

Guilherme Henrique da Silva

**ANÁLISE DAS INCERTEZAS NA  
IDENTIFICAÇÃO DOS CAMINHOS DE  
PROPAGAÇÃO DA ENERGIA VIBRATÓRIA  
EM REFRIGERADORES DOMÉSTICOS  
USANDO O MÉTODO *TRANSFER PATH  
ANALYSIS***

Florianópolis  
2 de abril de 2018



Guilherme Henrique da Silva

**ANÁLISE DAS INCERTEZAS NA IDENTIFICAÇÃO DOS  
CAMINHOS DE PROPAGAÇÃO DA ENERGIA VIBRATÓRIA  
EM REFRIGERADORES DOMÉSTICOS USANDO O  
MÉTODO *TRANSFER PATH ANALYSIS***

Dissertação submetida como requisito final para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Santa Catarina  
Orientador: Arcanjo Lenzi, PhD.

Florianópolis  
2 de abril de 2018

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

da Silva, Guilherme Henrique  
ANÁLISE DAS INCERTEZAS NA IDENTIFICAÇÃO DOS  
CAMINHOS DE PROPAGAÇÃO DA ENERGIA VIBRATÓRIA EM  
REFRIGERADORES DOMÉSTICOS USANDO O MÉTODO TRANSFER  
PATH ANALYSIS / Guilherme Henrique da Silva ;  
orientador, Arcanjo Lenzi , 2018.  
91 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de  
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós  
Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

1. Engenharia Mecânica. 2. Método das Forças  
Equivalentes. 3. Incertezas de Medição. 4. Princípio  
da Reciprocidade Vibro-Acústica. I. , Arcanjo  
Lenzi. II. Universidade Federal de Santa Catarina.  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III.  
Título.

Guilherme Henrique da Silva  
**ANÁLISE DAS INCERTEZAS NA IDENTIFICAÇÃO DOS CAMINHOS DE PROPAGAÇÃO DA ENERGIA VIBRATÓRIA EM REFRIGERADORES DOMÉSTICOS USANDO O MÉTODO *TRANSFER PATH ANALYSIS***

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica” e aprovado em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 26 de Março de 2018.

---

**Prof. Jonny Carlos da Silva, Dr. Eng.**  
Coordenador do Curso  
**Banca Examinadora:**

---

**Arcanjo Lenzi, PhD.**  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

**Dr. Eng. Ricardo Mikio Doi**  
EMBRACO

---

**Prof. Andrey Ricardo da Silva, Ph.D.**  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

**Prof. Tiago Loureiro Fígaro da Costa Pinto, Dr. Eng.**  
Universidade Federal de Santa Catarina



Aos meus pais, que me ensinaram que a melhor herança é o conhecimento.



# AGRADECIMENTOS

Seria um grande desserviço não começar a seção de agradecimentos sem mencionar meus pais, que sempre me deram todas as condições e oportunidades para seguir uma vida acadêmica. Novamente, pai e mãe, obrigado.

Em segundo lugar os agradecimentos àquelas pessoas que me acompanharam a vida inteira nos momentos bons e ruins: Thiago, Valdir, Edgar, Cristiano, Sewin, André e Jeferson. Um dia longe dos amigos sempre é longo demais.

Agradeço também aos colegas do LVA, que transformam o laboratório em nossa segunda casa. Trabalhar no LVA é um prazer, graças a vocês: Rodrigão, Rafa, Olavo, Caetano, Júlio Hermes, Zinho, Pedrão, Alegrete, Wagner, Gauchinho, Che, PV, Aldren, Kula, Lou, Helô, Kleber, Anderson, Capitão, Sérgio, Zé Pedro, Jacson, Jeanzinho, Pesca, Oceano, Yuzo, Furukava, Schaeffer, Monstrão, Dona Sônia entre tantos outros. Os colegas de laboratório são, de fato, reflexo dos ensinamentos do Chefe. Agradeço ao professor Arcanjo por ter me dado a oportunidade de fazer parte desta família chamada LVA e, dentre tantos ensinamentos, ter ensinado também acústica e vibrações.

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil, que também merece meus agradecimentos. Por fim, gostaria de agradecer à Whirlpool, que também apoiou o projeto e o trabalho.



*"It's not enough to be talented. It's not enough to work hard and to study late into the night. You must also become intimately aware of the methods you use to reach your decisions."*

(Garry Kasparov)



# RESUMO

A análise do fluxo de energia vibratória de um compressor para o gabinete do sistema de refrigeração foi realizada usando o procedimento *Transfer Path Analysis* (TPA). Para isso, foi utilizado o Método das Forças Equivalentes (MFE) e funções recíprocas de resposta em frequência do componente que suporta o compressor e a pressão sonora radiada pelo gabinete. Dois procedimentos diferentes foram utilizados para a caracterização da fonte de velocidade de volume com a qual vibrações foram excitadas no gabinete e funções de resposta em frequência obtidas. Uma análise das principais fontes de incertezas relacionadas aos vários caminhos de propagação da energia vibratória foi também realizada a fim de identificar os cuidados necessários à aplicação desta metodologia. Foram obtidos resultados com margens de até 95% de confiança e as respectivas fontes de incertezas identificadas e discutidas.

**Palavras-chave:** Método das Forças Equivalentes. Incertezas. Reciprocidade. *Transfer Path Analysis*



# ABSTRACT

An analysis of the vibratory energy flux of a compressor to the cabinet of a refrigeration system was done using the transfer path analysis procedure. The procedure used the equivalent forces method (EFM) and reciprocal frequency response functions of the compressor's supporting component and the sound pressure radiated by the cabinet. Two different procedures were used for volume velocity sources characterization, which then were used to excite vibrations on the cabinet and obtain frequency response functions. An analysis of the main sources of uncertainties related to the several paths of vibratory energy propagation was also made, with the object to identify the necessary precautions to the application of this methodology. Results were obtained with up to 95% confidence and the respective uncertainty sources are identified and discussed.

**Keywords:** Equivalent Forces Method. Uncertainty. Reciprocity. Trans-

fer Path Analysis



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ciclo de refrigeração por expansão a gás. . . . .	4
Figura 2 – Espectro de ruído de um refrigerador típico . . . . .	4
Figura 3 – Ruído típico de ventilação no refrigerador . . . . .	7
Figura 4 – Esquema da instalação do ventilador . . . . .	8
Figura 5 – Ruído típico de expansão de um refrigerador . . . . .	10
Figura 6 – Detalhes da traseira do refrigerador . . . . .	10
Figura 7 – Relações de reciprocidade em sólidos . . . . .	13
Figura 8 – Relações de reciprocidade acústicas . . . . .	14
Figura 9 – Relações de reciprocidade vibro-acústicas . . . . .	15
Figura 10 – Pressão sonora gerada pela atuação de $n$ forças sob um corpo elástico e caminho recíproco. . . . .	16
Figura 11 – Geometria de um Adaptador de VV . . . . .	24
Figura 12 – NPS da fonte BK4295 . . . . .	25
Figura 13 – Cadeia de Medição da Potência Sonora . . . . .	27
Figura 14 – Foto da Medição de Potência da Fonte 4295 . . . . .	27
Figura 15 – Foto da Medição de Potência da Fonte 4292-L . . . . .	28
Figura 16 – Função de Transferência $G$ das fontes . . . . .	28
Figura 17 – Função $G$ da fonte BK4292-L . . . . .	30
Figura 18 – Função $G$ com intervalos de confiança . . . . .	30
Figura 19 – MFE: Passo Operacional . . . . .	34
Figura 20 – MFE: Medição de Acelerâncias . . . . .	35
Figura 21 – MFE: Medição de $H$ . . . . .	36
Figura 22 – Pontos de medição na placa base . . . . .	37
Figura 23 – Forças Equivalentes na Placa-Base . . . . .	38
Figura 24 – Faces do Refrigerador . . . . .	39
Figura 25 – Cadeia de Medição MFE Passo Operacional . . . . .	40
Figura 26 – Resposta Típica de Acelerância . . . . .	41
Figura 27 – Cadeia de Medição das Acelerâncias . . . . .	41
Figura 28 – MFE: Contribuição Sonora da Placa-Base . . . . .	42

Figura 29 – Incertezas de Medição da Função G . . . . .	46
Figura 30 – Incertezas de Medição da Função G . . . . .	47
Figura 31 – Incertezas de Medição $v/Q$ . . . . .	48
Figura 32 – Incertezas de Medição da Função H . . . . .	49
Figura 33 – Variância do MFE em função de $\gamma^2$ e $\omega$ . . . . .	51
Figura 34 – Desvio Padrão em Função da Coerência . . . . .	51
Figura 35 – MFE: Incertezas de Medição . . . . .	53
Figura 36 – Incerteza Expandida da pressão sonora . . . . .	56
Figura 37 – Magnitude das variâncias de H e F . . . . .	56
Figura 38 – Rigidez Dinâmica Pontual e de Transferência . . . . .	68
Figura 39 – Medição de $\tilde{k}$ pela norma ISO10846 . . . . .	70
Figura 40 – Bancada de medição de $\tilde{k}$ . . . . .	71
Figura 41 – Detalhe da Bancada . . . . .	71
Figura 42 – Cadeia de Medição da Rigidez com Shaker . . . . .	72
Figura 43 – Cadeia de Medição da Rigidez com Martelo . . . . .	72
Figura 44 – Rigidez Dinâmica pontual . . . . .	73
Figura 45 – Rigidez Dinâmica de transferência . . . . .	73
Figura 46 – Monopolo na presença de um piso refletor . . . . .	76
Figura 47 – Incertezas de Medição FD x . . . . .	79
Figura 48 – Incertezas de Medição FE x . . . . .	80
Figura 49 – Incertezas de Medição TD x . . . . .	80
Figura 50 – Incertezas de Medição TE x . . . . .	81
Figura 51 – Incertezas de Medição FD y . . . . .	81
Figura 52 – Incertezas de Medição FE y . . . . .	82
Figura 53 – Incertezas de Medição TD y . . . . .	82
Figura 54 – Incertezas de Medição TE y . . . . .	83
Figura 55 – Incertezas de Medição FD z . . . . .	83
Figura 56 – Incertezas de Medição FE z . . . . .	84
Figura 57 – Incertezas de Medição TD z . . . . .	84
Figura 58 – Incertezas de Medição TE z . . . . .	85
Figura 59 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FD x . . . . .	86
Figura 60 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FD y . . . . .	86
Figura 61 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FD z . . . . .	87
Figura 62 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FE x . . . . .	87

Figura 63 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FE y . . . . .	88
Figura 64 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , FE z . . . . .	88
Figura 65 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TD x . . . . .	89
Figura 66 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TD y . . . . .	89
Figura 67 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TD z . . . . .	90
Figura 68 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TE x . . . . .	90
Figura 69 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TE y . . . . .	91
Figura 70 – Incerteza de Medição de $v/Q$ , TE z . . . . .	91

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Equipamentos para o Método da Potência . . . . .	27
Tabela 2 – Novos índices . . . . .	54
Tabela 3 – Equipamentos da Bancada de $\tilde{k}$ . . . . .	72

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

TPA	<i>Transfer Path Analysis</i>
MFE	Método das Forças Equivalentes
EFM	<i>Equivalent Forces Method</i>
VV	Velocidade de Volume
LVA	Laboratório de Vibrações e Acústica
FRF	Função Resposta em Frequência
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
FD	Frontal Direita
FE	Frontal Esquerda
TD	Traseira Direita
TE	Traseira Esquerda
NPS	Nível de Pressão Sonora
NWS	Nível de Potência Sonora
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
GUM	<i>Guide to Uncertainty in Measurements</i> ou Guia para expressão de incertezas de medição
B&K ou BK	Brüel and Kjaer



# LISTA DE SÍMBOLOS

$H_{kj}$	Função resposta em frequência com entrada em $j$ e saída em $k$
$\mu$	Incerteza de Medição.
$\bar{x}$	Média amostral da variável $x$ .
$\sigma^2$	Variância de uma variável contínua.
$v$	Variância de uma variável contínua.
$s^2$	Variância amostral
$\sigma$	Desvio Padrão
$J_f$	Jacobiano de $f$
$p_k$	Pressão sonora no ponto $k$
$F$	Força
$v$	Velocidade
$u$	Velocidade de partícula
$Q$	Velocidade de Volume
$\tilde{M}$	Momento Linear
$C_{AA}$	Função Auto-espectro
$C_{AB}$	Função Espectro cruzado entre A e B, cuja referência é A
$E(f)$	Tensão elétrica em função da frequência $f$
$G(f)$	Função de Transferência Velocidade de Volume por Volt

$S$	Área da Superfície
$S_0$	$1\text{m}^2$
$\rho_0$	Densidade do Ar
$c_0$	Velocidade do Som no Ar
$W_0$	Potência Sonora de Referência, $1\text{pW}$
$k$	Número de Onda
$h$	Altura
$Z$	Impedância Mecânica
$\tilde{k}$	Rigidez Dinâmica
$a_i$	Aceleração no ponto $i$
$G_{ii}$	Auto-espectro de potência na posição $i$
$G_{ij}$	Espectro-cruzado entre $i$ e $j$ , com referência em $i$
$A_{ij}$	Matriz de acelerações
$\gamma^2$	Função coerência
$\omega$	Frequência Angular
$n_{\text{avg}}$	Número de médias
$m$	Massa
$\omega$	Frequência Angular
$t$	Coeficiente $t$ de Student

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos do Trabalho</b>	<b>2</b>
<b>1.2</b>	<b>Estrutura deste Trabalho</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>FONTES DE RUÍDO EM REFRIGERADORES</b>	<b>3</b>
<b>2.1</b>	<b>Principais fontes de ruído</b>	<b>4</b>
2.1.1	Compressor	5
2.1.2	Ventilação	6
2.1.3	Tubo capilar	6
2.1.4	Outras fontes de ruído	9
<b>3</b>	<b>CONCEITOS BÁSICOS</b>	<b>11</b>
<b>3.1</b>	<b>Princípio da Reciprocidade</b>	<b>11</b>
<b>3.2</b>	<b>Transfer Path Analysis</b>	<b>16</b>
<b>3.3</b>	<b>Expressão das Incertezas de Medição</b>	<b>17</b>
3.3.1	Grandezas de entrada não correlacionadas	18
3.3.2	Grandezas de entrada correlacionadas	18
3.3.3	Incerteza Expandida	18
<b>3.4</b>	<b>Incetezas de Funções com Múltiplas Variáveis</b>	<b>19</b>
3.4.1	Múltiplas Saídas	20
<b>4</b>	<b>VELOCIDADE DE VOLUME DE FONTES SONORAS</b>	<b>23</b>
<b>4.1</b>	<b>Método dos Dois Microfones</b>	<b>23</b>
4.1.1	Aplicação	24
<b>4.2</b>	<b>Velocidade de Volume por Função de Transferência</b>	<b>25</b>
4.2.1	Princípio do método	25
4.2.2	Resultados Experimentais	26
4.2.3	Discussão	29
<b>5</b>	<b>MEDIÇÃO DE FORÇAS</b>	<b>31</b>

<b>5.1</b>	<b>Forças conhecidas com ponto de aplicação conhecido .</b>	<b>31</b>
<b>5.2</b>	<b>Forças desconhecidas com ponto de aplicação conhecido</b>	<b>32</b>
<b>5.3</b>	<b>Método das Forças Equivalentes . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>5.4</b>	<b>Princípio do Método . . . . .</b>	<b>33</b>
5.4.1	Medições com o Refrigerador em Operação . . . . .	33
5.4.2	Medições com o Refrigerador Desligado . . . . .	34
5.4.3	Passo Analítico . . . . .	36
<b>5.5</b>	<b>Aplicação no Refrigerador . . . . .</b>	<b>37</b>
5.5.1	Placa-Base . . . . .	37
<b>5.6</b>	<b>Equipamentos e Configurações . . . . .</b>	<b>38</b>
5.6.1	Passo Operacional . . . . .	38
5.6.2	Passo Estático . . . . .	39
<b>5.7</b>	<b>Resultados . . . . .</b>	<b>42</b>
5.7.1	Discussão . . . . .	43
<b>5.8</b>	<b>Incertezas de Medição . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>5.9</b>	<b>Variância da Velocidade de Volume . . . . .</b>	<b>43</b>
5.9.1	Variância da Função de Transferência $G$ . . . . .	44
5.9.2	Variância da FRF de velocidades $v/Q$ . . . . .	47
5.9.3	Comparação das Variâncias da Função $H$ . . . . .	48
<b>5.10</b>	<b>Variância das Forças Equivalentes . . . . .</b>	<b>49</b>
5.10.1	Variância da matriz inversa de acelerações . . . . .	49
5.10.2	Análise do Número de Médias . . . . .	50
5.10.3	Variância das Acelerações Operacionais . . . . .	52
5.10.4	Comparação das Incertezas de Medição . . . . .	52
<b>5.11</b>	<b>Incerteza Combinada . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>5.12</b>	<b>Discussão . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>59</b>
<b>6.1</b>	<b>Sugestões para Aplicabilidade . . . . .</b>	<b>60</b>
<b>6.2</b>	<b>Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>61</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>63</b>
	<b>APÊNDICE A – MEDIÇÃO DE RIGIDEZ DINÂMICA</b>	<b>67</b>

<b>A.1</b>	<b>Rigidez Dinâmica Pontual . . . . .</b>	<b>68</b>
<b>A.2</b>	<b>Rigidez Dinâmica de Transferência . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>A.3</b>	<b>Medição das Rigidezes . . . . .</b>	<b>69</b>
A.3.1	Desvios da Norma . . . . .	70
A.3.2	Medições . . . . .	72
<b>A.4</b>	<b>Resultados . . . . .</b>	<b>72</b>
	<b>APÊNDICE B – DEMONSTRAÇÕES . . . . .</b>	<b>75</b>
<b>B.1</b>	<b>Fontes Elementares . . . . .</b>	<b>75</b>
B.1.1	Piso Refletor e Dipolo Equivalente. . . . .	76
	<b>APÊNDICE C – GRÁFICOS . . . . .</b>	<b>79</b>
<b>C.1</b>	<b>Incertezas de Medição Método das Forças Equivalentes</b>	<b>79</b>
<b>C.2</b>	<b>Incertezas da FRF de Velocidades . . . . .</b>	<b>85</b>



# 1 INTRODUÇÃO

Métodos não-destrutivos de identificação de fontes sonoras estruturais adquiriram popularidade a partir dos anos 90, sob o termo *Transfer Path Analysis* (TPA). O termo é utilizado para descrever um conjunto de técnicas que utilizam uma modelagem de sistemas lineares para correlacionar a contribuição sonora total por grandezas de entrada arbitrárias. Em geral, as técnicas identificadas por TPA se apoiam teoricamente no princípio da reciprocidade vibroacústica para correlacionar funções de transferência com a contribuição sonora total.

Aplicações de TPA estabeleceram-se como uma solução ao problema de identificação de fontes estruturais e popularizaram-se no meio, sendo incluídas em pacotes de *softwares* comerciais como uma funcionalidade indispensável. No entanto, o número de estudos que incluem a precisão de tais técnicas, ou até mesmo um intervalo de confiança de medições, é bastante reduzido.

Um dos artigos mais citados referentes ao TPA, *The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships*, de Verheij e Janssens<sup>[1]</sup>, adereça intervalos de confiança, mas apresenta resultados inconsistentes. As médias apresentadas pelo artigo estão fora do intervalo de confiança calculado e nenhum comentário é feito sobre o tamanho do intervalo, que chega a  $\pm 10\text{dB}$  ao longo do espectro de frequências.

Este trabalho investiga a eficácia de técnicas não-destrutivas de TPA aplicadas a um refrigerador doméstico, buscando quantificar o fluxo de energia vibratória transmitida do compressor hermético ao gabinete, comparando com resultados de ensaios experimentais. Uma análise de incertezas de medição é apresentada a fim de estabelecer os principais fatores que influenciam o tamanho do intervalo de confiança das medições

## 1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

Este trabalho tem os seguintes objetivos:

- a) Aplicar TPA para obter mais informações sobre o comportamento vibro-acústico do refrigerador, mais especificamente nas interfaces entre compressor e gabinete;
- b) Investigar os intervalos de confiança das técnicas abordadas;
- c) Desenvolver critérios objetivos para a viabilidade da aplicação de TPA na indústria.

## 1.2 ESTRUTURA DESTE TRABALHO

Uma revisão das principais fontes de ruído em refrigeradores é apresentada no Capítulo 2, apresentando o objeto de estudo e suas características espectrais. Conceitos básicos são apresentados no Capítulo 3, estabelecendo a modelagem matemática e conceitos físicos que servem de base para a quantificação do fluxo energético por TPA. Os Capítulos 4 e 5 descrevem métodos para medição de velocidade de volume e forças, respectivamente. Uma análise de incertezas de medição dos experimentos realizados neste trabalho é o assunto do Capítulo 5.8. Por fim, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros estão presentes no Capítulo 6.

## 2 FONTES DE RUÍDO EM REFRIGERADORES

Refrigeração é definida como o processo de extração de calor de uma fonte térmica, substância ou meio e transferência para um dissipador de calor. O processo de refrigeração mantém a temperatura da fonte térmica abaixo de sua vizinhança enquanto transfere o calor extraído para um dissipador, atmosfera ou superfície líquida.<sup>[2]</sup> Um sistema de refrigeração é a combinação de componentes e equipamentos conectados em sequência para produzir o efeito de refrigeração e podem ser classificados pelo tipo de energia de entrada e o processo de refrigeração. Neste trabalho será usado um sistema de refrigeração por expansão de gás. Neste sistema, o gás é comprimido a uma alta pressão por energia mecânica, a seguir, resfriado e expandido a uma baixa pressão. Como a temperatura do gás diminui durante a expansão, o efeito de refrigeração é produzido. Um esquema de um ciclo de refrigeração é mostrado na Figura 1. O gás refrigerante é succionado pelo compressor em 3 e descarregado para o condensador com pressão  $p_4$ . O gás superaquecido troca calor com o ambiente até passar ao estado líquido, onde é expandido na válvula de expansão a baixas pressões, atingindo baixas temperaturas. Por fim, troca calor com o ambiente interno do refrigerador no evaporador até tornar-se gasoso novamente e voltar à sucção do compressor.

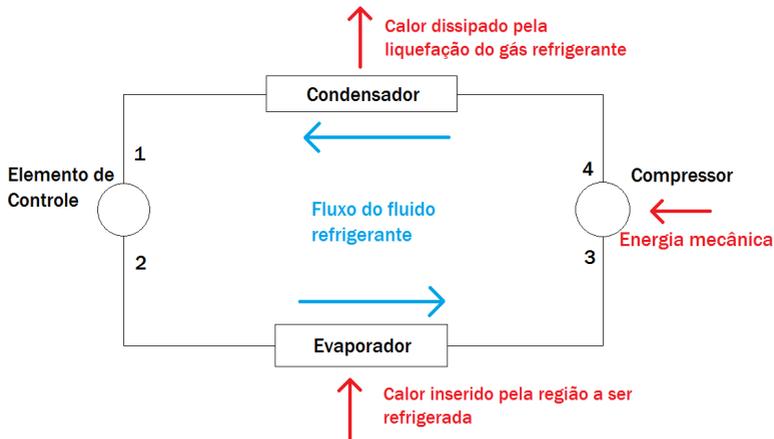


Figura 1 – Ciclo de refrigeração por expansão a gás.

## 2.1 PRINCIPAIS FONTES DE RUÍDO

O ensaio típico para determinação do ruído de refrigeradores domésticos é a potência sonora. Um espectro típico de potência sonora de um modelo de refrigerador está mostrado na Figura 2. O resultado deste espectro é a superposição de todas as fontes de ruído presentes no refrigerador em

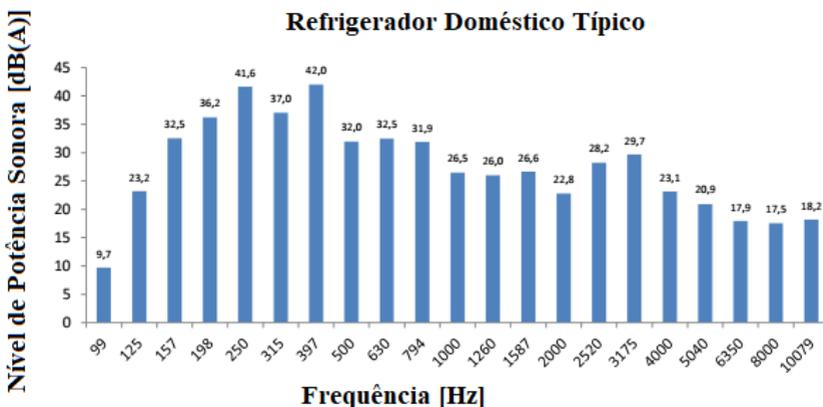


Figura 2 – Espectro de ruído de um refrigerador típico, avaliado em bandas de terço de oitava. Fonte: Medição interna feita no LVA.

operação.

