

Gilharde da Silva Mazetto

**ESTUDO DA FLEXO-COMPRESSÃO PARA
PILARES EM CONCRETOS DE ALTO DESEMPENHO**

Dissertação submetida ao Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil
da Universidade Federal de Santa
Catarina para a obtenção do Título de
Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Daniel
Domingues Loriggio.

Florianópolis
2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Mazetto, Gilharde da Silva

Estudo da flexo-compressão para pilares em
concretos de alto desempenho / Gilharde da Silva
Mazetto ; orientador, Daniel Domingues Loriggio,
2017.

231 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia Civil. 2. Pilares. 3. Programação.
4. Concreto de alto desempenho. 5. Flexo
compressão. I. Loriggio, Daniel Domingues. II.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Gilharde da Silva Mazetto

**ESTUDO DA FLEXO-COMPRESSÃO PARA
PILARES EM CONCRETOS DE ALTO DESEMPENHO**

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de MESTRE em Engenharia Civil e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC.

Florianópolis, 21 de setembro de 2017.

Prof. Glicério Trichês, Dr.
Coordenador do PPGEC/UFSC

Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Banca examinadora:

Prof. Túlio Nogueira Bittencourt, Ph.D.
Universidade de São Paulo (Videoconferência)

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph.D.
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof.^a Daniela Gutstein, Dra.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dedico este trabalho à minha amada esposa Ana Claudia, meus pais Salete e Gilson, minha irmã Giane, meus sogros Ana Marta (*in memoriam*) e Francisco, meus familiares e amigos, que me deram condições, apoio, força e, acima de tudo, sempre confiaram em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela vida.

Agradeço aos meus pais, Maria Salete e Gilson, pelo apoio e dedicação, desde o início da minha vida. Agradeço também à minha irmã Giane, pela parceria.

Agradeço aos meus sogros, Ana Marta (*in memoriam*) e Francisco, pela forma como entraram na minha vida e por terem se tornado tão importantes para mim. Obrigado pelo carinho.

Um agradecimento especial à minha querida esposa, Ana Claudia, por todo o incentivo, suporte e colaboração, sem os quais eu não teria forças para elaborar este trabalho. Agradeço a cada hora que foi cedida e dedicada à confecção deste trabalho: ao *abstract* muito bem traduzido e às revisões que tornaram o trabalho mais bem escrito. Agradeço por todo o apoio, direto e indireto, pelo carinho e mensagem positiva. Obrigado, meu amor!

Agradeço ao professor, orientador e amigo, Daniel Loriggio, pelos anos de colaboração e parceria, desde as disciplinas da graduação, passando pelo trabalho de conclusão de curso e culminando com a dissertação de mestrado.

Dedico um agradecimento aos professores que participaram da banca examinadora, pela contribuição significativa para o enriquecimento e qualidade do trabalho.

Agradeço também à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) e, em especial, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC), pela paciência e oportunidade de enriquecimento profissional.

*“A mente que se abre para uma
nova ideia jamais voltará ao seu
tamanho original.”
(Albert Einstein)*

RESUMO

MAZETTO, G. S. **Estudo da flexo-compressão normal para pilares em concretos de alto desempenho. Dissertação de Mestrado.** Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, 2017. 231 páginas.

Este trabalho apresenta um estudo da flexo-compressão normal aplicada ao dimensionamento de pilares retangulares, com índice de esbeltez menor que 90 e com armadura distribuída ao longo das faces. Desenvolve-se uma revisão geral dos métodos consagrados na bibliografia, além de um estudo aplicado para concretos de alto desempenho, no qual se faz uma avaliação das novas formulações da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 aplicadas ao grupo II de resistência, apontadas também na ABNT NBR 8953:2015.

Para o estudo dos métodos de dimensionamento da bibliografia, é utilizada a ferramenta computacional XOJO, na qual são implementados programas, com intuito de analisar resultados de forma prática e eficiente.

Além dos programas para os métodos clássicos, um programa próprio é desenvolvido com uma metodologia mais atual, baseada na verificação do pilar. Este método em questão é iterativo, no qual se varia a posição da linha neutra, até que os momentos resistentes superem os momentos solicitantes totais.

Para validar as ferramentas utilizadas, são realizados estudos comparativos entre os métodos. Em seguida, os dois tipos de arranjo de armadura, simétricos e assimétricos, são comparados a fim de se avaliar diferenças no consumo de aço. Outro estudo avalia as diferenças entre utilizar diagrama parábola-retângulo e retangular simplificado, com uma avaliação adicional realizada para o diagrama tensão-deformação, proposto no código modelo FIB (2010).

Para complementar os estudos realizados, é feita uma aplicação prática de projeto, de modo a se comparar o dimensionamento de pilares, para concretos convencionais e concretos de alto desempenho. O projeto prático é realizado via programa comercial, tanto para realizar a análise da estrutura, quanto para comparar as armaduras finais dos pilares.

Palavras-chave: dimensionamento, pilares, projeto, concreto armado, programação, concreto de alto desempenho, flexo-compressão.

ABSTRACT

MAZETTO, G. S. Study of uniaxial flexural compression for high performance concrete columns. Masters dissertation. Postgraduate Program in Civil Engineering, Federal University of Santa Catarina, 2017. 231 pages.

This work presents a study of uniaxial flexural compression applied to the design of rectangular cross-section columns, with slenderness ratio less than 90 and with reinforcement distributed along the faces. A general review of the methods established in the bibliography is developed, as well as an applied study for high-performance concretes, in which an evaluation of the new formulations of Brazilian Code ABNT NBR6118: 2014 applied to resistance group II is also carried out, also pointed out in the ABNT NBR8953: 2015.

For the study of the methods of design the bibliography, the computational tool XOJO is used, in which programs are implemented, with the intention to analyze results in a practical and efficient way.

In addition to the programs for classical methods, a program of its own is developed with a more current methodology, based on column verification. This method in question is iterative, in which the depth of the neutral axis is varied, until the resistant moments exceed the total applied moments.

To validate the tools used, comparative studies are carried out between the methods. Then, the two types of symmetric and asymmetric reinforcement arrangements are compared in order to evaluate differences in steel consumption. Another study evaluates the differences between using a parabola-rectangle and a rectangular stress distribution, with an additional evaluation performed for the schematic representation of the stress-strain relation, proposed in the FIB model code (2010).

In order to complement the studies carried out, a practical project application is made to compare the design of columns, for conventional concrete and high performance concretes. The practical project is carried out through a commercial software, both to perform the analysis of the structure and to compare the final reinforcement of the columns.

Keywords: design, columns, project, reinforced concrete, programming, high-performance concrete, uniaxial flexural compression.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação para o aço CA-50.....	37
Figura 2 - Diagrama tensão-deformação do concreto	38
Figura 3 - Domínios da seção transversal em ELU.....	39
Figura 4 - Equilíbrio da seção transversal (GE).....	53
Figura 5 - Equilíbrio da seção transversal (PE)	54
Figura 6 - Seção retangular submetida à flexão reta	56
Figura 7 - Exemplo de ábaco (somente quadrante de compressão)	58
Figura 8 - Exemplo de ábaco	59
Figura 9 - Zonas de Solicitação para armadura assimétrica	61
Figura 10 - Zonas de solicitação com armaduras assimétrica	62
Figura 11 - Zonas de solicitação para armadura simétrica.....	63
Figura 12 - Zonas de solicitação com armaduras simétricas.....	64
Figura 13 - Diagrama de interação de um pilar.....	65
Figura 14 - Interface do programa acadêmico do LMC-USP	66
Figura 15 - Interface do programa acadêmico P-Calc.....	67
Figura 16 - (a) Seção (b) Deformações (c) Equilíbrio	68
Figura 17 - Tensão-deformação em função do f_{ck}	75
Figura 18 - Estrutura do programa para o método da verificação	84
Figura 19 - Interface do programa para o método da verificação	85
Figura 20 - Obtenção da tensão para uma faixa genérica j	86
Figura 21 - (a) Arranjo limitado (b) Arranjo qualquer.....	88
Figura 22 - Seção 1 adotada para testes	92
Figura 23 - Seção 2 adotada para testes	94
Figura 24 - Seção 3 adotada para testes	96
Figura 25 - Seção 4 adotada para testes	97
Figura 26 - Seção 5 adotada para testes	99
Figura 27 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 5	99
Figura 28 - Seção 6 adotada para testes	100
Figura 29 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 6	100
Figura 30 - Seção 7 adotada para testes	101
Figura 31 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 7	102
Figura 32 - Seção 8 adotada para testes	102
Figura 33 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 8	103
Figura 34 - Diagrama tensão-deformação “mais realista”	106
Figura 35 - Comparação entre os diagramas da NBR6118:2014 e FIB (2010).....	107
Figura 36 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 5	107
Figura 37 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 6	108
Figura 38 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 7	108
Figura 39 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 8	109
Figura 40 - Representação 3D do projeto exemplo.....	112
Figura 41 - Planta de formas do projeto exemplo	113
Figura 42 - Convenção de momentos fletores.....	114
Figura 43 - Momentos mínimos na combinação 3 (P12 - Análise 1).....	120

Figura 44 - Momento resistente, direção B, comb. 3 (P12 - Análise 1).....	121
Figura 45 - Envoltórias de momentos, comb. 3 (P12 - Análise 1).....	122
Figura 46 - Envoltórias de momentos, comb. 5 (P12 - Análise 1).....	125
Figura 47 - Envoltórias de momentos por comb. (P12 - Análise 1).....	126
Figura 48 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P1 - Análise 1) ...	128
Figura 49 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P15 - Análise 1) .	129
Figura 50 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 1) .	130
Figura 51 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P1 - Análise 2) ...	131
Figura 52 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P12 - Análise 2) .	132
Figura 53 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P15 - Análise 2) .	133
Figura 54 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 2) .	134
Figura 55 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 3) .	135
Figura 56 - Envoltórias de momentos na seção topo (P1 - Análise 1)	139
Figura 57 - Seção dimensionada na Zona A	150
Figura 58 - Seção dimensionada na Zona B	153
Figura 59 - Seção dimensionada na Zona C	155
Figura 60 - Seção dimensionada na Zona D	157
Figura 61 - Seção dimensionada na Zona E.....	159
Figura 62 - Seção dimensionada na Zona A	161
Figura 63 - Seção dimensionada na Zona C	164
Figura 64 - Seção dimensionada na Zona E.....	167
Figura 65 - Grande excentricidade, arm. simples	170
Figura 66 - Grande excentricidade, arm. dupla.....	171
Figura 67 - Considerações sobre a excentricidade da força normal	172
Figura 68 - Pequena excentricidade.....	173
Figura 69 - Limite entre pequena excentricidade e compressão composta	174
Figura 70 - Compressão composta	175
Figura 71 - Situação com armadura teórica nula	176
Figura 72 - Situação genérica para armaduras simétricas	177
Figura 73 - Caso 1 de armaduras simétricas	178
Figura 74 - Caso 2 de armaduras simétricas	179
Figura 75 - Caso 3 de armaduras simétricas	180
Figura 76 - Caso 4 de armaduras simétricas	181
Figura 77 - Estrutura do programa para o método da pequena e grande excentricidade.....	184
Figura 78 - Interface do programa para o método da pequena e grande excentricidade.....	185
Figura 79 - Definição da zona de solicitação para arranjo assimétrico.....	186
Figura 80 - Estrutura do programa para o método das zonas de solicitação (assimétrico).....	187
Figura 81 - Interface do programa para o método das zonas de solicitação (assimétrico).....	188
Figura 82 - Estrutura do programa para equilíbrio direto (assimétrico).....	189
Figura 83 - Interface do programa para equilíbrio direto (assimétrico).....	190
Figura 84 - Definição da zona de solicitação para arranjo simétrico.....	191

Figura 85 - Estrutura do programa o método das zonas de solitação (simétrico)	191
Figura 86 - Interface do programa para o método das zonas de solitação (simétrico).....	192
Figura 87 - Seção 9 adotada para testes	195
Figura 88 - Interface do programa para o método iterativo no domínio 3	196
Figura 89 - Interface do programa para o método iterativo no domínio 5	198
Figura 90 - Estrutura do programa para o método iterativo (simétrico).....	200
Figura 91 - Estrutura do programa para equilíbrio direto (simétrico)	203
Figura 92 - Interface do programa para equilíbrio direto (simétrico)	204
Figura 93 - Envoltórias de momentos por combinação (P1 - Análise 1)	206
Figura 94 - Envoltórias de momentos por combinação (P15 - Análise 1)	209
Figura 95 - Envoltórias de momentos por combinação (P19 - Análise 1)	212
Figura 96 - Envoltórias de momentos por combinação (P1 - Análise 2)	215
Figura 97 - Envoltórias de momentos por combinação (P12 - Análise 2)	218
Figura 98 - Envoltórias de momentos por combinação (P15 - Análise 2)	221
Figura 99 - Envoltórias de momentos por combinação (P19 - Análise 2)	224
Figura 100 - Envoltórias de momentos por combinação (P19 - Análise 3)	230

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Compatibilidade de deformações.....	40
Tabela 2 - Casos possíveis para armaduras simétricas.....	72
Tabela 3 - Variação dos parâmetros do diagrama parábola-retângulo em função do f_{ck}	75
Tabela 4 - Variação dos parâmetros do diagrama retangular simplificado em função do f_{ck}	76
Tabela 5 - Tensões e deformações segundo o <i>Eurocode</i>	77
Tabela 6 - Comparação dos arranjos para a seção 1	93
Tabela 7 - Comparação dos arranjos para a seção 2	95
Tabela 8 - Comparação dos arranjos para a seção 3	96
Tabela 9 - Comparação dos arranjos para a seção 4	97
Tabela 10 - Tabela comparativa entre os diagramas	104
Tabela 11 - Tabela comparativa entre os diagramas	110
Tabela 12 - Ações adotadas para o estudo de caso	115
Tabela 13 - Combinações adotadas para o estudo de caso	115
Tabela 14 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 1)	118
Tabela 15 - Armadura final dos pilares (Análise 1 e 2)	136
Tabela 16 - Armadura final dos pilares (Análise 2 e 3)	136
Tabela 17 - Comparação dos momentos resistentes	137
Tabela 18 - Resultados variando a forma de aplicação dos momentos mínimos	138
Tabela 19 - Valores de v para $\alpha = \alpha'$ para aço CA-50	166
Tabela 20 - Aplicação do método iterativo no domínio 3.....	195
Tabela 21 - Aplicação do método iterativo no domínio 5 (seção totalmente comprimida).....	198
Tabela 22 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 1)	205
Tabela 23 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 1)	208
Tabela 24 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 1)	211
Tabela 25 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 2)	214
Tabela 26 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 2)	217
Tabela 27 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 2)	220
Tabela 28 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 2)	223
Tabela 29 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 3)	226
Tabela 30 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 3)	227
Tabela 31 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 3)	228
Tabela 32 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 3)	229

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	- Associação Brasileira de Normas Técnicas
CAD	- Concreto de Alto Desempenho
CC	- Compressão Composta
CEB	- <i>Comite Euro-International du Beton</i>
comb.	- Combinação
CU	- Compressão Uniforme
dom.	- Domínio
EESC	- Escola de Engenharia de São Carlos
ELU	- Estado Limite Último
EN	- Norma Europeia
FCGE	- Flexo-Compressão de Grande Excentricidade
FCN	- Flexo-Compressão Normal
FCO	- Flexo-Compressão Oblíqua
FCPE	- Flexo-Compressão de Pequena Excentricidade
FIP	- <i>Fédération Internationale de la Précontrainte</i>
GAP	- Grupo de Análise e Projeto de Estruturas
IBRACON	- Instituto Brasileiro do Concreto
ISO	- <i>International Organization for Standardization</i>
LN	- Linha Neutra
LMC	- Laboratório de Mecânica Computacional
NBR	- Norma Brasileira Registrada
MEF	- Método dos Elementos Finitos
PPGEC	- Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PR	- Parábola-retângulo
RS	- Retangular simplificado
UFRGS	- Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFSC	- Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCar	- Universidade Federal de São Carlos
USP	- Universidade de São Paulo

LISTA DE SÍMBOLOS

Gregos

- ∞ - infinito
- f_{cd} - resistência de cálculo à compressão do concreto
- f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto
- f_{cm} - resistência média à compressão do concreto
- f_{yk} - resistência ao escoamento com valor característico
- \emptyset - diâmetro das barras de aço
- α_b - parâmetro para consideração do diagrama de momentos do pilar.
- α_c - multiplicador da tensão do concreto no diagrama retangular simplificado
- γ - coeficiente de ponderação de ações no ELU
- γ_n - coeficiente adicional para pilares com dimensão menor que 19 cm
- ϵ_c - deformação do concreto na borda comprimida
- ϵ_{c2} - deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
- ϵ_{cu} - deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
- ϵ_s - deformação da armadura inferior A_s
- E_s - módulo de elasticidade longitudinal do aço
- ϵ_{yd} - deformação específica de escoamento do aço
- ϵ'_s - deformação da armadura superior A'_s
- θ_a - inclinação do pórtico na avaliação das imperfeições geométricas globais
- κ_x - razão entre a linha neutra x e o braço de alavanca d
- λ - esbeltez do pilar ou parâmetro redutor da posição da linha neutra para diagrama retangular simplificado
- λ_1 - valor-limite para índice de esbeltez
- μ - momento fletor reduzido
- ν - esforço normal reduzido
- ρ - taxa de armadura da seção
- σ_c - tensão do concreto na borda comprimida
- σ_s - tensão na armadura inferior A_s
- σ'_s - tensão na armadura superior A'_s
- Ψ_0 - coeficiente de minoração de ações acidentais
- ω - taxa mecânica de armadura

Romanos

$1/r$	- curvatura da seção transversal
A_s	- armadura inferior, geralmente de tração
$A_{s,tot}$	- armadura total do pilar
A'_s	- armadura superior, geralmente de compressão
b	- largura do pilar, direção perpendicular à aplicação do momento M_d
d	- altura útil do pilar na direção de aplicação do momento M_d
d'	- posição relativa do centro da barra em relação à extremidade da seção de concreto
e	- excentricidade na aplicação de N_d
e_1	- excentricidade de 1ª ordem
h	- altura do pilar, direção de aplicação do momento M_d
$M_{1d,mín}$	- momento fletor solicitante de cálculo de 1ª ordem mínimo
M_A	- maior momento de 1ª ordem no extremo do pilar para cálculo do α_b
M_B	- menor momento de 1ª ordem no extremo do pilar para cálculo do α_b
M_C	- momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço
M_{cc}	- momento resultante da compressão do concreto
M_d	- momento fletor de cálculo
M_{Rd}	- momento fletor resistente de cálculo
M_{S1d}	- momento fletor solicitante de cálculo de 1ª ordem
M_{Sd}	- momento fletor solicitante de cálculo
$M_{Sd,tot}$	- momento fletor solicitante de cálculo total (inclui os efeitos de 2ª ordem)
M_{st}	- momento resultante do aço (comprimido e tracionado)
n	- expoente da equação de tensão no concreto σ_c
N_d	- esforço normal de cálculo
R_{cc}	- força resultante de compressão do concreto
R_{sc}	- força resultante do aço na armadura de compressão
R_{st}	- resultante do aço na armadura de tração
x	- posição de linha neutra
x_{23}	- posição de linha neutra no limite entre os domínios 2 e 3
x_{lim}	- posição de linha neutra no limite entre os domínios 3 e 4

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	29
1.2	OBJETIVOS.....	31
1.2.1	Objetivo Geral.....	31
1.2.2	Objetivos Específicos.....	31
1.3	JUSTIFICATIVA.....	32
1.4	METODOLOGIA.....	33
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	35
2.1	DIMENSIONAMENTO DE PILARES.....	35
2.1.1	Não linearidades.....	35
2.1.2	Hipóteses básicas.....	36
2.1.3	Diagramas tensão-deformação do concreto.....	38
2.1.4	Domínios de deformação.....	39
2.1.5	Efeitos de 2ª ordem.....	40
2.1.6	Esbeltez.....	41
2.1.7	Dutilidade.....	43
2.1.8	Análise de pilares.....	44
2.1.9	Métodos simplificados para inclusão dos efeitos locais de 2ª ordem.....	47
2.1.10	Métodos do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua.....	50
2.1.11	Processo aproximado para o dimensionamento à flexão composta oblíqua.....	51
2.2	FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL.....	51
2.2.1	Método de pequena e grande excentricidade.....	52
2.2.2	Resolução por ábacos.....	55
2.2.3	Método das zonas de solitação.....	60
2.2.4	Métodos computacionais.....	64
2.2.5	Método iterativo.....	67
2.2.6	Equilíbrio direto.....	71
2.3	CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (CAD).....	72
2.3.1	Características.....	72
2.3.2	Normalização nacional.....	73
2.4	OUTRAS REFERÊNCIAS DA LITERATURA ACADÊMICA.....	78
2.4.1	Trabalhos do Grupo de Análise e Projeto de Estruturas da UFSC.....	78
2.4.2	Trabalhos nacionais.....	79
2.4.3	Panorama internacional.....	80

3	DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS	81
3.1	MÉTODO DA VERIFICAÇÃO	82
3.1.1	Características do programa	83
3.1.2	Funcionamento do programa.....	83
3.1.3	Resolução do diagrama parábola-retângulo	86
3.1.4	Resolução genérica de diagramas tensão-deformação ...	87
3.1.5	Tratamento genérico para as direções B e H.....	87
3.1.6	Tratamento genérico para várias camadas de armadura .	88
3.1.7	Utilização do método de verificação para dimensionar..	89
3.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROGRAMAÇÃO	90
4	ESTUDOS.....	91
4.1	COMPARAÇÃO ENTRE ARRANJO SIMÉTRICO E ASSIMÉTRICO	91
4.2	COMPARAÇÃO ENTRE DIAGRAMA PARÁBOLA-RETÂNGULO E RETANGULAR SIMPLIFICADO.....	98
4.3	ANÁLISE DE OUTRAS RELAÇÕES TENSÃO-DEFORMAÇÃO ..	105
5	APLICAÇÃO EM PROJETO	111
5.1	ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO/VERIFICAÇÃO	116
5.2	ESTRUTURA COM f_{ck} UNIFORME DE 30 MPa.....	117
5.3	ESTRUTURA COM f_{ck} UNIFORME DE 60 MPa.....	130
5.4	ESTRUTURA COM f_{ck} DE 60 MPa SOMENTE NOS PILARES .	134
5.5	COMPARAÇÕES.....	135
5.5.1	Comparação dos modelos.....	135
5.5.2	Comparação dos momentos resistentes	137
5.5.3	Comparação da forma de aplicação dos momentos mínimos	138
6	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	141
6.1	CONCLUSÕES.....	141
6.2	RECOMENDAÇÕES	144
	REFERÊNCIAS.....	145
	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA.....	149
	APÊNDICE A - MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO... 150	
A.1	ARMADURAS ASSIMÉTRICAS	150
A.1.1	Zona A.....	150
A.1.2	Zona B.....	153
A.1.3	Zona C.....	155
A.1.4	Zona D.....	157
A.1.5	Zona O.....	159
A.1.6	Zona E.....	159
A.2	ARMADURAS SIMÉTRICAS	161
A.2.1	Zona A Simétrica	161
A.2.2	Zona C simétrica	164

A.2.3	Zona E simétrica.....	167
APÊNDICE B - MÉTODO DO EQUILÍBRIO DIRETO.....		169
B.1	ARMADURAS ASSIMÉTRICAS	169
B.1.1	Flexo-compressão com grande excentricidade	169
B.1.2	Flexo-compressão com pequena excentricidade.....	172
B.1.3	Compressão composta	174
B.2	ARMADURAS SIMÉTRICAS	176
B.2.1	Caso 1	178
B.2.2	Caso 2	179
B.2.3	Caso 3	180
B.2.4	Caso 4	181
APÊNDICE C - DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS.....		183
C.1	INTERFACE GENÉRICA DE ENTRADA DE DADOS	183
C.2	MÉTODO DA PEQUENA E GRANDE EXCENTRICIDADE	183
C.3	MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO COM ARRANJO ASSIMÉTRICO	185
C.4	EQUILÍBRIO DIRETO COM ARRANJO ASSIMÉTRICO	188
C.5	MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO COM ARRANJO SIMÉTRICO.....	190
C.5.1	Zona A	192
C.5.2	Zona C	193
C.5.3	Zona E	194
C.5.4	Demais possibilidades	194
C.6	MÉTODO ITERATIVO	194
C.7	EQUILÍBRIO DIRETO COM ARRANJO SIMÉTRICO	201
C.7.1	Caso 1	201
C.7.2	Caso 2	201
C.7.3	Caso 3	202
C.7.4	Caso 4	202
APÊNDICE D - RESULTADOS ADICIONAIS DO PROJETO PRÁTICO		205
D.1	ANÁLISE 1	205
D.1.1	Pilar P1	205
D.1.2	Pilar P12	207
D.1.3	Pilar P15	208
D.1.4	Pilar P19	210
D.2	ANÁLISE 2	213
D.2.1	Pilar P1	213
D.2.2	Pilar P12	216
D.2.3	Pilar P15	219
D.2.4	Pilar P19	222

D.3 ANÁLISE 3 225

 D.3.1 Pilar P1 225

 D.3.2 Pilar P12 227

 D.3.3 Pilar P15 228

 D.3.4 Pilar P19 228

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A engenharia está em constante evolução, as normas e os procedimentos de cálculo mudam com o passar do tempo e devido ao desenvolvimento de novas ferramentas computacionais. No contexto dessas mudanças, o engenheiro de estruturas deve aliar segurança adequada e custo no desenvolvimento dos seus projetos.

Ainda existe uma disparidade, no caso do dimensionamento de pilares, entre o conhecimento adquirido na universidade e a prática de projetos. Normalmente, o acadêmico de engenharia civil aprende a dimensionar pilares por métodos clássicos, como por meio de ábacos, enquanto que, na vida profissional, tal dimensionamento é feito, quase que exclusivamente, por meio de programas computacionais.

Nas duas últimas décadas, houve um aumento substancial da oferta de projetos estruturais devido ao aparecimento de vários programas computacionais na área de cálculo estrutural. Assim, muitos engenheiros se habilitaram para elaboração de projetos. Este fato contribuiu para a queda da qualidade, uma vez que boa parte dos cálculos e detalhamentos são feitos exclusivamente pelo programa, muitas vezes sem o conhecimento adequado por parte do profissional.

O programa computacional pode ser entendido como uma ferramenta de trabalho, sendo que o profissional deve ter domínio dos procedimentos, verificações e detalhamentos. Um programa bem operado é uma ótima ferramenta, porém um profissional que não detenha o conhecimento adequado, fatalmente, cometerá erros em sua operação.

O engenheiro de estruturas precisa manter-se atualizado quanto às alterações de norma e compreender de que forma essas alterações afetam seu trabalho. Recentemente, a norma brasileira para projeto de estruturas em concreto armado, ABNT NBR 6118:2014, foi atualizada. Essa nova revisão introduz modificações importantes no que diz respeito aos concretos de alto desempenho, indicados como grupo II de resistência, que abrangem classes de C55 até C90.

Houve um avanço de usos de concretos de alto desempenho no mercado brasileiro, principalmente para os pilares, devido à necessidade de se projetar estruturas cada vez mais altas. Além dessa demanda, a introdução dos concretos do grupo II de resistência visou atender aos requisitos da ISO (*International Organization for Standardization*) no

contexto da internacionalização da norma ABNT NBR 6118:2014, que passou a ser reconhecida como norma de padrão internacional.

As principais diferenças da nova revisão da norma, sob o ponto de vista dimensionamento de pilares para projeto, se manifestam nos parâmetros de comportamento da seção de concreto (σ_c , ϵ_{c2} , ϵ_{cu} , λ e α_c):

- Tensões no concreto (σ_c).
- Deformações específicas (ϵ_{c2} e ϵ_{cu}).
- Coeficiente do diagrama retangular simplificado (λ).
- Coeficiente de redução das tensões de cálculo no concreto (α_c).

A ABNT NBR 6118:2014 manteve as principais definições acerca do dimensionamento de pilares, permitindo a utilização da flexo-compressão normal simultaneamente nas duas direções principais para pilares retangulares com esbelteza inferior a 90.

A presente dissertação se insere na temática de cálculo de pilares com elevadas resistências, e traz um estudo aprofundado do dimensionamento de pilares, com base na flexo-compressão normal. Os estudos do dimensionamento serão analisados de modo a gerar conhecimento sobre procedimentos corretos e atuais, visando contribuir com a qualidade de projetos.

No decorrer do trabalho será apresentada uma revisão bibliográfica acerca dos procedimentos para dimensionamento de pilares, à luz dos requisitos normativos. Além disso, serão estudados os métodos de dimensionamento de flexo-compressão normal abrangendo as metodologias consagradas na literatura.

Basicamente, pretende-se avaliar como os resultados da flexo-compressão normal, no dimensionamento de pilares com classes de resistência de C55 até C90, são afetados pelas mudanças nos parâmetros de cálculos alterados na nova revisão da norma. Logo, serão analisadas as consequências na prática de projeto.

A dissertação visa à ligação entre o conhecimento teórico dos métodos consagrados na bibliografia e das normas técnicas vigentes com os métodos computacionais de dimensionamento de pilares.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Estudar o dimensionamento de pilares em concretos de alto desempenho no que diz respeito à flexo-compressão.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Estudar os principais métodos de dimensionamento de pilares consagrados na bibliografia.
- Avaliar de que forma as mudanças das expressões normativas que ditam o comportamento do concreto, válidas para concretos do grupo II de resistência, impactam no dimensionamento de pilares.
- Elaborar uma ferramenta computacional própria e independente das existentes, capaz de servir como referência para comparações e estudos.
- Analisar as diferenças obtidas entre arranjos simétricos e assimétricos no dimensionamento de pilares em concretos de alto desempenho.
- Comparar as diferenças de resultados no dimensionamento de pilares de alto desempenho, utilizando diagrama parábola-retângulo e diagrama retangular simplificado.
- Avaliar outros diagramas tensão-deformação, além dos previstos na ABNT NBR 6118:2014, de modo a se avaliar as diferenças de resultados no dimensionamento do pilar.
- Estudar o dimensionamento de pilares, com o emprego de exemplos de cálculo em aplicação prática de projeto, a fim de se avaliar a relação entre o tipo de concreto e o consumo final de aço.

1.3 JUSTIFICATIVA

No cenário nacional da construção civil, o concreto armado tem sido o principal material utilizado nos projetos estruturais. Com a evolução dos materiais e a redução de espaço físico para edificações nas grandes cidades, os projetos estão cada vez mais esbeltos, ou seja, se constrói prédios mais altos em terrenos menores.

Com esta evolução das estruturas, houve um incremento de dificuldade nos projetos, fazendo com que seja necessária uma análise mais sofisticada do comportamento dos elementos. Um exemplo desse processo é que muitos edifícios passaram a necessitar de análise dinâmica da estrutura.

O caso específico dos pilares é um dos mais críticos, uma vez que são responsáveis pela sustentação dos pavimentos da estrutura. O grande interesse em uso de concretos de alto desempenho para os pilares está na elevada compressão existente dos pavimentos inferiores, sendo que a adoção de seções maiores tende a prejudicar a arquitetura por dificultar a disposição dos ambientes.

Os pilares de concretos do grupo I de resistência foram amplamente estudados na bibliografia e apresentam comportamento bastante conhecido. No entanto, os concretos do grupo II, com as novas expressões da ABNT NBR 6118:2014, necessitam de mais estudos que validem por completo os resultados de seu dimensionamento.

Silva, Araújo e Lima (2015) apresentam um artigo voltado para o dimensionamento em concreto armado considerando a inclusão do grupo II de resistência. Este artigo propõe um “modelo generalizado” para o dimensionamento à flexão, abrangendo também a flexo-compressão normal. Este modelo passa pelas alterações da norma e a forma como tais modificações afetam diretamente o dimensionamento de elementos com concreto de alto desempenho.

Neste trabalho o foco será dado à resolução da flexo-compressão normal, avaliando a armadura, de pilares retangulares de concreto armado, de alto desempenho, com esbelteza limitada a 90.

Entender os mecanismos mais básicos do dimensionamento de estruturas, como a flexo-compressão normal, possibilita que o profissional adquira uma ordem de grandeza e senso crítico para analisar resultados. Embora o dimensionamento à flexo-compressão normal consista no equilíbrio da seção transversal baseado nas compatibilidades de deformações, este dimensionamento compõe um grande número de abordagens, que evoluíram com o tempo, como será mostrado na revisão bibliográfica.

O aspecto central do trabalho é o dimensionamento da seção transversal, na resolução da flexo-compressão normal em concretos de alto desempenho. Cabe ressaltar que os requisitos normativos de dimensionamento como momento mínimo, imperfeições geométricas ou inclusão dos efeitos de 2ª ordem também serão incluídos no trabalho, principalmente na aplicação em projeto do capítulo 5.

A limitação para seções retangulares deveu-se ao seu uso na grande maioria dos casos práticos de projeto. Posteriormente os estudos desenvolvidos poderão ser aplicados para seções L e circulares.

Para efeitos deste trabalho, serão consideradas somente as resistências de cálculo do concreto de alto desempenho expostas na ABNT NBR 6118:2014, baseadas diretamente no f_{ck} . As características e constituição dos concretos de alto desempenho também não são foco neste trabalho.

1.4 METODOLOGIA

A elaboração do trabalho se fundamenta na revisão bibliográfica, com intuito de propiciar uma visão geral do tema de estudo, principalmente no que diz respeito aos métodos de dimensionamento de pilares, com solução via flexo-compressão normal (FCN).

Na sequência é realizada uma revisão do dimensionamento de pilares e dos concretos de alto desempenho, ambos baseados na normalização vigente, em especial a ABNT NBR 6118:2014. Por fim, para complementar os conhecimentos, é realizada uma avaliação de trabalhos acadêmicos da área.

A etapa seguinte do trabalho é relativa à programação, que foi a ferramenta escolhida para obter resultados a partir dos métodos estudados na revisão bibliográfica. As rotinas de dimensionamento dos diferentes métodos são implementadas na ferramenta computacional. O desenvolvimento dos programas tem como principal objetivo facilitar os cálculos e possibilitar ao projetista de estruturas a análise de um número significativo de soluções, comparando as diferenças entre os métodos existentes.

Além dos métodos da bibliografia, uma rotina própria também é desenvolvida e programada. A rotina possui algumas vantagens em relação aos métodos estudados e será utilizada na aplicação prática em projeto.

As rotinas de cálculo dos métodos estão executadas em programas específicos, uma para cada método, todos desenvolvidos em

cima da plataforma *XOJO*. A partir dos programas específicos podem-se comparar os resultados individuais de cada rotina, validando-as entre si.

Em um processo de elaboração de programas, o primeiro passo diz respeito à programação da teoria, encontrando soluções para os casos específicos. Terminada esta etapa, inicia-se outra etapa tão importante quanto, que se refere à aferição dos resultados do programa, ou seja, testes de utilização prática do programa.

Neste trabalho, em especial, deve-se testar todos os programas elaborados variando os dados de entrada, de forma a se contemplar cada domínio de dimensionamento e observar a coerência dos resultados comparativamente. Os métodos estão validados entre si e também externamente por intermédio de *softwares* comerciais e acadêmicos.

Após a validação das formulações com os devidos testes, são realizados estudos a partir dos programas desenvolvidos. Ao final do trabalho, os programas serão disponibilizados para futuros trabalhos na área e para uso no ensino de graduação.

Um estudo abrange os tipos de arranjos de armaduras, de modo a se avaliar práticas de dimensionamento para arranjos simétricos e assimétricos. Outros estudos, baseados nos diagramas tensão-deformação, avaliam a influência do tipo de diagrama adotado na armadura final dos pilares.

Tais estudos e a aplicação em projeto avaliam o quanto a adoção de concretos de alto desempenho pode efetivamente contribuir para o dimensionamento dos pilares. De modo a constituir uma alternativa viável e econômica para utilização em projeto.

Por fim, o trabalho apresenta 4 apêndices: dois para explicações mais detalhadas de métodos abordados na revisão bibliográfica; um para tratar do desenvolvimento dos programas computacionais aplicados aos métodos de dimensionamento; e o último, relativo a dados (esforços e diagramas) complementares da aplicação prática de projeto realizada no capítulo 5.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo aborda, separadamente, dimensionamento de pilares, métodos de resolução da flexo-compressão normal e concreto de alto desempenho.

2.1 DIMENSIONAMENTO DE PILARES

O dimensionamento de pilares consiste na obtenção da armadura, para uma determinada seção de concreto e um determinado arranjo de ações, de modo a atender todos os requisitos normativos e hipóteses de cálculo.

Para dimensionar adequadamente um pilar, é obrigatório conhecer todas as suas solicitações e o comportamento dos materiais. Este subitem tem por objetivo apresentar os critérios estabelecidos para o dimensionamento de pilares, como as não linearidades, as hipóteses básicas, a análise de pilares e os métodos de inclusão dos efeitos de 2ª ordem.

2.1.1 Não linearidades

Em geral, existem dois fatores principais que tornam o comportamento da estrutura de concreto armado não linear, trata-se da não linearidade física e da não linearidade geométrica.

2.1.1.1 Não linearidade física

A não linearidade física está relacionada com as alterações das propriedades do próprio material concreto armado ao longo de seu uso. O concreto armado apresenta variação de comportamento à medida que o carregamento é aplicado, ou seja, não obedece a lei do Hooke.

Para efeitos de projeto de estrutura, pode-se considerar a não linearidade física de forma aproximada ou com métodos mais refinados. Um exemplo típico de consideração da não linearidade física de forma aproximada é a redução de rigidez do elemento, enquanto que uma consideração mais refinada pode ser obtida por meio do uso de relações momento-curvatura.

2.1.1.2 Não linearidade geométrica

A não linearidade geométrica está relacionada diretamente com a geometria da estrutura, ou seja, nas mudanças da geometria dos elementos estruturais à medida que o carregamento é aplicado.

O equilíbrio na posição deformada, diferente da posição original, gera efeitos de 2ª ordem, ocasionando um comportamento não linear que é a própria não linearidade geométrica.

A consideração da não linearidade geométrica de forma aproximada pode ser realizada estimando-se qual será a posição deformada da estrutura, que é a abordagem do método do pilar padrão, que será abordado na sequência do trabalho.

A consideração da não linearidade geométrica de forma mais refinada pode ser feita por métodos numéricos, tais mecanismos basicamente realizam cálculos iterativos em busca da posição deformada final, sendo que o método mais conhecido para essa abordagem é chamado P- Δ .

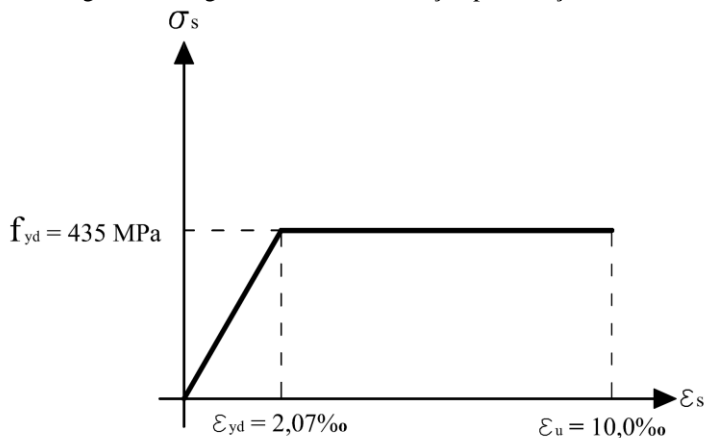
2.1.2 Hipóteses básicas

As hipóteses básicas indicadas no item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 para o dimensionamento no estado limite último (ELU) são adotadas por todos os métodos estudados neste trabalho, tanto para concreto do grupo I, quanto para concretos do grupo II de resistência. Essas hipóteses tornam possíveis os equacionamentos e dimensionamentos das seções analisadas:

- **As seções transversais permanecem planas:** desde o início da deformação até o ELU, ou seja, é válida a hipótese de Navier-Bernoulli de que as deformações são proporcionais à distância da linha neutra.
- **Solidariedade dos materiais:** admite-se que ocorra a compatibilidade de deformações entre os materiais aço e concreto. A deformação de uma barra é considerada igual à deformação do concreto adjacente.
- **O concreto não resiste à tração:** as tensões normais de tração do concreto podem ser desprezadas.
- **Diagrama tensão-deformação do aço:** as tensões na armadura são obtidas pelo diagrama tensão-deformação, conforme item 8.3.6 da ABNT NBR 6118:2014. Neste trabalho serão adotados apenas aços de categoria CA-50, de acordo com Tabela 2 da

ABNT NBR 7480:2007. A Figura 1 retrata o diagrama considerado e destaca a deformação última da armadura no valor de 10,0‰.

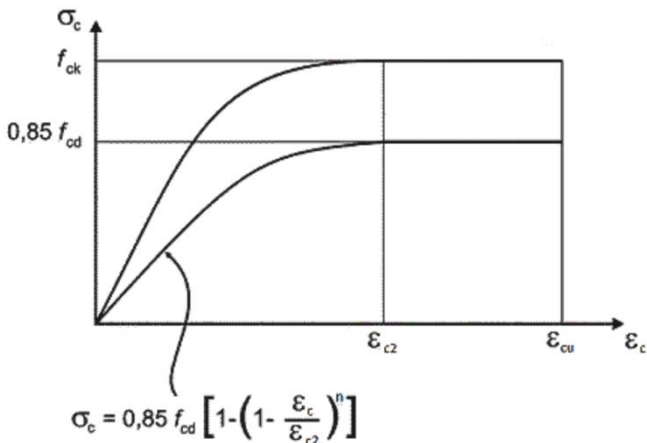
Figura 1 - Diagrama tensão-deformação para o aço CA-50



Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (adaptado para aço CA-50)

- **Diagrama tensão-deformação do concreto:** as tensões no concreto são obtidas com base no diagrama parábola-retângulo de tensão-deformação, conforme item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2014 (ver Figura 2). Este diagrama pode ser substituído pelo diagrama retangular simplificado de profundidade $y = \lambda x$ (ver item 2.1.3).

Figura 2 - Diagrama tensão-deformação do concreto



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

- **Ruína por deformação excessiva:** no estado limite último, a ruína da seção ocorre quando em um dos materiais (aço ou concreto) atinge o limite de deformação admissível.
- **Domínios de deformação:** a seção deve ser dimensionada em algum dos domínios de deformação definidos no item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014, conforme exposto na Figura 3. Maiores informações no subitem 2.1.4 deste trabalho.

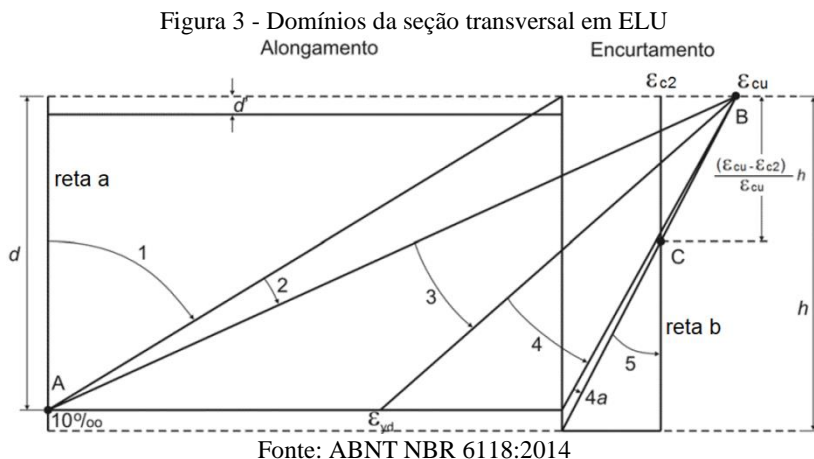
2.1.3 Diagramas tensão-deformação do concreto

A norma ABNT NBR 6118:2014 indica duas formas de analisar o comportamento do concreto para efeitos de dimensionamento. A primeira consiste no comportamento clássico do diagrama parábola-retângulo do concreto, que caracteriza um método mais complexo, em que uma determinada deformação resulta em certa tensão, existindo um trecho parabólico e outro retangular (ver subitem 2.3.2.1).

A segunda é uma simplificação da primeira, utilizada para facilitar o dimensionamento, em que se aproxima o diagrama parábola-retângulo por um diagrama retangular simplificado, no qual as tensões são constantes para qualquer deformação, com uma profundidade λx . Maiores informações em 2.3.2.2.

2.1.4 Domínios de deformação

Um dos pressupostos básicos para o dimensionamento é a compatibilidade das deformações, ou seja, a deformação na barra de aço é igual ao concreto adjacente, conforme exposto no subitem 2.1.2 deste trabalho. Tais deformações variam de acordo com o domínio de deformação em que a peça se encontra. Conhecida a posição da linha neutra, sabe-se o domínio e as deformações, tanto do concreto, quanto das barras de aço.



O pilar deve ser dimensionado em algum dos domínios da Figura 3. Os domínios de deformação com ruptura por deformação plástica excessiva, segundo a ABNT NBR 6118:2014 são:

- **Reta a:** toda a seção com tração uniforme.
- **Domínio 1:** tração não uniforme, ainda sem existir compressão.
- **Domínio 2:** flexão simples ou composta com aço no alongamento máximo (10‰) e concreto com compressão inferior ao limite ($\epsilon_c < \epsilon_{cu}$).

O item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014 completa os demais domínios com os casos de ruptura por encurtamento do concreto:

- **Domínio 3:** flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura por compressão do concreto e com aço acima do patamar de escoamento ($\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$).

- **Domínio 4:** flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura por compressão do concreto e com aço abaixo do patamar de escoamento ($\varepsilon_s < \varepsilon_{yd}$).
- **Domínio 4a:** flexão composta com armaduras comprimidas.
- **Domínio 5:** compressão não uniforme, sem existir tração.
- **Reta b:** toda a seção com compressão uniforme.

A

Tabela 1 exhibe a deformação da borda mais comprimida (ε_c), a deformação da armadura menos comprimida (ε_s) e a deformação da armadura mais comprimida (ε'_s), além dos limites da posição da linha neutra (x) para cada domínio de deformação. Basicamente, a

Tabela 1 é um resumo matemático para uso dos domínios de deformação nos equacionamentos para dimensionamento. As incógnitas estão definidas na lista de símbolos, no início do trabalho.

Tabela 1 - Compatibilidade de deformações

Domínio	ε_c	ε_s	ε'_s	Linha neutra
2	$10\% \frac{x}{d-x}$	10‰	$10\% \frac{x-d'}{d-x}$	$0 < x \leq x_{23}$
3	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$x_{23} < x \leq x_{lim}$
4	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$x_{lim} < x \leq d$
4a	ε_{cu}	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d}{x}$	$\varepsilon_{cu} \frac{x-d'}{x}$	$d < x \leq h$
5	$\varepsilon_{c2} \frac{x}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$\varepsilon_{c2} \frac{x-d}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$\varepsilon_{c2} \frac{x-d'}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h}$	$h < x \leq \infty$

Fonte: Elaborada pelo autor

2.1.5 Efeitos de 2ª ordem

A seção 15 da ABNT NBR 6118:2014 trata da instabilidade e efeitos de 2ª ordem. No item 15.2 a norma escreve que os “efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos na análise de primeira, quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada”. Na sequência, a norma permite desconsiderar os efeitos de 2ª ordem desde que não causem acréscimo superior a 10% em reações e solicitações.

No caso de pilares, os efeitos de 2ª ordem podem ser locais (conforme será abordado no subitem 2.1.9) ou globais (abordado em 2.1.8.2).

2.1.6 Esbeltez

A esbeltez de um pilar é a grandeza que relaciona suas dimensões com seu comprimento. Está vinculada a sua susceptibilidade ao efeito de flambagem, ou seja, quanto mais esbelto, maior será o efeito de flambagem ao qual estará submetido, ocasionando maiores efeitos de 2ª ordem.

2.1.6.1 Índice de esbeltez

O índice de esbeltez (λ) de um pilar retangular é dado pela equação (2.1).

$$\lambda = \sqrt{12} \frac{l_e}{h} \quad (2.1)$$

na qual:

l_e - comprimento de flambagem do pilar.

h - dimensão da seção transversal na direção considerada.

A ABNT NBR 6118:2014 prevê no item 15.8.2 que o comprimento de flambagem de um pilar engastado na base e livre no topo, deve ser de duas vezes seu comprimento. Enquanto que, nos demais casos, o item 15.6 prevê que o comprimento de flambagem corresponde ao menor valor entre: distância entre eixos dos elementos estruturais aos quais está vinculado (l) e a distância entre as faces internas (l_0) mais com a altura da seção transversal do pilar (h).

2.1.6.2 Valor-limite para índice de esbeltez

O item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014 também prescreve que os esforços locais de 2ª ordem podem ser desprezados, caso a esbeltez do pilar seja menor que o valor-limite.

O valor-limite depende diretamente da excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h) e da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem (que reflete no α_b).

O valor-limite para índice de esbeltez (λ_1) é dado pela equação (2.2) e está limitada entre 35 e 90.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (2.2)$$

na qual:

e_1 - excentricidade de 1ª ordem.

h - dimensão da seção transversal na direção considerada, em metros.

α_b - parâmetro para consideração do diagrama de momentos do pilar.

O valor de α_b deve ser obtido nas situações a seguir:

- Pilares biapoiados sem cargas transversais ($1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$):

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \quad (2.3)$$

sendo que:

M_A e M_B - momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar (incluindo 2ª ordem global, quando for o caso). M_A deve ser tomado como maior valor absoluto e M_B com sinal positivo, se estiver tracionando a mesma face que M_A .

- Pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0$$

- Pilares em balanço ($1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85$):

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \quad (2.4)$$

em que:

M_A - momento de 1ª ordem no engaste.

M_C - momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

- Pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo da equação (2.5) deste trabalho:

$$\alpha_b = 1,0$$

2.1.6.3 Classificação dos pilares quanto à esbeltez

De acordo com o índice de esbeltez, segundo Scadelai (2004), os pilares podem ser classificados em:

- Pilares robustos ou pouco esbeltos: $\lambda \leq \lambda_1$
- Pilares de esbeltez média: $\lambda_1 < \lambda \leq 90$
- Pilares esbeltos ou muito esbeltos: $90 < \lambda \leq 140$
- Pilares excessivamente esbeltos: $140 < \lambda \leq 200$

A ABNT NBR 6118:2014, no item 15.8.1, limita o índice de esbeltez dos pilares a 200. Os pilares estudados neste trabalho possuem esbeltez limitada a 90, classificando-se como pilares robustos ou de esbeltez mediana.

2.1.7 Dutilidade

A dutilidade é a propriedade do elemento estrutural relacionada à deformação antes da ruptura. Um elemento dúctil apresenta uma elevada deformação antes de romper, alertando aos usuários da estrutura sobre a possibilidade de colapso.

A ABNT NBR 6118:2014 demonstra preocupação com a dutilidade das peças, prevendo limites de posição da linha neutra para vigas e lajes, de modo a conferir maior dutilidade a esses elementos. No item 16.2.3 a norma indica que além do adequado dimensionamento ao ELU, “é necessário garantir uma boa dutilidade, de forma que uma eventual ruína ocorra de forma suficientemente avisada, alertando os usuários”.

Para pilares com concretos de alto desempenho, com o aumento do f_{ck} , a deformação de ruptura vai diminuindo (ver Figura 17), apresentando naturalmente um comportamento mais frágil. Esta característica do CAD deve ser compensada pelas armaduras longitudinais e transversais.

O item 18.4.3 da ABNT NBR 6118:2014 contém uma nota recomendando que, para garantir a dutilidade de pilares com concretos de alto desempenho, os espaçamentos máximos de estribos sejam reduzidos em 50% e sejam adotadas inclinações dos ganchos de pelo menos 135°.

2.1.8 Análise de pilares

O presente subitem dedica-se à análise de pilares que engloba as prescrições da ABNT NBR 6118:2014 para obtenção dos esforços finais a serem utilizados no dimensionamento do pilar.

Segundo a metodologia de cálculo indicada na ABNT NBR 6118:2014, a ideia básica para o dimensionamento de pilares é de que a envoltória de momentos resistentes cubra integralmente a envoltória de momentos solicitantes para cada uma das seções analisadas ao longo do pilar (base, centro e topo, por exemplo). Esta análise deve ser realizada para cada combinação de ações, visto que cada combinação apresenta diferentes esforços.

Os momentos solicitantes totais são compostos por diversas parcelas:

- Momentos fletores iniciais devido à análise de 1ª ordem do pórtico.
- Momentos fletores devido à 2ª ordem global do pórtico.
- Momentos fletores devido às imperfeições geométricas.
- Momentos fletores devido aos efeitos de 2ª ordem locais.
- Momentos fletores devido à fluência do concreto.

No caso específico de pilares-parede, quando a maior dimensão é cinco vezes maior que a menor dimensão, ainda existem os esforços localizados a serem considerados, conforme item 15.4.1 da ABNT NBR 6118:2014. No entanto, pilares-parede não serão abordados neste trabalho.

Com os esforços solicitantes totais, um pilar será considerado seguro, quanto ao estado limite último, se apresentar envoltória de momentos resistentes englobando a envoltória de momentos solicitantes totais.

2.1.8.1 Momentos fletores iniciais

Os momentos fletores iniciais são obtidos diretamente da análise estrutural necessária ao equilíbrio da estrutura na posição indeformada. Dessa forma, os momentos fletores inicial consideram os esforços causados diretamente pelas ações verticais e horizontais à qual a estrutura está submetida, sem considerar efeitos de 2ª ordem. Em uma estrutura classificada como de nós fixos, não haveria necessidade de inclusão dos momentos devido à 2ª ordem global.

