



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**CENTRO TECNOLÓGICO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**PROJETO DE ELEMENTOS EM ESTRUTURA DE  
CONCRETO ARMADO: COMPARAÇÕES ENTRE O CÁLCULO  
MANUAL E O USO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

Maria Luiza Pereira Krauss (12200448)

Florianópolis,

2017

Maria Luiza Pereira Krauss (12200448)

**PROJETO DE ELEMENTOS EM ESTRUTURA DE  
CONCRETO ARMADO: COMPARAÇÕES ENTRE O CÁLCULO  
MANUAL E O USO DE PROGRAMA COMPUTACIONAL**

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado ao curso de graduação  
em Engenharia Civil da  
Universidade Federal de Santa  
Catarina, como requisito parcial à  
obtenção do título de Engenheira  
Civil.

Orientador: Roberto Caldas de  
Andrade Pinto, Ph D.

Florianópolis,

2017

Maria Luiza Pereira Krauss

**Projeto de Elementos em Estrutura de Concreto Armado:  
Comparações entre o cálculo manual e o uso de programa computacional.**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do Título de Engenheira Civil, e aprovado em sua forma final pelo departamento de Programa de Graduação de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 04 de dezembro de 2017

Prof<sup>a</sup> Luciana Rohde, Dr<sup>a</sup>  
Coordenadora do Curso

**Banca examinadora:**



Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.  
Orientador

Prof. Narbal Ataliba Marcellino, Ph D.

Eng. Gilharde da Silva Mazetto, Me.

Dedico este trabalho aos meus pais, que sempre me incentivaram, à minha irmã, que me apoiou nesta jornada, e aos meus amigos queridos.

## **RESUMO**

O presente trabalho de conclusão de curso tem o intuito de desenvolver um projeto de estruturas em concreto armado para um edifício residencial, por meio de cálculos manuais, da elaboração de planilhas de cálculo, e de programa computacional, seguindo as premissas da ABNT NBR 6118:2014. Após a conclusão das etapas mencionadas, pretende-se apresentar uma comparação de resultados, juntamente com justificativas.

**Palavras chave:** projeto estrutural, concreto armado, Eberick.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Representação do modelo 3D do projeto arquitetônico.....	14
Figura 2: Cobrimentos adotados.....	15
Figura 3: Resultado do lançamento do pavimento Tipo 2.....	18
Figura 4: Destaque das lajes em estudo na forma do pavimento tipo. ....	19
Figura 5: Lajes em estudo.....	20
Figura 6: Vão efetivo.....	21
Figura 7: Situações de vinculação das placas isoladas constantes nos quadros. ....	26
Figura 8: Lajes em estudo e lajes adjacentes.....	28
Figura 9: Momentos fletores finais.....	30
Figura 10: Detalhamento das armaduras positivas.....	56
Figura 11: Detalhamento das armaduras negativas.....	60
Figura 12: Destaque da viga V5 na planta de formas.....	66
Figura 13: Vãos da viga V5.....	67
Figura 14: Lançamento da estrutura em análise no software Ftool.....	68
Figura 15: Cargas acidentais.....	70
Figura 16: Cargas permanentes.....	70
Figura 17: Carregamento total.....	71
Figura 18: Arredondamento do diagrama de momentos fletores.....	71
Figura 19: Carregamentos majorados para o estado limite último.....	72
Figura 20: Diagrama de momentos fletores da viga e dos pilares [Nm].....	72
Figura 21: Diagrama de momentos fletores da viga após o arredondamento [Nm].....	73
Figura 22: Diagrama de esforços cortantes da viga e dos pilares [kN].....	73
Figura 23: Cálculo de $V_{c1}$ .....	86
Figura 24: Diagrama de esforços cortantes da viga e dos pilares [kN].....	88

Figura 25: Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente. .....	94
Figura 26: Barras do trecho V5-C. ....	98
Figura 27: Barras do trecho V5-D. ....	101
Figura 28: Barras no apoio P13. ....	102
Figura 29: Barras no apoio P14. ....	103
Figura 30: Detalhamento dos trechos em estudo. ....	105
Figura 31: Carregamento de serviço. ....	108
Figura 32: Momentos fletores de serviço [Nm]. ....	108
Figura 33: Deslocamentos da viga V5. ....	111
Figura 34: Destaque dos pilares em estudo na planta de formas. ....	114
Figura 35: Momentos atuantes na seção do pilar. ....	119
Figura 36: Momentos fletores atuantes no pilar, nas direções x e y. ....	123
Figura 37: Momentos atuantes na seção do pilar. ....	123
Figura 38: Momentos fletores atuantes no pilar, nas direções x e y. ....	126
Figura 39: Momentos atuantes na seção do pilar. ....	127
Figura 40: Esforços de cálculo do pilar P18. ....	127
Figura 41: Momentos fletores atuantes no pilar, nas direções x e y. ....	129
Figura 42: Arranjos das barras. ....	131
Figura 43: Envoltórias do pilar [kNm]. ....	133
Figura 44: Envoltória de momentos resistentes [kNm]. ....	135
Figura 45: Envoltórias do pilar [kNm]. ....	136
Figura 46: Envoltória de momentos resistentes [kNm]. ....	138
Figura 47: Envoltória do pilar [kNm]. ....	139
Figura 48: Envoltória de momentos resistentes [kNm]. ....	140
Figura 49: Proteção contra flambagem das barras. ....	141

Figura 50: Fluxograma do desenvolvimento do projeto por meio do software. ....	145
Figura 51: Pórtico 3D do projeto estrutural.....	146
Figura 52: Diagrama de momentos fletores de cálculo obtidos com o software Eberick [kNm] .....	150
Figura 53: Diagrama de momentos fletores de cálculo obtidos com o software Ftool [Nm]. .....	150



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tabela de cargas das lajes.....	24
Tabela 2: Taxas mínimas de armadura de flexão. ....	33
Tabela 3: Vãos efetivos da viga V5.....	68
Tabela 4: Diagrama de momentos fletores dos trechos escolhidos. ....	77
Tabela 5: Diâmetro dos pinos de dobramento (D). ....	95
Tabela 6: Flechas da viga V5. ....	112
Tabela 7: Esforços de cálculo do pilar P8. ....	120
Tabela 8: Esforços de cálculo do pilar P15. ....	124
Tabela 9: Relação dos ábacos.....	130
Tabela 10: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo. .....	148
Tabela 11: Diferença entre áreas de aço obtidas com os dois métodos de cálculo. ....	148
Tabela 12: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo. .....	149
Tabela 13: Diferença entre áreas de aço obtidas com os dois métodos de cálculo. ....	149
Tabela 14: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo. .....	151
Tabela 15: Comparação das áreas de aço calculadas. ....	152
Tabela 16: Comparação das áreas de aço efetivas.....	152
Tabela 17: Esforços normais obtidos com os dois métodos.....	153
Tabela 18: Comparação de áreas de aço efetivas. ....	153

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	11
1.2. JUSTIFICATIVAS .....	11
1.3. OBJETIVOS.....	12
1.3.1. Objetivo geral.....	12
1.3.2. Objetivos específicos.....	12
1.4. METODOLOGIA.....	12
2. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO ARQUITETÔNICO .....	13
3. PROJETO ESTRUTURAL .....	15
3.1. MATERIAIS E DURABILIDADE.....	15
3.2. LANÇAMENTO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS .....	16
3.2.1. Lançamento e pré-dimensionamento dos pilares .....	16
3.2.2. Lançamento e pré-dimensionamento das vigas.....	16
3.2.3. Pré-dimensionamento das lajes e definição dos vínculos .....	17
3.3. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DAS LAJES.....	19
3.3.1. Classificação das lajes .....	20
3.3.2. Carregamentos.....	23
3.3.3. Cálculo dos momentos fletores .....	25
3.3.4. Dimensionamento das armaduras longitudinais.....	31
3.3.5. Verificação do estado limite de serviço .....	41
3.3.6. Detalhamento das armaduras .....	49
3.3.7. Reação das lajes nas vigas.....	61
3.3.8. Verificação ao cisalhamento .....	63
3.4. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE VIGAS.....	66

3.4.1. Arranjo estrutural .....	67
3.4.2. Carregamentos.....	68
3.4.3. Momento fletor e esforço cortante .....	71
3.4.4. Dimensionamento das armaduras longitudinais.....	73
3.4.5. Dimensionamento das armaduras transversais.....	85
3.4.6. Detalhamento das armaduras longitudinais.....	92
3.4.7. Verificação do estado limite de serviço .....	106
3.5. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE PILARES.....	113
3.5.1. Características físicas .....	115
3.5.2. Classificação.....	116
3.5.3. Determinação dos esforços de cálculo de primeira ordem.....	117
3.5.4. Excentricidade de primeira ordem .....	117
3.5.5. Dispensa da análise dos efeitos locais de segunda ordem.....	118
3.5.6. Determinação dos efeitos locais de segunda ordem.....	118
3.5.7. Dimensionamento da armadura longitudinal .....	130
3.5.8. Dimensionamento da armadura transversal .....	140
3.6. PLANILHAS ELETRÔNICAS.....	144
3.6.1. Planilhas de dimensionamento de lajes .....	144
3.6.2. Planilhas de dimensionamento de vigas.....	144
3.6.3. Planilhas de dimensionamento de pilares.....	144
4. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO POR MEIO DE SOFTWARE ....	145
5. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	147
5.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS LAJES .....	147
5.2. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA VIGA.....	150
5.3. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS PILARES .....	153
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	155

REFERÊNCIAS .....	156
ANEXO A - Plantas arquitetônica.....	157
ANEXO B – Plantas de formas .....	160
ANEXO C – Planilhas de cálculo.....	163
ANEXO D – Detalhamentos do Eberick.....	184
ANEXO E – Ábacos para Flexão Oblíqua .....	188

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Amplamente empregada no Brasil, a estrutura em concreto armado se torna vital para a formação do engenheiro civil. Com a pluralização da tecnologia, o profissional, que antes calculava manualmente, aprendeu artifícios computacionais que aceleram a concepção de projetos. Processos complexos de análise podem ser desenvolvidos em questão de segundos e a entrega do produto passa a ficar cada vez menos distante.

Embora os *softwares* facilitem exponencialmente o trabalho do engenheiro, o conhecimento e a cautela na elaboração de projetos não devem se limitar; portanto, é imprescindível a compreensão, por parte do calculista, dos parâmetros e procedimentos utilizados pelos programas computacionais, a fim de que se faça a utilização correta dos *softwares*. Logo, a tecnologia dinamiza e facilita o trabalho, no entanto não deve substituir o verdadeiro conhecimento do profissional.

Com o propósito de expandir o estudo do cálculo estrutural, elaborou-se um projeto por meio da abordagem manual e computacional, e estabeleceu-se a comparação de resultados distinguindo os motivos para eventuais divergências. Desse modo, a partir dos resultados, pode-se concluir sobre qual método se mostra mais econômico, e se há diferença quanto à segurança e praticidade.

### 1.2. JUSTIFICATIVAS

Complementar os conhecimentos adquiridos na graduação e no estágio, e vivenciar os obstáculos e os procedimentos necessários para a elaboração de um projeto estrutural.

### 1.3. OBJETIVOS

#### 1.3.1. Objetivo geral

Dimensionar e detalhar estruturas em concreto armado, de modo a acrescentar e aprofundar conhecimentos específicos sobre a concepção de projetos estruturais de edificações modernas.

#### 1.3.2. Objetivos específicos

Revisar os métodos aprendidos nas disciplinas da graduação e prescrições normativas, e elaborar um manual de cálculo. A partir do conteúdo levantado, pretende-se iniciar o processo de cálculo manual de uma estrutura, elaborar planilhas de dimensionamento e detalhamento automático para os elementos, e dimensionar a mesma estrutura com o auxílio de um *software*.

### 1.4. METODOLOGIA

Primeiramente, será elaborado o projeto arquitetônico por meio do *software Revit Architecture*, para que, então, sejam lançados os elementos estruturais no croqui das plantas baixas, prevendo a análise de compatibilização de projetos, juntamente com a estimativa das dimensões. Então, é possível definir as vinculações entre os elementos.

Em seguida, será efetuada a análise dos carregamentos efetivos do edifício com o auxílio do *software Ftool*, a fim de que seja possível prosseguir o dimensionamento. Simultaneamente ao cálculo manual dos elementos, será criado um passo a passo da metodologia utilizada, por meio de revisões bibliográficas e planilhas de cálculo que automatizem o processo descrito.

Após o dimensionamento, verificações pertinentes e detalhamento, utilizar-se-á o *software AltoQi Eberick V10*, amplamente adotado na criação de projetos brasileiros, para efetuar comparações de resultado, aferir os motivos de prováveis divergências e concluir quais as características dos resultados de cada método.

## 2. CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO ARQUITETÔNICO

Visando compreender todo o processo que antecede a elaboração de um projeto estrutural, decidiu-se por elaborar um projeto arquitetônico a partir do zero. A intenção deste foi contemplar as questões envolvidas, como a noção de espaço e a funcionalidade dos ambientes criados, bem como, adquirir conhecimento na utilização do *software* Revit Architecture, aplicado largamente no campo da arquitetura e engenharia civil.

O resultado desta etapa configura uma edificação de dez lances estruturais, projetados com a função residencial. Optou-se por dimensionar um edifício pequeno, contendo um apartamento por andar, mas que incluísse um número maior de pavimentos, para que resultasse em cargas de valores elevados nos pilares. Os lances estruturais foram chamados de: Térreo, Salão de festas, cinco Pavimentos Tipo, Cobertura, Caixa d'água e Tampa da Caixa d'água. Definiu-se que a locação do projeto se dá em um terreno acidentado, o qual apresenta cotas mais elevadas nos fundos. Dessa forma, parte do segundo pavimento do edifício se apoia diretamente nas fundações projetadas aos fundos do terreno.

O primeiro lance, “Térreo”, destina-se ao corredor de entrada do edifício, portaria, bicicletário e rampa para automóveis. No segundo lance, “Salão”, foram dispostos o salão de festas, duas vagas de garagem e acesso para carros à área externa, localizada atrás da edificação. Os cinco pavimentos Tipo são considerados idênticos do ponto de vista arquitetônico. O pavimento “Cobertura” destina-se ao telhado e à casa de máquinas do elevador. Por fim, os lances “Caixa d'água” e “Tampa da Caixa d'água” formam o abrigo para o reservatório superior de água.

No lançamento dos elementos arquitetônicos, considerou-se paredes com a espessura de 20 cm e revestimento cerâmico em todas as fachadas externas. As plantas arquitetônicas finais encontram-se ilustradas no Anexo A.

*Figura 1: Representação do modelo 3D do projeto arquitetônico.*



*Fonte: Da Autora.*



### 3. PROJETO ESTRUTURAL

Para este projeto estrutural, calculou-se todas as lajes do pavimento Tipo 2, a viga V5 do pavimento Tipo 2 e os pilares P8, P15 e P18 no lance compreendido entre o Tipo 2 e o Tipo 3. O cálculo dos elementos teve como base o conhecimento adquirido na graduação e foi elaborado inteiramente em planilhas eletrônicas, as quais foram criadas com a intenção do cálculo automático, que necessita apenas a inserção de alguns dados de entrada.

A seguir, apresenta-se o roteiro seguido para a execução deste trabalho, o qual contempla toda a teoria que o sustenta e exemplos práticos que demonstram o cálculo manual de alguns elementos.

#### 3.1. MATERIAIS E DURABILIDADE

A fim de determinar a classe de agressividade ambiental para a edificação, é necessário conhecer sua localização. Os critérios para a classificação dos ambientes não são exatos, portanto dependem do bom senso do projetista.

Definiu-se que o projeto seria implantado no município de Tubarão – SC, no bairro Recife, o qual pode ser classificado com a classe de agressividade ambiental II (urbana). Logo, adotou-se os seguintes cobrimentos:

*Figura 2: Cobrimentos adotados.*

Elemento	Viga	Pilar	Laje (inferior)	Laje (Superior)
Cobrimento [cm]	2,5	2,5	2,5	1,5

*Fonte: Da Autora.*

Para a classe de agressividade II, a NBR 6118:2014 prescreve que o cobrimento adotado para vigas e pilares seja de 3 cm, mas permitiu-se reduzir tal cobrimento, posto que a região não é completamente urbanizada, e que a edificação terá suas fachadas externas completamente revestidas com cerâmica. Reduziu-se, também, o cobrimento superior das lajes, pois o contrapiso e o seu revestimento conferem proteção.

Também depende da classe de agressividade ambiental, a classe de resistência do concreto, para a qual é disposta a tabela 7.1 da NBR 6118:2014. Por meio desta, define-

se a adoção de resistência característica de 25 MPa, conforme o indicado para a classe de agressividade II.

### 3.2. LANÇAMENTO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS

O lançamento dos elementos estruturais significa posicionar os elementos em concreto armado, como os pilares, vigas, lajes e outras estruturas necessárias, prevendo dimensões para estas. Tal pré-dimensionamento deve antever a compatibilização deste com outros projetos, principalmente com o arquitetônico, visando a funcionalidade e a estética da edificação.

O procedimento seguido para o posicionamento das estruturas iniciou-se pelos pavimentos Tipo, e em seguida, Salão, Térreo e, por fim, a cobertura.

#### 3.2.1. Lançamento e pré-dimensionamento dos pilares

Primeiramente, são definidas as posições e dimensões dos pilares no interior das paredes, de forma que, em sua maioria, a direção de maior inércia se encontre alinhada à dimensão de menor inércia da edificação, dando a esta maior estabilidade.

Estes tiveram a menor dimensão limitada a 17 cm, com a intenção de serem posicionados completamente internos na alvenaria, e foram alocados, em sua maioria, no encontro de paredes.

A maior dimensão dos pilares teve variação a cada pavimento, de modo que, nos lances superiores, definiu-se menores tamanhos, e nos inferiores, maiores, à medida que a carga aumenta.

#### 3.2.2. Lançamento e pré-dimensionamento das vigas

Em seguida, sempre que possível, as vigas tomam posição no interior das paredes, para que não estejam aparentes. Estas delimitam o contorno das lajes e, portanto, devem ser pensadas para que não ocasionem lajes muito grandes ou muito pequenas.

Analogamente aos pilares, as vigas também obtiveram largura de 17 cm.

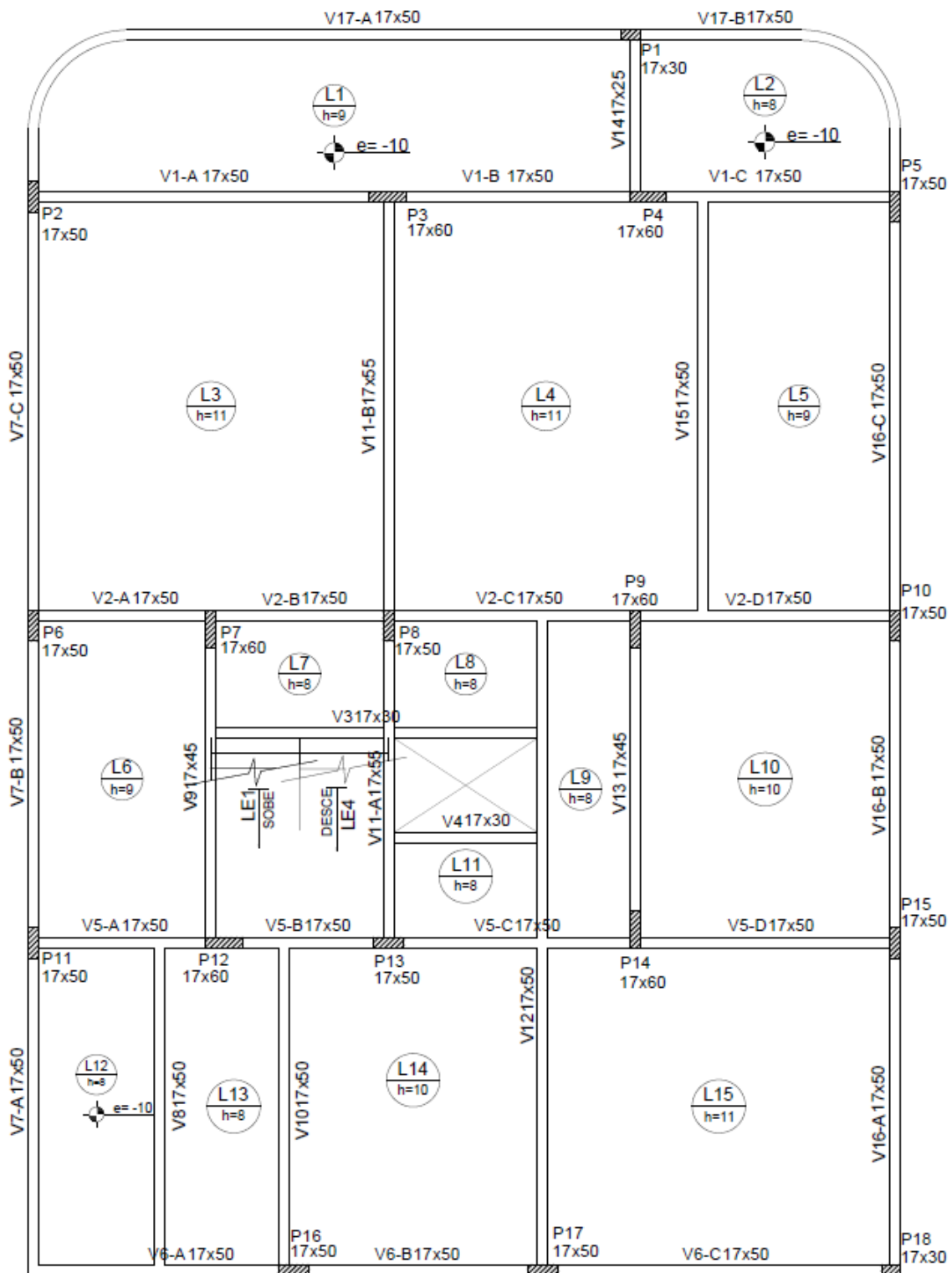
A altura das vigas é estimada com, aproximadamente, um décimo do vão, e deve ser pensada para que não interfira nos vãos de portas e janelas.

### 3.2.3. Pré-dimensionamento das lajes e definição dos vínculos

Adotou-se lajes maciças, devido à experiência estabelecida durante a graduação, cujas espessuras foram estimadas de acordo com o seu menor vão, na relação que costuma variar entre 1/40 e 1/60 (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014). Estas foram definidas nas regiões contornadas pelas vigas.

A borda de uma laje será considerada contínua com a laje vizinha se esta dispuser de rigidez suficiente para impedir a rotação nessa borda comum. As condições adotadas foram as seguintes: diferença de espessura entre as lajes de até 2 cm; relação dos vãos, medidos perpendicularmente à viga de apoio, de no máximo 2; e comprimento de continuidade de, no mínimo,  $\frac{2}{3}$  do vão das lajes.

Figura 3: Resultado do lançamento do pavimento Tipo 2.



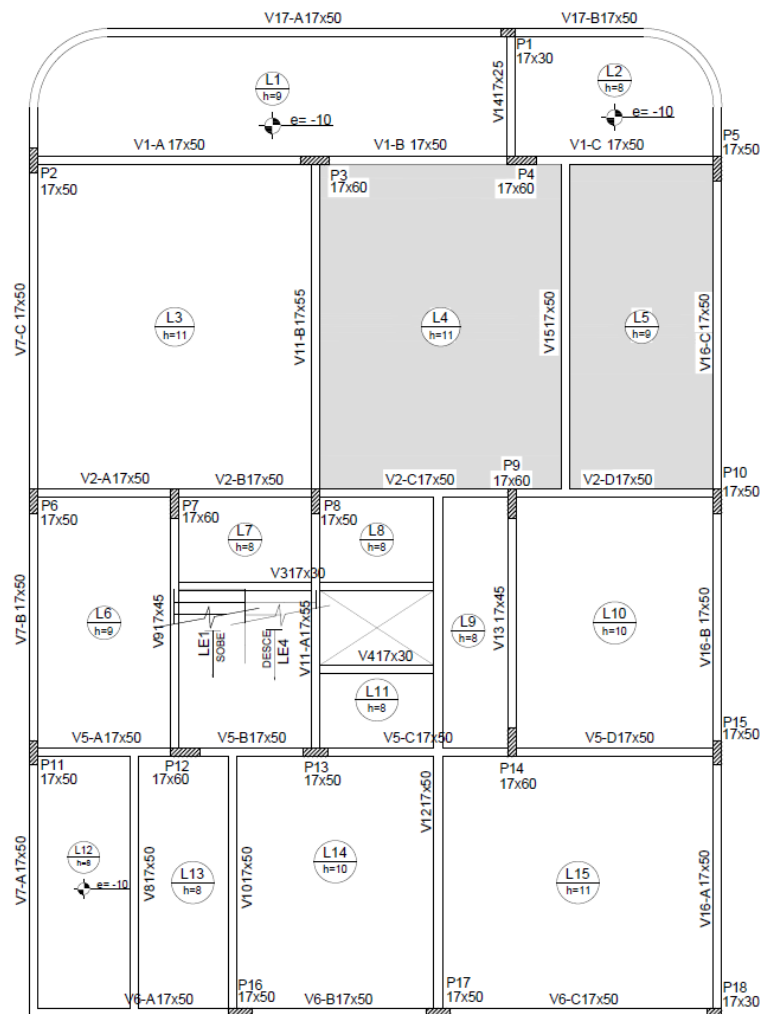
Fonte: Da Autora.

### 3.3. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DAS LAJES

Para o dimensionamento das lajes do presente trabalho, optou-se pelo método elástico, também conhecido como teoria das placas delgadas ou, ainda, teoria de Kirchhoff, a qual se baseia na análise do comportamento dos elementos sob o efeito de cargas de serviço na seção bruta de concreto. O procedimento adotado admite que cada laje trabalha isoladamente e, nas situações pertinentes, a fissuração foi considerada em análises locais para o cálculo do deslocamento.

No desenvolvimento do trabalho, escolheu-se duas lajes, dentre as contidas no pavimento tipo do projeto, visando contemplar situações de cálculo diferentes. Portanto, foram definidas as lajes *L4* e *L5* como objetos de estudo desse trabalho, visto que estas são bidirecional e unidirecional, respectivamente, e possuem apoios simples e engastes.

Figura 4: Destaque das lajes em estudo na forma do pavimento tipo.

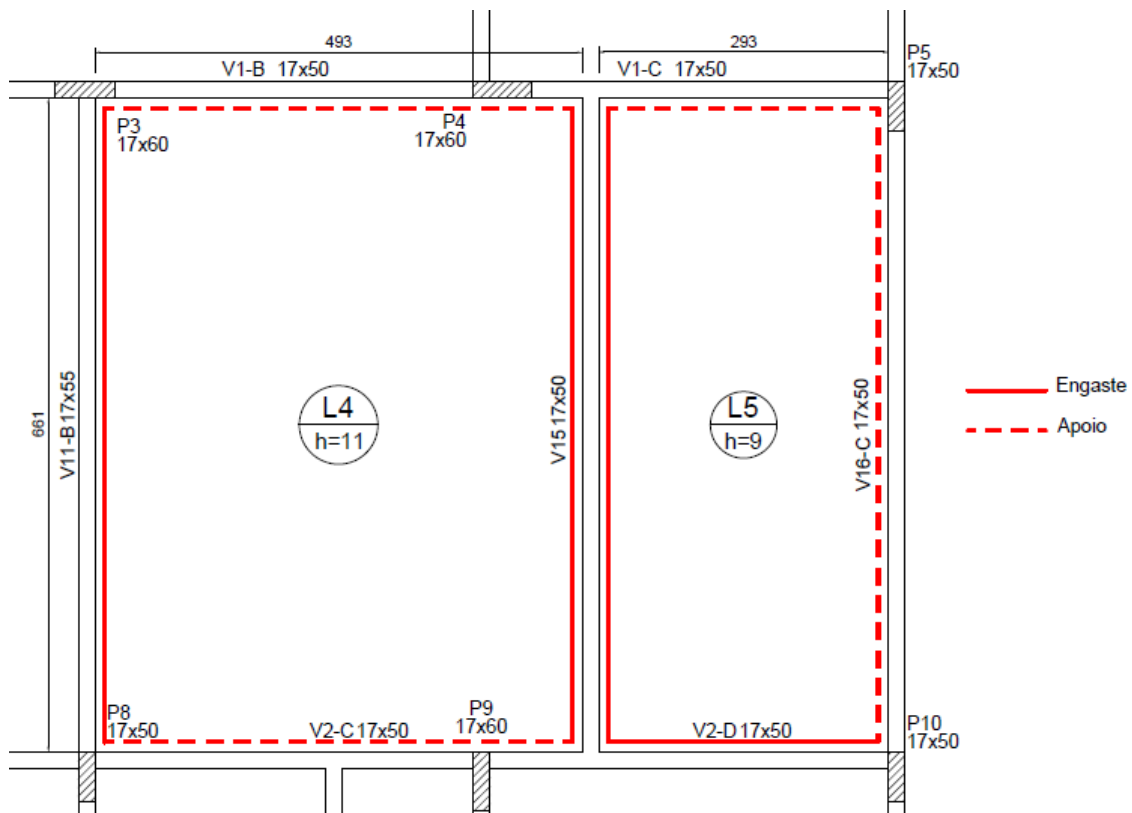


Fonte: Da Autora.

A laje  $L4$  encontra-se engastada às lajes  $L3$  e  $L5$ , ou seja, tem os dois apoios engastados segundo o menor vão, e possui uma espessura de 11 centímetros. Esta corresponde ao espaço destinado às salas de estar e jantar da unidade residencial.

A laje  $L5$  possui duas continuidades com lajes adjacentes, uma segundo o menor vão e a outra segundo o maior, e possui uma espessura de 9 centímetros. As lajes adjacentes que fazem seus pares de continuidade são a laje  $L4$ , anteriormente citada, e a laje  $L10$ . O ambiente delimitado por esta laje refere-se à sala de estudos.

Figura 5: Lajes em estudo.



Fonte: Da Autora.

A continuidade definida entre as lajes  $L4$  e  $L5$  encontra-se no limite das condições para engaste estabelecidas anteriormente. Optou-se por engastá-las, a fim de evitar deslocamentos excessivos na laje  $L4$ .

### 3.3.1. Classificação das lajes

O primeiro passo para o dimensionamento das lajes em estudo é analisar suas dimensões: definir o comprimento dos vãos efetivos  $l_x$  e  $l_y$ , sendo estes o menor e o maior

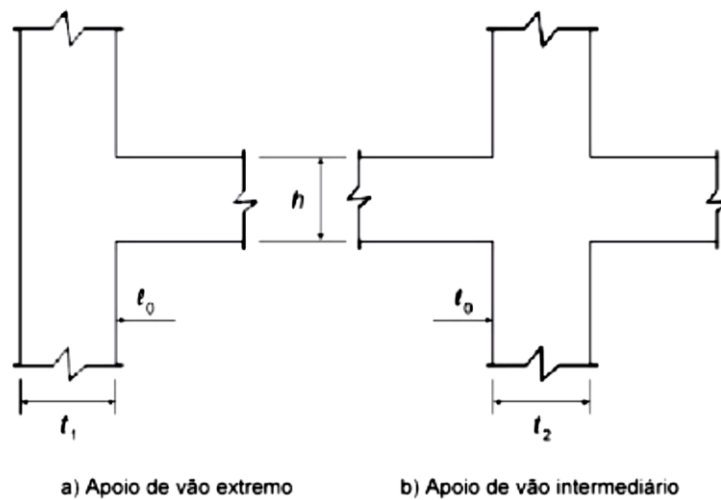
vão da laje respectivamente. Para isso, é necessário adicionar às dimensões das lajes ( $l_0$ ) os valores  $a_1$  e  $a_2$ , conforme a equação abaixo:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

Os valores  $a_1$  e  $a_2$  são definidos de acordo com o menor valor apresentado a seguir:

$$a \leq \begin{cases} \frac{t}{2} \\ 0,3 * h \end{cases}$$

Figura 6: Vão efetivo.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014, Figura 14.5.

Com os vãos efetivos valorados, prossegue-se para a definição do tipo de armadura a ser utilizada, a qual pode ser unidirecional ou bidirecional. A laje unidirecional tem sua armadura principal posicionada segundo a direção correspondente ao menor vão, e uma armadura secundária de valor mínimo na direção do maior vão. A bidirecional, por sua vez, é armada segundo duas direções principais. O critério para tal definição depende do coeficiente  $\lambda$ , calculado segundo a equação:

$$\lambda = \frac{l_{y,ef}}{l_{x,ef}}$$

As lajes deverão ser armadas em duas direções quando  $\lambda \leq 2$ , e em uma direção para outros valores de  $\lambda$ .

## Resultados para as lajes em estudo

**Laje L4:**

$$a \leq \begin{cases} \frac{17}{2} = 8,5 \\ 0,3 * 11 = 3,3 \end{cases}$$

$$a = 3,3 \text{ cm}$$

$$l_{x,ef} = 493 + 3,3 + 3,3 = 499,6 \cong 500 \text{ cm}$$

$$l_{y,ef} = 661 + 3,3 + 3,3 = 667,6 \cong 668 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{668}{500} = 1,336$$

A laje L4 será armada em duas direções.

**Laje L5:**

$$a \leq \begin{cases} \frac{17}{2} = 8,5 \\ 0,3 * 9 = 2,7 \end{cases}$$

$$a = 2,7 \text{ cm}$$

$$l_{x,ef} = 293 + 2,7 + 2,7 = 298,4 \cong 299 \text{ cm}$$

$$l_{y,ef} = 661 + 2,7 + 2,7 = 666,4 \cong 666 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{666}{299} = 2,227$$

A laje L5 terá armadura unidirecional.



### 3.3.2. Carregamentos

As cargas atuantes nas lajes são consideradas, para efeito de cálculo, como cargas distribuídas por área. Dessa forma, os carregamentos pontuais e lineares, como o peso das paredes, são transformados em carregamentos distribuídos por área, para que sejam aplicados às combinações de ações.

Nos pavimentos residenciais, os carregamentos mais comumente empregados são: o peso próprio da peça de concreto, a carga devido ao revestimento da estrutura, o peso das paredes e os carregamentos acidentais.

#### 3.3.2.1. Peso próprio ( $g_{pp}$ )

O peso próprio das placas de concreto foi calculado considerando peso específico ( $\gamma_{concreto}$ ) de 25 kN/m<sup>3</sup>, segundo a equação:

$$g_{pp} = \gamma_{concreto} * h$$

#### 3.3.2.2. Peso de revestimento ( $g_{rev}$ )

As cargas permanentes de revestimento foram consideradas, de maneira geral, 1 kN/m<sup>2</sup>, visando a simplificação do estudo.

#### 3.3.2.3. Peso de parede ( $g_{par}$ )

As cargas de parede foram calculadas e distribuídas de acordo com a localização, o número de paredes e tipo de armadura. Nas lajes bidirecionais, a carga de parede é distribuída igualmente em toda placa, segundo a equação:

$$g_{par} = \frac{V_{par} * \gamma_{par}}{l_x * l_y}$$

Em que:

$V_{par}$ : Volume da parede;

$\gamma_{par}$ : Peso específico da parede (adotado 13 kN/m<sup>3</sup>).

#### 3.3.2.4. Cargas acidentais (q)

A atribuição das cargas acidentais distribuídas nos planos das lajes foi realizada de acordo com a norma *ABNT NBR 6120 Cargas para o cálculo de estruturas de edificações* (NOV 1980), da qual foram consideradas as que se referem a edifícios residenciais.

#### Resultados para as lajes em estudo

A partir das observações acima, montou-se a tabela referência de carregamentos mostrada a seguir:

*Tabela 1: Tabela de cargas das lajes.*

Laje	Peso próprio [kN/m <sup>2</sup> ]	Revestimento [kN/m <sup>2</sup> ]	Parede [kN/m <sup>2</sup> ]	Acidental [kN/m <sup>2</sup> ]
L4	2,75	1,0	0,0	1,5
L5	2,25	1,0	3,75	1,5

*Fonte: Da Autora.*

Com base nesta, é possível calcular as combinações de ações que serão usadas na verificação das flechas e no dimensionamento no estado limite último.

#### **Laje L4:**

Combinação quase-permanente:

$$p = g + \psi_2 * q = (2,75 + 1) + 0,3 * 1,5 = 4,20 \text{ kN/m}^2$$

Combinação última normal:

$$p = \gamma_g * (g + q) = 1,4 * (2,75 + 1,0 + 1,5) = 7,35 \text{ kN/m}^2$$

### **Laje L5:**

Combinação quase-permanente:

$$p = g + \psi_2 * q = (2,25 + 1 + 3,75) + 0,3 * 1,5 = 7,45 \text{ kN/m}^2$$

Combinação última normal:

$$p = \gamma_g * (g + q) = 1,4 * (2,25 + 1,0 + 3,75 + 1,5) = 11,9 \text{ kN/m}^2$$

### 3.3.3. Cálculo dos momentos fletores

Para a obtenção dos valores dos momentos fletores, é necessário o conhecimento do tipo de armadura a ser utilizada (unidirecional ou bidirecional), para que seja possível definir o procedimento de cálculo a ser seguido.

#### 3.3.3.1. Lajes unidirecionais

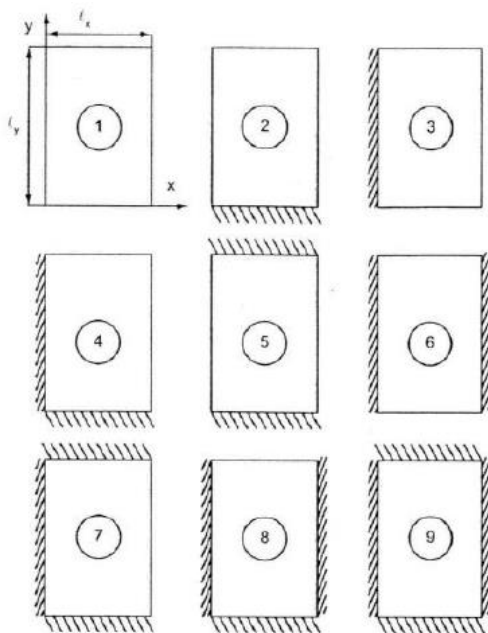
Admite-se que o momento fletor segundo o menor vão destas lajes é maior que o momento segundo o maior vão. Então, calcula-se o maior momento com o mesmo procedimento utilizado para vigas, adotando uma base de grandes dimensões. Neste caso, atribui-se o valor de um metro de base.

#### 3.3.3.2. Lajes bidirecionais

O momento fletor das lajes armadas em duas direções será calculado por meio do processo de placas por séries, utilizando as tabelas de Bares (1972) adaptadas para o coeficiente de *Poisson* de 0,2 por Carvalho e Figueiredo (2012).

O processo de cálculo inicia-se na definição do caso de vinculação da laje em estudo, o qual deve-se enquadrar em um dos casos abaixo:

Figura 7: Situações de vinculação das placas isoladas constantes nos quadros.



Fonte: Carvalho e Figueiredo (2014).

Em seguida, busca-se pelos coeficientes  $\mu_x$ ,  $\mu_y$ ,  $\mu'_x$  e  $\mu'_y$  nos quadros adaptados de Bares (1972), cujos dados de entrada são o caso de vinculação da laje e o valor de  $\lambda$ , para que seja possível obter os esforços fletores das equações a seguir:

$$M_x = \frac{\mu_x * p * l_x^2}{100} \quad M_y = \frac{\mu_y * p * l_x^2}{100} \quad X_x = \frac{\mu'_x * p * l_x^2}{100} \quad X_y = \frac{\mu'_y * p * l_x^2}{100}$$

Em que:

$M_x$  e  $M_y$ : Momentos fletores positivos por metro;

$X_x$  e  $X_y$ : Momentos fletores negativos por metro.

### 3.3.3.3. Compatibilização dos momentos negativos

Visto que as placas são consideradas isoladas neste estudo, é provável que os valores dos momentos negativos em lajes vizinhas não sejam idênticos. Portanto, a NBR 6118:2014 prescreve que se faça uma compatibilização aproximada destes momentos.

O método utilizado nos cálculos a seguir segue o critério sugerido por Padaratz e Pinto (2013):

$$X \geq \begin{cases} 0,8 * X_1 \\ \frac{X_1 + X_2}{2} \end{cases}$$

Em que:

$X_1$ : Momento negativo de maior valor calculado na região do engaste;

$X_2$ : Momento negativo de menor valor calculado na região do engaste;

$X$ : Momento negativo compatibilizado.

#### 3.3.3.4. Correção dos momentos positivos

Os momentos fletores positivos correspondentes precisam ter seus valores corrigidos proporcionalmente à compatibilização dos negativos. Se o momento negativo foi reduzido durante a compatibilização, o momento positivo deve ser aumentado segundo a correção abaixo:

$$M = M_i + \frac{X_1 - X}{2}$$

Em que:

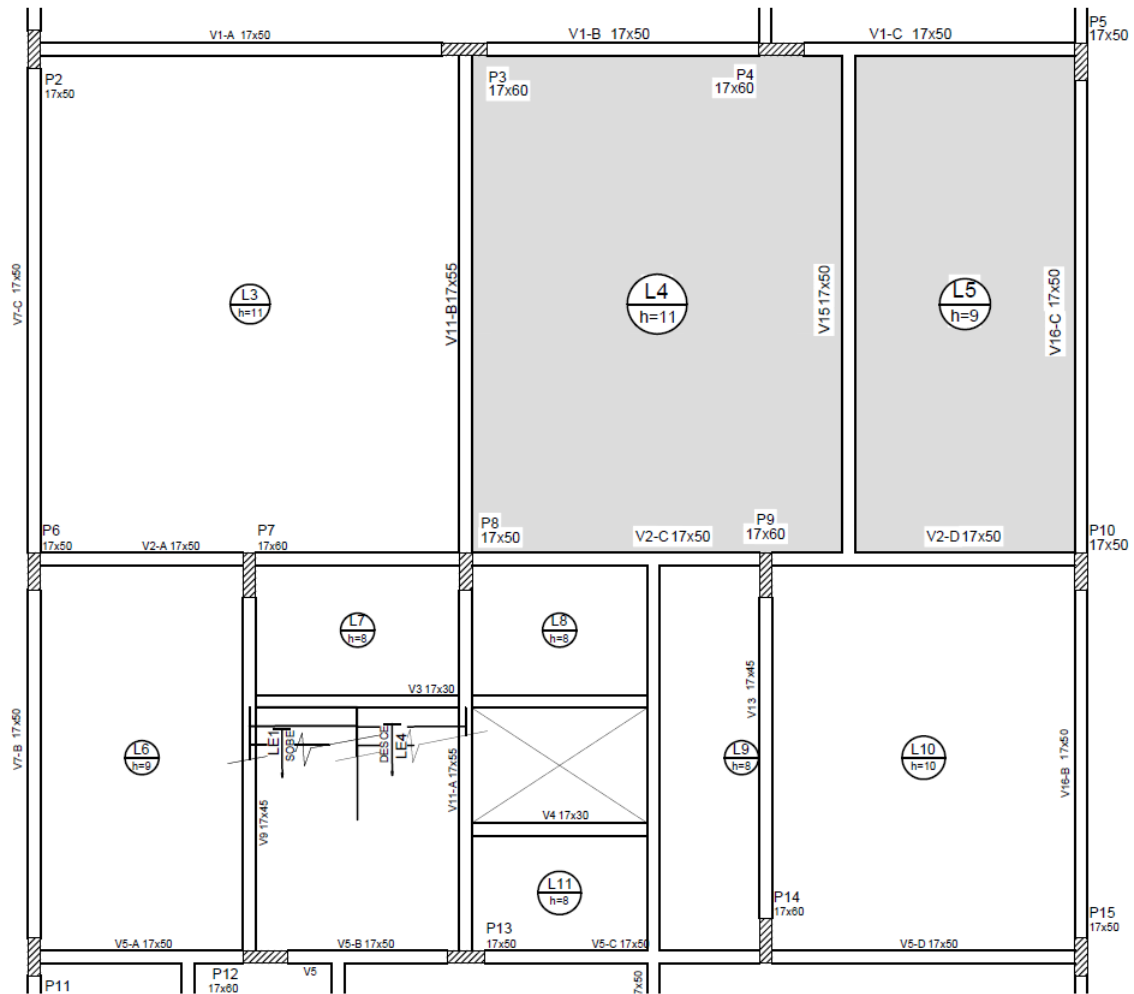
$M_i$ : Momento positivo a ser corrigido;

$M$ : Momento corrigido.

No caso de aumento do momento negativo durante a compatibilização, ignora-se a correção, que reduziria o valor do momento positivo correspondente.

## Resultados para as lajes em estudo

Figura 8: Lajes em estudo e lajes adjacentes.



Fonte: Da Autora.

