

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ESTUDO DE CASO: ALTERNATIVA ENTRE LAJE MACIÇA E NERVURADA  
DE CUBETAS NO PROJETO ESTRUTURAL DE CONCRETO ARMADO DE  
UM PAVIMENTO TIPO DE EDIFÍCIO RESIDENCIAL**

**GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS**

**FLORIANÓPOLIS**

**2017**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Santos, Guilherme Augusto Melo

ESTUDO DE CASO: ALTERNATIVA ENTRE LAJE MACIÇA E NERVURADA DE CUBETAS NO PROJETO  
ESTRUTURAL DE CONCRETO ARMADO DE PAVIMENTO TIPO DE EDIFÍCIO RESIDENCIAL/

Guilherme Augusto Melo Santos ; orientador, NARBAL ATALIBA MARCELINO, 2017.

134 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) –  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico,  
Graduação em Engenharia Civil, Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

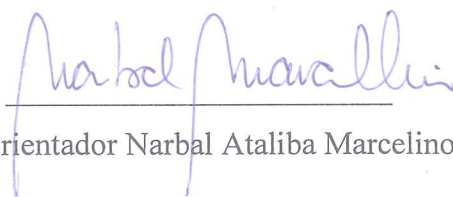
1. Engenharia Civil. 2. Estruturas em concreto armado. 3. Laje Maciça. 4. Laje Nervurada. 5. Projeto Estrutural. I. MARCELINO, NARBAL ATALIBA. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

Guilherme Augusto Melo Santos

Este Trabalho Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pela Comissão Examinadora e pelo Curso de Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 24 de Novembro de 2017.

**Banca Examinadora:**



Prof. e Orientador Narbal Ataliba Marcelino, Dr.

Prof. Lourenço Panosso Perlin, Dr.

Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Altevir Castro dos Santos, Dr.

Universidade Estadual do Oeste do Paraná

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, por me manter vivo até o presente instante.

Ao meu irmão Antônio, pela companhia e pelo companheirismo.

À minha namorada Sarah, pela paciência e “suporte” nas horas difíceis.

Ao meu amigo Claus, pelo auxílio na confecção deste trabalho e pela camaradagem.

Ao meu amigo Marcos, por tornar meus dias mais felizes e mostrar que a minha vida é melhor do que eu imaginava.

Ao meu amigo Ricardo, por me mostrar que ainda existe uma esperança na minha vida.

Ao meu amigo Roberto por sua hospitalidade.

Ao meu amigo Matheus por me lembrar das cargas horárias dos semestres da graduação.

Ao meu amigo Giancarlo, pelas avaliações psicológicas.

Ao meu amigo Lucas, pelos conselhos financeiros.

Ao meu amigo Bruno, pelo empenho nos debates durante a graduação.

Aos professores da Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, pelos ensinamentos e por ajudar a despertar em mim o amor por esta área.

Ao professor Narbal, por ter me orientado durante este trabalho, ajudando sempre que possível de maneira atenciosa e com paciência.

## RESUMO

O presente trabalho trata da comparação entre tipos de laje para o projeto estrutural de um edifício residencial por meio dos critérios normativos apresentados na NBR 6118:2014. Os tipos de laje abordados são: laje maciça, laje nervurada bidirecional com cubetas e laje nervurada unidirecional com cubetas. São apresentadas as características arquitetônicas do projeto, os dimensionamentos dos elementos estruturais e um comparativo econômico entre os tipos de lajes abordados e um comparativo. Os dimensionamentos foram efetuados para o Estado Limite Último e verificados no Estado Limite de Serviço. Os cálculos foram feitos com o auxílio de planilhas eletrônicas e do software Ftool.

**Palavras-chave:** Estruturas em concreto armado. Laje Maciça. Laje Nervurada.

## **ABSTRACT**

The present work deals with the comparison between types of slab for the structural design of a residential building through the normative criteria presented in NBR 6118: 2014. The types of slab covered are: solid slab, bidirectional ribbed slab with buckets and unidirectional ribbed slab with buckets. Are presented the architectural characteristics of the project, the dimensioning of the structural elements and an economic comparison between the types of slabs displayed. The scales have been made to the Ultimate limit state and checked in the Serviceability Limit State. The calculations were made with the aid of spreadsheets and Ftool software.

**Palavras-chave:** Structures in reinforced concrete. Solid slab. Ribbed slab.

## LISTA DE IMAGENS

Imagem 1 – Projeto Arquitetônico .....	2
Imagem 2 – Espaço Destinado à Escada .....	6
Imagem 3 – Modelo da Escada.....	7
Imagem 4 – Modelo da Escada em Outro Ângulo .....	8
Imagem 5 – Divisão da Escada com Vigas Intermédias .....	8
Imagem 6 – Esforço cortante entre segundo e terceiro patamar.....	11
Imagem 7 – Carregamento Ultimo entre o primeiro e segundo patamar .....	12
Imagem 8 – Detalhamento da armadura para evitar o efeito de Empuxo ao Vazio .....	15
Imagem 9 – Detalhamento da Escada .....	17
Imagem 10 – Carregamento do primeiro ao segundo patamar com combinação quase-permanente.....	18
Imagem 11 – Laje 8.....	42
Imagem 12 – Momentos negativos da Laje 8.....	47
Imagem 13 –Carregamento da V36.....	67
Imagem 14 – Esforço cortante da V36 .....	68
Imagem 15 – Momento fletor da V36 .....	68
Imagem 16 –Detalhamento da V36.....	90
Imagem 17 – Momentos fletores da V36 com o carregamento quase-permanente de serviço.....	91

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Densidade dos Materiais.....	4
Tabela 2 – Classes de Agressividade Ambiental.....	4
Tabela 3 – Cobrimento Nominal .....	5
Tabela 4 –Carregamentos da Escada .....	9
Tabela 5 – Coeficientes de aderência .....	16
Tabela 6 – Reações nos apoios das lajes maciças .....	28
Tabela 7 – Tabela de momentos nas lajes maciças .....	28
Tabela 8 – Armadura longitudinal positiva das lajes maciças.....	31
Tabela 9 – Armaduras negativas das lajes maciças .....	32
Tabela 10 –Flechas nas lajes maciças .....	38
Tabela 11 – Flechas de vibração nas lajes maciças .....	38
Tabela 12 –Verificação de cisalhamento nas lajes maciças .....	39
Tabela 13 – Camadas da laje 8 .....	45
Tabela 14 –Taxa mínima de armadura em vigas .....	63
Tabela 15 –Características das cubetas .....	96
Tabela 16 –Vãos efetivos das lajes nervuradas bidirecionais.....	96
Tabela 17 – Reações nos apoios das lajes nervuradas bidirecionais .....	97
Tabela 18 –Momentos fletores nas lajes nervuradas bidirecionais .....	97
Tabela 19 –Armadura longitudinal em lajes nervuradas bidirecionais .....	98
Tabela 20 –Armadura negativa das lajes nervuradas bidirecionais.....	100
Tabela 21 – Armadura de distribuição nas lajes nervuradas bidirecionais.....	102
Tabela 22 –Momentos fletores e momento de fissuração nas lajes nervuradas bidirecionais .....	103
Tabela 23 – Cisalhamento nas lajes nervuradas bidirecionais .....	104
Tabela 24 –Características das cubetas unidirecionais.....	106
Tabela 25 –Esforços nas laes nervuradas unidirecionais.....	107
Tabela 26 – Vãos efetivos das lajes nervuradas unidirecionais.....	107
Tabela 27 –Armadura positiva nas lajes nervuradas unidirecionais.....	108
Tabela 28 – Armadura de distribuição das lajes nervuradas unidirecionais.....	109
Tabela 29 –Momento de fissuração das lajes nervuradas unidirecionais.....	110
Tabela 30 –Flechas nas lajes nervuradas unidirecionais .....	111
Tabela 31 – Flechas por vibração nas lajes nervuras unidirecionais.....	111
Tabela 32 –Cisalhamento nas lajes nervuradas unidirecionais .....	112



Tabela 33 –Quantitativo das lajes.....	113
Tabela 34 – Preço total da laje maciça .....	113
Tabela 35 – Preço total da laje nervurada bidirecional .....	113
Tabela 36 – Preço total da laje nervurada unidirecional .....	114
Tabela 37 – Quantitativo das Vigas.....	114
Tabela 38– Preço total das vigas da laje maciça .....	114
Tabela 39– Preço total das vigas da laje nevurada bidirecional .....	115
Tabela 40– Preço total das vigas da laje nevurada unidirecional .....	115
Tabela 41– Comparativo entre preços sem repetição .....	115

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Concepção Estrutural .....</b>	<b>2</b>
<b>2.1</b>	<b>Projeto Arquitetônico.....</b>	<b>2</b>
<b>2.2</b>	<b>Planta de Forma .....</b>	<b>3</b>
<b>2.3</b>	<b>Considerações Iniciais.....</b>	<b>3</b>
<b>2.3.1</b>	<b>Estrutura .....</b>	<b>3</b>
<b>2.4.1</b>	<b>Materiais.....</b>	<b>3</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Classe de Agressividade .....</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Escada.....</b>	<b>5</b>
<b>3.1</b>	<b>Concepção Estrutural .....</b>	<b>5</b>
<b>3.2</b>	<b>Esforços .....</b>	<b>9</b>
<b>3.3</b>	<b>Armaduras .....</b>	<b>11</b>
<b>3.4</b>	<b>Flechas .....</b>	<b>17</b>
<b>3.5</b>	<b>Esforço Cortante.....</b>	<b>22</b>
<b>4</b>	<b>Projeto com Lajes Maciças .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1</b>	<b>Lajes.....</b>	<b>24</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Pré-dimensionamento .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Vinculações.....</b>	<b>24</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Carregamento .....</b>	<b>24</b>
<b>4.1.4</b>	<b>Esforços .....</b>	<b>25</b>
<b>4.1.4.1</b>	<b>Compatibilização dos Momentos Negativos .....</b>	<b>26</b>
<b>4.1.4.2</b>	<b>Ajuste dos Momentos Positivos .....</b>	<b>27</b>
<b>4.1.5</b>	<b>Armaduras .....</b>	<b>29</b>
<b>4.1.5.1</b>	<b>Armadura Positiva .....</b>	<b>30</b>
<b>4.1.5.2</b>	<b>Armadura Secundária em Lajes Unidirecionais .....</b>	<b>30</b>
<b>4.1.5.3</b>	<b>Armadura Negativa.....</b>	<b>32</b>
<b>4.1.6.</b>	<b>Verificação de Deformação.....</b>	<b>34</b>
<b>4.1.7</b>	<b>Verificação ao Cisalhamento.....</b>	<b>39</b>
<b>4.1.8</b>	<b>Exemplo: Laje 8.....</b>	<b>41</b>
<b>4.2</b>	<b>Vigas .....</b>	<b>61</b>

4.2.1	Pré-dimensionamento .....	61
4.2.2	Esforços .....	61
4.2.3	Dimensionamento das Armaduras.....	61
4.2.3.1	Armadura Longitudinal .....	62
4.2.3.2	Ancoragem .....	63
4.2.3.3	Armadura Transversal .....	64
4.2.4	Limite de Deformação.....	66
4.2.5	Exemplo de Cálculo: V36.....	66
4.2.5.1	Limites de Deformação .....	91
5	Projeto com Lajes Nervuradas de Cubetas Bidirecionais .....	95
5.1	Vinculações.....	96
5.2	Vão Efetivo.....	96
5.3	Esforços .....	97
5.4	Armaduras .....	98
5.5	Limite de Deformações .....	103
5.6	Limites De Esforço Cortante .....	103
6	Projeto com Lajes Nervuradas de Cubetas Unidirecionais.....	106
6.1	Vinculações.....	106
6.2	Esforços .....	106
6.3	Vão Efetivo.....	107
6.4	Armaduras .....	108
6.5	Limite de Deformações .....	110
6.6	Limites De Esforço Cortante .....	112
7	Quantitativos e Análise de Custo .....	112
7.1	Lajes.....	113
7.1.1	Quantitativos.....	113
7.1.2	Preços.....	113
7.2	Vigas .....	114
7.2.1	Quantitativos.....	114
7.2.2	Preços.....	114
7.3	Comparativo .....	115
7.3.1	Preços Sem Repetição .....	112
8	Conclusão .....	115
8.1	Suções Para Trabalhos Futuros.....	116



## **1 Introdução**

O campo de engenharia de estruturas é uma das atribuições do engenheiro civil. É parte integrante e primordial desse ramo o conhecimento do comportamento das estruturas, como análise dos esforços, análise de deformações e interpretação de resultados. A partir dessas três características, pode-se obter proveito desse conhecimento para projetar uma edificação que possibilite o racionamento de recursos materiais e financeiros, obedeça a norma, satisfaça critérios de segurança e seja durável.

Será desenvolvido nesse trabalho o projeto estrutural de uma edificação em concreto armado moldado in loco. Foi escolhido um projeto arquitetônico, foram lançados e dimensionados os elementos e será realizada uma comparação entre três tipos de lajes: maciça, nervurada unidirecional e nervurada bidirecional. E posteriormente será apresentada uma comparação econômica entre os valores finais obtidos.

Para produção teórica e prática desse trabalho será feito o uso de notas de aulas, apostilas, artigos técnicos, livros e normas técnicas, além do auxílio do professor-orientador.

### **1.1 Objetivo**

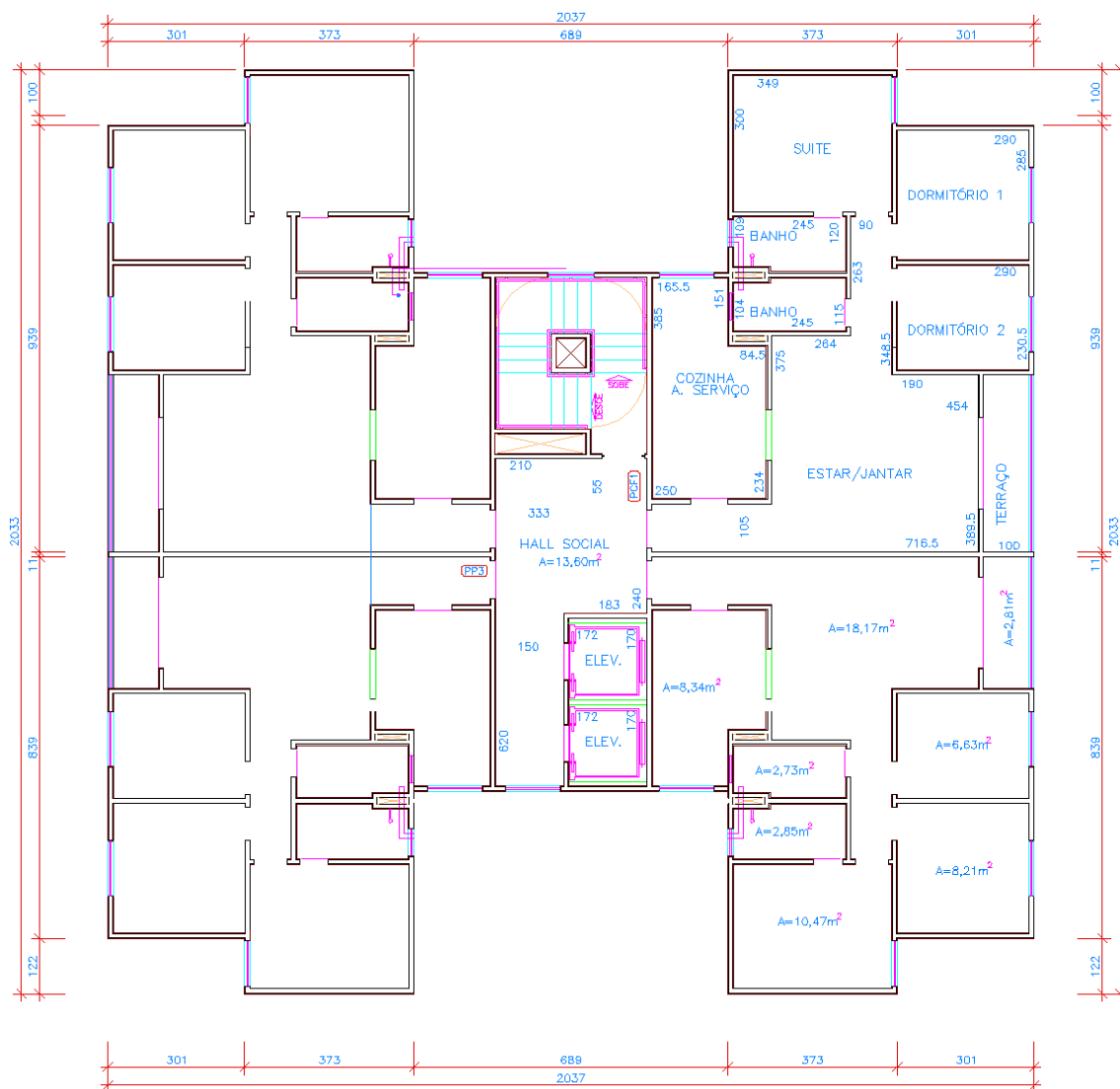
Elaborar o projeto estrutural das lajes e vigas de um pavimento tipo, considerando três alternativas para o tipo de laje (laje maciça, laje nervurada bidirecional com cubetas e laje nervurada unidirecional com cubetas). Comparar os resultados obtidos e definir qual alternativa é a mais econômica.

## 2 Concepção Estrutural

### 2.1 Projeto Arquitetônico

Foi escolhido o projeto arquitetônico de um pavimento tipo de um edifício residencial para o dimensionamento de sua estrutura. A planta baixa pode ser vista na figura abaixo.

Imagem 1 - Projeto Arquitetônico



Fonte: Autor

O pavimento tipo possui quatro unidades habitacionais, cada uma com 60,21 m<sup>2</sup>. Além de possuir também um hall social que liga a entrada as quatro unidades, uma escada de quatro lances e 2 elevadores.

## **2.2 Planta de Forma**

Após um estudo sobre a planta arquitetônica apresentada acima, foi criada uma planta de forma da estrutura, mostrando a divisão das lajes, o posicionamento das vigas e dos pilares, assim como as dimensões iniciais dos elementos estruturais.

As dimensões inicial de todas as vigas foram 12 cm de largura por 40 cm de altura, e as dimensões dos pilares foram definidas como 20 cm por 40 cm.

Pelo fato de o pavimento apresentar simetria horizontal os elementos estruturais serão dimensionados somente para o lado esquerdo da planta baixa e repetidos para o lado direito, exceto em casos onde existem diferenças entre os dois lados. A planta de forma pode ser observada no Anexo 1.

## **2.3 Considerações iniciais**

Foram definidas algumas propriedades para possibilitar o dimensionamento dos elementos estruturais.

### **2.3.1 Estrutura**

A estrutura do pavimento será toda feita em concreto armado, cujas características estão apresentadas no item abaixo. O pé-direito utilizado será de 2,6 m. A escada possuirá 4 lances, com 3 degraus e um patamar por lance. Os tipos de lajes utilizados serão laje maciça, laje nervurada com cubetas bidirecional e laje pré-moldada com cubetas unidirecional. Será considerado uma camada de contrapiso e uma de acabamento sobre todas as lajes do pavimento.

### **2.4.1 Materiais**

Serão utilizados Aços CA-50 e CA-60, ambos com módulo de elasticidade de 210 GPa e com, assim como concreto com Fck de 25 MPa, módulo de elasticidade inicial (Eci) de 28 GPa e módulo de elasticidade seco (Ecs) de 23,8 GPa. As paredes de vedação internas e externas serão construídas com tijolo cerâmico e terão espessura de 15 cm após a aplicação do revestimento.

As densidades utilizadas para cada material podem ser observadas na tabela abaixo.

Tabela 1 - Densidade dos Materiais

Elemento	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )
Concreto armado	25
Contrapiso	21
Reboco	19
Acabamento	18
Parede	13

Fonte: Autor

## 2.4.2 Classe de Agressividade

A classe de agressividade foi definida seguindo a Tabela 6.1 da NBR 6118 (2014, p. 17), apresentada na imagem abaixo.

Tabela 2 - Classes de Agressividade Ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>a, b</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>a</sup>	Grande
		Industrial <sup>a, b</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>a, c</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>a</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>b</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

<sup>c</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: NBR 6118:2014 (p. 17)

O edifício será construído em Florianópolis, afastado da costa, logo a classe de agressividade ambiental foi definida como urbana, por se tratar de um edifício residencial construído em ambiente urbano. Com isso definido e utilizando a Tabela 7.2 da NBR-6118 (2014, p. 20) foram definidos os cobrimentos nominais para os elementos estruturais do projeto.



Tabela 3 - Cobrimento Nominal

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (Tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>c</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>b</sup>	20	25	35	45
	Viga/pilar	25	30	40	50
	Elementos estruturais em contato com o solo <sup>d</sup>	30		40	50
Concreto protendido <sup>a</sup>	Laje	25	30	40	50
	Viga/pilar	30	35	45	55

<sup>a</sup> Cobrimento nominal da bainha ou dos fios, cabos e cordoalhas. O cobrimento da armadura passiva deve respeitar os cobrimentos para concreto armado.

<sup>b</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta Tabela podem ser substituídas pelas de 7.4.7.5, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.

<sup>c</sup> Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

<sup>d</sup> No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45$  mm.

Fonte: NBR 6118:2014 (p. 20)

Seguindo a tabela acima, o cobrimento para vigas e pilares foi definido como 30 mm e o cobrimento das lajes foi definido como 25 mm para a face inferior e 15 mm para a face superior.

### 3 Escada

Com o intuito de evitar um trabalho muito extenso será dimensionado neste trabalho apenas a parte da escada composta pelo primeiro patamar, primeiro lance de degraus e segundo patamar.

#### 3.1 Concepção Estrutural

A escada terá 4 lances e uma altura total igual ao pé-direito de 2,6 m mais a altura da laje de 0,12 m, logo, a altura de cada lance será definido como:

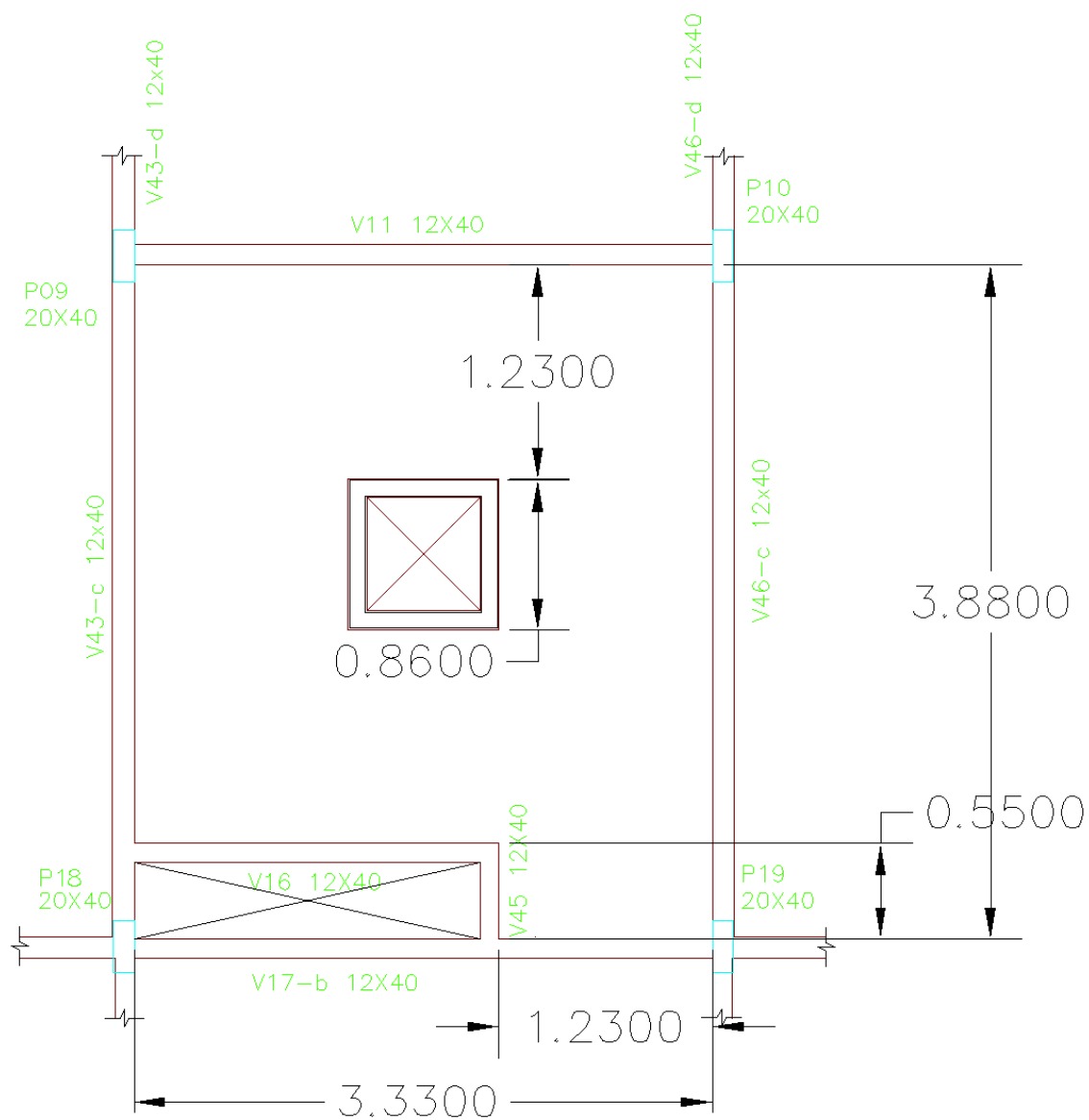
$$H(\text{Lance}) = \frac{260 + 12}{4} = 68 \text{ cm}$$

Com 3 degraus e 1 patamar por lance, a altura de cada um deles será de:

$$h = \frac{68}{4} = 17 \text{ cm}$$

O espaço destinado a escada no projeto arquitetônico pode ser observado na figura abaixo:

Imagem 2 - Espaço destinado a escada



Fonte: Autor

Com base nas medidas mostradas na imagem acima, a escada será composta de quatro patamares, sendo o primeiro de 1,23x1,78 m e os outros três de 1,23x1,23 m e 4 lances com 3 degraus de 0,86 metros de comprimento. Com isso definido a dimensão dos degraus será de:

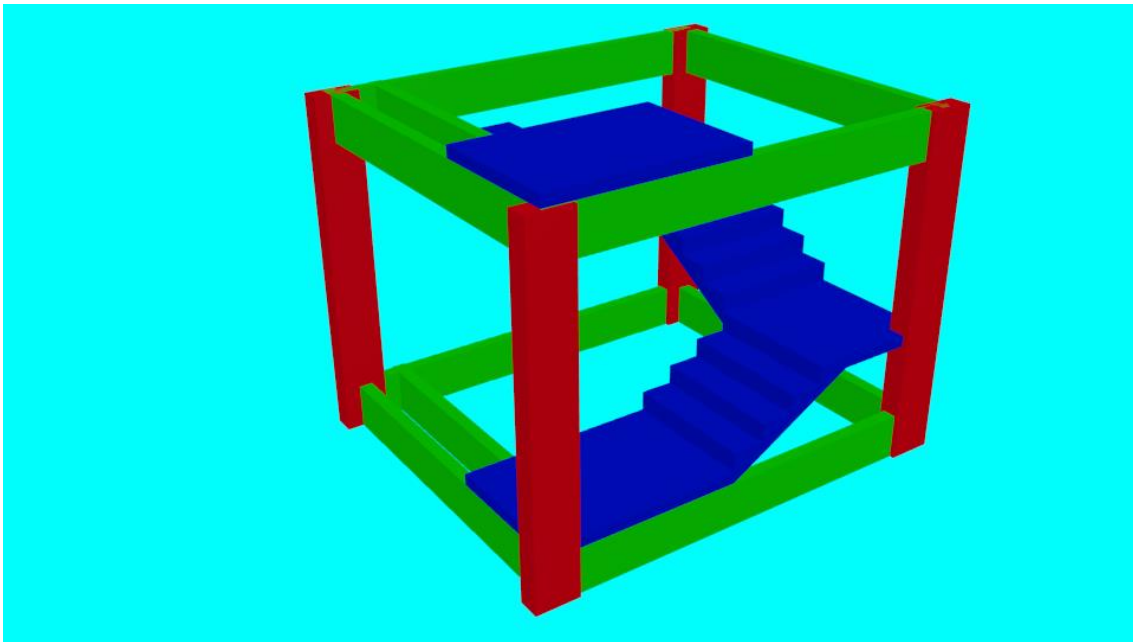
$$l = \frac{86}{3} = 28,6666\dots \approx 29 \text{ cm}$$

$$h = 17 \text{ cm}$$

Ou seja, a escada terá uma altura de 2,72 m, com degraus com espelho de 17 cm e piso de 27 cm.