2.1.8.2 Momentos fletores devido à 2ª ordem global

Em diversos projetos, com estrutura considerada como de nós móveis, segundo os critérios do item 15.5 da ABNT NBR 6118:2014, se faz necessária uma análise adicional da estrutura, para consideração dos efeitos globais de 2ª ordem.

Nesta segunda análise, fora da posição original, os momentos de 1ª ordem devem sofrer um acréscimo devido à flexibilidade da estrutura. Então, deve ser feita uma análise não linear para obtenção dos esforços adicionais oriundos da posição deformada da estrutura.

Podem ser consideradas aproximações da não linearidade física, como alteração de rigidez dos elementos estruturais, conforme item 15.7.3 da ABNT NBR 6118:2014. Alternativamente, podem ser adotados processos de cálculo iterativos para obtenção da posição deformada final.

O acréscimo de momentos solicitantes devido à análise na posição deformada, do pórtico como um todo, são os momentos fletores devido à análise de 2ª ordem global.

2.1.8.3 Momentos fletores devido à fluência do concreto

O acréscimo de deformação ao longo do tempo, sob a aplicação das cargas permanentes, gera esforços adicionais nos pilares, resultante do efeito da fluência. Basicamente, o efeito da fluência produz um deslocamento no tempo, ocasionando um aumento de excentricidade e, portanto, de momentos solicitantes.

O item 15.8.4 da ABNT NBR 6118:2014 prescreve uma maneira aproximada para inclusão dos efeitos da fluência. Como a consideração da fluência é obrigatória somente para pilares com esbeltez maior que 90, o efeito da fluência será omitido neste trabalho que é focado em pilares com esbeltez menor que 90.

2.1.8.4 Momentos fletores devido às imperfeições geométricas

Toda estrutura está submetida a algum tipo de imperfeição de construção. A ABNT NBR 6118:2014, no item 11.3.3.4, trata das imperfeições geométricas e as divide em imperfeições locais e globais.

A consideração das imperfeições geométricas globais deve ser feita em um modelo compondo toda a estrutura. A estrutura reticulada pode ser considerada inclinada por θ_a (ângulo de inclinação do pórtico

inteiro) ou os esforços equivalentes ao desaprumo podem ser aplicados na estrutura.

O acréscimo de momentos solicitantes, devido às imperfeições geométricas globais, também deve ser considerado no dimensionamento dos pilares. Em vários casos, esses momentos são computados juntamente com os momentos devido à 2ª ordem global.

As imperfeições geométricas locais de pilares podem ser simuladas por falta de retilinearidade ou desaprumo do pilar. A norma permite que a aplicação das imperfeições geométricas locais possa ser substituída pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem ($M_{1d,min}$), conforme 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118:2014.

$$M_{1d,min} = N_d (0,015 + 0,03h) \quad (2.5)$$

na qual:

h - dimensão da seção transversal na direção considerada em metros.

No item 15.3.2, a ABNT NBR 6118:2014, indica que, nos casos em que houver necessidade de consideração dos efeitos de 2ª ordem, a verificação do momento mínimo só deve ser considerada atendida quando a envoltória resistente englobar a envoltória de momentos mínimos com 2ª ordem, com os momentos totais calculados a partir dos momentos mínimos de 1ª ordem, conforme 15.8.3.

Calculando os momentos mínimos em ambas as direções, é possível determinar a envoltória de momentos mínimos a partir da equação (2.6). De acordo com o mesmo item 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118:2014, a equação produz uma envoltória a favor da segurança.

$$\left(\frac{M_{1d,min,x}}{M_{1d,min,xx}} \right)^2 + \left(\frac{M_{1d,min,y}}{M_{1d,min,yy}} \right)^2 = 1 \quad (2.6)$$

sendo:

$M_{1d,min,xx}$ e $M_{1d,min,yy}$ - Componentes da flexão composta normal.

$M_{1d,min,x}$ e $M_{1d,min,y}$ - Componentes da flexão composta oblíqua.

Assim, arbitra-se, por exemplo, valores para $M_{1d,min,xx}$ e se obtêm os valores de $M_{1d,min,yy}$ de modo a traçar a envoltória nos quatro quadrantes.

De maneira geral, como na análise de estrutura de nós móveis, a ABNT NBR 6118:2014 prescreve que os efeitos de 2ª ordem devem ser considerados quando seu efeito superar 10% do efeito de 1ª ordem.

Porém, na análise local dos efeitos de 2ª ordem em pilares, a própria norma introduz uma análise diferente, baseada no índice de esbeltez.

Quando o índice de esbeltez do pilar (λ) superar o valor-limite (λ_i) é necessária a consideração dos efeitos de 2ª ordem no cálculo dos momentos mínimos. Esta verificação deve ser realizada nas duas direções.

Caso se verifique a necessidade de inclusão dos efeitos de 2ª ordem, pode ser utilizado algum dos métodos aproximados do item 15.8.3.3 da ABNT NBR 6118:2014. Somente os efeitos locais de 2ª ordem constituem um problema complexo, conforme será demonstrando no subitem a seguir, dedicado exclusivamente a essa questão.

2.1.9 Métodos simplificados para inclusão dos efeitos locais de 2ª ordem

O item 15.8.3 da ABNT NBR 6118:2014 estabelece que os efeitos locais de 2ª ordem podem ser calculados com o método geral ou por métodos aproximados.

O item 15.8.3.2 da mesma norma apresenta que o método geral consiste em uma análise não linear, incluindo a consideração da não linearidade física pelo diagrama momento-curvatura real e avaliação de não linearidade geométrica de maneira não aproximada.

A dificuldade do emprego para projeto, entretanto, é que para sua utilização deve-se conhecer a armadura do pilar, sendo que na maioria das vezes se está interessado em descobrir os momentos máximos para proceder com o dimensionamento do pilar. Além disso, mesmo o uso para verificação de um pilar com armadura conhecida, trata-se de um método iterativo e de alta complexidade.

A norma também estabelece que o método geral seja obrigatório para pilares com esbeltez maior que 140. Nesses casos, o método é utilizado como verificação, arbitrando-se uma armadura e verificando-se a segurança, até que se obtenha um arranjo adequado.

A norma também dispõe que a consideração de fluência é obrigatória para pilares com índice de esbeltez maior que 90. O estudo aprofundado destes itens (fluência e método geral) extrapola o escopo deste trabalho. Sendo assim, serão estudados pilares com $\lambda < 90$, com seção constante e armadura simétrica ao longo das faces.

Alternativamente ao método geral, existem os métodos aproximados propostos no item 15.8.3.3 da ABNT NBR 6118:2014. Os métodos aproximados apresentados são:

- Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.
- Método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada.
- Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r.

2.1.9.1 Métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada

Este método é exposto no item 15.8.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014. Tal método é válido para pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica constante e considera não linearidade geométrica de forma aproximada e deformação senoidal, enquanto que a não linearidade geométrica é aproximada na seção crítica.

A equação (2.7) mostra a expressão para o momento de cálculo total máximo:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (2.7)$$

sendo:

$M_{d,tot}$ - momento total máximo.

$M_{1d,min}$ - momento mínimo de 1ª ordem.

N_d - esforço normal de cálculo.

l_e - comprimento de flambagem do pilar.

$\frac{1}{r}$ - curvatura do pilar na seção crítica.

O coeficiente α_b é o mesmo definido no subitem 2.1.6.2 e tem por objetivo aproximar o comportamento do pilar segundo seus momentos solicitantes nas extremidades.

A curvatura (1/r) pode ser expressa:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (2.8)$$

onde:

h - altura da seção na direção considerada.

ν - força normal adimensional.

2.1.9.2 Métodos do pilar-padrão com rigidez κ aproximada

Este método é prescrito no item 15.8.3.3.3 da ABNT NBR 6118:2014, válido para pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica constante. O método considera não linearidade geométrica de forma aproximada considerando uma deformação senoidal, enquanto que a não linearidade física, também aproximada, por uma expressão própria de rigidez.

A equação (2.9) demonstra a expressão para o momento de cálculo total máximo:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,a}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/v}} \geq M_{1d,A} \quad (2.9)$$

A rigidez adimensional κ é dada por:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h N_d} \right) v \quad (2.10)$$

Nota-se que o momento total é função de κ e κ é função do momento total. Logo, o processo apresentado na norma deveria ser somente iterativo. IBRACON (2007) indicou uma formulação direta com uma equação de segundo grau que foi, posteriormente, incorporada à ABNT NBR 6118:2014.

$$a = 5.h \quad (2.11)$$

$$b = h^2 . N_d - \frac{N_d . I_e^2}{320} - 5.h.\alpha_b . M_{1d,A} \quad (2.12)$$

$$c = -N_d . h^2 . \alpha_b . M_{1d,A} \quad (2.13)$$

Resolvendo a equação de segundo grau com os coeficientes acima, pela fórmula de *Bhaskara*, obtém-se o valor numérico do momento total máximo.

Este método será utilizado na aplicação prática de projeto do capítulo 5. Este é empregado no cálculo dos efeitos locais mínimos de 2ª ordem, abordados no subitem 2.1.8.4 deste trabalho. Por fim, o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada será utilizado também para obtenção do momento total na região entre o topo e a base do pilar.

2.1.9.3 Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r

O método do pilar-padrão acoplado a diagramas momento normal curvatura é apresentado no item 15.8.3.3.4 da ABNT NBR 6118:2014 e pode ser aplicado para pilares com $\lambda \leq 140$ na determinação dos efeitos locais de 2ª ordem. O método utiliza a curvatura da seção crítica com os valores obtidos no diagrama momento fletor, esforço normal curvatura (ou simplesmente diagrama momento curvatura).

Com base no diagrama momento curvatura, pode-se obter a rigidez secante, com a qual, utilizando a teoria do pilar-padrão, permite-se estimar a curvatura e determinam-se os efeitos de 2ª ordem.

Em contrapartida, para este traçado dos diagramas, a armadura do pilar deve ser conhecida, de modo que este método seja necessariamente de verificação e não de dimensionamento.

2.1.10 Métodos do pilar-padrão para pilares de seção retangular submetidos à flexão composta oblíqua

O item 15.8.3.3.5 da ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma simplificação que permite substituir a flexo-compressão oblíqua por duas flexo-compressões normais, simultaneamente, em cada uma das duas direções. Tal simplificação é válida para pilares retangulares com esbeltez menor que 90, situação na qual também podem ser utilizados os métodos simplificados apresentados anteriormente.

A verificação da envoltória resistente deve ser feita em 3 seções: topo, base e um ponto intermediário onde se admite atuar concomitantemente os momentos $M_{d,tot}$ nas duas direções (x e y).

IBRACON (2015) apresenta exemplos práticos de aplicação deste item normativo, deixando claro que se deve calcular os momentos de 2ª ordem nas duas direções, mesmo que somente uma das direções necessite de consideração de efeitos de 2ª ordem.

2.1.11 Processo aproximado para o dimensionamento à flexão composta oblíqua

O item 17.2.5 da ABNT NBR 6118:2014 permite adotar uma aproximação para o diagrama de interação, conforme equação (2.14).

$$\left[\frac{M_{Rd,x}}{M_{Rd,xx}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{Rd,y}}{M_{Rd,yy}} \right]^\alpha = 1 \quad (2.14)$$

na qual:

$M_{Rd,x}$ e $M_{Rd,y}$ - componentes do momento resistente segundo os eixos principais x e y.

$M_{Rd,xx}$ e $M_{Rd,yy}$ - momentos resistentes segundo cada um dos eixos da flexão composta normal, para o mesmo N_d .

α - expoente que descreve o comportamento da aproximação. Para seções retangulares, pode-se adotar $\alpha = 1,2$.

2.2 FLEXO-COMPRESSÃO NORMAL

As metodologias de cálculo de flexo-compressão normal, propostas na literatura, que serão estudadas e comparadas neste trabalho, estão listadas abaixo:

- **Método de pequena excentricidade e grande excentricidade:** proposto por Fusco (1981). O método utilizado para dimensionamento com arranjo assimétrico de armaduras.
- **Resolução por ábacos:** a forma mais clássica de ensinar dimensionamento de pilares em nível de graduação é com a adoção de ábacos. Serão utilizados e estudados os ábacos de flexo-compressão normal de Venturini e Rodrigues (1987). Além de uma alternativa mais moderna, como os ábacos de Ribeiro (2011) que incluem a não linearidade física e não linearidade geométrica. O método de resolução por ábacos é utilizado no dimensionamento de pilares com armaduras simétricas.
- **Método das zonas de solicitação:** proposto inicialmente por Silva Jr. (1971) e desenvolvido por Santos (1983), formula equações tanto para armaduras simétricas quanto assimétricas.
- **Métodos computacionais:** serão analisados diversos programas comerciais e acadêmicos. Compõem tanto soluções simétricas quanto assimétricas de armadura.

- **Método iterativo:** o método consiste em iterações com a posição da linha neutra, por meio das equações de deformações e das equações de equilíbrio. Este método discorre somente solução simétrica de armaduras.
- **Equilíbrio direto:** metodologia apresentada pelo professor Américo Campos Filho (2014), da UFRGS, em suas notas de aula. O método consiste em realizar cálculos iniciais que vão definir o domínio de deformação correto, além da quantidade de armaduras necessárias. As soluções geram tanto resoluções simétricas quanto assimétricas de armadura.

Os métodos listados acima apresentam 5 soluções para armadura simétrica e outras 4 para armadura assimétrica. Dessa forma, é possível avaliar, de forma aprofundada, ambos os tipos de arranjo para resolução de flexo-compressão normal. Mais do que isso, permite-se a comparação entre as diferentes soluções no que diz respeito à complexidade do cálculo, precisão e resultados.

Outro referencial teórico importante, apresentado na nova revisão da norma, é a consideração da resistência do concreto nos parâmetros de cálculo, ou seja, a utilização de expressões específicas para concretos de alto desempenho. Essas mudanças serão analisadas à luz das expressões válidas para concretos do grupo I de resistência.

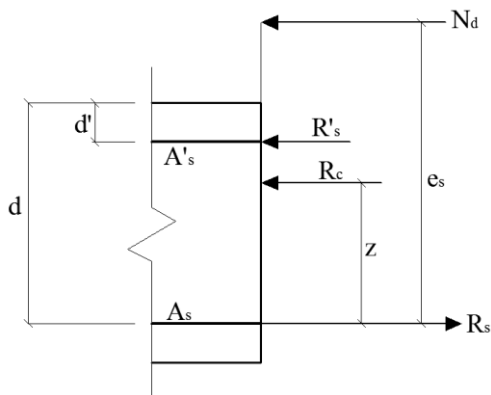
2.2.1 Método de pequena e grande excentricidade

Entende-se por flexão composta de grande excentricidade, a flexão acompanhada de esforço normal em que a peça possui uma região comprimida e outra tracionada, correspondendo aos domínios 2, 3, 4 e 4a, conforme Figura 3. Logo, pequena excentricidade ocorre quando toda a seção está comprimida, o que equivale ao domínio 5 da referida norma.

Fusco (1981, p. 55) propõe um “cálculo prático de flexão composta com grande excentricidade”. Para tanto, o autor admite que o momento seja referido no centro de gravidade da armadura de tração, e não ao centro geométrico da seção transversal. Essa consideração permite que os problemas sejam resolvidos como flexão simples.

As equações (2.15) e (2.16) exibidas se referem às notações ilustradas na Figura 4. Por convenção do autor, o esforço normal N_d está com sentido invertido indicando compressão, enquanto que nas expressões deduzidas, o sentido está considerado corretamente.

Figura 4 - Equilíbrio da seção transversal (GE)



Fonte: FUSCO (1981)

Equilíbrio da seção:

$$N_d = R_c + R'_s - R_s \quad (2.15)$$

$$N_d e_s = R_c z + R'_s (d - d') \quad (2.16)$$

Deste modo, considerando-se armadura somente na região tracionada (A'_s e R'_s iguais a zero), a armadura de tração (A_s) pode ser obtida por equilíbrio de forças. Isto é, que a resultante de tração na armadura seja igual à resultante de compressão do concreto, devendo a resultante de tração ser acrescida do esforço normal atuante, levando em conta o sinal, que para pilares é predominantemente negativo (indicando compressão).

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \left(\frac{M_{sd}}{z} - N_d \right) \quad (2.17)$$

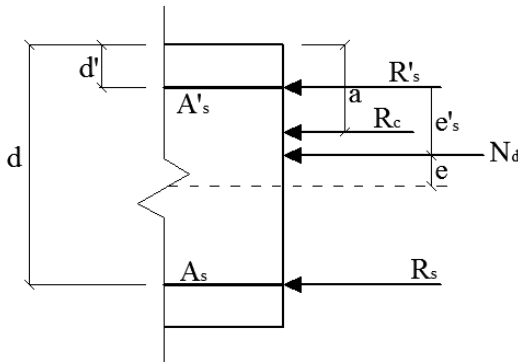
Porém, quando a armadura simples conduzir a peças superamadas (domínio 4) deve-se adotar a resolução com armadura nas duas faces. Neste caso, uma parcela do momento será resistida pela armadura de tração e outra parcela pela armadura de compressão. Após as devidas considerações, as equações para área de aço de tração (2.18) e área de aço de compressão (2.19) são:

$$A_s = \frac{1}{\sigma_{sd}} \left(\frac{M_{sd\lim}}{z} + \frac{\Delta M_{sd}}{d - d'} - N_d \right) \quad (2.18)$$

$$A'_s = \frac{1}{\sigma'_{sd}} \frac{\Delta M_{sd}}{d - d'} \quad (2.19)$$

Pequena excentricidade ocorre quando as peças estão trabalhando no domínio 5, totalmente comprimidas. Neste caso existem duas armaduras, uma mais comprimida (A'_s) e outra menos comprimida (A_s ou A''_s). A Figura 5 ilustra essa situação e as equações (2.20) e (2.21) representam os equilíbrios de força e de momentos em torno da armadura mais comprimida A'_s , que nesse caso foi considerado mais conveniente. Novamente o sinal de N_d , por convenção do autor, está invertido indicando compressão.

Figura 5 - Equilíbrio da seção transversal (PE)



Fonte: FUSCO (1981)

Equilíbrio da seção:

$$N_d = R_c + R'_s + R_s \quad (2.20)$$

$$N_d e'_s = R_c (a - d') + R_s (d - d') \quad (2.21)$$

O dimensionamento de um pilar no domínio 5, com diagrama retangular simplificado e concreto do grupo I de resistência, apresenta basicamente dois casos. No primeiro, a seção está parcialmente comprimida pelo diagrama de tensões do concreto com $1,00h < x < 1,25h$ e, no segundo, a seção está totalmente comprimida com $x \geq 1,25h$ (compressão uniforme).

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

O primeiro caso pode ser resolvido considerando as equações de compatibilidade do domínio 5 e as equações (2.20) e (2.21). Porém, para simplificar o problema, é muito comum admitir compressão uniforme e com deformação igual a ε_{c2} (2% para concretos convencionais). Logo, o valor de σ'_{sd} é igual à tensão na armadura para uma deformação de ε_{c2} (420 MPa, para aço CA-50). As equações ficam da seguinte forma:

$$A_s' = \frac{M_{sd} - 0,425f_{cd} b h (d - d')}{\sigma'_{sd} (d - d')} \quad (2.22)$$

onde:

$$M_{sd} = N_d \left[e + \left(\frac{d - d'}{2} \right) \right] \quad (2.23)$$

$$A_s'' = \frac{-M'_{sd} - 0,425f_{cd} b h (d - d')}{\sigma'_{sd} (d - d')} \quad (2.24)$$

onde:

$$M'_{sd} = N_d \left[e - \left(\frac{d - d'}{2} \right) \right] \quad (2.25)$$

Utilizadas as equações acima, valores negativos indicam que não existe necessidade de armadura, ou seja, o concreto é capaz de resistir sozinho às tensões solicitantes. Mesmo nestes casos, a ABNT NBR 6118:2014 recomenda a adoção da armadura mínima de pilares segundo item 17.3.5.3.

2.2.2 Resolução por ábacos

A resolução de flexo-compressão normal com ábacos é muito prática e amplamente difundida em nível de graduação. Do mesmo modo, antes da popularização de programas computacionais, os ábacos eram utilizados na prática profissional para projeto de estruturas. Um exemplo de larga aplicação na vida profissional são os ábacos de Montoya, Meséguer e Cabré (1987).

Na resolução por ábacos, os respectivos autores resolveram o problema de flexo-compressão normal e dispuseram as diversas soluções em função de alguns parâmetros de cálculo. Neste trabalho serão adotados os ábacos de Venturini e Rodrigues (1987), desenvolvido

para aços nacionais. Também serão considerados os ábacos de Ribeiro (2011), que previamente incluem a verificação de estabilidade dos pilares considerando a não linearidade física e a não linearidade geométrica.

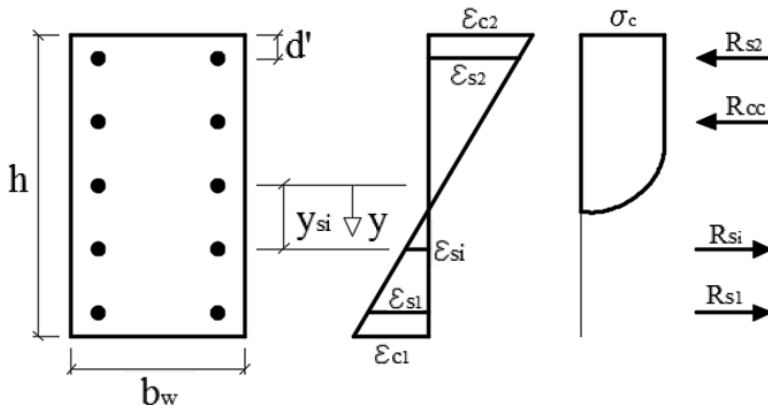
2.2.2.1 Ábacos de Venturini e Rodrigues

A resolução de problemas de flexo-compressão normal possui um grande número de variáveis. Na resolução por ábacos são fixadas algumas variáveis do problema, por exemplo, a forma da seção e disposição das barras. Para abranger uma quantidade razoável de soluções é necessário um grande número de ábacos. Portanto, quanto mais ábacos, mais preciso será o dimensionamento.

Os ábacos são produzidos com a resolução das equações de equilíbrio em programas computacionais. Cada ábaco retrata diferentes dados de entrada, de modo a compor um número significativo de soluções. Venturini e Rodrigues (1987) produziram 96 ábacos para o aço CA-50, com 24 arranjos de armadura e 4 posições relativas de armadura (d'/h).

O equacionamento deve ser feito para o estado limite último ELU, no que se refere às condições de equilíbrio e de compatibilidade de deformações. Sendo assim, os esforços solicitantes de cálculo (N_d e M_d) devem ser equilibrados pelos esforços resistentes. O esquema representativo está ilustrado na Figura 6 e nas equações de equilíbrio na sequência (2.26) e (2.27).

Figura 6 - Seção retangular submetida à flexão reta



Fonte: VENTURINI e RODRIGUES (1987)

$$N_d = \int_{A_c} \sigma_c dA + \sum_{i=1}^n \sigma_{si} A_{si} \quad (2.26)$$

$$M_d = \int_{A_c} y \sigma_c dA + \sum_{i=1}^n y_{si} \sigma_{si} A_{si} \quad (2.27)$$

onde:

A_c - área da seção de concreto comprimida.

n - número de barras.

A_{si} - área da seção transversal da barra genérica i .

σ_{si} - tensão na barra genérica i .

y - ordenada do elemento infinitesimal.

y_{si} - ordenada da barra genérica i .

Estas equações podem ser reescritas em função de parâmetros adimensionais, de modo a facilitar a entrada de dados nos ábacos. Estes termos adimensionais são os conhecidos esforços reduzidos ν (2.28), μ (2.29) e a taxa mecânica ω (2.30).

$$\nu = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (2.28)$$

$$\mu = \frac{M_d}{A_c f_{cd} h} \quad (2.29)$$

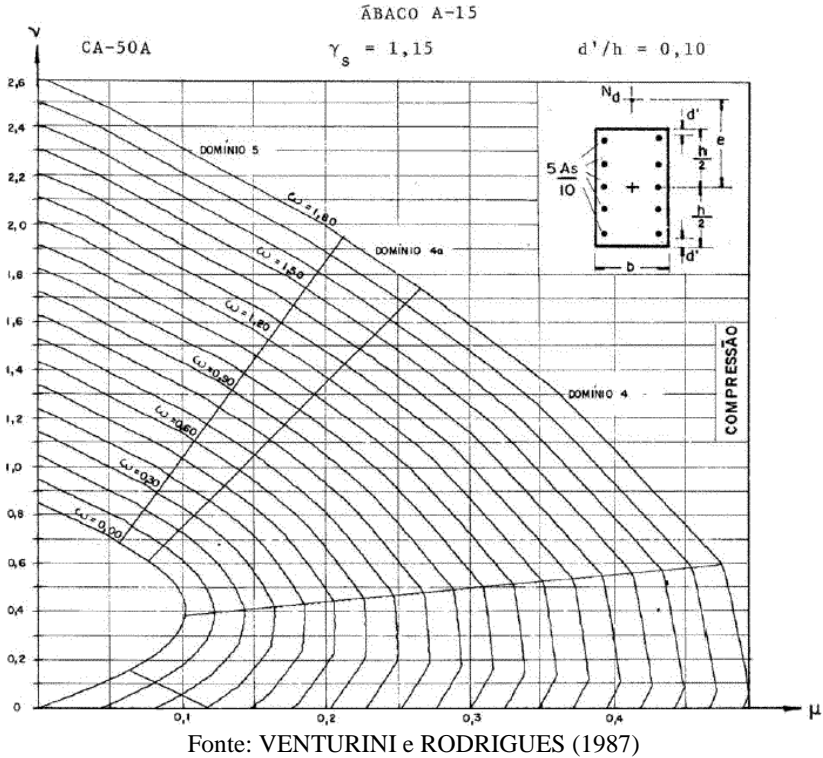
$$\omega = \frac{f_{yd} A_s}{f_{cd} A_c} \quad (2.30)$$

Para a utilização dos ábacos deve-se: conhecer os esforços de cálculo, com os efeitos de 2ª ordem incluídos; ter definida uma seção transversal; arranjo de armaduras; classe de concreto e tipo de aço. Então, deve-se calcular a posição relativa das barras e os esforços adimensionais.

De posse de todos os dados citados anteriormente deve-se verificar qual o ábaco mais adequado. A Figura 7 traz um exemplo de ábaco com $d/h = 0,10$ e arranjo de 10 barras.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 7 - Exemplo de ábaco (somente quadrante de compressão)



A partir dos dados (μ e ν) encontra-se, via ábaco, o valor da taxa mecânica de armadura ω , que será utilizada para o cálculo da armadura necessária. A área de aço é calculada a partir da equação (2.30), fazendo $A_c = b h$ e isolando A_s :

$$A_s = \frac{\omega b h f_{cd}}{f_{yd}} \quad (2.31)$$

Os autores não mencionam a melhor forma de escolher os ábacos quando os valores calculados da altura útil relativa (d'/h) não coincidem com os dos ábacos. Uma solução a favor da segurança seria escolher o ábaco com a maior relação d'/h . Alternativamente, pode-se calcular um valor acima e outro abaixo e fazer a média aritmética dos dois valores.

2.2.2.2 Ábacos de Ribeiro

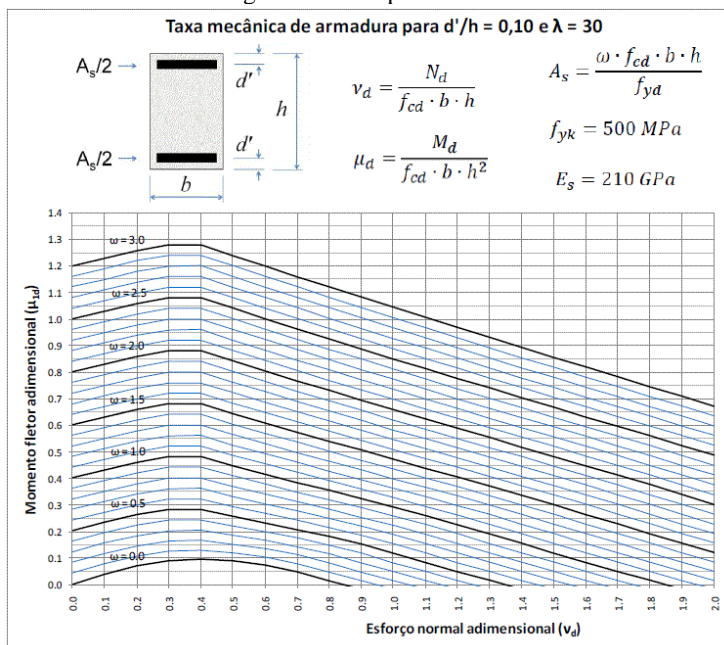
Ribeiro (2011) utilizou os mesmos princípios de Venturini e Rodrigues (1987) no que diz respeito à forma de entrada e organização dos ábacos. No entanto, houve uma evolução na questão da precisão visual, ou seja, foram criadas mais linhas de divisão, de modo a propiciar maior precisão para valores fora das linhas principais (a cada 0,5 ω).

O grande diferencial do trabalho de Ribeiro (2011) foi a inclusão da verificação da estabilidade dos pilares. Seus ábacos foram agrupados por esbeltez (λ) para a consideração da não linearidade física e da não linearidade geométrica.

A principal limitação adotada pelo trabalho foi a consideração das armaduras somente ao longo das faces do pilar, restringindo a aplicação e não contemplando uma série de arranjos usuais.

A Figura 8 mostra um exemplo de ábaco elaborado por Ribeiro (2011) para esbeltez 30 e $d'/h = 0,10$. Nota-se que as armaduras estão dispostas somente paralelas à largura da seção.

Figura 8 - Exemplo de ábaco



Fonte: RIBEIRO (2011)

2.2.3 Método das zonas de sollicitação

O método das zonas de sollicitação é o mais complexo entre os estudados nesse trabalho, pois envolve uma série de novos parâmetros e considerações específicas, conforme será abordado na sequência. Este método foi proposto inicialmente por Silva Jr. (1971) e foi desenvolvido por Santos (1983). O método aborda tanto a resolução para armaduras assimétricas quanto simétricas.

2.2.3.1 Armaduras assimétricas

Para a resolução com armaduras assimétricas, é necessária uma seção transversal para o cálculo das armaduras A_{s1} e A_{s2} . Por convenção do autor, o índice 1 refere-se à armadura tracionada pelo efeito exclusivo de M_d , enquanto que o índice 2 à armadura comprimida.

As sollicitações devem ser consideradas com os valores de cálculo, incluindo os efeitos de 2ª ordem. Neste caso, é preciso ter uma atenção especial com pilares cuja menor dimensão seja inferior a 19 cm, pois a ABNT NBR 6118:2014 em seu item 13.2.3 prescreve um coeficiente adicional γ_n para o cálculo das sollicitações.

Neste método, as equações de equilíbrio são colocadas na forma adimensional. Tais equações são utilizadas para definição da zona de sollicitação em que a peça se encontra. A opção por grandezas adimensionais restringe as faixas de variação e facilita a elaboração de tabelas de cálculo direto. As equações adimensionais utilizadas pelo autor são (2.32) e (2.33), enquanto que a tensão no concreto σ_{cd} está definida na equação (2.34):

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} \quad (2.32)$$

$$v = \frac{N_d}{bd\sigma_{cd}} \quad (2.33)$$

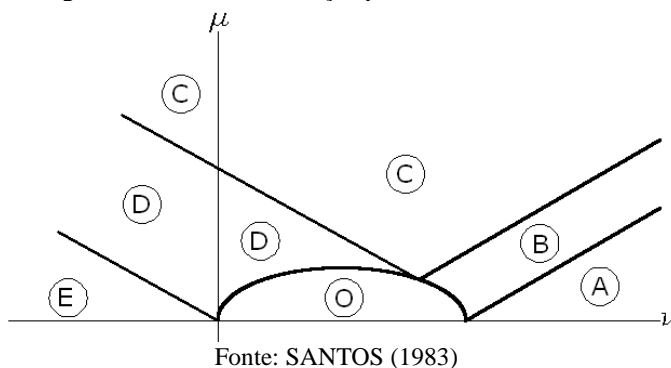
$$\sigma_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.34)$$

Valores de v negativos indicam, segundo a convenção do autor, flexo-tração.

As zonas de sollicitação para armaduras assimétricas são representadas na Figura 9. A diferença teórica entre cada uma delas é:

- **Zona A:** Compressão em ambas as armaduras.
- **Zona B:** Com o aumento do momento, a armadura de compressão pode deixar de existir, logo, a zona B caracteriza-se por ter $A_{s1} = 0$.
- **Zona C:** Uma armadura tracionada e outra comprimida.
- **Zona D:** O esforço de compressão é fornecido somente pelo concreto, logo, $A_{s2} = 0$.
- **Zona O:** Seção superdimensionada. Nenhuma armadura teórica necessária. Neste caso, devem-se adotar as armaduras mínimas normativas.
- **Zona E:** Ambas as armaduras tracionadas.

Figura 9 - Zonas de Solicitação para armadura assimétrica



Após a análise da Figura 9, conclui-se que não existe correspondência perfeita entre as zonas de solicitação e os domínios de deformação definidos no item 2.1.4 deste trabalho.

Neste trabalho, o escopo é somente flexo-compressão normal, portanto, a zona E é impossível no estudo de armaduras assimétricas.

Vale salientar que o título de “armaduras assimétricas” não exclui a possibilidade de $A_{s1} = A_{s2}$, em algum caso específico. Essa possibilidade existe em virtude das formulações serem deduzidas para o máximo aproveitamento das materiais.

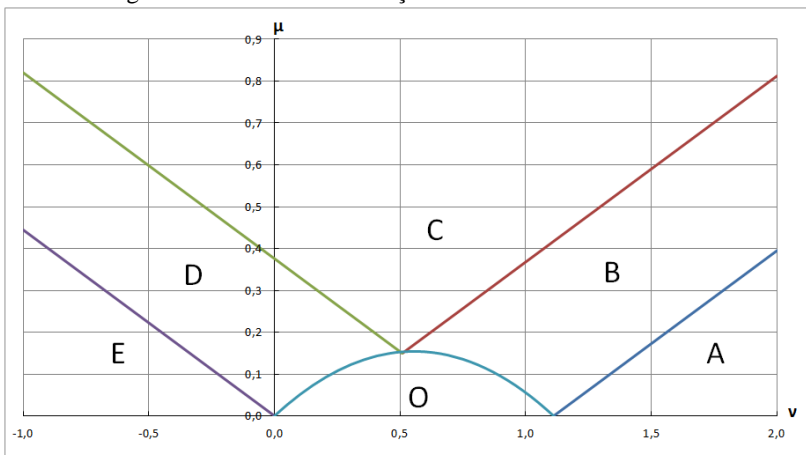
O próximo passo seria retratar cada uma das zonas de solicitação, com suas respectivas formulações. Para não prolongar a revisão bibliográfica e alcançar mais rapidamente os resultados do presente trabalho, optou-se por apresentar as zonas de solicitação no Apêndice A.

2.2.3.2 Resolução com armaduras assimétricas

Para resolver problemas de flexo-compressão normal, com arranjo assimétrico de armaduras, deve-se definir uma seção transversal com o posicionamento e tipo das armaduras. A partir destas definições, é possível determinar a altura útil d . Assim, determina-se o coeficiente κ_h , e é possível traçar os limites entre as 6 zonas de sollicitação.

Por exemplo, uma seção que apresente κ_h de 1,05 e aço CA-50 possui o traçado das zonas de sollicitação idêntico ao da Figura 10.

Figura 10 - Zonas de sollicitação com armaduras assimétrica



Fonte: Elaborada pelo autor

Após o traçado dos limites entre as zonas, devem-se calcular as sollicitações adimensionais (v , μ), a fim de se determinar em qual das zonas a seção se encontra. Descoberta a zona, basta usar as equações citadas no Apêndice A, para o cálculo das taxas de armadura que dimensionam o pilar.

2.2.3.3 Armaduras simétricas

No dimensionamento simétrico tem-se $A_{s1} = A_{s2}$. Santos (1983) aponta o dimensionamento simétrico como mais oneroso, pois se utilizará mais armadura em comparação com o arranjo assimétrico. Porém, em situações usuais, pilares devem ter armaduras simétricas para facilitar a execução e evitar posicionamentos errôneos *in loco*.

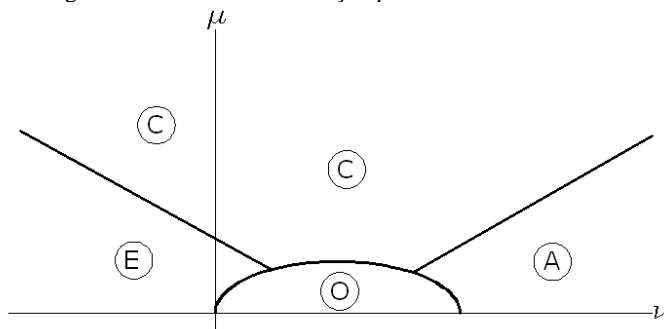
Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Em armaduras simétricas devem-se variar as tensões de cálculo nas duas armaduras até conseguir que $A_{s1} = A_{s2} = A_s$. Esse equacionamento é possível para qualquer par de valores (ν , μ). Como as zonas B e D possuem apenas uma armadura, estas deixam de existir para soluções com armaduras simétricas. Logo, restaram 4 zonas (A, C, E e O).

As quatro zonas aparecem na flexo-compressão normal e as zonas C e E podem manifestar flexo-tração. As zonas são expressas genericamente na Figura 11. A diferenciação teórica entre elas trata do esforço nas armaduras:

- **Zona A simétrica:** Compressão em ambas as armaduras.
- **Zona C simétrica:** Uma armadura tracionada e outra comprimida.
- **Zona O simétrica:** Nenhuma armadura teórica necessária.
- **Zona E simétrica:** Ambas as armaduras estão tracionadas.

Figura 11 - Zonas de solicitação para armadura simétrica



Fonte: SANTOS (1983)

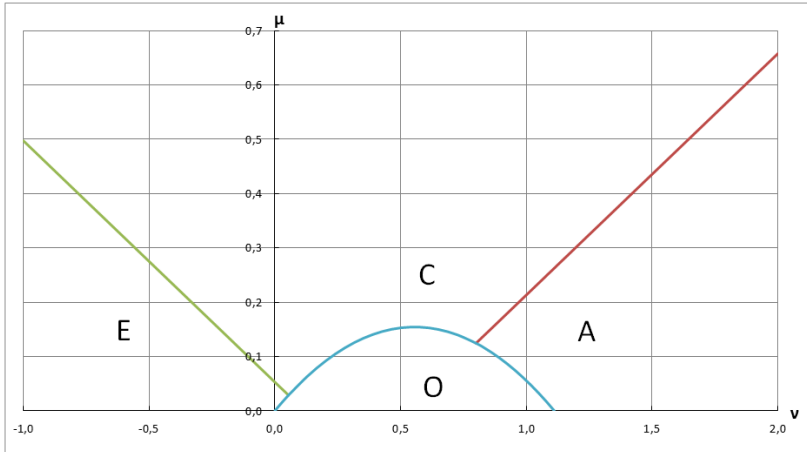
Assim como no caso de armaduras assimétricas, as formulações de equilíbrio para as quatro zonas de solicitação simétricas estão expostas no Apêndice A.

2.2.3.4 Resolução com armaduras simétricas

Para resolver problemas de flexo-compressão normal com arranjo simétrico de armaduras deve-se, primeiramente, definir uma seção transversal com um arranjo de armaduras para, em seguida, determinar a altura útil d . Por fim, determina-se o coeficiente κ_h e, assim, é possível traçar os limites entre as 4 zonas de solicitação.

Por exemplo, uma seção que apresente κ_n de 1,05 e aço CA-50 possui o traçado das zonas de sollicitação, para resolução com armaduras simétricas, exposto na Figura 12.

Figura 12 - Zonas de sollicitação com armaduras simétricas



Fonte: Elaborada pelo autor

Após o traçado dos limites entre as zonas, devem-se calcular as sollicitações adimensionais (v , μ), a fim de se determinar em qual das zonas de sollicitação a seção analisada se encontra. Descoberta a zona, deve-se recorrer às formulações expressas no Apêndice A, normalmente iterativas, para o cálculo da taxa de armadura e obtenção da armadura necessária.

2.2.4 Métodos computacionais

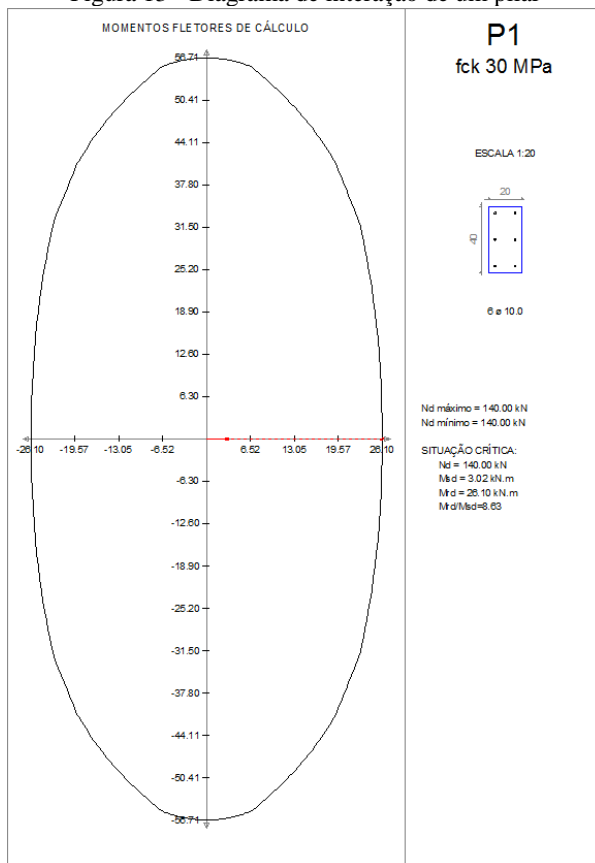
Em tempos anteriores à popularização de programas computacionais para elaboração de projetos, a resolução por ábacos e tabelas era amplamente difundida entre profissionais e acadêmicos. Atualmente, os métodos computacionais se tornaram a principal forma de dimensionar os pilares na maioria dos escritórios de projeto.

Hoje existe uma variedade de programas comerciais dedicados ao lançamento, análise, dimensionamento e detalhamento de todos os elementos do projeto. Este é o caso do AltoQi Eberick®, CAD/TQS®, CYPECAD®, entre outros. Tais programas, utilizados em larga escala no mercado de projeto nacional, prometem dimensionar todos os elementos segundo as prescrições normativas.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

A Figura 13 ilustra um diagrama de interação do programa comercial AltoQi Eberick V10 (2016) utilizado no dimensionamento de pilares. O programa dimensiona pilares na flexo-compressão oblíqua, considerando momento de 1ª ordem, momento de 2ª ordem, momentos mínimos, imperfeições geométricas locais e momento de fluência. O diagrama de tensões no concreto adotado é o parábola-retângulo.

Figura 13 - Diagrama de interação de um pilar



Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Em contrapartida, existem os programas acadêmicos, elaborados sem fins lucrativos. Estes são normalmente desenvolvidos para apoio em dissertações e teses, além de uso no ensino de graduação.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Um bom exemplo de programas desenvolvidos com foco no ensino são os do laboratório de mecânica computacional da USP. Tais programas foram desenvolvidos em JAVA e funcionam diretamente no navegador.

Bittencourt e Wayne (2004) apresentam o programa “Dimensionamento de seções retangulares de concreto sob flexão composta normal” exibido na Figura 14. O programa permite a obtenção de armadura a partir dos dados: seção transversal, aço, concreto e carregamento. Por outro lado, não se pode escolher o arranjo da armadura, fixado como A_s e A'_s .

Figura 14 - Interface do programa acadêmico do LMC-USP

FCN - Dimensionamento

Geometria (cm)

$h = 50.0$
 $b = 25$
 $d = 45.0$ (0.9 h)
 $d' = 5.0$
 $x_{limite} = \bar{x} = 28.27 \cdot 0.5 d \cdot x34$
 $x_{23} < x_{limite} < d$

Aço

CA25 CA40 CA50 CA60

$\gamma_s = 1.15$ $E_s = 21000.0 \text{ kN/cm}^2$

Concreto

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ $\gamma_c = 1.4$

Carregamento

$M = 25000 \text{ KN.cm}$ $\gamma_f = 1$
 $N = 500 \text{ KN}$

Resultados

$M_i = 25000 \text{ kN.cm}$ $N_i = 500 \text{ kN}$ $exc = 50 \text{ cm (G)}$
 $\epsilon_{yd} = 0.00207$ $f_{yd} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$ $f_{cd} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$
 $x_{23} = 11.66 \text{ cm}$ $x_{34} = 28.27 \text{ cm}$
 Domínio 3 $A_s = 11.74 \text{ cm}^2$ $A'_s = 3.5 \text{ cm}^2$

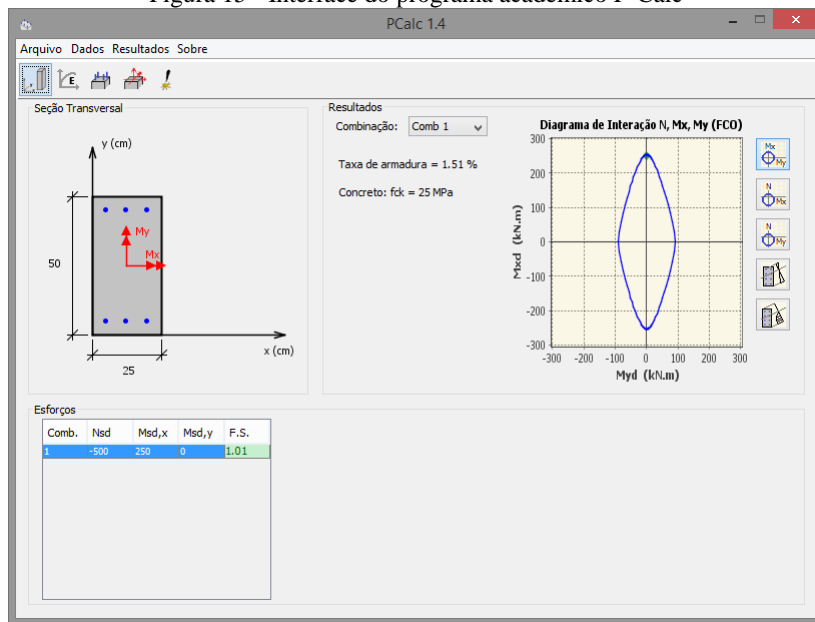
Autoria: Túlio N. Bittencourt e Wayne S. Assis Desenvolvimento: Kristiane Fernandes Copyright © 2004 - EPUSP - Todos os direitos reservados.

Fonte: LMC-USP

Outro programa acadêmico bastante difundido é o P-Calc, desenvolvido por Sander e Kimura (2013). O aplicativo permite a análise de pilares submetidos à flexão composta oblíqua, considerando os efeitos de 2ª ordem. A Figura 15 mostra a interface do programa com um pilar dimensionado.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 15 - Interface do programa acadêmico P-Calc



Fonte: P-Calc 1.4

Os métodos computacionais externos, alheios aos desenvolvidos e implantados especificamente para o presente trabalho, serão utilizados para conferências e testes, principalmente na comparação de resultados para concretos de alto desempenho, os quais não estão cobertos na maioria dos métodos considerados na revisão bibliográfica.

2.2.5 Método iterativo

O método iterativo baseia-se diretamente na possibilidade de obter a posição da linha neutra iterativamente, ou seja, ir variando a posição de x , ver Figura 16 (b), até que se obtenha o equilíbrio da seção para um determinado par de esforços solicitantes (N_d e M_d). Portanto, mesmo que se possa fazer o procedimento manualmente, este é um método ideal para ser programado.

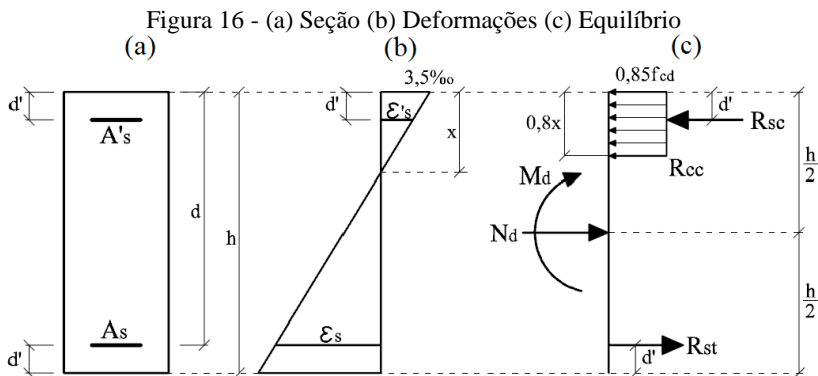
Este método possui uma autoria bem definida e não foi possível identificar um autor ou uma obra específica para citação. Neste trabalho, o método será referenciado apenas como método iterativo.

A seguir, serão deduzidas equações válidas para os domínios 3 e 4, conforme Figura 16. Basta utilizar os mesmos princípios de equilíbrio

Mestrando: Gilharde da Silva Mazetto

Orientador: Dr. Daniel Domingues Loriggio

para estender as formulações a todos os domínios possíveis da flexo-compressão normal, visando sua plena utilização e automatização via programa computacional.



Fonte: Elaborada pelo autor

A formulação que segue foi desenvolvida para armaduras simétricas, assumindo $A_s = A'_s$. A distância da borda mais próxima até a armadura é a mesma, ou seja, d' superior é igual ao d' inferior (ver Figura 16). Foi considerado diagrama retangular simplificado de tensões do concreto, conforme ilustrado em Figura 16 (c).

Primeiro o equilíbrio de forças:

$$\sum F_x = 0$$

$$N_d = R_{cc} + R_{sc} - R_{st}$$

$$N_d = 0,8 x b 0,85 f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s \sigma_s$$

$$N_d = 0,68 x b f_{cd} + A_s (\sigma'_s - \sigma_s) \quad (2.35)$$

Na sequência, faz-se o equilíbrio de momentos em relação ao centro geométrico da seção transversal:

$$\sum M_z = 0$$

$$M_d = R_{cc} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + R_{sc} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + R_{st} \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$

$$M_d = 0,68 x b f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + A_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) (\sigma'_s + \sigma_s) \quad (2.36)$$

Aplicando a variável ω , dada por:

$$\omega = \frac{A_{s,tot} f_{yd}}{b h f_{cd}}$$

$$A_s = A'_s = \frac{A_{s,tot}}{2} = \frac{\omega b h f_{cd}}{2 f_{yd}} \quad (2.37)$$

Aplicando o conceito de esforço normal adimensional (v_d) e inserindo nas equações (2.35) e (2.37) acima deduzidas, tem-se:

$$v_d = \frac{N_d}{b h f_{cd}} \quad (2.38)$$

$$v_d = \frac{0,68 x b f_{cd}}{b h f_{cd}} + \frac{A_s}{b h f_{cd}} (\sigma'_s - \sigma_s)$$

$$v_d = \frac{0,68 x}{h} + \frac{\omega b h f_{cd}}{2 f_{yd} b h f_{cd}} (\sigma'_s - \sigma_s)$$

$$v_d = \frac{0,68x}{h} + 0,5 \frac{\omega}{f_{yd}} (\sigma'_s - \sigma_s)$$

$$x = \frac{v_d h}{0,68} - \frac{0,5 \omega h (\sigma'_s - \sigma_s)}{0,68 f_{yd}} \quad (2.39)$$

Repetindo essas operações agora com o momento fletor adimensional:

$$\mu_d = \frac{M_d}{b h^2 f_{cd}} \quad (2.40)$$

$$\mu_d = \frac{0,68 x b f_{cd}}{b h^2 f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + \frac{A_s}{b h^2 f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - d' \right) (\sigma'_s + \sigma_s)$$

$$\mu_d = \frac{0,68 x}{h^2} \left(\frac{h}{2} - 0,4x \right) + \frac{\omega b h f_{cd}}{2 f_{yd} b h^2 f_{cd}} \left(\frac{h}{2} - d' \right) (\sigma'_s + \sigma_s)$$

$$\mu_d = \frac{0,68x}{h} \left(0,5 - 0,4 \frac{x}{h} \right) + 0,5 \frac{\omega}{f_{yd}} \left(0,5 - \frac{d'}{h} \right) (\sigma'_s + \sigma_s)$$

$$\omega = \frac{f_{yd}}{0,5 \left(0,5 - \frac{d'}{h} \right) (\sigma'_s + \sigma_s)} \left[\mu_d - \frac{0,68x}{h} \left(0,5 - 0,4 \frac{x}{h} \right) \right] \quad (2.41)$$

As equações de equilíbrio exibidas acima são o ponto de partida, sendo necessário fazer uso das equações de deformações dos materiais. Retornando ao diagrama de deformações apontado na Figura 16 (b), válido para os domínios 3 e 4, pode-se retirar, por semelhanças de triângulos, as deformações em ambas as armaduras:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{3,5}{x}$$

$$\frac{\varepsilon'_s}{x-d'} = \frac{3,5}{x}$$

$$\varepsilon_s = 3,5 \left(\frac{d-x}{x} \right) \quad (2.42)$$

$$\varepsilon'_s = 3,5 \left(\frac{x-d'}{x} \right) \quad (2.43)$$

O procedimento de cálculo, para este método, é o seguinte:

- Arbitrar x .
- Obter ε_s e ε'_s do diagrama de deformações em função do domínio.
- Com ε_s e ε'_s , obter σ_s e σ'_s , a partir do diagrama do aço da Figura 1.
- Calcular μ_d na equação (2.40) e obter ω pela equação (2.41).
- Calcular x em função de ω na equação (2.39).
- Observar a convergência em relação à x .
- Calcular A_s pela equação (2.37).