### Laje L4:

A laje L4 se enquadra no caso de vinculação 6, segundo a Figura 7.

$$M_x = \frac{\mu_x * p * l_x^2}{100} = \frac{3,84 * 7,35 * 5,00^2}{100} = 7,056 \text{ kNm/m}$$

$$M_y = \frac{\mu_y * p * l_x^2}{100} = \frac{1,59 * 7,35 * 5,00^2}{100} = 2,921 \text{ kNm/m}$$

$$X_x = \frac{\mu'_x * p * l_x^2}{100} = \frac{8,02 * 7,35 * 5,00^2}{100} = 14,737 \text{ kNm/m}$$

### **Laje L5:**

Os momentos da laje L5 foram calculados com as equações de vigas com um apoio e um engaste:

$$M_x = \frac{p * l_x^2}{14,22} = \frac{11,9 * 2,99^2}{14,22} = 7,482 \text{ kNm/m}$$

$$X_x = \frac{p * l_x^2}{8} = \frac{11,9 * 2,99^2}{8} = 13,299 \text{ kNm/m}$$

### **Compatibilização**

Para que seja possível calcular os momentos fletores compatibilizados, é necessário obter os valores dos momentos adjacentes. Portanto, utilizou-se o mesmo procedimento para determinar os momentos negativos das lajes adjacentes, e chegou-se aos seguintes resultados:

$$\text{Laje L3: } X_x = 23,313 \text{ kNm/m}$$

$$\text{Laje L10: } X_y = 17,247 \text{ kNm/m}$$

Dessa forma, compatibilizou-se os momentos fletores negativos:

### **Entre L3 e L4:**

$$X \geq \begin{cases} 0,8 * X_1 = 0,8 * 23,313 = 18,65 \text{ kNm/m} \\ \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{23,313 + 14,737}{2} = 19,025 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$X = 19,025 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

### **Entre L4 e L5:**

$$X \geq \begin{cases} 0,8 * X_1 = 0,8 * 14,737 = 11,790 \text{ kNm/m} \\ \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{14,737 + 13,299}{2} = 14,018 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$X = 14,018 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

Entre L5 e L10:

$$X \geq \begin{cases} 0,8 * X_1 = 0,8 * 17,247 = 13,798 \text{ kNm/m} \\ \frac{X_1 + X_2}{2} = \frac{17,247 + 0}{2} = 8,624 \text{ kNm/m} \end{cases}$$

$$X = 13,798 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$$

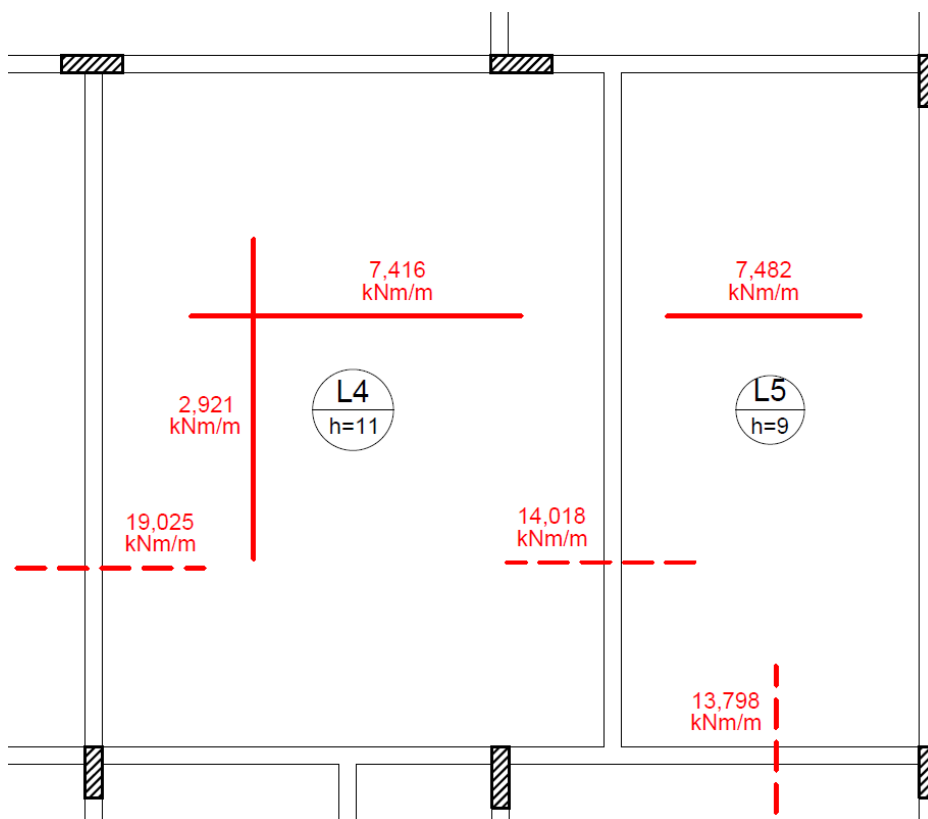
### Correção

E então, corrige-se os momentos positivos correspondentes nos casos em que os negativos foram reduzidos:

Laje L4 (devido à compatibilização com L5):

$$M = M_i + \frac{X_1 - X}{2} = 7,056 + \frac{14,737 - 14,018}{2} = 7,416 \text{ kNm/m}$$

Figura 9: Momentos fletores finais.



Fonte: Da Autora.



### 3.3.4. Dimensionamento das armaduras longitudinais

O cálculo das armaduras longitudinais das lajes segue o mesmo princípio das vigas, diferenciando a largura da seção, a qual deve ser tomada como um metro, a fim de que os resultados encontrados sejam de armaduras distribuídas nos vãos das lajes.

A seguir, será apresentado um procedimento de cálculo de armadura para lajes, o qual pode ser utilizado para as lajes unidirecionais e bidirecionais, sendo que nestas é necessário repeti-lo para as duas direções de armadura. O procedimento é aplicável tanto para armadura de momentos positivos, quanto para negativos.

O processo inicia-se na definição de uma bitola a ser utilizada, a fim de que se possa valorar a altura útil da laje:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2}$$

Em que:

$d$ : altura útil;

$h$ : espessura da laje;

$c$ : cobrimento;

$\phi$ : bitola adotada.

Então, faz-se necessário determinar a posição da linha neutra na seção de concreto:

$$x = 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right]$$

Em que:

$x$ : posição da linha neutra;

$M_d$ : máximo momento de cálculo;

$f_{cd}$ : resistência de cálculo do concreto;

$b$ : largura (adota-se a faixa de 1 m nas lajes).

A partir do valor de  $x$ , pode-se definir em que domínio a peça de concreto atingirá o estado limite último:

- Domínio 2:  $\frac{x}{d} < 0,259$
- Domínio 3:  $0,259 < \frac{x}{d} < 0,45$
- Domínio 3 de baixa ductilidade:  $0,45 < \frac{x}{d} < 0,628$
- Domínio 4:  $\frac{x}{d} > 0,628$

As peças de concreto armado devem ser dimensionadas, preferencialmente, nos domínios 2 e 3. A NBR 6118:2014 prescreve que parte do domínio 3 e o domínio 4 devem ser evitados, ou seja, nas situações onde  $\frac{x}{d} > 0,45$ .

Conhecendo a posição da linha neutra e o domínio de deformação, parte-se para a determinação da área de aço necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)}$$

#### 3.3.4.1. Armaduras máximas e mínimas

Existem limites impostos pela norma, os quais devem ser verificados no cálculo da área de aço. As armaduras mínimas a serem obedecidas estão dispostas na tabela 19.1 da ABNT NBR 6118:2014, que prescreve:

- Armaduras negativas:  $A_{s,mín} = \rho_{mín} * b * h$
- Armaduras negativas de bordas sem continuidade:  $A_{s,mín} = 0,67 * \rho_{mín} * b * h$
- Armaduras positivas em lajes bidirecionais:  $A_{s,mín} = 0,67 * \rho_{mín} * b * h$
- Armaduras positivas em lajes unidirecionais:  $A_{s,mín} = \rho_{mín} * b * h$

Onde  $\rho_{mín}$  é adotado segundo a tabela 17.3 da ABNT NBR 6118:2014. Para o caso de concreto de 25 MPa, adota-se  $\rho_{mín} = 0,15\%$ .

Tabela 2: Taxas mínimas de armadura de flexão.

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^a$ ( $A_{s,\min}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,21	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 17.3.

A ABNT NBR 6118:2014 também prescreve um limite superior para a área de aço (armadura máxima), no item 17.3.5.2.4: a soma das armaduras de tração e de compressão não pode ter valor maior que 4% da área da seção de concreto, calculada na região fora da zona de emendas.

### 3.3.4.2. Armadura de distribuição

A norma também dispõe que, em lajes armadas em uma única direção, deve ser dimensionada uma armadura secundária: a armadura de distribuição. Esta deve seguir as seguintes condições, apresentadas na tabela 19.1 da norma:

$$\left(\frac{A_s}{s}\right) \geq \begin{cases} 20\% \text{ da armadura principal} \\ 0,5 * \rho_{\min} * b * h \\ 0,90 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{cases}$$

## Resultados para as lajes em estudo

### Armaduras positivas da laje L4

- Bitolas:

$$\phi_{\max} = \frac{h}{8} = \frac{11}{8} = 1,375 \text{ cm}$$

$$\phi_{x_{\text{adotado}}} = 6,3 \text{ mm}$$

$$\phi_{y_{\text{adotado}}} = 6,3 \text{ mm}$$

- Altura útil:

$$d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} = 11 - 2,5 - \frac{0,63}{2} = 8,19 \text{ cm}$$

$$d_y = h - c - \phi_x - \frac{\phi_y}{2} = 11 - 2,5 - 0,63 - \frac{0,63}{2} = 7,56 \text{ cm}$$

- Posição da linha neutra e domínio de deformação:

$$\begin{aligned} x_x &= 1,25 d_x \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{xd}}{0,425 f_{cd} b d_x^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,0819 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{7,416}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,0819^2}} \right] \\ &= 0,00775 \text{ m} \end{aligned}$$

$$k_x = \frac{x_x}{d} = \frac{0,00775}{0,0819} = 0,095 \quad \text{Domínio 2}$$

$$\begin{aligned} x_y &= 1,25 d_y \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{yd}}{0,425 f_{cd} b d_y^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,0756 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2,921}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,0756^2}} \right] \\ &= 0,00324 \text{ m} \end{aligned}$$

$$k_y = \frac{x_y}{d} = \frac{0,00324}{0,0756} = 0,043 \quad \text{Domínio 2}$$

- Área de aço

$$A_{s,min} = 0,67 * \rho_{min} * b * h = 0,67 * \frac{0,15}{100} * 100 * 11 = 1,1055 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{sx} = \frac{M_{xd}}{f_{yd}(d_x - 0,4 x_x)} = \frac{7,416}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,0819 - 0,4 * 0,00775)} = 0,000216 \frac{m^2}{m}$$

$$= 2,16 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{sy} = \frac{M_{yd}}{f_{yd}(d_y - 0,4 x_y)} = \frac{2,921}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,0756 - 0,4 * 0,00324)} = 0,0000904 \frac{m^2}{m}$$

$$= 0,904 \text{ cm}^2/m$$

- Armaduras finais
  - $A_{sx} = 2,16 \text{ cm}^2/m$ ;
  - $A_{sy} = 1,1055 \text{ cm}^2/m$  (armadura mínima).

### Armaduras positivas da laje L5

- Bitolas:

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{9}{8} = 1,125 \text{ cm}$$

$$\phi_{x\text{ adotado}} = 8,0 \text{ mm}$$

$$\phi_{y\text{ adotado}} = 6,3 \text{ mm} \text{ (Armadura de distribui\c{c}o\~{a})}$$

- Altura \u00fatil:

$$d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} = 9 - 2,5 - \frac{0,8}{2} = 6,1 \text{ cm}$$

- Posição da linha neutra e domínio de deformação:

$$\begin{aligned}
 x_x &= 1,25 d_x \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_{xd}}{0,425 f_{cd} b d_x^2}} \right] \\
 &= 1,25 * 0,061 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{7,482}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,061^2}} \right] \\
 &= 0,0109 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$k_x = \frac{x_x}{d} = \frac{0,0109}{0,061} = 0,178 \quad \text{Domínio 2}$$

- Área de aço

$$A_{s,\text{mín}} = \rho_{\text{mín}} * b * h = \frac{0,15}{100} * 100 * 9 = 1,35 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$\begin{aligned}
 A_{sx} &= \frac{M_{xd}}{f_{yd}(d_x - 0,4 x_x)} = \frac{7,482}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,061 - 0,4 * 0,0109)} = 0,000304 \frac{\text{m}^2}{\text{m}} \\
 &= 3,04 \text{ cm}^2/\text{m}
 \end{aligned}$$

Armadura de distribuição segundo o maior vão:

$$A_{sy} \geq \begin{cases} 20\% \text{ de } A_{sx} = 0,2 * 3,04 = 0,608 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,5 * \rho_{\text{mín}} * b * h = 0,5 * \frac{0,15}{100} * 100 * 9 = 0,675 \text{ cm}^2/\text{m} \\ 0,90 \text{ cm}^2/\text{m} \end{cases}$$

Adotou-se 3Ø6,3 por metro = 0,94 cm<sup>2</sup>/m

- Armaduras finais

- $A_{sx} = 3,04 \text{ cm}^2/\text{m}$ ;
- $A_{sy} = 0,94 \text{ cm}^2/\text{m}$  (armadura de distribuição).

### Armadura negativa entre L3 e L4

- Bitolas:

A espessura das duas lajes é de 11 cm.

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{11}{8} = 1,375 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 10 \text{ mm}$$

- Altura útil:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 11 - 1,5 - \frac{1,0}{2} = 9 \text{ cm}$$

- Posição da linha neutra e domínio de deformação:

$$\begin{aligned} x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{X_{xd}}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,09 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{19,025}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,09^2}} \right] = 0,019 \text{ m} \end{aligned}$$

$$k_x = \frac{x}{d} = \frac{0,019}{0,09} = 0,21 \text{ Domínio 2}$$

- Área de aço

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b * h = \frac{0,15}{100} * 100 * 11 = 1,65 \text{ cm}^2/m$$

$$\begin{aligned} A'_s &= \frac{X_{xd}}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{19,025}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,09 - 0,4 * 0,019)} = 0,000531 \frac{m^2}{m} \\ &= 5,31 \text{ cm}^2/m \end{aligned}$$

- Armadura final

$$A'_s = 5,31 \text{ cm}^2/m$$

### Armadura negativa entre L4 e L5

- Bitolas:

Adota-se a menor espessura para o cálculo, que corresponde aos 9 cm da laje L5.

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{9}{8} = 1,125 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 8 \text{ mm}$$

- Altura útil:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 9 - 1,5 - \frac{0,8}{2} = 7,1 \text{ cm}$$

- Posição da linha neutra e domínio de deformação:

$$\begin{aligned} x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{X_{xd}}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,071 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{14,018}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,071^2}} \right] \\ &= 0,018 \text{ m} \end{aligned}$$

$$k_x = \frac{x}{d} = \frac{0,018}{0,071} = 0,25 \text{ Domínio 2}$$

- Área de aço

$$A_{s,m\acute{i}n} = \rho_{m\acute{i}n} * b * h = \frac{0,15}{100} * 100 * 9 = 1,35 \text{ cm}^2/m$$



$$A'_s = \frac{X_{xd}}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{14,018}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,071 - 0,4 * 0,018)} = 0,000505 \frac{m^2}{m}$$

$$= 5,05 \text{ cm}^2/m$$

- Armadura final

$$A'_s = 5,05 \text{ cm}^2/m$$

### Armadura negativa entre L5 e L10

- Bitolas:

Adota-se a menor espessura para o cálculo, que corresponde aos 9 cm da laje L5.

$$\phi_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{9}{8} = 1,125 \text{ cm}$$

$$\phi_{adotado} = 8 \text{ mm}$$

- Altura útil:

$$d = h - c - \frac{\phi}{2} = 9 - 1,5 - \frac{0,8}{2} = 7,1 \text{ cm}$$

- Posição da linha neutra e domínio de deformação:

$$x = 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{X_{xd}}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right]$$

$$= 1,25 * 0,071 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{13,798}{0,425 * \frac{25000}{1,4} * 1 * 0,071^2}} \right]$$

$$= 0,018 \text{ m}$$

$$k_x = \frac{x}{d} = \frac{0,018}{0,071} = 0,25 \text{ Domínio 2}$$

- Área de aço

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b * h = \frac{0,15}{100} * 100 * 9 = 1,35 \text{ cm}^2/m$$

$$A_s' = \frac{X_{xd}}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{13,798}{\frac{500 * 10^3}{1,15} (0,071 - 0,4 * 0,018)} = 0,000497 \frac{m^2}{m}$$

$$= 4,97 \text{ cm}^2/m$$

- Armadura final

$$A'_s = 4,97 \text{ cm}^2/m$$

#### **Armadura negativa das bordas sem continuidade da laje L4**

Segundo o item 19.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014:

*“Nos apoios de lajes que não apresentem continuidade com planos de lajes adjacentes e que tenham ligação com os elementos de apoio, deve-se dispor de armadura negativa de borda, conforme Tabela 19.1. Essa armadura deve se estender até pelo menos 0,15 do vão menor da laje a partir da face do apoio”.*

Portanto, calcula-se a área de aço mínima recomendada:

$$A_{s,min} = 0,67 * \rho_{min} * b * h = 0,67 * \frac{0,15}{100} * 100 * 11 = 1,11 \text{ cm}^2/m$$

#### **Armadura negativa das bordas sem continuidade da laje L5**

A laje L5 possui um apoio na situação citada acima. Para este:

$$A_{s,min} = 0,67 * \rho_{min} * b * h = 0,67 * \frac{0,15}{100} * 100 * 9 = 0,90 \text{ cm}^2/m$$

### 3.3.5. Verificação do estado limite de serviço

A verificação do estado limite de deformação excessiva é feita com base no cálculo das flechas, cujos resultados devem ser comparados com os valores limites estabelecidos por norma.

Pode-se admitir o comportamento elástico-linear para o cálculo das deformações desde que os esforços não superem aqueles que dão início à fissuração. Logo, torna-se imprescindível verificar o estágio de deformação.

#### 3.3.5.1. Verificação à fissuração

O momento de fissuração corresponde ao valor do esforço que desencadeia as primeiras fissuras, e pode ser calculado, segundo a ABNT NBR 6118:2014, pela seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

Em que:

$M_r$ : Momento de fissuração;

$\alpha$ : 1,5 para seções retangulares;

$$f_{ct} = f_{ct_m} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2564,964 \text{ kN/m}^2;$$

$I_c$ : Momento de inércia da seção bruta;

$y_t$ : Distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada.

Este valor deve ser comparado com os momentos de serviço calculados a partir do carregamento para a combinação quase-permanente. Caso o momento de serviço seja maior que o momento de fissuração, deve-se calcular a flecha fissurada, que leva em conta uma espessura equivalente para as seções fissuradas. Para isso, é necessário calcular a posição da linha neutra, o momento de inércia do estágio II, o momento de inércia equivalente (expressão de Branson) e a espessura equivalente, por meio das respectivas equações:

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}} \right]$$

Em que:

$\alpha = \frac{E_s}{E_{cs}}$ : Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, em que:

$$E_{cs} = \alpha_i * \alpha_e * 5600 * \sqrt{fck};$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{fck}{80};$$

$\alpha_e = 1$  para agregados graníticos.

$$I_{II} = \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2$$

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_A} \right)^3 * I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_A} \right)^3 \right] * I_{II}$$

Em que:

$M_A$ : Momento de serviço calculado.

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b}}$$

### 3.3.5.2. Aceitabilidade sensorial visual

Em primeiro lugar, determina-se o valor da flecha imediata ( $f_0$ ), cujo processo de cálculo se difere para lajes unidirecionais e bidirecionais. Para as primeiras, tem-se:

$$f_0 = \frac{\alpha_c * p * l_x^4}{384 * E_{cs} * I}$$

Em que:

$\alpha_c$ : Coeficiente que depende das vinculações  $\begin{cases} 5 \text{ para apoio – apoio} \\ 2,07 \text{ para apoio – engaste;} \\ 1 \text{ para engaste – engaste} \end{cases}$

$E_{cs}$ : Módulo de elasticidade secante do concreto.

Para as lajes bidirecionais, tem-se:

$$f_0 = \frac{\alpha * p * l_x^4}{100 * E_{cs} * h^3}$$

Em que:

$\alpha$ : Coeficiente tabelado segundo o valor de  $\lambda$  e dos casos de vinculação da laje (CARVALHO e FIGUEIREDO, 2014).

Em seguida, atribui-se o efeito da fluência segundo o disposto no item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6118:2014, apresentado abaixo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * p'}$$

Em que:

$\alpha_f$ : Coeficiente de fluência do concreto;

$p'$ : Coeficiente considerado nulo para lajes ( $p' = \frac{A'_s}{b*d}$ );

$\Delta\xi$ : Coeficiente temporal, calculado por:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Em que:

Para  $t \leq 70$  meses:  $\xi(t) = 0,68 * (0,996^t) * t^{0,32}$

Para  $t > 70$  meses:  $\xi(t) = 2$

Logo, a flecha total ( $f_\infty$ ) pode ser valorada como mostra a expressão a seguir:

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) * f_0$$

Esta deve ser comparada com o limite sensorial visual definido pela norma:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250}$$

### 3.3.5.3. Aceitabilidade sensorial de vibração

Esta verificação utiliza o mesmo procedimento demonstrado anteriormente para a determinação da flecha imediata, que, neste caso, deve ser calculada considerando apenas as cargas acidentais.

O limite definido pela norma é o seguinte:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350}$$

## Resultados para as lajes em estudo

### **Laje L4:**

Os momentos de serviço foram calculados segundo o mesmo procedimento exposto em 3.3.3, utilizando a combinação quase-permanente, com a obtenção dos seguintes valores:

$$M_x = 4,03 \text{ kNm/m};$$

$$M_y = 1,67 \text{ kNm/m};$$

$$X_x = 8,41 \text{ kNm/m}.$$

Em seguida, foi determinado o momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t} = \frac{1,5 * 2564,964 * \frac{1 * 0,11^3}{12}}{0,055} = 7,759 \text{ kNm/m}$$

E assim, concluiu-se que a laje fissa na região do momento negativo da direção x, e deve ter sua espessura equivalente calculada.

Determinação do módulo de elasticidade secante do concreto:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{fck}{80} = 0,8 + 0,2 * \frac{25}{80} = 0,8625$$

$$E_{cs} = \alpha_i * \alpha_e * 5600 * \sqrt{fck} = 0,8625 * 1 * 5600 * \sqrt{25} = 24150 \text{ MPa}$$

Cálculo da posição da linha neutra no estágio II:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{24150} = 8,6956$$

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}} \right] = \frac{8,6956 * 5,05}{100} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 100 * 9,1}{8,6956 * 5,05}} \right]$$

$$x_{II} = 2,422 \text{ cm}$$

Cálculo do momento de inércia da seção bruta:

$$I_c = \frac{b * h^3}{12} = \frac{100 * 11^3}{12} = 11091,7 \text{ cm}^4$$

Cálculo do momento de inércia no estágio II:

$$I_{II} = \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2 = \frac{100 * 2,422^3}{3} + 8,6956 * 5,05 * (9,1 - 2,422)^2$$

$$I_{II} = 2432 \text{ cm}^4$$

Cálculo do momento de inércia equivalente:

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_A} \right)^3 * I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_A} \right)^3 \right] * I_{II}$$

$$= \left( \frac{7,759}{8,41} \right)^3 * 11091,7 + \left[ 1 - \left( \frac{7,759}{8,41} \right)^3 \right] * 2432 = 9232,4 \text{ cm}^4$$

Visto que somente há fissuração na região de momento negativo, pode-se ponderar uma inércia equivalente para todo o comprimento da laje, considerando a inércia da seção bruta na região de momento positivo.

$$I_{final} = 0,15 * I^- + 0,7 * I^+ + 0,15 * I^-$$

$$= 0,15 * 9232,4 + 0,7 * 11091,7 + 0,15 * 9232,4 = 10533,9 \text{ cm}^4$$

Determinação da espessura equivalente:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{final}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 * 10533,9}{100}} = 10,8 \text{ cm}$$

Com o valor da espessura equivalente, é possível verificar sua flecha. Das tabelas de Carvalho e Figueiredo (2014), obteve-se o valor de  $\alpha$  igual a 2,72, para a resolução da fórmula da flecha imediata para lajes bidirecionais:

$$f_0 = \frac{\alpha * p * l_x^4}{100 * E_{cs} * h^3} = \frac{2,72 * 4,2 * 500^4}{100 * 24150 * 10^3 * 10,8^3} = 0,23 \text{ cm}$$

Atribuindo-se o efeito da fluência:

$$\xi(t_0) = 0,68 * (0,996^t) * t^{0,32} = 0,68 * \left(0,996^{\frac{14}{30}}\right) * \left(\frac{14}{30}\right)^{0,32} = 0,53$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 0,53 = 1,47$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * p'} = \frac{1,47}{1 + 50 * 0} = 1,47$$

Logo, a flecha total ( $f_\infty$ ) pode ser valorada como mostra a expressão a seguir:

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) * f_0 = (1 + 1,47) * 0,23 = 0,58 \text{ cm}$$



Compara-se, então, ao limite sensorial visual:

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm}$$

$$0,58 \text{ cm} < 2 \text{ cm}$$

E verifica-se a aceitabilidade sensorial de vibrações:

$$f_0 = \frac{\alpha * q * l_x^4}{100 * E_{cs} * h^3} = \frac{2,72 * 1,5 * 500^4}{100 * 24150 * 10^3 * 10,8^3} = 0,084 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350} = \frac{500}{350} = 1,43 \text{ cm}$$

$$0,084 \text{ cm} < 1,43 \text{ cm}$$

#### Laje L5:

Os momentos de serviço foram calculados segundo o mesmo procedimento exposto em 3.3.3, com a obtenção dos seguintes valores:

$$M_x = 4,67 \text{ kNm/m};$$

$$X_x = 8,30 \text{ kNm/m}.$$

Calculou-se o momento de fissuração:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t} = \frac{1,5 * 2564,964 * \frac{1 * 0,09^3}{12}}{0,045} = 5,194 \text{ kNm/m}$$

Observou-se que a laje fissura na região do momento negativo da direção x.

Cálculo da posição da linha neutra no estádio II:

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}} \right] = \frac{8,6956 * 5,05}{100} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 100 * 7,1}{8,6956 * 5,05}} \right]$$

$$x_{II} = 2,096 \text{ cm}$$

\*No cálculo demonstrado acima, foram utilizados os valores de área de armadura e de altura útil da peça. As determinações destes valores estão demonstradas no item 3.3.4.

Cálculo do momento de inércia da seção bruta:

$$I_c = \frac{b * h^3}{12} = \frac{100 * 9^3}{12} = 6075 \text{ cm}^4$$

Cálculo do momento de inércia no estágio II:

$$\begin{aligned} I_{II} &= \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2 \\ &= \frac{100 * 2,096^3}{3} + 8,6956 * 5,05 * (7,1 - 2,096)^2 \\ I_{II} &= 1406 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Cálculo do momento de inércia equivalente:

$$\begin{aligned} I_{eq} &= \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3\right] * I_{II} = \left(\frac{5,194}{8,30}\right)^3 * 6075 + \left[1 - \left(\frac{5,194}{8,30}\right)^3\right] * 1406 \\ &= 2550,2 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Visto que somente há fissuração na região de momento negativo, pode-se ponderar uma inércia equivalente para todo o comprimento da laje.

$$I_{final} = 0,15 * I^- + 0,85 * I^+ = 0,15 * 2550,2 + 0,85 * 6075 = 5546,3 \text{ cm}^4$$

Determinação da espessura equivalente:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{final}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 * 5546,3}{100}} = 8,7 \text{ cm}$$

Na determinação da flecha imediata, o coeficiente  $\alpha_c$  é tomado como 2,07.

$$f_0 = \frac{\alpha_c * p * l_x^4}{384 * E_{cs} * I} = \frac{2,07 * 7,45 * 299^4}{384 * 24150 * 10^3 * \frac{100 * 8,7^3}{12}} = 0,002 \text{ cm}$$

Atribuindo-se o efeito da fluência, tem-se a flecha final:

$$f_\infty = (1 + \alpha_f) * f_0 = (1 + 1,47) * 0,002 = 0,006 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{l_x}{250} = \frac{299}{250} = 1,2 \text{ cm}$$

$$0,006 \text{ cm} < 1,2 \text{ cm}$$

Verificação da aceitabilidade sensorial de vibrações:

$$f_0 = \frac{\alpha_c * q * l_x^4}{384 * E_{cs} * I} = \frac{2,07 * 1,5 * 299^4}{384 * 24150 * 10^3 * \frac{100 * 8,7^3}{12}} = 0,0005 \text{ cm}$$

$$f_{adm} = \frac{l_x}{350} = \frac{299}{350} = 0,85 \text{ cm}$$

$$0,0005 \text{ cm} < 0,85 \text{ cm}$$

### 3.3.6. Detalhamento das armaduras

O detalhamento das armaduras deve, além de cumprir as recomendações normativas, garantir o posicionamento das barras durante a concretagem. Com esse fim, busca-se atentar para prescrições de espaçamento entre barras e seus comprimentos.

A ABNT NBR 6118:2014 propõe que o espaçamento máximo para a armadura principal de flexão seja de  $2 * h$  ou 20 centímetros, prevalecendo o menor entre estes dois valores. Para a armadura secundária, diz-se que o valor máximo é de 33 centímetros, garantindo a recomendação de 3 barras por metro. À utilização de barras escalonadas nas áreas de momentos negativos se aplica a distância máxima de 16 centímetros entre duas barras consecutivas.

Os momentos fletores não são esforços constantes ao longo do comprimento da laje. Por conseguinte, pode-se reduzir o comprimento das barras por meio da economia de ponta nos casos permitidos pela norma. O item 20.1 desta impõe que toda armadura

positiva seja levada até os apoios, portanto não devem ser escalonadas. Dessa forma, a economia só será aplicada nas armaduras de continuidade, caso estas cumpram o espaçamento máximo de 16 centímetros.

As barras positivas devem ser prolongadas, no mínimo, 4 centímetros além do eixo teórico do apoio. Logo, adotar-se-á o comprimento existente entre as duas faces externas das vigas que as ancoram, descontando-se de seus cobrimentos:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c$$

Em que:

$c$ : cobrimento;

$t_i$ : largura do apoio.

Nas armaduras para momentos negativos, segue-se o sugerido por Padaratz e Pinto (2013):

$$C = g_e + 10\emptyset + 2 * 0,25 * l_{x,max} + 10\emptyset + g_d$$

Em que:

$$g_e = h_e - c_s - c_i;$$

$$g_d = h_d - c_s - c_i.$$

Com  $0,25 * l_{x,max}$  para cada lado da viga de apoio.

Acrescenta-se, também, armaduras negativas de borda nos apoios que não apresentem continuidade com lajes adjacentes. A norma impõe que estas devem se estender até pelo menos 0,15 do vão menor da laje a partir da face do apoio. As armaduras recebem o comprimento:

$$C = g + 0,15 * l_x + g$$

Em que:

$$g = h - c_s - c_i.$$

A seguir, é demonstrada a sequência de passos que há de se desenvolver, a fim de detalhar as armaduras contidas em uma laje. Esta sequência engloba a definição do espaçamento entre as barras, o número total de barras dispostas nas lajes e o comprimento destas, seja este considerando economia de ponta, ou não.

### a) Espaçamentos e número de barras

Inicia-se definindo a quantidade de barras necessárias por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}}$$

Em que:

$n$ : número de barras por metro;

$A_s$ : área de aço necessária;

$A_{s,barra}$ : área de aço de uma única barra.

Determina-se o espaçamento necessário ( $s$ ) entre as barras calculadas:

$$s = \frac{100}{n}$$

Este espaçamento deve obedecer ao limite máximo prescrito pela norma:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h \end{cases}$$

No caso da adoção de economia de ponta, o espaçamento máximo entre duas barras consecutivas que chegam ao apoio não deve ultrapassar 33 cm.

Por fim, calcula-se o número total de barras no vão ( $Q$ ):

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1$$

### b) Comprimentos

- Armaduras positivas:

Comprimento:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c$$

- Armaduras negativas de continuidades:

Comprimento sem economia de ponta:

$$C = g_e + 10\emptyset + 2 * 0,25 * l_{x,max} + 10\emptyset + g_d$$

Em que:

$$g_e = h_e - c_s - c_i;$$

$$g_d = h_d - c_s - c_i.$$

Com  $0,25 * l_{x,max}$  para cada lado da viga de apoio.

Com economia de ponta:

$$C = g_e + 2 * (0,125 * l_{x,max} + 10\emptyset) + 0,125 * l_{x,max} + 10\emptyset + g_d$$

Com  $0,125 * l_{x,max}$  e  $2 * 0,125 * l_{x,max}$  para cada lado da viga de apoio, utilizados intercaladamente nas barras.

- Armaduras negativas de bordos sem continuidade:

Comprimento:

$$C = g + 0,15 * l_{0x} + g$$

Em que:

$$g = h - c_s - c_i.$$

## Resultados para as lajes em estudo

### Armaduras positivas da laje L4

- Menor vão:

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{2,16}{0,312} = 6,93 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{6,93} = 14,43 \text{ cm}$$

Espaçamento adotado:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 11 = 22 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{adotado} = 14 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{661}{14} - 1 = 46,2 \cong 46 \text{ barras}$$

Comprimento:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c = -2,5 + 17 + 493 + 17 - 2,5 = 522 \text{ cm}$$

- Maior vão:

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{1,1055}{0,312} = 3,54 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{3,54} = 28,2 \text{ cm}$$

Espaçamento adotado:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 11 = 22 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{adotado} = 20 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{493}{20} - 1 = 23,65 \cong 24 \text{ barras}$$

Comprimento:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c = -2,5 + 17 + 661 + 17 - 2,5 = 690 \text{ cm}$$

### **Armaduras positivas da laje L5**

- Menor vão:

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{3,04}{0,503} = 6,04 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{6,04} = 16,56 \text{ cm}$$



Espaçamento adotado:

$$s_{\text{máx}} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 9 = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{\text{adotado}} = 16 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{661}{16} - 1 = 40,31 \cong 40 \text{ barras}$$

Comprimento:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c = -2,5 + 17 + 293 + 17 - 2,5 = 322 \text{ cm}$$

- Maior vão: armadura de distribuição

Número de barras por metro:

$$n = 3 \text{ } \emptyset 6,3 \text{ por metro}$$

Espaçamento adotado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{3} = 33 \text{ cm}$$

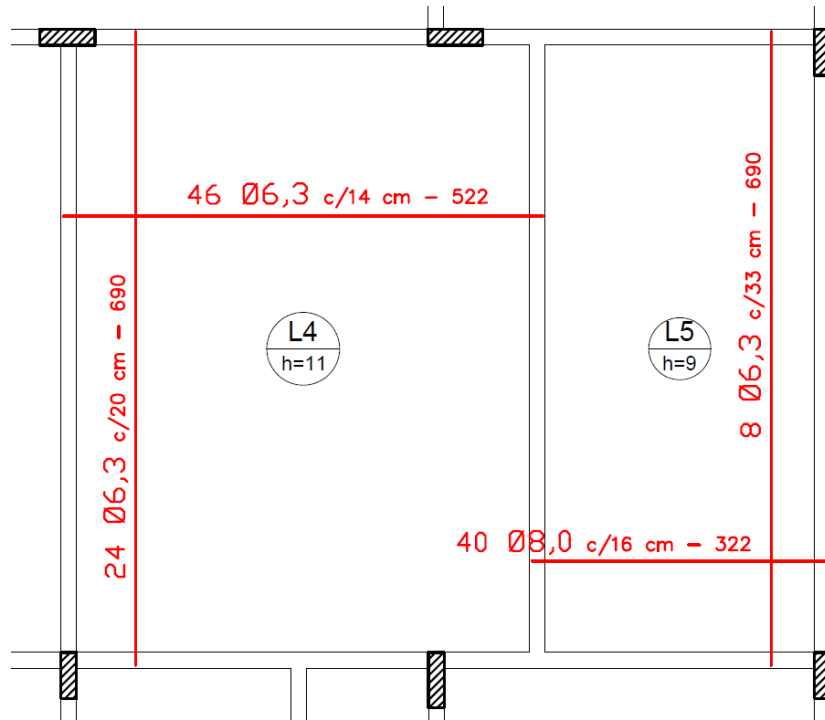
Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{293}{33} - 1 = 7,88 \cong 8 \text{ barras}$$

Comprimento:

$$C = -c + t_1 + l_0 + t_2 - c = -2,5 + 17 + 661 + 17 - 2,5 = 690 \text{ cm}$$

Figura 10: Detalhamento das armaduras positivas.



Fonte: Da Autora.

### Armadura negativa entre L3 e L4

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{5,31}{0,785} = 6,76 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{6,76} = 14,79 \text{ cm}$$

Espaçamento adotado:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 11 = 22 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{adotado} = 14 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{661}{14} - 1 = 46,21 \cong 46 \text{ barras}$$

Comprimento: com economia de ponta

$$g_e = h_e - c_s - c_i = 11 - 2,5 - 1,5 = 7 \text{ cm}$$

$$g_d = h_d - c_s - c_i = 11 - 2,5 - 1,5 = 7 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} C &= g_e + 2 * (0,125 * l_{x,max} + 10\phi) + 0,125 * l_{x,max} + 10\phi + g_d \\ &= 7 + 2 * (0,125 * 565 + 10 * 1) + 0,125 * 565 + 10 * 1 + 7 \\ &= 255,88 \text{ cm} \cong 256 \text{ cm} \end{aligned}$$

### **Armadura negativa entre L4 e L5**

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{5,05}{0,503} = 10,05 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{10,05} = 9,95 \text{ cm}$$

Espaçamento adotado:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 9 = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{adotado} = 10 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{661}{10} - 1 = 65,1 \cong 65 \text{ barras}$$

Comprimento: com economia de ponta

$$g_e = h_e - c_s - c_i = 11 - 2,5 - 1,5 = 7 \text{ cm}$$

$$g_d = h_d - c_s - c_i = 9 - 2,5 - 1,5 = 5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} C &= g_e + 2 * (0,125 * l_{x,max} + 10\phi) + 0,125 * l_{x,max} + 10\phi + g_d \\ &= 7 + 2 * (0,125 * 500 + 10 * 0,8) + 0,125 * 500 + 10 * 0,8 + 5 \\ &= 223,5 \text{ cm} \cong 224 \text{ cm} \end{aligned}$$

### **Armadura negativa entre L5 e L10**

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{4,97}{0,503} = 9,88 \text{ barras/m}$$

Espaçamento calculado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{9,88} = 10,12 \text{ cm}$$

Espaçamento adotado:

$$s_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ 2 * h = 2 * 9 = 18 \text{ cm} \end{cases}$$

$$s_{adotado} = 10 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{293}{10} - 1 = 28,3 \cong 28 \text{ barras}$$

Comprimento: com economia de ponta

$$g_e = h_e - c_s - c_i = 9 - 2,5 - 1,5 = 5 \text{ cm}$$

$$g_d = h_d - c_s - c_i = 10 - 2,5 - 1,5 = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
C &= g_e + 2 * (0,125 * l_{x,max} + 10\phi) + 0,125 * l_{x,max} + 10\phi + g_d \\
&= 5 + 2 * (0,125 * 409 + 10 * 0,8) + 0,125 * 409 + 10 * 0,8 + 6 \\
&= 188,38 \text{ cm} \cong 188 \text{ cm}
\end{aligned}$$

#### **Armadura negativa das bordas sem continuidade da laje L4**

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{1,11}{0,312} = 3,56 \text{ barras/m}$$

Espaçamento adotado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{3,56} = 28,09 \text{ cm}$$

$$s_{adotado} = 28 \text{ cm}$$

Número total de barras:

$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{493}{28} - 1 = 16,6 \cong 17 \text{ barras em cada apoio}$$

Como existem dois apoios sem continuidade, o número total de barras é 34.

Comprimento:

$$g = h - c_s - c_i = 11 - 2,5 - 1,5 = 7 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
C &= g + (t - c) + 0,15 * l_{0x} + g = 7 + (17 - 2,5) + 0,15 * 493 + 7 = 102,45 \text{ cm} \\
&\cong 103 \text{ cm}
\end{aligned}$$

#### **Armadura negativa das bordas sem continuidade da laje L5**

Número de barras por metro:

$$n = \frac{A_s}{A_{s,barra}} = \frac{0,90}{0,312} = 2,88 \text{ barras/m}$$

Espaçamento adotado:

$$s = \frac{100}{n} = \frac{100}{2,88} = 34,72 \text{ cm}$$

$$s_{\text{adotado}} = 33 \text{ cm}$$

Número total de barras:

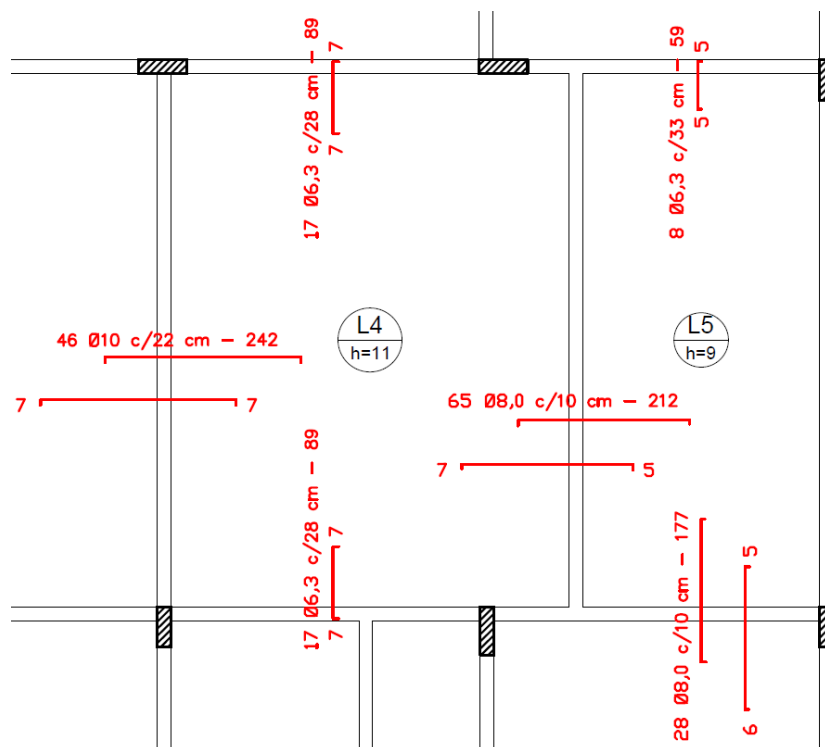
$$Q = \frac{l_0}{s} - 1 = \frac{293}{33} - 1 = 7,88 \cong 8 \text{ barras}$$

Comprimento:

$$g = h - c_s - c_i = 9 - 2,5 - 1,5 = 5 \text{ cm}$$

$$C = g + (t - c) + 0,15 * l_{0x} + g = 5 + (17 - 2,5) + 0,15 * 293 + 5 = 68,45 \text{ cm} \\ \cong 69 \text{ cm}$$

Figura 11: Detalhamento das armaduras negativas.



Fonte: Da Autora.

### 3.3.7. Reação das lajes nas vigas

A partir do cálculo das lajes, torna-se possível valorar os carregamentos transmitidos às vigas, as quais serão dimensionadas em seguida. Estas cargas têm intensidade variável ao longo de seu comprimento, porém podem ser tomadas como uniformes, visando a simplificação dos cálculos.

Para isso, divide-se a laje em regiões triangulares e trapezoidais conforme a ABNT NBR 6118:2014, item 14.7.6.1, as quais carregarão as vigas correspondentes. As regiões devem ser divididas a partir dos vértices, com os seguintes ângulos:

- 45° entre apoios do mesmo tipo;
- 60° entre apoios diferentes (a partir do engaste);
- 90° quando uma das bordas for livre.

No caso das lajes bidirecionais, pode-se utilizar o processo de cálculo simplificado sugerido por Carvalho e Figueiredo (2014), o qual baseia-se no fator  $k$ , tabelado de acordo com os casos de vinculação de lajes. Com o valor  $k$  definido, pode-se prosseguir ao cálculo das reações conforme as seguintes fórmulas:

$$q_x = k_x * p * \frac{l_x}{10} \quad q_y = k_y * p * \frac{l_x}{10} \quad q'_x = k'_x * p * \frac{l_x}{10} \quad q'_y = k'_y * p * \frac{l_x}{10}$$

### Resultados para as lajes em estudo

#### **Laje L4:**

O somatório ( $p$ ) das cargas aplicadas na laje pode ser calculado por:

$$p = g + q = (2,75 + 1,0) + 1,5 = 5,25 \text{ kN/m}^2$$

Visto que a laje L4 é bidirecional, utilizou-se do método do coeficiente  $k$  tabelado. Logo, a carga transmitida às vigas VII e VI5 são determinadas segundo a equação:

$$q'_x = k'_x * p * \frac{l_x}{10} = 3,93 * 5,25 * \frac{5,0}{10} = 10,32 \text{ kN/m}$$

E a reação nas vigas VI e V2:

$$q_y = k_y * p * \frac{l_x}{10} = 1,44 * 5,25 * \frac{5,0}{10} = 3,78 \text{ kN/m}$$

### Laje L5:

O carregamento total existente nesta laje é:

$$p = g + q = (2,25 + 1,0 + 3,75) + 1,5 = 8,5 \text{ kN/m}^2$$

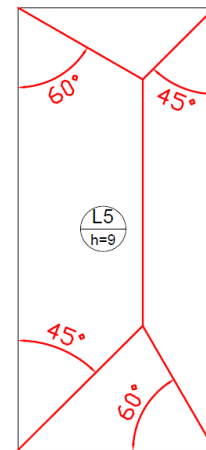
A laje L5, armada em somente uma direção, foi dividida em quatro regiões de influência, cujas áreas foram determinadas por meio de processos geométricos, e resultaram nos seguintes valores:

$$A_{i,x} = 5,51 \text{ m}^2$$

$$A_{i,y} = 1,57 \text{ m}^2$$

$$A'_{i,x} = 9,55 \text{ m}^2$$

$$A'_{i,y} = 2,72 \text{ m}^2$$



Assim, calcula-se a reação na viga VI6:

$$q_x = \frac{A_{i,x} * p}{l_y} = \frac{5,51 * 8,5}{6,66} = 7,03 \text{ kN/m}$$

O carregamento na viga VI:

$$q_y = \frac{A_{i,y} * p}{l_x} = \frac{1,57 * 8,5}{2,99} = 4,46 \text{ kN/m}$$



A reação em V15:

$$q'_x = \frac{A'_{i,x} * p}{l_y} = \frac{9,55 * 8,5}{6,66} = 12,19 \text{ kN/m}$$

E a carga em V2:

$$q'_y = \frac{A'_{i,y} * p}{l_x} = \frac{2,72 * 8,5}{2,99} = 7,73 \text{ kN/m}$$

### 3.3.8. Verificação ao cisalhamento

A verificação da necessidade de armadura de cisalhamento será feita junto ao apoio que corresponde ao maior valor de reação (força cortante) da laje. Logo, a força cortante solicitante será dada por:

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x}$$

Esta deve ser comparada à resistência de projeto ao cisalhamento, que pode ser determinada segundo a equação:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} = [\tau_{Rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d$$

Em que:

$$\tau_{Rd} = 0,25 * f_{ctd,inf};$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{para armadura inferior com economia de ponta;} \\ (1,6 - d) \geq 1 & \text{com } d \text{ em metros, para os demais casos;} \end{cases}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w * d} \leq 0,02 \text{ em que } A_{s1} \text{ é a área de armadura tracionada que se estende no}$$

mínimo até  $d - l_{b,nec}$  além da seção considerada, em que  $l_{b,nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário;

$$\sigma_{cp} = 0 \text{ para lajes não protendidas.}$$

O valor de  $\tau_{Rd}$  pode ser calculado para todas as lajes do projeto, conforme o procedimento abaixo:

$$f_{ctkm} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2564,964 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 * f_{ctkm} = 1795,47 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctd,inf} = \frac{f_{ctk,inf}}{1,4} = \frac{1795,47}{1,4} = 1282,48 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 * f_{ctd,inf} = 0,25 * 1282,48 = 320,62 \text{ kN/m}^2$$

### Resultados para as lajes em estudo

#### **Laje L4:**

O apoio de maior carregamento da laje L4 é o que corresponde ao engaste segundo o menor vão. Portanto:

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x} = 1,4 * q'_x = 1,4 * 10,32 = 14,45 \text{ kN/m}$$

A armadura tracionada que garante  $d - l_{b,nec}$  além da seção considerada é a armadura da continuidade entre L4 e L5:  $A_{s1} = 5,05 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w * d} = \frac{5,05}{100 * 9,1} = 0,0055 \leq 0,02$$

Como a armadura inferior desta laje foi detalhada com economia de ponta,  $k = 1$ .

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= [\tau_{Rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d \\ &= [320,62 * 1 * (1,2 + 40 * 0,0055) + 0,15 * 0] * 1 * 0,091 \\ &= 41,43 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

Visto que  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$ , a laje L4 não necessita de armadura para força cortante.