Martinez<sup>[3]</sup> desenvolveu um modelo numérico para analisar o fluxo de energia vibratória entre os componentes de um sistema de refrigeração, validando-o com técnicas experimentais como comparação. A partir de seus resultados, é possível observar transmissão de energia entre os componentes entre 63Hz e 10kHz, verificando que os maiores níveis de potência encontram-se nas frequências abaixo de 1000Hz, sendo os principais caminhos de transmissão de energia vibratória a placa-base e os tubos de sucção e descarga.<sup>[3]</sup> Uma revisão dos principais mecanismos de geração de ruído é apresentada a seguir.

### 2.1.1 Compressor

Em um compressor hermético, o conjunto eletro-mecânico é hermeticamente selados pela carcaça. A compressão do fluido é feita através de um mecanismo biela-pistão e a frequência de rotação do motor é a mesma da rede elétrica. Esta frequência de rotação torna-se evidente no espectro de ruído típico devido à frequência de movimentação do pistão e em sua primeira harmônica, devido à frequência de movimento angular da biela.

O compressor é responsável por transmitir ruído ao ambiente e vibrações ao gabinete do refrigerador através de diversos caminhos. Carvalho<sup>[4]</sup> quantificou a energia vibroacústica transmitida entre o compressor e o gabinete através de técnicas experimentais como o TPA e através de outros modelos numéricos. Destaca que acima de 2kHz o ruído irradiado pelo refrigerador dominante é proveniente da radiação direta da carcaça do compressor, devido aos seus primeiros modos de vibração.

Marcon<sup>[5]</sup> analisou o bloco e o estator do motor interno, utilizando Análise Modal Experimental e Método dos Elementos Finitos para caracterizar o comportamento vibratório dos componentes internos do motor. Neste trabalho é apontado que, em condições típicas de operação, as harmônicas de 58,5Hz e 117,1Hz possuem grande magnitude, assim como amplitudes de resposta relevantes na faixa de 300Hz a 3200Hz, na qual observa-se a participação dos primeiros modos do conjunto bloco-estator.

### 2.1.2 Ventilação

Sistemas de ventilação costumam estar presentes em refrigeradores domésticos, a fim de promover uma melhor troca de calor através da convecção forçada. Quando presentes, sistemas de ventilação representam uma das principais fontes de ruído no refrigerador.<sup>[6]</sup> O ruído de ventiladores em refrigeradores possui a característica de ruído de banda larga em médias e altas frequências, devido ao escoamento turbulento no interior de dutos e cavidades e ruído tonal com harmônicas, devido à frequência de passagem de pás do ventilador. Cancilier<sup>[7]</sup> mediu espectros de ruído de um refrigerador com ventilador em diversas configurações de acoplamento ao gabinete e verificou que há também influência da vibração do ventilador no ruído global do gabinete, chegando a diferenças de até 3dB quando o ventilador está totalmente desacoplado da estrutura, mostrado na Figura 3. Estudo psicoacústico realizado por Demoliner<sup>[8]</sup> em refrigeradores com ventilação ligada e desligada sugere que, mesmo que o nível de pressão sonora total seja maior na presença do ventilador, júris percebem um ruído mais agradável quando o mesmo está ligado. Isso se deve a um efeito de mascaramento de frequências tonais, pois o ruído de ventilação é de banda larga. Um esquema da montagem de um ventilador pode ser visto na Figura 4.

### 2.1.3 Tubo capilar

O dispositivo de expansão do refrigerador costuma ser um tubo capilar, de pequeno diâmetro instalado entre a saída do condensador e a entrada do evaporador. O tubo capilar reduz a pressão do fluido refrigerante de um ambiente altamente pressurizado para o lado de baixa pressão do sistema. O jato à jusante do tubo capilar possui flutuações de pressão devido à sua característica turbulência, mecanismo que gera ruído. O ruído também é gerado devido às tensões cisalhantes quando o jato de alta velocidade interage com o meio na entrada do evaporador.<sup>[9]</sup> A faixa de frequência do ruído gerado no interior do tubo capilar é do tipo banda larga, estendendo-se de 100Hz a 2kHz, aproximadamente. Boabaid Neto *et al*<sup>[9]</sup> experimentalmente concluíram que o mecanismo de expansão tem influên-

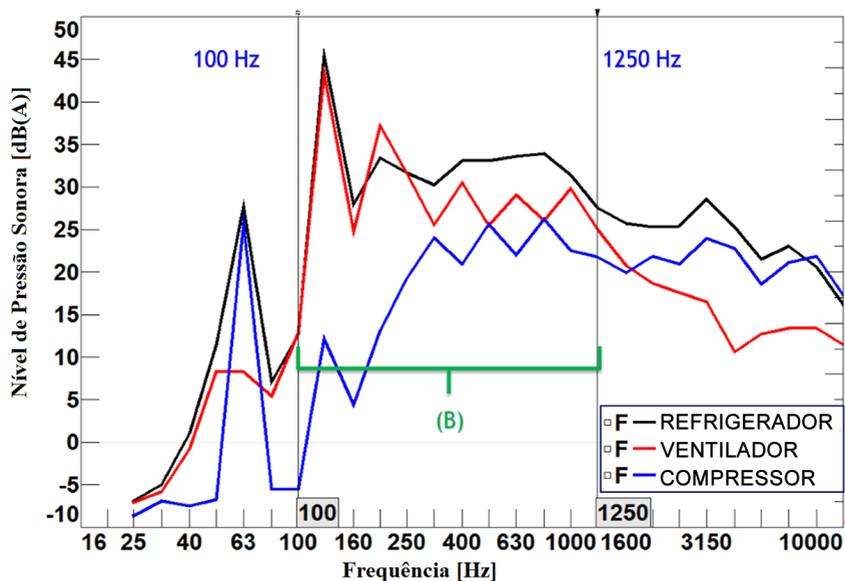


Figura 3 – Espectro de ruído de um refrigerador com ventilador instalado. O espectro em vermelho é referente apenas ao ventilador ligado e o azul com o compressor. Em preto, quando os dois equipamentos estão ligados. Retirado de Cancilier.<sup>[7]</sup>

cia significativa no ruído global do refrigerador a partir da frequência de 500Hz.

Hartmann<sup>[10]</sup> investigou ruídos transientes devido à natureza bifásica do escoamento no mecanismo de expansão.<sup>[10]</sup> Por haver uma quantidade substancial de líquido no evaporador no início da operação do compressor, a rápida queda de pressão causada pelo início de operação do compressor move uma considerável quantidade de líquido resfriado pela linha de sucção, causando uma queda de temperatura no tubo capilar. As bolhas de vapor dentro do tubo colapsam e geram ondas de choque que percorrem o evaporador e condensador, gerando um ruído caracterizado como *popping noise*.

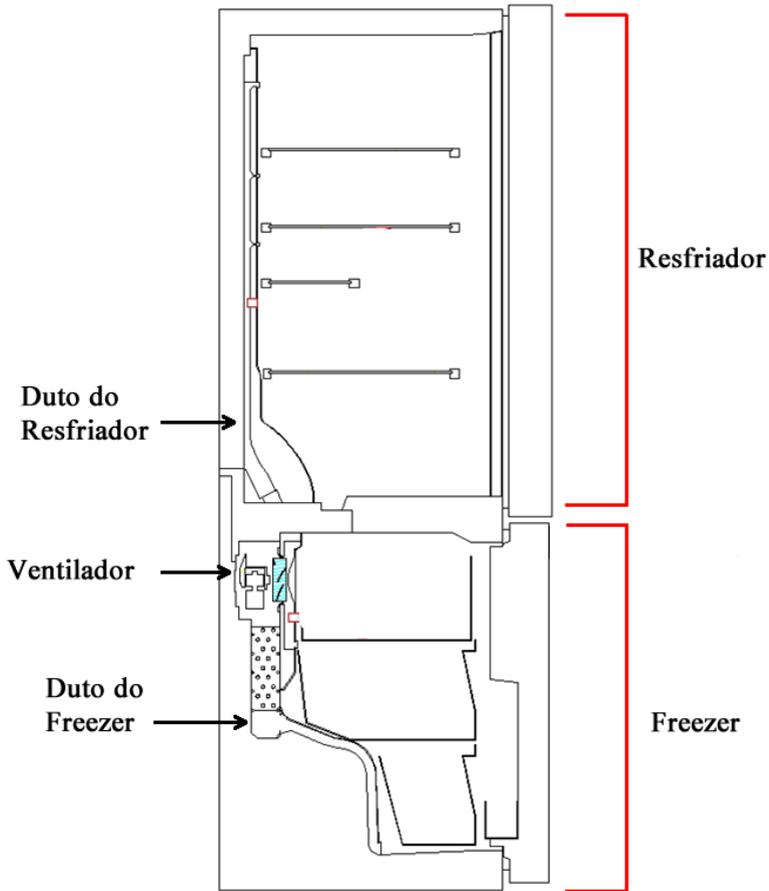


Figura 4 – Esquema da instalação do ventilador no refrigerador da Figura 3. Retirado de Cancilier<sup>[7]</sup>

#### 2.1.4 Outras fontes de ruído

Hense<sup>[11]</sup> estudou a contribuição da excitação de um condensador no ruído global de um refrigerador quando este é fixado externamente ao gabinete. Concluiu que a radiação do evaporador é muito pequena comparada às demais fontes do refrigerador, e que a maior parte da contribuição ao ruído está ligada à vibração que é transmitida ao gabinete, com destaque às frequências entre 1000Hz e 1300 Hz e entre 2200Hz e 2500Hz. No mesmo trabalho, identificou que a pulsação de fluido pelo compressor é influente nas frequências de 100Hz a 2000Hz. Um espectro típico do ruído gerado no condensador está mostrado na Figura 5.

Além das principais fontes de ruído mencionadas acima, deseja-se conhecer os fluxos de energia das várias fontes ao gabinete do refrigerador, que é o radiador principal. O objetivo deste trabalho é determinar a radiação sonora do refrigerador cujo caminho de transmissão seja através da placa-base. A análise será baseada na técnica de *Transfer Path Analysis* (TPA). A placa-base é um elemento estrutural, que serve de apoio ao compressor e ao gabinete, sendo uma conexão direta entre os dois. A Figura 6 mostra a placa-base em relação aos outros componentes do refrigerador.

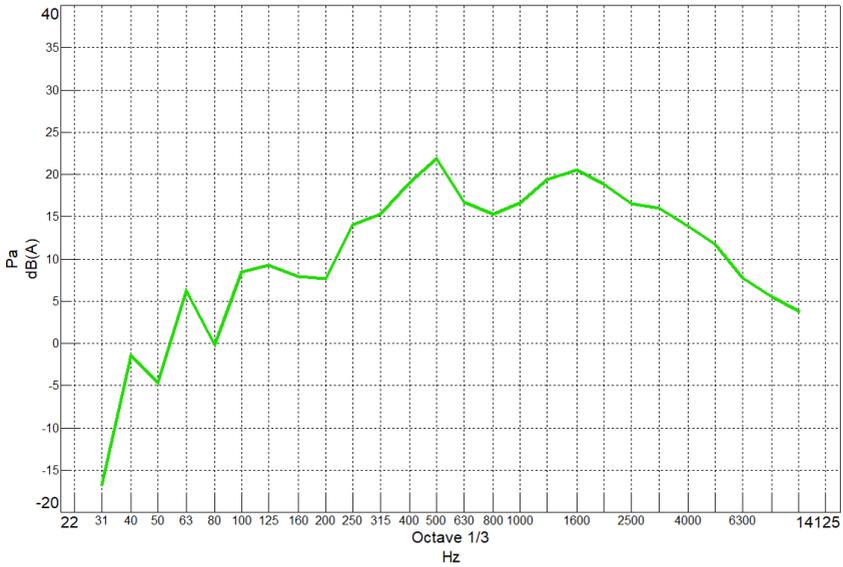


Figura 5 – Ruído típico de expansão de um refrigerador, medido em câmara reverberante, com outras fontes de ruído isoladas. Fonte: Relatório interno do LVA.

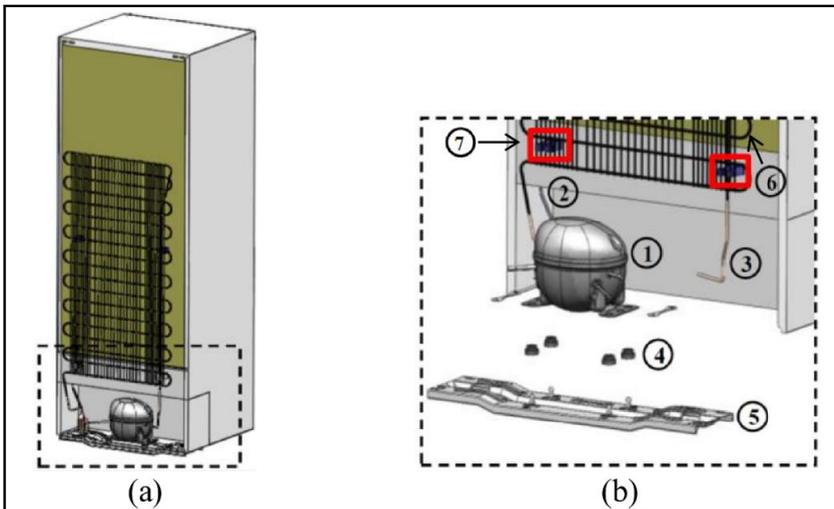


Figura 6 – a) Traseira do refrigerador, mostrando a posição do compressor e localização da placa base. b) Detalhamento das peças do refrigerador; (1) Compressor, (2) Tubo de Sucção, (3) Tubo de Descarga, (4) Isoladores (*grommets*), (5) Placa-Base, (6) Unidade condensadora, (7) Suportes da unidade condensadora. Fonte: [3]

## 3 CONCEITOS BÁSICOS

Neste Capítulo são revisados os conceitos matemáticos utilizados nos procedimentos de TPA. O Capítulo se inicia com o Princípio da Reciprocidade e em seguida a abordagem de TPA utilizando o Princípio. Por fim, uma revisão de estatística e da lei de propagação de incertezas são apresentadas ao final deste Capítulo.

### 3.1 PRINCÍPIO DA RECIPROCIDADE

O princípio da reciprocidade em acústica é um fenômeno físico relacionado à solução da equação da onda por funções de Green<sup>[12]</sup>. Foi observado em Acústica pela primeira vez por Helmholtz em 1860, com aplicações envolvendo fontes sonoras simples e pressões pontuais.<sup>[13]</sup> A solução de Helmholtz por funções de Green é conhecida por Integral de Helmholtz-Kirchoff e é apresentada através da equação 3.1:<sup>[14]</sup>

$$\tilde{p}(s, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ -\frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial n} + \tilde{p}(r) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] dS \quad (3.1)$$

A solução desenvolvida por Helmholtz permite computar a pressão em qualquer ponto  $s$  a partir dos dados de pressão do termo fonte  $\tilde{p}(r)$  e sua derivada normal à superfície  $S$ .<sup>[14]</sup> O princípio da reciprocidade é uma consequência dessa solução. O termo  $r$  representa a distância da fonte até o ponto de observação. Caso esses pontos sejam comutados no espaço, a solução logrará os mesmos resultados. Lord Rayleigh, em 1873, estendeu a validade do princípio para todos os sistemas vibrantes harmônicos cujos amortecimentos são proporcionais à velocidade.<sup>[13][15]</sup> Apesar da extensão da validade, Rayleigh admite que sua concepção do teorema era extremamente generalizada e vaga<sup>[15]</sup> <sup>[13]</sup>, e o ilustrou escrevendo: "Em um espaço ocupado por ar, sejam A e B duas fontes de distúrbios, a vibração excitada em A terá em B a mesma amplitude relativa e fase caso estas posições sejam comutadas."

Em 1959 Lyamshev<sup>[16]</sup> apresentou uma prova formal do princípio, generalizando-o para relações entre fontes distribuídas ao longo de um volume, quaisquer forças externas agindo em corpos e a radiação sonora causada por estas fontes e forças. A formulação de Lyamshev pavimentou o caminho para soluções modernas na área de automobilística por Fahy<sup>[13]</sup> e na área naval por Verheij<sup>[17]</sup> e Jannssens<sup>[1]</sup>.

Fahy<sup>[13]</sup> reuniu de forma gráfica e didática algumas relações de reciprocidade importantes derivadas do princípio proposto por Rayleigh e da generalização matemática de Lyamshev, mostradas nas Figuras 7 a 9. Atenção especial deve ser dada para a relação apresentada na Figura 9, que é exclusiva da formulação de Lyamshev e será amplamente utilizada neste trabalho, pois relacionam excitações de diferentes naturezas (forças e velocidades de volume) atuando em corpos elásticos.

Outras aplicações de técnicas de reciprocidade em acústica e vibrações incluem o controle ativo de vibrações<sup>[1]</sup> e o uso de reciprocidade para a simulação de *pass-by noise*, por Maruyama<sup>[18]</sup>. As aplicações deste princípio são inúmeras e torna-se difícil listar todas aqui.

Nos anos 90, o uso de técnicas de reciprocidade, apoiado nos estudos supracitados passaram a ser exploradas em *softwares* comerciais com nomes como *Transfer Path Analysis* (TPA) e *Sound Path Contribution* (SPC). Estas abordagens fazem uso de hipóteses que garantem que o princípio é generalizado e independente do número de corpos e do amortecimento, como proposto por Lord Rayleigh. A aplicação de métodos de reciprocidade em refrigeradores domésticos será abordada neste trabalho.

A relação da Figura 9,

$$\frac{p}{F} = \frac{v}{Q}, \quad (3.2)$$

é particularmente vantajosa ao se analisar problemas envolvendo excitação mecânica de estruturas por forças localizadas e acoplamentos bem definidos. A vantagem vem da possibilidade de quantificar as contribuições sonoras destas excitações utilizando acelerômetros triaxiais. A próxima seção trata de como generalizar a relação de uma força e um ponto no espaço para várias forças e vários pontos, através da abordagem de *Transfer Path Analysis*.

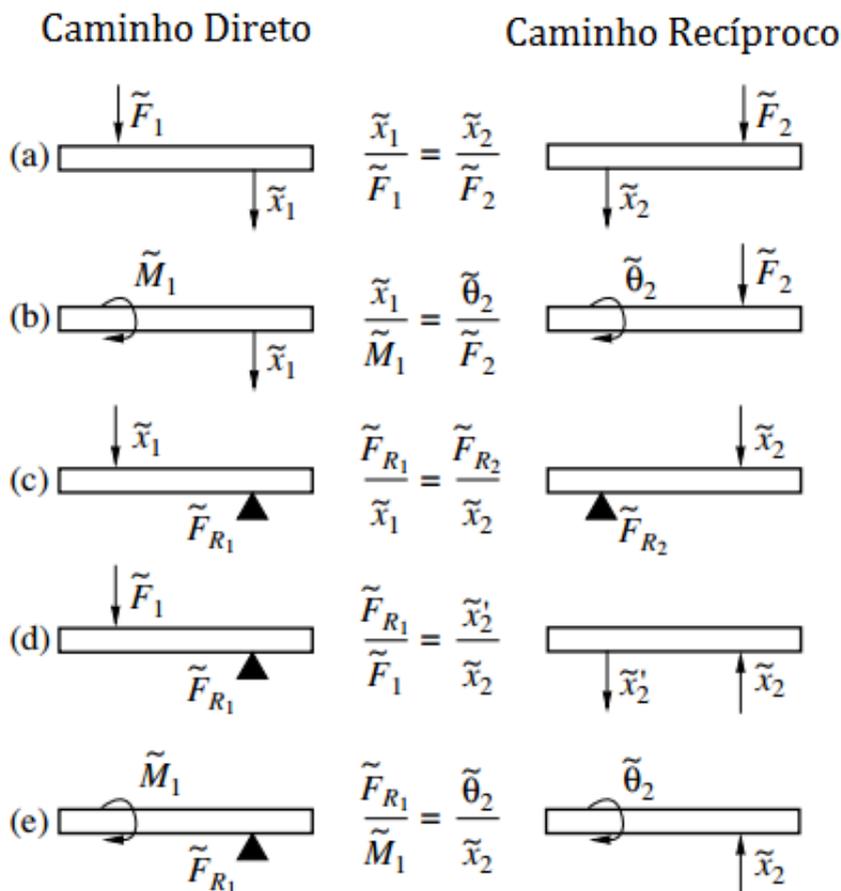


Figura 7 – Relações de reciprocidade descritas por Rayleigh em sólidos: a) Deslocamentos gerados por forças são proporcionalmente iguais se comutados de posição. b) O deslocamento  $x_1$  gerado por um momento  $M_1$  é proporcional à uma deformação angular  $\theta_2$  gerado por uma Força  $F_2$ . c) As forças de reação geradas por um deslocamento são proporcionalmente iguais se comutadas de posição. d) Relação entre forças de reação e deslocamentos de reação. e) A força de reação gerada por um momento é reciprocamente igual ao deslocamento angular gerado por um deslocamento. Adaptado de Fahy<sup>[13]</sup>.

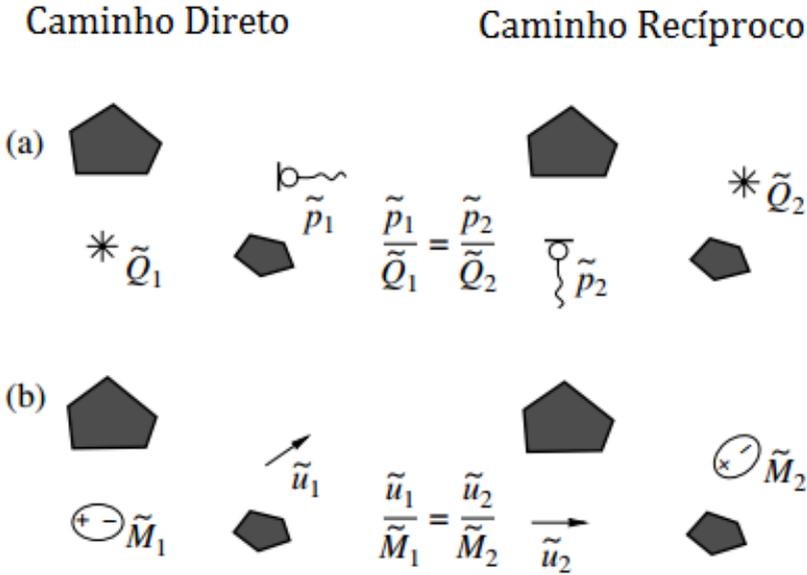


Figura 8 – Relações de reciprocidade acústica em fluidos. a) A relação entre a pressão sonora  $p_1$  gerada por uma fonte  $Q_1$  em um meio é igual à relação entre a pressão sonora  $p_2$  gerada por  $Q_2$  caso estes pontos sejam comutados no espaço. b) A relação entre a velocidade de partícula em um fluido gerada pela presença de um Momento de Dipolo  $M_1$  é a mesma que a relação entre  $u_2$  e  $M_2$  caso estes pontos sejam comutados no espaço. Adaptado de Fahy<sup>[13]</sup>.

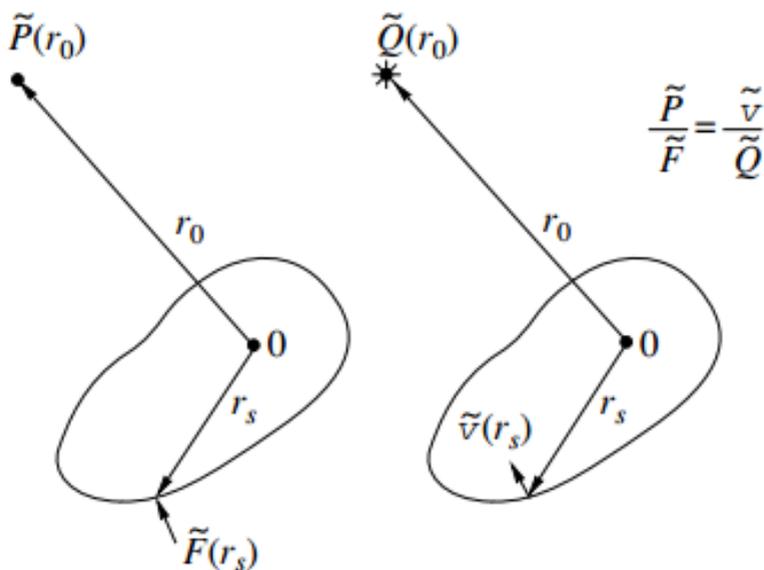


Figura 9 – Relações de reciprocidade vibro-acústicas consequência da formulação de Lyamshev. A pressão sonora  $\tilde{P}$  no ponto  $r_0$  gerada pela excitação mecânica de um corpo elástico por uma Força  $\tilde{F}$  atuando em  $r_s$  tem a mesma razão de proporção que a velocidade  $\tilde{v}$  impressa no ponto  $r_s$  por uma fonte de velocidade de volume  $\tilde{Q}$  localizada no ponto  $r_0$ . Adaptado de Fahy<sup>[13]</sup>.

