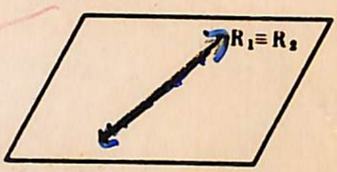
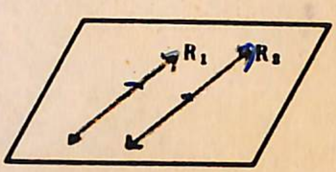
PA
RA
LE
LAS

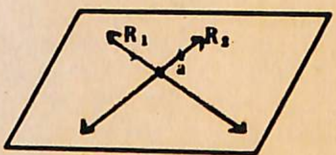


qualquer ponto de R_1 é também ponto de R_2 e qualquer ponto de R_2 é também ponto de R_1. logo
R_1 R_2;



qualquer que seja um ponto de R_1 êle não é ponto de R_2 e vice-versa; ou seja

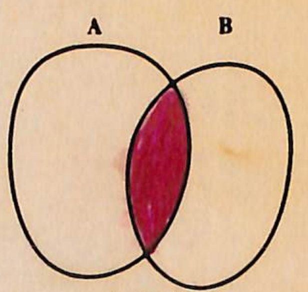
$$\text{se } a \in R_1, \text{ então } a \notin R_2;$$
$$\text{se } b \in R_2, \text{ então } b \notin R_1.$$



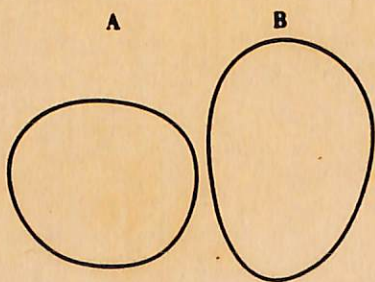
No terceiro caso R_1 e R_2 possuem um único ponto em comum que é *a*:

$$a \in R_1 \quad \text{e} \quad a \in R_2.$$

$A \cap B$ lê-se "A intersecção B" ou "A inter B".

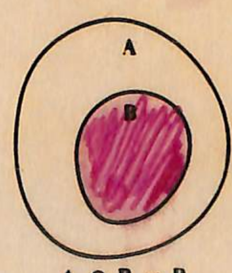


$A \cap B$

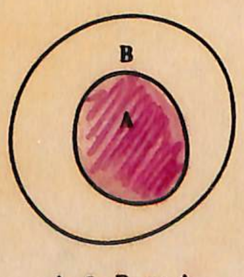


$A \cap B = \emptyset$

$A \cap B = A = B$

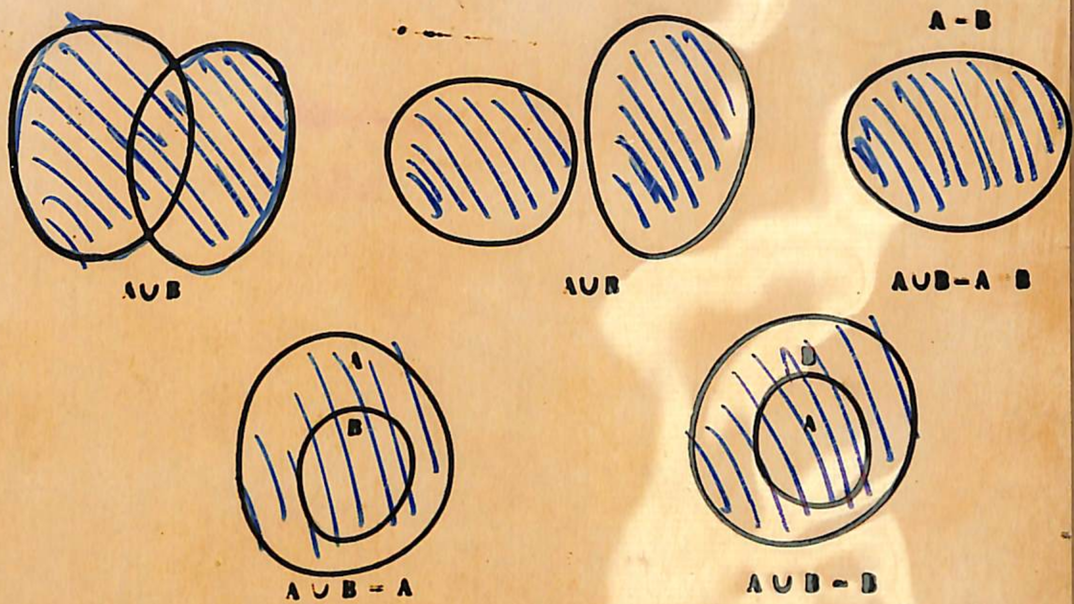


$A \cap B = B$

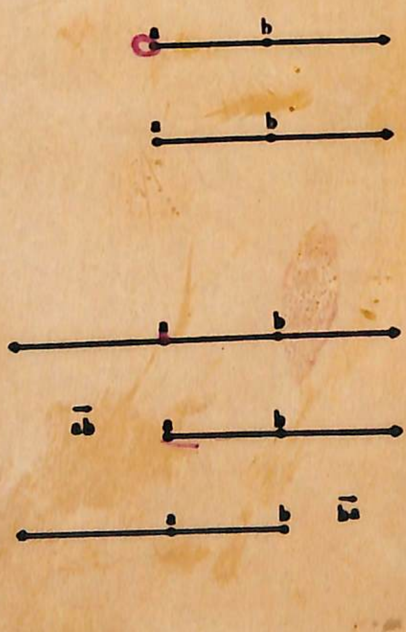


$A \cap B = A$

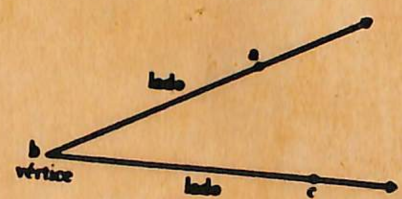
Semi-reta



Ângulo

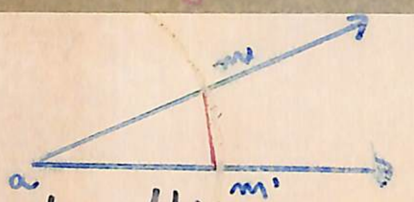


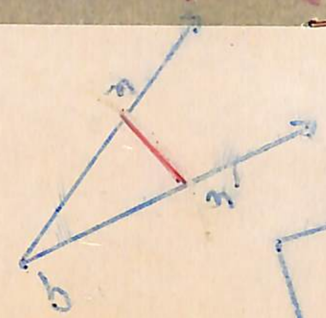
Ângulo é a reunião de duas semi-retas fechadas de mesma origem, distintas, e não alinhadas.



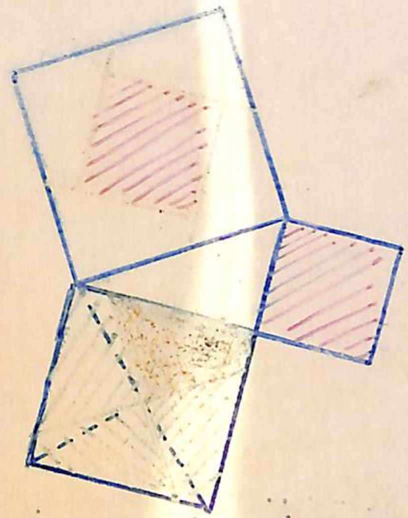
$$\angle\, abc = \overrightarrow{ba} \cup \overrightarrow{bc}$$

Congruência de Segmentos de Reta ; Congruência de Ângulos





modêlo matemática
Propriedades geométricas
Constroções geométricas
Paralelismo
Teorema de Pitágoras
Congruência de Triângulos



Congruência de Triângulos

1º construção : construir um triângulo abc sendo conhecidas medidas m e n de dois de seus lados

2º construir um triângulo abc sendo conhecidas as medidas m, n e r dos seus lados

3º construir um triângulo abc sendo dadas as medidas x e y de dois dos seus ângulos

4º construir um triângulo abc sendo dadas as medidas x e y de dois dos seus ângulos e a medida m do lado compreendido entre êles.

5º Construir um triângulo abc sendo dadas as medidas m e n de dois de seus lados e a medida x do ângulo compreendido entre eles

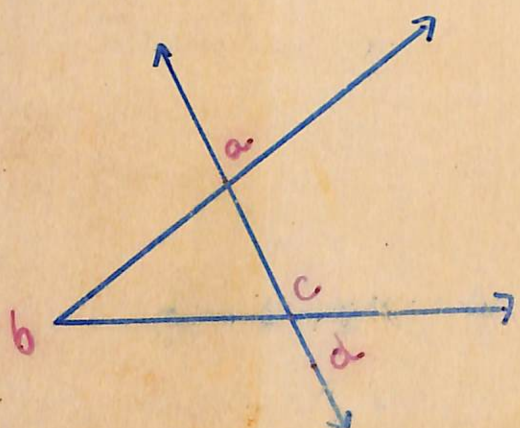
6º construir Δ abc sendo dadas as medidas m e n de dois de seus lados e a medida x de um dos ângulos opostos a um dêsses lados.
7º construir Δ abc sendo dadas a medida m de um lado e as medidas x e y de um < adjacente a êsse lado e de um < oposto a êsse lado.