### Laje L5:

O apoio de maior carregamento da laje L5 também corresponde ao engaste segundo o menor vão. Portanto:

$$V_{sd} = 1,4 * q_{m\acute{a}x} = 1,4 * q'_x = 1,4 * 12,19 = 17,07 \text{ kN/m}$$

Este apoio contém a mesma armadura negativa entre as lajes L4 e L5:

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w * d} = \frac{5,05}{100 * 7,1} = 0,0071 \leq 0,02$$

A armadura inferior da laje L5 possui economia de ponta e, portanto,  $k = 1$ .

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= [\tau_{Rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d \\ &= [320,62 * 1 * (1,2 + 40 * 0,0071) + 0,15 * 0] * 1 * 0,071 \\ &= 33,78 \text{ kN/m} \end{aligned}$$

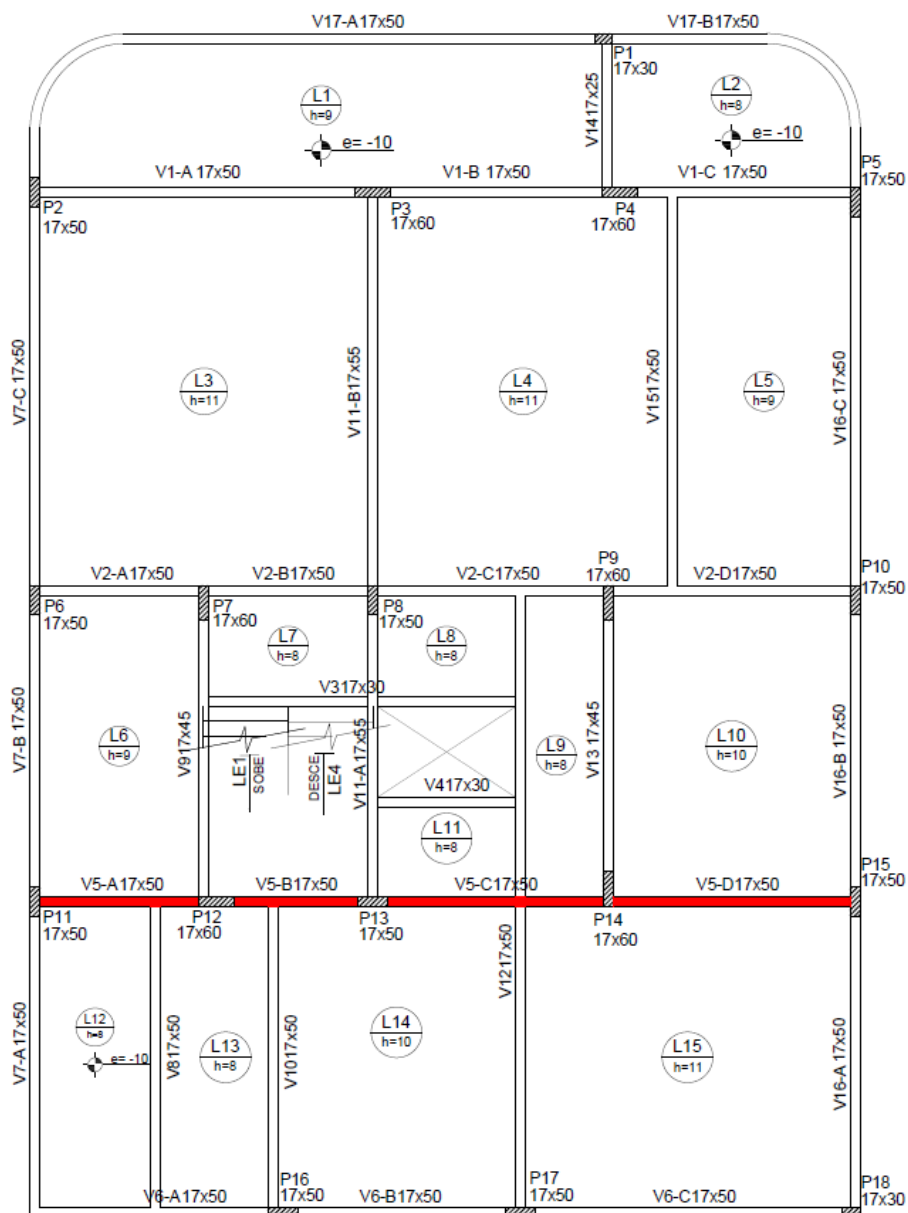
Não há necessidade de armadura ao esforço cortante, pois  $V_{sd} \leq V_{Rd1}$ .

### 3.4. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE VIGAS

As vigas de concreto armado são consideradas elementos lineares, em que o comprimento é consideravelmente maior que as dimensões de sua seção transversal. Seus esforços mais importantes são o momento fletor e o esforço cortante.

No estudo do dimensionamento de vigas, escolheu-se a viga V5 como exemplo a ser desenvolvido, visto que esta serve de apoio a outras vigas, possui quatro trechos em seu comprimento e suporta grandes carregamentos.

Figura 12: Destaque da viga V5 na planta de formas.



Fonte: Da Autora.

### 3.4.1. Arranjo estrutural

Para iniciar o estudo de uma viga, deve-se definir suas dimensões e vinculações com outros elementos, para que seja possível prosseguir à análise estrutural.

Na definição dos vínculos, utilizou-se do modelo clássico de viga contínua, resguardado pelo item 14.6.6.1 da norma, para o estudo das cargas verticais. Este será desenvolvido com base nos resultados obtidos na utilização do *software Ftool*, cujo lançamento da estrutura será realizado no modelo de pórtico plano, em que os pilares acima e abaixo da viga em estudo tem sua altura considerada pela metade.

O pré-dimensionamento da seção transversal das vigas já foi esclarecido no item 3.2.2, restando apenas seu vão efetivo a ser determinado, o qual é definido a partir da expressão abaixo, desde que seus apoios possam ser considerados suficientemente rígidos quanto ao deslocamento vertical.

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2$$

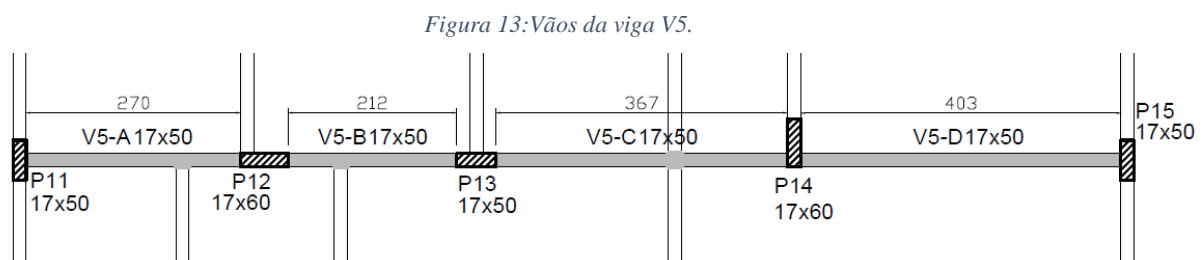
Em que:

$$a \leq \begin{cases} \frac{t}{2} \\ 0,3 * h \end{cases}$$

Em que  $t$  é definido da mesma forma que para as lajes, conforme a Figura 6 (página 21).

### Resultado para a viga em estudo

Na figura a seguir, são mostrados os comprimentos dos vãos livres de cada trecho da viga V5:



*Fonte: Da Autora.*

Nestes valores, adicionou-se os comprimentos de apoio  $a$  adequados, e estimou-se os valores efetivos dos vãos, conforme mostra a tabela abaixo:

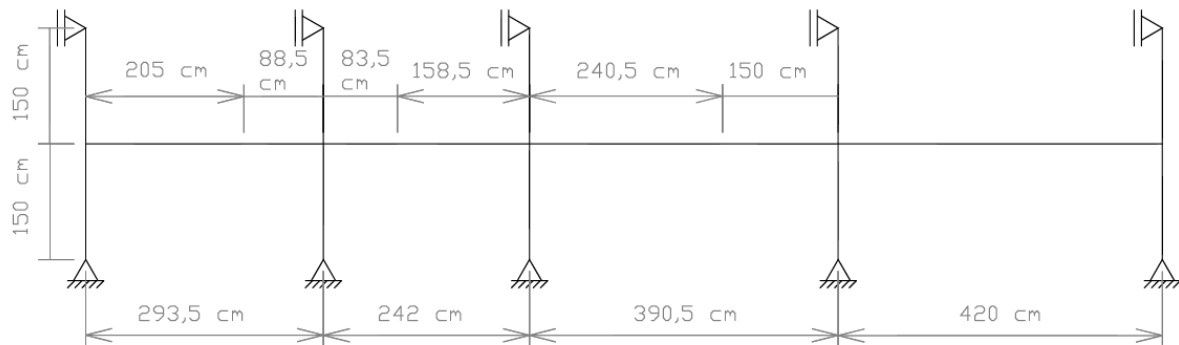
Tabela 3: Vãos efetivos da viga V5.

Trecho	V5-A	V5-B	V5-C	V5-D
$l_{ef}$ (cm)	293,5	242	390,5	420

Fonte: Da Autora.

E então, pôde-se representar o pórtico plano formado pelos elementos:

Figura 14: Lançamento da estrutura em análise no software Ftool.



Fonte: Da Autora.

### 3.4.2. Carregamentos

As cargas mais comumente existentes nas vigas se devem ao seu peso próprio, à alvenaria diretamente apoiada nestas, aos esforços transmitidos pelas lajes, e a outras vigas. A seguir são demonstradas as considerações utilizadas para o cálculo da carga total das vigas deste projeto.

#### 3.4.2.1. Peso próprio ( $g_{pp}$ )

O peso próprio das vigas foi calculado considerando peso específico ( $\gamma_{concreto}$ ) de 25 kN/m<sup>3</sup>, segundo a equação:

$$g_{pp} = \gamma_{concreto} * b * h$$

Em que:

$\gamma_{concreto}$ : peso específico do concreto;

$b$ : largura da viga;

$h$ : altura da viga.

#### 3.4.2.2. Peso de parede ( $g_{par}$ )

Na definição do peso das paredes, é preciso atentar para a altura de alvenaria a ser considerada, já que a altura da viga do pavimento superior deve ser descontada. A alvenaria utilizada neste projeto tem espessura de 20 centímetros e peso específico ( $\gamma_{par}$ ) de 13 kN/m<sup>3</sup>, cuja carga pode ser determinada segundo a equação:

$$g_{par} = \gamma_{par} * b_{par} * h_{par}$$

Em que:

$\gamma_{par}$ : peso específico da parede;

$b_{par}$ : espessura da parede;

$h_{par}$ : altura da parede.

#### 3.4.2.3. Reação das lajes ( $g_L$ )

A reação existente no apoio das lajes é calculada por meio do procedimento explicitado anteriormente, no item 3.3.7.

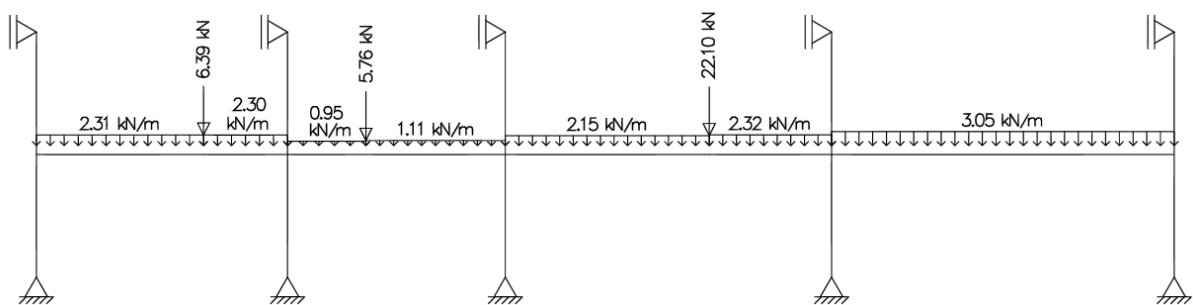
#### 3.4.2.4. Cargas pontuais de outras vigas ( $P_v$ )

A fim de determinar a reação no apoio de uma viga em outra, é necessário ter definido primeiramente todas as cargas existentes na viga que se apoia. Neste trabalho, utilizou-se do apoio do *software Ftool*, no qual foram lançadas a viga em estudo e as vigas que nela se apoiam, para obter o valor das reações, por meio do diagrama de esforços cortantes.

## Resultado para a viga em estudo

Do cálculo das reações das lajes nas vigas, pegou-se as parcelas referentes aos carregamentos acidentais e aplicou-se no pórtico plano da viga V5, apresentado anteriormente na Figura 14. Lançou-se, também no *software Ftool*, outros pórticos que representassem as vigas que se apoiam na viga em estudo, com suas determinadas cargas acidentais, para a definição da reação existente entre estas e a viga V5. Por fim, aplicou-se as reações encontradas e montou-se o seguinte esquema estrutural:

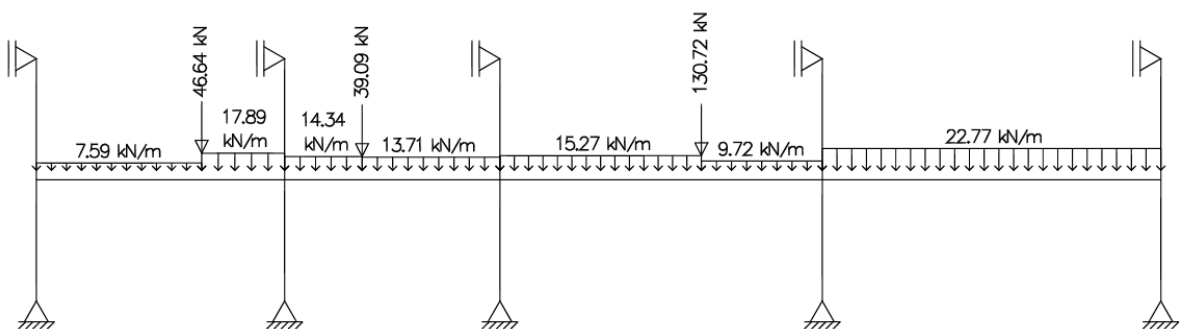
Figura 15: Cargas acidentais.



Fonte: Da Autora.

O mesmo procedimento foi feito com os carregamentos permanentes advindos das lajes, e a estes acrescentou-se o peso próprio das vigas de concreto armado e as cargas referentes à alvenaria que nelas se apoiam. O resultado é apresentado na figura abaixo:

Figura 16: Cargas permanentes.

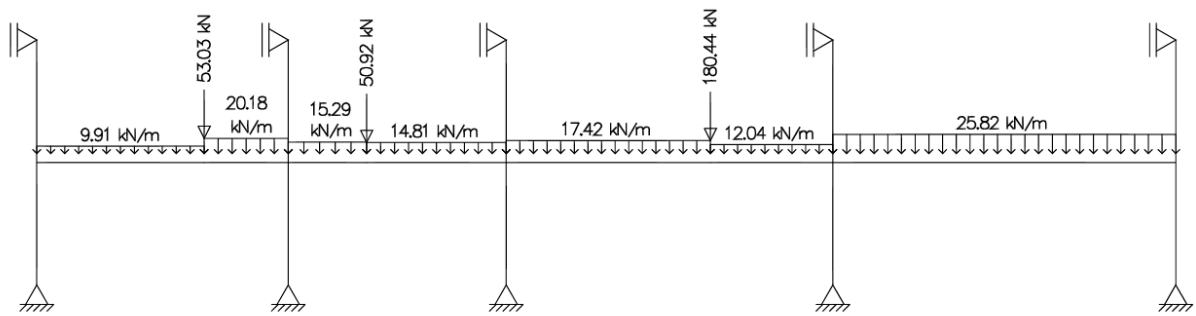


Fonte: Da Autora.

Ao final, pode-se realizar o somatório das cargas acidentais e permanentes a fim de obter o carregamento total, que é demonstrado a seguir:



Figura 17: Carregamento total.



Fonte: Da Autora.

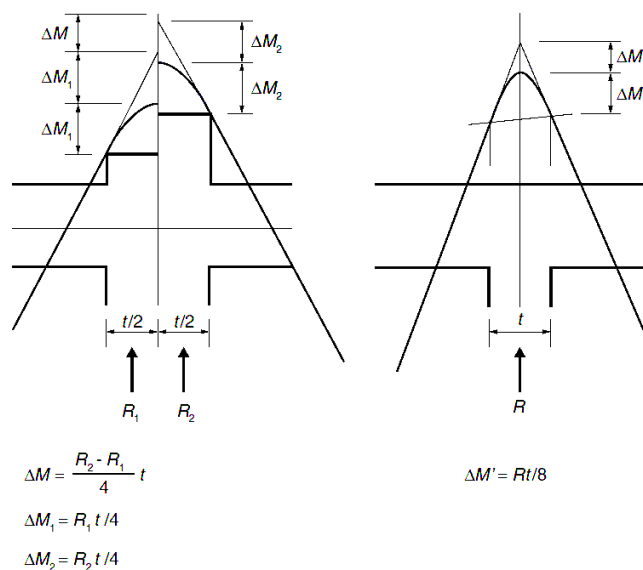
### 3.4.3. Momento fletor e esforço cortante

A correta valoração dos esforços fletores e cortantes em um elemento de concreto armado é imprescindível para o bom desempenho estrutural, visto que o cálculo da área de aço depende destes. Por isso, optou-se por utilizar os resultados oferecidos pelo software *Ftool* devido a maior exatidão de sua análise, se comparada a métodos manuais.

#### 3.4.3.1. Arredondamento do diagrama de momentos fletores

O item 14.6.3 da NBR 6118:2014 prevê que os momentos fletores podem ser arredondados de maneira aproximada sobre os apoios. A figura abaixo exemplifica o cálculo a considerar.

Figura 18: Arredondamento do diagrama de momentos fletores.

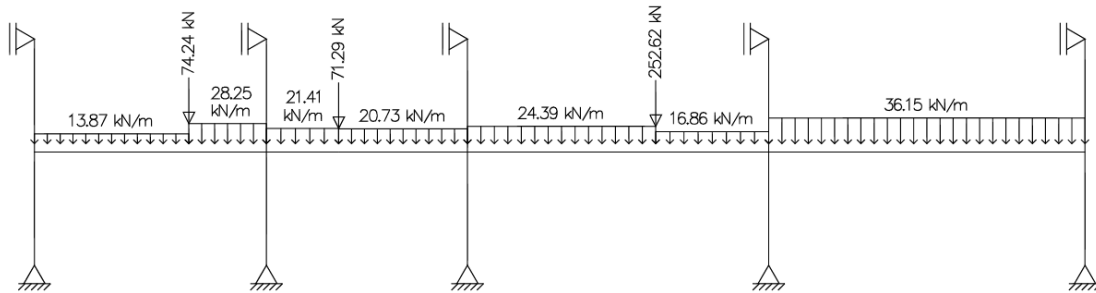


Fonte: NBR 6118:2014, Figura 14.6.

## Resultado para a viga em estudo

Visto que o arredondamento dos momentos fletores no estado limite último será necessário para o dimensionamento e detalhamento das armaduras, optou-se por inserir os carregamentos atuantes previamente majorados no *software Ftool*.

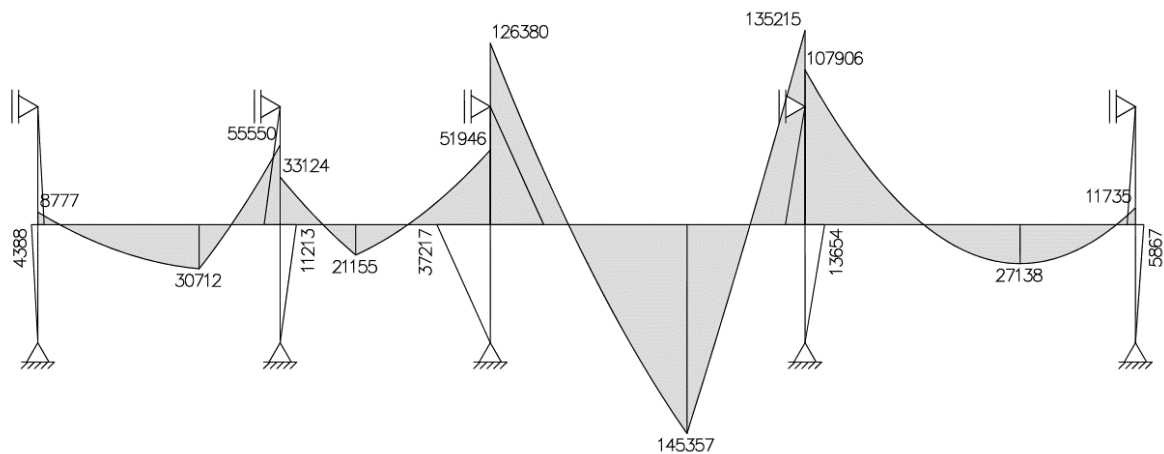
Figura 19: Carregamentos majorados para o estado limite último.



Fonte: Da Autora.

A análise da estrutura resultou no seguinte diagrama de momentos fletores:

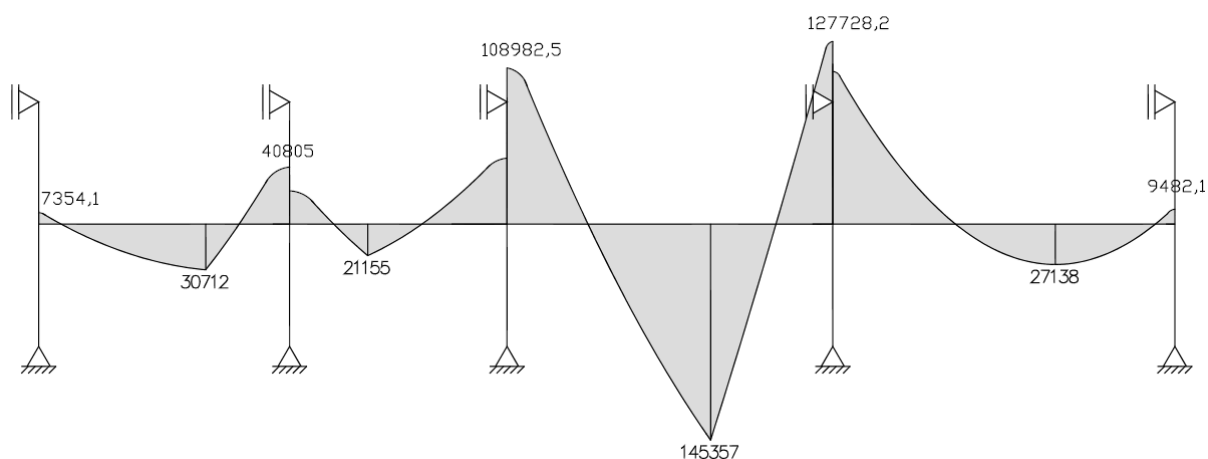
Figura 20: Diagrama de momentos fletores da viga e dos pilares [Nm].



Fonte: Da Autora.

Tal diagrama foi arredondado conforme o exposto na figura 14.6 da norma, e obteve-se o diagrama a ser utilizado no dimensionamento e detalhamento das armaduras da viga V5. Deste, retirou-se os momentos de solidariedade dos pilares, para obter uma melhor visualização.

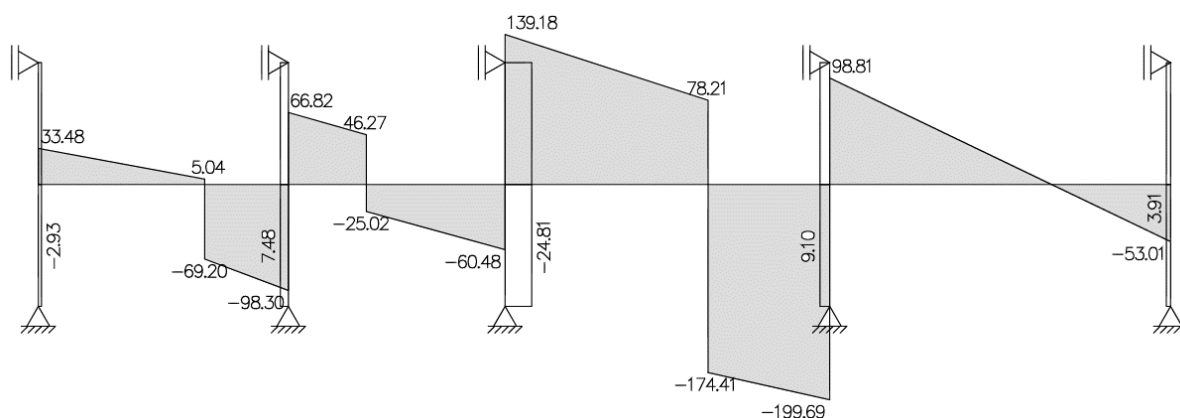
Figura 21: Diagrama de momentos fletores da viga após o arredondamento [Nm].



Fonte: Da Autora.

Do software, também foi possível extrair os esforços cortantes atuantes no pórtico.

Figura 22: Diagrama de esforços cortantes da viga e dos pilares [kN]



Fonte: Da Autora.

### 3.4.4. Dimensionamento das armaduras longitudinais

O cálculo da área de aço necessária a resistir esforços de flexão é obtido de maneira similar ao cálculo das lajes.

Inicia-se o processo estimando as bitolas transversal e longitudinal a serem utilizadas, a fim de que se possa determinar a altura útil da viga:

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2}$$

Em que:

$d$ : altura útil;

$h$ : altura da viga;

$c$ : cobrimento;

$\phi_t$ : diâmetro da armadura transversal;

$\phi_l$ : diâmetro da armadura longitudinal.

Então, faz-se necessário determinar a posição da linha neutra na seção de concreto:

$$x = 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right]$$

Em que:

$x$ : posição da linha neutra;

$M_d$ : máximo momento de cálculo;

$f_{cd}$ : resistência de cálculo do concreto;

$b$ : largura da viga.

A partir do valor de  $x$ , pode-se definir em que domínio a peça de concreto atingirá o estado limite último:

- Domínio 2:  $\frac{x}{d} < 0,259$
- Domínio 3:  $0,259 < \frac{x}{d} < 0,45$
- Domínio 3 de baixa ductilidade:  $0,45 < \frac{x}{d} < 0,628$
- Domínio 4:  $\frac{x}{d} > 0,628$

As peças de concreto armado devem ser dimensionadas, preferencialmente, nos domínios 2 e 3. A NBR 6118:2014 prescreve que parte do domínio 3 e o domínio 4 devem ser evitados, ou seja, nas situações onde  $\frac{x}{d} > 0,45$ . Podem ocorrer situações em que seja necessário dimensionar a viga no domínio 3 de baixa ductilidade, pois não é possível

umentar a sua altura. Nestes casos, pode-se utilizar a armadura de compressão, que será definida no item 3.4.4.1.

Conhecendo a posição da linha neutra e o domínio de deformação, parte-se para a determinação da área de aço necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)}$$

#### 3.4.4.1. Armadura dupla

Determina-se a combinação de momento ( $M_{lim}$ ) e armadura tracionada ( $A_{s1}$ ) que a seção consegue resistir com sua altura real trabalhando no limite da relação  $x = 0,45 * d$ :

$$M_{lim} = 0,251 * b * d^2 * f_{cd}$$

$$A_{s1} = \frac{M_{lim}}{f_{yd} * 0,82 * d}$$

A diferença entre  $M_{lim}$  e o momento fletor de cálculo deverá ser resistida por armaduras adicionais.

$$\Delta M = M_d - M_{lim}$$

Em que:

$\Delta M$ : momento resistido pelas armaduras adicionais.

Para que a seção trabalhe no limite da ductilidade, adiciona-se uma armadura de compressão ( $A'_s$ ) e, para manter o equilíbrio, uma armadura adicional de tração ( $A_{s2}$ ).

$$A'_s = \frac{\Delta M}{\sigma_{sd} * (d - d')}$$

$$A_{s2} = \frac{\Delta M}{f_{yd} * (d - d')}$$

Em que, é necessário verificar se a armadura comprimida atingiu a deformação de escoamento, para encontrar a tensão na armadura ( $\sigma_{sd}$ ).

$$\varepsilon'_s = \frac{0,0035 * (0,45d - d')}{0,45d}$$

$$\text{Caso } \varepsilon'_s \begin{cases} > 0,00207 \rightarrow \sigma_{sd} = f_{yd} \\ < 0,00207 \rightarrow \sigma_{sd} = E_s * \varepsilon'_s \end{cases}$$

Em que:

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço.

#### 3.4.4.2. Armaduras máximas e mínimas

O item 17.3.5.2.4 da NBR 6118:2014 especifica que a soma das armaduras de tração e compressão das vigas, fora da região de emendas, não seja maior que 4% da área da seção de concreto.

A taxa de armadura mínima de armadura é definida no item 17.3.5.2.1 da norma, e implica que:

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b * h$$

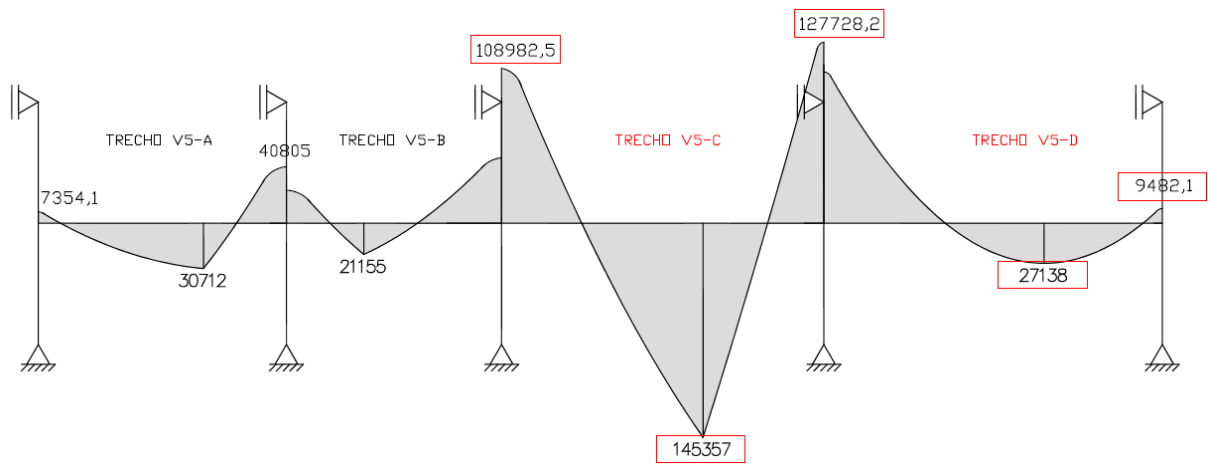
Em que:

$\rho_{min}$ : taxa mínima de armadura, que pode ser encontrada na Tabela 2 (página 33).

### **Resultado para a viga em estudo**

Uma região da viga foi selecionada para ser dimensionada detalhadamente como exemplo de cálculo. Optou-se pelos dois últimos trechos de V5, pois estes demonstraram ter os momentos fletores mais significativos. Os momentos a serem considerados nos cálculos estão indicados na imagem a seguir:

Tabela 4: Diagrama de momentos fletores dos trechos escolhidos.



Fonte: Da Autora.

O processo de cálculo seguirá a sequência de armaduras resistentes a momentos positivos e, então, aos negativos.

Antes de iniciar o dimensionamento, calcula-se a armadura mínima necessária em todos os trechos da viga em estudo:

$$A_{s,min} = \rho_{min} * b * h = \frac{0,15}{100} * 17 * 50 = 1,275 \text{ cm}^2$$

### Armadura positiva V5-C

Definiu-se as seguintes bitolas para o dimensionamento do trecho:

$$\phi_l = 20 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

Sendo que serão consideradas 3 barras longitudinais em uma única camada. O espaçamento vertical adotado ( $ev$ ) é de 2 cm. Logo, calcula-se a altura útil da seção:

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 50 - 2,5 - 0,5 - \frac{2,0}{2} = 46 \text{ cm}$$

Determina-se a posição da linha neutra, com  $M_d = 145357 \text{ Nm}$ :

$$x = 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right]$$

$$= 1,25 * 0,46 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{145357}{0,425 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,46^2}} \right] = 0,1818 \text{ m}$$

E o domínio de deformação:

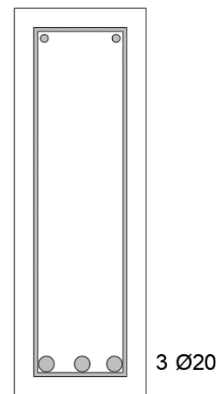
$$\frac{x}{d} = \frac{0,1818}{0,46} = 0,395 \quad \text{Domínio 3}$$

Por fim, calcula-se a área de aço tracionada necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{145357}{\frac{500 * 10^6}{1,15} (0,46 - 0,4 * 0,1818)} = 0,000863 \text{ m}^2 = 8,63 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço efetiva é maior que a calculada, o dimensionamento é suficiente. Abaixo é apresentado um esquema da seção transversal do trecho, em que a armadura longitudinal superior é construtiva, e será detalhada no item 3.4.6.

$$A_{s,ef} = 3 * \frac{\pi * 2,0^2}{4} = 9,42 \text{ cm}^2$$



### Armadura positiva V5-D

Definiu-se as seguintes bitolas para o dimensionamento do trecho:

$$\phi_l = 10 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$



Sendo que serão consideradas 2 barras longitudinais em uma única camada. O espaçamento vertical adotado ( $ev$ ) é de 2 cm.

Calcula-se a altura útil da seção:

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 50 - 2,5 - 0,5 - \frac{1,0}{2} = 46,5 \text{ cm}$$

Determina-se a posição da linha neutra, com  $M_d = 27138 \text{ Nm}$ :

$$\begin{aligned} x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,465 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{27138}{0,425 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,465^2}} \right] \\ &= 0,029 \text{ m} \end{aligned}$$

E o domínio de deformação:

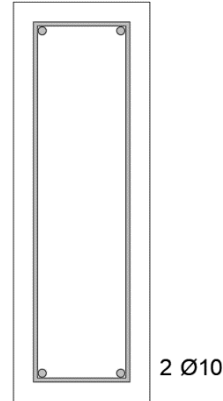
$$\frac{x}{d} = \frac{0,029}{0,465} = 0,0624 \quad \text{Domínio 2}$$

Por fim, calcula-se a área de aço tracionada necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{27138}{\frac{500 * 10^6}{1,15} (0,465 - 0,4 * 0,029)} = 0,000138 \text{ m}^2 = 1,38 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço efetiva é maior que a calculada, o dimensionamento é adequado. Também deve-se comparar o resultado com a área de aço mínima calculada anteriormente. Abaixo é apresentado um esquema da seção transversal do trecho, em que a armadura longitudinal superior é construtiva.

$$A_{s,ef} = 2 * \frac{\pi * 1,0^2}{4} = 1,57 \text{ cm}^2$$



### Armadura negativa apoio P13

Levando em conta a bitola já definida dos estribos dos trechos de momento positivo, escolheu-se as seguintes bitolas para o dimensionamento do trecho:

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

Sendo que serão consideradas 4 barras longitudinais, dispostas em duas camadas. O espaçamento vertical adotado ( $ev$ ) é de 2 cm. Deve-se, então, determinar a posição do centro geométrico da armadura:

$$cg = \frac{n_1 * A_{\phi_l} * \left(c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2}\right) + n_2 * A_{\phi_l} * \left(c + \phi_t + \phi_l + ev + \frac{\phi_l}{2}\right)}{(n_1 + n_2) * A_{\phi_l}}$$

$$= \frac{2 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} * \left(2,5 + 0,5 + \frac{1,6}{2}\right) + 2 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} * \left(2,5 + 0,5 + 1,6 + 2 + \frac{1,6}{2}\right)}{4 * \frac{\pi * 1,6^2}{4}}$$

$$= 5,6 \text{ cm}$$

Em que:

$n_1$ : número de barras na primeira camada;

$n_2$ : número de barras na segunda camada;

$A_{\phi_l}$ : área de aço da barra longitudinal;

$c$ : cobrimento;

$ev$ : espaçamento vertical entre barras.

Calcula-se a altura útil da seção:

$$d = h - cg = 50 - 5,6 = 44,4 \text{ cm}$$

Determina-se a posição da linha neutra, com  $M_d = 108982,5 \text{ Nm}$ :

$$\begin{aligned} x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,444 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{108982,5}{0,425 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,444^2}} \right] \\ &= 0,135 \text{ m} \end{aligned}$$

E o domínio de deformação:

$$\frac{x}{d} = \frac{0,135}{0,444} = 0,305 \quad \text{Domínio 3}$$

Por fim, calcula-se a área de aço tracionada necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{108982,5}{\frac{500 * 10^6}{1,15} (0,444 - 0,4 * 0,135)} = 0,000643 \text{ m}^2 = 6,43 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço efetiva é maior que a calculada, o dimensionamento é adequado. Abaixo é apresentado um esquema da seção transversal do trecho, em que a armadura longitudinal inferior corresponde à armadura positiva ancorada do trecho V5-C.

$$A_{s,ef} = 4 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} = 8,04 \text{ cm}^2$$



#### **Armadura negativa apoio P14**

Levando em conta a bitola já definida dos estribos dos trechos de momento positivo, escolheu-se as seguintes bitolas para o dimensionamento do trecho:

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

Também serão consideradas 4 barras longitudinais, dispostas em duas camadas. O espaçamento vertical adotado ( $ev$ ) é de 2 cm. Como a disposição escolhida é igual a armadura negativa do apoio  $P13$ , utiliza-se o mesmo valor para a posição do centro geométrico:

$$cg = 5,6 \text{ cm}$$

E, portanto, a altura útil será a mesma.

$$d = 44,4 \text{ cm}$$

Determina-se a posição da linha neutra, com  $M_d = 127728,2 \text{ Nm}$ :

$$\begin{aligned}
 x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\
 &= 1,25 * 0,444 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{127728,2}{0,425 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,444^2}} \right] \\
 &= 0,163 \text{ m}
 \end{aligned}$$

E o domínio de deformação:

$$\frac{x}{d} = \frac{0,163}{0,444} = 0,368 \quad \text{Domínio 3}$$

Por fim, calcula-se a área de aço tracionada necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{127728,2}{\frac{500 * 10^6}{1,15} (0,444 - 0,4 * 0,163)} = 0,000776 \text{ m}^2 = 7,76 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço efetiva é maior que a calculada, o dimensionamento é adequado. Abaixo é apresentado um esquema da seção transversal do trecho, em que a armadura longitudinal inferior corresponde à armadura positiva ancorada do trecho V5-C.

$$A_{s,ef} = 4 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} = 8,04 \text{ cm}^2$$



### Armadura negativa apoio P15

Levando em conta que as barras superiores serão aproveitadas com a função de armadura construtiva, considera-se que as barras negativas dos trechos já calculados serão estendidas até o apoio extremo em P15. Portanto, adota-se a mesma bitola, de 16 mm, para o dimensionamento do trecho.

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

Sendo que serão consideradas 2 barras longitudinais em uma única camada. O espaçamento vertical adotado ( $ev$ ) é de 2 cm.

Calcula-se a altura útil da seção:

$$d = h - c - \phi_t - \frac{\phi_l}{2} = 50 - 2,5 - 0,5 - \frac{1,6}{2} = 46,2 \text{ cm}$$

Determina-se a posição da linha neutra, com  $M_d = 9482,1 \text{ Nm}$ :

$$\begin{aligned} x &= 1,25 d \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right] \\ &= 1,25 * 0,462 \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{9482,1}{0,425 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,462^2}} \right] \\ &= 0,010 \text{ m} \end{aligned}$$

E o domínio de deformação:

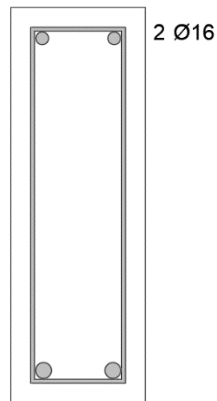
$$\frac{x}{d} = \frac{0,010}{0,462} = 0,022 \quad \text{Domínio 2}$$

Por fim, calcula-se a área de aço tracionada necessária:

$$A_s = \frac{M_d}{f_{yd}(d - 0,4 x)} = \frac{9482,1}{\frac{500 * 10^6}{1,15} (0,462 - 0,4 * 0,010)} = 0,000048 m^2 = 0,48 cm^2$$

Como a área de aço é menor que a armadura mínima calculada, o dimensionamento deve atender a  $A_{s,min} = 1,275 cm^2$ . Abaixo é apresentado um esquema da armadura efetiva adequada para resistir aos esforços, em que a armadura longitudinal inferior corresponde à armadura positiva ancorada do trecho V5-D.

$$A_{s,ef} = 2 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} = 4,02 cm^2$$



### 3.4.5. Dimensionamento das armaduras transversais

A armadura transversal tem função de resistir aos esforços cortantes, e pode ser determinada segundo dois modelos de cálculo. O modelo I admite que as diagonais de compressão têm inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da peça, e que a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ( $V_c$ ) é constante. Já no modelo II, é admitido que a inclinação pode ser arbitrada entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$  e que a parcela complementar  $V_c$  varia com a força solicitante de cálculo  $V_{sd}$ .

Segundo Loriggio (2015), o modelo II geralmente fornece dimensionamentos mais econômicos, porém exige mais resistência das bielas comprimidas. Optou-se pelo modelo de cálculo II, tendo em vista valores mais econômicos de armadura transversal. Para este, utiliza-se o seguinte procedimento de cálculo:

A condição de segurança da compressão diagonal nas bielas de concreto é a seguinte:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2}$$

O valor da força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais de compressão ( $V_{Rd2}$ ) é dado por:

$$V_{Rd2} = 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b * d * \sin^2 \theta * (\cot \alpha + \cot \theta)$$

Em que:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa};$$

$\theta$ : inclinação da biela de concreto, considerada entre 30° e 45°;

$\alpha$ : inclinação dos estribos em relação à horizontal.

Deve-se determinar a parcela da força cortante que será absorvida pelos estribos ( $V_{sw}$ ):

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

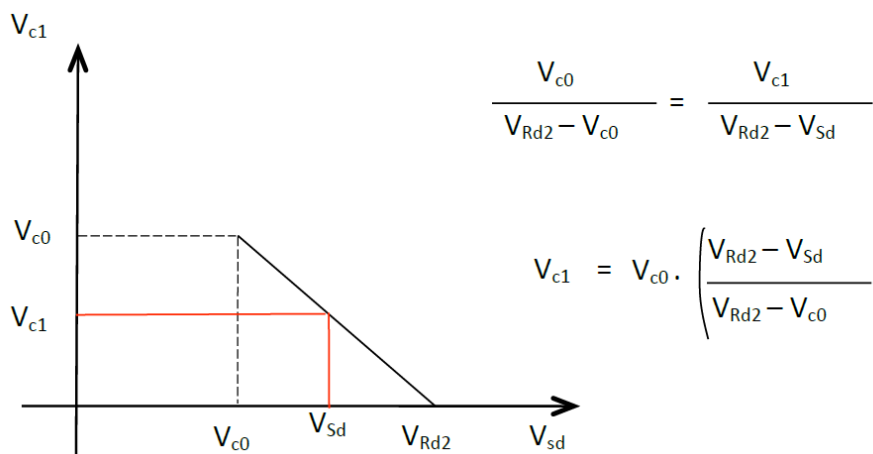
Na flexão simples,  $V_c$  pode ser calculado por:  $V_c = V_{c1}$ , em que:

- $V_{c1} = V_{c0}$  quando  $V_d = V_{c0}$ , onde:

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b * d$$

- $V_{c1} = 0$  quando  $V_d = V_{Rd2}$ .

Figura 23: Cálculo de  $V_{c1}$ .



$$\frac{V_{c0}}{V_{Rd2} - V_{c0}} = \frac{V_{c1}}{V_{Rd2} - V_{sd}}$$

$$V_{c1} = V_{c0} \cdot \left( \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right)$$

Fonte: Loriggio, 2015.



A força cortante que deve ser resistida pela armadura transversal é:

$$V_{sw} = \left( \frac{A_{sw}}{s} \right) * 0,9 * f_{ywd} * (\cot \alpha + \cot \theta) * \sin \alpha$$

#### 3.4.5.1. Armadura mínima de cisalhamento

O item 17.4.1.1.1 da NBR 6118:2014 impõe que todos os elementos lineares submetidos à força cortante devem ter armadura transversal mínima de:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b * s * \sin \alpha} \geq 0,2 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$$

#### 3.4.5.2. Limites para escolha do diâmetro do estribo

O item 18.3.3.2 da norma NBR 6118:2014 prescreve que o diâmetro da barra do estribo não deve ser inferior a 5 mm ou superior a um décimo da largura da viga.

#### 3.4.5.3. Espaçamentos mínimo e máximo entre os estribos

O mesmo item citado anteriormente impõe que o espaçamento entre estribos deve ser o suficiente para permitir a passagem do vibrador. Quanto ao espaçamento máximo, deve-se atender às seguintes condições:

- Para  $V_{sd} \leq 0,67 * V_{Rd2}$ :  $s_{m\acute{a}x} = 0,6 * d \leq 30 \text{ cm}$ ;
- Para  $V_{sd} > 0,67 * V_{Rd2}$ :  $s_{m\acute{a}x} = 0,3 * d \leq 20 \text{ cm}$ .

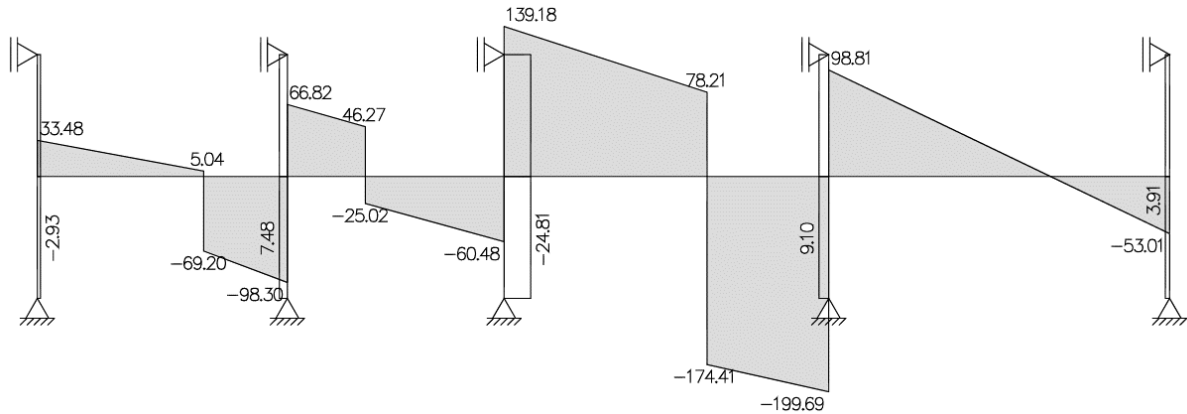
### **Resultado para a viga em estudo**

Ao iniciar o estudo das armaduras resistentes ao cisalhamento da peça, define-se os parâmetros a serem utilizados:

- Admite-se  $\theta = 30^\circ$  para a inclinação das bielas de concreto, visando armaduras mais econômicas. Se estas não satisfizerem a relação  $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ , deve-se aumentar o ângulo escolhido;
- Define-se  $\alpha = 90^\circ$ , pois é a inclinação usual dos estribos, visando sua facilidade construtiva.