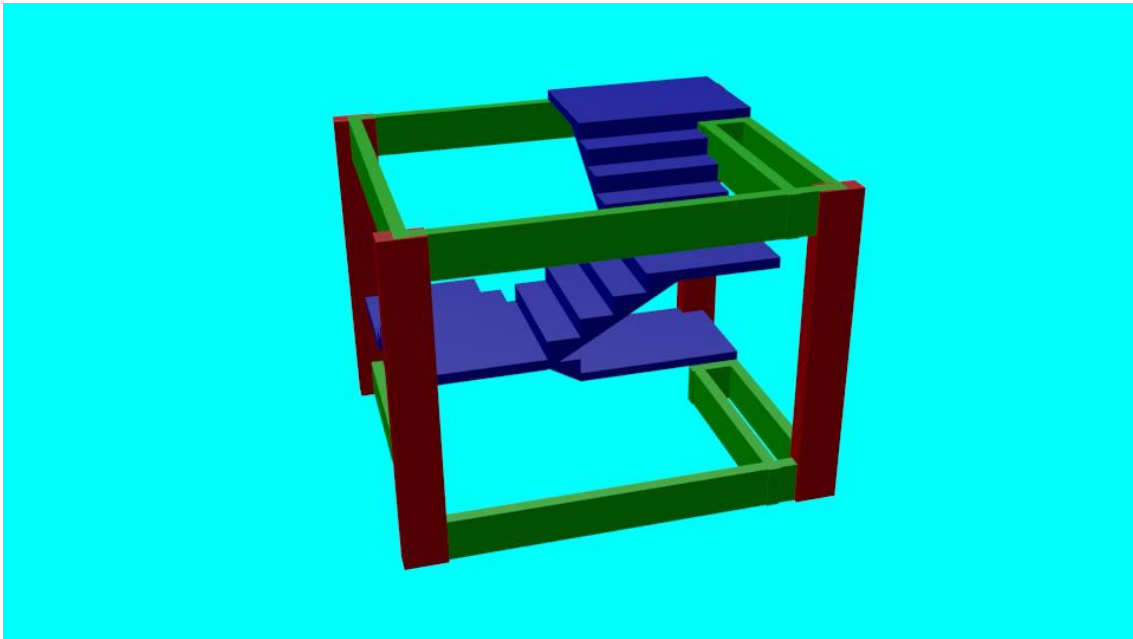
Para uma melhor visualização da concepção estrutural da escada foi feito um modelo em 3D no software Blender. O resultado pode ser observado abaixo.

Imagem 3 - Modelo da Escada



Fonte: Autor

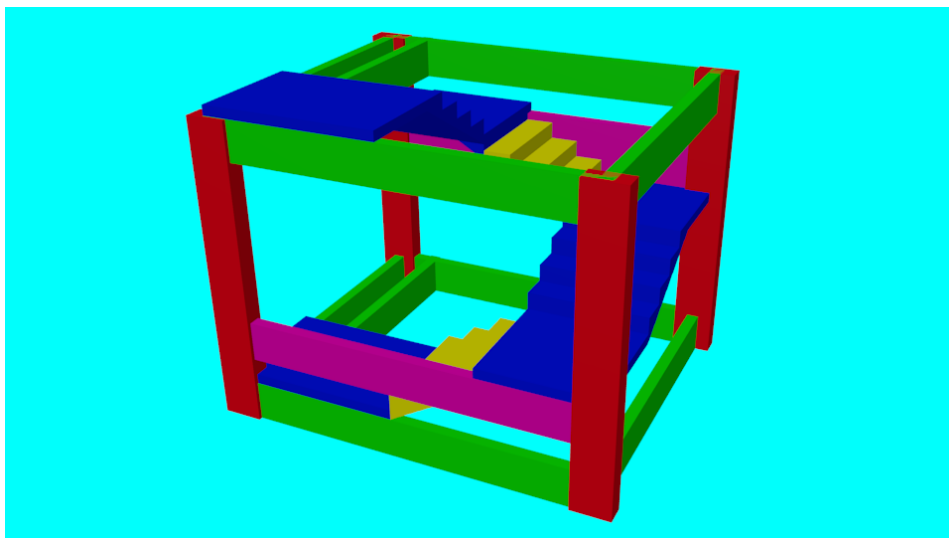
Imagem 4 - Modelo da Escada em outro ângulo



Fonte: Autor

Foi decidido que o primeiro patamar da escada será apoiado na viga V17-b, o segundo em uma viga intermediária entre os pilares P10 e P19, e o terceiro e quarto em uma viga intermediária entre os pilares P9 e P18. O primeiro patamar, primeiro lance de degraus e segundo patamar serão considerados uma laje para a obtenção de esforços e dimensionamento, assim como o terceiro patamar, terceiro lance de degraus e quarto patamar. Os dois lances de degraus restantes serão considerados duas lajes separadas e apoiadas nos patamares das outras duas lajes. As vigas intermediárias podem ser vistas em rosa na imagem abaixo, assim como a divisão da escada em lajes.

Imagem 5 - Divisão da escada com vigas intermediárias



Fonte: Autor

### 3.2 Esforços

Primeiramente foi definido o carregamento da escada. Para isso deve-se considerar o peso próprio, o peso do revestimento e a carga acidental. Inicialmente, a espessura da escada foi definida como 13 cm. Os carregamentos considerados podem ser vistos na tabela abaixo.

Tabela 4 - Carregamentos da Escada

Carregamento (kN/m <sup>2</sup> )	
Peso próprio ( $g_{pp}$ )	$25 \times h$
Revestimento ( $g_{rev}$ )	1,2
Carga acidental ( $q$ )	2,5

Fonte: Autor

Lance:

A inclinação da escada foi calculada usando a seguinte equação:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{e}{s}\right) = \arctan\left(\frac{17}{29}\right) = 30,67^\circ$$

Com isso calculou-se a altura média do lance:

$$hm = \frac{h}{\cos \alpha} + \frac{e}{2} = \frac{13}{\cos(30,67^\circ)} + \frac{17}{2} = 26,22 \text{ cm}$$

Com essa altura média pode-se calcular o peso próprio.

$$g_{pp_{lance}} = hm \times \gamma = 0,2622 \times 25 = 6,5 \text{ kN/m}^2$$

Com o peso próprio foram calculadas as combinações que serão usadas no dimensionamento.

Combinação Última:

$$q_{ELU} = 1,4 \times g_{pp_{lance}} + 1,4 \times g_{rev} + 1,4 \times q$$

$$q_{ELU} = 1,4 \times 6,5 + 1,4 \times 1,2 + 1,4 \times 2,5 = 14,36 \text{ kN/m}^2$$

Combinação Quase-Permanente:

$$q_{ELS} = g_{pp_{lance}} + g_{rev} + \Psi_2 \times q = 6,5 + 1,2 + 0,3 \times 2,5 = 8,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Patamar

Peso próprio:

$$g_{pp_{patamar}} = h \times \gamma = 0,13 \times 25 = 3,25 \text{ kN/m}^2$$

Combinação Última:

$$q_{ELU} = 1,4 \times g_{pp_{patamar}} + 1,4 \times g_{rev} + 1,4 \times q$$

$$q_{ELU} = 1,4 \times 3,25 + 1,4 \times 1,2 + 1,4 \times 2,5 = 9,73 \text{ kN/m}^2$$

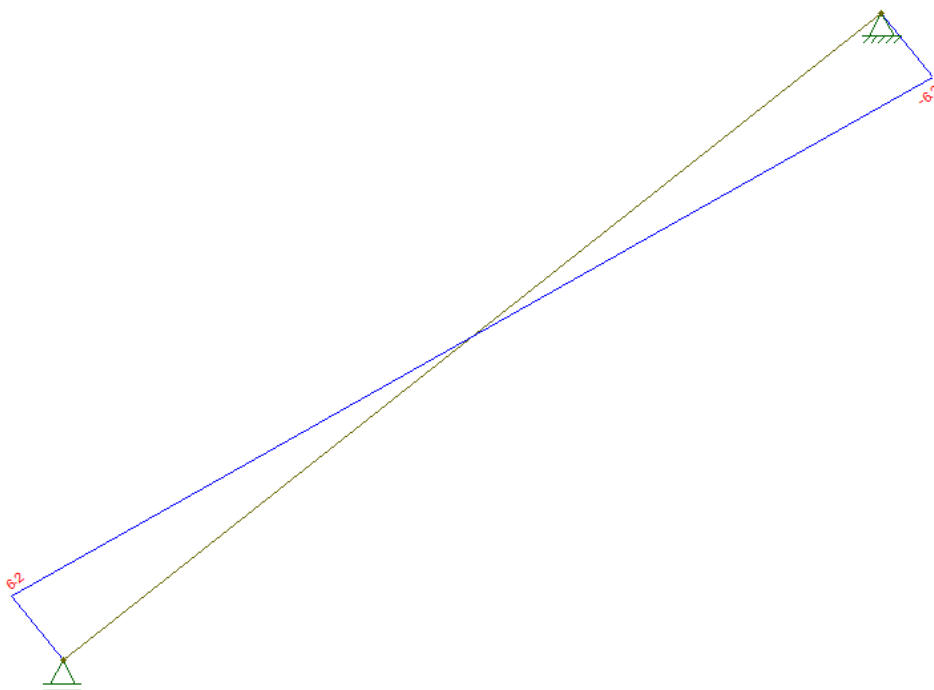
Combinação Quase-Permanente:

$$q_{ELS} = g_{pp_{patamar}} + g_{rev} + \Psi_2 \times q = 3,25 + 1,2 + 2,5 \times 0,3 = 5,45 \text{ kN/m}^2$$

### 3.3 Armaduras

Para o dimensionamento de armaduras será utilizado o carregamento obtido pela combinação última. Como o lance entre o segundo e o terceiro patamar serão apoiados sobre eles, deve ser determinado as suas reação, para isso foi utilizado o software Ftool com o carregamento resultante da combinação ultima de ações.

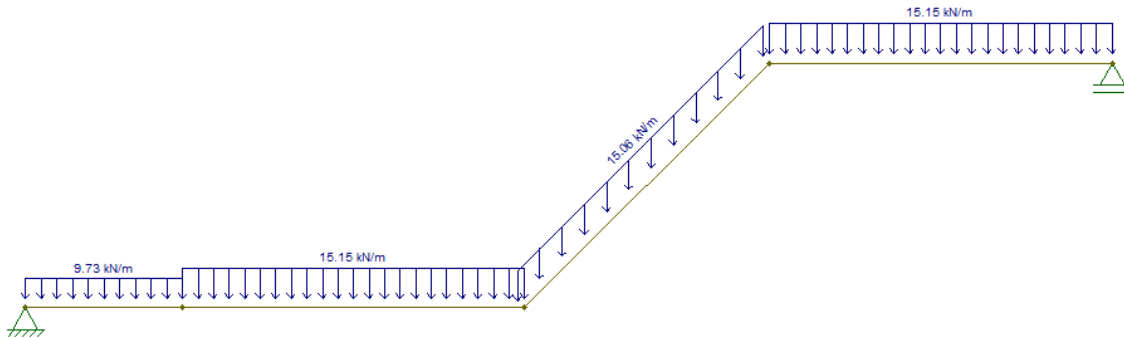
Imagem 6 - Esforço cortante entre o segundo e terceiro patamar



Fonte: Autor

A reação de 6,2 kN foi dividida por 1,2 m aplicada sobre os patamares e novamente utilizando o software Ftool foram encontrados os esforços do primeiro patamar ao segundo.

Imagem 7 - Carregamento último entre o primeiro e segundo patamar



Fonte: Autor

Com isso foram encontrados os seguintes esforços de cálculo:

$$Md = 30,8 \text{ kN.m}$$

$$Vd = 31,7 \text{ kN}$$

Com o  $Md$  definido é possível definir a linha neutra e com isso dimensionar a armadura longitudinal.

$$x = 1,25 \times d \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 \times f_{cd} \times b \times d^2}} \right)$$

Sendo:

$d$ : distância entre o centro da armadura longitudinal e a face superior da escada;

$f_{cd}$ : resistência de projeto do concreto à compressão;

$b$ : largura da escada.

Para a determinação do  $d$  será necessário definir o diâmetro da armadura longitudinal. Para isso deve-se respeitar o seguinte critério:

$$\phi l_{m\acute{a}x} = \frac{h}{8} = \frac{13}{8} = 1,625 \text{ cm}$$

Será utilizada uma armadura longitudinal de 10mm de diametro.



$$d = h - c - \frac{\phi l}{2} = 13 - 3 - \frac{1,0}{2} = 9,5 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \times 9,5 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{30,8 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 120 \times 9,5^2}} \right) = 2,17 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{2,17}{9,5} = 0,23 < 0,259: \text{Dominio 2}$$

A área de aço é calculada seguindo a seguinte equação.

$$A_s = \frac{Md}{f_{yd} \times (d - 0,4 \times x)} = \frac{30,8 \times 1,15}{50 \times (9,5 - 0,4 \times 2,17)} = 8,23 \text{ cm}^2$$

A armadura adotada deve ser maior que a calculada acima e maior que a armadura mínima, que será definida abaixo.

$$A_{s_{min}} = b \times h \times 0,0015 = 120 \times 0,13 \times 0,0015 = 2,34 \text{ cm}^2$$

Como  $A_{s_{min}}$  é menor que  $A_s$ , o último valor será considerado para o dimensionamento da armadura. Com isso deve-se calcular a quantidade de barras da armadura longitudinal e em seguida seu espaçamento.

$$A_{s_{barra}} = 0,5^2 \times \pi = 0,785 \text{ cm}^2$$

$$n = \frac{A_s}{A_{s_{barra}}} = \frac{8,23}{0,785} = 10,48 \text{ Barras}$$

$$s = \frac{b}{n} = \frac{120}{10,48} = 11,48 \text{ cm}$$

Este espaçamento deve seguir o critério do espaçamento máximo demonstrado abaixo.

$$S_{m\acute{a}x} \leq 20 \text{ cm}$$

$$S_{m\acute{a}x} \leq 2 \times h = 2 \times 13 = 26 \text{ cm}$$

$$\text{Logo, } S_{m\acute{a}x} = 20 \text{ cm} > S = 11 \text{ cm.}$$

Quantidade de barras longitudinais:

$$Q = \frac{b}{s} = \frac{120}{11} = 10,9 = 11 \text{ Barras}$$

Área de aço adotada:

$$A_{sef} = 11 \times (0,5)^2 \times \pi = 8,63 \text{ cm}^2$$

Deve-se também dimensionar a armadura secundária seguindo os seguintes critérios:

$$A_{s_{sec}} \geq 0,2 \times A_s = 0,2 \times 8,21 = 1,64 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{sec}} \geq 0,5 \times A_{s_{min}} = 0,5 \times 2,34 = 1,17 \text{ cm}^2$$

$$\text{Logo, } A_{s_{sec}} = 1,64 \text{ cm}^2$$

Usando um diametro de 6,3 mm para a armadura secundaria tem-se:

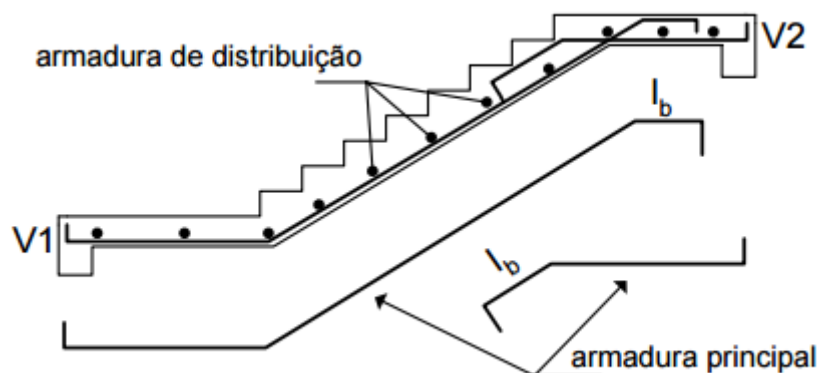
$$n = \frac{1,64}{\left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi} = 5,27$$

$$S = \frac{120}{5,27} = 22,78 \approx 22 \text{ cm}$$

$$Q = \frac{333}{22} = 15,14 \approx 16 \text{ Barras}$$

Deve-se também projetar uma armadura especial no encontro dos degraus com o patamar devido ao empuxo ao vazio. Essa armadura pode ser observada na figura abaixo.

Imagem 8 - Detalhamento da armadura para evitar o efeito empuxo ao vazio



Fonte: ARAÚJO, 2010

Para o dimensionamento desta armadura deve-se calcular o comprimento básico de ancoragem ( $l_b$ ) de acordo com a expressão abaixo.

$$l_b = \frac{\Phi_l \times f_{yd}}{4 \times f_{bd}}$$

Sendo:

$\Phi_l$ : diâmetro da armadura longitudinal;

$f_{yd}$ : resistência de cálculo do aço utilizado, neste caso CA-50;

$f_{bd}$ : resistência a aderência entre aço e concreto.

$$fbd = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times fctd$$

Sendo:

$\eta_1$ : valor do coeficiente de aderência, retirado da tabela 8.3 da NBR 6118:2014;

$\eta_2$ : valor relacionado a aderência da região em que se encontra a armadura, sendo 1 para regiões de boa aderência e 0,7 para regiões de má aderência;

$\eta_3$ : valor relacionado ao diâmetro da barra, é igual a 1 para barras com menos de 32 mm de diâmetro;

$fctd$ : resistência à tração do concreto de cálculo.

Tabela 5 - Coeficientes de aderência

Tipo de superfície	$\eta_1$
Lisa	1,0
Entalhada	1,4
Nervurada	2,25

Fonte: NBR 6118 (2010, p. 29)

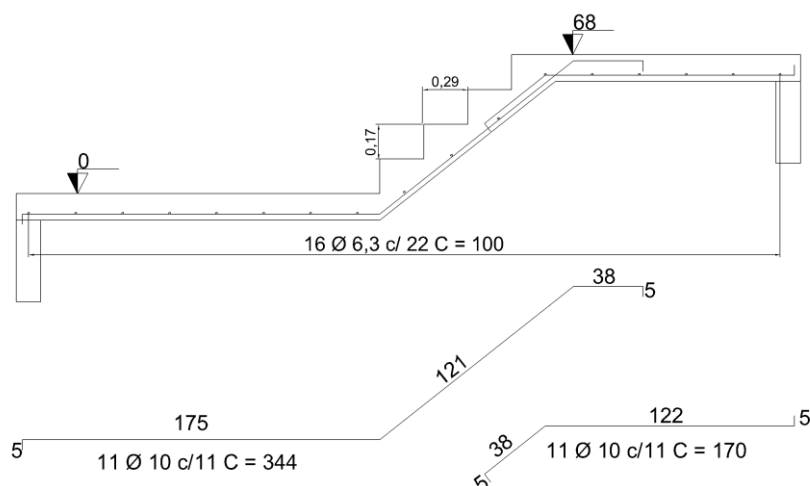
$$fctd = \frac{0,7 \times 0,3 \times fck^{2/3}}{1,4} = \frac{0,7 \times 0,3 \times 25^{2/3}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa}$$

Será considerado que a armadura encontra-se em uma região de boa aderência, terá barras nervuradas e diâmetro de 10mm.

$$fbd = 2,25 \times 1 \times 1 \times 1,28 = 2,88 \text{ MPa}$$

$$l_b = \frac{1,0 \times 500}{4 \times 2,88 \times 1,15} = 37,7 \text{ cm} \approx 38 \text{ cm}$$

Imagem 9 – Detalhamento da escada



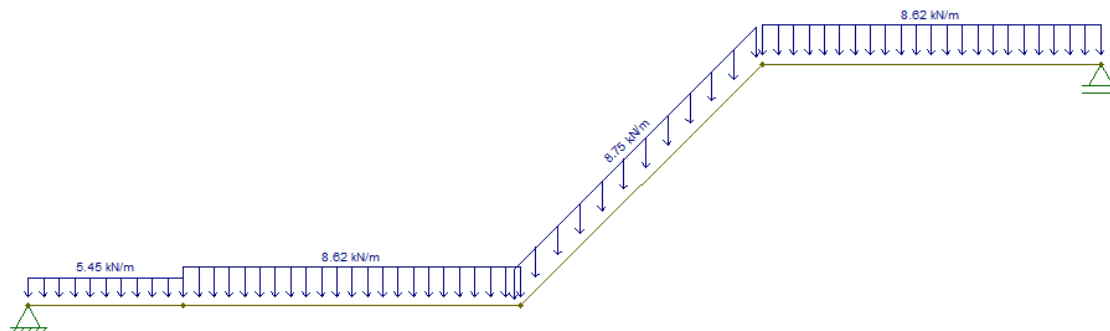
Fonte: Autor

### 3.4 Flechas

Para a conferência das flechas da escada foi utilizado a combinação quase-permanente. Tal como foi feito no dimensionamento das armaduras, também deve-se calcular as reações do lance entre o segundo e terceiro patamar e adicionar o valor ao carregamento dos patamares, porém desta vez usando a combinação de ações quase-permanente.

A reação de do lance sobre o patamar encontrada foi de 3,8 kN, ela foi dividida por 1,2 m aplicada sobre os patamares. Com o carregamento obtido pela combinação de serviço quase-permanente e a reação do lance anterior distribuída sobre os patamares foi utilizado o software Ftool para obter os esforços de neste trecho da escada.

Imagem 10 - Carregamento do primeiro ao segundo patamar com combinação quase-permanente



Fonte: Autor

Com o auxílio do software citado acima encontra-se os seguintes valores de esforços na estrutura:

$$M_a = 18 \text{ kN.m}$$

$$V_a = 18,1 \text{ kN}$$

Com os esforços definidos calcula-se o momento de fissuração com a seguinte equação:

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$$

Sendo:

$\alpha$ : fator aproximado da relação entre a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$f_{ct}$ : resistência à tração direta do concreto;

$I_c$ : momento de inércia da seção bruta de concreto;

$y_t$ : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

$$f_{ct} = 0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 0,3 \sqrt[3]{25^2} = 2,6 \text{ MPa} = 0,26 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_c = \frac{b \times h^3}{12} = \frac{120 \times 13^3}{12} = 22519,25 \text{ cm}^4$$

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ cm}$$

$$\alpha = 1,5 \text{ (Seção retangular)}$$

$$M_r = \frac{1,5 \times 0,26 \times 22519,25}{6,5} = 1333 \text{ kN.cm} = 13,33 \text{ kN.m}$$

$$M_a = 18,0 \text{ kN.m} > M_r = 13,33 \text{ kN.m}$$

Como o momento atuante é maior que o momento de fissuração, o lance será considerado fissurado e o momento de inércia utilizado será um momento de inércia equivalente, obtido usando o momento de inércia da seção bruta e o momento de inércia da seção fissurada.

