

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Guilherme Américo Rosa

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO E SINTONIA DO  
CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES  
BASEADO NA SÍNTESE DE VARIÂNCIA MÍNIMA:  
PROJETOS E SIMULAÇÕES**

Florianópolis

2017



Guilherme Américo Rosa

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO E SINTONIA DO  
CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES  
BASEADO NA SÍNTESE DE VARIÂNCIA MÍNIMA:  
PROJETOS E SIMULAÇÕES**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas para obtenção  
do grau de Mestre em Engenharia de  
Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Antonio Augusto  
Rodrigues Coelho, Dr.

Florianópolis

2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Rosa, Guilherme Américo

Avaliação do Desempenho e Sintonia do Controlador  
por Modos Deslizantes baseado na Síntese de Variância  
Mínima: Projetos e Simulações / Guilherme Américo  
Rosa ; orientador, Antonio Augusto Rodrigues  
Coelho, 2017.  
180 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de  
Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós  
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas,  
Florianópolis, 2017.

Inclui referências.

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2.  
Controle de estrutura variável. 3. Variância mínima  
generalizada. 4. Controle por modos deslizantes.  
5. Horizonte estendido. I. Augusto Rodrigues  
Coelho, Antonio . II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de  
Automação e Sistemas. III. Título.

Guilherme Américo Rosa

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO E SINTONIA DO  
CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES  
BASEADO NA SÍNTESE DE VARIÂNCIA  
MÍNIMA: PROJETOS E SIMULAÇÕES**

Esta Dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção do Título de "Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas", e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 02 de maio de 2017.

---

Prof. Daniel Ferreira Coutinho, Dr.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Antonio Augusto Rodrigues Coelho, Dr.  
Orientador

---

Prof. Celso José Munaro, Dr. - EEL/UFES

---

Prof. Henrique Simas, Dr. - EMC/UFSC

---

Prof. Eugênio de Bona Castelan Neto, Dr. - DAS/UFSC

A Deus em primeiro lugar que iluminou meu caminho durante essa caminhada e à minha família que sempre esteve ao meu lado, apoiando e dando motivação nos momentos mais difíceis.





## AGRADECIMENTOS

A toda minha família pelo amor e apoio durante esses dois anos, em especial a meus pais Andreia e Gilberto, por que sempre me apoiaram, deram força, conselhos nos momentos mais difíceis. Sem eles não teria chegando até aqui, foram a base de tudo. Ao meu irmão Gustavo, pela parceria, amor e por ser “meu freguês” no vídeo game.

A minha namorada Isabela pelo amor, apoio, conselho e sempre ao meu lado mesmo longe. A distância não foi um obstáculo em nosso relacionamento, ao contrário, nos uniu ainda mais.

A todos os professores que contribuíram com seu conhecimento, interação, motivação e aprendizados para que conseguisse chegar até aqui. Agradeço especialmente o meu orientador Professor Antonio Augusto Rodrigues Coelho, que me deu a oportunidade de prosseguir nessa caminhada. Além disso, esteve sempre guiando e sendo o grande responsável pela realização desse trabalho.

Aos amigos que fiz na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) ao longo desses dois anos: pelas conversas, risadas e companheirismo. Principalmente aos amigos Edwin e Rejane que fizeram grande parte desse aprendizado e sempre estiveram presentes no saudoso café todas as sextas-feiras. A Glória que me recebeu em sua casa quando cheguei em Florianópolis, mesmo sem me conhecer.

A UFSC e aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas (PGEAS) que contribuíram para meu aprendizado.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro.



Uma pessoa pode ter a melhor ideia do mundo - totalmente original e inovadora - mas, se ela não for capaz de convencer as outras pessoas, a ideia não terá nenhuma importância.

Gregory Berns



## RESUMO

Este trabalho aborda o projeto do controle de estrutura variável (*Variable Structure Control-VSC*) com um horizonte estendido (*Long-Range Predictive Control-LRPC*) baseado no controlador de variância mínima generalizada (*Generalized Minimum Variance-GMV*). O projeto do controle por modos deslizantes (*Sliding Mode Control-SMC*) é utilizado para se obter uma lei de controle não linear que possui um termo chaveado e uma ponderação na ação do controle, com o intuito de melhorar a dinâmica de processos monovariáveis não lineares, garantindo seguimento de referência e rejeição de perturbação. Inicialmente é abordado o projeto clássico do SMC baseado no GMV (SMC-GMV). Em seguida, visando controlar diferentes processos, são apresentadas duas extensões para o SMC-GMV: uma para a saída (variável) auxiliar ponderada e outra para a superfície de deslizamento. Na sequência, é mostrada a proposta do SMC baseado no LRPC (SMC-LRPC), ou seja, uma superfície com horizonte estendido, com o intuito de alcançar uma lei de controle sem utilizar identidades polinomiais. Levando em consideração as complexidades presentes em processos industriais como saturação na magnitude do sinal de controle e perturbações periódicas, foram abordadas técnicas para tratar esses fenômenos. Os controladores são sintonizados heurísticamente para garantir estabilidade e desempenho desejado em relação ao sistema de malha fechada. Simulações experimentais e numéricas em processos monovariáveis não lineares comprovam a eficiência dos controladores propostos. Índices de desempenho são utilizados para validar a eficácia dos controladores propostos.