O diagrama de esforços cortantes da viga em estudo é apresentado novamente, visto que contém dados de entrada para o cálculo a ser desenvolvido.

Figura 24: Diagrama de esforços cortantes da viga e dos pilares [kN].



Fonte: Da Autora.

### Armadura transversal do trecho V5-C

O maior esforço cortante solicitante, segundo o diagrama acima, é  $V_{sd} = 199690 \text{ N}$ . Definiu-se  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ .

Calcula-se, então, o valor da força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais de compressão:

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b * d * \sin^2 \theta * (\cot \alpha + \cot \theta) \\ &= 0,54 * 0,9 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,46 * \sin^2 30^\circ * (\cot 90^\circ + \cot 30^\circ) \\ &= 293870,3 \text{ N} \end{aligned}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ , a condição de segurança da compressão diagonal nas bielas de concreto é satisfeita.

Calcula-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares ao de treliça:

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b * d = 0,6 * \left( \frac{0,3 * 25^{\frac{2}{3}}}{2} * 10^6 \right) * 0,17 * 0,46 = 60174,1 \text{ N}$$

$$V_{c1} = V_{c0} * \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} = 60174,1 * \frac{293870,3 - 199690}{293870,3 - 60174,1} = 24250,3 \text{ N}$$

Então, define-se a força a ser resistida pela armadura transversal:

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_{c1} = 199690 - 24250,3 = 175439,7 \text{ N}$$

Determina-se a armadura necessária:

$$\begin{aligned} \frac{A_{sw}}{s} &= \frac{V_{sw}}{0,9 * f_{ywd} * (\cot \alpha + \cot \theta) * \sin \alpha} \\ &= \frac{175439,7}{0,9 * \frac{600 * 10^6}{1,15} * (\cot 90^\circ + \cot 30^\circ) * \sin 90^\circ} = 0,000216 \text{ m}^2 \\ &= 2,16 \text{ cm}^2 / \text{m} \end{aligned}$$

Calcula-se a armadura mínima:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 0,2 * \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} * b = 0,2 * \frac{0,3 * 25^{\frac{2}{3}}}{600} * 0,17 = 0,000145 \text{ m}^2 = 1,45 \text{ cm}^2$$

Determina-se a armadura devido ao espaçamento máximo:

Para  $V_{sd} > 0,67 * V_{Rd2}$ :

$$s_{m\acute{a}x} = 0,3 * d = 13,8 \text{ cm} \leq 20 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw,sm\acute{a}x}}{s} = \frac{2 * A_{\phi_t}}{s_{m\acute{a}x}} = \frac{2 * \frac{\pi * 0,5^2}{4}}{0,138} = 2,85 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Por fim, adota-se a maior entre as três áreas de aço calculadas:  $\frac{A_{sw}}{s}$ ,  $\frac{A_{sw,min}}{s}$  e

$$\frac{A_{sw,sm\acute{a}x}}{s}$$

$$\frac{A_{sw,ef}}{s} = \frac{A_{sw,sm\acute{a}x}}{s} = 2,85 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

Que equivale a  $\phi 5$  c13 *cm*.

O número total de estribos é:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{367}{13} = 28,2 \cong 29 \text{ estribos}$$

### **Armadura transversal do trecho V5-D**

O maior esforço cortante solicitante é  $V_{sd} = 98810 \text{ N}$ . Definiu-se  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ .

Calcula-se, então, o valor da força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais de compressão:

$$\begin{aligned} V_{Rd2} &= 0,54 * \alpha_{v2} * f_{cd} * b * d * \sin^2 \theta * (\cot \alpha + \cot \theta) \\ &= 0,54 * 0,9 * \frac{25 * 10^6}{1,4} * 0,17 * 0,465 * \sin^2 30^\circ * (\cot 90^\circ + \cot 30^\circ) \\ &= 297064,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{Rd2}$ , a condição de segurança da compressão diagonal nas bielas de concreto é satisfeita.

Calcula-se a parcela resistida pelos mecanismos complementares ao de treliça:

$$V_{c0} = 0,6 * f_{ctd} * b * d = 0,6 * \left( \frac{0,3 * 25^{\frac{2}{3}}}{2} * 10^6 \right) * 0,17 * 0,465 = 60828,1 \text{ N}$$

$$V_{c1} = V_{c0} * \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} = 60828,1 * \frac{297064,5 - 98810}{297064,5 - 60828,1} = 51048,2 \text{ N}$$

Então, define-se a força a ser resistida pela armadura transversal:

$$\begin{aligned} V_{sd} &\leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \\ V_{sw} &= V_{sd} - V_{c1} = 98810 - 51048,2 = 47761,8 \text{ N} \end{aligned}$$

Determina-se a armadura necessária:

$$\begin{aligned} \frac{A_{sw}}{s} &= \frac{V_{sw}}{0,9 * f_{ywd} * (\cot \alpha + \cot \theta) * \sin \alpha} \\ &= \frac{47761,8}{0,9 * \frac{600 * 10^6}{1,15} * (\cot 90^\circ + \cot 30^\circ) * \sin 90^\circ} = 0,000059 \text{ m}^2 \\ &= 0,59 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

Calcula-se a armadura mínima:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 0,2 * \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} * b = 0,2 * \frac{0,3 * 25^{\frac{2}{3}}}{600} * 0,17 = 0,000145 \text{ m}^2 = 1,45 \text{ cm}^2$$

Determina-se a armadura devido ao espaçamento máximo:

Para  $V_{sd} < 0,67 * V_{Rd2}$ :

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 * d = 27,9 \text{ cm} \leq 30 \text{ cm}$$

$$\frac{A_{sw,smax}}{s} = \frac{2 * A_{\phi_t}}{s_{m\acute{a}x}} = \frac{2 * \frac{\pi * 0,5^2}{4}}{0,279} = 1,41 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Por fim, adota-se a maior entre as três áreas de aço calculadas:  $\frac{A_{sw}}{s}$ ,  $\frac{A_{sw,min}}{s}$  e

$$\frac{A_{sw,smax}}{s}$$

$$\frac{A_{sw,ef}}{s} = \frac{A_{sw,min}}{s} = 1,45 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Que equivale a  $\phi 5 \text{ c}27 \text{ cm}$ .

O número total de estribos é:

$$Q = \frac{l_0}{s} = \frac{403}{27} = 14,9 \cong 15 \text{ estribos}$$

### 3.4.6. Detalhamento das armaduras longitudinais

Tendo definido a bitola e o número de barras de aço a serem utilizadas, resta determinar o comprimento destas, com as dobras e posições necessárias à execução em obra. O detalhamento deve ser claro e conter todas as informações precisas, a fim de evitar dúvidas e erros de interpretação.

#### 3.4.6.1. Deslocamento do diagrama de momentos fletores

O comprimento das barras da armadura longitudinal de vigas é determinado por meio de medidas realizadas no diagrama de momentos fletores, somadas aos comprimentos de ancoragem. Utilizar-se-á o método sugerido por Carvalho e Figueiredo (2014), o qual implica que o diagrama de momentos fletores seja transladado de uma distância  $a_l$ , para que se meça o comprimento das barras. A distância  $a_l$ , no modelo II de cálculo da armadura transversal, é calculada por meio da seguinte expressão para estribos verticais:

$$a_l = 0,5 * d * \cot \theta$$

Em que:

$\theta$ : inclinação das diagonais de compressão, variando entre 30° e 45°.

#### 3.4.6.2. Comprimento de ancoragem básico

O item 9.4.2.4 da NBR 6118:2014 dispõe que o comprimento de ancoragem básico é o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força-limite  $A_s f_{yd}$ . Este é calculado por:

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \leq 25 * \phi$$

Em que:

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{cta}$$

$$\eta_1 = \begin{cases} 1 \text{ para barras lisas;} \\ 1,4 \text{ para barras entalhadas;} \\ 2,25 \text{ para barras nervuradas.} \end{cases}$$

$$\eta_2 = \begin{cases} 1 \text{ para situações de boa aderência;} \\ 0,7 \text{ para situações de má aderência.} \end{cases}$$

$$\eta_3 = \begin{cases} 1 \text{ para } \phi < 32 \text{ mm;} \\ \frac{132-\phi}{100} \text{ para } \phi \geq 32 \text{ mm.} \end{cases}$$

As barras em situação de boa aderência, são as que:

- Tem inclinação maior que 45° sobre a horizontal;
- Estão localizadas no máximo 30 cm acima da face inferior, para  $h < 60$  cm;
- Estão localizadas no mínimo 30 cm abaixo da face superior, para  $h \geq 60$  cm.

#### 3.4.6.3. Comprimento de ancoragem mínimo

O mínimo comprimento de ancoragem permitido é o maior dos seguintes valores:

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b \\ 10 * \phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

#### 3.4.6.4. Comprimento de ancoragem necessário

Quando a armadura efetiva é maior que a armadura calculada, a norma permite, no item 9.4.2.5, que o comprimento de ancoragem seja reduzido, desde que este seja maior que o comprimento mínimo.

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,mín}$$

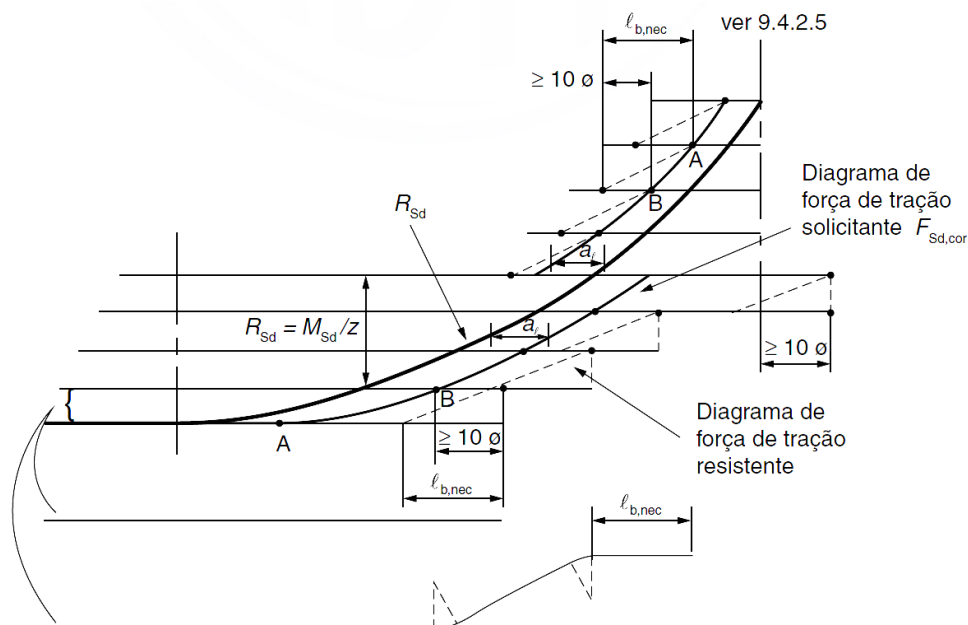
Em que:

$$\alpha = \begin{cases} 1 \text{ para barras sem gancho;} \\ 0,7 \text{ para barras com gancho;} \\ 0,7 \text{ para barras transversais soldadas;} \\ 0,5 \text{ para barras com gancho e com barras transversais soldadas.} \end{cases}$$

### 3.4.6.5. Comprimento total das barras

O comprimento total das barras deve levar em consideração o prescrito no item 18.3.2.3.1 da NBR 6118:2014. O início do trecho de ancoragem das barras é considerado no ponto, decalado do comprimento  $a_l$ , onde sua tensão  $\sigma_s$  começa a diminuir (Ponto A). A partir deste ponto, deve ser considerado um comprimento de ancoragem que seja, no mínimo, o necessário. Este deve ser comparado com o comprimento resultante do prolongamento de  $10\phi$  a partir do ponto em que  $\sigma_s$  é nula, também decalado do comprimento  $a_l$  (Ponto B).

Figura 25: Cobertura do diagrama de força de tração solicitante pelo diagrama resistente.



Fonte: ABNT NBR 6118:2014, Figura 18.3.

### 3.4.6.6. Ganchos

Nas situações em que não há comprimento disponível suficiente, pode-se adotar as curvaturas de extremidade. A norma prevê:

- Semicirculares com ponta reta de comprimento não inferior a  $2\phi$ ;
- Em ângulo de  $45^\circ$  com ponta reta de comprimento não inferior a  $4\phi$ ;
- Em ângulo reto com ponta reta de comprimento não inferior a  $8\phi$ .



Para a execução das dobras, a norma prescreve que o diâmetro interno de curvatura dos ganchos deve ser maior ou igual ao estabelecido na tabela 9.1 da norma:

Tabela 5: Diâmetro dos pinos de dobramento (D).

Bitola mm	Tipo de aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
< 20	4 $\phi$	5 $\phi$	6 $\phi$
$\geq$ 20	5 $\phi$	8 $\phi$	–

Fonte: NBR 6118:2014, Tabela 9.1.

Por fim, o comprimento total do gancho será a soma do comprimento reto com o trecho curvo. Para barras de diâmetro menor que 20 mm, pode-se calcular:

$$l_g = \frac{\pi * (5 * \phi + \phi)}{4} + 8 * \phi$$

#### 3.4.6.7. Área de aço nas seções dos apoios

Segundo o item 18.3.2.4 da NBR 6118:2014, em apoios extremos e intermediários, uma parte da armadura de tração do vão deve ser prolongada, segundo as condições:

- Se  $|M_{apoio}| \leq 0,5 * M_{vão}$ :

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,vão}}{3}$$

- Se  $|M_{apoio}| > 0,5 * M_{vão}$ :

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,vão}}{4}$$

Em que:

$M_{apoio}$ : momento fletor no apoio;

$M_{vão}$ : máximo momento fletor positivo do tramo;

$A_{s,apoio}$ : área de aço necessária no apoio;

$A_{s,vão}$ : área de aço de tração no vão.

Em apoios extremos, deve-se garantir a ancoragem da diagonal de compressão com áreas de aço que resistam a:

$$F_{sd} = \frac{a_l}{d} * V_d + N_d$$

Em que:

$a_l$ : deslocamento do diagrama de momentos fletores;

$V_d$ : esforço cortante de cálculo no apoio;

$N_d$ : força de tração.

No caso de ocorrerem momentos positivos no apoio, deve-se obedecer às armaduras obtidas pelo dimensionamento da seção.

#### 3.4.6.8. Ancoragem da armadura de tração no apoio

Para ancorar as armaduras de tração nos apoios, a norma dispõe, no item 18.3.2.4.1, que em apoios extremos, deve-se obedecer ao comprimento a partir da face do apoio:

$$l_{b,ef} \geq \begin{cases} l_{b,nec} \\ r + 5,5 * \phi \\ 60 \text{ mm} \end{cases}$$

Em que:

$l_{b,ef}$ : comprimento de ancoragem efetivo;

$r$ : raio de curvatura do gancho.

Nos apoios intermediários, pode-se adotar comprimento igual a  $10\phi$ , desde que não haja a possibilidade de surgirem momentos positivos na região.

## Resultado para a viga em estudo

### Armadura positiva V5-C

Primeiramente, deve-se determinar quantas barras devem chegar aos apoios. Como este trecho é compreendido entre dois apoios intermediários, cujos momentos são maiores que  $0,5 * M_{vão}$ , utiliza-se a seguinte expressão para determinar a armadura mínima:

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{4} = \frac{9,42}{4} = 2,36 \text{ cm}^2$$

Serão estendidas duas barras até os apoios, suprimindo a necessidade de armadura construtiva. Estas devem ter comprimento de ancoragem, a partir da face do apoio, de  $10\phi$ , visto que não existem momentos positivos na região.

$$10\phi = 10 * 2,0 = 20 \text{ cm}$$

$$l_{livre} = 367 \text{ cm}$$

$$l_{barra} = 10\phi + l_{livre} + 10\phi = 20 + 367 + 20 = 407 \text{ cm}$$

Para a barra que não será estendida até o apoio, determina-se o deslocamento do diagrama de momentos fletores.

$$a_l = 0,5 * d * \cot \theta = 0,5 * 45,87 * \cot 30^\circ = 39,7 \text{ cm}$$

$$a_{l,adotado} = 40 \text{ cm}$$

A fim de calcular o comprimento de ancoragem básico, é necessário determinar o valor da tensão última de aderência, calculada da seguinte maneira para toda armadura positiva da viga:

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctm}}{2} = \frac{0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{2} = \frac{0,3 * 25^{\frac{2}{3}}}{2} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd} = 2,25 * 1 * 1 * 1,28 = 2,89 \text{ MPa}$$

Parte-se para a determinação do comprimento de ancoragem básico:

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{2,0}{4} * \frac{500}{1,15 * 2,89} = 75,2 \text{ cm}$$

Deve-se atentar para os limites mínimos do comprimento de ancoragem:

$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b = 0,3 * 75,2 = 22,6 \text{ cm} \\ 10 * \phi = 10 * 2,0 = 20 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

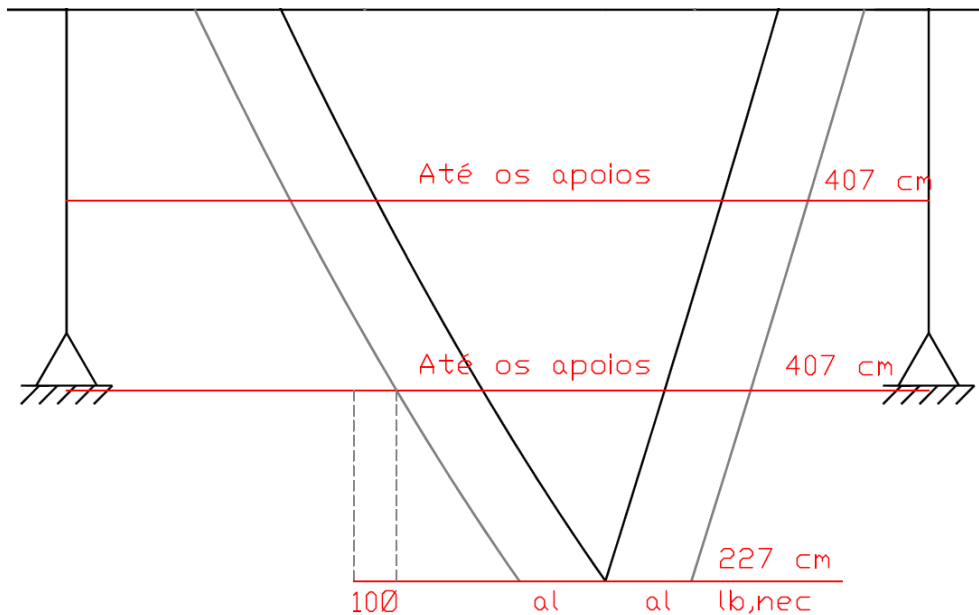
$$l_{b,mín} \geq 22,6 \text{ cm}$$

E, então, calcula-se o comprimento de ancoragem necessário.

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1 * 75,2 * \frac{8,67}{9,42} = 69,3 \geq l_{b,mín}$$

$$l_{b,nec} = 70 \text{ cm}$$

Figura 26: Barras do trecho V5-C.



Fonte: Da Autora.

### Armadura positiva V5-D

Este trecho se encontra entre um apoio intermediário (P14) e um apoio extremo (P15). Como este trecho foi dimensionado com apenas duas barras, ambas serão estendidas até os apoios, servindo como armadura construtiva.

No apoio intermediário, não existem momentos positivos, então a ancoragem deve ser de  $10\phi$ :

$$10\phi = 10 * 1,0 = 10 \text{ cm}$$

Para o apoio extremo, calcula-se a armadura necessária para ancoragem da diagonal de compressão:

$$a_l = 0,5 * d * \cot \theta = 0,5 * 46,5 * \cot 30^\circ = 40,3 \text{ cm}$$

$$F_{sd} = \frac{a_l}{d} * V_d + N_d = \frac{40,3}{46,5} * 53010 + 0,0 = 45908 \text{ N}$$

$$A_{s,dc} = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{45908 * 1,15}{500 * 10^6} = 0,000106 \text{ m}^2 = 1,06 \text{ cm}^2$$

Determina-se o comprimento de ancoragem necessário, considerando gancho.

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,0}{4} * \frac{500}{1,15 * 2,89} = 37,6 \text{ cm}$$

$$l_{b,\text{mín}} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b = 0,3 * 37,6 = 11,3 \text{ cm} \\ 10 * \phi = 10 * 1,0 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\text{mín}} \geq 11,3 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 * 37,6 * \frac{1,06}{1,57} = 17,7 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 18 \text{ cm}$$

Como não existe comprimento disponível suficiente neste apoio extremo, adiciona-se uma barra a mais, na mesma camada das barras existentes, para reduzir o comprimento de ancoragem necessário. Estas barras serão levadas apenas ao apoio extremo, e terão as pontas esquerdas escalonadas, conforme o seguinte comprimento necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1 * 37,6 * \frac{1,38}{2,36} = 22 \text{ cm} \geq l_{b,mín}$$

$$l_{b,nec} = 22 \text{ cm}$$

As pontas direitas serão curvadas, segundo o comprimento necessário:

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 * 37,6 * \frac{1,06}{2,36} = 11,8 \geq l_{b,mín}$$

$$l_{b,nec} = 12 \text{ cm}$$

No apoio direito, há um comprimento de 14,5 cm disponível, então o comprimento de ancoragem acima é adequado. Calcula-se o comprimento do gancho:

$$l_g = \frac{\pi * (5 * \phi + \phi)}{4} + 8 * \phi = \frac{\pi * (5 * 1,0 + 1,0)}{4} + 8 * 1,0 = 12,7 \text{ cm}$$

O comprimento total de ancoragem com gancho é:

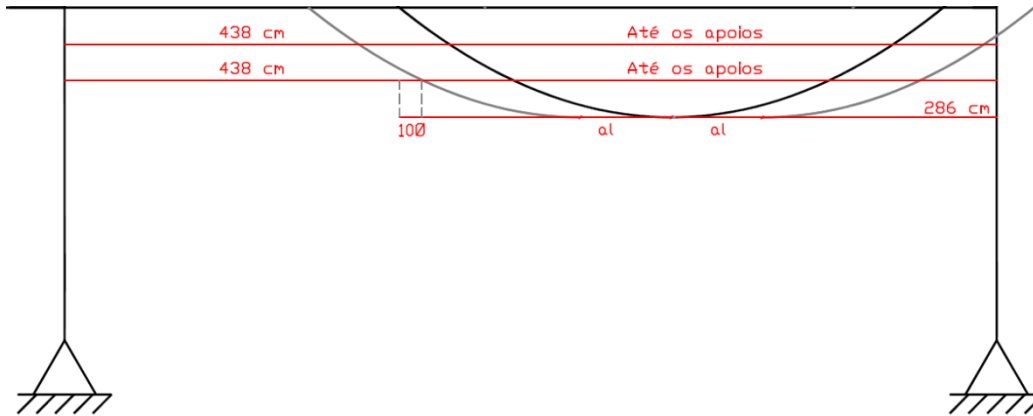
$$l_{g,total} = l_{b,nec} + l_g = 12 + 12,7 = 24,7 \text{ cm} \cong 25 \text{ cm}$$

Assim, pode-se determinar o comprimento das barras:

$$l_{livre} = 403 \text{ cm}$$

$$l_{barra} = 10\phi + l_{livre} + l_{g,total} = 10 + 403 + 25 = 438 \text{ cm}$$

Figura 27: Barras do trecho V5-D.



Fonte: Da Autora.

### Armadura negativa apoio P13

A armadura negativa deste apoio foi dimensionada com 4 barras, das quais duas serão estendidas por todo comprimento dos trechos adjacentes, visando cumprir o papel de armadura construtiva.

Para as outras duas barras, calcula-se o deslocamento do diagrama de momentos fletores:

$$a_l = 0,5 * d * \cot \theta = 0,5 * 44,3 * \cot 30^\circ = 38,3 \text{ cm}$$

$$a_{l,adotado} = 39 \text{ cm}$$

É necessário determinar o valor da tensão última de aderência das armaduras negativas da viga, que se encontram em região de má aderência:

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd} = 2,25 * 0,7 * 1 * 1,28 = 2,02 \text{ MPa}$$

Determina-se o comprimento de ancoragem necessário:

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,6}{4} * \frac{500}{1,15 * 2,02} = 86,1 \text{ cm}$$

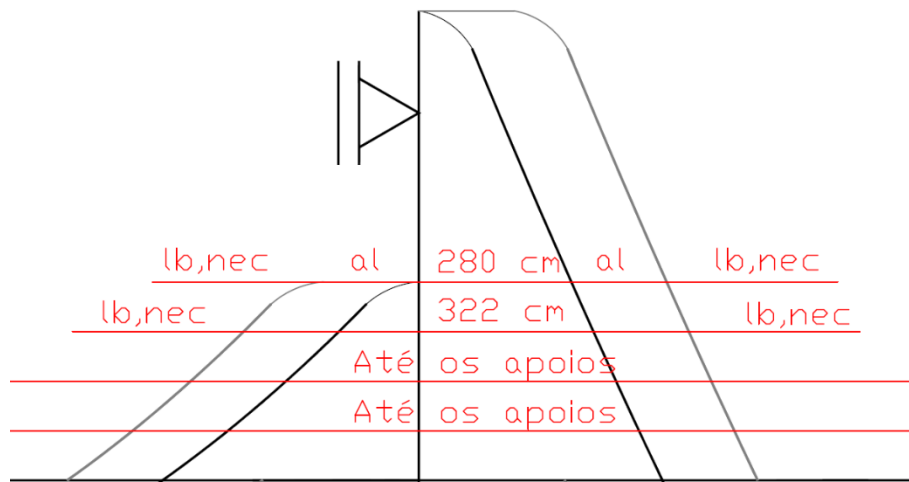
$$l_{b,mín} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b = 0,3 * 86,1 = 25,8 \text{ cm} \\ 10 * \phi = 10 * 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\min} \geq 25,8 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 1 * 86,1 * \frac{6,46}{8,04} = 69,1 \text{ cm} \geq l_{b,\min}$$

$$l_{b,nec} = 70 \text{ cm}$$

Figura 28: Barras no apoio P13.



Fonte: Da Autora.

### Armadura negativa apoio P14

A armadura negativa deste apoio também foi dimensionada com 4 barras. Logo, duas serão estendidas por todo comprimento dos trechos adjacentes, visando cumprir o papel de armadura construtiva.

Para as outras duas barras, calcula-se o deslocamento do diagrama de momentos fletores:

$$a_l = 0,5 * d * \cot \theta = 0,5 * 44,3 * \cot 30^\circ = 38,3 \text{ cm}$$

$$a_{l,adotado} = 39 \text{ cm}$$



E então, determina-se o comprimento de ancoragem necessário:

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,6}{4} * \frac{500}{1,15 * 2,02} = 86,1 \text{ cm}$$

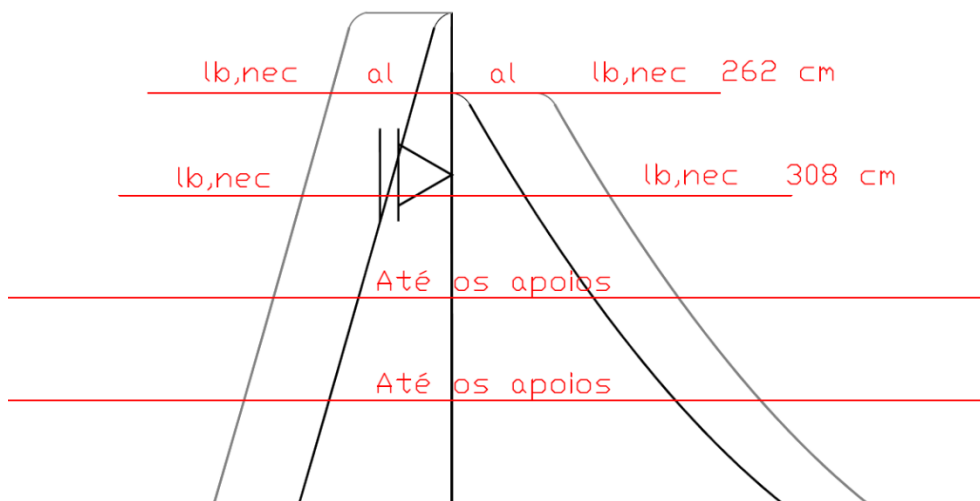
$$l_{b,\text{mín}} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b = 0,3 * 86,1 = 25,8 \text{ cm} \\ 10 * \phi = 10 * 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,\text{mín}} \geq 25,8 \text{ cm}$$

$$l_{b,\text{nec}} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,\text{calc}}}{A_{s,\text{ef}}} = 1 * 86,1 * \frac{7,79}{8,04} = 83,4 \text{ cm} \geq l_{b,\text{mín}}$$

$$l_{b,\text{nec}} = 84 \text{ cm}$$

Figura 29: Barras no apoio P14.



Fonte: Da Autora.

### Armadura negativa apoio P15

Como já calculado anteriormente na determinação dos comprimentos da armadura positiva do trecho V5-D, a armadura necessária para a ancoragem da diagonal de compressão é a seguinte:

$$A_{s,\text{dc}} = \frac{F_{sd}}{f_{yd}} = \frac{45908 * 1,15}{500 * 10^6} = 0,000106 \text{ m}^2 = 1,06 \text{ cm}^2$$

E a armadura mínima:

$$A_{s,apoio} \geq \frac{A_{s,v\tilde{a}o}}{3} = \frac{1,57}{3} = 0,52 \text{ cm}^2$$

Calcula-se, então, o comprimento de ancoragem necessário, com a utilização de gancho:

$$l_b = \frac{\phi}{4} * \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,6}{4} * \frac{500}{1,15 * 2,02} = 86,1 \text{ cm}$$

$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 * l_b = 0,3 * 86,1 = 25,8 \text{ cm} \\ 10 * \phi = 10 * 1,6 = 16 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l_{b,min} \geq 25,8 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = \alpha * l_b * \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 * 86,1 * \frac{0,47}{4,02} = 7,0 \text{ cm}$$

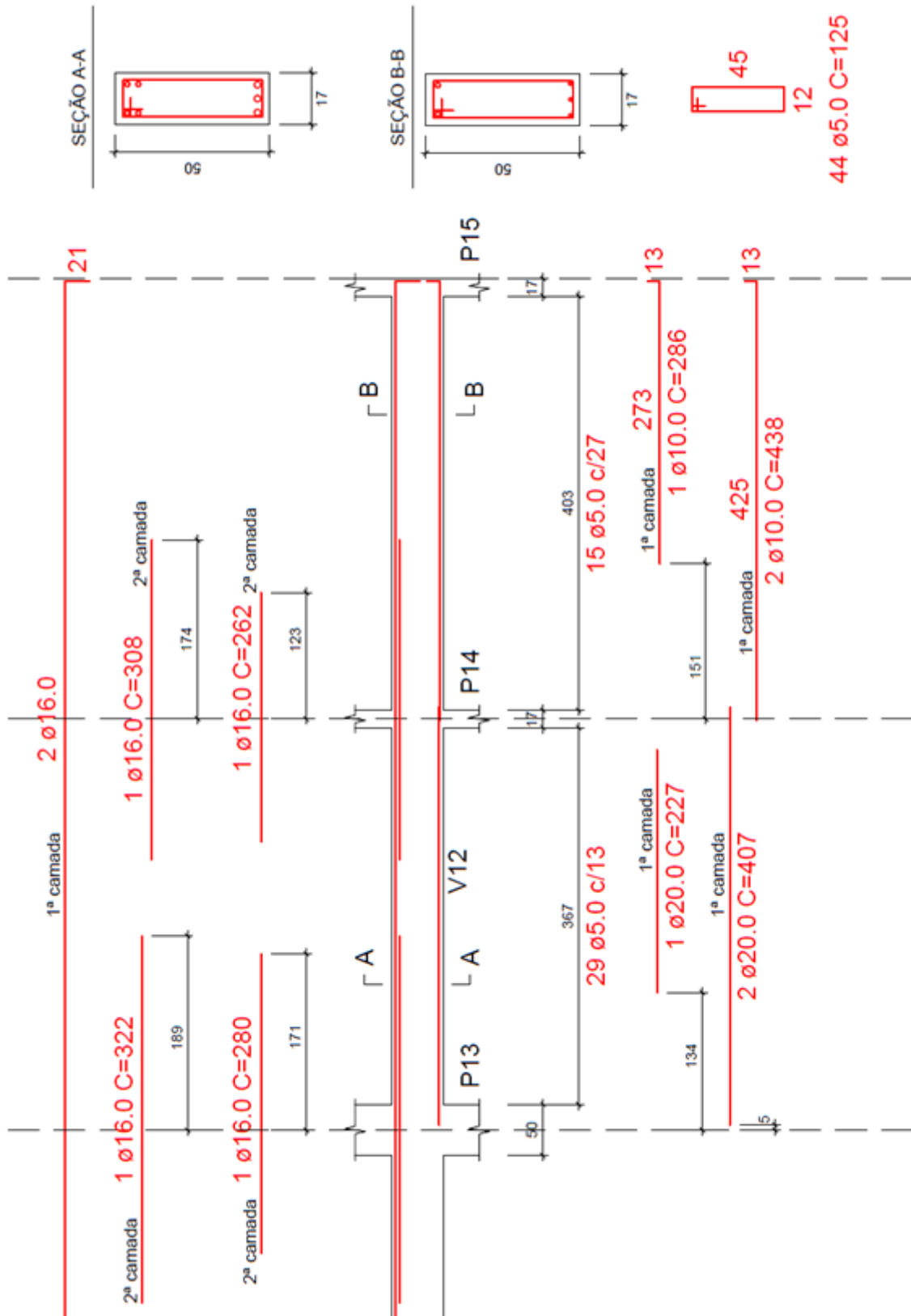
Determina-se o comprimento do gancho:

$$l_g = \frac{\pi * (5 * \phi + \phi)}{4} + 8 * \phi = \frac{\pi * (5 * 1,6 + 1,6)}{4} + 8 * 1,6 = 20,3 \text{ cm}$$

O comprimento total de ancoragem com gancho é:

$$l_{total} = l_{b,nec} + l_g = 7,0 + 20,3 = 27,3 \text{ cm} \cong 28 \text{ cm} \geq l_{b,min}$$

Figura 30: Detalhamento dos trechos em estudo.



Fonte: Da Autora.

### 3.4.7. Verificação do estado limite de serviço

A verificação do estado limite de serviço da viga em estudo será realizada com base nos resultados obtidos do lançamento do pórtico no *software Ftool*. Primeiramente, serão definidas as regiões que sofrerão com a fissuração e, para estas, serão calculadas as suas alturas equivalentes. Dessa forma, introduz-se os valores calculados no pórtico do programa, e faz-se a análise dos deslocamentos obtidos.

#### 3.4.7.1. Verificação à fissuração

A verificação do estágio de deformação é realizada com base no mesmo processo utilizados para as lajes. Calcula-se o momento que desencadeia as primeiras fissuras pela seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha * f_{ct} * I_c}{y_t}$$

Em que:

$M_r$ : Momento de fissuração;

$\alpha$ : 1,5 para seções retangulares;

$$f_{ct} = f_{ct_m} = 0,3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2564,964 \text{ kN/m}^2;$$

$I_c$ : Momento de inércia da seção bruta;

$y_t$ : Distância do centro de gravidade até a fibra mais tracionada.

As regiões do diagrama de momentos fletores que ultrapassam o valor correspondente à fissuração terão suas alturas equivalentes calculadas.

Para isso, é necessário calcular a posição da linha neutra, o momento de inércia do estágio II, o momento de inércia equivalente (expressão de Branson) e a espessura equivalente, por meio das respectivas equações:

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}} \right]$$

Em que:

$\alpha = \frac{E_s}{E_{cs}}$ : Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto, em que:

$$E_{cs} = \alpha_i * \alpha_e * 5600 * \sqrt{fck};$$

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{fck}{80};$$

$\alpha_e = 1$  para agregados graníticos.

$$I_{II} = \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2$$

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3\right] * I_{II}$$

Em que:

$M_A$ : Momento de serviço calculado.

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b}}$$

#### 3.4.7.2. Aceitabilidade sensorial visual

Tendo introduzido no *Ftool* os valores corrigidos para a altura da viga, obtém-se os deslocamentos imediatos. Nestes, atribui-se o efeito da fluência segundo o disposto no item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6118:2014, apresentado abaixo:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * p'}$$

Em que:

$\alpha_f$ : Coeficiente de fluência do concreto;

$p'$ : Coeficiente considerado nulo para lajes ( $p' = \frac{A'_s}{b*d}$ );

$\Delta\xi$ : Coeficiente temporal, calculado por:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Em que:

$$\text{Para } t \leq 70 \text{ meses: } \xi(t) = 0,68 * (0,996^t) * t^{0,32}$$

$$\text{Para } t > 70 \text{ meses: } \xi(t) = 2$$

Logo, a flecha total ( $f_{\infty}$ ) pode ser valorada como mostra a expressão a seguir:

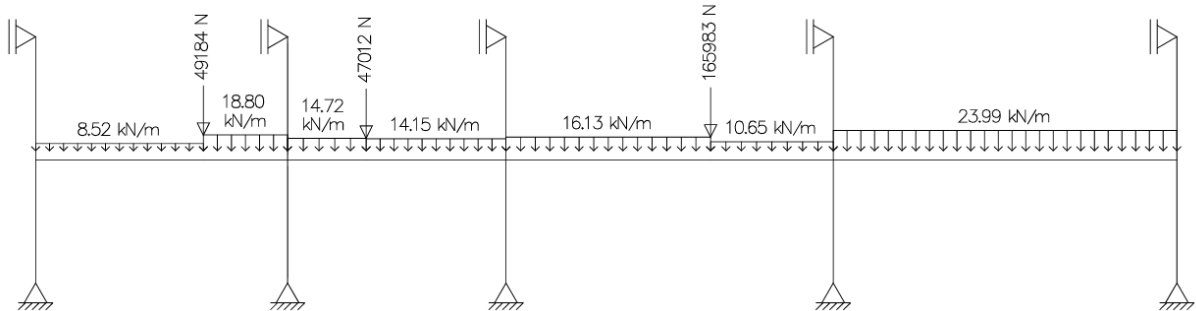
$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) * f_0$$

Esta deve ser comparada com o limite sensorial visual definido pela norma:

$$f_{adm} = \frac{l}{250}$$

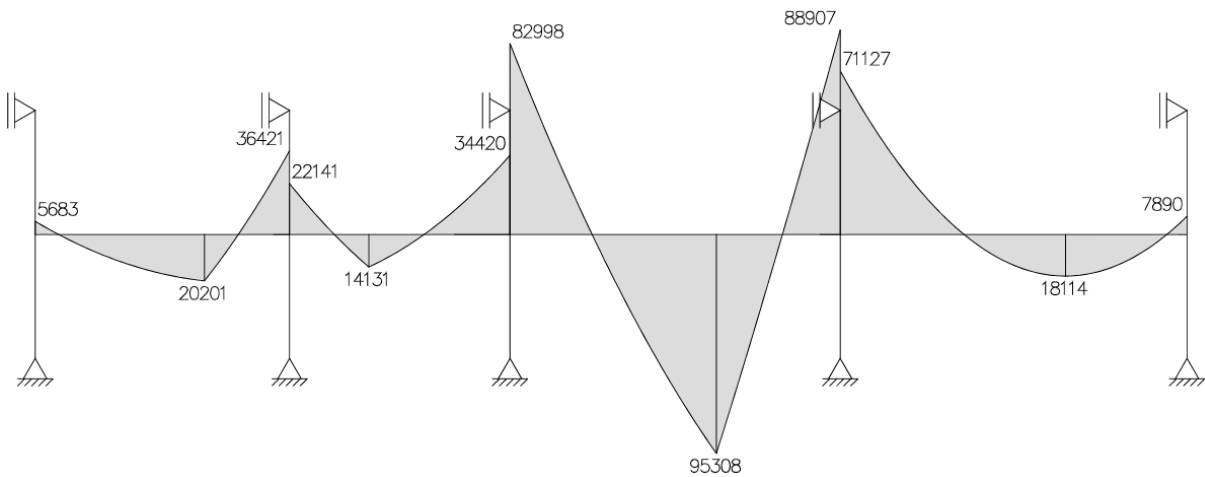
### Resultado para a viga em estudo

Figura 31: Carregamento de serviço.



Fonte: Da Autora.

Figura 32: Momentos fletores de serviço [Nm].



Fonte: Da Autora.

$$M_r = \frac{\alpha * fct * I_c}{y_t} = \frac{1,5 * 2564,964 * \frac{0,17 * 0,5^3}{12}}{0,25} = 27,253 \text{ kNm}$$

Analisando o diagrama de momentos fletores de serviço, percebe-se que algumas regiões da viga V5 estão solicitadas por momentos maiores que o de fissuração. Ao focar nos trechos em estudo, V5-C e V5-D, nota-se que, no primeiro, ocorre fissuração nas duas regiões de momento negativo e na região de momento positivo. Já no segundo, há formação de fissuras somente na região de momento negativo do apoio esquerdo. Para estes, serão estimadas as alturas equivalentes a seguir.

### Fissuração no trecho V5-C

Visto que as três regiões de momentos fletores deste trecho encontram-se fissuradas, calcula-se a altura equivalente correspondente ao momento de maior valor, o qual é o momento positivo de 95308 Nm. Esta altura será aplicada em todo o trecho V5-C.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 * \frac{fck}{80} = 0,8 + 0,2 * \frac{25}{80} = 0,8625$$

$$E_{cs} = \alpha_i * \alpha_e * 5600 * \sqrt{fck} = 0,8625 * 1 * 5600 * \sqrt{25} = 24150 \text{ MPa}$$

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{24150} = 8,7$$

A posição da linha neutra no estágio II é dada por:

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}} \right] = \frac{8,7 * 9,42}{17} * \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 17 * 46}{8,7 * 9,42}} \right]$$

$$= 16,8 \text{ cm}$$

Calcula-se, então, a inércia no estádio II:

$$I_{II} = \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2 = \frac{17 * 16,8^3}{3} + 8,7 * 9,42 * (46 - 16,8)^2$$

$$= 96746 \text{ cm}^4$$

Por fim, determina-se a inércia equivalente:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3\right] * I_{II}$$

$$= \left(\frac{27253}{95308}\right)^3 * \frac{17 * 50^3}{12} + \left[1 - \left(\frac{27253}{95308}\right)^3\right] * 96746 = 98624 \text{ cm}^4$$

Assim, é possível estimar a altura equivalente:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 * 98624}{17}} = 41,1 \text{ cm}$$

### **Fissuração no trecho V5-D**

A região do momento negativo do apoio esquerdo está submetida a momentos superiores ao momento de fissuração. Como esta região cobre, aproximadamente, um terço do vão, e os outros dois terços não se encontram fissurados, será feita a ponderação de suas inércias, a fim de calcular a altura equivalente do trecho.

O momento negativo que causa as fissuras é de 71127 Nm.

A posição da linha neutra no estádio II é dada por:

$$x_{II} = \frac{\alpha * A_s}{b} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * b * d}{\alpha * A_s}}\right] = \frac{8,7 * 8,04}{17} * \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 * 17 * 44,4}{8,7 * 8,04}}\right]$$

$$= 15,4 \text{ cm}$$



Calcula-se, então, a inércia no estádio II:

$$I_{II} = \frac{b * x_{II}^3}{3} + \alpha * A_s * (d - x_{II})^2 = \frac{17 * 15,4^3}{3} + 8,7 * 8,04 * (44,4 - 15,4)^2$$

$$= 79510,7 \text{ cm}^4$$

Determina-se a inércia equivalente da região negativa:

$$I_{eq}^- = \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3 * I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_A}\right)^3\right] * I_{II}$$

$$= \left(\frac{27253}{71127}\right)^3 * \frac{17 * 50^3}{12} + \left[1 - \left(\frac{27253}{71127}\right)^3\right] * 79510,7 = 84999 \text{ cm}^4$$

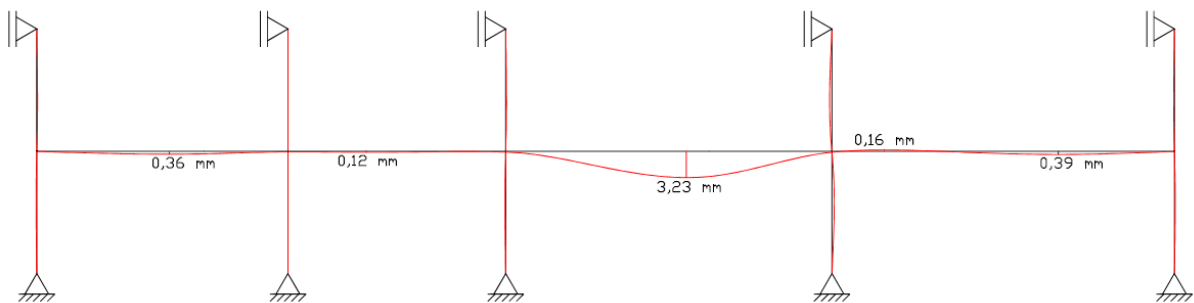
Pondera-se as inércias nas regiões:

$$I_{eq} = 0,3 * I_{eq}^- + 0,7 * I_c = 0,3 * 84999 + 0,7 * \frac{17 * 50^3}{12} = 149458 \text{ cm}^4$$

Assim, é possível estimar a altura equivalente:

$$h_{eq} = \sqrt[3]{\frac{12 * I_{eq}}{b}} = \sqrt[3]{\frac{12 * 149458}{17}} = 47,3 \text{ cm}$$

Figura 33: Deslocamentos da viga V5.



Fonte: Da Autora.

Atribuindo-se o efeito da fluência:

$$\xi(t_0) = 0,68 * (0,996^t) * t^{0,32} = 0,68 * \left(0,996^{\frac{14}{30}}\right) * \left(\frac{14}{30}\right)^{0,32} = 0,53$$

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 0,53 = 1,47$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 * p'} = \frac{1,47}{1 + 50 * 0} = 1,47$$

A seguir, é apresentada uma tabela com os valores da flecha imediata (retirada do *Ftool*), e os valores de flecha diferida e flecha admissível, calculadas pelas equações abaixo, para todos os trechos da viga em estudo.

$$f_{\infty} = (1 + \alpha_f) * f_0 \quad f_{adm} = \frac{l}{250}$$

Tabela 6: Flechas da viga V5.

Trecho	V5-A	V5-B	V5-C	V5-D
$f_0$ [cm]	0,036	0,012	0,323	0,039
$f_{\infty}$ [cm]	0,089	0,030	0,800	0,096
$f_{adm}$ [cm]	1,08	0,848	1,468	1,612

Fonte: Da Autora.

