

Giancarlo Zibetti Mantovani

**OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES
DINÂMICOS SINTONIZADOS COM ATRITO SOB
EXCITAÇÃO SÍSMICA**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Fleck Fadel Miguel

Coorientador: Prof. Dr. Rafael Holdorf Lopez

Florianópolis

2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Mantovani, Giancarlo Zibetti

Otimização de múltiplos atenuadores dinâmicos
sintonizados com atrito sob excitação sísmica /
Giancarlo Zibetti Mantovani ; orientador, Leandro
Fleck Fadel Miguel, coorientador, Rafael Holdorf
Lopez, 2017.

128 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Excitações sísmicas. 3.
Otimização. 4. MADsAs. 5. Controle de vibrações. I.
Fleck Fadel Miguel, Leandro. II. Holdorf Lopez,
Rafael. III. Universidade Federal de Santa
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil. IV. Título.

Giancarlo Zibetti Mantovani

**OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLOS ATENUADORES
DINÂMICOS SINTONIZADOS COM ATRITO SOB
EXCITAÇÃO SÍSMICA**

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Civil, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 22 de setembro 2017.

Prof. Glicério Trichês, Dr.
Coordenador do PPGEC

Prof. Dr. Leandro Fleck Fadel Miguel
Orientador

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Carlos Magluta
Universidade Federal do Rio de Janeiro
(via videoconferência)

Prof. Dr. Arcanjo Lenzi
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.^a Dr.^a Poliana Dias de Moraes
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Ao professor Leandro Fleck Fadel Miguel, meu orientador, pela dedicação e pelo apoio concedidos desde a graduação, e ao professor Rafael Holdorf Lopez pela coorientação e conhecimentos transmitidos.

A todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a elaboração deste trabalho, em especial à professora Letícia Fleck Fadel Miguel.

À minha família e à minha namorada Marcela, que apoiaram e incentivaram os meus estudos.

Ao CNPq, pela contribuição financeira concedida no início deste estudo.

RESUMO

Sistemas externos de dissipação passiva de energia têm sido amplamente utilizados com o propósito de mitigar vibrações em estruturas submetidas à excitações sísmicas. Nesse contexto, insere-se a otimização de atenuadores dinâmicos sintonizados (ADSs) e de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados (MADSs), cujas performances na redução de vibrações devido a sismos são objetos de estudo de diversos pesquisadores. Uma pesquisa de literatura revela que o sistema, composto pela estrutura e pelos atenuadores, é geralmente considerado linear, bem como uma abordagem determinística é aplicada. Nesse sentido, apresenta-se nesse trabalho um estudo sobre a otimização global de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados com atrito (MADSAs) passivos não lineares para o controle de vibrações em estruturas submetidas à excitações sísmicas. Duas abordagens são consideradas: a abordagem estocástica convencional, fundamentada na premissa de que a única fonte de incerteza está associada ao espectro da excitação, por meio de análise não linear no domínio do tempo e via linearização estatística através de espaço de estado, e a abordagem robusta baseada em confiabilidade, considerando também incertezas nos parâmetros do sistema e da excitação, via linearização estatística através de espaço de estado. Para a otimização, devido à natureza não convexa dos problemas, foi implementado um algoritmo híbrido composto pelos algoritmos *Firefly* e *Nelder-Mead*. A excitação sísmica foi representada por um processo estocástico estacionário. Registros sísmicos reais também foram considerados. Exemplos numéricos em dois edifícios de dez pavimentos, um *shear building* e um pórtico plano de aço, com um, dois e cinco atenuadores foram conduzidos. Os resultados obtidos mostram que o uso de múltiplos atenuadores é mais eficiente que o uso de somente um, bem como que a linearização estatística apresenta boa correlação com o cálculo não linear via domínio do tempo, além de apresentar custo computacional bem inferior. Os resultados também apontam que a metodologia proposta pode reduzir significativamente a probabilidade de falha de estruturas civis sob excitação sísmica.

Palavras-chave: excitações sísmicas, otimização, MADSAs, controle de vibrações, probabilidade de falha.

ABSTRACT

External passive energy dissipation systems have been widely used in order to reduce vibrations in structures subjected to seismic excitations. In this context, there is the optimization of tuned mass dampers (TMDs) and multiple tuned mass dampers (MTMDs), whose performances in vibration mitigation due to earthquakes has been study object of many researchers. A literature survey reveals that the system, composed by the structure and the dampers, is generally considered linear, and a deterministic approach is applied. In this sense, this research presents a study on global optimization of nonlinear passive multiple friction tuned mass dampers (MFTMDs) to control vibrations in structures subjected to seismic excitations. Two approaches are considered: the conventional stochastic approach, based on the premise that the only source of uncertainty is associated with the excitation spectrum, through nonlinear time domain analysis and via statistical linearization through state space, and the robust reliability based approach, considering also uncertainties in the parameters of the system and the excitation, via statistical linearization through state space. For the optimization, because of the nonconvex nature of the problems, a hybrid algorithm composed of the algorithms *Firefly* and *Nelder-Mead* was developed. The seismic excitation was represented as a stationary stochastic process. Real seismic records were also considered. Numerical examples in two ten-story buildings, a shear building and a planar steel building frame with one, two and five dampers is demonstrated. Results show that the use of multiple dampers is more efficient than the use of only one as well as the statistical linearization correlates well with the nonlinear calculation through time domain approach, and presents much lower computational cost. The results also point out that the proposed methodology can reduce significantly the failure probability of civil structures under seismic excitations.

Keywords: seismic excitations, optimization, MFTMDs, control vibrations, failure probability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	ADS pendular do Taipei 101: (a) massa; (b) cabos de aço; (c) anel para-choque; (d) amortecedores viscosos.	29
Figura 2	Sistema de absorção de Louroza, Roitman e Magluta. ...	35
Figura 3	Esquema do <i>slide roof system</i> - <i>SRS</i>	36
Figura 4	Protótipo de ADSA desenvolvido por C. Lin, L. Lin e Lung.	38
Figura 5	Estrutura esquemática com n pavimentos e n_A ADSAs.	42
Figura 6	Representações das funções de Mostaghel e Davis.	45
Figura 7	Fluxograma: linearização estatística.	54
Figura 8	Desvio padrão do deslocamento do <i>shear building</i> para os cenários C3, via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE).	74
Figura 9	Deslocamento do 10º pavimento do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 1.	75
Figura 10	Deslocamento do 10º pavimento do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 2.	76
Figura 11	Deslocamento do 10º pavimento do <i>shear building</i> para o registro sísmico El Centro.	76
Figura 12	Deslocamento do 10º pavimento do <i>shear building</i> para o registro sísmico Kobe.	77
Figura 13	Pórtico plano de aço (dimensões em m).	78
Figura 14	Desvio padrão do deslocamento do pórtico para os cenários C3, via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE).	83
Figura 15	Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Simulado 1.	84
Figura 16	Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Simulado 2.	85
Figura 17	Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico El Centro.	85
Figura 18	Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Kobe.	86
Figura 19	Registro sísmico: Simulado 1, $PGA = 0,475g$	107
Figura 20	Registro sísmico: Simulado 2, $PGA = 0,475g$	107
Figura 21	Registro sísmico: El Centro (1940), $PGA = 0,349g$	108

Figura 22 Registro sísmico: Kobe (1995), $PGA = 0,834g$108

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Propriedades do <i>shear building</i>	68
Tabela 2	Parâmetros ótimos via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE): Exemplo I.....	69
Tabela 3	Desvio padrão do deslocamento do <i>shear building</i> , considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.	72
Tabela 4	Desvio padrão do deslocamento do <i>shear building</i> , considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.	73
Tabela 5	Parâmetros ótimos via linearização estatística (LE): Exemplo II.....	80
Tabela 6	Desvio padrão do deslocamento do pórtico plano, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.	81
Tabela 7	Desvio padrão do deslocamento do pórtico plano, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.	82
Tabela 8	Informações estatísticas das variáveis aleatórias: exemplo numérico III.....	88
Tabela 9	Valores médios dos parâmetros ótimos: Exemplo III....	89
Tabela 10	Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	111
Tabela 11	Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	112
Tabela 12	Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	113
Tabela 13	Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para	

$\theta = 10\%$	114
Tabela 14 Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	115
Tabela 15 Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	116
Tabela 16 Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	117
Tabela 17 Deslocamentos máximos do <i>shear building</i> para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	118
Tabela 18 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	121
Tabela 19 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	122
Tabela 20 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	123
Tabela 21 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	124
Tabela 22 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	125
Tabela 23 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	126
Tabela 24 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$	127
Tabela 25 Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$	128

LISTA DE SÍMBOLOS

n_E	graus de liberdade da estrutura
n_A	número de ADSAs
$\vec{\ddot{x}}_s(t)$	aceleração do solo
d	quantidade de direções do movimento do solo
$\vec{x}(t)$	vetor de deslocamento generalizado do sistema relativo à base
$\vec{\dot{x}}(t)$	vetor de velocidade generalizada do sistema relativo à base
$\vec{\ddot{x}}(t)$	vetor de aceleração generalizada do sistema relativo à base
M	matriz de massa do sistema
C	matriz de amortecimento viscoso do sistema
K	matriz de rigidez do sistema
Γ	matriz de coeficientes de influência do movimento do solo
$\vec{F}_A(t)$	vetor força de atrito
m_{Aj}	massa do ADSA j
f_{Aj}	força de atrito do ADSA j
k_{Aj}	rigidez do ADSA j
M_E	submatriz de massa da estrutura
C_E	submatriz de amortecimento viscoso da estrutura
K_E	submatriz de rigidez da estrutura
0	matriz nula
T	matriz auxiliar na determinação de grandezas relativas do sistema

$\vec{y}(t)$	vetor de deslocamento generalizado relativo do sistema
$\dot{\vec{y}}(t)$	vetor de velocidade generalizada relativo do sistema
$\ddot{\vec{y}}(t)$	vetor de aceleração generalizada relativo do sistema
$F_{Aj}(t)$	força de atrito de Coulomb desenvolvida na interface do j -ésimo ADSA com o último pavimento
μ_j	coeficiente de atrito dinâmico
g	aceleração gravitacional
α_i	constantes das funções de Mostaghel e Davis (1997)
S_0	densidade espectral constante
$\vec{\ddot{x}}_0(t)$	vetor ruído branco de aceleração do solo
$S(\omega)$	densidade espectral de potência
ξ_f	razão de amortecimento do filtro
ω_f	frequência natural do filtro
ω	frequência angular
ω_l	valor limite da frequência angular
N	número de intervalos da banda de frequências
ϕ_i	variável aleatória com função densidade de probabilidade uniforme entre 0 e 2π
\mathbf{C}_{EQ}	matriz de amortecimento viscoso equivalente
$\vec{\varepsilon}$	vetor da diferença entre o sistema não linear e o linear equivalente
c_{Aj}	amortecimento viscoso equivalente do ADSA j
$\vec{z}(t)$	vetor de estado
$x_f(t)$	deslocamento do filtro
$\dot{x}_f(t)$	velocidade do filtro
\mathbf{S}	matriz de estado do sistema

\mathbf{I}	matriz identidade
$\mathbf{S}_K, \mathbf{S}_C$	submatrizes da matriz de estado do sistema
$\vec{e}(t)$	vetor da excitação
\mathbf{C}_{ZZ}	matriz de covariância de $\vec{z}(t)$
\mathbf{B}	matriz de covariância entre os vetores de estado e da excitação
$\mathbf{C}_{\dot{x}}$	matriz de covariância de velocidades do sistema em relação à base
\vec{w}	vetor de projeto
$J(\vec{w})$	função objetivo
G_i	restrições
$k_{Aj}^{min}, k_{Aj}^{max}$	limites inferior e superior da constante elástica do ADSA j
$f_{Aj}^{min}, f_{Aj}^{max}$	limites inferior e superior da magnitude da força de atrito do ADSA j
θ	razão de massa entre os MADSAs e a estrutura
m_t^E	massa total da estrutura
t_E	duração do evento sísmico
b	nível de barreira
P_f	probabilidade de falha
ν_u^+	taxa de passagens pela barreira
t_D	tempo de vida útil da estrutura
ν	taxa de ocorrência de eventos
m_t^A	massa total dos MADSAs
$m_t^{A,min}, m_t^{A,max}$	limites inferior e superior da massa total dos MADSAs
β	índice de confiabilidade
β^{min}	limite inferior do índice de confiabilidade

I_0	intensidade luminosa emitida por determinado vagalume (<i>FA</i>)
γ	coeficiente de absorção de luminosidade (<i>FA</i>)
r_{ij}	distância entre dois vagalumes i e j (<i>FA</i>)
Λ_0	atratividade em $r = 0$ (<i>FA</i>)
α	parâmetro de randomização (<i>FA</i>)
\vec{s}	vetor de escala (<i>FA</i>)
$\vec{\epsilon}_i$	vetor de números aleatórios (<i>FA</i>)
λ_i	constantes (<i>NMA</i>)
\vec{v}_i	versores que formam a base do espaço de busca \mathbb{R}^m (<i>NMA</i>)
ρ	parâmetro de reflexão (<i>NMA</i>)
χ	parâmetro de expansão (<i>NMA</i>)
ψ	parâmetro de contração (<i>NMA</i>)
κ	parâmetro de encolhimento (<i>NMA</i>)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	MOTIVAÇÃO	21
1.2	OBJETIVO GERAL	24
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	24
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1	SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES	27
2.2	ATENUADOR DINÂMICO SINTONIZADO VISCOZO ..	29
2.3	ATENUADOR DINÂMICO SINTONIZADO COM ATRITO	33
3	METODOLOGIA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	41
3.1	ANÁLISE NÃO LINEAR NO DOMÍNIO DO TEMPO ..	41
3.2	ANÁLISE VIA LINEARIZAÇÃO ESTATÍSTICA POR ESPAÇO DE ESTADO	48
3.3	OTIMIZAÇÃO	55
3.3.1	Abordagem estocástica convencional: minimização de deslocamentos	56
3.3.2	Abordagem robusta baseada em confiabilidade: probabilidade de falha	57
3.3.3	Algoritmo híbrido <i>FA-NMA</i>	60
3.3.3.1	Algoritmo <i>Firefly</i> (<i>Firefly Algorithm - FA</i>)	60
3.3.3.2	Algoritmo <i>Nelder-Mead</i> (<i>Nelder-Mead Algorithm - NMA</i>) ..	61
3.3.3.3	Algoritmo de otimização híbrido <i>FA-NMA</i>	64
4	EXEMPLOS NUMÉRICOS	67
4.1	ABORDAGEM ESTOCÁSTICA CONVENCIONAL ...	67
4.1.1	Exemplo numérico I	67
4.1.2	Exemplo numérico II	77
4.2	ABORDAGEM ROBUSTA BASEADA EM CONFIABILIDADE	86
4.2.1	Exemplo numérico III	86
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	91
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	93
	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICE A – REGISTROS SÍSMICOS	107
	APÊNDICE B – RESULTADOS COMPLEMENTARES: EXEMPLO NUMÉRICO I	111

APÊNDICE C - RESULTADOS COMPLEMEN-	
TARES: EXEMPLO NUMÉRICO II	121

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A finalidade essencial que o engenheiro deve ter em mente na concepção de uma estrutura é o de assegurar que ela seja capaz de cumprir níveis de segurança e de conforto aos seus usuários, preferencialmente dentro de um custo que seja adequado. Nesse contexto, a investigação detalhada de possíveis efeitos dinâmicos (associados tanto ao colapso quanto ao conforto) torna-se relevante em determinadas situações como, por exemplo, no contexto da engenharia de vento e sísmica. Tal importância ganha ainda maior proporção face às atuais condições econômicas e de disponibilidade de espaço físico nos grandes centros urbanos que, aliada ao desenvolvimento de novas tecnologias de engenharia, resulta em estruturas mais esbeltas (e, portanto, mais vulneráveis aos efeitos de vibrações). É sabido que elevados níveis de vibração podem acarretar em danos à estrutura e provocar sensações desagradáveis em seus ocupantes. Um terremoto, por exemplo, induz forças verticais e horizontais na mesma, sendo as horizontais predominantes. Se uma estrutura tem rigidez ou amortecimento inadequados, essas forças podem produzir grandes deslocamentos laterais e causar instabilidade.

Problemas com carregamentos dinâmicos (ação do vento e sísmica, principalmente) são algumas vezes inadequadamente aproximados por problemas estáticos equivalentes. Embora tal aproximação proporcionou a base da maioria dos códigos de construção com resultados aceitáveis, ela pode ser insuficiente para a representação da realidade, sendo o estudo das características dinâmicas das estruturas imprescindível em determinadas situações, principalmente quando avalia-se a dissipação de energia externa devido ao amortecimento presente em um sistema estrutural. Portanto, no estudo da resposta estrutural, deve-se atentar aos efeitos provenientes dessas cargas dinâmicas, que podem causar a amplificação dessa resposta (CURADELLI, 2003).

As cargas de ventos e de terremotos, além de dinâmicas, são aleatórias e apresentam magnitudes difíceis de serem previstas em relação às cargas gravitacionais. Cabe destacar também que o controle de vibrações nas zonas sísmicas não se limita apenas a edifícios altos. Tradicionalmente, o projeto sísmo resistente é baseado na verificação da equação da demanda externa e da capacidade estrutural (capacidade > demanda). As alternativas ao tradicional enrijecimento estrutural

(aumento da capacidade resistente dos elementos estruturais), caro e muitas vezes ineficaz e inexequível, para alcançar um aumento da segurança estrutural, consistem nos sistemas de controle de vibrações (MONTANARO, 2002).

Como consequência, nas últimas décadas, o interesse de pesquisadores no estudo de mecanismos que amenizem os efeitos indesejáveis dessas vibrações, sejam decorrentes de ações humanas ou da natureza, tem aumentado gradativamente (SPENCER JR.; NAGARAJAIAH, 2003). De forma geral, os sistemas de controle de vibrações podem ser classificados em quatro grupos principais: passivos, ativos, semi-ativos e híbridos, com base em seus mecanismos operacionais (SAAED et al., 2015). Em função do baixo custo e da maior facilidade de manutenção, os sistemas de dissipação passiva de energia normalmente são os mais empregados.

Dos sistemas passivos de dissipação, podem ser mencionados os sistemas de isolamento sísmico e os dispositivos como os atenuadores dinâmicos sintonizados (ADSs), os amortecedores viscoelásticos, de fluido viscoso, metálicos, por atrito, entre outros. Esses dispositivos possuem uma vasta gama de aplicação e têm sido instalados em grande quantidade em estruturas ao redor do mundo. Nesse contexto, destaca-se o uso de ADSs convencionais no controle da resposta dinâmica de estruturas submetidas à excitações sísmicas. Esses equipamentos são compostos basicamente por um conjunto massa-mola-amortecedor, sendo o amortecedor usualmente considerado com comportamento linear (p. ex., viscoso).

Muitos estudos abordam o uso de ADSs considerando um comportamento linear da estrutura primária e do amortecedor. Pesquisas que envolvam alguma não linearidade desses dispositivos, como, por exemplo, a consideração de um amortecimento por atrito, o que é o caso dos atenuadores dinâmicos sintonizados com atrito (ADSAs), são significativamente reduzidas. No entanto, em muitas aplicações, um comportamento não linear deve ser levado em consideração, pois pode inerentemente estar associado ao sistema estrutural. Além disso, um amortecedor por atrito pode proporcionar um melhor desempenho se comparado a um amortecedor viscoso (ao menos um desempenho equiparável), e, pode representar uma simplificação quanto a questões relativas à construção e à manutenção (PALL; RASHIMI PALL, 1996). Embora o conceito de ADSA seja relativamente simples, os parâmetros desse dispositivo devem ser obtidos por meio de procedimentos de otimização para proporcionar um controle adequado. A eficiência desse dispositivo reduz significativamente caso tais parâmetros sejam mal escolhidos.

Apesar dos recentes esforços, ainda pode se observar um crescente interesse para a determinação de parâmetros ótimos de ADSs. Para o caso de um único ADS existem expressões simplificadas para os valores ótimos de seus parâmetros para sistemas primários de um grau de liberdade submetidos à excitação harmônica e aleatória do tipo ruído branco, bem definidas e empregadas com relativa eficiência. Todavia, estruturas civis possuem diversos graus de liberdade e, usualmente, estão submetidas à excitações aleatórias que são melhor representadas por modelos tipo ruído branco filtrado. Nesse contexto, nos últimos anos, estudos de otimização de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados (MADSs) e de otimização com consideração de incertezas ganharam destaque (TAFLANIDIS; BECK; ANGELIDES, 2007; MARANO; GRECO; SGOBBA, 2010; LOPEZ; FADEL MIGUEL; BECK, 2014; BECK; KOUGIOUMTZOGLOU; SANTOS, 2014; COSTA et al., 2016).

Cabe ressaltar que o número de trabalhos disponíveis na literatura, relativos à modelagem de sistemas com ADSs e MADSs não lineares e à determinação de seus parâmetros ótimos, ainda é reduzido. As poucas pesquisas de otimização de controle passivo não linear usualmente empregam apenas linearização estatística, não realizando uma comparação e validação que seria encontrada no domínio do tempo. Com exceção de Mantovani et al. (2017), não foram identificados na literatura estudos de otimização de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados com atrito (MADSAs) que considerem excitações aleatórias, bem como força de atrito e características dinâmicas distintas entre esses múltiplos atenuadores.

Nesse sentido, propõe-se a otimização global de MADSAs em estruturas submetidas à excitações sísmicas, com o intuito de controlar vibrações nessas estruturas, sendo os sismos simulados por um processo estocástico estacionário com densidade espectral constante (ruído branco) filtrado. Duas abordagens são consideradas: a abordagem estocástica convencional, fundamentada na premissa de que a única fonte de incerteza está associada ao espectro da excitação, por meio de análise não linear no domínio do tempo e via linearização estatística, e a abordagem robusta baseada em confiabilidade, a qual considera também incertezas nos parâmetros do sistema e da excitação, via linearização estatística.

1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do presente trabalho consiste na otimização global de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados passivos com atrito para o controle de vibrações em estruturas submetidas à excitações sísmicas, modeladas por um processo estocástico estacionário.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos desse trabalho são:

a) Elaborar rotinas computacionais em MATLAB para o cálculo da resposta dinâmica e da probabilidade de falha de estruturas com MADsAs submetidas à excitações sísmicas;

b) Otimizar as propriedades de rigidez e de força de atrito de MADsAs fixados no topo de estruturas, sujeitas à excitações sísmicas, via análise não linear no domínio do tempo e via linearização estatística através de espaço de estado, utilizando sequencialmente os algoritmos *Firefly* (*Firefly Algorithm - FA*) e *Nelder-Mead* (*Nelder-Mead Algorithm - NMA*), para controlar deslocamentos;

c) Minimizar a massa de MADsAs fixados no topo de uma estrutura, sujeita à excitações sísmicas, considerando também incertezas nos parâmetros do sistema e da excitação (modelados como variáveis aleatórias), via linearização estatística através de espaço de estado, utilizando sequencialmente os algoritmos *FA* e *NMA*, de modo a atingir determinado índice de confiabilidade;

d) Avaliar os resultados obtidos, bem como submeter os sistemas estruturais a sinais de registros sísmicos reais para aferição.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esse trabalho é constituído por sete capítulos: Introdução, Revisão bibliográfica, Metodologia e formulação do problema, Exemplos numéricos, Conclusões e sugestões para trabalhos futuros, Referências e Apêndices. No primeiro capítulo, o tema do trabalho é apresentado de maneira sucinta, contextualizando-se o problema, e também são

descritos os objetivos e a estrutura do trabalho.

Na Revisão bibliográfica são abordados aspectos gerais relativos ao controle de vibrações em estruturas, com ênfase nos ADSAs.

No capítulo três, Metodologia e formulação do problema, são apresentados os procedimentos utilizados na determinação da resposta dinâmica e da probabilidade de falha de estruturas amortecidas e o processo de otimização adotado.

No capítulo quatro, Exemplos numéricos, são descritos os problemas estudados e apresentados gráficos, tabelas e análises dos resultados obtidos. Nos três últimos capítulos encontram-se, respectivamente, as Conclusões e sugestões para trabalhos futuros, onde são comentados os resultados e apresentadas recomendações de estudos complementares, as Referências e os Apêndices.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se uma breve explanação sobre sistemas de controle de vibrações (seção 2.1). Na sequência, destacam-se os sistemas de controle por ADSs e ADSAs, nas seções 2.2 e 2.3, respectivamente, nas quais são abordados os princípios de funcionamento desses dispositivos, bem como são apresentadas publicações inerentes aos mesmos.

2.1 SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES

O controle de vibrações estruturais provenientes de ações sísmicas ou do vento pode ser realizado de várias maneiras fundamentais, tais como pela modificação da rigidez, da massa, da forma e do amortecimento da estrutura primária (abordagem tradicional), e também pela introdução de forças dissipativas no sistema. Alguns métodos de controle têm sido utilizados com sucesso e métodos propostos recentemente oferecem a possibilidade de extensão do seu uso e de aprimoramento da sua eficiência (HOUSNER et al., 1997).

Muitas pesquisas acerca de controle estrutural foram desenvolvidas recentemente, objetivando basicamente a redução dos níveis de vibração indesejáveis em estruturas devido à cargas ambientais com grande potencial destrutivo, através da adaptação de estruturas existentes contra os riscos ambientais e do fornecimento de novos conceitos de projeto de estruturas submetidas a tais solicitações (DATTA, 2003).

Os sistemas passivos de dissipação, cujo funcionamento independente de fonte externa de energia, abrangem técnicas de isolamento sísmico e uma ampla variedade de dispositivos e de materiais para incorporar rigidez e amortecimento a um sistema estrutural. Podem ser usados tanto para mitigar os efeitos de cargas dinâmicas quanto para reabilitar estruturas. De acordo com Housner et al. (1997), a principal função desses sistemas é dissipar uma parcela da energia que entra no sistema estrutural, minimizando a demanda de dissipação nos membros estruturais primários e conseqüentemente minimizando possíveis danos estruturais. Logo, tais sistemas são caracterizados por uma capacidade de aumentar a dissipação de energia nos sistemas estruturais em que são instalados.

Esse efeito dissipativo pode ser conseguido por conversão da energia cinética em calor ou através da transferência dessa energia

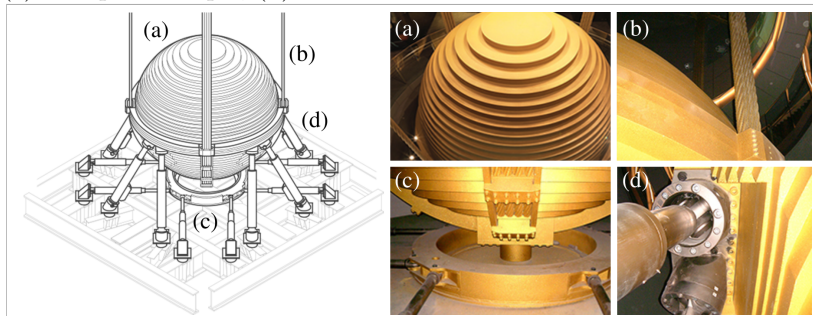
para atenuadores, para posterior dissipação pelo amortecimento desses atenuadores. O primeiro método inclui dispositivos que operam baseados em princípios tais como o atrito de deslizamento, escoamento de metais, na transformação de fase em metais e deformação de sólidos ou fluidos viscoelásticos e o segundo inclui os ADSs. O controle passivo tem sido objeto de muitos estudos e pesquisas nas últimas décadas, contando com uma série de aplicações práticas em diversos países (SOONG; DARGUSH, 1999; CURADELLI; AMANI, 2014; MIGUEL; FADEL MIGUEL; LOPEZ, 2014).

O isolamento sísmico é utilizado atualmente em diversas regiões do mundo e tem se mostrado eficaz na proteção de estruturas submetidas a terremotos. O isolamento sísmico consiste basicamente em um desacoplamento parcial entre a estrutura e o solo (SKINNER; ROBINSON; MCVERRY, 1993). A maioria desses isoladores possui elevada rigidez vertical, necessária para sustentar a edificação, e elevada flexibilidade horizontal, o que justifica o desacoplamento mencionado. De acordo com Constantinou, Soong e Dargush (1998), é por meio dessa flexibilidade e da sua capacidade de dissipação de energia, que esse sistema parcialmente reflete e dissipa energia do terremoto antes da mesma ser transmitida à estrutura, o que implica na redução da demanda de dissipação de energia na estrutura primária.