Linguagem de Teoria dos Conjuntos	Geometria
Conjunto; elemento; relação de pertinência	ponto, figura geométrica como conjunto de pontos
Subconjunto	Reta e plano como subconjuntos do espaço
Reuniaõ de conjuntos	Ângulo como reuniaõ de semiretas
Interseção de conjuntos	Posições relativas de duas retas em um plano
Partiçaõ	Curva Fechada simples, interior, exterior

Um ponto de uma reta separa a reta

Curva fechada simples
ângulo
reta
} separam o plano

plano separa o espaço



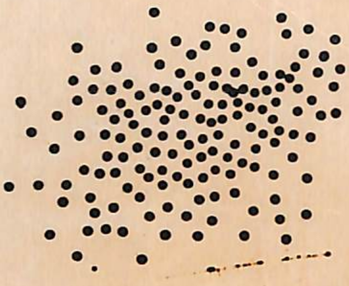
$\overrightarrow{ba} \cup \overrightarrow{bc} =$

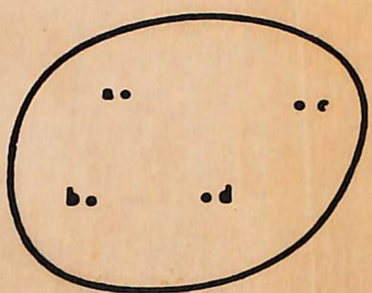
$\overleftrightarrow{ac} \cap \angle abc =$

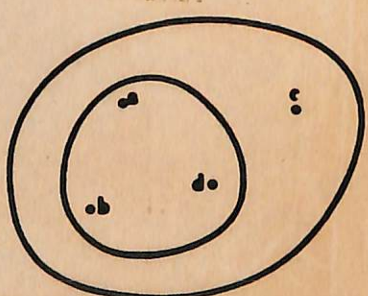
$\overrightarrow{bc} \cap \overline{bc} =$

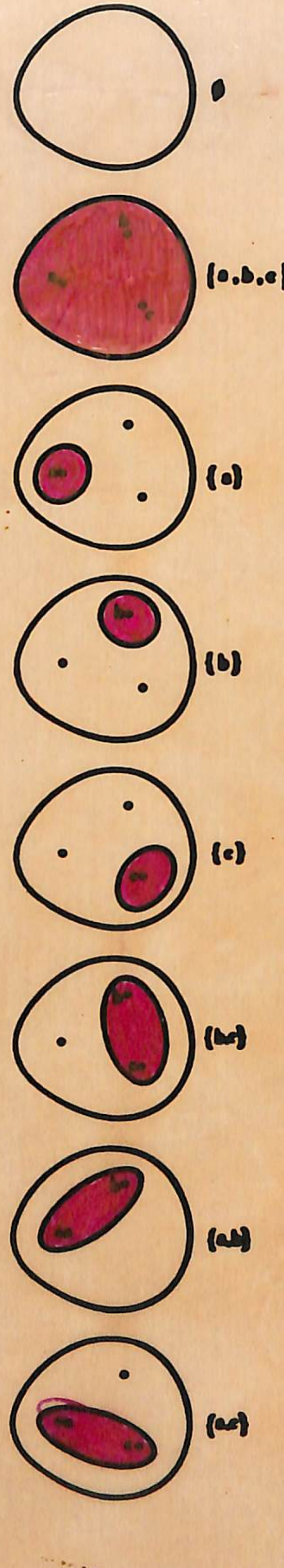
$\overrightarrow{ac} \cap \overrightarrow{ca} =$

$\overrightarrow{ca} \cap \overrightarrow{ad} =$

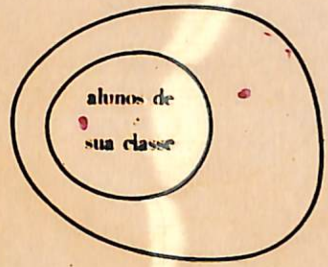


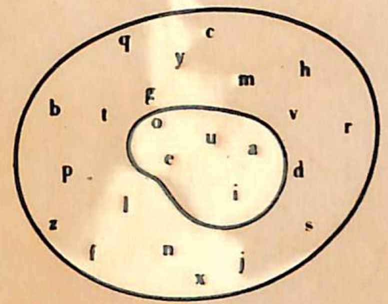


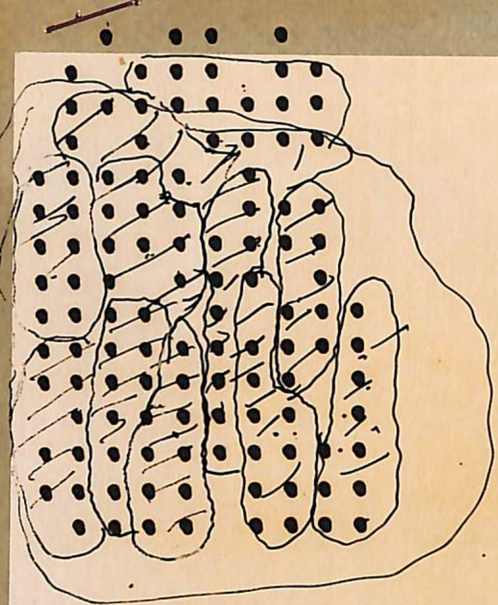




alunos
do ginásio





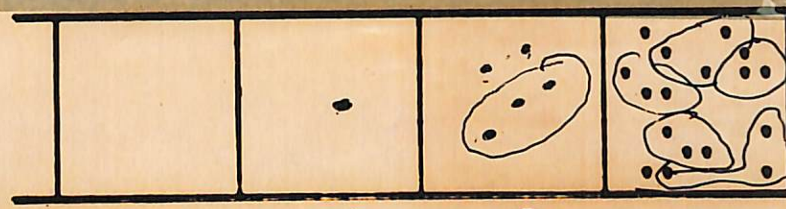


$1 \times 10 \times 10$

1×10

5

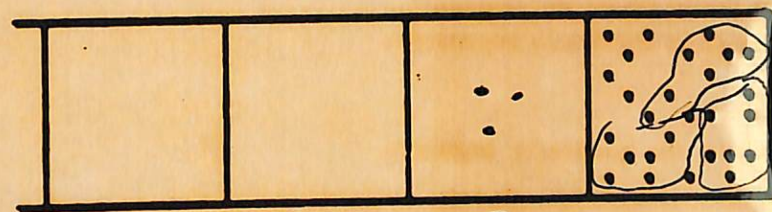
115



3

1 2 2

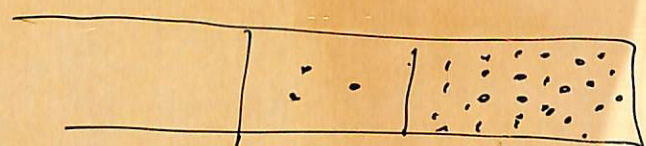
$(122)_3$

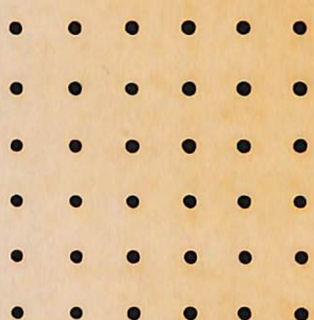


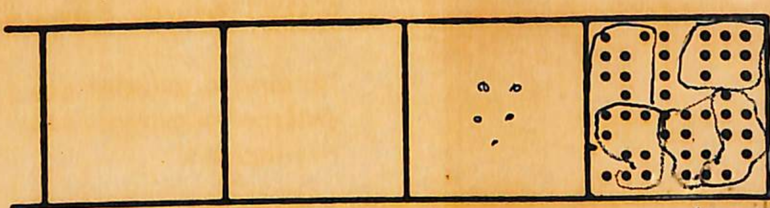
7

3 5

$(35)_7$







8

5 4

* $\boxed{\text{NOTAÇÃO EXPONENCIAL}}$

$$357 = 300 + 50 + 7$$

$$357 = (3 \times 100) + (5 \times 10) + 7$$

$$357 = (3 \times 10 \times 10) + (5 \times 10) + 7$$

$$357 = (\underline{3} \times 10^2) + (\underline{5} \times 10) + \underline{7}$$

$$(1111)_2 = (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2) + 1$$

$$= 8 + 4 + 2 + 1$$

$$= 15$$

O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

OPERAÇÕES

ADIÇÃO (3,6)

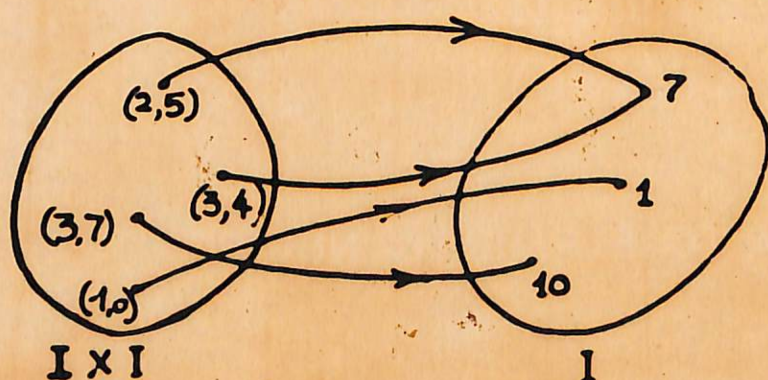
$3+6=?$ A com 3 elementos; B com 6 elementos e $A \cap B = \emptyset$

$$A \cup B = \{\Delta, \circ, \square, a, b, c, d, e, f\}$$

$$\downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow \; \downarrow$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

