5,4) Z1\_mi(5,5) Z1\_mi(5,6) Z1\_mi(5,7)  
 Z1\_mi(5,8) Z1\_mi(5,9) Z1\_mi(5,10) Z1\_mi(5,11)  
 Z1\_mi(5,12) Z1\_mi(5,13) Z1\_mi(5,14) Z1\_mi(5,15)  
 Z1\_mi(5,16) Z1\_mi(5,17) Z1\_mi(5,18) Z1\_mi(5,19)  
 Z1\_mi(5,20) -1  
     Z1\_mi(6,1) Z1\_mi(6,2) Z1\_mi(6,3)  
 Z1\_mi(6,4) Z1\_mi(6,5) Z1\_mi(6,6) Z1\_mi(6,7)  
 Z1\_mi(6,8) Z1\_mi(6,9) Z1\_mi(6,10) Z1\_mi(6,11)  
 Z1\_mi(6,12) Z1\_mi(6,13) Z1\_mi(6,14) Z1\_mi(6,15)  
 Z1\_mi(6,16) Z1\_mi(6,17) Z1\_mi(6,18) Z1\_mi(6,19)  
 Z1\_mi(6,20) -1  
     Z1\_mi(7,1) Z1\_mi(7,2) Z1\_mi(7,3)  
 Z1\_mi(7,4) Z1\_mi(7,5) Z1\_mi(7,6) Z1\_mi(7,7)  
 Z1\_mi(7,8) Z1\_mi(7,9) Z1\_mi(7,10) Z1\_mi(7,11)  
 Z1\_mi(7,12) Z1\_mi(7,13) Z1\_mi(7,14) Z1\_mi(7,15)  
 Z1\_mi(7,16) Z1\_mi(7,17) Z1\_mi(7,18) Z1\_mi(7,19)  
 Z1\_mi(7,20) -1  
     Z1\_mi(8,1) Z1\_mi(8,2) Z1\_mi(8,3)  
 Z1\_mi(8,4) Z1\_mi(8,5) Z1\_mi(8,6) Z1\_mi(8,7)  
 Z1\_mi(8,8) Z1\_mi(8,9) Z1\_mi(8,10) Z1\_mi(8,11)  
 Z1\_mi(8,12) Z1\_mi(8,13) Z1\_mi(8,14) Z1\_mi(8,15)  
 Z1\_mi(8,16) Z1\_mi(8,17) Z1\_mi(8,18) Z1\_mi(8,19)  
 Z1\_mi(8,20) -1  
     Z1\_mi(9,1) Z1\_mi(9,2) Z1\_mi(9,3)  
 Z1\_mi(9,4) Z1\_mi(9,5) Z1\_mi(9,6) Z1\_mi(9,7)  
 Z1\_mi(9,8) Z1\_mi(9,9) Z1\_mi(9,10) Z1\_mi(9,11)  
 Z1\_mi(9,12) Z1\_mi(9,13) Z1\_mi(9,14) Z1\_mi(9,15)  
 Z1\_mi(9,16) Z1\_mi(9,17) Z1\_mi(9,18) Z1\_mi(9,19)  
 Z1\_mi(9,20) -1  
     Z1\_mi(10,1) Z1\_mi(10,2) Z1\_mi(10,3)  
 Z1\_mi(10,4) Z1\_mi(10,5) Z1\_mi(10,6) Z1\_mi(10,7)  
 Z1\_mi(10,8) Z1\_mi(10,9) Z1\_mi(10,10) Z1\_mi(10,11)  
 Z1\_mi(10,12) Z1\_mi(10,13) Z1\_mi(10,14) Z1\_mi(10,15)