Os ADSs podem ser divididos em quatro categorias: convencionais (translacionais), pendulares, bidirecionais e amortecedores de líquido sintonizados (SOTO; ADELI, 2013). Os ADSs são aplicados com sucesso na mitigação de cargas de vento e harmônicas, todavia, não há um consenso geral sobre a eficiência de ADSs para aplicações sísmicas, principalmente devido ao amplo espectro de frequência característico das excitações sísmicas (RANA; SOONG, 1998; GIULIANO, 2013; SAAED et al., 2015; BOSSE, 2017).

A Figura 1 apresenta um ADS do tipo pendular, instalado no edifício Taipei 101, localizado em Taiwan. O Taipei 101 tem 508 metros de altura e é um dos edifícios mais altos do mundo atualmente. Esse ADS é composto por placas de aço sobrepostas, que formam uma esfera de 660 toneladas, com 5,5 metros de diâmetro. A massa desse ADS corresponde a 0,24% da massa total do edifício. O bloco de massa é suspenso no 92º pavimento por cabos de aço e o seu centro de massa localiza-se 1 metro acima do 88º pavimento. Foram instalados oito amortecedores viscosos hidráulicos diagonais. Um anel para-choque foi instalado sob o bloco de massa para restringir o movimento do mesmo (POON et al., 2004).

Figura 1 – ADS pendular do Taipei 101: (a) massa; (b) cabos de aço; (c) anel para-choque; (d) amortecedores viscosos.



Fonte: <http://www.taipei-101.com.tw/en/observatory-damper.aspx>.

Os sistemas ativos têm a peculiaridade de funcionar para várias frequências e trabalhar com retroalimentação. A resposta de uma estrutura é controlada ou alterada por meio da ação de um sistema de sensores de resposta estrutural com algum fornecimento de energia externa. Isso faz com que esses sistemas sejam complexos e vulneráveis à falta de energia, que é sempre uma possibilidade a ser considerada durante um terremoto, por exemplo. Os sistemas semi-ativos requerem apenas pequenas quantidades de energia para regular suas propriedades mecânicas e não adicionam energia à estrutura, como acontece com os sistemas ativos. Já os sistemas híbridos correspondem à uma combinação dos sistemas passivos, ativos e semi-ativos (CONSTANTINOUS; SOONG; DARGUSH, 1998).

Nesse cenário de controle estrutural, destaca-se o uso de ADSs passivos no controle da resposta dinâmica de estruturas. A performance desses dispositivos, sob as mais variadas excitações, é objeto de estudo de diversos pesquisadores.

2.2 ATENUADOR DINÂMICO SINTONIZADO VISCOSO

O ADS convencional é um clássico dispositivo da engenharia de controle de vibrações que consiste em uma massa, uma mola e um amortecedor (que definem o comportamento do dispositivo) conectados a um sistema principal de vibração (estrutura primária), a fim de atenuar qualquer vibração indesejada. Usualmente, o amortecedor é tratado como viscoso linear. A frequência natural desse dispositivo é sintonizada para uma frequência próxima da frequência natural do sistema principal

ou do modo de vibração que se deseja controlar. A vibração da estrutura primária faz com que o ADS vibre em ressonância com a mesma (fora de fase com o movimento da estrutura primária), e como resultado, a energia de vibração é dissipada através do amortecedor presente no ADS (JANGID, 1999). Esses dispositivos são um dos mais simples e confiáveis dispositivos de controle de vibração e têm sido amplamente utilizados em muitas estruturas em todo o mundo (SOTO; ADELI, 2013; JABARY; MADABHUSHI, 2015).

Historicamente, o conceito de ADS tem sua origem no dispositivo proposto por Frahm (1909), originalmente sem a presença de um amortecedor propriamente dito e denominado de absorsor dinâmico de vibração (ADV). A proposta inicial era reduzir o balanço de embarcações bem como vibrações no casco das mesmas. Assim, a primeira concepção desse dispositivo consistia em um pequeno (relativo a estrutura primária) sistema massa-mola fixado nessa estrutura. Esse sistema massa-mola tem uma região de operação restrita e seu desempenho diminui significativamente quando a frequência da excitação varia.

A primeira teoria matemática sobre ADS foi apresentada por Ormondroyd e Den Hartog (1928). Na ocasião foi avaliada a resposta de um sistema linear de um grau de liberdade não amortecido submetido a uma excitação harmônica com um absorsor dinâmico de vibração sem e com um amortecimento viscoso linear. Os autores mostraram que a incorporação de um amortecedor viscoso no dispositivo de Frahm melhora significativamente o desempenho do dispositivo.

Hahnkamm (1935) estudou a otimização da frequência natural desse dispositivo. Ele determinou uma rigidez ótima que reduz a resposta do sistema tanto quanto possível. Na sequência, Brock (1946) otimizou tanto a rigidez quanto o amortecimento para o dispositivo. Posteriormente, os resultados finais foram apresentados e amplamente discutidos, bem como foi apresentada uma teoria completa no livro de Den Hartog (1956). Nesse livro, o autor apresenta expressões analíticas para a rigidez e amortecimento ótimos de um ADS viscoso linear fixado em um sistema linear de um grau de liberdade não amortecido submetido a uma excitação harmônica. Snowdon (1959) adaptou essa teoria clássica para sistemas com rigidez complexa (proporcionada por um material emborrachado), com o objetivo de analisar o desempenho do ADS em atenuar a vibração de máquinas e equipamentos. Com base na justificativa de que a aplicação dessa teoria é muito restrita, pois o sistema primário contém necessariamente algum amortecimento que não pode ser desprezado, Falcon et al. (1967) apresentaram uma análise gráfica para otimizar um ADS com amortecimento restrito fixado em

uma sistema primário amortecido, também considerando uma excitação harmônica.

Warburton (1982) deriva expressões para os parâmetros ótimos de um ADS fixado a um sistema primário com um grau de liberdade sem amortecimento, submetido tanto à excitação harmônica quanto à excitação aleatória do tipo ruído branco, considerando a minimização de diversos parâmetros de resposta. O autor também constata que as expressões obtidas podem ser aplicadas em sistemas primários com muitos graus de liberdade, desde que o sistema contenha frequências naturais bem distintas entre si e que a sua resposta possa ser predominantemente representada considerando a contribuição de um único modo de vibração, sendo portanto esse sistema adequadamente tratado como um sistema com um grau de liberdade, estendendo e confirmando estudos anteriores (WARBURTON; AYORINDE, 1980; WARBURTON, 1981).

Muitos trabalhos surgiram desde então abordando os ADSs, seja considerando sistemas mecânicos mais complexos, formas de excitação mais complicadas ou a presença de múltiplos desse sistema de dissipação (MADSS).

O principal empecilho do uso de um único ADS no controle de vibrações é a sua elevada sensibilidade à incertezas no cálculo da frequência natural real da estrutura. Se mal sintonizado, sua eficiência é significativamente reduzida. Incertezas associadas ao amortecimento do dispositivo também contribuem para essa redução de desempenho. Essas incertezas podem ser tanto construtivas quanto provenientes das premissas de cálculo adotadas. Consequentemente, foi proposto o uso de MADSS com propriedades dinâmicas distintas com o intuito de melhorar a eficiência desse sistema dissipativo. Iwanami e Seto (1984) mostram que o uso de dois ADSs é mais eficiente que um único, embora tal ganho de desempenho não se mostrou muito significativo.

Posteriormente, alguns pesquisadores estudaram o uso de MADSS com frequências naturais distribuídas: Xu e Igusa (1992), Magluta (1993), Yamaguchi e Harnpornchai (1993), Xu e Igusa (1994), Abe e Fujino (1994), entre outros. De maneira geral, foi constatado que o uso de MADSS é mais efetivo no controle de vibrações que um único e menos sensível a possíveis mudanças ou erros na estimativa da frequência natural da estrutura.

A otimização de MADSS foi apresentada inicialmente por Joshi e Jangid (1997). Na ocasião, foram determinados os parâmetros ótimos de MADSS em uma estrutura de um grau de liberdade submetida à excitação de base modelada como um processo aleatório estacionário do tipo ruído branco. Desde então, muitos pesquisadores focaram seus

estudos na determinação de parâmetros ótimos de ADSs passivos em estruturas submetidas à excitações sísmicas, a fim de alcançar o melhor desempenho desse sistema dissipativo.

Sadek et al. (1997) apresentam uma metodologia para determinação dos parâmetros ótimos de ADSs em estruturas submetidas a registros de excitações sísmicas reais. Hadi e Arfiadi (1998) estudam a otimização de um ADS em estruturas através de um algoritmo genético. Chen e Wu (2001) apresentam um procedimento sequencial de otimização da posição de ADSs em estruturas submetidas à excitações sísmicas. Hoang e Warnitchai (2005) empregam otimização numérica seguindo um algoritmo não linear baseado em gradiente na busca de parâmetros ótimos de ADSs, considerando incertezas na excitação e nas propriedades do sistema. Lee et al. (2006) apresentam uma teoria para otimização de ADSs, sendo que a aplicabilidade do método proposto foi verificada via simulações numéricas em estruturas com um e dois ADSs. Leung e Zhang (2009) aplicam o método do enxame de partículas para otimização de um ADS em uma estrutura de um grau de liberdade considerando diferentes tipos de excitações. Lin et al. (2010) desenvolvem um procedimento de otimização de dois estágios para MADSS implementados em uma estrutura, com aplicação de restrições de deslocamento aos atenuadores.

Marano, Greco e Sgobba (2010) efetuam uma otimização robusta de um ADS em uma estrutura submetida à excitação sísmica, considerando incertezas nos parâmetros dinâmicos da estrutura. Arfiadi e Hadi (2011) usam um algoritmo genético híbrido capaz de obter a posição e os parâmetros ótimos de um ADS em uma estrutura submetida à excitação sísmica. Mohebbi et al. (2013) propõem a otimização de MADSS no controle de estruturas submetidas a excitações modeladas como processo aleatório estacionário do tipo ruído branco, utilizando uma abordagem de cálculo da resposta dinâmica no domínio do tempo. Fadel Miguel et al. (2016) apresentam um novo esquema de otimização global de MADSS submetidos a excitações sísmicas, considerando a otimização simultânea da quantidade, posição (distribuição vertical e horizontal na estrutura) e parâmetros desses atenuadores, com a resposta estrutural obtida via domínio da frequência.

Cabe ressaltar que muitos pesquisadores brasileiros têm concentrado esforços no estudo de ADSs, considerando diversos tipos de excitação (Battista e Pfeil (2000), Varela e Battista (2011), Costa (2014), Bosse (2017), entre outros). É importante destacar também que algumas pesquisas considerando ADSs com amortecimento viscoso não linear também são encontradas na literatura: Rudinger (2007), Chung et al.

(2009), Chung et al. (2013b), entre outros.

De maneira geral, constata-se, a partir da revisão apresentada, que o uso de MADSS é mais efetivo no controle de vibrações e menos sensível a possíveis mudanças ou erros na estimativa da frequência natural da estrutura, se comparado a um único ADS. No entanto, se observa que, com exceção de poucos, a maioria dos trabalhos de otimização de ADSs está associada à hipótese de comportamento linear tanto do sistema primário quanto do amortecedor, bem como consideram como única fonte de incerteza a excitação. Essas limitações nos modelos da estrutura e do sistema dissipativo precisam ser melhores avaliadas.

2.3 ATENUADOR DINÂMICO SINTONIZADO COM ATRITO

A constatação de Ricciardelli e Vickery (1999), de que, com exceção de poucos, a maioria dos trabalhos que abordam ADSs está associada à hipótese de comportamento linear tanto do sistema primário quanto do amortecedor, ainda é válida, conforme também observado por Pisal e Jangid (2014). Nesse sentido, e como o controle estrutural com o uso de ADSAs passivos, um sistema massa-mola-amortecedor não linear de absorção, cujo amortecimento se dá por atrito, é o escopo desse trabalho, apresenta-se a seguir uma revisão de literatura com as principais publicações inerentes a esse sistema de dissipação.

Inaudi e Kelly (1995) estudam um ADSA em que o amortecimento por atrito atua na direção transversal do movimento da massa do amortecedor como um meio de dissipar energia. O sistema estudado é não linear e apresenta comportamento histerético, sendo que a estrutura primária possui um grau de liberdade. Uma técnica de linearização estatística é utilizada para estimar a resposta em termos do desvio quadrático médio do deslocamento do sistema submetido à excitação aleatória do tipo ruído branco. Parâmetros ótimos do ADSA que minimizam essa resposta foram obtidos para essa configuração. A precisão da linearização estatística foi confirmada por comparação com os resultados obtidos via simulação de Monte Carlo e o dispositivo proposto apresentou desempenho compatível ao apresentado por um ADS viscoso, sendo considerado interessante para futuras pesquisas.

Ricciardelli e Vickery (1999) avaliaram o comportamento de um sistema primário linear com um grau de liberdade amortecido submetido a uma excitação harmônica com um ADSA, com rigidez linear e amortecimento por atrito seco, conectado ao mesmo. Baseado em uma análise intuitiva do comportamento físico do sistema, os autores

apresentaram expressões analíticas para as amplitudes de resposta estacionária do sistema e para os parâmetros ótimos do ADSA (rigidez e força de atrito). As expressões propostas foram validadas por meio da integração numérica das equações de movimento, apresentando boa concordância entre as respostas obtidas. Foi constatado que o ADSA tende a ser mais efetivo que o ADS viscoso no controle da resposta do sistema sujeito à elevadas amplitudes de excitação, enquanto que para pequenas amplitudes de excitação o ADSA apresenta-se menos efetivo que o ADS. Por fim, apontaram que o comportamento do sistema é altamente dependente da amplitude da excitação:

a) para pequenos valores, o sistema comporta-se como um sistema de um grau de liberdade levemente amortecido;

b) para valores intermediários, o sistema comporta-se como um sistema de dois graus de liberdade altamente não-linear e não pode ser facilmente investigado;

c) para valores elevados, o sistema comporta-se como um sistema de dois graus de liberdade, porém levemente amortecido, tendendo a um comportamento linear conforme a amplitude tende para o infinito.

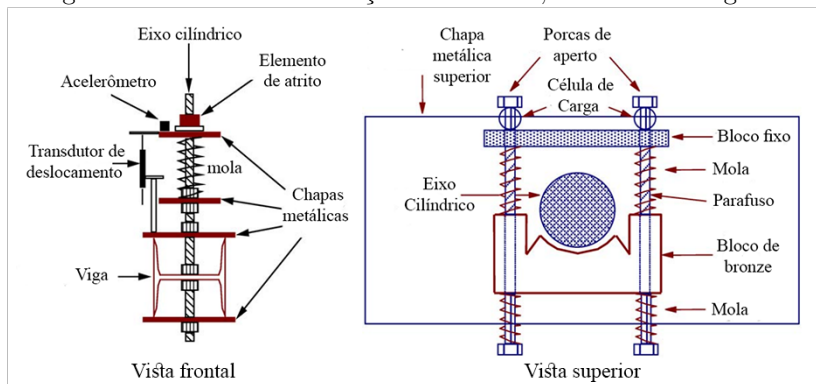
Hartung, Schmiege e Vielsack (2001) avaliam numérica e experimentalmente um sistema de um grau de liberdade, submetido à excitação harmônica, com um ADSA anexo ao mesmo. Foi observado que o deslocamento relativo entre as massas deve ser suficientemente grande para eliminar energia mecânica do sistema, o qual é controlado pela força de atrito e demais parâmetros do ADSA. Além disso, a consideração da força de atrito variável conforme a velocidade relativa entre as massas mostrou pouca influência nos resultados.

Lee, Berger e Kim (2005) propuseram um novo conceito de amortecedor por atrito denominado *tunable friction damper*, como alternativa ao ADSA. O sistema combina vantagens do amortecimento por atrito do ADSA e de um ADS sem amortecimento. É projetado para funcionar como um ADSA enquanto a massa do amortecedor desliza em relação a estrutura primária e como um ADS sem amortecimento quando a referida massa adere à estrutura primária, situação esta em que cessa o amortecimento por atrito. Simulações numéricas considerando excitações harmônicas foram realizadas para demonstrar a viabilidade do conceito e compreender a contribuição dos parâmetros do sistema no deslocamento da massa principal. Foi constatado que a escolha adequada

dos parâmetros permite a exploração dos benefícios de ambos os amortecedores, sendo que princípios de projeto de ADS/ADSA podem ser aplicados, no entanto precisam ser verificados via simulação numérica porque o efeito da não linearidade pode provocar efeitos indesejáveis.

Louroza, Roitman e Magluta (2005) investigam a viabilidade do uso do amortecimento por atrito combinado com o viscoso no controle de estruturas submetidas à cargas humanas. Um modelo computacional teórico considerando um sistema com dois graus de liberdade (estrutura primária e ADSA) foi desenvolvido e calibrado com alguns testes experimentais realizados em uma viga metálica em balanço, porém destacam que certa precaução deve ser considerada no projeto do sistema. Concluem que o sistema é eficiente e que a construção do dispositivo (Figura 2) mostrou-se prática.

Figura 2 – Sistema de absorção de Louroza, Roitman e Magluta.

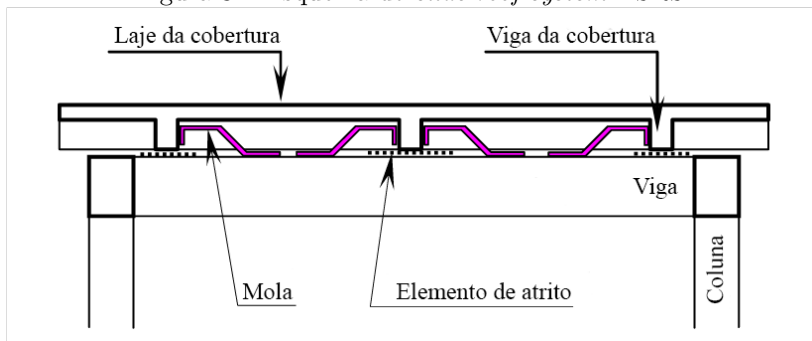


Fonte: Adaptado de LOUROZA, ROITMAN e MAGLUTA (2005).

Lee et al. (2008) mostram que o atrito existente entre um ADS e o trilho sobre o qual o mesmo desliza, muitas vezes ignorado no processo de otimização do amortecedor, pode ser considerado para melhorar o desempenho do ADS. Considerando um ADS conectado a um sistema primário de um grau de liberdade submetido à excitação harmônica, o atrito ótimo é obtido de modo que melhora o desempenho do ADS. Foi constatado que a magnitude do atrito ótimo aumenta com o aumento da razão de massa entre o amortecedor e o sistema primário e diminui com o aumento do amortecimento do sistema primário. Foi observado que a força de atrito fornece melhor desempenho que o amortecimento viscoso, entretanto é essencial manter a magnitude da força de atrito abaixo do valor ótimo, pois um aumento da mesma acima do ótimo deteriora significativamente a performance do ADS.

Tian, Qian e Zhang (2008) propõem um sistema de cobertura deslizante (*slide roof system - SRS*) para reduzir a resposta dinâmica de edifícios submetidos à terremotos. O *SRS* (Figura 3) consiste em uma estrutura de cobertura, molas e elementos de atrito, proporcionando massa, rigidez e amortecimento, respectivamente (ou seja, é um ADSSA que utiliza como massa parte da estrutura primária). Um procedimento simplificado de otimização que considera a rigidez ótima independente da força de atrito é adotado e os parâmetros ótimos são então obtidos. Análises numérica e experimental (teste em mesa vibratória) são conduzidas e mostram que o *SRS* reduz significativamente a resposta sísmica de estruturas se a frequência dominante da excitação é próxima da frequência fundamental da estrutura. Por fim concluem que apesar da eficiência e da praticidade verificadas, mais estudos são necessários para avaliar o sistema.

Figura 3 – Esquema do *slide roof system - SRS*.



Fonte: Adaptado de TIAN, QIAN e ZHANG (2008).

Ribakov e Agranovich (2008) investigam um *SRS* com amortecedores de atrito variável passivos incorporados ao sistema. É proposto um método para a seleção das propriedades do amortecedor, baseado no pressuposto de que os deslocamentos máximos da parte móvel da cobertura relativos à fixa e de que a energia dissipada pelo sistema com atrito são iguais a de um *SRS* com rolamentos elastoméricos e amortecedores viscosos, como estudado por Villaverde (2002). Um exemplo numérico foi conduzido em um pórtico com seis pavimentos submetido a registros sísmicos reais e constatou-se que o uso do *SRS* proposto reduziu significativamente os deslocamentos da estrutura.

Gewei e Basu (2010) analisam o comportamento de um ADSSA conectado a uma estrutura primária de um grau de liberdade submetida a aceleração na base. Para o problema estudado, os autores obtiveram

uma solução analítica periódica para a resposta do sistema com dois graus de liberdade sob excitação harmônica, substituindo os termos não lineares, que representam o atrito, das equações de equilíbrio por termos harmônicos (método do *harmonic balance*). Para a consideração de ações externas mais realistas, foi utilizado um método de linearização estatística para substituir o atrito por um amortecimento viscoso equivalente, sendo que foi considerada excitação aleatória do tipo ruído branco. Simulações numéricas confirmaram a precisão das soluções obtidas e foi concluído que as técnicas propostas podem ser utilizadas para a concepção de um ADSA, que o ADSA foi igualmente competitivo a um ADS viscoso linear para os parâmetros adotados no artigo e que existe um coeficiente de atrito ótimo o qual depende da intensidade da excitação.

Li, Yexue e Fuwei (2011) avaliam o uso do ADSA no controle de estruturas submetidas a excitações sísmicas. Consideram que a substituição do tradicional amortecimento viscoso pelo amortecimento por atrito pode reduzir custos e facilitar a aplicação do dispositivo em situações práticas. A eficiência do ADSA é analisada teórica e experimentalmente, sendo que os resultados demonstram que a mesma depende da magnitude da força de atrito e da amplitude da excitação.

Li, Wei-ming e Sheng-bo (2012) estudam um ADSA com pressão normal variável, proporcionada por um plano inclinado, em que um aumento da força de atrito é proporcionado conforme o deslocamento do amortecedor. O sistema proposto foi investigado sob excitação harmônica através de análise numérica conduzida com o método do *harmonic balance* e de análise experimental. Os resultados mostraram-se satisfatórios e o comportamento do dispositivo mostrou-se similar ao ADS viscoso.

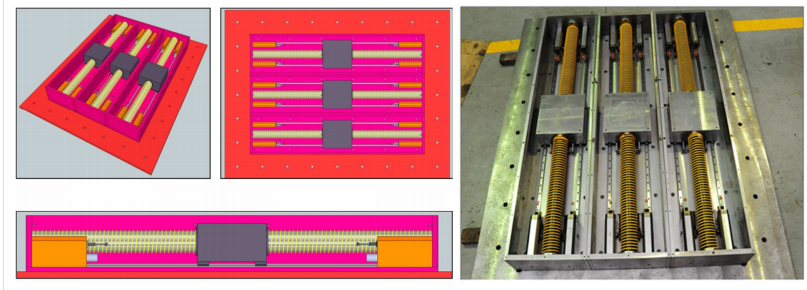
Chung et al. (2013a) investigam um ADSA pendular utilizado no controle de vibrações de estruturas altas submetidas à excitações aleatórias do tipo ruído branco devido ao vento. Molas e amortecedores (propriamente ditos) não são necessários, uma vez que as forças de restauração e de atrito são fornecidas pela superfície esférica do ADSA. A otimização do dispositivo é efetuada considerando duas abordagens, sendo uma com coeficiente de atrito constante e outra dependente do deslocamento relativo entre o amortecedor e a estrutura. Para tal um ADSA pendular é implementado em um modelo numérico do edifício Taipei 101. Constatou-se que a performance do ADSA é menos sensível à amplitude da excitação quando o coeficiente de atrito é considerado dependente do deslocamento relativo entre o amortecedor e a estrutura e em ambas as abordagens foi verificado que a performance do ADSA

é muito mais sensível à razão de frequência (entre o atenuador e a estrutura) do que aos parâmetros de coeficiente de atrito.

Barbosa e Ramadhan (2014) avaliam o comportamento de um edifício com 72 andares submetido a excitações sísmicas reais. MADsAs pendulares foram adicionados a estrutura com o intuito de controlar deslocamentos excessivos e diminuir o esforço de cisalhamento na base. Para tal, duas alternativas foram exploradas, sendo que uma considera um único ADSA localizado no topo do edifício e outra dois ADSAs, sendo um no topo e o outro no nível médio do edifício. Utilizando um modelo de elementos finitos não linear do amortecedor, estudos paramétricos foram conduzidos para compreender a influência dos parâmetros dos amortecedores na resposta da estrutura. Os resultados mostraram que a primeira alternativa reduziu significativamente o deslocamento relativo entre os pavimentos e o cisalhamento na base enquanto que a inclusão do outro ADSA, além de apresentar pequena melhora nessas respostas, também reduz a aceleração absoluta dos pavimentos.

C. Lin, L. Lin e Lung (2014) desenvolveram um protótipo (Figura 4) de um sistema com três ADSAs dispostos em paralelo para o controle de vibrações em edifícios altos. O amortecimento provém do atrito entre os blocos deslizantes e os trilhos. Uma série de testes em uma plataforma vibratória que simula excitações sísmicas foi efetuada para identificar as propriedades dinâmicas do dispositivo, o ruído gerado e um mecanismo de travamento. O comportamento do protótipo foi verificado satisfatoriamente via integração numérica das equações de movimento, para excitações harmônicas e para o registro sísmico do El Centro (1940). Para verificar a eficiência do sistema, também foi avaliado numericamente o comportamento de um edifício com 38 pavimentos.

Figura 4 – Protótipo de ADSA desenvolvido por C. Lin, L. Lin e Lung.



Fonte: C. LIN, L. LIN e LUNG (2014).

Pisal e Jangid (2014) investigam o desempenho de MADsAs na redução da resposta de uma estrutura com cinco graus de liberdade,

comparando-o com o desempenho de um único ADSA. A resposta do sistema sob quatro registros sísmicos reais foi avaliada resolvendo-se as equações de equilíbrio numericamente usando a representação de espaço de estado, por meio de uma abordagem que representa a força de atrito usando um modelo histerético. Um estudo paramétrico foi conduzido para investigar os efeitos da quantidade de ADSAs e seus parâmetros e foi constatado que para um dado sistema estrutural e nível de excitação existe um valor ótimo de parâmetros em que o deslocamento máximo da estrutura atinge um valor mínimo. Também foi observado que o uso de MADSA é mais eficiente no controle da resposta da estrutura, em comparação com o uso de um único.

Nasr, Mrad e Nasri (2015) avaliam a influência dos parâmetros de um ADSA, com e sem amortecimento viscoso, na resposta de um sistema de um grau de liberdade submetido a excitações harmônicas através de otimização paramétrica. A linearização da força de atrito é efetuada substituindo o amortecimento por atrito pelo viscoso, considerando que a energia dissipada pelo amortecimento viscoso equivale à dissipada por atrito. O ADSA mostrou-se eficiente na redução da vibração do sistema, sendo que o aumento do atrito é favorável, até certo ponto. A linearização mostrou-se condizente com a análise não linear no domínio do tempo, sendo válida somente quando há movimento relativo entre o absorvedor e o sistema primário.

Embora os ADSs tenham sido introduzido no início do século XX, o estudo do seu comportamento sob excitações sísmicas permanece como um importante tópico de pesquisa (GIULIANO, 2013). Nesse contexto, e considerando que poucos são os trabalhos que avaliam um comportamento não linear desse sistema dissipativo, o qual também pode ser eficiente no controle de vibrações oriundas de sismos e apresentar vantagens construtivas em relação a demais sistemas de controle, justifica-se esse trabalho, que considera a otimização de MADSA.

3 METODOLOGIA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo serão apresentadas as metodologias e as formulações dos problemas utilizadas no desenvolvimento deste trabalho, as quais contemplam os procedimentos utilizados na determinação da resposta dinâmica de estruturas controladas com MADSA's (seções 3.1 e 3.2) e os estudos de otimização por meio das abordagens estocástica convencional (minimização de deslocamentos) e robusta baseada em confiabilidade (probabilidade de falha), bem como o processo de otimização implementado (seção 3.3). Para maiores detalhes consultar Lutes e Sarkani (2004), Fadel Miguel et al. (2016) e as referências destes trabalhos.