### 3.2 TRANSFER PATH ANALYSIS

Uma generalização do fenômeno da Figura 9 é mostrada na Figura 10. Nada pode ser afirmado para este caso, a menos que certas hipóteses sejam tomadas. Ao se utilizar a abordagem de TPA, é possível descrever a pressão pontual  $P(r_0)$  como uma soma ponderada de forças e relações de reciprocidade:

$$P(r_0) = \sum_{i=1}^n \frac{v(r_i)}{Q(r_0)} F(r_i), \quad (3.3)$$

onde as parcelas  $\frac{v(r_i)}{Q(r_0)}$  representam caminhos de vibração referentes à atuação das forças. Esta parcela pode ser interpretada como uma Função Resposta em Frequência (FRF) e denotada como uma função  $H$ :

$$P(r_0) = \sum_{i=1}^n H(r_i) F(r_i). \quad (3.4)$$

Pode-se ainda, generalizar o caso para vários pontos de pressão que, na forma matricial, tem a forma:

$$\{P_k\} = [H_{kj}] \{F_j\}^T, \quad (3.5)$$

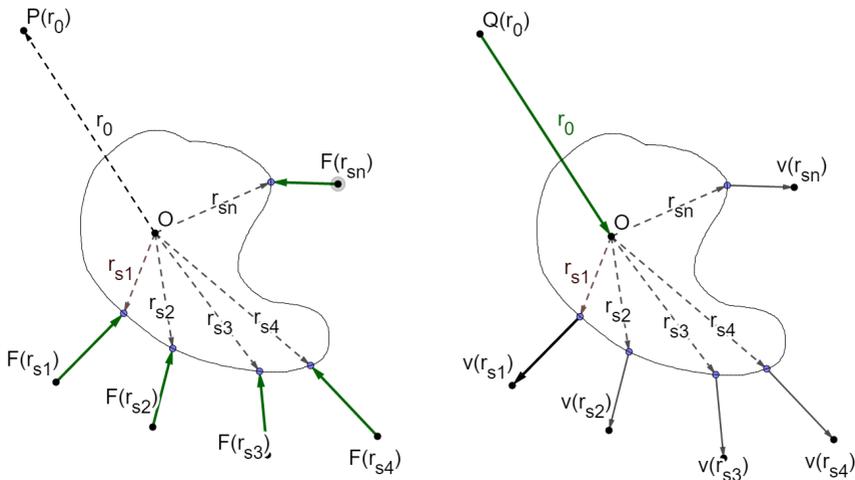


Figura 10 – Pressão sonora gerada pela atuação de  $n$  forças sob um corpo elástico e caminho recíproco.

onde o subscrito  $k$  se refere à posição de medição de pressão e o subscrito  $j$  à posição de força.

Para poder utilizar a formulação acima, é necessário interpretar o problema como um sistema linear e invariante no tempo, onde a entrada são as forças e as saídas são as pressões. Definições de sistemas lineares e invariantes no tempo são dadas por Shin<sup>[19]</sup>.

O refrigerador doméstico não é um sistema linear e invariante no tempo, mas pode ser aproximado por um quando se encontra em regime estacionário. As condições adotadas neste trabalho para satisfazer os critérios de estacionariedade de um refrigerador doméstico foram as descritas na norma ISO8960<sup>[20]</sup>:

- a) Que a medição seja realizada um minuto após o início da operação do compressor e deve terminar quando for desligado;
- b) Que as medições sejam feitas em um intervalo de tempo constante após pelo menos 3 ciclos de operação do compressor.
- c) Que pelo menos 30 medições sejam feitas e que seja tomada sua média energética.

### 3.3 EXPRESSÃO DAS INCERTEZAS DE MEDIÇÃO

Ao se reportar o resultado de uma medição de uma grandeza física, é importante que haja uma indicação quantitativa da qualidade do resultado. Sem tal indicação, resultados de medições perdem a significância quando comparados entre si, ou com valores de referência.<sup>[21]</sup> Para atingir o desejado grau de qualidade de resultados, é necessária a introdução de conceitos estatísticos ligados à dispersão de resultados de uma medição física. Os conceitos de variável aleatória, variância, média e valor esperado são amplamente difundidos no meio acadêmico e não serão introduzidos aqui.

Para avaliar as incertezas de medição das técnicas apresentadas posteriormente, torna-se necessária uma revisão da lei de propagação de incertezas. Nesta seção, será apresentado o método normatizado do guia de expressão de incertezas de medição (GUM)<sup>[21]</sup>. A seguir, serão expandidas

as relações do GUM para notação matricial e para variáveis complexas. Por fim, o método será aplicado a cada um dos experimentos realizados neste trabalho. O GUM estabelece regras e critérios para a determinação do intervalo de confiança, cujo primeiro passo é o cálculo da incerteza padrão combinada.

### 3.3.1 Grandezas de entrada não correlacionadas

Para o caso em que todas as grandezas de entrada são independentes, o cálculo da incerteza padrão combinada é dado por:

$$\sigma_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma^2(x_i), \quad (3.6)$$

que é chamada de Lei de Propagação de Incertezas. As derivadas parciais  $\left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2$  também são chamadas na literatura de coeficientes de sensibilidade, e correspondem a uma expansão de primeira ordem da série de Taylor.<sup>[21]</sup> Por se tratar de uma expansão de Taylor de primeiro grau, assume-se que  $f$  tem comportamento linear. Termos de ordem mais alta são adicionados em casos não-lineares.

### 3.3.2 Grandezas de entrada correlacionadas

Quando há correlação entre as variáveis de entrada, a expressão para a variância combinada é

$$\sigma_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \sigma(x_i, x_j), \quad (3.7)$$

### 3.3.3 Incerteza Expandida

A fim de determinar um intervalo de confiança satisfatório, multiplica-se a incerteza combinada por um fator de abrangência  $k$ , referente ao nível de confiança do intervalo, dado por  $X = \bar{x} \pm k\mu$ .

### 3.4 INCERTEZAS DE FUNÇÕES COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS

O GUM fornece a descrição da lei de propagação de incertezas para quantidades reais de entrada e saída.<sup>[22]</sup> Necessita-se de um modelo que leve em consideração as relações entre as partes real e imaginária de um sinal. Dobbert<sup>[22]</sup> desenvolveu um modelo generalizado de propagação de incertezas para um sistema MIMO com sinais complexos, mostrado a seguir.

Considerando o caso de grandezas não correlacionadas, utilizando a equação 3.6 para  $y = f(x_i)$ ,

$$\sigma_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma^2(x_i).$$

Introduzindo a variável  $\delta x = (x_i - \bar{x})$ , pode-se reescrever a expressão para a variância como:

$$v_x = E(\delta x \delta x^T), \quad (3.8)$$

onde  $E(x)$  é a função valor esperado. Expandindo o número de variáveis de  $y$  para  $y = f(x, z)$  e assumindo pequenas variâncias<sup>[22]</sup>, pode-se aplicar a lei de propagação de incertezas na forma:

$$\delta y = \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial z} \delta z, \quad (3.9)$$

sendo, para o propósito dessa análise,

$$\delta x = \begin{bmatrix} x_1 - \bar{x} & x_2 - \bar{x} & \dots & x_N - \bar{x} \end{bmatrix}, \text{ e}$$

$$\delta z = \begin{bmatrix} z_1 - \bar{z} & z_2 - \bar{z} & \dots & z_N - \bar{z} \end{bmatrix}.$$

A variância de  $y$  é  $v_y = E(\delta y \delta y^T)$ . Reescrevendo a equação 3.9 para a forma matricial,

$$\delta y = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x \\ \delta z \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

Combinando a equação acima com a equação 3.8, fazendo as devidas manipulações algébricas, assumindo que as derivadas parciais de  $f$  são constantes e o valor esperado é constante, Dobbert mostra que:

$$v_y = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x & v_{xz} \\ v_{zx} & v_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

A matriz  $\begin{bmatrix} v_{xx} & v_{xz} \\ v_{zx} & v_{zz} \end{bmatrix}$  é chamada de matriz variância-covariância e será denotada por  $[v]$ .

### 3.4.1 Múltiplas Saídas

Pode-se expandir a formulação anterior para diversas saídas modelando  $y$  como um vetor coluna:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \vdots \\ f_M(x_1, x_2, \dots, x_N) \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Com este tipo de modelamento, é necessário reescrever os vetores de derivadas parciais presentes na equação de representação matricial. Após serem definidas  $M$  funções de medição, é necessário representar as derivadas parciais como uma matriz  $M \times N$ , sendo  $M$  o número de saídas e  $N$  o de entradas. A matriz de derivadas parciais de primeira ordem nada mais é que a matriz Jacobiana e será denotada por  $J_f$ . As matrizes generalizadas de  $J_f$  e  $v_y$  ficam, para um sistema  $M \times N$ :

$$[v_y] = \begin{bmatrix} v_{y_1} & v_{y_1 y_2} & \cdots & v_{y_1 y_M} \\ v_{y_2 y_1} & v_{y_2} & \cdots & v_{y_2 y_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{y_M y_1} & v_{y_M y_2} & \cdots & v_{y_M} \end{bmatrix},$$

$$[J_f] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_M} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial x_1} & \frac{\partial f_M}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_M}{\partial x_M} \end{bmatrix}.$$

Com isso, a equação 3.11 fica reduzida a:

$$v_y = [J_f][v_x][J_f]^T. \quad (3.13)$$

A Equação 3.13 é uma equação generalizada para propagação de variância de um número arbitrário de valores de entrada e um número arbitrário

de valores de saída, sendo a expressão ideal para a avaliação de sistemas lineares apresentados nesse trabalho. Outra vantagem da formulação é seu rápido tempo computacional, visto que podem ser utilizadas linguagens de programação otimizadas para operações com matrizes, como *MATLAB*, *Octave* ou *R*.

Os próximos capítulos deste trabalho são destinados à medição de grandezas presentes na relação de Lyamshev: O Capítulo 4 trata da medição da velocidade de volume  $Q$  e o Capítulo 5 aborda métodos de medição de forças.



# 4 VELOCIDADE DE VOLUME DE FONTES SONORAS

No Capítulo 3, foram apresentadas relações matemáticas relacionadas ao princípio da reciprocidade. A motivação da cuidadosa determinação da velocidade de volume nestes experimentos vem da Equação 3.2, que permite calcular a contribuição sonora de componentes específicos. Este capítulo inicia apresentando um procedimento para a determinação da velocidade de volume, discutindo sua aplicabilidade ao problema proposto. A seguir, será apresentada uma solução alternativa desenvolvida para o caso de estudo.

## 4.1 MÉTODO DOS DOIS MICROFONES

Este método é empregado pela empresa Brüel and Kjaer em sua linha de produtos *omnisource*, através de um adaptador de velocidade de volume<sup>[23]</sup>. A nota técnica fornecida pela empresa indica este método quando se deseja conhecer uma função de transferência por velocidade de volume, como  $H_{Qp} = p/Q$ . Um esquema do adaptador está mostrado na Figura 11. Medindo as pressões sonoras através dos microfones A e B ( $p_A$  e  $p_B$ ), juntamente com uma resposta em um ponto R (podendo ser este sinal de pressão, aceleração ou velocidade), pode-se obter a função de transferência H.

Sendo  $C_{AA}$  o auto-espectro do microfone  $p_A$ ,  $C_{AB}$  o espectro cruzado entre  $p_A$  e  $p_B$ , cuja referência é o microfone A, pode-se obter o auto-espectro da velocidade de volume  $C_{QQ}$  através da expressão<sup>[23]</sup>:

$$C_{QQ} = \left(\frac{S}{\rho c}\right)^2 \frac{C_{AA} \cos^2(kl) + C_{BB} \cos^2(k(l + \Delta)) - 2\text{Re}\{C_{AB}\} \cos(kl) \cos(k(l + \Delta))}{\sin^2(k\Delta)}, \quad (4.1)$$

e o espectro cruzado entre velocidade de volume e a resposta:

$$C_{QR} = \frac{S}{\rho c} \frac{C_{AR} \cos(kl) - C_{BR} \cos(k(l + \Delta))}{j \sin(k\Delta)}, \quad (4.2)$$

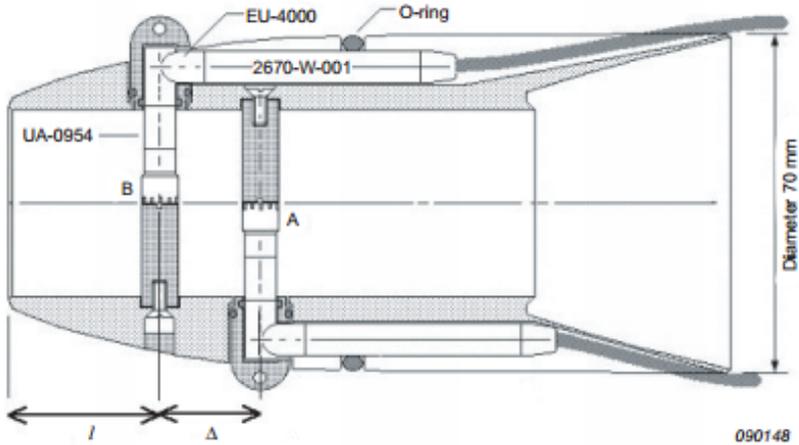


Figura 11 – Corte Transversal do Adaptador de Velocidade de Volume B&K4299, mostrando o espaçamento entre os microfones  $\Delta$  e a distância da entrada do bocal ao primeiro microfone  $l$ . Fonte: Brüel and Kjaer<sup>[23]</sup>

sendo  $S$  a área da seção transversal do tubo,  $l$  e  $\Delta$  são as distâncias mostradas na Figura 11,  $\rho$  é a densidade do ar e  $c$  é a velocidade do som. Usando as equações acima, pode-se obter a função de transferência  $H_{QR}$  definida como:

$$H_{QR} = \frac{C_{QR}}{C_{QQ}} \quad (4.3)$$

#### 4.1.1 Aplicação

A fonte sonora a ser utilizada nesta técnica necessita ser potente e omnidirecional, na faixa de frequência de 50-8000Hz.<sup>[23]</sup> A Figura 12 mostra o nível de pressão sonora máximo produzido pela fonte Brüel and Kjaer 4295, a qual utiliza o método de dois microfones. No Capítulo 5.8, será mostrado que quanto maior a magnitude da excitação de uma fonte sonora, menor é a incerteza de medição da FRF, cuja referência é a velocidade de volume. A fonte BK4295 obedece aos requisitos de potência quando utilizada com o método dos dois microfones, enquanto instalada no campo próximo do componente a ser excitado. Entretanto, não foi possível utilizar o método de dois microfones, pois o equipamento de polarização dos microfones não estava disponível, impossibilitando o uso desta técnica. Também não foi

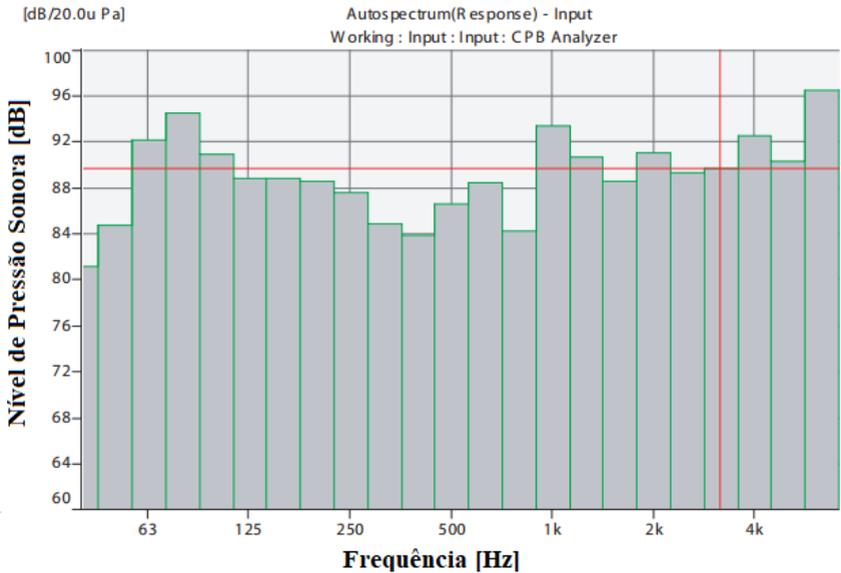


Figura 12 – Nível de Pressão Sonora máximo produzido pela fonte BK4295 em meio anecoico com um microfone a 10cm de distância. Fonte: Brüel and Kjaer.<sup>[23]</sup>

possível substituir os microfones no adaptador de velocidade de volume por microfones pré-polarizados pois estes são fabricados sob medida.

## 4.2 VELOCIDADE DE VOLUME POR FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Tendo em vista a dificuldade de aplicação do método de dois microfones, tornou-se necessária a utilização de outro método para obter a velocidade de volume de uma fonte sonora omnidirecional. O cálculo da velocidade de volume por função de transferência foi escolhido por se adequar às necessidades do trabalho.

### 4.2.1 Princípio do método

Maruyama<sup>[18]</sup> desenvolveu um *array* de fontes sonoras omnidirecionais e utilizou o princípio de reciprocidade para estimar o *pass-by noise* de um veículo automotor. Pelo princípio da reciprocidade, não foi necessário que

o carro se movimentasse, apenas que a excitação sonora fosse virtualizada entre as fontes sonoras dispostas em campo livre. Maruyama considerou que a velocidade de volume das fontes sonoras possui uma relação linear com a tensão elétrica fornecida aos alto-falantes, tal que:

$$Q(f) = E(f)G(f), \quad (4.4)$$

na qual  $Q(f)$  representa a velocidade de volume da fonte sonora,  $E(f)$  é a tensão de entrada na fonte sonora e  $G(f)$  é a função resposta em frequência do tipo velocidade de volume por Volt. A obtenção da função de transferência  $G$  pode ser feita através de uma medição de potência sonora em campo semianecóico, e sua dedução encontra-se no apêndice B. Definindo o número de onda  $k = 2\pi f/c$ , a função  $G(f)$  pode ser obtida através da expressão:

$$G(f) = \left(\frac{\bar{p}}{E}\right) \left(\frac{4\pi SW_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh}\right]^{-1/2}, \quad (4.5)$$

onde  $\frac{\bar{p}}{E}$  é a média das funções de transferência,  $p/E$ , dos microfones usados para a medição de potência sonora da fonte. Com o valor da função  $G$  obtido para todo o espectro de interesse, pode-se analisar a relação entre um sinal e a respectiva velocidade de volume, medindo a função resposta em frequência do sinal pela tensão de entrada  $E$  e dividindo-a pela função  $G$ .

#### 4.2.2 Resultados Experimentais

A medição da função de transferência  $G$  foi realizada para duas fontes sonoras: *Brüel and Kjaer Omnisource 4295* e *Brüel and Kjaer Omnipower 4292-L*. Ambas as medições foram realizadas em ambiente semi-anecóico através de uma medição de potência sonora de precisão, seguindo procedimento descrito pela norma ISO3745<sup>[24]</sup>. As Figuras 14 e 15 mostram o experimento na câmara semi-anecóica para as duas fontes sonoras selecionadas. A cadeia de medição, ilustrada na Figura 13, descreve a medição realizada. A tabela 1 possui os dados dos equipamentos utilizados neste experimento.

Tabela 1 – Equipamentos utilizados no cálculo de Velocidade de Volume por Potência Sonora

Equipamento	Fabricante	Modelo
20 Microfones C. Livre	Brüel and Kjaer	4189-A01
Analizador de Sinais	Siemens	SCADAS M03
Fonte Dodecaédrica	Brüel and Kjaer	4292-L
Fonte Omnidirecional	Brüel and Kjaer	4295
Amplificador de Potência	Brüel and Kjaer	2718

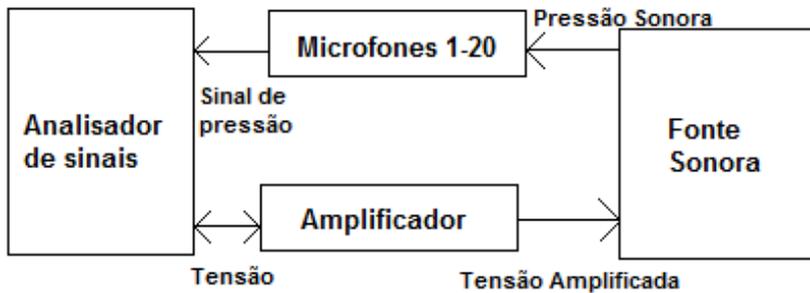


Figura 13 – Cadeia de Medição da função G para as fontes sonoras. O Analisador recebe os sinais dos microfones e o próprio sinal de tensão que envia ao amplificador. Com estes sinais, calculam-se as FRFs do tipo p/E, que são utilizadas para cálculo da função G.

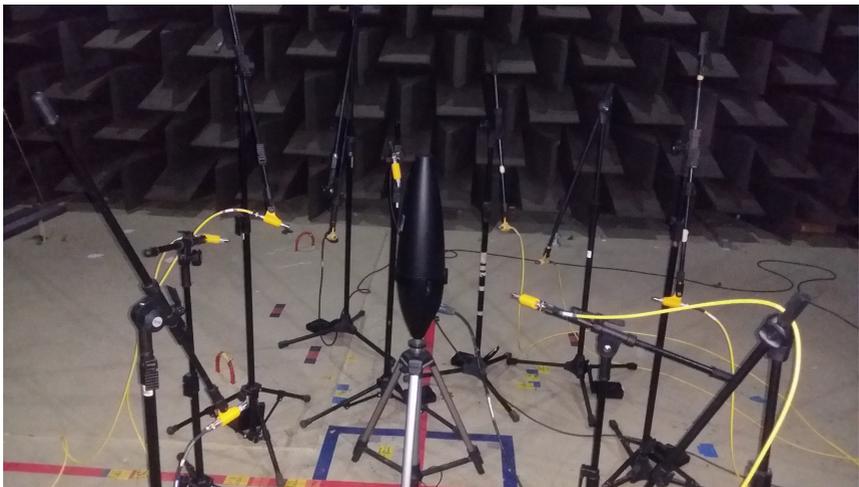


Figura 14 – Foto do Experimento de medição da Potência Sonora da Fonte Omnidirecional Brüel and Kjaer 4295 seguindo norma ISO3795.



Figura 15 – Foto do Experimento de medição da Potência Sonora da Fonte Dodecaédrica Brüel and Kjaer 4292-L seguindo norma ISO3795.

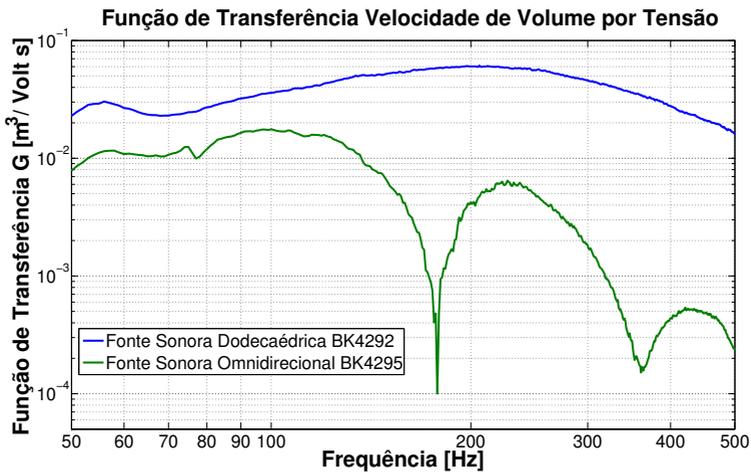


Figura 16 – Função de Transferência G pelo Método da Função de Transferência utilizando uma medição de potência sonora de precisão em campo semi-anequico calculado para as fontes sonoras BK4292-L e BK4295.