Quando x arbitrado for igual ao x calculado, respeitando a precisão desejada, foi obtida a convergência. Neste caso, pode-se calcular a área de aço necessária simétrica, em função de ω .

Silva (2010) fez as deduções para os demais domínios de deformação. Essa maneira de resolver o problema é bastante parecida com a utilizada por Araújo (2010), equacionando todo o problema e resolvendo iterativamente, embora Araújo (2010) ainda permita utilizar diversas camadas de armaduras, diferente das deduções aqui apresentadas que se limitam à armadura paralela às faces.

2.2.6 Equilíbrio direto

O professor Américo Campos Filho leciona as disciplinas de concreto nas UFRGS e dispõe de um material bem completo em relação ao dimensionamento de pilares na flexo-compressão normal.

O diferencial de Campos Filho (2014), em relação aos demais métodos da revisão bibliográfica, reside na generalização para concretos de alto desempenho. Dessa forma, facilitou o desenvolvimento do método próprio, visto que possibilita uma comparação direta de resultados.

Campos Filho (2014) introduz o problema da flexo-compressão normal com as diversas possibilidades de equilíbrio da seção, que pode gerar infinitas soluções e que, portanto, devem-se arbitrar algumas incógnitas. A resolução do problema foi dividida em duas soluções particulares: armaduras assimétricas e armaduras simétricas. Em todos os casos, é utilizado apenas o diagrama retangular simplificado de tensões no concreto.

Para armaduras assimétricas, Campos Filho (2014) também utiliza a questão da grande e pequena excentricidade, de forma semelhante ao Fusco (1981). A resolução é dividida em: flexo-compressão com grande excentricidade, flexo-compressão com pequena excentricidade e compressão composta.

Para armaduras simétricas, Campos Filho (2014) divide o problema em 4 casos, de acordo com a excentricidade da aplicação do momento M_d e a posição da linha neutra. A divisão dos casos está indicada na Tabela 2.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 2 - Casos possíveis para armaduras simétricas

Caso	Excentricidade	Linha neutra	Domínios	Situação
1	$e_0 > (d-d'')/2$	$0 \leq x \leq d$	2, 3 e 4	N_d fora das armaduras
2	$e_0 < (d-d'')/2$	$0 \leq x \leq d$	2, 3 e 4	A_{s1} comprimida A_{s2} tracionada
3	$e_0 < (d-d'')/2$	$d \leq x \leq h/\lambda$	4a e 5	A_{s1} e A_{s2} comprimidas parte da seção submetida a tensão máxima
4	$e_0 < (d-d'')/2$	$x \geq h/\lambda$	5	A_{s1} e A_{s2} comprimidas toda da seção submetida a tensão máxima

Fonte: Adaptado de Campos Filho (2014)

Da mesma forma que no método das zonas de sollicitação, optou-se por apresentar as formulações detalhadas de cada caso no Apêndice B.

2.3 CONCRETO DE ALTO DESEMPENHO (CAD)

O concreto de alto desempenho, objeto de estudo da presente dissertação, originou-se da busca por um concreto com maior resistência mecânica e maior durabilidade.

Embora os profissionais conheçam os concretos de alto desempenho, estes ainda não possuem uso em larga escala na cadeia da construção. Os principais motivos são: a falta de disponibilidade de concreteiras que ofereçam concretos de alto desempenho em diversas regiões do país; o fato do próprio projetista não fazer uma análise das vantagens para adoção de um concreto de alto desempenho em relação ao concreto convencional; o maior custo do concreto de alto desempenho, por possuir maior consumo de cimento, aditivos e requerer um maior cuidado em todos os processos, o que necessita de um estudo de viabilidade técnica-econômica.

2.3.1 Características

Para se alcançar as resistências que se propõem, os concretos de alto desempenho apresentam características diferenciadas, podem-se citar:

- Baixa relação água/cimento.
- Uso elevado de aditivos.
- Necessidade de mão de obra com maior qualidade.
- Elevados abatimentos.

- Agregados de qualidade.
- Elevada resistência à compressão.
- Elevado módulo de elasticidade.
- Baixa ductilidade (tendência de ruptura frágil).

2.3.2 Normalização nacional

A revisão da ABNT NBR 6118:2014 trouxe novidades nas formulações que ditam o comportamento da seção transversal para o caso de concreto de alto desempenho. Esses concretos integram o grupo II de resistência e abrangem as classes C55 até C90.

A seguir serão listadas e avaliadas as principais mudanças que irão alterar diretamente os resultados do dimensionamento de pilares submetidos à flexo-compressão normal e constituídos por concretos de alto desempenho.

2.3.2.1 Diagrama parábola-retângulo

Na análise do estado limite último, deve ser utilizado o diagrama tensão-deformação idealizado do concreto, disponível no item 8.2.10.1 da ABNT NBR 6118:2014 e ilustrado na Figura 2. Este diagrama exibe formulações diferentes para suas variáveis, em função do grupo de resistência do concreto. Nota-se que as equações para concretos de alto desempenho, embora pareçam muito mais complexas em uma primeira vista, nada mais são do que equações diretas a partir do f_{ck} adotado.

$$\sigma_c = 0,85f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} \right)^n \right] \quad (2.44)$$

Até C50 (grupo I):

$$n = 2$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\%$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\%$$

De C55 até C90 (grupo II):

$$n = 1,4 + 23,4 \left[(90 - f_{ck}) / 100 \right]^4$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\% + 0,085\% (f_{ck} - 50)^{0,53}$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\% + 35\% \left[(90 - f_{ck}) / 100 \right]^4$$

2.3.2.2 Diagrama retangular simplificado

A ABNT NBR 6118:2014, em 17.2.2 (e), permite que o diagrama parábola-retângulo explicado no item anterior seja substituído por um diagrama retangular simplificado, de profundidade $y = \lambda x$, com tensão constante atuante $\alpha_c f_{cd}$. A tensão $\alpha_c f_{cd}$ é permitida desde que a largura da seção, medida paralelamente à linha neutra, não diminua a partir desta para a borda comprimida.

Em se tratando de seção retangular, que não possui variação na largura, as expressões abaixo correspondem às equações desta norma. As alterações (λ e α_c) foram necessárias para simular, no diagrama retangular simplificado, as alterações realizadas no diagrama parábola-retângulo, conforme exposto no item 2.3.2.1.

Até C50 (grupo I):

$$\lambda = 0,8$$

$$\alpha_c = 0,85$$

De C55 até C90 (grupo II):

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot [1,0 - (f_{ck} - 50)/200]$$

2.3.2.3 Domínios de deformação

A revisão da ABNT NBR 6118:2014 também trouxe uma pequena alteração nos domínios de deformação, passando a generalizar ϵ_{c2} e ϵ_{cu} , onde antes eram apenas 2‰ e 3,5‰. A principal alteração se refere àquele conhecido caso em que as deformações a 3/7 de h não poderiam exceder 2‰. Agora, genericamente, as deformações não podem exceder à diferença entre ϵ_{cu} e ϵ_{c2} sobre ϵ_{cu} , conforme indicado na Figura 3.

2.3.2.4 Análise das alterações

As alterações listadas nos itens anteriores têm função de suavizar as curvas de resistências para concretos do grupo II. Em outras palavras, reduzem as resistências, que perdem as proporcionalidades existentes no grupo I. Essas reduções ocorrem devido à elevada carga que elementos de alta resistência suportam, além de incertezas no comportamento dos materiais.

Este comportamento de suavização de resistências pode ser observado na Tabela 3 e também na Figura 17.

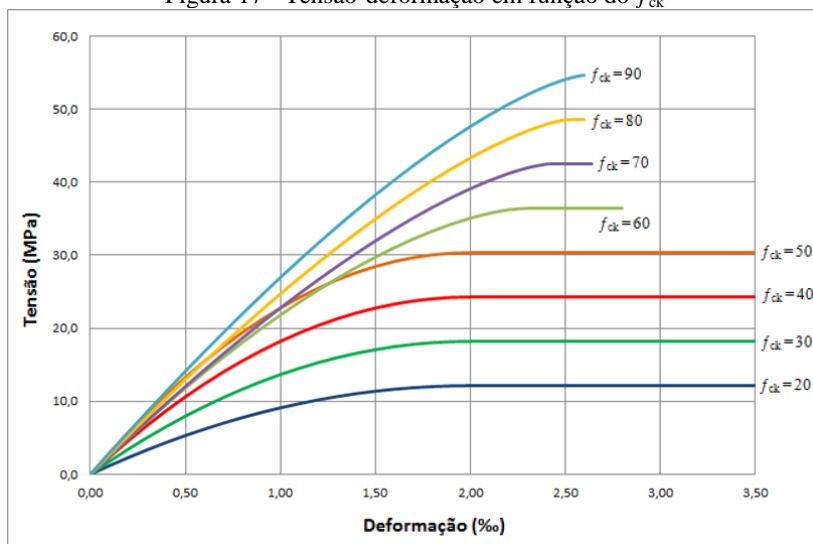
Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 3 - Variação dos parâmetros do diagrama parábola-retângulo em função do f_{ck}

f_{ck} (MPa)	20-50	55	60	70	80	90
n	2,00	1,75	1,59	1,44	1,40	1,40
ϵ_{c2} (‰)	2,00	2,20	2,29	2,42	2,52	2,60
ϵ_{cu} (‰)	3,50	3,13	2,88	2,66	2,60	2,60

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 17 - Tensão-deformação em função do f_{ck}



Fonte: Elaborada pelo autor

Como o diagrama retangular simplificado tem por objetivo facilitar o dimensionamento, por considerar que as diferenças são pequenas e aceitáveis, os parâmetros do diagrama retangular simplificado também devem ser ajustados, como pode ser visto na Tabela 4. No item 4.2 deste trabalho será desenvolvido um estudo para avaliar as diferenças de resultados entre o diagrama parábola-retângulo e o diagrama retangular simplificado no dimensionamento de pilares com concreto de alto desempenho.

Tabela 4 - Variação dos parâmetros do diagrama retangular simplificado em função do f_{ck}

f_{ck} (MPa)	20-50	55	60	70	80	90
λ	0,80	0,79	0,78	0,75	0,73	0,70
α_c	0,85	0,83	0,81	0,77	0,72	0,68

Fonte: Elaborada pelo autor

2.3.2.5 Normalização internacional de referência

A *fédération internationale du béton* (FIB) elabora o *Model Code* (ou código modelo), trata-se de um documento de referência para normas ao redor do mundo. E o Comitê Europeu de Normalização elabora um conjunto de normas europeias, conhecido por *Eurocode* (ou Eurocódigo).

Quando se trata projeto de estruturas, as principais normas na área do *Eurocode* são:

- EN 1990: Eurocode: Bases para o projeto de estruturas.
- EN 1991: Eurocode 1: Ações em estruturas.
- EN 1992: Eurocode 2: Projeto de estruturas de concreto.

Algumas normas brasileiras também têm utilizado conceitos e até formulações do *Eurocode*. Em relação a projeto estrutural de concreto armado, a norma europeia de referência corresponde à EN1992-1-1:2004 (*Eurocode 2*) e também o boletim 66 do código modelo FIB (2010). Em se tratando de concretos de alto desempenho, o *Eurocode* de 2004 apresenta as formulações que foram incorporadas à norma brasileira ABNT NBR 6118 somente em 2014.

A Tabela 5 reproduz parcialmente a tabela 3.1 da EN 1992-1-1:2004 contendo os valores das resistências e deformações em função do f_{ck} . Após analisar os valores e as expressões, é possível concluir que a norma nacional adotou como referência os conceitos existentes *Eurocode 2*.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 5 - Tensões e deformações segundo o *Eurocode*

Strength classes for concrete		Strength classes for concrete										Analytical relation / Explanation					
		20	25	30	35	40	45	50	55	60	70		80	90			
f_{ck} (MPa)																	
ε_{c1} (‰)	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	see Figure 3.2 $\varepsilon_{c1}(\rho_{(0)}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} < 2,8$
ε_{cu1} (‰)			3,5					3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	see Figure 3.2 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu1}(\rho_{(0)}) = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
ε_{c2} (‰)			2,0					2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	see Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{c2}(\rho_{(0)}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ε_{cu2} (‰)			3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	see Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu2}(\rho_{(0)}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
η			2,0					1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\eta = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)			1,75					1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	see Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{c3}(\rho_{(0)}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
ε_{cu3} (‰)			3,5					3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	see Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\varepsilon_{cu3}(\rho_{(0)}) = 2,6 + 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

Fonte: Adaptado de *Eurocode 2* (EN1992-1-1:2004)

2.4 OUTRAS REFERÊNCIAS DA LITERATURA ACADÊMICA

O presente tópico do trabalho tem por objetivo apresentar os principais estudos existentes em nível de pós-graduação relacionados ao tema deste trabalho. As pesquisas de referência serão agrupadas de acordo com a localidade onde foram elaboradas: local (Grupo de pesquisa no qual o autor se insere), nacional e internacional.

2.4.1 Trabalhos do Grupo de Análise e Projeto de Estruturas da UFSC

A primeira análise refere-se aos trabalhos desenvolvidos dentro do Grupo de Análise e Projeto de Estruturas (GAP) da UFSC. Dentre os diversos trabalhos anteriormente executados e em andamento, dois destacam-se pelo estudo de dimensionamento na flexo-compressão, os quais são as dissertações elaboradas por Smaniotto (2005) e por Ribeiro (2011).

No trabalho elaborado por Smaniotto (2005) focou-se no desenvolvimento de ferramentas computacionais para dimensionamento e detalhamento automático de pilares, calculando-os via flexo-compressão oblíqua. O principal argumento utilizado refere-se aos casos práticos de projeto, onde um pilar está sempre submetido a momentos fletores nas duas direções.

Smaniotto (2005) construiu os diagramas de interação para pilares de concreto armado, a fim de se obter a envoltória de momentos resistentes. Dessa forma, dimensionou os pilares verificando se os momentos solicitantes ($1^a + 2^a$ ordem) estão contidos na envoltória dos resistentes, conforme sugere a normalização.

Smaniotto (2005) também trabalhou em métodos para otimizar a criação de envoltórias resistentes, para diferentes níveis de esforço normal. O trabalho ainda compõe a parte de dimensionamento do pilar para esforços tangenciais, bem como todos os critérios para detalhamento de pilares.

Como apresentado no item 2.2.2.2, o trabalho desenvolvido por Ribeiro (2011) foi a elaboração de diagramas para verificação de pilares retangulares submetidos à flexo-compressão normal. Neste trabalho também são consideradas a não linearidade física e a não linearidade geométrica.

2.4.2 Trabalhos nacionais

Os principais métodos clássicos foram apresentados na revisão bibliográfica. Na literatura mais recente verifica-se um crescente uso das ferramentas computacionais para dimensionamento dos pilares e na engenharia de estruturas em geral.

Com a evolução das capacidades de processamento, métodos mais precisos, normalmente iterativos, puderam ser executados. Como é o caso dos programas comerciais, que possuem métodos iterativos que testam todas as soluções possíveis dentro dos arranjos de bitolas configurados, tudo isso em poucos segundos.

Diversos autores consagrados também incluíram programação em seus trabalhos. Lauro M. dos Santos programou as zonas de solicitação em seu programa comercial CONDE2. Santos (1994) foi um dos primeiros trabalhos a demonstrar rotinas para programação de dimensionamento em concreto armado.

Campos Filho (2014) também programou seus métodos em programas que disponibiliza em seu site da UFRGS, aborda tanto o dimensionamento na flexo-compressão normal quanto na flexo-compressão oblíqua.

Araújo (2010) trabalhou em desenvolvimento de programas computacionais, tendo inclusive uma versão “JM Pilar” comercial para análise e dimensionamento de pilares esbeltos em concreto armado. Neste programa, Araújo trabalha com dimensionamento refinado, de modo a considerar de forma rigorosa as não linearidades geométrica e física.

Alguns trabalhos como Bordignon e Kripka (2013) aderem à linha da otimização para dimensionamento de pilares de concreto armado. Elaboraram algoritmos de minimização de custos na resolução de pilares retangulares com armaduras dispostas ao longo das faces.

Sias (2014) trabalhou também na área da otimização estrutural de pilares. Este utilizou métodos determinísticos de otimização para estudar o “dimensionamento ótimo” da seção transversal.

2.4.3 Panorama internacional

Montoya, Meséguer e Cabré (1987) desenvolveram uma série de ábacos para dimensionamento de seções transversais retangulares e circulares.

Claeson (2013) apresentam trabalhos que se baseiam no dimensionamento de pilares com análise via Método dos Elementos Finitos (MEF), porém com foco em pilares confinados e solicitações sísmicas.

De fato, pouco material foi encontrado no que diz respeito ao básico, ou seja, ao dimensionamento de pilares em relação à sua principal solicitação, que é a flexo-compressão normal. Esta é a temática que o presente trabalho de insere, de avaliar o dimensionamento de pilares para qualquer domínio e para qualquer concreto, de modo a agregar conceitos básicos e práticos. Quanto mais simples o modelo, mais fácil entender os mecanismos básicos da engenharia que, por sua vez, podem ser estendidos e aplicados a modelos mais complexos.

3 DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS

No capítulo anterior foram apresentados os métodos de cálculo utilizados neste trabalho. A partir da teoria, houve a necessidade de obter resultados de forma prática e direta. Para tanto, foram desenvolvidos programas computacionais, em linguagem de programação, com auxílio da ferramenta XOJO. Cada método em estudo foi implementado em um programa independente.

Arranjo assimétrico:

- Zonas de solicitação
- Pequena e grande excentricidade
- Equilíbrio direto
- Verificação (desenvolvimento próprio)

Arranjo simétrico:

- Zonas de solicitação
- Iterativo
- Equilíbrio direto
- Verificação (desenvolvimento próprio)

Sendo assim, foram desenvolvidos três programas para armaduras assimétricas com base no material da revisão bibliográfica: um contendo o método da pequena e grande excentricidade, outro compreendendo o método das zonas de solicitação para armaduras assimétricas e um para o equilíbrio direto com formulação assimétrica.

Por sua vez, para armaduras simétricas, outros três foram os programas: primeiro o método iterativo, o segundo do método das zonas de solicitação com armadura simétrica e um para o equilíbrio direto com formulação simétrica. Paralelamente a estes, foi elaborado uma planilha auxiliar que permite, a partir dos dados de entrada, calcular os parâmetros de entrada nos ábacos e fazer todas as interpolações.

Para ambos os arranjos propostos (simétrico e assimétrico) também foram elaborados programas próprios. Estes puderam ser validados comparando-se com os métodos consagrados na bibliografia.

Como para cada um dos métodos foi elaborado um programa diferente, essa descrição dos programas ficou um pouco extensa. Dessa forma, decidiu-se apresentar no corpo do trabalho somente o programa próprio desenvolvido e alocar os demais no Apêndice C. Portanto, o Apêndice C apresenta o desenvolvimento e as estratégias utilizadas para a criação dos programas computacionais abordados na revisão bibliográfica, enquanto que, o programa próprio (desenvolvido pelo autor) para o método da verificação está apresentado na sequência.

3.1 MÉTODO DA VERIFICAÇÃO

Os métodos apresentados na revisão bibliográfica, para os quais foram desenvolvidos os programas computacionais apresentados no Apêndice C, consistem em métodos de dimensionamento de pilares. Em outras palavras, a partir dos esforços solicitantes e das características dos materiais, os métodos visam obter a área de aço que resolve o problema, de modo que o momento resistente seja maior ou igual ao momento solicitante.

O método em questão é diferente, trata-se de um método para verificação do pilar, ou seja, partindo de uma armadura conhecida, para um determinado nível de esforço normal, é calculado o momento resistente daquela seção, que deve ser superior ao momento solicitante para que a segurança esteja adequada.

O método da verificação é uma alternativa mais moderna, inclusive os métodos mais precisos de determinação dos efeitos de 2ª ordem, como o método pilar-padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r e o próprio método geral, que pressupõem que a armadura do pilar é conhecida para que se possa analisar sua posição deformada.

A maioria dos programas comerciais, como o AltoQi Eberick® e o CAD/TQS®, utiliza alguma metodologia de verificação. Nestes programas, os algoritmos vão testando todos os arranjos possíveis de armaduras, de modo a listar para o usuário uma série de armaduras válidas para aquele pilar.

Os itens a seguir expõem as estratégias adotadas no método próprio desenvolvido, com foco nas soluções utilizadas para resolver o problema via programação. Também serão mostradas as principais funcionalidades do programa, com destaque para as vantagens que este possui em relação aos demais métodos existentes neste trabalho.

3.1.1 Características do programa

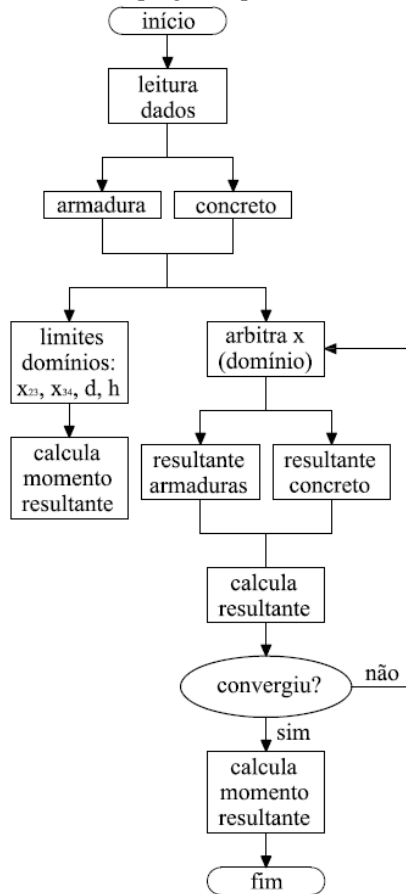
As características do programa desenvolvido para o método da verificação, em comparação com os métodos anteriores, são:

- Opção de escolha do diagrama de tensões do concreto: parábola-retângulo ou retangular simplificado.
- Entrada de dados de armadura simplificada: basta informar o número de barras em cada face da seção.
- Funcionamento pleno para todos os domínios de deformação da Figura 3.
- Tratamento para qualquer arranjo genérico de armaduras, com diversas camadas, dentro da seção retangular.
- Disponibilidade de adotar qualquer uma das classes de concretos prescritas na ABNT NBR 6118:2014.
- Opção para escolher a direção a ser analisada diretamente na entrada gráfica.
- Apresentação da resultante de forças e do momento resistente para os limites entre todos os domínios de deformação, para melhor compreensão do comportamento do pilar e do momento resistente final.
- Resultados completos do equilíbrio obtido (x , R_{cc} , R_{st} , M_{cc} , M_{st}), de modo a possibilitar a conferência por parte do usuário.

3.1.2 Funcionamento do programa

A Figura 18 expõe a estrutura adotada para o programa que faz a verificação do pilar ao invés do dimensionamento. Pode-se notar que este método é mais complexo que os apresentados no Apêndice C, conforme será mais bem explicado na sequência.

Figura 18 - Estrutura do programa para o método da verificação



Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , b , h , f_{ck} , \emptyset e d').
- **armadura:** etapa intermediária dedicada à obtenção dos dados da armadura (d , $A_{s,tot}$, taxa de armadura e arranjo de barras).
- **concreto:** etapa intermediária dedicada à obtenção dos dados do concreto (f_{cd} , ϵ_{c2} , ϵ_{cu} , α_c e λ).
- **limites domínios:** para cada um dos limites entre domínios, indica o valor de x , da resultante e do momento resistente.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

- **arbitra x:** estabelece um valor de x e, conseqüentemente, um domínio de deformação.
- **resultante armaduras:** para a posição de x , calcula a deformação em cada uma das camadas de armadura e obtém a resultante em função do diagrama tensão-deformação do aço.
- **resultante concreto:** discretiza o diagrama de tensões do concreto e obtém a resultante para ao valor de x arbitrado.
- **calcula resultante:** verifica a resultante total na seção transversal somando algebricamente esforço normal, resultante das armaduras e resultante do concreto.
- **convergiu:** caso a resultante calculada no item anterior seja inferior à tolerância adotada, o programa considera que o dimensionamento convergiu e encerra a busca de x .
- **calcula momento resistente:** depois de obtida a convergência, basta utilizar as resultantes do aço e do concreto para calcular o momento total resistente do pilar.

Figura 19 - Interface do programa para o método da verificação

Verificação

File Edit

Seção

Nd = 500 kN

b = 25 cm

h = 50 cm

fck = 25 MPa

Armadura

Ø = 12.5 mm

NB = 7

NH = 2

d' = 5.0 cm

Direção

MRdx

MRdy

Diagrama

Parábola-ret.

Retangular simp.

Ação

Cálculos iniciais

Barras	14	
As,tot	17,18	cm ²
p	1,37	%
d	45,00	cm
fcd	17,86	MPa
v	0,22	
fyk	500,00	MPa
fyd	434,78	MPa
Eyd	2,070	‰
Ec2	2,000	‰
Ecu	3,500	‰
n	2,000	
αc	0,850	
λ	0,800	

Limites entre os domínios

Domínio	x [cm]	R [kN]	Mrd [kN.m]
2-3	11,67	-158,53	218,87
3-4	28,27	358,33	266,90
4-4a	45,00	1239,56	170,32
4a-5	50,00	1454,49	137,96

Equilíbrio e momento resistente

Ec	3,50	‰
x	16,47	cm
Rcc	500,00	kN
Rst	0,00	kN
R	0,00	kN
Mcc	92,06	kN.m
Mst	149,40	kN.m
Mrd	241,46	kN.m

Fonte: Elaborada pelo autor

Mestrando: Gilharde da Silva Mazetto

Orientador: Dr. Daniel Domingues Loriggio

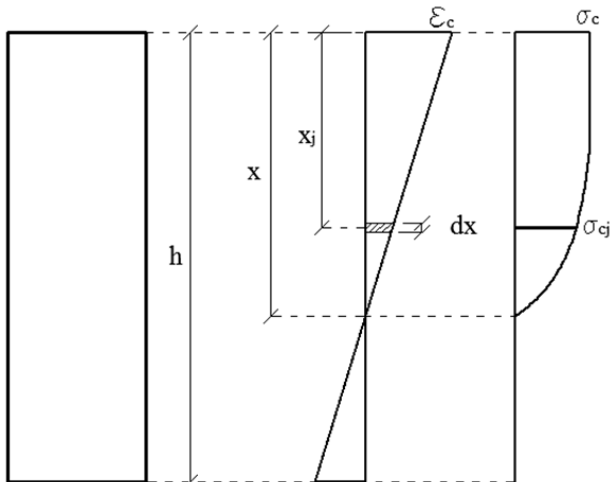
3.1.3 Resolução do diagrama parábola-retângulo

O programa elaborado possui ambas as formas de consideração do diagrama tensão-deformação do concreto, conforme item 2.1.3 deste trabalho. Além disso, será expressa uma série de comparações para validar os parâmetros de calibração do diagrama simplificado para concretos de alto desempenho no item 4.2 do presente trabalho.

Especificamente, na estratégia utilizada para resolução do diagrama parábola-retângulo, optou-se por realizar uma discretização do diagrama em um número suficientemente grande de partes “ n_partes ”, de forma que cada “fatia” do diagrama “ dx ” pudesse ser considerada com tensão constante. Após alguns estudos, comparando o diagrama discretizado com os resultados teóricos de modelos com integração, adotou-se uma discretização em 100 partes, a qual não compromete significativamente a *performance* do programa e produz resultados praticamente iguais aos teóricos.

Com a discretização fixada em 100, a posição da linha neutra é fixa para cada iteração, a largura da faixa “ dx ” também é constante e dada pela posição da linha neutra dividida pelo número de faixas. Deve-se obter a altura de cada faixa “ x_j ”. Assim, por semelhança de triângulos, pode-se obter a deformação de uma determinada faixa e sua respectiva tensão, conforme ilustra a Figura 20.

Figura 20 - Obtenção da tensão para uma faixa genérica j



Fonte: Elaborada pelo autor

Definidas as variáveis anteriormente mencionadas, basta calcular a resultante de compressão do concreto R_{cc} como sendo o somatório de forças em cada uma das faixas. Sendo que, a força nada mais é do que a área da faixa multiplicada por sua tensão. Para obter o momento resistente, devido à compressão do concreto, basta fazer um somatório de momentos, ou seja, um produto dessas forças pela sua distância até o centroide da seção.

3.1.4 Resolução genérica de diagramas tensão-deformação

A generalização do item anterior tinha por objetivo inicial permitir analisar o diagrama parábola-retângulo de tensões de concreto. Por outro lado, observou-se que tal generalização também permite que se estude qualquer outra curva conhecida que expresse a relação entre tensão e deformação do concreto. Conhecida uma relação tensão-deformação, basta adicionar sua função e analisar alguns exemplos para avaliar sua influência no momento resistente da seção. Esse assunto será abordado no subitem 4.3 deste trabalho.

3.1.5 Tratamento genérico para as direções B e H

Outra boa vantagem do programa computacional desenvolvido é a praticidade de se resolver a flexo-compressão normal em ambas as direções. Enquanto que em situações convencionais seria necessário entrar com todos os dados novamente.

Em linhas gerais, na prática de projetos, a norma ABNT NBR 6118:2014 no item 15.8.3.3.5 estabelece que, para pilares não esbeltos ($\lambda \leq 90$), a verificação longitudinal pode ser realizada por meio de duas flexo-compressões normais, uma em cada direção. Portanto, em geral, adota-se uma flexo-compressão normal paralela à direção B do pilar e outra paralela à direção H, ditas direções principais.

A estratégia adotada para, a partir dos dados de entrada do pilar, realizar ambas as análises foi colocar um botão de seleção na interface gráfica, de forma que o usuário possa escolher diretamente qual direção quer analisar.

Internamente, foram criadas novas variáveis altura e largura. Se a direção é M_{Rdx} , a altura é H e a largura é B, enquanto que, se a direção é M_{Rdy} , as dimensões invertem. Obviamente essa inversão deve ser feita em todos os cálculos ao longo do programa.

Do ponto de vista da armadura, cada direção possui um vetor com as composições das armaduras, ou seja, posição e área de aço de cada

camada. Esse vetor tem o número de posições igual ao de camadas da face em análise, enquanto que a área de aço, em cada camada, é função da quantidade de barras na outra direção. Todo esse raciocínio deve ser invertido em razão da direção em análise, definida na interface do programa.

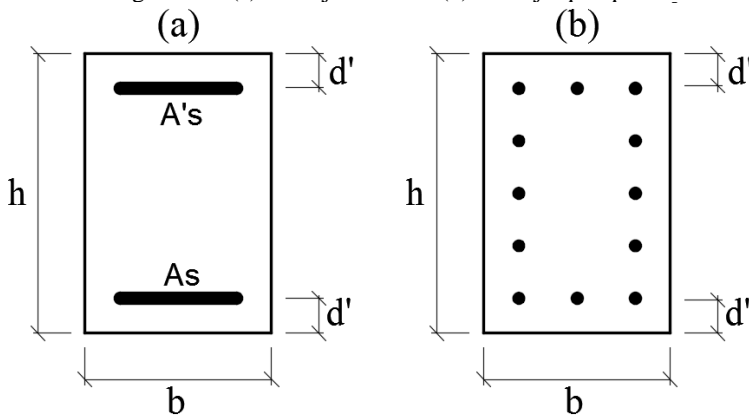
Após os devidos testes com as verificações de direção, essa generalização acelerou todas as etapas seguintes de obtenção de resultados. Em especial a aplicação em projeto, realizada no capítulo 5.

3.1.6 Tratamento genérico para várias camadas de armadura

Todos os métodos da revisão bibliográfica partiam de um arranjo fixo de armaduras, ambas posicionadas a uma distância d' das extremidades na direção analisada, conforme exibido na Figura 21 (a).

Enquanto que, o programa desenvolvido para o método da verificação, permite trabalhar com qualquer arranjo usual de distribuição de barras na seção do pilar, como pode ser visto na Figura 21 (b).

Figura 21 - (a) Arranjo limitado (b) Arranjo qualquer



Fonte: Elaborada pelo autor

Esta vantagem da flexibilização de arranjo, fundamental para uso em projeto, somente foi possível devido à geração de vetores para representar a armadura:

- **k**: número de camadas para a direção analisada, obtida a partir do número de barras naquela direção.
- **AsArray(k)**: área de aço de uma determinada camada de armadura k, obtida a partir da bitola e do número de barras na direção perpendicular.
- **PosArray(k)**: posição da camada de armadura k, obtida a partir do número de camadas e considerando uma distribuição uniforme das barras ao longo da face.
- **EsArray(k)**: deformação de cada camada de armadura k, função da posição da linha neutra x e do domínio de deformações.
- **SigmasArray(k)**: tensão em cada uma das camadas k, função da deformação e obtida a partir do diagrama tensão-deformação do aço (Figura 1).
- **RsArray(k)**: resultante de uma camada de armadura k, função da área de aço da camada e de sua tensão.

3.1.7 Utilização do método de verificação para dimensionar

Neste momento, o programa desenvolvido é destinado exclusivamente à verificação de um pilar, visto que existe a necessidade dos dados de armadura para obter o momento resistente na direção analisada.

Existe a possibilidade de também utilizá-lo para o dimensionamento propriamente dito, de forma que o usuário não conheça previamente a armadura, como é o caso prático de dimensionamento para projeto estrutural.

Os principais programas comerciais atualmente adotam essa estratégia, variam as possibilidades de projeto (bitolas e arranjos) para uma seção estabelecida, e listam os resultados para escolha do usuário.

Algo similar poderia ser adicionado na ferramenta desenvolvida, bastaria criar um *loop* com arranjos de armadura pré-determinados (4 barras de 10,0 mm, 6 barras de 10,0 mm, 4 barras de 12,5 mm e assim por diante). Por fim, o programa pode apresentar como resultado um arranjo que atende a relação de segurança, momentos solicitantes menores que os momentos resistentes, e possui a menor taxa de armadura.

3.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROGRAMAÇÃO

Neste trabalho, a programação foi uma ferramenta largamente utilizada para obtenção de resultados. Em geral, programação não faz parte da grade principal de disciplinas para formação na graduação em engenharia civil. Por outro lado, em nível de pós-graduação, a programação tem sido uma alternativa bastante empregada para auxílio ao pesquisador/engenheiro na resolução de problemas e ganhos de produtividade em pesquisas.

Inicialmente, houve um desprendimento de energia para efetivamente aprender a construir um programa de forma eficiente. Dentro de um programa, até a tarefa mais simples pode apresentar dificuldades devido à falta de conhecimento de seu desenvolvedor. Nesta etapa, foi necessário recorrer aos manuais e ter paciência para se conseguir produzir programas funcionais.

No processo de elaboração de programas, vencida a inércia inicial, após executar a teoria, inicia-se a etapa de testes. Este trabalho extra também foi fundamental para a qualidade dos programas, visto que são muito comuns problemas nos resultados iniciais. Neste ponto, foi fundamental contar com diversos métodos, de forma a permitir a comparação entre eles e apontar quais estavam com problemas. Em situações específicas, foi preciso recorrer a programas acadêmicos para se entender quais resultados estavam incorretos e corrigir os defeitos nos programas.

A validação dos resultados, para cada programa, somente ocorre após variarem-se todas as possibilidades e formulações específicas. Nesta etapa se consome um grande espaço de tempo, mas espera-se recuperá-lo na obtenção de resultados, a partir dos programas validados e com alta confiabilidade.

Os programas se mostraram uma grande ferramenta, superando as conhecidas planilhas de cálculo ou planilhas eletrônicas, como a Microsoft Excel. Em geral, as principais vantagens dos programas computacionais foram: precisão, rapidez, interface específica para resolução da flexo-compressão normal, facilidade de operação e de cópia dos resultados em grande escala. Por fim, os programas desenvolvidos contribuíram de forma definitiva para a qualidade do presente trabalho, sem os quais não seria possível realizar os estudos do capítulo 4 e a aplicação em projeto do capítulo 5.

4 ESTUDOS

De posse de todas as ferramentas desenvolvidas ao longo deste trabalho, pretende-se, no presente capítulo, aplicar essas ferramentas na obtenção de estudos acerca do comportamento do dimensionamento de pilares em concretos de alto desempenho.

4.1 COMPARAÇÃO ENTRE ARRANJO SIMÉTRICO E ASSIMÉTRICO

Conforme foi explanado ao longo deste trabalho, os métodos de dimensionamento para flexo-compressão normal são divididos em arranjo simétrico e assimétrico de armadura. A resolução assimétrica de armadura é mais simples e facilmente programável. Em contrapartida, arranjo simétrico é mais complexo e, em geral, necessita de iterações.

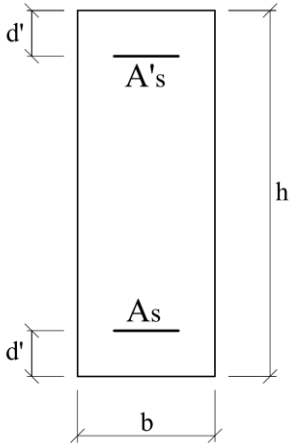
Sabe-se que seria imprudente da parte de um projetista de estruturas detalhar um pilar retangular com armaduras assimétricas. Facilmente poderia ocorrer uma inversão das camadas na montagem da armadura *in loco*, de modo a gerar um pilar com a segurança inadequada. Portanto, em praticamente todos os casos práticos, as armaduras de pilares possuem arranjo simétrico.

Uma alternativa seria dimensionar a armadura por métodos assimétricos e dobrar a maior área de aço (A_s ou A'_s), de modo a se obter armaduras finais simétricas. Por meio dos programas desenvolvidos se fará, neste capítulo, uma comparação entre a duplicação de armaduras dos métodos assimétricos com o dimensionamento direto com arranjo simétrico. Pretende-se avaliar as diferenças encontradas e verificar a validade desse procedimento que já foi muito adotado.

Antes de iniciar os testes, imagina-se que o dimensionamento simétrico produz áreas de aço ligeiramente menores que dobrar o resultado do assimétrico. Assim, o dimensionamento simétrico é mais econômico do que simplesmente dobrar a maior armadura obtida em um dimensionamento assimétrico. E do ponto de vista estrutural, acredita-se que dobrar a armadura assimétrica é eficiente para resistir os esforços solicitantes, ou seja, está sempre a favor da segurança. Para uniformização dos resultados, todos serão obtidos a partir do diagrama retangular simplificado.

A primeira seção transversal adotada está ilustrada na Figura 22, serão estudadas 4 seções, todas em concretos de alto desempenho. Os resultados para esta seção estão apresentados na Tabela 6, tanto para resolução assimétrica quanto simétrica.

Figura 22 - Seção 1 adotada para testes



$$b = 25 \text{ cm}$$

$$h = 40 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 60 \text{ MPa}$$

$$d' = 4 \text{ cm}$$

$$A_{s,tot} = A_s + A'_s$$

Fonte: Elaborada pelo autor

A partir da comparação dos valores encontrados, pretende-se concluir o quanto utilizar métodos assimétricos e dobrar a menor armadura produz de diferença percentual em relação a proceder diretamente o dimensionamento com arranjo simétrico.

Para analisar os dados será fixada a seção transversal e serão variados os esforços solicitantes de cálculos (vide Tabela 6), de forma a abranger os variados domínios de deformação. Vale ressaltar que as armaduras obtidas não são válidas sem as verificações de área de aço mínimo e máxima, previstas na ABNT NBR 6118:2014.

Na Tabela 6 são exibidos os esforços solicitantes de cálculo (N_d e M_d), bem como os esforços adimensionais (v_d e μ_d). Para os métodos assimétricos, são apresentadas: as armaduras A_s e A'_s , que são naturalmente diferentes; o dobro da maior armadura ($2A_{s,máx}$); e o domínio (Dom.). Para os métodos simétricos, são exibidas: as armaduras A_s e A'_s , que são sempre iguais; a armadura total ($A_{s,tot}$); e o domínio (Dom.). A última coluna é destinada a avaliar a diferença percentual entre o $2A_{s,máx}$ (o dobro da maior armadura dos métodos assimétricos) e $A_{s,tot}$ (armadura total dos métodos simétricos).

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 6 - Comparação dos arranjos para a seção 1

Esforços (kN; kN.m)				Métodos Assimétricos (cm ²)				Métodos Simétricos (cm ²)				Dif. (%)
N _d	M _d	V _d	μ _d	A _s	A' _s	2A _{s,máx}	Dom.	A _s	A' _s	A _{s,tot}	Dom.	
4000	40	1,17	0,03	11,68	17,64	35,28	5*	17,04	17,04	34,07	5*	3,55
4000	100	1,17	0,07	7,22	22,10	44,20	5*	21,23	21,23	42,46	5	4,10
3000	250	0,88	0,18	0,00	21,10	42,20	4a	21,41	21,41	42,82	4a	-1,45
3000	350	0,88	0,26	0,00	31,13	62,26	4	29,70	29,70	59,39	4	4,83
800	300	0,23	0,22	15,69	8,24	31,38	4	13,39	13,39	26,77	3	17,22
500	200	0,15	0,15	10,68	0,00	21,36	3	8,63	8,63	17,26	3	23,75
200	150	0,06	0,11	8,53	0,00	17,06	3	8,14	8,14	16,27	2	4,86

* domínio 5 com toda a seção comprimida pelo diagrama ret. simplificado

Fonte: Elaborada pelo autor

Em primeiro lugar, observa-se claramente que as diferenças percentuais variam substancialmente com as variações dos esforços e dos domínios de deformação. O esforço normal reduzido de cálculo (v_d) variou consideravelmente. Em alguns casos, para valores de v_d muito baixos, nem se consideraria o elemento como um pilar, poderia se tratar de uma viga com esforço axial. No entanto, o objetivo deste capítulo é avaliar as diferenças entre os métodos, sendo assim, devem-se avaliar todos os domínios de deformação e foi necessária essa variação no esforço normal.

Os métodos simétricos abrangeram todos os domínios de deformação possíveis na flexo-compressão normal. Para os métodos assimétricos também se observou uma variação por quase todos os domínios de deformações possíveis, e, em quase todos os casos, os domínios coincidiram entre os dois métodos.

A hipótese de que dobrar a área de aço do método assimétrico produz uma área de aço total ligeiramente maior que a dimensionada pelos métodos simétricos não foi confirmada para todos os casos. Para os esforços solicitantes $N_d = 500$ kN e $M_d = 200$ kN.m, dimensionada no domínio 3, a diferença percentual de consumo de aço chegou a 23,75%. Logo, simplificar o dimensionamento com métodos assimétricos acarretará, na maioria dos casos, um maior custo em armaduras para a seção. Este acréscimo possui elevada variação, de acordo com os esforços solicitantes e domínios de deformação, podendo chegar a valores excessivos.

Do ponto de vista da resistência, observou-se, para esta seção, que existe um caso em que dobrar a área de aço encontrada pelo método assimétrico reduz o momento resistente do pilar. Essa situação ocorre no domínio 4a, no qual a linha neutra varia entre d e h .

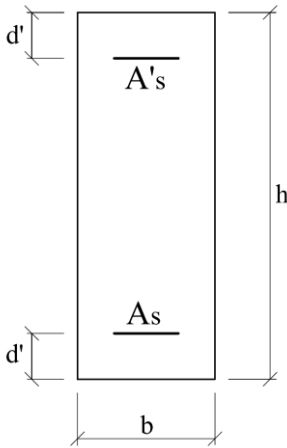
Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Para os esforços $N_d = 3000 \text{ kN}$ e $M_d = 250 \text{ kN.m}$ da Tabela 6, com resolução assimétrica, o pilar que possui apenas uma armadura de $21,10 \text{ cm}^2$. Enquanto que, para resolução simétrica, são necessários $42,82 \text{ cm}^2$ ($21,42 \text{ cm}^2$ em cada face) para obter o mesmo momento resistente de 250 kN.m . Isto equivale a dizer que, dobrar a armadura de $21,10 \text{ cm}^2$ ($42,20 \text{ cm}^2$) não é suficiente para se obter o momento resistente solicitado.

O par de esforços com menor variação entre os métodos foi o $N_d = 4000 \text{ kN}$ e $M_d = 40 \text{ kN.m}$. Essa sollicitação conduziu a uma solução assimétrica com $A_s = 11,68 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 17,64 \text{ cm}^2$, ou seja, a solução assimétrica encontrada possui duas armaduras mais próximas, “mais simétricas”. Essa característica explica a pequena diferença encontrada com o método direto de dimensionamento simétrico.

Serão feitos os mesmos testes, agora considerando a seção 2 da Figura 23. Os resultados da seção 2 estão disponíveis na Tabela 7.

Figura 23 - Seção 2 adotada para testes



$$b = 25 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 70 \text{ MPa}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$A_{s,tot} = A_s + A'_s$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 7 - Comparação dos arranjos para a seção 2

Esforços (kN; kN.m)				Métodos Assimétricos (cm ²)				Métodos Simétricos (cm ²)				Dif. (%)
N _d	M _d	V _d	μ _d	A _s	A' _s	2A _{s,máx}	Dom.	A _s	A' _s	A _{s,tot}	Dom.	
6000	50	0,96	0,02	11,53	17,49	34,98	5*	16,89	16,89	33,78	5*	3,55
6000	150	0,96	0,05	5,58	23,44	46,88	5*	22,33	22,33	44,65	5	4,99
4000	400	0,64	0,13	0,00	16,44	32,88	4a	16,55	16,55	33,09	4a	-0,63
4000	500	0,64	0,16	0,00	24,82	49,64	4	23,70	23,70	47,40	4	4,73
1500	300	0,24	0,10	3,44	0,00	6,88	3	2,45	2,45	4,90	3	40,41
1000	250	0,16	0,08	3,57	0,00	7,14	3	3,08	3,08	6,16	3	15,91
600	175	0,10	0,06	2,64	0,00	5,28	3	2,57	2,57	5,13	2	2,92

* domínio 5 com toda a seção comprimida pelo diagrama ret. simplificado

Fonte: Elaborada pelo autor

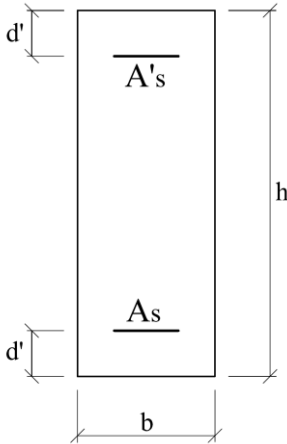
Os valores de v_d variaram de 0,10 a 0,96, para abranger uma variedade de domínios de deformação. As armaduras exibidas na Tabela 7 foram obtidas visando exclusivamente os testes dos programas criados, ou seja, sem considerar as prescrições normativas. Assim, podem existir valores superiores à área de aço máxima e inferiores a área de aço mínima.

A Tabela 7, para a seção 2, apresentou uma tendência de resultados muito próxima a da seção 1. Novamente ocorreu, para um par de esforços solicitantes ($N_d = 4000$ kN e $M_d = 400$ kN), uma redução de momento resistente com a dobra de armadura obtida no dimensionamento assimétrico.

A diferença entre os métodos chegou a cerca de 40% para valores de área de aço menores. Nota-se que, para áreas de aço elevadas, a diferença percentual é substancialmente menor. Comprovou-se, com mais esses resultados, que o dimensionamento por métodos assimétricos colocando o dobro da maior armadura obtida traz um aumento da área de aço, o que pode variar de poucos pontos percentuais até cerca de 40%.

Para confirmar as conclusões das seções anteriores, variou-se novamente o f_{ck} e a seção, conforme a seção 3 adotada para testes, retratada na Figura 24.

Figura 24 - Seção 3 adotada para testes



$$b = 30 \text{ cm}$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 80 \text{ MPa}$$

$$d' = 5 \text{ cm}$$

$$A_{s,tot} = A_s + A'_s$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 8 - Comparação dos arranjos para a seção 3

Esforços (kN; kN.m)				Métodos Assimétricos (cm ²)				Métodos Simétricos (cm ²)				Dif. (%)
N _d	M _d	v _d	μ _d	A _s	A' _s	2A _{s,máx}	Dom.	A _s	A' _s	A _{s,tot}	Dom.	
10000	100	0,97	0,02	25,82	35,34	70,68	5*	34,14	34,14	68,28	5*	3,51
8000	200	0,78	0,03	0,00	15,52	31,04	5	15,17	15,17	30,34	5	2,31
8000	1000	0,78	0,16	0,00	54,40	108,80	5	55,84	55,84	111,68	4a	-2,58
6000	1000	0,58	0,16	0,00	41,57	83,14	4	38,18	38,18	76,36	4	8,88
2000	1000	0,19	0,16	30,73	13,45	61,46	3	25,96	25,96	51,91	3	18,40
1000	1000	0,10	0,16	42,23	1,95	84,46	4	34,59	34,59	69,18	3	22,09
400	1000	0,04	0,16	46,81	0,00	93,62	3	40,96	40,96	81,91	2	14,30

* domínio 5 com toda a seção comprimida pelo diagrama ret. simplificado

Fonte: Elaborada pelo autor

Os resultados confirmam as conclusões anteriores. Mesmo após alterar totalmente a seção de entrada (f_{ck} , dimensões da seção e altura do centro geométrico da armadura) os resultados gerais são muito similares.

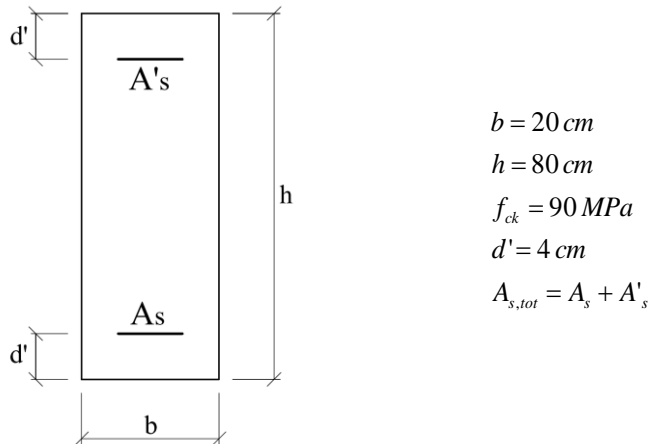
Existe, assim como nas seções 1 e 2, uma variação percentual negativa, o que indica que a dobra de armadura é um procedimento inseguro neste caso, ou seja, contra a segurança.

A máxima variação foi de 22% de aumento, ou seja, ao dobrar a área de aço do método assimétrico se está gastando 22% a mais em aço do que seria necessário.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Por fim, serão indicados os resultados para a seção 4, dessa vez com uma seção mais alongada e com o maior f_{ck} previsto na ABNT NBR 6118:2014, conforme exposto na Figura 25.

Figura 25 - Seção 4 adotada para testes



Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 9 - Comparação dos arranjos para a seção 4

Esforços (kN; kN.m)				Métodos Assimétricos (cm ²)				Métodos Simétricos (cm ²)				Dif. (%)
N _d	M _d	V _d	μ _d	A _s	A' _s	2A _{s,máx}	Dom.	A _s	A' _s	A _{s,tot}	Dom.	
10000	200	0,97	0,02	29,17	42,40	84,80	5*	40,96	40,96	81,91	5*	3,53
7500	200	0,73	0,02	0,00	12,18	24,36	5	12,01	12,01	24,02	5	1,42
7500	1000	0,73	0,12	0,00	38,80	77,60	5	40,21	40,21	80,42	5	-3,51
5000	700	0,49	0,09	0,00	5,77	11,54	4a	5,83	5,83	11,65	4a	-0,94
4000	1000	0,39	0,12	0,00	19,66	39,32	4	14,13	14,13	28,26	4	39,14
2000	1000	0,19	0,12	17,88	4,33	35,76	4	13,70	13,70	27,40	3	30,51
800	500	0,08	0,06	7,67	0,00	15,34	3	7,04	7,04	14,07	2	9,03

* domínio 5 com toda a seção comprimida pelo diagrama ret. simplificado

Fonte: Elaborada pelo autor

Para abranger todos os domínios de deformação da ABNT NBR 6118:2014 foi necessário variar os esforços solicitantes. Assim, obteve-se uma grande amplitude nas áreas de aço. Como o objetivo deste capítulo é apenas comparar os resultados dos métodos de dimensionamento de FCN, não foram realizadas as verificações de norma. Dessa forma, não se verificou se as armaduras adotadas possuem área de aço inferior à mínima ou superior à máxima.

Os resultados da Tabela 9 ratificam as conclusões antecipadamente apresentadas. O comportamento foi muito similar às seções anteriores e as conclusões são aplicáveis. Observaram-se novamente os casos críticos: dobra de armadura reduzindo o momento resistente e os casos em que as diferença alcança os 40% de aumento da área de aço.

Silva (2010) realizou estudos semelhantes para concretos convencionais, com f_{ck} variando de 20 à 50 MPa. As conclusões foram muito semelhantes, indicando que esses comportamentos não são exclusivos de concretos de alto desempenho e, sim, consequências das formulações dos domínios de deformação da ABNT NBR 6118:2014, abordados no subitem 2.1.4 deste trabalho.

4.2 COMPARAÇÃO ENTRE DIAGRAMA PARÁBOLA-RETÂNGULO E RETANGULAR SIMPLIFICADO

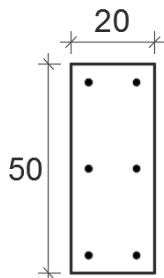
Este subitem pretende comparar os resultados de dimensionamento entre o diagrama parábola-retângulo e o diagrama retangular simplificado para concretos de alto desempenho. De modo a verificar se as novas formulações da ABNT NBR 6118:2014 geram momentos resistentes adequados e com pouca variação para utilização em projeto.

Para fazer as comparações foram adotadas outras 4 seções transversais, com arranjos de armaduras predefinidos. Os momentos resistentes foram analisados nas duas direções, chamadas de X (maior inércia) e Y (menor inércia), e estão representados em cada um dos gráficos a seguir.