3.1 ANÁLISE NÃO LINEAR NO DOMÍNIO DO TEMPO

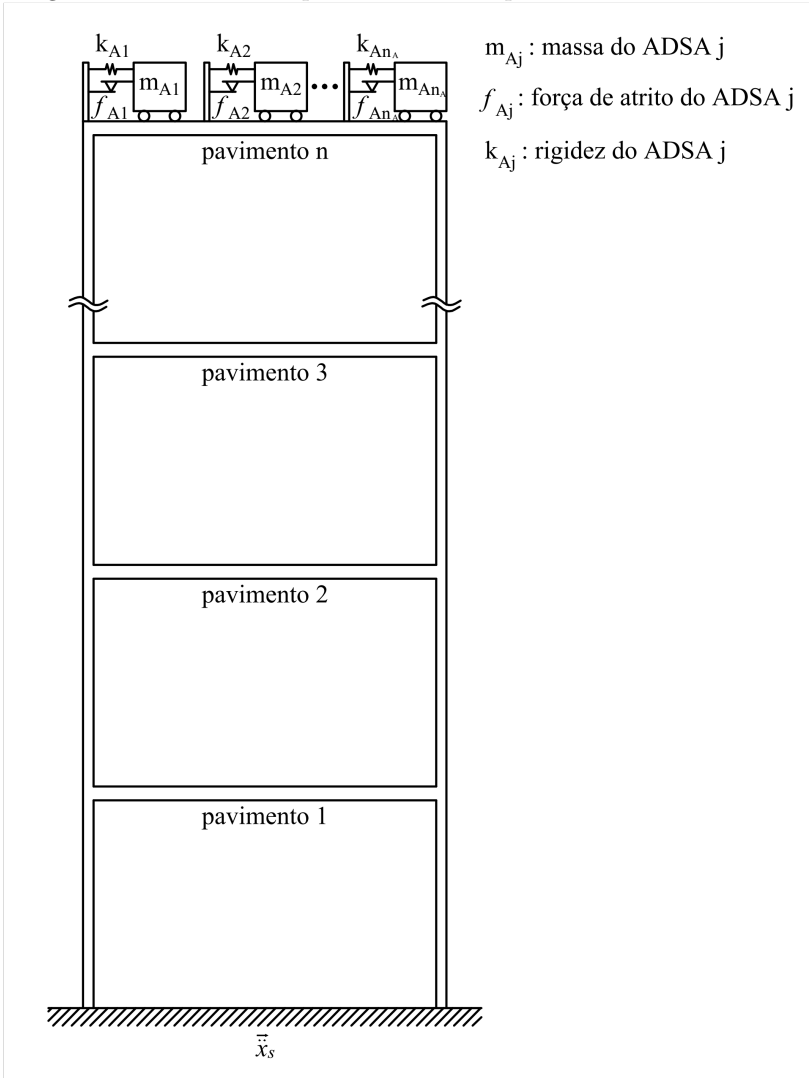
A equação diferencial não linear que governa o movimento de um sistema composto por uma estrutura com n_E graus de liberdade equipada com n_A ADSAs arranjados em paralelo no último pavimento, submetida à excitação sísmica, representada pela aceleração do solo $\vec{x}_s(t)$ (vetor de dimensões $d \times 1$, em que d é a quantidade de direções do movimento do solo), pode ser escrita como

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) + \vec{F}_A(t) = \mathbf{M}\mathbf{\Gamma}\vec{x}_s(t), \quad (3.1)$$

em que $\vec{x}(t)$, $\dot{\vec{x}}(t)$ e $\ddot{\vec{x}}(t)$ representam, conforme a ordem, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração generalizados do sistema relativos à base, de dimensões $(n_E + dn_A) \times 1$. \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento viscoso e rigidez do sistema, de dimensões $(n_E + dn_A) \times (n_E + dn_A)$. $\mathbf{\Gamma}$ é a matriz $(n_E + dn_A) \times d$ com os coeficientes de influência do movimento do solo, que consistem nos cossenos diretores dos ângulos entre esse movimento e a direção de movimento de cada grau de liberdade do sistema. $\vec{F}_A(t)$ é a força de atrito entre o último pavimento n da estrutura e os ADSAs, um vetor $(n_E + dn_A) \times 1$.

Sem perda de generalidade da metodologia proposta, o movimento do solo é considerado unidirecional (Figura 5) e, portanto, tem-se que $d = 1$ e que o vetor $\vec{x}_s(t)$ simplifica-se a um escalar. Conseqüentemente, as matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são expressas pelas Equações 3.2, 3.3 e 3.4 a seguir, com $\mathbf{M}_A = \text{diag}[m_{A1}, m_{A2}, \dots, m_{A_{n_A}}]$. \mathbf{M}_E , \mathbf{C}_E e \mathbf{K}_E são as submatrizes da estrutura e $\mathbf{0}$ é a matriz nula.

Figura 5 – Estrutura esquemática com n pavimentos e n_A ADSAs.



Fonte: Acervo próprio.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_E & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_A \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_E & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_E + \sum_{j=1}^{n_A} k_{Aj} & -k_{A1} & -k_{A2} & \cdots & -k_{An_A} \\ -k_{A1} & k_{A1} & 0 & \cdots & 0 \\ -k_{A2} & 0 & k_{A2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_{An_A} & 0 & 0 & \cdots & k_{An_A} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Por conveniência, inicialmente, define-se pela Equação 3.5, o vetor de deslocamento generalizado relativo do sistema $\vec{y}(t)$, em que \mathbf{T} é uma matriz quadrada composta por elementos 0, -1 e 1, auxiliar na determinação da relação entre deslocamentos, velocidades e acelerações relativas. Analogamente, obtém-se os vetores de velocidade, $\dot{\vec{y}}(t)$, e aceleração, $\ddot{\vec{y}}(t)$, relativos. Os primeiros n_E elementos desses vetores indicam grandezas relativas entre pavimentos adjacentes enquanto que os demais referem-se a grandezas relativas entre os atenuadores e o pavimento n (extremidades de cada ADSA).

$$\vec{y}(t) = \mathbf{T} \vec{x}(t) \quad (3.5)$$

Assim, a força de atrito de Coulomb, desenvolvida na interface do j -ésimo ADSA com o último pavimento, é expressa pela equação

$$F_{Aj}(t) = \mu_j m_{Aj} g \operatorname{sgn}[\dot{x}_{Aj}(t) - \dot{x}_{n_E}(t)] = f_{Aj} \operatorname{sgn}[\dot{y}_{Aj/n_E}(t)], \quad (3.6)$$

em que μ_j é o coeficiente de atrito dinâmico (suposto constante e igual ao estático), m_{Aj} é a massa do j -ésimo ADSA, g é a aceleração gravitacional, f_{Aj} é a magnitude constante dessa força, $\operatorname{sgn}[\cdot]$ é a função sinal, apresentada na Equação 3.7 a seguir, e $\dot{y}_{Aj/n_E}(t)$ é a velocidade relativa horizontal entre o j -ésimo ADSA e o último pavimento.

$$\operatorname{sgn}[\dot{y}_{Aj/n_E}(t)] = \begin{cases} +1 & \text{se } \dot{y}_{Aj/n_E}(t) > 0 \\ 0 & \text{se } \dot{y}_{Aj/n_E}(t) = 0 \\ -1 & \text{se } \dot{y}_{Aj/n_E}(t) < 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Nota-se pelas Equações 3.6 e 3.7 que o sentido da força de atrito depende do sentido da velocidade relativa entre o atenuador e o último pavimento da estrutura, sendo oposto à essa velocidade. A natureza do problema dinâmico estudado é caracterizada por mudanças frequentes no sentido dessa velocidade relativa de deslizamento, que aliada ao complexo movimento de aderência-deslizamento, resulta em muitas

descontinuidades na força de atrito, caracterizando o comportamento não linear do sistema e dificultando ainda mais a sua análise.

Destaca-se também que a Equação 3.6 é válida somente quando há movimento de deslizamento entre o atenuador e a estrutura. Quando há aderência, a força de atrito é indefinida e sua magnitude é menor que f_{Aj} . A transição entre esses dois comportamentos se dá quando a velocidade relativa é nula, sendo que não é possível a identificação exata desse limite numericamente. Portanto, a cada instante de tempo, além da verificação do sinal da velocidade relativa (para que se possa determinar a força de atrito), é necessário verificar se há movimento ou não entre o atenuador e a estrutura (através da comparação do equilíbrio de forças no atenuador com a magnitude da força de atrito). Não obstante, se muitos amortecedores forem considerados, esse processo torna-se computacionalmente dispendioso, o que não é desejado, ainda mais se inserido em um problema de otimização.

Nesse contexto, muitos autores desenvolveram modelos alternativos para representar a força de atrito de Coulomb, dos quais destaca-se o modelo de Mostaghel e Davis (1997), que propõe a substituição da força de atrito descontínua por funções contínuas, eliminando a necessidade da verificação do efeito aderência-deslizamento e suas transições. Tal abordagem foi analisada anteriormente por alguns pesquisadores para a representação de outro sistema de controle passivo, os amortecedores por atrito (Curadelli, Miguel e Riera (2003), Li, Li e Song (2007), Miguel, Fadel Miguel e Lopez (2014), entre outros), e foi adotada no presente trabalho que considera MADSA's.

De acordo com Mostaghel e Davis (1997), a função sinal, expressa pela Equação 3.7, e por consequência a força de atrito de Coulomb, pode ser representada pelas funções contínuas apresentadas nas Equações 3.8, entre outras.

$$f_1[\alpha_1, \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] = erf[\alpha_1 \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] \quad (3.8a)$$

$$f_2[\alpha_2, \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] = tanh[\alpha_2 \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] \quad (3.8b)$$

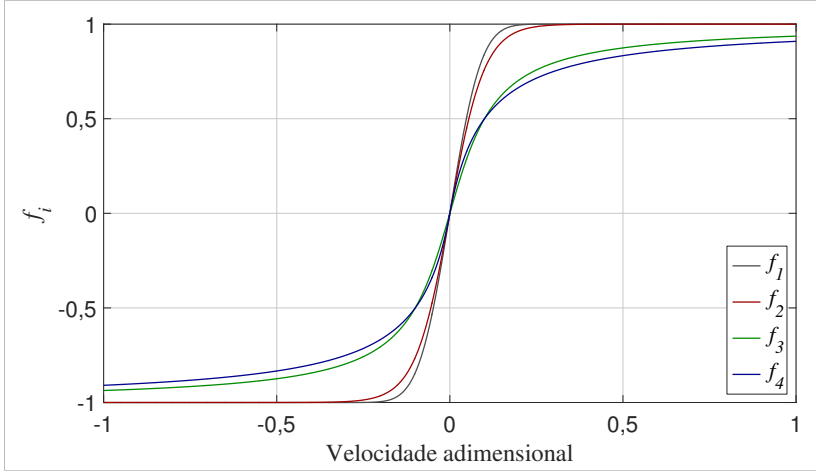
$$f_3[\alpha_3, \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] = (2/\pi) arctan[\alpha_3 \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] \quad (3.8c)$$

$$f_4[\alpha_4, \dot{y}_{Aj/n_E}(t)] = \alpha_4 \dot{y}_{Aj/n_E}(t) / (1 + \alpha_4 |\dot{y}_{Aj/n_E}(t)|) \quad (3.8d)$$

Nessas expressões, $erf[.]$, $tanh[.]$ e $arctan[.]$ são, respectivamente, as funções erro, tangente hiperbólica e arco tangente. O fator α_i é uma constante positiva que controla o nível de precisão das Equações 3.8 na

representação da força de atrito. Para fins de ilustração, essas quatro funções são apresentadas na Figura 6, para $\alpha_i = 10$.

Figura 6 – Representações das funções de Mostaghel e Davis.



Fonte: Acervo próprio.

A representação proposta adotada no presente trabalho para a consideração da força de atrito foi a dada pela Equação 3.8b, com $\alpha_2 = 1000$, conforme sugerido por Mostaghel e Davis (1997). A precisão dessa representação foi verificada por meio da comparação da resposta dinâmica obtida numericamente, a partir da referida equação, com a solução analítica exata para um sistema de um grau de liberdade sob excitação harmônica. Dadas essas premissas e considerando o equilíbrio de forças do sistema apresentado na Figura 5, o vetor $\vec{F}_A(t)$, da Equação 3.1, que representa a força de atrito desenvolvida entre as superfícies dos MADSA e do último pavimento, é expresso pela Equação 3.9 a seguir, com $F_{A_j}(t)$ obtido pela Equação 3.6 e reescrito conforme a Equação 3.8b.

$$\vec{F}_A(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -\sum_{j=1}^{n_A} F_{A_j}(t)_{n_E} \\ F_{A1}(t) \\ F_{A2}(t) \\ \vdots \\ F_{A_{n_A}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -\sum_{j=1}^{n_A} f_{A_j} \tanh[\alpha_2 \dot{y}_{A_j/n_E}(t)] \\ f_{A1} \tanh[\alpha_2 \dot{y}_{A1/n_E}(t)] \\ f_{A2} \tanh[\alpha_2 \dot{y}_{A2/n_E}(t)] \\ \vdots \\ f_{A_{n_A}} \tanh[\alpha_2 \dot{y}_{A_{n_A}/n_E}(t)] \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Se observa que, para o último pavimento (grau de liberdade n_E), é considerada a contribuição de todos os possíveis atenuadores localizados no mesmo. Para a completa definição da equação de equilíbrio, é necessário também discorrer sobre a excitação sísmica.

Basicamente, os tipos de carregamentos dinâmicos podem ser classificados em determinísticos e não determinísticos, conforme seja possível ou não prever a força gerada pelo mesmo em um instante qualquer, respectivamente. Sabe-se que excitações geradas por terremotos são inerentemente aleatórias, o que dificulta a análise da resposta de sistemas estruturais submetidos a sismos, principalmente considerando que uma análise ideal desse problema deva ser fundamentada nas características do local onde o sistema será instalado, tais como as condições do mesmo, propriedades dos materiais que compõem a estrutura natural sob a edificação, sistemas de falhas geológicas na vizinhança, natureza do processo de ruptura dessas falhas, entre outros. No entanto há uma grande lacuna nessas informações que, associada a complexidade do problema, torna essa abordagem praticamente inexecutável.

De acordo com Clough e Penzien (2003), dois tipos de ondas podem ser identificados nos movimentos de terremoto que são propagados profundamente em relação à superfície do solo: ondas P (primárias), nas quais as partículas se movem ao longo da propagação da onda, induzindo uma alternância entre deformações de tração e de compressão, e ondas S (secundárias), nas quais as partículas se movem em uma direção perpendicular ao caminho de propagação da onda, induzindo deformações de cisalhamento. Quando a energia de vibração se propaga próximo da superfície, podem ser identificados outros dois tipos de ondas, mais lentas que as ondas P e S , conhecidas como ondas de *Rayleigh* e de *Love*. As ondas de superfície de *Rayleigh* são ondas de tração-compressão semelhantes às ondas P . Da mesma forma, as ondas de superfície de *Love* são ondas de cisalhamento, semelhantes às ondas S .

Como alternativa para representação de terremotos em problemas de engenharia, de acordo com Papparizos (1986), processos estocásticos podem ser aplicados a fim de definir modelos apropriados para a representação da excitação sísmica. Assim, a partir desses processos, geram-se acelerogramas artificiais. Um processo estocástico pode ser estacionário ou não estacionário, conforme suas propriedades estatísticas não variam ou variam ao longo do tempo, respectivamente (LUTES; SARKANI, 2004). Registros sísmicos reais exibem variação de intensidade e de conteúdo de frequência com o tempo (devido à diferenças do tempo de chegada à superfície das ondas supracitadas, que propagam-se a dife-

rentes velocidades na crosta terrestre), o que caracteriza as excitações sísmicas como processos não estacionários (CONTE; PENG, 1996; BECK; KOUGIOUMTZOGLOU; SANTOS, 2014).

Todavia, sem limitar a aplicabilidade da metodologia apresentada, que pode ser convenientemente adaptada, negligencia-se a evolução do conteúdo de frequência com o tempo e adota-se no presente estudo a modelagem da excitação por meio de um processo estocástico estacionário, caracterizado por uma função densidade espectral de potência. Para mais detalhes sobre a geração de processos não estacionários para representação de excitações sísmicas, bem como com espectro compatível com respostas prescritas (conforme recomendam alguns códigos internacionais), podem ser consultados Cacciola e Deodatis (2011), Sarkar, Gupta e George (2016), Li et al. (2017), Bosse (2017), entre outros.

Nesse contexto, e com o propósito de avaliar a resposta dinâmica de estruturas com MADSA, assume-se a excitação sísmica $\vec{x}_s(t)$ simulada como um processo estocástico estacionário Gaussiano com média zero com densidade espectral constante S_0 (ruído branco, $\vec{x}_0(t)$) filtrado pelo modelo semi-empírico de Kanai-Tajimi (Kanai (1961), Tajimi (1960)), usualmente utilizado na representação do conteúdo de frequência de excitações sísmicas, com densidade espectral de potência dada por

$$S(\omega) = S_0 \left[\frac{\omega_f^4 + 4\omega_f^2 \xi_f^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_f^2)^2 + 4\omega_f^2 \xi_f^2 \omega^2} \right], \quad (3.10)$$

em que ξ_f e ω_f representam, respectivamente, a razão de amortecimento e a frequência natural do filtro (parâmetros associados ao solo local), sendo ω a frequência angular.

Assim, gera-se o sinal temporal aleatório conforme acima descrito, cuja essência consiste na representação do processo por uma série de cossenos com fases aleatórias, a partir da expressão a seguir proposta por Shinozuka e Jan (1972)

$$\vec{x}_s(t) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2S(\omega_i)\Delta\omega} \cos(\omega_i t + \phi_i), \quad (3.11)$$

em que $\omega_i = i\Delta\omega$, $\Delta\omega = \omega_l/N$, sendo ω_l o valor limite da frequência, N um número positivo suficientemente grande que representa o número de intervalos da banda de frequências e ϕ_i uma variável aleatória com função densidade de probabilidade uniforme entre 0 e 2π .

Deve ser notado que a cada geração do sinal (e conseqüentemente a cada resposta $\vec{x}(t)$), uma amostra aleatória diferente é obtida e então

há infinitas realizações possíveis, caracterizando o processo estocástico. Considerando que o objetivo da instalação de atenuadores é promover o controle estrutural, um critério direto para a avaliação da eficiência de MADSA's é a sua capacidade de reduzir o valor quadrático médio do deslocamento horizontal da estrutura, o qual, no presente caso, é considerado equivalente à variância desse deslocamento, dado que a respectiva média é aproximadamente nula. Para isso, diversos sinais devem ser gerados até que se atinja a convergência da variância do deslocamento.

Por fim, para a determinação da resposta dinâmica de estruturas com MADSA's, uma rotina computacional foi desenvolvida em Matlab, a qual considera a resolução numérica da Equação 3.1. O código implementado considera o uso do método de integração implícito de Newmark (1959), que é um método direto de integração da equação de movimento no domínio do tempo. É necessário um procedimento iterativo em cada etapa de tempo para a determinação da força de atrito.

3.2 ANÁLISE VIA LINEARIZAÇÃO ESTATÍSTICA POR ESPAÇO DE ESTADO

Equações diferenciais estocásticas não lineares, como a Equação 3.1 de equilíbrio abordada na presente pesquisa, são mais complicadas de serem resolvidas e exigem maior esforço computacional que as lineares. Situação similar também ocorre na teoria vibratória determinística, em que há uma teoria linear bem estabelecida, não havendo correspondente tratamento genérico para problemas não lineares. Ainda assim, diversas abordagens que envolvam a solução de problemas estocásticos não lineares no campo da dinâmica estrutural são encontradas na literatura, das quais destacam-se as técnicas de linearização estatística, sendo o trabalho de Caughey (1963) um dos precursores. Essas técnicas consistem, de modo sucinto, na substituição de um conjunto de equações diferenciais não lineares que governam algum sistema dinâmico estocástico por um conjunto equivalente de equações lineares, considerando a minimização de algum critério específico. A metodologia relativa à linearização aqui apresentada foi desenvolvida com base em Caughey (1963) e Roberts e Spanos (1990), sendo convenientemente adaptada para o problema de controle estudado.

Nesse contexto, propõe-se a substituição dos termos não lineares da Equação 3.1 por termos viscosos lineares equivalentes, mantendo

a premissa de que a excitação e a resposta são processos estocásticos estacionários. Logo, obtém-se a seguinte equação diferencial linear equivalente

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{EQ})\dot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) = \mathbf{M}\Gamma\ddot{\vec{x}}_s(t), \quad (3.12)$$

em que o termo $\vec{F}_A(t)$ foi substituído pelo termo $\mathbf{C}_{EQ}\dot{\vec{x}}(t)$, do qual \mathbf{C}_{EQ} representa a matriz de amortecimento viscoso equivalente referente aos atenuadores, a qual precisa ser determinada concomitantemente com a resposta do sistema equivalente, para dado conjunto de magnitudes de força de atrito f_{Aj} .

Assim, para a determinação da matriz \mathbf{C}_{EQ} , define-se inicialmente, a partir da Equação 3.13, o vetor $\vec{\varepsilon}$, que representa a diferença entre o sistema real e o seu respectivo equivalente linear,

$$\vec{\varepsilon} = \mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t) + \vec{F}_A(t) - [\mathbf{M}\ddot{\vec{x}}(t) + (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{EQ})\dot{\vec{x}}(t) + \mathbf{K}\vec{x}(t)], \quad (3.13)$$

o qual desenvolvido fornece a Equação 3.14 a seguir.

$$\vec{\varepsilon} = \vec{F}_A(t) - \mathbf{C}_{EQ}\dot{\vec{x}}(t) \quad (3.14)$$

De acordo com essas formulações, a matriz \mathbf{C}_{EQ} depende de $\vec{x}(t)$. Se \mathbf{C}_{EQ} é determinada para algum $\vec{x}(t)$ que seja solução da Equação 3.12, é razoável supor que essa solução também seja uma boa aproximação para a solução do problema não linear governado pela Equação 3.1. No entanto, como a solução do sistema linear equivalente depende de \mathbf{C}_{EQ} , desenvolve-se um esquema cíclico entre essa matriz e $\vec{x}(t)$, o qual possibilita a resolução do sistema linear.

Após, conforme mencionado, é necessário estabelecer um critério de minimização do vetor $\vec{\varepsilon}$ com o objetivo de determinar a matriz \mathbf{C}_{EQ} do sistema linear equivalente, que será baseado em uma norma adequada dessa diferença, sendo aqui considerado, como medida de $\vec{\varepsilon}$, o quadrado da norma euclidiana $\|\vec{\varepsilon}\|_2$, dado por

$$\|\vec{\varepsilon}\|_2^2 = \vec{\varepsilon}'\vec{\varepsilon}, \quad (3.15)$$

em que o sobrescrito ' indica transposição, sendo adotado como critério de minimização de $\vec{\varepsilon}$ a Equação 3.16,

$$E[\vec{\varepsilon}'\vec{\varepsilon}] = \text{mínimo}, \quad (3.16)$$

na qual $E[.]$ é o operador valor esperado.

Logo, a condição necessária para que a Equação 3.16 seja verificada é dada pela Equação 3.17 a seguir, em que $c_{e,ij}$ são todos os (i,j) elementos da matriz \mathbf{C}_{EQ} .

$$\frac{\partial E[\vec{\varepsilon}' \vec{\varepsilon}]}{\partial c_{e,ij}} = 0 \quad (3.17)$$

É importante observar que devido à propriedade de linearidade do operador valor esperado, as Equações 3.16 e 3.17 podem ser reescritas, para todo termo ε_i^2 do somatório resultante de $\vec{\varepsilon}' \vec{\varepsilon}$, pelas Equações 3.18 e 3.19 a seguir, respectivamente.

$$E[\varepsilon_i^2] = \text{mínimo} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial E[\varepsilon_i^2]}{\partial c_{e,ij}} = 0 \quad (3.19)$$

Com isso, a matriz \mathbf{C}_{EQ} é obtida a partir da resolução da Equação 3.19, sendo que essa matriz depende dos parâmetros de $\vec{x}(t)$, tais como seus momentos estatísticos, os quais devem ser obtidos por meio da resolução do sistema linear equivalente (Equação 3.12), em função da própria matriz \mathbf{C}_{EQ} , caracterizando explicitamente o processo cíclico citado.

Então, a primeira etapa do procedimento de linearização estatística é substituir a Equação 3.1 (não linear) pela Equação 3.12 (linear equivalente), considerando as Equações 3.2, 3.3, 3.4 e 3.9 (nesse caso com $F_{Aj}(t)$ dado pela equação 3.6, pois essa metodologia de linearização estatística apresentada é válida somente quando há deslizamento). A matriz \mathbf{C}_{EQ} é obtida analogamente a matriz \mathbf{K} (Equação 3.4), substituindo \mathbf{K}_E por $\mathbf{0}$ e k_{Aj} por c_{Aj} , para $j = 1 \dots n_A$, sendo c_{Aj} o amortecimento viscoso equivalente do atenuador j .

Aplicando as Equações 3.14 e 3.19, obtém-se, após certo desenvolvimento matemático, para cada atenuador j , a Equação 3.20 a seguir.

$$\frac{\partial E[[f_{Aj} \text{sgn}[\dot{y}_{Aj/n_E}(t)] - c_{Aj} \dot{y}_{Aj/n_E}(t)]^2]}{\partial c_{Aj}} = 0 \quad (3.20)$$

A Equação 3.20 mostra que cada elemento não linear é linearizado individualmente, pois a força de atrito (que fornece ao sistema o comportamento não linear) depende apenas da velocidade relativa

entre o atenuador e o último pavimento, e leva a, para um processo estocástico estacionário Gaussiano com média nula,

$$c_{Aj} = \frac{f_{Aj} E[\dot{y}_{Aj/n_E}(t) \operatorname{sgn}[\dot{y}_{Aj/n_E}(t)]]}{\sigma_{\dot{y}_{Aj/n_E}}^2} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{f_{Aj}}{\sigma_{\dot{y}_{Aj/n_E}}}, \quad (3.21)$$

em que $\sigma_{\dot{y}_{Aj/n_E}}^2 = E[\dot{y}_{Aj/n_E}(t)^2]$ é o valor quadrático médio de \dot{y}_{Aj/n_E} , sendo $\sigma_{\dot{y}_{Aj/n_E}}$ o desvio padrão dessa velocidade relativa, pois assume-se que \dot{y}_{Aj/n_E} tem média nula.

O valor de $\sigma_{\dot{y}_{Aj/n_E}}$ pode ser obtido de várias maneiras a partir da resolução da Equação 3.12, para um dado conjunto f_{Aj} , sendo nessa pesquisa adotada a abordagem de espaço de estado, apresentada a seguir.