**Palavras-chave:** Controle de estrutura variável. Variância mínima generalizada. Controle por modos deslizantes. Ponderação do controle. Horizonte estendido. Sistemas não lineares. Estabilidade. Seguimento.



## ABSTRACT

This work deals with the variable structure control (VSC) design with an extended horizon predictive controller (LRPC) based on the generalized minimum variance (GMV) controller. The sliding mode control (SMC) design is used to obtain a nonlinear control law that has a switch term and a weighing in the control action, in order to improve the dynamic of nonlinear monovariabe processes, reference tracking and rejection of disturbance. Initially, the SMC based on GMV project (SMC-GMV) is derived. Then, to control different processes two extensions of the SMC-GMV are presented. First, the weighted auxiliary output (variable) and second, the sliding surface. In the sequence, it is shown the proposal of SMC based on the LRPC (SMC-LRPC), that is, a surface with an extended horizon, with the intention of achieving a control law without using polynomial identities. Taking into account the complexities present in industrial processes such as saturation in the magnitude of the control signal and periodic perturbations, control techniques were developed to treat these complexities. The controllers are heuristically tuned to ensure stability and good performance over the closed-loop system. Experimental and numerical simulations in nonlinear monovariabe processes show the efficiency of the proposed controllers. Performance indices are used to validate the effectiveness of the proposed controllers.

**Keywords:** Variable structure control. Generalized minimum variance. Sliding mode control. Control weighting. Extended horizon. Nonlinear systems. Stability. Tracking.





## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Representação da superfície de deslizamento. ....	30
Figura 2	Representação gráfica do <i>chattering</i> como resultado do chaveamento. ....	31
Figura 3	Estrutura da malha de controle RST com o controlador VSC. ....	39
Figura 4	Estrutura padrão do controlador GMV na forma RST digital. ....	43
Figura 5	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação da válvula. ....	49
Figura 6	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para o seguimento de referência do MTG. ....	51
Figura 7	Estrutura do controlador RST filtrado do FPGMV. ....	54
Figura 8	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com o comportamento servo e regulatório do processo com atraso de transporte. ....	58
Figura 9	Evolução da superfície de deslizamento e rastreamento de referência do servo de posição. ....	60
Figura 10	Diagrama de blocos do PID ideal. ....	68
Figura 11	Diagrama de blocos do I+PD para topologia ideal. ....	69
Figura 12	Diagrama de blocos do SMC-GMV2DOF-PID <i>model-free</i> . ....	74
Figura 13	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do tanque acoplado. ....	76
Figura 14	Estratégia de controle do LRPC (adaptado de Camacho e Bordons (2007)). ....	81
Figura 15	Estrutura simplificada do LRPC (adaptado de Camacho e Bordons (2007)). ....	82
Figura 16	Resultados do GMV-LRPC para variações de $N_y$ . ....	87
Figura 17	Resultados de simulação variando $N_y$ para GMV-LRPC-I+PD. ....	92
Figura 18	Diagrama de blocos do controlador SMC-LRPC. ....	95

Figura 19	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do CSTR. ....	97
Figura 20	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência do trocador de calor. ....	99
Figura 21	Dinâmica da saída sem controle. ....	100
Figura 22	Minimização da variância alterando $N_y$ para SMC-LRPC. ....	101
Figura 23	Sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para o PAM. ....	103
Figura 24	Estrutura do controlador digital incremental na forma RST. ....	111
Figura 25	Estrutura do controlador digital incremental na forma RST para tratar saturação de malha. ....	113
Figura 26	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do tanque acoplado com e sem anti- <i>windup</i> . ....	115
Figura 27	Diagrama de blocos da estrutura básica do controle repetitivo. ....	117
Figura 28	Diagrama de blocos da estrutura básica do controle repetitivo. ....	118
Figura 29	Diagrama de blocos da estrutura <i>plug-in</i> combinado com a estrutura RST. ....	120
Figura 30	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência degrau e rejeição de perturbação senoidal do processo MTG. ....	122
Figura 31	Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de diferentes formas de referência e perturbação senoidal para o processo MTG. ....	123
Figura 32	Curva estática da válvula. ....	147
Figura 33	Processo físico MTG. ....	151
Figura 34	Processo físico MTG. ....	155
Figura 35	Sistema de nível não linear com dois tanques acoplados. ....	165
Figura 36	Curva estática tanque acoplado. ....	166

Figura 37	Curva estática do CSTR.....	170
Figura 38	Curva estática do trocador de calor.....	174
Figura 39	Processo físico PAM.....	177
Figura 40	Resposta de malha aberta para diferentes tensões de entrada.....	178