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \times I_c + \left( 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right) \times I_{II}$$

Sendo:

$M_a$ : momento atuante na escada;

$M_r$ : momento de fissuração

$I_c$ : momento de inércia da seção bruta;

$I_{II}$ : momento de inércia da seção fissurada.

$$I_{II} = \frac{b \times X_{II}^3}{3} + \alpha e \times A_s \times (d - X_{II})^2$$

Sendo:

$X_{II}$ : posição da linha neutra da seção fissurada;

$\alpha e = E_s/E_c s$ ;

Es: módulo de elasticidade do aço;

Ecs: módulo de elasticidade do concreto.

$$\alpha e = \frac{210}{28} = 7,5$$

$$X_{II} = \frac{\alpha e \times A_{s_{ef}}}{b} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times b \times d}{\alpha e \times A_{s_{ef}}}} \right)$$

$$X_{II} = \frac{7,5 \times 8,63}{120} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 120 \times 9,5}{7,5 \times 8,63}} \right) = 2,7 \text{ cm}$$

$$I_{II} = \frac{120 \times 2,7}{3} + 7,5 \times 8,63 \times (9,5 - 2,7)^2 = 3758,69 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq} = \left( \frac{13,33}{18,0} \right)^3 \times 22519,25 + \left( 1 - \left( \frac{13,33}{18,0} \right)^3 \right) \times 3758,69 = 14941 \text{ cm}^4$$

Como o momento fletor nos apoios é nulo, essa região não está fissurada, logo seu momento de inércia é considerado o momento de inércia da seção bruta. Será feito então uma ponderação do momento de inércia equivalente usando um peso de 0,3 para o momento de inércia dos apoios e 0,7 para o momento de inércia nos vãos.

$$I_{eq}' = 0,3 \times I_c + 0,7 \times I_{eq} = 0,3 \times 22519,25 + 0,7 \times 14941 = 17214,47 \text{ cm}^4$$

Utilizando esse momento de inércia equivalente com esse trecho de escada com o carregamento resultante da combinação de acções quase permanentes no software Ftool obteve-se uma flecha máxima inicial.

$$f_0 = 5,7 \text{ mm}$$



Para a obtenção da flecha final foi considerado um coeficiente de fluência do concreto que foi obtido pela expressão abaixo.

$$\alpha f = \frac{\Delta \varepsilon}{1 + 50 \times \rho'}$$

Sendo:

$\Delta \varepsilon$ : diferença entre o  $\varepsilon$  inicial e o  $\varepsilon$  final;

$\varepsilon$ : valor em função do tempo;

$\rho'$ : taxa de armadura comprimida.

$$\varepsilon_0 = 0,68 \times (0,966 \times t) \times t^{0,32}$$

Com t sendo um mês:

$$\varepsilon_0 = 0,68 \times (0,966 \times 1) \times 1^{0,32} = 0,68$$

$\varepsilon_f = 2$  (Mais de 70 meses)

$\rho' = 0$

$$\alpha f = \frac{2 - 0,68}{1 + 50 \times 0} = 1,32$$

A flecha final pode ser obtida multiplicando-se a flecha inicial por um mais f.

$$f = 5,7 \times (1 + 1,32) = 13,22 \text{ mm}$$

A flecha limite pode ser obtida dividindo-se o vão por 250.

$$f_{lim} = \frac{l}{250} = \frac{3,88}{250} = 0,0155 \text{ m} = 15,5 \text{ mm}$$

Como a flecha limite é maior que a flecha final esse lance passa no requisito de aceitabilidade visual.

### 3.5 Esforço Cortante

Deve-se conferir a necessidade de uma armadura de esforço cortante. Admite-se que uma viga (neste caso uma escada) resiste ao esforço cortante sem armadura específica para isso quando a seguinte condição é atendida:

$$V_{sd} \leq VRd1$$

$$V_{sd} \leq VRd2$$

Sendo:

$$VRd1 = (\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{CP}) \times b_w \times d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times f_{ctd}$$

$$k = |1,6 - d|, \text{ com } d \text{ em metros.}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s_{sec}}}{b_w \times d} \leq 0,02$$

$$\sigma_{CP} = \frac{N_{sd}}{A_c}$$

$$VRd2 = 0,54 \times \alpha v_2 \times f_{cd} \times b_w \times d \times \text{sen}^2(\theta) \times (\cot(\alpha) + \cot(\theta))$$

$$\alpha v2 = 1 - \frac{fck}{250}$$

$\alpha$  = inclinação dos estribos, adotada como 90°;

$\theta$  = inclinação das bielas de compressão, adotada como 30°.

Logo:

$$fctd = \frac{0,7 \times 0,3 \times 25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \times 1,28 = 0,32 \text{ MPa} = 320 \text{ kPa}$$

$$k = |1,6 - 0,095| = 1,505$$

$$\rho_1 = \frac{16 \times \left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi}{120 \times 9,5} = 4,98 \text{ cm}^2 = 0,000498 \text{ m}^2$$

$$\sigma_{CP} = \frac{0}{120 \times 13} = 0 \text{ MPa}$$

$$VRd1 = (320 \times 1,505 \times (1,2 + 40 \times 0,000498) + 0,15 \times 0) \times 1,2 \times 0,095$$

$$VRd1 = 168,56 \text{ kN}$$

$$\alpha v2 = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$VRd2 = 0,54 \times 0,9 \times \frac{2,5}{1,4} \times 120 \times 9,5 \times \text{sen}^2(30^\circ) \times (\text{cot}(90^\circ) + \text{cot}(30^\circ))$$

$$VRd2 = 1713,56 \text{ kN}$$

$$Vsd = 30,8 \text{ kN} < VRd1 = 168,56 \text{ kN}$$

$$Vsd = 30,8 \text{ kN} < VRd2 = 1713,56 \text{ kN}$$

## **4 Projeto com Lajes Maciças**

### **4.1 Lajes**

#### **4.1.1 Pré-dimensionamento**

As lajes terão todas a mesma espessura igual a 8 cm, com um cobrimento inferior igual a 3 cm e um cobrimento superior igual a 1,5 cm. As lajes em “L” serão dimensionadas como lajes retangulares, devido a complexidade em encontrar os esforços em elementos estruturais com seções irregulares ao fato de que os resultados obtidos para as lajes estudadas neste projeto não possuírem muitas discrepâncias dos resultados considerando as lajes em “L”. O dimensionamento seguirá as indicações da NBR 6118:2014.

#### **4.1.2 Vinculações**

Na vinculação das lajes foram levadas em conta a diferença entre os vãos das perpendiculares à borda a ser vinculada das lajes, evitando-se vincular lajes com vãos maiores que 2 vezes os vãos das lajes em que ela se vincularia. Deveria-se também levar em consideração a diferença entre alturas, porém, todas as lajes serão dimensionadas com a mesma altura, fazendo com que essa limitação não precise ser considerada. A planta baixa com as vinculações indicadas pode ser vista no Anexo 2 deste trabalho.

#### **4.1.3 Carregamento**

O carregamento de cada laje levou em consideração o peso próprio, o contrapiso, o reboco, o acabamento e em alguns casos a carga de paredes, que é calculado dividindo-se o peso total da parede pela área da laje.

Segundo a Tabela 2 da NBR 6120 (1980, p. 3) a carga acidental a ser considerada para edifícios residenciais é de 1,5 kN/m<sup>2</sup> em dormitórios, cozinhas e banheiros, 2 kN/m<sup>2</sup> em áreas de serviço, 3 kN/m<sup>2</sup> em garagens e 0,5 kN/m<sup>2</sup> na cobertura. Como não existem garagens no pavimento e a função de cada cômodo pode mudar com o tempo, se usará uma carga acidental de 2 kN/m<sup>2</sup> para as lajes deste pavimento.

As combinações das ações acima citadas utilizadas neste trabalho para as lajes serão:

Combinação Última:

$$p_{ELU} = \gamma \times (g_{laje} + g_{cotrapiso} + g_{reboco} + g_{acabamento} + g_{parede} + q)$$

Com  $\gamma = 1,4$

Combinação Quase Permanente de Serviço:

$$p_{ELS} = g_{laje} + g_{cotrapiso} + g_{reboco} + g_{acabamento} + g_{parede} + \Psi_2 \times q$$

Com  $\Psi_2 = 0,3$

#### 4.1.4 Esforços

Os esforços foram definidos usando a Tabela de Lajes do Prof. Libânio M. Pinheiro. Os coeficientes de cada caso foram usados para fazer uma interpolação quadrática e gerar os coeficientes da seguinte equação:

$$y = a \times \lambda^2 + b \times \lambda + c$$

Sendo:

y: esforço sobre a laje, podendo ser momento fletor ou reações nos apoios.

$\lambda$ : razão entre o maior e o menor vão efetivo e o menor vão efetivo.

Com isso foram obtidos os coeficientes usados para determinar os esforços das lajes bidirecionais em estudo. Para as lajes unidirecionais foram utilizadas as seguintes equações para a obtenção dos esforços.

$$M_{+} = \frac{p * lx^2}{14,22}$$

$$M_{-} = \frac{p * lx^2}{8}$$

$$R = \frac{p * lx}{2}$$

Sendo:

M<sub>+</sub>: momento positivo na laje unidirecional, sempre no sentido do menor vão;

M<sub>-</sub>: momento negativo na laje unidirecional, sempre no sentido do menor vão;

R: reação nos apoios do menor vão da laje;

p: carregamento da laje;

lx: menor vão efetivo da laje.

#### 4.1.4.1 Compatibilização dos momentos negativos

Nos casos de encontros de lajes em que pelo menos uma delas possua um momento negativo no apoio em comum entre elas é necessário fazer o ajuste dos momentos negativos de forma que o momento no encontro das lajes seja apenas um. Este ajuste é feito seguindo os seguintes critérios.

$$M_{compatibilizado} \geq \frac{M1 + M2}{2}$$

$$M_{compatibilizado} \geq 0,8 \times M_{maior}$$

Sendo:

$M_{compatibilizado}$ : momento negativo resultante da compatibilização entre os momentos;

$M_n$ : momento negativo no apoio em questão de uma das lajes;

$M_{maior}$ : maior momento negativo em módulo dos momentos negativos no apoio.

#### 4.1.4.2 Ajuste dos momentos positivos

Após a compatibilização dos momentos negativos os momentos positivos na laje podem ser alterados, por isso deve-se corrigir o momento positivo na direção dos momentos negativos compatibilizados seguindo os seguintes critérios.

$$M_{corrigido} \geq M_{inicial}$$

$$M_{corrigido} \geq \Delta M_1 \times 0,5 + \Delta M_2 \times 0,5 + M_{inicial}$$

Sendo:

$M_{inicial}$ : Momento positivo antes da correção;

$\Delta M_n$ : Diferença entre o momento negativo não compatibilizado e o compatibilizado em um dos apoios da laje.

Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela abaixo

Tabela 6 – Reações nos apoios das lajes maciças

Laje	R <sub>x</sub> (kN/m)	R' <sub>x</sub> (kN/m)	R <sub>y</sub> (kN/m)	R' <sub>y</sub> (kN/m)
1=19	4.78	6.99	4.67	6.82
2=18	6.33	9.26	3.76	0.00
3=21	0.00	5.96	2.99	4.36
4=20	0.00	8.74	4.18	6.10
5=24	3.89	0.00	0.00	0.00
6=23	0.00	9.81	5.17	7.56
7	5.54	8.12	4.14	6.05
8=25	0.00	6.43	0.00	5.72
9=28	3.89	0.00	0.00	0.00
10=27	6.07	8.90	0.00	10.48
11=26	6.12	8.96	4.17	6.09
12=30	0.00	5.96	2.99	4.36
13=29	0.00	8.74	4.18	6.10
14=32	4.78	6.99	4.67	6.82
15=31	6.69	9.79	4.14	0.00
16	5.74	0.00	0.00	0.00
17	3.61	0.00	0.00	7.52
22	5.54	8.12	4.14	6.05

Tabela 7 – Tabela de momentos nas lajes maciças

Laje	M <sub>x</sub> (kN.m/m)	M <sub>y</sub> (kN.m/m)	M <sub>x</sub> '1 (kN.m/m)	M <sub>y</sub> '1 (kN.m/m)	M <sub>x</sub> '2 (kN.m/m)	M <sub>y</sub> '2 (kN.m/m)
1=19	2.11	2.16	3.75	0.00	3.55	0.00
2=18	2.87	1.39	5.29	0.00	3.55	0.00
3=21	1.34	0.92	6.76	3.75	1.87	0.00
4=20	2.45	1.22	5.29	3.85	2.94	0.00
5=24	1.02	0.00	0.00	0.00	2.41	0.00
6=23	3.62	2.63	6.76	6.76	5.57	0.72
7	2.34	1.29	6.06	4.12	3.56	0.00
8=25	1.34	0.99	3.61	3.56	3.60	7.57
9=28	1.02	0.00	0.72	0.00	2.41	0.00
10=27	3.51	4.05	6.76	7.57	7.63	0.72
11=26	2.76	1.07	7.63	0.00	3.61	0.00
12=30	1.34	0.92	7.57	3.73	1.87	0.00
13=29	2.21	1.22	5.68	4.16	2.94	0.00
14=32	2.52	2.16	2.94	0.00	3.55	0.00
15=31	4.41	1.83	3.55	0.00	5.68	0.00
16	2.22	0.00	4.12	0.00	0.00	0.00
17	3.36	2.46	0.00	0.00	3.60	3.60
22	2.34	1.09	6.06	0.00	3.56	3.85

Fonte: Autor



#### 4.1.5 Armaduras

Para o cálculo das armaduras será utilizado o carregamento obtido pela combinação última de ações. Segundo a Tabela de Lajes (Libânio M. Pinheiro, 2007) os esforços podem ser obtidos da seguinte forma:

$$R = \frac{n \times p \times lx}{10}$$

$$M = \frac{\mu \times p \times lx^2}{100}$$

Sendo:

R: reação no bordo da laje;

M: momento na laje;

p: carregamento da laje;

lx: menor vão da laje.

A NBR 6118:2014 (item 20.1, p. 169) indica que se utilize barras com diâmetro menor ou igual a um oitavo da altura da laje.

Nas regiões sem emendas a taxa de armadura máxima segundo a NBR 6118:2014 (item 17.3.5.2.4, p. 132) não pode ser maior que 4% da área da seção de concreto.

O espaçamento máximo entre as barras, segundo a NBR 6118:2014 (item 20.1, p.169), para a armadura longitudinal positiva das lajes maciças em concreto armado deve seguir os critérios abaixo.

$$S_{m\acute{a}x} \leq 20 \text{ cm}$$

$$S_{m\acute{a}x} \leq 2 \times h$$

Sendo h a altura da laje em questão.

#### 4.1.5.1 Armadura Positiva

Deve-se calcular uma armadura positiva principal e uma secundária para lajes bidirecionais, que são obtidas usando os momentos fletores positivos do menor e do maior vão, respectivamente. Momentos positivos utilizados serão os obtidos segundo o método acima, considerando que a armadura principal ficará abaixo da secundária.

Primeiramente determinou-se a altura útil da laje da seguinte forma.

$$dx = h - c - \frac{\Phi lx}{2}$$

$$dy = h - c - \Phi lx - \frac{\Phi ly}{2}$$

Com o valor obtido acima calcula-se a linha neutra da laje e a área de aço por metro de vão.

$$x = 1,25 \times d \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Md}{0,425 \times fcd \times b \times d^2}} \right)$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,45$$

$$As = \frac{Md}{fyd \times (d - 0,4 \times x)}$$

#### 4.1.5.2 Armadura secundária em lajes unidirecionais

Em lajes unidirecionais, cujos momentos são calculados para apenas uma direção deve-se usar uma armadura secundária na direção do maior vão com uma área de aço por metro de laje igual ou maior a 20% da armadura principal, uma taxa de armadura de 50% da armadura principal e um valor mínimo de 0,9 cm<sup>2</sup>/m. Deve-se respeitar um espaçamento máximo entre as barras da armadura secundária de 33 cm. Os valores obtidos podem ser vistos na tabela abaixo.

Tabela 8 – Armadura longitudinal positiva das lajes maciças

1=19	Bidirecional									
	Mdx (kN.m/m)	$\Phi$ (cm)	As,cal (cm <sup>2</sup> )	As,mín (cm <sup>2</sup> )	smáx (cm)	As,máx (cm <sup>2</sup> )	As,ado (cm <sup>2</sup> )	s (cm)	Q (uni.)	Compr (cm)
Principal	2.11	0.50	0.79	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	297.00
Secundaria	2.16	0.50	0.81	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	18.00	302.00
2=18	Bidirecional									
Principal	2.87	0.50	1.09	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	22.00	284.00
Secundaria	1.39	0.50	0.52	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	17.00	361.00
3=21	Bidirecional									
Principal	1.34	0.50	0.50	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	242.50
Secundaria	0.92	0.50	0.34	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	15.00	302.00
4=20	Bidirecional									
Principal	2.45	0.50	0.92	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	22.00	261.00
Secundaria	1.22	0.50	0.45	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	361.00
5=24	Unidirecional									
Principal	0.50	0.50	0.18	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	112.00
Secundaria	0.00	0.50	0.00	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	7.00	301.50
6=23	Bidirecional									
Principal	3.62	0.50	1.39	0.80	16.00	1.23	1.39	14.00	33.00	415.00
Secundaria	2.63	0.50	0.99	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	26.00	466.00
7	Bidirecional									
Principal	2.34	0.50	0.88	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	25.00	264.50
Secundaria	1.29	0.50	0.48	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	397.00
8=25	Bidirecional									
Principal	1.34	0.50	0.50	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	233.00
Secundaria	0.99	0.50	0.37	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	14.00	266.00
9=28	Unidirecional									
Principal	0.50	0.50	0.18	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	25.00	112.00
Secundaria	0.00	0.50	0.00	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	7.00	401.50
10=27	Bidirecional									
Principal	3.51	0.50	1.34	0.80	16.00	1.23	1.34	14.00	34.00	466.00
Secundaria	4.05	0.50	1.56	0.80	16.00	1.23	1.56	12.00	38.00	487.00
11=26	Bidirecional									
Principal	2.76	0.50	1.04	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	31.00	266.00
Secundaria	1.07	0.50	0.39	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	497.00
12=30	Bidirecional									
Principal	1.34	0.50	0.50	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	242.50
Secundaria	0.92	0.50	0.34	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	15.00	302.00
13=29	Bidirecional									
Principal	2.21	0.50	0.83	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	22.00	261.00
Secundaria	1.22	0.50	0.45	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	361.00
14=32	Bidirecional									
Principal	2.52	0.50	0.95	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	297.00

Secundaria	2.16	0.50	0.81	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	18.00	302.00
15=31	Bidirecional									
Principal	4.41	0.50	1.71	0.80	16.00	1.23	1.71	11.00	32.00	312.00
Secundaria	1.83	0.50	0.68	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	19.00	361.00
16	Unidirecional									
Principal	1.20	0.50	0.44	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	24.00	162.00
Secundaria	0.00	0.50	0.00	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	10.00	381.00
17	Bidirecional									
Principal	3.36	0.50	1.28	0.80	16.00	1.23	1.28	15.00	23.00	252.00
Secundaria	2.46	0.50	0.93	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	15.00	345.00
22	Bidirecional									
Principal	2.34	0.50	0.88	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	25.00	264.50
Secundaria	1.09	0.5	0.40	0.80	16.00	1.23	1.23	16.00	16.00	397.00

Fonte: Autor

#### 4.1.5.3 Armadura negativa

A armadura negativa deve ser colocada na região de contato entre lajes. Seu dimensionamento é similar a da armadura positiva, com exceção do cobrimento considerado ser de 1,5 cm e seu comprimento, que foi calculado considerado economia de ponta utilizando o maior menor vão entre as lajes em questão.

$$\text{Comprimento} = (0,25 \times Lx' + \Phi) + (0,125 \times Lx' + \Phi) + 2 \times (h - 2 * c)$$

Os valores obtidos podem ser observados na tabela abaixo.

Tabela 9 – Armaduras negativas das lajes maciças

L1-L2 / L19-L18										
Md-	$\Phi$	As,cal	As,mín	s,máx	As,máx	As,ado	s	Q	lx'	Compr,eco
kN.m	cm	cm <sup>2</sup> /m	cm <sup>2</sup> /m	cm	cm <sup>2</sup> /m	cm <sup>2</sup> /m	cm	ud	cm	cm
3.55	0.63	1.65	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	10.00	285.00	114.14
L1-L3 / L19-L21										
3.75	0.63	1.75	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	19.00	285.00	114.14
L1-L4 / L19-L20										
3.99	0.63	1.86	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	8.00	285.00	114.14
L2-L4 / L18-L20										
5.29	0.63	2.52	1.20	16.00	1.95	2.52	12.00	30.00	272.00	109.26
L3-L4 / L21-L20										
2.94	0.63	1.35	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	8.00	249.00	100.64
L3-L5 / L21-L24										
2.41	0.63	1.10	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	7.00	230.50	93.70

L3-L6 / L21-L23											
6.76	0.80	3.37	1.20	16.00	3.14	3.37	14.00	13.00	403.00	158.73	
L3-L6 / L21-L23											
1.87	0.63	0.85	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	7.00	403.00	158.39	
L4-L6 / L20-L23											
6.76	0.80	3.37	1.20	16.00	3.14	3.37	14.00	19.00	403.00	158.73	
L4-L7 / L20-L22											
3.85	0.63	1.80	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	5.00	252.50	101.95	
L5-L6 / L24-L23											
0.72	0.63	0.32	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	19.00	403.00	158.39	
L5-L9 / L24-L28											
0.00	0.63	0.00	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	7.00	252.50	101.95	
L6-L7 / L23-L22											
6.06	0.80	2.98	1.20	16.00	3.14	3.14	16.00	18.00	403.00	158.73	
L6-L8 / L23-L25											
5.57	0.80	2.72	1.20	16.00	3.14	3.14	16.00	7.00	403.00	158.73	
L6-L10 / L23-L27											
6.76	0.80	3.37	1.20	16.00	3.14	3.37	14.00	33.00	454.00	177.85	
L7-L8 / L22-L25											
3.56	0.63	1.65	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	16.00	252.50	101.95	
L7-L16											
4.12	0.63	1.93	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	24.00	252.50	101.95	
L8-L10 / L25-L27											
7.57	1.00	3.93	1.20	16.00	4.91	4.91	16.00	7.00	454.00	178.25	
L8-L11 / L25-L26											
3.61	0.63	1.68	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	16.00	254.00	102.51	
L8-L17											
3.60	0.63	1.67	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	14.00	240.00	97.26	
L9-L10 / L28-L27											
0.72	0.63	0.32	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	25.00	454.00	177.51	
L9-L12 / L28-L30											
2.41	0.63	1.10	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	7.00	230.50	93.70	
L10-L11 / L27-L26											
7.63	0.80	3.86	1.20	16.00	3.14	3.86	13.00	28.00	454.00	177.85	
L10-L12 / L27-L30											
7.57	0.80	3.83	1.20	16.00	3.14	3.83	13.00	14.00	454.00	177.85	
L10-L12 / L27-L30											
1.87	0.63	0.85	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	5.00	454.00	177.51	
L10-L13 / L27-L29											
4.16	0.63	1.95	1.20	16.00	1.95	1.95	15.00	18.00	454.00	177.51	
L11-L13 / L26-L29											
3.85	0.63	1.80	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	17.00	254.00	102.51	
L12-L13 / L30-L29											
2.94	0.63	1.35	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	9.00	249.00	100.64	
L12-L14 / L30-L32											

3.73	0.63	1.74	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	19.00	285.00	114.14
L13-L14 / L29-L32										
3.99	0.63	1.86	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	6.00	285.00	114.14
L13-L15 / L29-L31										
5.68	0.80	2.78	1.20	16.00	3.14	3.14	16.00	22.00	300.00	120.10
L14-L15 / L32-L31										
3.55	0.63	1.65	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	12.00	300.00	119.76
L16-L17										
0.00	0.63	0.00	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	10.00	240.00	97.26
L17-L25										
3.60	0.63	1.67	1.20	16.00	1.95	1.95	16.00	14.00	240.00	97.26

Fonte: Autor

#### 4.1.6 Verificação de deformação

Para determinar a deformação deve-se saber o estágio de deformação em que a laje se encontra. De acordo com a NBR 6118:2014 (item 17.3.1, p. 124) as estruturas de concreto armado trabalham parcialmente entre os estádios I e II e a separação entre esses comportamentos é definida pelo momento de fissuração, que é calculado com a expressão abaixo.

$$M_r = \frac{\alpha \times f_{ct} \times I_c}{y_t}$$

Sendo:

$M_r$ : momento de fissuração do elemento estrutural;

$\alpha$ : fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta (1,5 para seções retangulares);

$y_t$ : distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$ : momento de inércia da seção bruta de concreto.

Caso o momento atuante na peça não ultrapasse o momento de fissuração demonstrado acima a peça é considerada não fissurada e o momento de inércia considerado na verificação de deformação será o momento da seção bruta. Caso contrário, será feita uma ponderação entre o momento da seção bruta e o momento da

sessão completamente fissurada, levando em consideração o momento atuante na viga. Esta ponderação será feita seguindo a equação presente na NBR 6118:2014 (item 17.3.2.1.1, p. 126).

$$I_{eq} = \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^3 \times I_c + \left(1 - \left(\frac{Mr}{Ma}\right)^3\right) \times I_{II}$$

Onde:

$I_{II}$ : momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

$Ma$ : momento fletor atuante na seção de concreto;

$E_{cs}$ : módulo de elasticidade secante do concreto.

O momento de inércia da seção no estágio II pode ser determinada usando a seguinte expressão:

$$I_{II} = \frac{b \times x_{II}^3}{3} + \alpha e \times A_s \times (d - x_{II})^2$$

Sendo:

$$\alpha e = \frac{E_s}{E_{cs}}$$

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço;

$E_{cs}$ : módulo de deformação secante do concreto;

$x_{II}$ : linha neutra da seção fissurada de concreto no estágio II.