A Equação 3.12 pode ser representada na forma de equação de estado. Reescrevendo-a, considerando $\vec{x}_s(t)$ simulado como um processo estocástico estacionário Gaussiano com média zero com densidade espectral constante S_0 filtrado pelo modelo semi-empírico de Kanai-Tajimi (Kanai (1961), Tajimi (1960)), conforme descrito na seção 3.1, chega-se ao seguinte sistema de equações diferenciais de primeira ordem

$$\dot{\vec{z}}(t) = \mathbf{S} \vec{z}(t) + \vec{e}(t), \quad (3.22)$$

no qual $\vec{z}(t)$ é o vetor de estado,

$$\vec{z}(t) = [\vec{x}(t) \quad x_f(t) \quad \dot{\vec{x}}(t) \quad \dot{x}_f(t)]', \quad (3.23)$$

com $x_f(t)$ e $\dot{x}_f(t)$ representando o deslocamento e a velocidade do filtro, respectivamente. \mathbf{S} é a matriz de estado do sistema,

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{S}_K & \mathbf{S}_C \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

sendo \mathbf{I} a matriz identidade, \mathbf{S}_K e \mathbf{S}_C submatrizes dadas por

$$\mathbf{S}_K = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & & \Gamma\omega_f^2 \\ \hline 0 & \cdots & 0 & -\omega_f^2 \end{array} \right], \quad (3.25)$$

$$\mathbf{S}_C = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & \\ & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C} + \mathbf{C}_{EQ}) & & \mathbf{\Gamma}2\xi_f\omega_f \\ \hline 0 & \dots & 0 & -2\xi_f\omega_f \end{array} \right], \quad (3.26)$$

em que o sobrescrito $^{-1}$ indica matriz inversa, e $\vec{e}(t)$ é o vetor da excitação,

$$\vec{e}(t) = [\mathbf{0}_{1 \times (n_E+n_A)} \quad 0 \quad \mathbf{0}_{1 \times (n_E+n_A)} \quad -\ddot{x}_0(t)]'. \quad (3.27)$$

Definindo \mathbf{C}_{ZZ} como a matriz de covariância de $\vec{z}(t)$, em que $C_{zz,ij} = E[z_i, z_j]$, pode-se mostrar, para um processo estocástico Gaussiano com média zero, que a seguinte equação diferencial é satisfeita (LUTES; SARKANI, 2004)

$$\dot{\mathbf{C}}_{ZZ} = \mathbf{S}\mathbf{C}_{ZZ} + \mathbf{C}_{ZZ}\mathbf{S}' + \mathbf{B}, \quad (3.28)$$

na qual \mathbf{B} é a matriz de covariância entre os vetores de estado e da excitação, com todos os elementos nulos, exceto o último, dado por $B_{2(n_E+n_A)+2, 2(n_E+n_A)+2} = 2\pi S_0$. Como a excitação é estacionária, $\dot{\mathbf{C}}_{ZZ} = 0$, e logo a Equação 3.28 pode ser reescrita como

$$\mathbf{S}\mathbf{C}_{ZZ} + \mathbf{C}_{ZZ}\mathbf{S}' + \mathbf{B} = 0, \quad (3.29)$$

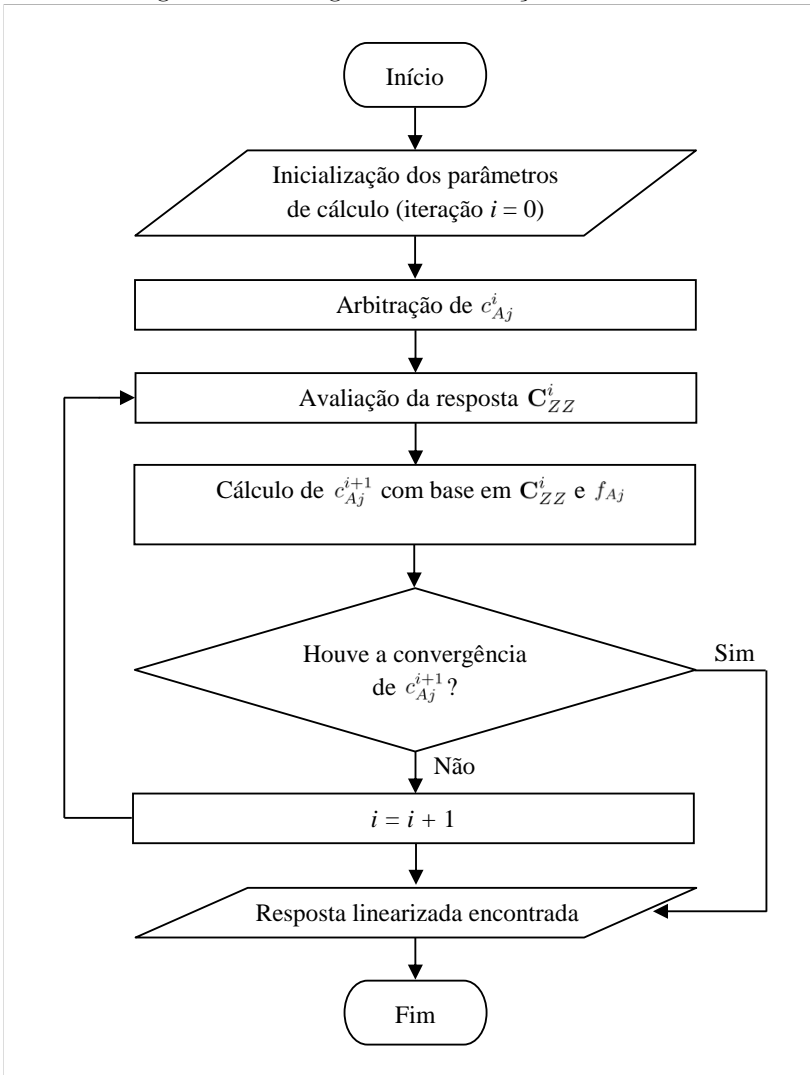
conhecida como equação matricial de Lyapunov. Assim, a resolução da Equação 3.29 fornece a matriz de covariância \mathbf{C}_{ZZ} , que define a estatística da resposta linear. Com isso, extraindo de \mathbf{C}_{ZZ} a matriz quadrada $\mathbf{C}_{\dot{x}}$, que representa a matriz de covariância de velocidades do sistema ($\vec{x}(t)$) em relação à base, obtém-se as variâncias relativas dessas velocidades, necessárias ao cálculo do coeficiente de amortecimento equivalente (Equação 3.21), a partir da Equação 3.30 a seguir.

$$\begin{bmatrix} E[\dot{y}_{1/base}(t)^2] \\ E[\dot{y}_{2/1}(t)^2] \\ \vdots \\ E[\dot{y}_{n_E/n_E-1}(t)^2] \\ E[\dot{y}_{A1/n_E}(t)^2] \\ E[\dot{y}_{A2/n_E}(t)^2] \\ \vdots \\ E[\dot{y}_{A_{n_A}/n_E}(t)^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{\dot{y}_{1/base}}^2 \\ \sigma_{\dot{y}_{2/1}}^2 \\ \vdots \\ \sigma_{\dot{y}_{n_E/n_E-1}}^2 \\ \sigma_{\dot{y}_{A1/n_E}}^2 \\ \sigma_{\dot{y}_{A2/n_E}}^2 \\ \vdots \\ \sigma_{\dot{y}_{A_{n_A}/n_E}}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{TC}_{\dot{\mathbf{x}}}\mathbf{T}' \quad (3.30)$$

Logo, como o parâmetro c_{A_j} pertence a matriz \mathbf{S} , necessária ao cálculo da resposta (Equação 3.29), e depende da estatística dessa mesma resposta (Equação 3.21), é necessário um procedimento iterativo para a determinação de c_{A_j} e de \mathbf{C}_{ZZ} . Para iniciar o processo de cálculo de \mathbf{C}_{ZZ} , pode-se adotar inicialmente $c_{A_j} = 0$, calcular a resposta (\mathbf{C}_{ZZ}), atualizar c_{A_j} para um dado conjunto f_{A_j} com base nessa resposta obtida, e assim sucessivamente até a convergência ser atingida. Com esse procedimento, a resposta do sistema com MADSA linearizados é obtida em termos das variâncias do deslocamento da estrutura (Figura 7).

É necessário enfatizar, de acordo com Lutes e Sarkani (2004), que o conceito de equivalência entre sistemas lineares e não lineares é limitado. Um sistema linear sob excitação com distribuição Gaussiana apresenta resposta com distribuição Gaussiana, o que permite a previsão de diversos valores de probabilidade da resposta com base apenas no conhecimento da média e da variância da resposta, o que não se observa para sistemas não lineares (a distribuição não é Gaussiana e há outras estatísticas que não são as mesmas para ambos os sistemas). Então, mesmo que a linearização estatística forneça boas aproximações da média e da variância da resposta de um sistema não linear, informações adicionais podem ser necessárias para o cálculo preciso da probabilidade de algum evento raro. Assim, deve-se atentar às limitações de qualquer linearização e não tirar conclusões com base em analogias inapropriadas com a resposta linear. No entanto, apesar dessas limitações, a linearização estatística pode muitas vezes fornecer aproximações muito úteis da resposta de um sistema não linear.

Figura 7 – Fluxograma: linearização estatística.



Fonte: Acervo próprio.

3.3 OTIMIZAÇÃO

A otimização é uma importante ferramenta para a tomada de decisões e para a análise de sistemas mecânicos. A formulação de um problema de otimização consiste nas etapas de elaboração do modelo de cálculo, determinação dos dados de entrada, das variáveis de projeto, do critério a ser otimizado e das restrições. Identifica-se, inicialmente, algum objetivo, o qual representa uma medida quantitativa do desempenho do sistema avaliado. Esse objetivo depende das características do modelo de cálculo do sistema, que por sua vez é dependente das chamadas variáveis de projeto, as quais, frequentemente, apresentam alguma restrição, delimitando o espaço de projeto. Assim, a finalidade da otimização é encontrar as variáveis que propiciam o melhor desempenho do sistema, as quais implicam em valores extremos da função objetivo, conforme o caso.

De acordo com Nocedal e Wright (1999), os problemas de otimização podem ser classificados, resumidamente, quanto à natureza das variáveis de projeto (contínuas ou discretas) e à convexidade da função objetivo (convexa ou não convexa). Já os algoritmos de otimização podem ser classificados em métodos de ordem zero, primeira ordem ou segunda ordem, conforme utilização ou não das derivadas da função objetivo, e em global ou local, quanto à convergência a extremos globais ou locais, respectivamente.

Os algoritmos de otimização podem ser classificados também em dois grandes grupos: os determinísticos e os estocásticos. Os métodos determinísticos apresentam a desvantagem de, geralmente, convergir para um mínimo local, enquanto que os métodos estocásticos, que realizam a busca global, exigem elevado custo computacional. Nesse contexto, destacam-se os métodos híbridos estocásticos/determinísticos, os quais combinam um otimizador global com um local, desenvolvidos com o intuito de aprimorar a eficiência da busca, em que o otimizador global (estocástico) apresenta a função de encontrar um ponto de partida nas vizinhanças do ótimo global para que o otimizador local (determinístico) efetue a busca local para a solução final do problema. Como os problemas estudados, apresentados nas seções 3.3.1 e 3.3.2 a seguir, são de natureza não convexa, e com a finalidade de melhorar a precisão dos resultados, optou-se pela implementação de um algoritmo de otimização híbrido, conforme descrito na seção 3.3.3.

3.3.1 Abordagem estocástica convencional: minimização de deslocamentos

Como mencionado, a instalação de atenuadores tem o intuito de promover o controle estrutural e um critério direto para avaliar a eficiência de ADSAs é a sua capacidade de reduzir o valor quadrático médio do deslocamento da estrutura. Nesse âmbito, considera-se como função objetivo o valor quadrático médio do deslocamento horizontal do último pavimento da estrutura, sendo o problema de otimização formulado em termos da minimização dessa função. Para o problema abordado nessa seção, considera-se a excitação sísmica como única fonte de incerteza.

O comportamento do ADSA é definido pelos seus parâmetros de massa, rigidez e força de atrito. Geralmente, a massa total dos ADSAs é fixada como sendo uma pequena porcentagem da massa total da estrutura, por critérios práticos, e quanto maior, tende a ser mais benéfica ao controle estrutural. Assim, a massa total dos ADSAs será fixada como uma porcentagem da massa da estrutura. Logo, as variáveis de projeto adotadas são a rigidez e a força de atrito de cada ADSA, ambas consideradas contínuas e limitadas por restrições, sendo o procedimento de otimização avaliado para quantidades pré-determinadas de atenuadores localizados no último pavimento da estrutura.

Em síntese, esse procedimento consiste na otimização da rigidez e da força de atrito de cada ADSA, k_{A_j} e f_{A_j} respectivamente, e, por conveniência, essas variáveis de projeto são agrupadas no vetor de projeto $\vec{w} = [k_{A_1}, k_{A_2}, \dots, k_{A_{n_A}}, f_{A_1}, f_{A_2}, \dots, f_{A_{n_A}}]$. Consequentemente, o problema de otimização proposto pode ser expresso por

$$\text{Encontrar} \quad \vec{w} = [k_{A_1}, k_{A_2}, \dots, k_{A_{n_A}}, f_{A_1}, f_{A_2}, \dots, f_{A_{n_A}}],$$

$$\text{Que minimiza} \quad J(\vec{w}) = E[x_{n_E}(t)^2],$$

$$\text{Sujeito a} \quad G_1 : k_{A_j}^{\min} \leq k_{A_j} \leq k_{A_j}^{\max}, \quad \forall \text{ ADSA } j,$$

$$G_2 : f_{A_j}^{\min} \leq f_{A_j} \leq f_{A_j}^{\max}, \quad \forall \text{ ADSA } j,$$

$$G_3 : \sum_{j=1}^{n_A} m_{A_j} = \theta \times m_t^E, \quad \forall \text{ ADSA } j, \quad m_{A_1} = m_{A_2} = \dots = m_{A_{n_A}},$$

(3.31)

em que $J(\vec{w})$ é a função objetivo que representa o valor quadrático médio do deslocamento do último pavimento da estrutura, G_1 , G_2 e G_3 são as restrições, sendo k_{Aj}^{min} e k_{Aj}^{max} os limites inferior e superior da constante elástica de cada ADSA, f_{Aj}^{min} e f_{Aj}^{max} os limites inferior e superior da magnitude da força de atrito de cada ADSA, θ a razão de massa entre os MADSAs e a estrutura e m_t^E a massa total da estrutura. O cálculo dos valores assumidos pela função objetivo é realizado pelos procedimentos abordados nas seções 3.1 (análise não linear no domínio do tempo) e 3.2 (análise via linearização estatística por espaço de estado), para posterior comparação dos resultados.

3.3.2 Abordagem robusta baseada em confiabilidade: probabilidade de falha

O problema de otimização de MADSAs em estruturas submetidas à ação sísmica apresentado na seção 3.3.1 não considera explicitamente as incertezas inerentes ao mesmo (excitação, propriedades dos materiais, modelo de cálculo, entre outras). Na referida seção, a incerteza foi considerada parcialmente por meio do espectro de Kanai-Tajimi (KANAI, 1961; TAJIMI, 1960). Não obstante, a minimização do valor quadrático médio da resposta de um sistema controlado não corresponde necessariamente ao projeto ótimo em termos de confiabilidade, como relatado por alguns pesquisadores (PAPADIMITRIOU; KATAFYGIOTIS; AU, 1997; SCRUGGS; TAFLANIDIS; BECK, 2006; LOPEZ; FADEL MIGUEL; BECK, 2014).

Taflanidis, Beck e Angelides (2007) definem a otimização baseada em confiabilidade como a minimização da probabilidade de falha, em que a falha pode ser interpretada como a violação de algum estado limite. Caso as incertezas do modelo que descrevem o sistema estiverem incluídas no cálculo dessa probabilidade, esta última é conhecida como probabilidade robusta de falha, e a otimização correspondente, como otimização robusta baseada em confiabilidade.

Assim, pretende-se executar a otimização robusta do sistema de controle estrutural apresentado (MADSAs), com respeito às incertezas presentes na excitação e nas propriedades do sistema estrutural-atenuadores (massa, amortecimento e rigidez). O procedimento de cálculo da probabilidade de falha a seguir apresentado baseia-se, parcialmente, em Lopez, Fadel Miguel e Beck (2014) e Beck, Kougioumtzoglou e Santos (2014). Nesse sentido, parte-se da premissa que durante um evento sísmico específico com duração t_E , uma resposta específica da

estrutura, tal como o seu máximo deslocamento ou o máximo deslocamento relativo entre pavimentos, não deve exceder b , em que b é uma dada barreira associada a um nível de reposta crítico. Assume-se, para um determinado nível de barreira b , que a probabilidade de falha P_f é dada pelo modelo clássico de Poisson (MELCHERS, 1999),

$$P_f(b, t_E) = 1 - \exp(-2 \int_0^{t_E} \nu_u^+(b, t) dt), \quad (3.32)$$

em que ν_u^+ é a taxa de passagens pela barreira. Considerando a excitação estacionária e o nível de barreira b invariante no tempo, a taxa de passagens pela barreira também é constante e a integral acima se resume à $\nu_u^+(b)t_E$. Para um sistema linear excitado por um processo Gaussiano com média nula, essa taxa pode ser avaliada pela Equação 3.33 a seguir,

$$\nu_u^+(b) = \frac{\sigma_{\dot{u}}}{\sigma_u} \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_u^2}\right), \quad (3.33)$$

em que σ_u e $\sigma_{\dot{u}}$ representam o desvio padrão do deslocamento e da velocidade da resposta de determinada grandeza, conforme a barreira adotada. Modelando a ocorrência de eventos sísmicos como um processo de Poisson, considerando um tempo de vida útil da estrutura t_D , a probabilidade de falha torna-se

$$P_f(b, t_D) = \sum_{i=1}^{\infty} P_f(b, t_E|i) p_i(t_D), \quad (3.34)$$

sendo $P_f(b, t_E|i)$ a probabilidade condicional de falha, dada a ocorrência de exatos i eventos durante t_D , e $p_i(t_D)$ a probabilidade de haver exatamente i eventos, dada pela distribuição de Poisson, isto é,

$$p_i(t_D) = \frac{(\nu t_D)^i \exp(-\nu t_D)}{i!}, \quad (3.35)$$

em que ν é a taxa de ocorrência de eventos (quantidade de ocorrência de terremotos por ano). Melchers (1999) mostra que a referida probabilidade condicional de falha, assumindo independência, é dada por

$$P_f(b, t_E|i) = 1 - (1 - P_f(b, t_E))^i. \quad (3.36)$$

Como comentado na seção 3.3.1, a massa total dos ADSAs é usualmente fixada como sendo uma pequena porcentagem da massa total da estrutura. Todavia, valores elevados de massa total podem ser desnecessários, pois além de implicarem em elevadas cargas à estrutura, os ADSAs podem ocupar bastante espaço. Assim, é interessante que essa massa total não seja muito elevada, e sim suficiente para atingir determinado critério de controle de vibrações.

Nesse contexto, formula-se o problema de otimização robusta em termos da minimização da razão de massa θ de MADSAs (função objetivo) localizados no topo de uma estrutura, sujeita à excitações sísmicas, considerando também incertezas nos parâmetros do sistema e da excitação (modelados como variáveis aleatórias), de modo a atingir determinado índice de confiabilidade, obtido a partir da probabilidade de falha da estrutura (Equação 3.34). Logo, o problema de otimização robusto proposto pode ser expresso por

$$\begin{aligned}
 \text{Encontrar} \quad & \vec{w} = [m_t^A, k_{A1}, k_{A2}, \dots, k_{A_{n_A}}, f_{A1}, f_{A2}, \dots, f_{A_{n_A}}], \\
 \text{Que minimiza} \quad & J(\vec{w}) = \theta, \\
 \text{Sujeito a} \quad & G_1 : k_{A_j}^{\min} \leq k_{A_j} \leq k_{A_j}^{\max}, \quad \forall \text{ ADSA } j, \\
 & G_2 : f_{A_j}^{\min} \leq f_{A_j} \leq f_{A_j}^{\max}, \quad \forall \text{ ADSA } j, \\
 & G_3 : m_t^{A,\min} \leq m_t^A \leq m_t^{A,\max}, \quad m_{A1} = \dots = m_{A_{n_A}}, \\
 & G_4 : \beta \geq \beta^{\min},
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

em que m_t^A é a massa total dos MADSAs, $m_t^{A,\min}$ e $m_t^{A,\max}$ são os limites inferior e superior da massa total dos MADSAs, β é o índice de confiabilidade, dado por $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$, $\Phi[\cdot]$ é a função de distribuição cumulativa Gaussiana padrão e β^{\min} é o limite inferior do índice de confiabilidade. Duas situações são avaliadas quanto ao nível de barreira b : a primeira considera um deslocamento horizontal limite no topo da estrutura e a segunda considera simultaneamente um deslocamento horizontal limite no topo da estrutura e um deslocamento horizontal limite entre pavimentos. O cálculo dos desvios padrões apresentados na Equação 3.33, necessários à avaliação da probabilidade de falha,

são realizados pelo procedimento abordado na seção 3.2 (análise via linearização estatística por espaço de estado), porém agora considera-se um determinado número de amostras aleatórias das variáveis que garanta a convergência desses desvios e, conseqüentemente, do índice de confiabilidade.

3.3.3 Algoritmo híbrido *FA-NMA*

No intuito de resolver os problemas de otimização apresentados, devido a natureza não convexa das funções objetivo quando são considerados MADsAs, propõe-se a utilização de um algoritmo híbrido estocástico/determinístico composto pelos algoritmos *Firefly* (*Firefly Algorithm - FA*), parte estocástica de busca global, e *Nelder-Mead* (*Nelder-Mead Algorithm - NMA*), parte determinística de busca local, previamente estudado por Fadel Miguel et al. (2016).

Assim, antes de apresentar o algoritmo híbrido *FA-NMA* na seção 3.3.3.3, apresenta-se uma breve descrição dos algoritmos *FA* e *NMA* nas seções 3.3.3.1 e 3.3.3.2, respectivamente.

3.3.3.1 Algoritmo *Firefly* (*Firefly Algorithm - FA*)

O *FA* é um algoritmo de otimização metaheurístico inspirado na característica de bioluminescência dos vaga-lumes, desenvolvido por Yang (2009). O procedimento numérico do algoritmo baseia-se nas seguintes idealizações:

- a) a atratividade entre vaga-lumes independe de seu sexo;
- b) a atratividade decresce com a distância entre vaga-lumes e é proporcional à intensidade de seu brilho, assim, para quaisquer dois vaga-lumes, o menos brilhante move-se na direção do mais brilhante. Caso não exista um mais brilhante que o outro, o vaga-lume move-se aleatoriamente;
- c) o brilho de um vaga-lume é influenciado ou determinado pelo formato da função objetivo.

Então existem, basicamente, dois aspectos essenciais no *FA*: a variação da intensidade luminosa e a formulação da atratividade. Assumem-

se que sempre é possível que a atratividade de um vaga-lume (vetor de projeto) seja determinada pelo seu brilho, o qual por sua vez está relacionado à função objetivo. Para um problema de otimização definido em termos de minimização, a intensidade luminosa I_0 emitida por determinado vaga-lume é inversamente proporcional ao valor assumido pela função objetivo, para determinada posição \vec{w} . Para um dado meio com coeficiente de absorção de luminosidade γ , a intensidade luminosa percebida por outro vaga-lume, inversamente proporcional à distância entre eles, é dada por

$$I(r) = I_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}, \quad (3.38)$$

em que r_{ij} é a distância entre dois vagalumes i e j para dado \vec{w}_i e \vec{w}_j , respectivamente. Uma vez que a atratividade de um vaga-lume é proporcional a intensidade luminosa percebida por vaga-lumes adjacentes, define-se a atratividade Λ de um vaga-lume por

$$\Lambda(r) = \Lambda_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}, \quad (3.39)$$

sendo Λ_0 a atratividade em $r = 0$. Assim, o movimento de um vaga-lume i atraído por outro vaga-lume j , mais brilhante, é determinado por

$$\vec{w}_i = \vec{w}_i + \Lambda_0 e^{-\gamma r_{ij}^2} (\vec{w}_j - \vec{w}_i) + \alpha \vec{s} \circ \vec{\epsilon}_i, \quad (3.40)$$

em que o segundo termo é devido à atração e o terceiro é um termo aleatório, sendo α o parâmetro de randomização, \vec{s} um vetor de escala e $\vec{\epsilon}_i$ um vetor de números aleatórios, formado por elementos ($rand - 1/2$), sendo $rand$ um gerador de números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1, que permite ao algoritmo ampliar o seu campo de buscas, evitando que o mesmo fique restrito a mínimos locais. O símbolo \circ denota a multiplicação elemento por elemento (produto de Hadamard). Os limites devidos às restrições (Equações 3.31 e 3.37) são impostos de modo que não se permite a geração de amostras inviáveis. Conforme recomendação do autor do algoritmo, adota-se $\Lambda_0 = 1$, $\gamma = 1$ e $\alpha = 0,5$.

3.3.3.2 Algoritmo Nelder-Mead (*Nelder-Mead Algorithm - NMA*)

O *NMA* é um algoritmo *simplex* de otimização de ordem zero, ou seja, realiza a busca direta por meio da avaliação da função objetivo sem a necessidade do cálculo de derivadas, assim não é preciso que a função

objetivo seja diferenciável ou contínua. Foi desenvolvido por Nelder e Mead (1965) e, apesar de sua idade, ainda é um método amplamente utilizado por pesquisadores de diversos campos devido à sua robustez.

Um *simplex* em um espaço \mathbb{R}^m é um conjunto de $m + 1$ pontos que não formam um hiperplano, ou seja, é uma envoltória convexa de $m + 1$ vértices, *e.g.*, um conjunto que forma um triângulo no \mathbb{R}^2 . O algoritmo baseia-se na comparação dos valores assumidos pela função objetivo nos $m + 1$ vértices \vec{w}_i de um *simplex*, em que $m = \text{dimensão}(\vec{w}_i)$. O *simplex* inicial é construído a partir do primeiro ponto \vec{w}_0 escolhido de modo aleatório no espaço de projeto, sendo os m demais pontos obtidos por

$$\vec{w}_i = \vec{w}_0 + \lambda_i \vec{v}_i, \quad (3.41)$$

com $i = 1, \dots, m$ e em que λ_i são pequenas constantes (passos) e \vec{v}_i são versores que formam a base do espaço de busca \mathbb{R}^m . Definido os vértices, e novamente considerando um problema de otimização elaborado em termos da minimização da função objetivo, o princípio do *NMA* consiste, em cada iteração, na determinação do melhor e do pior vértice do *simplex* (que correspondem respectivamente ao mínimo e máximo valor assumido pela função objetivo) e na substituição do pior ponto por outro que forneça um valor menor para essa função.

Esse procedimento iterativo, a seguir descrito, se dá através de quatro operações básicas:

- a) reflexão;
- b) expansão;
- c) contração:
 - c.1) exterior;
 - c.2) interior;
- d) encolhimento.

Com o *simplex* inicial criado $(\vec{w}_0, \dots, \vec{w}_m)$, inicialmente, avalia-se a função objetivo em cada vértice, reordenando-os de tal modo que $J(\vec{w}_0) \leq J(\vec{w}_1) \leq \dots \leq J(\vec{w}_m)$, e calcula-se então o centroide \vec{w}_c dos m melhores vértices. Após, calcula-se o ponto de reflexão por $\vec{w}_r = \vec{w}_c + \rho(\vec{w}_c - \vec{w}_m)$, em que ρ é o parâmetro de reflexão (normalmente $\rho = 1$),

e avalia-se $J(\vec{w}_r)$, a fim de definir qual das operações mencionadas será executada:

a) Se \vec{w}_r é melhor que \vec{w}_{m-1} , porém pior que \vec{w}_0 , então o novo *simplex* é $(\vec{w}_0, \dots, \vec{w}_{m-1}, \vec{w}_r)$;

b) Se \vec{w}_r é melhor que todos os outros pontos, calcula-se o ponto de expansão por $\vec{w}_e = \vec{w}_c + \chi(\vec{w}_r - \vec{w}_c)$, em que χ é o parâmetro de expansão (normalmente $\chi = 2$). Nesse caso ainda, se \vec{w}_r melhor que \vec{w}_e , aceita-se \vec{w}_r como em (a), caso contrário aceita-se \vec{w}_e e o novo *simplex* torna-se $(\vec{w}_0, \dots, \vec{w}_{m-1}, \vec{w}_e)$;

c.1) Se \vec{w}_r é melhor que \vec{w}_m , porém pior que \vec{w}_{m-1} , calcula-se o ponto de contração exterior por $\vec{w}_{ce} = \vec{w}_c + \psi(\vec{w}_r - \vec{w}_c)$, em que ψ é o parâmetro de contração (normalmente $\psi = 1/2$). Nesse caso ainda, se \vec{w}_{ce} melhor que \vec{w}_r , aceita-se \vec{w}_{ce} e o novo *simplex* torna-se $(\vec{w}_0, \dots, \vec{w}_{m-1}, \vec{w}_{ce})$, caso contrário faz-se o encolhimento (d) do *simplex*;

c.2) Se \vec{w}_r é pior que todos os outros pontos, calcula-se o ponto de contração interior por $\vec{w}_{ci} = \vec{w}_c - \psi(\vec{w}_c - \vec{w}_m)$. Nesse caso ainda, se \vec{w}_{ci} melhor que \vec{w}_m , aceita-se \vec{w}_{ci} e o novo *simplex* torna-se $(\vec{w}_0, \dots, \vec{w}_{m-1}, \vec{w}_{ci})$, caso contrário faz-se o encolhimento (d) do *simplex*;

d) Se as alternativas anteriores falharem, procede-se com o encolhimento do *simplex* em direção ao melhor ponto, assim $\vec{w}_i = \vec{w}_0 + \kappa(\vec{w}_i - \vec{w}_0)$, para $i = 1, \dots, m$, sendo κ o parâmetro de encolhimento (normalmente $\kappa = 1/2$).