Para realizar variações de armadura, cada arranjo de cada seção foi analisado 4 vezes, variando-se a bitola adotada e, conseqüentemente, a altura útil relativa (d'). As bitolas escolhidas foram respectivamente 10,0 mm, 12,5 mm, 16,0 mm e 20,0 mm, que são as bitolas mais utilizadas em pilares de concreto armado. O aço adotado, em todo o trabalho, é o CA-50.

A seção 5, ilustrada na Figura 26, será analisada com as 4 bitolas escolhidas, que conduzem a 4 diferentes taxas de armaduras. Em cada situação, será calculado o momento fletor resistente de cálculo, tanto pelo diagrama parábola-retângulo (PR) quanto pelo diagrama retangular simplificado (RS). Os resultados estão presentes na Figura 27.

Figura 26 - Seção 5 adotada para testes



$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 55 \text{ MPa}$$

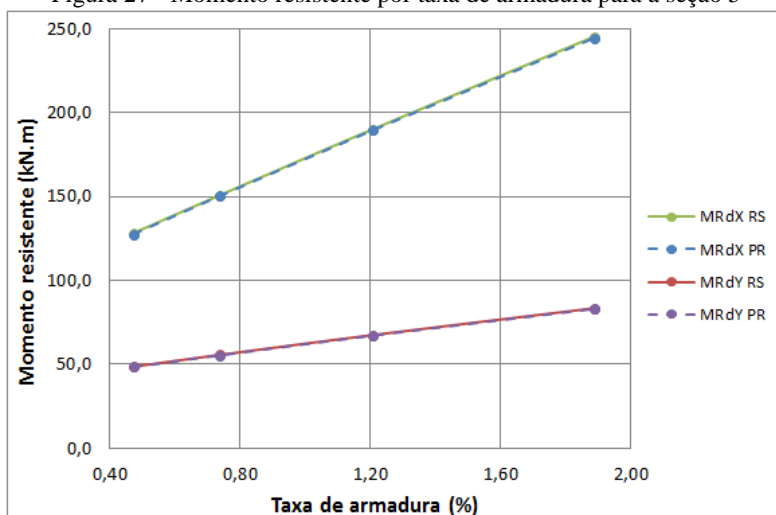
$$N_d = 400 \text{ kN} (v_d = 0,10)$$

$$c = 3 \text{ cm} (d' \text{ varia com a bitola})$$

$$A_{s,tot} = 6\emptyset$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 27 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 5



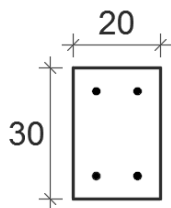
Fonte: Elaborada pelo autor

Na Figura 27 pode-se notar que os momentos resistentes são quase coincidentes entre o diagrama parábola-retângulo e o retangular simplificado. O esforço normal de 400 kN, que representa um pequeno nível de sollicitação ($v_d = 0,10$), conduziu a seção a trabalhar entre o fim do domínio 2 e o início do domínio 3. Em todos os casos estudados, a variação percentual entre os diagramas foi de, no máximo, 0,55%. Para efeitos práticos, os resultados são iguais.

Outro aspecto analisado foi que a taxa de armadura em si pouco influenciou na diferença percentual, visto que a ordem de diferença dos valores foi independente da taxa. Também se notou uma forte tendência linear entre os pontos do gráfico, o que demonstra um aumento do momento fletor resistente com o incremento da taxa de armadura, mantendo-se o mesmo arranjo de armaduras. A inclinação da reta é diferente dependendo da direção, conforme pode ser visto na Figura 27.

Para dar sequência com a análise comparativa, a seção 6 está indicada na Figura 28, junto com seus demais dados de cálculo. A Figura 29 apresenta a análise após variações na taxa de armadura devido à alteração das bitolas adotadas.

Figura 28 - Seção 6 adotada para testes



$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 70 \text{ MPa}$$

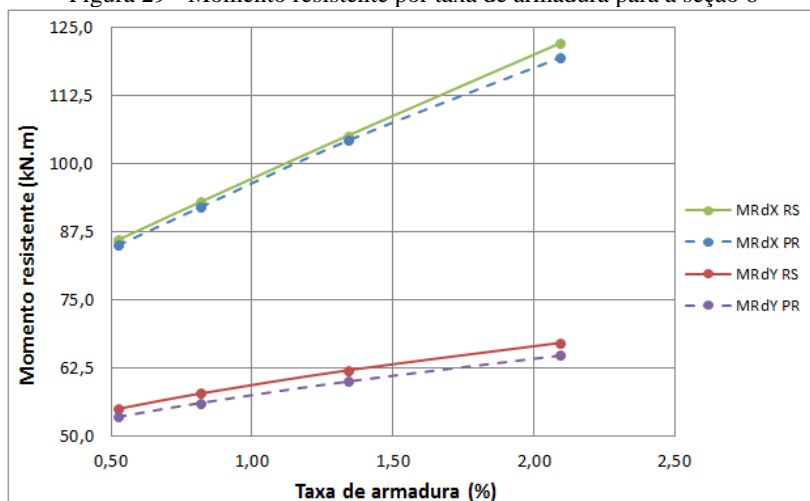
$$N_d = 700 \text{ kN} (v_d = 0,23)$$

$$c = 4 \text{ cm} \text{ (} d' \text{ varia com a bitola)}$$

$$A_{s,tot} = 4\emptyset$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 29 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 6



Fonte: Elaborada pelo autor

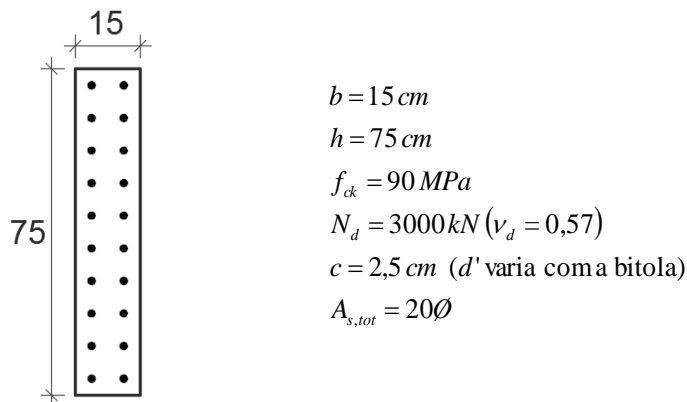
 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

A primeira análise do gráfico permite concluir que as diferenças na seção 6 foram maiores que na seção 5. Nota-se que, em todos os casos, o diagrama parábola-retângulo apresentou momentos resistentes menores. Na direção da maior inércia, identificada por M_{Rdx} , as diferenças foram menores. Enquanto que, na outra direção (M_{Rdy}), as diferenças foram maiores, em termos percentuais.

Com o esforço normal de 700 kN, a seção está submetida a $v_d = 0,23$. Nesse nível de esforço normal e com esse arranjo de barras, a seção oscila entre o fim do domínio 3 e início do domínio 4. As diferenças percentuais máximas entre os diagramas chegaram a 3,60%. Portanto, bem maiores que a seção anterior que oscilava entre o domínio 2 e domínio 3.

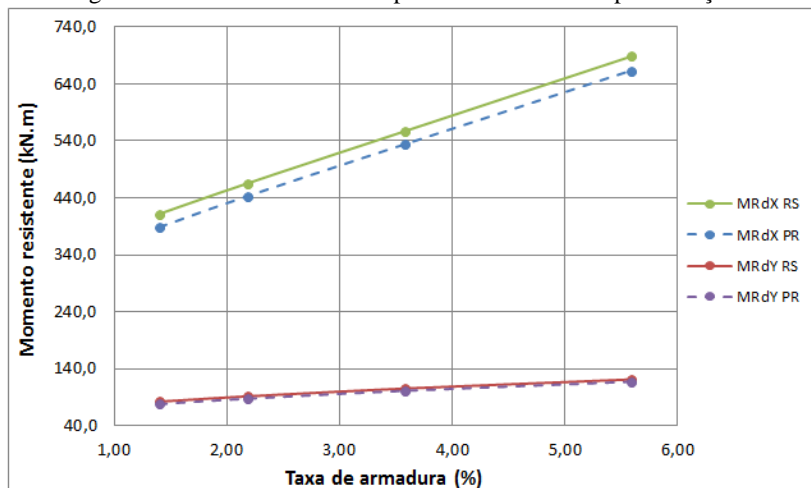
Para a seção 7, exposta na Figura 30, buscou-se estudar uma seção mais alongada, com a razão entre os lados igual a 5, portanto, muito próxima de ser considerada como pilar-parede. Os dados estão representados na Figura 31.

Figura 30 - Seção 7 adotada para testes



Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 31 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 7

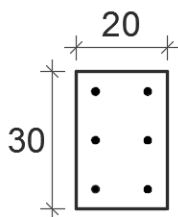


Fonte: Elaborada pelo autor

Embora a seção 7 seja bem diferente da seção 6, seus resultados foram bem semelhantes. Com o esforço normal de 3000 kN, a seção 7 apresenta $v_d = 0,57$. Nesse caso, a seção está dimensionada entre o fim do domínio 4 e o início do domínio 4a. As diferenças percentuais entre os diagramas variaram entre 3,75 e 6,00%, sendo que as maiores diferenças ocorrem na direção de maior inércia (M_{Rdx}). Diferenças maiores que as seções anteriores, que se situavam em domínios inferiores.

Por fim, a seção 8 está ilustrada na Figura 32 e seus resultados na Figura 33.

Figura 32 - Seção 8 adotada para testes



$$b = 20 \text{ cm}$$

$$h = 30 \text{ cm}$$

$$f_{ck} = 80 \text{ MPa}$$

$$N_d = 2000 \text{ kN} (v_d = 0,58)$$

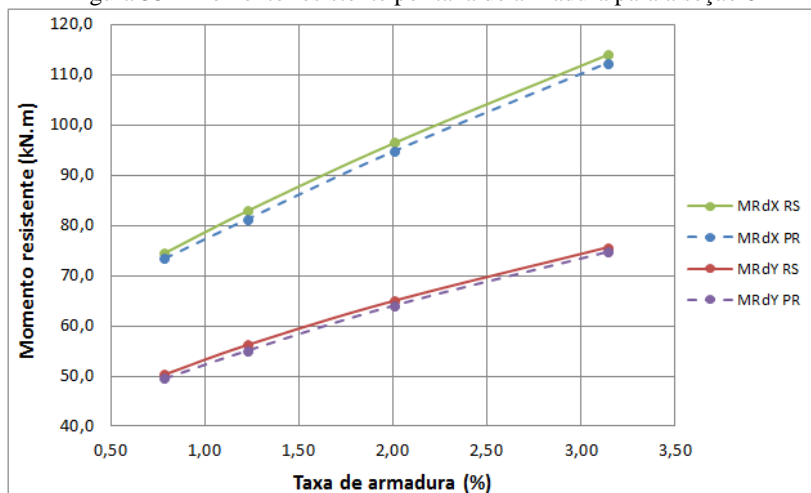
$$c = 3 \text{ cm} (d' \text{ varia com a bitola})$$

$$A_{s,tot} = 6\emptyset$$

Fonte: Elaborada pelo autor

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 33 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 8



Fonte: Elaborada pelo autor

A seção 8 apresentou resultados variando entre o domínio 4a e o 5. Para essa seção as variações percentuais foram de, no máximo, 2%. Por conseguinte, a tendência das diferenças irem aumento de acordo com a evolução do domínio não se confirmou.

A análise de todas as seções, onde foram encontradas variações de até 6%, permitiu concluir que, em termos de engenharia, os métodos são equivalentes e possuem uma variação considerada adequada. Consequentemente, pode-se considerar que as novas formulações da ABNT NBR 6118:2014 apresentam resultados adequados entre o dimensionamento com o diagrama parábola-retângulo e o diagrama retangular simplificado, mesmo para concretos de alto desempenho.

Para permitir uma análise ainda mais efetiva devem-se analisar quais as diferenças entre os diagramas nos concretos convencionais, do grupo I de resistência. As mesmas seções foram analisadas, com a necessária redução de esforço normal para serem dimensionadas nos mesmos domínios que antes. Os resultados foram agrupados e estão exibidos na Tabela 10.

Tabela 10 - Tabela comparativa entre os diagramas

Seção	Grupo II		Grupo I	
	Domínio	Erro (%)	Domínio	Erro (%)
Seção 5	2	-0,50	2	-0,41
	2	-0,33	3	-0,34
	3	-0,33	3	-0,35
	3	-0,37	3	-0,20
Seção 6	3	-1,19	3	-1,19
	3	-1,06	3	-1,04
	3	-0,89	3	-0,85
	3	-2,24	3	-0,68
Seção 7	4	-6,00	4	-6,19
	4	-5,06	4	-4,14
	4	-4,29	4	-2,37
	4	-3,75	4	-1,31
Seção 8	5	-1,46	5	-11,52
	5	-1,97	4a	-5,95
	4a	-1,68	4	-2,84
	4a	-1,41	4	-1,38

Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela 10 manifesta uma tendência de resultados muito próxima para a mesma seção com concretos do grupo I e concretos do grupo II. A ordem de grandeza das diferenças para uma mesma seção, com uma mesmo arranjo de armaduras, foi muito semelhante. Somente a seção 8 (domínios 4a e 5) apresentou diferenças maiores, nesse caso, as maiores diferenças ocorreram para concretos do grupo I. Novamente, os resultados comprovam que as novas formulações, para concretos de alto desempenho, apresentam bons resultados.

Por outra óptica, com essa confirmação de resultados, pode-se entender que as variações entre o diagrama parábola-retângulo e o retangular simplificado aumentam no domínio 4, enquanto que apresentam correlação ótima nos domínios 2 e 3.

Outro aspecto que chamou atenção durante todos os testes foi o fato do diagrama retangular simplificado possuir momento resistente superior ao diagrama parábola-retângulo. Sendo que momento resistente maior representa necessitar de menos armadura, em outras palavras, significa estar contra a segurança.

O diagrama parábola-retângulo é conhecido por representar melhor o comportamento do concreto, enquanto que o diagrama

retangular simplificado é uma alternativa mais simples para facilitar o dimensionamento. Nesse sentido, o diagrama retangular simplificado é uma aproximação do outro.

Em geral, na engenharia, quando existe um método mais preciso e outro mais simplificado, o mais preciso apresenta os resultados “mais corretos” ou “mais próximos dos reais”, enquanto o outro perde precisão e necessita de calibração.

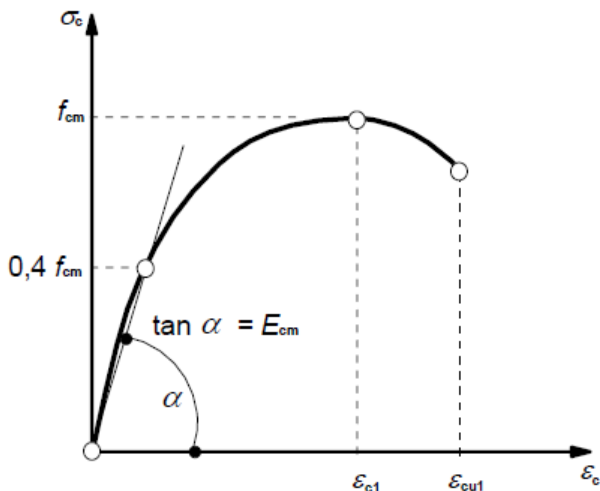
Acredita-se que os resultados do diagrama retangular simplificado deveriam conduzir a armaduras ligeiramente maiores que o parábola-retângulo e isso não se confirmou. Aliás, em todas as seções analisadas, o resultado foi o contrário. Por fim, sabe-se que essa diferença percentual é pequena, ficando aquém dos 6% para concretos de alto desempenho.

4.3 ANÁLISE DE OUTRAS RELAÇÕES TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Neste subitem apresenta-se uma avaliação de outra relação tensão-deformação, além das prescritas na ABNT NBR 6118:2014. A intenção é adotar um diagrama que descreve melhor o comportamento do material concreto armado, com intenção de avaliar se os diagramas utilizados atualmente apresentam resultados adequados para o dimensionamento.

O diagrama escolhido é recomendado por IBRACON (2015) “Dependendo do objetivo das análises não-lineares, pode ser necessária a utilização de diagramas tensão-deformação mais realistas, como o dado no *Eurocode 2* (EN 1992-1-1:2004)”. Este diagrama do *Eurocode 2* é o mesmo exibido no boletim 66 do código modelo FIB (2010) e está representado na Figura 34.

Figura 34 - Diagrama tensão-deformação “mais realista”



Fonte: EN 1992-1-1:2004 e FIB (2010)

Conforme indicado no subitem 3.1.4 deste trabalho, o programa próprio desenvolvido permite analisar outras relações tensão-deformação. Para tanto, foi reproduzida a curva tensão-deformação proposta no código modelo FIB (2010) e aplicada no programa.

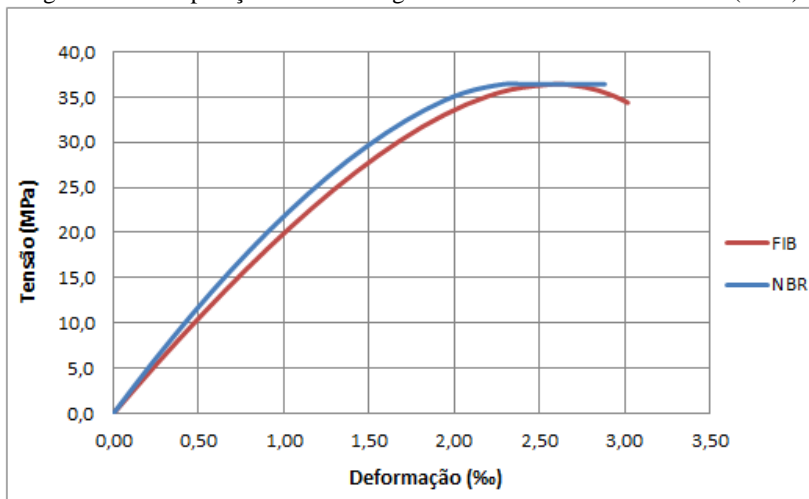
O objetivo deste subitem é de verificar outra relação tensão-deformação e não de verificar o dimensionamento por outra norma. Portanto, o diagrama será utilizado exclusivamente para descrever o comportamento dos materiais.

Para compatibilizar o diagrama do código modelo FIB (2010) devem-se adotar valores de cálculo, como sugere IBRACON (2015). Neste caso, deve-se adotar $0,85 f_{cd}$ ao invés do f_{cm} da Figura 34.

A Figura 35 compara, para um concreto de classe C60, o diagrama parábola-retângulo do ABNT NBR 6118:2014 com o diagrama do código modelo FIB (2010).

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

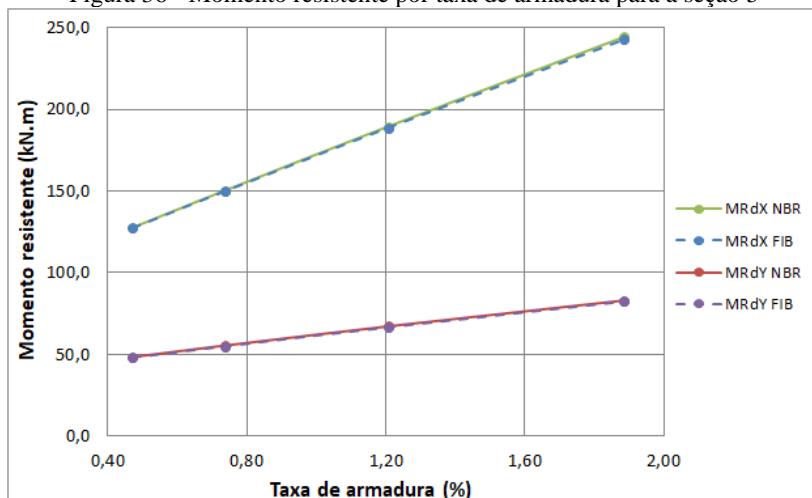
Figura 35 - Comparação entre os diagramas da NBR6118:2014 e FIB (2010)



Fonte: Elaborada pelo autor

A seguir serão expostos os resultados para as mesmas seções e características utilizadas no subitem 4.2 deste trabalho. A comparação será entre o diagrama parábola-retângulo preconizado na ABNT NBR 6118:2014 e o diagrama do código modelo FIB (2010).

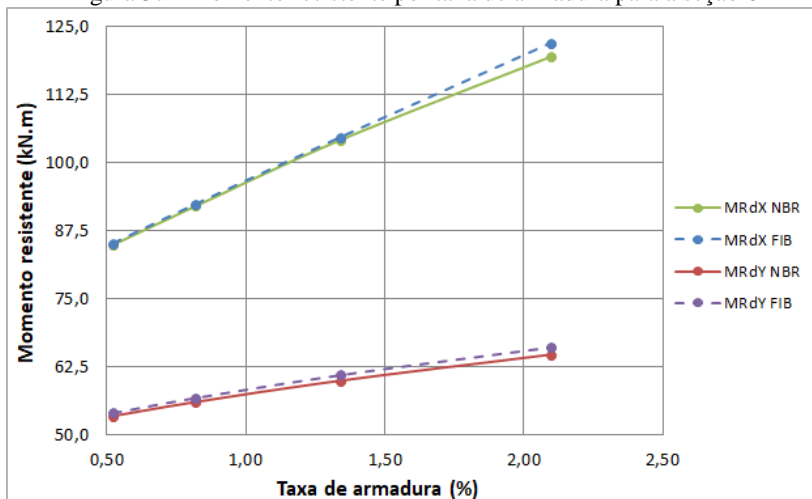
Figura 36 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 5



Fonte: Elaborada pelo autor

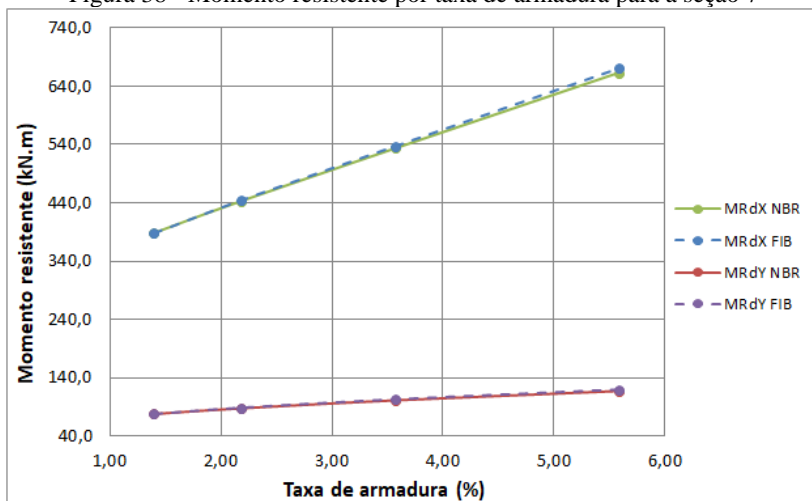
Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 37 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 6



Fonte: Elaborada pelo autor

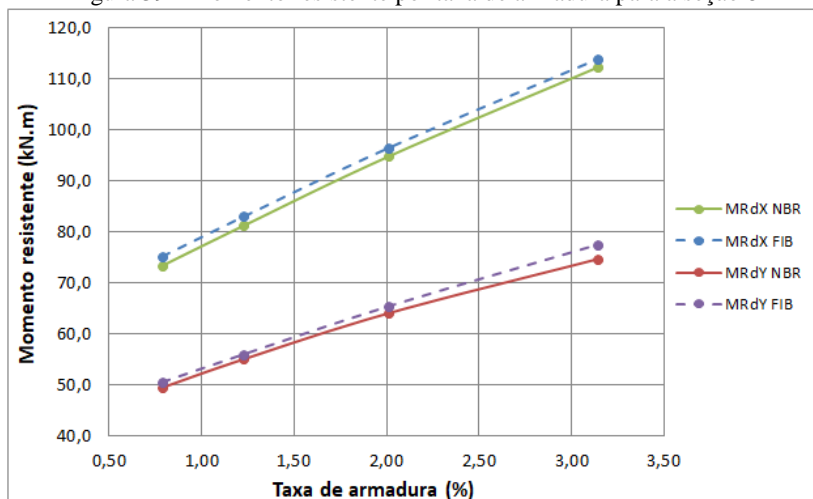
Figura 38 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 7



Fonte: Elaborada pelo autor

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 39 - Momento resistente por taxa de armadura para a seção 8



Fonte: Elaborada pelo autor

A Tabela 11 apresenta um compilado das seções analisadas nas diferentes taxas de armaduras. Tratam-se dos mesmos dados utilizados nos gráficos anteriores.

A maior diferença está destacada em **negrito** e é de 3,78%. Na maioria dos casos, o diagrama do código modelo FIB (2010) produziu momentos resistentes maiores na seção. Porém, de maneira geral, as diferenças são pequenas e aceitáveis. Dessa forma, também se validou que os diagramas atuais da ABNT NBR 6118:2014 apresentam resultados adequados, para concretos de alto desempenho, e podem ser adotados para dimensionamento de pilares.

Tabela 11 - Tabela comparativa entre os diagramas

Seção	Taxa (%)	Direção	M _{Rd} (kN.m)		Erro (%)
			NBR 6118:2014	FIB (2010)	
Seção 5	0,47	X	127,66	127,35	0,25
		Y	48,40	47,99	0,86
	0,74	X	150,33	149,87	0,31
		Y	55,41	54,92	0,88
	1,21	X	189,61	188,80	0,43
		Y	67,18	66,59	0,87
1,88	X	244,50	242,87	0,67	
	Y	83,08	82,40	0,83	
Seção 6	0,52	X	84,95	85,26	-0,36
		Y	53,50	54,03	-0,99
	0,82	X	92,01	92,40	-0,42
		Y	56,06	56,77	-1,27
	1,34	X	104,21	104,74	-0,51
		Y	60,00	60,98	-1,64
2,09	X	119,47	122,00	-2,12	
	Y	64,77	66,08	-2,02	
Seção 7	1,40	X	388,33	387,85	0,12
		Y	77,91	77,78	0,16
	2,18	X	442,98	444,18	-0,27
		Y	87,44	88,61	-1,34
	3,57	X	533,79	537,32	-0,66
		Y	101,15	103,02	-1,85
5,59	X	663,12	670,58	-1,12	
	Y	117,09	119,88	-2,38	
Seção 8	0,79	X	73,40	75,21	-2,47
		Y	49,51	50,57	-2,14
	1,23	X	81,27	83,05	-2,19
		Y	55,09	56,05	-1,73
	2,01	X	94,85	96,52	-1,77
		Y	64,10	65,46	-2,12
3,14	X	112,33	113,94	-1,44	
	Y	74,74	77,56	-3,78	

Fonte: Elaborada pelo autor

5 APLICAÇÃO EM PROJETO

O presente capítulo tem por objetivo avaliar a utilização prática de concretos de alto desempenho em um estudo de caso. Além disso, o mesmo tempo, também haverá uma comparação entre os resultados da ferramenta desenvolvida para o método da verificação e os resultados de um *software* comercial. Para tanto, foi adotado o programa AltoQi Eberick V10 (2016), ferramenta largamente utilizada, em nível nacional, para projetos estruturais em concreto armado.

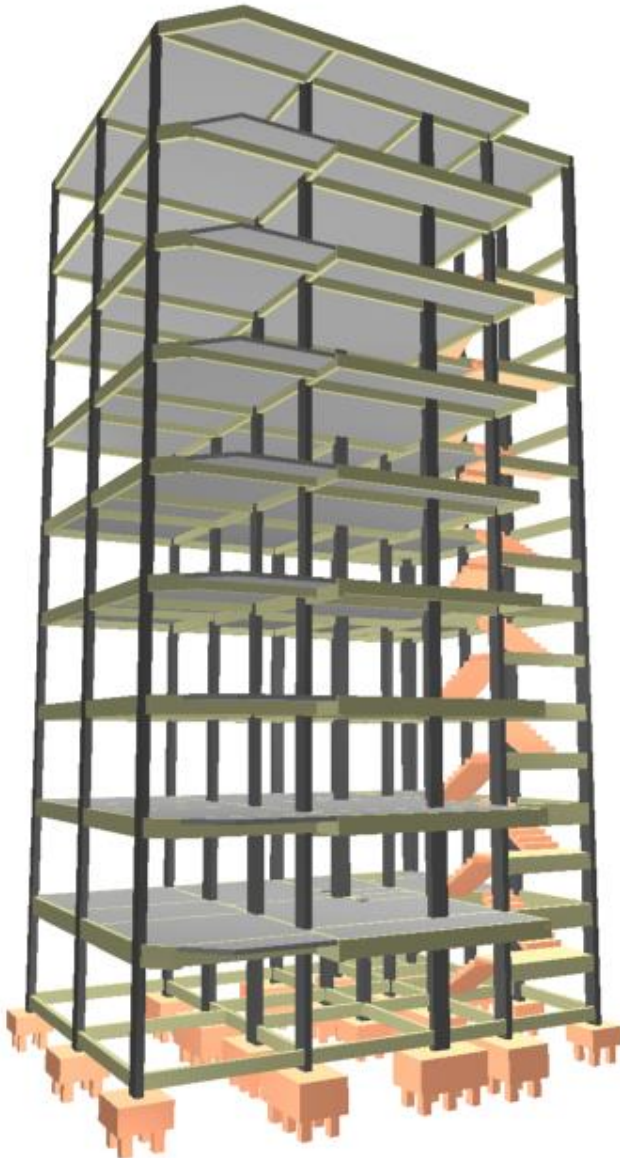
No que diz respeito aos pilares, o projeto prático de estruturas é uma tarefa complicada. A estrutura está submetida às diversas combinações de ações e, cada uma, gera solicitações diferentes. Uma combinação possui o maior esforço normal, enquanto outra possui os momentos solicitantes críticos. O dimensionamento deve ser realizado por combinação, de modo a garantir a segurança em todos os cenários de solicitações analisados.

Assim como o método da verificação desenvolvido, o programa AltoQi Eberick V10 (2016) realiza o dimensionamento de pilares baseado em verificação, ou seja, ele vai testando um conjunto de arranjos de armaduras até que seja alcançada a segurança adequada. O dimensionamento é realizado por flexo-compressão oblíqua, com diagrama parábola-retângulo de tensões do concreto e por combinação. A aproximação adotada é que o programa não gera uma envoltória de momentos resistentes para o esforço normal de cada combinação. A solução adotada pelo programa é traçar duas envoltórias resistentes, uma para o maior e menor esforço normal, interpolando linearmente valores para combinações com esforços normais intermediários.

O estudo será realizado em um projeto exemplo, com todas as características de um projeto real. Embora não se caracterize como um projeto de grande porte, a estrutura escolhida possui 10 pavimentos e esforços axiais na ordem de até 200 tf (2000 kN) nos pilares. A modelagem e análise da estrutura foram realizadas pelo autor deste trabalho.

A Figura 40 ilustra uma representação tridimensional da estrutura em análise, enquanto que a Figura 41 contém a planta de formas do pavimento Baldrame, localizado no nível do solo, no qual estão destacados os 4 pilares que foram escolhidos para representar a estrutura: P1, P12, P15 e P19.

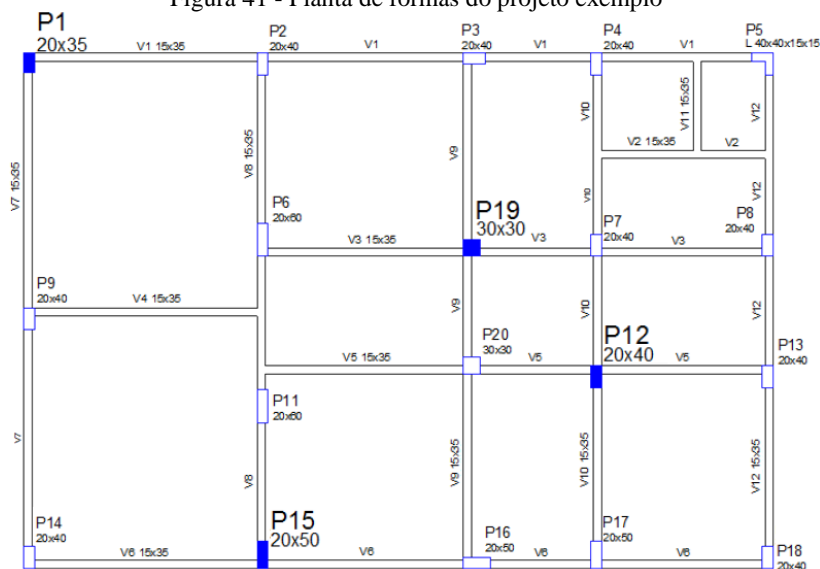
Figura 40 - Representação 3D do projeto exemplo



Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 41 - Planta de formas do projeto exemplo

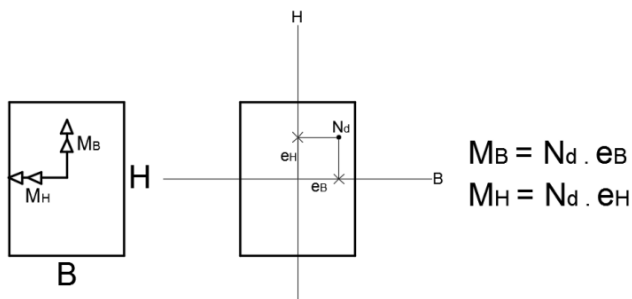


Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

A seguir são enumeradas as propriedades dos pilares em estudo. O comprimento de flambagem de todos os pilares é 2,80 m, o cobrimento adotado é de 3,0 cm e o diâmetro do estribo de todos os pilares é de 5,0 mm. Como nenhum dos pilares possui dimensão menor que 20 cm, o coeficiente adicional γ_n deve ser tomado igual a 1,0 para todos os pilares, segundo item 13.2.3 da ABNT NBR 6118:2014.

Por conveniência serão adotadas as convenções do programa AltoQi Eberick V10 (2016). Para os lados do pilar, a dimensão B sempre é o menor lado do pilar, ou seja, a direção de menor inércia. A dimensão H é a maior inércia. A convenção de momentos está ilustrada na Figura 42: M_B é o momento fletor em torno da dimensão B e M_H em torno da dimensão H. Então, M_B atua na direção B e M_H na direção H.

Figura 42 - Convenção de momentos fletores



Fonte: Elaborada pelo autor

O pilar P1 é de 20x35, portanto, $B = 20$ e $H = 35$ cm. Trata-se de um pilar de canto, posicionado no extremo superior esquerdo da estrutura. O pilar P1 possui uma prumada contínua ao longo de todos os pavimentos.

O pilar P12 tem dimensões 20x40 cm. Este está posicionado na região central da estrutura e classifica-se, segundo sua posição, como pilar intermediário. Também possui prumada contínua em todos os pavimentos.

O pilar P15 é o que possui maior seção de concreto, de 20x50 cm. Trata-se de um pilar de extremidade, com prumada contínua.

O pilar P19 é quadrado com 30 cm de lado. Trata-se de um pilar de intermediário. Este faz parte de uma transição, ele nasce no baldrame e morre no primeiro pavimento, onde existe uma viga de transição, na qual nasce uma prumada de pilar que vai até a cobertura. Isso explica sua numeração não sequencial na planta de formas da Figura 41.

Para analisar a estrutura são adotadas 7 ações, conforme Tabela 12. A direção X é a direção horizontal da planta de formas representada na Figura 41, enquanto a direção Y é a direção vertical. O coeficiente de ponderação γ e o coeficiente redutor foram obtidos no item 11.7.1 da ABNT NBR 6118:2014.

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 12 - Ações adotadas para o estudo de caso

Abrev.	Descrição	γ	ψ_0
G1	Peso próprio dos elementos estruturais	1,3	-
G2	Ações permanentes	1,4	-
Q	Ações acidentais	1,4	0,7
V1	Vento na direção X, sentido para direita	1,4	0,6
V2	Vento na direção X, sentido para esquerda	1,4	0,6
V3	Vento na direção Y, sentido para cima	1,4	0,6
V4	Vento na direção Y, sentido para baixo	1,4	0,6

Fonte: Tabela 11.1 e Tabela 11.2 da ABNT NBR 6118:2014

As combinações de ações consideradas no projeto estão declaradas na Tabela 13. As 14 combinações foram necessárias para considerar: somente ações permanentes, ações acidentais isoladas e ações acidentais combinadas com uma principal e outra secundária, como prescreve o item 11.8.2.1 da ABNT NBR 6118:2014.

Deve-se salientar que cada combinação possui um esforço normal (N_d), e dois momentos fletores (M_{sAB} e M_{sDH}). Os esforços cortantes devem ser utilizados na verificação dos estribos, mas esta parte não faz parte do escopo deste trabalho. Os esforços torsores são pequenos e serão desprezados no dimensionamento dos pilares.

Tabela 13 - Combinações adotadas para o estudo de caso

ID	Combinação
1	1,3G1+1,4G2
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

A estrutura será analisada 3 vezes, de modo a se avaliar as diferenças obtidas entre a adoção de concretos convencionais e concretos de alto desempenho. Na primeira análise, denominada “Análise 1”, a estrutura como um todo será composta por concretos do grupo I de resistência, com f_{ck} de 30 MPa. A segunda análise (“Análise 2”) será feita adotando f_{ck} de 60 MPa para todos os elementos. Enquanto que, na “Análise 3”, somente os pilares serão de concreto classe C60 e os demais elementos com o f_{ck} original de 30 MPa, o que configura uma terceira possibilidade de uso prático para projetos estruturais.

5.1 ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO/VERIFICAÇÃO

O foco do presente trabalho foi a resolução da flexo-compressão normal. O seguinte roteiro, baseado integralmente na ABNT NBR 6118:2014, tem por objetivo apresentar as etapas necessárias para dimensionar o pilar. O roteiro é baseado no item 15.8.3.3.5 da ABNT NBR 6118:2014, apresentado no subitem 2.1.10 deste trabalho:

- Obter os esforços solicitantes globais, topo e base, por direção, por combinação.
- Calcular os momentos mínimos nas duas direções (item 11.3.3.4.3 da ABNT NBR 6118:2014).
- Calcular esbeltez limite mínima com $\alpha_b = 1,0$ e $e_1 = e_{1min}$ (item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014).
- Avaliar a necessidade de inclusão dos efeitos mínimos de 2ª ordem (item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014).
- Inclusão dos momentos mínimos com 2ª ordem, pelo método da rigidez κ aproximada, por direção, por combinação, quando for o caso (item 15.8.3.3.3 da ABNT NBR 6118:2014). Neste ponto encerra-se a avaliação de momentos mínimos.
- Calcular α_b e o valor-limite de esbeltez (λ_1), por direção, por combinação (item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014).
- Avaliar a necessidade de inclusão dos efeitos de 2ª ordem, por direção, por combinação (item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014).
- Calcular os momentos finais ($M_{Sd,tot}$), pelo método da rigidez κ aproximada, por direção, por combinação (item 15.8.3.3.3 da ABNT NBR 6118:2014)
 - calcula nas duas direções, mesmo que só uma apresente necessidade de inclusão dos efeitos de 2ª ordem.

- Nesse ponto, tem-se 3 pares de momentos solicitantes, por combinação:
 - **Topo:** esforços solicitantes originais no topo, nas duas direções ($M_{SdB,topo}$ e $M_{SdH,topo}$).
 - **Base:** esforços solicitantes originais na base, nas duas direções ($M_{SdB,base}$ e $M_{SdH,base}$).
 - **Centro:** esforços solicitantes, com 2ª ordem, quando for o caso ($M_{SdB,tot}$ e $M_{SdH,tot}$).
- Traçar as envoltórias mínimas com 2ª ordem (item 15.3.2 da ABNT NBR 6118:2014).
- Obter os momentos resistentes, por flexo-compressão normal, utilizando o programa desenvolvido, por combinação, para um dado arranjo de armaduras.
- Traçar a envoltória de momentos resistentes, pelo processo aproximado para o dimensionamento à flexo-compressão oblíqua, por combinação (item 17.2.5 da ABNT NBR 6118:2014).
- Por fim, verificar que a envoltória de momentos resistentes engloba integralmente os 3 pares de momentos solicitantes e, também, as envoltórias mínimas com 2ª ordem, por combinação.

O termo “centro” foi usado para simplificar a explicação, mas, na verdade, trata-se de uma região qualquer entre o topo e a base do pilar.

O roteiro desenvolvido acima visa demonstrar que por meio da flexo-compressão normal, dadas as limitações deste trabalho, pode-se gerar um dimensionamento integralmente dentro das prescrições da ABNT NBR 6118:2014.

5.2 ESTRUTURA COM f_{ck} UNIFORME DE 30 MPA

A primeira análise será realizada com todos os elementos em concreto C30. O pilar P12 será utilizado para exemplificar o roteiro proposto. A Tabela 14 lista os esforços solicitantes de cálculo, de topo e base, por combinação.

Tabela 14 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 1)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{SdB} (kN.m)		M _{SdH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1000,21	0,58	-4,70	4,99	-2,99	2,48
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1160,47	0,68	30,58	-34,92	-8,72	9,91
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	1195,56	0,70	-42,52	47,87	1,35	-3,67
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1075,68	0,63	-7,06	7,52	55,61	-70,76
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	1280,35	0,75	-4,88	5,43	-62,98	77,00
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1254,22	0,73	-6,51	7,11	-3,98	3,39
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1243,70	0,73	15,42	-17,72	-7,00	7,46
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	1264,75	0,74	-28,44	31,95	-0,96	-0,68
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1192,82	0,70	-7,17	7,74	31,60	-40,94
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	1315,62	0,77	-5,86	6,48	-39,56	47,72
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	982,67	0,57	31,85	-36,40	-8,02	9,27
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1017,75	0,59	-41,25	46,38	2,05	-4,30
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	897,88	0,52	-5,79	6,04	56,31	-71,40
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1102,54	0,64	-3,61	3,94	-62,29	76,37

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Uma das primeiras informações necessárias são as esbeltezes do pilar, as quais são utilizadas para avaliar se o pilar encontra-se dentro das limitações existentes e se os métodos estudados se aplicam adequadamente. A esbelteza, por direção, é calculada pela equação (2.1):

$$\lambda_B = \sqrt{12} \frac{2,80}{0,20} = 48,5$$

$$\lambda_H = \sqrt{12} \frac{2,80}{0,40} = 24,2$$

Como o pilar P12 apresentou esbelteza menor que 90 nas duas direções, deste modo, pode-se utilizar o método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada para determinação dos efeitos de 2ª ordem, conforme abordado no item 2.1.9.2 deste trabalho. Além disso, não é necessária a consideração da fluência, segundo item 15.8.4 da ABNT NBR 6118:2014.

O dimensionamento do pilar deve ser realizado por combinação, como exposto anteriormente. Para arbitrar uma primeira combinação a ser analisada, pode-se escolher a que possuir maiores momentos fletores na menor dimensão do pilar (B), trata-se da combinação 3 (1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2).

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Os momentos mínimos de 1ª ordem são calculados pela equação (2.5):

$$M_{1dB,min} = 1195,56(0,015 + 0,03 \times 0,20) = 25,1 \text{ kN.m}$$

$$M_{1dH,min} = 1195,56(0,015 + 0,03 \times 0,40) = 32,3 \text{ kN.m}$$

Os valores-limite de esbeltez, por direção, são obtidos a partir da equação (2.2):

$$\lambda_{1B} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{25,11/1195,56}{0,20} \right)}{1,00} = 26,3 \therefore \lambda_{1B} = \lambda_{1,min} = 35,0$$

$$\lambda_{1H} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{32,28/1195,56}{0,40} \right)}{1,00} = 25,8 \therefore \lambda_{1H} = \lambda_{1,min} = 35,0$$

Como, na direção B, $\lambda_B > \lambda_{1B}$, deve-se incluir os efeitos de 2ª ordem na envoltória de momentos mínimos. Como $\lambda_H < \lambda_{1H}$, não é necessário incluir os efeitos de 2ª ordem na direção H. Em resumo, devem-se considerar os efeitos de 2ª ordem apenas na direção menos rígida do pilar P12.

O cálculo do momento total, por rigidez κ aproximada, para determinação dos efeitos mínimos de 2ª ordem, apenas na direção B, está apontado abaixo utilizando nas equações (2.11), (2.12) e (2.13):

$$a = 5 \times 0,20 = 1,00$$

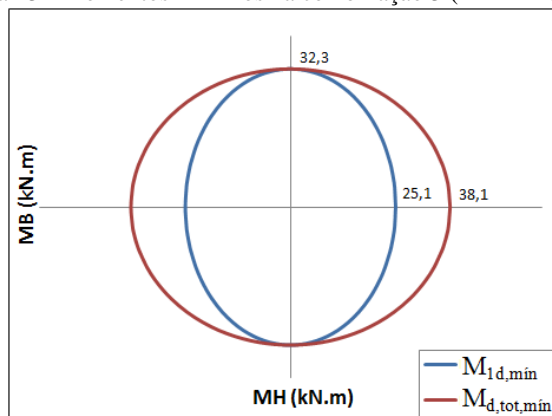
$$b = 0,20^2 \times 1195,56 - \frac{1195,56 \times 2,80^2}{320} - 5 \times 0,20 \times 1,00 \times 25,11 = -6,58$$

$$c = -1195,56 \times 0,20^2 \times 1,00 \times 25,11 = -1200,82$$

$$M_{dB,tot,min} = \frac{6,58 + \sqrt{(-6,58)^2 - 4 \times 1,00 \times (-1200,82)}}{2 \times 1,00} = 38,1 \text{ kN.m}$$

De posse destas informações e com o exposto em 15.3.2 da ABNT NBR 6118:2014, pode-se traçar as envoltórias mínimas com 2ª ordem, por meio da equação (2.6). A Figura 43 ilustra os momentos mínimos para dimensionamento na combinação analisada.

Figura 43 - Momentos mínimos na combinação 3 (P12 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

Com as informações da Figura 43, a avaliação dos momentos mínimos está finalizada. A partir daqui, o dimensionamento é baseado nos momentos solicitantes de topo, centro e base.

Para avaliar a necessidade de inclusão dos efeitos locais de 2ª ordem, deve-se primeiramente calcular o α_b pela expressão (2.3) e, na sequência, obter os valores-limite de esbeltez. Na direção B, para a combinação 3, o maior momento (M_A) é o do topo 47,87 kN.m. Como o momento na base traciona a face oposta, este deve ser tomado com seu sinal inverso ($M_B = -42,52$ kN.m). Como os valores são maiores que os momentos mínimos, deve-se utilizar a equação (2.3):

$$\alpha_{bB} = 0,60 + 0,40 \frac{-42,52}{47,87} = 0,24 \therefore \alpha_{bB} = \alpha_{b,min} = 0,4$$

Na direção H, os momentos solicitantes da combinação 3 são inferiores aos momentos mínimos. Nesse caso, toma-se diretamente $\alpha_{bH} = 1,0$. O próximo passo é calcular os valores-limite de esbeltez:

$$\lambda_{1B} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{47,87/1195,56}{0,20} \right)}{0,40} = 68,8$$

$$\lambda_{1H} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{3,67/1195,56}{0,40} \right)}{1,00} = 25,1 \therefore \lambda_{1H} = \lambda_{1,min} = 35,0$$

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Como $\lambda_B (48,5) < \lambda_{1B} (68,8)$ e $\lambda_H (24,2) < \lambda_{1H} (35,0)$, não é necessário considerar os efeitos locais de 2ª ordem em nenhuma das direções. Na situação em que não existe necessidade de calcular os efeitos de 2ª ordem locais, a etapa seguinte é a obtenção dos momentos resistentes. Para tanto, pode-se utilizar o programa desenvolvido no subitem 3.1 deste trabalho, com o qual se devem resolver duas flexo-compressões normais, uma para cada direção principal.

Como sabido, os momentos resistentes dependem do arranjo de armaduras adotado para o pilar. O arranjo com 8 barras de 16,0 mm foi adotado iterativamente. Este foi o primeiro arranjo no qual o momento resistente na menor inércia (M_{RdB}) foi maior momento solicitante nesta direção. Os resultados do programa, para a combinação 3 e considerando o arranjo de 8Ø16,0 mm, estão mostrados na Figura 44.

Figura 44 - Momento resistente, direção B, comb. 3 (P12 - Análise 1)

The screenshot shows a software window titled "Verificação" with the following data:

Seção

- Nd = 1195,56 kN
- b = 20 cm
- h = 40 cm
- fck = 30 MPa

Armadura

- Ø = 16,0 mm
- NB = 2
- NH = 4
- d' = 4,8 cm

Direção

- MRdx
- MRdy

Diagrama

- Parábola-ret.
- Retangular simp.

Ação

- Calcular
- Restaurar
- Sair

Cálculos iniciais

Barras	8	
As,tot	16,08	cm²
ρ	2,01	%
d	15,20	cm
fcd	21,43	MPa
v	0,70	
fyk	500,00	MPa
fyd	434,78	MPa
Eyd	2,070	%
Ec2	2,000	%
Ecu	3,500	%
n	2,000	
αc	0,850	
λ	0,800	

Limites entre os domínios

Domínio	x [cm]	R [kN]	Mrd [kN.m]
2-3	3,94	-1441,70	30,91
3-4	9,55	-687,91	67,42
4-4a	15,20	50,62	51,15
4a-5	20,00	475,60	30,63

Equilíbrio e momento resistente

Ec	3,50	%
x	14,69	cm
Rcc	866,42	kN
Rst	329,14	kN
R	0,00	kN
Mcc	33,70	kN.m
Mst	19,25	kN.m
Mrd	52,95	kN.m

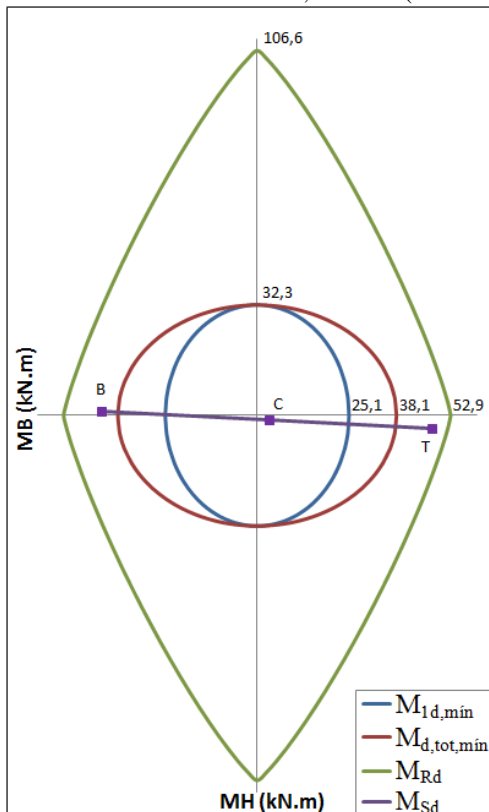
Fonte: Elaborada pelo autor

Na outra direção, o momento resistente M_{RdH} foi de 106,6 kN.m. Com os momentos resistentes nas duas direções principais, pode-se utilizar a aproximação prescrita no item 17.2.5 da ABNT NBR 6118:2014, de modo a traçar uma envoltória resistente. Para tanto se utiliza a equação (2.14):

$$\left[\frac{M_{Rd,x}}{52,9} \right]^{1,2} + \left[\frac{M_{Rd,y}}{106,6} \right]^{1,2} = 1$$

Por fim, se obteve todos os dados necessários para traçar as envoltórias de momentos, conforme ilustrado na Figura 45. As seções base, centro e topo foram abreviadas no diagrama como “B”, “C” e “T”, respectivamente.

Figura 45 - Envoltórias de momentos, comb. 3 (P12 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

O ponto da seção do centro não teria necessidade de ser exibido, visto que a região entre o topo e a base somente será crítica para o dimensionamento caso apresente necessidade de inclusão dos efeitos de 2ª ordem, que não foi o caso da combinação 3.

Pode-se observar que a seção mais próxima da envoltória resistente é a topo “T”. Caso fosse usado algum arranjo com menos barras, 6Ø16,0 mm por exemplo, esse ponto ficaria fora da envoltória.

Até este ponto, com todos os cálculos anteriores, apenas verificou-se uma combinação de um pilar em um pavimento, o que ressalta, mais uma vez, a necessidade de adoção de programas computacionais. Optou-se por prosseguir com a combinação 5, que possui o maior momento fletor em módulo.