Com o momento de inércia determinado de acordo com o método acima determinou-se a flecha das lajes com as seguintes equações:

Lajes Unidirecionais

$$f_0 = \alpha \times p \times \frac{l^4}{384 \times E \times I}$$

Sendo:

$f_0$  : flecha imediata;

$\alpha$  : coeficiente adimensional:

$\alpha = 5$  (laje biapoiada);

$\alpha = 1$  (laje biengastada);

$\alpha = 2,07$  (laje com um apoio simples e um engaste);

Lajes bidirecionais

$$f_0 = \alpha \times p \times \frac{l x^4}{100 \times E \times h^3}$$

Levou-se em consideração também uma flecha devido a fluência do concreto, chamada de flecha diferida no tempo, através de um fator dado pela razão entre a mesma e a flecha inicial da laje e é dada pelas seguintes equações.

$$\alpha f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \times \rho'}$$

$$\Delta \xi = \xi(t_f) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 \times (0,996t) \times t^{0.32}, \text{ para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses}$$

$$f_t = f_0 \times (1 + \alpha f)$$



Sendo:

$\alpha f$ : fator de calculo de flecha diferida;

$\xi$ : valor em função do tempo;

$t_0$ : tempo de remoção dos apoios da laje;

$t_f$ : tempo para o qual o fator de calculo de flecha diferida está sendo calculado.

$f_t$ : flecha total

A Tabela 13.3 da NBR 6118:2014 (p. 77) estipula as seguintes limitações para as flechas em estruturas em concreto armado:

Deslocamentos visíveis em elementos estruturais:

$$f \leq \frac{l}{250}$$

Vibrações sentidas no piso:

$$f \leq \frac{l}{350}$$

Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela abaixo.

Tabela 10 – Flechas nas lajes maciças

	f(0) mm	f(t) mm	f(adm) mm
1=19	0.56	1.29	11.59
2=18	0.80	1.86	11.07
3=21	0.23	0.54	9.41
4=20	0.47	1.10	10.15
5=24	0.01	0.02	4.19
6=23	1.84	4.28	16.31
L7	0.63	1.45	10.29
8=25	0.24	0.55	9.03
9=28	0.01	0.02	4.19
10=27	2.95	6.84	18.35
11=26	0.75	1.75	10.35
12=30	0.23	0.54	9.41
13=29	0.47	1.10	10.15
14=32	0.56	1.29	11.59
15=31	1.07	2.49	12.19
L16	0.04	0.10	6.19
L17	0.58	1.34	9.79
L22	0.63	1.45	10.29

Fonte: Autor

Tabela 11 – Flechas de vibração nas lajes maciças

Laje	f(vibração) mm	f(adm) mm
1=19	0.29	8.28
2=18	0.41	7.91
3=21	0.12	6.72
4=20	0.17	7.25
5=24	0.00	2.99
6=23	0.95	11.65
7	0.32	7.35
8=25	0.08	6.45
9=28	0.00	2.99
10=27	1.51	13.11
11=26	0.39	7.39
12=30	0.12	6.72
13=29	0.17	7.25
14=32	0.29	8.28
15=31	0.55	8.71
16	0.00	4.42
17	0.30	6.99
22	0.32	7.35

Fonte: Autor

#### 4.1.7 Verificação ao cisalhamento

Não é necessário o uso de armaduras de cisalhamento em lajes maciças em concreto armado caso a seguinte condição seja atendida:

$$V_{sd} \leq VR_{d1}$$

Sendo:

$V_{sd}$ : Esforço cortante de cálculo atuante na seção.

$VR_{d1}$ : Esforço cortante resistente de cálculo.

Caso a laje não precise de armadura de cisalhamento deve-se checar a compressão excessiva das bielas, que não ocorrerá se o seguinte requisito for atendido:

$$V_{sd} \leq VR_{d2}$$

Onde:

$V_{sd}$  : esforço cortante solicitante de cálculo;

$VR_{d2}$  : esforço cortante resistente de cálculo relativo à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

Os resultados obtidos podem ser vistos na tabela abaixo

Tabela 12 – Verificação de cisalhamento nas lajes maciças

	VR <sub>d1</sub> (kN)	V <sub>rd2</sub> (kN)	V <sub>sd</sub> (kN)
<b>L1 = L19</b>			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	4.78
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.99
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	4.67
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.82
<b>L2 = L18</b>			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	6.33
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	9.26
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	3.76
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
<b>L3 = L21</b>			

R <sub>x</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	5.96
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	2.99
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	4.36
L4 = L20			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	8.74
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	4.18
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.10
L5 = L24			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	3.89
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
L6 = L23			
R <sub>x</sub>	22.00	210.94	0.00
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	22.00	210.94	9.81
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	5.17
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	7.56
L7			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	5.54
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	8.12
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	4.14
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.05
L8 = L25			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.43
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	5.72
L9 = L28			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	3.89
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	0.00
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
L10 = L27			
R <sub>x</sub>	22.00	210.94	6.07
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	22.00	210.94	8.90
R <sub>y</sub>	22.30	210.94	0.00
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	22.30	210.94	10.48
L11 = L26			
R <sub>x</sub>	21.77	210.94	6.12
R <sub>x</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	8.96
R <sub>y</sub>	21.77	210.94	4.17
R <sub>y</sub> <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.09
L12 = L30			

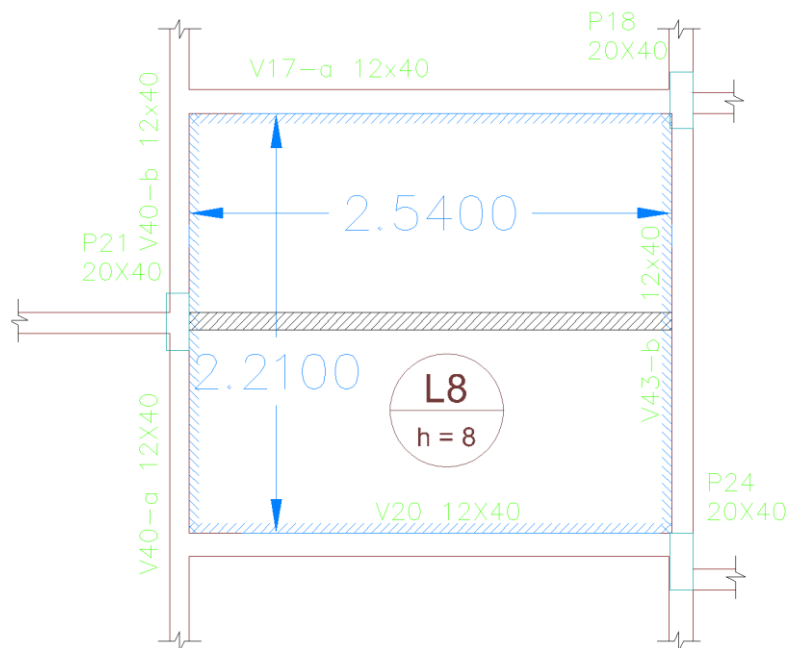
Rx	21.77	210.94	0.00
Rx <sup>2</sup>	21.77	210.94	5.96
Ry	21.77	210.94	2.99
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	4.36
L13 = L29			
Rx	21.77	210.94	0.00
Rx <sup>2</sup>	21.77	210.94	8.74
Ry	21.77	210.94	4.18
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.10
L14 = L32			
Rx	21.77	210.94	4.78
Rx <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.99
Ry	21.77	210.94	4.67
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.82
L15 = L31			
Rx	22.49	210.94	6.69
Rx <sup>2</sup>	22.49	210.94	9.79
Ry	21.77	210.94	4.14
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
L16			
Rx	21.77	210.94	5.74
Rx <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
Ry	21.77	210.94	0.00
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	0.00
L17			
Rx	21.88	210.94	3.61
Rx <sup>2</sup>	21.88	210.94	0.00
Ry	21.77	210.94	0.00
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	7.52
L22			
Rx	21.77	210.94	5.54
Rx <sup>2</sup>	21.77	210.94	8.12
Ry	21.77	210.94	4.14
Ry <sup>2</sup>	21.77	210.94	6.05

Fonte: Autor

#### 4.1.8 Exemplo: Laje 8

A laje 8 possui quatro bordas engastadas em outras lajes e uma parede de 15 cm de largura, 220 cm de altura e 254 cm de comprimento que está representada pela área hachurada abaixo.

Imagem 11 - Laje 8



Fonte: Autor

Por se tratar de uma laje com quatro bordas engastadas ela se classifica no caso 6 da Tabela de Lajes do Prof. Libânio M. Pinheiro. Com os coeficientes retirados da interpolação dos valores da tabela para o caso 6, tem-se que:

$$n_x = 0$$

$$n_y = 0$$

$$n_x' = -0,8245 \times \lambda^2 + 3,6705 \times \lambda - 0,3147$$

$$n_y' = 2,5$$

$$\mu_x = -1,9763 \times \lambda^2 + 7,8716 \times \lambda - 3,8276$$

$$\mu_y = -0,0253 \times \lambda^2 - 1,109 \times \lambda + 3,2213$$

$$\mu x' = -3,2963 \times \lambda^2 + 12,883 \times \lambda - 4,3418$$

$$\mu y' = -1,1054 \times \lambda^2 + 3,7017 \times \lambda + 2,6698$$

Sendo:

$n_x$ : coeficiente para a reação na borda apoiada do menor vão;

$n_y$ : coeficiente para a reação na borda apoiada do maior vão;

$n_x'$ : coeficiente para a reação na borda engastada do menor vão;

$n_y'$ : coeficiente para a reação na borda engastada do maior vão;

$\mu_x$ : coeficiente para o momento positivo perpendicular a borda apoiada do menor vão;

$\mu_y$ : coeficiente para o momento positivo perpendicular a borda apoiada do maior vão;

$\mu_x'$ : coeficiente para o momento negativo perpendicular a borda apoiada do menor vão;

$\mu_y'$ : coeficiente para o momento negativo perpendicular a borda apoiada do maior vão;

Para se definir o valor dos coeficientes acima primeiramente deve-se calcular o  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{l_y}{l_x}$$

Sendo:

$l_y$  = Maior vão efetivo

$l_x$  = Menor vão efetivo

Os vão efetivos são obtidos somando se o vão com o menor dos seguintes valores:

$$a \leq \frac{tdireita + tesquerda}{2}$$

$$a \leq h \times 0,6$$

Como todos os apoios da laje são vigas com 12 cm de largura, o valor a ser acrescido a ambos os vão é:

$$a \leq \frac{12 + 12}{2} = 12 \text{ cm}$$

$$a \leq 8 \times 0,6 = 4,8 \text{ cm}$$

$$a = 4,8 \text{ cm}$$

Logo:

$$lx = l0x + a = 221 + 4,8 = 225,8 \text{ cm}$$

$$ly = l0y + a = 254 + 4,8 = 258,8 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{ly}{lx} = \frac{258,8}{225,8} = 1,15$$

$$nx = 0$$

$$ny = 0$$

$$nx' = -0,8245 \times 1,15^2 + 3,6705 \times 1,15 - 0,3147 = 2,81$$

$$ny' = 2,5$$



$$\mu x = -1,9763 \times 1,15^2 + 7,8716 \times 1,15 - 3,8276 = 2,60$$

$$\mu y = -0,0253 \times 1,15^2 - 1,109 \times 1,15 + 3,2213 = 1,92$$

$$\mu x' = -3,2963 \times 1,15^2 + 12,883 \times 1,15 - 4,3418 = 6,09$$

$$\mu y' = -1,1054 \times 1,15^2 + 3,7017 \times 1,15 + 2,6698 = 5,46$$

Com esses valores pode-se calcular os esforços atuantes na laje utilizando o carregamento obtido pela combinação de ações adequada. As densidades e espessuras das camadas adotadas se encontram na tabela abaixo:

Tabela 13 – Camadas da laje 8

Elemento	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	h (cm)	Total (kN/m <sup>2</sup> )
Concreto armado	25	8	2
Contrapiso	21	3.5	0.735
Reboco	19	2	0.38
Acabamento	18	1	0.18
Parede	13	-	-

Fonte: Autor

$$g_{\text{par}} = 2,57 \text{ kN/m}^2$$

Combinação Última:

$$p_{\text{ELU}} = 10,14 \text{ kN/m}^2$$

Combinação Quase Permanente de Serviço:

$$p_{ELS} = 5,84 \text{ kN/m}^2$$

Para o dimensionamento das armaduras foi usado o  $p_{ELS}$ . Os valores obtidos foram os seguintes:

$$R_x = 0 * 10,14 * \frac{2,258}{10} = 0 \text{ kN}$$

$$R_y = 0 * 10,14 * \frac{2,258}{10} = 0 \text{ kN}$$

$$R_{x'} = 2,81 * 10,14 * \frac{2,258}{10} = 6,43 \text{ kN}$$

$$R_{y'} = 5,72 * 10,14 * \frac{2,258}{10} = 6,43 \text{ kN}$$

$$M_x = 2,6 * 10,14 * \frac{2,2582}{100} = 1,34 \text{ kN.m}$$

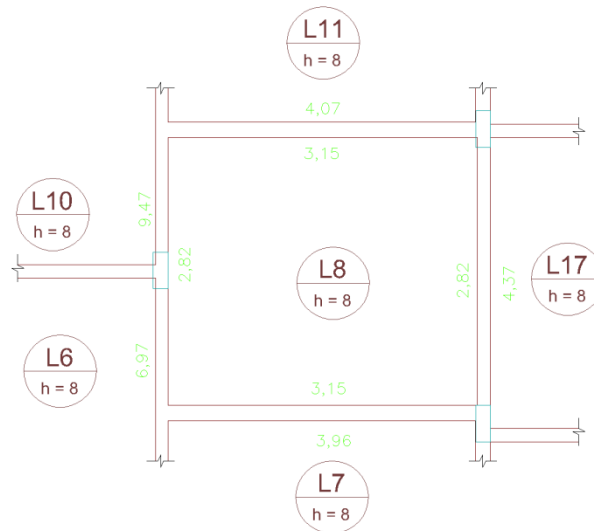
$$M_y = 1,92 * 10,14 * \frac{2,2582}{100} = 0,99 \text{ kN.m}$$

$$M_{x'} = 6,09 * 10,14 * \frac{2,2582}{100} = 3,15 \text{ kN.m}$$

$$M_{y'} = 5,46 * 10,14 * \frac{2,2582}{100} = 2,82 \text{ kN.m}$$

Os momentos negativos da Laje 8 e das lajes ao redor dela podem ser vistos a imagem abaixo (em kN.m), estes valores foram utilizados na compatibilização dos momentos negativos.

Imagem 12 - Momentos Negativos da Laje 8



Fonte: Autor

Pelo fato de a borda esquerda da Laje 8 ser vizinha de duas lajes diferentes escolheu-se o maior momento negativo para fazer a correção, que neste caso é de 9,47 kN.m.

$$M_{L8-L10} \geq 0,8 \times 9,47 = 7,58 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L10} \geq \frac{9,47 + 2,82}{2} = 6,14 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L10} = 7,57 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L11} \geq 0,8 \times 4,07 = 3,26 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L11} \geq \frac{4,07 + 3,15}{2} = 3,61 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L11} = 3,61 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L7} \geq 0,8 \times 4,37 = 3,50 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L7} \geq \frac{3,96 + 3,15}{2} = 3,60 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L7} = 3,56 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L17} \geq 0,8 * 3,96 = 3,17 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L17} \geq \frac{4,37 + 2,82}{2} = 3,56 \text{ kN.m}$$

$$M_{L8-L17} = 3,60 \text{ kN.m}$$

Devido a mudança dos momentos negativos foi feita uma correção dos momentos positivos.

Correção do  $M_x$ :

$$M_{x_{\text{corrigido}}} = (3,15 - 3,61) \times 0,5 + (3,15 - 3,56) \times 0,5 + 1,34$$

$$M_{x_{\text{corrigido}}} = 0,91 \text{ kN.m} < M_{x_{\text{inicial}}} = 1,34 \text{ kN.m}$$

$$M_{x_{\text{corrigido}}} = 1,34 \text{ kN.m}$$

Correção do  $M_y$ :

$$M_{y_{\text{corrigido}}} = (2,82 - 7,58) \times 0,5 + (2,82 - 3,6) \times 0,5 + 0,99$$

$$M_{y_{\text{corrigido}}} = -1,78 \text{ kN.m} < M_{y_{\text{inicial}}}$$

$$M_{y_{\text{corrigido}}} = 0,99 \text{ kN.m}$$

Com os valores dos esforços definidos foram dimensionadas as armaduras.

$$\Phi_{\text{max}} = \frac{8}{8} = 1 \text{ cm}$$

Ambas as armaduras principal e secundária serão feitas de barras com 5 mm de diâmetro feitas de aço CA-60.

$$dx = 8 - 2,5 - \frac{0,5}{2} = 5,25 \text{ cm}$$

$$dy = 8 - 2,5 - 0,5 - \frac{0,5}{2} = 4,75 \text{ cm}$$

Armadura positiva:

$$x = 1,25 \times 5,25 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1,34 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 5,25^2}} \right) = 0,21 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,21}{5,25} = 0,041$$

$$A_s = \frac{1,34 \times 1,15}{60 \times (5,25 - 0,4 \times 0,21)} = 0,5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As_{min} = 0,1\% \times 8 \times 100 = 0,8 \text{ cm}^2/m > As = 0,5 \text{ cm}^2/m$$

$$As = 0,8 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

Com essa área calculada define-se o espaçamento a ser adotado.

$$n = \frac{As}{As_{uni}} = \frac{0,8}{\left(\frac{0,5}{2}\right)^2 * \pi} = 4,07 \frac{\text{Barras}}{m}$$

$$S = \frac{100}{4,07} = 24,57 \text{ cm}$$

$$S_{max} \leq 2 \times h = 2 \times 8 = 16 \text{ cm}$$

$$S_{max} \leq 20 \text{ cm}$$

$$S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$n = \frac{100}{16} = 6,25 \frac{\text{Barras}}{m}$$

$$As = (0,52)^2 6,25 = 1,23 \frac{\text{cm}^2}{m} > As_{min} = 0,8 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$Q = \frac{254}{16} = 15,875 = 16 \text{ Barras}$$

$$C = lx_0 + t_1 + t_2 - 2 \times c = 221 + 12 + 12 - 2 \times 2,5 = 233 \text{ cm}$$

Armadura positiva secundaria

$$x = 1,25 \times 4,75 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{0,99 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 4,75^2}} \right) = 0,17 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,17}{4,75} = 0,037$$

$$As = \frac{0,99 \times 1,15}{60 \times (4,75 - 0,4 \times 0,17)} = 0,41 \text{ cm}^2/m$$

$$As_{min} = 0,8 \frac{\text{cm}^2}{m} > 0,14 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$As = 0,8 \text{ cm}^2/m$$

$$S = \frac{100}{\frac{0,8}{\left(\frac{0,5}{2}\right)^2 \times \pi}} = 24,57 \text{ cm} > S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$S = 16 \text{ cm}$$

$$As = \left(\frac{100}{16}\right) \times \left(\frac{0,5}{2}\right)^2 \times \pi = 1,23 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$Q = \frac{221}{16} = 13,81 = 14 \text{ Barras}$$

$$C = 254 + 12 + 12 - 2 \times 2,5 = 266 \text{ cm}$$

Apesar de ambas as armaduras de certo modo superdimensionadas para os momentos apresentados o uso de armaduras com diâmetro menor que 5 mm não é recomendado para lajes, logo, o diâmetro não será diminuído.

#### Armadura Negativa

A armadura negativa é dimensionada utilizando o momento negativo compatibilizado entre lajes. Nesta laje em específico será utilizada uma armadura com barras de 6,3, 8 e 10 mm de diâmetro, feitas de aço CA-50.

Armadura entre L8 e L7:

$$Md = 3,56 \text{ kN.m}$$

$$\phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,185 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \times 6,185 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{3,56 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 6,185^2}} \right) = 0,49 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,49}{6,185} = 0,079$$

$$As = \frac{3,56 \times 1,15}{50 \times (6,185 - 0,4 \times 0,49)} = 1,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As_{min} = 0,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As = 1,36 \text{ cm}^2/\text{m}$$



$$S = \frac{100}{\frac{1,36}{\left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi}} = 22,92 \text{ cm} > S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$S = 16 \text{ cm}$$

$$A_{s_{ef}} = \left(\frac{100}{16}\right) \times \left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi = 1,94 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$Q = \frac{254}{16} = 15,875 = 16 \text{ Barras}$$

$$C = (0,25 \times 252,5 + 0,63) + (0,125 * 252,5 + 0,63) + 2 \times (8 - 2 \times 1,5)$$

$$C = 101,95 \text{ cm}$$

Armadura entre L8 e L10:

$$Md = 7,57 \text{ kN.m}$$

$$\Phi = 10 \text{ mm}$$

$$d = 8 - 1,5 - \frac{1,0}{2} = 6,0 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \times 6,0 \times \left(1 - \sqrt{1 - \frac{7,57 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 6,0^2}}\right) = 1,12 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,12}{6,0} = 0,19$$

$$A_s = \frac{7,57 \times 1,15}{50 \times (6,0 - 0,4 \times 1,12)} = 3,14 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As_{min} = 0,8 \text{ cm}^2/m$$

$$As = 3,14 \text{ cm}^2/m$$

$$S = \frac{100}{\frac{3,14}{\left(\frac{1,0}{2}\right)^2 \times \pi}} = 25,0 \text{ cm} > S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$S = 16 \text{ cm}$$

$$As_{ef} = \left(\frac{100}{16}\right) \times \left(\frac{1,0}{2}\right)^2 \times \pi = 4,9 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$Q = \frac{221}{16} = 13,81 = 14 \text{ Barras}$$

$$C = (0,25 \times 454 + 1,0) + (0,125 * 454 + 1,0) + 2 \times (8 - 2 \times 1,5)$$

$$C = 178,5 \text{ cm}$$

Armadura entre L8 e L11:

$$Md = 3,61 \text{ kN.m}$$

$$\Phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,185 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \times 6,185 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{3,61 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 6,185^2}} \right) = 0,60 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,60}{6,185} = 0,1159$$

$$As = \frac{3,61 \times 1,15}{50 \times (6,185 - 0,4 \times 0,60)} = 1,68 \text{ cm}^2/m$$

$$As_{min} = 0,8 \text{ cm}^2/m$$

$$As = 1,36 \text{ cm}^2/m$$

$$S = \frac{100}{\frac{1,68}{\left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi}} = 19,1 \text{ cm} > S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$S = 16 \text{ cm}$$

$$As_{ef} = \left(\frac{100}{16}\right) \times \left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi = 1,94 \frac{\text{cm}^2}{m}$$

$$Q = \frac{254}{16} = 15,875 = 16 \text{ Barras}$$

$$C = (0,25 \times 254 + 0,63) + (0,125 \times 254 + 0,63) + 2 \times (8 - 2 \times 1,5)$$

$$C = 102,51 \text{ cm}$$

Armadura entre L8 e L17:

$$Md = 3,60 \text{ kN.m}$$

$$\Phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$d = 8 - 1,5 - \frac{0,63}{2} = 6,185 \text{ cm}$$

$$x = 1,25 \times 6,185 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{3,6 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 6,185^2}} \right) = 0,5 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{0,5}{6,185} = 0,19$$

$$As = \frac{3,6 \times 1,15}{50 \times (6,185 - 0,4 \times 0,5)} = 1,38 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As_{min} = 0,8 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$As = 1,38 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$S = \frac{100}{\frac{1,38}{\left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi}} = 22,5 \text{ cm} > S_{max} = 16 \text{ cm}$$

$$S = 16 \text{ cm}$$

$$As_{ef} = \left(\frac{100}{16}\right) \times \left(\frac{0,63}{2}\right)^2 \times \pi = 1,94 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$Q = \frac{221}{16} = 13,81 = 14 \text{ Barras}$$

$$C = (0,25 \times 240 + 1,0) + (0,125 * 240 + 1,0) + 2 \times (8 - 2 \times 1,5)$$

$$C = 97,26 \text{ cm}$$

Verificação de deformação

Para a verificação de deformação serão utilizados o valores de momentos na direção do menor vão mostrados abaixo, obtidos pelo carregamento obtido pela combinação quase permanente de serviço.

$$M_x = 0,77 \text{ kN.m}$$

$$M_{8-7} = 1,95 \text{ kN.m}$$

$$M_{8-11} = 1,97 \text{ kN.m}$$

$$I_c = 100 \times \frac{8^3}{12} = 4266,7 \text{ cm}^4$$

$$M_r = 1,5 \times (0,7 * 0,3 * 25^{2/3}) \times \frac{4,274}{\frac{10}{5}} = 4,10 \text{ kN.m}$$

Como todos os momentos de atuantes no menor vão são menores que o momento de fissuração, a laje será considerada não fissurada e terá o momento de inércia igual ao momento de inércia da seção bruta. Caso a laje estivesse fissurada o momento de inércia equivalente seria utilizado para calcular uma altura equivalente da laje, que seria a altura para a qual o momento de inércia de uma seção retangular teria o momento de inércia equivalente. Este valor seria utilizado para calcular a flecha.

$$f_0 = \alpha \times p \times \frac{l_x^4}{100 \times E \times h^3}$$

$$\alpha = 1 \text{ (Laje biengastada)}$$

$$p = 5,84 \text{ kN/m}^2$$

$$E = 23,8 \text{ GPa}$$

$$l_x = 225,8 \text{ cm}$$

$$f_0 = 1 \times 0,000584 \times \frac{225,8^4}{100 \times 2680 \times 8^3} = 0,011 \text{ cm}$$

$$\alpha f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \times \rho'}$$

Usando  $t_0 = 1$  mês e  $t_f > 70$  meses:

$$\xi(1) = 0,68 \times (0,996 * 1) \times 1^{0,32} = 0,67$$

$$\xi(> 70) = 2$$

$$\Delta \xi = 2 - 0,67 = 1,33$$

$$f_t = 0,011 \times (1 + 1,33) = 0,026 \text{ cm} = 0,26 \text{ mm}$$

$$f_{\text{limite}} = \frac{225,8}{250} = 0,9 \text{ cm} = 90 \text{ mm} > f_t = 0,26 \text{ mm}$$

A Laje 8 passa na conferência da flecha, mas também deve-se verificar a vibração. Para isso será usado como carregamento a carga acidental apenas e com isso obter os momentos na direção do menor vão.

$$M_x = 0,26 \text{ kN.m}$$

$$M_{8-7} = 0,85 \text{ kN.m}$$

$$M_{8-11} = 0,88 \text{ kN.m}$$

$$M_r = 4,10 \text{ kN.m}$$

$$f_0 = 1 \times 0,0002 \times \frac{225,8^4}{100 \times 2680 \times 8^3} = 0,004 \text{ cm}$$

$$f_t = 0,004 \times (1 + 1,33) = 0,01 \text{ cm} = 0,1 \text{ mm}$$

$$f_{\text{limite}} = \frac{225,8}{350} = 0,64 \text{ cm} = 64 \text{ mm} > f_t = 0,1 \text{ mm}$$

A Laje 8 também passa na conferência da flecha por vibração.