Como parâmetro de convergência do algoritmo, considera-se como critério de parada a seguinte expressão, sugerida por Nelder e Mead (1965),

$$\sqrt{\sum_{i=0}^m \frac{(J(\vec{w}_i) - \bar{J})^2}{m+1}} < \eta, \quad \text{com} \quad \bar{J} = \frac{1}{m+1} \sum_{i=0}^m J(\vec{w}_i), \quad (3.42)$$

e em que η é um pequeno escalar positivo. Assim, o algoritmo para quando os valores da função objetivo em todos os vértices do *simplex* são suficientemente próximos. Assim fica nítido que o *simplex* no algoritmo *NMA* caminha na direção de descida da função objetivo,

centrando-se em torno de um ótimo local, caracterizando o algoritmo como local. Como o algoritmo *NMA* foi desenvolvido para problemas de otimização sem restrições, os vértices do *simplex* podem sair do domínio de busca após alguma iteração. Para contornar essa situação, dado que os problemas estudados na presente pesquisa envolvem a consideração de restrições (Equações 3.31 e 3.37), faz-se

$$\begin{cases} \vec{w}_i = \vec{w}_i^{min} & \text{se } \vec{w}_i < \vec{w}_i^{min} \\ \vec{w}_i = \vec{w}_i^{max} & \text{se } \vec{w}_i > \vec{w}_i^{max}. \end{cases} \quad (3.43)$$

Deve-se mencionar que nessa pesquisa o ponto inicial do *simplex*, \vec{w}_0 , é fornecido pelo algoritmo *FA*, e não aleatoriamente como mencionado, dado que esta sendo adotado um algoritmo híbrido.

3.3.3.3 Algoritmo de otimização híbrido *FA-NMA*

Como mencionado, propõe-se a utilização de um algoritmo híbrido estocástico/determinístico para a solução dos problemas de otimização apresentados, sendo a busca global fornecida pelo *FA* e a local pelo *NMA*. O algoritmo híbrido baseia-se no princípio de que o *NMA* é empregado dentro do *FA* para acelerar a convergência da busca global, ou seja, a parte estocástica (*FA*) fornece um ponto de partida nas vizinhanças da solução global, de modo que a parte determinística (*NMA*) possa acelerar a convergência para a solução global partindo do referido ponto de partida.

Assim, uma busca local é efetuada por meio do *NMA* a cada it_{FA}^{max} iterações do *FA*, isto é, inicializa-se a busca global pelo *FA* e para-se a cada it_{FA}^{max} iterações. A cada parada do *FA*, usa-se o melhor vetor de projeto obtido como ponto de partida para a busca local pelo *NMA*, cujo critério de parada adotado é um determinado número de iterações it_{NMA}^{max} , diferente do critério apresentado na seção anterior e que deve ser pequeno, pois tem-se como objetivo manter a natureza global do algoritmo híbrido. O resultado da busca local é então introduzido na população do *FA* e o procedimento de otimização é reiniciado. Esse procedimento é repetido até um critério de parada ser atingido, sendo adotado, no presente caso, um número máximo (it_{total}^{max}) de avaliações da função objetivo (*AFO*). O pseudocódigo do algoritmo híbrido implementado é apresentado a seguir (FADEL MIGUEL et al., 2016):

- Etapa 1) Inicializar os parâmetros do *FA* e do *NMA*, com $k = 0$;
- Etapa 2) Executar o *FA* usando $\mathbf{X}^k = [\overrightarrow{w_1^k}, \dots, \overrightarrow{w_{n_{pop}}^k}]$ como população inicial e it_{FA}^{max} como critério de parada;
- Etapa 3) Salvar a população final como $\mathbf{X}^{*k} = [\overrightarrow{w_{FA}^{*k}}, \dots, \overrightarrow{w_{n_{pop}}^{*k}}]$, em que $\overrightarrow{w_{FA}^{*k}}$ é o melhor vetor de projeto encontrado;
- Etapa 4) Executar o *NMA* usando $\overrightarrow{w_{FA}^{*k}}$ como ponto inicial e it_{NMA}^{max} como critério de parada;
- Etapa 5) Salvar o melhor vetor de projeto da busca pelo *NMA* como $\overrightarrow{w_{NMA}^{*k}}$;
- Etapa 6) $k = k + 1$, atualizar a população $\mathbf{X}^{*k} = [\overrightarrow{w_{NMA}^{*k}}, \dots, \overrightarrow{w_{n_{pop}}^{*k}}]$;
- Etapa 7) se $AFO \geq it_{total}^{max}$, ir para a Etapa 8, senão retornar à Etapa 2;
- Etapa 8) Soluções das Equações 3.31 e 3.37: $\overrightarrow{w^*} = \overrightarrow{w_{NMA}^{*k}}$.

Deve-se notar que a população inicial de vaga-lumes \mathbf{X}^0 é gerada aleatoriamente durante a primeira execução do *FA*. Conforme comentado, os parâmetros dos algoritmos *FA* e *NMA* adotados foram os sugeridos pelos respectivos autores desses algoritmos.

4 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, três exemplos numéricos são estudados a fim de avaliar a eficiência das metodologias propostas. Estas consistem na otimização de MADSA's conectados ao topo de estruturas submetidas à excitações sísmicas, considerando as duas abordagens apresentadas na seção 3.3. Nesse sentido, a seção 4.1 é relativa à abordagem estocástica convencional e a seção 4.2 à abordagem robusta baseada em confiabilidade.

4.1 ABORDAGEM ESTOCÁSTICA CONVENCIONAL

Nessa seção, dois exemplos numéricos são avaliados com o intuito de determinar os parâmetros ótimos de rigidez (k_{Aj}) e de força de atrito (f_{Aj}) de MADSA's, com base no procedimento apresentado na seção 3.3.1, que considera a minimização do valor quadrático médio do deslocamento horizontal do último pavimento da estrutura. Dois edifícios de dez pavimentos são estudados: um *shear building* e um pórtico plano de aço. Ambos os exemplos são conduzidos para três diferentes configurações relativas à quantidade de ADSA's considerada: um, dois e cinco, que correspondem aos cenários C1, C2 e C3, respectivamente.

4.1.1 Exemplo numérico I

Uma estrutura clássica da literatura, previamente estudada por diversos pesquisadores (Hadi e Arfiadi (1998), Lee et al. (2006), Mohebbi et al. (2013), entre outros), com dez pavimentos, discretizada como um *shear building* e com distribuição uniforme de massa (m_i), amortecimento viscoso (c_i) e rigidez linear (k_i), foi analisada (Tabela 1). Essa discretização é largamente utilizada para a avaliação do comportamento dinâmico de edifícios sob excitações sísmicas, devido ao reduzido número de graus de liberdade (um por pavimento), o que implica em redução de custo computacional. As lajes e as vigas são consideradas hipoteticamente indeformáveis, bem como os pilares na direção axial. Admite-se que toda a massa do edifício concentra-se no nível dos pavimentos. Como consequência, esse esquema é baseado na hipótese de que os graus de liberdade do modelo do edifício estão associados unicamente aos deslocamentos horizontais dos pavimentos.

Tabela 1 – Propriedades do *shear building*.

Pavimento i	m_i (t)	c_i (MN/s/m)	k_i (MN/m)
1	360	6,2	650
2	360	6,2	650
3	360	6,2	650
4	360	6,2	650
5	360	6,2	650
6	360	6,2	650
7	360	6,2	650
8	360	6,2	650
9	360	6,2	650
10	360	6,2	650

Fonte: Adaptado de Hadi e Arfiadi (1998).

Suas frequências naturais, para os três primeiros modos de vibração, respectivamente, são 1,01 Hz, 3,01 Hz e 4,94 Hz, e os correspondentes fatores de participação modal são 84,79%, 9,14% e 3,09%. Esses fatores indicam que o primeiro modo de vibração tem uma massa efetiva muito maior que os demais modos, o que implica que ele é prontamente excitado quando a estrutura é solicitada na base, e logo tende a ter uma participação significativa na reposta.

Quanto às excitações sísmicas, são empregados os mesmos parâmetros usados por Mohebbi et al. (2013), $\xi_f = 0,30$ e $\omega_f = 37,3$ rad/s, com uma aceleração de pico do solo (*peak ground acceleration - PGA*) igual a $0,475g$. Para cada cenário, dois casos foram avaliados quanto à razão de massa θ entre os ADSAs e a estrutura: 3% e 10%, o que significa que a massa total dos ADSAs é fixada igual a 108 t e 360 t, respectivamente. Para os limites inferior e superior da rigidez e da força de atrito de cada ADSA, são considerados $k_{Aj}^{min} = 0$, $k_{Aj}^{max} = 4000$ kN/m, $f_{Aj}^{min} = 0$ e $f_{Aj}^{max} = 200$ kN, para $\theta = 3\%$, e $k_{Aj}^{min} = 0$, $k_{Aj}^{max} = 13333$ kN/m, $f_{Aj}^{min} = 0$ e $f_{Aj}^{max} = 666$ kN, para $\theta = 10\%$.

Para a otimização via integração numérica no domínio do tempo, foi necessária a geração de 200 amostras de excitações de 50 s cada, a fim de estabilizar o valor quadrático médio do deslocamento da estrutura, com um intervalo de integração de 0,02 s. Adotou-se $\omega_l = 156,25$ rad/s como valor limite da frequência, a um passo de $\Delta\omega = 0,0625$ rad/s. Uma população inicial com $n_{pop} = 10$ vaga-lumes foi considerada, sendo o *NMA* chamado a cada $it_{FA}^{max} = 100$ iterações, com $it_{NMA}^{max} = 1000$ iterações adicionais, para todos os cenários avaliados. A Tabela 2 mostra os parâmetros ótimos obtidos.

Tabela 2 – Parâmetros ótimos via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE): Exemplo I.

ADSA	$k_{A_j}^{NL}$ (kN/m)	$f_{A_j}^{NL}$ (kN)	$k_{A_j}^{LE}$ (kN/m)	$f_{A_j}^{LE}$ (kN)	$c_{A_j}^{LE}$ (kNs/m)
Cenário C1: 1 ADSA $\theta = 3\%$					
1	3666,34 (0,92)	91,96	3700,59 (0,93%)	101,31 (10,18%)	149,34
Cenário C2: 2 ADSAs $\theta = 3\%$					
1	2198,39 (1,01)	42,22	2216,98 (0,85%)	45,50 (7,77%)	53,66
2	1582,68 (0,85)	34,35	1579,28 (-0,22%)	35,91 (4,55%)	41,02
Cenário C3: 5 ADSAs $\theta = 3\%$					
1	1048,51 (1,10)	14,07	1044,06 (-0,42%)	14,57 (3,55%)	12,75
2	649,35 (0,86)	10,61	643,34 (-0,93%)	10,38 (-2,17%)	8,41
3	759,79 (0,93)	11,44	749,23 (-1,39%)	11,76 (2,81%)	9,32
4	882,70 (1,01)	12,80	875,52 (-0,81%)	13,20 (3,11%)	10,64
5	557,50 (0,80)	9,17	545,30 (-2,19%)	9,00 (-1,85%)	7,85
Cenário C1: 1 ADSA $\theta = 10\%$					
1	8894,29 (0,78)	255,42	8998,11 (1,17%)	263,82 (3,29%)	763,38
Cenário C2: 2 ADSAs $\theta = 10\%$					
1	3466,63 (0,69)	87,29	3433,99 (-0,94%)	85,16 (-2,44%)	189,59
2	6354,35 (0,94)	125,51	6351,26 (-0,05%)	128,48 (2,37%)	309,90
Cenário C3: 5 ADSAs $\theta = 10\%$					
1	3419,85 (1,09)	43,19	3468,96 (1,44)	44,87 (3,89)	81,29
2	2505,94 (0,93)	35,51	2496,72 (-0,37)	36,64 (3,17)	60,66
3	1077,33 (0,61)	20,90	1057,58 (-1,83)	19,69 (-5,79)	33,70
4	1891,31 (0,81)	29,32	1873,95 (-0,92)	29,70 (1,30)	47,98
5	1437,81 (0,70)	24,49	1421,76 (-1,12)	24,18 (-1,25)	39,43

Fonte: Acervo próprio.

Na Tabela 2, os valores entre parênteses apresentados na 2ª coluna indicam a razão de frequência ótima de cada ADSA (razão entre as frequências naturais dos ADSAs e a do primeiro modo de vibração do *shear building*), enquanto que na 4ª e na 5ª coluna indicam as diferenças relativas entre as propriedades obtidas via análise não linear no domínio do tempo e via linearização estatística por espaço de estado.

Para ambos os cenários C1, os parâmetros ótimos foram encontrados após 500 avaliações da função objetivo (*AFO*). Pelo domínio do tempo foram necessárias 12 h de processamento computacional, enquanto que via espaço de estado, apenas alguns segundos (Intel Core i7 4510U). Para efeitos de comparação, as expressões de Den Hartog (1956) e Warburton (1982) para sistemas de um grau de liberdade também foram avaliadas. Apesar de terem sido determinadas para o ADS viscoso clássico, elas foram calculadas aqui como valores de referência.

Nesse contexto, inicialmente, converte-se o *shear building* em um sistema de um grau de liberdade, seguindo o método de Rana e Soong (1998). Pela metodologia de Den Hartog (1956), as razões de frequência ótimas são $\varpi_{\theta=3\%}^{DH} = 0,95$ ($k_{A1,\theta=3\%}^{DH} = 3900,14$ kN/m) e $\varpi_{\theta=10\%}^{DH} = 0,84$ ($k_{A1,\theta=10\%}^{DH} = 10263,59$ kN/m) e os coeficientes de amortecimento viscoso ótimos são $c_{A1,\theta=3\%}^{DH} = 184,32$ kNs/m e $c_{A1,\theta=10\%}^{DH} = 939,47$ kNs/m, enquanto que $\varpi_{\theta=3\%}^W = 0,93$ ($k_{A1,\theta=3\%}^W = 3789,33$ kN/m), $\varpi_{\theta=10\%}^W = 0,80$ ($k_{A1,\theta=10\%}^W = 9291,57$ kN/m), $c_{A1,\theta=3\%}^W = 149,42$ kNs/m e $c_{A1,\theta=10\%}^W = 748,70$ kNs/m são obtidos pela abordagem de Warburton (1982). Deve-se notar que as expressões de Den Hartog (1956) são baseadas em um sistema principal de um grau de liberdade não amortecido submetido à excitação harmônica e as de Warburton (1982) em um sistema com essas mesmas características, porém sob excitação aleatória do tipo ruído branco. A partir desses valores de coeficiente de amortecimento viscoso, avalia-se a resposta do sistema convertido e, aplicando a equação 3.21, obtém-se, para as magnitudes das forças de atrito, $f_{A1,\theta=3\%}^{DH} = 112,03$ kN, $f_{A1,\theta=10\%}^{DH} = 267,52$ kN, $f_{A1,\theta=3\%}^W = 100,87$ kN e $f_{A1,\theta=10\%}^W = 238,82$ kN. Logo, com base nesses valores apresentados e na Tabela 2, constata-se que esses procedimentos simplificados, mesmo sendo desenvolvidos para sistemas lineares, mostraram-se razoavelmente eficazes na estimativa de parâmetros ótimos de um único ADSA, com destaque à abordagem de Warburton (1982).

Quanto aos cenários C2, foram necessárias 2000 *AFO* para a determinação dos parâmetros ótimos, o que exigiu um tempo computacional de cerca de 2 dias pelo domínio do tempo e de, novamente, alguns segundos via espaço de estado. Já os parâmetros dos cenários

C3 foram obtidos após 6000 *AFO*, o que levou 6 dias pelo domínio do tempo e alguns minutos via espaço de estado.

Assim, observa-se que o tempo computacional requerido pela otimização de ADSAs via linearização estatística por espaço de estado é muito inferior ao requerido para essa otimização via análise não linear no domínio do tempo. Portanto, e considerando também que as propriedades ótimas obtidas por esses procedimentos são relativamente próximas (Tabela 2), a linearização estatística mostrou-se uma alternativa viável para fornecer uma estimativa dessas propriedades, principalmente quando considera-se MADsAs. Contudo, esta não é uma conclusão geral e indica apenas que a magnitude das forças de atrito ótimas dos ADSAs não é grande o suficiente para afetar a validade do procedimento de linearização. Cabe ressaltar também que, diferentemente da análise não linear no domínio do tempo efetuada, o procedimento de linearização adotado não considera o efeito de aderência-deslizamento (desenvolvido entre os ADSAs e o último pavimento) e suas transições, contribuindo para as diferenças relativas entre as magnitudes ótimas das forças de atrito obtidas.

As Tabelas 3 e 4 apresentam o desvio padrão do deslocamento horizontal relativo à base para cada pavimento do *shear building*, considerando todos os cenários avaliados, para $\theta = 3\%$ e $\theta = 10\%$, respectivamente. Nota-se que a presença de ADSAs reduz consideravelmente a resposta da estrutura. O controle estrutural torna-se mais eficiente com o aumento do número de ADSAs, bem como quando a maior razão de massa adotada é considerada. Também se observa que para ambas as razões de massa, as respostas obtidas pela análise não linear e pela linearização estatística aproximam-se à medida que a quantidade de ADSAs aumenta, possivelmente devido a uma redução da não linearidade do problema, dado que as magnitudes das forças de atrito ótimas também diminuem com o aumento do número de ADSAs. Na sequência dessas tabelas, é apresentada a Figura 8, que ilustra os resultados obtidos em termos do desvio padrão do deslocamento horizontal para ambos os cenários C3 ($\theta = 3\%$ e $\theta = 10\%$). Esses cenários foram os que apresentaram os melhores resultados quanto ao controle da resposta dinâmica do *shear building*, para dada razão de massa. Nesses cenários, para $\theta = 3\%$ a redução do desvio padrão do deslocamento, em relação à estrutura sem controle, foi de aproximadamente 39%, enquanto que para $\theta = 10\%$ essa redução atingiu cerca de 49%, reduções essas bastante significativas.

Tabela 3 – Desvio padrão do deslocamento do *shear building*, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
σ_{x_i} (m)	0,0072	0,0141	0,0207	0,0268	0,0324	0,0371	0,0411	0,0442	0,0463	0,0474
	Cenário C1: 1 ADSA									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0047	0,0093	0,0136	0,0175	0,0211	0,0242	0,0268	0,0288	0,0302	0,0310
R (%)	34,17	34,05	34,36	34,57	34,94	34,85	34,89	34,86	34,73	34,61
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0045	0,0089	0,0130	0,0167	0,0201	0,0231	0,0255	0,0275	0,0288	0,0296
R (%)	37,01	36,95	37,29	37,54	37,92	37,85	37,89	37,85	37,71	37,58
	Cenário C2: 2 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0046	0,0090	0,0131	0,0169	0,0203	0,0232	0,0257	0,0277	0,0290	0,0298
R (%)	36,56	36,48	36,82	37,06	37,45	37,39	37,45	37,44	37,33	37,23
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0045	0,0087	0,0127	0,0164	0,0197	0,0226	0,0250	0,0269	0,0282	0,0290
R (%)	38,15	38,12	38,49	38,75	39,15	39,11	39,17	39,15	39,03	38,92
	Cenário C3: 5 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0045	0,0087	0,0127	0,0164	0,0197	0,0226	0,0250	0,0269	0,0282	0,0289
R (%)	38,19	38,16	38,52	38,79	39,19	39,15	39,23	39,21	39,10	38,99
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0044	0,0086	0,0125	0,0162	0,0194	0,0222	0,0246	0,0264	0,0277	0,0284
R (%)	39,07	39,06	39,44	39,73	40,15	40,12	40,21	40,20	40,11	40,02

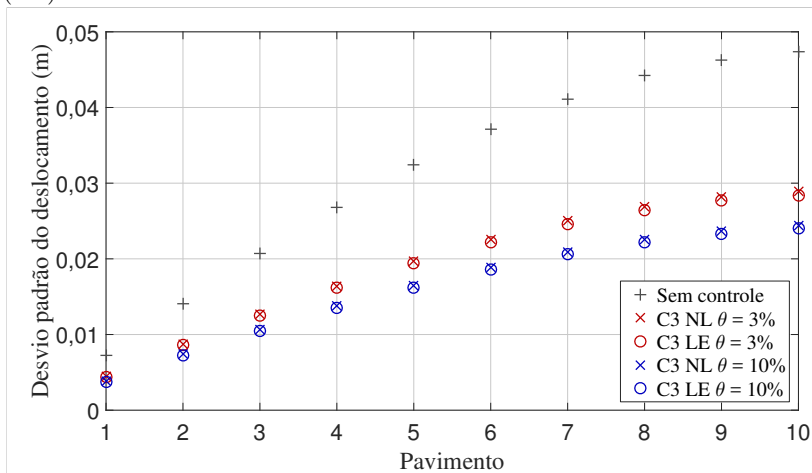
Fonte: Acervo próprio.

Tabela 4 – Desvio padrão do deslocamento do *shear building*, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
σ_{x_i} (m)	0,0072	0,0141	0,0207	0,0268	0,0324	0,0371	0,0411	0,0442	0,0463	0,0474
	Cenário C1: 1 ADSA									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0041	0,0080	0,0117	0,0150	0,0181	0,0207	0,0230	0,0248	0,0261	0,0269
R (%)	43,06	43,26	43,48	44,03	44,14	44,20	44,04	43,89	43,63	43,25
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0038	0,0075	0,0109	0,0141	0,0169	0,0194	0,0215	0,0232	0,0245	0,0252
R (%)	47,22	46,81	47,34	47,39	47,84	47,71	47,69	47,51	47,08	46,84
	Cenário C2: 2 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0039	0,0077	0,0112	0,0144	0,0173	0,0198	0,0220	0,0237	0,0249	0,0257
R (%)	45,83	45,39	45,89	46,27	46,60	46,63	46,47	46,38	46,22	45,78
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0038	0,0074	0,0107	0,0138	0,0165	0,0190	0,0210	0,0226	0,0239	0,0246
R (%)	47,22	47,52	48,31	48,51	49,07	48,79	48,91	48,87	48,38	48,10
	Cenário C3: 5 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0038	0,0074	0,0107	0,0138	0,0165	0,0189	0,0209	0,0226	0,0237	0,0244
R (%)	47,22	47,52	48,31	48,51	49,07	49,06	49,15	48,87	48,81	48,52
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0037	0,0072	0,0105	0,0135	0,0162	0,0186	0,0206	0,0222	0,0233	0,0240
R (%)	48,61	48,94	49,28	49,63	50,00	49,87	49,88	49,77	49,68	49,37

Fonte: Acervo próprio.

Figura 8 – Desvio padrão do deslocamento do *shear building* para os cenários C3, via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE).



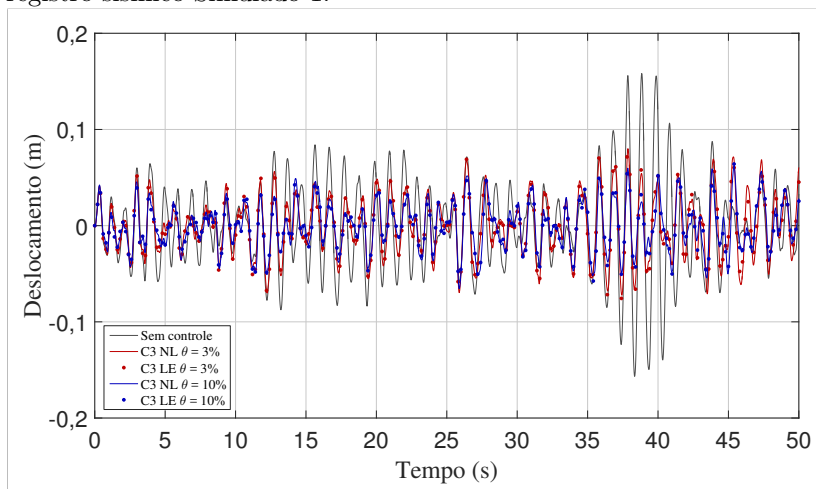
Fonte: Acervo próprio.

Complementarmente, com o objetivo de avaliar a generalidade da metodologia proposta, o desempenho do sistema de controle por ADSAs também foi verificado em termos do deslocamento da estrutura. Com esse propósito, submeteu-se o *shear building* a dois registros sísmicos simulados, com as mesmas características dos usados no procedimento de otimização, e a dois registros sísmicos reais com características diferentes, o El Centro (Estados Unidos 1940, $PGA = 0,349g$) e o Kobe (Japão 1995, $PGA = 0,834g$). Tais registros são apresentados no Apêndice A. Os resultados, em termos do máximo deslocamento horizontal por pavimento, são apresentados no Apêndice B. As respostas não linear e linear obtidas para os sismos reais não são necessariamente tão próximas entre si, dado que tais sismos apresentam características distintas dos sismos simulados, os quais embasam o procedimento de linearização apresentado (seção 3.2).

Para a obtenção da resposta não linear foram considerados os parâmetros k_{Aj}^{NL} e f_{Aj}^{NL} , enquanto que a obtenção da resposta linear considerou k_{Aj}^{LE} e c_{Aj}^{LE} , previamente obtidos (Tabela 2). Observa-se que, para todos os registros e cenários, houve uma redução significativa no deslocamento máximo da estrutura em comparação com a estrutura sem controle. Como esperado, as reduções dos deslocamentos observadas para os terremotos simulados foram muito mais significativas do que

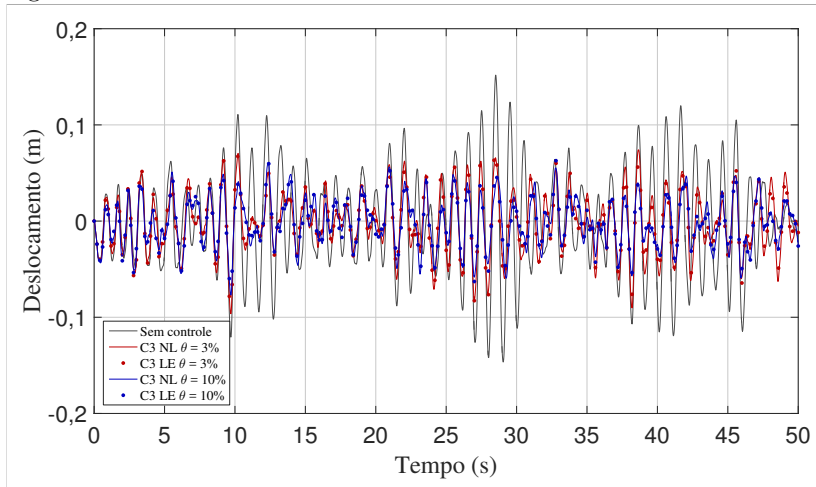
as observadas para os registros reais. Esse comportamento justifica-se devido às características desses registros serem as mesmas dos terremotos usados no processo de otimização (PGA , espectro de Kanai-Tajimi, parâmetros de filtro). Para os quatro sismos avaliados, considerando os resultados da análise não linear, os cenários C3 mostraram-se mais eficazes que os cenários C1 e C2, para dada razão de massa. Com o intuito de ilustrar alguns dos resultados complementares obtidos, a resposta dinâmica não linear e linear em termos do deslocamento horizontal do último pavimento do *shear building*, para os cenários C3, é apresentada nas Figuras 9 a 12 (observar que, para melhor visualização das curvas, foram adotadas escalas distintas).

Figura 9 – Deslocamento do 10º pavimento do *shear building* para o registro sísmico Simulado 1.



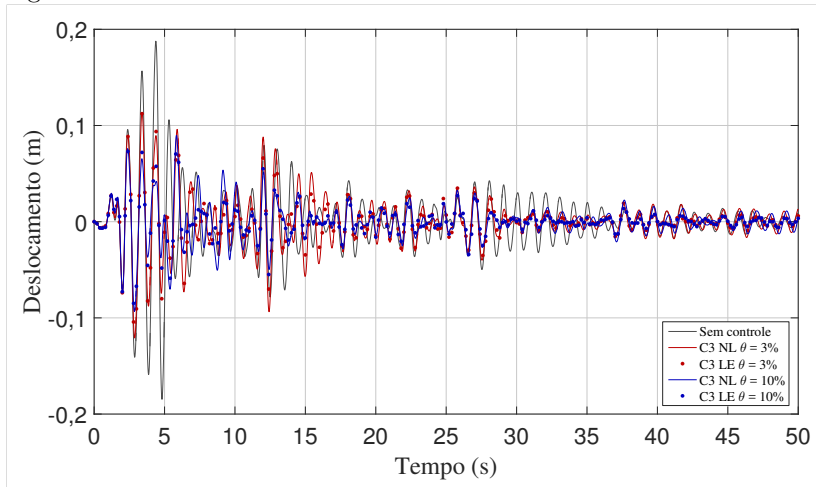
Fonte: Acervo próprio.