Na direção B, os momentos solicitantes (-4,88 e 5,43 kN.m) são inferiores ao momento mínimo, portanto, $\alpha_{bB} = 1,0$. Enquanto que na direção H, têm-se $M_A = 77,00$ e $M_B = -62,98$ kN.m. Na sequência podem-se calcular os valores-limite de esbeltez para a combinação 5:

$$\alpha_{bH} = 0,60 + 0,40 \frac{-62,98}{77,00} = 0,27 \therefore \alpha_{bH} = \alpha_{b,min} = 0,4$$

$$\lambda_{1B} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{5,43/1280,35}{0,20} \right)}{1,00} = 25,3 \therefore \lambda_{1B} = \lambda_{1,min} = 35,0$$

$$\lambda_{1H} = \frac{25 + 12,5 \left(\frac{77,00/1280,35}{0,40} \right)}{0,40} = 67,2$$

Em somente uma das direções, a esbeltez do pilar superou o valor-limite, $\lambda_B > \lambda_{1B}$ e $\lambda_H < \lambda_{1H}$, entretanto, como indicado em IBRACON (2015), deve-se calcular os efeitos de 2ª ordem em ambas as direções. Os momentos solicitantes totais, a serem considerados na região entre o topo e a base do pilar, são obtidos pelo método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada. Na direção B são:

$$M_{S1dB} = M_{A_{S1dB}} \times \alpha_{bB} = 5,43 \times 1,00 = 5,43 \text{ kN.m}$$

$$a = 5 \times 0,20 = 1,00$$

$$b = 0,20^2 \times 1280,35 - \frac{1280,35 \times 2,80^2}{320} - 5 \times 0,20 \times 1,00 \times 5,43 = 14,42$$

$$c = -1280,35 \times 0,20^2 \times 1,00 \times 5,43 = -278,09$$

$$M_{SdB,tot} = \frac{-14,42 + \sqrt{14,42^2 - 4 \times 1,00 \times (-278,09)}}{2 \times 1,00} = 11,0 \text{ kN.m}$$

Na direção H:

$$M_{S1dH} = M_{A_{S1dH}} \times \alpha_{bH} = 77,00 \times 0,40 = 30,80 \text{ kN.m}$$

$$a = 5 \times 0,40 = 2,00$$

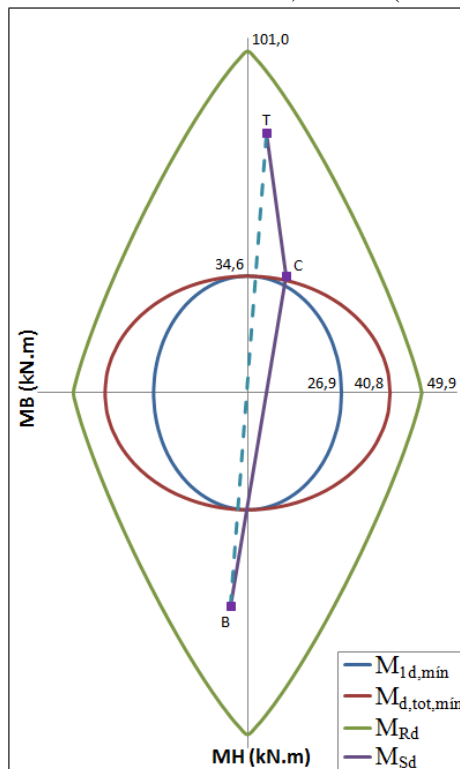
$$b = 0,40^2 \times 1280,35 - \frac{1280,35 \times 2,80^2}{320} - 5 \times 0,40 \times 1,00 \times 30,80 = 111,89$$

$$c = -1280,35 \times 0,40^2 \times 1,00 \times 30,80 = -6309,56$$

$$M_{SdH,tot} = \frac{-111,89 + \sqrt{111,89^2 - 4 \times 2,00 \times (-6309,56)}}{2 \times 2,00} = 34,8 \text{ kN.m}$$

Novamente, recorrendo ao programa desenvolvido para obtenção dos momentos resistentes, por flexo-compressão normal, nas duas direções principais, encontram-se $M_{RdB} = 49,9$ e $M_{RdH} = 101,0$ kN.m.

Figura 46 - Envolvórias de momentos, comb. 5 (P12 - Análise 1)

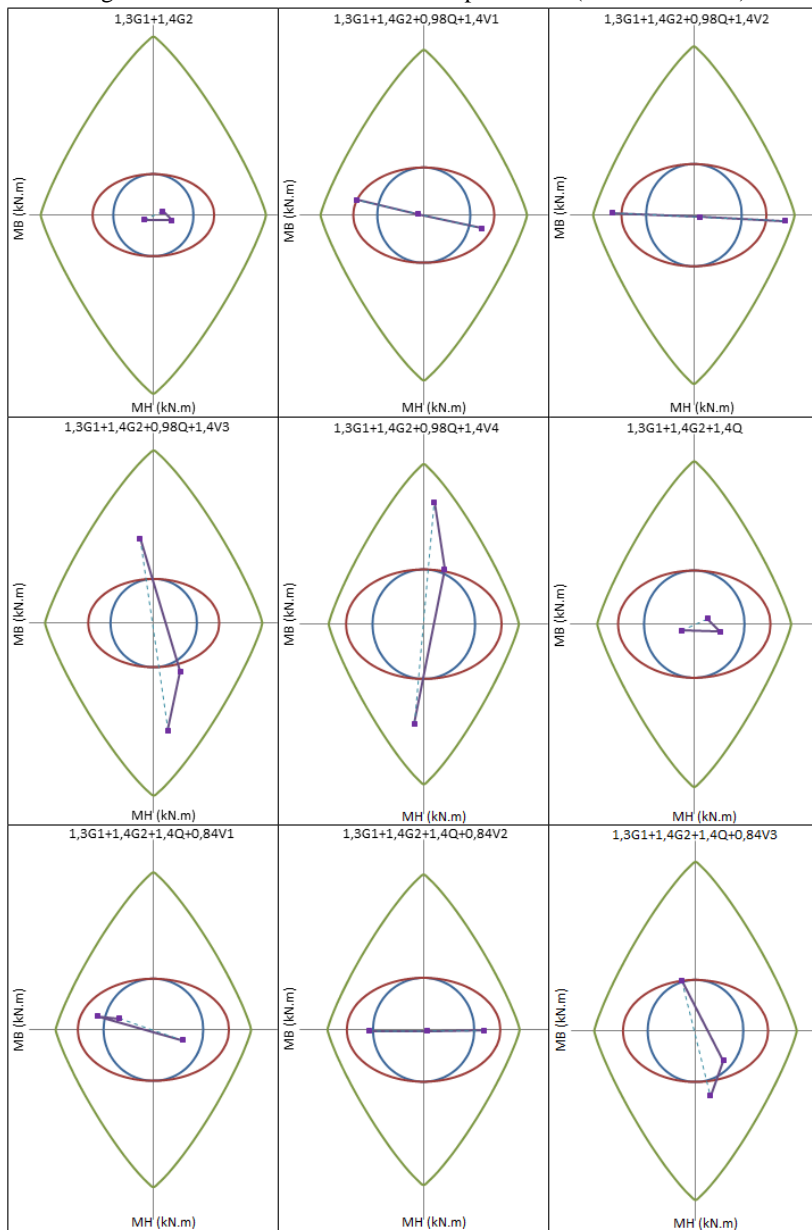


Fonte: Elaborada pelo autor

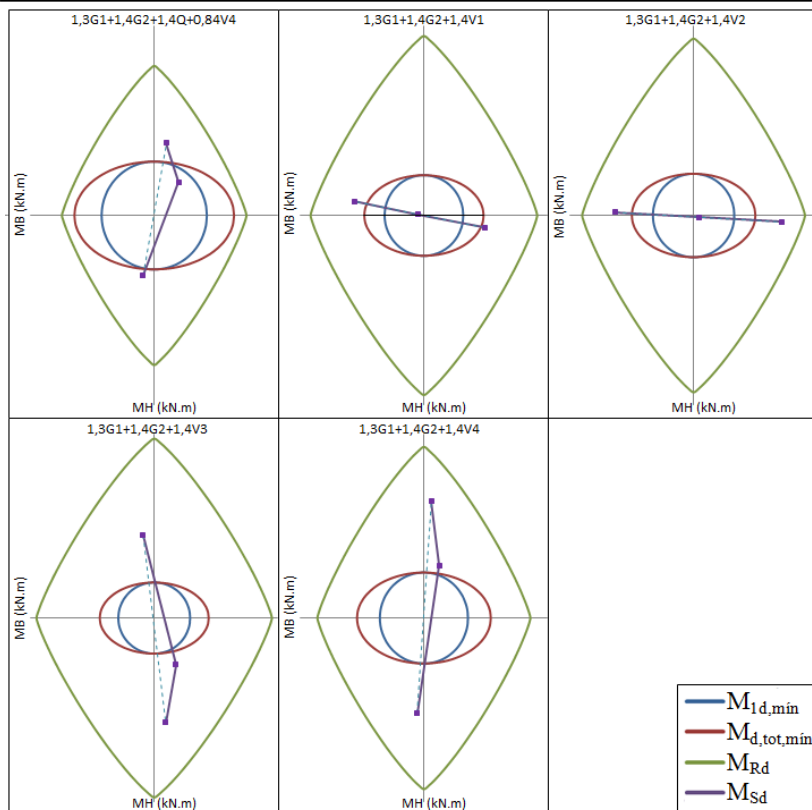
O deslocamento do ponto “C” ocorre devido ao efeito de 2ª ordem. Em relação à combinação anterior, a combinação 5 possui um esforço normal maior, isso gera duas diferenças: os esforços mínimos estão um pouco maiores e os momentos resistentes um pouco menores. Esta combinação só não é a crítica, pois seus momentos fletores importantes atuam na maior inércia do pilar.

Os casos das duas combinações listadas acima foram apenas ilustrativos, com intuito de demonstrar o roteiro de cálculo, o dimensionamento em si deve abranger todas as combinações. A Figura 47 apresenta todas as combinações para o arranjo arbitrado de 8Ø16,0 mm.

Figura 47 - Envoltórias de momentos por comb. (P12 - Análise 1)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

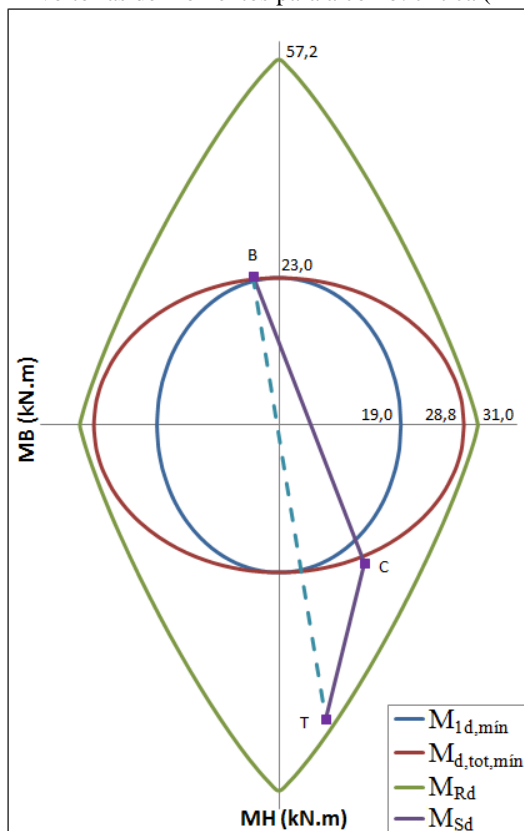


Fonte: Elaborada pelo autor

Os demais pilares (P1, P15 e P19) foram dimensionados para todas as combinações, porém para efeitos de apresentação, será mostrada apenas a combinação crítica. Considerou-se combinação crítica aquela na qual os esforços solicitantes estão mais próximos dos esforços resistentes. Os demais esforços e diagramas, por combinação, para todos os pilares, estão disponíveis no Apêndice D.

Para o pilar P1, o arranjo inicial de 4 barras de 10,0 mm foi suficiente para a envoltória de momentos resistentes englobe todas as solicitações. A Figura 48 retrata as envoltórias de momentos para a combinação 4.

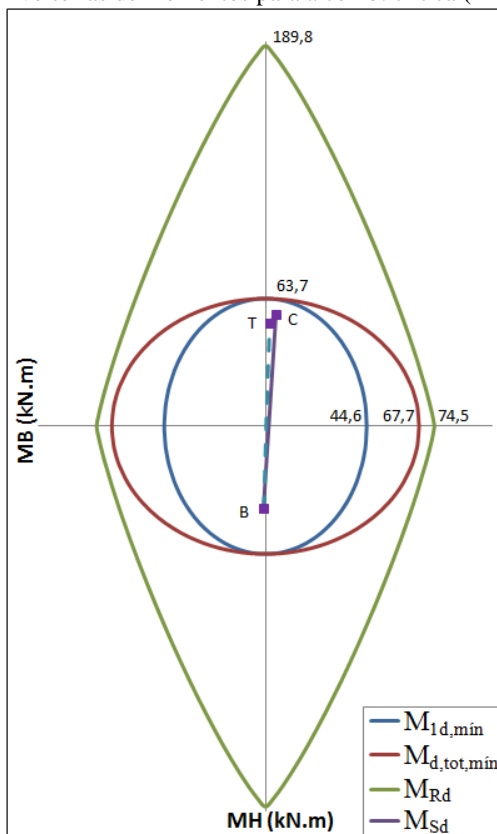
Figura 48 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P1 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

Para o pilar P15, um arranjo de 12 barras de 20,0 mm foi necessário. A Figura 49 ilustra as envoltórias de momentos para a combinação 5. O pilar P15 tem como solicitação crítica o momento mínimo com 2ª ordem na direção menos rígida.

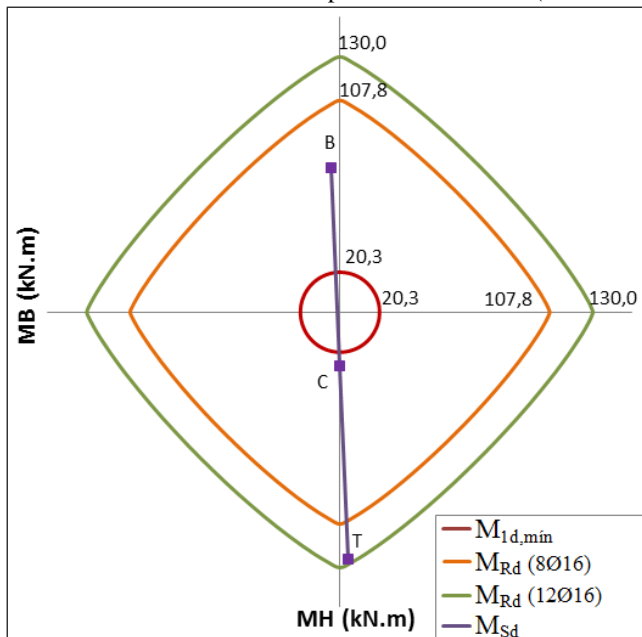
Figura 49 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P15 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

O pilar P19 necessitou de 12 barras de 16,0 mm, sendo 4 barras dispostas ao longo das faces. Como o pilar P19 é quadrado (30x30), o usual, em projeto, é adotar um arranjo com a mesma quantidade de barras para o lado B e para o lado H. Caso a quantidade fosse diferente, ocorreria um risco elevado de haver inversão das armaduras *in loco*. A Figura 50 retrata as envoltórias de momentos para a combinação 4.

Figura 50 - Envolvórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

O pilar P19 é mais rígido e não necessitou de inclusão de efeitos de 2ª ordem, tanto na análise de momentos mínimos quanto nos momentos solicitantes. No diagrama mostrou-se o arranjo adequado ao dimensionamento (12Ø16,0 mm), contrapondo-se a um arranjo insuficiente (8Ø16,0 mm). Assim sendo, fica clara a necessidade de ir testando os arranjos até que os momentos resistentes englobem todas as solicitações.

5.3 ESTRUTURA COM f_{ck} UNIFORME DE 60 MPa

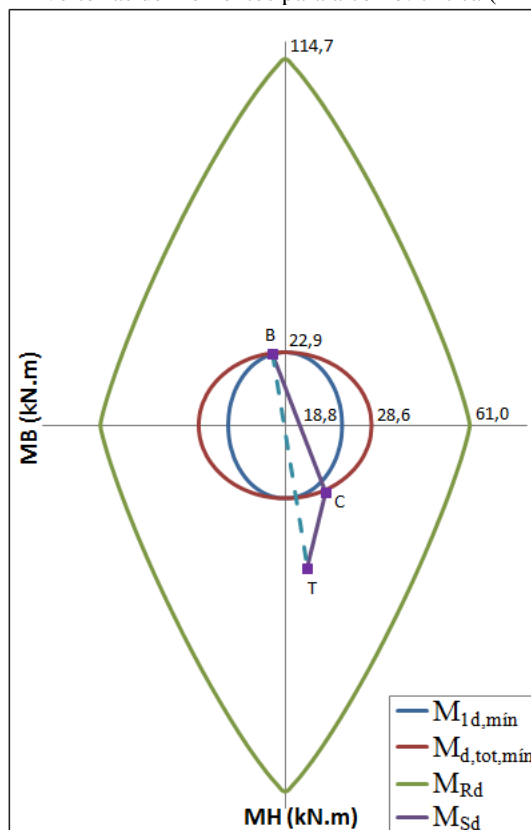
Na segunda análise, todos os elementos do projeto tiveram seu f_{ck} alterado para 60 MPa. Os esforços solicitantes mudaram muito pouco, visto que as relações de rigidez não foram alteradas. Por outro lado, as resistências aumentaram bastante.

A seguir são apresentadas as combinações críticas de cada pilar. Os esforços solicitantes e as envoltórias de momentos, para todas as combinações, estão disponíveis no Apêndice D.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

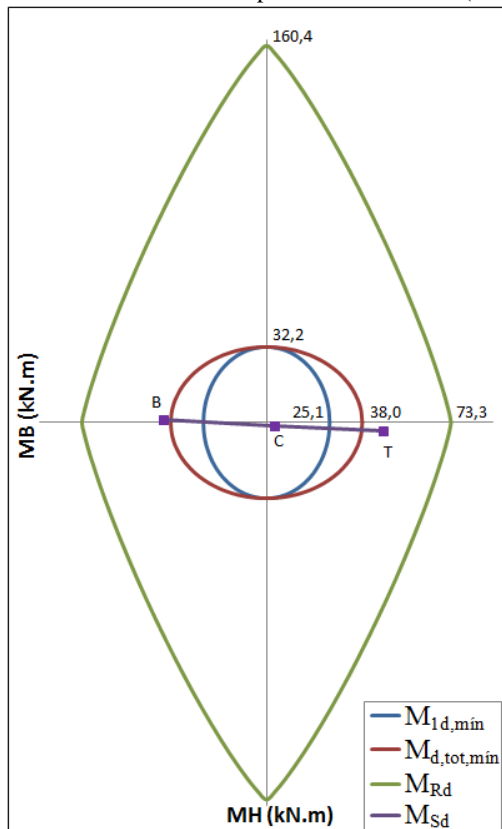
Os dimensionamentos foram repetidos para todos os pilares. A combinação crítica de cada pilar continuou a mesma em relação à análise anterior. A combinação crítica do pilar P1, mantendo o arranjo $4\text{Ø}10,0$ mm, está na Figura 51. Esse arranjo foi mantido visto que é o arranjo mínimo permitido. Nota-se que a margem de segurança do pilar aumentou bastante.

Figura 51 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P1 - Análise 2)



A envoltória de momentos do pilar P12, com arranjo de $4\text{Ø}12,5$ mm, está ilustrada na Figura 52. Nota-se que existe uma margem considerável entre os momentos resistentes e as solicitações.

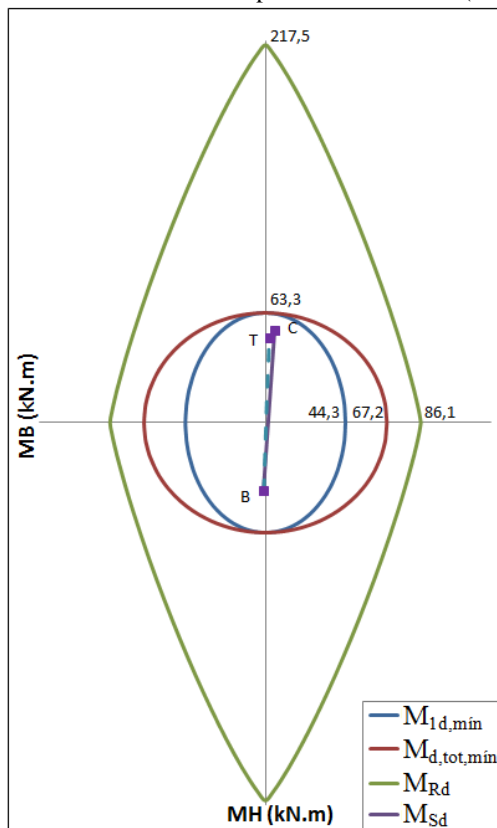
Figura 52 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P12 - Análise 2)



Fonte: Elaborada pelo autor

As envoltórias para o pilar P15 estão na Figura 53, desta vez foi adotado um arranjo com $6\text{Ø}10,0$ mm.

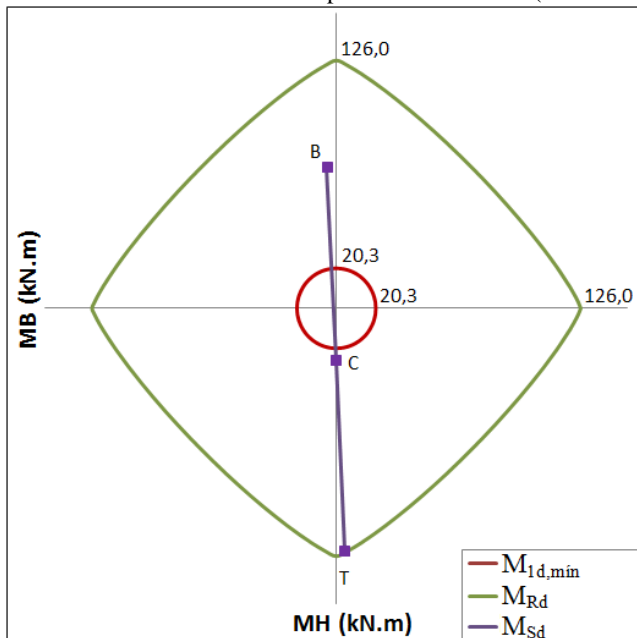
Figura 53 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P15 - Análise 2)



Fonte: Elaborada pelo autor

Por fim, o pilar P19 tem suas envoltórias mostradas na Figura 54. A armadura é de $8\text{Ø}12,5$ mm. Nota-se que o esforço no topo está muito próximo da envoltória resistente.

Figura 54 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 2)



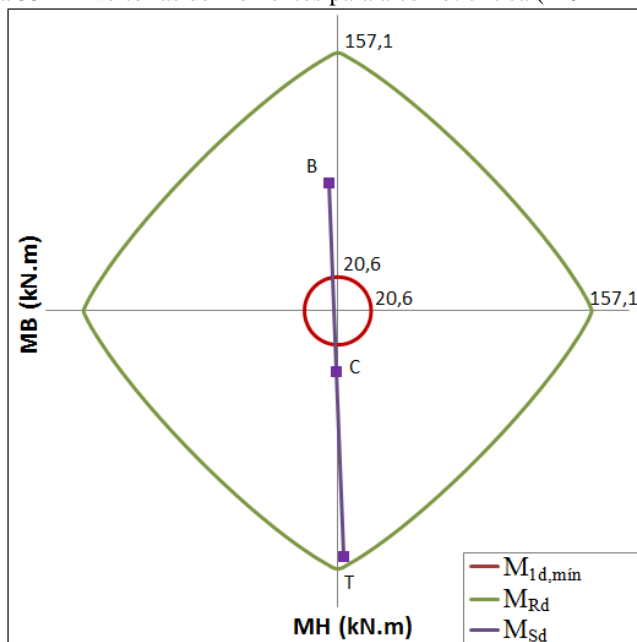
Fonte: Elaborada pelo autor

5.4 ESTRUTURA COM f_{ck} DE 60 MPa SOMENTE NOS PILARES

Nesta terceira e última análise da estrutura, os pilares foram considerados com f_{ck} de 60 MPa e os demais elementos com 30 MPa. Como houve uma alteração nas relações de rigidez dos elementos, os esforços solicitantes mudaram. O esforço normal sofreu pequenas variações, mas os momentos fletores nos pilares aumentaram. Como os pilares ficaram mais rígidos em relação às vigas, estes estão absorvendo maiores esforços.

Como a resistência dos pilares é a mesma do item anterior, as armaduras tendem a aumentar. Repetindo os dimensionamentos, somente o pilar P19, que estava praticamente no limite, teve que ter sua armadura alterada. A armadura passou de $8\varnothing 12,5$ mm para $16\varnothing 12,5$ mm, para suprir um aumento de momento solicitante de 125,9 para 149,5 kN.m.

Figura 55 - Envoltórias de momentos para a comb. crítica (P19 - Análise 3)



Fonte: Elaborada pelo autor

Novamente, os esforços solicitantes e as envoltórias de momentos, para todas as combinações, estão disponíveis no Apêndice D.

5.5 COMPARAÇÕES

As 3 análises descritas anteriormente foram realizadas para cada um dos 4 pilares em estudo. Em cada análise, o pilar foi verificado/dimensionado para todas as 14 combinações. No presente subitem se darão as comparações e conferências de resultados.

5.5.1 Comparação dos modelos

A primeira comparação será feita diretamente na área de aço total, entre a análise 1 e análise 2, para os 4 pilares estudados. A Tabela 15 apresenta as armaduras finais dos pilares em estudo, na análise 1 e análise 2.

Tabela 15 - Armadura final dos pilares (Análise 1 e 2)

Pilar	B (cm)	H (cm)	Análise 1			ρ	Análise 2			ρ	ΔA_s (%)
			n	bitola	A_s	(%)	n	bitola	A_s	(%)	
P1	20	35	4	10,0	3,14	0,45	4	10,0	3,14	0,45	0,00
P12	20	40	8	16,0	16,08	2,01	4	12,5	4,91	0,61	-69,48
P15	20	50	12	20,0	37,70	3,77	6	10,0	4,71	0,47	-87,50
P19	30	30	12	16,0	24,13	2,68	8	12,5	9,82	1,09	-59,31

Fonte: Elaborada pelo autor

A primeira observação é que as armaduras diminuíram consideravelmente na Análise 2. As economias, em área de aço, chegaram até a 87,5%. Com o aumento das resistências, de 30 para 60 MPa, as áreas de aço puderam ser substancialmente reduzidas.

A exceção foi o pilar P1, que não teve alteração de armadura. Como o pilar P1, desde o início, tinha a armadura mínima de 4 barras de 10,0 mm, não havia margem para gerar economia.

Por outro lado, esses números não podem ser traduzidos em economia real, visto que as seções transversais não foram alteradas e o concreto C60 é mais caro que o C30 da primeira análise. De qualquer forma, certamente a economia em aço é substancial.

Enquanto que, a análise 3, em relação à análise 2, foi um pouco mais cara, visto que a única alteração foi um acréscimo de armadura no pilar P19. A Tabela 16 apresenta as diferenças de área de aço entre a análise 2 e análise 3.

Tabela 16 - Armadura final dos pilares (Análise 2 e 3)

Pilar	B (cm)	H (cm)	Análise 2			ρ	Análise 3			ρ	ΔA_s (%)
			n	bitola	A_s	(%)	n	bitola	A_s	(%)	
P1	20	35	4	10,0	3,14	0,45	4	10,0	3,14	0,45	0,00
P12	20	40	4	12,5	4,91	0,61	4	12,5	4,91	0,61	0,00
P15	20	50	6	10,0	4,71	0,47	6	10,0	4,71	0,47	0,00
P19	30	30	8	12,5	9,82	1,09	16	12,5	19,63	2,18	100,00

Fonte: Elaborada pelo autor

Como exposto anteriormente, a análise 3 possui maiores momentos fletores iniciais, pois os pilares ficaram mais rígidos em relação às vigas do que na análise 2. De forma geral, isso tenderia a aumentar as armaduras, como foi observado no pilar P19. Nos demais pilares (P1, P12 e P15), havia uma margem entre os esforços solicitantes e os resistentes. Desta forma, não houve necessidade de alteração das armaduras.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Por fim, comparando a análise 3 com a análise 1, verifica-se que a análise 3 ainda seria bem econômica, constituindo uma alternativa interessante para projeto. Dessa forma, evita-se de aplicar concretos de alto desempenho nos elementos de vigas e lajes, já que nesses elementos o aumento de resistência não é bem aproveitado.

Na adoção de concreto de alto desempenho nos pilares, no momento da concretagem junto com as vigas e lajes, aparece um concreto de menor resistência na região superior do pilar, configurando um nó viga-pilar de concretos diferentes, com concreto de alto desempenho no pilar e concreto convencional nas vigas. Azevedo (2014) apresenta um estudo dedicado exclusivamente a esta questão, o trabalho compõe modelos ensaiados em escala reduzida e modelos em elementos finitos para analisar a ligação viga-pilar.

5.5.2 Comparação dos momentos resistentes

Como divulgado anteriormente, o programa AltoQi Eberick V10 (2016) dimensiona por flexo-compressão oblíqua e o presente trabalho se resume à flexo-compressão normal. No entanto, não se pretende comparar coisas diferentes, mas sim analisar que tipo de diferença de resultado ocorre.

Em um primeiro momento, comparando apenas os momentos resistentes, nas direções principais, observou-se que os resultados são idênticos entre o programa desenvolvido e o AltoQi Eberick V10 (2016).

Tabela 17 - Comparação dos momentos resistentes

Pilar	Análise	barras	bitola (mm)	N_d (kN)	Resultado (kN.m)		Programa (kN.m)	
					M_{RdB}	M_{RdH}	M_{RdB}	M_{RdH}
P1	2	4	10,0	896,5	61,04	114,71	61,04	114,73
P12	3	4	12,5	1349,4	73,69	159,49	73,70	159,50
P15	1	12	20,0	2124,5	74,46	189,84	74,45	189,88

Fonte: Elaborada pelo autor

Após observar a Tabela 17, pode-se dizer que os resultados são coincidentes, ou seja, os momentos resistentes, nas direções principais, são iguais. Vale lembrar que, fora das direções principais, neste trabalho adotou-se a aproximação descrita em 2.1.11. Enquanto que o programa comercial resolve esta região com pontos obtidos diretamente por flexo-compressão oblíqua.

5.5.3 Comparação da forma de aplicação dos momentos mínimos

O objetivo deste subitem é analisar a diferença de armadura a partir de duas formas de consideração dos momentos mínimos: a primeira como foi apresentada no presente capítulo segundo IBRACON (2015) e, a segunda, muito difundida após a introdução dos momentos mínimos na ABNT NBR 6118:2003, considerando a presença de momento mínimo em todas as seções do pilar, ou seja, caso o momento solicitante em uma direção seja menor que o mínimo, adotar o mínimo somente naquela direção, mantendo o momento atuante na outra direção.

A Tabela 18 apresenta as diferenças de armaduras entre a análise realizada no presente capítulo e os resultados da segunda forma de consideração dos momentos mínimos. A avaliação das diferenças foi feita para as 3 análises realizadas.

Tabela 18 - Resultados variando a forma de aplicação dos momentos mínimos

Análise	Pilar	IBRACON (2015)			NBR6118:2003			ΔA_s (%)
		n	bitola	$A_{s,tot}$	n	bitola	$A_{s,tot}$	
1	P1	4	10,0	3,14	12	10,0	9,42	200,00
	P12	8	16,0	16,08	10	16,0	20,11	25,00
	P15	12	20,0	37,70	12	20,0	37,70	0,00
	P19	12	16,0	24,13	16	16,0	32,17	33,33
2	P1	4	10,0	3,14	4	10,0	3,14	0,00
	P12	4	12,5	4,91	4	12,5	4,91	0,00
	P15	6	10,0	4,71	10	10,0	7,85	66,67
	P19	8	12,5	9,82	12	12,5	14,73	50,00
3	P1	4	10,0	3,14	4	10,0	3,14	0,00
	P12	4	12,5	4,91	4	12,5	4,91	0,00
	P15	6	10,0	4,71	10	10,0	7,85	66,67
	P19	16	12,5	19,63	20	12,5	24,54	25,00

Fonte: Elaborada pelo autor

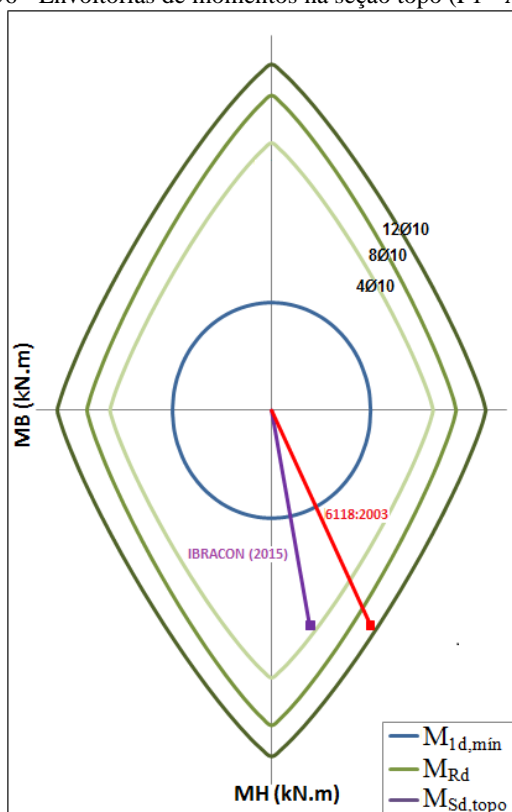
Na Tabela 18 podem-se avaliar elevadas diferenças de armadura. Em todos os casos, as armaduras considerando os momentos mínimos em todas as seções do pilar são maiores ou iguais às obtidas pela metodologia apresentada em IBRACON (2015). A seguir será feita uma análise destas diferenças para se obter uma explicação.

A Figura 56 expõe a análise de um único ponto do gráfico, um par de momentos atuantes no topo do pilar, que é o caso crítico no dimensionamento do pilar P1 na Análise 1, que é o pilar que apresentou maior diferença de armadura.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Os momentos, $M_{SdB,topo} = 7,29$ e $M_{SdH,topo} = -45,96$ kN.m, são os esforços solicitantes do pórtico. A linha “IBRACON (2015)” representa a interpretação considerada no projeto prático do presente capítulo, resultando em uma armadura de $4\emptyset 10,0$ mm. A linha “6118:2003” representa, para a mesma situação, a consideração de momentos mínimos induzida pela ABNT NBR 6118:2003, a qual gera uma armadura de $12\emptyset 10,0$ mm, portanto, um aumento de 200% em relação a primeira forma de consideração.

Figura 56 - Envoltórias de momentos na seção topo (P1 - Análise 1)



Fonte: Elaborada pelo autor

A diferença na consideração dos momentos mínimos foi que gerou a diferença de arranjo de armadura. A única diferença observada é que ABNT NBR 6118:2003 induzia a considerar o momento mínimo de primeira ordem em uma direção e o momento solicitante na outra.

Após a norma ABNT NBR 6118:2003, que introduziu os momentos mínimos, houve bastante discussão sobre a forma correta de aplicá-los. Esta interpretação, de adotar o momento mínimo em uma direção e o atuante na outra, era bem difundida. Somente após a publicação de IBRACON (2007) que se desenvolveu a forma de consideração dos momentos mínimos, conforme abordado em 2.1.8.4.

Esta forma de consideração, que gera resultados a favor da segurança, faz com que os pontos estejam mais afastados do centro, portanto, mais próximos da envoltória resistente, o que gera a necessidade de armaduras maiores.

A metodologia indicada neste trabalho foi baseada, além do texto da ABNT NBR 6118:2014, nas recomendações de IBRACON (2015). Assim, ao traçar a envoltória de momentos mínimos com 2ª ordem pode-se considerar que os momentos mínimos foram contemplados, não devendo influenciar diretamente nas solicitações de topo, centro e base.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 CONCLUSÕES

Com a elaboração deste trabalho, foi possível acrescentar diversos conhecimentos na área de estruturas em concreto armado, em especial das 3 temáticas principais: dimensionamento de pilares, flexo-compressão normal e concretos de alto desempenho.

Os estudos das prescrições normativas e dos métodos de dimensionamento permitiram ao autor o desenvolvimento de senso crítico em relação às metodologias para dimensionamento da flexo-compressão normal. Alguns métodos mostraram a necessidade de adaptação para cumprimento dos objetivos deste trabalho, assim, foram desenvolvidas adequações capazes de extrair todos os resultados necessários.

Os programas implementados se revelaram muito precisos para todos os dimensionamentos efetuados. Com base no grande número de testes realizados e na plena compreensão das diferenças obtidas, pode-se atestar a confiabilidade e a precisão dos resultados alcançados, nos métodos de dimensionamento aplicados.

Os métodos em estudo na revisão bibliográfica foram validados entre si e com os programas externos (P-Calc, LMC-USP e AltoQi Eberick). Variaram-se todos os domínios de deformação da ABNT NBR 6118:2014, sendo que os resultados dos métodos com arranjo assimétrico apresentaram armaduras bastante similares. Da mesma forma, os métodos com arranjo simétrico, mesmo mais complexos, também convergiram para o equilíbrio.

Ao final das implementações, comparou-se o método próprio desenvolvido, baseado na verificação do pilar, com os demais métodos. Inicialmente, observou-se uma pequena diferença de resultados, que deixou de existir, após a calibração do programa. Logo, validou-se que os resultados do programa desenvolvido convergem com os da revisão bibliográfica.

A ferramenta desenvolvida permite a adoção dos dois diagramas de tensões do concreto: parábola-retângulo e retangular simplificado. Assim, se pode validar o diagrama parábola-retângulo com o método das zonas de solicitação, disponível no Apêndice A. Do mesmo modo, o diagrama retangular simplificado pode ser verificado com o método do equilíbrio direto, exposto no Apêndice B. Em um segundo momento, as comparações e validações foram realizadas com programas externos, comerciais e acadêmicos.

Os dois tipos de arranjos de armadura (simétrico e assimétrico) foram analisados no subitem 4.1. Os exemplos de cálculo revelaram que a utilização métodos assimétricos para se obter uma armadura simétrica gera resultados variados.

Existem esforços solicitantes nos quais a diferença percentual entre os métodos supera 40% da armadura. Nesses casos, o consumo de aço é muito maior do que o necessário para equilibrar a seção. Também existem situações, bem específicas, em que a dobra da maior armadura reduz o momento resistente da seção, gerando dimensionamentos contra a segurança. Estes casos indesejáveis foram estudados e comprovados, inclusive para o diagrama parábola-retângulo de tensões no concreto.

O dimensionamento direto com arranjo simétrico se mostra mais adequado, porque calcula diretamente a mínima área de aço necessária para que o momento resistente da seção seja igual ao momento solicitante em uma determinada direção. Embora o dimensionamento simétrico requisite iterações para se obter o equilíbrio, as economias obtidas compensam o trabalho extra.

No que diz respeito às comparações dos diagramas, foi validado que a utilização do diagrama retangular simplificado ou do diagrama parábola-retângulo, para concretos de alto desempenho, gera resultados muito similares. As maiores diferenças encontradas foram de até 6%, o que permitiu concluir que, em termos de engenharia, os métodos são equivalentes e possuem uma variação considerada adequada.

Um ponto pertinente a ser abordado é que o diagrama retangular simplificado gera um momento resistente maior e, portanto, uma armadura ligeiramente menor. Como o diagrama parábola-retângulo é mais preciso, acreditava-se que este diagrama geraria armaduras menores. Tal fato não compromete os resultados, considerando as pequenas diferenças encontradas entre os dois diagramas.

Ainda no tocante dos diagramas de tensões do concreto, uma comparação adicional foi realizada no subitem 4.3 entre o diagrama parábola-retângulo da ABNT NBR 6118:2014 e o diagrama do código modelo FIB (2010). Novamente, as diferenças de momento resistente foram baixas. A opção do diagrama parábola-retângulo, retangular simplificado ou do código modelo FIB (2010) não gera diferenças importantes, o que permite ao engenheiro adotar o diagrama retangular simplificado para dimensionamento de pilar em concretos de alto desempenho.

O desenvolvimento do roteiro para dimensionamento, apresentado no subitem 5.1, bem como sua aplicação no projeto prático, permite o contato com a rotina mais atual para a consideração dos

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

momentos mínimos, presente em IBRACON (2015). Os momentos mínimos são considerados satisfeitos, a partir da aplicação das envoltórias mínimas, com 2ª ordem, quando for o caso.

Outro ponto de destaque, relativo aos efeitos locais de 2ª ordem, foi a necessidade de considerar esses efeitos para ambas as direções, caso qualquer uma das direções apresentem necessidade de consideração dos efeitos de 2ª ordem.

O roteiro desenvolvido demonstra que, a partir da flexo-compressão normal, pode-se gerar um dimensionamento integralmente dentro das prescrições da ABNT NBR 6118:2014. Para tanto, é utilizada a simplificação, prevista em norma, de traçar a envoltória resistente por meio de uma expressão fixa, a partir de duas flexo-compressões normais nas direções principais.

Na aplicação em projeto, realizada no capítulo 5, pode-se indicar que a adoção de concretos de alto desempenho constitui uma alternativa interessante ao engenheiro de estruturas e é economicamente viável para projetos. As economias, em área de aço, chegaram a quase 90%, após a utilização de concreto de alto desempenho para todos os elementos do projeto, mantendo-se as seções transversais.

Vale ressaltar que a avaliação para adoção de concretos de alto desempenho depende de um estudo de viabilidade técnica e econômica, a ser feita em cada projeto, pois envolve o ajuste das seções e a verificação conjunta dos custos de aço, concreto e forma, além dos custos de execução.

Na segunda análise, na qual todos os elementos do projeto são constituídos por concretos de alto desempenho, os esforços solicitantes praticamente não são alterados em relação à primeira análise. Dessa forma, o aumento da resistência do concreto faz com que as taxas de armadura dos pilares possam ser substancialmente reduzidas, sem alteração da seção transversal.

A terceira análise, em que somente os pilares possuem concreto de alto de desempenho, também se mostrou mais econômica do que a análise original com concretos convencionais. Nesta análise 3, mesmo com os momentos solicitantes maiores nos pilares, o aumento da resistência ainda pode compensar nos custos do aço, em relação ao aumento das solicitações. A grande vantagem desta análise é o dimensionamento dos demais elementos (vigas e lajes), da maneira convencional, visto que as elevadas resistências podem não contribuir efetivamente nesses elementos.

6.2 RECOMENDAÇÕES

Para novos trabalhos com a mesma temática, sugerem-se estudos que se baseiem diretamente no custo dos pilares, para revelar a economia gerada devido ao uso de concretos de alto desempenho. Somente com a inclusão dos custos de aço, concreto e fôrma, aliados aos custos de execução, se determinará a economia real gerada.

Estudos adicionais podem ser realizados, para comparação de modelos com concreto de alto desempenho em relação a concretos convencionais, mantendo-se a taxa de armadura e avaliando-se qual redução pode ser realizada nas seções transversais. Deste modo, pode-se avaliar outra aplicabilidade de concretos de alto desempenho que é possibilidade de redução das seções, de modo a viabilizar determinadas arquiteturas.

Além disso, os efeitos locais de 2ª ordem podem ser considerados por outros métodos, além do método do pilar-padrão com rigidez κ aproximada como: método do pilar-padrão com curvatura aproximada, método do pilar padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r ou método geral.

Por fim, também podem ser avaliados pilares retangulares esbeltos, com $\lambda > 90$, a fim de se verificar a validade dos resultados. Estudos adicionais, para seções L e circulares estendem a aplicabilidade das conclusões tiradas para pilares retangulares não esbeltos.

REFERÊNCIAS

ALTOQI TECNOLOGIA APLICADA À ENGENHARIA. **AltoQi Eberick V10 – Manual do Usuário**. Florianópolis, 2000.

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 3. ed. Vol. 3. Rio Grande: Dunas, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2014. 238p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2003. 221p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7480: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2007. 13p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8953: Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência**. Rio de Janeiro (RJ): ABNT, 2015. 3p.

AZEVEDO, P. R. **Confinamento dado por vigas e lajes a pilares feitos com concretos de diferentes resistências ao longo da altura**. Dissertação de mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP. São Paulo, 2014. 170 p.

BITTENCOURT, T. N.; ASSIS, W. S. **Dimensionamento de seções retangulares de concreto sob flexão composta normal**. Laboratório de Mecânica Computacional, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Última atualização em 17/04/2004. Disponível em: <http://www.lmc.ep.usp.br/pesquisas/TecEdu/>.

BORDIGNON, R.; KRIPKA, M. **Dimensionamento otimizado da seção transversal de pilares em concreto armado submetidos à flexo-compressão**. *Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural. ASAAE*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental - PPGEng. Universidade de Passo Fundo. Passo Fundo, 2013. 21 p.

CAMPOS FILHO, A. **Dimensionamento de Seções Retangulares de Concreto Armado à Flexão Composta Normal**. 2014. 34 p. Apostila UFRGS. Disponível em: <http://chasqueweb.ufrgs.br/~americo/eng01112/solicitacoes_norma_is.pdf>. Acessado em 29/07/2015.

CLAESON, C. **Finite element analysis of confined concrete columns**. Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden. 2013. 20p.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON. **FIB Model Code 2010**. Design Code. Lausanne, CEB, 317p. (Bulletin 66).

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **EN1990: Eurocode 0** – basis of structural design. Brussels: CEN, 2002. 114p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **EN1991-1-2: Eurocode 1** – actions on structures. Brussels: CEN, 2002. 59p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **EN1992-1-1: Eurocode 2** – design of concrete structures – Part 1-1: general rules of buildings. Brussels: CEN, 2004. 225p.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações normais, estados limites últimos: teoria e aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 1981. 464p.

IBRACON. **Comentários Técnicos e Exemplos de Aplicação da NB-1: ABNT NBR6118:2003** Projeto de estruturas de concreto – Procedimento – São Paulo: IBRACON, 2007. 268 p.

IBRACON. **ABNT NBR 6118:2014 Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo: IBRACON, 2015. 480 p.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, Á. G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón Armado**. Barcelona: Gustavo Gili, 1987.

MULTIPLUS SOFTWARES TÉCNICOS. **CYPECAD – Manual do Usuário**. São Paulo, 2016.

RIBEIRO, K. **Diagramas para verificação de pilares retangulares em concreto armado submetidos à flexão composta normal**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, 2011. 308 p.

SANDER, D. C.; KIMURA, A. E. **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. Anais 55º Congresso Brasileiro do Concreto. IBRACON, 2013.

SANTOS, L. M. **Cálculo de concreto armado; segundo a NB-1/76 e o CEB/72**. São Paulo (SP): LMS, 1983.

SANTOS, L. M. **Sub-Rotinas Básicas do Dimensionamento de Concreto Armado**. São Paulo. Editora THOT, 1994.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de Pilares de Acordo com a NBR6118:2003**. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004.

SIAS, F. M. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2014. 153 p.

SILVA, G. **Estudo comparativo para o dimensionamento de pilares submetidos a momentos mínimos**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil). Universidade Federal de Santa Catarina: Florianópolis, 2010. 176 p.

SILVA JR, J. F. **Dimensionamento de concreto armado**. Ed. Arquitetura e Engenharia. 1971.

SILVA, R. J. C.; ARAÚJO, C. V. S.; LIMA, É. M. F. Modelo generalizado para dimensionamento à flexão segundo as mudanças da ABNT NBR6118. **Concreto & Construções: Modelos de dimensionamento, normalização e métodos de avaliação de pontes e viadutos**, São Paulo, v. 80, p.75-83, out/dez. 2015.

SMANIOTTO, A. **Dimensionamento e detalhamento automático de pilares retangulares submetidos à flexão composta oblíqua**. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, 2005. 220 p.

TQS INFORMÁTICA. **Sistema CAD/ TQS – Manual do Usuário**. São Paulo, 2016.

VENTURINI, W. S.; RODRIGUES, R. O. **Dimensionamento de peças retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. EESC/USP, São Carlos, 1987. 133 p.

BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

AGUIAR, E. A. B. **Projeto de pilares de concreto de alto desempenho**. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo: São Carlos, 2000. 202 p.

ARAÚJO, J. M. **JMPILAR: Programa para análise e dimensionamento de pilares esbeltos de concreto armado. Versão 2014**. Informações disponíveis em: <<http://www.editoradunas.com.br/JMPILAR.html>>

CARVALHO, R. C.; FIGUEREDO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 2 ed. São Carlos: EdUFSCar, 2004. 374p.

KIMURA, A. E. **Cálculo de pilares de concreto armado**. Apostila Fênix Domus.

PADARATZ, I. J. **Estruturas de Concreto Armado I e II**. Notas de aula. UFSC – Centro Tecnológico – Departamento de Engenharia Civil, Florianópolis.

PINHEIRO, L. M; BARALDI, L. T; POREM, M. E. **Concreto Armado: Ábacos para flexão oblíqua**. Escola de Engenharia de São Carlos – USP. São Paulo, 1994.

SANTOS, L. M. **Cálculo de concreto armado; segundo a NB-1/76 e o CEB/72**. Volume 2. São Paulo (SP): LMS, 1983.

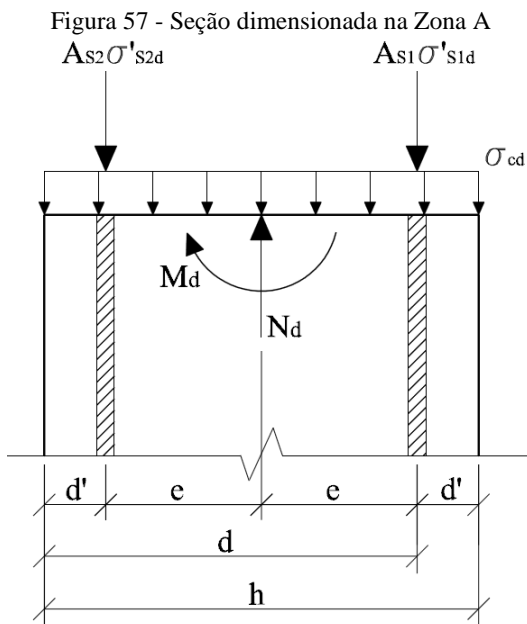
SCADELAI, M. A; PINHEIRO, L. M. **Pilares**. São Paulo, 2005.

APÊNDICE A - MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO

No item 2.2.3 da revisão bibliográfica, foi retratada uma visão geral do método das zonas de solicitação. Neste apêndice são apresentadas cada uma das zonas, com suas formulações específicas e a resolução para cada uma delas. A explanação está dividida em armaduras assimétricas e armaduras simétricas.

A.1 ARMADURAS ASSIMÉTRICAS

A.1.1 Zona A



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d - A_{s2}\sigma'_{s2d} - A_{s1}\sigma'_{s1d} - \sigma_{cd}bh = 0 & (A.1) \\ M_d + A_{s1}\sigma'_{s1d}e - A_{s2}\sigma'_{s2d}e = 0 & (A.2) \end{cases}$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\begin{cases} v = \kappa_h + \alpha'(\rho_1 + \rho_2) & (A.3) \\ \mu = \alpha'(1 - 0,5\kappa_h)(\rho_2 - \rho_1) & (A.4) \end{cases}$$

Adotou-se a formulação do autor quanto às variáveis, sendo que a distância “e” representa a excentricidade entre as armaduras (tanto A_{s1} quanto A_{s2}) e o centro geométrico da seção transversal. Nas equações de equilíbrio adimensionais utiliza-se a variável κ_h , que retrata a razão entre a altura da seção h e a altura útil d , e ρ que corresponde à taxa de armadura, além da variável adimensional α' que descreve a razão entre a tensão de cálculo na armadura comprimida e no concreto.

$$\kappa_h = \frac{h}{d} \quad (A.5) \quad \rho_1 = \frac{A_{s1}}{bd} \quad (A.6) \quad \alpha' = \frac{\sigma'_{sd}}{\sigma_{cd}} \quad (A.7)$$

Por definição, na zona A, ambas as armaduras estão comprimidas. As equações de equilíbrio são facilmente escritas tendo como base a Figura 57. O equilíbrio de momentos foi feito em relação ao centro da seção transversal. Após rearranjar os termos das equações de equilíbrio (A.1) e (A.2), para tornar as variáveis adimensionais, obtém-se as equações de equilíbrio adimensionais (A.3) e (A.4).

Nota-se que, para zona A, que o problema é indeterminado, visto que se têm duas equações e três variáveis (A_{s1} , A_{s2} e x). Por outro lado, a posição da linha neutra x fornece as deformações ϵ , portanto, as tensões nas armaduras. Logo, deve-se arbitrar uma posição da linha neutra a fim de se obter uma única solução para o problema.

O dimensionamento econômico equivale à reta b dos domínios de deformação, definida no item 2.1.4 deste trabalho. Nesta situação, adota-se que x tenda a infinito e, portanto, que a deformação seja constante e igual a ϵ_{c2} . Esta é a mesma aproximação utilizada no método da pequena e grande excentricidade, adotando-se compressão uniforme. Para um concreto do grupo I de resistência, a deformação constante na seção seria de:

$$\epsilon'_{cd} = \epsilon'_{sd} = 2\text{‰}$$

$$\sigma'_{sd} = f(\epsilon'_{sd}) = 0,002 \times 210 = 420 \text{ MPa}$$

Partindo das equações de equilíbrio adimensionais (A.3) e (A.4), e mantendo as considerações feitas acima, é possível isolar as taxas de armadura (ρ_1 e ρ_2) que resolvem o problema.

$$\rho_1 = \frac{1}{2\alpha'} \left(v - \frac{\mu}{1 - 0,5\kappa_h} - \kappa_h \right) \quad (\text{A.8})$$

$$\rho_2 = \frac{1}{2\alpha'} \left(v + \frac{\mu}{1 - 0,5\kappa_h} - \kappa_h \right) \quad (\text{A.9})$$

Segundo definido pelo autor, as taxas de armaduras são dadas:

$$A_{s1} = \rho_1 bd \quad (\text{A.10}) \quad A_{s2} = \rho_2 bd \quad (\text{A.11})$$

Em geral, saber resolver o problema para uma determinada zona de solicitação não é o suficiente, também é necessário estabelecer o limite entre as zonas, de modo a identificar em qual zona o pilar se encontra.