Z1\_mi(10,16) Z1\_mi(10,17) Z1\_mi(10,18) Z1\_mi(10,19)  
 Z1\_mi(10,20) -1  
     Z1\_mi(11,1) Z1\_mi(11,2) Z1\_mi(11,3)  
 Z1\_mi(11,4) Z1\_mi(11,5) Z1\_mi(11,6) Z1\_mi(11,7)  
 Z1\_mi(11,8) Z1\_mi(11,9) Z1\_mi(11,10) Z1\_mi(11,11)  
 Z1\_mi(11,12) Z1\_mi(11,13) Z1\_mi(11,14) Z1\_mi(11,15)  
 Z1\_mi(11,16) Z1\_mi(11,17) Z1\_mi(11,18) Z1\_mi(11,19)  
 Z1\_mi(11,20) -1  
     Z1\_mi(12,1) Z1\_mi(12,2) Z1\_mi(12,3)  
 Z1\_mi(12,4) Z1\_mi(12,5) Z1\_mi(12,6) Z1\_mi(12,7)  
 Z1\_mi(12,8) Z1\_mi(12,9) Z1\_mi(12,10) Z1\_mi(12,11)  
 Z1\_mi(12,12) Z1\_mi(12,13) Z1\_mi(12,14) Z1\_mi(12,15)  
 Z1\_mi(12,16) Z1\_mi(12,17) Z1\_mi(12,18) Z1\_mi(12,19)  
 Z1\_mi(12,20) -1  
     Z1\_mi(13,1) Z1\_mi(13,2) Z1\_mi(13,3)  
 Z1\_mi(13,4) Z1\_mi(13,5) Z1\_mi(13,6) Z1\_mi(13,7)  
 Z1\_mi(13,8) Z1\_mi(13,9) Z1\_mi(13,10) Z1\_mi(13,11)  
 Z1\_mi(13,12) Z1\_mi(13,13) Z1\_mi(13,14) Z1\_mi(13,15)  
 Z1\_mi(13,16) Z1\_mi(13,17) Z1\_mi(13,18) Z1\_mi(13,19)  
 Z1\_mi(13,20) -1  
     Z1\_mi(14,1) Z1\_mi(14,2) Z1\_mi(14,3)  
 Z1\_mi(14,4) Z1\_mi(14,5) Z1\_mi(14,6) Z1\_mi(14,7)  
 Z1\_mi(14,8) Z1\_mi(14,9) Z1\_mi(14,10) Z1\_mi(14,11)  
 Z1\_mi(14,12) Z1\_mi(14,13) Z1\_mi(14,14) Z1\_mi(14,15)  
 Z1\_mi(14,16) Z1\_mi(14,17) Z1\_mi(14,18) Z1\_mi(14,19)  
 Z1\_mi(14,20) -1  
     Z1\_mi(15,1) Z1\_mi(15,2) Z1\_mi(15,3)  
 Z1\_mi(15,4) Z1\_mi(15,5) Z1\_mi(15,6) Z1\_mi(15,7)  
 Z1\_mi(15,8) Z1\_mi(15,9) Z1\_mi(15,10) Z1\_mi(15,11)  
 Z1\_mi(15,12) Z1\_mi(15,13) Z1\_mi(15,14) Z1\_mi(15,15)  
 Z1\_mi(15,16) Z1\_mi(15,17) Z1\_mi(15,18) Z1\_mi(15,19)  
 Z1\_mi(15,20) -1  
     Z1\_mi(16,1) Z1\_mi(16,2) Z1\_mi(16,3)  
 Z1\_mi(16,4) Z1\_mi(16,5) Z1\_mi(16,6) Z1\_mi(16,7)  
 Z1\_mi(16,8) Z1\_mi(16,9) Z1\_mi(16,10) Z1\_mi(16,11)  
 Z1\_mi(16,12) Z1\_mi(16,13) Z1\_mi(16,14) Z1\_mi(16,15)  
 Z1\_mi(16,16) Z1\_mi(16,17) Z1\_mi(16,18) Z1\_mi(16,19)  
 Z1\_mi(16,20) -1  
     Z1\_mi(17,1) Z1\_mi(17,2) Z1\_mi(17,3)  
 Z1\_mi(17,4) Z1\_mi(17,5) Z1\_mi(17,6) Z1\_mi(17,7)  
 Z1\_mi(17,8) Z1\_mi(17,9) Z1\_mi(17,10) Z1\_mi(17,11)  
 Z1\_mi(17,12) Z1\_mi(17,13) Z1\_mi(17,14) Z1\_mi(17,15)

```

Z1_mi(17,16) Z1_mi(17,17) Z1_mi(17,18) Z1_mi(17,19)
Z1_mi(17,20) -1
    Z1_mi(18,1) Z1_mi(18,2) Z1_mi(18,3)
Z1_mi(18,4) Z1_mi(18,5) Z1_mi(18,6) Z1_mi(18,7)
Z1_mi(18,8) Z1_mi(18,9) Z1_mi(18,10) Z1_mi(18,11)
Z1_mi(18,12) Z1_mi(18,13) Z1_mi(18,14) Z1_mi(18,15)
Z1_mi(18,16) Z1_mi(18,17) Z1_mi(18,18) Z1_mi(18,19)
Z1_mi(18,20) -1
    Z1_mi(19,1) Z1_mi(19,2) Z1_mi(19,3)
Z1_mi(19,4) Z1_mi(19,5) Z1_mi(19,6) Z1_mi(19,7)
Z1_mi(19,8) Z1_mi(19,9) Z1_mi(19,10) Z1_mi(19,11)
Z1_mi(19,12) Z1_mi(19,13) Z1_mi(19,14) Z1_mi(19,15)
Z1_mi(19,16) Z1_mi(19,17) Z1_mi(19,18) Z1_mi(19,19)
Z1_mi(19,20) -1
    Z1_mi(20,1) Z1_mi(20,2) Z1_mi(20,3)
Z1_mi(20,4) Z1_mi(20,5) Z1_mi(20,6) Z1_mi(20,7)
Z1_mi(20,8) Z1_mi(20,9) Z1_mi(20,10) Z1_mi(20,11)
Z1_mi(20,12) Z1_mi(20,13) Z1_mi(20,14) Z1_mi(20,15)
Z1_mi(20,16) Z1_mi(20,17) Z1_mi(20,18) Z1_mi(20,19)
Z1_mi(20,20) -1
    1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
0];

```

```
% Tensão
```

```

V0=[-li*w*Fluxo1-constante;-li*w*Fluxo2-constante;-
li*w*Fluxo3-constante;-li*w*Fluxo4-constante;-
li*w*Fluxo5-constante;-li*w*Fluxo6-constante;-
li*w*Fluxo7-constante;-li*w*Fluxo8-constante;-
li*w*Fluxo9-constante;-li*w*Fluxo10-constante;-
li*w*Fluxo11-constante;-li*w*Fluxo12-constante;-
li*w*Fluxo13-constante;-li*w*Fluxo14-constante;-
li*w*Fluxo15-constante;-li*w*Fluxo16-constante;-
li*w*Fluxo17-constante;-li*w*Fluxo18-constante;-
li*w*Fluxo19-constante;-li*w*Fluxo20-constante];