Figura 10 – Deslocamento do 10º pavimento do *shear building* para o registro sísmico Simulado 2.



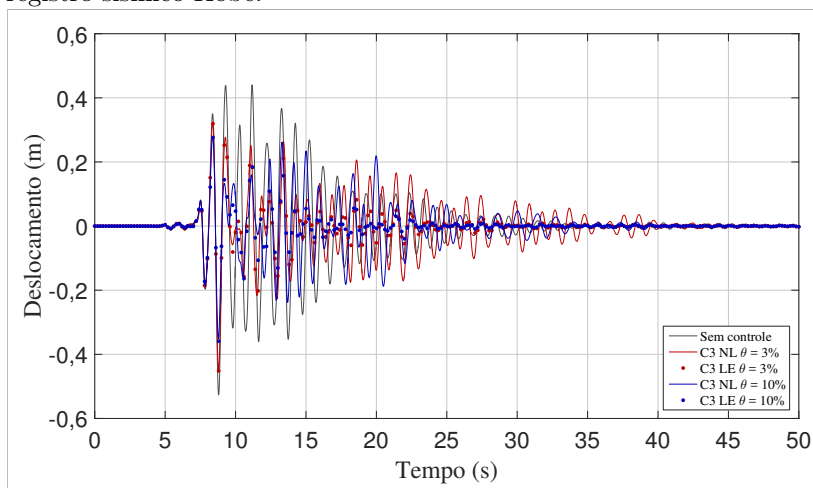
Fonte: Acervo próprio.

Figura 11 – Deslocamento do 10º pavimento do *shear building* para o registro sísmico El Centro.



Fonte: Acervo próprio.

Figura 12 – Deslocamento do 10º pavimento do *shear building* para o registro sísmico Kobe.

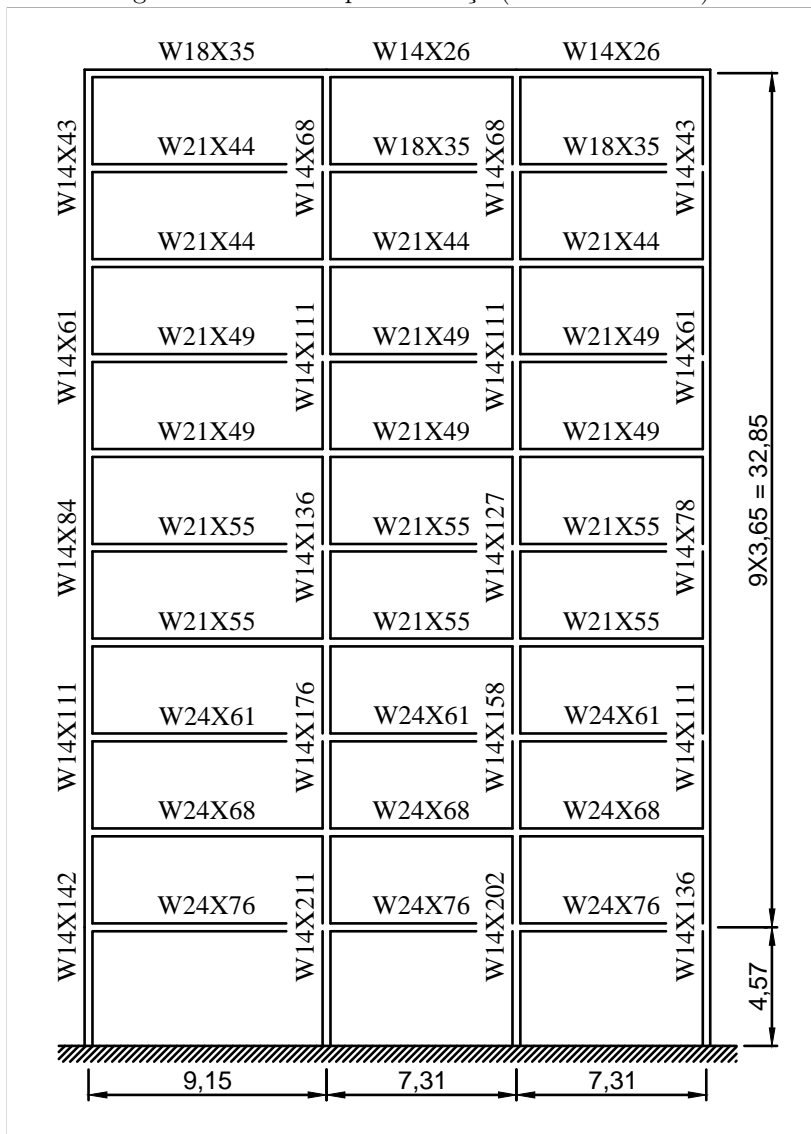


Fonte: Acervo próprio.

4.1.2 Exemplo numérico II

Nessa seção, o exemplo numérico é conduzido para um edifício residencial comum, modelado por um pórtico plano de aço, com dez pavimentos (37,42 m de altura) e três vãos (23,77 m de largura), retirado de Bertero e Kamil (1975). A Figura 13 ilustra o pórtico estudado. O modelo de elementos finitos é discretizado em 70 elementos e 44 nós (totalizando 132 graus de liberdade). A análise estrutural adotada para o pórtico é linear elástica. As propriedades geométricas dos perfis metálicos foram obtidas do *Manual of Steel Construction (1973)*. Adota-se 200 GPa para o módulo de elasticidade do aço. Adicionalmente à massa dos perfis, uma massa de 44 t é considerada por pavimento, proveniente das lajes e de alguma eventual sobrecarga. A matriz de massa é considerada do tipo consistente. O amortecimento do pórtico é tratado como viscoso, sendo a matriz de amortecimento representada por uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez (matriz de amortecimento proporcional de *Rayleigh*). Para a obtenção dessa matriz, a razão de amortecimento dos dois primeiros modos de vibração da estrutura foi considerada igual a 5%.

Figura 13 – Pórtico plano de aço (dimensões em m).



Fonte: Adaptado de Bertero e Kamil (1975).

As frequências naturais do pórtico analisado, para os três primeiros modos de vibração, são, respectivamente, 0,60 Hz, 1,63 Hz e 2,72 Hz, sendo 75,87%, 12,98% e 5,32%, os respectivos fatores de participação

modal. A otimização é efetuada considerando apenas o procedimento de linearização estatística via espaço de estado, dado que o mesmo mostrou desempenho satisfatório e exige baixo custo computacional (se comparado ao procedimento não linear no domínio do tempo), conforme apresentado na seção 4.1.1. É importante ressaltar também que nessa seção a estrutura tem muito mais graus de liberdade que a da seção anterior, o que, por consequência, requer maior esforço computacional, sendo esse outro motivo para a adoção da linearização somente. Todavia, a avaliação da resposta dinâmica do pórtico, após a determinação dos parâmetros ótimos, também é realizada por meio da análise não linear.

Para as excitações sísmicas são empregados os mesmos parâmetros do exemplo numérico I, exceto para o *PGA*: o pórtico estudado foi dimensionado por Bertero e Kamil (1975) seguindo algumas prescrições do *Uniform Building Code (1973)*, para um *PGA* igual a $0,500g$, sendo esse o valor adotado para a aceleração de pico do solo. Novamente, para cada cenário, duas razões de massa θ entre os ADSAs e a estrutura foram consideradas: 3% e 10%, o que resulta que a massa total dos ADSAs é fixada igual a 14,5 t e 48,2 t, respectivamente. Para os limites inferior e superior da rigidez e da força de atrito de cada ADSA, são adotados $k_{Aj}^{min} = 0$, $k_{Aj}^{max} = 400$ kN/m, $f_{Aj}^{min} = 0$ e $f_{Aj}^{max} = 20$ kN, para $\theta = 3\%$, e $k_{Aj}^{min} = 0$, $k_{Aj}^{max} = 1333$ kN/m, $f_{Aj}^{min} = 0$ e $f_{Aj}^{max} = 67$ kN, para $\theta = 10\%$. Para o algoritmo de otimização consideram-se os mesmos parâmetros da seção 4.1.1.

Os parâmetros ótimos obtidos são apresentados na Tabela 5, na qual a razão de frequência ótima de cada ADSA é apresentada entre parênteses na 2ª coluna. Percebe-se que as razões de frequência obtidas são muito similares às obtidas para o exemplo numérico I, dado que o primeiro modo de vibração do pórtico estudado também tende a ter uma participação mais expressiva na resposta da estrutura do que os demais modos.

Para os cenários C1, os parâmetros ótimos foram encontrados após 1500 *AFO*. Foram requeridas 2 h de processamento computacional. Quanto aos cenários C2, foram necessárias 2000 *AFO*, o que demandou um tempo computacional de 3 h e, quanto aos cenários C3, foram necessárias 6000 *AFO*, o que levou 8 h. Pode-se estimar, a partir das informações apresentadas nos exemplos numéricos I e II, que o custo computacional para o problema de otimização proposto de ADSAs via análise não linear no domínio do tempo, considerando uma estrutura modelada como um pórtico plano, seria excessivamente elevado.

Tabela 5 – Parâmetros ótimos via linearização estatística (LE): Exemplo II.

ADSA	$k_{A_j}^{LE}$ (kN/m)	$f_{A_j}^{LE}$ (kN)	$c_{A_j}^{LE}$ (kNs/m)
Cenário C1: 1 ADSA $\theta = 3\%$			
1	161,38 (0,89)	10,07	13,28
Cenário C2: 2 ADSAs $\theta = 3\%$			
1	66,93 (0,81)	3,47	3,58
2	100,45 (0,99)	4,63	4,88
Cenário C3: 5 ADSAs $\theta = 3\%$			
1	27,40 (0,82)	1,00	0,74
2	39,60 (0,98)	1,33	0,97
3	48,87 (1,09)	1,52	1,18
4	32,87 (0,90)	1,15	0,83
5	22,49 (0,74)	0,85	0,68
Cenário C1: 1 ADSA $\theta = 10\%$			
1	349,20 (0,72)	26,97	64,40
Cenário C2: 2 ADSAs $\theta = 10\%$			
1	127,40 (0,61)	8,30	15,49
2	266,43 (0,88)	13,61	27,43
Cenário C3: 5 ADSAs $\theta = 10\%$			
1	37,32 (0,52)	1,87	2,71
2	155,61 (1,07)	4,93	7,46
3	74,24 (0,74)	2,95	4,09
4	53,30 (0,62)	2,33	3,25
5	104,79 (0,88)	3,80	5,37

Fonte: Acervo próprio.

O desvio padrão do deslocamento horizontal do pórtico é apresentado nas Tabelas 6 e 7, para $\theta = 3\%$ e $\theta = 10\%$, respectivamente. Observa-se as mesmas constatações do exemplo numérico I: os ADSAs reduzem significativamente a resposta da estrutura; o controle é mais eficiente quando MADSA's são considerados e quando a maior razão de massa considerada é adotada e, as respostas não linear e linear aproximam-se conforme aumenta a quantidade de ADSAs. A Figura 14, apresentada na sequência dessas tabelas, ilustra os resultados obtidos em termos do desvio padrão do deslocamento para os cenários C3, os quais apresentaram os melhores resultados, para dada razão de massa. Nesses cenários, para $\theta = 3\%$ a redução do desvio padrão do deslocamento, em relação ao pórtico sem controle, foi cerca de 31%, enquanto que para $\theta = 10\%$ essa redução atingiu aproximadamente 39%, reduções essas inferiores às do exemplo numérico I, porém também muito significativas.

Tabela 6 – Desvio padrão do deslocamento do pórtico plano, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
σ_{x_i} (m)	0,0078	0,0160	0,0255	0,0358	0,0471	0,0578	0,0681	0,0768	0,0852	0,0916
	Cenário C1: 1 ADSA									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0058	0,0119	0,0189	0,0263	0,0343	0,0420	0,0493	0,0557	0,0620	0,0671
R (%)	25,64	25,63	25,88	26,54	27,18	27,34	27,61	27,47	27,23	26,75
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0057	0,0117	0,0184	0,0256	0,0334	0,0408	0,0479	0,0541	0,0602	0,0652
R (%)	26,92	26,88	27,84	28,49	29,09	29,41	29,66	29,56	29,34	28,82
	Cenário C2: 2 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0057	0,0117	0,0184	0,0256	0,0334	0,0408	0,0479	0,0541	0,0602	0,0651
R (%)	26,92	26,88	27,84	28,49	29,09	29,41	29,66	29,56	29,34	28,93
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0056	0,0115	0,0182	0,0253	0,0329	0,0401	0,0471	0,0532	0,0592	0,0641
R (%)	28,21	28,13	28,63	29,33	30,15	30,62	30,84	30,73	30,52	30,02
	Cenário C3: 5 ADSAs									
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0056	0,0114	0,0180	0,0250	0,0326	0,0398	0,0467	0,0526	0,0585	0,0633
R (%)	28,21	28,75	29,41	30,17	30,79	31,14	31,42	31,51	31,34	30,90
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0056	0,0114	0,0180	0,0250	0,0325	0,0396	0,0465	0,0524	0,0583	0,0631
R (%)	28,21	28,75	29,41	30,17	31,00	31,49	31,72	31,77	31,57	31,11

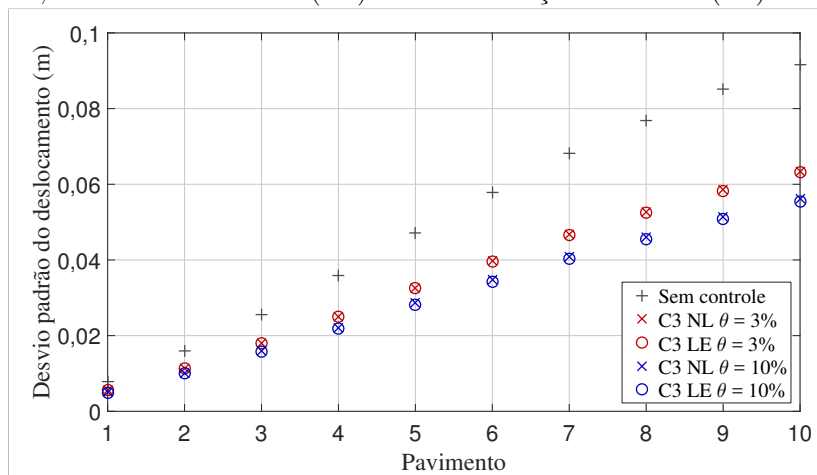
Fonte: Acervo próprio.

Tabela 7 – Desvio padrão do deslocamento do pórtico plano, considerando os procedimentos da análise não linear ($\sigma_{x_i}^{NL}$) e da linearização estatística ($\sigma_{x_i}^{LE}$), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
σ_{x_i} (m)	0,0078	0,0160	0,0255	0,0358	0,0471	0,0578	0,0681	0,0768	0,0852	0,0916
Cenário C1: 1 ADSA										
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0052	0,0106	0,0166	0,0231	0,0302	0,0369	0,0434	0,0492	0,0551	0,0602
R (%)	33,33	33,75	34,90	35,47	35,88	36,16	36,27	35,94	35,33	34,28
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0050	0,0102	0,0160	0,0222	0,0289	0,0353	0,0416	0,0471	0,0529	0,0578
R (%)	35,90	36,25	37,25	37,99	38,64	38,93	38,91	38,67	37,91	36,90
Cenário C2: 2 ADSAs										
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0051	0,0103	0,0162	0,0225	0,0293	0,0358	0,0421	0,0476	0,0532	0,0580
R (%)	34,62	35,63	36,47	37,15	37,79	38,06	38,18	38,02	37,56	36,68
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0050	0,0101	0,0158	0,0219	0,0285	0,0348	0,0409	0,0463	0,0518	0,0566
R (%)	35,90	36,88	38,04	38,83	39,49	39,79	39,94	39,71	39,20	38,21
Cenário C3: 5 ADSAs										
$\sigma_{x_i}^{NL}$ (m)	0,0050	0,0101	0,0159	0,0220	0,0286	0,0348	0,0408	0,0461	0,0514	0,0561
R (%)	35,90	36,88	37,65	38,55	39,28	39,79	40,09	39,97	39,67	38,76
$\sigma_{x_i}^{LE}$ (m)	0,0049	0,0101	0,0158	0,0218	0,0282	0,0343	0,0403	0,0455	0,0508	0,0554
R (%)	37,18	36,88	38,04	39,11	40,13	40,66	40,82	40,76	40,38	39,52

Fonte: Acervo próprio.

Figura 14 – Desvio padrão do deslocamento do pórtico para os cenários C3, via análise não linear (NL) e via linearização estatística (LE).



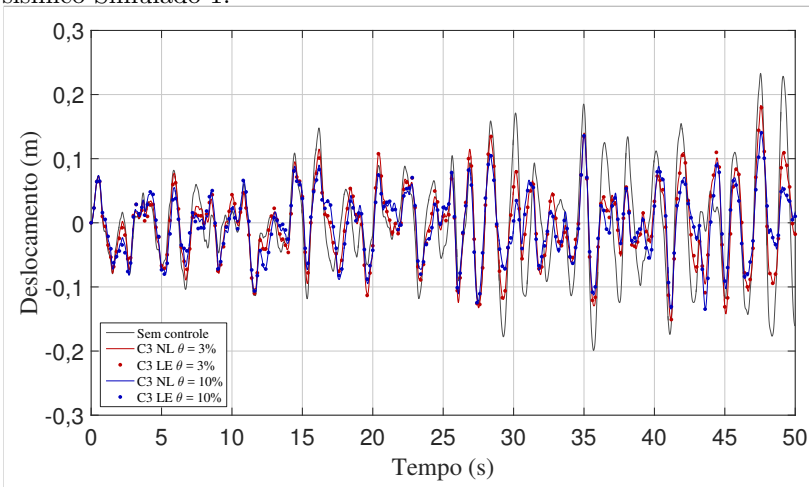
Fonte: Acervo próprio.

O desempenho do sistema de controle por ADSAs também foi verificado em termos do deslocamento da estrutura, de maneira análoga ao estudo complementar da seção anterior. No Apêndice C encontram-se os resultados obtidos, em termos do máximo deslocamento horizontal por pavimento do pórtico. Com exceção dos resultados obtidos para o registro sísmico El centro (para o qual, inclusive, a reposta da estrutura foi prejudicada para os cenários C1 e C2, para $\theta = 10\%$), observa-se que houve uma redução significativa no deslocamento máximo do pórtico em comparação com o pórtico sem controle.

Novamente, de modo geral, as reduções dos deslocamentos horizontais máximos para os terremotos simulados foram mais significativas do que as observadas para os registros reais, dado que os registros simulados apresentam as mesmas características dos sismos usados no processo de otimização (*PGA*, espectro de Kanai-Tajimi, parâmetros de filtro), conforme já comentado. Para o registro Simulado 2, considerando os resultados da análise não linear, os cenários C3 mostraram-se mais efetivos que os cenários C1 e C2, para dada razão de massa, o que não se observa, por exemplo, para o registro Simulado 1, no qual, para $\theta = 3\%$, o Cenário C1 mostrou-se mais efetivo que os demais. Essa observação é compreensível: tais variações podem aparecer quando os registros simulados são avaliados individualmente, dado que os mesmos são aleatórios e, eventualmente, para alguns dos 200 registros utilizados no processo

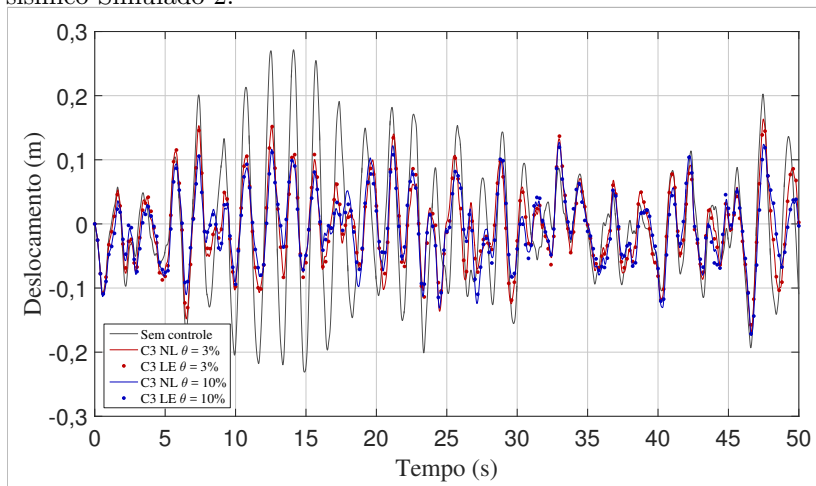
de otimização, podem ocorrer essas variações de desempenho entre os cenários, como foi o caso. É importante destacar, que para a otimização de ADSAs, múltiplos registros de aceleração do solo devem ser usados, o que foi realizado. Com o intuito de ilustrar alguns resultados dessa etapa complementar, a resposta dinâmica não linear e linear em termos do deslocamento horizontal do último pavimento do pórtico, para os cenários C3, é apresentada nas Figuras 15 a 18 (observar que, para melhor visualização das curvas, foram adotadas escalas distintas).

Figura 15 – Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Simulado 1.



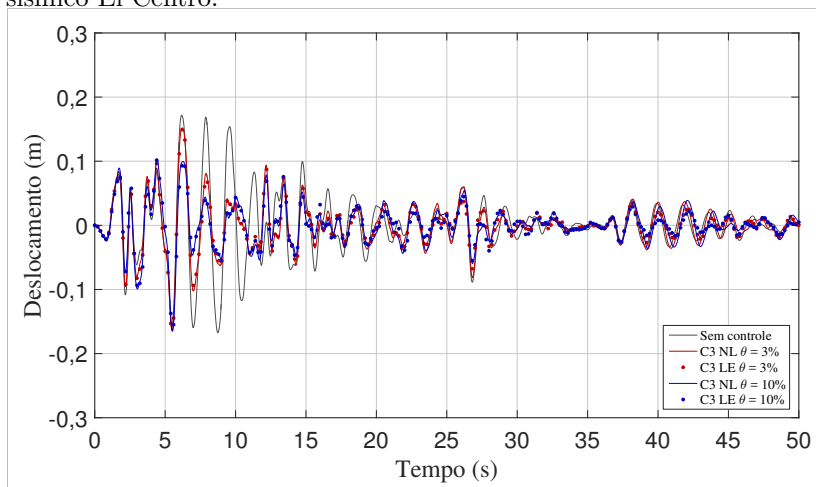
Fonte: Acervo próprio.

Figura 16 – Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Simulado 2.



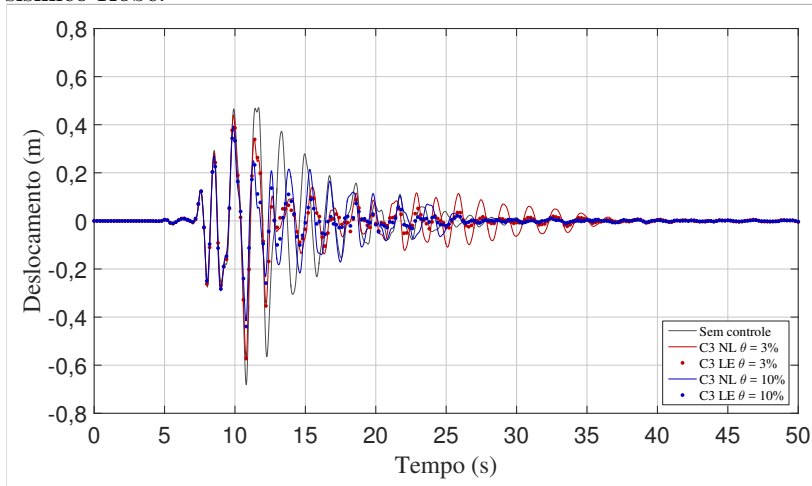
Fonte: Acervo próprio.

Figura 17 – Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico El Centro.



Fonte: Acervo próprio.

Figura 18 – Deslocamento do 10º pavimento do pórtico para o registro sísmico Kobe.



Fonte: Acervo próprio.

4.2 ABORDAGEM ROBUSTA BASEADA EM CONFIABILIDADE

Nessa seção, um exemplo numérico é conduzido com o objetivo de minimizar a razão de massa θ de MADSA's, considerando incertezas nos parâmetros do sistema e da excitação (modelagem probabilística paramétrica), de modo a garantir determinado índice de confiabilidade, conforme a metodologia apresentada na seção 3.3.2, na qual o vetor de projeto inclui a massa total (m_t^A), a rigidez (k_{Aj}) e a força de atrito (f_{Aj}) dos atenuadores. O edifício estudado é o mesmo pórtico do exemplo numérico II (Figura 13). A discretização e a análise estrutural do pórtico seguem as mesmas premissas apresentadas no referido exemplo. Apenas um cenário com dois ADSAs é avaliado.

4.2.1 Exemplo numérico III

Para a consideração dessas incertezas, alguns parâmetros do pórtico, dos ADSAs e da excitação sísmica, são modelados como variáveis aleatórias, de acordo com determinadas distribuições de probabilidade. Para o pórtico, são assumidos como variáveis aleatórias o módulo de elasticidade e a massa específica do aço, a massa adicional por pavimento

e a razão de amortecimento dos seus dois primeiros modos de vibração. Para os ADSAs, tem-se como variáveis aleatórias a massa, a rigidez e a magnitude da força de atrito. Por fim, para a excitação, consideram-se como variáveis aleatórias os parâmetros do filtro e a aceleração de pico do solo. Todas as variáveis aleatórias são consideradas independentes. Nesse contexto, as informações estatísticas dessas variáveis são apresentadas na Tabela 8.

Duas configurações são examinadas conforme o nível de barreira adotado: a primeira considera um deslocamento horizontal limite no topo do pórtico e a segunda considera simultaneamente um deslocamento horizontal limite no topo do pórtico e um deslocamento horizontal limite entre pavimentos, as quais correspondem as situações S1 e S2, respectivamente.

O deslocamento limite do último pavimento do edifício foi considerado igual a 0,467 m, valor esse obtido por Curadelli e Amani (2014), a partir de uma análise estática não linear (*pushover*) do pórtico, na qual, em suma, aplica-se cargas laterais à estrutura até algum critério de desempenho prescrito ser atingido. No presente estudo, esse valor corresponde ao limite elástico da curva de *pushover*.

Para o deslocamento limite entre pavimentos, adota-se uma expressão estabelecida pelo *Eurocode 8 (2004)*. Supondo que o edifício estudado não possua elementos frágeis em contato direto com a sua estrutura e dado que o mesmo enquadra-se na classe de importância II (edifícios comuns) do referido código normativo, tem-se que esse deslocamento não deve ser superior a $1,5\%h$, em que h é a altura entre dois pavimentos adjacentes. É importante comentar que o *Eurocode 8 (2004)* exige outras verificações de estados limites, tais como a avaliação de efeitos de segunda ordem (em alguns casos), entre outras, as quais não são consideradas no presente trabalho.

Para os limites inferior e superior da massa total, da rigidez e da força de atrito dos ADSAs, são adotados como valores médios $m_t^{A,min} = 0, 2\%m_t^E$, $m_t^{A,max} = 2\%m_t^E$, $k_{Aj}^{min} = 0$, $k_{Aj}^{max} = 133$ kN/m, $f_{Aj}^{min} = 0$ e $f_{Aj}^{max} = 7$ kN.

Tabela 8 – Informações estatísticas das variáveis aleatórias: exemplo numérico III.

Pórtico			
Variável aleatória	Distribuição de probabilidade	Valor médio	Coefficiente de variação (%)
Módulo de elasticidade (aço)	Gama	200 GPa	5,0
Massa específica (aço)	Gama	7500 kg/m ³	5,0
Massa adicional por pavto.	Gama	44 t	5,0
Razão de amortecimento	Gama	0,05	10,0
ADSAs			
Variável aleatória	Distribuição de probabilidade	Valor médio	Coefficiente de variação (%)
Massa	Gama	-	5,0
Rigidez	Gama	-	10,0
Magnitude da força de atrito	Gama	-	10,0
Excitação sísmica			
Variável aleatória	Distribuição de probabilidade	Valor médio	Coefficiente de variação (%)
Frequência natural do filtro	Normal	37,3 rad/s	20,0
Razão de amortecimento do filtro	Normal	0,30	20,0
<i>PGA</i>	Log-normal	0,500g	20,0

Fonte: Acervo próprio.