O limite entre a zona A e B ocorre, por definição, quando $\rho_1 = 0$ em (A.8), logo, fazendo:

$$0 = \frac{1}{2\alpha'} \left(v - \frac{\mu}{1 - 0,5\kappa_h} - \kappa_h \right)$$

obtém-se:

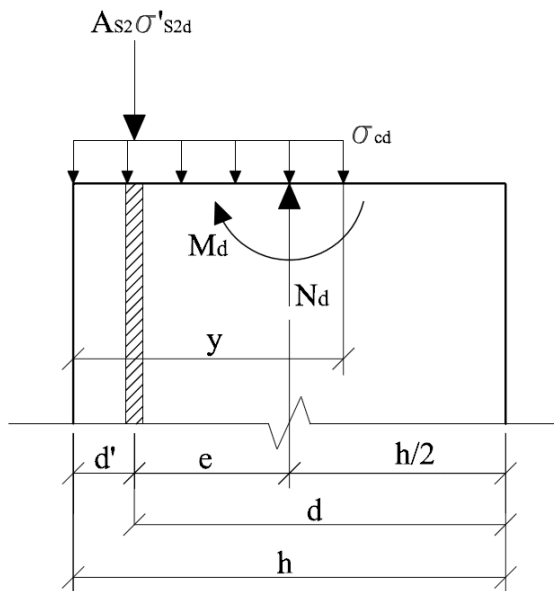
$$\mu_{A-B} = (1 - 0,5\kappa_h)(v - \kappa_h) \quad (\text{A.12})$$

A equação acima corresponde à reta que faz a divisa entre as duas zonas. Observa-se que esta reta encontra o eixo das ordenadas no ponto κ_h . Logo, o limite entre as zonas A-B-O é este ponto.

$$v_{A-B-O} = \kappa_h \quad (\text{A.13})$$

A.1.2 Zona B

Figura 58 - Seção dimensionada na Zona B



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d - A_{s2}\sigma'_{s2d} - \sigma_{cd}by = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_d + \sigma_{cd}by \left(\frac{y}{2} - d' \right) - N_d e = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.15})$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\left\{ \begin{array}{l} v - \alpha' \rho_2 = \kappa_y \end{array} \right. \quad (\text{A.16})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - 0,5\kappa_h)v - \mu = \kappa_y (1 + 0,5\kappa_y - \kappa_h) \end{array} \right. \quad (\text{A.17})$$

A zona B, por definição, possui somente uma armadura que está comprimida. Neste caso, os esforços solicitantes são resistidos pela compressão de concreto e da armadura. Os únicos valores a determinar são A_{s2} e y . Logo, a solução do problema é única com duas equações e duas incógnitas.

O equilíbrio de momentos foi realizado em relação à armadura A_{s2} . Neste equilíbrio foi adotado o diagrama retangular simplificado de tensões do concreto definido no subitem 2.1.3 deste trabalho.

Introduzindo uma nova variável κ_y que é a razão entre a distância y e d , utilizou-se a primeira equação de equilíbrio adimensional (A.14) para encontrar a taxa de armadura ρ_2 :

$$\rho_2 = \frac{v - \kappa_y}{\alpha'} \quad (\text{A.18})$$

Após desenvolver a segunda equação de equilíbrio adimensional (A.15) chega-se à expressão (A.19) para o cálculo de κ_y :

$$\kappa_y = \kappa_h - 1 + \sqrt{(\kappa_h - 1)^2 + 2\mu'_s} \quad (\text{A.19})$$

na qual:

$$\mu'_s = (1 - 0,5\kappa_h)v - \mu \quad (\text{A.20})$$

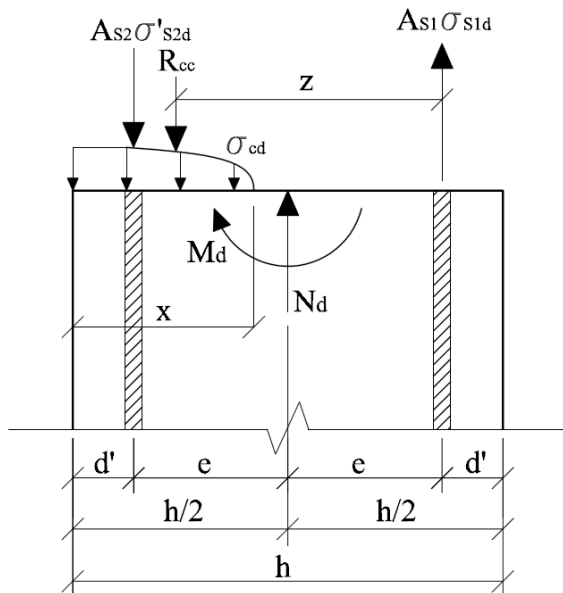
O valor de α' depende do domínio de deformações em que a peça se encontra. Após o cálculo de κ_y , pode-se encontrar o valor de x e obter o domínio da seção. Assim, pode-se definir a deformação ε'_{s2d} , para na sequência, com do diagrama tensão-deformação do aço, calcular a tensão atuante na armadura e , por fim, obter o valor de α' que resolve o problema.

O limite entre a zona B e O ocorre quando a armadura A_{s2} deixa de ser necessária. Logo, fazendo ρ_2 na equação (A.18) igual a zero, confirma-se que v é igual a κ_y . Aplicando esta relação na segunda equação adimensional de equilíbrio (A.17) pode-se obter a curva limitante mostrada na equação (A.21):

$$\mu_{B-O} = 0,5\kappa_h v - 0,5v^2 \quad (\text{A.21})$$

A.1.3 Zona C

Figura 59 - Seção dimensionada na Zona C



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d + A_{s1}\sigma_{s1d} - A_{s2}\sigma'_{s2d} - R_{cc} = 0 & (A.22) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_d + N_d e - A_{s2}\sigma'_{s2d}(h - 2d') - R_{cc}z = 0 & (A.23) \end{cases}$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\begin{cases} v = \kappa_5 + \rho_2\alpha' - \rho_1\alpha & (A.24) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu + v(1 - 0,5\kappa_h) = \kappa_3\kappa_z + \rho_2\alpha'(2 - \kappa_h) & (A.25) \end{cases}$$

A zona C apresenta, por definição, uma armadura comprimida (A_{s2}) e outra tracionada (A_{s1}). Novamente o número de incógnitas do problema é maior que o de equações e, portanto, deve-se arbitrar a posição da linha neutra. Adotou-se, por economia de materiais, que a linha neutra esteja posicionada no limite entre os domínios 3 e 4 (x_{lim}). Esta posição, para aços CA-50, está apontada na equação (A.26):

$$x = x_{\text{lim}} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} d \quad (\text{A.26})$$

Na zona C, Santos (1983) deixa de usar o diagrama retangular simplificado e passa a adotar o diagrama parábola-retângulo, definido no item 2.1.3. Esta aplicação, nesta zona específica, aconteceu pelo autor ter desenvolvido essas fórmulas ao longo de sua obra.

Na Figura 59, nota-se que a variável z representa a distância entre R_{cc} e R_{st} e não o braço de alavanca das resultantes interna do concreto, como é muito comum na bibliografia. O equilíbrio de momento foi feito em relação à armadura de tração.

Para trabalhar com o diagrama parábola-retângulo o autor introduz mais dois coeficientes adimensionais κ_5 e κ_z . Estes coeficientes representam as parametrizações das integrais do diagrama e, portanto, dependem do domínio em que a seção se encontra. Como na zona C foi estipulado o domínio 3, os coeficientes detêm os valores das equações (A.27) e (A.28):

$$\kappa_5 = \frac{R_{cc}}{bd} \quad (\text{A.27}) \quad \kappa_z = \frac{z}{d} \quad (\text{A.28})$$

Para o domínio 3, estes coeficientes são função apenas de x (ou κ_x):

$$\kappa_5 = \frac{17}{21} \kappa_x \quad (\text{A.29}) \quad \kappa_z = 1 - \frac{99}{238} \kappa_x \quad (\text{A.30})$$

Com a introdução destes novos coeficientes e o coeficiente α que é a razão entre a tensão de tração de cálculo na armadura e a tensão de compressão do concreto, podem-se escrever as equações adimensionais de equilíbrio (A.24) e (A.25).

No domínio 3, a armadura de tração está no escoamento e, portanto, a tensão atuante é a tensão de escoamento de cálculo (f_{yd}). Por outro lado, a tensão na armadura de compressão deve ser calculada em função da sua deformação. Isolando as taxas de armadura (ρ_1 e ρ_2) nas equações (A.24) e (A.25) foi possível resolver o problema:

$$\rho_1 = \frac{\mu - \nu(1 - 0,5\kappa_h) + \kappa_5(2 - \kappa_h - \kappa_z)}{\alpha(2 - \kappa_h)} \quad (\text{A.31})$$

$$\rho_2 = \frac{\mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) - \kappa_5\kappa_z}{\alpha'(2 - \kappa_h)} \quad (\text{A.32})$$

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

O limite entre a zona C e B ocorre quando $\rho_1 = 0$ na equação (A.31). Deve-se isolar μ para obter a equação, em função de v , que representa a reta limitante entre as zonas:

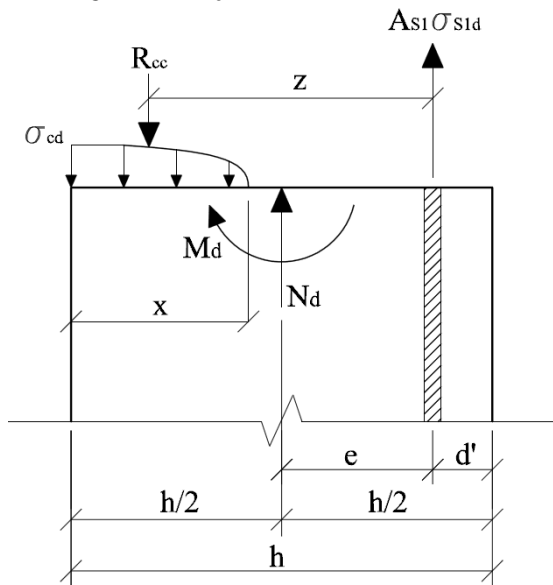
$$\mu_{B-C} = v(1 - 0,5\kappa_h) - \kappa_5(2 - \kappa_h - \kappa_z) \quad (\text{A.33})$$

O limite entre a zona C e D ocorre quando $\rho_2 = 0$ na equação (A.32). Neste caso, deve-se novamente isolar μ para obter a equação da reta limitante, também em função de v :

$$\mu_{C-D} = -v(1 - 0,5\kappa_h) + \kappa_5\kappa_z \quad (\text{A.34})$$

A.1.4 Zona D

Figura 60 - Seção dimensionada na Zona D



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d + A_{s1}\sigma_{s1d} - R_{cc} = 0 & (\text{A.35}) \\ M_d + N_d e - R_{cc} z = 0 & (\text{A.36}) \end{cases}$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\begin{cases} v = \kappa_5 - \rho_1 \alpha & (A.37) \\ \mu + v(1 - 0,5\kappa_h) = \kappa_5 \kappa_z & (A.38) \end{cases}$$

A zona D dispõe de somente uma armadura tracionada. As equações são as mesmas da zona C, desde que a As_2 seja igual a zero. O equilíbrio de momentos foi verificado em relação ao centro da armadura. A primeira equação de equilíbrio adimensional (A.37) fornece diretamente a taxa de armadura ρ_1 :

$$\rho_1 = \frac{\kappa_5 - v}{\alpha} \quad (A.39)$$

Para determinar o valor de κ_5 deve-se utilizar a segunda equação (A.38). Nesta pode-se encontrar o valor de x e, portanto, de κ_x . Determinado κ_x pode-se encontrar o domínio de deformação. Para cada domínio pode-se obter κ_5 que é função somente de κ_x , para concretos do grupo I de resistência e aço CA-50.

$$\kappa_x \leq \frac{1}{6} \quad \kappa_5 = \frac{5\kappa_x^2(3-8\kappa_x)}{3(1-\kappa_x)^2} \quad (A.40)$$

$$\frac{1}{6} \leq \kappa_x \leq \frac{3,5}{13,5} \quad \kappa_5 = \frac{16\kappa_x - 1}{15} \quad (A.41)$$

$$\kappa_x \geq \frac{3,5}{13,5} \quad \kappa_5 = \frac{17}{21} \kappa_x \quad (A.42)$$

Como a zona C foi dimensionada para κ_{xlim} , a zona D trabalhará com $\kappa_x \leq \kappa_{xlim}$, portanto, pode-se afirmar que a tensão na armadura é igual à tensão de escoamento do aço.

O limite entre a zona D e O ocorre quando a taxa ρ_1 deixa de ser necessária, logo, pela equação (A.37) obtêm-se que $v = \kappa_5$:

$$v_{D-O} = \kappa_5 \quad (A.43)$$

O limite de O com as demais zonas foi deduzido anteriormente:

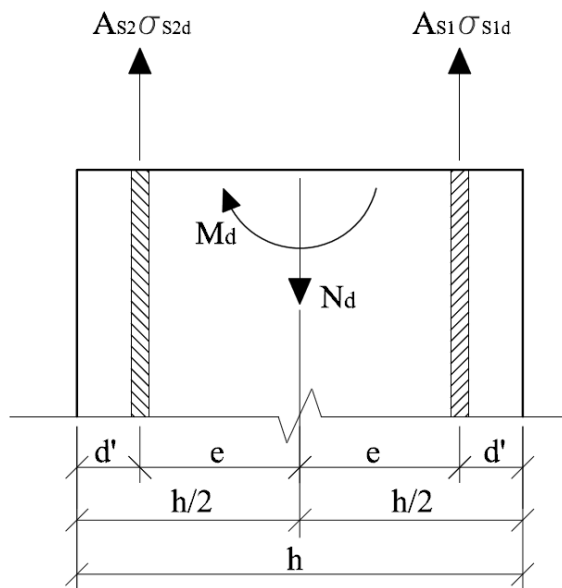
$$\mu_{D-O} = 0,5\kappa_h v - 0,5v^2 \quad (A.44)$$

A.1.5 Zona O

Teoricamente, na zona O, não é necessária armadura. Nesta zona, a seção de concreto foi superdimensionada, ou seja, os esforços solicitantes são muito pequenos para a seção adotada, de forma que o próprio concreto resiste aos esforços. De qualquer maneira, para uso em projeto, devem-se adotar as armaduras mínimas para pilares, prescritas no item 17.3.5.3.1 da ABNT NBR 6118:2014.

A.1.6 Zona E

Figura 61 - Seção dimensionada na Zona E



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d - (A_{s1} + A_{s2})f_{yd} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.45})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_d - N_d e + A_{s2} f_{yd} (h - 2d') = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A.46})$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = (\rho_1 + \rho_2)\alpha \end{array} \right. \quad (\text{A.47})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu - v(1 - 0,5\kappa_h) = -\alpha\rho_2(2 - \kappa_h) \end{array} \right. \quad (\text{A.48})$$

O equacionamento da zona E aparece neste item para seguir a metodologia proposta por Santos (1983). O escopo do presente trabalho é limitado à flexo-compressão normal e, portanto, nunca se enquadrarão na zona E de armaduras assimétricas.

Na zona E, ambas as armaduras estão tracionadas. Como este seria mais um caso de multiplicidade de soluções, adotou-se que as duas armaduras trabalhem no escoamento. Esta condição é válida para qualquer reta, que partindo do alongamento máximo de 10%, produza um alongamento de, no mínimo, ε_{yd} em A_{s2} .

Desta forma, podem-se escrever as equações de equilíbrio e as equações de equilíbrio adimensionais. Resolvendo o sistema das equações adimensionais (A.47) e (A.48), isolam-se as taxas de armaduras ρ_1 e ρ_2 :

$$\rho_1 = \frac{v(1 - 0,5\kappa_h) + \mu}{\alpha(2 - \kappa_h)} \quad (\text{A.49})$$

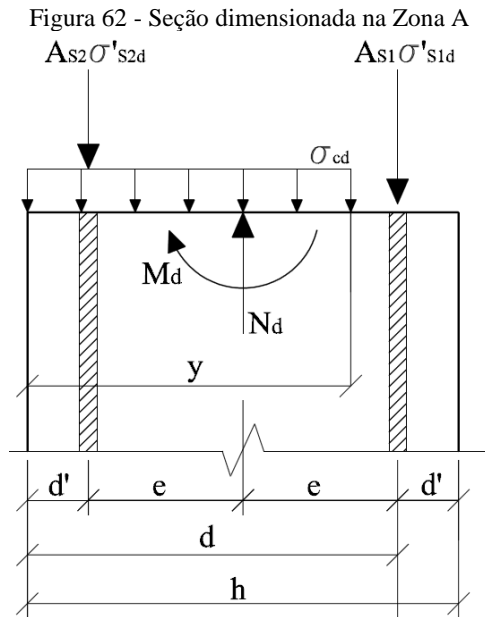
$$\rho_2 = \frac{v(1 - 0,5\kappa_h) - \mu}{\alpha(2 - \kappa_h)} \quad (\text{A.50})$$

Para finalizar o traçado das zonas de solicitação assimétricas, resta somente definir o limite entre a zona E e D. Este ocorre quando $\rho_2 = 0$ na equação (A.48), isolando μ tem-se:

$$\mu_{E-D} = v(1 - 0,5\kappa_h) \quad (\text{A.51})$$

A.2 ARMADURAS SIMÉTRICAS

A.2.1 Zona A Simétrica



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\left\{ N_d - A_s(\sigma'_{s1d} + \sigma'_{s2d}) - \sigma_{cd} b y = 0 \right. \quad (\text{A.52})$$

$$\left\{ M_d + A_s \sigma'_{s1d} e - A_s \sigma'_{s2d} e - \sigma_{cd} b y \left(\frac{h}{2} - \frac{y}{2} \right) = 0 \right. \quad (\text{A.53})$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\left\{ \nu = \rho(\alpha'_1 + \alpha'_2) + \kappa_y \right. \quad (\text{A.54})$$

$$\left\{ \mu = \rho(\alpha' - \alpha'_1)(1 - 0,5\kappa_h) + 0,5\kappa_y(\kappa_h - \kappa_y) \right. \quad (\text{A.55})$$

Na zona A simétrica, ambas as armaduras são comprimidas, situação que contempla os domínios 4a e 5 da ABNT NBR 6118:2014. O índice 1 refere-se à armadura menos comprimida e o índice 2 a mais comprimida. A linha (') reforça que se trata de compressão.

Para que as armaduras estejam comprimidas é necessário que $x > d$, que corresponde a $\kappa_x > 1$. No caso limite, $x = d$ resulta em $\varepsilon'_{1sd} = 0$, logo, $\sigma'_{1sd} = 0$ e a armadura A_{s1} não contribuiria para resistir os esforços solicitantes.

Para resolver problemas relativos à zona A simétrica será adotado o diagrama retangular simplificado de tensões do concreto com $y = \lambda x$, sabendo que $\kappa_y \geq \lambda$.

Da primeira equação de equilíbrio adimensional (A.54) pode-se retirar diretamente a taxa de armadura ρ :

$$\rho = \frac{v - \kappa_y}{\alpha'_1 + \alpha'_2} \quad (\text{A.56})$$

Para resolver o problema, o autor introduz uma nova variável adimensional (Ω) dada pela equação (A.57):

$$\Omega = \frac{(\sigma'_{s2d} - \sigma'_{s1d})}{\sigma'_{s2d} + \sigma'_{s1d}} (1 - 0,5\kappa_h) \quad (\text{A.57})$$

Por fim, adicionando a primeira na segunda equação adimensional e ainda inserindo a variável Ω (A.57) chega-se à seguinte expressão:

$$\Omega v - \mu = 0,5\kappa_y^2 - \kappa_y (0,5\kappa_h - \Omega) \quad (\text{A.58})$$

Esta relação tem que ser válida para o cálculo dentro da zona A simétrica.

Para poder encontrar o valor da taxa de armadura ρ é necessário recorrer a um processo iterativo. Santos (1983) recomenda que a iteração seja realizada a partir da deformação do concreto na borda menos comprimida ε'_{c1} .

Para proceder às iterações deve-se adotar um valor de ε'_{c1} , em seguida, com as equações de compatibilidade e de deformações, deve-se encontrar a posição da linha neutra x . A partir da posição da linha neutra obtêm-se as deformações nas duas armaduras ε'_{s1d} e ε'_{s2d} , e com as deformações calculam-se as tensões em ambas as armaduras, com base no diagrama tensão-deformação do aço. Por fim, calcula-se o coeficiente Ω . Assim, pode-se verificar a convergência dos valores para F pela equação (A.59):

$$F = \Omega v - \mu - 0,5\kappa_y^2 + \kappa_y (0,5\kappa_h - \Omega) = 0 \quad (\text{A.59})$$

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Quando F for igual a zero ou próximo de zero (dependendo da precisão exigida), a convergência foi obtida e pode-se calcular a taxa de armadura com os valores de κ_y , α'_1 e α'_2 , utilizando (A.56).

O limite entre a zona A e C ocorre quando a armadura menos comprimida passa a ser tracionada. O limite para essa inversão de esforços ocorre quando $x = d$ e, portanto, $\kappa_y = \lambda$. Sabe-se que na situação limite $\alpha'_1 = 0$, em um concreto do grupo I de resistência ($\lambda = 0,8$), pode-se obter as seguintes relações a partir das equações (A.55) e (A.57):

$$\rho = \frac{\nu - 0,8}{\alpha'_2} \quad (\text{A.60})$$

$$\Omega = 1 - 0,5\kappa_h \quad (\text{A.61})$$

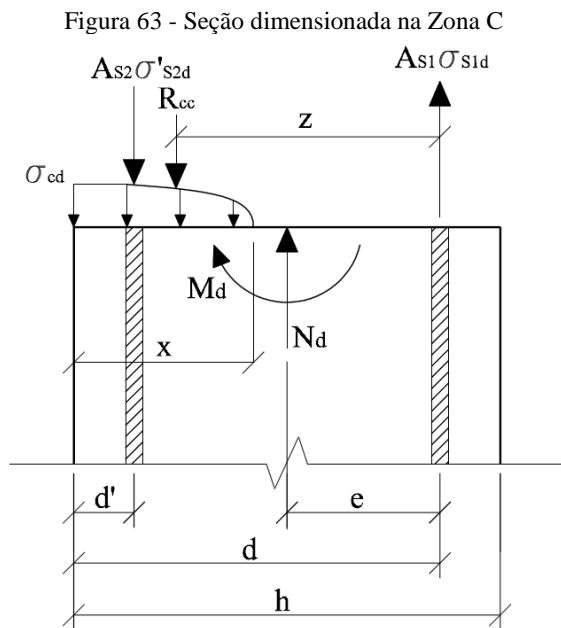
Com esses valores aplicados na equação de compatibilidade tira-se que o limite entre as zonas A e C simétricas é dado pela seguinte expressão:

$$\mu_{A-C} = \nu(1 - 0,5\kappa_h) + 0,8\kappa_h - 1,12 \quad (\text{A.62})$$

Outro limite entre zonas ocorre na curva que divide a zona A da zona O. Na zona O, não há teoricamente necessidade de armadura, logo, $\rho = 0$. Impondo essa condição na equação de dimensionamento da zona A simétrica (A.54) se obtém que $\nu = \kappa_y$. Por fim, aplica-se essa igualdade na equação (A.55) e considera-se novamente $\rho = 0$, assim, encontra-se a equação da curva que descreve o comportamento da zona O:

$$\begin{aligned} \mu_{A-O} &= 0,5\kappa_y(\kappa_h - \kappa_y) \\ \mu_{A-O} &= 0,5\nu(\kappa_h - \nu) \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

A.2.2 Zona C simétrica



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d = R_{cc} - A_s(\sigma_{sd} - \sigma'_{sd}) \end{array} \right. \quad (\text{A.64})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_d + N_d e = A_s \sigma'_{sd} (d - d') + R_{cc} z \end{array} \right. \quad (\text{A.65})$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu = \kappa_5 - \rho(\alpha - \alpha') \end{array} \right. \quad (\text{A.66})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) = \rho\alpha'(2 - \kappa_h) + \kappa_5\kappa_z \end{array} \right. \quad (\text{A.67})$$

A zona C simétrica é caracterizada por possuir uma armadura tracionada e outra comprimida, abrangendo os domínios 4, 3 e grande parte do domínio 2 da ABNT NBR 6118:2014. Em outras palavras, a zona C simétrica é válida para valores de κ_x variando de $\kappa_h - 1$ até 1.

A zona C simétrica, demonstrada por Santos (1983), possui duas características fundamentais em sua análise. A primeira é que, para esta zona particularmente, o autor adotou o diagrama parábola-retângulo de

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

tensões do concreto. A segunda consideração diz respeito à necessidade de se avaliar, nesta zona, quando ocorre $\alpha = \alpha'$.

Não é objetivo de este trabalho demonstrar as deduções das integrais do diagrama parábola-retângulo do concreto, portanto, pequenas diferenças de resultados se comparados com outros métodos de dimensionamento podem ser explicadas nessas aproximações existentes entre as duas formas de considerar a distribuição de tensões do concreto.

A análise do equacionamento será feita primeiramente para a condição de $\alpha \neq \alpha'$. Nesta situação partindo-se da equação de equilíbrio adimensional (A.66) pode-se escrever:

$$\rho = \frac{\kappa_5 - \nu}{\alpha - \alpha'} \quad (\text{A.68})$$

Neste caso, sabe-se que κ_5 é função de κ_x para os diversos domínios. As variáveis α e α' também dependem das tensões nas armaduras, que dependem das deformações das armaduras e, por fim, também dependem da posição da linha neutra x (ou κ_x). Logo, no caso $\alpha \neq \alpha'$, o dimensionamento deve ser um processo iterativo partindo de κ_x até se obter convergência na equação (A.69), advinda da segunda equação de equilíbrio adimensional (A.67).

$$F = \mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) - (\kappa_5 - \nu) \frac{\alpha'}{\alpha - \alpha'} (2 - \kappa_h) - \kappa_5 \kappa_z = 0 \quad (\text{A.69})$$

Verificada a convergência, fazendo $F = 0$ na equação (A.69), se pode confirmar o valor real de κ_x . A partir deste, com estes os valores de κ_5 , α , α' permite-se calcular a taxa de armadura ρ que resolve o problema.

Volta-se a atenção agora para o caso em que $\alpha = \alpha'$. Esta condição pode ocorrer de duas formas distintas. A primeira refere-se à simetria de deformações, ou seja, o caso específico de $x = h/2$. A segunda ocorre quando ambas as armaduras possuem deformação superior a ε_{yd} e, portanto, apresentam tensão de f_{yd} .

Como $\nu = \kappa_5$ quando $\alpha = \alpha'$ e κ_5 é função de x para cada domínio, pode-se determinar a faixa de valores de ν para que $\alpha = \alpha'$. Santos (1983) fez esta análise variando os valores de κ_h , sendo que os valores obtidos para aço CA-50 estão exibidos na Tabela 19.

Tabela 19 - Valores de v para $\alpha = \alpha'$ para aço CA-50

κ_h	v	
1,01	0,1251	$\leq v \leq$ 0,5086
1,02	0,1340	$\leq v \leq$ 0,5086
1,03	0,1428	$\leq v \leq$ 0,5086
1,04	0,1516	$\leq v \leq$ 0,5086
1,05	0,1605	$\leq v \leq$ 0,5086
1,06	0,1693	$\leq v \leq$ 0,5086
1,07	0,1782	$\leq v \leq$ 0,5086
1,08	0,1870	$\leq v \leq$ 0,5086
1,09	0,1958	$\leq v \leq$ 0,5086
1,10	0,2047	$\leq v \leq$ 0,5086
1,11	0,2180	$\leq v \leq$ 0,5086
1,12	0,2378	$\leq v \leq$ 0,5086
1,14	0,2775	$\leq v \leq$ 0,5086
1,15	0,2973	$\leq v \leq$ 0,5086
1,16	0,3171	$\leq v \leq$ 0,5086
1,18	0,3567	$\leq v \leq$ 0,5086
1,20	0,3964	$\leq v \leq$ 0,5086
1,22	0,4360	$\leq v \leq$ 0,5086
1,24	0,4757	$\leq v \leq$ 0,5086
1,25	0,4955	$\leq v \leq$ 0,5086
1,26		$v =$ 0,5100
1,28		$v =$ 0,5181
1,30		$v =$ 0,5262

Fonte: SANTOS (1983)

Na prática, para a resolução do problema, deve-se arbitrar $v = \kappa_5$, sendo que κ_5 determina κ_x para cada domínio, então se avalia de $\alpha = \alpha'$. Se $\alpha = \alpha'$, então o valor de κ_x está correto e pode-se calcular ε_{sd} , σ_{sd} , α , κ_z (função de κ_x para cada domínio) e a taxa ρ advinda da segunda equação de equilíbrio adimensional (A.67).

$$\rho = \frac{\mu + v(1 - 0,5\kappa_h) - \kappa_5\kappa_z}{\alpha(2 - \kappa_h)} \quad (\text{A.70})$$

Caso $\alpha = \alpha'$ não seja confirmado, pela Tabela 19 ou pelos cálculos acima, deve-se proceder por iterações, conforme relatado anteriormente.

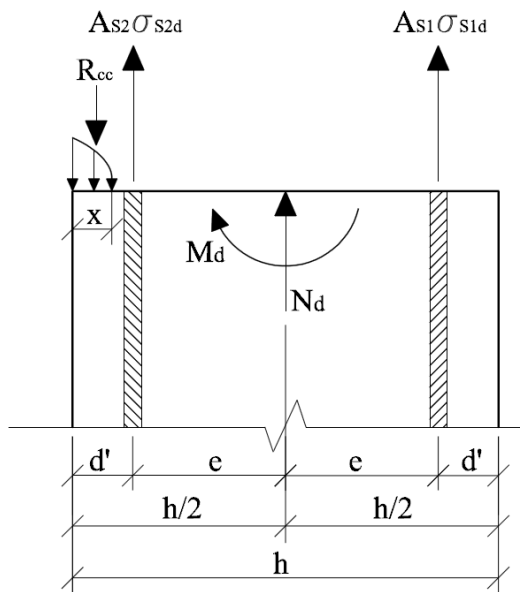
O limite entre as zonas C e E acontece quando a armadura comprimida passa a ser tracionada, visto que isso ocorre quando $x = d'$. Com α_2 igual a zero na (A.69) resulta-se no limite entre as zonas, que pode ser escrito conforme equação (A.71):

$$\mu_{C-E} = -\nu(1 - 0,5\kappa_h) + \kappa_5\kappa_z \quad (\text{A.71})$$

Para a equação acima, κ_5 e κ_z têm valores correspondentes ao domínio 2, onde $\kappa_x = \kappa_h - 1$. O limite entre as zonas C e O ocorre na mesma equação anteriormente deduzida da curva correspondente à zona O.

A.2.3 Zona E simétrica

Figura 64 - Seção dimensionada na Zona E



Fonte: SANTOS (1983)

Equações de equilíbrio:

$$\{ N_d + A_s(\sigma_{s1d} + \sigma_{s2d}) - R_{cc} = 0 \quad (\text{A.72})$$

$$\{ M_d + N_d e + A_s \sigma_{s2d} (d - d') - R_{cc} z = 0 \quad (\text{A.73})$$

Equações de equilíbrio adimensionais:

$$\{ \nu = \kappa_5 - \rho(\alpha_1 + \alpha_2) \quad (\text{A.74})$$

$$\{ \mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) = \kappa_5\kappa_z - \rho\alpha_2(2 - \kappa_h) \quad (\text{A.75})$$

A zona E simétrica caracteriza-se por duas armaduras tracionadas. Esta característica é possível para peças submetidas à flexo-compressão normal, somente para $x < d'$, e, portanto, só existe no domínio 2.

A taxa de armadura é obtida da primeira equação adimensional (A.74):

$$\rho = \frac{\kappa_5 - \nu}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (\text{A.76})$$

Substituindo a formulação acima na equação (A.75):

$$\mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) = \kappa_5\kappa_z - \frac{(\kappa_5 - \nu)}{\alpha_1 + \alpha_2}\alpha_2(2 - \kappa_h) \quad (\text{A.77})$$

Assim, pode-se escrever uma equação para a convergência (A.78), em função de um parâmetro adicional F, que deve ser zerado.

$$F = \mu + \nu(1 - 0,5\kappa_h) - \kappa_5\kappa_z + \frac{(\kappa_5 - \nu)}{\alpha_1 + \alpha_2}\alpha_2(2 - \kappa_h) \quad (\text{A.78})$$

Para fazer o dimensionamento, devem-se arbitrar valores de κ_x até zerar F. Quando isso ocorrer, dentro da precisão adotada, calcula-se κ_5 e as deformações da armadura, que conduzem as tensões e, posteriormente, aos coeficientes α_1 e α_2 . Desta forma, na equação (A.76), pode-se obter a taxa de armadura que resolve o problema.

APÊNDICE B - MÉTODO DO EQUILÍBRIO DIRETO

No item 2.2.6 da revisão bibliográfica, foi passada uma visão geral do método do equilíbrio direto. Neste apêndice são mostradas todas as formulações e equações para resolver o problema. A exposição está dividida em armaduras assimétricas e armaduras simétricas.

B.1 ARMADURAS ASSIMÉTRICAS

Dentro da solução com armaduras assimétricas existem ainda 3 situações possíveis.

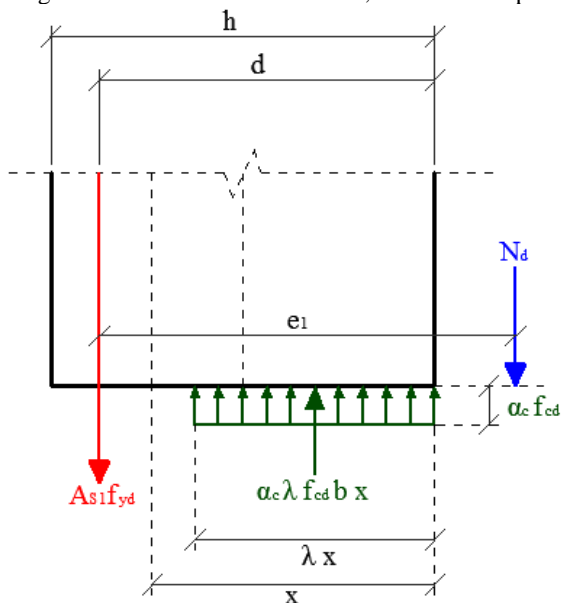
B.1.1 Flexo-compressão com grande excentricidade

Nesta situação a armadura inferior está tracionada e abrange os domínios 2 e 3 da ABNT NBR 6118:2014. Dessa forma, utilizou-se armadura simples (tracionada) ou dupla (uma tracionada e outra comprimida) para equilibrar os esforços solicitantes.

Para se obter uma solução econômica, deve-se trabalhar com a deformação dessa armadura de tração superior à ϵ_{yd} (tensão igual f_{yd}).

B.1.1.1 Armadura simples

Figura 65 - Grande excentricidade, armadura simples



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x - A_{s1} f_{yd} & (B.1) \\ N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) & (B.2) \end{cases}$$

O equilíbrio exposto acima tem duas equações e duas incógnitas (A_{s1} e x). Para garantir que tensão no aço seja superior a tensão de escoamento, deve-se fazer $x \leq x_{lim}$. Portanto, $N_d \cdot e_1 \leq M_{dlim}$:

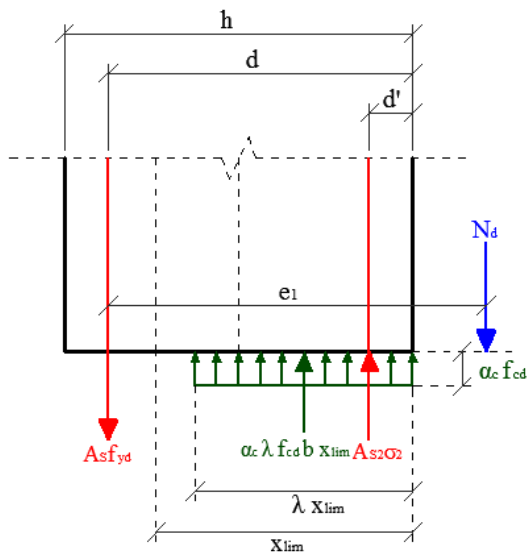
$$M_{dlim} = \alpha_c \lambda f_{cd} b x_{lim} (d - 0,5 \lambda x_{lim}) \quad (B.3)$$

B.1.1.2 Armadura dupla

Inicialmente se fixa $x = x_{lim}$:

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 66 - Grande excentricidade, armadura dupla



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x_{lim} + A_{s2} \sigma_2 - A_{s1} f_{yd} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

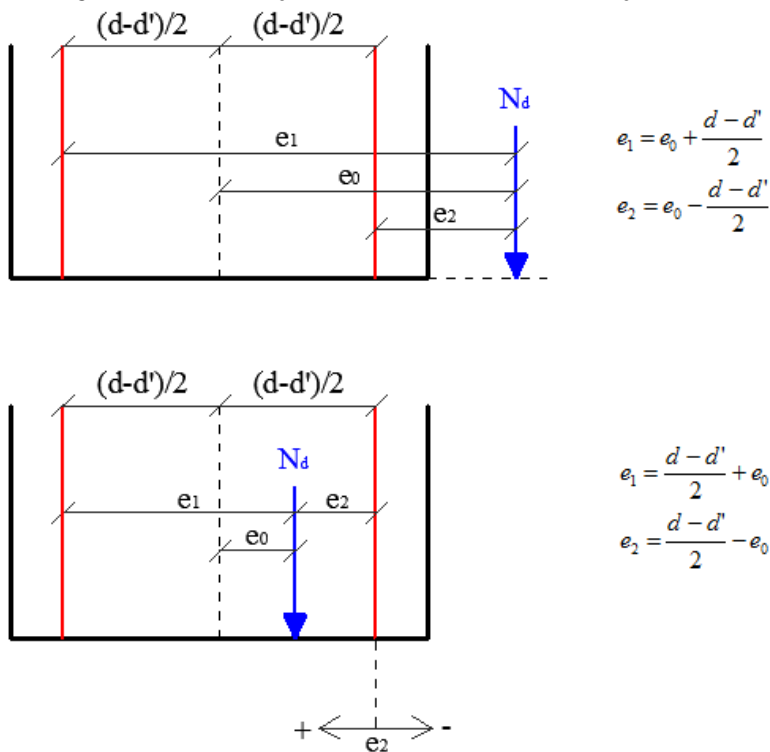
$$\begin{cases} N_d e_1 = M_{dlim} + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

O equilíbrio acima também apresenta duas equações e duas incógnitas (A_{s1} e A_{s2}). Porém, antes de se resolver o problema, deve-se obter o valor de σ_2 a partir da deformação ε_2 :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu} \frac{x_{lim} - d'}{x_{lim}} \quad (\text{B.6})$$

Considerações sobre as excentricidades:

Figura 67 - Considerações sobre a excentricidade da força normal



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

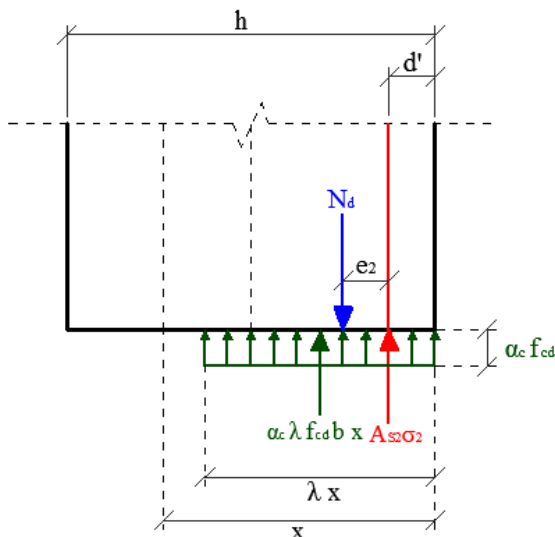
Transição entre pequena e grande excentricidade:

- Se $e_0 > \frac{(d-d')}{2}$, então se trata de FCGE.
- Se $e_0 < \frac{(d-d')}{2}$ então $e_2 < \frac{\alpha_c \lambda f_{cd} b x_{lim} (0,5\lambda x_{lim} - d')}{N_d}$ trata-se de FCPE.

B.1.2 Flexo-compressão com pequena excentricidade

Nesta situação o equilíbrio é alcançado somente com uma armadura de compressão ($A_{s1} = 0$), o que corresponde aos domínios 4, 4a e 5, conforme item 2.1.4 deste trabalho.

Figura 68 - Pequena excentricidade



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_{s2} \sigma_2 & (B.7) \\ N_d e_2 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5 \lambda x - d') & (B.8) \end{cases}$$

Duas equações e duas incógnitas (x e A_{s2}). Roteiro:

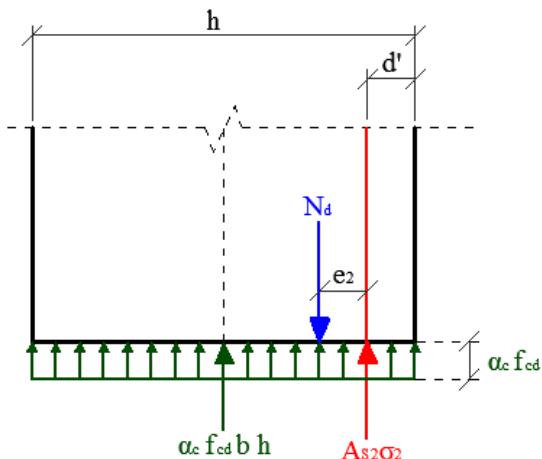
- Calcular x na segunda equação (B.8).
- Verificar se o valor de x corresponde a um dos domínios corretos (4, 4a e 5).
- Calcular ε_2 e σ_2 .

Obter A_{s2} pela primeira equação (B.7).

Transição entre pequena excentricidade e compressão composta:

O valor de x pode ir aumentando até que toda a seção esteja comprimida pelo diagrama retangular equivalente ($x = h/\lambda$). Depois desse limite, a tensão máxima do concreto está constante em toda a seção transversal. O momento máximo que a seção pode resistir, sem adição da armadura A_{s1} , está retratado abaixo.

Figura 69 - Limite entre pequena excentricidade e compressão composta



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$N_d e_2 = \alpha_c f_{cd} b h (0,5h - d')$$

$$e_2 = \frac{\alpha_c f_{cd} b h (0,5h - d')}{N_d} \quad (\text{B.9})$$

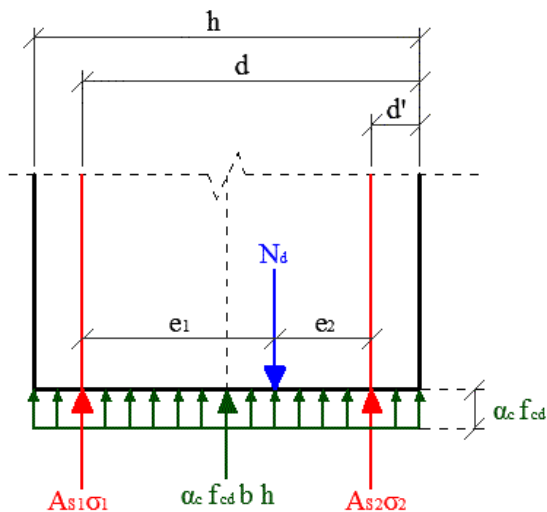
Para aumentar o momento resistente seria necessário acrescentar uma armadura A_{s1} . Assim, a excentricidade e_2 máxima para flexo-compressão de pequena excentricidade é:

$$e_2 < \frac{\alpha_c f_{cd} b h (0,5h - d')}{N_d} \quad (\text{B.10})$$

B.1.3 Compressão composta

Trata dos demais casos, ou seja, quando existem duas armaduras comprimidas, caso exclusivo do domínio 5 de deformações.

Figura 70 - Compressão composta



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d e_1 = \alpha_c f_{cd} b h (d - 0,5h) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \\ N_d e_2 = \alpha_c f_{cd} b h (0,5h - d') + A_{s1} \sigma_1 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

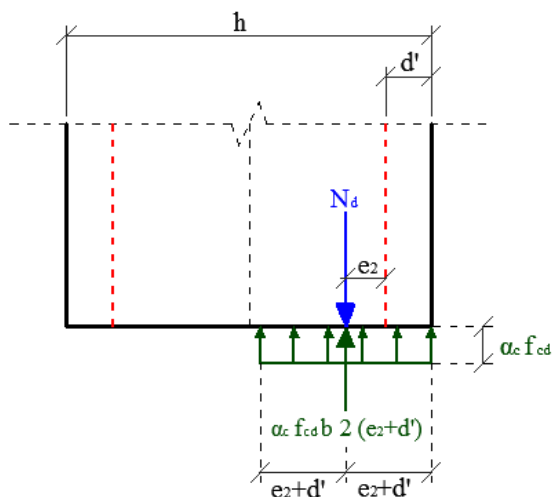
$$\begin{cases} N_d e_1 = \alpha_c f_{cd} b h (d - 0,5h) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \\ N_d e_2 = \alpha_c f_{cd} b h (0,5h - d') + A_{s1} \sigma_1 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Duas equações e três incógnitas (x , A_{s1} e A_{s2}). Roteiro:

- σ_1 e σ_2 dependem de x .
- adotar $x = +\infty$ (reta b da ABNT NBR 6118:2014).
- $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_{c2}$.

Situação onde não é necessária armadura (teoricamente):

Figura 71 - Situação com armadura teórica nula



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$N_d < 2 \alpha_c f_{cd} b (e_2 + d')$$

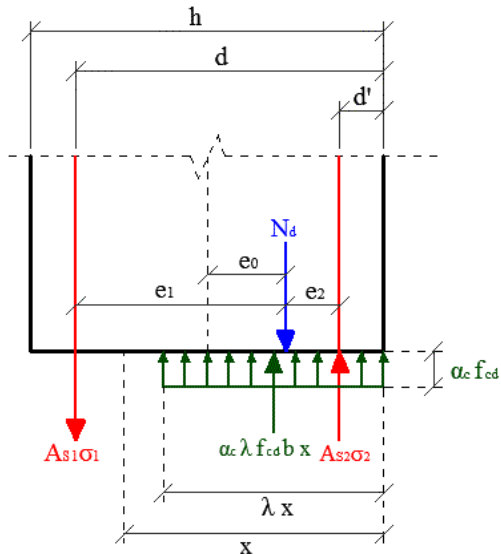
$$e_2 \geq \frac{N_d}{2 \alpha_c f_{cd} b} - d' \quad (B.13)$$

Embora na situação descrita não fosse necessária à colocação de armadura no pilar, a norma ABNT NBR 6118:2014 prescreve armaduras mínimas para todos os casos.

B.2 ARMADURAS SIMÉTRICAS

Neste caso, tem-se a premissa que a $A_{s1} = A_{s2} = A_s$. A principal vantagem desse tipo de arranjo é evitar a inversão das armaduras na montagem *in loco*. Nas situações práticas de projetos, nas quais existem diversas combinações, normalmente ocorrem casos de solicitações alternadas (inversões do sentido dos momentos solicitantes), fazendo com que essa solução se torne até mais econômica, em comparação com o arranjo assimétrico.

Figura 72 - Situação genérica para armaduras simétricas



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_{s2} \sigma_2 - A_{s1} \sigma_1 & \text{(B.14)} \end{cases}$$

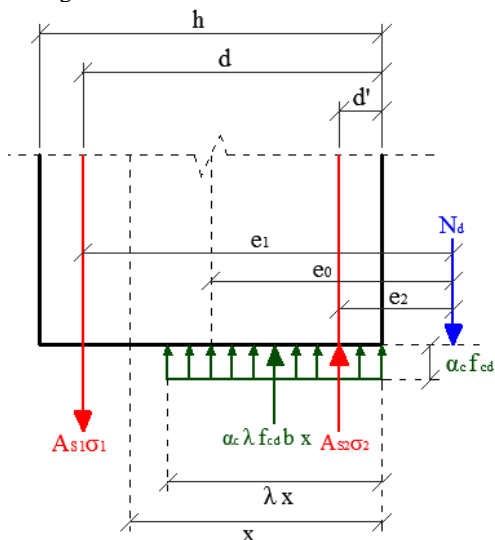
$$\begin{cases} N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') & \text{(B.15)} \end{cases}$$

As incógnitas são x , A_{s1} e A_{s2} , portanto existem várias formas de equilibrar a seção. A maior dificuldade é que as tensões (σ_1 e σ_2) dependem da posição x , fazendo com que a solução não possa ser obtida diretamente, sendo necessário recorrer a métodos iterativos.

Os casos possíveis para armaduras simétricas estão apresentados na Tabela 2.

B.2.1 Caso 1

Figura 73 - Caso 1 de armaduras simétricas



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_s (\sigma_2 - \sigma_1) \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{cases} N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

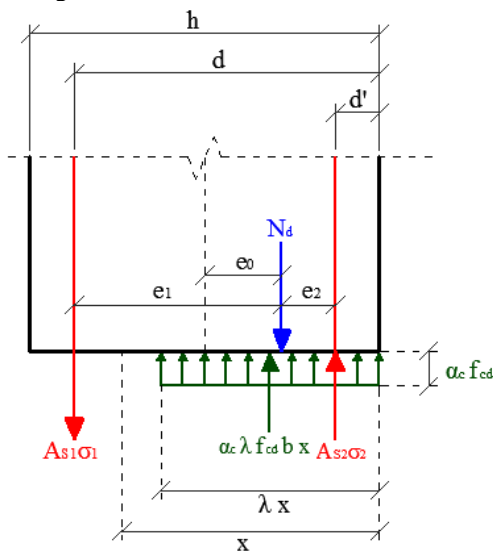
$$\begin{cases} N_d |e_2| = -\alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5 \lambda x - d') + A_{s1} \sigma_1 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

Transição caso 1 para caso 2:

O caso 1 ocorre quando o esforço normal está atuando fora das duas armaduras. Por equilíbrio, a armadura A_{s1} , obrigatoriamente, tem que estar tracionada ($x < d$). O caso 1 é identificado para um valor de $e_0 > (d - d')/2$ ou $e_2 < 0$, caso contrário trata-se de um dos demais casos.

B.2.2 Caso 2

Figura 74 - Caso 2 de armaduras simétricas



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_s (\sigma_2 - \sigma_1) \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

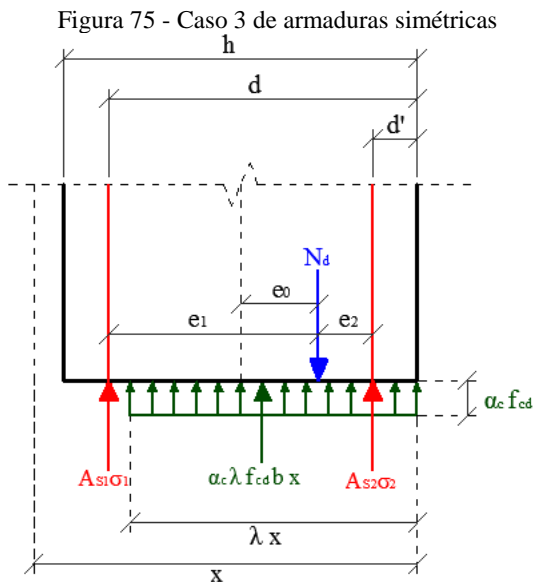
$$\begin{cases} N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{cases} N_d e_2 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5 \lambda x - d') - A_{s1} \sigma_1 (d - d') \end{cases} \quad (\text{B.21})$$

Quando o problema não se enquadrar no caso 1 ($e_2 < 0$), deve-se utilizar uma verificação adicional para identificar qual o caso correto, 2, 3 ou 4. A transição do caso 2 para o caso 3 ocorre quando $x = d$, logo $\sigma_1 = 0$. Nesse caso, a equação retorna:

$$\begin{aligned} N_d e_2 &= \alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5 \lambda x - d') - A_{s1} \sigma_1 (d - d') \\ N_d e_2^{2-3} &= \alpha_c \lambda f_{cd} b d (0,5 \lambda d - d') \\ e_2^{2-3} &= \frac{\alpha_c \lambda f_{cd} b d (0,5 \lambda d - d')}{N_d} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

B.2.3 Caso 3



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_s (\sigma_1 + \sigma_2) & (B.23) \\ N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') & (B.24) \\ N_d e_2 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5 \lambda x - d') + A_{s1} \sigma_1 (d - d') & (B.25) \end{cases}$$

A transição entre os casos 3 e 4 ocorre para $x = h/\lambda$:

Substituindo x por h/λ em (B.23) e considerando tensão do concreto nula em torno do centro geométrico da seção:

$$\begin{cases} N_d = \alpha_c f_{cd} b h + A_s (\sigma_2 + \sigma_1) & (B.26) \\ N_d e_0^{3-4} = A_s (\sigma_2 - \sigma_1) \left(\frac{d - d'}{2} \right) & (B.27) \end{cases}$$

Isolando A_s em (B.26) e substituindo em (B.27):

$$e_0^{3-4} = \left(1 - \frac{\alpha_c f_{cd} b h}{N_d} \right) \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \left(\frac{d - d'}{2} \right) \quad (\text{B.28})$$

Chega-se à seguinte relação para e_2 :

$$e_2^{3-4} = \left(\frac{d - d'}{2} \right) - e_0^{3-4} = \left(\frac{d - d'}{2} \right) \left[1 + \left(\frac{\alpha_c f_{cd} b h}{N_d} - 1 \right) \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1} \right) \right] \quad (\text{B.29})$$

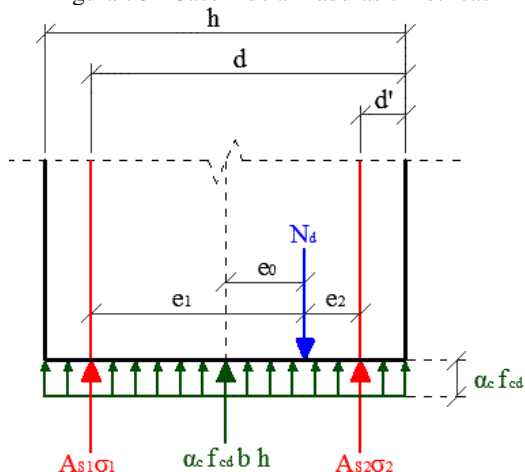
Processo iterativo para a solução dos casos 1, 2 ou 3:

- Arbitra-se x (x_{arb}).
- Calculam-se ε_1 , ε_2 .
- Calculam-se σ_1 , σ_2 .
- Calculam-se A_{s1} , A_{s2} com (B.25) e (B.24).
- Calcula-se um novo valor de x (x_{calc}) com (B.23), usando como A_s a armadura que tiver a menor variação em relação à iteração anterior (na primeira iteração, deve-se calcular duas vezes o valor de x e utilizar aquele que variar menos em relação ao valor arbitrado).