```

```
% Tensão na transposição 1 (passo 1)
```

```
V1=P*V0;
```

```
% Tensão na transposição 2 (passo 2)
```

```
V2=P*V1;
```

```
% Tensão na transposição 3 (passo 3)
```

```
V3=P*V2;
```

```
% Tensão na transposição 4 (passo 4)
```

```
V4=P*V3;
```

```
% Tensão na transposição 5 (passo 5)
V5=P*V4;
% Tensão na transposição 6 (passo 6)
V6=P*V5;
% Tensão na transposição 7 (passo 7)
V7=P*V6;
% Tensão na transposição 8 (passo 8)
V8=P*V7;
% Tensão na transposição 9 (passo 9)
V9=P*V8;
% Tensão na transposição 10 (passo 10)
V10=P*V9;
% Tensão na transposição 11 (passo 11)
V11=P*V10;
% Tensão na transposição 12 (passo 12)
V12=P*V11;
% Tensão na transposição 13 (passo 13)
V13=P*V12;
% Tensão na transposição 14 (passo 14)
V14=P*V13;
% Tensão na transposição 15 (passo 15)
V15=P*V14;
% Tensão na transposição 16 (passo 16)
V16=P*V15;
% Tensão na transposição 17 (passo 17)
V17=P*V16;
% Tensão na transposição 18 (passo 18)
V18=P*V17;
% Tensão na transposição 19 (passo 19)
V19=P*V18;
% Tensão na transposição 20 (passo 20)
V20=P*V19;

% Tensão na barra sem transposição
V_1=V0;
V_2=V0;
V_3=V0;
V_4=V0;
V_5=V0;
V_6=V0;
V_7=V0;
V_8=V0;
V_9=V0;
```

```
V_10=V0;
V_11=V0;
V_12=V0;
V_13=V0;
V_14=V0;
V_15=V0;
V_16=V0;
V_17=V0;
V_18=V0;
V_19=V0;
V_20=V0;
```

```
% Vetor tensão após a transposição
```

```
V= ((dl/2)*V0)+(dl*V1)+(dl*V2)+(dl*V3)+(dl*V4)+(dl*V5)+(dl*V6)+(dl*V7)+(dl*V8)+(dl*V9)+(dl*V10)+(dl*V11)+(dl*V12)+(dl*V13)+(dl*V14)+(dl*V15)+(dl*V16)+(dl*V17)+(dl*V18)+(dl*V19)+((dl/2)*V20);
```

```
% Vetor tensão barra sem transposição
```

```
V_vt=(V0);
```

```
% Vetor tensão final (barra com transposição)
```

```
finalV=[V(1,1);V(2,1);V(3,1);V(4,1);V(5,1);V(6,1);V(7,1);V(8,1);V(9,1);V(10,1);V(11,1);V(12,1);V(13,1);V(14,1);V(15,1);V(16,1);V(17,1);V(18,1);V(19,1);V(20,1);0];
```

```
% Vetor tensão final (barra sem transposição)
```

```
finalV1=[V_vt(1,1);V_vt(2,1);V_vt(3,1);V_vt(4,1);V_vt(5,1);V_vt(6,1);V_vt(7,1);V_vt(8,1);V_vt(9,1);V_vt(10,1);V_vt(11,1);V_vt(12,1);V_vt(13,1);V_vt(14,1);V_vt(15,1);V_vt(16,1);V_vt(17,1);V_vt(18,1);V_vt(19,1);V_vt(20,1);0];
```

```
% Cálculo da corrente parasita
```

```
iparasitacomtransp=inv(finalZ)*finalV;
iparasitasemtransp=inv(finalZ1)*finalV1;
```

## 9. Apêndice B – Resultados

### 9.1 Barra Sem Transposição – Modelo Analítico

#### 9.1.1 Alimentação das barras por corrente com fases iguais

Tabela 4 - Corrente na barra superior

Fio	Corrente parasita (A)	Corrente total (A)	J (A/mm <sup>2</sup> )
1	8,2 ∠ 73,6°	11,4 ∠ -43,4°	2,57
2	6,9 ∠ 72,0°	10,7 ∠ -37,9°	2,42
3	5,4 ∠ 71,3°	10,2 ∠ -30,1°	2,31
4	3,7 ∠ 71,9°	10,1 ∠ -20,7°	2,27
5	2,0 ∠ 76,0°	10,3 ∠ -10,7°	2,32
6	0,3 ∠ 13,5°	10,9 ∠ 0,4°	2,45
7	2,5 ∠ 65,7°	11,9 ∠ 11,1°	2,67
8	5,1 ∠ 70,2°	13,2 ∠ 21,1°	2,98
9	7,8 ∠ 73,2°	14,8 ∠ 30,1°	3,34
10	10,8 ∠ 76,6°	16,8 ∠ 38,6°	3,78
11	10,8 ∠ 76,6°	16,8 ∠ 38,6°	3,78
12	7,8 ∠ 72,2°	14,9 ∠ 29,7°	3,37
13	5,1 ∠ 70,1°	13,2 ∠ 21,1°	2,98
14	2,6 ∠ 66,4°	11,9 ∠ 11,5°	2,68
15	0,3 ∠ 13,3°	10,9 ∠ 0,6°	2,45
16	2,0 ∠ 76,0°	10,3 ∠ -10,7°	2,32
17	3,8 ∠ 71,9°	10,1 ∠ -20,7°	2,27
18	5,4 ∠ 71,3°	10,3 ∠ -30,1°	2,31
19	6,9 ∠ 72,0°	10,7 ∠ -37,9°	2,42
20	8,2 ∠ 73,6°	11,4 ∠ -43,4°	2,57

Tabela 5 - Corrente na barra inferior

Fio	Corrente parasita (A)	Corrente total (A)	J (A/mm <sup>2</sup> )
1	0,7 ∠ 53,8°	10,2 ∠ -2,9°	2,31
2	1,0 ∠ 68,6°	10,3 ∠ -5,3°	2,32
3	1,1 ∠ 72,6°	10,3 ∠ -6,0°	2,33
4	1,2 ∠ 77,2°	10,4 ∠ -6,5°	2,34
5	1,0 ∠ 81,0°	10,5 ∠ -5,5°	2,37
6	0,7 ∠ 88,7°	10,6 ∠ -3,7°	2,39
7	0,2 ∠ -10,2°	10,8 ∠ -0,2°	2,43
8	0,8 ∠ 66,5°	11,0 ∠ 3,9°	2,47
9	1,7 ∠ 74,1°	11,2 ∠ 8,5°	2,53
10	3,1 ∠ 79,6°	11,6 ∠ 15,2°	2,61