Quanto ao índice de confiabilidade, o *Eurocode 8 (2004)* recomenda, para estruturas com classe de confiabilidade RC2 (edifícios residenciais, comerciais ou públicos cujas consequências de falha são médias), na qual enquadra-se o edifício estudado, que tal índice seja no mínimo 3,8. Nesse sentido, opta-se por considerar o limite inferior do índice de confiabilidade (β^{min}) igual a 4,0, o qual corresponde a uma probabilidade de falha igual a $3,17 \cdot 10^{-5}$. Considera-se também que a vida útil (t_D) do edifício é de 50 anos, bem como que a taxa de ocorrência de terremotos (ν) é igual a 1 terremoto a cada 10 anos. Para a estabilização dos desvios padrões apresentados na Equação 3.33, necessários à avaliação da probabilidade de falha, foi necessária a geração de 100 amostras das variáveis aleatórias apresentadas na Tabela 8. O índice de confiabilidade obtido para pórtico sem a presença de atenuadores foi de 2,87, o qual corresponde a uma probabilidade de falha igual a $2,05 \cdot 10^{-3}$, para a situação S1, e de 2,22, correspondente a uma probabilidade de falha igual a $1,31 \cdot 10^{-2}$, para a situação S2.

Para o algoritmo de otimização, uma população inicial com $n_{pop} = 10$ vaga-lumes foi considerada, sendo o *NMA* chamado a cada $it_{FA}^{max} = 50$ iterações, com $it_{NMA}^{max} = 1000$ iterações adicionais. A Tabela 9 mostra os parâmetros ótimos obtidos (a variável de projeto massa total é dada pela soma das massas dos ADSAs), na qual a razão de frequência ótima de cada ADSA é apresentada entre parênteses na 3ª coluna. Para a situação S1, os parâmetros ótimos foram encontrados após 7500 *AFO*. Foram requeridos 4 dias de processamento computacional (Intel Core i7-5820K). Quanto à situação S2, foram necessárias 13500 *AFO*, o que demandou um tempo computacional de 7 dias.

Tabela 9 – Valores médios dos parâmetros ótimos: Exemplo III.

ADSA	m_{Aj}^{LE} (t)	k_{Aj}^{LE} (kN/m)	f_{Aj}^{LE} (kN)
Situação S1			
1	0,97	13,11 (0,98)	0,73
2	0,97	12,40 (0,95)	0,67
Situação S2			
1	2,47	34,97 (1,00)	1,93
2	2,47	29,02 (0,91)	1,74

Fonte: Acervo próprio.

O mínimo valor obtido para a razão de massa θ no caso das situações S1 e S2, de modo a ter-se $\beta \geq 4,0$, é, portanto, igual a 0,40% ($m_t^A = 1,94$ t) e 1,03% ($m_t^A = 4,94$ t), respectivamente. Esses resultados indicam que o uso de MADSA's, mesmo com pequenas razões de massa, foram suficientes para controlar deslocamentos máximos no topo e entre

pavimentos do pórtico, de modo garantir o critério de confiabilidade adotado, proporcionado uma redução significativa na probabilidade de falha da estrutura. Também observa-se que o deslocamento limite entre pavimentos mostrou-se mais restritivo que o deslocamento limite no topo do edifício. Quanto às razões de frequência ótimas, observa-se a mesma tendência do exemplo numérico II.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo são apresentadas as conclusões obtidas com o desenvolvimento deste trabalho. Também são apresentadas, na seção 5.1, sugestões para trabalhos futuros inerentes ao tema proposto.

Este trabalho apresentou um esquema de otimização global de múltiplos atenuadores dinâmicos sintonizados com atrito (MADSAs) com o propósito de mitigar vibrações em estruturas sob excitações sísmicas, por meio de duas abordagens: estocástica convencional (exemplos numéricos I e II) e robusta baseada em confiabilidade (exemplo numérico III). A excitação sísmica foi representada por um processo estocástico estacionário. O número e o posicionamento dos MADSAs nas estruturas foram previamente definidos. O procedimento de otimização foi realizado por um algoritmo híbrido, que usa os algoritmos *Firefly (FA)* e *Nelder-Mead (NMA)* sequencialmente.

Para o exemplo numérico I (*shear building*), a otimização foi efetuada calculando-se a resposta da estrutura através de análise não linear no domínio do tempo e via linearização estatística por espaço de estado. Foi verificado que o procedimento de linearização estatística por espaço de estado mostrou-se computacionalmente muito menos dispendioso do que a análise não linear no domínio do tempo, sendo uma alternativa viável para fornecer uma estimativa dos parâmetros ótimos de MADSAs (os parâmetros de rigidez e força de atrito ótimos de MADSAs obtidos por ambos esses procedimentos mostraram-se próximos). No entanto, essa conclusão não pode ser generalizada e uma avaliação cuidadosa da validade do procedimento de linearização é recomendada. Além disso, o procedimento simplificado de Warburton (1982), mesmo sendo desenvolvido para sistemas lineares de um grau de liberdade, mostrou-se razoavelmente preciso para determinar parâmetros ótimos de um ADSA. Essa é uma informação valiosa para fins de projeto de ADSAs. Já para o exemplo numérico II (pórtico plano), a otimização foi efetuada calculando-se a resposta da estrutura somente via linearização estatística por espaço de estado.

Para ambos os exemplos numéricos relativos à abordagem estocástica convencional foi constatado, considerando a resposta da estrutura em termos do desvio padrão do deslocamento horizontal, que: a presença de ADSAs reduz consideravelmente a resposta da estrutura; o controle é mais eficiente quando MADSAs são considerados e quando a maior razão de massa considerada foi adotada e, as respostas não linear

e linear aproximam-se conforme aumenta a quantidade de ADSAs. As maiores reduções do referido desvio padrão (cenários C3), para as razões de massa de 3% e de 10%, respectivamente, foram de aproximadamente 39% e 49% para o exemplo numérico I, e de 31% e 39% para o exemplo numérico II. Também relativo à essa resposta, pode-se concluir que os ADSAs mostraram um desempenho similar aos ADSs viscosos clássicos, especialmente quando MADSA foram considerados.

Quando as estruturas controladas dos exemplos numéricos I e II foram submetidas a registros sísmicos reais com conteúdo de frequência e *PGA* distintos dos utilizados no procedimento de otimização, observou-se também uma redução significativa no deslocamento horizontal das estruturas, porém menor do que a observada para os sismos simulados com as mesmas características dos usados na otimização. Inclusive, para os cenários C1 e C2 do exemplo numérico II, para razão de massa de 10%, quando considerado o sismo El Centro, a resposta da estrutura foi até mesmo prejudicada.

Quanto à abordagem robusta baseada em confiabilidade, o exemplo numérico apresentado mostrou que a presença de MADSA com pequenas razões de massa pode reduzir significativamente a probabilidade de falha de estruturas submetidas à excitação sísmica. A redução da probabilidade de falha proporcionada pelos MADSA em relação à estrutura sem controle foi maior que 98%, para as duas situações avaliadas. Essa informação é importante do ponto de vista da engenharia, dado que quanto menor a massa total dos MADSA, menor é o espaço requerido por esses dispositivos, bem como menor é a carga vertical aplicada pelos mesmos à estrutura, o que é algo desejável para um projeto estrutural.

Apesar das limitações do estudo proposto, pode-se considerar, de modo geral, que uso de ADSAs mostra-se promissor para o controle da resposta sísmica de estruturas. No entanto, alguns resultados obtidos alertam que deve-se ter cautela quanto à determinação de seus parâmetros ótimos. Esses parâmetros devem ser obtidos de acordo com as características sísmicas da região onde o edifício será implantado, sendo sempre necessária uma avaliação criteriosa acerca da influência desses dispositivos na resposta da estrutura. É importante também destacar que a aplicabilidade das metodologias apresentadas não se restringe à estruturas civis, podendo ser flexibilizada para o controle de diversos sistemas estruturais, bem como adaptada para outros tipos de excitações.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Considerando a escassez de estudos disponíveis na literatura relativos à otimização de MADsAs, como recomendações para trabalhos futuros sobre esse assunto, sugere-se a adaptação e a avaliação das metodologias propostas de modo a considerar: outras representações da força de atrito e outros critérios de linearização; um modelo não linear físico e geométrico para a estrutura, dado que a resposta sísmica de uma estrutura tende a ser não linear; sistemas estruturais mais complexos; excitações sísmicas não estacionárias espectro compatíveis.

REFERÊNCIAS

- ABE, M.; FUJINO, Y. Dynamic characterization of multiple tuned mass dampers and some design formulas. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 23, n. 8, p. 813–835, 1994.
- ARFIADI, Y.; HADI, M. N. S. Optimum placement and properties of tuned mass dampers using hybrid genetic algorithms. **International Journal of Optimization in Civil Engineering**, v. 1, p. 167–187, 2011.
- BARBOSA, A. R.; RAMADHAN, G. Seismic performance of a tall diagrid steel building with tuned mass dampers. **International Journal of Innovations in Materials Science and Engineering**, v. 1, n. 2, p. 90–102, 2014.
- BATTISTA, R. C.; PFEIL, M. S. Reduction of vortex-induced oscillations of rio niterói bridge by dynamic control devices. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 84, n. 3, p. 273–288, 2000.
- BECK, A. T.; KOUGIOUMTZOGLOU, I. A.; SANTOS, K. R. M. dos. Optimal performance-based design of non-linear stochastic dynamical rc structures subject to stationary wind excitation. **Engineering Structures**, v. 78, n. 1, p. 145–153, 2014.
- BERTERO, V. V.; KAMIL, H. Nonlinear seismic design of multistory frames. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 2, n. 4, p. 494–516, 1975.
- BOSSE, R. M. **Desempenho de TMDs em edifícios submetidos a terremotos**. 127 p. Mestrado em Engenharia Civil — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.
- BROCK, J. E. A note on the damped vibration absorber. **Journal of Applied Mechanics**, v. 68, n. A-284, 1946.
- C. LIN, C.; L. LIN, G.; LUNG, H. Y. Dynamic test of multiple tuned mass dampers for vibration control of high-rise buildings. **Tenth U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Anchorage**, 2014.

- CACCIOLA, P.; DEODATIS, G. A method for generating fully non-stationary and spectrum-compatible ground motion vector processes. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 31, n. 3, p. 351–360, 2011.
- CAUGHEY, T. K. Equivalent linearization techniques. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 35, n. 11, p. 1706–1711, 1963.
- CHEN, G.; WU, J. Optimal placement of multiple tune mass dampers for seismic structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 127, n. 9, p. 1054–1062, 2001.
- CHUNG, L. L. et al. Optimal design theories of tuned mass dampers with nonlinear viscous damping. **Earthquake Engineering and Engineering Vibration**, v. 8, n. 4, p. 547–560, 2009.
- CHUNG, L. L. et al. Optimal design of friction pendulum tuned mass damper with varying friction coefficient. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 20, n. 4, p. 544–559, 2013.
- CHUNG, L. L. et al. Optimal design formulas for viscous tuned mass dampers in wind-excited structures. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 20, n. 3, p. 320–336, 2013.
- CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 2003.
- CONSTANTINOU, M. C.; SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. **Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit**. Buffalo: MCEER, 1998.
- CONTE, J. P.; PENG, B. F. Nonstationary earthquake ground motion model. **Eleventh World Conference on Earthquake Engineering**, Mexico, 1996.
- COSTA, M. M. A. da. **Análise do comportamento de estrutura utilizando múltiplos sistemas passivos de absorção**. 300 p. Tese (Mestrado em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- COSTA, M. M. A. da et al. Análise de incertezas em projetos utilizando sistema passivos de absorção. **XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, Brasil, 2016.

CURADELLI, R. O. **Controle de vibrações em estruturas usando amortecedores metálicos**. 164 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

CURADELLI, R. O.; AMANI, M. Integrated structure-passive control design of linear structures under seismic excitations. **Engineering Structures**, v. 81, p. 256–264, 2014.

CURADELLI, R. O.; MIGUEL, L. F. F.; RIERA, J. D. Consideraciones sobre el uso de amortiguadores en el proyecto de estructuras sismorresistentes. **XI SIBIS: Décimo Primer Seminario Iberoamericano de Ingeniería Sísmica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Argentina**, 2003.

DATTA, T. K. A state-of-the-art review on active control of structures. **Journal of Earthquake Technology**, v. 40, n. 1, p. 1–17, 2003.

DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**. New York: McGraw-Hill, 1956.

Eurocode 8. Design of structures for earthquake resistance. **Comité Européen de Normalisation**, 2004.

FADEL MIGUEL, L. F. et al. A novel approach to the optimum design of mtmds under seismic excitations. **Structural Control and Health Monitoring**, 2016.

FALCON, K. C. et al. Optimization of vibration absorbers: A graphical method for use on idealized systems with restricted damping. **Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 9, n. 5, p. 374–381, 1967.

FRAHM, H. Device for damping vibrations of bodies. Patent US 989958 A, 1909.

GEWEI, Z.; BASU, B. A study on friction-tuned mass damper: harmonic solution and statistical linearization. **Journal of Vibration and Control**, v. 17, n. 5, p. 721–731, 2010.

GIULIANO, F. Note on the paper "optimum parameters of tuned liquid column gas damper for mitigation of seismic-induced vibrations of offshore jacket platforms" by seyed amin mousavi, khosrow bargi, and seyed mehdi zahrai. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 20, n. 5, p. 852, 2013.

HADI, M. N. S.; ARFIADI, Y. Optimum design of absorber for mdof structures. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, n. 11, p. 1272–1280, 1998.

HAHNKAMM, E. *Versammlung der schiffbautechnische gesellschaft*. **Berlin**, 1935.

HARTUNG, A.; SCHMIEG, H.; VIELSACK, P. Passive vibration absorber with dry friction. **Archive of Applied Mechanics**, v. 71, n. 6, p. 463–472, 2001.

HOANG, N.; WARNITCHAI, P. Design of multiple tuned mass dampers by using a numerical optimizer. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 34, n. 2, p. 125–144, 2005.

HOUSNER, G. W. et al. Structural control: Past, present, and future. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 123, n. 9, p. 897–971, 1997.

INAUDI, J. A.; KELLY, J. M. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 121, n. 1, p. 142–149, 1995.

IWANAMI, K.; SETO, K. Optimum design of dual tuned mass dampers and their effectiveness. **Proceedings of the Japan Society of Mechanical Engineering(C)**, v. 50, p. 44–52, 1984.

JABARY, R. N.; MADABHUSHI, S. P. G. Tuned mass damper effects on the response of multi-storied structures observed in geotechnical centrifuge tests. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 77, p. 373–380, 2015.

JANGID, R. S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 28, n. 9, p. 1041–1049, 1999.

JOSHI, A. S.; JANGID, R. S. Optimum parameters of multiple tuned mass dampers for base-excited damped systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 202, n. 5, p. 657–667, 1997.

KANAI, K. An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions. **Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo**, v. 39, p. 85–95, 1961.

LEE, C. L. et al. Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. **Engineering Structures**, v. 28, n. 1, p. 43–53, 2006.

- LEE, J.; BERGER, E.; KIM, J. H. Feasibility study of a tunable friction damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 283, n. 3, p. 707–722, 2005.
- LEE, S. et al. Computation of optimal friction of tuned mass damper for controlling base-excited structures. **International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences**, v. 8, n. 3, p. 115–120, 2008.
- LEUNG, A. Y. T.; ZHANG, H. Particle swarm optimization of tuned mass dampers. **Engineering Structures**, v. 31, n. 3, p. 715–728, 2009.
- LI, B. et al. Generating spectrum-compatible time histories using eigenfunctions. **Bulletin of the Seismological Society of America**, v. 107, n. 3, p. 1–4, 2017.
- LI, H.; LI, J.; SONG, G. Improved suboptimal bang–bang control of aseismic buildings with variable friction dampers. **Acta Mechanica Sinica**, v. 23, n. 1, p. 101–109, 2007.
- LI, Q.; WEI-MING, Y.; SHENG-BO, G. Variable friction tmd and its control effectiveness under harmonic excitation. **JOURNAL OF VIBRATION AND SHOCK**, v. 31, n. 4, p. 173–178, 2012.
- LI, Q.; YEXUE, L.; FUWEI, X. Theoretical and experimental studies on seismic control effectiveness of tmd with invariable friction damping. **World Earthquake Engineering**, n. 1, p. 96–101, 2011.
- LIN, C.-C. et al. Optimum design and experimental study of multiple tuned mass dampers with limited stroke. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 39, n. 14, p. 1631–1651, 2010.
- LOPEZ, R. H.; FADEL MIGUEL, L. F.; BECK, A. T. Tuned mass dampers for passive control of structures under earthquake excitations. **Encyclopedia of Earthquake Engineering**, p. 1–12, Springer Berlin Heidelberg, 2014.
- LOUROZA, M. A.; ROITMAN, N.; MAGLUTA, C. Vibration reduction using passive absorption system with coulomb damping. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 19, n. 3, p. 537–549, 2005.
- LUTES, L. D.; SARKANI, S. **Random Vibrations**. Burlington: Elsevier, 2004.

MAGLUTA, C. **Sistemas dinâmicos passivos para absorção de vibrações estruturais**. 300 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

MANTOVANI, G. Z. et al. Optimum design of multiple friction tuned mass dampers under seismic excitations. **Proceedings of the 6th international symposium on solid mechanics, Joinville**, p. 521–535, 2017.

Manual of Steel Construction. **American Institute of Steel Construction**, Seventh edition, 1973.

MARANO, G. C.; GRECO, R.; SGOBBA, S. A comparison between different robust optimum design approaches: Application to tuned mass dampers. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 25, n. 1, p. 108–118, 2010.

MELCHERS, R. E. **Structural reliability analysis and prediction**. New York: Wiley, 1999.

MIGUEL, L. F. F.; FADEL MIGUEL, L. F.; LOPEZ, R. H. Robust design optimization of friction dampers for structural response control. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 21, n. 9, p. 1240–1251, 2014.

MOHEBBI, M. et al. Designing optimal multiple tuned mass dampers using genetic algorithms (gas) for mitigating the seismic response of structures. **Journal of Vibration and Control**, v. 19, n. 4, p. 605–625, 2013.

MONTANARO, M. I. Sistemas de control de vibraciones en estructuras de gran altura. **Informes de la Construcción**, v. 53, n. 477, p. 31–39, 2002.

MOSTAGHEL, N.; DAVIS, T. Representations of coulomb friction for dynamic analysis. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 26, n. 5, p. 541–548, 1997.

NASR, A.; MRAD, C.; NASRI, R. Mechanical vibration elimination using friction absorber. **Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design and Monitoring: Proceedings of the Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design Conference, Sousse**, p. 259–268, 2015.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The Computer Journal**, v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965.

NEWMARK, N. M. A method of computation for structural dynamics. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, v. 85, n. 3, p. 67–94, 1959.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. New York: Springer, 1999.

ORMONDROYD, J.; DEN HARTOG, J. P. The theory of the dynamic vibration absorber. **Transactions of the ASME**, v. 50, n. 7, p. 9–22, 1928.

PALL, A. S.; RASHIMI PALL. Friction-dampers for seismic control of buildings "a canadian experience". **Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Mexico**, 1996.

PAPADIMITRIOU, C.; KATAFYGIOTIS, L. S.; AU, S.-K. Effects of structural uncertainties on tmd design: A reliability-based approach. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 4, n. 1, p. 65–88, 1997.

PAPARIZOS, L. G. Some observations on the random response of hysteretic systems. **Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena**, Rep. No. EERL-86/02, 1986.

PISAL, A. Y.; JANGID, R. S. Seismic response of multi-story structure with multiple tuned mass friction dampers. **International Journal of Advanced Structural Engineering**, v. 6, n. 1, p. 1–13, 2014.

POON, D. C. K. et al. Structural design of taipei 101 the, world's tallest building. **Conference of Council on Tall Buildings and Urban Habitat, Seoul**, p. 271–278, 2004.

RANA, R.; SOONG, T. T. Parametric study and simplified design of tuned mass dampers. **Engineering Structures**, v. 20, n. 3, p. 193–204, 1998.

RIBAKOV, Y.; AGRANOVICH, G. Design of roof isolation systems with variable friction dampers. **14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing**, 2008.

RICCIARDELLI, F.; VICKERY, B. J. Tuned vibration absorbers with dry friction damping. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 28, n. 7, p. 707–723, 1999.

ROBERTS, J. B.; SPANOS, P. D. **Random Vibration and Statistical Linearization**. Chinchester: Wiley, 1990.

RUDINGER, F. Tuned mass damper with nonlinear viscous damping. **Journal of Sound and Vibration**, v. 300, n. 3-5, p. 932–948, 2007.

SAAED, T. E. et al. A state-of-the-art review of structural control systems. **Journal of Vibration and Control**, v. 21, n. 5, p. 919–937, 2015.

SADEK, F. et al. A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 26, n. 6, p. 617–635, 1997.

SARKAR, K.; GUPTA, V. K.; GEORGE, R. C. Wavelet-based generation of spatially correlated accelerograms. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 87, p. 116–124, 2016.

SCRUGGS, J. T.; TAFLANIDIS, A. A.; BECK, J. L. Reliability-based control optimization for active base isolation systems. **Structural Control and Health Monitoring**, v. 13, n. 2-3, p. 705–723, 2006.

SHINOZUKA, M.; JAN, C. M. Digital simulation of random processes and its applications. **Journal of Sound and Vibration**, v. 25, n. 1, p. 111–128, 1972.

SKINNER, R. I.; ROBINSON, W. H.; MCVERRY, G. H. **An Introduction to Seismic Isolation**. Chichester: Wiley, 1993.

SNOWDON, J. C. Steady-state behavior of the dynamic absorber. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 31, n. 8, p. 1096–1103, 1959.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. **Passive Energy Dissipation and Active Control, Structural Engineering Handbook**. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999.

SOTO, M. G.; ADELI, H. Tuned mass dampers. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 20, p. 419–431, 2013.

SPENCER JR., B. F.; NAGARAJAIAH, S. State of the art of structural control. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 7, p. 845–856, 2003.

TAFLANIDIS, A. A.; BECK, J. L.; ANGELIDES, D. C. Robust reliability-based design of liquid column mass dampers under earthquake excitation using an analytical reliability approximation. **Engineering Structures**, v. 29, n. 12, p. 3525–3537, 2007.

TAJIMI, H. A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake. **Proceedings of 2nd World Conference in Earthquake Engineering, Tokyo**, p. 781–797, 1960.

TIAN, Z.; QIAN, J.; ZHANG, L. Slide roof system for dynamic response reduction. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 37, n. 4, p. 647–658, 2008.

Uniform Building Code. **International Conference of Building Officials**, 1973.

VARELA, W. D.; BATTISTA, R. C. Control of vibrations induced by people walking on large span composite floor decks. **Engineering Structures**, v. 33, n. 9, p. 2485–2494, 2011.

VILLAVERDE, R. Aseismic roof isolation system: Feasibility study with 13-story building. **Journal of Structural Engineering**, v. 128, n. 2, p. 188–196, 2002.

WARBURTON, G. B. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 9, n. 3, p. 251–262, 1981.

WARBURTON, G. B. Optimum absorber parameters for various combinations of response and excitation parameters. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 10, n. 3, p. 381–401, 1982.

WARBURTON, G. B.; AYORINDE, E. O. Optimum absorber parameters for simple systems. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 8, n. 3, p. 197–217, 1980.

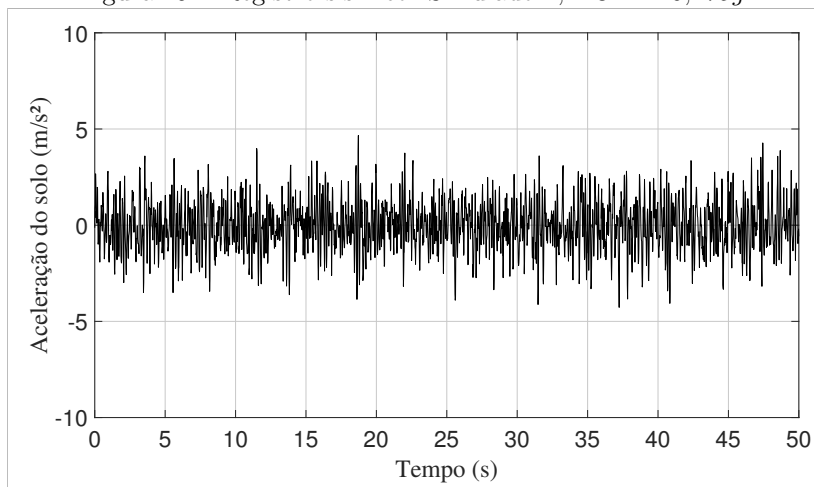
XU, K.; IGUSA, T. Dynamic characteristics of multiple substructures with closely spaced frequencies. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 21, n. 12, p. 1059–1070, 1992.

XU, K.; IGUSA, T. Vibration control using multiple tuned mass dampers. **Journal of Sound and Vibration**, v. 175, n. 4, p. 491–503, 1994.

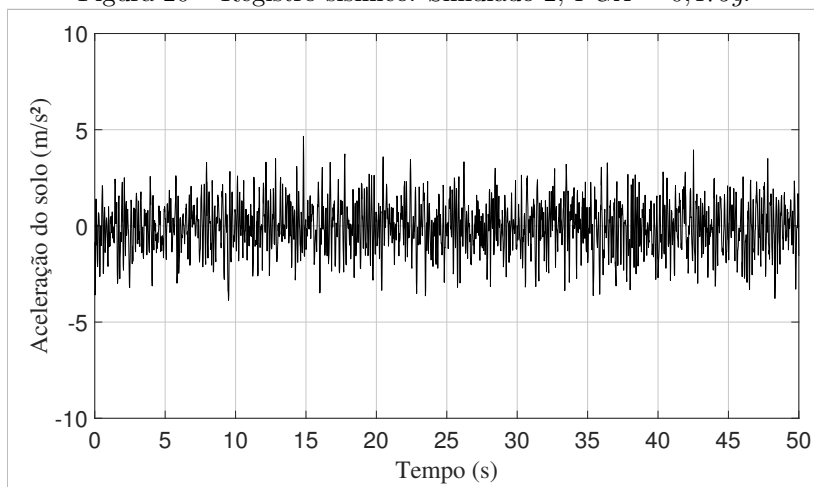
YAMAGUCHI, H.; HARNPORNCHAI, N. Fundamental characteristics of multiple tuned mass dampers for suppressing harmonically forced oscillations. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, v. 22, n. 1, p. 51–62, 1993.

YANG, X.-S. Firefly algorithms for multimodal optimization. **Stochastic algorithms: foundations and application, SAGA. Lecture notes in computer sciences**, v. 5792, p. 169–178, 2009.

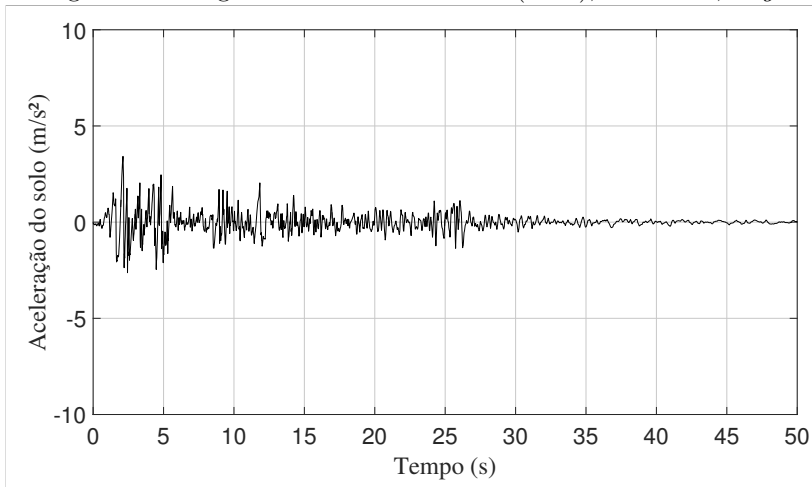
APÊNDICE A - REGISTROS SÍSMICOS

Figura 19 – Registro sísmico: Simulado 1, $PGA = 0,475g$.