A convergência do processo ocorre quando $A_{s1} = A_{s2}$ e $x_{arb} = x_{calc}$ (as duas condições são verificadas simultaneamente).

B.2.4 Caso 4

Figura 76 - Caso 4 de armaduras simétricas



Fonte: CAMPOS FILHO (2014)

Equações de equilíbrio:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_s (\sigma_2 + \sigma_1) \end{array} \right. \quad (\text{B.30})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5h) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \end{array} \right. \quad (\text{B.31})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_d e_2 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (0,5h - d') + A_{s1} \sigma_1 (d - d') \end{array} \right. \quad (\text{B.32})$$

Processo iterativo para a solução do caso 4:

- Arbitra-se A_{s1} .
- Calcula-se σ_1 , utilizando a equação (B.32).
- Calcula-se ε_1 , utilizando a relação tensão-deformação do aço.
- Calcula-se x , utilizando uma relação de compatibilidade de deformações do domínio 5.
- Calcula-se ε_2 , utilizando outra relação de compatibilidade de deformações do domínio 5.
- Calcula-se σ_2 , utilizando a relação tensão-deformação do aço.
- Calcula-se A_{s2} , utilizando a equação (B.31).

A convergência do processo ocorre quando $A_{s1} = A_{s2}$.

APÊNDICE C - DESENVOLVIMENTO DE PROGRAMAS

Este capítulo tem por objetivo apresentar os programas abordados na revisão bibliográfica de forma resumida, de modo a apresentar as estratégias adotadas e focar em alguns casos julgados mais relevantes.

C.1 INTERFACE GENÉRICA DE ENTRADA DE DADOS

Uma tarefa recorrente na elaboração deste trabalho foi comparar os resultados do dimensionamento de pilares pelos métodos em estudo. Um mesmo pilar, com as mesmas solicitações (N_d e M_d), deve ser dimensionado pelo diferentes métodos. Para tornar esse procedimento mais ágil e menos sujeito a erros de entrada de dados, foi desenvolvida uma máscara padrão de entrada, ou seja, todos os programas desenvolvidos possuem os mesmos dados de entrada no mesmo formato, de modo a evitar erros nessa etapa.

C.2 MÉTODO DA PEQUENA E GRANDE EXCENRICIDADE

O método da pequena e grande excentricidade possui o cálculo direto, sem iterações, para os casos usuais, o que torna o programa relativamente simples. Inicialmente deve-se descobrir se o problema é de GE ou PE. Para GE, ainda é necessário descobrir se o domínio é 4a, pois este possui uma formulação específica.

Com base nos dados de entrada é possível saber em qual domínio o pilar se encontra, assim pode-se adotar a formulação correta. Para isto, é feita uma comparação com os valores limites, a partir de um parâmetro de cálculo M'_{sd} .

Para problemas de grande excentricidade são possíveis os domínios 2, 3, 4 e 4a. No domínio 4 a solução usual conduziria a peças superarmadas, portanto, opta-se pela resolução com armadura dupla, ou seja, é necessária uma armadura de compressão além da armadura usual de tração. Por fim, resolve-se o problema como flexão simples e adiciona-se o esforço normal na equação final da área de aço.

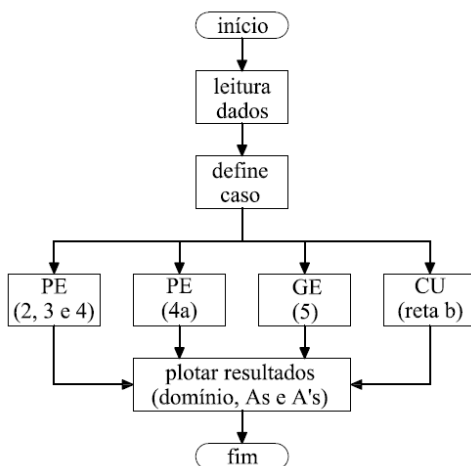
Para domínio 4a deve-se fazer uma verificação, válida para os casos usuais de pilares, que permite concluir que $\sigma'_{sd} = f_{yd}$. Assim, pode-se calcular a posição da linha neutra, desprezando a raiz negativa. Cabe verificar se a posição de x está entre d e h , que é característica deste domínio. Com o valor correto de x , pode-se resolver a equação de equilíbrio de forças e obter a área de aço que resolve o problema.

Para problemas de pequena excentricidade (domínio 5) existem duas possibilidades, a primeira ocorre quando nem toda a seção está comprimida pelo diagrama retangular simplificado ($x < h/\lambda$). Nesse caso, o programa obtém o devido equilíbrio e dimensiona as armaduras.

Por outro lado, quando toda a seção está comprimida, este método admite uma aproximação usual de que a seção esteja inteiramente comprimida com deformação de 2‰ (compressão uniforme), desta forma as armaduras são calculadas diretamente por duas expressões (2.22) e (2.24) mostradas na revisão bibliográfica.

A Figura 77 apresenta a estrutura utilizada no programa e na Figura 78 está mostrada a interface adotada.

Figura 77 - Estrutura do programa para o método da pequena e grande excentricidade



Fonte: Elaborada pelo autor

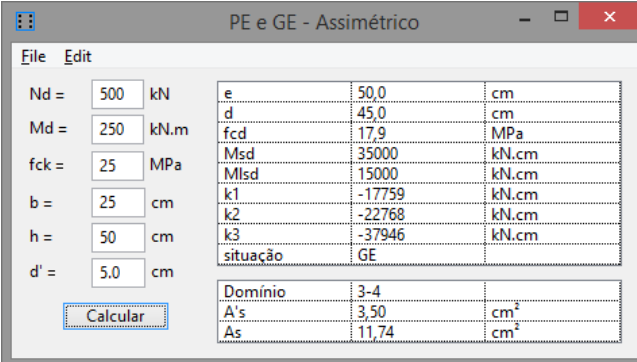
A estrutura do programa para pequena e grande excentricidade é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **define caso:** formulação para classificação do caso.
- **PE (2, 3 e 4):** primeiro caso, pequena excentricidade nos domínios 2, 3 e 4.
- **PE (4a):** segundo caso, pequena excentricidade no domínio 4a.
- **GE (5):** terceiro caso, grande excentricidade no domínio 5.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

- **CU (reta b):** quarto e último caso, compressão uniforme, “reta b” do diagrama de deformação da Figura 3.
- **plotar resultados:** recebe os dados do caso correto e exibe os resultados de domínio, área de aço inferior (A_s) e área de aço superior (A'_s).

Figura 78 - Interface do programa para o método da pequena e grande excentricidade



e	50,0	cm
d	45,0	cm
fcd	17,9	MPa
Msd	35000	kN.cm
Mlsd	15000	kN.cm
k1	-17759	kN.cm
k2	-22769	kN.cm
k3	-37946	kN.cm
situação	GE	
Domínio	3-4	
A's	3,50	cm ²
As	11,74	cm ²

Fonte: Elaborada pelo autor

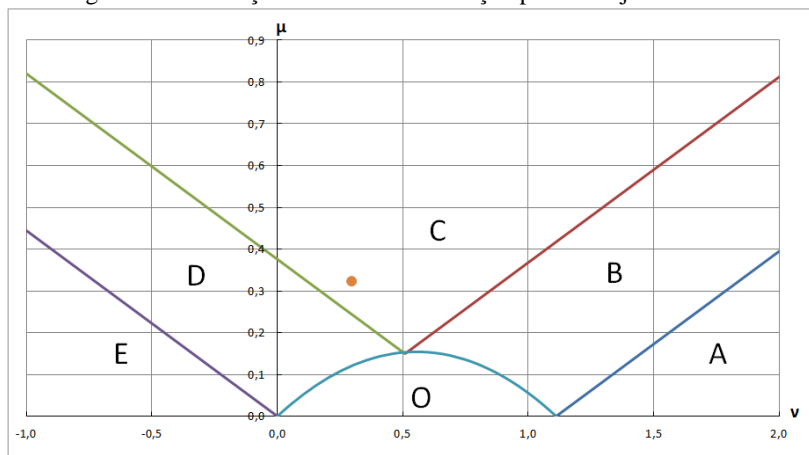
C.3 MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO COM ARRANJO ASSIMÉTRICO

No método das zonas de solicitação para armaduras assimétricas pode-se notar a diferença de complexidade em relação ao método anterior. Para a resolução por este método deve-se inicialmente fazer o traçado dos limites entre as zonas de solicitação. Este traçado é obtido a partir das características da seção e do tipo de aço (neste trabalho utilizou-se somente aço CA-50, conforme ABNT NBR 7480:2007). Um exemplo de traçado está ilustrado na Figura 79.

Após o traçado dos limites entre as zonas, deve-se descobrir em qual zona o pilar está enquadrado. Foram realizadas as deduções algébricas, de modo a obter analiticamente a zona correta. O programa calcula os parâmetros de entrada no gráfico (v e μ), em seguida divide o gráfico em intervalos de v e, por fim, determina se o μ está acima ou abaixo das curvas que fazem parte daquele intervalo. É sempre interessante entender as diferenças conceituais entre as zonas de solicitação para compreender como o pilar está se comportando frente aos esforços solicitantes.

A Figura 79 exibe o gráfico de traçado das zonas de sollicitação para uma seção com os seguintes dados: $f_{ck} = 25$ MPa, $b = 25$ cm, $h = 50$ cm e $d' = 5$ cm.

Figura 79 - Definição da zona de sollicitação para arranjo assimétrico



Fonte: Elaborada pelo autor

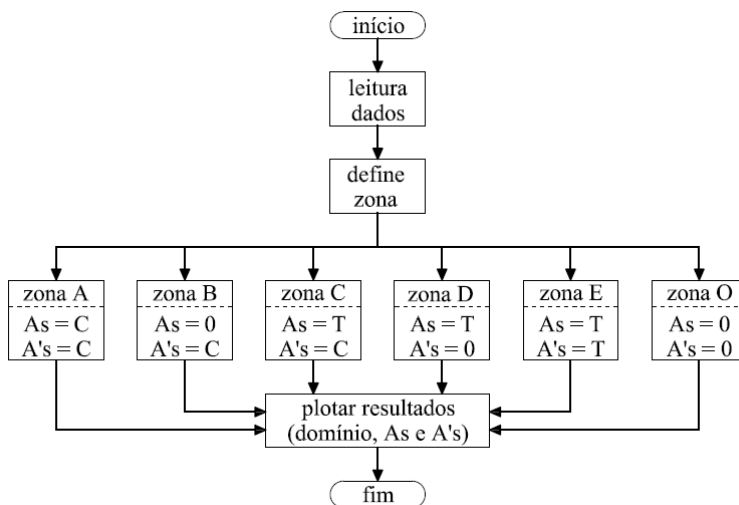
Observa-se que, neste caso, com os parâmetros de $v = 0,29$ e $\mu = 0,33$, a zona correta é a C. A solução adotada para a identificação da zona de sollicitação propicia ao usuário uma interação com a ferramenta. O usuário pode compreender como ocorre a mudança de zona e em que faixa de valores o pilar se encontra, além de estimular a troca dos dados de entrada em busca de soluções econômicas.

Definida a zona, o programa adota sua formulação específica, ou seja, cada zona de sollicitação corresponde a um procedimento diferente de cálculo, conforme pode ser observado na estrutura do programa da Figura 80.

As formulações deste método, para cada zona, seguem o mesmo roteiro: descobrir quais as deformações das armaduras pelas equações de compatibilidade, calcular a relação entre a tensão nas armaduras e a tensão no concreto, utilizar essas relações de tensões para encontrar uma taxa de armadura e, conseqüentemente, uma área de aço que resolve o problema.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 80 - Estrutura do programa para o método das zonas de solicitação (assimétrico)



Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **define zona:** formulação para classificação da zona correta.
- **zona A:** calcula duas armaduras comprimidas.
- **zona B:** calcula somente uma armadura comprimida.
- **zona C:** calcula uma armadura comprimida e outra tracionada.
- **zona D:** calcula somente uma armadura tracionada.
- **zona E:** calcula duas armaduras tracionadas.
- **zona O:** nenhuma armadura necessária teoricamente.
- **plotar resultados:** recebe os dados do caso correto e exibe os resultados de domínio, área de aço inferior (A_s) e área de aço superior (A'_s).

A Figura 81 ilustra a interface gráfica do programa. No quadro da esquerda, o programa revela uma série de dados necessários para a construção das curvas que delimitam as zonas de solicitação. Por fim, tem-se o caso e a respectiva zona obtida a partir dos esforços solicitantes e da seção utilizada. No quadro da direita, são exibidas as saídas do programa como domínio, deformações, tensões e armaduras.

Figura 81 - Interface do programa para o método das zonas de solicitação (assimétrico)

Nd =	500	kN	e	50,0	cm	Dominio	3	
Md =	250	kN.m	d	45,0	cm	Es	2,070	%
fck =	25	MPa	ecd	15,18	MPa	E's	2,881	%
b =	25	cm	v	0,29		os	434,78	MPa
h =	50	cm	mu	0,33		os's	434,78	MPa
d' =	5,0	cm	kh	1,111		alpha	28,64	
			k5	0,509		alpha'	28,64	
			kz	0,739		A's	3,53	cm ²
			Eyd	2,070	%	As	12,00	cm ²
			mu-AB	-0,364				
			mu-BC	0,054				
			mu-CD	0,246				
			mu-DE	-0,130				
			mu-BO	0,120				
			caso	2				
			zona	C				

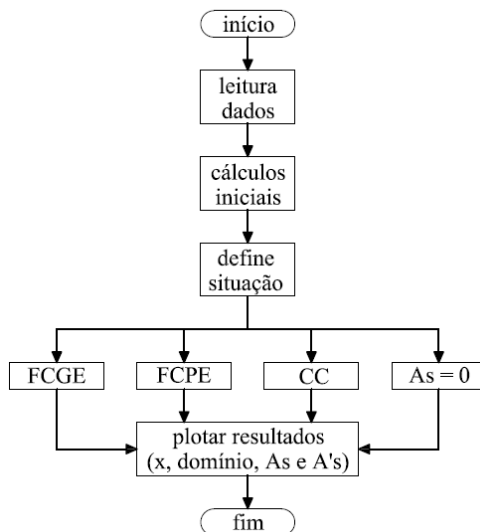
Fonte: Elaborada pelo autor

C.4 EQUILÍBRIO DIRETO COM ARRANJO ASSIMÉTRICO

A resolução da flexo-compressão normal proposta pelo professor Campos Filho (2014) é bastante prática e elegante. Inicialmente calcula-se uma excentricidade de aplicação do esforço normal e diversas excentricidades limites. Dessa forma, enquadrar-se o pilar em alguma das situações possíveis (FCGE, FCPE, CC ou armadura nula). Em termos de programação trata-se de uma verificação direta e simples.

Dentro de cada situação, a programação continua simples. A maior complexidade consiste na resolução de uma equação de 2º grau. A estrutura adotada para este programa pode ser observada na Figura 82 e a interface na Figura 83.

Figura 82 - Estrutura do programa para equilíbrio direto (assimétrico)



Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **cálculos iniciais:** etapa intermediária dedicada à obtenção dos dados necessários do concreto (f_{cd} , ε_{c2} , ε_{cu} , α_c e λ) e do aço (d , f_{yd} e ε_{yd}).
- **define situação:** comparação de excentricidades para classificação da situação.
- **FCGE:** calcula as armaduras para Flexo-Compressão de Grande Excentricidade.
- **FCPE:** calcula as armaduras para Flexo-Compressão de Pequena Excentricidade.
- **CC:** calcula as armaduras para Compressão Composta.
- **$A_s = 0$:** situação na qual não é necessária armadura ($A_s = A'_s = 0$).
- **plotar resultados:** recebe os dados da situação correta e exhibe os resultados de posição da linha neutra (x), domínio de deformações, área de aço inferior (A_s) e área de aço superior (A'_s).

Figura 83 - Interface do programa para equilíbrio direto (assimétrico)

Nd =	500	kN
Md =	250	kN.m
fck =	25	MPa
b =	25	cm
h =	50	cm
d' =	5,0	cm

d	45,00	cm
fcd	17,86	MPa
fyd	434,78	MPa
εyd	2,070	‰
εc2	2,000	‰
εcu	3,500	‰
αc	0,850	
λ	0,800	

xlim	28,27	kN.cm
Mdlim	28917,40	kN.cm
e2qe	10,83	cm
e2pe	75,89	cm
e20	1,59	cm
e0	50,00	cm
e1	70,00	cm
e2	-30,00	cm
situação	FCGE	

x	28,27	cm
Domínio	3	
As	11,74	cm ²
A's	3,50	cm ²

Fonte: Elaborada pelo autor

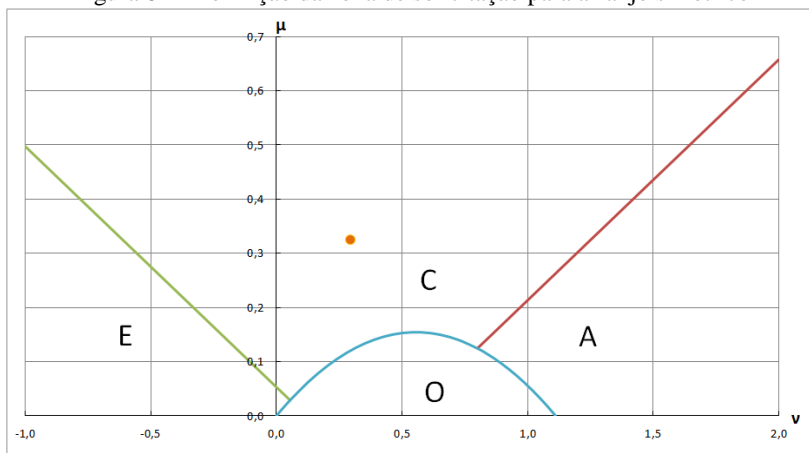
C.5 MÉTODO DAS ZONAS DE SOLICITAÇÃO COM ARRANJO SIMÉTRICO

A partir deste método, os arranjos de armaduras passam a ser simétricos. Deste ponto em diante, os programas desenvolvidos tornaram-se mais complexos, visto que, na maioria dos casos, a resolução só pode ser realizada por meio de uma série de iterações. Neste momento, os programas computacionais se tornaram indispensáveis, devido ao fato que os cálculos passam a ser praticamente inviáveis manualmente (repetições de iterações). Com os programas, as iterações puderam ser realizadas rapidamente e com grande precisão.

Especificamente sobre o método das zonas de solicitação para armadura simétrica, este apresentada um gráfico muito similar ao da armadura assimétrica. Para a mesma seção de C.3, o gráfico e a zona correspondente estão exibidos na Figura 84.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

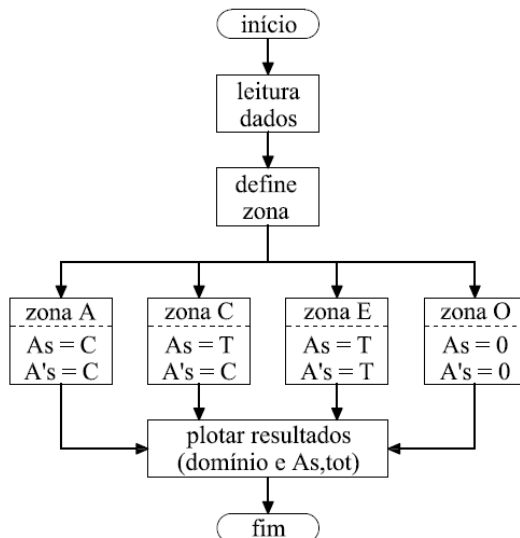
Figura 84 - Definição da zona de solicitação para arranjo simétrico



Fonte: Elaborada pelo autor

Nota-se que, para armaduras simétricas, o pilar se encontra na zona C, da mesma forma que para armaduras assimétricas. A estrutura do programa também é muito similar, conforme Figura 85. A interface gráfica adotada para o programa está exposta na Figura 86.

Figura 85 - Estrutura do programa o método das zonas de solicitação (simétrico)

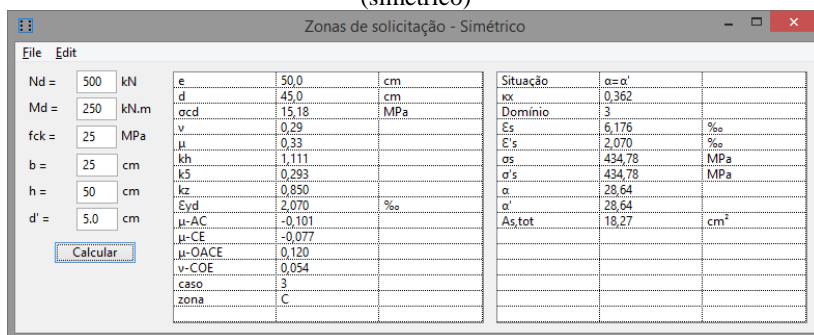


Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **define zona:** formulação para classificação da zona correta.
- **zona A:** calcula duas armaduras comprimidas.
- **zona C:** calcula uma armadura comprimida e outra tracionada.
- **zona E:** calcula duas armaduras tracionadas.
- **zona O:** nenhuma armadura necessária.
- **plotar resultados:** recebe os dados do caso correto e exibe os resultados de domínio, área de aço inferior (A_s) e área de aço superior (A'_s).

Figura 86 - Interface do programa para o método das zonas de solicitação (simétrico)



Fonte: Elaborada pelo autor

C.5.1 Zona A

Na resolução de pilares na zona A é necessário arbitrar uma deformação da borda tracionada ϵ_{c1} (ou menos comprimida, dependendo do domínio 4a ou 5) e obter todos os parâmetros κ_x , ϵ'_{s1d} , ϵ'_{s2d} , Ω e κ_y em função de ϵ_{c1} . Quando a variável F , da equação (A.59), estiver zerada em função destes parâmetros, a convergência foi atingida e pode-se efetivamente calcular a área de aço que resolve o problema.

Este procedimento é praticamente inviável manualmente. Mesmo feito no programa, trocar manualmente os valores de ϵ_{c1} , até obter $F = 0$, seria muito cansativo. No entanto, pode-se utilizar a função “WHILE”, que permite fazer com que o programa realize tentativas subsequentes até que determinadas condições sejam atingidas. Essa função foi

 Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

amplamente utilizada nos programas desenvolvidos neste trabalho, sempre com bom rendimento.

Neste caso, por exemplo, o programa fica variando o ε_{c1} (no fundo está variando a posição da linha neutra entre d e $+\infty$) até que $F = 0$ (módulo de F menor que 10^{-6} ou um número máximo de iterações). Quando ocorre a convergência, todos os parâmetros possuem seus valores corretos e pode-se simplesmente utilizá-los para descobrir a taxa de armadura que resolve o problema.

C.5.2 Zona C

A zona C possui dois possíveis caminhos de resolução do problema de flexo-compressão normal. Um diz respeito à condição em que $\alpha = \alpha'$, e o outro é válido para $\alpha \neq \alpha'$.

Para se descobrir em qual das condições acima citadas o pilar se encontra, pode-se utilizar a Tabela 19 deste trabalho. No programa, optou-se por implementar essa verificação da seguinte forma:

- Para $\alpha = \alpha'$, tem-se $v = \kappa_5$.
- κ_5 é função de κ_x , para cada domínio de deformação.
- Faz-se $v = \kappa_5$ e calcula-se um κ_x , para cada domínio em função de κ_5 .
- O domínio depende de κ_x , logo, pode-se concluir se o valor de κ_x calculado encontra-se dentro dos valores de κ_x , pertencentes a esse domínio, essa verificação somente será satisfeita no domínio correto da peça.
- Determinado o domínio e κ_x , podem-se avaliar, em função das deformações, as tensões na armadura que vão conduzir, ou não, o problema para $\alpha = \alpha'$.

Definido $\alpha = \alpha'$, o valor de κ_x calculado é o valor correto. Procede-se, daqui para frente, de maneira similar ao que foi apresentado: encontram-se as deformações em função do domínio, valor das tensões no aço e no concreto em função das deformações, encontra-se o valor de κ_z e, por fim, utiliza-se a equação de dimensionamento em função desses parâmetros.

Por outro lado, caso seja verificado que $\alpha \neq \alpha'$, o procedimento de dimensionamento deve ser novamente iterativo. Neste caso, a variável arbitrada é o próprio κ_x , definido κ_x sabe-se o domínio, as deformações e tensões do aço, a distribuição do diagrama parábola-retângulo do concreto com suas tensões de cálculo e, portanto, pode-se calcular o valor de F , via equação (A.69). Novamente, quando $F = 0$ (utilizando

novamente a função “WHILE”), o problema estará resolvido e está obtido o valor real de κ_x . A taxa de armadura ρ pela equação (A.68) é função de κ_5 , v , α e α' .

C.5.3 Zona E

A zona E é rara na flexo-compressão normal, pois se caracteriza por duas armaduras tracionadas, situação que só é possível quando $x < d'$. Embora tenha uma pequena chance de acontecer, esta zona apresenta a mesma dificuldade das demais quando se trata de programação.

O processo é praticamente igual ao apresentado para zona C, quando $\alpha \neq \alpha'$. Sendo necessárias iterações e estas são obtidas a partir do valor de κ_x . Definido κ_x , calculam-se κ_5 e κ_z (parâmetros do diagrama parábola-retângulo do concreto). A partir de κ_x , calculam-se também a deformações e tensões nas armaduras. Variando κ_x e, conseqüentemente, todos os parâmetros associados até obter $F = 0$ na equação (A.78). Verificado $F = 0$, podem-se utilizar os mesmos parâmetros no cálculo de ρ via equação (A.76) e, por fim, no cálculo da área de aço.

C.5.4 Demais possibilidades

Vale lembrar que objetivo do trabalho reduziu-se à flexo-compressão normal e, portanto, algumas zonas de sollicitação para flexo-tração não foram contempladas. A zona O da flexo-compressão normal, novamente, não possui formulação, pois não existe a necessidade de armadura. De qualquer forma, em todos os pilares, a ABNT NBR 6118:2014 prescreve armaduras mínimas segundo o item 17.3.5.3.1, estas não foram programadas, devendo ser avaliadas pelo projetista.

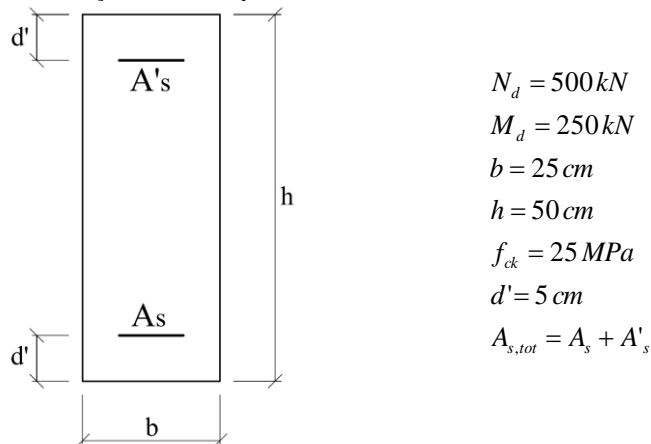
C.6 MÉTODO ITERATIVO

O método iterativo baseia-se na convergência entre as equações de equilíbrio, as equações de esforços adimensionais e na compatibilidade de deformações. O modelo desenvolvido no programa segue o roteiro proposto no item 2.2.5 deste trabalho.

Para enquadrar o procedimento no programa, foi elaborada uma rotina para cada domínio de deformação. Assim, podem-se especificar as deformações das armaduras em função da posição x da linha neutra, uma vez que as equações de deformações são específicas para cada

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho domínio. A Tabela 20 apresenta um exemplo desse procedimento, para o domínio 3, com os dados da seção 9 ilustrada na Figura 87.

Figura 87 - Seção 9 adotada para testes



Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 20 - Aplicação do método iterativo no domínio 3

Iteração	x_i (cm)	ϵ_s (‰)	ϵ'_s (‰)	σ_s (kN/cm ²)	σ'_s (kN/cm ²)	ω	x_f (cm)	Δx (cm)	$A_{s,tot}$ (cm ²)
1	19,971	4,39	2,62	43,48	43,48	0,329	16,471	-3,500	-
2	15,819	6,46	2,39	43,48	43,48	0,359	16,471	0,652	-
3	17,895	5,30	2,52	43,48	43,48	0,343	16,471	-1,424	-
4	16,857	5,84	2,46	43,48	43,48	0,351	16,471	-0,386	-
5	16,338	6,14	2,43	43,48	43,48	0,355	16,471	0,133	-
6	16,597	5,99	2,45	43,48	43,48	0,353	16,471	-0,127	-
7	16,467	6,06	2,44	43,48	43,48	0,354	16,471	0,004	-
22	16,471	6,06	2,44	43,48	43,48	0,354	16,471	0,000	18,16

Fonte: Elaborada pelo autor

A Figura 88 ilustra a interface do programa, na resolução do exemplo mostrado acima. Nota-se que houve convergência ($\Delta x = 0.000$) e pode-se calcular o valor da área de aço ($A_s = 18,16 \text{ cm}^2$).

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 88 - Interface do programa para o método iterativo no domínio 3

Nd =	500	kN	e	50,0	cm	Domínio	3	
Md =	250	kN.m	d	45,0	cm	Es	6,062	% _{se}
fck =	25	MPa	fcd	17,86	MPa	E's	2,438	% _{se}
b =	25	cm	fyd	434,78	MPa	os	434,78	MPa
h =	50	cm	Eyd	2,070	% _{se}	sigma's	434,78	MPa
d' =	5,0	cm	xidim2-3	0,259		v_d	0,224	
			xidim3-4	0,628		mu_d	0,224	
			xidim4-4a	1,000		omega	0,354	
			xidim4a-5	1,111		x	16,471	cm
			xidim5-5a	1,389		Delta x	-0,000	cm
						As_tot	18,16	cm ²

Fonte: Elaborada pelo autor

O procedimento, realizado no programa computacional, é o seguinte:

- Arbitra-se um valor inicial de x_i . Como o procedimento é realizado para cada domínio, optou-se por iniciar com o valor de x exatamente na metade do intervalo do domínio. No exemplo da Tabela 20 (domínio 3) encontrou-se a metade ($x_{23} = 11,67$ cm, $x_{34} = 28,27$ cm, logo, $x_i = 19,97$ cm).

A partir do valor de x e com base nas equações de deformações específicas para o domínio 3 em questão, calculam-se as deformações das armaduras simplesmente pelas compatibilidades de deformações (

- Tabela 1).
- Na sequência, em função das deformações, são obtidas as tensões nas armaduras, com base no diagrama de tensão-deformação do aço CA-50 (Figura 1).
- Pode-se, portanto, calcular ω , pelas equações deduzidas na revisão bibliográfica, em função de μ_d , h , d' , f_{yd} , x , σ_s e σ'_s .
- A partir da taxa mecânica ω , calcula-se x_f , pelas equações deduzidas na revisão bibliográfica, em função de v_d , h , d' , ω , σ_s e σ'_s .
- O valor de x_f somente será igual ao valor de x_i quando a seção estiver em equilíbrio. Portanto, avalia-se a convergência a partir da diferença Δx .
- Para resolver o problema, deve-se utilizar a função “WHILE”, ou seja, usa-se a função para zerar o valor de Δx variando os valores de x_i . O passo adotado é sempre metade do caminho entre um valor conhecido e o último valor testado. Nota-se que na Tabela 20, quando o valor de Δx está zerado (iteração 22), a

convergência foi obtida e pode-se calcular o valor de $A_s + A'_s$ (área de aço total) em função de ω .

O objetivo da Tabela 20 foi de retratar o equilíbrio de um pilar no domínio 3, para teste do programa do método iterativo. Em termos de desempenho, observou-se que o programa converge muito rapidamente (menos de 1 segundo), portanto, não foi necessário investir esforço em otimizações.

Existem casos em que a convergência não é obtida, isso acontece porque não se está no domínio correto. Por exemplo, utilizando equações do domínio 3 para um pilar que obtém o equilíbrio somente no domínio 5.

O programa realiza o processo para todos os domínios, para avaliar qual o domínio correto deve-se checar a convergência. No problema resolvido com a Tabela 20, o valor de x é de 16,47 cm e está compreendido entre os limites do domínio 3 (11,67 e 28,27 cm). Como a formulação adotada era a do domínio 3, o problema convergiu e está resolvido.

Para os domínios 2, 4, 4a e 5 (este último somente para valores x menores que h/λ , ou seja, quando a seção ainda não está totalmente comprimida pelo diagrama retangular de tensões do concreto), a resolução é muito similar à apresentada anteriormente para o domínio 3. Basicamente, mudam apenas as equações de deformações, que são características de cada domínio, e as equações de equilíbrio, que conduzem as armaduras que ora estão comprimidas e ora tracionadas.

A solução adotada teve que ser mudada para valores de x maiores de que h/λ , pois a partir deste limite, as tensões do concreto não podem mais ser escritas em função de x . Assim, não se pode obter um valor de x calculado como foi feito para os demais domínios. Entretanto, este trabalho utilizou um critério próprio, desenvolvido e testado pelo autor, para pilares nesta situação, no qual a convergência é checada com base em ω .

Este procedimento está indicado na Tabela 21, desenvolvida para valores de x maiores que h/λ . Foi adotada a mesma seção 9 da Figura 87, variando somente os esforços solicitantes para: $N_d = 4000$ kN e $M_d = 150$ kN.m.

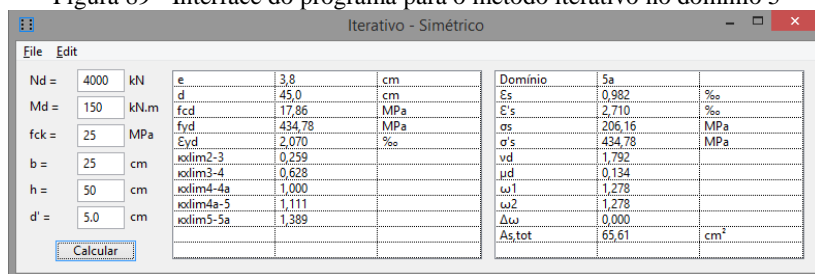
Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 21 - Aplicação do método iterativo no domínio 5 (seção totalmente comprimida)

Iteração	x_i (cm)	ε_s (‰)	ε'_s (‰)	σ_s (kN/cm ²)	σ'_s (kN/cm ²)	ω	x_f (cm)	Δx (cm)	$A_{s,tot}$ (cm ²)
1	98,75	1,39	2,43	29,20	43,48	2,046	1,127	-0,919	-
2	80,63	1,20	2,56	25,28	43,48	1,605	1,191	-0,414	-
3	71,56	1,06	2,66	22,25	43,48	1,377	1,246	-0,130	-
4	67,03	0,97	2,72	20,29	43,48	1,260	1,285	0,025	-
5	69,30	1,02	2,69	21,32	43,48	1,319	1,264	-0,054	-
6	68,16	0,99	2,70	20,82	43,48	1,289	1,274	-0,015	-
7	67,60	0,98	2,71	20,56	43,48	1,275	1,279	0,004	-
18	67,73	0,98	2,71	20,62	43,48	1,278	1,278	0,000	65,61

Fonte: Elaborada pelo autor

Figura 89 - Interface do programa para o método iterativo no domínio 5



Fonte: Elaborada pelo autor

O procedimento, realizado no programa computacional, é o seguinte:

- Arbitra-se um inicial de x_i . Como no domínio 5, o limite para posição da linha neutra seria o infinito (correspondente à reta b dos domínios de deformação), deve-se arbitrar uma posição da linha neutra, neste caso adotou-se 98,75 cm.
- A partir do valor de x e utilizando as equações de deformações específicas para o domínio 5 em questão, calculam-se, as deformações das armaduras, simplesmente pelas compatibilidades de deformações.
- Na sequência, em função das deformações, são obtidas as tensões nas armaduras.
- Calcula-se ω_1 em função de μ_d , h , d' , f_{yd} , σ_s e σ'_s .
- Calcula-se ω_2 em função de v_d , f_{yd} , σ_s e σ'_s .
- Avalia-se a convergência a partir da diferença $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$.

- Existem dois valores de ω : um ω calculado em função de μ_d e outro ω calculado em função de v_d . A seção somente estará equilibrada quando esses valores de ω forem iguais. Em outras palavras, se está perguntando “qual a taxa de armadura que equilibra a seção?”.
- Para resolver o problema, deve-se utilizar a função “WHILE”, ou seja, usa-se a função para zerar o valor de $\Delta\omega$ variando os valores de x . O critério de passo é o mesmo dos demais domínios. Nota-se que na Tabela 21, quando o valor de $\Delta\omega$ está zerado (iteração 18), a convergência foi obtida e pode-se calcular o valor de $A_s + A'_s$ (área de aço total) em função de ω .

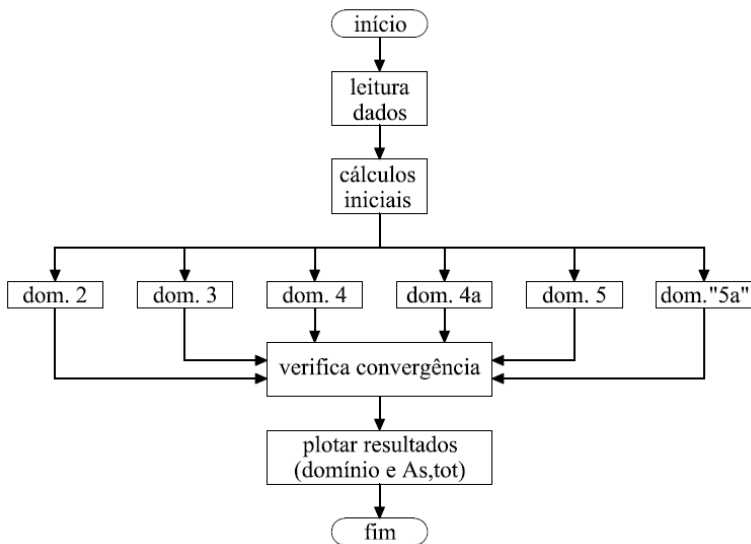
A área de aço encontrada está dentro dos limites estabelecidos pela ABNT NBR 6118:2014 ($65,61 \text{ cm}^2 = 5,25\%$), porém deve-se avaliar que na região das emendas a taxa não pode superar 8%, conforme item 17.3.5.3.2 da ABNT NBR 6118:2014. Para que o dimensionamento seja válido, devem ser atendidas todas as demais verificações da norma, as quais o projetista deve avaliar posteriormente.

Percebeu-se que na Tabela 21, quando o valor de $\Delta\omega$ atingiu o valor nulo, a convergência foi obtida, e pode-se calcular o valor de $A_s + A'_s$ em função de qualquer um dos valores de ω , que após a convergência são iguais.

Vale lembrar que a tabela somente encontrará o valor correto se a peça estiver naquele determinado domínio estudado. Na Tabela 21, devem ser feitas duas verificações: a primeira diz respeito a se estar no domínio 5, ou seja, $x > h$; a segunda trata de verificar se o diagrama retangular do concreto superou a altura da seção transversal, ou seja, $x > h/\lambda$. No caso abordado, o valor obtido $x = 67,73 \text{ cm}$ é maior que $50/0,8$ que vale $62,5 \text{ cm}$. Sendo assim, a solução encontrada é válida.

A Figura 90 expõe a estrutura desenvolvida para o programa do método iterativo. Nela pode-se observar que o programa resolve o problema para todos os domínios e, em seguida, verifica qual deles obteve a convergência e é, portanto, o domínio correto que resolve o problema.

Figura 90 - Estrutura do programa para o método iterativo (simétrico)



Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **cálculos iniciais:** etapa intermediária dedicada à obtenção dos esforços, dos limites entre os domínios, dos dados do concreto (f_{cd}) e do aço (d , f_{yd} e ϵ_{yd}).
- **dom. 2:** inicia algoritmo para o domínio 2 de deformações.
- **dom. 3:** inicia algoritmo para o domínio 3 de deformações.
- **dom. 4:** inicia algoritmo para o domínio 4 de deformações.
- **dom. 4a:** inicia algoritmo para o domínio 4a de deformações.
- **dom. 5:** inicia algoritmo para o domínio 5 com $x < h/\lambda$.
- **dom. "5a":** inicia algoritmo para o domínio 5 com $x \geq h/\lambda$.
- **verifica convergência:** dentre todos os domínios, avalia qual convergiu.
- **plotar resultados:** recebe os dados do domínio correto e exibe os resultados ($A_{s,tot}$).

Com as ferramentas de programação, juntamente com equações de equilíbrio, equações de deformações e esforços reduzidos pode-se resolver qualquer problema de flexo-compressão normal de forma muito ágil e fácil. Após preencher os dados de entrada, basta iniciar o

programa para se obter o domínio e a área de aço da seção. Este método foi muito prático e preciso na resolução de problemas.

C.7 EQUILÍBRIO DIRETO COM ARRANJO SIMÉTRICO

Para armaduras com arranjo simétrico, Campos Filho (2014) mantém um roteiro similar ao adotado para armaduras assimétricas. Basicamente, com base nas mesmas excentricidades, pode ser definido o caso no qual o pilar se encontra, conforme Tabela 2.

A maior complicação, em relação ao arranjo assimétrico, fica por conta da necessidade de procedimentos iterativos para obtenção do equilíbrio e dimensionamento das armaduras. Cada caso será estudado conforme se segue.

C.7.1 Caso 1

Este caso caracteriza-se pela peça estar trabalhando nos domínios 2, 3 e 4 com a força normal atuando fora das armaduras (ver Figura 73).

Para realizar o procedimento iterativo:

- Arbitra x (sabe-se que varia de 0 à d).
- Obtêm-se as deformações nas armaduras, por domínio.
- Com base nas deformações, calculam-se as tensões.
- A partir das equações apresentadas na revisão bibliográfica, podem-se calcular as armaduras (A_{s1} e A_{s2}).
- Pode-se calcular um valor de x para cada armadura encontrada, adotou-se o que sofreu menor variação em relação à iteração anterior.
- A convergência do processo ocorre quando o x arbitrado em uma determinada iteração for igual ao x obtido no passo anterior. A convergência ocorre simultaneamente para $A_{s1} = A_{s2}$ e x arbitrado igual x calculado.

C.7.2 Caso 2

Este caso caracteriza-se pela peça estar trabalhando nos domínios 2, 3 e 4 com uma armadura comprimida e outra tracionada (ver Figura 74).

O procedimento para programação desse caso é muito similar ao caso anterior, ocorrendo apenas pequenas alterações nas formulações, o que não agrega dificuldade ao procedimento.

C.7.3 Caso 3

Este caso caracteriza-se pela peça estar trabalhando nos domínios 4a e 5, com duas armaduras comprimidas, porém antes de toda a seção ser comprimida pelo diagrama retangular simplificado de tensões do concreto (ver Figura 75), ou seja, abrange $d \leq x \leq h/\lambda$.

O procedimento para implantação desse caso é muito similar aos casos anteriores, a principal diferença recai sobre o fato do intervalo de procura dos valores de x serem diferentes (nesse caso x varia de d até h/λ).

C.7.4 Caso 4

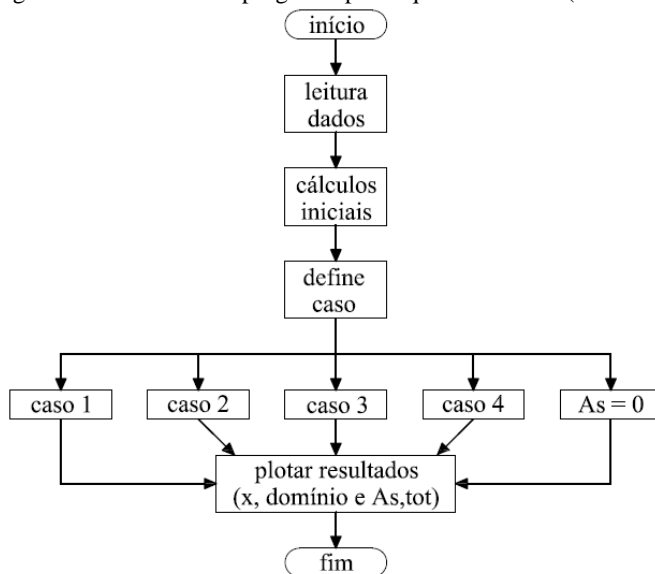
O caso mais diferente caracteriza-se pela seção de concreto estar totalmente comprimida, dessa maneira, não é mais possível verificar a convergência pela posição da linha neutra x (ver Figura 76). Em contrapartida, sabe-se exatamente o domínio que o pilar está trabalhando e pode-se tirar proveito das relações de compatibilidade de deformações.

O procedimento para o caso 4 é o seguinte:

- Arbitra-se A_{s1} (optou-se por fazer um cálculo aproximado para o valor inicial).
- Calcula-se a tensão σ_1 a partir da equação (B.32) com base no A_{s1} .
- Calcula-se a deformação ε_1 pelo diagrama tensão-deformação.
- Calcula-se x pelas compatibilidades de deformações do domínio 5.
- Calcula-se a deformação ε_2 pelas compatibilidades de deformações do domínio 5.
- Calcula-se a tensão σ_2 pelo diagrama tensão-deformação.
- Por fim, calcula A_{s2} a partir da equação (B.31).
- A convergência ocorre quando $A_{s1} = A_{s2}$, se A_{s2} em uma determinada iteração, for maior que A_{s1} , aumentar o valor de A_{s1} arbitrado inicialmente e seguir com as iterações.
- Quando for obtida a convergência, o problema estará resolvido.

A estrutura adotada para o programa está representa na Figura 91. A grande vantagem em relação ao método anterior iterativo ocorre por se saber de antemão em qual caso o pilar se encontra. A Figura 92 ilustra a interface do programa disposto com dados de entrada e três quadros de resultados.

Figura 91 - Estrutura do programa para equilíbrio direto (simétrico)



Fonte: Elaborada pelo autor

A estrutura do programa é a seguinte:

- **leitura dados:** leitura dos campos de entrada de dados (N_d , M_d , f_{ck} , b , h e d').
- **cálculos iniciais:** etapa intermediária dedicada à obtenção dos dados necessários do concreto (f_{cd} , ε_{c2} , ε_{cu} , α_c e λ) e do aço (d , f_{yd} e ε_{yd}).
- **define caso:** avaliação de qual dos casos citados na revisão bibliográfica a seção se encontra (conforme Tabela 2).
- **caso 1:** calcula as armaduras para o caso 1: domínios 2, 3 e 4 com a força normal atuando fora das armaduras.
- **caso 2:** calcula as armaduras para o caso 2: domínios 2, 3 e 4 com uma armadura comprimida e outra tracionada.
- **caso 3:** calcula as armaduras para o caso 3: domínios 4a e 5 com nem toda a seção transversal comprimida pelo diagrama de tensões retangular do concreto.
- **caso 4:** calcula as armaduras para o caso 4: domínio 5 com toda a seção transversal comprimida pelo diagrama de tensões retangular do concreto.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

- $A_s = 0$: caso na qual não é necessária armadura teoricamente ($A_s = A'_s = 0$).
- **plotar resultados**: recebe os dados do caso correto e exibe os resultados de posição da linha neutra (x), domínio de deformações e área de aço total.

Figura 92 - Interface do programa para equilíbrio direto (simétrico)

Cálculos iniciais			Definição do caso			Resultados		
d	45,00	cm	e0	50,00	cm	Domínio	3	
fcd	17,86	MPa	e1	70,00	cm	Es	6,063	% _o
fyd	434,78	MPa	e2	-30,00	cm	E's	2,437	% _o
Eyd	2,070	% _o	e2lim_0	1,59	cm	sigma_s	434,78	MPa
Ec2	2,900	% _o	e2lim_1_2	0,00	cm	sigma's	434,78	MPa
Ecu	3,900	% _o	e2lim_2_3	35,52	cm	As1	9,082	
ec	0,850	% _o	e2lim_3_4	43,30	cm	As2	9,082	
lambda	0,800		Caso	Caso 1		x	16,471	cm
x2-3	11,67	cm				Delta x	0,000	cm
x3-4	28,27	cm				As,tot	18,16	cm ²

Fonte: Elaborada pelo autor

APÊNDICE D - RESULTADOS ADICIONAIS DO PROJETO PRÁTICO

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma série de informações e dados referentes ao projeto prático que foram omitidas no capítulo 5 para deixar o texto mais direto. Basicamente estas informações são relativas aos esforços nos pilares em cada uma das análises realizadas, bem como as envoltórias de momentos para cada combinação.

D.1 ANÁLISE 1

A primeira análise é realizada com todos os elementos em concreto C30.

D.1.1 Pilar P1

Na análise 1, o pilar P1 possui armadura de 4Ø10,0 mm.

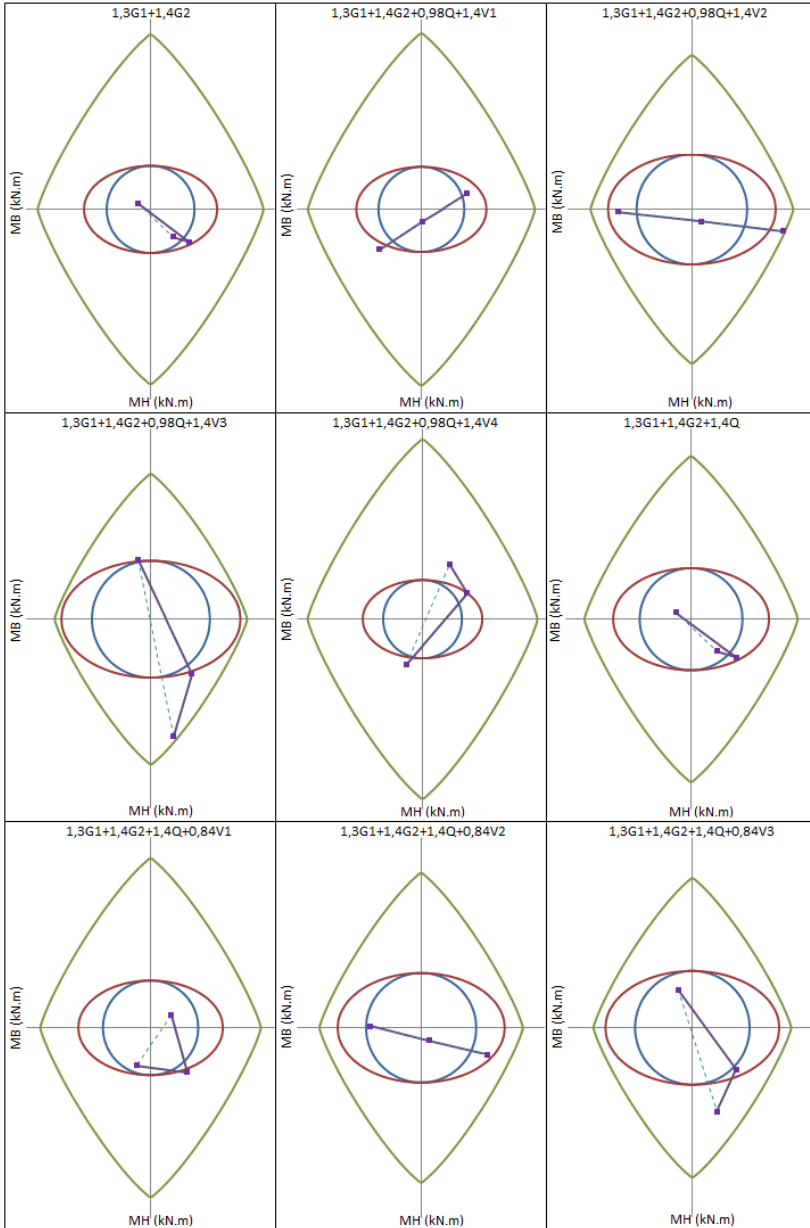
Tabela 22 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 1)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	673,39	0,39	-4,12	7,17	2,46	-10,83
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	658,18	0,38	14,54	-13,44	6,18	-15,71
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	850,01	0,50	-23,89	29,53	-0,96	-8,58
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	903,43	0,53	-4,05	7,29	23,23	-45,96
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	604,75	0,35	-5,29	8,80	-18,01	21,66
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	788,68	0,46	-4,91	8,42	2,67	-12,72
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	731,13	0,43	6,62	-4,47	4,82	-14,86
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	846,23	0,49	-16,44	21,31	0,53	-10,58
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	878,28	0,51	-4,54	7,96	15,04	-33,00
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	699,08	0,41	-5,28	8,87	-9,70	7,57
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	577,47	0,34	15,09	-14,31	6,03	-14,39
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	769,31	0,45	-23,34	28,66	-1,11	-7,26
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	822,73	0,48	-3,50	6,41	23,08	-44,63
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	524,05	0,31	-4,74	7,93	-18,16	22,98

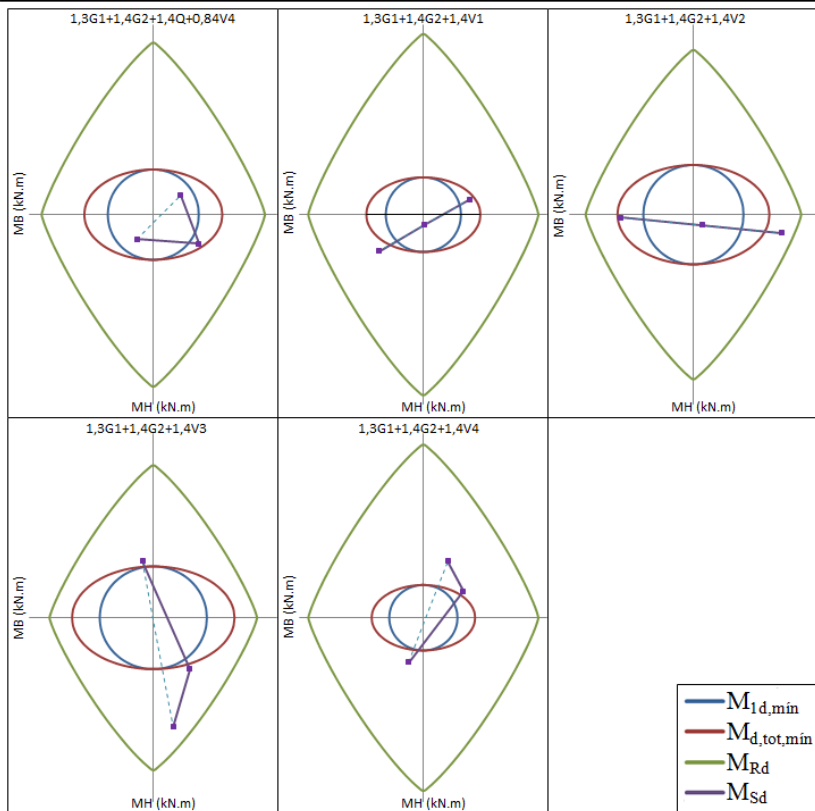
Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 93 - Envoltórias de momentos por combinação (P1 - Análise 1)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.1.2 Pilar P12

O pilar P12, na análise 1, foi o escolhido para exemplificar a aplicação da rotina de dimensionamento no subitem 5.2. Os esforços solicitantes do pilar P12 estão apresentados na Tabela 14 e suas envoltórias de momentos em Figura 47.