<b>11</b>	3,1 $\angle$ 79,6°	11,6 $\angle$ 15,2°	2,61
<b>12</b>	1,7 $\angle$ 72,9°	11,2 $\angle$ 8,5°	2,53
<b>13</b>	0,8 $\angle$ 66,5°	11,0 $\angle$ 3,9°	2,47
<b>14</b>	0,2 $\angle$ -10,3°	10,8 $\angle$ -0,2°	2,43
<b>15</b>	0,7 $\angle$ 88,7°	10,6 $\angle$ -3,7°	2,39
<b>16</b>	1,0 $\angle$ 81,0°	10,5 $\angle$ -5,5°	2,37
<b>17</b>	1,2 $\angle$ 77,2°	10,4 $\angle$ -6,5°	2,34
<b>18</b>	1,1 $\angle$ 72,5°	10,3 $\angle$ -6,0°	2,33
<b>19</b>	1,0 $\angle$ 68,6°	10,3 $\angle$ -5,3°	2,32
<b>20</b>	0,6 $\angle$ 53,8°	10,2 $\angle$ -2,9°	2,31

### 9.1.2 Alimentação das barras por correntes defasadas +120°

Tabela 6 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente parasita (A)</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	7,1 $\angle$ 75,4°	11,2 $\angle$ -37,8°	2,52
<b>2</b>	5,4 $\angle$ 72,4°	10,4 $\angle$ -29,7°	2,33
<b>3</b>	3,7 $\angle$ 69,9°	10,0 $\angle$ -20,4°	2,24
<b>4</b>	2,2 $\angle$ 68,2°	10,0 $\angle$ -11,6°	2,25
<b>5</b>	0,7 $\angle$ 68,1°	10,4 $\angle$ -3,8°	2,33
<b>6</b>	0,7 $\angle$ 68,4°	10,9 $\angle$ 3,6°	2,46
<b>7</b>	2,2 $\angle$ 68,8°	11,6 $\angle$ 10,3°	2,61
<b>8</b>	3,8 $\angle$ 70,4°	12,4 $\angle$ 16,7°	2,79
<b>9</b>	5,4 $\angle$ 72,5°	13,3 $\angle$ 22,8°	2,99
<b>10</b>	7,0 $\angle$ 75,3°	14,1 $\angle$ 28,7°	3,18
<b>11</b>	7,0 $\angle$ 75,3°	14,1 $\angle$ 28,7°	3,18
<b>12</b>	5,4 $\angle$ 71,7°	13,3 $\angle$ 22,6°	3,00
<b>13</b>	3,8 $\angle$ 70,4°	12,4 $\angle$ 16,7°	2,79
<b>14</b>	2,2 $\angle$ 68,8°	11,6 $\angle$ 10,3°	2,61
<b>15</b>	0,7 $\angle$ 68,5°	10,9 $\angle$ 3,6°	2,46
<b>16</b>	0,7 $\angle$ 68,0°	10,4 $\angle$ -3,8°	2,33
<b>17</b>	2,3 $\angle$ 69,2°	10,0 $\angle$ -12,3°	2,26
<b>18</b>	3,7 $\angle$ 69,9°	10,0 $\angle$ -20,4°	2,24
<b>19</b>	5,4 $\angle$ 72,4°	10,3 $\angle$ -29,7°	2,33
<b>20</b>	7,1 $\angle$ 75,4°	11,2 $\angle$ -37,8°	2,52

Tabela 7 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente parasita (A)</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	2,1 $\angle$ 67,5°	10,0 $\angle$ -11,3°	2,25

2	2,3 $\angle$ 70,1°	10,1 $\angle$ -12,3°	2,27
3	2,1 $\angle$ 71,7°	10,1 $\angle$ -11,3°	2,29
4	1,9 $\angle$ 75,0°	10,3 $\angle$ -10,1°	2,32
5	1,4 $\angle$ 79,6°	10,5 $\angle$ -7,4°	2,35
6	0,6 $\angle$ -86,8°	10,7 $\angle$ -3,4°	2,40
7	0,4 $\angle$ 38,2°	11,0 $\angle$ 1,4°	2,47
8	1,7 $\angle$ 67,1°	11,4 $\angle$ 7,7°	2,56
9	3,2 $\angle$ 73,9°	11,9 $\angle$ 15,1°	2,68
10	5,1 $\angle$ 78,3°	12,7 $\angle$ 23,1°	2,85
11	5,1 $\angle$ 78,3°	12,7 $\angle$ 23,1°	2,85
12	3,2 $\angle$ 73,0°	12,0 $\angle$ 15,0°	2,69
13	1,7 $\angle$ 67,1°	11,4 $\angle$ 7,7°	2,56
14	0,4 $\angle$ 38,2°	11,0 $\angle$ 1,4°	2,47
15	0,6 $\angle$ -86,8°	10,7 $\angle$ -3,4°	2,40
16	1,4 $\angle$ 79,6°	10,5 $\angle$ -7,4°	2,35
17	1,9 $\angle$ 74,9°	10,3 $\angle$ -10,1°	2,32
18	2,1 $\angle$ 71,7°	10,1 $\angle$ -11,3°	2,29
19	2,3 $\angle$ 70,1°	10,1 $\angle$ -12,3°	2,27
20	2,1 $\angle$ 67,5°	10,0 $\angle$ -11,3°	2,25

### 9.1.3 Alimentação das barras por correntes defasadas -120°

Tabela 8 - Corrente na barra superior

Fio	Corrente parasita (A)	Corrente total (A)	J (A/mm <sup>2</sup> )
1	2,8 $\angle$ 69,5°	10,0 $\angle$ -15,4°	2,25
2	2,9 $\angle$ 70,9°	10,0 $\angle$ -15,6°	2,26
3	2,7 $\angle$ 72,7°	10,1 $\angle$ -14,6°	2,29
4	2,1 $\angle$ 74,4°	10,2 $\angle$ -11,4°	2,31
5	1,4 $\angle$ 78,8°	10,4 $\angle$ -7,4°	2,35
6	0,4 $\angle$ -80,1°	10,7 $\angle$ -2,3°	2,41
7	0,8 $\angle$ 56,1°	11,1 $\angle$ 3,4°	2,49
8	2,2 $\angle$ 69,1°	11,6 $\angle$ 10,1°	2,61
9	3,7 $\angle$ 73,6°	12,2 $\angle$ 17,0°	2,75
10	5,6 $\angle$ 77,7°	13,0 $\angle$ 24,8°	2,93
11	5,6 $\angle$ 77,7°	13,0 $\angle$ 24,8°	2,93
12	3,7 $\angle$ 72,6°	12,3 $\angle$ 16,9°	2,76
13	2,2 $\angle$ 69,1°	11,6 $\angle$ 10,1°	2,61
14	0,8 $\angle$ 56,1°	11,1 $\angle$ 3,4°	2,49
15	0,4 $\angle$ -80,1°	10,7 $\angle$ -2,3°	2,41