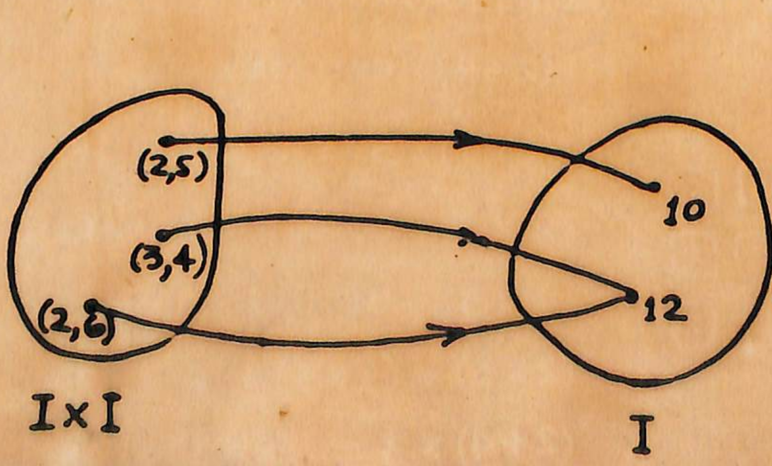
$(3,6) \longrightarrow 9 \qquad 3+6=9$



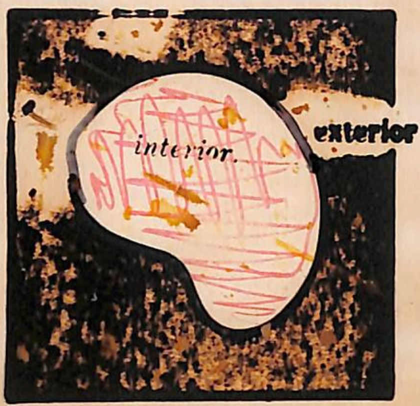
MULTIPLICAÇÃO (3,6)

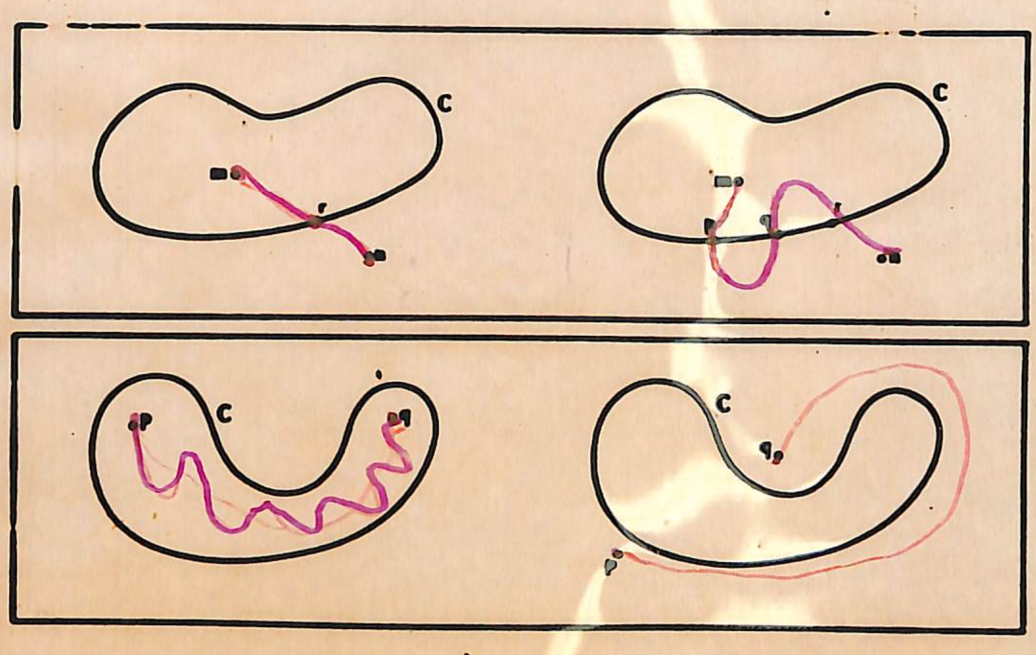
$3 \times 6 = ?$ A com 3 elementos; B com 6 elementos

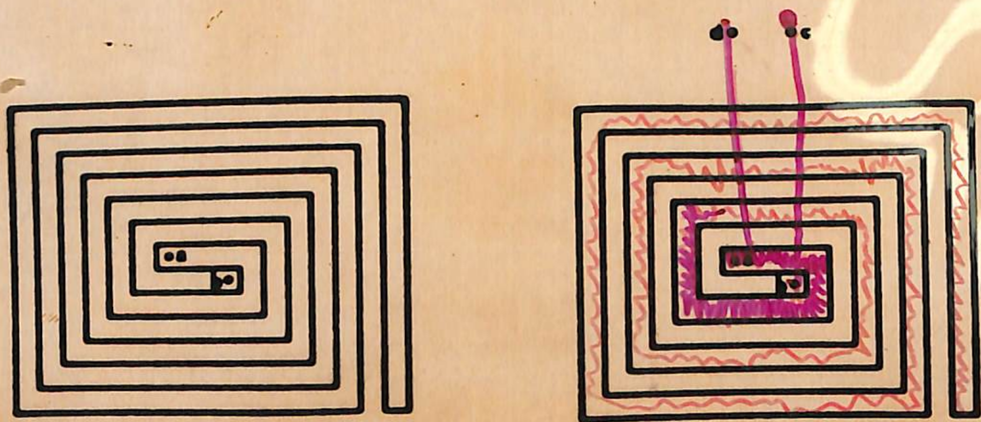
NÚMERO DE ELEMENTOS DE $A \times B = 3 \times 6$

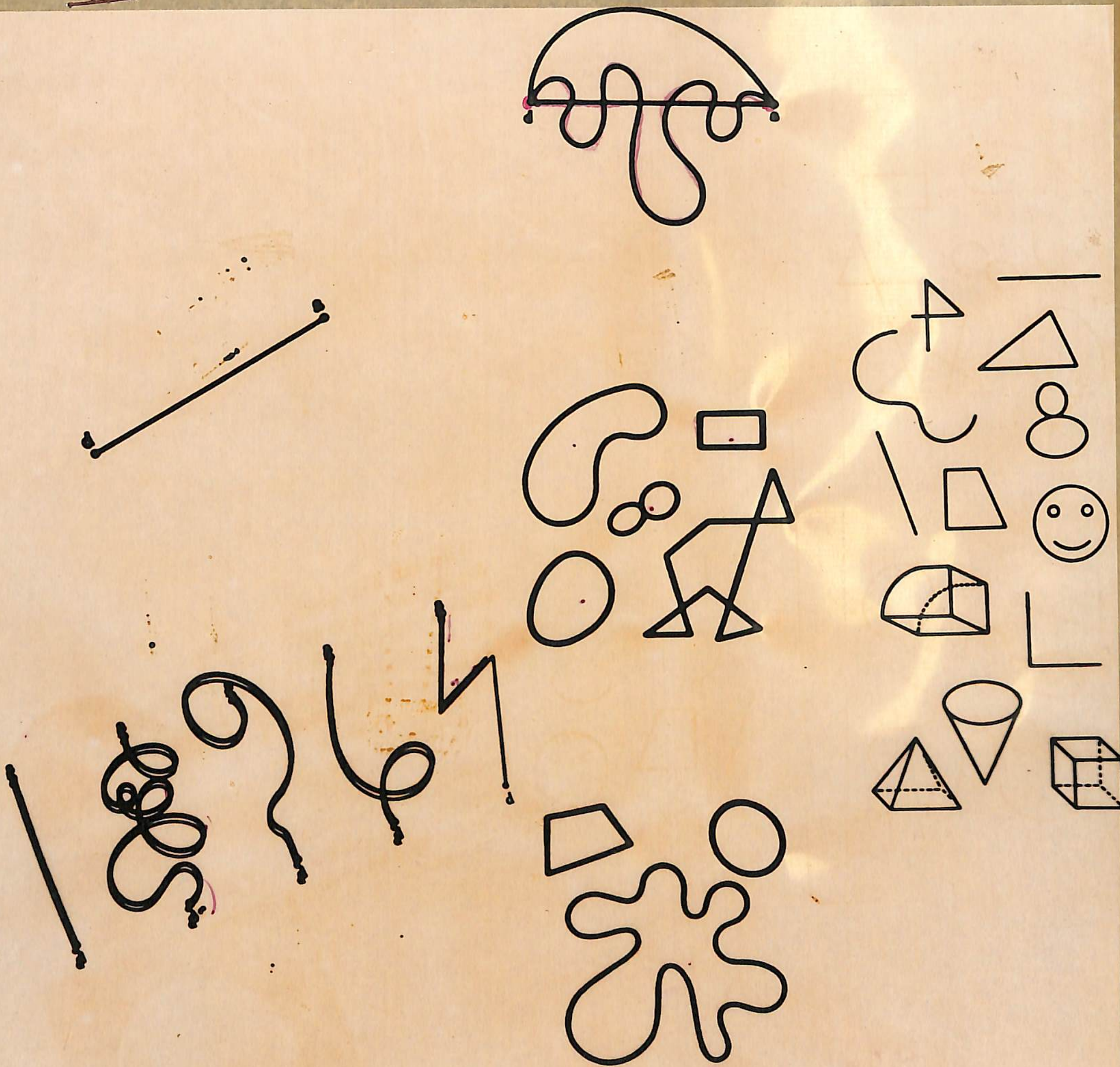


Interior e Exterior de uma Curva Fechada Simples









$(3-7) = -(7-3) = -4$

$\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} = A^{++} \cup A^{--} \cup A^{+-} \cup A^{-+}$