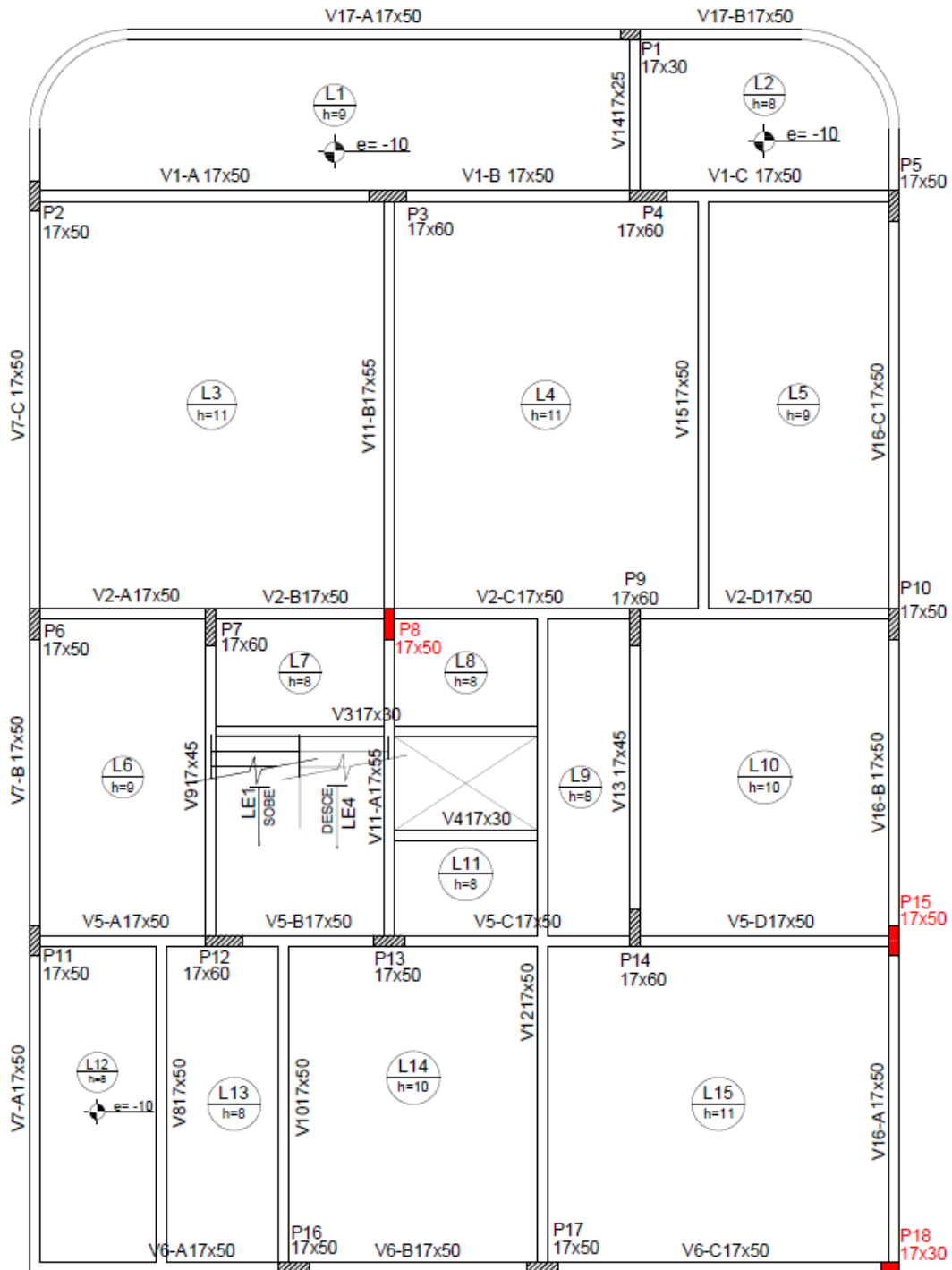
### 3.5. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DE PILARES

Os pilares são considerados elementos lineares, normalmente dispostos na vertical, cujo esforço principal é a força normal de compressão. Estes recebem os carregamentos de todos os pavimentos e os distribuem nas fundações.

As estruturas de concreto armado podem ser classificadas como estruturas de nós fixos ou móveis: as de nós fixos são aquelas cujo deslocamento horizontal dos nós é pequeno e, portanto, seus efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados; as de nós móveis são estruturas cujos nós têm deslocamento horizontal considerável e efeitos globais de segunda ordem importantes. Utiliza-se de subestruturas de contraventamento, que resistam à influência dos efeitos globais de segunda ordem, visando desprezá-los nas estruturas contraventadas. Neste trabalho, será admitido que os pilares estão contraventados, classificando a estrutura em estudo como de nós fixos.

Foram escolhidos exemplos para o dimensionamento de pilares, abrangendo as três situações de posicionamento em planta: pilar intermediário (*P8*), pilar de extremidade (*P15*) e pilar de canto (*P18*).

Figura 34: Destaque dos pilares em estudo na planta de formas.



Fonte: Da Autora.

### 3.5.1. Características físicas

A fim de iniciar o dimensionamento de um pilar, é necessário estudar as características físicas das seções transversal e longitudinal pré-dimensionadas.

#### 3.5.1.1. Comprimento equivalente

O comprimento equivalente do pilar ( $l_e$ ) deve ser o menor entre os valores abaixo, segundo o item 15.6 da NBR 6118:2014.

$$l_e \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases}$$

Em que:

$l_0$ : distância entre as faces internas das vigas que vinculam o pilar;

$h$ : altura da seção transversal do pilar;

$l$ : distância entre os eixos das vigas que vinculam o pilar.

#### 3.5.1.2. Índice de esbeltez

O índice de esbeltez do pilar é calculado por:

$$\lambda = \frac{l_e}{i}$$

Em que:

$i$ : raio de giração, calculado para seções retangulares por:

$$\sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{b * h^3}{12}}{b * h}} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{b}{3,464}$$

Logo, o índice de esbeltez de pilares retangulares pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{3,464 * l_e}{h}$$

### 3.5.2. Classificação

Os pilares são classificados quanto à posição em planta e quanto à esbeltez.

#### 3.5.2.1. Classificação dos pilares segundo a esbeltez

A classificação dos pilares segundo a esbeltez é realizada em função do valor de  $\lambda$ , apresentado anteriormente, conforme os intervalos apresentados a seguir:

- $\lambda \leq \lambda_1$ : pilar curto;
- $\lambda_1 < \lambda \leq 90$ : pilar médio;
- $90 < \lambda \leq 140$ : pilar medianamente esbelto;
- $140 < \lambda \leq 200$ : pilar esbelto.

A NBR 6118:2014 prescreve que pilares não devem ter índice de esbeltez maior que 200.

#### 3.5.2.2. Classificação dos pilares quanto à posição em planta

Os pilares podem ser classificados quanto a sua posição em planta, conforme os tipos abaixo:

- Intermediários: são pilares localizados no interior da edificação, sobre os quais as vigas se apoiam de forma contínua nas duas direções;
- De extremidade: se encontram na fachada da edificação. Geralmente, o momento fletor atuante principal provém da viga que se interrompe no encontro com a fachada;
- De canto: são aqueles localizados no encontro de duas fachadas externas da edificação. São solicitados por momentos fletores nas duas direções das vigas que nele se apoiam.

No dimensionamento dos pilares do presente trabalho, serão levados em consideração todos os momentos que resultarem da análise estrutural, ou seja, nenhum momento de solidariedade entre viga e pilar será desprezado, caracterizando flexões compostas oblíquas.

### 3.5.3. Determinação dos esforços de cálculo de primeira ordem

Os pilares não devem ter dimensões menores que 19 cm, porém, em casos especiais, permite-se seções com dimensões entre 14 cm e 19 cm, se os esforços de cálculo forem multiplicados pelo coeficiente  $\gamma_n$ , determinado pela expressão a seguir:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * b$$

Os esforços solicitantes de cálculo, majorados pelo coeficiente  $\gamma_n$ , devem ser comparados com o momento mínimo de primeira ordem ( $M_{1,d,min}$ ), o qual substitui o efeito das imperfeições locais nos pilares, segundo o item 11.3.3.4.3 da NBR 6118:2014. Este deve ser calculado segundo a equação:

$$M_{1,d,min} = N_d * (0,015 + 0,03 * h)$$

Em que:

$N_d$ : esforço normal de cálculo;

$h$ : altura da seção transversal expressa em metros.

Se o valor do momento fletor considerado for maior que o momento mínimo de primeira ordem calculado, admite-se que o efeito das imperfeições locais esteja atendido.

### 3.5.4. Excentricidade de primeira ordem

A excentricidade de primeira ordem se deve aos momentos fletores de solidariedade entre os pilares e as vigas, e é calculada pela expressão:

$$e_1 = \frac{M_{1d}}{N_d}$$

Em que:

$e_1$ : excentricidade de primeira ordem;

$M_{1d}$ : momento de cálculo de primeira ordem.

### 3.5.5. Dispensa da análise dos efeitos locais de segunda ordem

Visto que os pilares são elementos alongados submetidos à compressão, estão sujeitos à flambagem, fenômeno em que o estado de deformação da estrutura influi nos esforços internos. Este efeito é chamado de efeito local de segunda ordem.

Segundo o item 15.8.2 da NBR 6118:2014, os esforços locais de segunda ordem podem ser desprezados se o seu índice de esbeltez ( $\lambda$ ) for inferior ao índice de esbeltez limite ( $\lambda_1$ ), que corresponde ao valor no qual a resistência do pilar começa a diminuir por conta dos efeitos de segunda ordem. O  $\lambda_1$  deve ser calculado pela equação:

$$35 \leq \lambda_1 = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} \leq 90$$

O valor de  $\alpha_b$  pode ser determinado, para pilares biapoiados sem cargas transversais, conforme a seguinte expressão:

$$0,4 \leq \alpha_b = 0,6 + 0,4 * \frac{M_B}{M_A} \leq 1$$

Em que:

$M_A$  é o momento de primeira ordem de maior valor absoluto, e  $M_B$ , de menor valor absoluto.

Adota-se  $\alpha_b = 1$ , se o momento de cálculo for inferior ao momento mínimo  $M_{1,d,mín}$ .

### 3.5.6. Determinação dos efeitos locais de segunda ordem

Utiliza-se o método aproximado do pilar-padrão com curvatura aproximada, sugerido no item 15.8.3.3.2 da NBR 6118:2014, para pilares com índice de esbeltez menor que 90, que tenham seção constante e armadura simétrica ao longo do seu eixo.

Calcula-se o momento total máximo ( $M_{d,total}$ ) com a equação abaixo:

$$M_{d,total} = \alpha_b * M_{d1,A} + N_d * \frac{l_e^2}{10 * r} \geq M_{d1,A}$$



Em que:

$M_{d1,A}$ : valor de cálculo do momento de primeira ordem;

$\frac{1}{r}$ : curvatura na seção crítica, calculada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h * (\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$$

A força normal adimensional ( $\nu$ ) é calculada por:

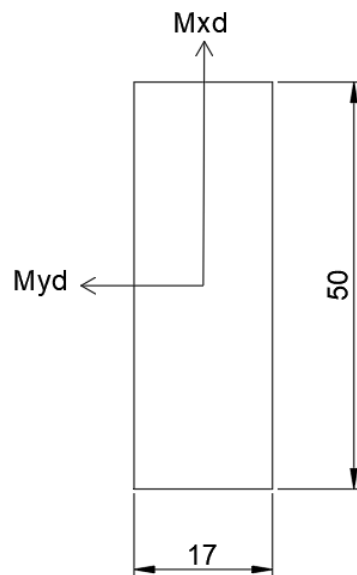
$$\nu = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}}$$

## Resultados para os pilares em estudo

### **Pilar P8 – intermediário**

A reações e momentos fletores transmitidos aos pilares pelas vigas foram determinados com a utilização do *software Ftool*. Os esforços normais dos pilares foram estimados a partir do último pavimento, acrescentando-se dos carregamentos devido a cada nível a ser sustentado.

Figura 35: Momentos atuantes na seção do pilar.



Fonte: Da Autora.

Abaixo, é apresentada a tabela referente aos esforços de cálculo de cada pavimento.

Tabela 7: Esforços de cálculo do pilar P8.

Lance	Seção [cm]	$N_d$ [kN]	$M_{xd}$ [kNm]	$M_{yd}$ [kNm]
Caixa d'água	17x30	90,006	13,323	56,790
Cobertura	17x40	279,102	14,430	34,339
Tipo 5	17x40	479,747	10,100	37,218
Tipo 4	17x50	682,177	10,100	37,218
Tipo 3	17x50	884,607	10,100	37,218
Tipo 2	17x50	1087,038	10,100	37,218

Fonte: Da Autora.

Neste trabalho, os pilares são dimensionados no lance compreendido entre os pavimentos Tipo 2 e Tipo 3. Como foram considerados os momentos de primeira ordem nas duas direções, calcular-se-á segundo flexão composta oblíqua.

Os comprimentos equivalentes do pilar P8 são:

$$l_{ex} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,5) + 0,17 = 2,67 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,67 \text{ m}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,55) + 0,5 = 2,95 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ey} = 2,95 \text{ m}$$

Logo, pode-se determinar a esbeltez segundo os dois eixos.

$$\lambda_x = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 2,67}{0,17} = 54,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 2,95}{0,5} = 20,4$$

Visto que o pilar possui uma dimensão menor que 19 cm, deve-se majorar os esforços de cálculo.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * b = 1,95 - 0,05 * 17 = 1,1$$

$$N_d = 1,1 * 884,607 = 973,067 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 1,1 * 10,100 = 11,110 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 1,1 * 37,218 = 40,940 \text{ kNm}$$

Os momentos mínimos são valorados por:

$$\begin{aligned} M_{1,d,\min_x} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 973,067 * (0,015 + 0,03 * 0,17) \\ &= 19,559 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{1,d,\min_y} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 973,067 * (0,015 + 0,03 * 0,50) \\ &= 29,192 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Conclui-se que os esforços de cálculo de primeira ordem a serem considerados são:

$$N_d = 973,067 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 19,559 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 40,940 \text{ kNm}$$

Com estes, é possível estimar as excentricidades devido aos momentos.

$$e_{1x} = \frac{M_{1d_x}}{N_d} = \frac{19,559}{973,067} = 0,0201 \text{ m}$$

$$e_{1y} = \frac{M_{1d_y}}{N_d} = \frac{40,940}{973,067} = 0,0421 \text{ m}$$

Para verificar se os esforços locais de segunda ordem devem ser considerados, calcula-se a esbelteza limite.

Na direção  $x$ , como  $M_{1,d,min} > M_{1d}$ :  $\alpha_{bx} = 1$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} = \frac{25 + 12,5 * \frac{0,0201}{0,17}}{1} = 26,478$$

É preciso calcular os efeitos de segunda ordem nesta direção, pois  $\lambda_x > \lambda_{1x}$ .

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}} = \frac{973,067}{0,17 * 0,5 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,641$$

A curvatura na seção crítica é determinada por meio da expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h * (\nu + 0,5)} = \frac{0,005}{0,17 * (0,641 + 0,5)} = 0,026 \leq \frac{0,005}{h} = \frac{0,005}{0,17} = 0,029$$

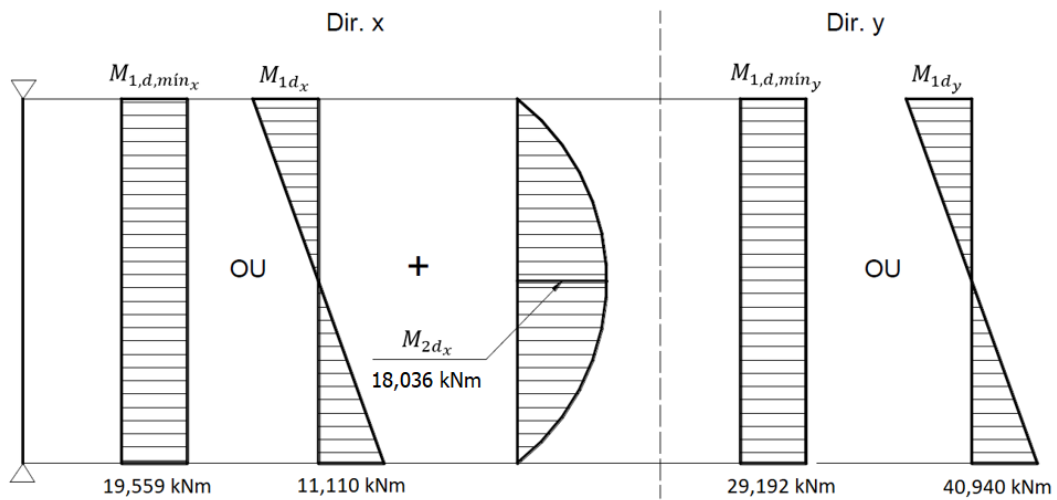
Por fim, o momento total máximo é estimado.

$$\begin{aligned} M_{d,total} &= \alpha_b * M_{d1,A} + N_d * \frac{l_e^2}{10} * \frac{1}{r} = 1 * 19,559 + 973,067 * \frac{2,67^2}{10} * 0,026 \\ &= 37,595 \text{ kNm} \geq M_{d1,A} \end{aligned}$$

Na outra direção, como  $\lambda_y$  é menor que 35, não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem.

As situações finais de cálculo são as seguintes:

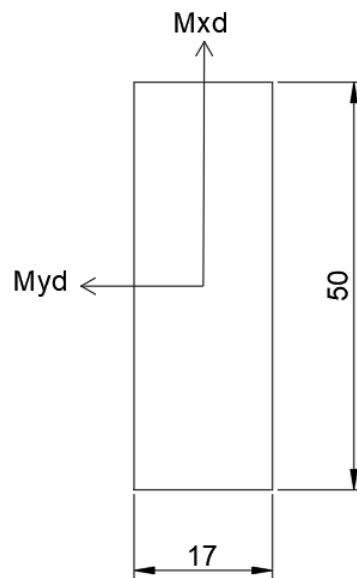
Figura 36: Momentos fletores atuantes no pilar, nas direções x e y.



Fonte: Da Autora.

### Pilar P15 – de extremidade

Figura 37: Momentos atuantes na seção do pilar.



Fonte: Da Autora.

A seguir, é apresentada a tabela referente aos esforços de cálculo de cada pavimento.

Tabela 8: Esforços de cálculo do pilar P15.

Lance	Seção [cm]	$N_d$ [kN]	$M_{xd}$ [kNm]	$M_{yd}$ [kNm]
Cobertura	17x40	71,361	1,036	3,539
Tipo 5	17x40	280,753	5,867	14,451
Tipo 4	17x40	490,146	5,867	14,451
Tipo 3	17x50	701,323	5,867	14,451
Tipo 2	17x50	912,500	5,867	14,451

Fonte: Da Autora.

Os comprimentos equivalentes do pilar P15 são:

$$l_{ex} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,5) + 0,17 = 2,67 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,67 \text{ m}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,5) + 0,5 = 3,0 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ey} = 3,0 \text{ m}$$

Logo, pode-se determinar a esbeltez segundo os dois eixos.

$$\lambda_x = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 2,67}{0,17} = 54,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 3,0}{0,5} = 20,8$$

Como o pilar possui uma dimensão menor que 19 cm, deve-se majorar os esforços de cálculo.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * b = 1,95 - 0,05 * 17 = 1,1$$

$$N_d = 1,1 * 701,323 = 771,455 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 1,1 * 5,867 = 6,454 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 1,1 * 14,451 = 15,896 \text{ kNm}$$

Os momentos mínimos são valorados por:

$$\begin{aligned} M_{1,d,\min_x} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 771,455 * (0,015 + 0,03 * 0,17) \\ &= 15,506 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{1,d,\min_y} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 771,455 * (0,015 + 0,03 * 0,50) \\ &= 23,143 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Conclui-se que os esforços de cálculo de primeira ordem a serem considerados são:

$$N_d = 771,455 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 15,506 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 23,143 \text{ kNm}$$

Com estes, é possível estimar as excentricidades devido aos momentos.

$$e_{1x} = \frac{M_{1d_x}}{N_d} = \frac{15,506}{771,455} = 0,0201 \text{ m}$$

$$e_{1y} = \frac{M_{1d_y}}{N_d} = \frac{23,143}{771,455} = 0,0300 \text{ m}$$

Para verificar se os esforços locais de segunda ordem devem ser considerados, calcula-se a esbelteza limite.

Na direção  $x$ , como  $M_{1,d,\min} > M_{1d}$ :  $\alpha_{bx} = 1$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} = \frac{25 + 12,5 * \frac{0,0201}{0,17}}{1} = 26,478$$

É preciso calcular os efeitos de segunda ordem, pois  $\lambda_x > \lambda_{1x}$ .

A força normal adimensional é dada por:

$$\nu = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}} = \frac{771,455}{0,17 * 0,5 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,508$$

A curvatura na seção crítica é determinada mediante a expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h * (\nu + 0,5)} = \frac{0,005}{0,17 * (0,508 + 0,5)} = 0,029 \leq \frac{0,005}{h} = \frac{0,005}{0,17} = 0,029$$

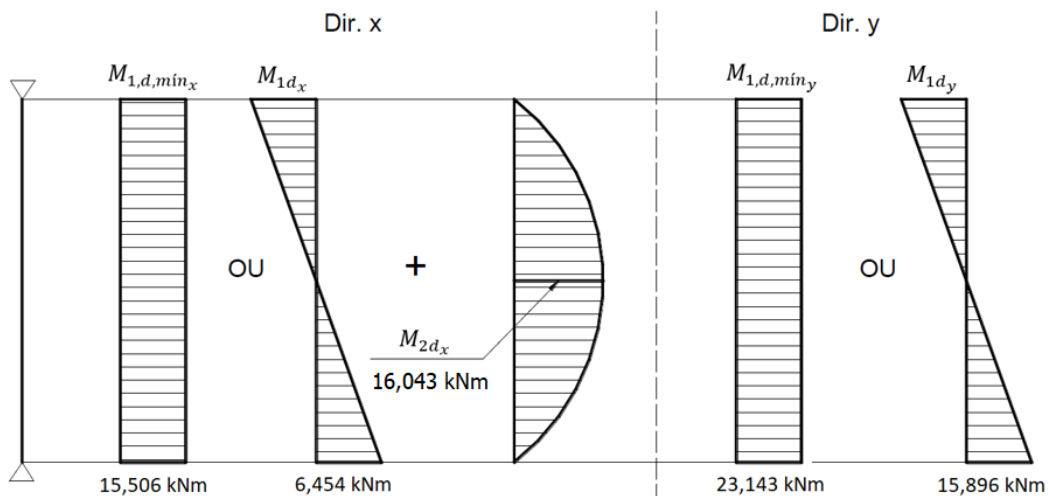
Por fim, o momento total máximo é estimado.

$$\begin{aligned} M_{d,total} &= \alpha_b * M_{d1,A} + N_d * \frac{l_e^2}{10} * \frac{1}{r} = 1 * 15,506 + 771,455 * \frac{2,67^2}{10} * 0,029 \\ &= 31,549 \text{ kNm} \geq M_{d1,A} \end{aligned}$$

Como  $\lambda_y$  é menor que 35, não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem nessa direção.

As situações finais de cálculo são as seguintes:

Figura 38: Momentos fletores atuantes no pilar, nas direções x e y.

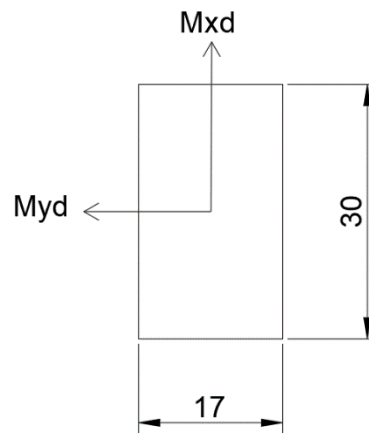


Fonte: Da Autora.



## Pilar P18 – de canto

Figura 39: Momentos atuantes na seção do pilar.



Fonte: Da Autora.

Abaixo, é apresentada a tabela referente aos esforços de cálculo de cada pavimento.

Figura 40: Esforços de cálculo do pilar P18.

Lance	Seção [cm]	$N_d$ [kN]	$M_{xd}$ [kNm]	$M_{yd}$ [kNm]
Cobertura	17x30	48,209	7,046	20,262
Tipo 5	17x30	189,189	12,970	29,860
Tipo 4	17x30	330,169	12,970	29,860
Tipo 3	17x30	471,149	12,970	29,860
Tipo 2	17x30	612,129	12,970	29,860

Fonte: Da Autora.

Os comprimentos equivalentes do pilar P18 são:

$$l_{ex} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,5) + 0,17 = 2,67 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ex} = 2,67 \text{ m}$$

$$l_{ey} \leq \begin{cases} l_0 + h = (3,0 - 0,5) + 0,3 = 2,80 \text{ m} \\ l = 3,0 \text{ m} \end{cases}$$

$$l_{ey} = 2,80 \text{ m}$$

Logo, pode-se determinar a esbeltez segundo os dois eixos.

$$\lambda_x = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 2,67}{0,17} = 54,4$$

$$\lambda_y = \frac{3,464 * l_e}{h} = \frac{3,464 * 2,80}{0,3} = 32,3$$

Como o pilar possui uma dimensão menor que 19 cm, deve-se majorar os esforços de cálculo.

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 * b = 1,95 - 0,05 * 17 = 1,1$$

$$N_d = 1,1 * 471,149 = 518,264 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 1,1 * 12,970 = 14,267 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 1,1 * 29,860 = 32,846 \text{ kNm}$$

Os momentos mínimos são valorados por:

$$\begin{aligned} M_{1,d,mín_x} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 518,264 * (0,015 + 0,03 * 0,17) \\ &= 10,417 \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{1,d,mín_y} &= N_d * (0,015 + 0,03 * h) = 518,264 * (0,015 + 0,03 * 0,30) \\ &= 12,438 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Conclui-se que os esforços de cálculo de primeira ordem a serem considerados são:

$$N_d = 518,264 \text{ kN}$$

$$M_{1d_x} = 14,267 \text{ kNm}$$

$$M_{1d_y} = 32,846 \text{ kNm}$$

Com estes, é possível estimar as excentricidades devido aos momentos.

$$e_{1x} = \frac{M_{1d_x}}{N_d} = \frac{14,267}{518,264} = 0,028 \text{ m}$$

$$e_{1y} = \frac{M_{1d_y}}{N_d} = \frac{32,846}{518,264} = 0,063 \text{ m}$$

Para verificar se os esforços locais de segunda ordem devem ser considerados, calcula-se a esbeltez limite.

$$\alpha_{bx} = 0,6 + 0,4 * \frac{M_B}{M_A} = 0,6 + 0,4 * \frac{-12,970}{12,970} = 0,2 \geq 0,4$$

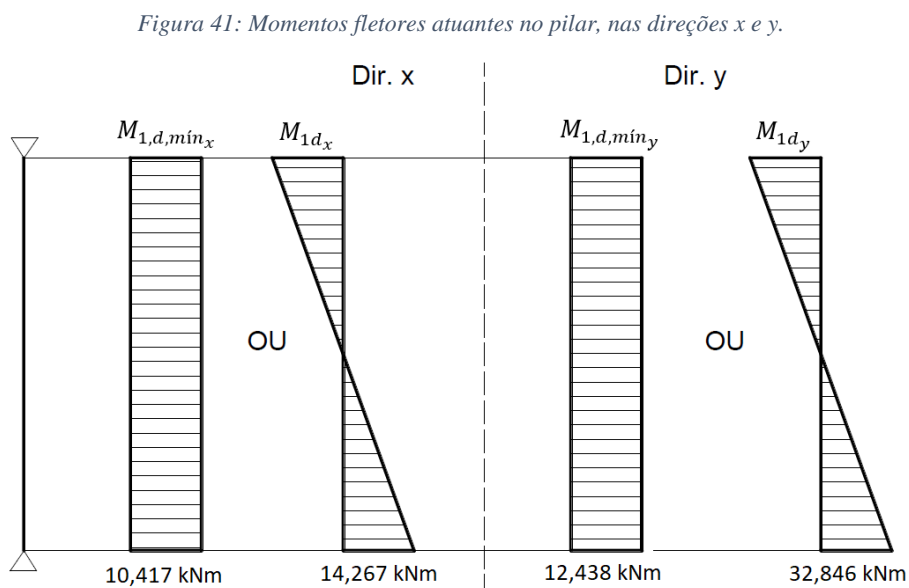
$$\alpha_b = 0,4$$

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 * \frac{e_1}{h}}{\alpha_b} = \frac{25 + 12,5 * \frac{0,028}{0,17}}{0,4} = 67,56$$

Não é preciso calcular os efeitos de segunda ordem na direção  $x$ , pois  $\lambda_x < \lambda_{1x}$ .

Como  $\lambda_y$  é menor que 35, não é necessário considerar os efeitos de segunda ordem nessa direção.

A situação final de cálculo é a seguinte:



*Fonte: Da Autora.*

### 3.5.7. Dimensionamento da armadura longitudinal

A armadura longitudinal será dimensionada por meio do método dos ábacos para flexão oblíqua, utilizando exclusivamente os ábacos elaborados por Pinheiro, Baraldi e Porem (2009). Os ábacos proporcionam facilidade na escolha entre diferentes arranjos de armadura na seção transversal.

Na utilização dos ábacos, é necessário determinar os coeficientes adimensionais  $\mu_d$  e  $\nu$ , sendo este a força normal reduzida de cálculo, e aquele o momento fletor reduzido de cálculo.

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c * h * f_{cd}}$$

$$\nu = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}}$$

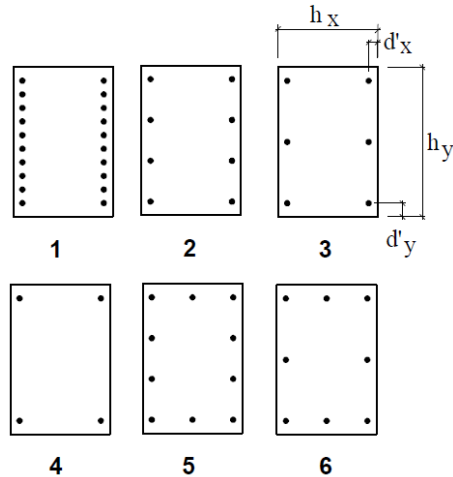
Escolhe-se o ábaco mais adequado, de acordo com as relações  $\frac{d'}{h}$  e com o arranjo de armadura desejado. Abaixo, são apresentados a relação dos ábacos disponíveis e o esquema do arranjo de barras.

Tabela 9: Relação dos ábacos.

Arranjo	$\frac{d'_y}{h_y}$	$\frac{d'_x}{h_x}$	Ábaco
1	0,05	0,25	1
2	0,05	0,25	2
3	0,05	0,25	3
1	0,10	0,25	4
2	0,10	0,25	5
3	0,10	0,25	6
4	0,10	0,25	7
2	0,15	0,25	8
3	0,15	0,25	9
4	0,15	0,25	10
1	0,05	0,20	11
2	0,05	0,20	12
3	0,05	0,20	13
1	0,10	0,20	14
2	0,10	0,20	15
3	0,10	0,20	16
4	0,10	0,20	17
2	0,15	0,20	18
3	0,15	0,20	19
4	0,15	0,20	20
1	0,05	0,15	21
2	0,05	0,15	22
3	0,05	0,15	23
5	0,05	0,15	24
1	0,10	0,15	25
2	0,10	0,15	26
3	0,10	0,15	27
4	0,10	0,15	28
6	0,10	0,15	29
5	0,10	0,15	30
2	0,15	0,15	31
3	0,15	0,15	32
4	0,15	0,15	33
6	0,15	0,15	34
5	0,15	0,15	35
2	0,05	0,10	36
6	0,05	0,10	37
5	0,05	0,10	38
1	0,10	0,10	39
2	0,10	0,10	40
3	0,10	0,10	41
4	0,10	0,10	42
6	0,10	0,10	43
5	0,10	0,10	44
6	0,05	0,05	45
5	0,05	0,05	46

Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem (2009), Tabela 1.

Figura 42: Arranjos das barras.



Fonte: Pinheiro, Baraldi e Porem (2009), Figura 5.

Cada ábaco é dividido em quatro quadrantes adequados a valores de  $\nu$  variados, que se relacionam aos valores de  $\omega$ , o qual é a taxa mecânica de armadura necessária no cálculo da área de aço.

Para a obtenção de uma armadura mais coerente, deve-se escolher dois quadrantes que englobem o  $\nu$  calculado, e interpolar para a determinação de  $\omega$ . Por fim, pode-se calcular a área de aço conforme a equação abaixo:

$$A_s = \omega * A_c * \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Após ter dimensionado a seção, verifica-se o dimensionamento com a utilização do programa “Verificação da Flexão Composta Oblíqua em Pilares”, de autoria de Túlio Nogueira Bittencourt e Pedro Henrique Cerento. O programa traça a envoltória de momentos resistentes, que deve englobar a envoltória mínima com segunda ordem, segundo o item 15.3.2 da ABNT NBR 6118:2014, para que o dimensionamento seja adequado.

### 3.5.7.1. Armaduras máximas e mínimas

A NBR 6118 impõe que a armadura longitudinal mínima deve ser:

$$A_{s,min} = 0,15 * \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 * A_c$$

A armadura máxima, que deve ser respeitada inclusive na região de emendas, obedece a:

$$A_{s,máx} = 0,08 * A_c$$

### 3.5.7.2. Diâmetro das barras

O diâmetro das barras longitudinais dispõe dos valores limites apresentados a seguir:

$$\phi_l \geq 10 \text{ mm}$$

$$\phi_l \leq \frac{h_x}{8}$$

### 3.5.7.3. Espaçamento

No detalhamento das armaduras longitudinais, deve-se levar em conta os limites estabelecidos para o espaçamento entre barras:

$$s \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi_l \\ 1,2 \text{ vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo} \end{cases}$$

$$s \leq \begin{cases} 2 * h_x \\ 400 \text{ mm} \end{cases}$$

## Resultados para os pilares em estudo

### **Pilar P8 – intermediário**

As seguintes bitolas foram adotadas no cálculo de d':

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 2,5 + 0,5 + \frac{1,6}{2} = 3,8 \text{ cm}$$

Na decisão do ábaco mais adequado, levou-se em consideração que a adoção de valores de  $\frac{d'}{h}$  maiores do que os calculados fornecem áreas de aço maiores que a necessária, visto que há a redução do braço de alavanca. Portanto, adotou-se ábacos, cujas relações  $\frac{d'}{h}$  fossem superiores, a favor da segurança.

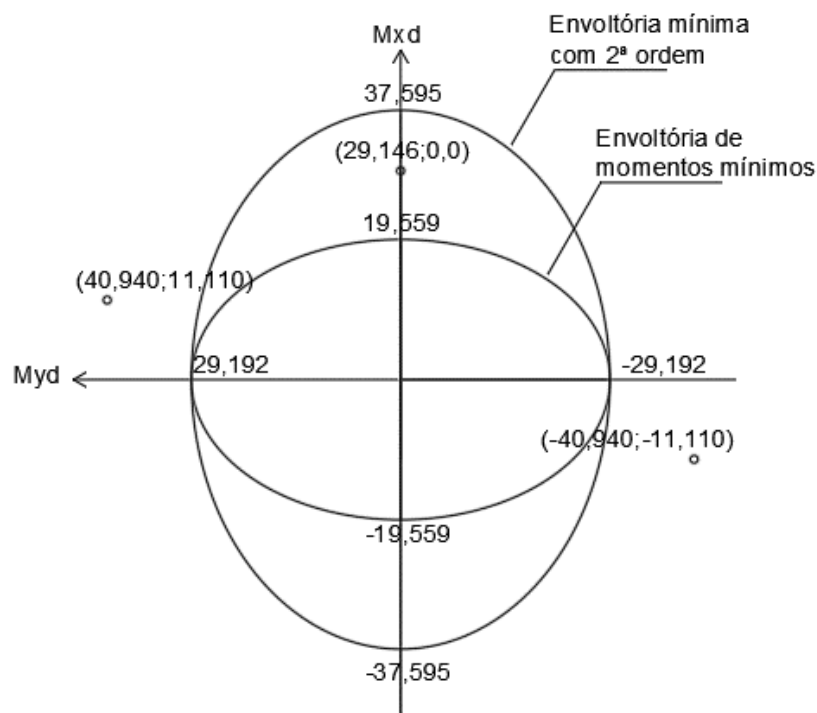
$$\frac{d'}{h_x} = \frac{3,8}{17} = 0,225$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{3,8}{50} = 0,076$$

Logo, adota-se o ábaco 6 de Pinheiro (2009), de três barras por face.

Analisa-se as envoltórias encontradas para o pilar:

Figura 43: Envoltórias do pilar [kNm].



Fonte: Da Autora.

Como não é possível afirmar qual é a situação crítica do pilar, calcula-se os coeficientes adimensionais para as duas piores situações.

$$v = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}} = \frac{973,067}{0,17 * 0,5 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,64$$

Para  $M_{yd} = 0$  e  $M_{xd} = 37,595 \text{ kNm}$ , tem-se:

$$\mu_x = \frac{M_x}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{37,595}{0,17 * 0,5 * 0,17 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,146$$
$$\mu_y = 0$$

Entrando com os dados no ábaco, os resultados são:

$$\omega(\nu = 0,6) = 0,30$$

$$\omega(\nu = 0,8) = 0,47$$

Para  $M_{yd} = 40,940 \text{ kNm}$  e  $M_{xd} = 11,110 \text{ kNm}$ , tem-se:

$$\mu_x = \frac{M_x}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{11,110}{0,17 * 0,5 * 0,17 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,043$$
$$\mu_y = \frac{M_y}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{40,940}{0,17 * 0,5 * 0,5 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,054$$

Entrando com os dados no ábaco citado, obtém-se:

$$\omega(\nu = 0,6) = 0$$

$$\omega(\nu = 0,8) = 0,18$$

Como os valores de  $\omega$  para a primeira situação foram maiores, esta resultará na maior área de aço.

Então, interpola-se para  $\nu = 0,64$ :

$$\omega = \frac{(0,47 - 0,30)}{(0,8 - 0,6)} * (0,64 - 0,6) + 0,30 = 0,33$$

A área de aço necessária é:



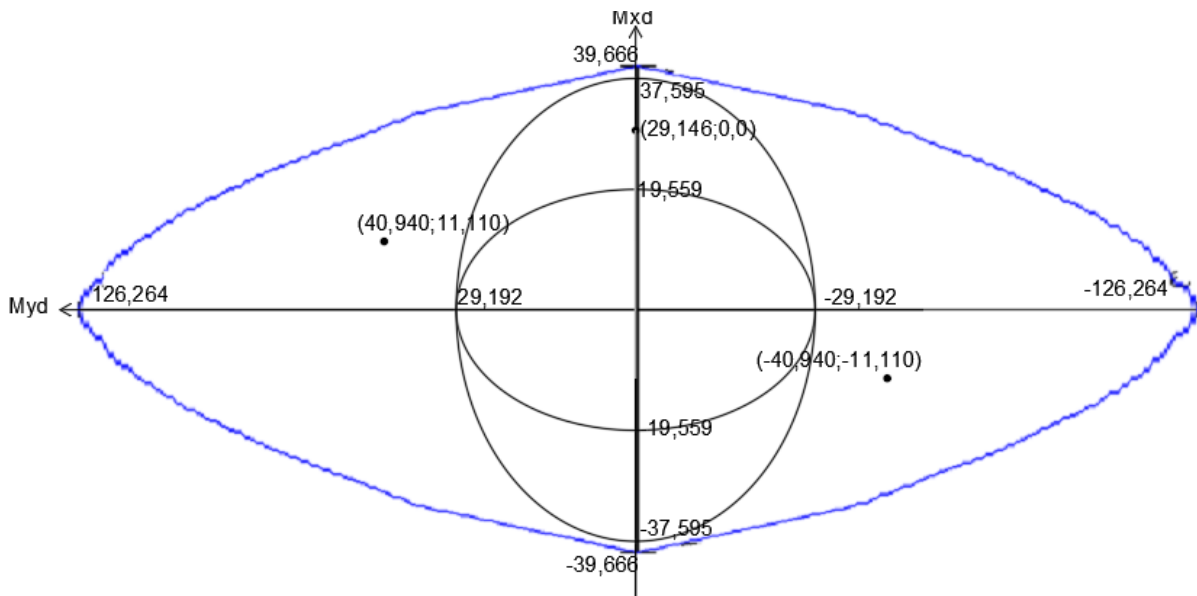
$$A_s = \omega * A_c * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,33 * 17 * 50 * \frac{\frac{25}{1,4}}{\frac{500}{1,15}} = 11,69 \text{ cm}^2$$

Inicialmente, adotou-se 3 barras de 16 mm por face, o que resulta em:

$$A_{s,ef} = 6 * A_{s\phi_l} = 6 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} = 12,06 \text{ cm}^2$$

Utilizou-se do programa “Verificação da Flexão Composta Oblíqua em Pilares”, para traçar a envoltória de momentos resistentes da seção dimensionada.

Figura 44: Envoltória de momentos resistentes [kNm].



Fonte: Programa “Verificação da Flexão Composta Oblíqua em Pilares”.

Como a envoltória resistente engloba a envoltória mínima com segunda ordem, a área de aço efetiva atende ao dimensionamento.

### Pilar P15 – de extremidade

As seguintes bitolas foram adotadas no cálculo de d’:

$$\phi_l = 12,5 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 2,5 + 0,5 + \frac{1,25}{2} = 3,625 \text{ cm}$$

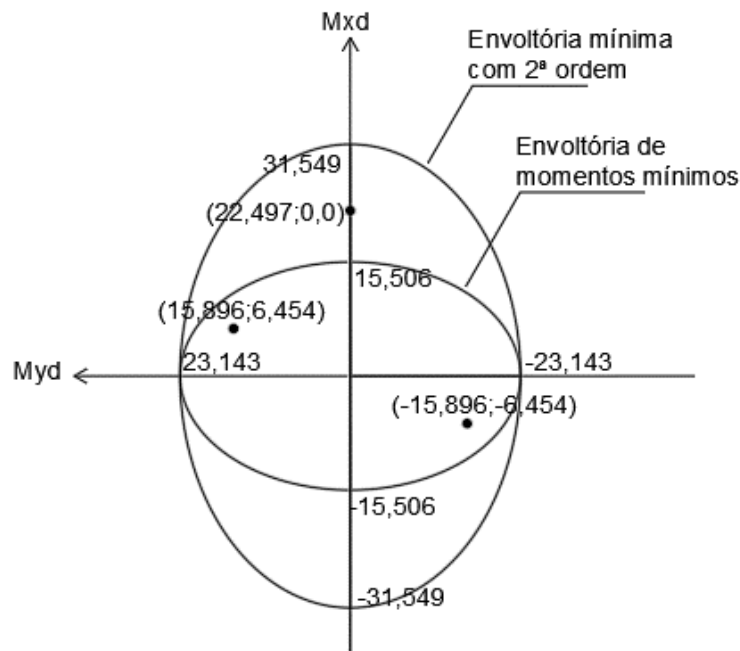
As relações  $\frac{d'}{h}$ , necessárias à escolha do ábaco, são determinadas abaixo:

$$\frac{d'}{h_x} = \frac{3,625}{17} = 0,213$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{3,625}{50} = 0,072$$

Neste dimensionamento, será adotado o ábaco 6, cujo arranjo dispõe de 3 barras por face. Analisa-se as situações de cálculo:

Figura 45: Envoltórias do pilar [kNm].



Fonte: Da Autora.

Conclui-se que a situação de cálculo crítica é o ponto extremo, segundo o eixo  $Mxd$ , da envoltória mínima com segunda ordem, visto que possui o maior momento que solicita a menor inércia da seção. Para esta situação, tem-se:

$$v = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}} = \frac{771,455}{0,17 * 0,5 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,508$$

$$\mu_x = \frac{M_x}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{31,549}{0,17 * 0,5 * 0,17 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,122$$

$$\mu_y = 0$$

Da utilização do ábaco 6, resulta:

$$\omega(\nu = 0,4) = 0,11$$

$$\omega(\nu = 0,6) = 0,20$$

Interpolando para  $\nu = 0,508$ :

$$\omega = \frac{(0,20 - 0,11)}{(0,6 - 0,4)} * (0,508 - 0,4) + 0,11 = 0,159$$

A área de aço necessária é:

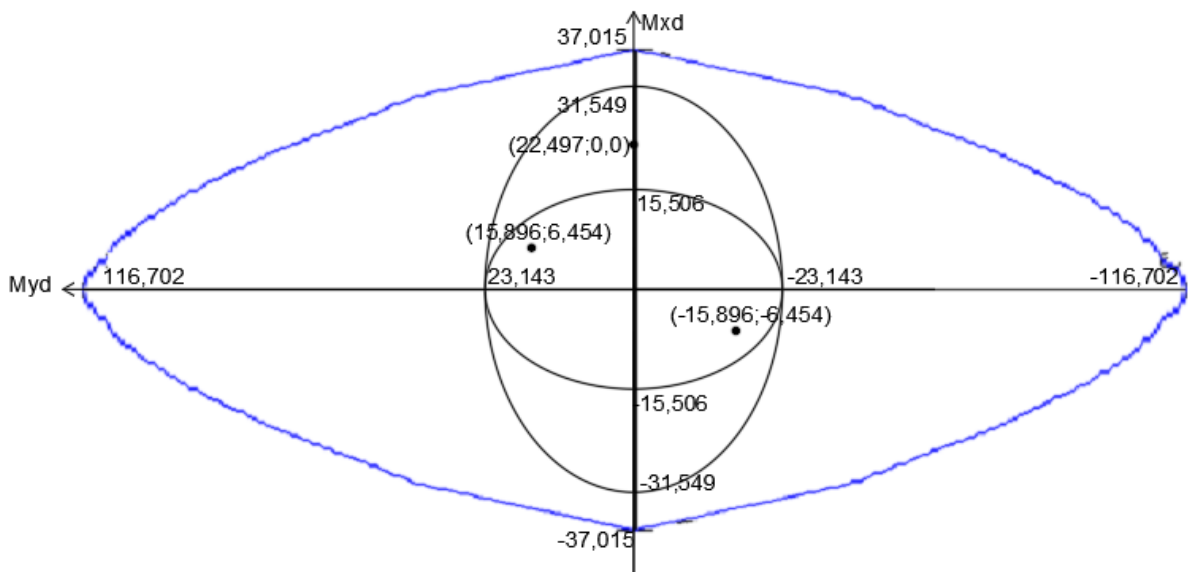
$$A_s = \omega * A_c * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,159 * 17 * 50 * \frac{\frac{25}{1,4}}{\frac{500}{1,15}} = 5,54 \text{ cm}^2$$

Inicialmente, adotou-se 3 barras de 12,5 mm por face, o que resulta em:

$$A_{s,ef} = 6 * A_{s\phi_l} = 6 * \frac{\pi * 1,25^2}{4} = 7,36 \text{ cm}^2$$

Verifica-se o dimensionamento:

Figura 46: Envoltória de momentos resistentes [kNm].



Fonte: Programa "Verificação da Flexão Composta Oblíqua em Pilares".