<b>16</b>	1,4 $\angle$ 78,8°	10,4 $\angle$ -7,4°	2,35
<b>17</b>	2,1 $\angle$ 74,4°	10,2 $\angle$ -11,4°	2,31
<b>18</b>	2,7 $\angle$ 72,7°	10,1 $\angle$ -14,6°	2,29
<b>19</b>	2,9 $\angle$ 70,9°	10,0 $\angle$ -15,6°	2,26
<b>20</b>	2,8 $\angle$ 69,5°	10,0 $\angle$ -15,4°	2,25

Tabela 9 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente parasita (A)</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	0,2 $\angle$ 50,1°	10,5 $\angle$ -0,7°	2,37
<b>2</b>	0,3 $\angle$ 69,4°	10,5 $\angle$ -1,5°	2,37
<b>3</b>	0,4 $\angle$ 76,8°	10,5 $\angle$ -2,2°	2,37
<b>4</b>	0,3 $\angle$ 77,5°	10,5 $\angle$ -1,7°	2,38
<b>5</b>	0,2 $\angle$ 78,6°	10,6 $\angle$ -1,0°	2,38
<b>6</b>	0,2 $\angle$ -88,6°	10,6 $\angle$ -0,8°	2,39
<b>7</b>	0,1 $\angle$ 60,9°	10,7 $\angle$ 0,5°	2,40
<b>8</b>	0,4 $\angle$ 75,6°	10,7 $\angle$ 1,9°	2,41
<b>9</b>	0,5 $\angle$ 75,8°	10,7 $\angle$ 2,6°	2,42
<b>10</b>	0,5 $\angle$ 75,1°	10,8 $\angle$ 2,7°	2,42
<b>11</b>	0,5 $\angle$ 75,1°	10,8 $\angle$ 2,7°	2,42
<b>12</b>	0,5 $\angle$ 75,2°	10,7 $\angle$ 2,6°	2,42
<b>13</b>	0,4 $\angle$ 75,6°	10,7 $\angle$ 1,9°	2,41
<b>14</b>	0,1 $\angle$ 61,0°	10,7 $\angle$ 0,5°	2,40
<b>15</b>	0,2 $\angle$ -88,5°	10,6 $\angle$ -0,8°	2,39
<b>16</b>	0,2 $\angle$ 78,6°	10,6 $\angle$ -1,0°	2,38
<b>17</b>	0,3 $\angle$ 77,5°	10,5 $\angle$ -1,7°	2,38
<b>18</b>	0,4 $\angle$ 76,8°	10,5 $\angle$ -2,2°	2,37
<b>19</b>	0,3 $\angle$ 69,4°	10,5 $\angle$ -1,5°	2,37
<b>20</b>	0,2 $\angle$ 50,1°	10,5 $\angle$ -0,7°	2,37

## 9.2 Barra Sem Transposição – Modelo Numérico

### 9.2.1 Alimentação das barras por corrente com fases iguais

Tabela 10 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	12,2 $\angle$ -43,2°	2,74
<b>2</b>	11,3 $\angle$ -37,0°	2,56
<b>3</b>	10,7 $\angle$ -29,4°	2,42
<b>4</b>	10,4 $\angle$ -19,6°	2,34
<b>5</b>	10,4 $\angle$ -9,0°	2,34



<b>6</b>	10,8 $\angle$ 2,2°	2,43
<b>7</b>	11,6 $\angle$ 13,0°	2,61
<b>8</b>	12,8 $\angle$ 22,7°	2,88
<b>9</b>	14,3 $\angle$ 31,5°	3,23
<b>10</b>	16,2 $\angle$ 39,0°	3,64
<b>11</b>	16,2 $\angle$ 39,0°	3,64
<b>12</b>	14,3 $\angle$ 31,5°	3,23
<b>13</b>	12,8 $\angle$ 22,7°	2,88
<b>14</b>	11,6 $\angle$ 13,0°	2,61
<b>15</b>	10,8 $\angle$ 2,2°	2,43
<b>16</b>	10,4 $\angle$ -9,0°	2,34
<b>17</b>	10,4 $\angle$ -19,6°	2,34
<b>18</b>	10,7 $\angle$ -29,4°	2,42
<b>19</b>	11,3 $\angle$ -37,0°	2,56
<b>20</b>	12,2 $\angle$ -43,2°	2,74

Tabela 11 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,3 $\angle$ -10,0°	2,32
<b>2</b>	10,3 $\angle$ -11,0°	2,33
<b>3</b>	10,4 $\angle$ -10,2°	2,33
<b>4</b>	10,4 $\angle$ -8,0°	2,34
<b>5</b>	10,5 $\angle$ -5,0°	2,36
<b>6</b>	10,6 $\angle$ -1,4°	2,39
<b>7</b>	10,8 $\angle$ 3,0°	2,44
<b>8</b>	11,1 $\angle$ 8,0°	2,50
<b>9</b>	10,5 $\angle$ 13,5°	2,58
<b>10</b>	12,0 $\angle$ 19,4°	2,70
<b>11</b>	12,0 $\angle$ 19,4°	2,70
<b>12</b>	10,5 $\angle$ 13,5°	2,58
<b>13</b>	11,1 $\angle$ 8,0°	2,50
<b>14</b>	10,8 $\angle$ 3,0°	2,44
<b>15</b>	10,6 $\angle$ -1,4°	2,39
<b>16</b>	10,5 $\angle$ -5,0°	2,36
<b>17</b>	10,4 $\angle$ -8,0°	2,34
<b>18</b>	10,4 $\angle$ -10,2°	2,33
<b>19</b>	10,3 $\angle$ -11,0°	2,33
<b>20</b>	10,3 $\angle$ -10,0°	2,32