$(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \longrightarrow (a, b) \in I \times I$

Adição | Multiplicação

A^{++}

$s = x + y = a + b$ | $p = x \cdot y = a \cdot b$

A^{--}

$s = x + y = -(a+b)$ | $p = x \cdot y = a \cdot b$

A^{+-}

$s = x + y = \begin{cases} 0 \text{ se } a = b \\ a - b \text{ se } a > b \\ -(b-a) \text{ se } a < b \end{cases}$ | $p = x \cdot y = -(a \cdot b)$

A^{-+}

$s = x + y = \begin{cases} 0 \text{ se } a = b \\ -(a-b) \text{ se } a > b \\ b - a \text{ se } a < b \end{cases}$ | $p = x \cdot y = -(a \cdot b)$

nova propriedade: Existência de Elemento Inverso Aditivo:

Dado $a \in \mathbb{Z}$ existe $a' \in \mathbb{Z}$ tal que $a + a' = 0$

$a' = -a$

$-(+3) =$ inverso aditivo de $+3 \therefore = -3$

$-(-3) =$ inverso aditivo de $-3 \therefore = +3$

$-(+x) = -x$ e $-(-x) = +x$

O conjunto dos números racionais
Conceito de número racional
Operações

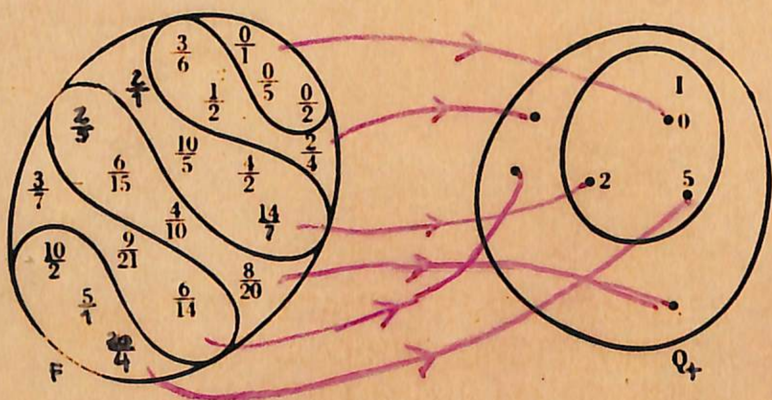
$15 \div 3 = 5$ $\qquad$ $\dfrac{15}{3} = 5$

$10 \div 4 = ?$ $\qquad$ $\dfrac{10}{4} = 10 \div 4$

F o conjunto das frações

$$\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in R \Longleftrightarrow a \times d = b \times c$$

R é uma relação de equivalência definida em F e determina, portanto, uma partição de F nas classes de equivalência.
Cada classe de equivalência é um número racional.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longleftrightarrow a \times d = b \times c$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Longleftrightarrow a \times d < b \times c$$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Longleftrightarrow a \times d > b \times c$$

Números Irracionais

Todo número racional dado sob forma $\frac{p}{q}$, p e q $\in Z$ e $q \neq 0$ tem uma representação decimal infinita e periódica

$$\frac{2}{3} = 0,666\ldots = 0,\bar{6} \qquad \frac{1}{4} = 0,25000\ldots = 0,25\bar{0}$$

A recíproca da proposição acima também é verdadeira

$$\begin{array}{l} x = 0,\bar{6} \\ 10x = 6,\bar{6} \end{array} \Rightarrow 9x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{l} x = 1,4\bar{2} \\ 100x = 142,\overline{42} \end{array} \Rightarrow 99x = 141 \Rightarrow x = \frac{141}{99} = 1\frac{42}{99} = 1\frac{14}{33}$$

$$\begin{array}{l} x = 0,3\overline{71} \\ 10x = 3,\overline{71} \\ 1000x = 371,\overline{71} \end{array} \Rightarrow 990x = 368 \Rightarrow x = \frac{368}{990} = \frac{184}{495}$$

Para demonstrar que $\sqrt{2}$ é irracional

Fatorar completamente 9, 10, 24, 25

Fatorar completamente 9x9, 10x10, 24x24, 25x25

Quantos fatores iguais a dois há na fatoração completa de:

9x9, 10x10, 24x24, 25x25

a mesma questão para:

2x(9x9) 2x(10x10) 2x(24x24) 2x(25x25)

$$p \times p \neq 2(9 \times 9)$$

NOÇÃO DE MÚLTIPLO DE UM NUMERO INTEIRO

$\mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$ $\quad 6 \in \mathbb{I}$

$M_6 = \{6 \times 0, 6 \times 1, 6 \times 2, \ldots\} = \{0, 6, 12, 18 \ldots\}$

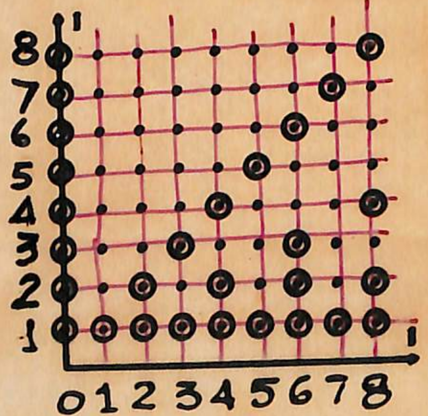
DIVISÃO EXATA

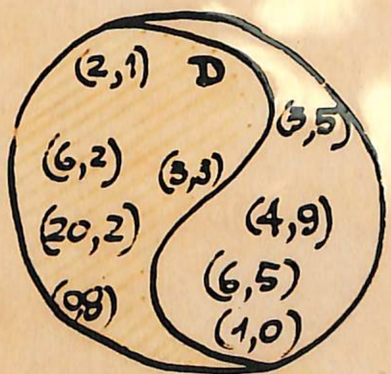
DADO $(a, b) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I}$, COM $b \neq 0$, EXISTE SEMPRE UM Nº x TAL QUE $x \times b = a$?

$(a, b) \in \mathbb{I} \times \mathbb{I}$ TAL QUE a SEJA MÚLTIPLO DE b

$(a, b) \longrightarrow q$ TAL QUE $q \times b = a$

$D \subset \mathbb{I} \times \mathbb{I} \longrightarrow \mathbb{I}$

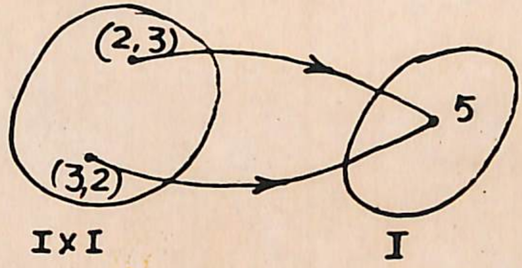


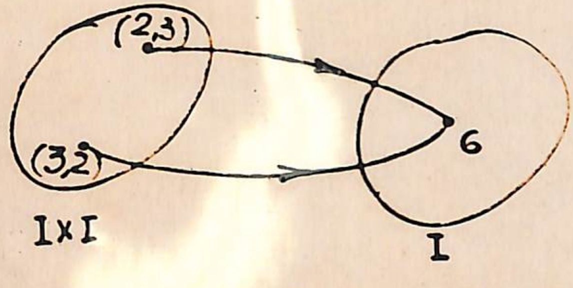


OPERAÇÕES INVERSAS

$(a + b) - b = a \qquad (a - b) + b = a$

$(a \times b) \div b = a \qquad (a \div b) \times b = a$





2-ASSOCIATIVA

$2+3+6$

$(2+3)+6 = 5+6 = 11$

$2+(3+6) = 2+9 = 11$

$(2+3)+6 = 2+(3+6)$

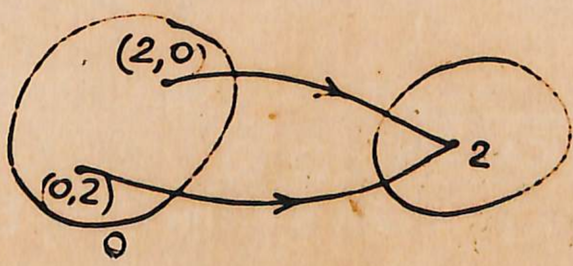
$2 \times 3 \times 6$

$(2 \times 3) \times 6 = 6 \times 6 = 36$

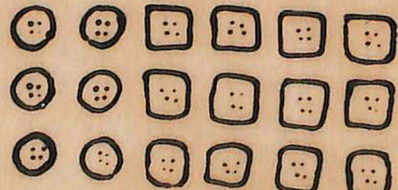
$2 \times (3 \times 6) = 2 \times 18 = 36$