Verificação do cisalhamento

$$V_{sd} = 6,34 \text{ kN}$$

$$VRd1 = (\tau_{Rd} \times k \times (1,2 + 40 \times \rho_1) + 0,15 \times \sigma_{CP}) \times b_w \times d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 * \frac{0,7 * 0,3 * 25^{2/3}}{1,4} = 0,32 \text{ MPa}$$

$$k = |1,6 - 0,0625| = 1,5375$$

$$\rho_1 = \frac{1,23}{100 * 6,25} = 0,001968 < 0,02$$

$$\sigma_{CP} = \frac{0}{100 * 8} = 0$$

$$VRd1 = (320 * 1,5375 * (1,2 + 40 * 0,001968) + 0,15 * 0) * 1 * 0,0625$$

$$VRd1 = 39,32 \text{ kN}$$

$$VRd2 = 0,54 * \alpha v_2 * f_{cd} * b_w * d * \sin^2(\theta) * (\cot(\alpha) + \cot(\theta))$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\alpha v_2 = \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,9$$

$$VRd2 = 0,54 * 0,9 * \left(\frac{25000}{1,4}\right) * 1 * 0,0625 * \sin^2(90^\circ) * (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ))$$

$$VRd2 = 939,5 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 6,34 \text{ kN} < V_{rd1} = 39,2 \text{ kN} < V_{rd2} = 939,5 \text{ kN}$$



A laje passa nas conferências de cisalhamento.

## **4.2 Vigas**

### **4.2.1 Pré-dimensionamento**

Com o intuito de esconder as vigas nas paredes e evitar flechas excessivas foi estipulado uma dimensão inicial para as vigas de 12x40 cm. Os vão efetivos das vigas foram definidos segundo a seguinte expressão:

$$l_{ef} = l_f + a_1 + a_2$$

Sendo:

$a_1, a_2$  = metade da largura dos apoios da viga, quando eles forem considerados resistentes o bastante ao deslocamento vertical.

### **4.2.2 Esforços**

Os carregamentos das vigas foram obtidos somando o peso próprio da viga com a reação das lajes sobre a viga em questão e em alguns casos as reações de apoio de outras vigas e cargas de paredes, utilizando a combinação de ações adequada. Com este carregamento foi utilizado o software Ftool para determinar os esforços na viga.

### **4.2.3 Dimensionamento das armaduras**

Com os esforços definidos para a combinação última de ações são calculadas as armaduras de forma similar a armadura das lajes.

### 4.2.3.1 Armadura Longitudinal

As armaduras longitudinais devem resistir aos momentos fletores positivos e negativos na viga. Primeiramente estima-se a altura útil da viga.

$$d = h - c - \Phi t - y_{CG}$$

Sendo:

$\Phi$ l: diâmetro da armadura longitudinal em questão;

$y_{CG}$ : centro de massa da armadura longitudinal.

Com isso é definida a linha neutra, a armadura longitudinal e é conferido o estágio de deformação da viga.

$$x = 1,25 \times 6,185 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{3,6 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 6,185^2}} \right) = 0,5 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,45, \text{ para garantir a boa ductilidade do aço}$$

$$A_s = \frac{Md^+}{f_y d \times (d - 0,4 \times x)}$$

$$A_s' = \frac{Md^-}{f_y d \times (d - 0,4 \times x)}$$

Sendo:

$A_s$ : armadura longitudinal positiva da viga;

$A_s'$ : armadura longitudinal negativa da viga.

Segundo o item 17.3.5.2.4 da norma NBR 6118:2014 (p. 132), a soma das armaduras de tração e de compressão fora das áreas com emendas não pode ser maior que 4% da área de concreto.

Deve-se também respeitar uma área mínima de armadura, dada pela Tabela 17.3 da NBR 6118:2014 (p. 130).

Tabela 14 - Taxa mínima de armadura em vigas

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}^a$ ( $A_{s,\min}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado.

Fonte: NBR 6118:2014 (p.130)

#### 4.2.3.2 Ancoragem

A ancoragem nos apoios deve ser feita seguindo a seguinte expressão:

$$Rst = \frac{al \times Vd}{d} + Nd$$

Sendo:

$Rst$ : esforço de tração no aço;

$al$ : comprimento de decalagem do diagrama de momentos fletores;

$Vd$ : esforço cortante de cálculo;

$Nd$ : esforço de tração de cálculo.

A norma NBR 6118:2014 (item 18.3.2.4.1, p. 148) diz que o comprimento mínimo de ancoragem nos apoios extremos deve ser maior que:

$$lb, nec$$

$$r + 5,5 \times \phi l$$

$$60 \text{ mm}$$

Quando não houver esforços em um regiões da barra para os quais ela não foi dimensionada pode-se interromper-la. A interrupção deve ser feita após o final do esforço em questão mais um comprimento de decalagem mostrado abaixo e um comprimento de ancoragem.

$$al = 0,5 \times d \times (\cot \alpha - \cot \theta)$$

A armadura mínima a chegar nos apoios deve ser maior ou igual a um terço da armadura no vão.

#### 4.2.3.3 Armadura Transversal

A armadura transversal tem o objetivo de resistir aos esforços cortantes na viga. A viga é considerada resistente aos esforços cortantes quando as condições abaixo são satisfeitas.

$$Vsd \leq VRd2$$

$$Vsd \leq VRd3 = Vc + Vsw$$

Sendo:

$$VRd2 = 0,54 \times \alpha v2 \times fcd \times bw \times d \times \text{sen}2 \theta \times (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$V_c = V_{c1}$  na flexão simples

$$V_{c1} = V_{c0} = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d, \text{ quando } V_{sd} < V_{c0}$$

$$\alpha v_2 = (1 - f_{ck}/250) \text{ (} f_{ck} \text{ em MPa)}$$

$VRd3$ : esforço cortante resistente de cálculo, relativo à ruína por tração diagonal;

$V_c$ : parcela de esforço cortante absorvida pelo concreto por mecanismos complementares ao da treliça.

Com isso, a parcela do esforço cortante que deve ser resistida pela armadura transversal é dada por:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c$$

A armadura transversal pode ser definida pela seguinte equação:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{ywd} \times (\cot \alpha + \cot \theta) \times \sin \alpha}$$

O espaçamento entre estribos deve seguir os seguintes critérios:

$$s_{\text{máx}} = 0,6 \times d \leq 30 \text{ cm, quando } V_{sd} \leq 0,67 \times VRd2$$

$$s_{\text{máx}} = 0,3 \times d \leq 20 \text{ cm, quando } V_{sd} > 0,67 \times VRd2$$

#### 4.2.4 Limite de deformação

Assim como as lajes, as vigas devem atender critérios de deformação excessiva. Essa deformação foi obtida através do software Ftool, usando a combinação quase permanente de ações. A flecha máxima permitida para as vigas é definida pela expressão abaixo:

$$f_t \leq \frac{l}{250}$$

#### 4.2.5 Exemplo de Calculo: V36

A viga 36 é uma viga contínua, com cinco apoios sendo quatro pilares e uma viga. Ela recebe o carregamento da L1, L3, L5, L9, L12 e L14 e as reações da V28 e da V07. Sua altura inicial é de 40 cm e sua largura de 12 cm. Primeiramente foram obtidos os carregamentos da viga com a combinação última.

$$g_{pp} = 1,4 * 25 * 0,12 * 0,4 = 1,58 \text{ kN/m}$$

$$g_{par} = 1,4 * 0,15 * 2,6 * 13 = 7,1 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L1} = 4,78 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L3} = 2,99 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L5} = 3,89 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L9} = 3,89 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L12} = 2,99 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da L14} = 4,67 \text{ kN/m}$$

$$\text{Reação da V28} = 32,8 \text{ kN}$$

$$\text{Reação da V07} = 32,8 \text{ kN}$$

Entre P38 e P26:

$$l_{ef} = 527 + \frac{40}{2} + \frac{20}{2} = 557 \text{ cm}$$

Entre P26 e V18:

$$l_{ef} = 290 + \frac{20}{2} + \frac{12}{2} = 306 \text{ cm}$$

Entre V18 e P14:

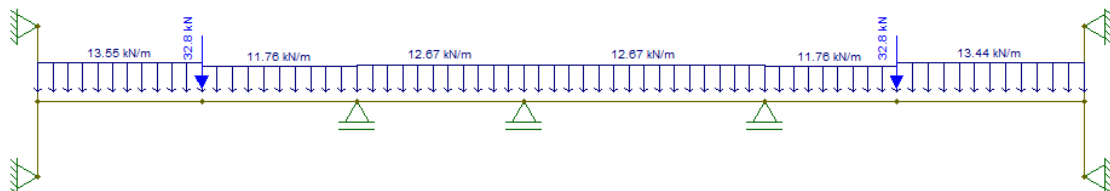
$$l_{ef} = 390 + \frac{12}{2} + \frac{20}{2} = 406 \text{ cm}$$

Entre P14 e P05:

$$l_{ef} = 526 + \frac{20}{2} + \frac{40}{2} = 556 \text{ cm}$$

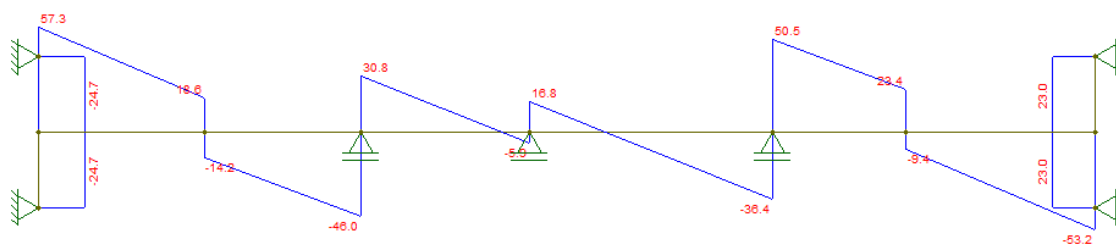
Com os dados acima e auxílio do software Ftool foram obtidos os esforços.

Imagem 13 - Carregamento da V36



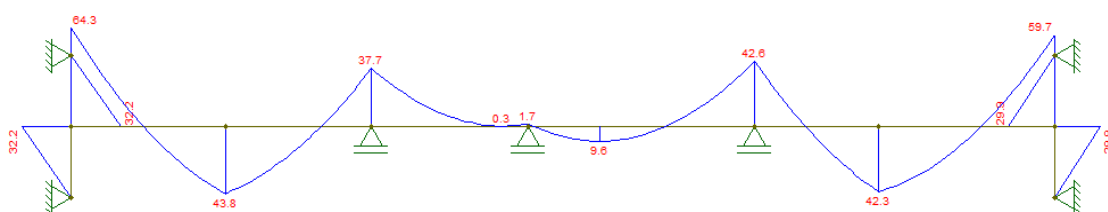
Fonte: Autor

Imagem 14 - Esforço Cortante da V36



Fonte: Autor

Imagem 15 - Momento Fletor da V36



Fonte: Autor

Armadura longitudinal positiva

Entre P36 e P26:

Serão utilizadas 2 camadas com 2 barras de 10 mm de diâmetro, com um espaçamento vertical de 2 cm.

Centro de massa da armadura:

$$\phi = 10 \text{ mm}$$



$$y_g = \frac{2 * 0,5 + 2 * 3,5}{4} = 2 \text{ cm}$$

$$\Phi t = 5 \text{ mm}$$

$$d = h - c - \Phi t - y_g = 40 - 3 - 0,5 - 2 = 34,5 \text{ cm}$$

$$Md = 43,8 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 34,5 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{43,8 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 34,5^2}} \right) = 8,71 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{8,71}{34,5} = 0,25$$

$$A_s = \frac{43,8 \times 1,15}{50 \times (34,5 - 0,4 \times 8,71)} = 2,93 \text{ cm}^2$$

$$A_{smin} = 0,0015 \times 12 \times 40 = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 4 \times 0,5^2 \times \pi = 3,14 \text{ cm}^2$$

Entre P26 e P14:

Serão utilizadas duas camadas com barras de 6,3 mm de diâmetro, a primeira com duas barras e a segunda com uma barra apenas, com um espaçamento vertical de 2 cm..

$$\Phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$\Phi t = 5mm$$

$$d = 35,31 cm$$

$$Md = 9,6 kN.m$$

$$x = 1,25 \times 35,31 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{9,6 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 35,31^2}} \right) = 1,87 cm$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,87}{35,31} = 0,05$$

$$As = \frac{9,6 \times 1,15}{50 \times (35,31 - 0,4 \times 1,87)} = 0,63 cm^2$$

$$Asmin = 0,72 cm^2$$

$$Asef = 3 \times 0,315^2 \times \pi = 0,93 cm^2$$

Entre P14 e P05:

Serão utilizadas três camadas com barras de 8 mm de diâmetro, todas com 2 barras, com um espaçamento vertical de 2 cm.

$$\Phi = 8 mm$$

$$\Phi t = 5mm$$

$$d = 33,3 \text{ cm}$$

$$Md = 42,3 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 33,3 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{42,3 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 33,3^2}} \right) = 8,72 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{8,72}{33,3} = 0,26$$

$$As = \frac{42,3 \times 1,15}{50 \times (33,3 - 0,4 \times 8,72)} = 2,93 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 6 \times 0,4^2 \times \pi = 3,01 \text{ cm}^2$$

Armadura longitudinal negativa

No pilar 36:

Serão utilizadas barras de 12,5 mm de diâmetro distribuídas em duas camadas de duas barras e uma camada de uma barra, com um espaçamento vertical de 2 cm..

$$\Phi = 12,5 \text{ mm}$$

$$\Phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d = 33,275 \text{ cm}$$

$$Md = 64,3 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 33,275 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{64,3 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 33,275^2}} \right) = 13,26 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{13,26}{33,275} = 0,4$$

$$As = \frac{64,3 \times 1,15}{50 \times (33,275 - 0,4 \times 13,26)} = 5,29 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 5 \times 0,625^2 \times \pi = 6,13 \text{ cm}^2$$

No pilar 26:

Serão utilizadas barras de 8 mm de diâmetro distribuídas em três camadas de duas cada, com um espaçamento vertical de 2 cm..

$$\Phi = 8 \text{ mm}$$

$$\Phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d = 33,3 \text{ cm}$$

$$Md = 37,7 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 33,3 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{37,7 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 33,3^2}} \right) = 7,77 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{7,77}{33,3} = 0,23$$

$$As = \frac{37,7 \times 1,15}{50 \times (33,3 - 0,4 \times 7,77)} = 2,87 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 6 \times 0,4^2 \times \pi = 3,01 \text{ cm}^2$$

Na viga 18:

Serão utilizadas barras de 6,3 mm de diâmetro distribuídas em duas camadas, a primeira com duas barras e a segunda com apenas uma, com um espaçamento vertical de 2 cm..

$$\Phi = 6,3 \text{ mm}$$

$$\Phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d = 35,31 \text{ cm}$$

$$Md = 1,7 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 35,31 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1,7 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 35,31^2}} \right) = 1,66 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{7,77}{35,31} = 0,05$$

$$As = \frac{1,7 \times 1,15}{50 \times (35,31 - 0,4 \times 1,66)} = 0,11 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2 > As = 0,11 \text{ cm}^2$$

$$As = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 3 \times 0,325^2 \times \pi = 0,74 \text{ cm}^2$$

No pilar 14:

Serão utilizadas duas camadas com barras de 12,5 mm de diâmetro, a primeira com duas barras e a segunda com uma barra apenas, com um espaçamento vertical de 2 cm..

$$\Phi = 12,5 \text{ mm}$$

$$\Phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d = 34,79 \text{ cm}$$

$$Md = 42,6 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 34,79 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{42,6 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 34,79^2}} \right) = 8,4 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{8,4}{34,79} = 0,24$$

$$As = \frac{42,6 \times 1,15}{50 \times (34,79 - 0,4 \times 8,4)} = 3,12 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 3 \times 0,625^2 \times \pi = 3,68 \text{ cm}^2$$

No pilar 05:

Serão utilizadas duas camadas com barras de 12,5 mm de diâmetro, todas com duas barras, com um espaçamento vertical de 2 cm.

$$\Phi = 8 \text{ mm}$$

$$\Phi_t = 5 \text{ mm}$$

$$d = 34,25 \text{ cm}$$

$$Md = 59,7 \text{ kN.m}$$

$$x = 1,25 \times 34,25 \times \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{59,7 \times 1,4}{0,425 \times 2,5 \times 100 \times 34,25^2}} \right) = 11,96 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = \frac{1,87}{35,31} = 0,35$$

$$As = \frac{59,7 \times 1,15}{50 \times (34,25 - 0,4 \times 11,96)} = 4,66 \text{ cm}^2$$

$$As_{min} = 0,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sef} = 4 \times 0,625^2 \times \pi = 4,9 \text{ cm}^2$$

#### Armadura Transversal

A armadura transversal será feita de barras com 5 mm de diâmetro feitas de aço CA-60.

Entre P36 e P26:

$$\phi l = 5 \text{ mm}$$

$$d = 34,5 \text{ cm}$$

$$V_{sd} = 57,3 \text{ kN}$$



$$f_{ctd} = \frac{0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 0,7 \times 0,3 \times \frac{25^{\frac{2}{3}}}{1,4} = 1,28 \text{ MPa}$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{25}{250} = 0,9$$

$$\theta = 90^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$VRd2 = 0,54 \times \alpha_{v2} \times f_{ctd} \times b_w \times d \times \sin^2 \theta \times (\cot \alpha + \cot \theta)$$

$$VRd2 = 0,54 \times 0,9 \times \frac{2,5}{1,4} \times 12 \times 34,5 \times \sin^2(90^\circ) \times (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ))$$

$$Vrd2 = 140,02 \text{ kN} > Vsd = 57,3 \text{ kN}$$

$$V_c = 0,6 \times f_{ctd} \times b_w \times d$$

$$V_c = 0,6 \times 0,128 \times 12 \times 34,5 = 31,86 \text{ kN} < Vsd = 57,3 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = Vsd - V_c = 57,3 - 31,86 = 25,44 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 \times d \times f_{ywd} \times (\cot \alpha + \cot \theta) \times \sin \alpha}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{25,44}{0,9 \times 34,5 \times \frac{60}{1,15} \times (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ)) \times \sin(30^\circ)} = 0,91 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{V_{sd}}{VRd2} = \frac{57,3}{140,02} = 0,41 < 0,67$$

$$s_{\text{máx}} = 0,6 \times d \leq 30 \text{ cm}$$

$$S_{\text{máx}} = 0,6 \times 34,5 = 20,7 \text{ cm}$$

$$S = \frac{A_{sun}}{A_{sw}} = 0,25^2 * \frac{\pi}{0,91} = 0,216 \text{ m} > S_{\text{máx}} = 20,7 \text{ cm}$$

$$S = 20 \text{ cm}$$

Entre P26 e P14:

$$\phi l = 5 \text{ mm}$$

$$d = 35,31 \text{ cm}$$

$$V_{sd} = 36,4 \text{ kN}$$

$$VRd2 = 0,54 \times 0,9 \times \frac{2,5}{1,4} \times 12 \times 35,31 \times \text{sen}^2(90^\circ) \times (\text{cot}(30^\circ) + \text{cot}(90^\circ))$$

$$Vrd2 = 143,3 \text{ kN} > Vsd = 36,4 \text{ kN}$$

$$Vc = 0,6 * 0,128 * 12 * 34,5 = 31,79 \text{ kN} < Vsd = 36,4 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = 36,4 - 31,79 = 3,8 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{3,8}{0,9 \times 36,4 \times \frac{60}{1,15} \times (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ)) \times \text{sen}(30^\circ)} = 0,13 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$\frac{V_{sd}}{VRd2} = \frac{36,4}{143,3} = 0,25 < 0,67$$

$$S_{\text{máx}} = 0,6 \times 36,4 = 21,8 \text{ cm}$$

$$S = 0,25^2 * \frac{\pi}{0,13} = 1,51 \text{ m} > S_{\text{máx}} = 21,8 \text{ cm}$$

$$S = 21 \text{ cm}$$

Entre P14 e P05:

$$\phi l = 5 \text{ mm}$$

$$d = 33,3 \text{ cm}$$

$$V_{sd} = 53,2 \text{ kN}$$

$$VRd2 = 0,54 \times 0,9 \times \frac{2,5}{1,4} \times 12 \times 35,31 \times \text{sen}^2(90^\circ) \times (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ))$$

$$V_{rd2} = 135,15 \text{ kN} > V_{sd} = 53,2 \text{ kN}$$

$$V_c = 0,6 * 0,128 * 12 * 33,3 = 30,68 \text{ kN} < V_{sd} = 53,2 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = 53,2 - 30,68 = 22,45 \text{ kN}$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{22,45}{0,9 \times 36,4 \times \frac{60}{1,15} \times (\cot(30^\circ) + \cot(90^\circ)) \times \text{sen}(30^\circ)} = 0,83 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$V_{sd}/VRd2 = 53,2/135,15 = 0,39 < 0,67$$

$$S_{\text{máx}} = 0,6 \times 33,3 = 19,98 \text{ cm}$$

$$S = 0,25^2 \times \frac{\pi}{0,83} = 0,23 \text{ m} > S_{\text{máx}} = 19,98 \text{ cm}$$

$$S = 19 \text{ cm}$$

### Detalhamento

O comprimento e a distribuição da armadura longitudinal devem ser feitos levando em consideração o comprimento de ancoragem necessário para cada barra, que é dado pela seguinte equação:

$$L_{b_{nec}} = \alpha \times L_b \times \left( \frac{A_{s_{cal}}}{A_{s_{ef}}} \right) \geq L_{b_{min}}$$

Sendo:

$\alpha = 1$  para barra sem gancho (0,7 com gancho)

$L_b$  : Comprimento de ancoragem básico

$Lb_{min}$ : Comprimento de ancoragem mínimo

$$Lb_{min} \geq \begin{cases} 0,3 \times Lb \\ 10 \times \phi \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$Lb = \frac{\phi \times f_{yd}}{4 \times f_{bd}}$$

Sendo:

$\phi$ : Diâmetro da armadura que chega no apoio

$f_{yd}$ : Tensão de cálculo da armadura

$f_{bd}$ : Tensão de aderência para a ancoragem

Caso o apoio seja intermediário,  $A_{s_{cal}}$  é a área de aço calculada para resistir ao momento fletor, caso contrário, ela é dada por:

$$A_{s_{cal}} = 0,87 \times \frac{Vd}{f_{yd}}$$

Deve ser levada em consideração também o comprimento de decalagem do diagrama do momento fletor, dado pela seguinte equação:

$$al = 0,5 \times d \times (\cot \alpha - \cot \theta)$$

Considerando o modelo II de cálculo, com  $\alpha$  sendo  $30^\circ$  e  $\theta$  sendo  $90^\circ$ , pode-se simplificar a equação acima da seguinte forma:

$$al = 0,87 \times d$$

Armadura positiva entre o P36 e P26:

$$Fbd = 2,25 \times 1 \times 1 \times 1,28 = 2,88 \text{ MPa}$$

$$Lb = \frac{1,0 \times 500}{4 \times 2,88 \times 1,15} = 37,74 \text{ cm}$$

$$Lb_{min} \geq \begin{cases} 0,3 \times 37,74 = 11,32 \text{ cm} \\ 10 \times 1 = 10 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$Lb_{min} = 11,32 \text{ cm}$$

Como um apoio é de extremidade e outro intermediário, deve-se calcular um comprimento necessário diferente para cada um deles.

Para o P36:

$$As_{cal} = 0,87 \times \frac{Vd}{fyd}$$

$$Vd = 57,3 \text{ kN}$$

$$As_{cal} = 0,87 \times \frac{53,7 \times 1,15}{50} = 1,14 \text{ cm}^2$$

$$As_{ef} = 3,14 \text{ cm}^2$$

Com a utilização de gancho:

$$Lb_{nec} = 0,7 \times 37,74 \times \left(\frac{1,14}{3,14}\right) = 9,64 \text{ cm} > Lb_{min}$$

$$Lb_{nec} = 11,32 \text{ cm}$$

$$Lb_{dis} = 40 - 3 = 37 \text{ cm} > Lb_{nec}$$

Para o P26:

Por se tratar de um apoio intermediário, sem momento fletor positivo, será adotado um comprimento de ancoragem de dez vezes o diâmetro da armadura, ou seja, 10 cm.

$$Lb_{dis} = 20 - 3 = 17 > Lb_{nec} = 10 \text{ cm}$$

Raio do gancho:

$$ri = 2,5 \times \phi = 2,5 \times 10 = 25 \text{ mm}$$

Comprimento vertical da armadura:

$$CV = 8 \times \phi + ri + \frac{\phi}{2} = 8 \times 10 + 25 + \frac{10}{2} = 110 \text{ mm}$$

Comprimento total reto da armadura:

$$CR = C_{tot} - 2 \times c + \phi = 549 - 2 \times 3 + 1 = 544 \text{ cm}$$

## Distribuição longitudinal

É possível interromper as barras da armadura longitudinal em regiões onde o esforço para o qual elas foram dimensionadas não tenha um valor reduzido, para isso, deve-se usar o comprimento de decalagem e o diagrama de momentos fletores.