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Ponderações do sinal de controle para o GMV. ....	44
Tabela 2	Representação polinomial do controlador SMC-GMV na forma RST. ....	46
Tabela 3	Parâmetros de sintonia dos controladores. ....	48
Tabela 4	Índice de desempenho dos controladores. ....	49
Tabela 5	Parâmetros de sintonia do controlador. ....	50
Tabela 6	Índice de desempenho dos controladores. ....	51
Tabela 7	Diferença entre os controladores SMC-GMV e SMC-FPGMV, ambos na forma RST. ....	56
Tabela 8	Parâmetros de sintonia do controlador. ....	57
Tabela 9	Índices de desempenho do processo com atraso. ....	58
Tabela 10	Parâmetros de sintonia dos controladores para o servo motor. ....	59
Tabela 11	Índice de desempenho dos controladores para o processo servo motor. ....	61
Tabela 12	Parâmetros de sintonia dos controladores SMC-GMV2DOF-PID <i>model-free</i> e GMV2DOF-PID. ....	75
Tabela 13	Ganhos dos controladores SMC-GMV2DOF-PID <i>model-free</i> e GMV2DOF-PID. ....	76
Tabela 14	Índice de desempenho dos controladores SMC-GMV2DOF-PID <i>model-free</i> e GMV2DOF-PID para o processo tanque acoplado. ....	77
Tabela 15	Sintonia dos polinômios $R(q^{-1})$ , $S(q^{-1})$ e $T(q^{-1})$ . ....	85
Tabela 16	Índices de desempenho do GMV-LRPC. ....	88
Tabela 17	Ganhos do GMV-LRPC-PID para variação de $N_y$ . ....	91
Tabela 18	Índices de desempenho do controlador GMV-LRPC-PID. ....	93
Tabela 19	Sintonia dos polinômios $R(q^{-1})$ , $S(q^{-1})$ e $T(q^{-1})$ para o controlador SMC-LRPC. ....	95
Tabela 20	Parâmetros de sintonia dos controladores SMC-GMV e SMC-LRPC. ....	96
Tabela 21	Índices de desempenho dos controladores. ....	98
Tabela 22	Parâmetros de sintonia dos controladores para o processo do trocador de calor. ....	98
Tabela 23	Índices de desempenho dos controladores para o trocador	

	de calor. ....	100
Tabela 24	Índices de desempenho do controlador SMC-LRPC para variação de $N_y$ . ....	102
Tabela 25	Parâmetros de sintonia dos controladores para o processo PAM. ....	103
Tabela 26	Índice de desempenho dos controladores para o processo PAM. ....	104
Tabela 27	Sintonia do controlador SMC-LRPC com e sem a malha de saturação. ....	115
Tabela 28	Índice de desempenhos do controlador SMC-LRPC com e sem anti- <i>windup</i> . ....	116
Tabela 29	Índices de desempenho dos controladores para o processo MTG. ....	121
Tabela 30	Índices de desempenho dos controladores para diferen- tes formas de referência e com perturbação periódica no processo MTG. ....	124

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

VSC	Variable Structure Control
SMC	Sliding Mode Control
CSMC	Continuous-Time Sliding Mode Control
DSMC	Discrete-Time Sliding Mode Control
GMV	Generalized Minimum Variance
SMC-GMV	SMC baseado no GMV
2DOF	Two Degrees of Freedom
SMC-GMV2DOF	SMC baseado no GMV com 2DOF
FP	Filtered Positional
SMC-FPGMV	SMC baseado no FP com GMV
LRPC	Long-Range Predictive Control
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
SMC-PID	PID baseado no Sliding Mode Control
SMC-LRPC	SMC baseado no LRPC
SMC-GMV2DOF-PID	SMC baseado no PID com GMV2DOF
MV	Minimum Variance
CARIMA	Controlled Auto-Regressive Integrating Moving Average
IMC	Internal Model Control
SISO	Single-Input and Single-Output
CAR	Controlled Auto Regressive
FPGMV	Filtered Positional GMV
ITAE	Integral of the Time-Weighted Absolute Error
IAE	Integral Absolute Error
TVC	Total Variation of Control
MTG	Motor+Taco-Gerador
MQR	Mínimos Quadrados Recursivos
GMV-PID	PID Sintonizado através do GMV
GMV2DOF	GMV com 2DOF
GMV2DOF-PID	PID Sintonizado através do GMV2DOF
MPC	Model Predictive Control
MAC	Model Algorithmic Control
DMC	Dynamic Matrix Control

EPSAC	Extended Prediction Self-Adaptive Control
EHAC	Extended Horizon Adaptive Control
GPC	Generalized Predictive Control
GMV-LRPC	GMV com Horizonte Estendido
CARI	Controlled Auto-Regressive Integrated
FAP	Fan and Plate
GMV-LRPC-PID	GMV com Horizonte Estendido PID
CSTR	Continuous Stirred-Tank Reactor
PAM	Pêndulo Amortecido
RC	Repetitive Control
SMC-RC	Sliding Mode Control based on Repetitive Control
IMP	Internal Model Principle
IM	Internal Model



## LISTA DE SÍMBOLOS

$s$	Superfície de deslizamento
$\lambda$	Ponderação do esforço de controle
$n$	Ordem do sistema
$e$	Erro entre o sinal de referência e saída
$r$	Sinal de referência
$y$	Sinal de saída
$u$	Sinal de controle
$u_l$	Sinal de controle da parcela linear
$u_{nl}$	Sinal de controle da parcela não linear
$k_{nl}$	Parâmetro de ajuste da lei de controle linear
$\delta$	Parâmetro responsável por regular o <i>chattering</i>
$t$	Instante de tempo contínuo
$k$	Instante de tempo discreto
$\Delta_s$	Operador integral da superfície, $\Delta = q^d - 1$
$A$	Polos de malha aberta
$B$	Zeros de malha aberta
$d$	Atraso de transporte discreto
$q^{-d}$	Operador deslocamento
$P$	Identidade polinomial
$E$	Polinômio de projeto presente na identidade polinomial
$R$	Polinômio do controlador RST - filtro do sinal de controle
$S$	Polinômio do controlador RST - filtro do sinal de saída
$T$	Polinômio do controlador RST - filtro do sinal de entrada
$Q$	Ponderação do sinal de controle
$G_{mf}$	Polos e zeros de malha fechada
$n_a$	Ordem do polinômio dos polos de malha aberta
$n_b$	Ordem do polinômio dos zeros de malha aberta
$n_s$	Ordem do polinômio $S(q^{-1})$
$n_e$	Ordem do polinômio $E(q^{-1})$
$v$	Função de chaveamento
$\sigma$ e $\varepsilon$	Parâmetros de sintonia do controle
$\gamma$	Polinômio com 2DOF