Como a envoltória resistente engloba a envoltória mínima com segunda ordem, a área de aço efetiva atende ao dimensionamento.

### Pilar P18 – de canto

As seguintes bitolas foram adotadas no cálculo de  $d'$ :

$$\phi_l = 16 \text{ mm}$$

$$\phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d' = c + \phi_t + \frac{\phi_l}{2} = 2,5 + 0,5 + \frac{1,6}{2} = 3,8 \text{ cm}$$

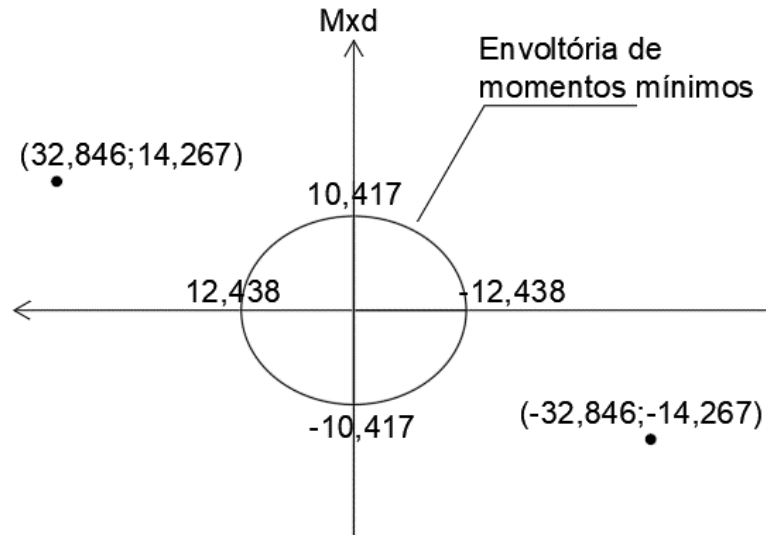
As relações  $\frac{d'}{h}$ , necessárias à escolha do ábaco, são determinadas abaixo:

$$\frac{d'}{h_x} = \frac{3,8}{17} = 0,224$$

$$\frac{d'}{h_y} = \frac{3,8}{30} = 0,127$$

Neste dimensionamento, adota-se o ábaco 10, cujo arranjo dispõe de 2 barras por face. A adoção deste arranjo leva em conta que o espaçamento entre barras é menor que os espaçamentos máximos: 40 cm e  $2 * b = 34$  cm.

Figura 47: Envoltória do pilar [kNm].



Fonte: Da Autora.

Determina-se, então, os coeficientes adimensionais para a situação crítica: o esforço localizado nas extremidades do pilar.

$$v = \frac{N_d}{A_c * f_{cd}} = \frac{518,264}{0,17 * 0,3 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,569$$

$$\mu_x = \frac{M_x}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{14,267}{0,17 * 0,3 * 0,17 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,092$$

$$\mu_y = \frac{M_y}{A_c * h * f_{cd}} = \frac{32,846}{0,17 * 0,3 * 0,3 * \frac{25 * 10^3}{1,4}} = 0,120$$

Da utilização do ábaco 10, resulta:

$$\omega(v = 0,4) = 0,30$$

$$\omega(v = 0,6) = 0,38$$

Interpolando para  $v = 0,569$ :

$$\omega = \frac{(0,38 - 0,30)}{(0,6 - 0,4)} * (0,569 - 0,4) + 0,30 = 0,368$$

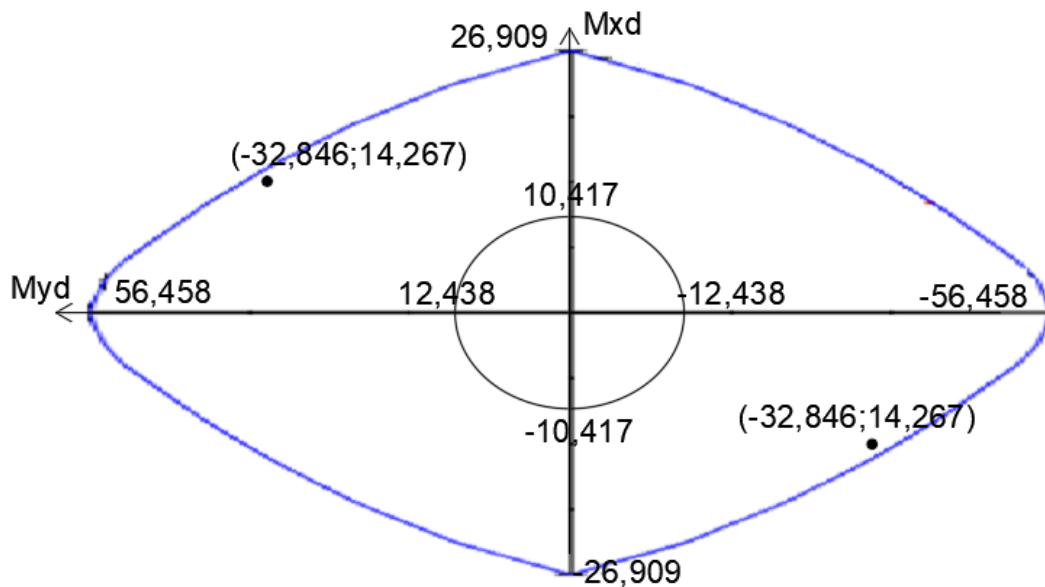
A área de aço necessária é:

$$A_s = \omega * A_c * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0,368 * 17 * 30 * \frac{\frac{25}{1,4}}{\frac{500}{1,15}} = 7,70 \text{ cm}^2$$

Inicialmente, adotou-se 2 barras de 16 mm por face, o que resulta em:

$$A_{s,ef} = 4 * A_{s\phi_l} = 4 * \frac{\pi * 1,6^2}{4} = 8,04 \text{ cm}^2$$

Figura 48: Envolvória de momentos resistentes [kNm].



Fonte: Programa "Verificação da Flexão Composta Oblíqua em Pilares".

A área de aço efetiva atende ao dimensionamento.

### 3.5.8. Dimensionamento da armadura transversal

Os estribos dos pilares ajudam a garantir o posicionamento das armaduras longitudinais durante a concretagem e impedem que estas flambem. Por isso, devem ser

dispostos por todo o comprimento da peça utilizando espaçamento adequado, obedecendo a prescrições normativas.

### 3.5.8.1. Diâmetro dos estribos

O diâmetro dos estribos deve obedecer aos valores mínimos apresentados abaixo.

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5 \text{ mm} \\ \frac{\phi_l}{4} \end{cases}$$

### 3.5.8.2. Espaçamento

Para determinar o espaçamento efetivo dos estribos de uma peça, deve-se recorrer ao menor valor entre os citados a seguir:

$$s \leq \begin{cases} 200 \text{ mm} \\ h_x \\ 12 * \phi_l \end{cases}$$

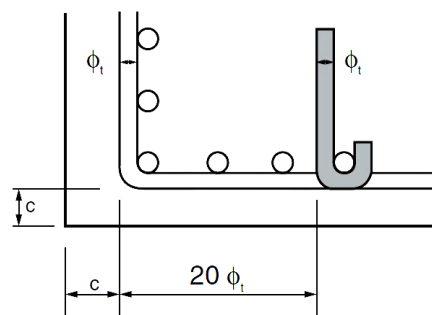
### 3.5.8.3. Estribos suplementares

Os estribos suplementares são mecanismos extras de proteção contra a flambagem das barras.

Devem ser adotados nas barras longitudinais que:

- Estejam situadas a uma distância maior que  $20\phi_t$  do canto da armadura transversal;
- Tenham a distância, a partir do canto, abrangendo três barras, como mostra a figura abaixo.

Figura 49: Proteção contra flambagem das barras.



### Resultados para os pilares em estudo

#### **Pilar P8 – intermediário**

Como mencionado anteriormente, adotou-se  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ .

Determina-se o espaçamento efetivo da peça:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ h_x = 17 \text{ cm} \\ 12 * \phi_l = 12 * 1,6 = 19,2 \text{ cm} \end{cases}$$
$$s = 17 \text{ cm}$$

Para verificar a necessidade de estribos suplementares, é necessário calcular a distância entre as barras longitudinais ( $a_h$ )

$$a_h = \frac{h - 2 * c - 2 * \phi_t - 3 * \phi_l}{3 - 1} = \frac{50 - 2 * 2,5 - 2 * 0,5 - 3 * 1,6}{3 - 1} = 19,6 \text{ cm}$$

O espaçamento limite para dispensa de estribos suplementares é de:

$$20 * \phi_t = 20 * 0,5 = 10 \text{ cm}$$

Portanto, os estribos suplementares são necessários na barra central das faces da peça.



### **Pilar P15 – de extremidade**

Como adotado anteriormente,  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ .

Determina-se o espaçamento efetivo entre os estribos da peça:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ h_x = 17 \text{ cm} \\ 12 * \phi_l = 12 * 1,25 = 15 \text{ cm} \end{cases}$$
$$s = 15 \text{ cm}$$

Para verificar a necessidade de estribos suplementares, calcula-se a distância entre as barras longitudinais:

$$a_h = \frac{h - 2 * c - 2 * \phi_t - 3 * \phi_l}{3 - 1} = \frac{50 - 2 * 2,5 - 2 * 0,5 - 3 * 1,25}{3 - 1} = 20,1 \text{ cm}$$

O espaçamento limite para dispensa de estribos suplementares é de:

$$20 * \phi_t = 20 * 0,5 = 10 \text{ cm}$$

Os estribos suplementares são necessários na barra central das faces da peça.

### **Pilar P18 – de canto**

Como adotado anteriormente,  $\phi_t = 5 \text{ mm}$ .

Determina-se o espaçamento efetivo entre os estribos da peça:

$$s \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ h_x = 17 \text{ cm} \\ 12 * \phi_l = 12 * 1,6 = 19,2 \text{ cm} \end{cases}$$
$$s = 17 \text{ cm}$$

As barras do pilar P18 não necessitam de estribos suplementares, visto que todas se encontram nos cantos da armadura transversal.

### 3.6. PLANILHAS ELETRÔNICAS

Durante o desenvolvimento deste projeto, elaborou-se planilhas eletrônicas de cálculo com a intenção de auxiliar o dimensionamento dos elementos estudados, e de criar instrumentos para a vida profissional. Estas possibilitaram a alternância eficiente dos parâmetros de cálculo, visando convergir para dimensionamentos mais econômicos.

#### 3.6.1. Planilhas de dimensionamento de lajes

A planilha referente às lajes foi criada no *software Excel*, de forma que abrangesse o dimensionamento e parâmetros para o detalhamento de todas as lajes em um único arquivo. Visto que há um grande número de lajes, estão dispostas no Anexo C deste trabalho somente a parte da planilha que se refere às lajes dimensionadas manualmente.

#### 3.6.2. Planilhas de dimensionamento de vigas

Para o cálculo das vigas, partiu-se de outra abordagem na criação da planilha, visando testar formas mais eficientes em sua construção. O resultado foi planilhas individuais para cada trecho de viga, utilizando o *software SMath Studio*. A planilha final encontra-se anexada a este trabalho.

#### 3.6.3. Planilhas de dimensionamento de pilares

Com a mesma abordagem utilizada para as vigas, criou-se a planilha referente aos pilares, que também está disponível no Anexo C.

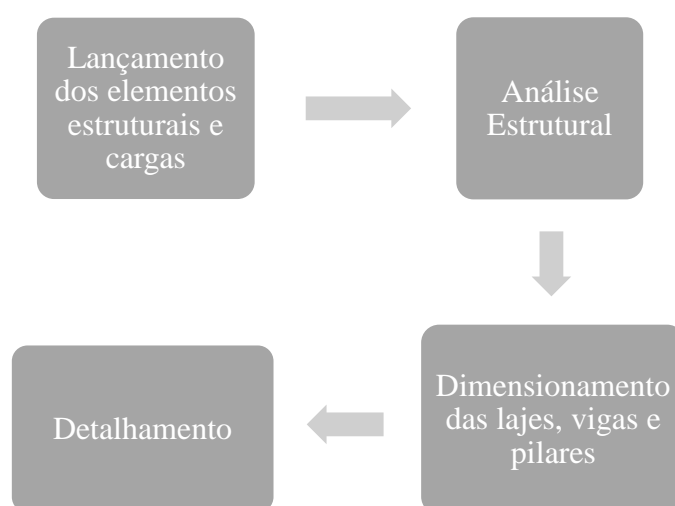
#### 4. DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO POR MEIO DE SOFTWARE

O *software AltoQi Eberick*, utilizado no desenvolvimento deste trabalho, foi objeto de estudo durante o estágio obrigatório do curso de graduação em Engenharia Civil, realizado na empresa *AltoQi*, cuja principal atividade foi a execução de testes do programa. Por meio do estágio, foi possível solicitar o empréstimo do *software*, a fim de realizar um estudo comparativo sobre o mesmo, no Trabalho de Conclusão de Curso.

Esta ferramenta computacional tem como principal função auxiliar o projetista na análise, dimensionamento e detalhamento de projetos estruturais.

A sequência de passos elaborados com o auxílio do programa, para o projeto estrutural em estudo, é resumida no fluxograma a seguir.

Figura 50: Fluxograma do desenvolvimento do projeto por meio do software.



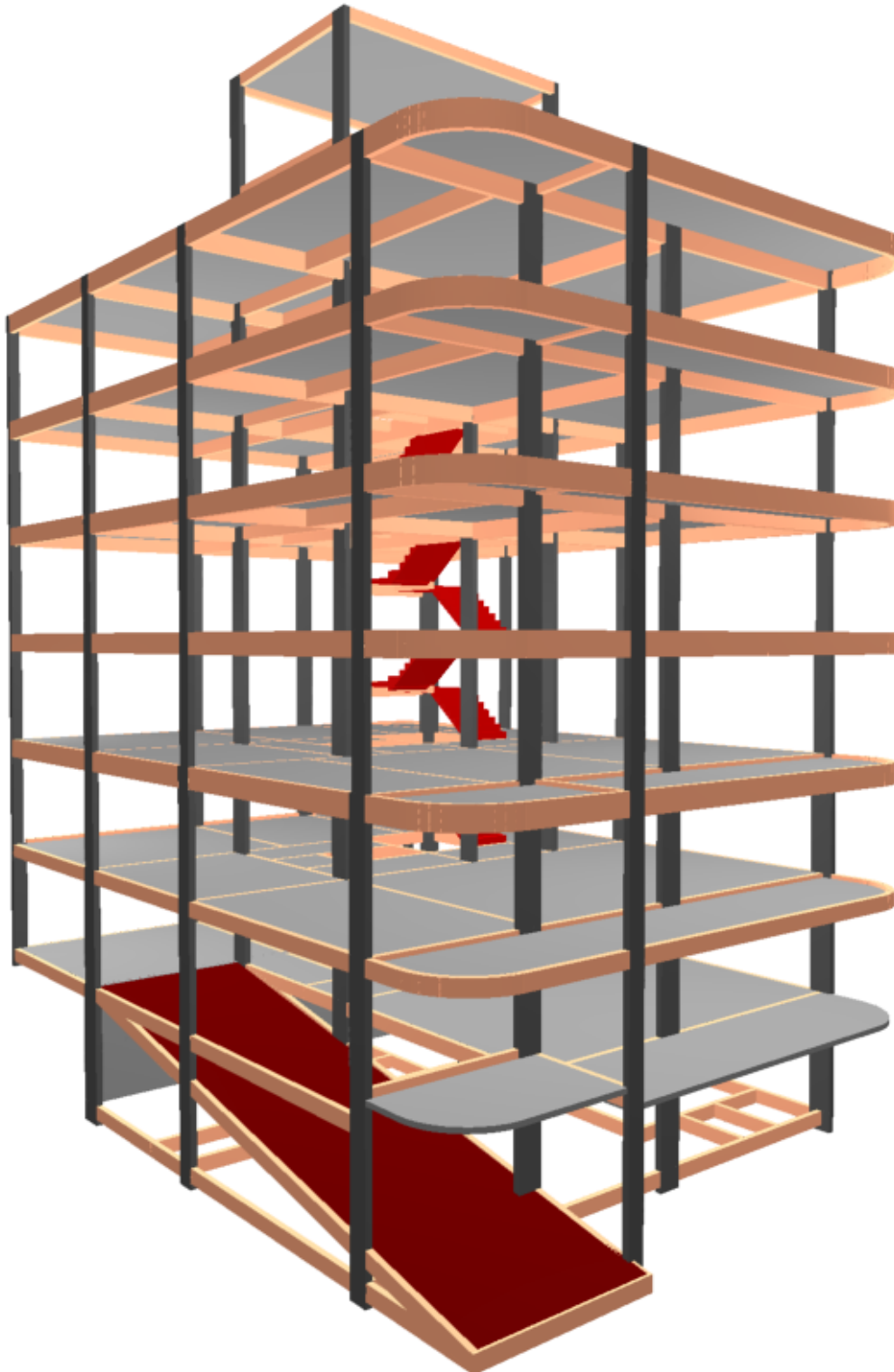
Fonte: Da Autora.

O lançamento dos elementos foi feito com base nas plantas arquitetônicas, importadas para os croquis de todos os pavimentos no programa. Juntamente com o posicionamento e pré-dimensionamento, foram definidos os vínculos estabelecidos entre os elementos.

Logo, pôde-se processar o projeto mediante a análise estática linear, a fim de obter os valores dos esforços e prosseguir ao dimensionamento. Os elementos que se demonstraram em situação de erro tiveram suas dimensões alteradas, ou parâmetros de configuração redefinidos, visando obter resultados aceitáveis.

Por fim, os elementos são detalhados pelo programa, conforme a escolha automática ou manual das bitolas.

*Figura 51: Pórtico 3D do projeto estrutural.*



*Fonte: AltoQi Eberick.*

## 5. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Para que o *software* utilizasse os mesmos parâmetros do cálculo manual, utilizou-se de artifícios no dimensionamento das lajes, posto que no *software* não é possível diferir cobrimentos para a face inferior e superior. Assim, o dimensionamento foi realizado em duas etapas: uma que aborda armaduras positivas e cobertura de 2,5 cm; e outra que aborda armaduras negativas e cobertura de 1,5 cm.

### 5.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DAS LAJES

A comparação dos resultados das lajes em estudo é feita em termos de área de aço calculada para as duas direções das lajes, abordando as regiões de momento positivo e negativo. Iniciou-se o processo comparativo com a análise dos momentos fletores obtidos com os dois processos: método manual desenvolvido no presente trabalho, e método computacional com o auxílio do *software Eberick*.

São esperadas divergências na análise estrutural das lajes, já que, para estas, o *software* utiliza um método diferente de cálculo: analogia de grelha. Tal método discretiza as lajes em uma malha formada por barras ortogonais, e leva em conta a deformação dos apoios, o que contraria o método manual utilizado.

Dispondo da comparação entre momentos fletores, pode-se justificar as prováveis diferenças entre áreas de aço, visto que momentos são dados de entrada para o dimensionamento. Para a comparação, examinou-se quatro lajes - das quais duas foram exemplos percorridos no dimensionamento manual do presente trabalho - que se encontram engastadas entre si. Primeiramente, analisa-se os momentos fletores segundo a direção do eixo horizontal da planta de formas que, coincidentemente, é a direção do menor vão das lajes em estudo.

Tabela 10: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo.

Trecho	Eberick [kNm]	Método manual [kNm]	Diferença [kNm]
L3	11,27	11,38	-0,11
L3-L4	-20,16	-19,02	1,14
L4	5,84	7,42	-1,58
L4-L5	-4,65	-14,02	-9,37
L5	9,52	7,48	2,04
L10	8,38	8,70	-0,32
Diferença acumulada =			-8,20 kNm

Fonte: Da Autora.

Analisa-se os momentos segundo a direção perpendicular aos engastes das lajes que possuem continuidade, antevendo que os esforços podem estar distribuídos de maneiras diferentes para dos dois métodos. A diferença foi calculada por  $|M_{Eberick}| - |M_{manual}|$ . Como o resultado acumulado é negativo, conclui-se que o método manual resulta em esforços fletores de maior valor para os menores vãos e, portanto, deve resultar em maiores áreas de aço. As regiões que demonstraram maior diferença são relacionadas à laje L5, a qual é a única, dentre as abordadas, classificada como unidirecional. Elaborou-se, então, uma tabela comparativa de armadura.

Tabela 11: Diferença entre áreas de aço obtidas com os dois métodos de cálculo.

Trecho	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Método manual [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
L3	3,41	4,15	-0,74
L3-L4	5,66	5,31	0,35
L4	1,69	2,16	-0,47
L4-L5	1,55	5,05	-3,5
L5	3,96	3,04	0,92
L10	2,88	3,00	-0,12
Diferença acumulada =			-3,56 cm <sup>2</sup>

Fonte: Da Autora.

Percebe-se que a conclusão tirada a partir dos momentos fletores corresponde às áreas de aço calculadas: a diferença acumulada é negativa e, portanto, o método manual resultou em maior área de aço.

Consecutivamente, faz-se as mesmas comparações para a direção dos maiores vãos.

*Tabela 12: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo.*

Trecho	Eberick [kNm]	Método manual [kNm]	Diferença [kNm]
L3	7,63	6,08	1,55
L4	10,46	2,92	7,54
L5	5,65	0	5,65
L5-L10	46,86	13,8	33,06
L10	6,6	6,88	-0,28
Diferença acumulada =			47,52 kNm

*Fonte: Da Autora.*

Pode-se perceber que, para os maiores vãos, o *software* calcula momentos consideravelmente maiores que os do método manual. Conseqüentemente, o método computacional resulta em maiores áreas de aço.

*Tabela 13: Diferença entre áreas de aço obtidas com os dois métodos de cálculo.*

Trecho	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Método manual [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
L3	2,53	1,97	0,56
L4	3,4	1,11	2,29
L5	2,59	0,94	1,65
L5-L10	21,51	4,97	16,54
L10	2,56	3,4	-0,84
Diferença acumulada =			20,2 cm <sup>2</sup>

*Fonte: Da Autora.*

A diferença total entre os dois métodos, considerando os menores e os maiores vãos, é de:

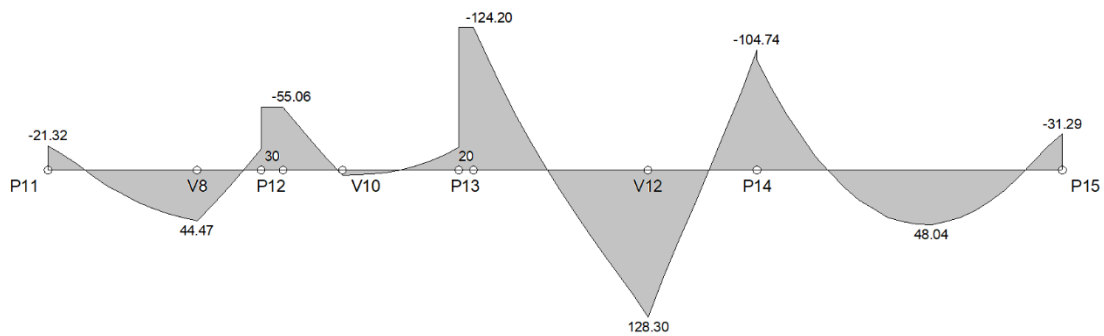
$$20,2 - 3,56 = 16,64 \text{ cm}^2$$

O método computacional do *Eberick* resulta em  $16,64 \text{ cm}^2$  a mais do que o método manual, devido a, principalmente, armaduras segundo o maior vão.

## 5.2. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA VIGA

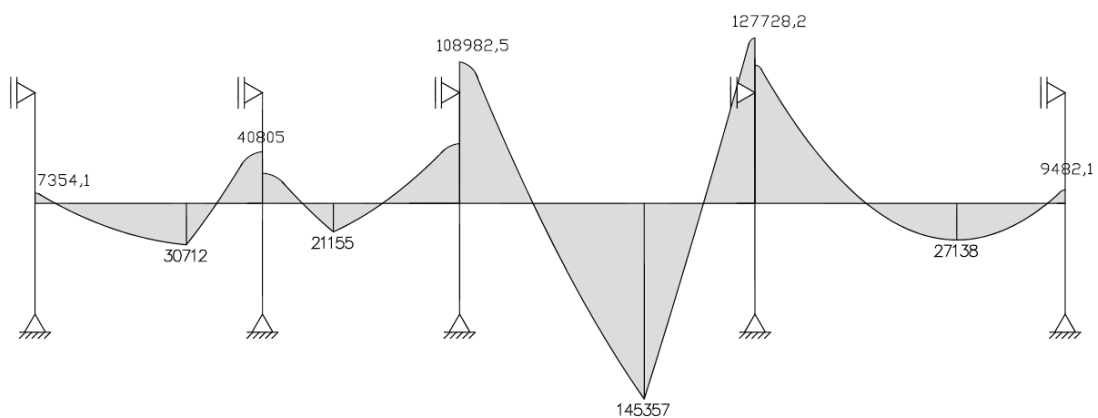
A comparação da viga em estudo é feita em termos de área de aço longitudinal calculada para os trechos de momento positivo e negativo. Iniciou-se o processo comparativo dos resultados por meio do diagrama de momentos fletores, posto que deste se tiram os dados de entrada para o cálculo da armadura e, assim, consegue-se antever prováveis diferenças de resultado.

Figura 52: Diagrama de momentos fletores de cálculo obtidos com o software *Eberick* [kNm]



Fonte: Da Autora.

Figura 53: Diagrama de momentos fletores de cálculo obtidos com o software *Ftool* [Nm].



Fonte: Da Autora.



Analisando ambos diagramas, percebe-se que seus formatos são semelhantes, mas que há divergências de valores, as quais se compensam em alguns pontos. Montou-se uma tabela contendo os valores dos momentos obtidos com os dois métodos, a fim de quantificar a diferença total entre os diagramas.

Tabela 14: Diferença entre os momentos fletores obtidos com os dois métodos de cálculo.

Trecho	Eberick [kNm]	Ftool [kNm]	Diferença [kNm]
P11	-21,3	-7,4	13,9
V5-A	44,5	30,7	13,8
P12	-55,1	-40,8	14,3
V5-B	4,8	21,2	-16,4
P13	-124,2	-109	15,2
V5-C	128,3	145,4	-17,1
P14	-104,7	-127,7	-23
V5-D	48	27,1	20,9
P15	-31,3	-9,5	21,8
Diferença acumulada =			43,4 kNm

Fonte: Da Autora.

Como o cálculo das diferenças foi realizado com a equação  $|M_{Eberick}| - |M_{Ftool}|$ , o resultado positivo da diferença acumulada indica que os esforços obtidos com o *software Eberick* são superiores aos obtidos com o *Ftool*. A explicação para a citada divergência tem relação com as reações das lajes nas vigas, as quais foram determinadas por meio de métodos distintos.

A diferença acumulada que considera apenas os trechos dimensionados manualmente neste trabalho é:

$$\Delta M = 15,2 - 17,1 - 23,0 + 20,9 + 21,8 = 17,8 \text{ kNm}$$

Comparando as áreas de aço calculadas por meio dos dois métodos, montou-se a seguinte tabela:

Tabela 15: Comparação das áreas de aço calculadas.

Trecho	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Ftool [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
P13	7,79	6,43	1,36
V5-C	7,42	8,63	-1,21
P14	5,84	7,76	-1,92
V5-D	2,49	1,38	1,11
P15	1,6	0,48	1,12
Diferença acumulada =			0,46 cm <sup>2</sup>

Fonte: Da Autora.

O valor positivo da diferença acumulada indica que o *software Eberick* calculou uma área de aço maior que a calculada por meio de procedimentos manuais, confirmando o que foi previsto pela comparação dos momentos fletores.

Embora o *software Eberick* recomende uma área de aço calculada maior do que a calculada manualmente, os resultados efetivos do processo manual resultaram em valores superiores, conforme a tabela abaixo.

Tabela 16: Comparação das áreas de aço efetivas.

Trecho	Eberick [cm <sup>2</sup> ]	Ftool [cm <sup>2</sup> ]	Diferença [cm <sup>2</sup> ]
P13	8,04	8,04	0
V5-C	9,42	9,42	0
P14	6,03	8,04	-2,01
V5-D	3,14	2,36	0,78
P15	4,02	4,02	0
Diferença acumulada =			-1,23

Fonte: Da Autora.

No *software Eberick*, configurou-se as mesmas bitolas escolhidas para os trechos em estudo. Tendo em vista que a diferença entre áreas de aço calculadas foi pequena, os valores efetivos das armaduras não deveriam ter resultados muito diferentes, devido ao arredondamento necessário na adoção da bitola.

### 5.3. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DOS PILARES

Percebeu-se uma grande diferença entre os esforços calculados pelos dois métodos, devido aos distintos processos de análise adotados. Por exemplo, para a mesma estrutura, os resultados de esforço normal obtidos foram:

*Tabela 17: Esforços normais obtidos com os dois métodos.*

Pilar	Eberick [kN]	Método manual [kN]
P8	1295,54	973,067
P15	925,21	771,455
P18	518,720	518,264

*Fonte: Da Autora.*

Observou-se que, quanto mais interno à edificação é o pilar, maior a diferença entre esforços calculados. Conseqüentemente, as áreas de aço formaram diferenças muito discrepantes, e portanto, a comparação se torna sem sentido.

Entretanto, para os pilares *P8* e *P15* foi possível realizar a comparação de áreas de aço para lances de pilar não correspondentes, mas que apresentaram carregamentos parecidos e seções iguais. Desse modo, elabora-se uma comparação quanto ao dimensionamento.

O resultado da comparação de áreas de aço efetivas é o seguinte:

*Tabela 18: Comparação de áreas de aço efetivas.*

Pilar	Eberick		Ábaco		Diferença [cm <sup>2</sup> ]
	Nd [kN]	As [cm <sup>2</sup> ]	Nd [kN]	As [cm <sup>2</sup> ]	
P8	977,43	12,06	973,067	12,06	0,0
P15	711,58	6,14	771,455	7,36	-1,22
P18	518,72	6,03	518,264	8,04	-2,01

*Fonte: Da Autora.*

Na comparação realizada acima, o *software* calculou, de maneira geral, momentos fletores menores que os calculados pelo método manual. O resultado negativo das

diferenças indica, por meio da diferença  $As_{Eberick} - As_{Abaco}$ , que o cálculo manual resultou em áreas de aço maiores, que sofreram influência dos momentos de maior valor.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das atividades desenvolvidas na elaboração deste trabalho, foi possível alcançar os objetivos inicialmente definidos, de forma a revisar e acrescentar conhecimento, visando o início da vida profissional. Ao elaborar o projeto conforme os métodos abordados, criou-se experiência e utensílios práticos, que serão utilizados no futuro.

O cálculo manual da estrutura idealizada evidenciou os obstáculos a serem ultrapassados no desenvolvimento de um projeto. O engenheiro deve se habituar à necessidade de refazer cálculos, visto que, eventualmente, melhores soluções surgem durante a sua elaboração. A interpretação e o conhecimento da norma são fundamentais, uma vez que é responsabilidade do profissional garantir a segurança e conforto dos usuários.

O *software Eberick* auxilia demasiadamente: com os cálculos complexos da análise estrutural, com a agilidade que confere, e com as verificações que executa. No entanto, demanda muita experiência do engenheiro sobre as considerações a serem feitas.

Após ter comparado os resultados oferecidos pelas duas abordagens, concluiu-se, como inicialmente esperado, que os métodos de análise foram díspares. A distribuição dos esforços na estrutura se deu de maneiras distintas, conforme observado em alguns elementos. Não obstante, as duas concepções estruturais são adequadas, já que não existe uma única solução correta a cada projeto.

Comparando a metodologia desenvolvida, observou-se que o primeiro método é bastante simplificado, porém dispendioso, e o segundo, sofisticado e eficiente. As duas etapas agregaram ao objetivo do trabalho e se complementaram, possibilitando a aprendizagem sobre os pontos fortes e fracos de cada uma.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projetos de estruturas de concreto - Procedimento, NBR 6118:2014**, Rio de Janeiro, RJ, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. NBR 6120:1980**. São Paulo, SP, 1980.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4ª ed. São Carlos: EdUFSCAR, 2014.

PADARATZ, I. J. & PINTO, R. C. A. **Estruturas de concreto armado II**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2013.

BARES, R. **Tablas para El cálculo de placas y vigas paredes**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili S/A, 1972.

LORIGGIO, D. D. **Estruturas de Concreto Armado I**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2014.

**FTOOL: Um Programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas**. MARTHA, Luiz Fernando. PUC – RIO, Rio de Janeiro, 2015.

COELHO, J. D. **Estruturas de concreto armado III**. Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2015

PINHEIRO, L. M. **Estruturas de concreto: ábacos para flexão oblíqua**. Universidade de São Paulo – USP. São Carlos, SP, 2009.

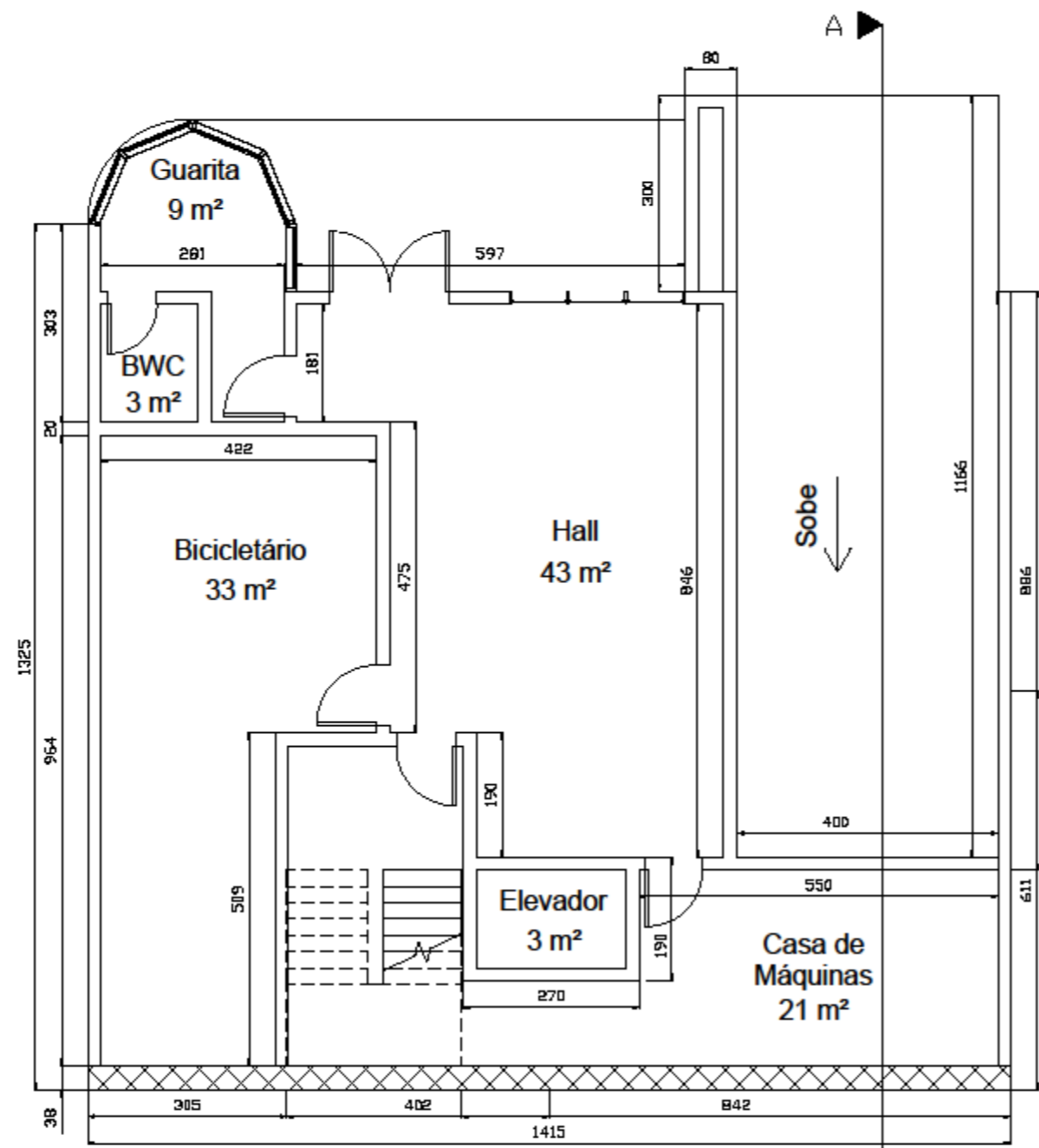
FUSCO, Péricles Brasiliense. **Estruturas de concreto – Solicitações normais**. Rio de Janeiro: Livros Teóricos e Científicos Editora S. A., 1981.

CARVALHO, Roberto Chust; PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado – Volume 2**. 2. ed. São Paulo/SP: PINI, 2009.

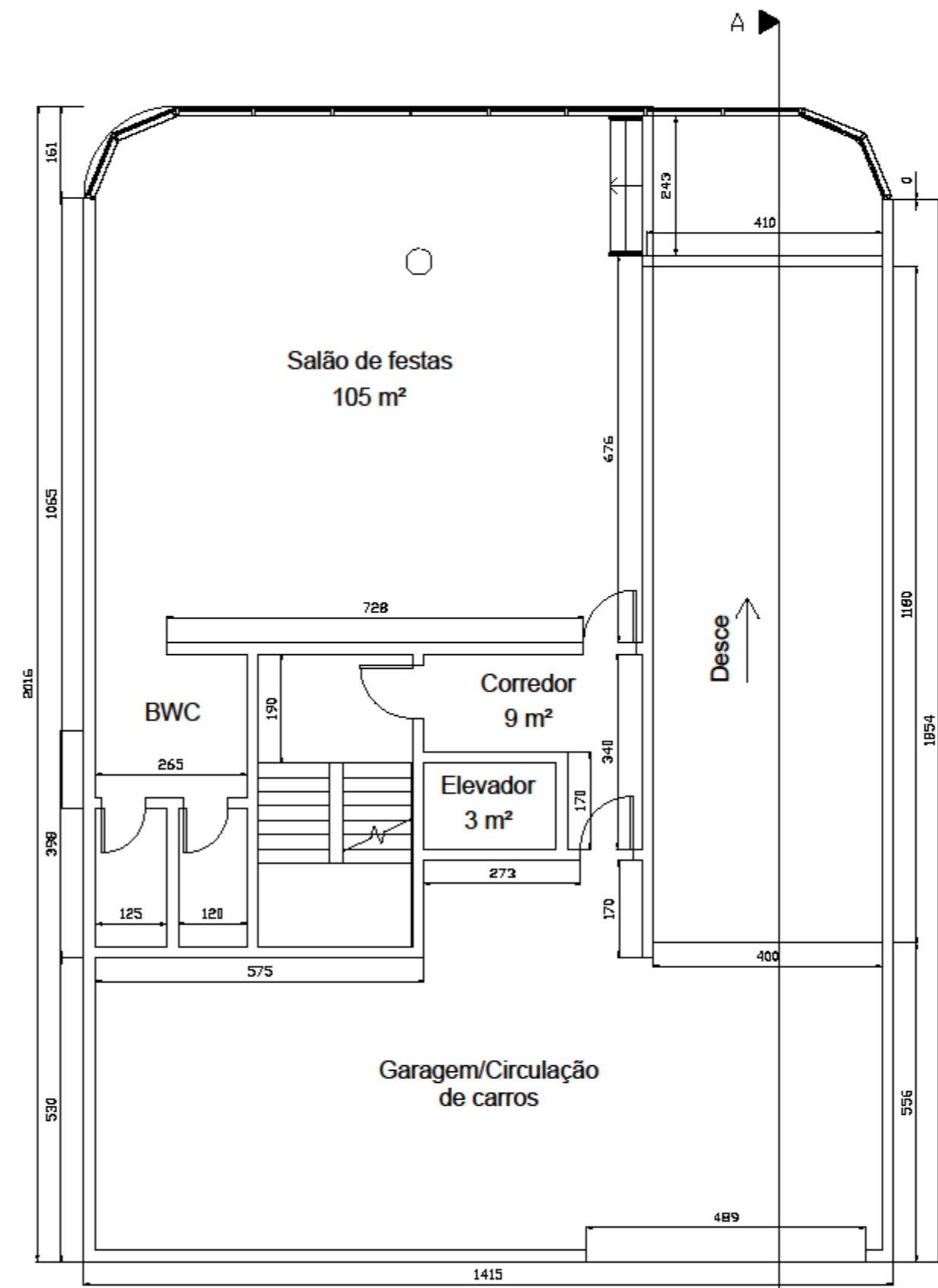
SILVA, G. **Estudo Comparativo para o Dimensionamento de Pilares Submetidos a Momentos Mínimos**. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis, SC, 2010.

KIMURA, A.E. **Cálculo de pilares de concreto armado**. Curso. Associação Brasileira de Engenharia e Consultoria Estrutural. São Paulo, SP, 2010.