D.1.3 Pilar P15

Na análise 1, o pilar P15 possui armadura de 12Ø20,0 mm.

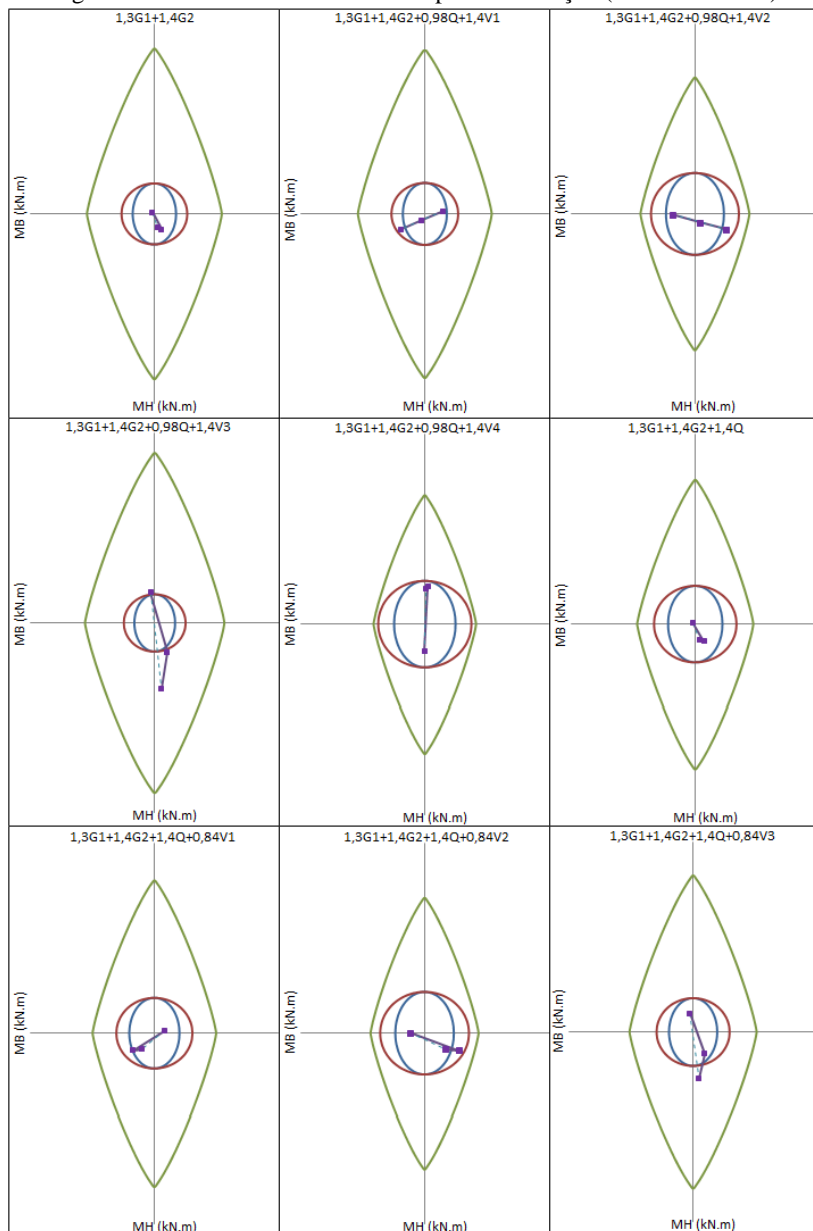
Tabela 23 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 1)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1497,48	0,87	-2,51	4,76	1,88	-20,79
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1520,47	0,89	27,11	-34,00	4,21	-22,52
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	2008,70	1,17	-33,41	45,51	-0,43	-22,88
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1404,72	0,82	-5,63	9,68	44,66	-96,64
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	2124,45	1,24	-0,67	1,83	-40,89	51,24
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1879,06	1,10	-3,42	6,18	1,90	-23,53
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1732,59	1,01	14,74	-17,67	3,29	-23,42
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	2025,53	1,18	-21,58	30,04	0,50	-23,63
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1663,14	0,97	-4,91	8,54	27,56	-67,89
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	2094,98	1,22	-1,93	3,83	-23,77	20,84
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	1253,37	0,73	27,75	-35,00	4,20	-20,61
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1741,59	1,02	-32,78	44,51	-0,44	-20,97
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	1137,61	0,66	-5,00	8,68	44,65	-94,73
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1857,35	1,08	-0,03	0,83	-40,90	53,15

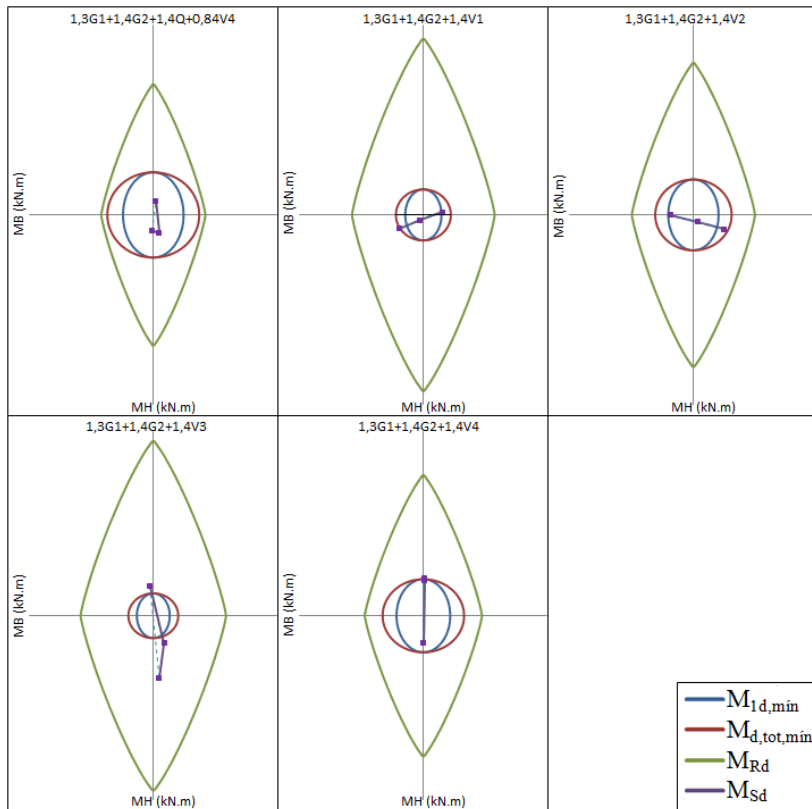
Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 94 - Envolvórias de momentos por combinação (P15 - Análise 1)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.1.4 Pilar P19

Na análise 1, o pilar P19 possui armadura de $12\text{Ø}16,0\text{ mm}$.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

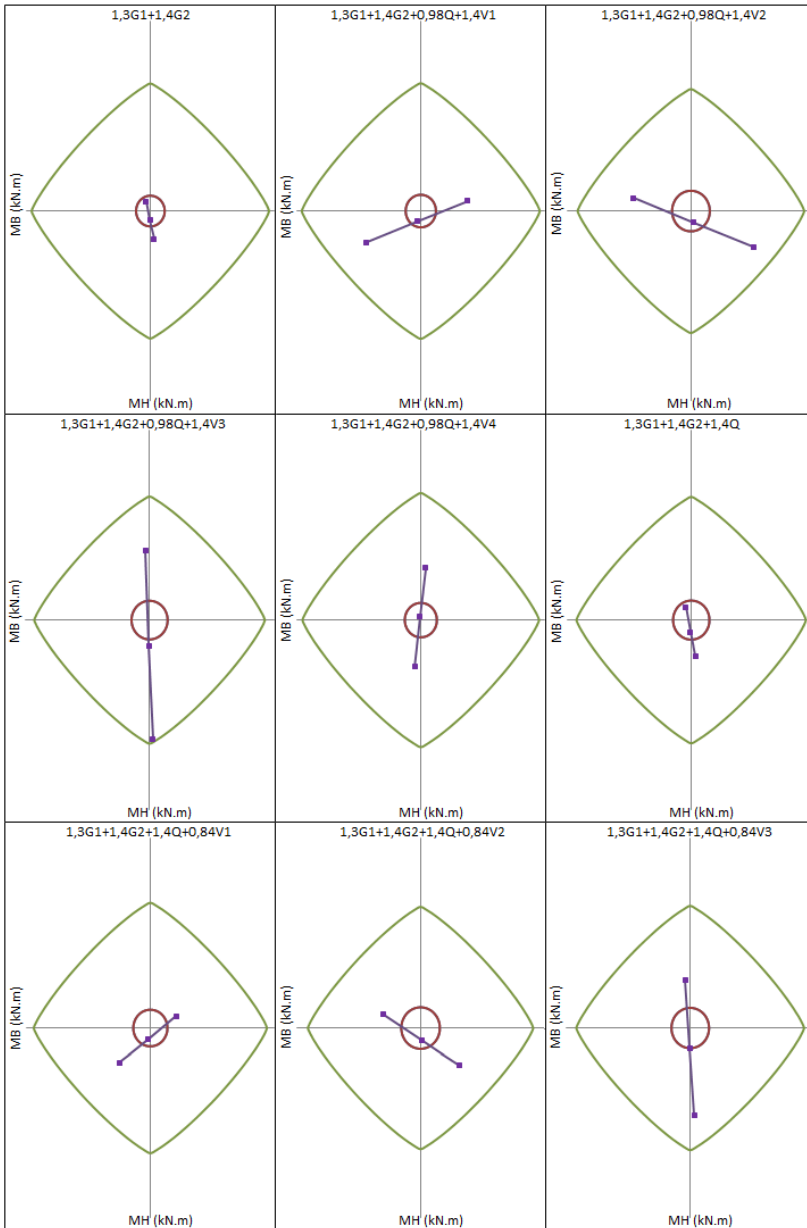
Tabela 24 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 1)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{SdB} (kN.m)		M _{SdH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	672,50	0,39	-4,99	4,42	9,92	-29,43
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	712,47	0,42	53,26	-61,39	10,66	-32,82
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	888,88	0,52	-64,94	70,71	13,82	-38,09
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	846,64	0,49	-4,73	4,03	73,53	-125,94
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	754,72	0,44	-6,95	5,30	-49,04	55,02
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	855,61	0,50	-6,20	4,77	13,24	-38,04
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	802,69	0,47	29,26	-34,86	12,29	-36,46
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	908,54	0,53	-41,66	44,40	14,19	-39,62
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	883,19	0,52	-5,53	4,39	50,01	-92,33
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	828,04	0,48	-6,87	5,15	-23,53	16,25
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	584,29	0,34	54,11	-61,63	8,34	-26,79
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	760,70	0,44	-64,10	70,47	11,50	-32,07
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	718,46	0,42	-3,88	3,78	71,21	-119,91
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	626,54	0,37	-6,11	5,05	-51,36	61,05

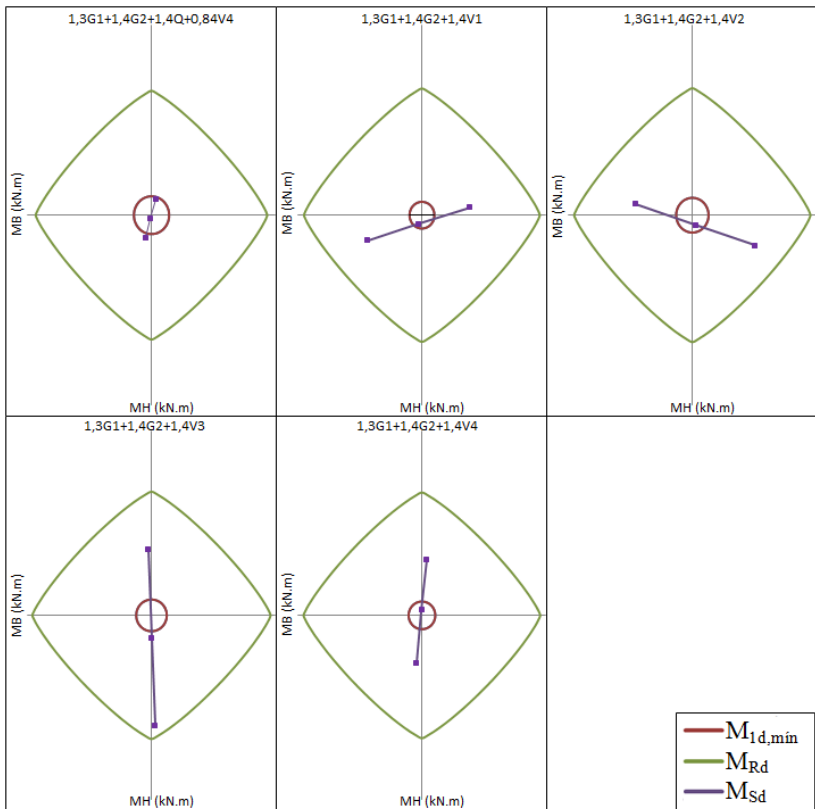
Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 95 - Envoltórias de momentos por combinação (P19 - Análise 1)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.2 ANÁLISE 2

Na segunda análise, todos os elementos do projeto tiveram seu f_{ck} alterado para 60 MPa. Os esforços solicitantes mudaram muito pouco, visto que as relações de rigidez não foram alteradas. Por outro lado, as resistências aumentaram bastante.

D.2.1 Pilar P1

Na análise 2, o pilar P1 manteve-se com armadura de 4Ø10,0 mm. Neste caso, o aumento do f_{ck} do pilar serviu apenas para aumentar a margem de segurança da envoltória resistente em relação à envoltória solicitante, conforme pode ser observado na Figura 96.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

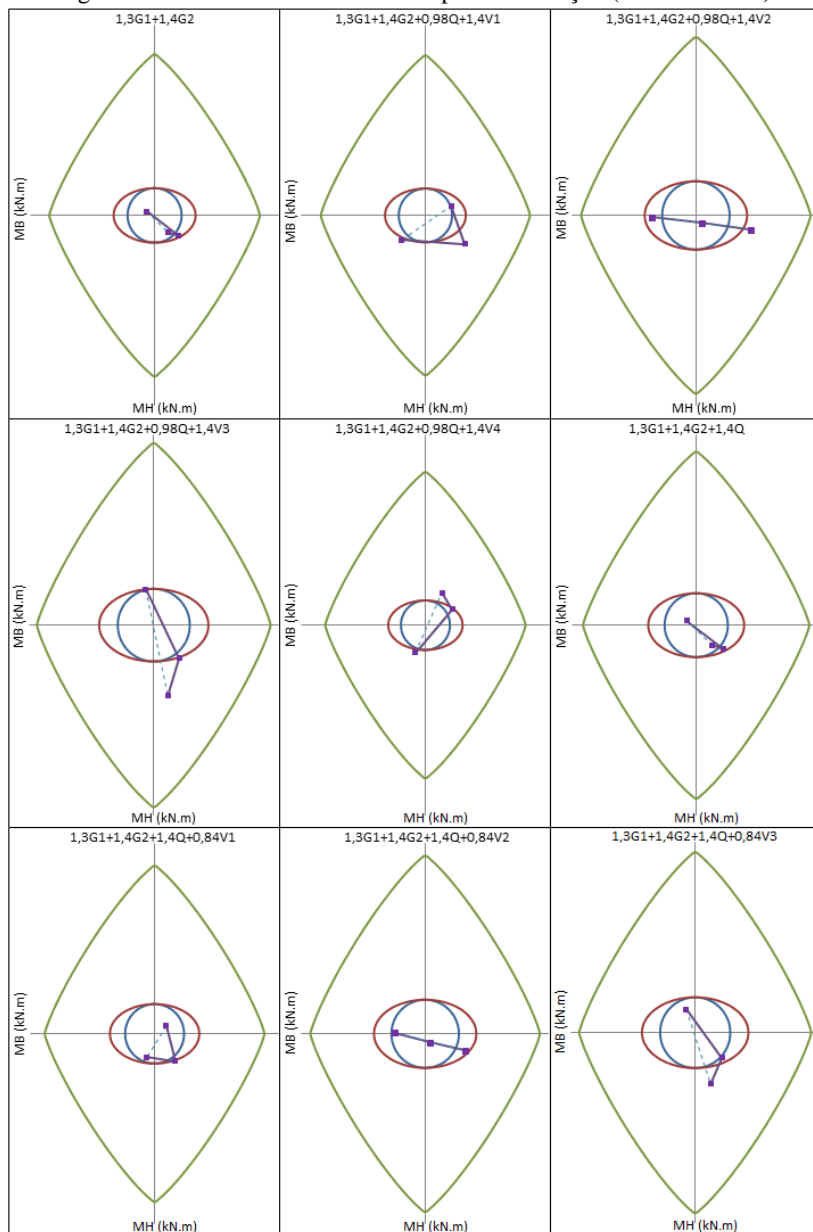
Tabela 25 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 2)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sDB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	673,37	0,39	-4,12	7,17	2,46	-10,82
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	664,23	0,39	13,67	-12,55	6,02	-15,57
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	843,75	0,49	-22,98	28,62	-0,78	-8,76
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	896,45	0,52	-4,16	7,41	22,43	-44,76
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	611,52	0,36	-5,15	8,66	-17,20	20,43
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	788,54	0,46	-4,88	8,41	2,69	-12,74
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	734,68	0,43	6,11	-3,94	4,72	-14,78
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	842,39	0,49	-15,88	20,76	0,65	-10,69
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	874,02	0,51	-4,58	8,03	14,58	-32,29
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	703,05	0,41	-5,18	8,78	-9,20	6,82
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	583,61	0,34	14,20	-13,41	5,86	-14,23
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	763,13	0,45	-22,45	27,76	-0,94	-7,42
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	815,84	0,48	-3,63	6,55	22,28	-43,42
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	530,91	0,31	-4,62	7,79	-17,36	21,77

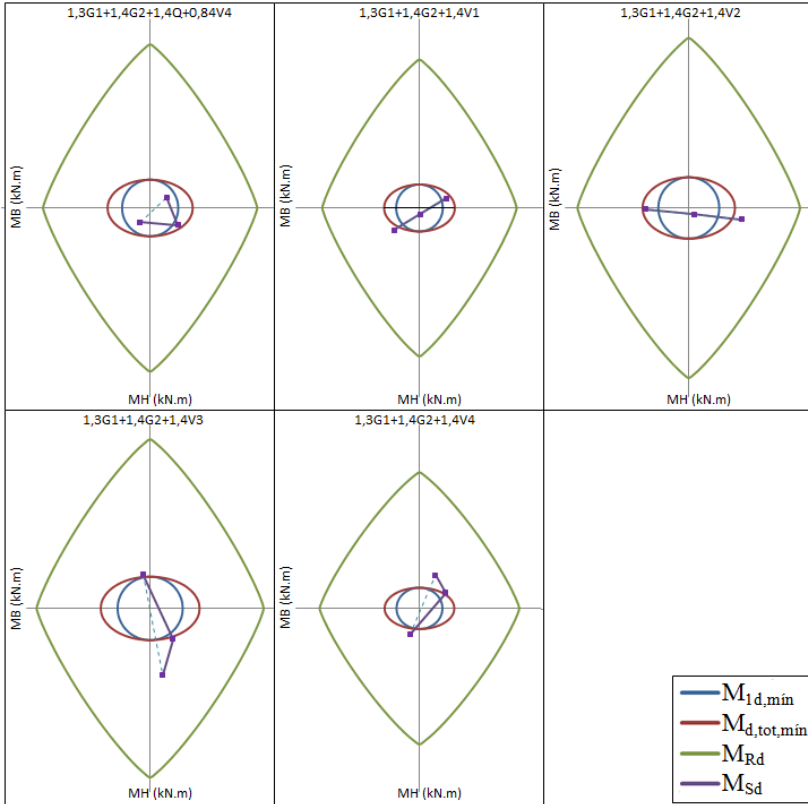
Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 96 - Envoltórias de momentos por combinação (P1 - Análise 2)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.2.2 Pilar P12

Na análise 2, o pilar P12 teve sua armadura reduzida de $8\text{Ø}16,0$ mm para $4\text{Ø}12,5$ mm.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 26 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 2)

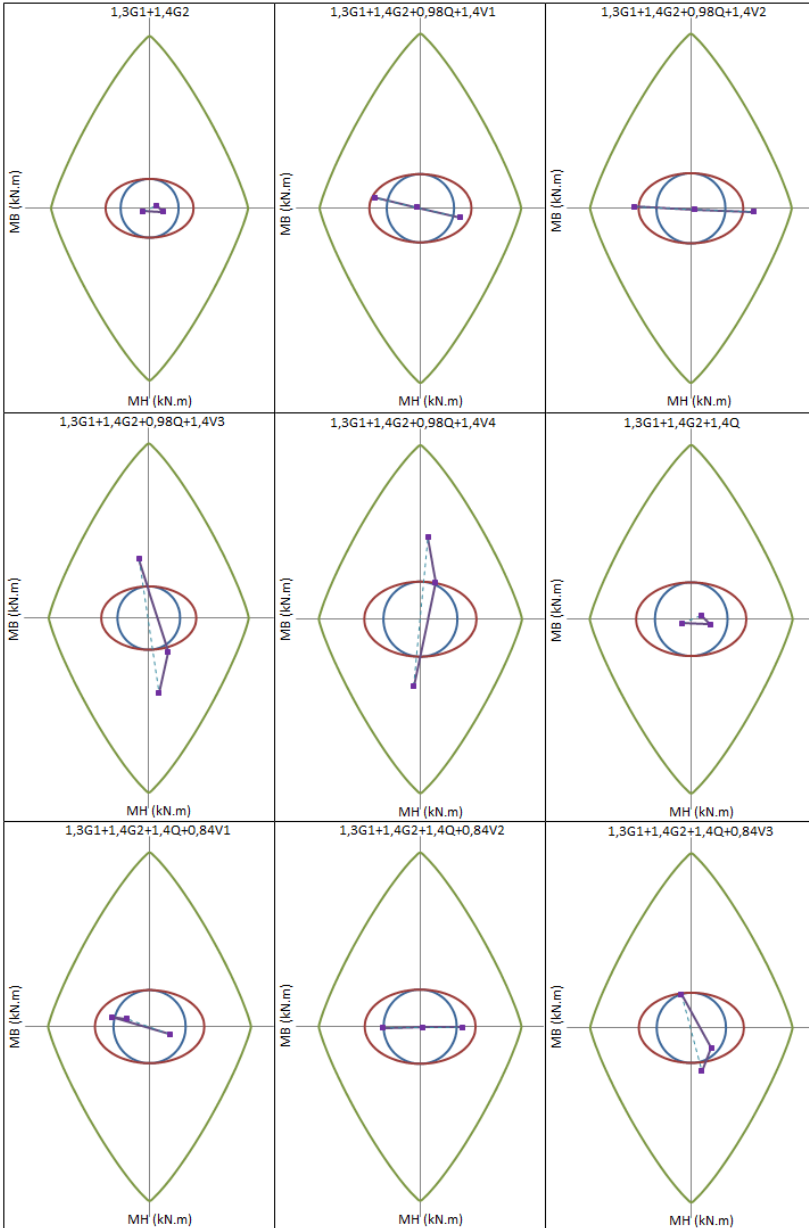
ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1000,05	0,58	-4,70	4,99	-2,99	2,48
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1161,99	0,68	28,94	-33,21	-8,53	9,68
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	1193,39	0,70	-40,82	46,11	1,17	-3,44
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1078,79	0,63	-6,99	7,46	54,04	-68,95
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	1276,58	0,74	-4,89	5,44	-61,40	75,19
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1253,82	0,73	-6,47	7,08	-3,98	3,39
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1244,40	0,73	14,46	-16,72	-6,89	7,33
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	1263,24	0,74	-27,40	30,87	-1,07	-0,55
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1194,48	0,70	-7,10	7,68	30,65	-39,85
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	1313,15	0,77	-5,84	6,47	-38,61	46,64
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	984,35	0,57	30,18	-34,67	-7,84	9,05
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1015,75	0,59	-39,58	44,65	1,87	-4,08
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	901,15	0,53	-5,75	6,00	54,73	-69,59
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1098,94	0,64	-3,65	3,98	-60,71	74,56

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

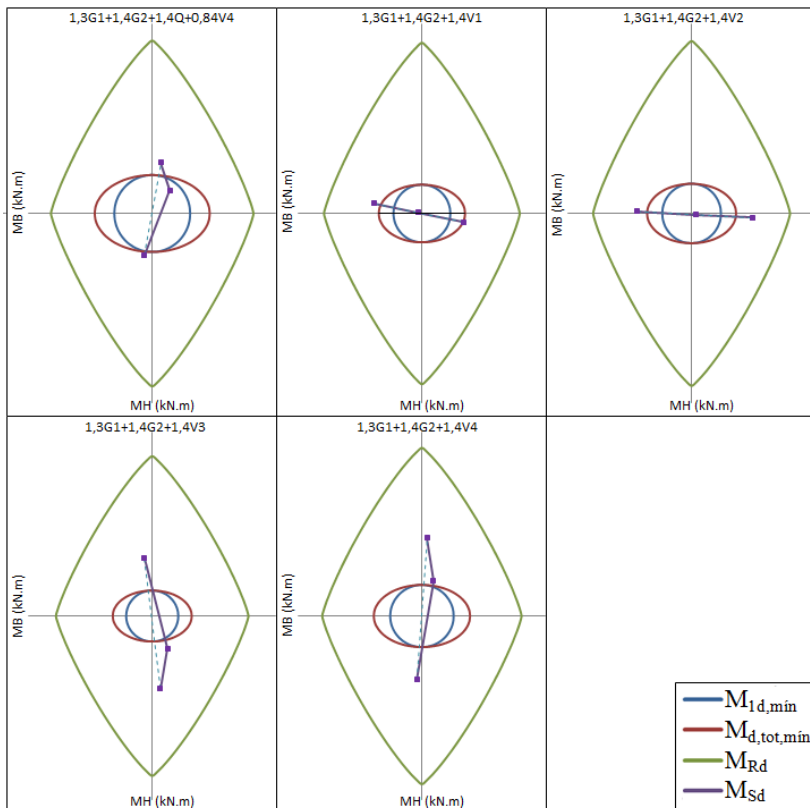
Conforme pode ser analisado na Figura 97, mesmo com a substancial redução de área de aço, ainda existe uma margem razoável entre as solicitações e as resistências. O pilar P12 é um bom exemplo do quanto adotar um concreto de alto desempenho pode, ao mesmo tempo, reduzir bastante a taxa de aço e manter o pilar com segurança adequada.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 97 - Envoltórias de momentos por combinação (P12 - Análise 2)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.2.3 Pilar P15

Na análise 2, o pilar P15 teve sua armadura reduzida de 12Ø20,0 mm para 6Ø10,0 mm. Neste caso, a taxa de armadura passou de 3,77% para 0,47%, sendo o que caso que apresentou maior redução de armadura em as duas análises.

Tabela 27 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 2)

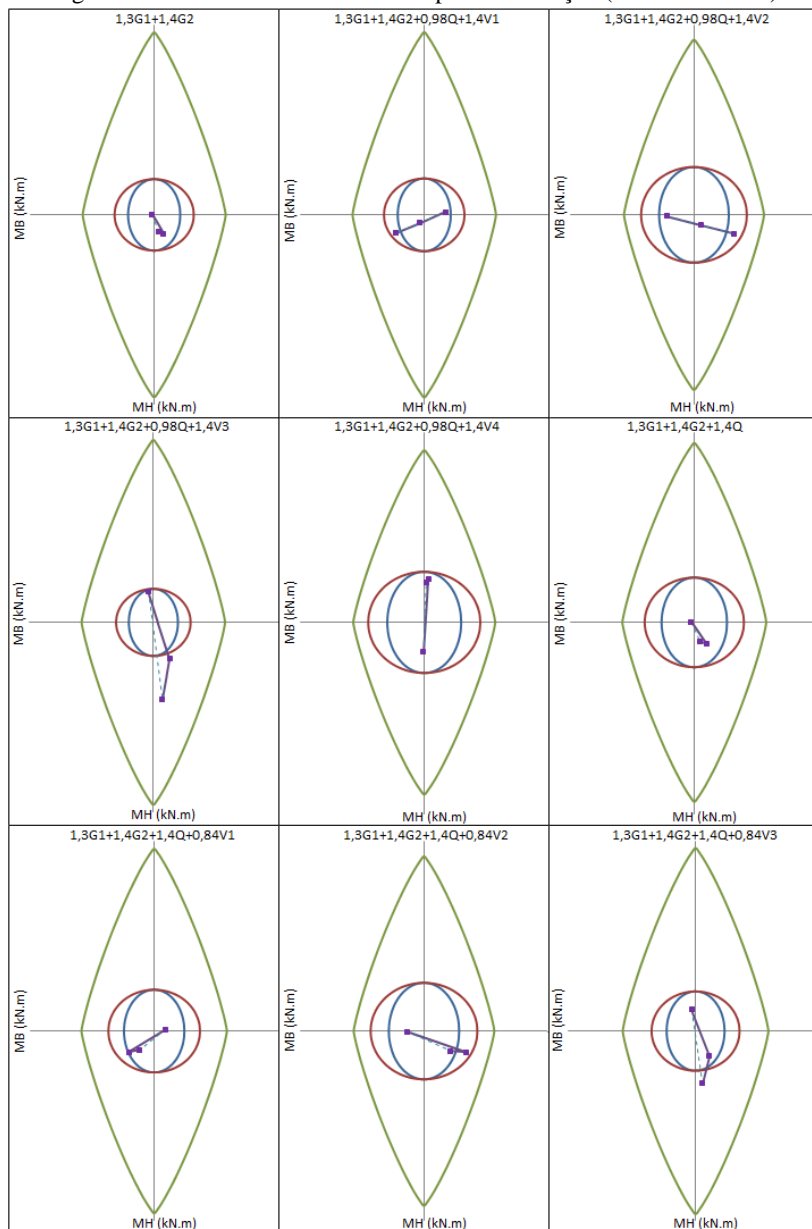
ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{SdB} (kN.m)		M _{SdH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1497,22	0,87	-2,51	4,76	1,88	-20,78
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1534,23	0,89	25,68	-32,47	4,09	-22,54
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	1992,73	1,16	-31,93	43,95	-0,29	-22,89
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1417,71	0,83	-5,37	9,39	43,22	-94,34
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	2109,25	1,23	-0,87	2,09	-39,42	48,91
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1877,59	1,10	-3,38	6,16	1,91	-23,54
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1740,04	1,02	13,90	-16,77	3,22	-23,43
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	2015,14	1,18	-20,67	29,09	0,60	-23,64
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1670,13	0,97	-4,73	8,35	26,70	-66,51
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	2085,05	1,22	-2,03	3,97	-22,88	19,44
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	1267,97	0,74	26,29	-33,46	4,06	-20,61
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1726,47	1,01	-31,32	42,97	-0,31	-20,96
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	1151,45	0,67	-4,76	8,40	43,20	-92,41
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1842,99	1,08	-0,26	1,11	-39,44	50,84

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

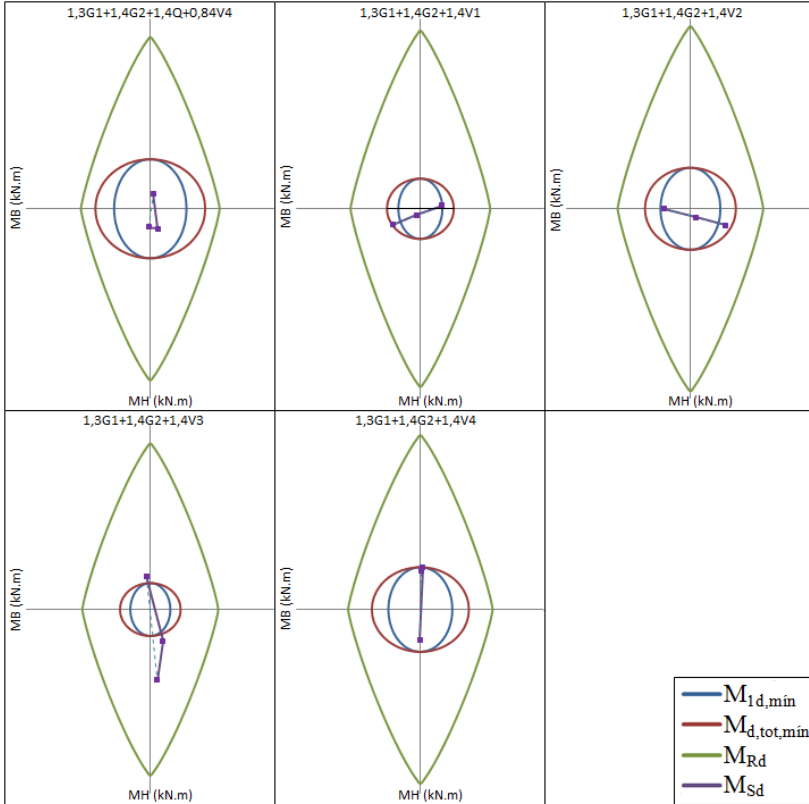
Para entender melhor esse comportamento, devem-se analisar as envoltórias de momentos com $f_{ck} = 30$ MPa (Figura 94) e com $f_{ck} = 60$ MPa (Figura 98). Em ambos os casos, a solicitação crítica é o momento mínimo com 2ª ordem na direção da menor inércia, sendo que, a combinação crítica é a 5 (1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4). Pode-se notar que na Figura 98 existe uma margem de segurança maior, mesmo com uma taxa de armadura bem menor. Essa diferença provém do aumento substancial da resistência do concreto, evidenciando a vantagem de adoção do concreto de alto desempenho.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 98 - Envolvórias de momentos por combinação (P15 - Análise 2)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.2.4 Pilar P19

Na análise 2, o pilar P19 teve sua armadura reduzida de $12\text{Ø}16,0\text{ mm}$ para $8\text{Ø}12,5\text{ mm}$.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 28 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 2)

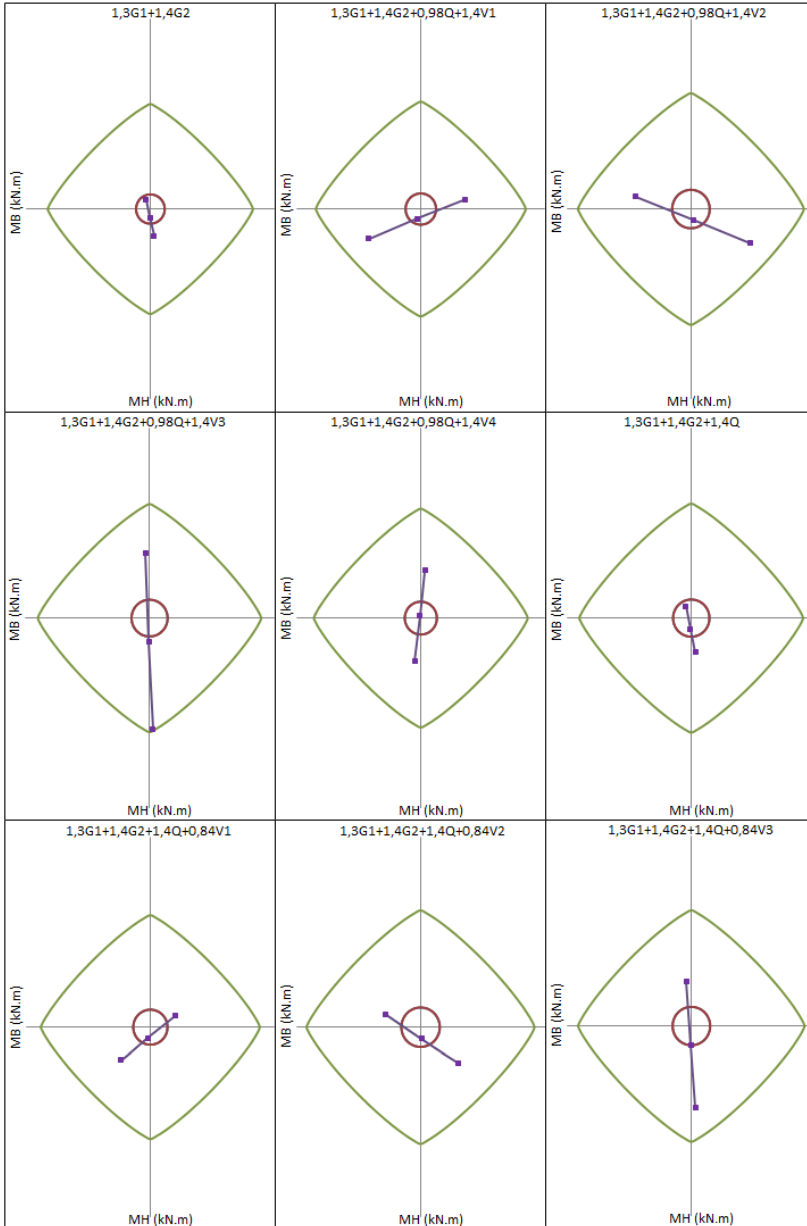
ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{SdB} (kN.m)		M _{SdH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	672,67	0,39	-4,99	4,41	9,93	-29,44
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	717,09	0,42	50,59	-58,60	10,71	-32,95
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	884,41	0,52	-62,15	67,80	13,78	-38,03
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	846,26	0,49	-4,82	4,11	71,67	-123,50
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	755,25	0,44	-6,74	5,09	-47,19	52,51
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	855,64	0,50	-6,12	4,68	13,24	-38,09
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	805,45	0,47	27,71	-33,24	12,32	-36,56
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	905,84	0,53	-39,94	42,60	14,16	-39,61
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	882,95	0,52	-5,54	4,39	48,89	-90,89
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	828,34	0,48	-6,69	4,98	-22,42	14,72
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	589,01	0,34	51,38	-58,79	8,40	-26,90
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	756,34	0,44	-61,37	67,61	11,46	-31,98
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	718,18	0,42	-4,03	3,92	69,36	-117,45
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	627,17	0,37	-5,95	4,90	-49,50	58,56

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

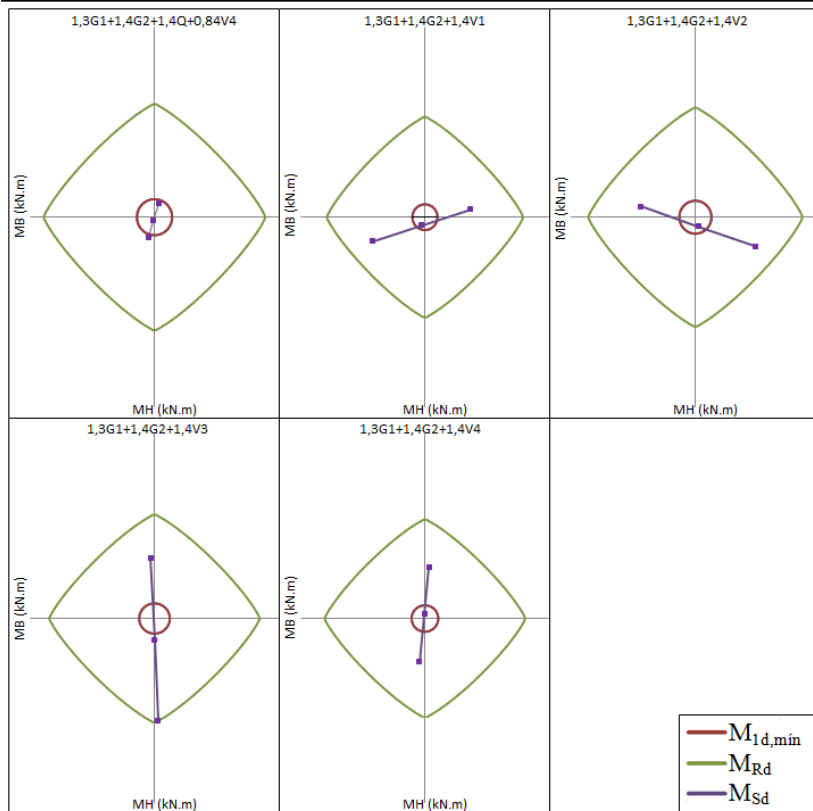
A Figura 99 apresenta as envoltórias de momentos do P19 na análise 2. Nesta figura pode-se observar que as combinações 4 e 13 estão com os momentos solicitantes muito próximos da envoltória resistente. Essa mesma informação pode ser obtida na Tabela 28, na qual se observa que os maiores momentos ocorrem na direção H (maior inércia) e nas combinações citadas ($M_{SdH,topo} = -123,50$ kN.m na combinação 4 e $M_{SdH,topo} = -117,45$ kN.m na combinação 13).

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 99 - Envoltórias de momentos por combinação (P19 - Análise 2)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor

D.3 ANÁLISE 3

Nesta terceira e última análise da estrutura, os pilares foram considerados com f_{ck} de 60 MPa e os demais elementos com 30 MPa.

D.3.1 Pilar P1

O pilar P1 manteve a armadura de $4\emptyset 10,0$ mm nas 3 análises realizadas. Como esse arranjo de 4 barras de 10,0 mm posicionadas nos 4 cantos do pilar é considerado o menor arranjo possível, não havia possibilidade de redução.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Tabela 29 - Esforços solicitantes (P1 - Análise 3)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	671,30	0,39	-4,33	7,59	2,10	-11,17
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	655,57	0,38	13,55	-12,89	5,59	-15,79
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	847,22	0,49	-23,33	29,87	-1,23	-9,28
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	895,71	0,52	-4,14	7,53	21,06	-46,68
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	607,07	0,35	-5,64	9,44	-16,70	21,61
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	785,72	0,46	-5,13	8,87	2,22	-13,12
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	728,22	0,42	5,93	-3,96	4,26	-15,07
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	843,21	0,49	-16,20	21,70	0,17	-11,16
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	872,31	0,51	-4,68	8,30	13,55	-33,61
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	699,13	0,41	-5,58	9,44	-9,11	7,37
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	575,48	0,34	14,11	-13,79	5,50	-14,43
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	767,13	0,45	-22,78	28,97	-1,31	-7,91
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	815,62	0,48	-3,59	6,64	20,98	-45,32
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	526,98	0,31	-5,08	8,55	-16,79	22,98

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Como se manteve a mesma armadura e os esforços solicitantes são próximos ao da Análise 2, os diagramas de momentos são praticamente coincidentes com os da Figura 96.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

D.3.2 Pilar P12

Tabela 30 - Esforços solicitantes (P12 - Análise 3)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1019,56	0,59	-4,98	5,15	-3,15	2,60
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1174,87	0,69	30,82	-36,98	-8,80	9,79
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	1228,33	0,72	-43,50	50,48	1,06	-3,27
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1085,34	0,63	-7,60	8,00	53,65	-71,39
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	1317,86	0,77	-5,09	5,50	-61,40	77,91
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1279,62	0,75	-6,93	7,43	-4,18	3,54
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1263,58	0,74	15,37	-18,81	-7,14	7,46
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	1295,66	0,76	-29,23	33,67	-1,22	-0,37
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1209,86	0,71	-7,68	8,18	30,33	-41,25
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	1349,38	0,79	-6,18	6,68	-38,70	48,33
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	992,82	0,58	32,18	-38,58	-8,08	9,13
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1046,29	0,61	-42,14	48,89	1,78	-3,93
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	903,29	0,53	-6,23	6,40	54,37	-72,05
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1135,82	0,66	-3,72	3,91	-60,68	77,25

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Também para o pilar P12, como se manteve a mesma armadura (6Ø10,0 mm) e os esforços solicitantes são próximos ao da Análise 2, os diagramas de momentos são praticamente coincidentes com os da Figura 97.

D.3.3 Pilar P15

Tabela 31 - Esforços solicitantes (P15 - Análise 3)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{sdB} (kN.m)		M _{sDH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	1505,01	0,88	-2,69	5,51	0,81	-21,61
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	1530,50	0,89	26,08	-34,66	3,00	-23,22
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	2014,61	1,18	-32,76	47,91	-1,58	-24,02
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	1413,84	0,82	-5,90	10,91	39,18	-97,33
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	2131,27	1,24	-0,78	2,33	-37,76	50,09
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	1887,21	1,10	-3,62	7,10	0,67	-24,48
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	1741,98	1,02	14,04	-17,67	2,04	-24,24
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	2032,45	1,19	-21,27	31,87	-0,71	-24,72
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	1671,98	0,98	-5,15	9,67	23,75	-68,70
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	2102,44	1,23	-2,08	4,52	-22,41	19,75
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	1262,96	0,74	26,73	-35,77	3,09	-21,21
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	1747,07	1,02	-32,11	46,80	-1,48	-22,01
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	1146,30	0,67	-5,25	9,80	39,27	-95,32
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	1863,73	1,09	-0,13	1,22	-37,66	52,10

Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Como se manteve a mesma armadura e os esforços solicitantes são próximos ao da Análise 2, os diagramas de momentos são praticamente coincidentes com os da Figura 98.

D.3.4 Pilar P19

Na análise 3, em relação à análise 2, a armadura do pilar P19 foi aumentada de 8Ø12,5 mm para 16Ø12,5 mm. O pilar P19 foi o que apresentou maior aumento de momento fletor na Análise 3, gerando esse aumento de 100% na taxa de armadura. Para entender o aumento deve-se comparar a Figura 99 com a Figura 100, para as combinações 4 e 13.

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

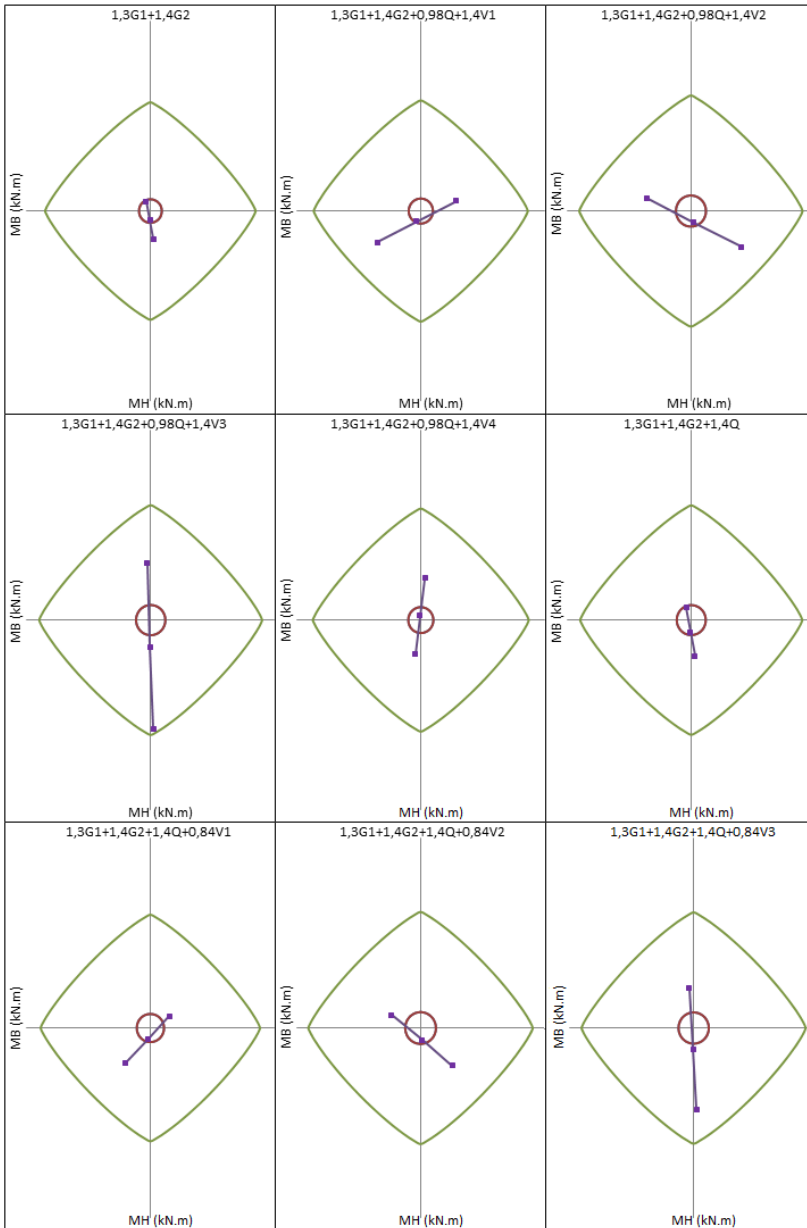
Tabela 32 - Esforços solicitantes (P19 - Análise 3)

ID	Combinação	N _d (kN)	v _d	M _{SdB} (kN.m)		M _{SdH} (kN.m)	
				base	topo	base	topo
1	1,3G1+1,4G2	669,71	0,39	-5,61	4,77	12,72	-38,22
2	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V1	711,21	0,41	50,33	-61,32	13,87	-42,98
3	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V2	884,03	0,52	-63,40	71,35	17,35	-49,08
4	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V3	858,12	0,50	-5,12	3,99	77,72	-149,46
5	1,3G1+1,4G2+0,98Q+1,4V4	737,12	0,43	-7,95	6,05	-46,50	57,40
6	1,3G1+1,4G2+1,4Q	852,44	0,50	-6,93	5,13	16,85	-49,38
7	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V1	800,60	0,47	27,19	-34,68	15,81	-47,55
8	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V2	904,29	0,53	-41,05	44,93	17,89	-51,21
9	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V3	888,74	0,52	-6,08	4,51	54,11	-111,44
10	1,3G1+1,4G2+1,4Q+0,84V4	816,14	0,48	-7,78	5,74	-20,42	12,68
11	1,3G1+1,4G2+1,4V1	583,30	0,34	51,26	-61,57	10,99	-35,17
12	1,3G1+1,4G2+1,4V2	756,11	0,44	-62,47	71,10	14,46	-41,28
13	1,3G1+1,4G2+1,4V3	730,21	0,43	-4,19	3,73	74,83	-141,65
14	1,3G1+1,4G2+1,4V4	609,21	0,36	-7,02	5,80	-49,38	65,20

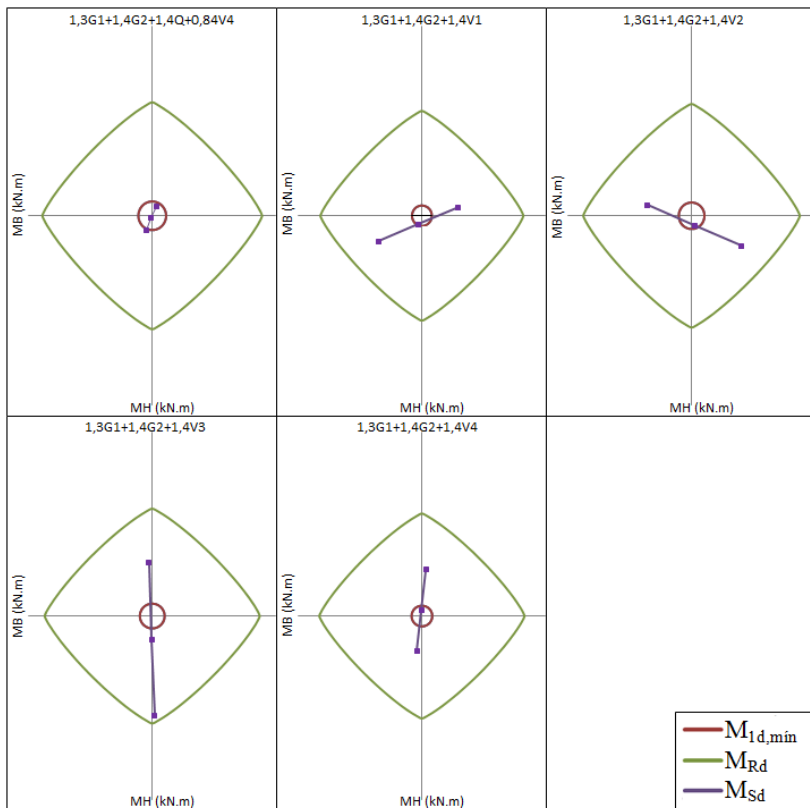
Fonte: AltoQi Eberick V10 (2016)

Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho

Figura 100 - Envolvórias de momentos por combinação (P19 - Análise 3)



Estudo da flexo-compressão para pilares em concretos de alto desempenho



Fonte: Elaborada pelo autor