$(2 \times 3) \times 6 = 2 \times (3 \times 6)$

3-EXISTENCIA DO ELEMENTO NEUTRO



4-DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO EM RELAÇÃO A ADIÇÃO



$(2+4)$ EM CADA LINHA

$(2+4) \times 3 = 6 \times 3 = 18$

2×3 BOTÕES CIRCULARES

4×3 BOTÕES QUADRADOS

$(2 \times 3) + (4 \times 3) = 6 + 12 = 18$

$(2+4) \times 3 = (2 \times 3) + (4 \times 3)$

Adição e multiplicação

Aplicações de $Q_+ \times Q_+$ em Q_+

$$\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in Q_+ \times Q_+ \longrightarrow s \in Q_+$$

$$s = \frac{(a \times d) + (b \times c)}{b \times d}$$

p.e. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{(2 \times 5) + (3 \times 4)}{3 \times 5} = \frac{10+12}{15} = \frac{22}{15}$

$$\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) \in Q_+ \times Q_+ \longrightarrow p \in Q_+ \text{ tal que } p = \frac{a \times c}{b \times d}$$

$\frac{10}{2} \in Q_+$ e $\frac{9}{3} \in Q_+$ $\qquad$ $\frac{10}{2} \in I$ e $\frac{9}{3} \in I$

$\frac{10}{2} = 5$ e $\frac{9}{3} = 3$ $\qquad$ $5+3=8$ e $5 \times 3 = 15$

Com novas definições:

$$\frac{10}{2} + \frac{9}{3} = \frac{(10 \times 3) + (2 \times 9)}{2 \times 3} = \frac{30+18}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\frac{10}{2} \times \frac{9}{3} = \frac{10 \times 9}{2 \times 3} = \frac{90}{6} = 15$$

Propriedade nova: Existência de elemento inverso multiplicativo.

Dado: $\frac{a}{b} \in Q_+$, $\frac{a}{b} \neq 0$, existe $\frac{b}{a} \in Q_+$ tal que:

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

SUBTRAÇÃO

DADO $(7,3) \in I \times I$ EXISTE $x \in I$ TAL QUE $x+3=7$?

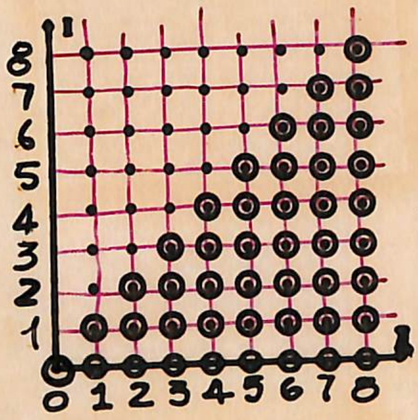
$4+3=7 \qquad 7-3=4$

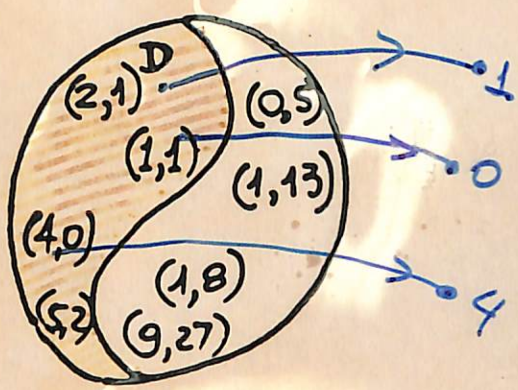
DADO $(3,7) \in I \times I$ EXISTE $x \in I$ TAL QUE $x+7=3$?

$(a,b) \in I \times I$ TAL QUE $a \geq b$

$D \subset I \times I \qquad D \longrightarrow I$

$(a,b) \longrightarrow x$ TAL QUE $x+b=a$ É UMA APLICAÇÃO





$7-4 \neq 4-7 \qquad (8-4)-4 \neq 8-(4-4)$

AMPLIAÇÃO DO CAMPO NUMÉRICO

DADO $(3,7) \in I \times I$ SENDO $3<7$, NÃO EXISTE $x \in I$

TAL QUE $x+7=3$

$3-7=-(7-3)=-4$

$\{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$

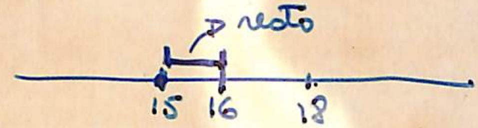
DIVISÃO NÃO EXATA

1. DESEJA-SE DISTRIBUIR, IGUALMENTE, 16 CAVALOS A 3 PESSOAS. QUANTOS CAVALOS RECEBERÁ CADA UMA?

2. TEM-SE 16 MAÇÃS PARA SEREM DISTRIBUIDAS IGUALMENTE A 3 PESSOAS. QUANTO RECEBERÁ CADA UMA?

$(16,3) \notin D$, MAS EXISTEM $x, y \in I$, COM $x < y$ TAISQUE

$$x.3 < 16 < y.3$$
$$\underline{15} < 16 < \underline{18}$$

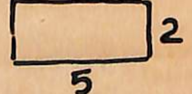


SENDO x O MAIOR NÚMERO INTEIRO QUE MULTIPLICADO POR 3 NÃO SUPERA 16 E $y = x + 1$

x = QUOCIENTE APROXIMADO POR FALTA.
y = QUOCIENTE APROXIMADO POR EXCESSO.

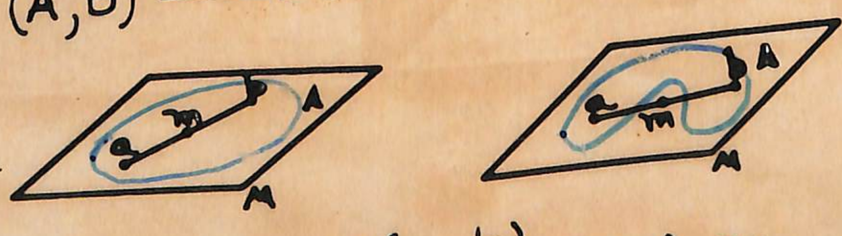
DIVIDENDO = DIVISOR x QUOCIENTE + RESTO

CONCEITO DE OPERAÇÃO

1. 

$(5,2) \longrightarrow 10$

2. $(A,B) \longrightarrow A \cup B$

3. 

$$(a,b) \longrightarrow m$$

4. $N = \{1, 2, 3 \ldots\}$

$$a * b = a + 2.b$$
$$(2,3) \longrightarrow 8 \text{ POIS } 2 * 3 = 2 + 2.3 = 8$$

DISP. PRÁTICO

JUSTIFICATIVA

$$\begin{array}{r} 47 \\ 56 \\ \hline 103 \end{array} +$$

$$\begin{aligned} 47 + 56 &= (40+7) + (50+6) \\ &= (40+50) + (7+6) \\ &= (40+50) + (10+3) \\ &= (40+50+10) + 3 \\ &= 100 + 3 \\ &= 103 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 42 \\ \hline 52 \\ 104 \\ \hline 1092 \end{array} \times$$

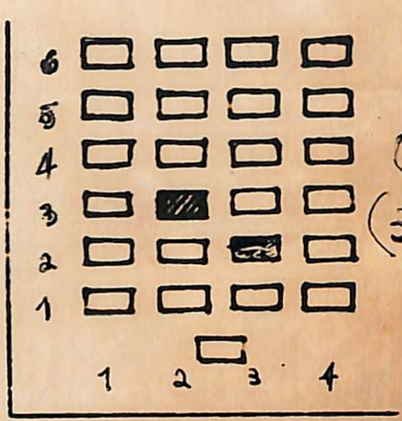
$$\begin{aligned} 26 \times 42 &= (20+6) \times (40+2) \\ &= (20+6).40 + (20+6).2 \\ &= (20.40) + (6.40) + (20.2) + (6.2) \\ &= 800 + 240 + 40 + 12 \\ &= (800+200) + (40+40+10) + 2 \\ &= 1000 + 90 + 2 \\ &= 1092 \end{aligned}$$

TÁBUAS PARA ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO

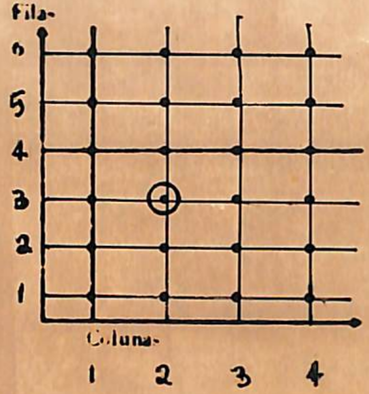
+	0	1	2	3	4	...
0	0	1	2	3	4	...
1	1	2	3	4	5	...
2	2	3	4	5	6	...
3	3	4	$\boxed{5}$	6	7	...
4	4	5	6	7	8	...
.	.	.	.	.	.	...

x	0	1	2	3	4	...
0	0	0	0	0	0	...
1	0	1	2	3	4	...
2	0	2	4	6	8	...
3	0	3	$\boxed{6}$	9	12	...
4	0	4	8	12	16	...
.	.	.	.	.	.	...