## **ANEXO A - Plantas arquitetônica**



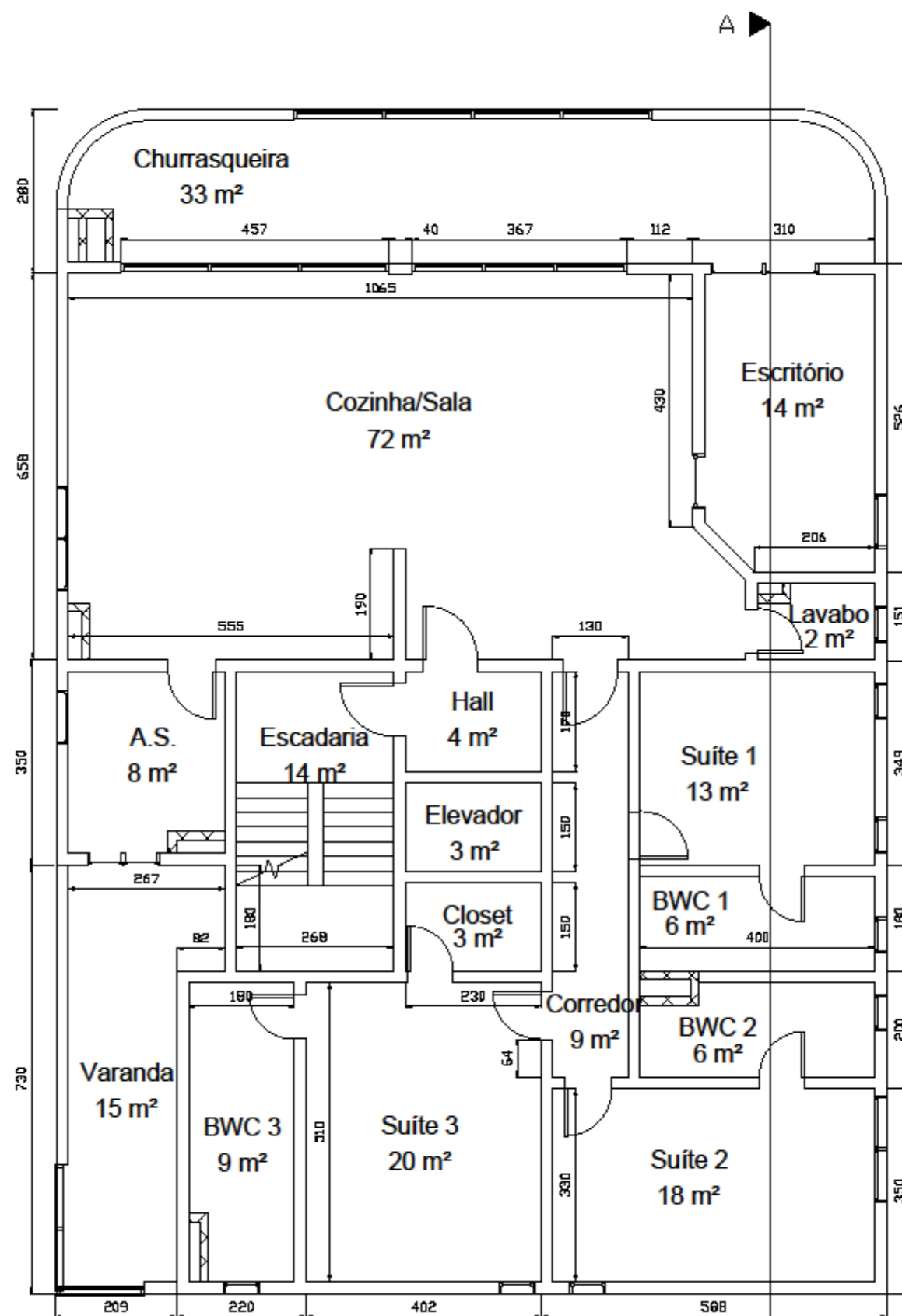
Pavimento Térreo  
Escala 1:75



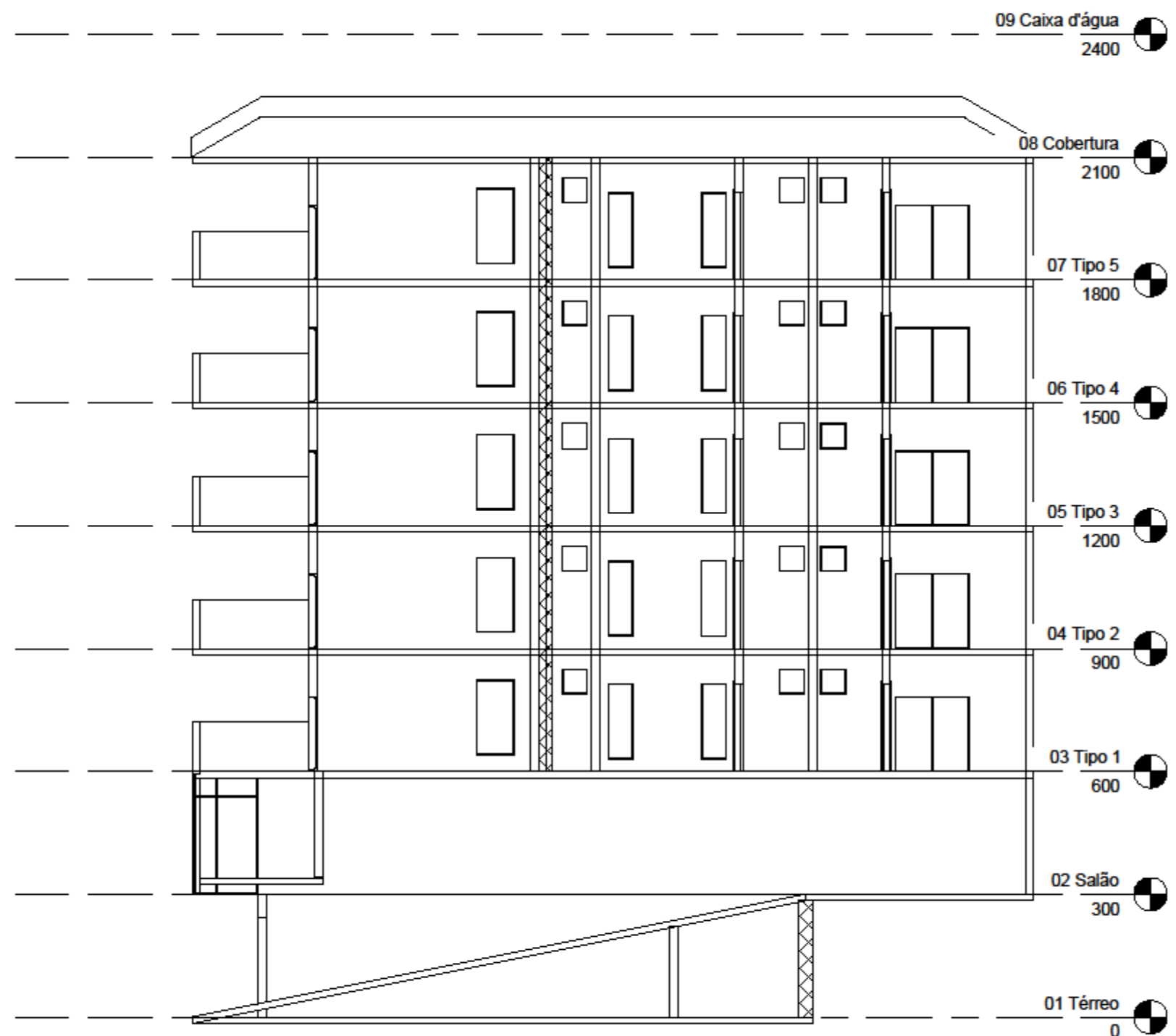
Pavimento Salão  
Escala 1:75

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	ARQUITETÔNICO		
INDICADA	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC		
1/2	ROBERTO CALDAS DE ANDRADE PINTO, Ph D.		MARIA LUIZA PEREIRA KRAUSS
A2			





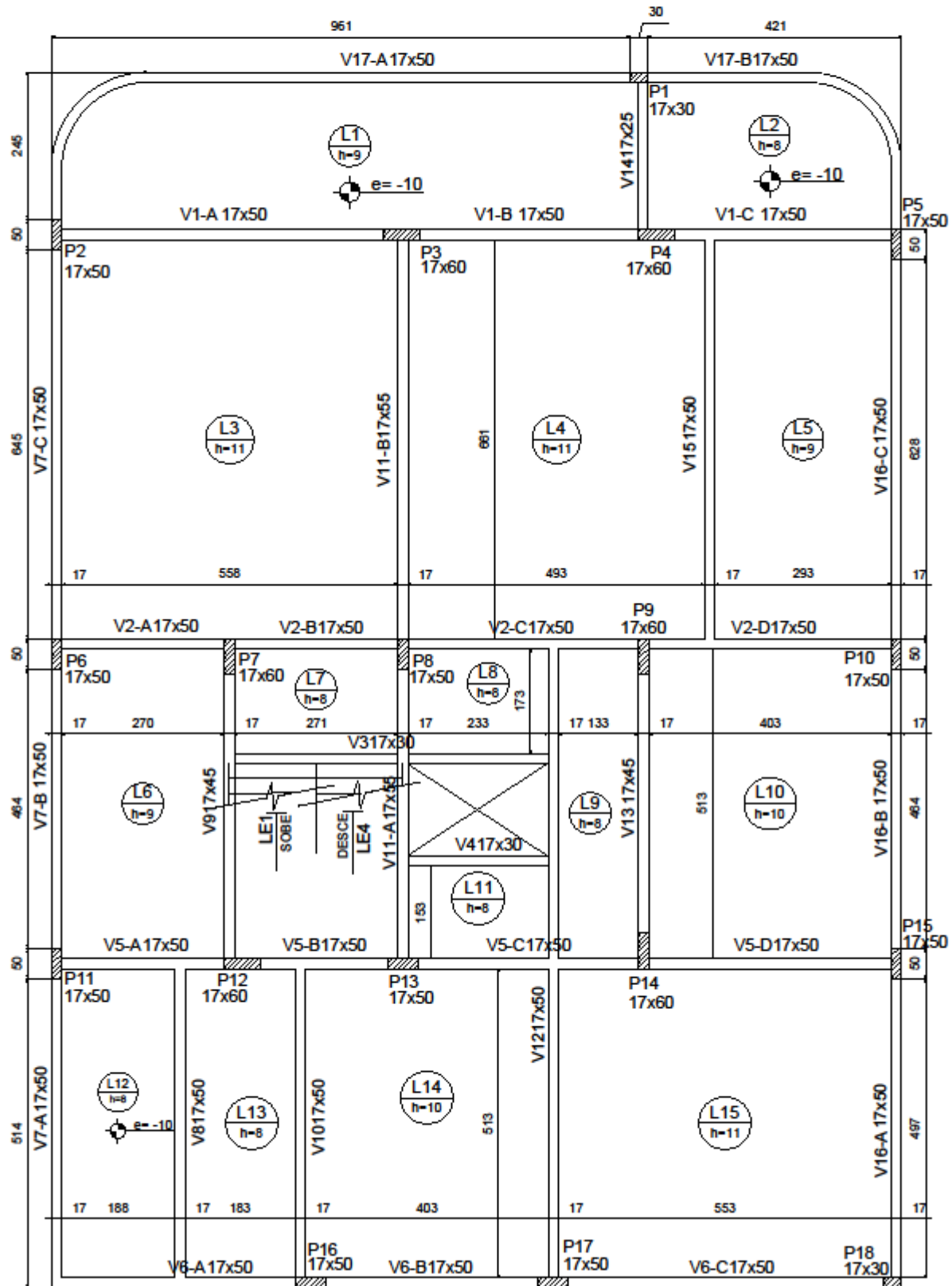
Pavimento Tipo  
Escala 1:75



Corte A-A  
Escala 1:100

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	ARQUITETÔNICO		
INDICADA	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC		
2/2	ROBerto		ALUM
A2	Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.		Maria Luiza Pereira Krauss

## **ANEXO B – Plantas de formas**



Pavimento Tipo 2

Escala 1:75

### TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

11/2017

MATERIA

ESTRUTURAL

INDICADA

LOCAL

CENTRO TECNOLÓGICO UFSC

1/2

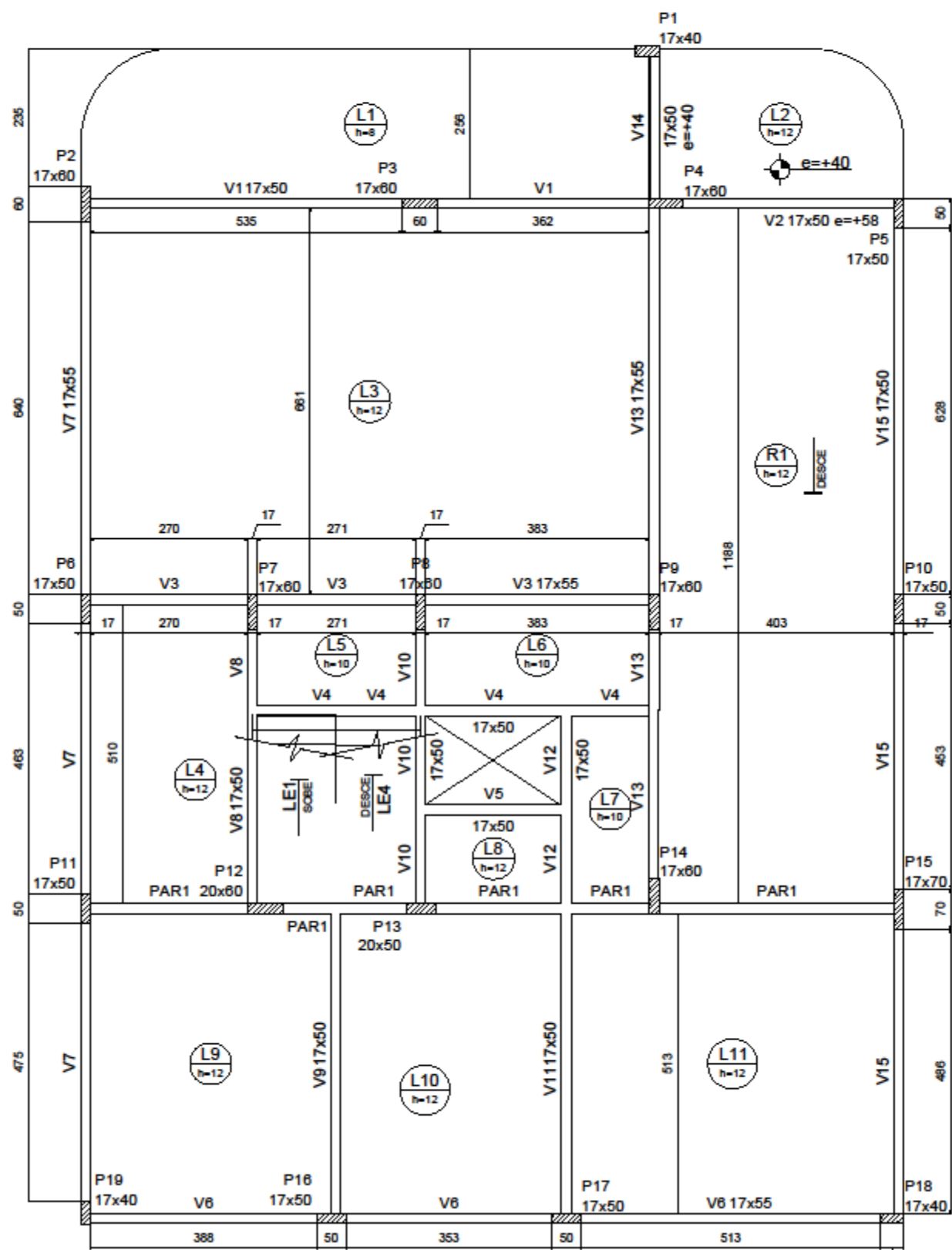
ORIENTADOR

Roberto Caldas de  
Andrade Pinto, Ph D.

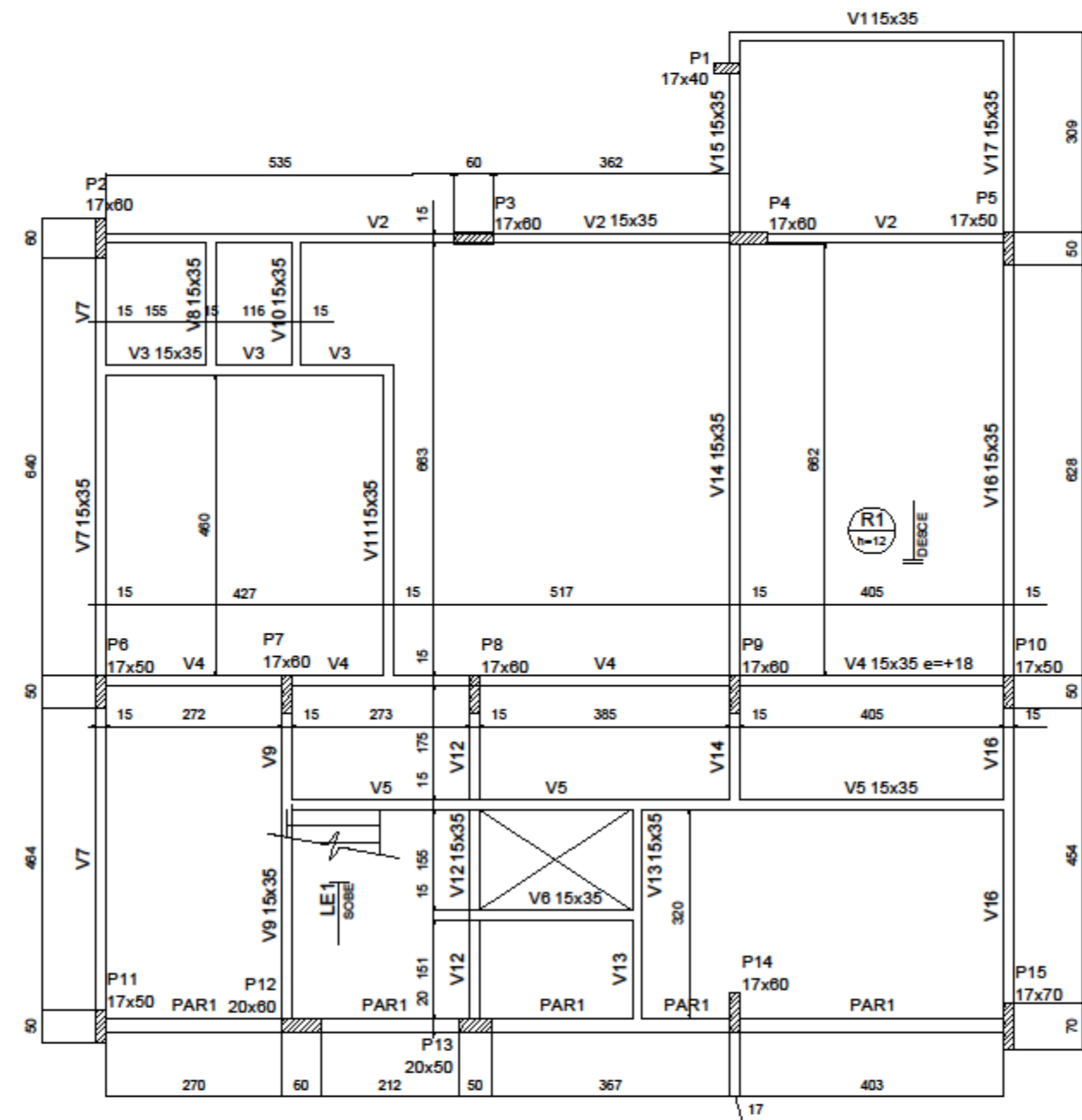
ALUNA

Maria Luiza Pereira  
Krauss

A3



Pavimento Solão  
Escala 1:75



Pavimento Térreo  
Escala 1:75

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	PROFESSOR	ESTRUTURAL	
INDICADA	LIVRO	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC	
2/2	ORIENTADOR	Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.	MARIA
A2	ALUNA	Maria Luiza Pereira Krauss	

## **ANEXO C – Planilhas de cálculo**

## Planilhas de lajes

Laje	Entrada de dados (Dimensões)	Resultados	Entrada de dados (Cargas)	Resultados
L3	Espessura = 11 cm Vão maior = 661 cm Vão menor = 558 cm Cozinha	$\frac{Lef}{lef} = \frac{668}{565} = 1,18 = \lambda$	Bidirecional K Comp. [m] = 0,0 Revest. = 1,0 kN/m <sup>2</sup> Acidental = 1,5 kN/m <sup>2</sup> Peso próprio = 2,75 kN/m <sup>2</sup>	$p = g + \psi_2 q = 4,20$ $p = 1,4(g + q) = 7,35$
L4	Espessura = 11 cm Vão maior = 661 cm Vão menor = 493 cm Sala	$\frac{Lef}{lef} = \frac{668}{500} = 1,34 = \lambda$	Bidirecional K Comp. [m] = 0,0 Revest. = 1,0 kN/m <sup>2</sup> Acidental = 1,5 kN/m <sup>2</sup> Peso próprio = 2,75 kN/m <sup>2</sup>	$p = g + \psi_2 q = 4,20$ $p = 1,4(g + q) = 7,35$
L5	Espessura = 9 cm Vão maior = 661 cm Vão menor = 293 cm Escritório	$\frac{Lef}{lef} = \frac{666}{298} = 2,26 = \lambda$	Unidirecional K Comp. [m] = 5,1 Revest. = 1,0 kN/m <sup>2</sup> Acidental = 1,5 kN/m <sup>2</sup> Peso próprio = 2,25 kN/m <sup>2</sup>	$p = g + \psi_2 q = 7,46$ $p = 1,4(g + q) = 11,91$
L10	Espessura = 10 cm Vão maior = 513 cm Vão menor = 403 cm Quarto/BWC	$\frac{Lef}{lef} = \frac{519}{409} = 1,27 = \lambda$	Bidirecional K Comp. [m] = 4,0 Revest. = 1,0 kN/m <sup>2</sup> Acidental = 1,5 kN/m <sup>2</sup> Peso próprio = 2,50 kN/m <sup>2</sup>	$p = g + \psi_2 q = 6,03$ $p = 1,4(g + q) = 9,91$

Laje	Dados	Preencher células brancas	Vibração
L3	Espessura = 11 cm Cozinha Bidirecional $\frac{Lef}{lef} = \frac{668}{565} = 1,18 = \lambda$	p [kN/m <sup>2</sup> ] = 4,20 Vinculação: Ix Apoio-Engaste, Iy Apoio-Apoio $\alpha = 4,02$ Flecha imediata = 0,005353 [m] $\xi(t_0) = 0,53$ to = 14 dias	Flecha total = 1,32 cm Flecha adm = 2,26 cm Flecha vibração = 0,191 cm Flecha adm = 1,61 cm
L4	Espessura = 11 cm Sala Bidirecional $\frac{Lef}{lef} = \frac{668}{500} = 1,34 = \lambda$	p [kN/m <sup>2</sup> ] = 4,20 Vinculação: Ix Engaste-Engaste, Iy Apoio-Apoio $\alpha = 2,72$ Flecha imediata = 0,002221 [m] $\xi(t_0) = 0,53$ to = 14 dias	Flecha total = 0,55 cm Flecha adm = 2,00 cm Flecha vibração = 0,079 cm Flecha adm = 1,43 cm
L5	Espessura = 9 cm Escritório Unidirecional $\frac{Lef}{lef} = \frac{666}{298} = 2,26 = \lambda$	p [kN/m <sup>2</sup> ] = 7,46 Vinculação: Ix Apoio-Engaste, Iy Apoio-Engaste $\alpha = 0,00$ Flecha imediata = 0,002172 [m] $\xi(t_0) = 0,53$ to = 14 dias	Flecha total = 0,54 cm Flecha adm = 1,19 cm Flecha vibração = 0,044 cm Flecha adm = 0,85 cm
L10	Espessura = 10 cm Quarto/BWC Bidirecional $\frac{Lef}{lef} = \frac{519}{409} = 1,27 = \lambda$	p [kN/m <sup>2</sup> ] = 6,03 Vinculação: Ix Apoio-Apoio, Iy Apoio-Engaste $\alpha = 5,77$ Flecha imediata = 0,004028 [m] $\xi(t_0) = 0,53$ to = 14 dias	Flecha total = 0,99 cm Flecha adm = 1,64 cm Flecha vibração = 0,100 cm Flecha adm = 1,17 cm

	Dados	Cálculos										Momentos	
L3	<p>Cozinha</p> <p>Esportura = 11 cm</p> <p><math>L_{ef} = 668 = 1,18 = \lambda</math></p> <p><math>l_{ef} = 565</math></p> <p>Bidirecional</p>	Vinculação	$M_x = 6,50$ kNm/m	$M_y = 3,47$ kNm/m	$M_x = 4,85$	$M_y = 2,59$	$\mu_x = 4,85$	$\mu_y = 2,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	6,503 < 7,7590 Não fissura
L4	<p>Sala</p> <p>Esportura = 11 cm</p> <p><math>L_{ef} = 668 = 1,34 = \lambda</math></p> <p><math>l_{ef} = 500</math></p> <p>Bidirecional</p>	Vinculação	$M_x = 4,03$ kNm/m	$M_y = 1,67$ kNm/m	$\mu_x = 3,84$	$\mu_y = 1,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m		4,032 < 7,7590 Não fissura	
L5	<p>Escritório</p> <p>Esportura = 9 cm</p> <p><math>L_{ef} = 666 = 2,26 = \lambda</math></p> <p><math>l_{ef} = 298</math></p> <p>Unidirecional</p>	Vinculação	$M_x = 4,66$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 0$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 6,08E-05$ m	$l_t = 0,045$ m	$M_r = 5,1941$ kNm/m		4,658 < 5,1941 Não fissura	
L10	<p>Quarto/BWC</p> <p>Esportura = 10 cm</p> <p><math>L_{ef} = 519 = 1,27 = \lambda</math></p> <p><math>l_{ef} = 409</math></p> <p>Bidirecional</p>	Vinculação	$M_x = 5,29$ kNm/m	$M_y = 4,18$ kNm/m	$\mu_x = 5,25$	$\mu_y = 4,15$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 8,33E-05$ m	$l_t = 0,05$ m	$M_r = 6,4124$ kNm/m		5,291 < 6,4124 Não fissura	

	Cálculos										Resultados			
L3	Mr	$M_x = 6,50$ kNm/m	$M_y = 3,47$ kNm/m	$M_x = 4,85$	$M_y = 2,59$	$\mu_x = 4,85$	$\mu_y = 2,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	to = 14 dias	F. total	F. adm
	7,7590	$M_x = 13,34$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 9,95$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 6,08E-05$ m	$l_t = 0,045$ m	$M_r = 5,1941$ kNm/m	heq = 7,9 cm	$\xi_{(to)} = 0,53$	2,234	2,26	
	kNm/m	$M_x = 4,03$ kNm/m	$M_y = 1,67$ kNm/m	$\mu_x = 3,84$	$\mu_y = 1,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	Coef. Unidirecional:	[cm]	[cm]	[cm]	
L4	Mr	$M_x = 4,03$ kNm/m	$M_y = 1,67$ kNm/m	$\mu_x = 3,84$	$\mu_y = 1,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	heq = 10,8 cm	to = 14 dias	F. total	F. adm	
	7,7590	$M_x = 8,42$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 8,02$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 6,08E-05$ m	$l_t = 0,045$ m	$M_r = 5,1941$ kNm/m	Coef. Unidirecional:	$\xi_{(to)} = 0,53$	0,578	2,00	
	kNm/m	$M_x = 4,66$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 0$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	heq = 8,7 cm	[cm]	[cm]	[cm]	
L5	Mr	$M_x = 4,66$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 0$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 6,08E-05$ m	$l_t = 0,045$ m	$M_r = 5,1941$ kNm/m	Coef. Unidirecional:	to = 14 dias	F. total	F. adm	
	5,1941	$M_x = 8,28$ kNm/m	$M_y = 0,00$ kNm/m	$\mu_x = 0$	$\mu_y = 0$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	heq = 7,1 cm	$\xi_{(to)} = 0,53$	0,006	1,192	
	kNm/m	$M_x = 5,29$ kNm/m	$M_y = 4,18$ kNm/m	$\mu_x = 5,25$	$\mu_y = 4,15$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 8,33E-05$ m	$l_t = 0,05$ m	$M_r = 6,4124$ kNm/m	Coef. Unidirecional:	[cm]	[cm]	[cm]	
L10	Mr	$M_x = 5,29$ kNm/m	$M_y = 4,18$ kNm/m	$\mu_x = 5,25$	$\mu_y = 4,15$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 8,33E-05$ m	$l_t = 0,05$ m	$M_r = 6,4124$ kNm/m	heq = 7,1 cm	to = 14 dias	F. total	F. adm	
	6,4124	$M_x = 10,49$ kNm/m	$M_y = 10,41$	$\mu_x = 10,41$	$\mu_y = 10,41$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	Coef. Unidirecional:	$\xi_{(to)} = 0,53$	1,495	1,64	
	kNm/m	$M_x = 4,03$ kNm/m	$M_y = 1,67$ kNm/m	$\mu_x = 3,84$	$\mu_y = 1,59$	$\alpha = 1,5$	$l_b = 0,000111$ m	$l_t = 0,055$ m	$M_r = 7,7590$ kNm/m	heq = 7,1 cm	[cm]	[cm]	[cm]	

	Dados	Cálculos	Compatibilização M-	Final
L3	<p>Espeçura = 11 cm</p> <p>Lef = 668 = 1,18 = λ</p> <p>lef = 565</p> <p><b>Bidirecional</b></p>	<p>Vinculação</p> <p>Apoio-Engaste</p> <p>Apoio-Apoio</p> <p>α = 4,02</p> <p>μx = 4,85</p> <p>μy = 2,59</p> <p>μx- = 9,95</p> <p>μy- = 0</p> <p>Mx = 11,37957 kNm/m</p> <p>My = 6,076927 kNm/m</p> <p>Mx- = 23,34572 kNm/m</p> <p>My- = 0 kNm/m</p>	<p>Compatibilização M-</p> <p>Média 23,346</p> <p>14,7368 = 19,04</p> <p>~ L3</p> <p>Correção M+</p> <p>M+ = 13,532 kN/m</p>	<p>Mx = 13,53 kNm/m</p> <p>My = 6,08 kNm/m</p> <p>Mx- = 19,04 kNm/m</p> <p>My- = 0,00 kNm/m</p>
L4	<p>Espeçura = 11 cm</p> <p>Lef = 668 = 1,34 = λ</p> <p>lef = 500</p> <p><b>Bidirecional</b></p>	<p>Vinculação</p> <p>Engaste-Engaste</p> <p>Apoio-Apoio</p> <p>α = 2,72</p> <p>μx = 3,84</p> <p>μy = 1,59</p> <p>μx- = 8,02</p> <p>μy- = 0</p> <p>Mx = 7,056 kNm/m</p> <p>My = 2,921625 kNm/m</p> <p>Mx- = 14,73675 kNm/m</p> <p>My- = 0 kNm/m</p>	<p>Compatibilização M-</p> <p>Média 14,737</p> <p>13,2224 = 13,98</p> <p>~ L4</p> <p>Correção M+</p> <p>M+ = 7,435 kN/m</p>	<p>Mx = 7,43 kNm/m</p> <p>My = 2,92 kNm/m</p> <p>Mx- = 19,04 kNm/m</p> <p>My- = 0,00 kNm/m</p>
L5	<p>Espeçura = 9 cm</p> <p>Lef = 666 = 2,26 = λ</p> <p>lef = 298</p> <p><b>Unidirecional</b></p>	<p>Vinculação</p> <p>Apoio-Engaste</p> <p>Apoio-Engaste</p> <p>α = 0,00</p> <p>μx = 5,25</p> <p>μy = 4,15</p> <p>μx- = 0</p> <p>μy- = 0</p> <p>Mx = 7,44 kNm/m</p> <p>My = 0 kNm/m</p> <p>Mx- = 13 kNm/m</p> <p>My- = 0 kNm/m</p>	<p>Compatibilização M-</p> <p>Média 0</p> <p>17,2487 = 8,62</p> <p>~ L5</p> <p>Correção M+</p> <p>M+ = 8,601 kN/m</p>	<p>Mx = 7,44 kNm/m</p> <p>My = 0,00 kNm/m</p> <p>Mx- = 13,98 kNm/m</p> <p>My- = 13,80 kNm/m</p>
L10	<p>Espeçura = 10 cm</p> <p>Lef = 519 = 1,27 = λ</p> <p>lef = 409</p> <p><b>Bidirecional</b></p>	<p>Vinculação</p> <p>Apoio-Apoio</p> <p>Apoio-Engaste</p> <p>α = 5,77</p> <p>μx = 5,25</p> <p>μy = 4,15</p> <p>μx- = 0</p> <p>μy- = 10,41</p> <p>Mx = 8,69892 kNm/m</p> <p>My = 6,876289 kNm/m</p> <p>Mx- = 0 kNm/m</p> <p>My- = 17,24872 kNm/m</p>	<p>Compatibilização M-</p> <p>Média 0,80</p> <p>x 14,7368 = 11,789</p> <p>~ L10</p> <p>Correção M+</p> <p>M+ = 8,601 kN/m</p>	<p>Mx = 8,70 kNm/m</p> <p>My = 8,60 kNm/m</p> <p>Mx- = 0,00 kNm/m</p> <p>My- = 13,80 kNm/m</p>

	Dados	Cálculos	Domínio	Armadura	Resultados	
L3	<p><b>Bidirecional</b></p> <p>Espeçura = 11 cm</p> <p>Mx = 13,53 kNm/m</p> <p>My = 6,08 kNm/m</p> <p>Mx- = 19,04 kNm/m</p> <p>My- = 0,00 kNm/m</p>	<p>Bitolas</p> <p>φx φy</p> <p>8 6,3</p> <p>mm</p> <p>dx = 8,10 cm</p> <p>dy = 7,39 cm</p> <p>LN</p> <p>x (lx) = 1,48 cm</p> <p>x (ly) = 0,70 cm</p>	<p>Domínio de deformação</p> <p>Kx = 0,1833</p> <p>Domínio 2</p> <p>Ky = 0,0954</p> <p>Domínio 2</p>	<p>Área de aço</p> <p>Asx = 4,15 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>Asy = 1,97 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Taxa de armadura</p> <p>ps &gt; 0,67.pmin</p> <p>ps &gt; 0,67.0,15 %</p> <p>Asmin = 1,1055 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Asx = 4,15 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>8,248917 barras/m</p> <p>Asy = 1,97 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>6,312305 barras/m</p>
L4	<p><b>Bidirecional</b></p> <p>Espeçura = 11 cm</p> <p>Mx = 7,43 kNm/m</p> <p>My = 2,92 kNm/m</p> <p>Mx- = 19,04 kNm/m</p> <p>My- = 0,00 kNm/m</p>	<p>Bitolas</p> <p>φx φy</p> <p>6,3 6,3</p> <p>mm</p> <p>dx = 8,19 cm</p> <p>dy = 7,56 cm</p> <p>LN</p> <p>x (lx) = 0,78 cm</p> <p>x (ly) = 0,32 cm</p>	<p>Domínio de deformação</p> <p>Kx = 0,095</p> <p>Domínio 2</p> <p>Ky = 0,0429</p> <p>Domínio 2</p>	<p>Área de aço</p> <p>Asx = 2,17 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>Asy = 0,90 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Taxa de armadura</p> <p>ps &gt; 0,67.pmin</p> <p>ps &gt; 0,67.0,15 %</p> <p>Asmin = 1,1055 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Asx = 2,17 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>6,966585 barras/m</p> <p>Asy = 1,11 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>3,5464 barras/m</p>
L5	<p><b>Unidirecional</b></p> <p>Espeçura = 9 cm</p> <p>Mx = 7,44 kNm/m</p> <p>My = 0,00 kNm/m</p> <p>Mx- = 13,98 kNm/m</p> <p>My- = 13,80 kNm/m</p>	<p>Bitolas</p> <p>φx φy</p> <p>8 6,3</p> <p>mm</p> <p>dx = 6,10 cm</p> <p>dy = 5,39 cm</p> <p>LN</p> <p>x (lx) = 1,08 cm</p> <p>x (ly) = 0,00 cm</p>	<p>Domínio de deformação</p> <p>Kx = 0,1772</p> <p>Domínio 2</p> <p>Ky = 0</p>	<p>Área de aço</p> <p>Asx = 3,02 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>Asy = 0,90 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Taxa de armadura</p> <p>ps &gt; pmin</p> <p>ps &gt; 0,15 %</p> <p>Asmin = 1,35 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Asx = 3,02 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>6,005593 barras/m</p> <p>Asy = 0,90 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>2,887165 barras/m</p>
L10	<p><b>Bidirecional</b></p> <p>Espeçura = 10 cm</p> <p>Mx = 8,70 kNm/m</p> <p>My = 8,60 kNm/m</p> <p>Mx- = 0,00 kNm/m</p> <p>My- = 13,80 kNm/m</p>	<p>Bitolas</p> <p>φx φy</p> <p>8 8</p> <p>mm</p> <p>dx = 7,10 cm</p> <p>dy = 6,30 cm</p> <p>LN</p> <p>x (lx) = 1,07 cm</p> <p>x (ly) = 1,22 cm</p>	<p>Domínio de deformação</p> <p>Kx = 0,1513</p> <p>Domínio 2</p> <p>Ky = 0,1934</p> <p>Domínio 2</p>	<p>Área de aço</p> <p>Asx = 3,00 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>Asy = 3,40 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Taxa de armadura</p> <p>ps &gt; 0,67.pmin</p> <p>ps &gt; 0,67.0,15 %</p> <p>Asmin = 1,005 cm<sup>2</sup>/m</p>	<p>Asx = 3,00 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>5,9672 barras/m</p> <p>Asy = 3,40 cm<sup>2</sup>/m</p> <p>6,770929 barras/m</p>



	Dados		Cálculos						Domínio		Armadura		Resultados						
	Bidirecional	Espeçura = 11 cm	Mx = 13,53 kNm/m	My = 6,08 kNm/m	Mx- = 19,04 kNm/m	My- = 0,00 kNm/m	Mx = 7,43 kNm/m	My = 2,92 kNm/m	Mx- = 19,04 kNm/m	My- = 0,00 kNm/m	Mx = 7,44 kNm/m	My = 0,00 kNm/m	Mx- = 13,98 kNm/m	My- = 13,80 kNm/m	Mx = 8,70 kNm/m	My = 8,60 kNm/m	Mx- = 0,00 kNm/m	My- = 13,80 kNm/m	
L3																			
	Cozinha																		
L4																			
	Espeçura = 11 cm																		
L5																			
	Sala																		
	Unidirecional																		
	Espeçura = 9 cm																		
	Escritório																		
L10																			
	Bidirecional																		
	Espeçura = 10 cm																		
	Quarto/BWC																		

	Dados		Armadura positiva						Armadura negativa																		
	Bidirecional	Espeçura = 11 cm	Bitolas	φx	φy	Asx = 4,15 cm <sup>2</sup> /m	Asy = 1,97 cm <sup>2</sup> /m	smáx = 20,00 cm	s = 12,00 cm	cx = 459 cm	cy = 609 cm	Economia ponta	lx	ly	Número barras	Bitolas	φ	Asx = 5,316 cm <sup>2</sup> /m	s = 14,00 cm	ge = 7 cm	gd = 7 cm	Economia ponta	lx	ly	Número barras		
L3																											
	Cozinha																										
L4																											
	Espeçura = 11 cm																										
L5																											
	Sala																										
	Unidirecional																										
	Espeçura = 9 cm																										
	Escritório																										
L10																											
	Bidirecional																										
	Espeçura = 10 cm																										
	Quarto/BWC																										

	Dados				Cálculos				Armaduras	k = (1,6 - d)				p1 = As1/bw.d				Resultados	
	Caso 3	p = g + q	lx = 565	ly = 668	Kx = 2,54	Ky = 1,83	qx+ = 7,44	qx- = 0		qy+ = 5,36	qy- = 0,00	qx = 1,00	ky = 1,00	d = 8,10	d = 8,10	d = 8,10	d = 8,10	Vrd1 = 33,82 kN/m	Vrd2 > Vsd
L3	Apoyo-Engaste Apoyo-Apoio L3 e L4	5,25 kN/m <sup>2</sup>	565 668	668 1,182	2,54 1,83 4,41 0	7,44 5,36 12,92 0,00	0 0	5,36 12,92	0,00	Economia ponta Economia ponta	1,00 1,00	1,00 1,00	8,10 7,39 9 9	8,10 7,39 9 9	8,10 7,39 9 9	8,10 7,39 9 9	Vrd1 = 33,82 kN/m	Vrd2 > Vsd	OK
L4	Caso 6 Engaste-Engaste Apoyo-Apoio L4 e L5	p = g + q 5,25 kN/m <sup>2</sup>	500 668	668 1,336	Kx = 0 Ky = 1,44 Kx' = 3,93 Ky' = 0	qx+ = 0,00 qy+ = 3,78 qx- = 10,32 qy- = 0,00	0 0	3,78 10,32	0,00	Economia ponta	1,00 1,52	1,00 1,52	8,19 7,56 9,1 9,1	8,19 7,56 9,1 9,1	8,19 7,56 9,1 9,1	8,19 7,56 9,1 9,1	Vrd1 = 41,48 kN/m	Vrd3 > Vsd	OK
L5	Unidirecional Apoyo-Engaste Apoyo-Engaste L5 e L10	p = g + q 8,51 kN/m <sup>2</sup>	298 666	666 2,235	Kx = 0 Ky = 0 Kx' = 0 Ky' = 0	qx+ = 7,09 qy+ = 4,56 qx- = 12,29 qy- = 7,90	0 0	4,56 12,29	7,09	Economia ponta	1,00 1,55	1,00 1,55	6,10 5,39 7,1 7,1	6,10 5,39 7,1 7,1	6,10 5,39 7,1 7,1	6,10 5,39 7,1 7,1	Vrd1 = 33,78 kN/m	Vrd4 > Vsd	OK
L10	Caso 2 Apoyo-Apoio Apoyo-Engaste	p = g + q 7,08 kN/m <sup>2</sup>	409 519	519 1,269	Kx = 2,38 Ky = 2,49 Kx' = 0 Ky' = 4,32	qx+ = 6,79 qy+ = 7,10 qx- = 0,00 qy- = 12,32	2,38 2,49	6,79 7,10	6,79	Economia ponta Economia ponta	1,00 1,00	1,00 1,00	7,10 6,30 8,5 8,5	7,10 6,30 8,5 8,5	7,10 6,30 8,5 8,5	7,10 6,30 8,5 8,5	Vrd1 = 29,24 kN/m	Vrd9 > Vsd	OK

## Planilha de vigas

### Dados de entrada:

Preencher com os dados de entrada

Resultados

#### Dimensões

$b_w := 17 \text{ cm}$

$h := 50 \text{ cm}$

#### Aço

$\phi_1 := 20 \text{ mm}$

$n_1 := 3$  Primeira camada

$n_2 := 0$  Segunda camada

$n_3 := 0$  Terceira camada

$$A_{\phi 1} := \pi \cdot \frac{(\phi_1)^2}{4} = 3,1416 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{ef}} := (n_1 + n_2 + n_3) \cdot A_{\phi 1} = 9,4248 \text{ cm}^2$$

$\phi_t := 5 \text{ mm}$

$\theta := 30^\circ$

$f_{yk} := 500 \text{ MPa}$

$f_{yw} := 600 \text{ MPa}$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1,15}$$

$$f_{ywd} := \frac{f_{yw}}{1,15}$$

$f_{yd} = 434,7826 \text{ MPa}$

$f_{ywd} = 521,7391 \text{ MPa}$

$$E_s := 2100000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

#### Esforços

$M := 103826 \text{ N m}$

$V := 142636 \text{ N}$

$M_d := 145357 \text{ N m}$

$V_{sd} := 199690 \text{ N}$

#### Concreto

$cob := 2,5 \text{ cm}$

$f_{ck} := 25 \text{ MPa}$

$\gamma_c := 1,4$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck} \text{ MPa}}{\gamma_c}$$

$f_{cd} = 17857142,86 \text{ Pa}$

$$f_{ctm} := 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2,565 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk\_sup} := 1,3 \cdot f_{ctm}$$

$$f_{ctk\_sup} = 3,3345 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} := \frac{f_{ctm}}{2} \text{ MPa} = 1,2825 \text{ MPa}$$

$$f_{ctm} = f_{ctm} \text{ MPa} = 2,565 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

## Espaçamentos

Vertical

$$ev := 2 \text{ cm}$$

Horizontal

$$b_{ef} := bw - 2 \cdot cob - 2 \cdot \varphi_t$$

$$b_{ef} = 11 \text{ cm}$$

$$eh := \frac{(b_{ef} - n_1 \cdot \varphi_1)}{(n_1 - 1)}$$

$$eh = 2,5 \text{ cm}$$

$$eh < \begin{matrix} 2 \text{ cm} & \text{"OK"} \\ \varphi_1 & \text{"OK"} \end{matrix}$$

---

## Cálculo da altura útil:

$$S_{As} := n_1 \cdot A_{\varphi 1} \cdot \left( cob + \varphi_t + \frac{\varphi_1}{2} \right) + n_2 \cdot A_{\varphi 1} \cdot \left( cob + \varphi_t + \varphi_1 + ev + \frac{\varphi_1}{2} \right) + n_3 \cdot A_{\varphi 1} \cdot \left( cob + \varphi_t + 2 \cdot \varphi_1 + 2 \cdot ev + \frac{\varphi_1}{2} \right)$$

$$S_{As} = 3,7699 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$cg := \frac{S_{As}}{(n_1 + n_2 + n_3) \cdot A_{\varphi 1}} \quad cg = 4 \text{ cm}$$

$$\Delta cg := cg - cob - \varphi_t = 1 \text{ cm}$$

"Distância até cg menor que 10% de h - OK"

$$d := h - cg$$

$$d = 46 \text{ cm}$$

---

## Dimensionamento

$$x := 1,25 \cdot d \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 \cdot fcd \cdot bw \cdot d^2}} \right)$$

$$x = 0,1818 \text{ m}$$

"Domínio 3"

$$\frac{x}{d} = 0,3953$$

$$As := \frac{Md}{fyd \cdot (d - 0,4 \cdot x)}$$

$$As = 8,6328 \text{ cm}^2$$

Armadura mínima  $\rho_{\min} := 0,15 \%$

$A_c := b_w \cdot h$

$A_{s_{\min}} := \rho_{\min} \cdot A_c$

$A_{s_{\min}} = 1,275 \text{ cm}^2$        $A_s = \text{"OK"} \text{ cm}^2$

---

Armadura final  $A_{s_{\text{final}}} := \max(A_s ; A_{s_{\min}})$

$A_s = 8,6328 \text{ cm}^2$

$A_{s_{\text{ef}}} = 9,4248 \text{ cm}^2$       "OK"

---

Armadura Dupla

$\phi' := 16 \text{ mm}$

$d' := c_{ob} + \phi_t + \frac{\phi'}{2} = 3,8 \text{ cm}$

$M_{d_{\text{lim}}} := 0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,2952 \cdot d^2$

$M_{d_{\text{lim}}} = 161180,2543 \text{ N m}$

$A_{s1} := \frac{M_{d_{\text{lim}}}}{f_{yd} \cdot 0,82 \cdot d} = 9,8281 \text{ cm}^2$

$\Delta M := M_d - M_{d_{\text{lim}}} = -15823,2543 \text{ N m}$

$A_{s2} := \frac{\Delta M}{f_{yd} \cdot (d - d')} = -0,8624 \text{ cm}^2$

$A_{s'} := \frac{\Delta M}{\sigma_{sd} \cdot (d - d')} = -0,8624 \text{ cm}^2$

$A_{s_{\text{final}}} := A_{s1} + A_{s2} = 8,9657 \text{ cm}^2$

$A_{s'} = -0,8624 \text{ cm}^2$

$\varepsilon_{s'} := \frac{0,0035 \cdot (0,45 \cdot d - d')}{0,45 \cdot d} = 0,0029$

if  $\varepsilon_{s'} > 0,00207 = 4,3478 \cdot 10^8 \text{ Pa}$

$\sigma_{sd} := f_{yd}$

else

$\sigma_{sd} := E_s \cdot \varepsilon_{s'}$

---

Detalhamento

$\phi_1 = 20 \text{ mm}$

$n_1 = 3$  Número de barras na primeira camada.       $A_{s_{\text{ef}}} = 9,4248 \text{ cm}^2$

$n_2 = 0$  Número de barras nas camadas intermediárias.       $e_h = 2,5 \text{ cm}$

$n_3 = 0$  Número de barras na última camada       $e_v = 2 \text{ cm}$

$3 \phi \ 20 \text{ mm}$

## Barras decaladas

Decalagem  $a_1 := 0,7 \cdot d \cdot \cot(\theta)$  para estribos verticais  
 $a.1 > 0,5 \cdot d$   
 $a.1 = 597,5575 \text{ cm}$

---

Ancoragem das barras decaladas

$$\eta_1 := 2,25 \quad \eta_2 := 1 \quad \eta_3 := 1$$

$$fbd := \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot fctd = 2,8856 \text{ MPa}$$

$$l_b := \frac{\phi_1}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{fbd}$$

$$l_b = 75,337 \text{ cm} \quad \text{Comprimento de ancoragem reto básico}$$

$$0,3 \cdot l_b = 22,6011 \text{ cm}$$

$$l_b \cdot \min > 10 \cdot \phi_1 = 20 \text{ cm}$$

$$100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$$

$$l_{b,\min} = 22,6011 \text{ cm}$$

Se  $A_{s,ef}$  é maior que  $A_s$  calculado, pode-se reduzir o  $l_b$ :

$$l_{b,nec} := \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_s}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 69,006 \text{ cm}$$

---

## Barras nos apoios

Ancoragem nos apoios

Quantas barras chegam ao apoio?  $n_{\text{apoiio}} := 2$

$$A_{s_{\text{apoiio}}} := n_{\text{apoiio}} \cdot \pi \cdot \frac{\phi_1^2}{4} = 6,2832 \text{ cm}^2$$

Armadura necessária para ancoragem da diagonal de compressão em apoios extremos

$V_{sd,apoio} = 32958 \text{ N}$       Preencher com o cortante do apoio extremo

$$R_{st} = \frac{a_1}{d} \cdot V_{sd,apoio} = 4,2814 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$A_{s,dc} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} \quad A_{s,dc} = 9,8472 \text{ cm}^2 \quad \text{"Aumentar Armadura!"}$$

Armadura mínima em apoio extremo e intermediário

$M_{apoio,esq} = 51440 \text{ N m}$       se  $M_{apoio} < 0,5 \cdot M_{vão}$        $A.s.esq = 3,1416 \text{ cm}^2$       "OK!"

$M_{apoio,dir} = 114800,235 \text{ N m}$       se  $M_{apoio} > 0,5 \cdot M_{vão}$        $A.s.dir = 2,3562 \text{ cm}^2$       "OK!"

---

**Comprimentos**

Comprimentos disponíveis

$l_{apoio,esq} = 50 \text{ cm}$        $l_{disp,esq} = l_{apoio,esq} - cob = 47,5 \text{ cm}$

$l_{apoio,dir} = 17 \text{ cm}$        $l_{disp,dir} = l_{apoio,dir} - cob = 14,5 \text{ cm}$

Cálculo do comprimento de ancoragem reto

$$\alpha_1 = \begin{cases} 1 & \text{para barras sem gancho} \\ 0,7 & \text{para barras com gancho} \end{cases}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_s}{A_{s,ef}}$$

$$l_{b,nec} = 69,006 \text{ cm}$$

$$l_{b,final} > \begin{cases} l_{b,nec} \\ 60 \text{ mm} \end{cases}$$

$$l_{b,reto} = 69,006 \text{ cm}$$

### Cálculo do comprimento do gancho em ângulo reto

$$\alpha_1 = 0,7 \quad \begin{array}{l} 1 \text{ para barras sem gancho} \\ 0,7 \text{ para barras com gancho} \end{array}$$

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \cdot l_b \cdot \frac{A_{s,dc}}{A_{s,apoio}}$$

$$l_{b,nec} = 82,6489 \text{ cm}$$

$$\varphi_{dobra} = 5 \cdot \varphi_1$$

$$\varphi_1 < 20 \text{ mm dobra} = 5 \cdot \varphi_1$$

$$\varphi_1 \geq 20 \text{ mm dobra} = 8 \cdot \varphi_1$$

$$l_g = \pi \cdot \frac{(\varphi_{dobra} + \varphi_1)}{4} + 8 \cdot \varphi_1 = 25,4248 \text{ cm}$$

$$l_{total} = l_{b,nec} + l_g - \left( \frac{\varphi_{dobra}}{2} + \varphi_1 \right) = 101,0737 \text{ cm}$$

$$l_{b,nec} = 82,6489 \text{ cm}$$

$$l_{b,final} > \frac{\varphi_{dobra}}{2} + 5,5 \text{ mm} + \varphi_1 \quad \text{"falso"}$$

$$60 \text{ mm} \quad \text{"falso"}$$

$$1,0107 \text{ m}$$

$$l_{b,gancho} = 101,0737 \text{ cm}$$

---

### Cisalhamento

$$\text{Esforços: } V = 1,4264 \cdot 10^5 \text{ N} \quad V_{sd} = 1,9969 \cdot 10^5 \text{ N} \quad A_{\varphi t} = \pi \cdot \frac{(\varphi_t)^2}{4} = 0,1963 \text{ cm}^2$$

Verificação da compressão diagonal nas bielas do concreto:

$$\alpha_{v2} = \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ Estribo vertical}$$

$$\alpha_{v2} = 0,9$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\cot(\alpha) = 0$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (\sin(\theta))^2 \cdot (\cot(\alpha) + \cot(\theta))$$

$$V_{Rd2} = 293870,256 \text{ N}$$

$$V_{sd} = 1,9969 \cdot 10^5 \text{ N}$$

"V<sub>sd</sub><V<sub>Rd</sub> - OK!"