## 9.2.2 Alimentação das barras por correntes defasadas +120°

Tabela 12 - Corrente na barra superior

Fio	Corrente total (A)	J (A/mm <sup>2</sup> )
1	5,7 ∠ 140,0 °	1,29
2	6,6 ∠ 131,0 °	1,49
3	7,7 ∠ 124,5 °	1,73
4	8,8 ∠ 120,0 °	1,98
5	10,0 ∠ 117,5 °	2,25
6	11,1 ∠ 116,0 °	2,51
7	12,3 ∠ 116,0 °	2,78
8	13,6 ∠ 116,5 °	3,06
9	14,8 ∠ 117,5 °	3,33
10	16,0 ∠ 119,3 °	3,61
11	16,0 ∠ 119,3 °	3,61
12	14,8 ∠ 117,5 °	3,33
13	13,6 ∠ 116,5 °	3,06
14	12,3 ∠ 116,0 °	2,78
15	11,1 ∠ 116,0 °	2,51
16	10,0 ∠ 117,5 °	2,25
17	8,8 ∠ 120,0 °	1,98
18	7,7 ∠ 124,5 °	1,73
19	6,6 ∠ 131,0 °	1,49
20	5,7 ∠ 140,0 °	1,29

Tabela 13 - Corrente na barra inferior

Fio	Corrente total (A)	J (A/mm <sup>2</sup> )
1	10,3 ∠ -12,3°	2,32
2	10,3 ∠ -11,8°	2,32
3	10,3 ∠ -10,4°	2,33
4	10,4 ∠ -8,1°	2,34
5	10,5 ∠ -5,1°	2,36
6	10,6 ∠ -1,4°	2,39
7	10,8 ∠ 3,0°	2,44
8	11,1 ∠ 8,0°	2,51
9	11,5 ∠ 13,5°	2,59
10	12,0 ∠ 19,5°	2,71
11	12,0 ∠ 19,5°	2,71
12	11,5 ∠ 13,5°	2,59

<b>13</b>	11,1 $\angle$ 8,0°	2,51
<b>14</b>	10,8 $\angle$ 3,0°	2,44
<b>15</b>	10,6 $\angle$ -1,4°	2,39
<b>16</b>	10,5 $\angle$ -5,1°	2,36
<b>17</b>	10,4 $\angle$ -8,1°	2,34
<b>18</b>	10,3 $\angle$ -10,4°	2,33
<b>19</b>	10,3 $\angle$ -11,8°	2,32
<b>20</b>	10,3 $\angle$ -12,3°	2,32

### 9.2.3 Alimentação das barras por correntes defasadas -120°

Tabela 14 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	16,1 $\angle$ -120,5°	3,63
<b>2</b>	14,8 $\angle$ -122,5°	3,33
<b>3</b>	13,5 $\angle$ -123,5°	3,05
<b>4</b>	12,3 $\angle$ -124,0°	2,78
<b>5</b>	11,1 $\angle$ -123,8°	2,51
<b>6</b>	10,0 $\angle$ -122,5°	2,25
<b>7</b>	8,8 $\angle$ -120,5°	1,98
<b>8</b>	7,7 $\angle$ -116,0°	1,72
<b>9</b>	6,6 $\angle$ -109,0°	1,48
<b>10</b>	5,7 $\angle$ -100,0°	1,28
<b>11</b>	5,7 $\angle$ -100,0°	1,28
<b>12</b>	6,6 $\angle$ -109,0°	1,48
<b>13</b>	7,7 $\angle$ -116,0°	1,72
<b>14</b>	8,8 $\angle$ -120,5°	1,98
<b>15</b>	10,0 $\angle$ -122,5°	2,25
<b>16</b>	11,1 $\angle$ -123,8°	2,51
<b>17</b>	12,3 $\angle$ -124,0°	2,78
<b>18</b>	13,5 $\angle$ -123,5°	3,05
<b>19</b>	14,8 $\angle$ -122,5°	3,33
<b>20</b>	16,0 $\angle$ -120,5°	3,63

Tabela 15 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,4 $\angle$ -12,4°	2,33
<b>2</b>	10,4 $\angle$ -11,8°	2,33
<b>3</b>	10,4 $\angle$ -10,3°	2,34

<b>4</b>	10,4 $\angle$ -8,2°	2,34
<b>5</b>	10,5 $\angle$ -5,2°	2,37
<b>6</b>	10,6 $\angle$ -1,4°	2,39
<b>7</b>	10,8 $\angle$ 3,0°	2,44
<b>8</b>	11,1 $\angle$ 8,0°	2,50
<b>9</b>	11,5 $\angle$ 13,7°	2,58
<b>10</b>	12,0 $\angle$ 19,8°	2,70
<b>11</b>	12,0 $\angle$ 19,8°	2,70
<b>12</b>	11,5 $\angle$ 13,7°	2,58
<b>13</b>	11,1 $\angle$ 8,0°	2,50
<b>14</b>	10,8 $\angle$ 3,0°	2,44
<b>15</b>	10,6 $\angle$ -1,4°	2,39
<b>16</b>	10,5 $\angle$ -5,2°	2,37
<b>17</b>	10,4 $\angle$ -8,2°	2,34
<b>18</b>	10,4 $\angle$ -10,3°	2,34
<b>19</b>	10,4 $\angle$ -11,8°	2,33
<b>20</b>	10,4 $\angle$ -12,4°	2,33

### 9.3 Barra Com Transposição – Modelo Analítico

#### 9.3.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais, defasadas de +120° e defasadas de -120°

Tabela 16 - Corrente na barra superior e inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente parasita (A)</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>2</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>3</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>4</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>5</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>6</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>7</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>8</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>9</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>10</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>11</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>12</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>13</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>14</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38
<b>15</b>	0 $\angle$ 0°	15,0 $\angle$ 0°	3,38