PAR ORDENADO



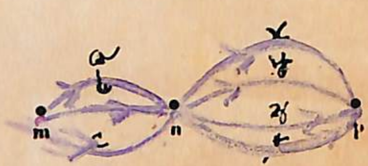
(2,3)
(3, 2)

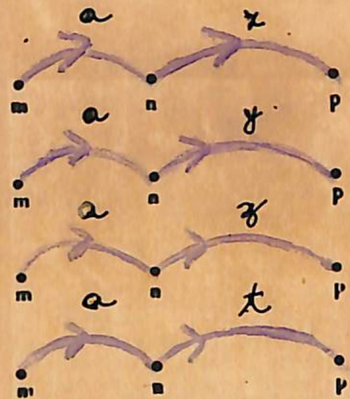


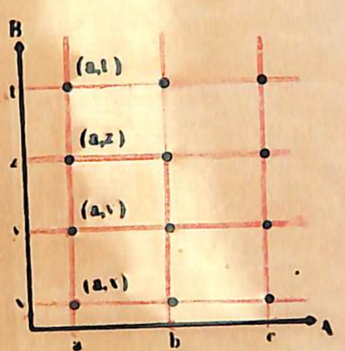
		2º lançamento	
		c	r
1º lançamento	c	(c,c)	(c,r)
	r	(r,c)	(r,r)

$\{(c, r)\} \neq (c, r)$

PRODUTO CARTESIANO







$A = \{a, b, c\}$

$B = \{x, y, z, t\}$

$A \times B = \{(a, x), (a, y)\ (a, z)\ (a, t), (b, x) \ldots \ldots (c, t)\}$

$A \times B \neq B \times A$

$\neq B \times A$

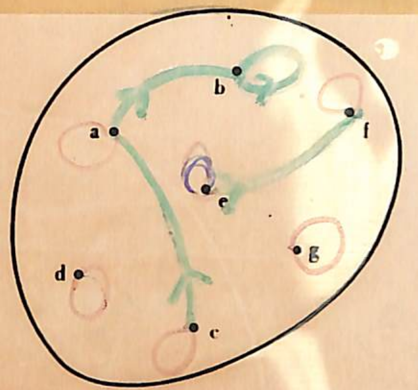
RELAÇÃO DE A EM B

$A = \{N.Y., S.P., M., B., P.\}$ $B = \{B., E.U., R.\}$

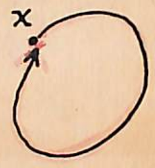
$R \subset A \times B$

. . . ESTÁ LOCALIZADA NO . . .

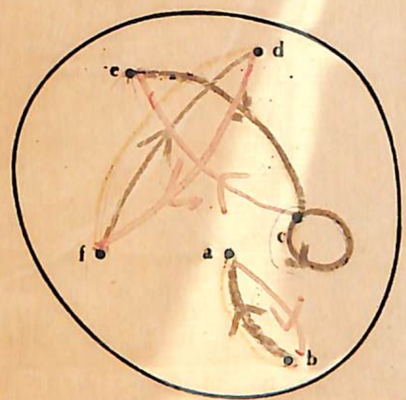
PROPRIEDADES DE UMA RELAÇÃO EM A



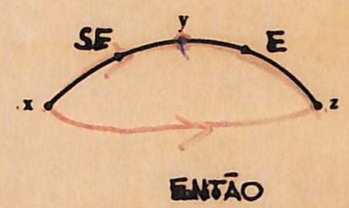
REFLEXIVA

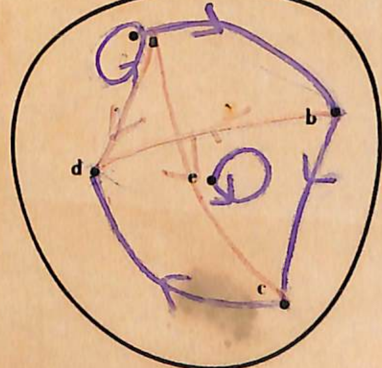


SIMÉTRICA

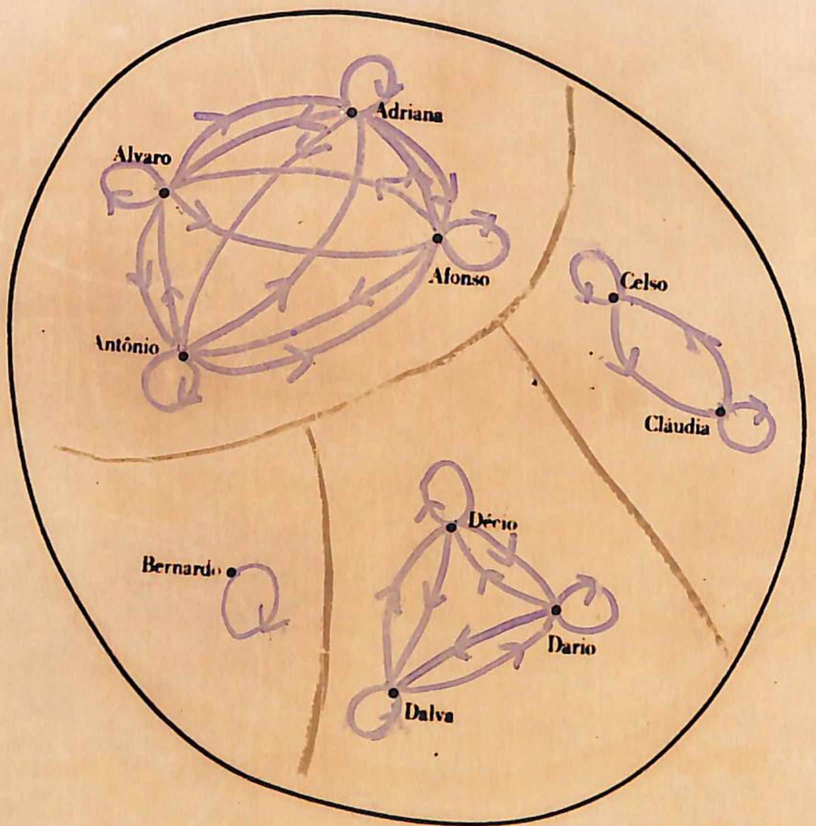


TRANSITIVA



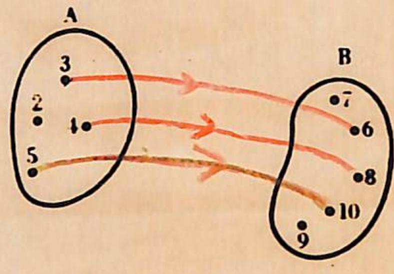


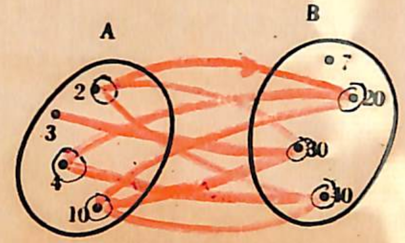
RELAÇÃO DE EQUIVALENCIA

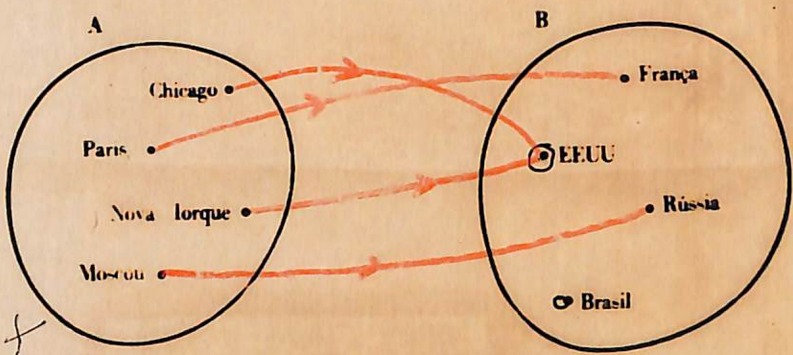


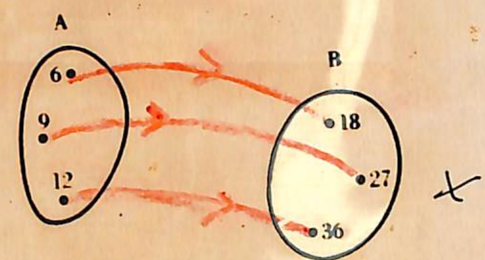
CLASSES DE EQUIVALENCIA

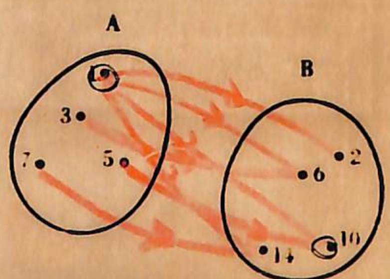
APLICAÇÃO

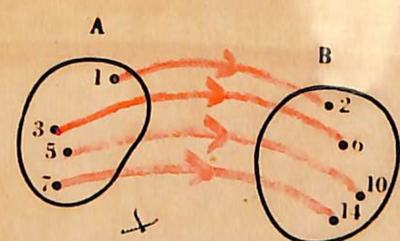


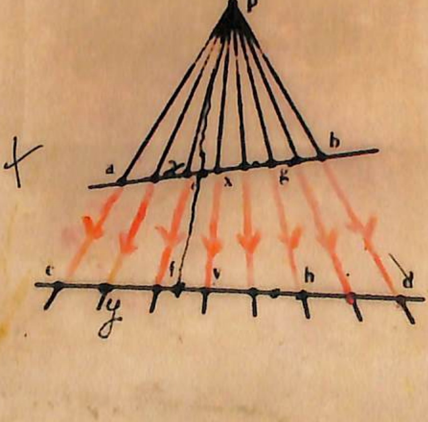


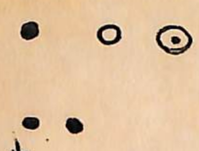












$(x,y) \in R$

aplic bijetora

Relação de Ordem

1 Reflexiva   2. Transitiva   3. Anti-simétrica

1. Se $x \in A \Rightarrow (x,x) \in R$
2. Se $(x,y) \in R$ e $(y,z) \in R \Rightarrow (x,z) \in R$
3. Se $(x,y) \in R$ e $(y,x) \in R \Rightarrow x = y$

[illegible] última mesma pergunta

..... tem a mesma altura ~~que~~ .... no conjunto dos alunos de sua classe.