### 4.2.3 Discussão

As Figuras 17 e 18 mostram os intervalos de confiança da medição da função  $G$  para cada uma das fontes sonoras deste trabalho. Dessas Figuras, é importante ressaltar que pela natureza da escala logarítmica, o intervalo inferior não é visualmente idêntico ao superior, mesmo que seja criado pela adição e subtração do mesmo valor. Também observa-se que a fonte BK4292-L apresenta um intervalo de confiança de  $\pm 1$  dB até a banda de 300Hz, enquanto a fonte BK4295 só apresenta intervalo estreito abaixo de 150Hz. O procedimento utilizado para cálculo destes intervalos encontram-se no Capítulo 5.8. Pode-se perceber que existe um aumento da incerteza de medição com a frequência. Para ambas as fontes, esse aumento da incerteza se deve ao comportamento direcional com o aumento de frequência, visto que não são monopolos perfeitos. No caso desta medição, a incerteza de medição tem magnitude igual ou superior à média um pouco após 150Hz. Como a escala logarítmica não possui 0, o intervalo inferior não é grafado nas frequências onde a incerteza é de mesma magnitude da média ou maior.

A diferença da amplitude de excitação entre as fontes é significativa. A fonte BK4292 tem uma potência sonora, em geral, uma ordem de grandeza maior que a fonte BK4295. Como a incerteza de medição da função  $G$  é aproximadamente a mesma entre as fontes, a fonte BK4292 torna-se mais precisa, pois o erro relativo é consideravelmente menor, refletindo numa faixa de frequências de aplicação mais ampla. Devido a isso, será utilizada apenas a fonte sonora BK4292 para todos os experimentos deste trabalho.

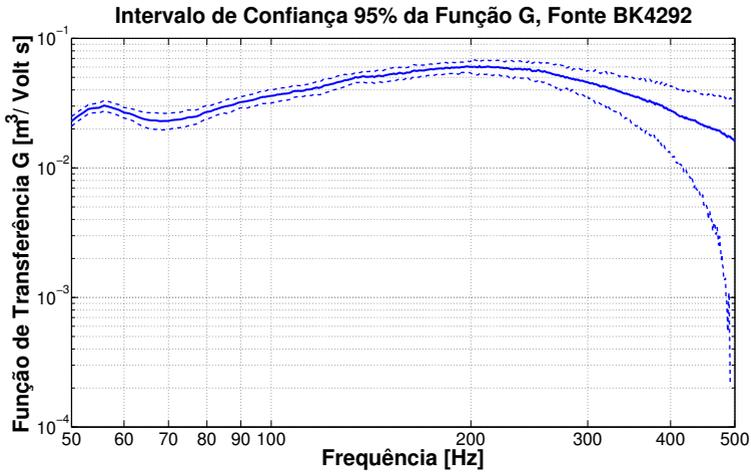


Figura 17 – Média (linha sólida) e Intervalo de confiança de 95% (tracejada) da medição da função de transferência G da fonte sonora BK4292-L.

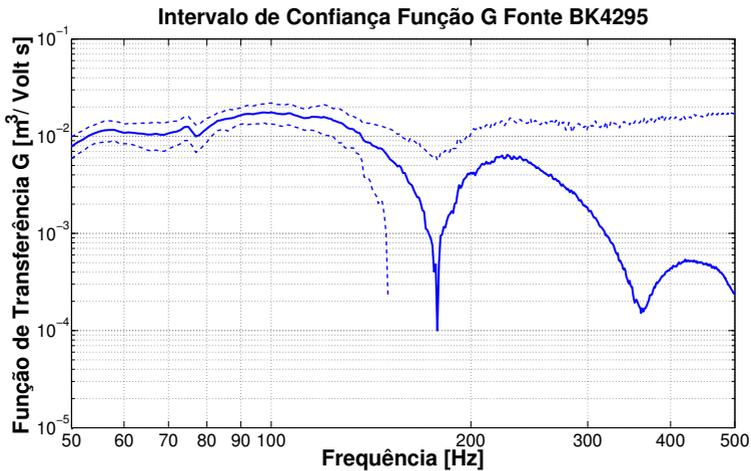


Figura 18 – Média (linha sólida) e Intervalo de confiança de 95% (tracejada) da medição da função de transferência G da fonte sonora BK4295. Assim como na Figura 17, a banda inferior do intervalo de confiança está distorcida visualmente pela escala logarítmica.

## 5 MEDIÇÃO DE FORÇAS

Para determinar a pressão sonora utilizando a função de reciprocidade da Equação 3.2, é necessário determinar as forças de excitação do objeto de estudo. Fahy<sup>[13]</sup> separa o problema de determinação de forças para TPA em três: forças conhecidas com ponto de aplicação conhecido; forças desconhecidas com ponto de aplicação conhecido e forças desconhecidas. Este Capítulo segue esta estrutura. Primeiramente, são apresentadas as soluções para os três problemas de identificação de forças em TPA e, em seguida, mostra-se a solução escolhida para a placa-base. Resultados são mostrados e discutidos ao final do Capítulo.

### 5.1 FORÇAS CONHECIDAS COM PONTO DE APLICAÇÃO CONHECIDO

Este método, também chamado de método direto, utiliza um transdutor de força no ponto de aplicação da mesma. Em Acústica e Vibrações, geralmente utilizam-se transdutores piezoelétricos, que medem apenas a carga dinâmica através de uma estrutura. Pela forma construtiva desses transdutores, idealmente são aplicados quando pode-se garantir que toda a força a ser medida passa através deles, isto é, quando as forças são próximas de uma excitação pontual. Em geral, a utilização destes transdutores para medição direta das forças modifica a configuração original de funcionamento da máquina, pois o transdutor está sendo adicionado e, muitas vezes, a máquina necessita ser adaptada para receber estes transdutores. Para os quatro pontos de apoio do compressor na placa-base não foi possível adaptar uma base de montagem para a utilização de transdutores de força; por isso, outras técnicas para avaliação de forças serão investigadas.

## 5.2 FORÇAS DESCONHECIDAS COM PONTO DE APLICAÇÃO CONHECIDO

Quando não é possível a instalação de transdutores de força, aplicam-se os chamados métodos inversos. Estes métodos dependem do conhecimento de alguma propriedade física no ponto de aplicação da força, como por exemplo a impedância mecânica e a medição da vibração na forma de velocidade. Conhecendo a impedância mecânica  $Z$ , pode-se determinar as forças atuando no ponto de aplicação utilizando-se a relação entre a força e impedância:

$$F = Zv, \quad (5.1)$$

sendo  $v$  a velocidade no ponto de aplicação. Por ser um corpo de geometria complexa e difícil determinação da impedância mecânica, decidiu-se por não utilizar este método. Outras propriedades físicas podem ser usadas para realizar esta determinação, como o método da rigidez dinâmica.

O método da rigidez dinâmica é recomendado quando a máquina está apoiada sobre isoladores de vibração. Ao conhecer a rigidez dinâmica  $\tilde{k}$  de um isolador, pode-se monitorar sua deformação e estimar sua força através da relação:

$$F = \tilde{k}x, \quad (5.2)$$

na qual  $x$  é a deformação sofrida pelo isolador. Foi realizado um experimento a fim de determinar a rigidez dinâmica dos isoladores de vibração do refrigerador, mas somente foi possível medi-la com boa precisão em uma direção. Como os isoladores do refrigerador sofrem carregamento triaxial, decidiu-se também por não utilizar este procedimento e seguir uma abordagem mais completa, que é o método das forças equivalentes. O experimento para medição da rigidez dinâmica dos isoladores está descrito no Apêndice A.

## 5.3 MÉTODO DAS FORÇAS EQUIVALENTES

O Método das Forças Equivalentes é uma das formas de resolver o problema de determinação de forças que atuam em pontos não bem definidos

ou de difícil acesso. Surgiu a partir da necessidade de estimar excitações nas quais os pontos de excitação são inacessíveis. O método foi descrito por Janssens e Verheij em 1999 para o estudo dos caminhos de transmissão de ruído e vibrações em navios.<sup>[1]</sup> Nesta seção, apresenta-se a formulação analítica do método, seguido da descrição do experimento realizado no refrigerador doméstico. Por fim, os resultados são apresentados e discutidos.

## 5.4 PRINCÍPIO DO MÉTODO

Ao analisar o ruído radiado por uma máquina ou equipamento, deseja-se conhecer os diversos caminhos de transmissão de vibração até o ponto de observação. O método das forças equivalentes busca quantificar a contribuição sonora de cada um desses caminhos.

A quantificação dos caminhos é feita através de três passos. No primeiro é realizado um conjunto de medições de vibração com a máquina em operação; no segundo, estático, medições de aceleração do caminho a ser caracterizado são feitas com a máquina desligada, juntamente com a medição das funções de transferência  $v/Q$ , com a fonte de velocidade de volume. No último passo, analítico, são calculadas as contribuições individuais de cada caminho<sup>[1]</sup>. Os passos estão ilustrados pelas Figuras 19 a 21.

### 5.4.1 Medições com o Refrigerador em Operação

Enquanto o compressor opera em condição de estacionariedade, são obtidos sinais de vibração que caracterizam o caminho a ser estudado. É necessária a escolha de um grupo de pontos de aceleração que suficientemente representa o caminho de interesse, monitorados com a máquina em operação. A pressão operacional da máquina também é medida, no ponto  $p_k$ . Esse grupo de medições é denotado pelo vetor  $\{a_i(f)\}_{\text{op}}$ . É necessário que essas medidas tenham referência em um dos pontos de medição, denotado pelo ponto  $i = 1$ . É possível estabelecer a relação de fases entre os pontos através da expressão<sup>[1]</sup>:

$$a_i(f) = \sqrt{G_{ii}} e^{j\angle(G_{i1})}, \quad (5.3)$$

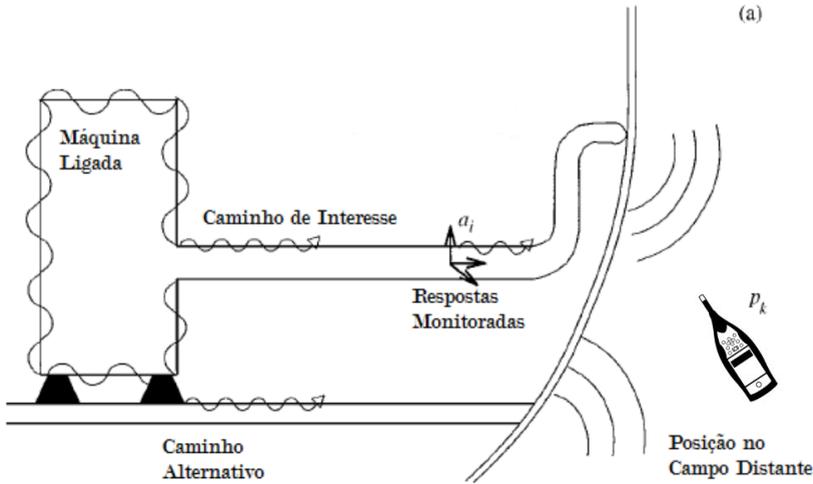


Figura 19 – Passo operacional do método das forças equivalentes. Adaptado de Janssens<sup>[1]</sup>.

onde  $G_{ii}$  é o auto-espectro de potência da resposta na posição  $i$  e  $\angle G_{i1}$  é o ângulo de fase do espectro cruzado entre a posição de referência 1 e  $i$ . Assume-se que as respostas são coerentes entre si<sup>[1]</sup>. A pressão sonora na posição do receptor também é medida e é denotada pelo vetor  $\{p_k\}_{total}$ . O índice total indica que as contribuições de todos os caminhos são medidas. Este passo é ilustrado na Figura 19.

#### 5.4.2 Medições com o Refrigerador Desligado

Com a máquina desligada, seleciona-se uma série de pontos arbitrários os quais representam as forças equivalentes do sistema entre a fonte e as posições de monitoramento de vibrações do passo anterior. Neste passo, será feita uma série de medições de acelerações, dos pontos de aceleração observados no passo anterior por um número arbitrário de forças equivalentes. A medição das FRFs  $H = p/F$  pode ser feita também neste passo.

Um número satisfatório de pontos deve ser escolhido para descrever o campo vibracional de forças do caminho. O critério de escolha de número de pontos foi determinado empiricamente pelas referências levando em

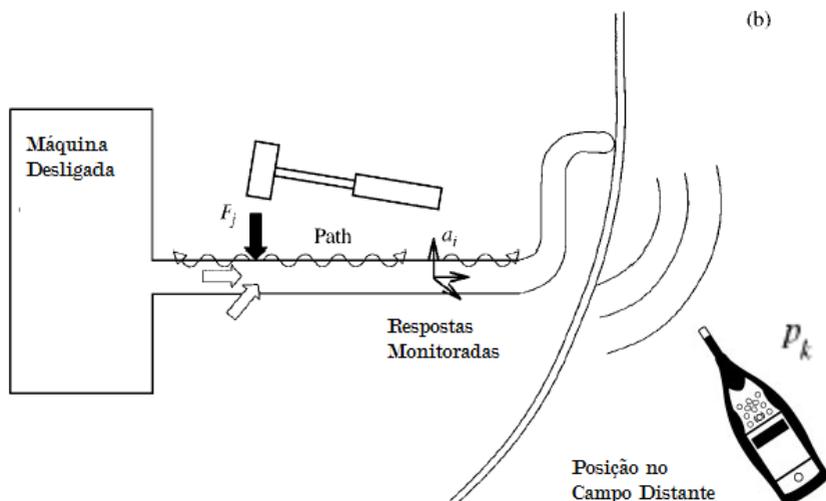


Figura 20 – Passo estático do método das forças equivalentes. Adaptado de Janssens<sup>[1]</sup>

consideração estabilidade da pseudoinversão<sup>1</sup>. O número ótimo de pontos, de acordo com Verheij e Janssens<sup>[17]</sup> é de pelo menos duas vezes e meia o número de pontos de força. Para este trabalho, foi adotado três vezes o número de pontos de força. FRFs do tipo aceleração  $A_{ij} = a_i/F_j$  entre cada ponto de força  $j$  e cada posição de monitoramento de aceleração operacional  $i$  são medidas, utilizando atuador eletrodinâmico (*shaker*) ou martelo de impacto. A FRF de pressão por força entre o ponto receptor  $k$  e as posições de força  $j$ ,  $H_{kj} = p_k/F_j$  foram feitas usando a relação de reciprocidade de Lyamshev  $p_k/F_j = v_j/Q_k$ .<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ao se pseudo-inverter numericamente uma matriz por decomposição em valores singulares, é necessário tomar cuidado com a magnitude dos valores singulares. Caso os valores singulares sejam muito próximos de 0, estes números podem tomar magnitudes elevadas na pseudoinversa. Recomenda-se um número grande de pontos de medição para, caso hajam valores singulares muito pequenos, estes possam ser removidos na pseudo-inversa sem perda de representatividade do problema.

<sup>2</sup> Fahy<sup>[13]</sup> cita a importância da informação de fase em baixas frequências. As medições de velocidade feitas neste trabalho foram feitas utilizando acelerômetros, com a relação  $a = j\omega v$ . Foi levantada posteriormente a hipótese de que o sinal teria de ser integrado no tempo para ser feita a transformação em sinal de velocidade, mas a coerência próxima de 1 em toda a faixa de medição do sinal indica que o caso é linear e a divisão do sinal por  $j\omega$  é correta.

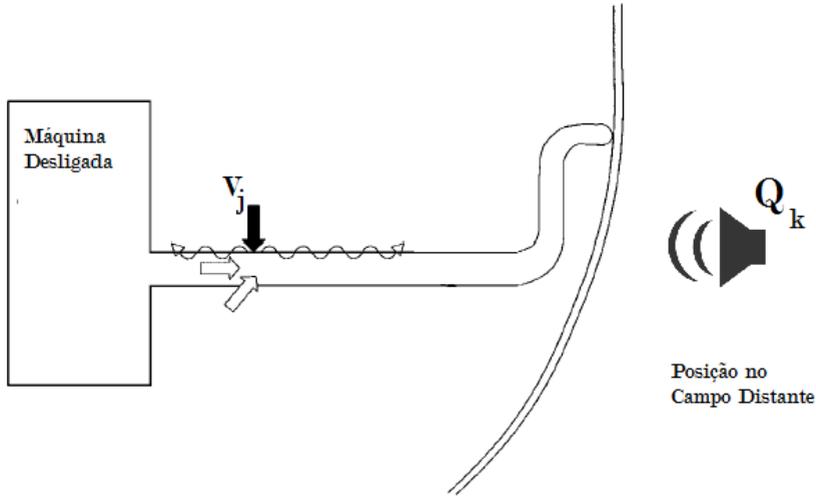


Figura 21 – Passo estático do método das forças equivalentes, onde são medidas as funções de transferência por reciprocidade de Lyamshev. Adaptado de Janssens<sup>[1]</sup>

### 5.4.3 Passo Analítico

O passo analítico consiste em determinar um conjunto de forças equivalentes  $\{F_j\}_{\text{eq}}$  que, quando aplicadas nas posições  $j$ , reconstituem o campo vibratório devido à operação do compressor, que é dado por<sup>[1]</sup>:

$$\{F_j\}_{\text{eq}} = [A_{ij}]^+ \{a_i\}_{\text{op}}, \quad (5.4)$$

sendo  $[A_{ij}]^+$  a pseudo-inversa da matriz de acelerações. O procedimento de pseudo-inversão escolhido para este trabalho foi a Decomposição por Valores Singulares. A resposta na posição receptora causada pelo caminho em específico pode ser calculada por:

$$\{p_k\}_{\text{caminho}} = [H_{kj}] \{F_j\}_{\text{eq}}, \quad (5.5)$$

que combinando com a equação 5.4, fica:

$$\{p_k\}_{\text{caminho}} = [H_{kj}] [A_{ij}]^+ \{a_i\}_{\text{op}}, \quad (5.6)$$

mostrando que as forças equivalentes  $\{F_j\}_{\text{eq}}$  são apenas um parâmetro intermediário e não carregam informações pertinentes para análise<sup>[1]</sup>. O

resultado final,  $\{p_k\}_{\text{caminho}}$ , pode ser usado para comparar a influência do caminho com a resposta total medida  $\{p_k\}_{\text{total}}$ .

## 5.5 APLICAÇÃO NO REFRIGERADOR

O método das forças equivalentes foi utilizado neste trabalho para analisar a contribuição sonora da placa-base no ruído total do refrigerador doméstico mostrado na Figura 24. Por se tratar de um componente em contato com o compressor e o gabinete, espera-se que a maior parte das vibrações na faixa de frequência estudada sejam transmitidas por este componente.

### 5.5.1 Placa-Base

Inicialmente, foi selecionado um ponto de aplicação de força para cada ponto de contato do compressor com a placa-base. Foram considerados 3 graus de liberdade ortogonais para estas forças, identificados pelas direções x, y e z. A literatura recomenda que, para cada ponto de força a ser reconstruído, sejam selecionados pelo menos 2,5 pontos de sinais de vibração.<sup>[1]</sup> Seguindo a recomendação, 12 pontos foram selecionados, também considerando 3 graus de liberdade ortogonais x, y e z. O posicionamento dos pontos na placa-base são mostrados nas Figuras 22 e 23. Os pontos tra-seiros das forças foram selecionados mais afastados do ponto de contato entre o compressor e placa-base por motivos de acesso — não seria possível medir as FRFs caso estivessem em outra posição.

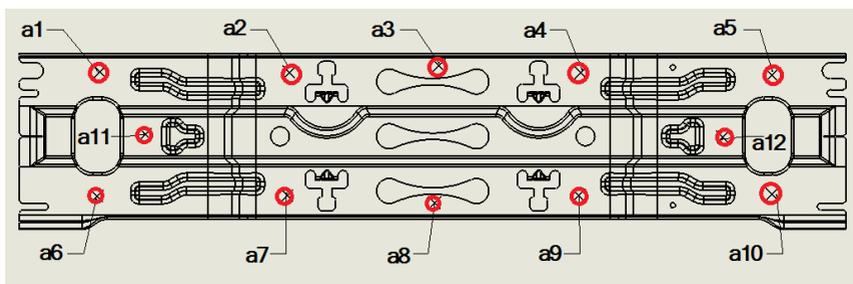


Figura 22 – Vista superior da placa-base, com marcações em X dos pontos de monitoramento de aceleração, denotados de a1 a a12.

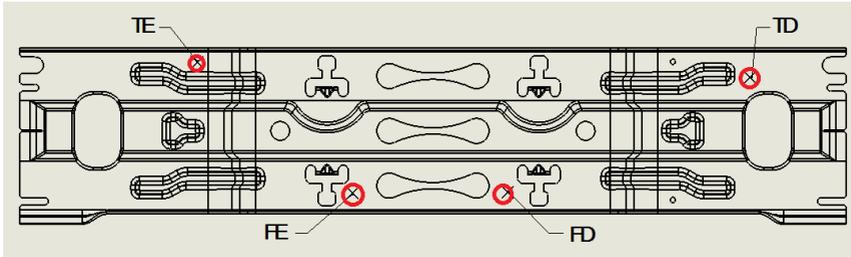


Figura 23 – Vista superior da placa-base, com marcações em X dos pontos de aplicação de força, denotados como TD (Traseira Direita), FD (frontal Direita), TE e TD.

## 5.6 EQUIPAMENTOS E CONFIGURAÇÕES

Esta seção apresenta as informações sobre os equipamentos utilizados para a medição da contribuição sonora pelo método das forças equivalentes. As medições de FRF foram realizadas em bancada em ambiente controlado, com martelo de impacto<sup>3</sup>. As medições de pressão foram realizadas na câmara semi-anechoica do LVA, atendendo aos critérios de medição de refrigeradores previstos pela norma ISO8960<sup>[20]</sup>, com exceção da presença de um plano refletor na parte traseira do refrigerador. Este desvio da norma é uma adaptação ao MFE, que prevê a pressão pontual devido às forças equivalentes. A norma utiliza o plano refletor para caracterizar possíveis efeitos acústicos presentes na instalação do refrigerador em uma cozinha, fenômeno desnecessário para a caracterização de caminhos de transmissão pelo MFE.

### 5.6.1 Passo Operacional

Quatro pontos de pressão foram escolhidos para análise, cada um perpendicular a uma das faces verticais do gabinete a um metro de distância. As faces foram nomeadas de frontal (face da porta), atrás (face do condensador), lado direito (face da abertura da porta) e lado esquerdo (face das

<sup>3</sup> O martelo de impacto foi utilizado pela dificuldade de acesso ao local de excitação na instalação. Deve ser possível utilizar atuadores eletrodinâmicos do tipo *shaker* para excitar esta estrutura, mas é necessária a construção de uma bancada específica para isto.



Figura 24 – Foto das laterais do refrigerador, com os eixos coordenados da convenção deste trabalho. a) laterais frontal e LD. b) laterais atrás e LE.

conexões da porta com o gabinete). A Figura 24 mostra os quatro lados do refrigerador de acordo com o sistema de coordenadas utilizado como referência. A Figura 25 mostra o esquema da cadeia de medição desta etapa.

### 5.6.2 Passo Estático

As FRFs do tipo aceleração foram medidas separadamente, utilizando excitação por martelo de impacto, considerando 5 médias por ponto de excitação. Um critério explícito de aceitação de FRF foi adotado: que a função coerência  $\gamma^2$  na faixa de frequência de interesse não pudesse ser menor que 0.8. Uma medição típica de aceleração é mostrada na Figura 26, juntamente com o critério de coerência. A Figura 27 mostra a cadeia de medição para a medição das FRFs deste passo. Para a medição das funções de transferência tipo  $v/Q$ , foi utilizada a fonte sonora BK4292, já

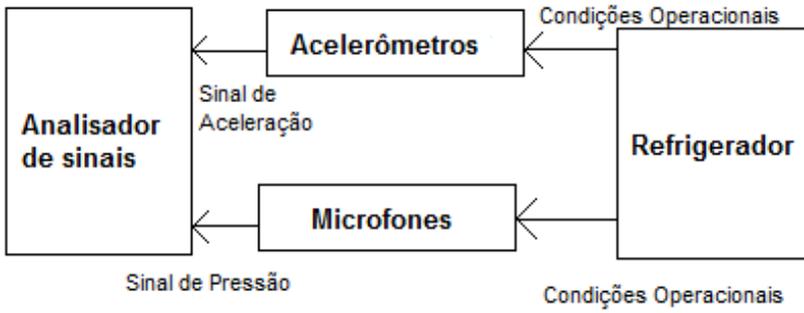


Figura 25 – Cadeia de Medição da etapa operacional do Método das Forças Equivalentes.

caracterizada no capítulo 4.