$\phi_y$	Saída auxiliar do controlador SMC-FPGMV
$P_{fp}$	Filtro do sinal de saída do controlador SMC-FPGMV
$k_\alpha$	Ganho do filtro do controlador SMC-FPGMV
$\alpha_i$	Filtro de 1ª ou 2ª ordem do controlador SMC-FPGMV
$R_{fp}$	Filtro do sinal de controle para o controlador SMC-FPGMV
$S_{fp}$	Filtro do sinal de saída para o controlador SMC-FPGMV
$T_{fp}$	Filtro do sinal de entrada para o controlador SMC-FPGMV
$s_{fp}$	Superfície de deslizamento do controlador SMC-FPGMV
$d_0$	Sinal de perturbação na saída do sistema
$d_i$	Sinal de perturbação na entrada do sistema
$s_{pid}$	Superfície de deslizamento PID
$\Delta$	Operador integral $\Delta = 1 - q^{-1}$
$\Delta_s$	Operador integral da superfície
$\bar{s}$	Superfície de deslizamento multiplicado por $\gamma$
$\bar{R}$	Polinômio $R(q^{-1})$ multiplicado por $\gamma$
$K_c$	Ganho proporcional
$T_i$	Tempo integral
$T_d$	Tempo derivativo
$T_s$	Período de amostragem
$\bar{\gamma}$	Soma dos termos de $\gamma$
$P_{vm}$	Condição inicial do vetor de medidas
$\Phi$	Saída auxiliar na forma vetorial
$\varphi$	Vetor de medidas do controlador
$\theta$	Vetor de parâmetros do controlador
$\phi$	Entrada auxiliar
$S_{sen}$	Função sensibilidade
$T_{com}$	Função sensibilidade complementar
$G_p$	Modelo da planta
$G_c$	Controlador do sistema
$M_s$	Magnitude do Pico de ressonância da $S_{sen}$
$M_t$	Magnitude do pico de ressonância da $T_{com}$
$N_y$	Horizonte de predição
$x_1$	Concentração de reagentes - CSTR
$x_2$	Temperatura do reator - CSTR

$D_a$	Número de Damköhler
$\varphi_a$	Energia de ativação - CSTR
$\beta_a$	Energia de transferência de calor - CSTR
$B_a$	Coefficiente de reação de calor - CSTR
$E_{aw}$	Polinômio de projeto <i>anti-windup</i>
$\beta$	Constante utilizada no projeto <i>anti-windup</i>
$u_{ap}$	Controle com saturação no projeto <i>anti-windup</i>
$u_b, u_f$	Controle com saturação no projeto <i>anti-windup</i>
$\bar{u}_b$	controle com saturação no projeto <i>anti-windup</i>
$k_{aw}$	Ganho da malha <i>anti-windup</i>
$h_1, h_2$	Nível do líquido nos tanques 1 e 2
$h_0$	Nível de líquido do reservatório
$A_1, A_2$	Áreas da seção transversal de ambos os tanques
$a_1, a_2$	Áreas do orifício
$c_1, c_2$	Constantes do tanque 1 e 2
$g$	Aceleração da gravidade
$d_0$	Sinal de perturbação na saída do processo
$\beta_0, \beta_1, \beta_2$	Parâmetros dos controlares GMV-LRPC e SMC-LRPC
$\alpha_0, \alpha_1$	Parâmetros dos controlares GMV-LRPC e SMC-LRPC
$\bar{a}_1, \bar{a}_2, \bar{a}_3$	Polos de malha aberta incremental
$b_0, b_1$	Zeros de malha aberta
$G_m$	Modelo do processo
$T_p$	Período do sinal da perturbação
$e^{sT_p}$	Parcela de atraso do controle repetitivo
$N$	Número de amostras em um período $T_p$
$\Delta^N$	Gerador de sinal periódico
$T_s$	Período de amostragem
$\sigma_{rp}$	Número real usado no controle repetitivo
$W$	Função de atraso do controle repetitivo
$H_x$	Filtro passa-baixa do controle repetitivo
$G_x$	Controlador estabilizante
$\bar{G}_r$	Função de transferência do IM do controle repetitivo
$u_{rp}$	Sinal de controle repetitivo