Deve-se também respeitar uma armadura mínima nas extremidades do vão, deve ser maior ou igual a um terço da armadura total ou duas barras.

Como nesse trecho são usadas 4 barras, o mínimo que deve ser respeitado é de duas barras em ambos os apoios.

É calculado um  $M_i$  para cada barra da armadura longitudinal, de acordo com a seguinte expressão.

$$M_i = i \times \frac{Md}{n}$$

Sendo:

I: número da barra em questão;

Md: maior momento atuante no vão;

n: total de barras na armadura longitudinal em questão.

$$M_1 = 1 \times \frac{43,8}{4} = 10,95 \text{ kN.m}$$

$$M_2 = 2 \times \frac{43,8}{4} = 21,9 \text{ kN.m}$$

$$M_3 = 3 \times \frac{43,8}{4} = 32,85 \text{ kN.m}$$

$$M_4 = 4 \times \frac{43,8}{4} = 43,8 \text{ kN.m}$$

Com o  $M_i$  calculado para cada barra é calculado então um comprimento para cada barra seguindo a seguinte equação.



$$m_i = \frac{V - \sqrt{V^2 - 2 \times p \times M_i}}{p}$$

Onde:

V: maior esforço cortante no vão;

p: carregamento do vão.

$$V = 57,3 \text{ kN}$$

$$q = 13,55 \text{ kN/m}$$

$$m_1 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times 10,95}}{13,55} = 0,20 \text{ m}$$

$$m_2 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times 21,9}}{13,55} = 0,40 \text{ m}$$

$$m_3 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times 32,85}}{13,55} = 0,62 \text{ m}$$

$$m_4 = \frac{57,31 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times 43,8}}{13,55} = 0,85 \text{ m}$$

Após isso é calculada a distância da barra até a ancoragem no apoio para as quatro barras.

$$d = 34,5 \text{ cm}$$

$$a_l = 0,87 \times 34,5 = 30 \text{ cm}$$

$$d_{1_{esq}} = d_{2_{esq}} = 0$$

$$d3_{esq} \leq m3 - (aL + Lb_{esq}) = 62 - (30 + 11,32) = 22,2 \text{ cm}$$

$$d4_{esq} \leq m4 - (aL + Lb_{esq}) = 79 - (30 + 11,32) = 45,3 \text{ cm}$$

$$d1_{dir} = d2_{dir} = 0$$

$$d3_{dir} \leq m3 - (aL + Lb_{dir}) = 62 - (30 + 10) = 21,8 \text{ cm}$$

$$d4_{dir} \leq m4 - (aL + Lb_{dir}) = 79 - (30 + 10) = 45,0 \text{ cm}$$

É calculado então o comprimento das barras.

$$C1 = C2 = CR = 544 \text{ cm}$$

$$C3 = CR - d3_{esq} - d3_{dir} = 544 - 22,2 - 21,8 = 500 \text{ cm}$$

$$C4 = CR - d4_{esq} - d4_{dir} = 544 - 45,3 - 45,0 = 454 \text{ cm}$$

O mesmo procedimento é feito para as armaduras negativas, porém, por se tratar de uma área de má aderência entre o concreto e a armadura, deve-se calcular o comprimento de ancoragem necessário utilizando um coeficiente diferente.

Armadura negativa no P36:

$$As, cal = 0,87 \times \frac{Vd}{fyd}$$

$$Vd = 57,3 \text{ kN}$$

$$A_{s_{cal}} = 0,87 \times \frac{57,3 \times 1,15}{50} = 1,15 \text{ cm}^2$$

$$A_{s_{ef}} = 6,14 \text{ cm}^2$$

$$Fbd = 2,25 \times 0,7 \times 1 \times 1,28 = 2,01 \text{ MPa}$$

$$Lb = \frac{1,25 \times 500}{4 \times 2,01 \times 1,15} = 67,6 \text{ cm}$$

$$Lb_{min} \geq \begin{cases} 0,3 \times 67,6 = 20,28 \text{ cm} \\ 10 \times 1,25 = 12,5 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} \end{cases}$$

$$Lb_{min} = 20,28 \text{ cm}$$

$$Lb_{nec} = 0,7 \times 67,6 \times \left(\frac{1,14}{6,14}\right) = 8,84 \text{ cm} < Lb_{min}$$

$$Lb_{nec} = 20,28 \text{ cm}$$

$$mi = \frac{(V - \sqrt{V^2 - 2 \times p \times (X - (n - i) \times \Delta X)})}{p}$$

$$\Delta X = \frac{X}{n}$$

Sendo:

X: momento negativo no apoio;

n: numero de barras na armadura.

$$p = 13,55 \text{ kN/m}$$

$$X = 64,3 \text{ kN.m}$$

$$m1 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times \left(57,3 - (5 - 1) \times \frac{64,3}{5}\right)}}{13,55} = 0,23 \text{ m}$$

$$m2 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times \left(57,3 - (5 - 2) \times \frac{64,3}{5}\right)}}{13,55} = 0,48 \text{ m}$$

$$m3 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times \left(57,3 - (5 - 3) \times \frac{64,3}{5}\right)}}{13,55} = 0,74 \text{ m}$$

$$m4 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times \left(57,3 - (5 - 4) \times \frac{64,3}{5}\right)}}{13,55} = 1,02 \text{ m}$$

$$m5 = \frac{57,3 - \sqrt{57,3^2 - 2 \times 13,55 \times \left(57,3 - (5 - 5) \times \frac{64,3}{5}\right)}}{13,55} = 1,33 \text{ m}$$

$$d = 33,28 \text{ cm}$$

$$al = 0,87 \times 33,28 = 28,95 \text{ cm}$$

Com os dados calculados acima pode-se achar o di de cada barra, seguindo os seguintes critérios:

$$d_i \geq m_1 + a_l + l_b$$

$$d_i \geq m_2 + a_l + 10 \times \phi$$

$$d_1 \geq 0,23 + 0,2895 + 0,2028 = 0,722 \text{ m}$$

$$d_1 \geq 0,48 + 0,2895 + 10 \times 0,0125 = 0,895 \text{ m}$$

$$d_2 \geq 0,48 + 0,2895 + 0,2028 = 0,972 \text{ m}$$

$$d_2 \geq 0,74 + 0,2895 + 10 \times 0,0125 = 1,152 \text{ m}$$

$$d_3 \geq 0,74 + 0,2895 + 0,2028 = 1,232 \text{ m}$$

$$d_3 \geq 1,02 + 0,2895 + 10 \times 0,0125 = 1,435 \text{ m}$$

$$d_4 \geq 1,02 + 0,2895 + 0,2028 = 1,512 \text{ m}$$

$$d_4 \geq 1,33 + 0,2895 + 10 \times 0,0125 = 1,746 \text{ m}$$

$$d_5 \geq 1,33 + 0,2895 + 0,2028 = 1,824 \text{ m}$$

Logo, o comprimento de cada barra foi definido como:

$$C_1 = 0,90 \text{ m}$$

$$C_2 = 1,16 \text{ m}$$

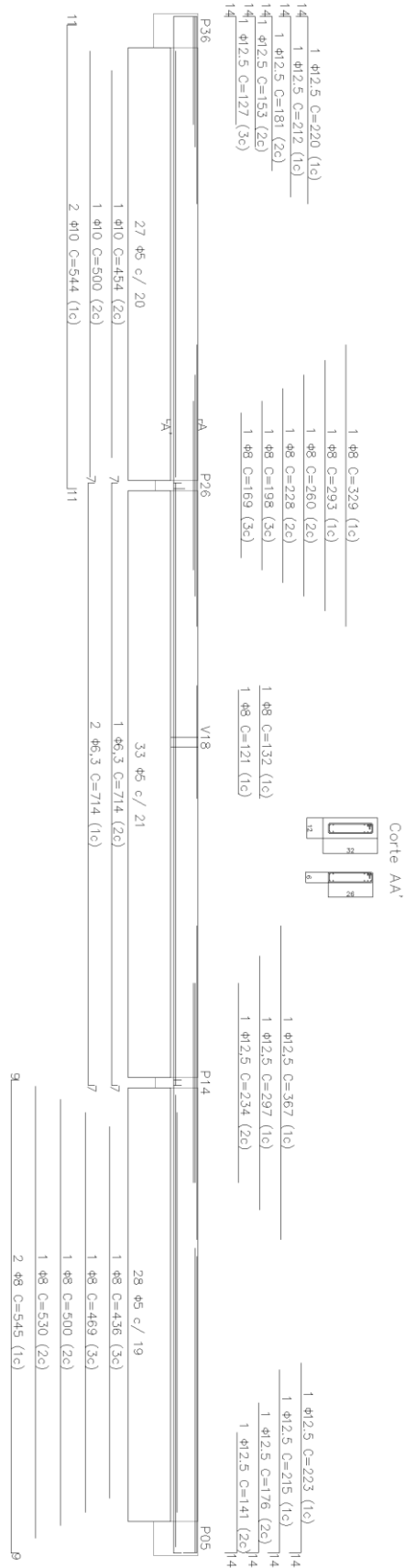
$$C_3 = 1,44 \text{ m}$$

$$C_4 = 1,75 \text{ m}$$

$$C_5 = 1,83 \text{ m}$$

O detalhamento da viga pode ser visto na figura abaixo:

Imagem 16 – Detalhamento da V36



Fonte: Autor

#### 4.2.5.1 Limites de deformação

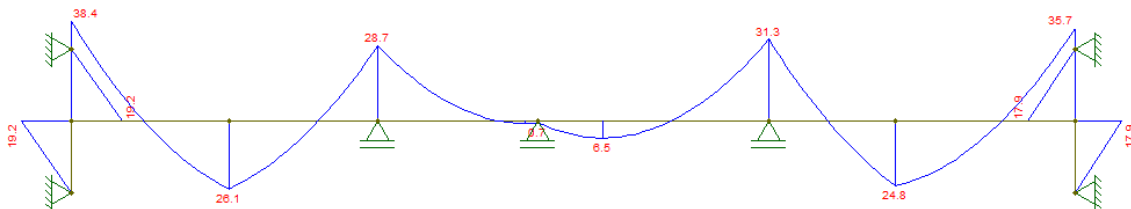
A conferência da deformação das vigas foi feita de forma similar a das lajes, com exceção do momento de inércia equivalente, que foi calculado usando uma ponderação entre o momento de inércia equivalente da do vão e o dos apoios, e da flecha, que foi obtida com auxílio do software Ftool.

$$I_{eq} = 0,15 \times I_{eq_{apoio1}} + 0,7 \times I_{eq_{vão}} + 0,15 \times I_{eq_{apoio2}}$$

Exemplo: Viga 36

Os esforços obtidos com a combinação quase permanente de serviço podem ser vistos na imagem abaixo.

Imagem 17 - Momentos fletores da viga 36 com o carregamento quase permanente de serviço



Fonte: Autor

Entre P36 e P26:

$$l = 527 \text{ cm}$$

$$a1 = 40 \text{ cm}$$

$$a2 = 20 \text{ cm}$$

$$l_{ef} = 527 + \frac{40}{2} + \frac{20}{2} = 557 \text{ cm}$$

$$M_r = \alpha \times f_{ctm} \times \frac{I_c}{y_t}$$

$$\alpha = 1,5 \text{ (seção retangular)}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \times 25^{\frac{2}{3}} = 2,56 \text{ MPa}$$

$$I_c = 40^3 \times \frac{12}{12} = 64000 \text{ cm}^4$$

$$M_r = 1,5 \times 0,256 \times \frac{64000}{20} = 1228,8 \text{ kN.cm} = 12,29 \text{ kN.m}$$

$$M_{a, esquerda} = 38,4 \text{ kN.m} > M_r = 12,29 \text{ kN.m}$$

$$M_{a, vão} = 26,1 \text{ kN.m} > M_r = 12,29 \text{ kN.m}$$

$$M_{a, direita} = 28,7 \text{ kN.m} > M_r = 12,29 \text{ kN.m}$$

Como todos os momentos acima são maiores que o momento de fissuração, o momento de inércia das três partes da viga serão substituídos por um momento de inércia equivalente.

Apoio da esquerda:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210}{26,8} = 7,84$$



$$x_{II} = \alpha e \times \frac{A_s}{b} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times b \times d}{\alpha e \times A_s}} \right)$$

$$A_s = 6,13 \text{ cm}^2$$

$$d = 33,275 \text{ cm}$$

$$x_{II} = 7,84 \times \frac{6,13}{12} \times \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 12 \times 33,275}{7,84 \times 6,13}} \right) = 12,88 \text{ cm}$$

$$I_{II} = b * \frac{x_{ii}^3}{3} + \alpha e * A_s * (d - x_{ii})^2$$

$$I_{II} = 12 \times \frac{12,88^3}{3} + 7,84 \times 6,13 \times (33,275 - 12,88)^2 = 20834,92 \text{ cm}^4$$

$$Ma, esquerda = 38,4 \text{ kN.m}$$

$$I_{eq} = \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 \times I_c + \left( 1 - \left( \frac{Mr}{Ma} \right)^3 \right) \times I_{II}$$

$$I_{eq} = \left( \frac{12,29}{38,4} \right)^3 \times 64000 + \left( 1 - \left( \frac{12,39}{38,4} \right)^3 \right) \times 20834,92 = 24995,80 \text{ cm}^4$$

Vão:

$$A_s = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$d = 34,5 \text{ cm}$$

$$x_{II} = 7,84 \times \frac{3,14}{12} \times \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 12 \times 34,5}{7,84 \times 3,14}}\right) = 9,84 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 12 \times \frac{9,84^3}{3} + 7,84 \times 3,14 \times (34,5 - 9,84)^2 = 18139,0 \text{ cm}^4$$

$$Ma, \text{vao} = 26,1 \text{ kN.m}$$

$$I_{eq} = \left(\frac{12,29}{26,1}\right)^3 \times 64000 + \left(1 - \left(\frac{12,39}{26,1}\right)^3\right) \times 18139 = 22392,49 \text{ cm}^4$$

Apoio da direita:

$$As = 3,01 \text{ cm}^2$$

$$d = 33,3 \text{ cm}$$

$$x_{II} = 7,84 \times \frac{3,01}{12} \times \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \times 12 \times 33,3}{7,84 \times 3,01}}\right) = 9,67 \text{ cm}$$

$$I_{II} = 12 * \frac{9,67^3}{3} + 7,84 \times 3,01 \times (33,3 - 967)^2 = 18184 \text{ cm}^4$$

$$Ma, \text{direita} = 28,7 \text{ kN.m}$$

$$I_{eq} = \left(\frac{12,29}{28,7}\right)^3 \times 64000 + \left(1 - \left(\frac{12,39}{28,7}\right)^3\right) \times 18184 = 23754 \text{ cm}^4$$

$$I_{eq} = 0,15 \times I_{eq_{apoio1}} + 0,7 \times I_{eq_{vão}} + 0,15 \times I_{eq_{apoio2}}$$

$$I_{eq_{viga}} = 0,15 \times 24995,80 + 0,7 \times 22392,49 + 0,15 \times 23754 = 22987 \text{ cm}^4$$

Utilizando o momento de inércia equivalente demonstrado acima no software Ftool obteve-se um deslocamento vertical de 7,47 mm.

$$Ft = f_0 * (1 + af)$$

$$af = 7,47 * (1 + 1,32)$$

$$Ft = 17,33 \text{ mm}$$

$$F_{adm} = \frac{l_{ef}}{250}$$

$$F_{adm} = \frac{557}{250} = 2,22 \text{ cm} > Ft = 1,733 \text{ cm}$$

Logo, este trecho da viga passa na conferência de deformação máxima.

## 5 Projeto com Lajes Nervuradas de Cubetas Bidirecionais

Para que seja feita uma comparação financeira as lajes serão também dimensionadas como lajes nervuradas bidirecionais. As propriedades das cubetas foram retiradas do site do fabricante de cubetas para lajes ATEX e podem ser observadas na tabela abaixo:

Tabela 15 - Características das Cubetas

Altura do Molde	Espessura da Lâmina	Altura Total	Largura da Nervura			Área da Seção	Distância do C. G. à		Inércia		Volume do Vazio		Peso Próprio	Volume de Concreto
			Inferior	Superior	Média		Face Superior	Face Inferior	Inércia p/ nerv. Equivalente	Altura				
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm <sup>2</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>	KN/m <sup>2</sup>	m <sup>3</sup> /m <sup>2</sup>
15,0	5,0	20,0	6,0	9,8	7,9	418	5,2	14,8	10290	12,7	0,041	0,113	2,18	0,087
d1	ds	D	bi	bs	br	A	rs	ri	I	heq	v/v		Concreto 25 kN/m <sup>3</sup>	

Fonte: <http://www.atex.com.br/pt/formas/laje-nervurada/bidirecional/>

A distância entre eixos adotada foi de 65 cm, para evitar a necessidade de armadura de torção e possibilitar a verificação de cisalhamento similar a da laje maciça.

## 5.1 Vinculações

As vinculações das lajes serão as mesmas adotadas nas lajes maciças.

## 5.2 Vão efetivo

Devido a mudança das alturas das lajes foram alterados as larguras efetivas das mesmas.

Tabela 16 – Vãos efetivos das lajes nervuradas bidirecionais

Laje	L0x	L0y	apoios	ht (cm)	Lx	Ly
1=19	285	290	12	20	297	302
2=18	272	349	12	20	284	361
3=21	230.5	290	12	20	242.5	302
4=20	249	349	12	20	261	361
5=24	100	289.5	12	20	112	301.5
6=23	403	454	12	20	415	466
7	252.5	385	12	20	264.5	397
8=25	221	254	12	20	233	266
9=28	100	389.5	12	20	112	401.5
10=27	454	475	12	20	466	487
11=26	254	485	12	20	266	497
12=30	230.5	290	12	20	242.5	302
13=29	249	349	12	20	261	361
14=32	285	290	12	20	297	302
15=31	300	349	12	20	312	361

<b>16</b>	150	369	12	20	162	381
<b>17</b>	240	333	12	20	252	345
<b>22</b>	252.5	385	12	20	264.5	397

Fonte: Autor

### 5.3 Esforços

Os carregamentos das serão os mesmos considerados no caso das lajes maciças, com a exceção do peso próprio, que será adotado seguindo o valor da tabela do fabricante demonstrada acima.

Os esforços foram obtidos de forma similar aos esforços da laje maciça, usando a Tabela de Lajes do Prof. Libânio M. Pinheiro para as lajes bidirecionais e a analogia de vigas para as lajes unidirecionais, apesar de ser recomendado utilizar a analogia de grelha para o cálculo dos esforços em lajes nervuradas. Os resultados estão apresentados na tabela abaixo.

Tabela 17 – Reações nos apoios das lajes nervuradas bidirecionais

Laje	R <sub>x</sub>	R <sub>x'</sub>	R <sub>y</sub>	R <sub>y'</sub>
1=19	5.06	7.39	4.94	7.22
2=18	6.69	9.79	3.98	0.00
3=21	0.00	6.33	3.18	4.65
4=20	0.00	10.72	5.14	7.51
5=24	4.29	0.00	0.00	0.00
6=23	0.00	10.30	5.44	7.95
7	5.85	8.58	4.40	6.43
8=25	0.00	7.35	0.00	6.56
9=28	4.29	0.00	0.00	0.00
10=27	6.37	9.33	0.00	11.00
11=26	6.47	9.47	4.42	6.46
12=30	0.00	6.33	3.18	4.65
13=29	0.00	10.72	5.14	7.51
14=32	5.06	7.39	4.94	7.22
15=31	7.06	10.34	4.38	0.00
16	6.21	0.00	0.00	0.00
17	3.81	0.00	0.00	7.97
22	5.85	8.58	4.40	6.43

Fonte: Autor

Tabela 18 – Momentos fletores nas lajes nervuradas bidirecionais

Laje	M <sub>x</sub> (kN.M)	M <sub>y</sub> (kN.m)	M <sub>x'1</sub> (kN.m)	M <sub>y'1</sub> (kN.m)	M <sub>x'2</sub> (kN.m)	M <sub>y'2</sub> (kN.m)
1=19	1.89	1.86	4.08	0.00	3.85	0.00
2=18	2.84	1.52	6.16	0.00	3.85	0.00

3=21	1.46	0.76	7.23	4.08	2.05	0.00
4=20	2.78	1.17	6.16	4.85	3.58	0.00
5=24	1.20	0.00	0.00	0.00	2.63	0.00
6=23	3.87	2.46	7.23	7.23	5.96	0.00
7	2.53	1.20	6.52	4.47	4.01	0.00
8=25	1.58	1.18	4.08	4.01	4.05	8.06
9=28	1.20	0.00	0.00	0.00	2.63	0.00
10=27	3.74	4.32	7.23	8.06	8.19	0.00
11=26	2.99	0.93	8.19	0.00	4.08	0.00
12=30	1.46	0.76	8.06	4.05	2.05	0.00
13=29	2.78	1.17	6.57	4.90	3.58	0.00
14=32	1.89	1.86	3.58	0.00	3.85	0.00
15=31	3.14	1.98	3.85	0.00	6.57	0.00
16	2.51	0.00	4.47	0.00	0.00	0.00
17	3.62	1.84	0.00	0.00	4.05	4.05
22	2.53	1.20	6.52	0.00	4.01	4.85

Fonte: Autor

## 5.4 Armaduras

### Armadura longitudinal positiva

As armaduras longitudinais positivas levarão em conta para o seu dimensionamento a armadura por nervura. Para isso será calculado um momento fletor por nervura multiplicando-se o momento obtido pela largura da nervura (bf).

Deve-se também calcular o momento resistente da mesa sem a contribuição do concreto resistente, que é dado por:

$$M_{rd,m} = 0,85 \times f_{cd} \times b_f \times h_c \times \left( d - \frac{h_c}{2} \right)$$

Caso o  $M_{rd,m}$  seja maior que o momento fletor atuante na laje, obtido com a combinação quase permanente de ações, o dimensionamento será feito considerando uma seção retangular de concreto ao invés de uma seção em T.

Tabela 19 – Armadura longitudinal em lajes nervuradas bidirecionais

1=19	Bidirecional									
Principal	Md/Nerv.	Mrd.m	$\Phi$	As,cal	As,mín	Q	As,ef	s	Q.ef	Compr
	kN.m/nerv	kN.m/nerv	cm	cm <sup>2</sup> /nerv	cm <sup>2</sup> /nerv	Uni./nerv	cm <sup>2</sup> /nerv	cm	Uni./nerv	cm

	1.48	72.44	0.63	0.20	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	297.00
Secundaria	1.52	69.33	0.63	0.21	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	302.00
2=18	Bidireccional									
Principal	1.88	72.44	0.63	0.25	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	284.00
Secundaria	0.99	69.33	0.63	0.14	0.42	1.35	1.35	1.00	2.00	361.00
3=21	Bidireccional									
Principal	0.95	72.44	0.63	0.13	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	242.50
Secundaria	0.66	69.33	0.63	0.09	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	302.00
4=20	Bidireccional									
Principal	2.17	72.44	0.63	0.29	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	261.00
Secundaria	1.05	69.33	0.63	0.15	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	361.00
5=24	Unidireccional									
Principal	0.78	72.44	0.63	0.10	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	112.00
Secundaria	0.00	69.33	0.63	0.00	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	301.50
6=23	Bidireccional									
Principal	2.52	72.44	0.63	0.34	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	415.00
Secundaria	2.08	69.33	0.63	0.29	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	466.00
7	Bidireccional									
Principal	1.65	72.44	0.63	0.22	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	264.50
Secundaria	0.88	69.33	0.63	0.12	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	397.00
8=25	Bidireccional									
Principal	1.03	72.44	0.63	0.14	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	233.00
Secundaria	0.76	69.33	0.63	0.11	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	266.00
9=28	Unidireccional									
Principal	0.78	72.44	0.63	0.10	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	112.00
Secundaria	0.00	69.33	0.63	0.00	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	401.50
10=27	Bidireccional									
Principal	2.43	72.44	0.63	0.33	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	466.00
Secundaria	2.81	69.33	0.63	0.39	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	487.00
11=26	Bidireccional									
Principal	1.95	72.44	0.63	0.26	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	266.00
Secundaria	0.73	69.33	0.63	0.10	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	497.00
12=30	Bidireccional									
Principal	0.95	72.44	0.63	0.13	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	242.50
Secundaria	0.66	69.33	0.63	0.09	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	302.00
13=29	Bidireccional									
Principal	2.02	72.44	0.63	0.27	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	261.00
Secundaria	1.05	69.33	0.63	0.15	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	361.00
14=32	Bidireccional									
Principal	1.64	72.44	0.63	0.22	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	297.00
Secundaria	1.52	69.33	0.63	0.21	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	302.00
15=31	Bidireccional									
Principal	3.09	72.44	0.63	0.42	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	312.00
Secundaria	1.29	69.33	0.63	0.18	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	361.00
16	Unidireccional									

Principal	1.63	72.44	0.63	0.22	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	162.00
Secundaria	0.00	69.33	0.63	0.00	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	381.00
<b>17</b>	<b>Bidirecional</b>									
Principal	2.35	72.44	0.63	0.32	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	252.00
Secundaria	1.66	69.33	0.63	0.23	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	345.00
<b>22</b>	<b>Bidirecional</b>									
Principal	1.65	72.44	0.63	0.22	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	264.50
Secundaria	0.78	69.33	0.63	0.11	0.42	1.35	0.62	1.00	2.00	397.00

Fonte: Autor

A tabela acima indica que o dimensionamento de todas as lajes pode ser feito considerando uma seção retangular, pois todos os momentos resistentes são superiores aos momentos atuantes na laje.

#### Armadura longitudinal negativa

O dimensionamento da armadura longitudinal negativa é feita de maneira similar a da laje maciça. É considerado novamente o momento resistente da mesa e o momento atuante na laje, porém desta vez o valor considerado é em kN.m/m, pois a armadura longitudinal negativa é distribuída pela mesa da laje.