<b>16</b>	$0 \angle 0^\circ$	$15,0 \angle 0^\circ$	3,38
<b>17</b>	$0 \angle 0^\circ$	$15,0 \angle 0^\circ$	3,38
<b>18</b>	$0 \angle 0^\circ$	$15,0 \angle 0^\circ$	3,38
<b>19</b>	$0 \angle 0^\circ$	$15,0 \angle 0^\circ$	3,38
<b>20</b>	$0 \angle 0^\circ$	$15,0 \angle 0^\circ$	3,38

## 9.4 Barra Sem Transposição – Experimento Prático

### 9.4.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais

Tabela 17 – Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	$10,9 \angle -60^\circ$	2,46
<b>2</b>	10,5	2,37
<b>3</b>	9,9	2,23
<b>4</b>	9,9	2,23
<b>5</b>	$10,2 \angle -42^\circ$	2,30
<b>6</b>	10,7	2,41
<b>7</b>	11,4	2,57
<b>8</b>	12,4	2,79
<b>9</b>	13,7	3,09
<b>10</b>	$15,0 \angle 38^\circ$	3,38
<b>11</b>	$15,0 \angle 38^\circ$	3,38
<b>12</b>	13,6	3,06
<b>13</b>	12,3	2,77
<b>14</b>	11,3	2,55
<b>15</b>	10,6	2,39
<b>16</b>	$10,1 \angle -42^\circ$	2,28
<b>17</b>	9,9	2,23
<b>18</b>	10,0	2,25
<b>19</b>	10,5	2,37
<b>20</b>	$10,9 \angle -60^\circ$	2,46

Tabela 18 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	$9,9 \angle 1^\circ$	2,23
<b>2</b>	10,1	2,28
<b>3</b>	10,3	2,32
<b>4</b>	10,3	2,32
<b>5</b>	$10,3 \angle -2,2^\circ$	2,32

<b>6</b>	10,4	2,34
<b>7</b>	10,6	2,39
<b>8</b>	10,8	2,43
<b>9</b>	11,1	2,50
<b>10</b>	11,3 $\angle 17^\circ$	2,55
<b>11</b>	11,4 $\angle 17^\circ$	2,57
<b>12</b>	11,2	2,52
<b>13</b>	10,9	2,46
<b>14</b>	10,7	2,41
<b>15</b>	10,6	2,39
<b>16</b>	10,5 $\angle -2,2^\circ$	2,37
<b>17</b>	10,4	2,34
<b>18</b>	10,3	2,32
<b>19</b>	10,2	2,30
<b>20</b>	10,0 $\angle 1^\circ$	2,25

#### 9.4.2 Alimentação das barras por correntes defasadas +120°

Tabela 19 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	6,8 $\angle -5,2^\circ$	1,53
<b>2</b>	7,6	1,71
<b>3</b>	8,4	1,89
<b>4</b>	9,3	2,10
<b>5</b>	10,3 $\angle -10^\circ$	2,32
<b>6</b>	11,3	2,55
<b>7</b>	12,3	2,77
<b>8</b>	13,3	3,00
<b>9</b>	14,4	3,25
<b>10</b>	15,2 $\angle -15^\circ$	3,43
<b>11</b>	15,1 $\angle -15^\circ$	3,40
<b>12</b>	14,2	3,20
<b>13</b>	13,1	2,95
<b>14</b>	12,1	2,73
<b>15</b>	11,1	2,50
<b>16</b>	10,1 $\angle -10^\circ$	2,28
<b>17</b>	9,1	2,05
<b>18</b>	8,2	1,85
<b>19</b>	7,3	1,65

<b>20</b>	6,6 $\angle$ -5,2°	1,49
-----------	--------------------	------

Tabela 20 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,0 $\angle$ 2°	2,25
<b>2</b>	10,3	2,32
<b>3</b>	10,5	2,37
<b>4</b>	10,5	2,37
<b>5</b>	10,6 $\angle$ 4°	2,39
<b>6</b>	10,8	2,43
<b>7</b>	11,1	2,50
<b>8</b>	11,5	2,59
<b>9</b>	12,0	2,70
<b>10</b>	12,5 $\angle$ 26,5°	2,82
<b>11</b>	12,4 $\angle$ 26,5°	2,79
<b>12</b>	11,8	2,66
<b>13</b>	11,3	2,55
<b>14</b>	11,0	2,48
<b>15</b>	10,8	2,43
<b>16</b>	10,6 $\angle$ 4°	2,39
<b>17</b>	10,4	2,34
<b>18</b>	10,3	2,32
<b>19</b>	10,2	2,30
<b>20</b>	9,9 $\angle$ 2°	2,23

### 9.4.3 Alimentação das barras por correntes defasadas -120°

Tabela 21 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	15,4 $\angle$ 26°	3,47
<b>2</b>	14,3	3,22
<b>3</b>	13,2	2,97
<b>4</b>	12,2	2,75
<b>5</b>	11,1 $\angle$ 22°	2,50
<b>6</b>	10,1	2,28
<b>7</b>	9,1	2,05
<b>8</b>	8,0	1,80
<b>9</b>	7,2	1,62
<b>10</b>	6,2 $\angle$ 43°	1,40

<b>11</b>	6,4 $\angle$ 43°	1,44
<b>12</b>	7,3	1,65
<b>13</b>	8,3	1,87
<b>14</b>	9,3	2,10
<b>15</b>	10,3	2,32
<b>16</b>	11,3 $\angle$ 22°	2,55
<b>17</b>	12,3	2,77
<b>18</b>	13,4	3,02
<b>19</b>	14,5	3,27
<b>20</b>	15,6 $\angle$ 26°	3,52