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	29
1.1	MOTIVAÇÃO .....	32
1.2	OBJETIVOS .....	33
1.2.1	Objetivo Geral .....	33
1.2.2	Objetivos Específicos .....	33
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	34
<b>2</b>	<b>PROJETO DO CONTROLADOR SMC-GMV</b> ...	37
2.1	INTRODUÇÃO .....	37
2.2	PROJETO POSICIONAL DO CONTROLADOR SMC-GMV CLÁSSICO .....	39
2.3	CONTROLADOR SMC-GMV2DOF .....	43
2.4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO .....	47
2.4.1	Sistema numérico controlado: Válvula de controle.	47
2.4.2	Sistema experimental controlado: Motor+Taco- Gerador .....	49
2.5	CONTROLADOR SMC-GMV POSICIONAL FILTRADO	52
2.6	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO .....	55
2.6.1	Sistema numérico controlado: Processo com atraso de transporte .....	57
2.6.2	Sistema experimental controlado: Processo de po- sição .....	59
2.7	CONCLUSÃO .....	61
<b>3</b>	<b>PROJETO DE CONTROLADORES EQUIVALEN- TES: PID E DIRETO</b> .....	63
3.1	INTRODUÇÃO .....	63
3.2	PROJETO INCREMENTAL DO CONTROLADOR SMC- PID INDIRETO .....	65
3.3	PROJETO DO CONTROLADOR SMC-GMV2DOF-PID <i>MODEL-FREE</i> INCREMENTAL .....	72
3.4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO .....	74
3.4.1	Sistema numérico controlado: Tanque acoplado ...	75
3.5	CONCLUSÃO .....	77
<b>4</b>	<b>PROJETO DO CONTROLADOR SMC-LRPC</b> ...	79
4.1	INTRODUÇÃO .....	79
4.2	CONTROLADOR GMV-LRPC .....	82
4.3	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO .....	86

4.3.1	<b>Sistema numérico controlador: <i>Fan and plate</i></b> . . . . .	86
4.4	HIBRIDIZAÇÃO DO CONTROLADOR GMV-LRPC COM PID . . . . .	88
4.5	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO . . . . .	90
4.5.1	<b>Sistema numérico controlado: <i>Fan and plate</i></b> . . . . .	90
4.6	CONTROLE SMC-LRPC . . . . .	93
4.7	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO . . . . .	95
4.7.1	<b>Sistema numérico controlado: <i>Continuous Stirred - Tank Reactor</i></b> . . . . .	96
4.7.2	<b>Sistema numérico controlado: Trocador de calor</b> . .	98
4.7.3	<b>Sistema experimental controlado: Pêndulo amor- tecido</b> . . . . .	102
4.8	CONCLUSÃO . . . . .	104
5	<b>SMC-LRPC PARA TRATAR SATURAÇÃO DE MALHA E PERTURBAÇÕES PERIÓDICAS</b> . . .	107
5.1	INTRODUÇÃO . . . . .	107
5.2	CONTROLADOR SMC-LRPC <i>ANTI-WINDUP</i> . . . . .	109
5.3	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO . . . . .	114
5.3.1	<b>Sistema numérico controlado: Tanque acoplado</b> . . .	114
5.4	CONTROLADOR SMC-LRPC IMPLEMENTADO NA ESTRUTURA DE CONTROLE REPETITIVO . . . . .	116
5.5	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO . . . . .	120
5.5.1	<b>Sistema numérico controlado: Motor+Taco-Gerador</b>	121
5.6	CONCLUSÃO . . . . .	124
6	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	127
6.1	TRABALHOS FUTUROS . . . . .	128
6.2	CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS . . . . .	129
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	131
	<b>APÊNDICE A – Índices de desempenho</b> . . . . .	143
	<b>APÊNDICE B – Válvula de controle</b> . . . . .	147
	<b>APÊNDICE C – Motor+Taco-Gerador</b> . . . . .	151
	<b>APÊNDICE D – Processo de posição</b> . . . . .	155
	<b>APÊNDICE E – GMV2DOF-PID</b> . . . . .	159
	<b>APÊNDICE F – Tanque acoplado</b> . . . . .	165
	<b>APÊNDICE G – <i>Continuous Stirred - Tank Reactor</i></b>	169
	<b>APÊNDICE H – Trocador de calor</b> . . . . .	173
	<b>APÊNDICE I – Pêndulo amortecido</b> . . . . .	177

## 1 INTRODUÇÃO

O conceito do controlador de estrutura variável (*Variable Structure Control-VSC*) foi apresentado e elaborado em 1960 na então antiga União Soviética por Emelyanov (1967) ficando restrito ao país. Posteriormente outros pesquisadores como Itkis (1976) e Utkin (1977) acabaram publicando seus trabalhos e apresentando ao mundo essa nova técnica de controle (MEHTA; BANDYOPADHYAY, 2015). O projeto do VSC baseia-se na elaboração de uma lei de controle que possui uma variável comutada (ou chaveada), permitindo que a estrutura do controlador seja intencionalmente alterada quando o estado atravessa a superfície de deslizamento (CAMACHO; SMITH, 2000). Essa variável têm valores atuais do sistema e, a partir dessas grandezas, o sinal de controle é gerado para que o processo possa atingir o objetivo desejado de malha fechada, como menor sobressinal e tempo de resposta, por exemplo (SABANOVIC; FRIDMAN; SPURGEON, 2004).

A técnica por modos deslizantes (*Sliding Mode Control-SMC*) é um caso particular do VSC, que evoluiu com base na teoria de controle por relé. A metodologia do SMC consiste em dois estágios: projetar uma superfície de deslizamento,  $s(t)$ , tal que, a saída do processo consiga “deslizar” e alcançar uma dinâmica desejada, por exemplo, seguimento de referência (caso servo). O segundo passo é projetar a parcela descontínua tal que qualquer estado fora da superfície de deslizamento seja novamente direcionado à ela em um tempo finito (CAMACHO; SMITH, 2000; SUMAR, 2002). Esta técnica de controle fornece um método eficaz e robusto para processos lineares e não lineares devido à sua propriedade de invariância (capacidade de tratar incertezas paramétricas) (MEHTA; BANDYOPADHYAY, 2015). Na Figura 1 é idealizada a ação do SMC sobre o sistema. Em geral, a superfície de deslizamento representa o comportamento do processo durante o regime transitório, entretanto, é possível projetar dinâmicas desejadas (SUMAR, 2002).