Tabela 20 – Armadura negativa das lajes nervuradas bidirecionais

L1-L2 / L19-L18											
Md-	Mr	$\Phi$	As,cal	As,mín	s,máx	As,máx	As,ado	s	Q	As,ef	Compr,eco
kN.m/m	kN.m/m	cm	cm <sup>2</sup> /m	cm <sup>2</sup> /m	cm	cm <sup>2</sup> /m	cm <sup>2</sup> /m	cm	uni.	Cm <sup>2</sup> /m	cm
3.85	72.44	0.63	0.52	0.70	20.00	1.56	1.56	20	8	1.56	142.14
L1-L3 / L19-L21											
4.08	72.44	0.63	0.55	0.70	20.00	1.56	1.56	20	15	1.56	142.14
L1-L4 / L19-L20											
4.64	72.44	0.63	0.62	0.70	20.00	1.56	1.56	20	7	1.56	142.14
L2-L4 / L18-L20											
6.16	72.44	0.63	0.83	0.70	20.00	1.56	1.56	20	18	1.56	137.26
L3-L4 / L21-L20											
3.58	72.44	0.63	0.48	0.70	20.00	1.56	1.56	20	6	1.56	128.64
L3-L5 / L21-L24											
2.63	72.44	0.63	0.35	0.70	20.00	1.56	1.56	20	5	1.56	121.70
L3-L6 / L21-L23											



7.23	72.02	0.80	0.98	0.70	20.00	2.51	2.51	20	9	2.51	186.73
L3-L6 / L21-L23											
2.05	72.44	0.63	0.27	0.70	20.00	1.56	1.56	20	6	1.56	186.39
L4-L6 / L20-L23											
7.55	72.02	0.80	1.02	0.70	20.00	2.51	2.51	20	14	2.51	186.73
L4-L7 / L20-L22											
4.85	72.44	0.63	0.65	0.70	20.00	1.56	1.56	20	4	1.56	129.95
L5-L6 / L24-L23											
0.00	72.44	0.63	0.00	0.70	20.00	1.56	1.56	20	15	1.56	186.39
L5-L9 / L24-L28											
0.00	72.44	0.63	0.00	0.70	20.00	1.56	1.56	20	5	1.56	129.95
L6-L7 / L23-L22											
6.52	72.02	0.80	0.88	0.70	20.00	2.51	2.51	20	15	2.51	186.73
L6-L8 / L23-L25											
5.96	72.02	0.80	0.81	0.70	20.00	2.51	2.51	20	6	2.51	186.73
L6-L10 / L23-L27											
7.23	72.02	0.80	0.98	0.70	20.00	2.51	2.51	20	23	2.51	205.85
L7-L8 / L22-L25											
4.01	72.44	0.63	0.54	0.70	20.00	1.56	1.56	20	13	1.56	129.95
L7-L16											
4.47	72.44	0.63	0.60	0.70	20.00	1.56	1.56	20	19	1.56	129.95
L8-L10 / L25-L27											
8.06	71.53	1.00	1.10	0.70	20.00	3.93	3.93	20	6	3.93	206.25
L8-L11 / L25-L26											
4.08	72.44	0.63	0.55	0.70	20.00	1.56	1.56	20	13	1.56	130.51
L8-L17											
4.05	72.44	0.63	0.54	0.70	20.00	1.56	1.56	20	12	1.56	125.26
L9-L10 / L28-L27											
0.00	72.44	0.63	0.00	0.70	20.00	1.56	1.56	20	20	1.56	205.51
L9-L12 / L28-L30											
2.63	72.44	0.63	0.35	0.70	20.00	1.56	1.56	20	5	1.56	121.70
L10-L11 / L27-L26											
8.19	71.53	1.00	1.12	0.70	20.00	3.93	3.93	20	18	3.93	206.25
L10-L12 / L27-L30											
8.06	71.53	1.00	1.10	0.70	20.00	3.93	3.93	20	9	3.93	206.25
L10-L12 / L27-L30											
2.05	72.44	0.63	0.27	0.70	20.00	1.56	1.56	20	4	1.56	205.51
L10-L13 / L27-L29											
4.90	72.44	0.63	0.66	0.70	20.00	1.56	1.56	20	14	1.56	205.51
L11-L13 / L26-L29											
4.85	72.44	0.63	0.65	0.70	20.00	1.56	1.56	20	14	1.56	130.51
L12-L13 / L30-L29											
3.58	72.44	0.63	0.48	0.70	20.00	1.56	1.56	20	8	1.56	128.64
L12-L14 / L30-L32											
4.05	72.44	0.63	0.55	0.70	20.00	1.56	1.56	20	15	1.56	142.14

L13-L14 / L29-L32											
4.64	72.44	0.63	0.62	0.70	20.00	1.56	1.56	20	5	1.56	142.14
L13-L15 / L29-L31											
6.57	72.02	0.80	0.89	0.70	20.00	2.51	2.51	20	18	2.51	148.10
L14-L15 / L32-L31											
3.85	72.44	0.63	0.52	0.70	20.00	1.56	1.56	20	9	1.56	147.76
L16-L17											
0.00	72.44	0.63	0.00	0.70	20.00	1.56	1.56	20	8	1.56	125.26
L17-L25											
4.05	72.44	0.63	0.54	0.70	20.00	1.56	1.56	20	12	1.56	125.26

Fonte: Autor

Como pode ser visto acima, todas os momentos resistentes da mesa são maiores que os momentos atuantes na laje, por isso todas as armaduras negativas serão calculadas considerando uma seção retangular de concreto.

#### Armadura de distribuição

A armadura de distribuição em lajes nervuradas deve ter uma área de aço maior ou igual a um quinto da armadura longitudinal secundária positiva e deve ter um espaçamento máximo de 30 cm.

Tabela 21 – Armadura de distribuição nas lajes nervuradas bidirecionais

Laje	$\Phi$ (cm)	$A_{s,sec}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$A_{s,calc}$ (cm <sup>2</sup> /m)	S (cm)	$A_{s,ef}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$Q_x$ (uni)	$Q_y$ (uni)
1=19	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	10	10
2=18	0.50	1.35	0.27	30.00	0.65	12	10
3=21	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	10	8
4=20	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	12	9
5=24	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	10	4
6=23	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	16	14
7	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	14	9
8=25	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	9	8
9=28	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	14	4
10=27	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	17	16
11=26	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	17	9
12=30	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	10	8
13=29	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	12	9
14=32	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	10	10
15=31	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	12	11
16	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	13	6
17	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	12	9
22	0.50	0.62	0.12	30.00	0.65	14	9

## 5.5 Limite de deformações

O momento de fissuração foi calculado de maneira similar ao das lajes maciças, porém, o  $\alpha$  considerado foi de 1,2 por se tratar de uma seção em T.

Tabela 22 – Momentos fletores e momento de fissuração nas lajes nervuradas bidirecionais

Laje	Mr (kN.m)	Mx (kN.m)	My (kN.m)	Mx'1 (kN.m)	My'1 (kN.m)	Mx'2 (kN.m)	My'2 (kN.m)
1=19	4.10	0.61	0.61	1.10	0.00	0.00	1.10
2=18	4.10	0.77	0.41	1.86	0.00	1.04	0.00
3=21	4.10	0.39	0.20	1.96	1.10	0.00	1.20
4=20	4.10	0.93	0.44	2.24	1.86	1.40	0.00
5=24	4.10	0.32	0.00	0.00	0.00	0.00	0.71
6=23	4.10	1.54	0.67	1.96	1.96	0.55	1.77
7	4.10	0.68	0.32	1.77	0.00	1.20	1.62
8=25	4.10	0.54	0.39	1.22	1.20	1.62	1.19
9=28	4.10	0.32	0.00	0.00	0.00	0.71	0.00
10=27	4.10	1.56	1.18	2.20	2.23	1.62	1.96
11=26	4.10	0.81	0.25	2.23	0.00	1.62	1.22
12=30	4.10	0.39	0.20	1.09	0.71	0.00	1.20
13=29	4.10	1.16	0.44	1.97	1.62	1.40	0.00
14=32	4.10	0.61	0.50	0.00	1.09	0.00	1.40
15=31	4.10	0.85	0.53	0.00	1.97	1.04	0.00
16	4.10	0.68	0.00	1.21	0.00	0.00	0.00
17	4.10	0.97	0.58	0.00	0.00	1.19	1.19
22	4.10	0.68	0.32	0.00	1.77	1.20	1.62

Fonte: Autor

Como pode ser observado na tabela acima, nenhuma das lajes apresenta fissuração, logo o valor adotado para o cálculo de flechas será o do momento da seção bruta.

## 5.6 Limites de Esforço Cortante

### Cisalhamento

A conferência da armadura de cisalhamento foi feita de forma similar a das lajes maciças.

Tabela 23 – Cisalhamento nas lajes nervuradas bidirecionais

	V(Rd1)	V(Rd2)	V(sd)
	kN	kN	kN
<b>L1 = L19</b>			
Rx	62.12	448.80	3.29
Rx'	62.12	448.80	4.81
Ry	60.13	432.35	3.21
Ry'	60.13	432.35	4.69
<b>L2 = L18</b>			
Rx	62.12	448.80	4.35
Rx'	62.12	448.80	6.36
Ry	61.00	432.35	2.59
Ry'	61.00	432.35	0.00
<b>L3 = L21</b>			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	4.11
Ry	60.13	432.35	2.07
Ry'	60.13	432.35	3.02
<b>L4 = L20</b>			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	6.97
Ry	60.13	432.35	3.34
Ry'	60.13	432.35	4.88
<b>L5 = L24</b>			
Rx	62.12	448.80	2.79
Rx'	62.12	448.80	0.00
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	0.00
<b>L6 = L23</b>			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	6.70
Ry	60.13	432.35	3.54
Ry'	60.13	432.35	5.17
<b>L7</b>			
Rx	62.12	448.80	3.81
Rx'	62.12	448.80	5.58
Ry	60.13	432.35	2.86
Ry'	60.13	432.35	4.18
<b>L8 = L25</b>			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	4.78
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	4.26
<b>L9 = L28</b>			

Rx	62.12	448.80	2.79
Rx'	62.12	448.80	0.00
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	0.00
L10 = L27			
Rx	62.12	448.80	4.14
Rx'	62.12	448.80	6.07
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	7.15
L11 = L26			
Rx	62.12	448.80	4.21
Rx'	62.12	448.80	6.16
Ry	60.13	432.35	2.88
Ry'	60.13	432.35	4.20
L12 = L30			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	4.11
Ry	60.13	432.35	2.07
Ry'	60.13	432.35	3.02
L13 = L29			
Rx	62.12	448.80	0.00
Rx'	62.12	448.80	6.97
Ry	60.13	432.35	3.34
Ry'	60.13	432.35	4.88
L14 = L32			
Rx	62.12	448.80	3.29
Rx'	62.12	448.80	4.81
Ry	60.13	432.35	3.21
Ry'	60.13	432.35	4.69
L15 = L31			
Rx	62.12	448.80	4.59
Rx'	62.12	448.80	6.72
Ry	60.13	432.35	2.84
Ry'	60.13	432.35	0.00
L16			
Rx	62.12	448.80	4.04
Rx'	62.12	448.80	0.00
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	0.00
L17			
Rx	62.12	448.80	2.48
Rx'	62.12	448.80	0.00
Ry	60.13	432.35	0.00
Ry'	60.13	432.35	5.18
L22			

Rx	62.12	448.80	3.81
Rx'	62.12	448.80	5.58
Ry	60.13	432.35	2.86
Ry'	60.13	432.35	4.18

Fonte: Autor

## 6 Projeto com Lajes Nervuradas de Cubetas Unidirecionais

Com o intuito de efetuar uma comparação financeira entre tipos diferentes de laje, as lajes foram dimensionadas como lajes nervuradas unidirecionais com cubetas. As propriedades das cubetas foram retiradas do site do fabricante de cubetas para lajes ATEX e podem ser observadas na tabela abaixo:

Tabela 24 – Características das cubetas unidirecionais

Altura do Molde	Espessura da Lâmina	Altura Total	Largura da Nervura			Área da Seção	Distância do C. G à		Inércia		Volume do Vazio		Peso Próprio	Volume de Concreto
			Inferior	Superior	Média		Face Superior	Face Inferior	Inércia p/ nerv. equivalente	Altura equivalente				
cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm <sup>2</sup>	cm	cm	cm <sup>4</sup>	cm	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> / m <sup>2</sup>	KN/m <sup>2</sup>	m <sup>3</sup> / m <sup>2</sup>
22,5	5,0	27,5	12,5	18,1	15,3	644	9,5	18,0	42351	20,4	0,105	0,156	2,98	0,119

Fonte: <http://www.atex.com.br/pt/formas/laje-nervurada/unidirecional/>

### 6.1 Vinculações

As vinculações das lajes foram mudadas em todas elas para simplesmente apoiadas em todas as suas bordas, o que faz com que não seja necessário o cálculo de momentos fletores negativos e aumenta os momentos fletores positivos nas lajes.

### 6.2 Esforços

Assim como nas lajes nervuradas bidirecionais os carregamentos foram obtidos de forma parecida com a das lajes maciças, mudando apenas o peso próprio da estrutura, que foi adotado segundo o indicado na tabela apresentada acima.

O cálculo dos momentos e das reações foram feitos apenas na direção do menor vão, utilizando a analogia de vigas.

Tabela 25 – Esforços nas lajes nervuradas unidirecionais

Laje	Mx (kN.m)	Rx (kN)
1=19	9.69	13.05
2=18	8.86	12.47
3=21	6.46	10.65
4=20	9.35	14.33
5=24	1.38	4.92
6=23	18.91	18.23
7	7.68	11.62
8=25	8.40	14.42
9=28	1.38	4.92
10=27	23.85	20.47
11=26	7.77	11.68
12=30	6.46	10.65
13=29	9.35	14.33
14=32	9.69	13.05
15=31	10.69	13.70
16	2.88	7.12
17	6.97	11.07
22	7.68	11.62

Fonte: Autor

### 6.3 Vão efetivo

Assim como na laje nervurada bidirecional a mudança das alturas das lajes alteraram as larguras efetivas das mesmas.

Tabela 26 – Vãos efetivos das lajes nervuradas unidirecionais

Laje	L0x	L0y	apoios	ht (cm)	Lx	Ly
1=19	285	290	12	27.5	297	302
2=18	272	349	12	27.5	284	361
3=21	230.5	290	12	27.5	242.5	302
4=20	249	349	12	27.5	261	361
5=24	100	289.5	12	27.5	112	301.5
6=23	403	454	12	27.5	415	466
7	252.5	385	12	27.5	264.5	397
8=25	221	254	12	27.5	233	266
9=28	100	389.5	12	27.5	112	401.5
10=27	454	475	12	27.5	466	487
11=26	254	485	12	27.5	266	497
12=30	230.5	290	12	27.5	242.5	302

13=29	249	349	12	27.5	261	361
14=32	285	290	12	27.5	297	302
15=31	300	349	12	27.5	312	361
16	150	369	12	27.5	162	381
17	240	333	12	27.5	252	345
22	252.5	385	12	27.5	264.5	397

Fonte: Autor

## 6.4 Armaduras

### Armadura longitudinal positiva

As armadura longitudinalis positivas foram calculadas como nas lajes bidirecionais, com uma área de armadura por nervura e um momento fletor por nervura. A armadura é apenas calculada para a direção do menor vão da laje, pois é o único que apresenta um momento fletor.

Tabela 27 – Armadura positiva nas lajes nervuradas unidirecionais

Laje	Md/nerv kN.m/nerv	Mr/nerv kN.m/nerv	$\Phi$ cm	d cm	As,cal cm <sup>2</sup> /nerv	As,mín cm <sup>2</sup> /nerv	As,ado cm <sup>2</sup> /nerv	Q ud/nerv	As,ef cm <sup>2</sup> /nerv	Qef ud/nerv	Compr cm
1=19	6.30	109.02	0.8	24.60	0.59	0.97	0.97	1.92	1.00	2	297
2=18	5.76	109.02	0.8	24.60	0.54	0.97	0.97	1.92	1.00	2	284
3=21	4.20	109.44	0.63	24.69	0.39	0.97	0.97	3.10	1.25	4	242.5
4=20	6.08	109.02	0.8	24.60	0.57	0.97	0.97	1.92	1.00	2	261
5=24	0.90	109.02	0.8	24.60	0.08	0.97	0.97	1.92	1.00	2	112
6=23	12.29	109.02	0.8	24.60	1.16	0.97	1.16	2.31	1.51	3	415
7	4.99	109.44	0.63	24.69	0.47	0.97	0.97	3.10	1.25	4	264.5
8=25	5.46	109.44	0.63	24.69	0.51	0.97	0.97	3.10	1.25	4	233
9=28	0.90	109.44	0.63	24.69	0.08	0.97	0.97	3.10	1.25	4	112
10=27	15.50	108.53	1	24.50	1.47	1.42	1.47	1.88	1.57	2	466
11=26	5.05	109.02	0.8	24.60	0.47	0.97	0.97	1.92	1.00	2	266
12=30	4.20	109.02	0.8	24.60	0.39	0.97	0.97	1.92	1.00	2	242.5
13=29	6.08	109.02	0.8	24.60	0.57	0.97	0.97	1.92	1.00	2	261
14=32	6.30	109.02	0.8	24.60	0.59	0.97	0.97	1.92	1.00	2	297
15=31	6.95	109.02	0.8	24.60	0.65	0.97	0.97	1.92	1.00	2	312
16	1.87	109.02	0.8	24.60	0.18	0.97	0.97	1.92	1.00	2	162
17	4.53	109.02	0.8	24.60	0.43	0.97	0.97	1.92	1.00	2	252
22	4.99	109.02	0.8	24.60	0.47	0.97	0.97	1.92	1.00	2	264.5



A tabela acima indica que o dimensionamento de todas as lajes pode ser feito considerando uma seção retangular, pois todos os momentos resistentes são superiores aos momentos atuantes na laje.

#### Armadura longitudinal negativa

Em lajes nervuradas unidirecionais se dispensa o uso de armaduras longitudinais negativas.

#### Armadura de distribuição

A armadura de distribuição em lajes nervuradas unidirecionais deve ser igual ou maior que a área por metro de armadura utilizada nas nervuras e deve ser de pelo menos 0,9 cm<sup>2</sup> por metro.

Tabela 28 – Armadura de distribuição das lajes nervuradas unidirecionais

Laje	Φ	As,cal	As.min	S	As,ef	Qx	Qy
	cm	cm <sup>2</sup> /m	cm <sup>2</sup> /m	cm	cm <sup>2</sup> /m	Uni.	Uni.
1=19	0.5	0.31	0.9	21	0.93	15	15
2=18	0.5	0.31	0.9	21	0.93	18	14
3=21	0.5	0.38	0.9	21	0.93	15	12
4=20	0.5	0.31	0.9	21	0.93	18	13
5=24	0.5	0.31	0.9	21	0.93	15	6
6=23	0.5	0.46	0.9	21	0.93	23	20
7	0.5	0.38	0.9	21	0.93	19	13
8=25	0.5	0.38	0.9	21	0.93	13	12
9=28	0.5	0.38	0.9	21	0.93	20	6
10=27	0.5	0.48	0.9	21	0.93	24	23
11=26	0.5	0.31	0.9	21	0.93	24	13
12=30	0.5	0.31	0.9	21	0.93	15	12
13=29	0.5	0.31	0.9	21	0.93	18	13
14=32	0.5	0.31	0.9	21	0.93	15	15
15=31	0.5	0.31	0.9	21	0.93	18	15
16	0.5	0.31	0.9	21	0.93	19	8
17	0.5	0.31	0.9	21	0.93	17	12
22	0.5	0.31	0.9	21	0.93	19	13

Fonte: Autor

## 6.5 Limite de deformações

O momento de fissuração foi calculado de maneira similar ao das lajes maciças, porém, o  $\alpha$  considerado foi de 1,2 por se tratar de uma seção em T.

Tabela 29 – Momento de fissuração das lajes nervuradas unidirecionais

Laje	Mr (kN.m)	Mx (kN.m)
1=19	14.67	3.54
2=18	14.67	3.26
3=21	14.67	2.36
4=20	14.67	4.09
5=24	14.67	0.50
6=23	14.67	7.17
7	14.67	2.84
8=25	14.67	3.91
9=28	14.67	0.50
10=27	14.67	9.09
11=26	14.67	2.91
12=30	14.67	2.36
13=29	14.67	4.09
14=32	14.67	3.54
15=31	14.67	3.94
16	14.67	1.06
17	14.67	2.56
22	14.67	2.84

Fonte: Autor

Como pode ser observado na tabela acima, nenhuma das lajes apresenta fissuração, logo o valor adotado para o cálculo de flechas será o do momento da seção bruta.

Tabela 30 – Flechas nas lajes nervuradas unidirecionais

Laje	ft (mm)	f(adm) (mm)
1=19	0.21	11.88
2=18	0.18	11.36
3=21	0.09	9.7
4=20	0.19	10.44
5=24	0.00	4.48
6=23	0.83	16.6
7	0.13	10.58
8=25	0.14	9.32
9=28	0.00	4.48
10=27	0.78	18.64
11=26	0.14	10.64
12=30	0.09	9.7
13=29	0.19	10.44
14=32	0.21	11.88
15=31	0.26	12.48
16	0.02	6.48
17	0.11	10.08
22	0.13	10.58

Fonte: Autor

Tabela 31 – Flechas por vibração nas lajes nervuradas unidirecionais

Laje	f(vibração) (mm)	f(adm) (mm)
1=19	0.13	8.49
2=18	0.11	8.11
3=21	0.06	6.93
4=20	0.08	7.46
5=24	0.00	3.20
6=23	0.50	11.86
7	0.08	7.56
8=25	0.05	6.66
9=28	0.00	3.20
10=27	0.46	13.31
11=26	0.08	7.60
12=30	0.06	6.93
13=29	0.08	7.46
14=32	0.13	8.49
15=31	0.16	8.91
16	0.01	4.63
17	0.07	7.20
22	0.08	7.56

Fonte: Autor

## 6.6 Limites de Esforço Cortante

### Cisalhamento

A conferência da armadura de cisalhamento foi feita de forma similar a das lajes maciças.

Tabela 32 – Cisalhamento nas lajes nervuradas unidirecionais

Laje	Vrd1 (kN)	Vrd2 (kN)	Vsd (kN)
1=19	84.43	642.46	8.48
2=18	84.43	642.46	8.11
3=21	84.94	644.68	6.92
4=20	84.43	642.46	14.33
5=24	84.43	642.46	4.92
6=23	90.21	625.48	20.47
7	84.94	644.68	11.62
8=25	84.94	644.68	14.42
9=28	84.94	644.68	4.92
10=27	86.83	618.56	21.39
11=26	84.43	642.46	11.68
12=30	84.43	642.46	10.65
13=29	84.43	642.46	14.33
14=32	84.43	642.46	13.05
15=31	84.43	642.46	13.70
16	84.43	642.46	7.12
17	84.43	642.46	11.07
22	84.43	642.46	11.62

Fonte: Autor

## 7 Quantitativos e Análise de Custo

Foram feitas estimativas da quantidade de material utilizado em cada tipo de laje e utilizando a TCPO (Dezembro/2013) foram estimados os custos totais de cada um dos projetos. Será levado em consideração apenas o concreto, aço e as formas necessárias, sem levar em conta a mão de obra.

## 7.1 Lajes

### 7.1.1 Quantitativos

Tabela 33 – Quantitativos das Lajes

Quantitativos	Laje Maciça	Laje Nervurada Bidirecional	Laje Nervurada Unidirecional
Concreto (m <sup>3</sup> )	25.28	24.45	34.30
Aço CA-50 (kg)	627.96	1118.83	575.04
Aço CA-60 (kg)	1024.57	0.00	0.00
Chapa de madeira compensada plastificada (m <sup>2</sup> )	164.80	0.00	0.00
Cubetas bidirecional(m <sup>2</sup> )	0.00	164.80	0.00
Cubeta unidirecional (m <sup>2</sup> )	0.00	0.00	164.80

Fonte: Autor

### 7.1.2 Preços

Tabela 34 – Preço total da laje maciça

Laje Maciça	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m <sup>3</sup> )	25.28	252.77	6390.03
Aço CA-50 (kg)	627.96	3.03	1902.72
Aço CA-60 (kg)	1024.57	3.36	3442.56
Chapa de madeira compensada plastificada (m <sup>2</sup> )	164.80	17.11	2819.64
Total (R\$)	14554.94		

Fonte: Autor

Tabela 35 – Preço total da laje nervurada bidirecional

Laje Nervurada Bidirecional	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m <sup>3</sup> )	24.45	252.77	6180.23
Aço CA-50 (kg)	1118.83	3.03	3390.05
Cubetas bidirecional(m <sup>2</sup> )	164.80	9.57	1577.09
Total (R\$)	11147.42		

Fonte: Autor

Tabela 36 – Preço total da laje nervurada unidirecional

Laje Nervurada Unidirecional	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m <sup>3</sup> )	34.30	252.77	8670.01
Aço CA-50 (kg)	575.04	3.03	1742.37
Cubetas unidirecionais(m <sup>2</sup> )	164.80	9.57	1577.09
<b>Total (R\$)</b>	11989.52		

Fonte: Autor

## 7.2 Vigas

Para o orçamento das vigas será considerado apenas o custo do concreto e do aço, visto que os tipos de forma e processos construtivos serão os mesmos em todos os casos.