Ordem em I
$a \leq b \Longleftrightarrow$ existe $c \in I$ tal que $a + c = b$

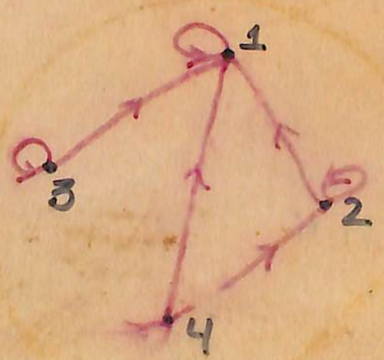
Ordem em Z
$x \leq y \Longleftrightarrow$ existe $c \in I$ tal que $x + c = y$

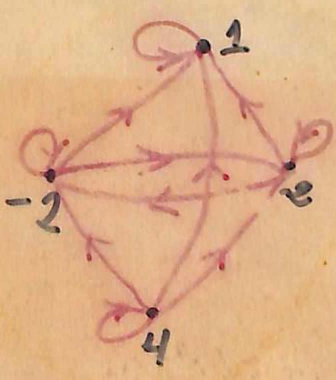
...... é multiplo de .... em I

1. reflexiva 2. não é simétrica. 3. Transitiva 4. é anti-simétrica

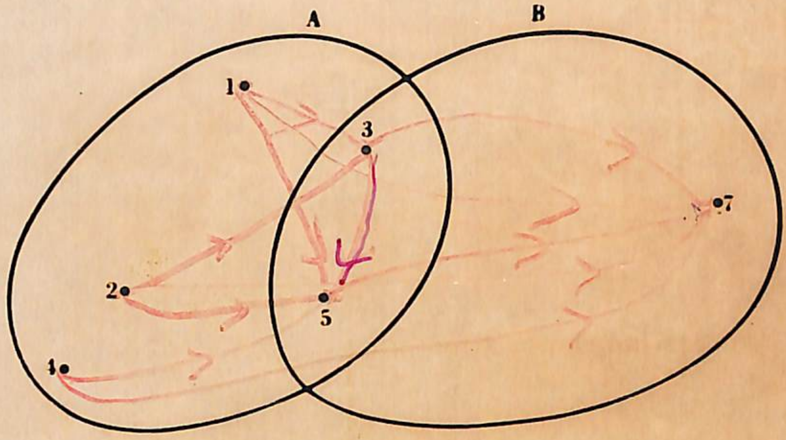
..... é multiplo de ...... em Z

1. reflexiva 2. não é simétrica 3. transitiva 4. não é anti-simétrica





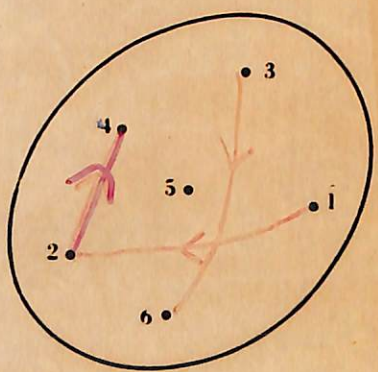
... É MENOR QUE ...

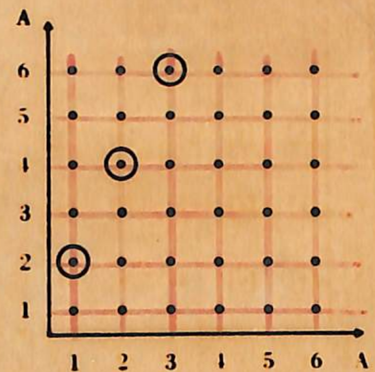


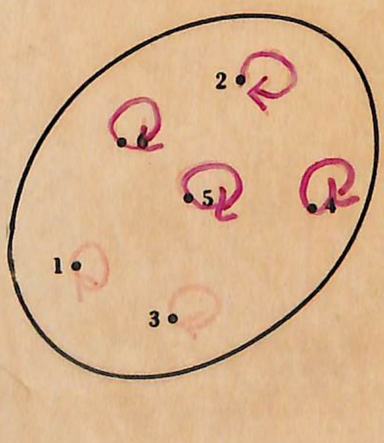
A = {1, 2, 3, 4, 5}

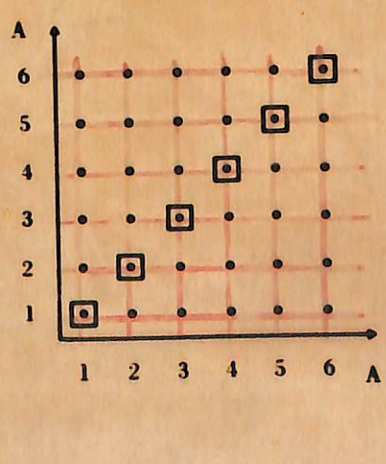
B = { 3, 5 7 }

RELAÇÃO EM A



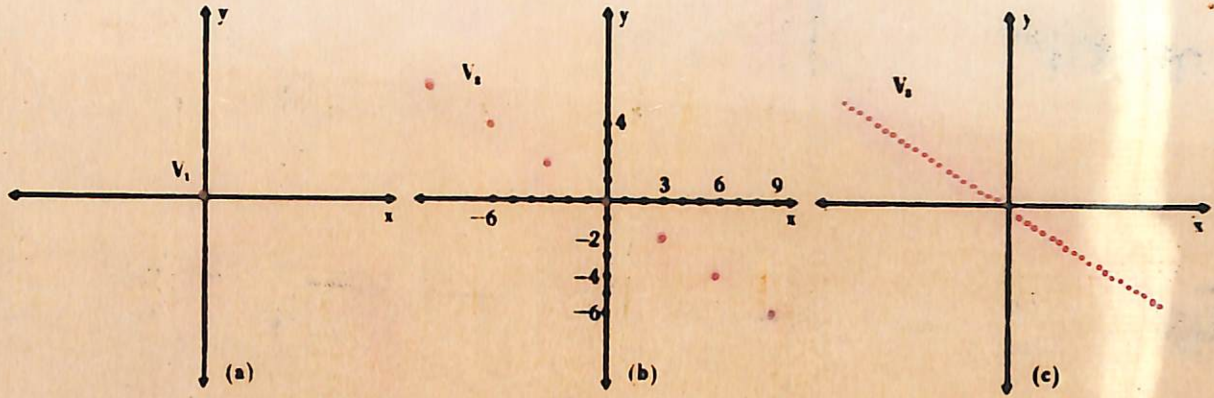




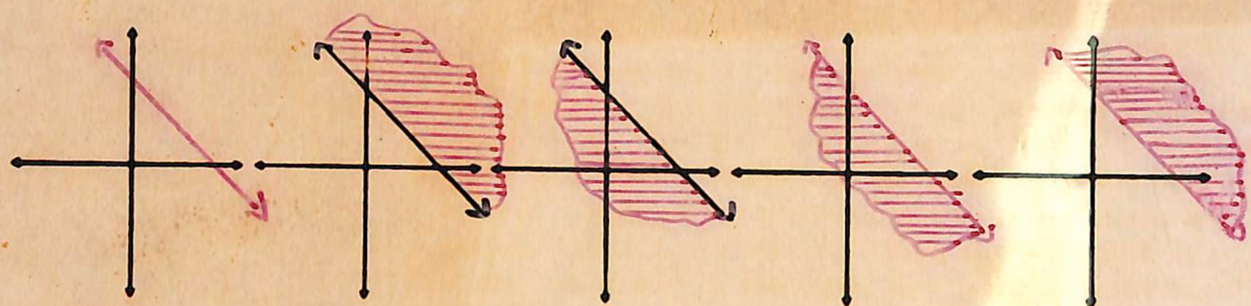


Sentenças abertas com duas variáveis

$2x + 3y = 0$



$U = I \times I$ $U = Z \times Z$ $U = Q \times Q$



$Ax + By + C = 0$

$Ax + By + C > 0$
$Ax + By + C < 0$

$Ax + By + C < 0$
ou $Ax + By + C > 0$

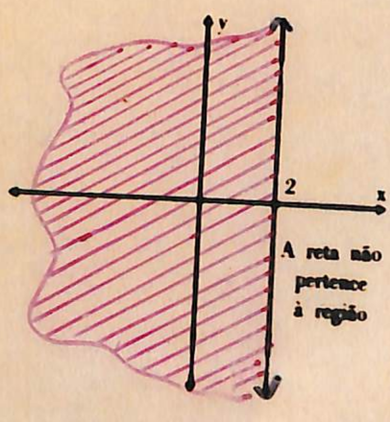
$Ax + By + C \leqq 0$
ou $Ax + By + C \geqq 0$