Tabela 22 - Corrente na barra inferior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,4 $\angle$ 20,3°	2,34
<b>2</b>	10,6	2,39
<b>3</b>	10,7	2,41
<b>4</b>	10,8	2,43
<b>5</b>	10,8 $\angle$ 26,5°	2,43
<b>6</b>	10,9	2,46
<b>7</b>	10,9	2,46
<b>8</b>	11,0	2,48
<b>9</b>	11,2	2,52
<b>10</b>	11,5 $\angle$ 36°	2,59
<b>11</b>	11,6 $\angle$ 36°	2,61
<b>12</b>	11,3	2,55
<b>13</b>	11,1	2,50
<b>14</b>	11,0	2,48
<b>15</b>	11,0	2,48
<b>16</b>	11,0 $\angle$ 26,5°	2,48
<b>17</b>	11,0	2,48
<b>18</b>	11,0	2,48
<b>19</b>	10,9	2,46
<b>20</b>	10,8 $\angle$ 20,3°	2,43

## 9.5 Barra Com Transposição – Experimento Prático

### 9.5.1 Alimentação das barras por correntes com fases iguais



**Tabela 23 - Corrente na barra superior**

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>2</b>	10,7	2,41
<b>3</b>	10,8	2,43
<b>4</b>	10,8	2,43
<b>5</b>	10,8 $\angle$ 11°	2,43
<b>6</b>	10,8	2,43
<b>7</b>	10,8	2,43
<b>8</b>	10,8	2,43
<b>9</b>	10,7	2,41
<b>10</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>11</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>12</b>	10,7	2,41
<b>13</b>	10,7	2,41
<b>14</b>	10,7	2,41
<b>15</b>	10,7	2,41
<b>16</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>17</b>	10,7	2,41
<b>18</b>	10,7	2,41
<b>19</b>	10,7	2,41
<b>20</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41

**Tabela 24 - Corrente na barra inferior**

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,8 $\angle$ 11°	2,43
<b>2</b>	10,8	2,43
<b>3</b>	10,8	2,43
<b>4</b>	10,8	2,43
<b>5</b>	10,8 $\angle$ 11°	2,43
<b>6</b>	10,9	2,46
<b>7</b>	10,9	2,46
<b>8</b>	10,9	2,46
<b>9</b>	10,9	2,46
<b>10</b>	10,9 $\angle$ 11°	2,46
<b>11</b>	10,9 $\angle$ 11°	2,46
<b>12</b>	10,8	2,43
<b>13</b>	10,8	2,43
<b>14</b>	10,8	2,43

<b>15</b>	10,8	2,43
<b>16</b>	10,8 $\angle$ 11°	2,43
<b>17</b>	10,7	2,41
<b>18</b>	10,7	2,41
<b>19</b>	10,7	2,41
<b>20</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41

### 9.5.2 Alimentação das barras por corrente defasadas +120°

**Tabela 25 - Corrente na barra superior**

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>2</b>	10,7	2,41
<b>3</b>	10,7	2,41
<b>4</b>	10,6	2,39
<b>5</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
<b>6</b>	10,6	2,39
<b>7</b>	10,6	2,39
<b>8</b>	10,5	2,37
<b>9</b>	10,5	2,37
<b>10</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>11</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>12</b>	10,5	2,37
<b>13</b>	10,5	2,37
<b>14</b>	10,6	2,39
<b>15</b>	10,7	2,41
<b>16</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>17</b>	10,7	2,41
<b>18</b>	10,7	2,41
<b>19</b>	10,7	2,41
<b>20</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41

**Tabela 26 - Corrente na barra inferior**

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
<b>2</b>	10,6	2,39
<b>3</b>	10,6	2,39
<b>4</b>	10,6	2,39
<b>5</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39

<b>6</b>	10,6	2,39
<b>7</b>	10,6	2,39
<b>8</b>	10,7	2,41
<b>9</b>	10,7	2,41
<b>10</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>11</b>	10,7 $\angle$ 11°	2,41
<b>12</b>	10,6	2,39
<b>13</b>	10,6	2,39
<b>14</b>	10,6	2,39
<b>15</b>	10,5	2,37
<b>16</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>17</b>	10,6	2,39
<b>18</b>	10,6	2,39
<b>19</b>	10,6	2,39
<b>20</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39

### 9.5.3 Alimentação das barras por correntes defasadas -120°

Tabela 27 - Corrente na barra superior

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
<b>2</b>	10,6	2,39
<b>3</b>	10,6	2,39
<b>4</b>	10,5	2,37
<b>5</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>6</b>	10,4	2,34
<b>7</b>	10,4	2,34
<b>8</b>	10,4	2,34
<b>9</b>	10,4	2,34
<b>10</b>	10,4 $\angle$ 11°	2,34
<b>11</b>	10,4 $\angle$ 11°	2,34
<b>12</b>	10,5	2,37
<b>13</b>	10,5	2,37
<b>14</b>	10,5	2,37
<b>15</b>	10,6	2,39
<b>16</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
<b>17</b>	10,6	2,39
<b>18</b>	10,6	2,39
<b>19</b>	10,6	2,39

<b>20</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
-----------	-------------------	------

**Tabela 28 - Corrente na barra inferior**

<b>Fio</b>	<b>Corrente total (A)</b>	<b>J (A/mm<sup>2</sup>)</b>
<b>1</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>2</b>	10,6	2,39
<b>3</b>	10,6	2,39
<b>4</b>	10,6	2,39
<b>5</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>6</b>	10,6	2,39
<b>7</b>	10,5	2,37
<b>8</b>	10,5	2,37
<b>9</b>	10,5	2,37
<b>10</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>11</b>	10,5 $\angle$ 11°	2,37
<b>12</b>	10,5	2,37
<b>13</b>	10,6	2,39
<b>14</b>	10,6	2,39
<b>15</b>	10,6	2,39
<b>16</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39
<b>17</b>	10,6	2,39
<b>18</b>	10,6	2,39
<b>19</b>	10,6	2,39
<b>20</b>	10,6 $\angle$ 11°	2,39