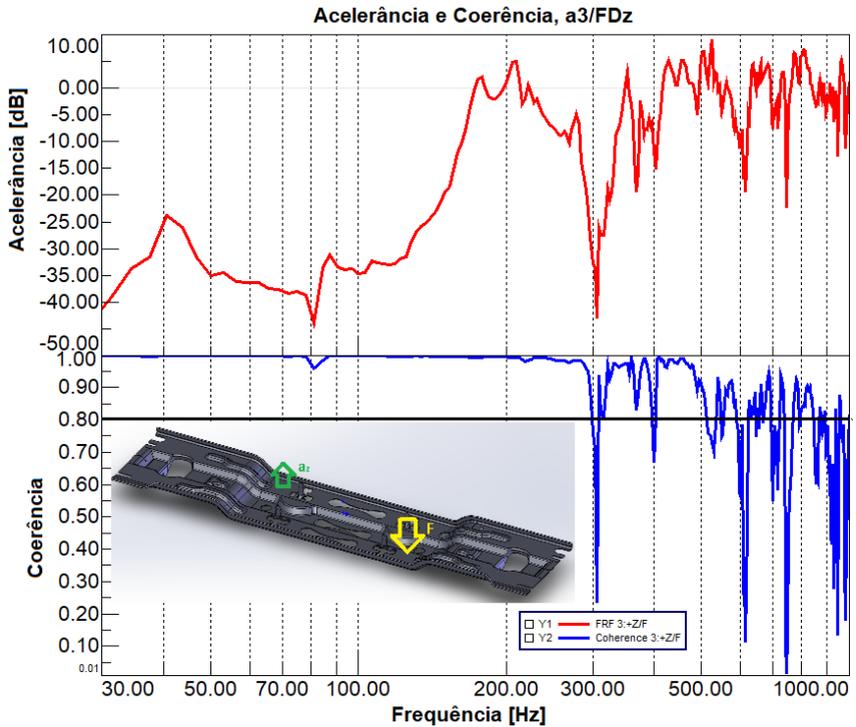


Figura 26 – Gráfico superior: Aceleração típica, computada no ponto 3, excitado no ponto FD, na direção Z, como mostra a imagem da placa base. Gráfico inferior: coerência da FRF mostrada, com ênfase no critério de  $\gamma^2 = 0.8$ .

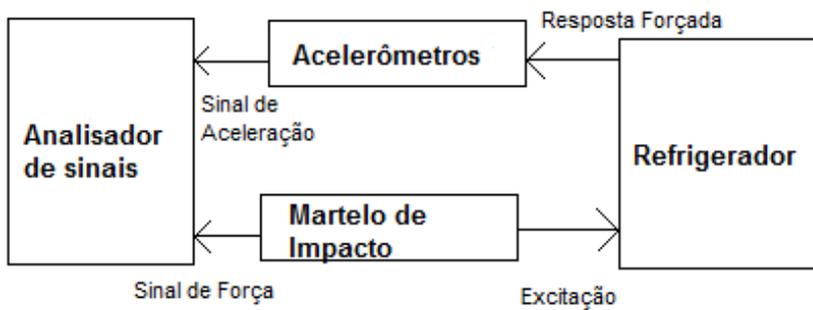


Figura 27 – Cadeia de Medição das FRFs do tipo Aceleração do Método das Forças Equivalentes.

## 5.7 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados da medição de contribuição sonora da placa base pelo método das forças equivalentes. A Figura 28 mostra um dos resultados medidos. Nota-se que na maior parte do espectro, a soma da contribuição é maior que o total, evidenciando erros na técnica. Os demais gráficos para outras direções estão no Apêndice C.

A linha preta sólida do gráfico da Figura 28 representa a pressão medida no passo operacional. As linhas em pontilhado representam a magnitude introduzida por cada grau de liberdade das forças equivalentes. A magnitude dos graus referentes às coordenadas x e y apresentam valores ordens de magnitude mais altas que o da pressão medida. Mesmo considerando a fase e realizando a soma vetorial dos componentes do método, o nível de pressão sonora total não fica próximo aos valores medidos na etapa operacional. Eles foram separados em graus de liberdade aqui para facilitar a apresentação em gráfico. Para fins de controle de qualidade, as medições foram repetidas 6 vezes. O algoritmo de cálculo foi reescrito 3 vezes.

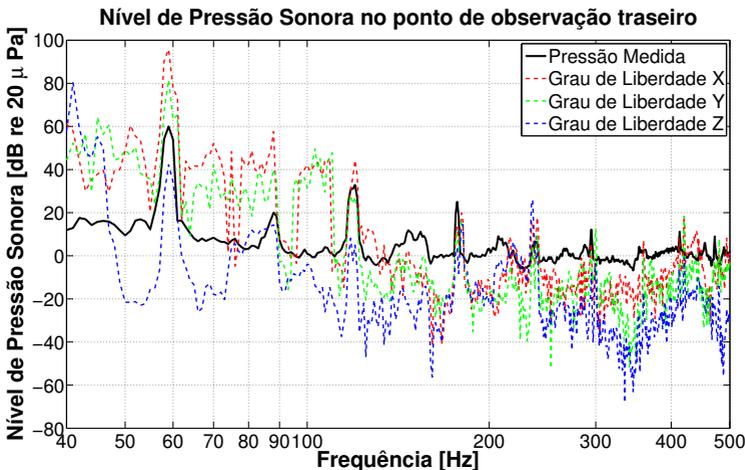


Figura 28 – Pressão sonora operacional medida na posição atrás vs soma da contribuição sonora de cada direção de excitação.

### 5.7.1 Discussão

Os resultados apontam para contribuições acima do total medido na etapa operacional. A hipótese de que estes resultados sejam consistentes implica diretamente que a soma das contribuições sonoras pode ser maior do que todo o som medido. É necessário investigar a fonte dessas diferenças. Essas diferenças podem ser provenientes de problemas em quaisquer um dos passos e parcelas do cálculo, isto é: a pseudo-inversão da matriz de acelerações, a medição das funções recíprocas de velocidade de volume ou a média de acelerações operacionais. Para apontar mais precisamente qual é o fator principal de erros da técnica, fez-se uma análise de incertezas de medição de todos os processos utilizados, que é apresentada nas próximas seções.

## 5.8 INCERTEZAS DE MEDIÇÃO

Nesta seção serão analisadas as incertezas de medição das técnicas escolhidas. Inicia-se apresentando a incerteza expandida da pressão sonora para o método das forças equivalentes, a fim de explicitar quais parâmetros devem ser investigados em maior profundidade nesta análise. Em seguida, apresenta-se o cálculo das incertezas das etapas do método, comparando as incertezas adicionadas à magnitude total das forças.

## 5.9 VARIÂNCIA DA VELOCIDADE DE VOLUME

O cálculo da velocidade de volume  $Q$  nos experimentos é feito através da fórmula:

$$Q = EG, \quad (5.7)$$

e a função de transferência para pressão é calculada através da FRF:

$$H = \frac{v}{E} \frac{1}{G} \quad (5.8)$$

A incerteza de  $H$  pode ser estimada através da expressão para medição indireta de grandezas não correlacionadas<sup>[21]</sup>:

$$s^2(H) = \left( \frac{\partial H}{\partial(v/E)} \right)^2 s^2(v/E) + \left( \frac{\partial H}{\partial G} \right)^2 s^2(G) \quad (5.9)$$

Ao resolver as derivadas parciais, pode-se reescrever a equação acima na seguinte forma:

$$s^2(H) = \left(\frac{1}{G}\right)^2 s^2(v/E) + \left(-\frac{v}{EG^2}\right)^2 s^2(G) \quad (5.10)$$

A seguir, será apresentado o procedimento de avaliação da variância de cada uma das parcelas de  $s^2(H)$ .

### 5.9.1 Variância da Função de Transferência G

Enquanto o monitoramento de tensão é direto através de médias, a função de transferência G é medida através de uma média de pressões sonoras:

$$G = \left(\frac{\bar{p}}{E}\right) \left(\frac{4\pi SW_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh}\right]^{-1/2}, \quad (5.11)$$

cuja variância da amostra pode ser calculada por:

$$\begin{aligned} s^2(G) = & \left(\frac{\partial G}{\partial \bar{p}/E}\right)^2 s^2(\bar{p}/E) + \left(\frac{\partial G}{\partial S}\right)^2 s^2(S) + \left(\frac{\partial G}{\partial h}\right)^2 s^2(h) + \\ & + \left(\frac{\partial G}{\partial W_0}\right)^2 s^2(W_0) + \left(\frac{\partial G}{\partial k}\right)^2 s^2(k) + \left(\frac{\partial G}{\partial p_0}\right)^2 s^2(p_0) + \\ & + \left(\frac{\partial G}{\partial S_0}\right)^2 s^2(S_0) + \left(\frac{\partial G}{\partial \rho_0}\right)^2 s^2(\rho_0) + \left(\frac{\partial G}{\partial c_0}\right)^2 s^2(c_0) \end{aligned}$$

As variâncias das amostras de  $W_0$ ,  $k$ ,  $p_0$ ,  $\rho_0$  e  $c_0$  são desprezíveis em comparação às variâncias da média espacial da função resposta em frequência pressão por volt,  $\bar{p}/E$ , à variância da área da superfície de medição  $S$  e à variância da altura da fonte sonora ao piso,  $h$ . Pode-se, então, simplificar a equação acima, para a seguinte forma:

$$s^2(G) = \left(\frac{\partial G}{\partial \bar{p}/E}\right)^2 s^2(\bar{p}/E) + \left(\frac{\partial G}{\partial S}\right)^2 s^2(S) + \left(\frac{\partial G}{\partial h}\right)^2 s^2(h) \quad (5.12)$$

#### — Variância inserida pela Média de Pressões

A variância amostral da pressão por volt,  $s^2(\bar{p}/E)$ , é obtida pela variância amostral da média. A derivada parcial é:

$$\frac{\partial G}{\partial (\bar{p}/E)} = \left(\frac{4\pi SW_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh}\right]^{-1/2} \quad (5.13)$$

## — Variância inserida pela Incerteza de Medição da Altura

A derivada da função  $g(h) = [1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh}]^{-1/2}$  é:

$$\frac{\partial g}{\partial h} = \frac{\cos(2kh)}{h} - \frac{\sin(2kh)}{2kh^2} \quad (5.14)$$

e, portanto, a contribuição parcial da altura para a incerteza da função de transferência  $G$  é:

$$\frac{\partial G}{\partial h} = \left(\frac{p}{E}\right) \left(\frac{4\pi SW_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2}\right) \left(\frac{\partial g}{\partial h}\right) \quad (5.15)$$

Como foi utilizada uma escala milimetrada para a medição da altura da fonte sonora, sua incerteza de medição é  $\mu(h) = 0.5\text{mm}$

## — Variância inserida pela Incerteza de Medição da Superfície

A função  $G$  é proporcional à raiz quadrada de  $S$ , e segue a estrutura  $G(S) = C\sqrt{S}$ , onde  $C$  é uma constante. A derivada parcial de  $G$  em função de  $S$  é:

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{2\sqrt{S}} \left(\frac{\bar{p}}{E}\right) \left(\frac{4\pi W_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2}\right)^{1/2} \left[1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh}\right]^{-1/2} \quad (5.16)$$

Resta a discussão da variância da área  $s^2(S)$ , que é avaliada pela forma de determinação das posições dos microfones na medição de potência sonora da fonte. Os pontos, determinados pela norma ISO3745<sup>[24]</sup> descrevem uma superfície hemisférica e possuem, portanto, três coordenadas (x,y,z). As coordenadas x e y foram medidas utilizando uma régua milimetrada de 1m e as coordenadas em z foram ajustadas com uma trena milimetrada de 3m e um prumo. A área de um hemisfério é:

$$S = 2\pi r^2 \quad (5.17)$$

E como  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , aplicando a lei de propagação de incertezas a variância de  $S$  em função de x,y,z fica:

$$s^2(S) = 4\pi x s^2(x) + 4\pi y s^2(y) + 4\pi z s^2(z), \quad (5.18)$$

a qual apresenta uma variância da área diferente para cada ponto do hemisfério de medição. Neste caso, será adotado o ponto de maior variância

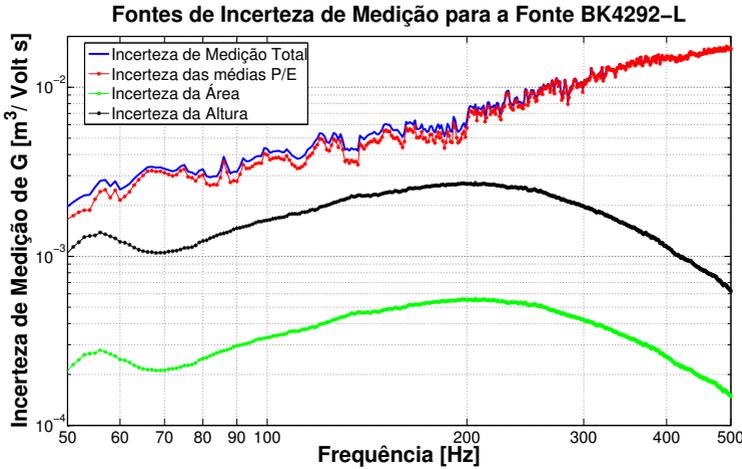


Figura 29 – Fontes de Incertezas de Medição para a Função de Transferência  $G$  da fonte sonora BK4292-L, mostrando a predominância da média de pressões  $p/E$ .

como base para os cálculos. Sabendo-se que  $s^2(x) = s^2(y) = s^2(z)$ ,

$$s^2(S) = 4\pi (x + y + z) s^2(\text{escala milimetrada}) \quad (5.19)$$

O ponto com maior soma  $x + y + z$  será utilizado como base nos cálculos, que é o ponto 12 do anexo E da norma ISO 3745<sup>[24]</sup>, cuja soma para um raio de 1m é  $x + y + z = 1.693$ . A variância da área é, então:

$$s^2(S) = 5.3 \times 10^{-4} \text{m}^4 \quad (5.20)$$

#### — Comparação das Incertezas de Medição

Calculando as variâncias para a função de transferência  $G$ , pode-se decompor a contribuição das incertezas de cada fonte. As Figuras 29 e 30 mostram as incertezas calculadas para as fontes sonoras BK4292-L e BK4295, utilizadas neste trabalho. Observa-se, das Figuras 29 e 30, que a fonte de incertezas predominante é a da função resposta em frequência  $p/E$ . Dado que as FRFs foram medidas em 20 diferentes pontos no espaço, observa-se que o nível de variância é particular da fonte sonora ou do método, não sendo possível reduzi-la através de um aumento de amostragens. Nota-se, também, que a ordem de grandeza da incerteza total das medições de fontes

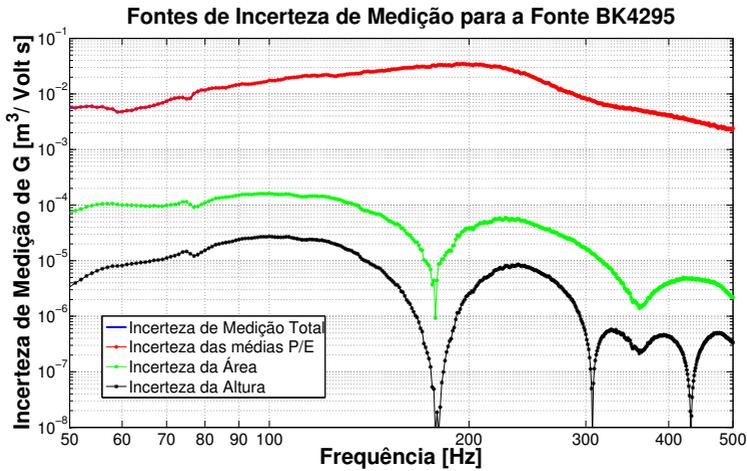


Figura 30 – Fontes de Incertezas de Medição para a Função de Transferência  $G$  da fonte sonora BK4295, mostrando a predominância da média de pressões  $p/E$ .

sonoras distintas é aproximadamente na ordem de  $10^{-2} \text{ m}^2/\text{Volt}$ . Mesmo aplicando níveis de excitação distintos, a incerteza das duas medições é próxima, indicando que esta ordem de grandeza é proveniente do método de medição e não da fonte sonora. O método de medição das funções de transferência com vinte microfones, portanto, mostra-se mais adequado para fontes sonoras que conseguem produzir uma função de transferência  $G$  em, pelo menos, uma ordem de grandeza superior a  $10^{-2}$ , que é o caso da fonte BK4292-L, porém não é o da fonte BK4295.

### 5.9.2 Variância da FRF de velocidades $v/Q$

Bendat<sup>[25]</sup> apresenta a seguinte expressão para o desvio padrão de uma função de transferência através da função coerência:

$$s(H) = \left[ \frac{(1 - \gamma^2)}{2n_{\text{avg}}\gamma^2} \right]^{1/2} |H|, \quad (5.21)$$

onde  $H$  é a função resposta em frequência,  $\gamma^2$  é a função coerência e  $n_{\text{avg}}$  é o número de médias da FRF. Portanto, utilizando a função coerência, pode-se avaliar a parcela de  $s^2(v/E)$ . A parcela referente à FRF de velocidades,

portanto, é:

$$\left( \frac{\partial H}{\partial (v/E)} \right)^2 s^2(v/E) = \left( \frac{1}{G} \right)^2 \left[ \frac{(1 - \gamma^2)}{2n_{\text{avg}}\gamma^2} \right] \left| \frac{v}{E} \right|^2. \quad (5.22)$$

A Figura 31 mostra o comportamento padrão de uma FRF  $v/E$  e de sua incerteza de medição. Os demais gráficos estão no Apêndice C. A diferença de ordens de grandeza entre a medição e sua incerteza de medição demonstram que o coeficiente de sensibilidade das médias da FRF  $v/E$  não é o mais influente nas incertezas do método.

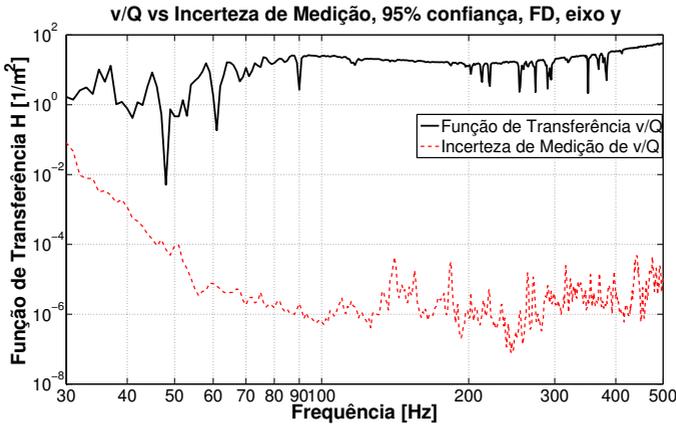


Figura 31 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente FD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%.

### 5.9.3 Comparação das Variâncias da Função H

A Figura 32 mostra a magnitude das incertezas de medição da função H em relação às incertezas de medição inseridas pela função G e pela FRF de velocidades. Observa-se que na maior parte do espectro, as incertezas de medição predominantes são atribuídas à função G. Esta Figura mostra apenas a incerteza referente a uma força, um eixo e um ponto de observação. Os demais gráficos encontram-se no Apêndice C.

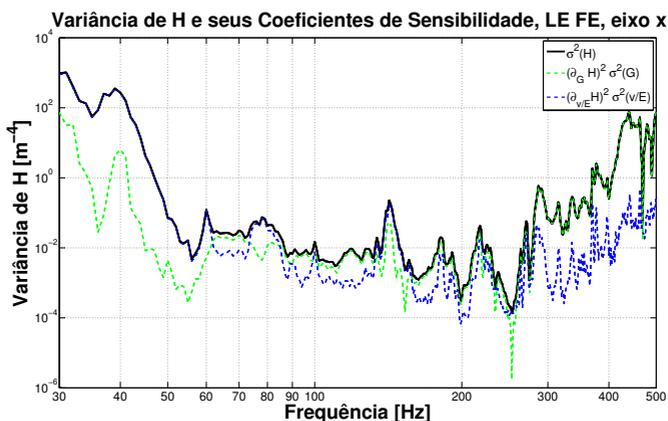


Figura 32 – Magnitude das incertezas de medição da função de transferência H, calculadas para a lateral esquerda, ponto de aplicação frontal-esquerda, eixo x.

## 5.10 VARIÂNCIA DAS FORÇAS EQUIVALENTES

Nesta seção, serão analisados os coeficientes de sensibilidade da equação de cálculo das forças equivalentes,  $\{F_j\} = [A]^+ \{a_{op}\}$ . A variância da força do MFE é:

$$s^2(F) = \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)^2 s^2(A) + \left(\frac{\partial F}{\partial a}\right)^2 s^2(a) \quad (5.23)$$

Os coeficientes de sensibilidade serão analisados separadamente nas seções a seguir.

### 5.10.1 Variância da matriz inversa de acelerações

Considerando que  $A^+ \approx A^{-1}$ , a derivada parcial da Força em função da Aceleração é:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right) = -\frac{a}{A^2}. \quad (5.24)$$

Como A é uma FRF, pode-se calcular o desvio padrão através da função coerência através da equação 5.21. A contribuição de variância da aceleração portanto, é:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)^2 s^2(A) = \left(\frac{a^2}{A^4}\right) \left(\frac{1 - \gamma^2}{2n_{avg}\gamma^2}\right) |A|^2. \quad (5.25)$$

onde  $\gamma^2$  é a função coerência e  $n_{\text{avg}}$  o número de médias realizadas para o cálculo da função. Para um sistema de um grau de liberdade, a Acelerância é calculada analiticamente por:

$$A = \frac{\omega^2}{k - m\omega^2 + i\omega c}, \quad (5.26)$$

onde  $c$  é o amortecimento e  $k$  é a rigidez do sistema. O valor absoluto da acelerância é:

$$|A| = \frac{\omega^2}{(k - m\omega^2)^2 + \omega^2 c^2} \quad (5.27)$$

Substituindo os valores de  $A$  e  $|A|$  na equação 5.25 e simplificando termos comuns, tem-se:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)^2 s^2(A) = a^2 \left(\frac{1 - \gamma^2}{2n_{\text{avg}}\gamma^2}\right) \frac{(k - m\omega^2 + i\omega c)^4}{\omega^4((k - m\omega^2)^2 + \omega c)^4} \quad (5.28)$$

Considerando pequenos amortecimentos, pode-se simplificar a equação acima para:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)^2 s^2(A) = a^2 \left(\frac{1 - \gamma^2}{2n_{\text{avg}}\gamma^2}\right) \frac{1}{\omega^4} \frac{1}{(k - m\omega^2)^4}. \quad (5.29)$$

Pode-se observar que a função de variância tem uma assíntota em  $\omega = 0$  e, portanto, altas incertezas de medição em baixas frequências. Também possui assíntota na frequência natural do sistema,  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ . A variância do sistema também deve ser 0 quando  $\gamma^2$  é 1, restando a análise de convergência da função variância quando, simultaneamente  $\gamma^2 = 1$  e  $k = m\omega^2$  ou  $\omega = 0$ . A Figura 33 mostra, para  $k = 10^4 \text{N/m}$  e  $m = 7 \text{kg}$ , o comportamento do desvio padrão em função de  $\gamma^2$  e  $\omega$ . Nota-se que o comportamento na frequência natural do sistema gera instabilidades em sua vizinhança, grandemente aumentando a variância, mesmo quando a coerência  $\gamma^2$  é 1.

### 5.10.2 Análise do Número de Médias

A função coerência  $\gamma^2$ , conforme mencionado anteriormente, serve para o cálculo do desvio padrão de uma função resposta em frequência  $H$ , com  $n_{\text{avg}}$  médias:

$$s(H) = \left(\frac{1 - \gamma^2}{2n_{\text{avg}}\gamma^2}\right)^{1/2} |H| \quad (5.30)$$

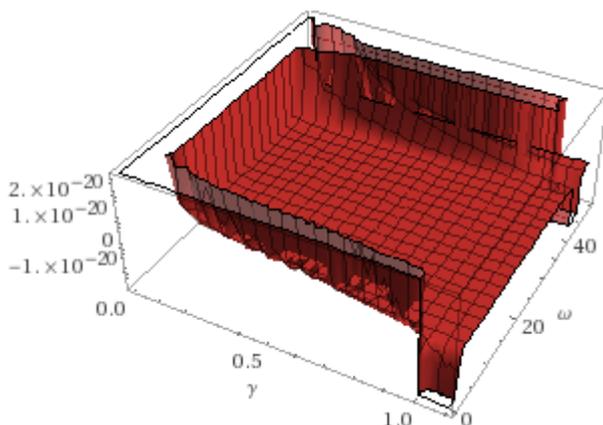


Figura 33 – Gráfico do comportamento do desvio padrão com valores arbitrários de  $a$  e  $k$ .