A superfície de deslizamento,  $s(t)$ , pode ser elaborada de diferentes formas. Slotine e Li (1991) apresentaram um método onde  $s(t)$  é escolhido como uma equação diferencial integral que atua sobre o erro do sistema, isto é,

$$s(t) = \left( \frac{t}{dt} + \lambda \right)^n \int_0^t e(t) dt \quad (1.1)$$

onde  $e(t)$  representa o erro de seguimento entre o sinal de referência (*setpoint*),  $r(t)$ , e a saída medida do processo,  $y(t)$ ,  $n$  descreve a ordem

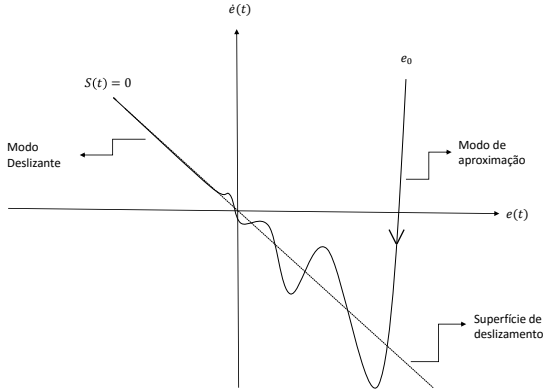


Figura 1 – Representação da superfície de deslizamento.

do sistemas e  $\lambda$  é o parâmetro de ajuste escolhido pelo projetista para ponderar a energia do controle.

O objetivo do controlador é garantir que a variável controlada seja igual ao valor de referência em todos os pontos de operação, ou seja, significa dizer que o erro e sua derivada sejam iguais a zero (CAMACHO; SMITH, 2000). Uma vez que a superfície seja alcançada ocorre a condição de deslizamento, como mostrado na Figura 1.

Após projetar a superfície, uma lei de controle,  $u(t)$ , deve ser implementada para que o sistema possa atender a condição de deslizamento ( $s(t) = 0$ ). Em geral o VSC contém duas parcelas em  $u(t)$ , uma linear contínua,  $u_l(t)$ , e outra descontínua,  $u_{nl}(t)$ , (ZINOBER, 1994).

$$u(t) = u_l(t) + u_{nl}(t) \quad (1.2)$$

A parcela contínua é dada em função dos sinais de referência e saída, descrita como

$$u_l(t) = f(y(t), r(t)) \quad (1.3)$$

onde  $f(y(t), r(t))$  é uma função determinada a partir do procedimento de controle equivalente, de acordo com o movimento desejado do modo deslizante (SUMAR, 2002).

O termo chaveado,  $u_{nl}(t)$ , engloba os elementos não lineares presente na lei de controle, tornando-se descontínua próximo à superfície de deslizamento (CAMACHO; SMITH, 2000). Na prática, entretanto, é impossível efetuar o controle com chaveamento de alta velocidade de-



vido a presença de atrasos finitos durante o tempo de processamento computacional para gerar o sinal de controle. Outro fator que restringe essa implementação, deve-se a limitação presente nos atuadores, gerando *chattering* (excessivas oscilações) em torno da superfície de deslizamento (HUNG; GAO; HUNG, 1993). A Figura 2 ilustra o efeito do *chattering*.

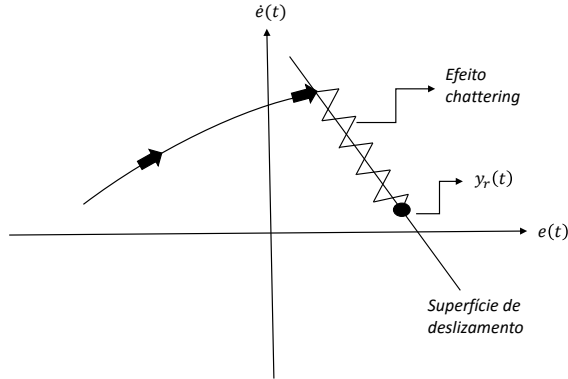


Figura 2 – Representação gráfica do *chattering* como resultado do chaveamento.

O *chattering* é indesejável em aplicações práticas, visto que envolve uma alta atividade de controle, podendo excitar dinâmicas de alta frequência ignoradas na modelagem do sistema (SLOTINE; LI, 1991; ZINOBER, 1994). Segundo Zinober (1994), existem várias técnicas para suavizar o esforço de controle, uma alternativa é dada por:

$$u_{nl}(t) = k_{nl} \frac{s(t)}{|s(t)| + \delta} \quad (1.4)$$

onde  $k_{nl}$  é um parâmetro de ajuste responsável por aproximar o sistema da superfície e  $\delta$  é uma variável de regulação que reduz o efeito do *chattering* (CAMACHO; SMITH, 2000; HERRERA et al., 2015).

Em resumo, uma lei de controle normalmente resulta em movimentos rápidos que levam o sistema até a superfície de deslizamento, e outro movimento suave até alcançar o estado desejado (CAMACHO; SMITH, 2000).