### 7.2.1 Quantitativos

Tabela 37 - Quantitativos das vigas

Quantitativos	Laje Maciça	Laje Nervurada Bidirecional	Laje Nervurada Unidirecional
Concreto (m <sup>3</sup> )	12.99	12.83	13.12
Aço CA-50 (kg)	1129.32	1087.20	1099.54
Aço CA-60 (kg)	189.99	166.72	165.12

Fonte: Autor

### 7.2.2 Preços

Tabela 38 – Preço total das vigas da laje maciça

Laje Maciça	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m <sup>3</sup> )	12.99	252.77	3282.75
Aço CA-50 (kg)	1129.32	3.03	3421.83
Aço CA-60 (kg)	189.99	3.36	638.37
<b>Total (R\$)</b>	7342.95		

Fonte: Autor

Tabela 39 – Preço total das vigas da laje nervurada bidirecional

Laje Nervurada Bidirecional	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m³)	12.83	252.77	3242.29
Aço CA-50 (kg)	1087.20	3.03	3294.22
Aço CA-60 (kg)	166.72	3.36	560.17
Total (R\$)	7096.68		

Fonte: Autor

Tabela 40– Preço total das vigas da laje nervurada unidirecional

Laje Nervurada Unidirecional	Quantidade	Preço unitário	Preço Total
Concreto (m³)	13.12	252.77	3316.36
Aço CA-50 (kg)	1099.54	3.03	3331.60
Aço CA-60 (kg)	165.12	3.36	554.81
Total (R\$)	7202.77		

Fonte: Autor

### 7.3 Comparativo

Será feito nesta seção uma comparação entre os preços obtidos acima.

#### 7.3.1 Preços sem repetição

Os preços totais de cada tipo de laje considerando que as formas serão usadas apenas uma vez estão apresentados na tabela abaixo:

Tabela 41 – Comparativo entre preços sem repetição

Laje Maciça		Laje Nervurada Bidirecional		Laje Nervurada Unidirecional	
Lajes (R\$)	Vigas (R\$)	Lajes (R\$)	Vigas (R\$)	Lajes (R\$)	Vigas (R\$)
14554.94	7342.95	11147.42	7096.68	11989.52	7202.77
Total (R\$)		Total (R\$)		Total (R\$)	
21897.89		18244.10		19192.29	

Fonte: Autor

Como pode ser visto no quadro acima, a opção mais vantajosa num ponto de vista puramente financeiro seria a da Laje Nervurada Bidirecional, seguida da Laje Nervurada Unidirecional e da Laje Maciça.

## **8. Conclusão**

Neste trabalho pode-se notar que a escolha do tipo de laje utilizado em um edifício pode interferir no custo total de sua estrutura de forma significativa, mesmo em casos sem vão demasiadamente grandes, como o apresentado aqui.

Nota-se também que as lajes mais eficazes financeiramente estão acompanhadas de vigas mais eficazes financeiramente, uma das explicações possíveis para isso é o fato de o peso total da estrutura diminuir, devido a diminuição do volume de concreto necessário. Outra explicação, em casos em que não existe uma discrepância muito grande entre os volumes de concreto necessários, como no caso dos dois tipos de laje nervurada, é que a laje nervurada unidirecional tende a sobrecarregar algumas vigas e aliviar o carregamento em outras, logo um dimensionamento mais preciso poderia trazer resultados mais satisfatórios.

Para um resultado mais preciso e eficaz seriam necessárias tentativas com outras plantas de forma, outras vinculações de lajes e outras dimensões dos projetos estruturais, logo este resultado deve ser levado em consideração com porém não serve como regra geral em estruturas de concreto armado, pois em casos em que são precisos procedimentos iterativos, como no dimensionamento de estruturas, existem diversas soluções possíveis e diferentes entre si.

### **8.1 Sugestões para trabalhos futuros**

Recomenda-se que em futuros trabalhos sejam utilizados estruturas com vãos maiores, para demonstrar com maior clareza as diferenças entre cada tipo de projeto. Recomenda-se também que as quantidades de lajes diferentes sejam menores, para se evitar a repetição excessiva de processos no dimensionamento da estrutura.

Também seria interessante de um ponto de vista técnico a comparação entre dois ou mais métodos de dimensionamento para a estrutura, assim como a comparação entre mais tipos diferentes de laje.



## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimentos. Rio de Janeiro: ABNT, 2014

PINHEIRO, Libânio M. Tabelas de lajes. Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, 2007

MARCELLINO, Narbal Ataliba. Notas de Aula. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Disciplina ECV 5228/5648 Estruturas de Concreto. Florianópolis, 2017.

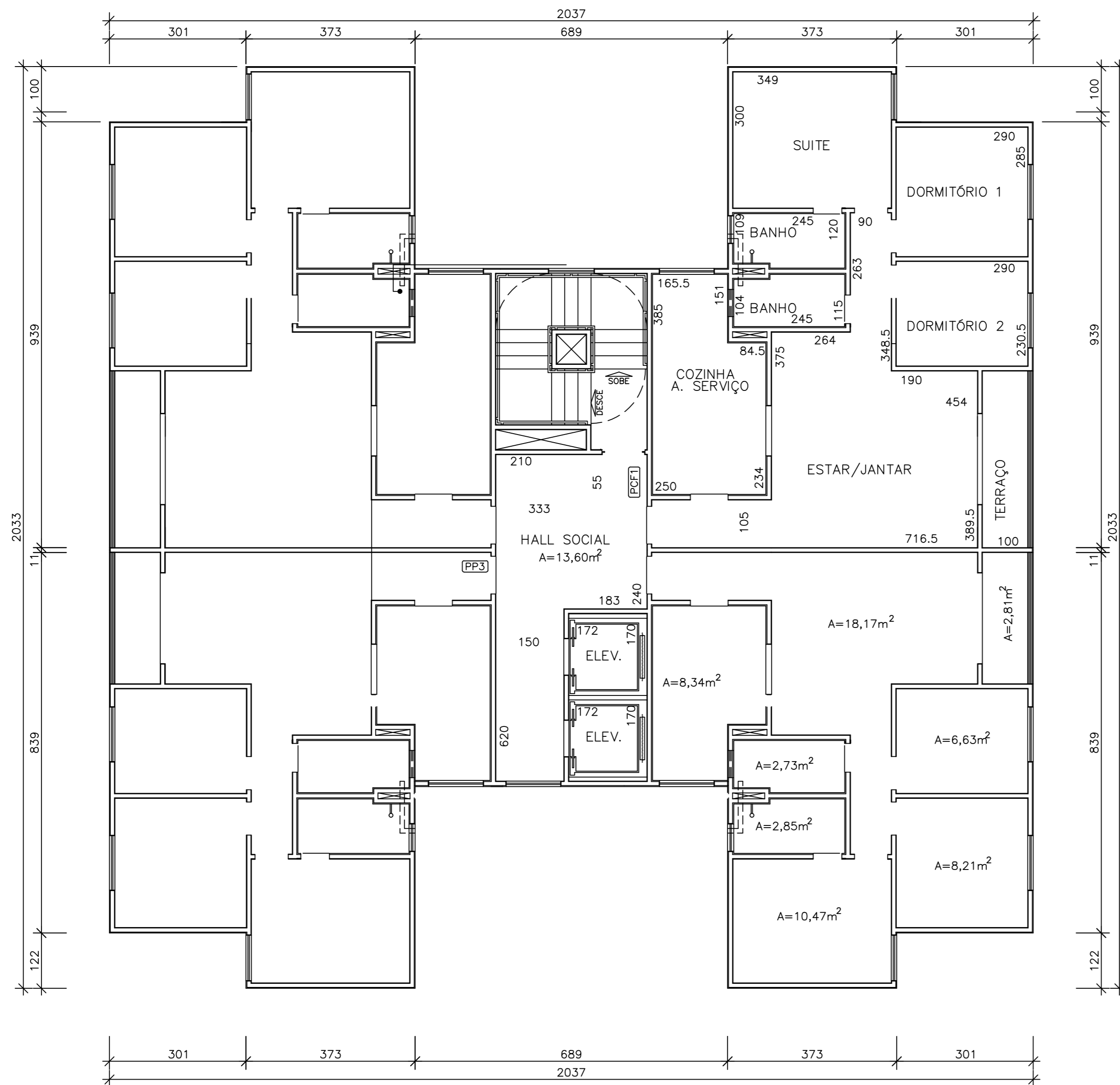
PERLIN, Lourenço Panosso. Alternativas para Projeto Estrutural de Pavimento Tipo em Concreto Armado. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Trabalho de Conclusão de Curso. Florianópolis, 2009

DEICHMANN, Alexandre. Projeto Estrutural em Concreto Armado de uma Residência Unifamiliar de Dois Pavimentos. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Trabalho de Conclusão de Curso. Florianópolis, 2016

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J.R. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado : v1. 3a ed. São Carlos: EDUFSCAR, 2009;

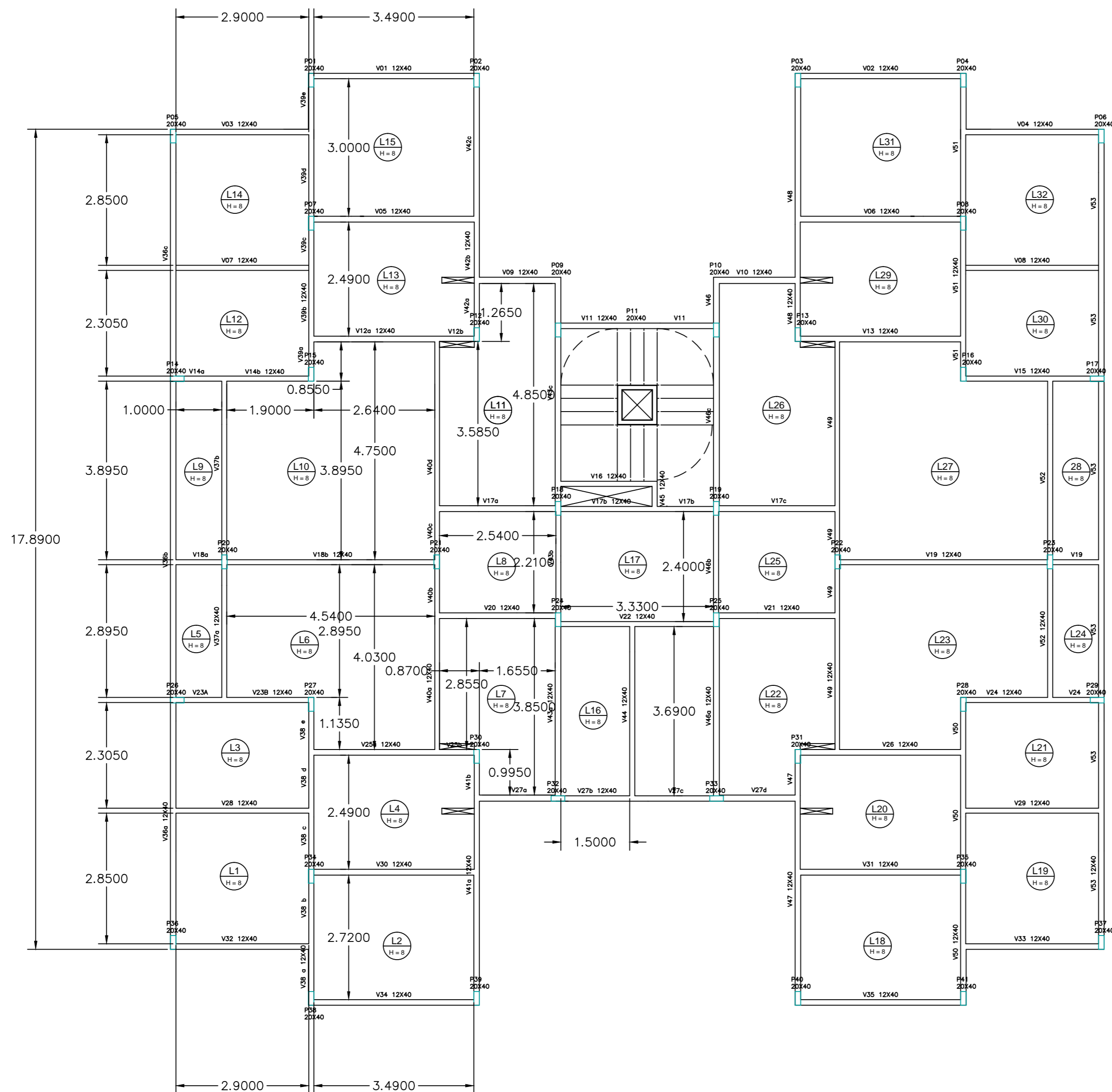
CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L.M. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado : v2. São Paulo: PINI, 2009;

LORIGGIO, D. D. Notas de aula de concreto armado. UFSC, 2010.



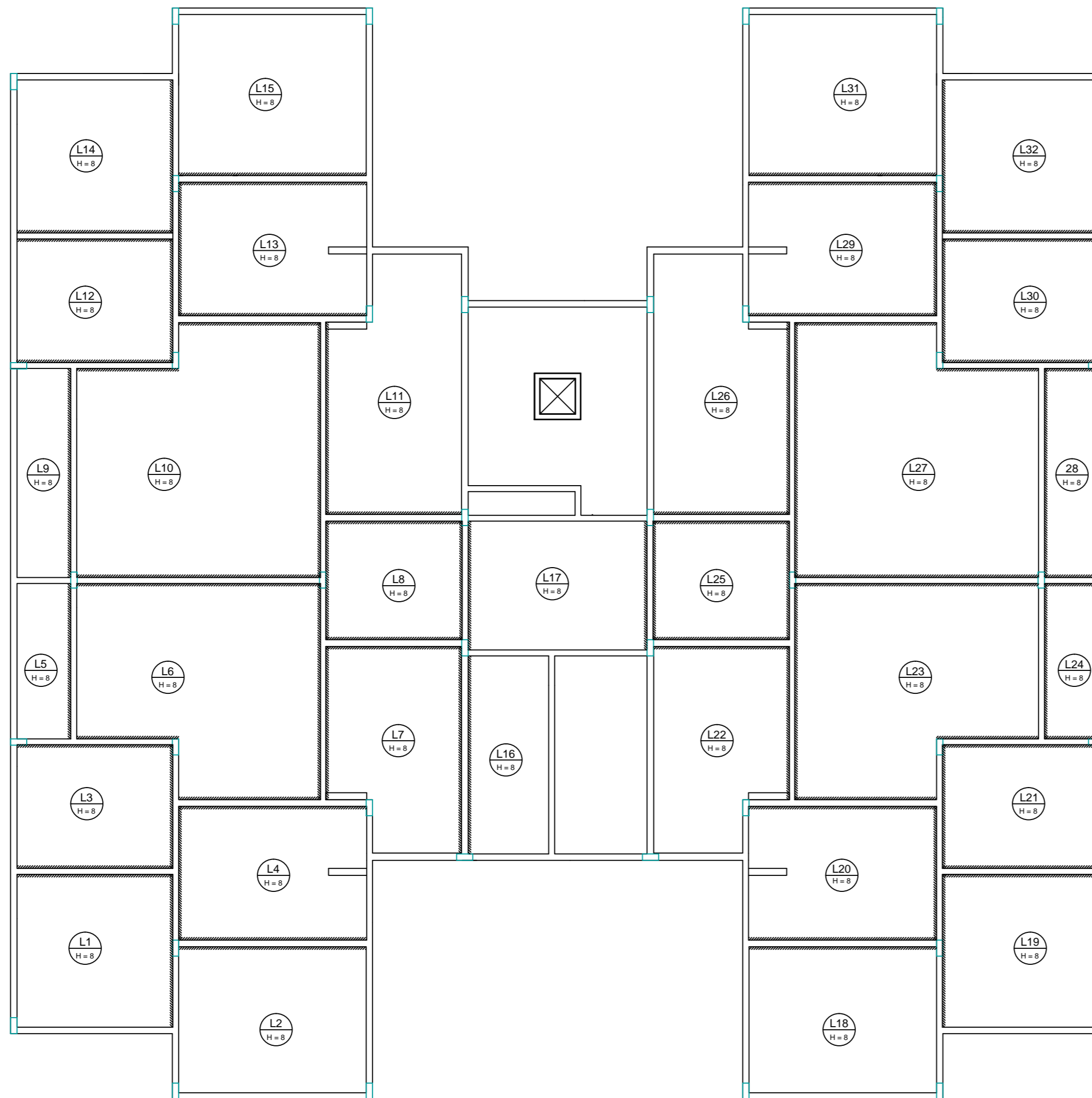
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

CURSO:	ENGENHARIA CIVIL		
DISCIPLINA:	ECV5513 - TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO II		
ORIENTADOR:	Narbal Ataliba Marcelino		
CONTEUDO:	PROJETO ARQUITETÔNICO DO PAVIMENTO TIPO	FOLHA:	1/5
ALUNO:	GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS	MATRICULA:	12203536
		DATA:	24/11/2017
		ESCALA:	1:75



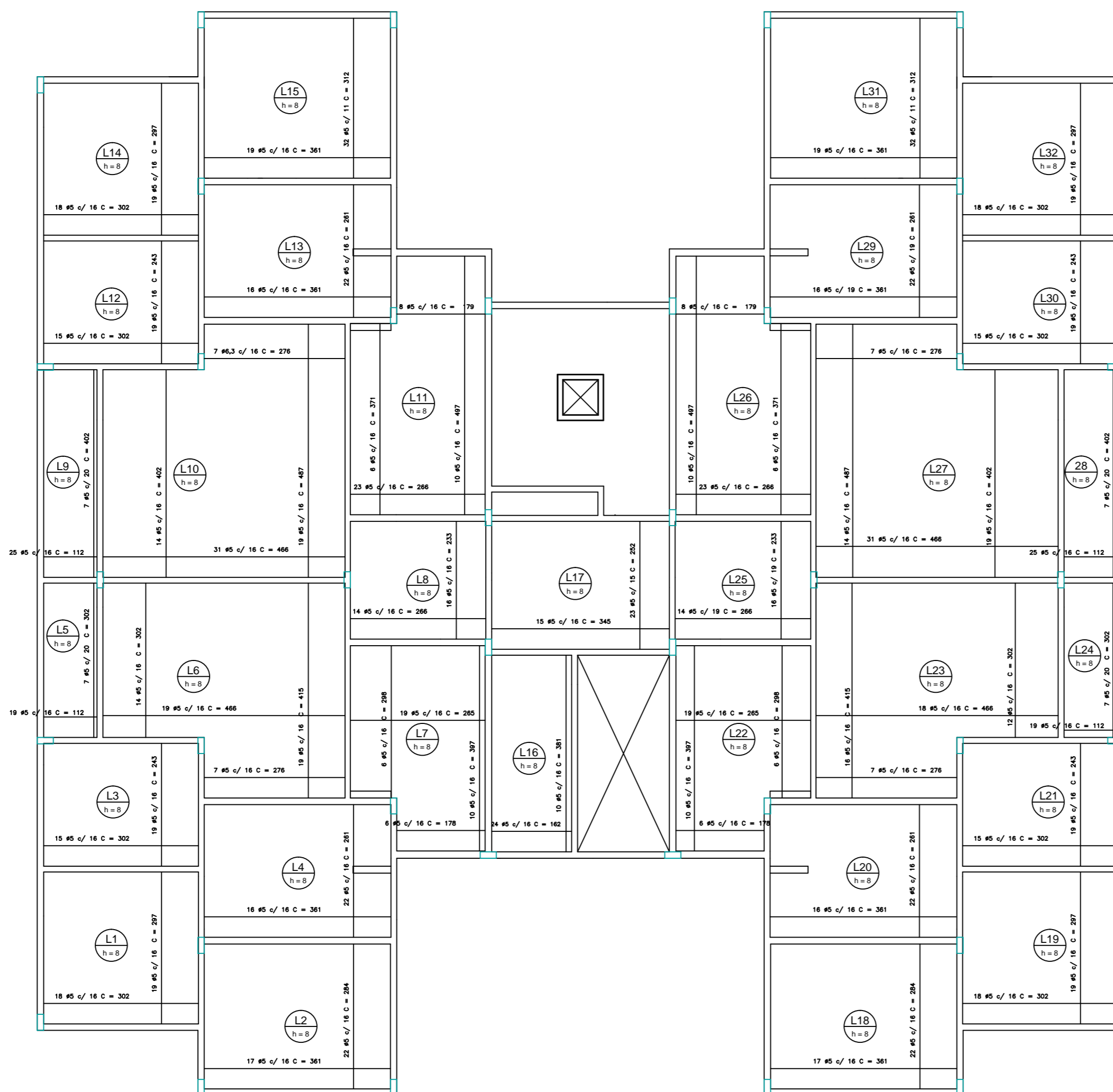
UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA

CURSO:	ENGENHARIA CIVIL		
DISCIPLINA:	ECV5513 - TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO II		
ORIENTADOR:	Narbal Ataliba Marcelino		
CONTEUDO:	PLANTA DE FORMAS DO PAVIMENTO TIPO	FOLHA:	2/5
ALUNO:	GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS	MATRICULA:	12203536
		DATA:	24/11/2017
		ESCALA:	1:75



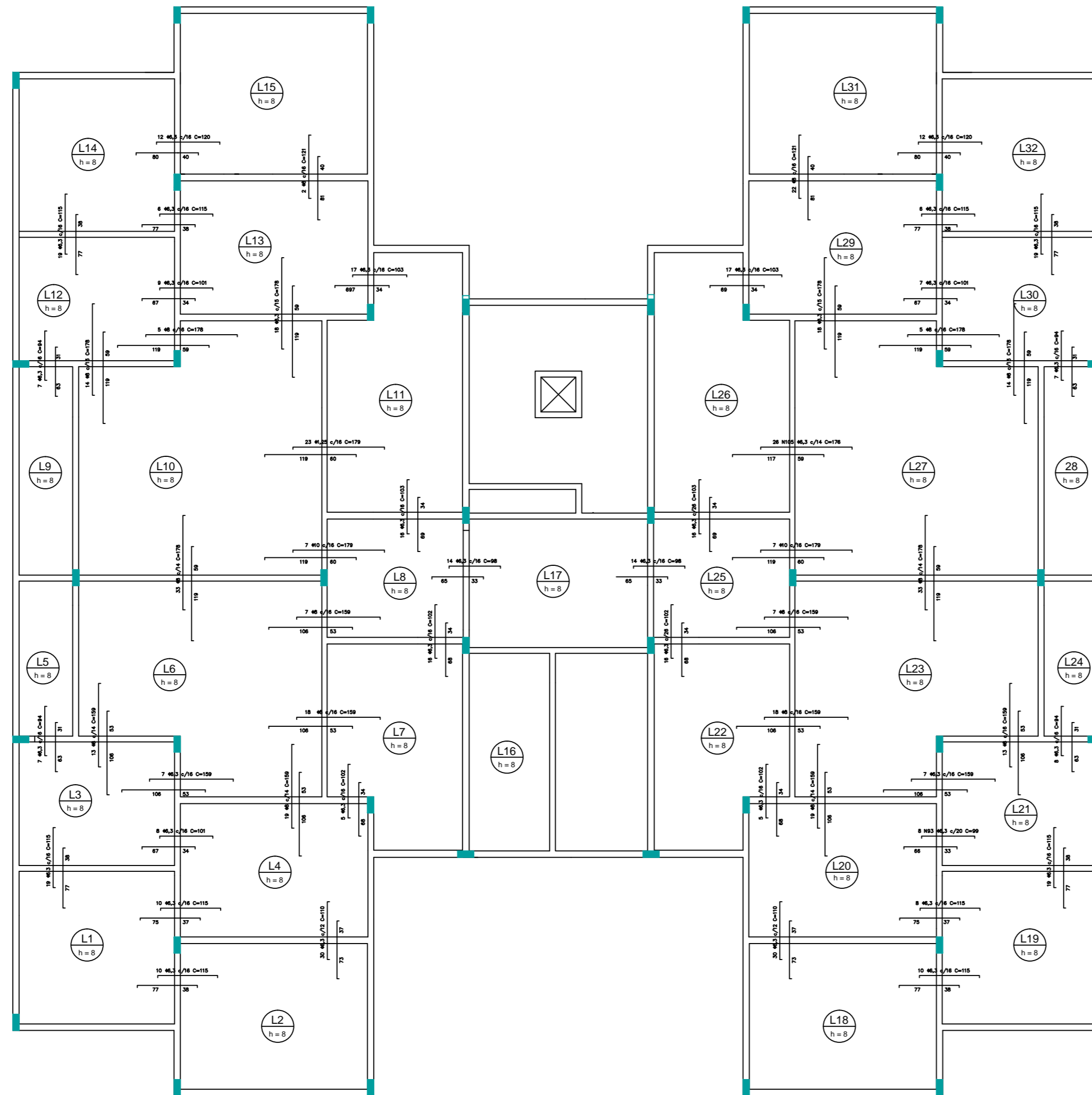
UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA

CURSO:	ENGENHARIA CIVIL		
DISCIPLINA:	ECV5513 - TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO II		
ORIENTADOR:	Narbal Ataliba Marcelino		
CONTEUDO:	VINCULAÇÕES DAS LAJES DO PAVIMENTO TIPO	FOLHA:	3/5
ALUNO:	GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS	MATRICULA:	12203536
		DATA:	24/11/2017
		ESCALA:	1:75



UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA

CURSO:	ENGENHARIA CIVIL		
DISCIPLINA:	ECV5513 - TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO II		
ORIENTADOR:	Narbal Ataliba Marcelino		
CONTEUDO:	ARMADURAS POSITIVAS DAS LAJES MACIÇAS DO PAVIMENTO TIPO	FOLHA:	4/5
ALUNO:	GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS	MATRICULA:	12203536
		DATA:	24/11/2017
		ESCALA:	1:75



UNIVERSIDADE FEDERAL DE  
SANTA CATARINA

CURSO:	ENGENHARIA CIVIL		
DISCIPLINA:	ECV5513 - TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO II		
ORIENTADOR:	Narbal Ataliba Marcelino		
CONTEUDO:	ARMADURAS NEGATIVAS DAS LAJES MACIÇAS DO PAVIMENTO TIPO	FOLHA:	5/5
ALUNO:	GUILHERME AUGUSTO MELO SANTOS	MATRICULA:	12203536
		DATA:	24/11/2017
		ESCALA:	1:75