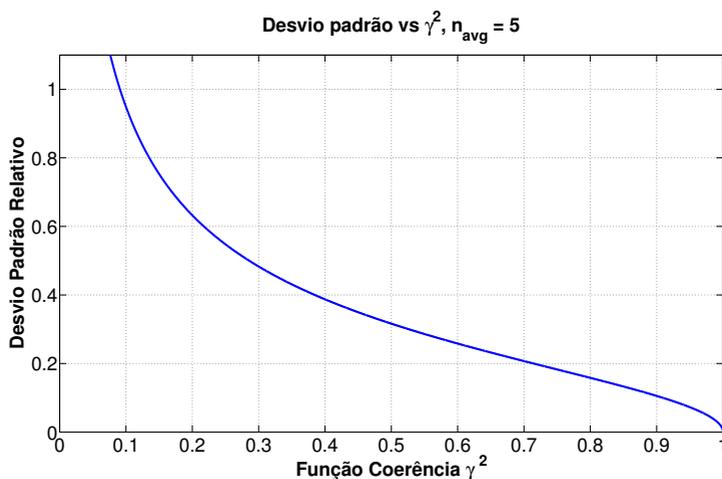


Figura 34 – Comportamento do Desvio Padrão Relativo para um total de 5 médias.

Nos experimentos utilizando martelo de impacto, foram feitas cinco médias, cujo comportamento do desvio-padrão é mostrado na Figura 34.

Ao transformar o valor de um sinal em dB para erro percentual, uma margem de 1dB é equivalente à 12,2% de erro. Para atingir este valor com cinco médias, é necessário que  $\gamma^2 \approx 0.87$ . Considerando uma distribuição

t de student, utilizando o coeficiente de correção para 5 observações e 95% de confiança ( $t = 2.571$ ), a coerência fica mais restrita:  $\gamma^2 = 0.9547$ . Neste trabalho, utilizou-se uma faixa aceitável para a coerência de  $\gamma^2 = 0.8$ . Neste caso, assumindo  $t = 2$ , o número de médias necessárias para um intervalo de confiança de 1dB é  $n_{\text{avg}} = 67$ , mostrando que o método utilizado para determinação das FRFs foi insuficiente para caracterizar o fenômeno com precisão.

### 5.10.3 Variância das Acelerações Operacionais

A derivada parcial da Força em função da aceleração operacional é:

$$\left( \frac{\partial F}{\partial a} \right) = A^{-1} \quad (5.31)$$

Nota-se que, assim como a variância inserida pela inversão matricial, há uma dependência com a matriz pseudoinversa  $A^+$ . A magnitude do recíproco da aceleração para um sistema de 1 grau de liberdade é:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{\omega^2} (k - m\omega^2 + i\omega c), \quad (5.32)$$

cujo comportamento é decrescente com o quadrado frequência, onde converge para o valor  $-m$ . Por serem medições diretas, a variância das acelerações é calculada diretamente. A magnitude das incertezas serão apresentadas e comparadas na próxima seção.

### 5.10.4 Comparação das Incertezas de Medição

A Figura 35 mostra a comparação das incertezas de medição de força em relação à magnitude da função original. Observa-se que na maior parte do espectro, as incertezas são de magnitude comparável às das forças, mas demonstram um comportamento decrescente com a frequência, como demonstrado em seções anteriores. Apresenta-se aqui apenas o gráfico de uma das forças equivalentes. Os demais gráficos estão no Apêndice C.

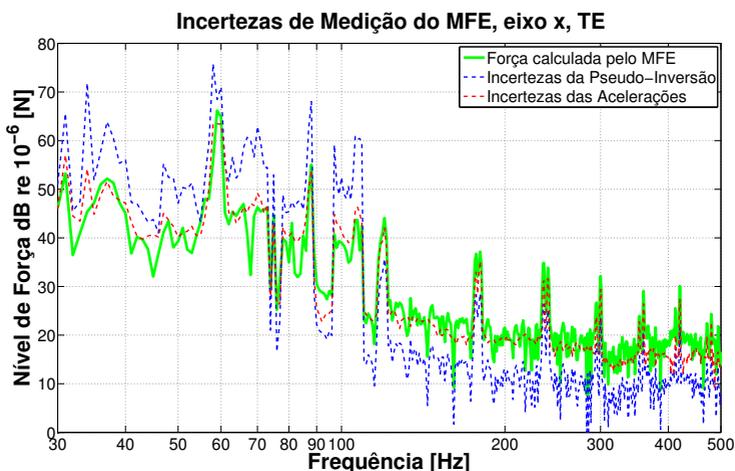


Figura 35 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

## 5.11 INCERTEZA COMBINADA

A relação entre as excitações e a resposta do método das forças equivalentes pode ser representado na forma:

$$\tilde{p} = [H_{ij}] [F_j] \quad (5.33)$$

A variância expandida da pressão calculada pode ser obtida utilizando a Equação 3.13, considerando  $\tilde{p}$  como função de  $H_{kj}$  e  $F_j$ :

$$\sigma^2(\tilde{p}) = [J_f][\sigma_{f(H,F)}^2][J_f]^T. \quad (5.34)$$

O vetor  $\{p\}$  possui 4 entradas: pressão frontal, pressão na parte traseira (atrás), lados direito (LD) e esquerdo (LE), tomando a forma:

$$\{p_k\} = \begin{bmatrix} P(\text{frontal}) \\ P(\text{atrs}) \\ P(\text{LD}) \\ P(\text{LE}) \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Tabela 2 – Novos índices

Índice Original	Novo Índice
frontal	a
atrás	b
LD	c
LE	d
FD	1
FE	2
TD	3
TE	4

E o vetor de forças equivalentes:

$$\{F_j\} = \begin{bmatrix} F_{(FD)} \\ F_{(FE)} \\ F_{(LD)} \\ F_{(TE)} \end{bmatrix}, \quad (5.36)$$

referente às forças equivalentes frontais (direita e esquerda) e traseiras (direta e esquerda). A função de transferência  $H_{kj}$  tem a forma:

$$= \begin{bmatrix} H_{\text{frontal,FD}} & H_{\text{frontal,FE}} & H_{\text{frontal,TD}} & H_{\text{frontal,TE}} \\ H_{\text{atrás,FD}} & H_{\text{atrás,FE}} & H_{\text{atrás,TD}} & H_{\text{atrás,TE}} \\ H_{\text{LD,FD}} & H_{\text{LD,FE}} & H_{\text{LD,TD}} & H_{\text{LD,TE}} \\ H_{\text{LE,FD}} & H_{\text{LE,FE}} & H_{\text{LE,TD}} & H_{\text{LE,TE}} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

A função Jacobiana para a pressão sonora fica:

$$[J_p] = \begin{bmatrix} F_{\text{FD}} & F_{\text{FD}} & F_{\text{FD}} & F_{\text{FD}} & H_{\text{frontal,FD}} & H_{\text{frontal,FE}} & H_{\text{frontal,TD}} & H_{\text{frontal,TE}} \\ F_{\text{FE}} & F_{\text{FE}} & F_{\text{FE}} & F_{\text{FE}} & H_{\text{atrás,FD}} & H_{\text{atrás,FE}} & H_{\text{atrás,TD}} & H_{\text{atrás,TE}} \\ F_{\text{TD}} & F_{\text{TD}} & F_{\text{TD}} & F_{\text{TD}} & H_{\text{LD,FD}} & H_{\text{LD,FE}} & H_{\text{LD,TD}} & H_{\text{LD,TE}} \\ F_{\text{TE}} & F_{\text{TE}} & F_{\text{TE}} & F_{\text{TE}} & H_{\text{LE,FD}} & H_{\text{LE,FE}} & H_{\text{LE,TD}} & H_{\text{LE,TE}} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Para fins de organização na notação, para a próxima equação serão utilizados os seguintes índices: A matriz de variância-covariância dos experi-

mentos, então, fica:

$$[\sigma_{f(H,F)}^2] = \begin{bmatrix} \sigma_{H_{a1}}^2 & \sigma_{H_{a1}H_{a2}}^2 & \cdots & \sigma_{H_{a1}F_4}^2 \\ \sigma_{H_{a2}H_{a1}}^2 & \sigma_{H_{a2}}^2 & \cdots & \sigma_{H_{a2}F_4}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{F_4H_{a1}}^2 & \sigma_{F_4H_{a2}}^2 & \cdots & \sigma_{F_4}^2 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

e, pré-multiplicando por  $[J_f]$  e pós multiplicando por  $[J_f]^T$ , obtém-se uma matriz  $[4 \times 4]$  na forma:

$$[s^2(p)] = \begin{bmatrix} s^2(p_a) & s(p_a)s(p_b) & s(p_a)s(p_c) & s(p_a)s(p_d) \\ s(p_b)s(p_a) & s^2(p_b) & s(p_b)s(p_c) & s(p_b)s(p_d) \\ s(p_c)s(p_a) & s(p_c)s(p_b) & s^2(p_c) & s(p_c)s(p_d) \\ s(p_d)s(p_a) & s(p_d)s(p_b) & s(p_d)s(p_c) & s^2(p_d) \end{bmatrix}, \quad (5.40)$$

onde  $s^2(p_k)$  denota a variância da pressão observada no ponto  $k$  e  $s(p_k)s(p_l)$  a covariância das pressões observadas nos pontos  $k$  e  $l$ . Como as medições nos pontos de observação  $k$  e  $l$  são eventos independentes, a matriz  $[s^2(p)]$  é diagonal. A Figura 36 mostra a incerteza combinada da pressão para o ponto de observação LD. Nota-se do gráfico que, como a magnitude da incerteza é maior do que a média, o intervalo inferior encontra-se em  $-\infty$ , dada a natureza logarítmica do NPS. A medição da técnica, como predito, se torna mais precisa com o aumento da frequência. Para os demais pontos de observação, consultar o Apêndice C. Pode-se separar a incerteza de medição das Forças Equivalentes modificando as parcelas de  $\frac{\partial p}{\partial H}$  do vetor Jacobiano para 0 e aplicando-o na equação 5.34. O mesmo procedimento é feito para separar as incertezas de H, zerando as parcelas  $\frac{\partial p}{\partial F}$ . A Figura 37 mostra a variância inserida pelo método das Forças Equivalentes e a variância da função de transferência H comparadas com a variância total de  $p_k$ , para o ponto de observação LD. Pode-se inferir do gráfico que as incertezas de medição associadas à função de transferência são insignificantes perante às do método das forças equivalentes. Os demais pontos de observação estão no Apêndice C.

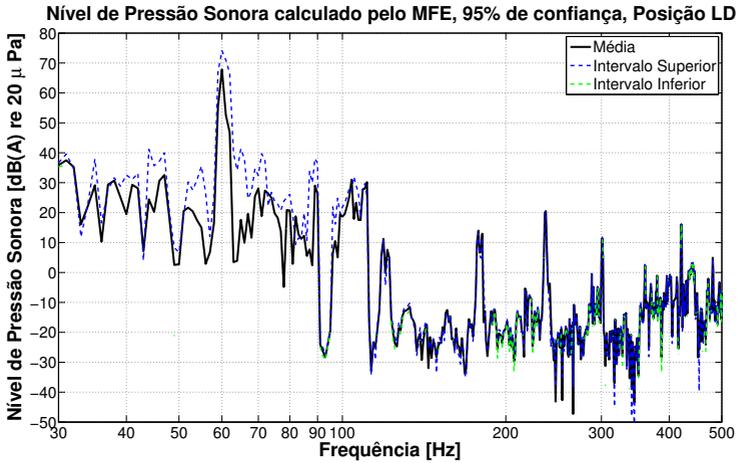


Figura 36 – Nível de Pressão Sonora medido pelo MFE em seu intervalo de confiança.

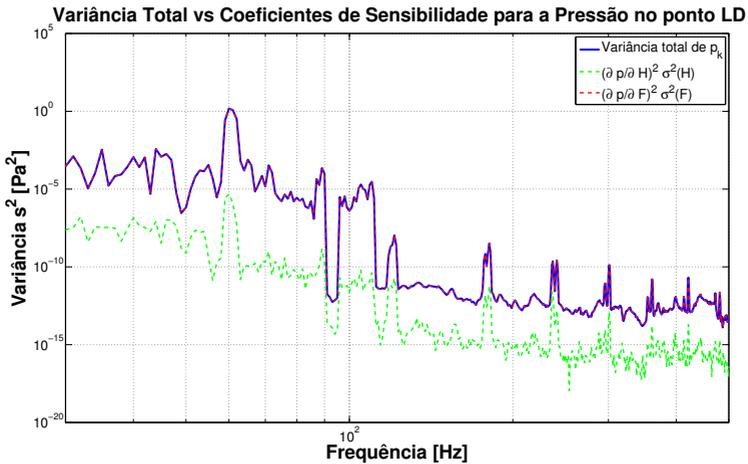


Figura 37 – Comparação das magnitudes das variâncias inseridas pelo MFE e pela função de transferência H.

## 5.12 DISCUSSÃO

O intervalo de 95% mostrou-se muito amplo para o método das forças equivalentes. As incertezas calculadas para a pressão sonora são de magnitude na mesma ordem de grandeza do valor médio, se não maiores<sup>4</sup>. Este fato provoca uma característica distinta nos gráficos: a ausência do intervalo inferior. Isto é um artefato do cálculo logarítmico, já que a função  $\log(x)$  não é definida em  $x \leq 0$ .

Mostrou-se também que a maior parte das incertezas são parcelas provenientes das forças do MFE. Uma possível causa é mostrada: um número insuficiente de médias no cálculo das acelerações. Esta suposição está, no entanto, enganada. Apesar de um aumento no espaço amostral diminuir, por definição, o desvio padrão da média, não existem garantias que será possível manter a coerência nos valores mínimos necessários para esta abordagem de aumento de médias, visto que o operador do martelo é humano e passível de uma incerteza na excitação. Mesmo que seja removida a incerteza devido à técnica do operador, um número de médias por ponto de excitação para atingir o resultado esperado se torna excessivo — fato que torna a técnica não atrativa, visto que uma de suas vantagens seria a facilidade de aplicação. A inacessibilidade de montagem de um atuador eletrodinâmico no local escolhido mostrou-se um fator importante para as incertezas. É aconselhável que, para utilização do MFE, todas as acelerações sejam medidas com atuadores eletrodinâmicos.

---

<sup>4</sup> É importante deixar registrado que não foram levadas em consideração as incertezas de medição dos transdutores na maioria dos resultados devido à tal ordem de grandeza das incertezas totais. Os acelerômetros, martelos de impacto e microfones usados neste trabalho possuem incertezas nominais abaixo de 0,5dB. Isso é um erro relativo inferior de aproximadamente 2,5%, sendo muito abaixo das magnitudes observadas.



## 6 CONCLUSÕES

Os resultados apresentados pelo método das forças equivalentes revelaram-se imprecisos para a faixa de interesse e a aplicação no refrigerador. Por ser um cálculo realizado em etapas, no capítulo 5.8, realizou-se uma análise de incertezas de cada passo. Este capítulo discute a aplicabilidade da técnica em questão, as consequências e sugestões para aplicações futuras.

O método proposto de medição de velocidade de volume por função de transferência se mostrou satisfatório para frequências para as quais a fonte se comporta omnidirecionalmente, que infere uma melhor aplicação para baixas frequências. Na necessidade da utilização de um método de medição de velocidade de volume em frequências mais altas, sugere-se o método de dois microfones apresentado. Outro problema surge em se tratando de aplicabilidade da técnica em baixas frequências, conforme mostrado no capítulo 4: para uma boa confiabilidade dos resultados é necessário um alto nível de excitação sonora. Pela natureza de fontes sonoras reais, a radiação sonora de baixas frequências é dificultada em relação às frequências mais altas, devido à considerações geométricas e de comprimento de onda. Mesmo assim, a fonte BK4292-L mostrou-se satisfatória para a faixa de interesse deste trabalho.

Entretanto, o Método das Forças Equivalentes mostrou tendências de ser mais preciso à medida que a frequência aumenta. Isto é matematicamente provado no capítulo 5.8 ao mostrar que a variância do método das forças equivalentes é inversamente proporcional à quarta potência da frequência. Mesmo assim, a variância diverge em se tratando de uma frequência natural do sistema. Não só a frequência é fator limitante da aplicabilidade da técnica. Mostrou-se no capítulo 5.8 que a função coerência tem grande importância na magnitude da variância da técnica. A análise também mostra que, para corrigir efeitos da influência da coerência na precisão da técnica, um grande número de médias das FRFs deve ser feito, o que pode dificultar a utilização de excitação por martelo de

impacto.

As inconsistências dos resultados apresentados pela técnica deste trabalho podem ser explicados devido à presença de três grandes fontes de incertezas nas medições. Primeiramente, ao pequeno número de médias das FRFs do tipo aceleração que, combinadas com um baixo valor mínimo de coerência (0.8), contribuíram para uma grande magnitude do desvio-padrão. E em segundo o procedimento de inversão matricial do MFE, que apresenta instabilidades na faixa de frequências de interesse, contaminando os resultados. Por fim, a pseudo-inversão prova-se **insuficiente** para corretamente descrever a função inversa da aceleração, por motivos já discutidos neste capítulo.

Desta forma, acredita-se que o método das forças equivalentes não é adequado para problemas de vibração em refrigeradores. No entanto, nem todos os passos do problema devem ser descartados — apenas os referentes à pseudo-inversão da matriz de acelerações. O problema do fluxo de energia vibratória transmitido pela placa-base pode vir a ser resolvido utilizando outras soluções para a medição das forças através do componentes. Apesar da ineficácia do método, a proposta de utilizar uma função de transferência para caracterizar a velocidade de volume de uma fonte omnidirecional mostrou-se uma alternativa eficaz para o problema proposto.

## 6.1 SUGESTÕES PARA APLICABILIDADE

Para que técnicas de análise de transmissão de caminho utilizando o princípio da reciprocidade venham a gerar resultados precisos, sugerem-se estas recomendações:

- a) A utilização de uma fonte sonora de velocidade de volume conhecida em toda a faixa de frequência de interesse ou a utilização de um transdutor de velocidade de volume. Uma combinação dos dois para faixas diferentes de frequência poderá ser viável;
- b) A medição de FRFs do tipo aceleração para a inversão matricial utilizando atuadores eletrodinâmicos do tipo *shaker*, com um número de médias adequado. Sabe-se empiricamente que o processo

utilizando martelo de impacto numa estrutura como a do refrigerador é onerosa e com baixa coerência;

- c) Caso não seja possível a construção de uma bancada específica para medição utilizando *shaker*, recomenda-se a utilização de medições diretas de forças, usando células de carga ou a utilização de métodos indiretos, como o método da rigidez dinâmica ou o método da impedância mecânica.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O desenvolvimento de técnicas e aparatos para melhorar a aplicabilidade das técnicas é desejável, sendo as sugestões para trabalhos futuros as seguintes:

- a) A construção de uma fonte omnidirecional com velocidade de volume conhecida específica para a aplicação no refrigerador;
- b) Desenvolvimento de um transdutor de velocidade de volume específico para esta aplicação;
- c) Técnicas de medição da FRF em 3 graus de liberdade da placa-base utilizando atuadores eletrodinâmicos do tipo *shaker*;
- d) A investigação da faixa de frequência na qual a pseudoinversão se torna uma boa aproximação da inversa da aceleração;
- e) Análise de outros componentes, como ventilador (não presente neste modelo de refrigerador), condensador e evaporador.



# REFERÊNCIAS

- [1] JANSSENS, M.; VERHELJ, J.; THOMPSON, D. The use of an equivalent forces method for the experimental quantification of structural sound transmission in ships. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 226, n. 2, p. 305–328, 1999.
- [2] WANG, S. K. *Handbook of Air Condition and Refrigeration*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2001.
- [3] MARTINEZ, J. A. O. *Fluxo de Energia Vibratório do Compressor ao Gabinete de um Refrigerador Típico*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.
- [4] CARVALHO, R. S. et al. Métodos de identificação de fontes de ruído em um refrigerador. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.
- [5] MARCON, J. C. Análise do comportamento dinâmico do conjunto bloco e motor elétrico de um compressor hermético. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2016.
- [6] JEON, J. Y.; AL et. Sound radiation and sound quality characteristics of refrigerator noise in real living environments. *Applied Acoustics*, Elsevier, v. 68, n. 10, p. 1118–1134, 2007.
- [7] CANCELIER, D. D. L. Avaliação de fontes de ruído em ventiladores axiais usados em refrigeradores domésticos. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.
- [8] DEMOLINER, G. Qualidade sonora de refrigeradores: análise e modelagem matemática. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2017.

- [9] NETO, C. B. et al. Noise generation in household refrigerators: An experimental study on fluid borne noise. In: *International Refrigeration and Air Conditioning Conference*. [S.l.: s.n.], 2014.
- [10] HARTMANN, D.; MELO, C. Popping noise in household refrigerators: Fundamentals and practical solutions. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 51, n. 1, p. 40–47, 2013.
- [11] HENSE, A. Análise do ruído de um refrigerador excitado pelo condensador. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2015.
- [12] POTTON, R. J. Reciprocity in optics. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 67, n. 5, p. 717, 2004.
- [13] FAHY, F. Some applications of the reciprocity principle in experimental vibroacoustics. *Acoustical Physics*, Springer, v. 49, n. 2, p. 217–229, 2003.
- [14] BLACKSTOCK, D. T. *Fundamentals of physical acoustics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2000. 541 p. Bibliografia: p.473–475.
- [15] STRUTT, J. W. Some general theorems relating to vibrations. *Proceedings of the London Mathematical Society*, v. 4, p. 366–368, 1876.
- [16] LYAMSHEV, L. M. A question in connection with the principle of reciprocity in acoustics. *Soviet Physics Doklady*, p. 406, 1959.
- [17] VERHEIJ, J. W. Inverse and reciprocity methods for machinery noise source characterization and sound path quantification part 1: sources. 1997.
- [18] MARUYAMA, S.; AOKI, J.; FURUYAMA, M. Application of a reciprocity technique for measurement of acoustic transfer functions to the prediction of road vehicle pass-by noise. *JSAE review*, Elsevier, v. 18, n. 3, p. 277–282, 1997.
- [19] SHIN, K.; HAMMOND, J. *Fundamentals of signal processing for sound and vibration engineers*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.

- [20] ISO. 8960 refrigerators, frozen-food storage cabinets and food freezers for household and similar use – measurement of emission of airborne acoustical noise. International Organization for Standardization, 1991.
- [21] INMETRO. Guia para a expressão de incerteza de medição – gum. 2008.
- [22] DOBBERT, M.; SCHRIJVER, B. Uncertainty propagation for measurement with multiple output quantities. Keysight Technologies. Disponível em: <<https://goo.gl/1mqHba>>.
- [23] SCHUHMACHER, A.; DIRKS, G. Technical review no.1 – 2009: Use of volume velocity sound source in frf measurements. Brüel and Kjaer Sound and Vibration Measurement A/S.
- [24] ISO. 3745 acoustics – determination of sound power levels and sound energy levels of noise sources using sound pressure – precision methods for anechoic rooms and hemi-anechoic rooms. International Organization for Standardization, 2012.
- [25] BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. *Random data analysis and measurement procedures*. [S.l.]: John Wiley & sons, 2010. 604 p. Bibliografia: p.305 até 312.
- [26] OOI, L. E.; RIPIN, Z. M. Dynamic stiffness and loss factor measurement of engine rubber mount by impact test. *Materials & Design*, Elsevier, v. 32, p. 1880–1887.
- [27] ISO. 10846 acoustics and vibration – laboratory measurement of vibro-acoustic transfer properties of resilient elements – part 1: Principles and guidelines. International Organization for Standardization, 2008.
- [28] LENZI, A. Notas de aula de acústica ii. 2014.