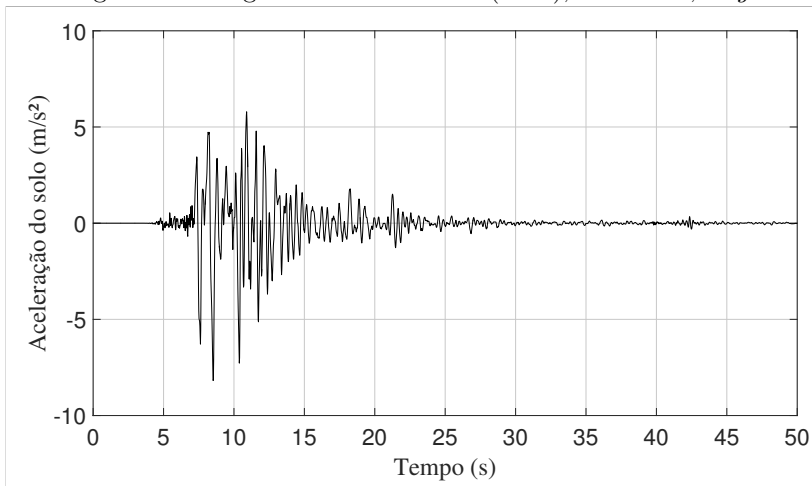
Fonte: Acervo próprio.

Figura 20 – Registro sísmico: Simulado 2, $PGA = 0,475g$.

Fonte: Acervo próprio.

Figura 21 – Registro sísmico: El Centro (1940), $PGA = 0,349g$.

Fonte: Acervo próprio. Registro obtido de:
<http://ngawest2.berkeley.edu/>

Figura 22 – Registro sísmico: Kobe (1995), $PGA = 0,834g$.

Fonte: Acervo próprio. Registro obtido de:
<http://ngawest2.berkeley.edu/>

**APÊNDICE B - RESULTADOS COMPLEMENTARES:
EXEMPLO NUMÉRICO I**

Tabela 10 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0260	0,0510	0,0743	0,0953	0,1132	0,1281	0,1404	0,1493	0,1552	0,1582
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0163	0,0314	0,0451	0,0574	0,0690	0,0796	0,0883	0,0959	0,1012	0,1041
R (%)	37,17	38,39	39,28	39,73	39,06	37,89	37,06	35,77	34,79	34,19
x_i^{LE} (m)	0,0145	0,0285	0,0416	0,0531	0,0636	0,0723	0,0795	0,0852	0,0891	0,0910
R (%)	44,12	44,09	44,03	44,25	43,83	43,59	43,36	42,93	42,59	42,44
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0137	0,0270	0,0394	0,0506	0,0609	0,0701	0,0774	0,0828	0,0863	0,0879
R (%)	47,17	47,17	47,03	46,87	46,20	45,26	44,85	44,57	44,42	44,41
x_i^{LE} (m)	0,0135	0,0266	0,0387	0,0493	0,0589	0,0668	0,0734	0,0785	0,0819	0,0834
R (%)	47,81	47,89	47,88	48,24	47,93	47,81	47,72	47,43	47,25	47,27
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0137	0,0264	0,0385	0,0488	0,0576	0,0652	0,0713	0,0759	0,0789	0,0801
R (%)	47,35	48,19	48,22	48,81	49,16	49,11	49,20	49,16	49,16	49,38
x_i^{LE} (m)	0,0143	0,0278	0,0405	0,0514	0,0610	0,0692	0,0758	0,0808	0,0841	0,0855
R (%)	44,83	45,49	45,47	46,01	46,13	46,00	46,02	45,89	45,80	45,92

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 11 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0260	0,0510	0,0743	0,0953	0,1132	0,1281	0,1404	0,1493	0,1552	0,1582
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0135	0,0266	0,0387	0,0492	0,0576	0,0642	0,0714	0,0770	0,0809	0,0832
R (%)	48,14	47,88	47,88	48,36	49,10	49,86	49,16	48,41	47,88	47,39
x_i^{LE} (m)	0,0120	0,0231	0,0329	0,0416	0,0487	0,0546	0,0595	0,0656	0,0702	0,0727
R (%)	53,85	54,77	55,76	56,38	56,96	57,34	57,58	56,10	54,80	54,00
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0122	0,0237	0,0344	0,0435	0,0516	0,0582	0,0638	0,0687	0,0726	0,0751
R (%)	53,18	53,58	53,79	54,32	54,44	54,57	54,51	53,97	53,20	52,51
x_i^{LE} (m)	0,0115	0,0220	0,0317	0,0400	0,0468	0,0528	0,0578	0,0617	0,0645	0,0668
R (%)	55,88	56,82	57,39	58,04	58,66	58,77	58,83	58,72	58,45	57,80
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0110	0,0211	0,0299	0,0376	0,0438	0,0489	0,0532	0,0589	0,0632	0,0656
R (%)	57,70	58,68	59,84	60,58	61,30	61,80	62,08	60,57	59,28	58,54
x_i^{LE} (m)	0,0114	0,0218	0,0313	0,0394	0,0461	0,0517	0,0566	0,0603	0,0629	0,0645
R (%)	56,22	57,18	57,96	58,63	59,27	59,61	59,69	59,59	59,48	59,23

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 12 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0241	0,0472	0,0685	0,0880	0,1050	0,1198	0,1321	0,1418	0,1484	0,1518
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0166	0,0330	0,0481	0,0613	0,0723	0,0810	0,0880	0,0944	0,0997	0,1030
R (%)	31,28	30,11	29,85	30,30	31,16	32,40	33,39	33,41	32,82	32,17
x_i^{LE} (m)	0,0163	0,0324	0,0472	0,0600	0,0707	0,0789	0,0857	0,0921	0,0975	0,1008
R (%)	32,23	31,23	31,05	31,77	32,72	34,11	35,12	35,06	34,31	33,59
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0156	0,0311	0,0453	0,0578	0,0680	0,0763	0,0832	0,0897	0,0953	0,0984
R (%)	35,36	34,11	33,94	34,31	35,26	36,30	37,01	36,72	35,76	35,18
x_i^{LE} (m)	0,0150	0,0297	0,0431	0,0546	0,0641	0,0714	0,0776	0,0836	0,0891	0,0921
R (%)	37,97	37,12	37,05	37,88	38,95	40,36	41,28	41,03	39,98	39,33
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0155	0,0308	0,0449	0,0571	0,0671	0,0750	0,0816	0,0878	0,0933	0,0963
R (%)	35,76	34,64	34,50	35,08	36,09	37,37	38,25	38,05	37,14	36,55
x_i^{LE} (m)	0,0157	0,0311	0,0452	0,0572	0,0672	0,0747	0,0809	0,0867	0,0918	0,0948
R (%)	35,02	34,15	34,06	34,96	36,03	37,61	38,77	38,82	38,13	37,55

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 13 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0241	0,0472	0,0685	0,0880	0,1050	0,1198	0,1321	0,1418	0,1484	0,1518
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0134	0,0261	0,0379	0,0473	0,0553	0,0614	0,0673	0,0734	0,0776	0,0794
R (%)	44,54	44,64	44,75	46,23	47,31	48,74	49,09	48,26	47,70	47,67
x_i^{LE} (m)	0,0128	0,0250	0,0363	0,0454	0,0528	0,0579	0,0642	0,0698	0,0739	0,0760
R (%)	46,81	46,96	47,01	48,43	49,74	51,66	51,40	50,74	50,20	49,92
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0140	0,0273	0,0397	0,0498	0,0581	0,0640	0,0689	0,0740	0,0791	0,0821
R (%)	42,13	42,15	42,11	43,44	44,65	46,53	47,85	47,76	46,71	45,93
x_i^{LE} (m)	0,0136	0,0264	0,0384	0,0481	0,0559	0,0616	0,0662	0,0709	0,0757	0,0787
R (%)	43,71	43,95	43,95	45,31	46,73	48,57	49,91	50,00	48,99	48,16
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0133	0,0260	0,0378	0,0473	0,0549	0,0603	0,0646	0,0691	0,0738	0,0769
R (%)	44,69	44,89	44,88	46,24	47,71	49,62	51,08	51,26	50,25	49,36
x_i^{LE} (m)	0,0131	0,0253	0,0367	0,0459	0,0529	0,0580	0,0618	0,0659	0,0705	0,0736
R (%)	45,77	46,27	46,43	47,86	49,66	51,56	53,18	53,54	52,48	51,51

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 14 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0304	0,0595	0,0865	0,1111	0,1327	0,1509	0,1656	0,1766	0,1840	0,1877
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0218	0,0431	0,0636	0,0828	0,1004	0,1158	0,1287	0,1388	0,1457	0,1494
R (%)	28,39	27,59	26,50	25,48	24,37	23,26	22,26	21,44	20,83	20,42
x_i^{LE} (m)	0,0186	0,0364	0,0529	0,0678	0,0811	0,0933	0,1038	0,1124	0,1185	0,1216
R (%)	38,71	38,79	38,84	38,97	38,90	38,18	37,34	36,35	35,62	35,23
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0185	0,0362	0,0527	0,0676	0,0811	0,0933	0,1041	0,1128	0,1188	0,1218
R (%)	39,02	39,09	39,11	39,22	38,92	38,18	37,12	36,13	35,42	35,08
x_i^{LE} (m)	0,0185	0,0361	0,0524	0,0672	0,0804	0,0925	0,1030	0,1115	0,1175	0,1204
R (%)	39,23	39,32	39,39	39,54	39,40	38,71	37,81	36,85	36,16	35,83
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0184	0,0360	0,0523	0,0670	0,0805	0,0926	0,1034	0,1120	0,1179	0,1209
R (%)	39,40	39,49	39,54	39,68	39,36	38,65	37,56	36,60	35,90	35,58
x_i^{LE} (m)	0,0183	0,0358	0,0520	0,0666	0,0799	0,0918	0,1023	0,1108	0,1166	0,1195
R (%)	39,68	39,79	39,87	40,04	39,84	39,17	38,20	37,29	36,64	36,35

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 15 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0304	0,0595	0,0865	0,1111	0,1327	0,1509	0,1656	0,1766	0,1840	0,1877
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0157	0,0310	0,0457	0,0599	0,0737	0,0861	0,0965	0,1042	0,1089	0,1103
R (%)	48,27	47,82	47,11	46,10	44,48	42,97	41,72	40,98	40,82	41,21
x_i^{LE} (m)	0,0147	0,0287	0,0416	0,0531	0,0635	0,0731	0,0817	0,0885	0,0932	0,0956
R (%)	51,56	51,76	51,96	52,20	52,13	51,59	50,70	49,90	49,33	49,07
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0217	0,0429	0,0633	0,0823	0,0994	0,1142	0,1266	0,1361	0,1425	0,1456
R (%)	28,75	27,83	26,79	25,96	25,14	24,33	23,58	22,97	22,56	22,43
x_i^{LE} (m)	0,0145	0,0283	0,0409	0,0523	0,0633	0,0731	0,0815	0,0881	0,0928	0,0953
R (%)	52,20	52,43	52,66	52,94	52,29	51,56	50,81	50,13	49,57	49,21
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0142	0,0279	0,0409	0,0530	0,0638	0,0730	0,0807	0,0873	0,0916	0,0933
R (%)	53,38	53,15	52,68	52,33	51,96	51,66	51,25	50,55	50,21	50,29
x_i^{LE} (m)	0,0143	0,0278	0,0402	0,0516	0,0621	0,0720	0,0807	0,0874	0,0918	0,0936
R (%)	53,00	53,26	53,53	53,62	53,20	52,29	51,27	50,52	50,13	50,15

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 16 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0732	0,1465	0,2179	0,2857	0,3481	0,4036	0,4507	0,4878	0,5135	0,5266
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0718	0,1414	0,2063	0,2647	0,3152	0,3572	0,3901	0,4187	0,4399	0,4499
R (%)	1,92	3,46	5,31	7,34	9,44	11,51	13,45	14,15	14,32	14,57
x_i^{LE} (m)	0,0636	0,1273	0,1894	0,2485	0,3031	0,3517	0,3929	0,4254	0,4479	0,4593
R (%)	13,14	13,14	13,10	13,00	12,93	12,86	12,81	12,78	12,77	12,79
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0630	0,1260	0,1874	0,2456	0,2991	0,3466	0,3865	0,4176	0,4389	0,4491
R (%)	13,96	13,97	14,00	14,03	14,06	14,13	14,24	14,38	14,51	14,71
x_i^{LE} (m)	0,0633	0,1267	0,1885	0,2471	0,3011	0,3493	0,3901	0,4222	0,4443	0,4553
R (%)	13,50	13,50	13,51	13,52	13,50	13,45	13,43	13,44	13,48	13,55
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0628	0,1257	0,1870	0,2450	0,2985	0,3459	0,3858	0,4171	0,4385	0,4489
R (%)	14,19	14,19	14,21	14,23	14,25	14,30	14,39	14,50	14,60	14,77
x_i^{LE} (m)	0,0631	0,1262	0,1877	0,2461	0,2997	0,3474	0,3876	0,4193	0,4410	0,4516
R (%)	13,83	13,83	13,85	13,87	13,90	13,94	14,00	14,04	14,12	14,25

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 17 – Deslocamentos máximos do *shear building* para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0732	0,1465	0,2179	0,2857	0,3481	0,4036	0,4507	0,4878	0,5135	0,5266
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0666	0,1320	0,1952	0,2549	0,3101	0,3589	0,4016	0,4354	0,4594	0,4732
R (%)	9,11	9,92	10,45	10,78	10,90	11,09	10,89	10,74	10,53	10,15
x_i^{LE} (m)	0,0515	0,1034	0,1540	0,2022	0,2467	0,2862	0,3196	0,3455	0,3637	0,3728
R (%)	29,62	29,45	29,32	29,22	29,13	29,08	29,09	29,17	29,17	29,22
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0527	0,1033	0,1533	0,2004	0,2432	0,2804	0,3105	0,3334	0,3472	0,3513
R (%)	28,07	29,50	29,66	29,86	30,14	30,53	31,10	31,66	32,37	33,30
x_i^{LE} (m)	0,0513	0,1028	0,1531	0,2010	0,2450	0,2842	0,3170	0,3424	0,3591	0,3668
R (%)	30,01	29,84	29,74	29,66	29,61	29,60	29,66	29,81	30,07	30,34
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0509	0,1018	0,1512	0,1978	0,2404	0,2774	0,3083	0,3317	0,3462	0,3512
R (%)	30,43	30,50	30,61	30,75	30,95	31,27	31,61	32,01	32,57	33,30
x_i^{LE} (m)	0,0509	0,1019	0,1515	0,1987	0,2422	0,2807	0,3129	0,3376	0,3537	0,3603
R (%)	30,44	30,47	30,50	30,44	30,42	30,45	30,56	30,78	31,12	31,58

Fonte: Acervo próprio.

**APÊNDICE C - RESULTADOS COMPLEMENTARES:
EXEMPLO NUMÉRICO II**

Tabela 18 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0237	0,0477	0,0733	0,0986	0,1242	0,1486	0,1725	0,1938	0,2145	0,2331
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0177	0,0352	0,0532	0,0703	0,0933	0,1149	0,1345	0,1499	0,1623	0,1705
R (%)	25,29	26,16	27,39	28,66	24,91	22,68	22,04	22,64	24,32	26,83
x_i^{LE} (m)	0,0182	0,0362	0,0551	0,0733	0,0909	0,1066	0,1225	0,1372	0,1535	0,1679
R (%)	23,30	24,08	24,73	25,65	26,80	28,23	28,98	29,19	28,44	27,97
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0192	0,0383	0,0583	0,0774	0,0961	0,1134	0,1304	0,1453	0,1616	0,1767
R (%)	18,90	19,57	20,36	21,55	22,65	23,68	24,42	25,03	24,68	24,19
x_i^{LE} (m)	0,0191	0,0381	0,0582	0,0775	0,0965	0,1136	0,1309	0,1467	0,1642	0,1799
R (%)	19,42	20,08	20,61	21,39	22,31	23,57	24,11	24,30	23,47	22,82
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0196	0,0390	0,0596	0,0792	0,0986	0,1163	0,1340	0,1496	0,1671	0,1831
R (%)	17,42	18,06	18,71	19,67	20,61	21,74	22,35	22,82	22,08	21,46
x_i^{LE} (m)	0,0194	0,0388	0,0591	0,0786	0,0979	0,1156	0,1333	0,1490	0,1667	0,1827
R (%)	18,05	18,67	19,34	20,30	21,18	22,22	22,74	23,13	22,30	21,62

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 19 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 1, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0237	0,0477	0,0733	0,0986	0,1242	0,1486	0,1725	0,1938	0,2145	0,2331
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0183	0,0368	0,0570	0,0775	0,0979	0,1161	0,1343	0,1521	0,1719	0,1893
R (%)	22,70	22,80	22,18	21,42	21,22	21,88	22,16	21,50	19,89	18,77
x_i^{LE} (m)	0,0173	0,0344	0,0525	0,0700	0,0872	0,1029	0,1192	0,1348	0,1528	0,1695
R (%)	26,98	27,72	28,36	29,04	29,82	30,74	30,88	30,45	28,75	27,26
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0145	0,0287	0,0432	0,0568	0,0734	0,0893	0,1031	0,1133	0,1242	0,1368
R (%)	38,71	39,76	41,09	42,37	40,89	39,91	40,23	41,51	42,08	41,30
x_i^{LE} (m)	0,0155	0,0307	0,0464	0,0610	0,0750	0,0884	0,1025	0,1133	0,1283	0,1421
R (%)	34,42	35,50	36,72	38,09	39,59	40,53	40,57	41,56	40,20	39,02
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0153	0,0302	0,0453	0,0593	0,0728	0,0859	0,0992	0,1104	0,1257	0,1405
R (%)	35,45	36,58	38,20	39,90	41,39	42,18	42,50	43,01	41,41	39,73
x_i^{LE} (m)	0,0154	0,0305	0,0458	0,0600	0,0738	0,0904	0,1044	0,1149	0,1264	0,1412
R (%)	34,80	35,94	37,44	39,11	40,61	39,17	39,46	40,72	41,06	39,44

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 20 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0232	0,0484	0,0779	0,1100	0,1443	0,1761	0,2062	0,2312	0,2544	0,2716
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0166	0,0326	0,0504	0,0694	0,0885	0,1070	0,1273	0,1456	0,1650	0,1812
R (%)	28,59	32,54	35,28	36,89	38,70	39,27	38,27	37,01	35,14	33,28
x_i^{LE} (m)	0,0154	0,0306	0,0482	0,0662	0,0840	0,0993	0,1165	0,1325	0,1494	0,1643
R (%)	33,50	36,74	38,14	39,78	41,77	43,60	43,47	42,69	41,28	39,50
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0163	0,0321	0,0493	0,0679	0,0867	0,1044	0,1241	0,1416	0,1598	0,1755
R (%)	29,65	33,59	36,75	38,25	39,92	40,71	39,82	38,77	37,17	35,39
x_i^{LE} (m)	0,0149	0,0293	0,0450	0,0617	0,0785	0,0947	0,1127	0,1292	0,1469	0,1622
R (%)	35,68	39,38	42,19	43,84	45,62	46,25	45,33	44,11	42,24	40,27
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0156	0,0307	0,0468	0,0644	0,0822	0,0995	0,1183	0,1353	0,1531	0,1684
R (%)	32,82	36,50	39,90	41,44	43,07	43,49	42,61	41,49	39,80	37,99
x_i^{LE} (m)	0,0146	0,0286	0,0431	0,0589	0,0749	0,0918	0,1095	0,1254	0,1428	0,1576
R (%)	37,27	40,80	44,70	46,40	48,12	47,88	46,89	45,75	43,87	41,96

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 21 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Simulado 2, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0232	0,0484	0,0779	0,1100	0,1443	0,1761	0,2062	0,2312	0,2544	0,2716
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0161	0,0321	0,0486	0,0658	0,0845	0,1045	0,1254	0,1450	0,1669	0,1856
R (%)	30,45	33,69	37,59	40,12	41,46	40,69	39,16	37,29	34,38	31,65
x_i^{LE} (m)	0,0150	0,0296	0,0460	0,0629	0,0799	0,0970	0,1159	0,1332	0,1522	0,1694
R (%)	35,24	38,81	40,99	42,77	44,64	44,91	43,79	42,40	40,19	37,63
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0163	0,0323	0,0488	0,0673	0,0858	0,1050	0,1252	0,1440	0,1652	0,1839
R (%)	29,56	33,33	37,34	38,81	40,53	40,41	39,25	37,71	35,05	32,29
x_i^{LE} (m)	0,0150	0,0297	0,0451	0,0618	0,0786	0,0972	0,1166	0,1344	0,1545	0,1724
R (%)	35,18	38,64	42,08	43,78	45,55	44,81	43,46	41,87	39,25	36,51
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0155	0,0306	0,0463	0,0626	0,0803	0,0992	0,1186	0,1366	0,1568	0,1741
R (%)	33,13	36,67	40,62	43,06	44,34	43,70	42,45	40,91	38,36	35,89
x_i^{LE} (m)	0,0152	0,0301	0,0455	0,0614	0,0794	0,0981	0,1176	0,1357	0,1559	0,1734
R (%)	34,53	37,80	41,62	44,14	44,99	44,29	42,96	41,29	38,70	36,15

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 22 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sem controle										
x_i (m)	0,0169	0,0347	0,0549	0,0760	0,0981	0,1181	0,1367	0,1510	0,1631	0,1718
Cenário C1: 1 ADSA										
x_i^{NL} (m)	0,0153	0,0314	0,0497	0,0692	0,0899	0,1087	0,1254	0,1380	0,1484	0,1640
R (%)	9,57	9,53	9,45	9,00	8,39	7,91	8,21	8,66	9,02	4,54
x_i^{LE} (m)	0,0151	0,0310	0,0490	0,0681	0,0884	0,1070	0,1237	0,1367	0,1498	0,1650
R (%)	10,61	10,70	10,78	10,47	9,92	9,41	9,45	9,52	8,16	3,96
Cenário C2: 2 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0152	0,0311	0,0491	0,0683	0,0887	0,1073	0,1238	0,1361	0,1479	0,1633
R (%)	10,50	10,52	10,51	10,14	9,60	9,15	9,44	9,87	9,30	4,95
x_i^{LE} (m)	0,0149	0,0304	0,0480	0,0667	0,0866	0,1047	0,1210	0,1336	0,1491	0,1644
R (%)	12,24	12,36	12,49	12,23	11,76	11,33	11,43	11,57	8,56	4,31
Cenário C3: 5 ADSAs										
x_i^{NL} (m)	0,0151	0,0308	0,0487	0,0677	0,0878	0,1062	0,1225	0,1348	0,1486	0,1639
R (%)	11,11	11,18	11,24	10,95	10,48	10,08	10,36	10,76	8,88	4,60
x_i^{LE} (m)	0,0147	0,0301	0,0475	0,0660	0,0856	0,1034	0,1195	0,1318	0,1490	0,1643
R (%)	13,14	13,28	13,43	13,21	12,78	12,44	12,59	12,76	8,65	4,36

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 23 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico El Centro, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0169	0,0347	0,0549	0,0760	0,0981	0,1181	0,1367	0,1510	0,1631	0,1718
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0155	0,0309	0,0476	0,0645	0,0828	0,1020	0,1247	0,1472	0,1703	0,1890
R (%)	8,76	10,98	13,35	15,16	15,56	13,62	8,75	2,52	-4,40	-10,03
x_i^{LE} (m)	0,0140	0,0278	0,0426	0,0578	0,0743	0,0919	0,1133	0,1344	0,1562	0,1741
R (%)	17,66	19,82	22,30	23,98	24,23	22,17	17,12	11,01	4,22	-1,35
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0142	0,0284	0,0433	0,0584	0,0742	0,0912	0,1126	0,1339	0,1555	0,1726
R (%)	15,98	18,28	21,04	23,25	24,39	22,81	17,58	11,33	4,64	-0,50
x_i^{LE} (m)	0,0135	0,0269	0,0411	0,0555	0,0712	0,0880	0,1084	0,1284	0,1488	0,1650
R (%)	20,27	22,51	25,13	26,98	27,39	25,48	20,66	14,97	8,79	3,94
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0138	0,0274	0,0418	0,0562	0,0716	0,0882	0,1086	0,1288	0,1491	0,1651
R (%)	18,78	21,12	23,91	26,13	27,01	25,31	20,53	14,76	8,55	3,87
x_i^{LE} (m)	0,0135	0,0273	0,0423	0,0568	0,0707	0,0868	0,1074	0,1271	0,1466	0,1620
R (%)	20,22	21,40	22,97	25,32	27,94	26,51	21,40	15,83	10,11	5,68

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 24 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 3\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0504	0,1020	0,1579	0,2151	0,2841	0,3483	0,4013	0,4864	0,5908	0,6809
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0460	0,0934	0,1452	0,1965	0,2480	0,2959	0,3478	0,4137	0,5019	0,5784
R (%)	8,73	8,45	8,06	8,64	12,70	15,06	13,31	14,96	15,04	15,05
x_i^{LE} (m)	0,0432	0,0876	0,1363	0,1849	0,2351	0,2828	0,3382	0,4106	0,5018	0,5826
R (%)	14,32	14,10	13,67	14,05	17,24	18,81	15,72	15,59	15,06	14,45
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0456	0,0926	0,1437	0,1940	0,2441	0,2908	0,3414	0,4056	0,4933	0,5699
R (%)	9,47	9,21	9,02	9,79	14,09	16,53	14,91	16,61	16,51	16,30
x_i^{LE} (m)	0,0440	0,0892	0,1385	0,1875	0,2373	0,2841	0,3377	0,4074	0,4978	0,5773
R (%)	12,80	12,57	12,28	12,84	16,46	18,42	15,84	16,24	15,74	15,22
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0455	0,0923	0,1430	0,1929	0,2423	0,2884	0,3383	0,4020	0,4897	0,5668
R (%)	9,76	9,51	9,43	10,30	14,70	17,19	15,69	17,36	17,11	16,76
x_i^{LE} (m)	0,0447	0,0908	0,1408	0,1902	0,2398	0,2863	0,3381	0,4047	0,4940	0,5723
R (%)	11,25	11,01	10,84	11,57	15,60	17,80	15,75	16,81	16,39	15,96

Fonte: Acervo próprio.

Tabela 25 – Deslocamentos máximos do pórtico para o registro sísmico Kobe, considerando a resposta não linear (x_i^{NL}) e a resposta linear (x_i^{LE}), e o seu percentual de redução (R), para $\theta = 10\%$.

Pavimento i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Sem controle									
x_i (m)	0,0504	0,1020	0,1579	0,2151	0,2841	0,3483	0,4013	0,4864	0,5908	0,6809
	Cenário C1: 1 ADSA									
x_i^{NL} (m)	0,0451	0,0914	0,1404	0,1874	0,2346	0,2952	0,3515	0,3944	0,4313	0,4660
R (%)	10,58	10,38	11,08	12,85	17,43	15,24	12,39	18,91	27,00	31,57
x_i^{LE} (m)	0,0372	0,0753	0,1160	0,1556	0,1948	0,2314	0,2712	0,3238	0,3982	0,4660
R (%)	26,24	26,16	26,57	27,65	31,43	33,57	32,43	33,43	32,60	31,56
	Cenário C2: 2 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0455	0,0916	0,1397	0,1849	0,2271	0,2605	0,2906	0,3233	0,3799	0,4360
R (%)	9,83	10,14	11,55	14,05	20,05	25,21	27,59	33,53	35,70	35,97
x_i^{LE} (m)	0,0390	0,0788	0,1206	0,1607	0,1995	0,2337	0,2694	0,3161	0,3877	0,4532
R (%)	22,60	22,69	23,62	25,30	29,78	32,91	32,86	35,02	34,37	33,44
	Cenário C3: 5 ADSAs									
x_i^{NL} (m)	0,0443	0,0886	0,1340	0,1761	0,2136	0,2432	0,2690	0,3015	0,3567	0,4166
R (%)	12,12	13,10	15,12	18,11	24,81	30,18	32,97	38,01	39,62	38,81
x_i^{LE} (m)	0,0411	0,0824	0,1252	0,1654	0,2035	0,2347	0,2668	0,3071	0,3751	0,4391
R (%)	18,55	19,16	20,71	23,09	28,35	32,62	33,52	36,86	36,51	35,51

Fonte: Acervo próprio.