### Parcela resistida pelo concreto

$$V_{c0} := 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b \cdot w \cdot d$$

$$V_{c0} = 60174,0536 \text{ N}$$

$$V_{c1} := V_{c0} \cdot \left( \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \right)$$

$$V_{c1} = 24250,3203 \text{ N}$$

$$V_{sw} := V_{sd} - V_{c1}$$

$$V_{sw} = 175439,68 \text{ N}$$

### Armadura calculada

$$A_{sw} := \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot f_{ywd} \cdot (\cot(\alpha) + \cot(\theta)) \cdot \sin(\alpha) \cdot 1 \text{ m}}$$

$$A_{sw} = 2,1571 \cdot \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2$$

### Armadura mínima

$$\rho_{w \min} := 0,2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yw}} \quad \rho_{w \min} = 0,0009 \frac{\text{Pa}}{\text{Pa}}$$

$$A_{sw \min} := \rho_{w \min} \cdot b \cdot w$$

$$A_{sw \min} = 1,4535 \frac{\text{cm}}{\text{m}}^2$$

### Espaçamento máximo

$$V_{sd} < 0,67 \cdot V_{Rd2} \quad s_{\text{máx}} < \begin{matrix} 0,6 \cdot d \\ 30 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$V_{sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2} \quad s_{\text{máx}} < \begin{matrix} 0,3 \cdot d \\ 20 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$s_{\text{máx}} = 13,8 \text{ cm}$$

$$A_{sw, \text{máx}} := 2 \cdot \frac{A_{\phi t}}{s_{\text{máx}}}$$

$$A_{sw, \text{máx}} = 2,8456 \cdot \frac{1}{\text{m}} \text{ cm}^2$$

## Armadura final

$$A_{sw\_ef} := \max \left( \left[ A_{sw} \quad A_{sw\_min} \quad A_{sw\_s,máx} \right] \right)$$

$$A_{sw\_ef} = 2,8456 \cdot \frac{1}{m} \text{ cm}^2$$

$$s_{ef} := \frac{2 \cdot A_{\phi t}}{A_{sw\_ef}} = 13,8 \text{ cm}$$

## Verificação Fissuração

$$M_s := 95308 \text{ N m}$$

Momento de fissuração  $\alpha := 1,5$  para seções retangulares

$$I_c := bw \cdot \frac{h^3}{12} = 0,0018 \text{ m}^4$$

$$y_t := \frac{h}{2} = 0,25 \text{ m}$$

$$M_r := \alpha \cdot f_{ct} \cdot \frac{I_c}{y_t}$$

$$f_{ct} := f_{ctm}$$

$$M_r = 27252,7417 \text{ N m}$$

Posição da linha neutra no Estádio II

$$A_{s\_ef} = 9,4248 \text{ cm}^2$$

$$d = 0,46 \text{ m}$$

$$\alpha_E := \frac{E_s}{E_{cs}} = 8,6957$$

$$x_{II} := \frac{\alpha_E \cdot A_{s\_ef}}{bw} \cdot \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot bw \cdot d}{\alpha_E \cdot A_{s\_ef}}} \right)$$

$$x_{II} = 16,7838 \text{ cm}$$

$$E_s := 210000000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\alpha_i := 0,8 + 0,2 \cdot \frac{25}{80} = 0,8625$$

$$\alpha_e := 1 \text{ agregado granítico}$$

$$E_{cs} := \alpha_i \cdot \alpha_e \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} \text{ MPa} = 24150 \text{ MPa}$$

Momento de inércia no Estádio II

$$I_{II} := \left( \frac{bw}{3} \cdot x_{II}^3 + \alpha_E \cdot A_s \cdot e_f \cdot (d - x_{II})^2 \right)$$

$$I_{II} = 1 \cdot 10^5 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia equivalente

$$I_{eq} := \left( \frac{M_r}{M_s} \right)^3 \cdot I_c + \left( 1 - \left( \frac{M_r}{M_s} \right)^3 \right) \cdot I_{II}$$

$$I_{eq} = 98625,1705 \text{ cm}^4$$

Altura equivalente

$$h_{eq} := \sqrt[3]{\frac{12 \cdot I_{eq}}{bw}}$$

$$h_{eq} = 41,1377 \text{ cm}$$

## Planilha de pilares

### Dados de entrada:

Preencher com os dados de entrada  
 Resultados

Dimensões

$h_x := 17 \text{ cm}$
$h_y := 50 \text{ cm}$

$l_{0x} := 250 \text{ cm}$
$l_{0y} := 245 \text{ cm}$
$l := 300 \text{ cm}$

Aço

$\phi_l := 16 \text{ mm}$	$\phi_t := 5 \text{ mm}$	$A_{\phi l} := \pi \cdot \frac{(\phi_l)^2}{4} = 2,0106 \text{ cm}^2$
$f_{yk} := 500 \text{ MPa}$	$f_{yw} := 600 \text{ MPa}$	
$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{1,15}$	$f_{ywd} := \frac{f_{yw}}{1,15}$	
$f_{yd} = 434,7826 \text{ MPa}$	$f_{ywd} = 521,7391 \text{ MPa}$	
$E_s := 2100000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$		

Esforços

$M_{x_{sup}} := 7214,3 \text{ N m}$	$M_{y_{sup}} := 26584,3 \text{ N m}$	$N := 631862 \text{ N}$
$M_{xd_{sup}} := 1,4 \cdot M_{x_{sup}}$	$M_{yd_{sup}} := 1,4 \cdot M_{y_{sup}}$	$N_d := 1,4 \cdot N = 884606,8 \text{ N}$
$M_{xd_{sup}} = 10100,02 \text{ N m}$	$M_{yd_{sup}} = 37218,02 \text{ N m}$	
$M_{x_{inf}} := 7214,3 \text{ N m}$	$M_{y_{inf}} := 26584,3 \text{ N m}$	
$M_{xd_{inf}} := 1,4 \cdot M_{x_{inf}}$	$M_{yd_{inf}} := 1,4 \cdot M_{y_{inf}}$	
$M_{xd_{inf}} = 10100,02 \text{ N m}$	$M_{yd_{inf}} = 37218,02 \text{ N m}$	
$\text{signal}_x := -1$	$\text{signal}_y := -1$	Sinais: -1 para sinais contrários +1 para mesmo sinal

Concreto

$cob := 2,5 \text{ cm}$		
$f_{ck} := 25 \text{ MPa}$		$f_{ctm} := 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 2,565 \text{ MPa}$
$\gamma_c := 1,4$		$f_{ctk_{sup}} := 1,3 \cdot f_{ctm}$
$f_{cd} := \frac{f_{ck} \text{ MPa}}{\gamma_c}$		$f_{ctk_{sup}} = 3,3345 \text{ MPa}$
$f_{cd} = 17857142,86 \text{ Pa}$		$f_{ctd} := \frac{f_{ctm}}{2} \text{ MPa} = 1,2825 \text{ MPa}$
		$f_{ctm} := f_{ctm} \text{ MPa} = 2,565 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

## Esforços de cálculo de primeira ordem

### Dimensão mínima:

Se  $b < 19 \text{ cm}$ , coeficiente de majoração:  $b := \min \left( \left[ \begin{matrix} h_x & h_y \end{matrix} \right] \right)$

$$\gamma_n := 1,95 - 0,05 \cdot \frac{h}{\text{cm}}$$
$$\gamma_n = 1,1$$
  

<pre>if b &lt; 19 cm = 11110,022 N m   Mxd_sup := Mxd_sup · γ_n else   "Falso"</pre>	<pre>if b &lt; 19 cm = 40939,822 N m   Myd_sup := Myd_sup · γ_n else   "Falso"</pre>
--	--

<pre>if b &lt; 19 cm = 11110,022 N m   Mxd_inf := Mxd_inf · γ_n else   "Falso"</pre>	<pre>if b &lt; 19 cm = 40939,822 N m   Myd_inf := Myd_inf · γ_n else   "Falso"</pre>
--	--

```
if b < 19 cm = 973067,48 N
  N_d := N_d · γ_n
else
  "Falso"
```

---

### Momento mínimo de 1ª ordem:

$$M1d_{\min, x} := N_d \cdot (0,015 \text{ m} + 0,03 \cdot h_x)$$
$$M1d_{\min, x} = 19558,6563 \text{ N m}$$
  

<pre>M1xd_sup := max ([ Mxd_sup M1d_min,x ]) M1xd_sup = 19558,6563 N m</pre>	<pre>M1xd_inf := max ([ Mxd_inf M1d_min,x ]) M1xd_inf = 19558,6563 N m</pre>
--	--

  
$$M1d_{\min, y} := N_d \cdot (0,015 \text{ m} + 0,03 \cdot h_y)$$
$$M1d_{\min, y} = 29192,0244 \text{ N m}$$
  

<pre>M1yd_sup := max ([ Myd_sup M1d_min,y ]) M1yd_sup = 40939,822 N m</pre>	<pre>M1yd_inf := max ([ Myd_inf M1d_min,y ]) M1yd_inf = 40939,822 N m</pre>
---	---

### Esbeltez:

$$\lambda_x := 3,46 \cdot \frac{l_{ex}}{h_x}$$
$$l_{ex} < \frac{l_{0x} + h_x}{1}$$
$$\lambda_x = 54,3424$$
$$l_{ex} = 267 \text{ cm}$$

$$\lambda_y := 3,46 \cdot \frac{l_{ey}}{h_y}$$
$$l_{ey} < \frac{l_{0y} + h_y}{1}$$
$$\lambda_y = 20,414$$
$$l_{ey} = 295 \text{ cm}$$

---

### Valores limites de $\lambda_1$ :

$$Mx_{maior} := \max \left( \left[ Mx_{sup} \quad Mx_{inf} \right] \right)$$

$$Mx_{menor} := \min \left( \left[ Mx_{sup} \quad Mx_{inf} \right] \right)$$

$$\alpha_{x_b} := 0,6 + 0,4 \cdot \left( \frac{Mx_{menor}}{Mx_{maior}} \right) \cdot \text{senal}_x$$

$$\text{if } \alpha_{x_b} < 0,4 = 0,4$$

$$\alpha_{x_b} := 0,4$$

else

$$\alpha_{x_b}$$

$$e_{1x} := \frac{M_{1xd_{sup}}}{N_d} = 0,0201 \text{ m}$$

$$\text{if } M_{1xd_{sup}} < M_{1d_{min,x}} = 1$$

$$\alpha_{x_b} := 1$$

else

"Falso"

$$\lambda_{1x} := \frac{\left( 25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1x}}{h_x} \right)}{\alpha_{x_b}}$$

$$\lambda_{1x} = 26,4779$$

$$My_{maior} := \max \left( \left[ My_{sup} \quad My_{inf} \right] \right)$$

$$My_{menor} := \min \left( \left[ My_{sup} \quad My_{inf} \right] \right)$$

$$\alpha_{y_b} := 0,6 + 0,4 \cdot \left( \frac{My_{menor}}{My_{maior}} \right) \cdot \text{senal}_y$$

$$\text{if } \alpha_{y_b} < 0,4 = 0,4$$

$$\alpha_{y_b} := 0,4$$

else

$$\alpha_{y_b}$$

$$e_{1y} := \frac{M_{1yd_{sup}}}{N_d} = 0,042073 \text{ m}$$

$$\text{if } M_{1yd_{sup}} < M_{1d_{min,y}} = \text{"Falso"}$$

$$\alpha_{y_b} := 1$$

else

"Falso"

$$\lambda_{1y} := \frac{\left( 25 + 12,5 \cdot \frac{e_{1y}}{h_y} \right)}{\alpha_{y_b}}$$

$$\lambda_{1y} = 65,1296$$

Momento de 2ª ordem:

$$v_d := \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,6411$$

$$A_c := h_x \cdot h_y$$

Se  $\lambda_{1x} < \lambda_x$ :  $M_{2xd} := N_d \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{e_x^2}{(v_d + 0,5) \cdot h_x} \cdot 0,005$

Se  $\lambda_{1y} < \lambda_y$ :  $M_{2yd} := N_d \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{e_y^2}{(v_d + 0,5) \cdot h} \cdot 0,005$

M.2xd = 17880,1256 N m

M.2yd = 0 N m

Se  $\lambda_x < 35$ : M2xd=0 = 17880,1256 N m

Se  $\lambda_y < 35$ : M2yd=0 = 0 N m

$$M_{xd} := \alpha_x \cdot M_{1xd} + M_{2xd}$$

$$M_{yd} := \alpha_y \cdot M_{1yd} + M_{2yd}$$

M<sub>xd</sub> = 37438,782 N m

M<sub>yd</sub> = 16375,9288 N m

Pior situação:

Topo	I	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{1xd\_sup} = 19558,6563 \text{ N m}$	II	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{1yd\_sup} = 40939,822 \text{ N m}$
Meio	I	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{xd} = 37438,782 \text{ N m}$	II	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{yd} = 16375,9288 \text{ N m}$
Base	I	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{1xd\_inf} = 19558,6563 \text{ N m}$	II	$N_d = 973067,48 \text{ N}$ $M_{1yd\_inf} = 40939,822 \text{ N m}$

Nd<sub>final</sub> := N<sub>d</sub>

Nd<sub>final</sub> = 973067,48 N

Mxd<sub>final2</sub> := M<sub>xd</sub>

Mxd<sub>final2</sub> = 37438,782 N m

Myd<sub>final2</sub> := M<sub>1d<sub>min,y</sub></sub>

Myd<sub>final2</sub> = 29192,0244 N m

Altura útil:

$$d' := c_{ob} + \varphi_t + \frac{\varphi_1}{2} = 3,8 \text{ cm}$$

$$\frac{d'}{h_x} = 0,2235$$

$$\frac{d'}{h_y} = 0,076$$

---

Escolha dos Ábacos:

Ábaco 5

$$v := \frac{N_{d_{final}}}{A_c \cdot f_{cd}} = 0,6411$$

$$\mu_x := \frac{M_{xd_{final2}}}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h_x} = 0,1451$$

$$\mu_y := \frac{M_{yd_{final2}}}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h_y} = 0,0385$$

---

Interpolação do  $\omega$ :

$$v_1 := 0,6 \quad - \quad \omega_1 := 0,37$$

$$v_2 := 0,8 \quad - \quad \omega_2 := 0,52$$

$$\omega := \left( \frac{\omega_2 - \omega_1}{v_2 - v_1} \right) \cdot (v - v_1) + \omega_1$$

$$\omega = 0,4008$$

---

Armadura:

$$A_s := \frac{\omega \cdot A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_s = 13,9926 \text{ cm}^2$$

Número de barras por face:  $n := 4$

$$A_{s_{ef}} := 2 \cdot n \cdot A_{\varphi 1} = 16,085 \text{ cm}^2$$

"OK"



### Verificações:

$$0.4\% < \rho_1 := \frac{A_{s_{ef}}}{A_c} = 0,0189 < 8\% \quad \text{"OK!"}$$

$$A_{s_{min}} := 0,15 \cdot \frac{N_{d_{final}}}{f_{yd}} = 3,3571 \text{ cm}^2 \quad \text{"OK!"}$$

$$10 \text{ mm} < \phi_1 < \frac{b}{8} \quad \text{"OK!"}$$

$$a_h := \frac{(h_y - 2 \cdot c_{ob} - 2 \cdot \phi_t - n \cdot \phi_1)}{n - 1} = 12,5333 \text{ cm}$$

$$a_h > \phi_1 \quad \text{"OK!"}$$
$$1,2 \cdot a_g$$

$$S_b := a_h$$

$$S_b < \frac{40 \text{ cm}}{2 \cdot b} \quad \text{"OK!"}$$

$$\phi_t \geq \frac{5 \text{ mm}}{\frac{\phi_1}{4}} \quad \text{"OK!"}$$

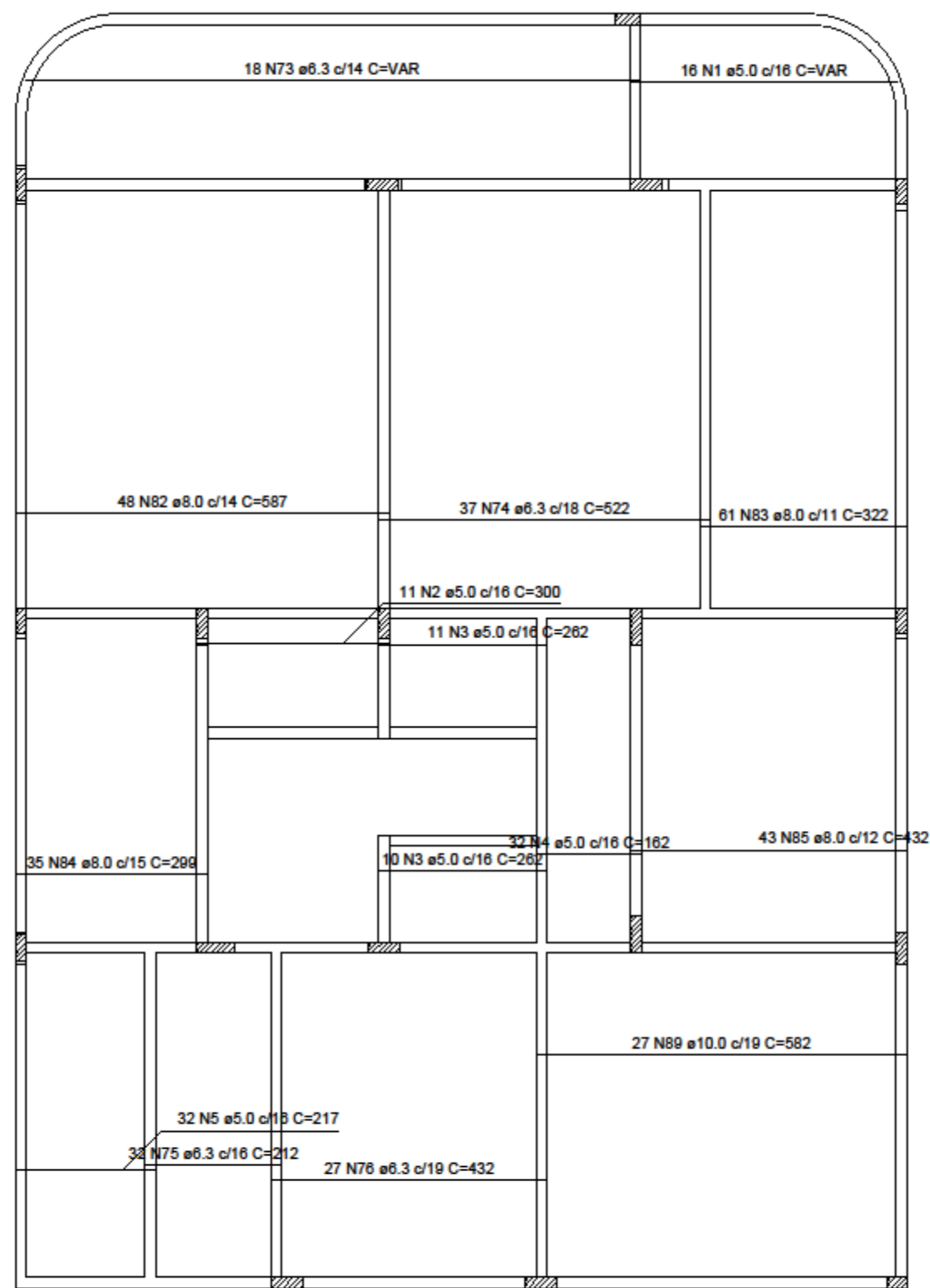
---

### Estribos:

$$S_t < \begin{matrix} 20 \text{ cm} \\ b \\ 12 \cdot \phi_1 \end{matrix} \quad s_t := \min \left( \left[ 20 \text{ cm } b \ 12 \cdot \phi_1 \right] \right) = 17 \text{ cm}$$

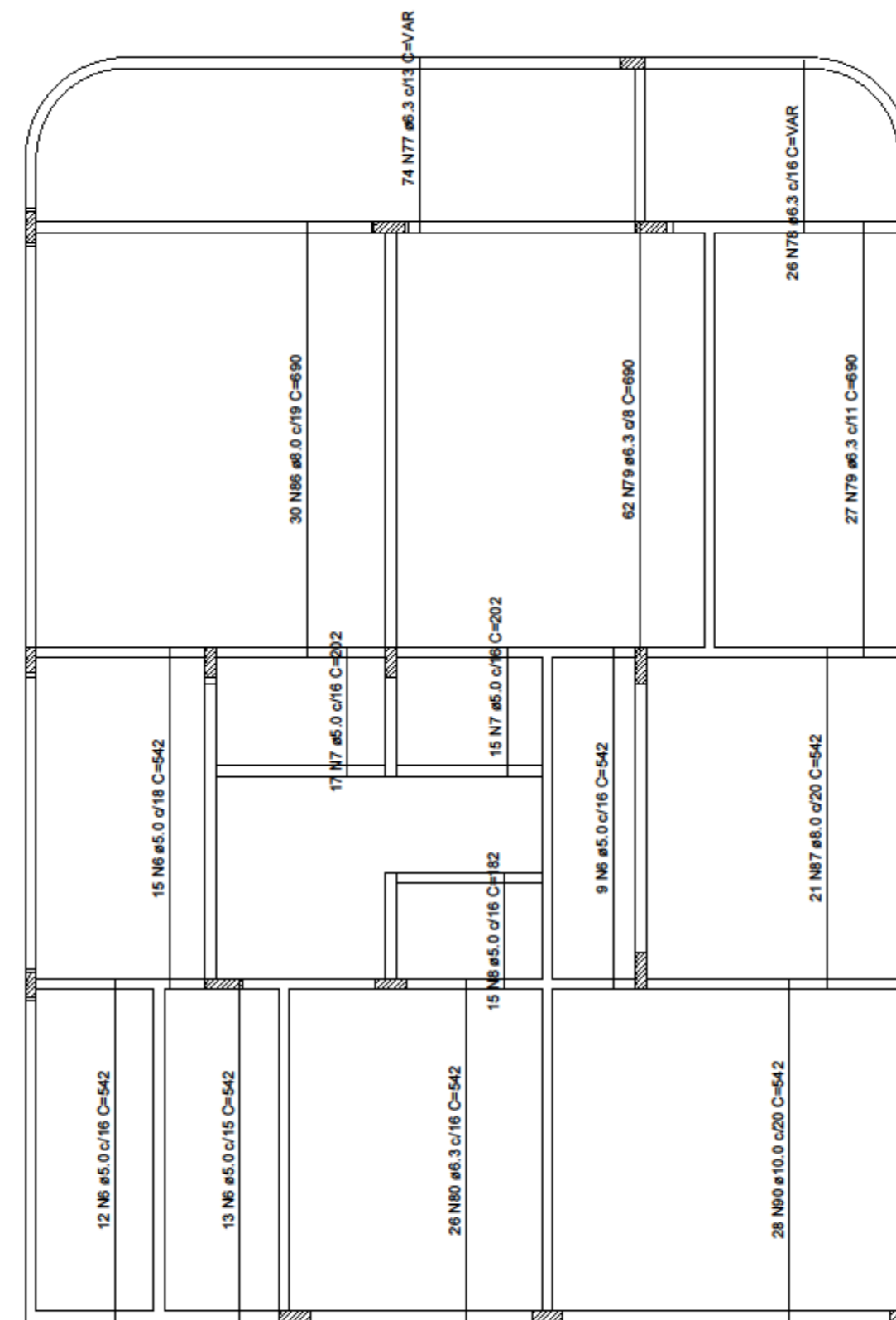
Suplementares: somente se  $a_h > 20\phi_t$  "Sim"

## **ANEXO D – Detalhamentos do Eberick**



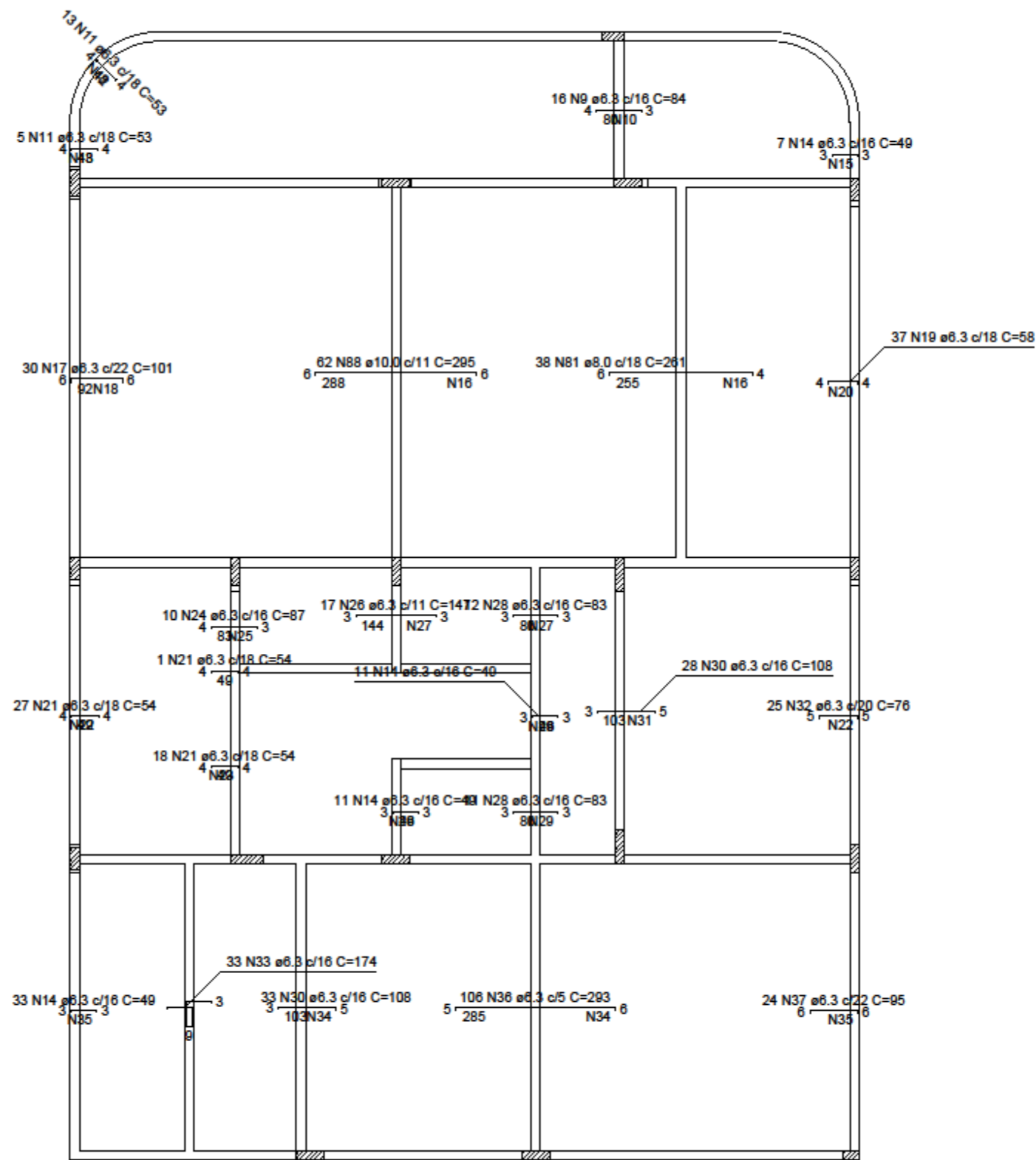
Armação positiva das lajes do pavimento Tipo 2 (Eixo X)

Feros de distribuição	
Ferro	Armadura de distribuição
N9	5 N10 ø6.3 c/16 C=260
N11	3 N12 ø6.3 c/18 C=214
N11	3 N13 ø6.3 c/18 C=94
N14	3 N15 ø6.3 c/16 C=116
N88	14 N16 ø6.3 c/21 C=678
N17	5 N18 ø6.3 c/22 C=670
N81	15 N16 ø6.3 c/18 C=678
N19	3 N20 ø6.3 c/18 C=658
N21	3 N22 ø6.3 c/18 C=494
N21	3 N23 ø6.3 c/18 C=333
N24	6 N25 ø6.3 c/16 C=152
N28	9 N27 ø6.3 c/16 C=190
N28	5 N27 ø6.3 c/16 C=190
N14	3 N29 ø6.3 c/16 C=170
N28	5 N29 ø6.3 c/16 C=170
N30	7 N31 ø6.3 c/16 C=454
N32	4 N22 ø6.3 c/20 C=494
N14	3 N29 ø6.3 c/16 C=170
N33	5 N34 ø6.3 c/16 C=530
N14	3 N35 ø6.3 c/16 C=520
N30	7 N34 ø6.3 c/16 C=530
N36	15 N34 ø6.3 c/20 C=530
N37	4 N35 ø6.3 c/22 C=520
N11	3 N38 ø6.3 c/18 C=807
N39	7 N40 ø6.3 c/18 C=559
N41	7 N42 ø6.3 c/18 C=392
N43	8 N44 ø6.3 c/16 C=75
N45	6 N46 ø6.3 c/16 C=310
N14	3 N47 ø6.3 c/16 C=214
N14	3 N48 ø6.3 c/16 C=277
N49	8 N50 ø6.3 c/18 C=287
N51	8 N52 ø6.3 c/16 C=288
N53	8 N54 ø6.3 c/16 C=250
N53	8 N55 ø6.3 c/16 C=150
N56	7 N57 ø6.3 c/20 C=110
N58	6 N46 ø6.3 c/18 C=310
N59	6 N60 ø6.3 c/16 C=205
N24	6 N61 ø6.3 c/16 C=88
N14	3 N62 ø6.3 c/16 C=144
N14	3 N63 ø6.3 c/16 C=145
N14	3 N54 ø6.3 c/16 C=250
N64	8 N55 ø6.3 c/16 C=150
N65	8 N66 ø6.3 c/20 C=420
N14	3 N54 ø6.3 c/16 C=250
N30	7 N67 ø6.3 c/16 C=240
N14	3 N68 ø6.3 c/16 C=205
N14	3 N68 ø6.3 c/16 C=207
N14	3 N69 ø6.3 c/16 C=82
N32	4 N70 ø6.3 c/20 C=160
N32	4 N71 ø6.3 c/20 C=384
N37	4 N72 ø6.3 c/22 C=554

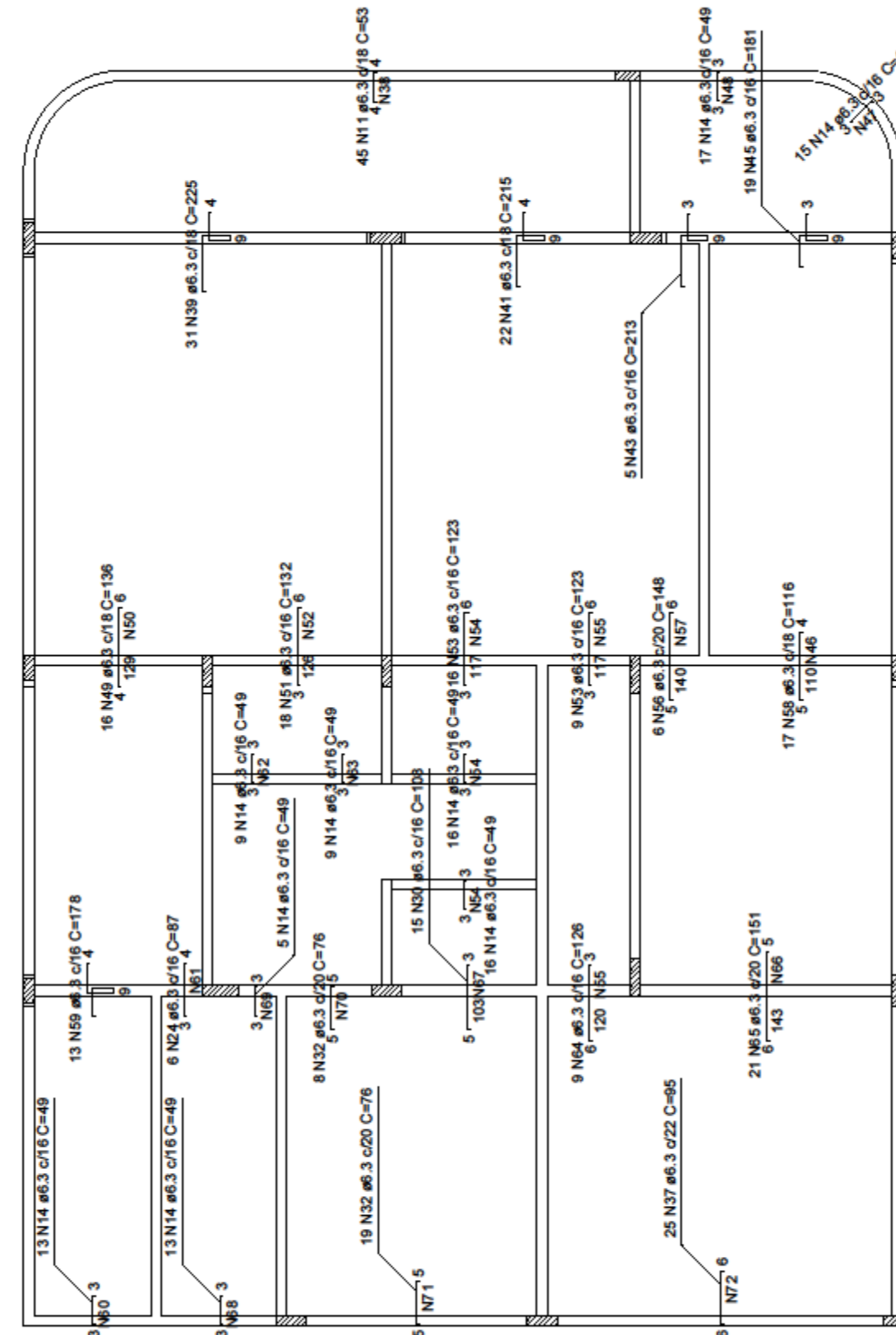


Armação positiva das lajes do pavimento Tipo 2 (Eixo Y)

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	PROJETA	DETALHAMENTOS	
1:75	LÍNGUA	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC	
1/3	OPERADOR	Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.	MARIA
A2			Maria Luiza Pereira Krauss



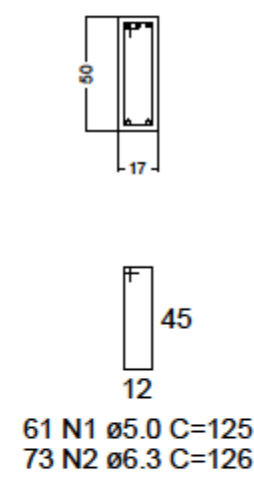
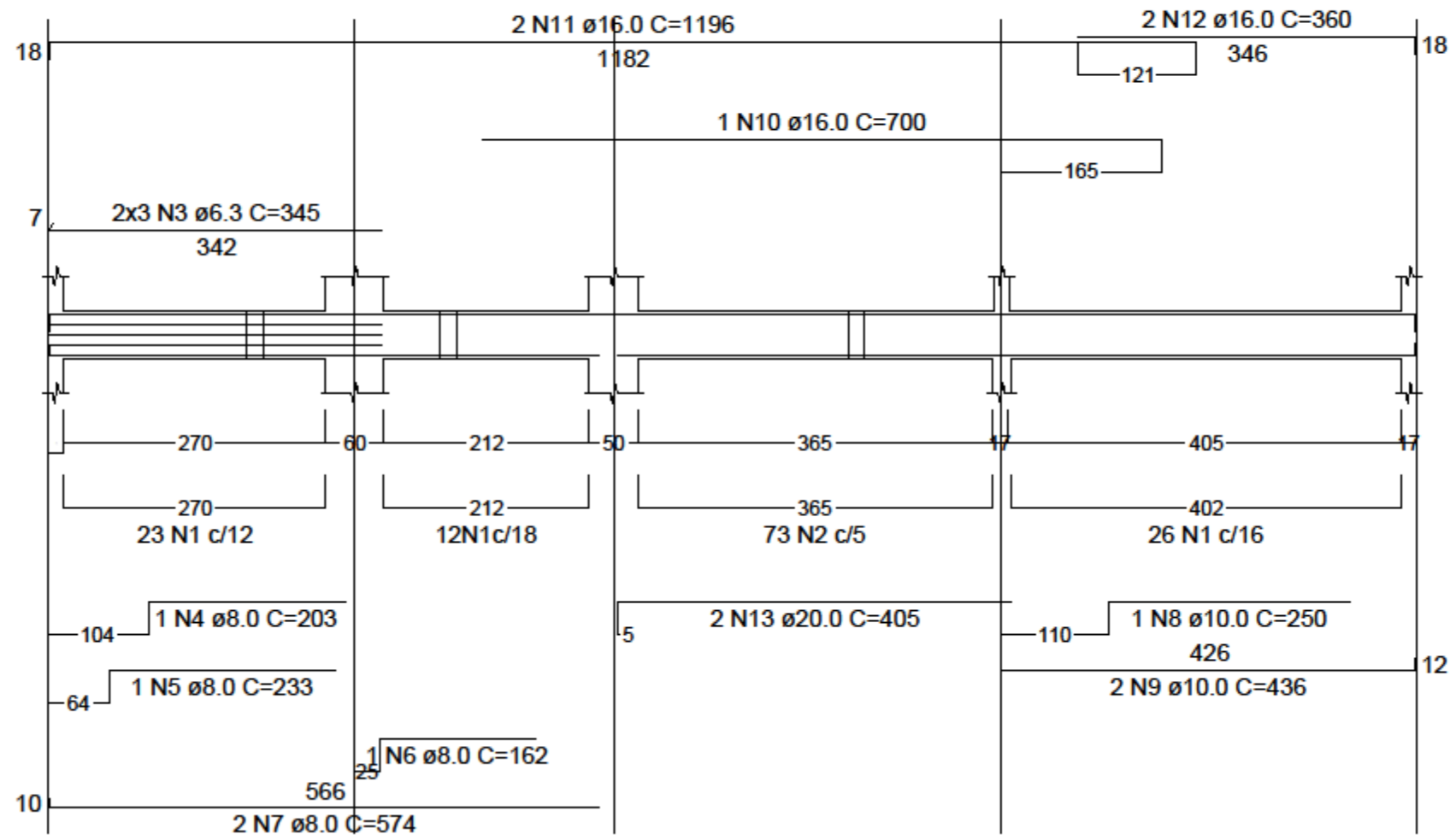
Armação negativa das lajes do pavimento Tipo 2 (Eixo X)



Armação negativa das lajes do pavimento Tipo 2 (Eixo Y)

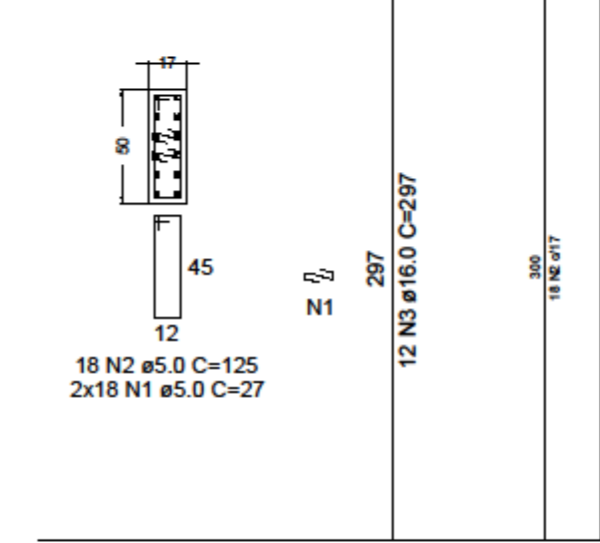
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	PROJETA	DETALHAMENTOS	
1:75	LAYOUT	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC	
2/3	OPERADOR	Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph D.	MARIA
A2			Maria Luiza Pereira Krauss

V5  
ESCALA 1:50

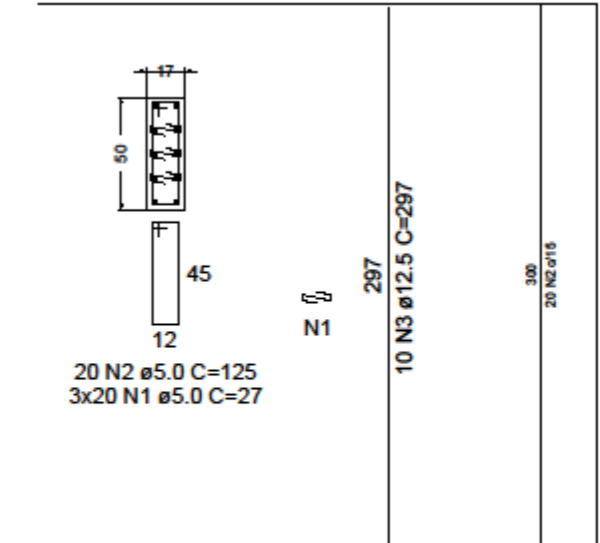


61 N1 ø5.0 C=125  
73 N2 ø6.3 C=126

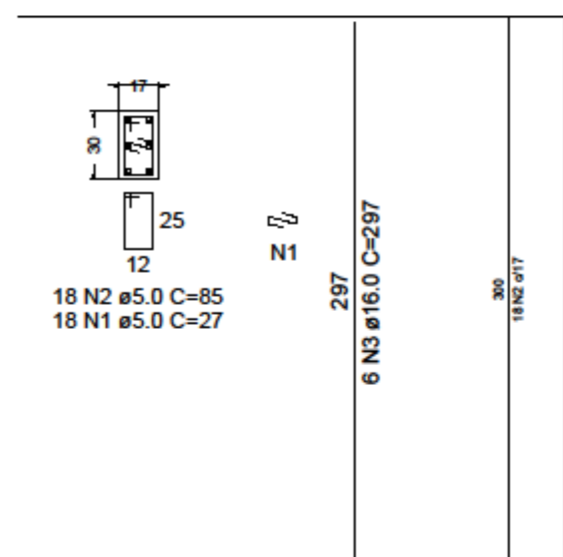
P8  
ESCALA 1:25



P15  
ESCALA 1:25



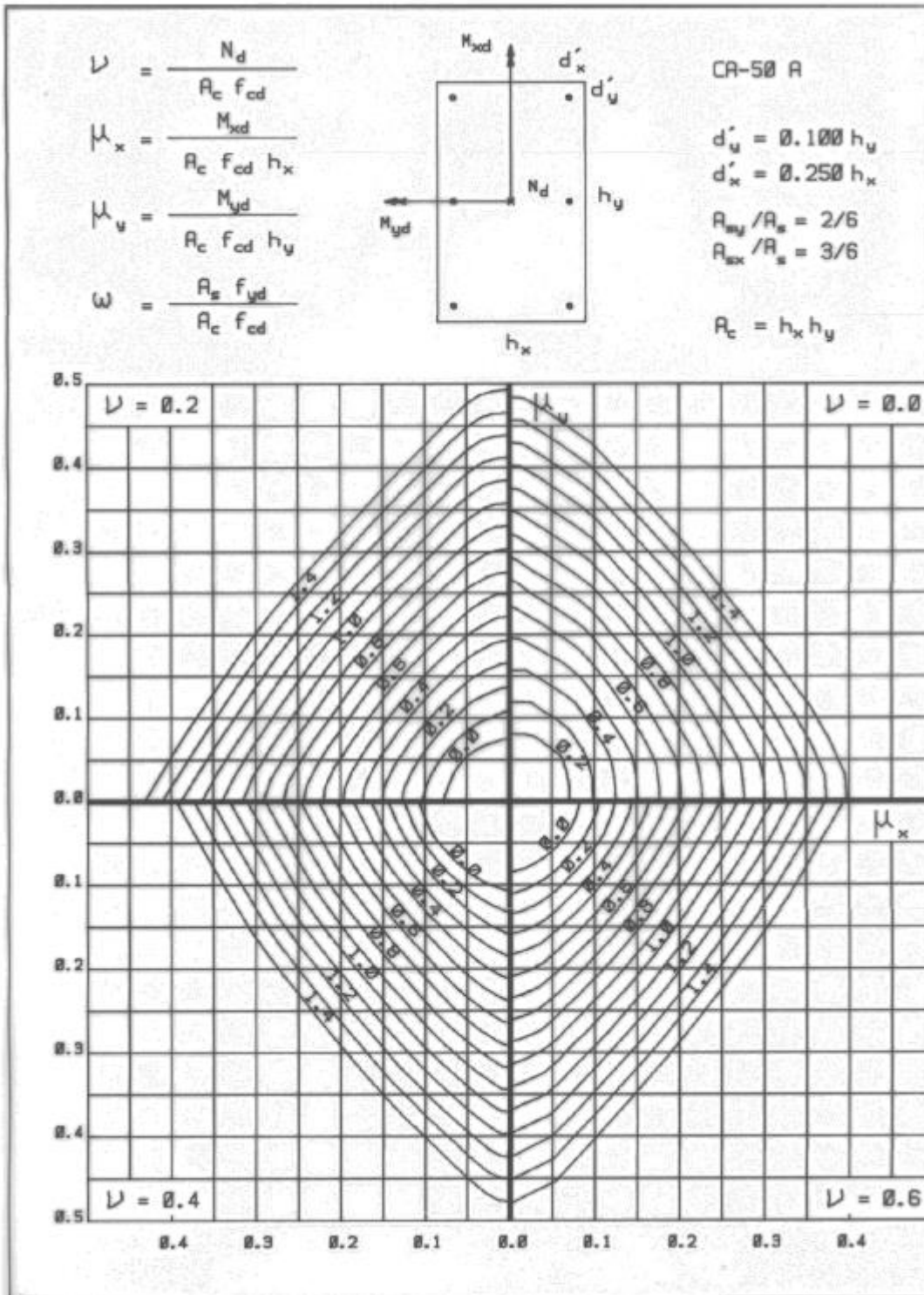
P18  
ESCALA 1:25



TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO			
11/2017	PROFESSOR	DETALHAMENTOS	
INDICADA	LÍMITE	CENTRO TECNOLÓGICO UFSC	
3/3	PROFESSOR	ROBERTO CALDAS DE ANDRADE PINTO, Ph D.	MARIA LUIZA PEREIRA KRAUSS
A2	FOLHA		

## **ANEXO E – Ábacos para Flexão Oblíqua**

6A



6B