# APÊNDICE A – MEDIÇÃO DE RIGIDEZ DINÂMICA

De acordo com Ooi e Ripin<sup>[26]</sup>, a rigidez dinâmica pontual ( $k_{11}$ ) é a função resposta em frequência da força introduzida no sistema pelo deslocamento no ponto de excitação em uma configuração onde a força de saída está bloqueada, como mostra a Figura 38a. Na Figura, a rigidez dinâmica pontual é definida como  $k_{11} = F_1/u_1$ , onde o subscrito 1 indica que a medição é realizada no ponto de aplicação da força.

A rigidez dinâmica de transferência é a função resposta em frequência da força bloqueada da configuração demonstrada na Figura 38b, definida por  $k_{21} = F_2/u_1$ , sendo o subscrito 2 indicativo da saída do sistema.

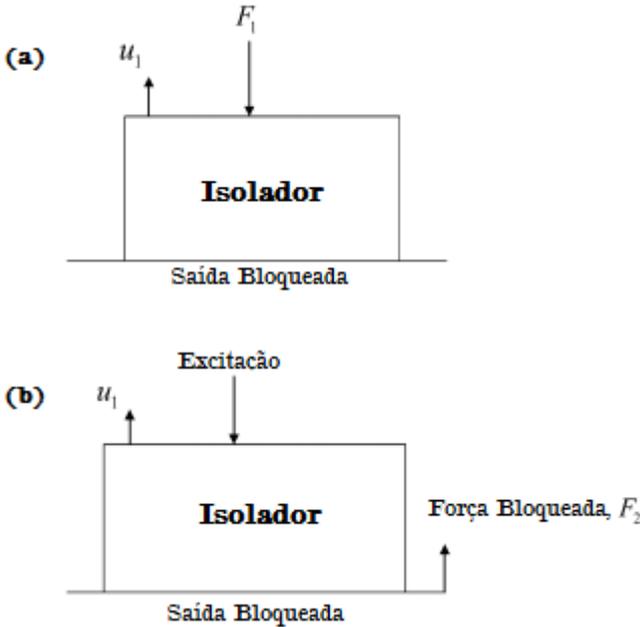


Figura 38 – Conceitos de Rigidez Dinâmica Pontual (a) e Rigidez Dinâmica de Transferência para um Isolador. Adaptado de Ooi [26]

## A.1 RIGIDEZ DINÂMICA PONTUAL

Considerando o sistema mostrado pela Figura 38 um sistema de um grau de liberdade com amortecimento histerético, pode-se escrever a equação do movimento do sistema como:

$$m\ddot{x} + k(\omega)[1 + j\eta_{11}(\omega)]x(t) = F_1(t). \quad (\text{A.1})$$

Considerando o caso de excitação harmônica onde  $F_1(t) = F_1 e^{j\omega t}$ , a resposta de um sistema linear é:

$$x(t) = H_{11}(\omega)F_1 e^{j\omega t}, \quad (\text{A.2})$$

onde  $H_{11}$  é a função receptância complexa<sup>[26]</sup>. A função rigidez dinâmica complexa  $k_{11}$  é a recíproca da função receptância:

$$k_{11} = -m\omega^2 + k[1 + j\eta_{11}(\omega)], \quad (\text{A.3})$$

e tem valor próximo à rigidez do sistema quando  $\omega = 0$ .

## A.2 RIGIDEZ DINÂMICA DE TRANSFERÊNCIA

Ooi e Ripin<sup>[26]</sup> argumentam que no estudo de sistemas montados com isoladores resilientes, utiliza-se a rigidez dinâmica de transferência para a aferição de esforços. A equação do movimento para o elemento resiliente é:

$$c \frac{\partial x(t)}{\partial t} + kx(t) = F_2, \quad (\text{A.4})$$

onde  $c$  é coeficiente de amortecimento e  $k$  é a rigidez, que pode variar com a frequência<sup>[26]</sup>. Excitando o elemento com um martelo de impacto e aproximando a excitação a um delta de Dirac, a força transmitida através do isolador é  $F_2 = F_2 e^{j\omega t}$  e a resposta é:

$$x_1(t) = H_{21}(\omega) F_2 e^{j\omega t}; \quad (\text{A.5})$$

A função de receptância é

$$H_{21}(\omega) = \frac{1}{k + c}, \quad (\text{A.6})$$

e a função de rigidez dinâmica de transferência é seu recíproco. Para o caso histerético, pode-se escrever  $k_{21}$  em função do fator de amortecimento estrutural  $\eta_{21}$ :

$$k_{21} = k(1 + j\eta_{21}). \quad (\text{A.7})$$

O fator de amortecimento estrutural  $\eta_{21}$  é obtido através da razão das partes imaginárias e reais de  $H_{21}$ :

$$\eta_{21} = -\frac{\Im\{H_{21}\}}{\Re\{H_{21}\}}. \quad (\text{A.8})$$

## A.3 MEDIÇÃO DAS RIGIDEZES

A norma ISO10846[27] sugere a construção de uma bancada seguindo o esquema da Figura 39 A bancada construída para este trabalho foge à norma em alguns pontos. Tais pontos são discutidos a seguir.

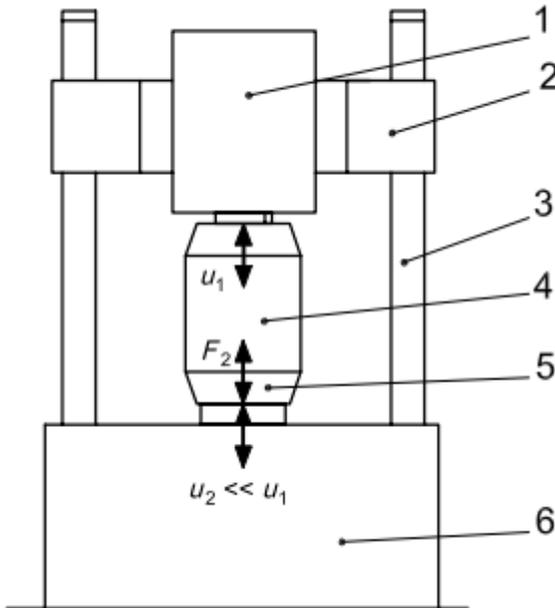


Figura 39 – Diagrama da medição da rigidez dinâmica pela norma ISO10846. 1) Atador dinâmico, 2) Ajuste de altura, 3) Colunas, 4) elemento de teste, 5) sistema de medição de força, 6) base rígida;  $u_1$  é o deslocamento no ponto de aplicação da força,  $u_2$  é o deslocamento no ponto de medição da força bloqueada e  $F_2$  é a força de reação bloqueada pela base rígida. Fonte: Norma ISO 10846

### A.3.1 Desvios da Norma

O item 2 do esquema da Figura 39 apresenta um ajuste de altura com colunas, de modo que se possa aplicar uma deformação controlada no isolador. Para o caso do refrigerador, não é necessário conhecer a rigidez dinâmica sob diversas condições de deformação, apenas sob a condição operacional. Neste caso, montou-se a bancada utilizando um compressor hermético de modelo igual ao do refrigerador de estudo como elemento para deformação dos isoladores. A norma sugere 1 isolador como apoio. Para assegurar condições operacionais, foi adotada a decisão de apoiar o compressor sobre quatro isoladores. Uma média entre as rigidezas medidas para os 4 é realizada como passo final da medição. As Figuras 40 e 41



Figura 40 – Foto da Bancada para medição de Rigidez Dinâmica.

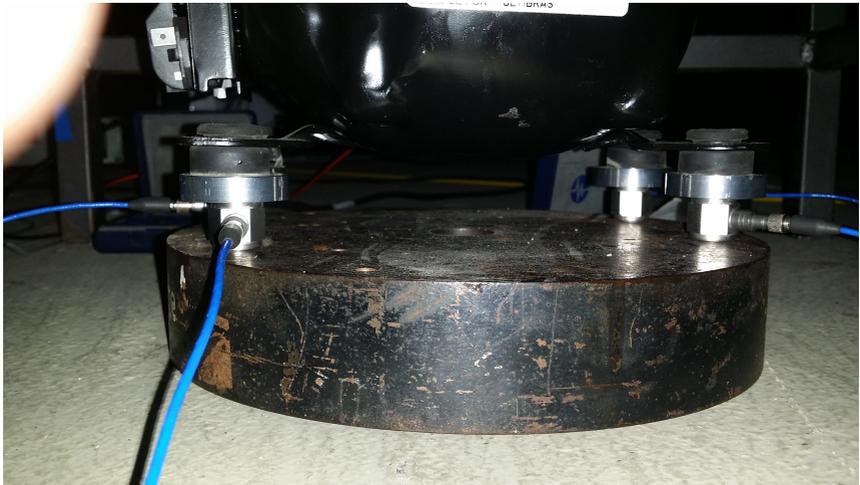


Figura 41 – Detalhe da Bancada para medição de Rigidez Dinâmica, mostrando os transdutores de força que medem as forças bloqueadas.

mostram a bancada montada.

Tabela 3 – Instrumentação da Bancada de Rigidez Dinâmica

Equipamento	Fabricante	Modelo
5 Células de Carga	PCB Piezotronics	208C02
1 Acelerômetro	Brüel and Kjaer	4518
1 Analisador de Sinais	Siemens	Scadas M03

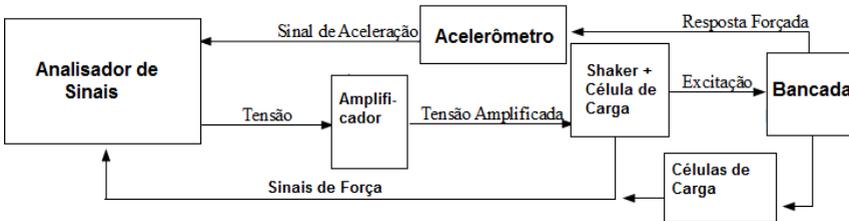


Figura 42 – Cadeia de Medição da Rigidez Complexa de Transferência com Atuador Eletrodinâmico tipo Shaker.

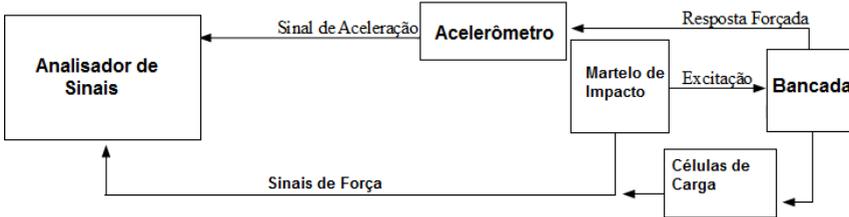


Figura 43 – Cadeia de Medição da Rigidez Complexa de Transferência com Martelo de Impacto.

### A.3.2 Medições

Com a configuração mostrada nas Figuras 40 e 41, as rigidezas pontual e de transferência foram medidas. As cadeias de medição, feitas com martelo de impacto e *shaker* eletrodinâmico estão dispostas nas Figuras 42 e 43.

## A.4 RESULTADOS

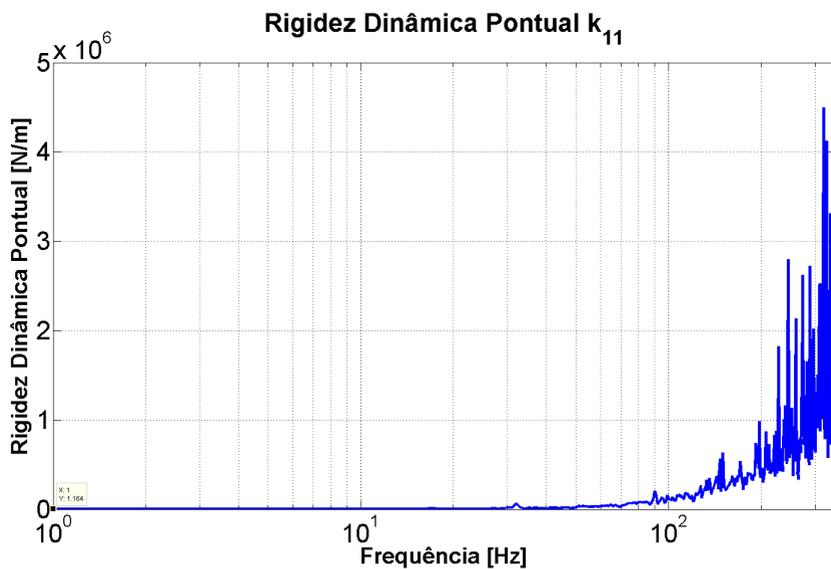


Figura 44 – Resultado das Medições de Rigidez Dinâmica Pontual

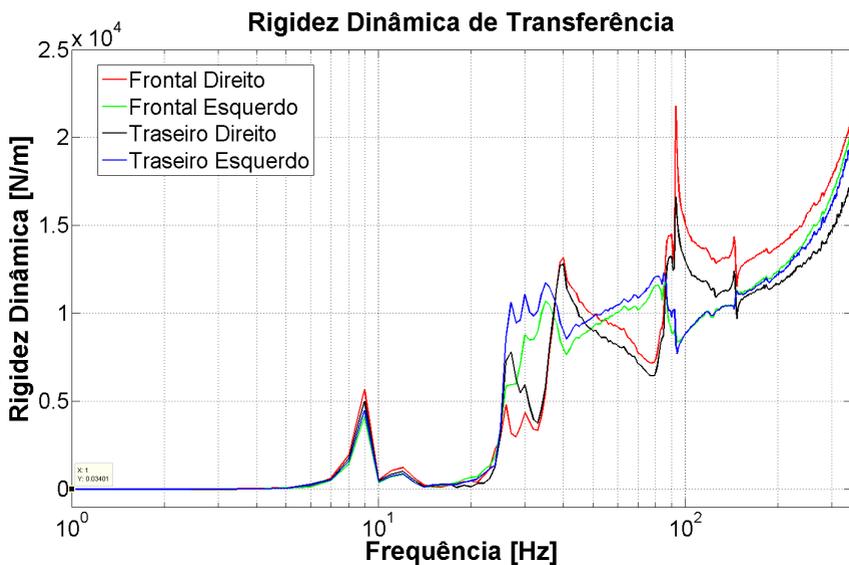


Figura 45 – Resultado das Medições de Rigidezas Dinâmicas de Transferência



# APÊNDICE B – DEMONSTRAÇÕES

## B.1 FONTES ELEMENTARES

Considerando uma esfera pulsante de raio  $a$ , com velocidade de superfície na direção radial  $u_r(a, t) = u_0 e^{-j\omega t}$ , pode-se escrever a equação da onda para radiação de ondas simétricas na forma:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{B.1})$$

cuja solução é  $\phi(r, t) = \left[ \frac{A}{r} e^{jkr} + \frac{B}{r} e^{-jkr} \right]^{[28]}$ . Aplicando as condições de contorno para  $u_r(a, t)$ ,  $B = 0$  (apenas ondas divergentes) e  $u_r(r, t) = \nabla \phi$ , temos a velocidade radial da esfera pulsante<sup>[28]</sup>:

$$u_r(r, t) = \frac{a^2 u_0}{r^2} \frac{(1 - jkr)}{(1 - jka)} e^{j[k(r-a) - \omega t]}. \quad (\text{B.2})$$

A vazão volumétrica no entorno da esfera no instante  $t = 0$  é dada por:

$$Q_0 = 4\pi a^2 u_0, \quad (\text{B.3})$$

denominada velocidade de volume (VV). A velocidade radial  $u_r$ , a pressão radiada  $p$  e a potência sonora radiada  $W_{rad}$  em função da velocidade de volume estão representadas a seguir<sup>[28]</sup>:

$$u_r(r, t) = \frac{Q_0}{4\pi r^2} \frac{(1 - jkr)}{(1 - jka)} e^{j[k(r-a) - \omega t]}, \quad (\text{B.4})$$

$$p(r, t) = \frac{-j\omega \rho_0 Q_0}{4\pi r(1 - jka)} e^{j[k(r-a) - \omega t]}, \quad (\text{B.5})$$

$$W_{rad} = \rho_0 c_0 \frac{k^2}{(1 + k^2 a^2)} \frac{Q_0^2}{8\pi}, \quad (\text{B.6})$$

sendo  $\rho_0$  é a densidade do meio e  $c_0$  é a velocidade do som. Para uma fonte tipo monopolo, omitindo a dependência temporal e fazendo  $a \rightarrow 0$  e

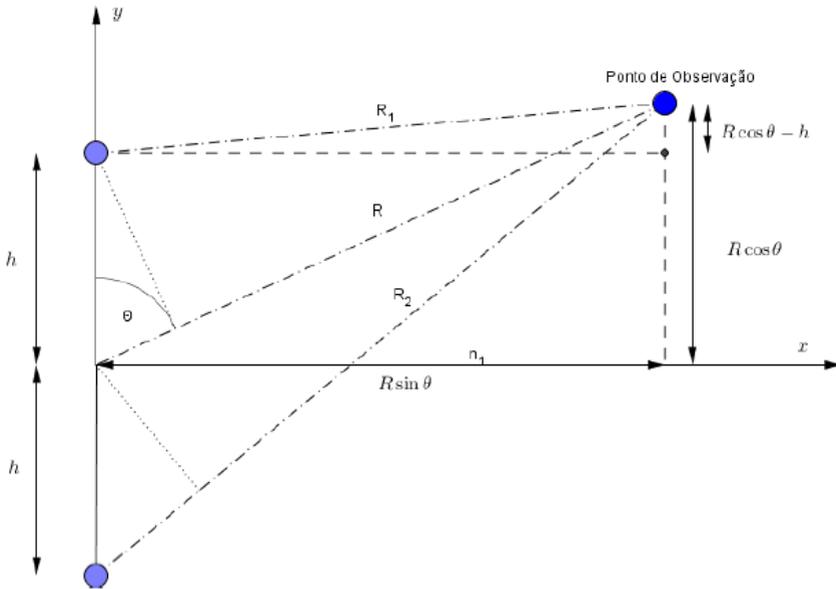


Figura 46 – Modelagem de um monopolo na presença de um piso refletor. Retirado de Lenzi [28].

temos:

$$p(r, t) = \frac{-j\omega\rho_0 Q_0}{4\pi r} e^{jkr}; \quad (\text{B.7})$$

$$W_{rad} = \frac{\rho_0 c_0 k^2 Q_0^2}{8\pi}, \quad (\text{B.8})$$

### B.1.1 Piso Refletor e Dipolo Equivalente

Ao se colocar um monopolo em um campo semi-anecóico (campo livre com um piso refletor), pode-se modelar a contribuição sonora do monopolo como um dipolo. A Figura 46 é um esquema do monopolo sob efeito de um piso refletor, comportamento idêntico a um dipolo. Fazendo as devidas considerações de magnitude para R e h, Lenzi<sup>[28]</sup> mostra que a pressão sonora no ponto de observação é dada por:

$$p(R, t) = \frac{-\rho_0\omega Q_0}{2\pi R} e^{j(kR-\omega t)} [\sin(kh\cos(\theta))]. \quad (\text{B.9})$$

A potência sonora irradiada por um dipolo pode ser obtida à partir da equação B.9, e é apresentada como<sup>[28]</sup>:

$$W_{\text{Rad,Dipolo}} = \frac{Q^2 \rho_0 c_0 k^2}{4\pi} \left[ 1 \pm \frac{\sin(2kh)}{2kh} \right] \quad (\text{B.10})$$

Onde o sinal de  $\pm$  representa se os dipolos estão em fase ou antifase.

O nível de potência sonora de um monopolo em um campo livre pode ser calculado pela expressão:

$$\text{NWS} = \text{NPS} + 10 \log \left( \frac{S}{S_0} \right). \quad (\text{B.11})$$

Extraindo os logaritmos e deixando a expressão em função de  $W_{\text{rad}}$ , tem-se:

$$W_{\text{rad}} = \frac{W_0 p_{\text{rms}}^2 S}{p_0 S_0}. \quad (\text{B.12})$$

Substituindo a expressão B.10 para a radiação sonora de um dipolo na equação acima:

$$\frac{Q^2 \rho_0 c_0 k^2}{4\pi} \left[ 1 \pm \frac{\sin(2kh)}{2kh} \right] = \frac{W_0 p_{\text{rms}}^2 S}{p_0 S_0}. \quad (\text{B.13})$$

Modelando a velocidade de volume de uma fonte sonora como um sistema linear com a potência elétrica,  $Q = EG$  e manipulando a expressão acima, tem-se:

$$G = \left| \left( \frac{p_{\text{rms}}}{E} \right) \right| \left( \frac{4\pi S W_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2} \right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh} \right]^{-1/2}. \quad (\text{B.14})$$

Ao se fazer uma medição de potência sonora pela norma ISO3745<sup>[24]</sup>, é feita uma média espacial de pressões sonoras. Se, ao invés de médias de pressão forem tiradas FRFs da pressão sonora pela potência elétrica de entrada, pode-se modificar a expressão B.14 para:

$$G = \overline{\left( \frac{p}{E} \right)} \left( \frac{4\pi S W_0}{p_0^2 S_0 \rho_0 c_0 k^2} \right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{\sin(2kh)}{2kh} \right]^{-1/2}, \quad (\text{B.15})$$

onde o termo  $\overline{\left( \frac{p}{E} \right)}$  representa a média das FRFs tipo  $p/E$ .