$Ax + By + C \geqq 0$
ou $Ax + By + C \leqq 0$

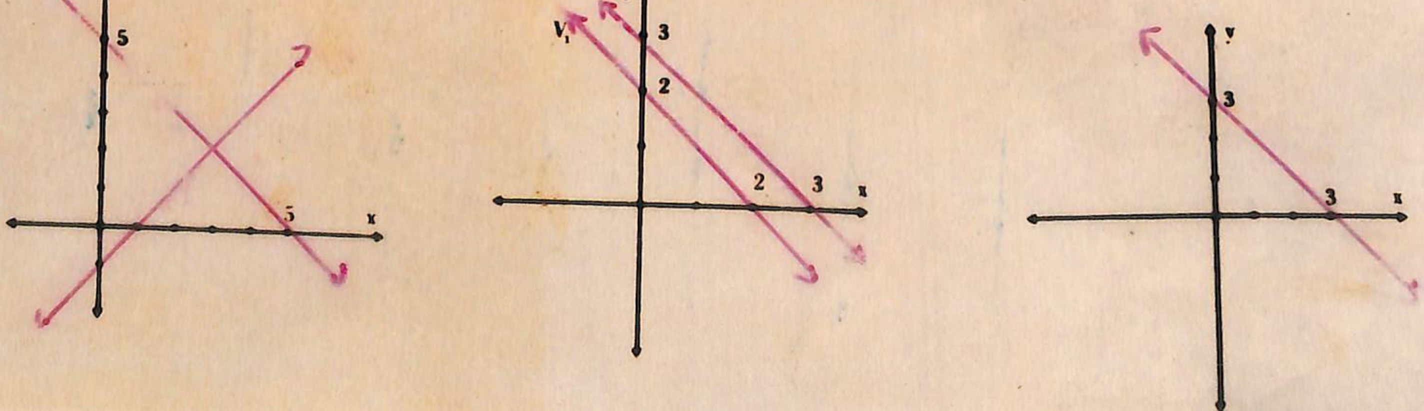
$x < 2$ $U = Q$

$U = Q \times Q$

$x + 0 \cdot y < 2$ $U = Q \times Q$



A reta não pertence à região

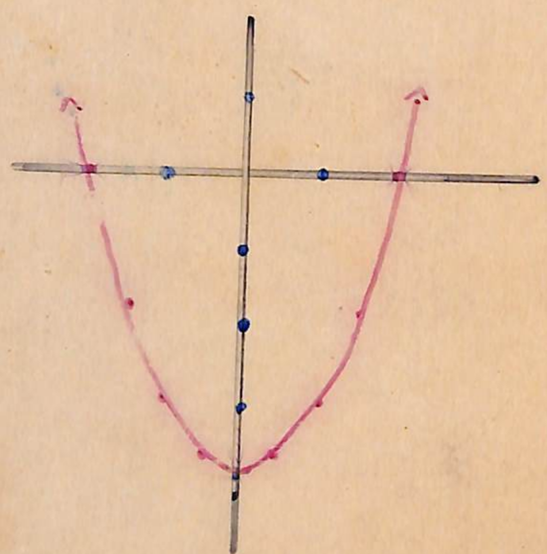


Função polinomial do 2º grau

$F : x \quad ax^2 + bx + c \quad , \; a \neq 0$

$F : x \quad x^2 - 4$

x	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+1$	-1	$+\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$	2	-2
x^2-4	-4	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3	-3	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{7}{4}$	0	0



por que não unir os pontos por segmentos de reta?

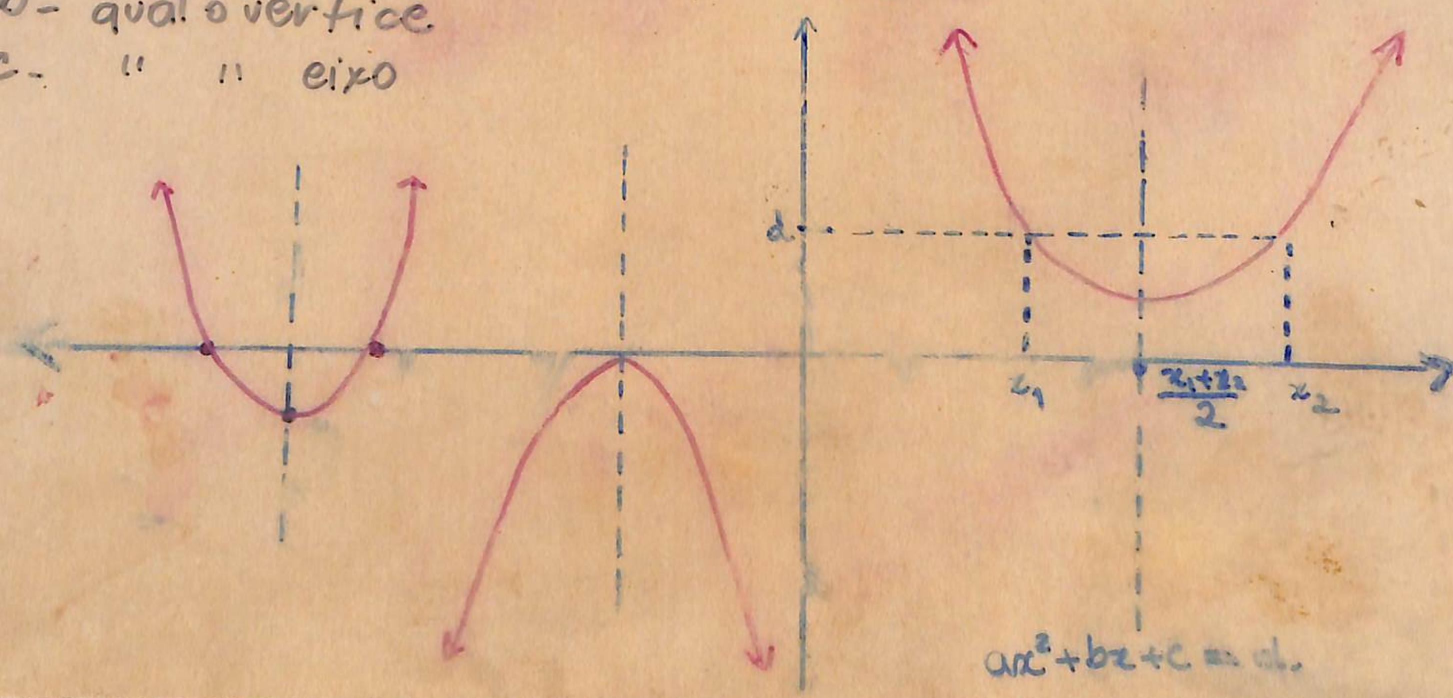
Propriedades parábolas

- Existe uma única reta paralela ao eixo dos x que encontra a parábola em um único ponto; êste ponto chama-se vértice.
- a reta que passa pelo vértice e é paralela ao eixo dos y, é eixo de simetria da parábola.

a- o gráfico corta ou não o eixo dos x

b- qual o vértice

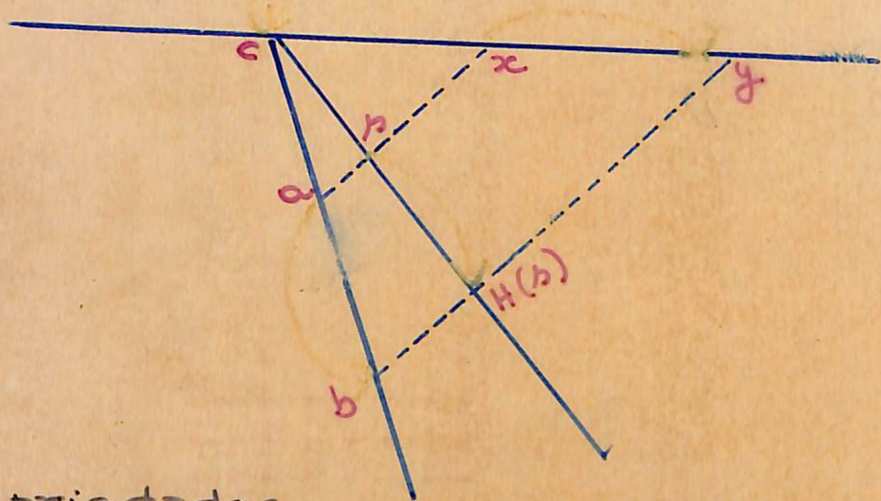
c- " " eixo



Sejam dados: A um plano, $c \in A$, $r \in \mathbb{R}$, $r \geq 0$

Homotetia de centro c e razão r é a aplicação em A tal que

$$x \neq c,\ H(x) = y \begin{cases} c, x, y \text{ colineares} \\ c \notin \overline{xy} \\ \dfrac{[\overline{cy}]}{[\overline{cx}]} = r \end{cases}$$



Propriedades

$s \in \overline{ax} \Rightarrow H(s) \in \overline{by}$ sendo $H(a) = b$ e $H(x) = y$

$\overline{ax} \,//\, \overline{by}$

$$\frac{[\overline{ax}]}{[\overline{by}]} = r$$

$r < 0$

$$\begin{aligned} H(c) &= c \\ H(x) &= y \end{aligned} \quad \begin{cases} c, x\, y \text{ colineares} \\ c \in \overline{xy} \\ \dfrac{[\overline{cy}]}{[\overline{cx}]} = |r| \end{cases}$$