# APÊNDICE C – GRÁFICOS

## C.1 INCERTEZAS DE MEDIÇÃO MÉTODO DAS FORÇAS EQUIVALENTES

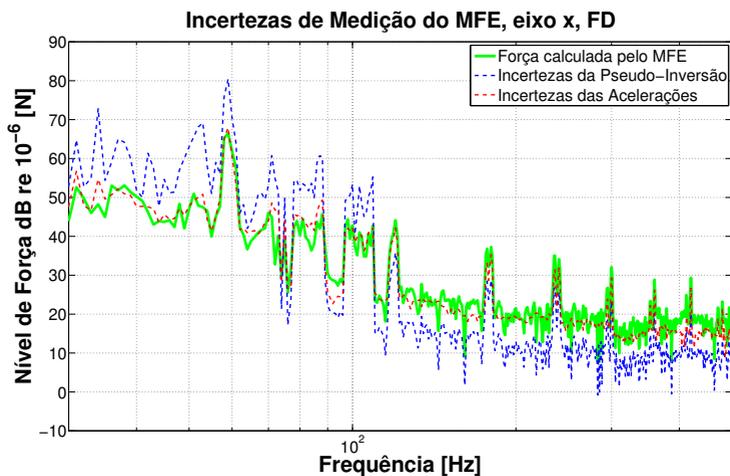


Figura 47 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

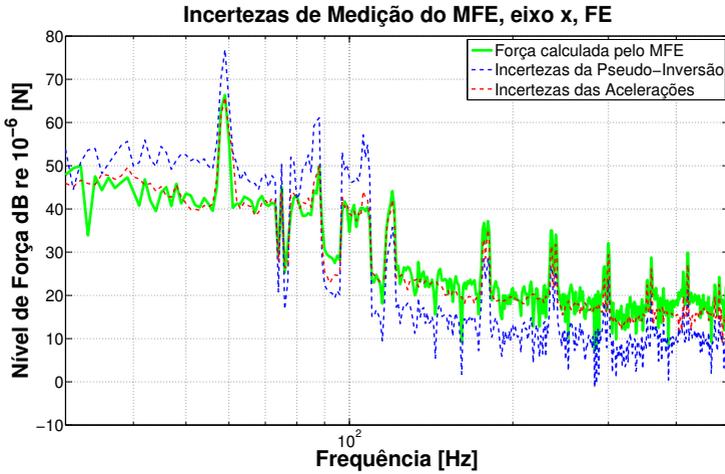


Figura 48 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

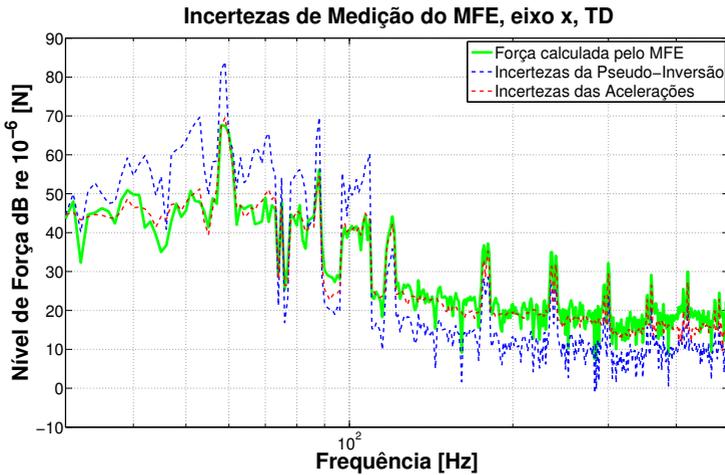


Figura 49 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

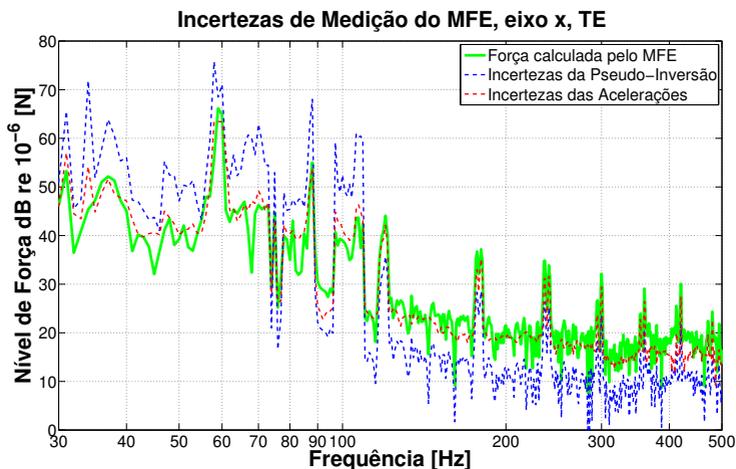


Figura 50 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

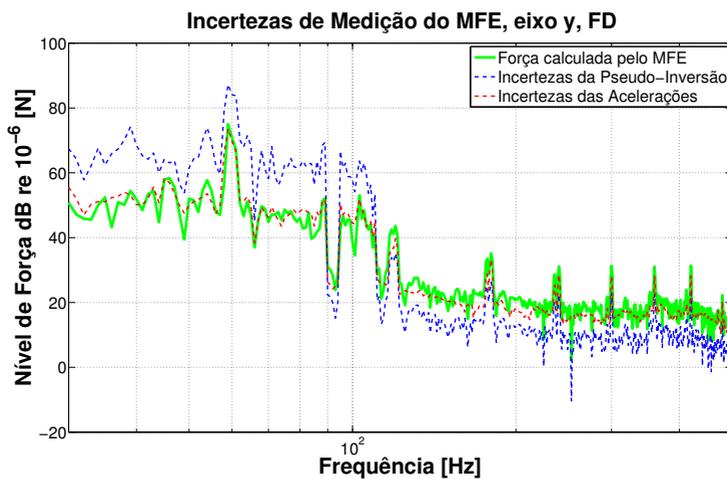


Figura 51 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

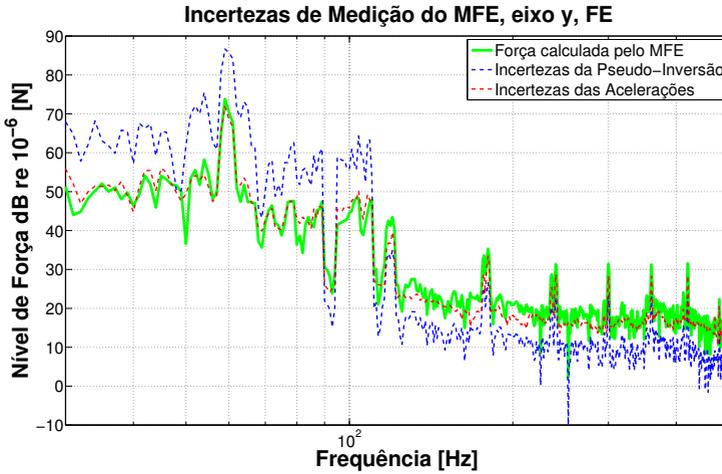


Figura 52 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

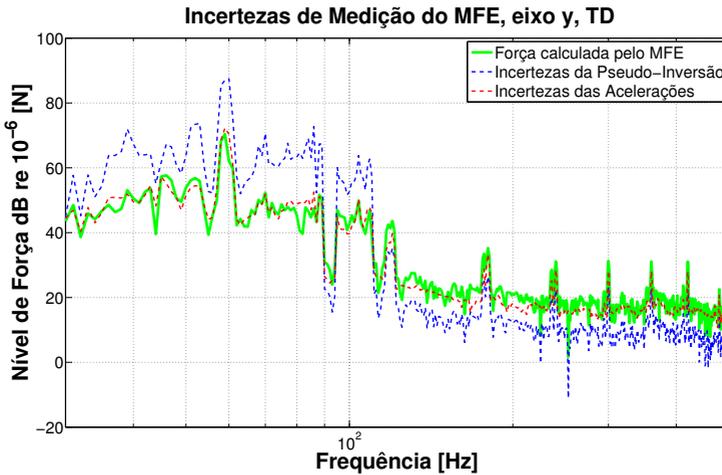


Figura 53 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

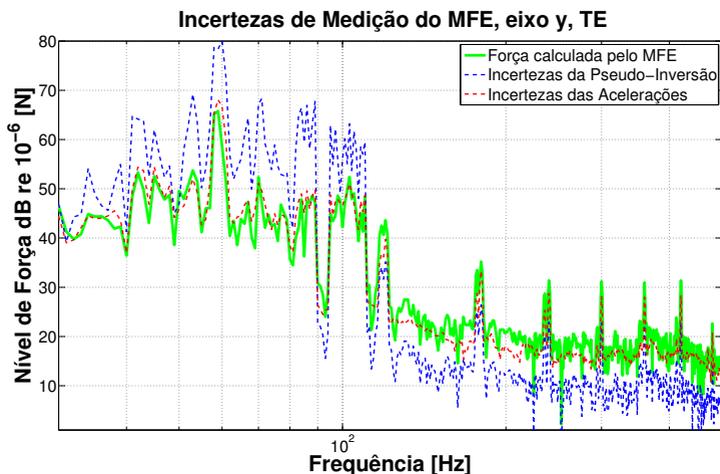


Figura 54 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

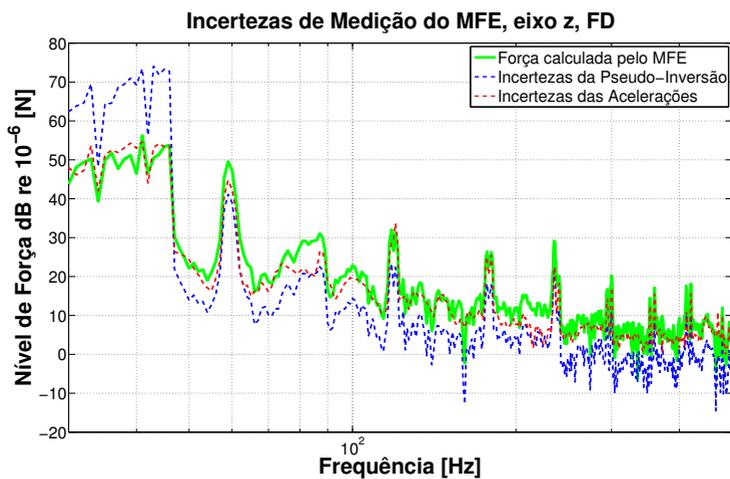


Figura 55 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

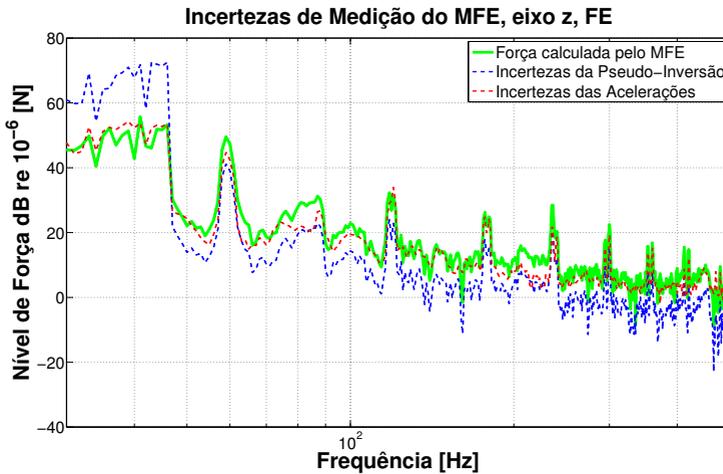


Figura 56 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

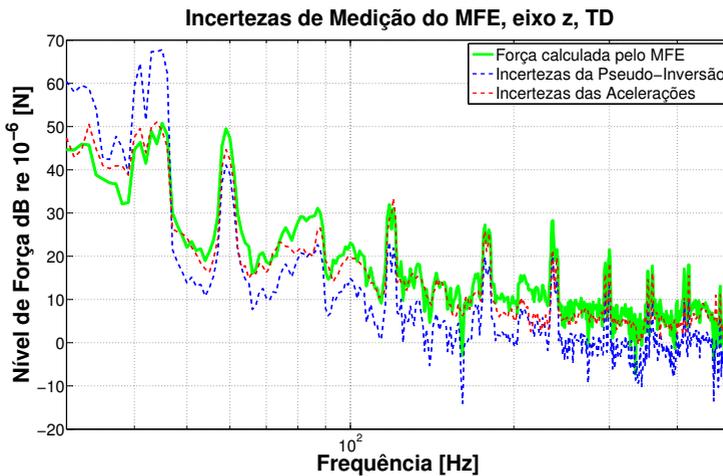


Figura 57 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

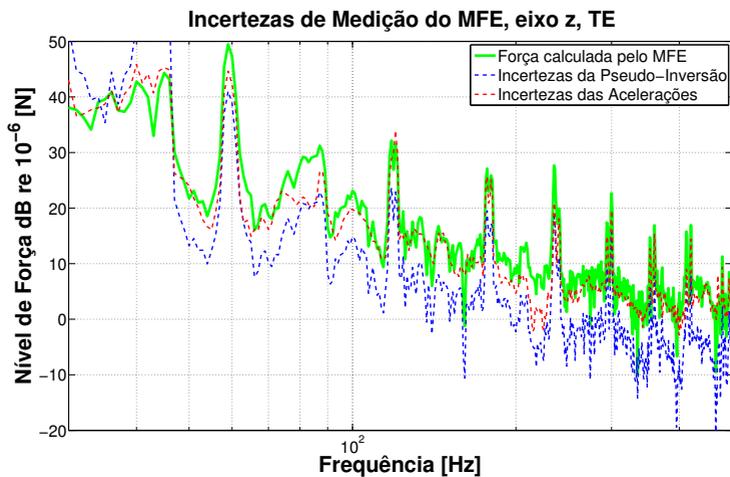


Figura 58 – Magnitude da Força calculada pelo MFE em comparação com as magnitudes das incertezas de medição provenientes da inversão matricial e da medição de acelerações operacionais.

## C.2 INCERTEZAS DA FRF DE VELOCIDADES

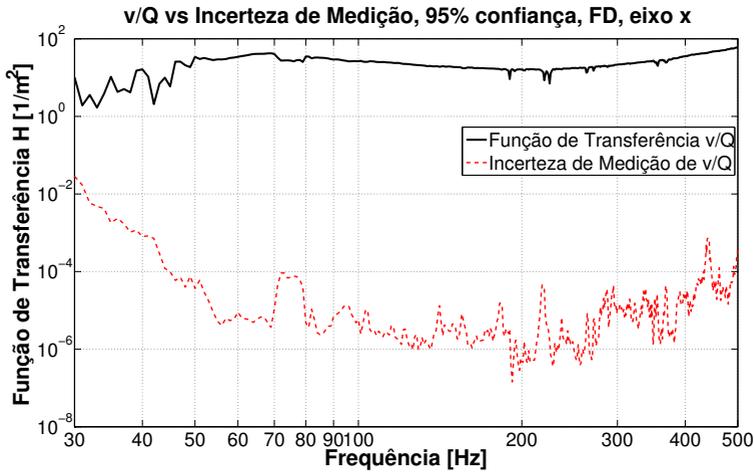


Figura 59 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente FD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

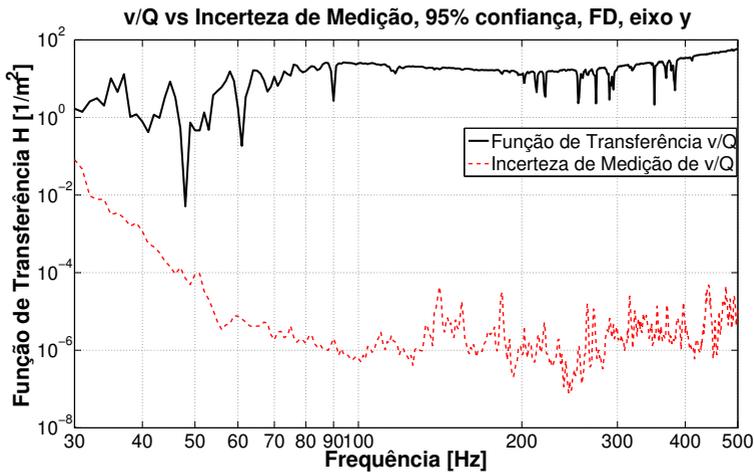


Figura 60 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente FD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

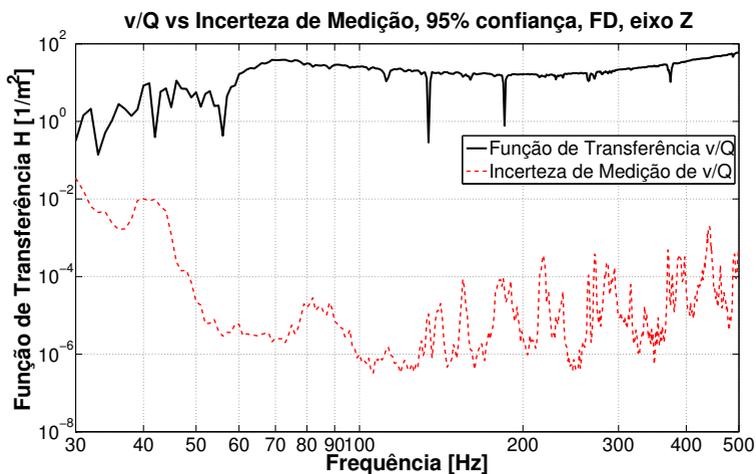


Figura 61 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente FD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

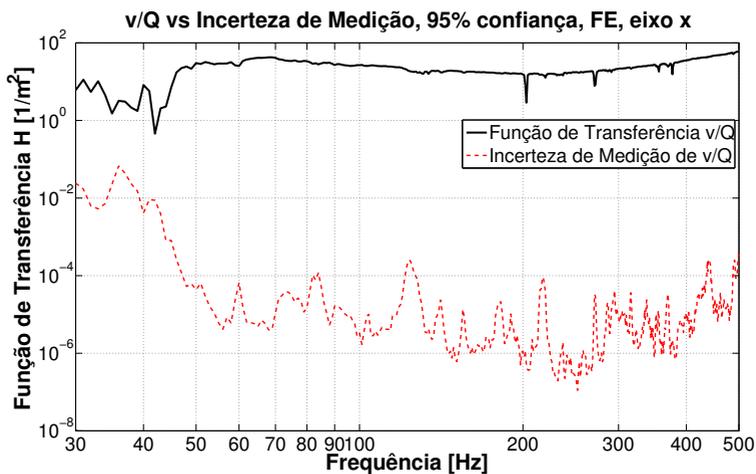


Figura 62 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente FE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

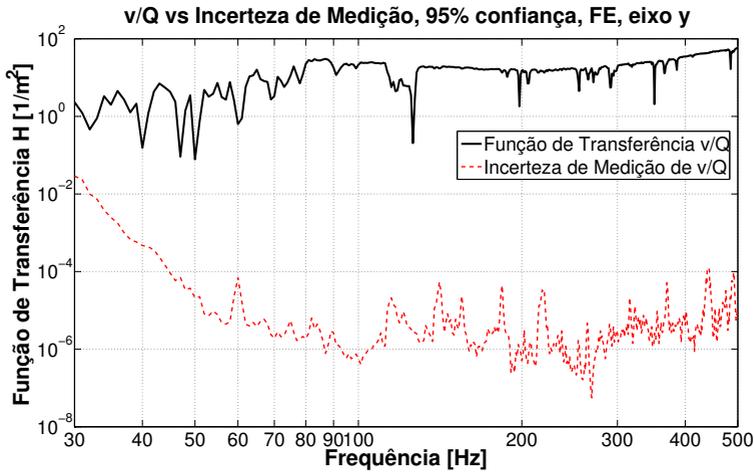


Figura 63 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente FE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

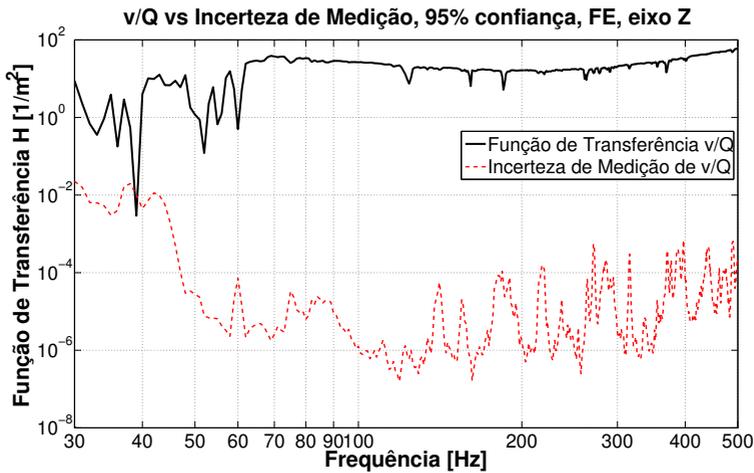


Figura 64 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente FE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

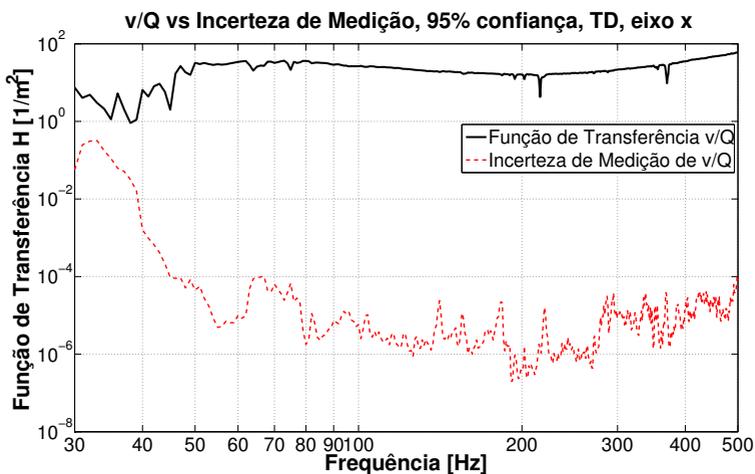


Figura 65 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente TD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

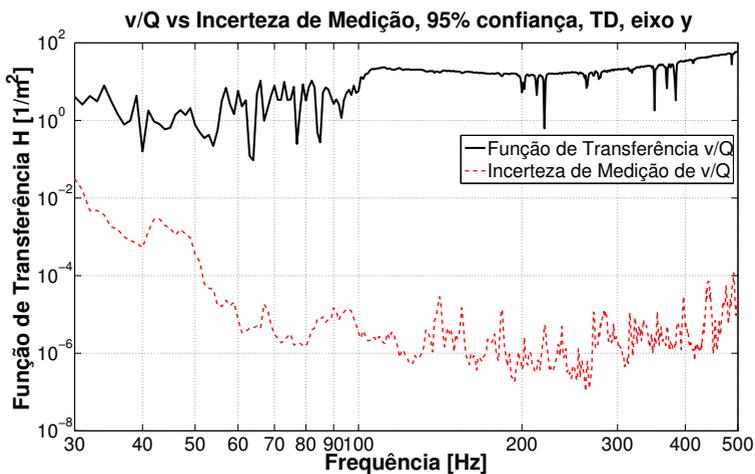


Figura 66 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente TD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

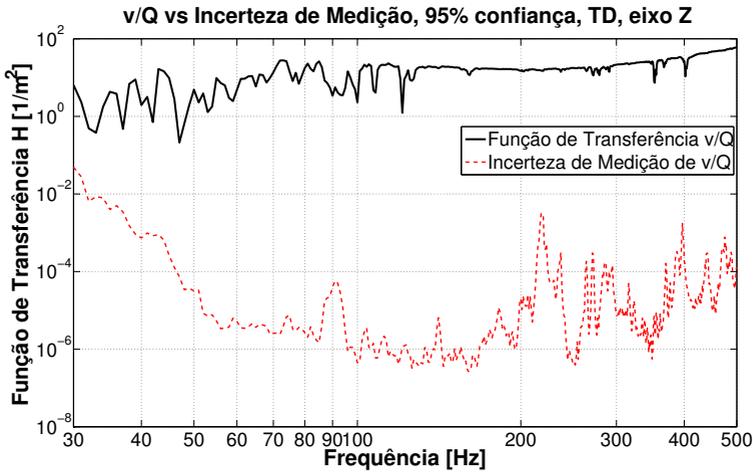


Figura 67 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente TD e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

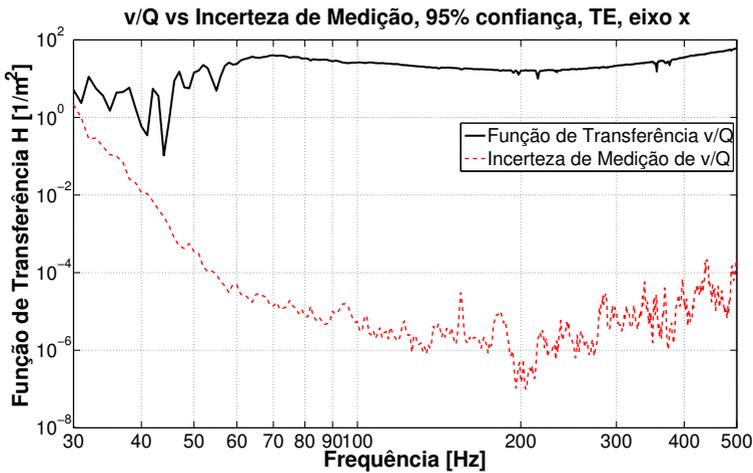


Figura 68 – Magnitude da Função v/Q na posição de força equivalente TE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

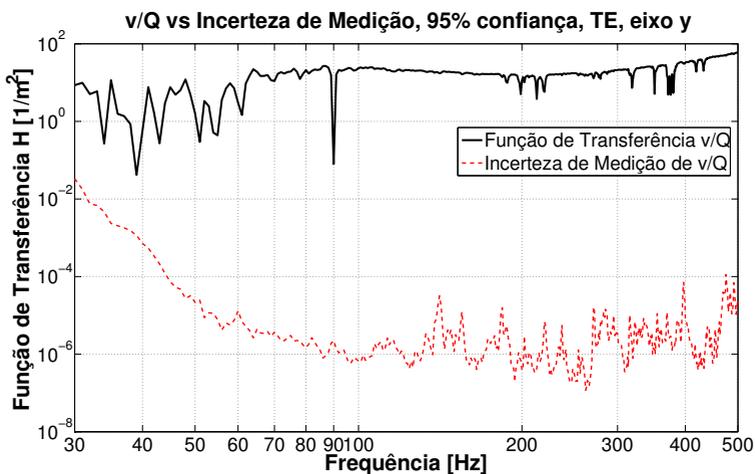


Figura 69 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente TE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.

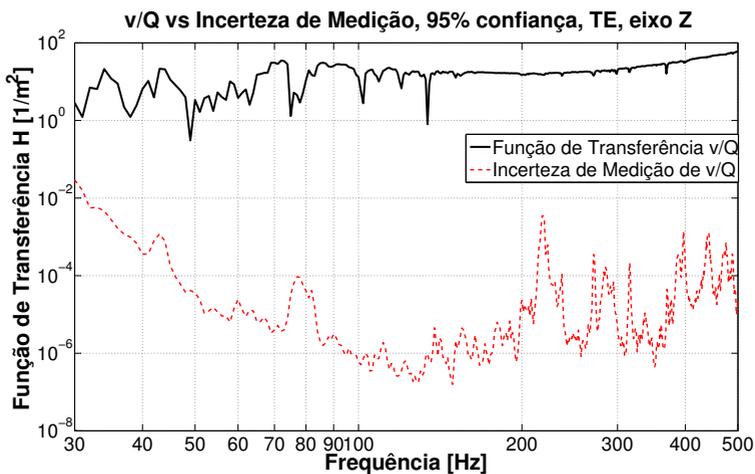


Figura 70 – Magnitude da Função  $v/Q$  na posição de força equivalente TE e sua incerteza de medição para um intervalo de confiança de 95%, para o eixo x.