Tradicionalmente, o termo modos deslizantes está associado com o controle SMC contínuo (*Continuous-Time Sliding Mode Control - CSMC*). No entanto, devido ao avanço tecnológico dos microcompu-

tadores, o controle digital se tornou popular. Desta forma, o SMC passou a ser estudado e implementado em sistemas digitais. O pesquisador Milosavljevic (1985) apresentou o conceito do controle SMC discreto (*Discrete-Time Sliding Mode Control - DSMC*). Posteriormente Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak (1987) abordaram os equacionamentos para estabilidade do sistema. Desde então, muitos pesquisadores como: Furuta (1990), Corradini e Orlando (1995), Gao, Wang e Homaifa (1995) e Bartoszewicz (1998), Sun, Wang e Wang (2005), Patete, Furuta e Tomizuka (2006), Li, Du e Yu (2014), Coelho, Ayala e Coelho (2015) vêm contribuindo com o desenvolvimento da teoria do DSMC (MEHTA; BANDYOPADHYAY, 2015).

A principal diferença entre o CSMC e DSMC está na implementação da lei de controle. O CSMC possui tipicamente um termo descontínuo que começa a comutar com uma frequência infinita quando o sistema busca a superfície de deslizamento. No caso do DSMC, o sinal de medição e o controle são aplicados em intervalos regulares de tempo, desta forma, o sinal é mantido constante tornando a frequência de comutação finita (MEHTA; BANDYOPADHYAY, 2015).

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O conceito de um sistema de controle de estrutura variável (VSC) se deu com base na teoria de controle por relé (sistema-contínuo), tendo origem no final da década de 1960 na antiga união soviética a partir das publicações de Itkis (1976) e Utkin (1977). Baseado nessa ideia, surgiu o controle por modos deslizantes (SMC). Desde então, uma ampla gama de pesquisadores tem contribuído significativamente para o desenvolvimento dessas metodologias, tanto matematicamente como em implementações práticas.

A ideia principal do SMC é utilizar uma lei de controle descontínua para conduzir a trajetória do sistema até a superfície de deslizamento, com o intuito de assegurar os objetivos de um sistema realimentado. O SMC é uma estratégia de controle robusta e eficaz, sendo aplicado com sucesso em diferentes processos práticos, tais como: manipuladores robóticos, aviões, veículos subaquáticos, naves espaciais, motores elétricos, sistemas de energia, entre outros.

A presente pesquisa é motivada pela possibilidade de estender a teoria de projetos e aplicabilidade dos controladores SMC para o caso discreto utilizando novas técnicas de controle presentes na literatura através de estudos, desenvolvimentos, implementações numéricas e tes-

tes experimentais, com o propósito de garantir seguimento de referência e rejeição de perturbação, além de lidar com diferentes tipos de processo, tais como: linear ou não linear, estável ou instável, fase mínima ou fase não mínima, entre outros.

## 1.2 OBJETIVOS

A partir das questões apresentadas, foram traçados os objetivos com o intuito de contribuir com o crescimento dos controladores SMC no tempo discreto.

### 1.2.1 Objetivo Geral

Essa dissertação tem como objetivo implementar duas abordagens alternativas para o controlador SMC baseado no controlador de variância mínima generalizada (*Generalized Minimum Variance-GMV*), denominado nessa dissertação de SMC-GMV. Além disso, é desenvolvido um controlador SMC com horizonte estendido, denominado SMC-LRPC. Para todos os casos o objetivo é garantir, seguimento de referência e rejeição de perturbações de diferentes naturezas.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Inserir um polinômio com dois graus de liberdade (*Two Degrees of Freedom-2DOF*) sobre o termo que multiplica o sinal de controle na superfície de deslizamento SMC-GMV, chamado na dissertação de SMC-GMV2DOF e com isso ampliando a família de projetos desse controlador. O objetivo é fornecer um polinômio que atue sobre os polos e zeros de malha fechada, além de funcionar como um filtro para a superfície.
- Introduzir um filtro polinomial e integral (*Filtered Positional-FP*), através de uma variável auxiliar, na superfície de deslizamento SMC-GMV, denominado SMC-FPGMV, e assim estender o conjunto de projetos. O objetivo é alcançar um controlador filtrado e incremental partindo do caso posicional.
- Implementar técnicas de hibridização do controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID), a partir dos controladores por modos deslizantes de forma direta e indireta, herdando as características

de malha fechada desses controladores (*loop-shaping*) e obtendo um controlador PID não linear chaveado, denominado SMC-PID.

- Apresentar um controlador preditivo de horizonte estendido (LRPC), obtendo uma lei de controle preditiva sem a utilização de identidades polinomiais. Em seguida esse projeto é estendido ao controlador SMC, alcançando uma superfície LRPC, denominada SMC-LRPC.
- Aplicar uma estrutura de malha para tratar saturação do sinal de controle, utilizando o controlador SMC-LRPC. Desta forma o tempo em que o sinal de controle fica sobre a região de limitação é minimizada.
- Propor uma estrutura de malha de controle alternativa para assegurar seguimento de referência e rejeição de perturbações periódicas, empregando o controlador SMC-LRPC, combinado com a técnica de controle repetitivo.
- Avaliar o desempenho de malha fechada dos controlares apresentados em processos não lineares, através de simulações experimentais e numéricas, com o objetivo de garantir e assegurar nos projetos propostos aspectos como seguimento de referência e rejeição da perturbação.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Além da introdução, este trabalho está organizado da seguinte forma:

- Capítulo 2: apresenta-se a uma breve descrição da teoria do SMC-GMV e o desenvolvimento matemático desse controlador. Em seguida, baseado nos conceitos matemáticos do SMC-GMV são apresentados dois controladores alternativos. No primeiro projeto é inserido um polinômio com dois graus de liberdade sobre a superfície de deslizamento (SMC-GMV2DOF), proporcionando um filtro para  $s(k)$ , além de fornecer uma ação direta sobre os polos e zeros de malha fechada. No segundo projeto, é inserido um filtro posicional e integral sobre a superfície de deslizamento (SMC-FPGMV), a partir de uma entrada auxiliar, alcançando uma estrutura incremental através de um caso posicional, filtrando os sinais de referência e saída, além da superfície de deslizamento.

- Capítulo 3: mostra-se a estrutura e o desenvolvimento matemático para realizar uma hibridização entre os controladores PID e SMC, obtendo assim, um controlador SMC-PID que pode ser sintonizado de duas formas: direta e indireta. Com o intuito de facilitar o ajuste dos parâmetros do SMC-PID, emprega-se o controlador SMC-GMV2DOF para sintonizar esses ganhos. Assim, suas características dinâmicas são repassadas ao SMC-PID, chamado SMC-GMV2DOF-PID.
- Capítulo 4: apresenta-se um controlador preditivo com horizonte estendido (LRPC) sem a necessidade de implementar identidades polinomiais. Em vez disso, aplica-se a série de Taylor sobre o sinal de erro com horizonte estendido e após algumas manipulações obtém-se uma lei de controle com sinal de referência avançado. Em seguida, essa proposta é hibridizada com a topologia I+PD, com o intuito de amenizar a magnitude do esforço de controle. Além disso, o projeto do LRPC é implementado com o controlador SMC, alcançando uma superfície de deslizamento com horizonte estendido (SMC-LRPC).
- Capítulo 5: mostra-se duas abordagens alternativas para tratar eventuais problemas de regulação. O primeiro projeto, aborda uma estrutura de malha de controle para mitigar o efeito da saturação sobre a variável controlada, quando a mesma alcança seus limites de atuação. O segundo projeto, apresenta uma estrutura de malha repetitiva para lidar com sinais periódicos, com o objetivo de garantir comportamento servo e regulatório.
- Capítulo 6: apresenta-se as conclusões finais, juntamente com as publicações diretas e indiretas realizadas e continuidade de projetos futuros.



## 2 PROJETO DO CONTROLADOR SMC-GMV

Este capítulo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento na versão discreta do controle por modos deslizantes baseado no controlador de variância mínima generalizada, denominado SMC-GMV. As parcelas linear e não linear estão fundamentadas nos trabalhos de Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995). Dois projetos de controle alternativos são desenvolvidos com o intuito de melhorar o desempenho dinâmico do SMC-GMV.

O capítulo está dividido da seguinte forma: i) introdução sobre a técnica SMC-GMV; ii) desenvolvimento do projeto SMC-GMV; iii) derivação do controlador SMC-GMV2DOF; iv) síntese do controlador SMC-FPGMV e v) conclusão. Simulações numéricas e experimentais comprovam a eficiência das propostas frente ao projeto clássico do SMC-GMV. Índices de desempenho da literatura de controle são aplicados para avaliar os comportamentos dinâmicos servo e regulatório. O Apêndice A mostra o equacionamento dos índices empregados nesse capítulo.

### 2.1 INTRODUÇÃO

A estratégia de controle SMC tem sido estudada desde os anos sessenta pelo nome de controlador de estrutura variável (VSC) (UTKIN, 1977). Desde então, sua aplicação em processos práticos vem sendo utilizada (YU; WANG; LI, 2012). O uso do SMC é uma metodologia de controle de sucesso em processos que trabalham com motores elétricos (LI; WIKANDER, 2004), manipuladores robóticos (CORRADINI et al., 2012) e atuadores eletro-hidráulicos de alta precisão (LIN; SHI; BURTON, 2013).

O controlador SMC apresenta um termo descontínuo na lei de controle, que, por sua vez é responsável por levar o processo até o ponto de operação desejado (YU; WANG; LI, 2012). Na prática sua aplicação é feita através de microcontroladores e processadores digitais. A escolha do período de amostragem torna-se um importante parâmetro de projeto. A medida que o controlador SMC realiza o chaveamento, excessivas oscilações podem aparecer no sinal de saída do processo. Esse fenômeno é denominado *chattering*. Na atualidade, a utilização do SMC discreto se torna necessária para implementações em dispositivos industriais digitais visando assegurar estabilidade e robustez de um sistema de malha fechada por modos deslizantes controlado por

computador (LEE; OH, 1998; MEHTA; BANDYOPADHYAY, 2015).

O desenvolvimento do SMC discreto foi estudado inicialmente por Milosavljevic (1985) (MITIC; MILOSAVLJEVIC, 2004). O emprego desse controlador discreto baseado nos sinais de entrada e saída do sistema controlado tem recebido atenção da comunidade científica que trabalha com sistemas de controle (FURUTA, 1993; CORRADINI; ORLANDO, 1995; PATETE; FURUTA; TOMIZUKA, 2008; SUMAR; COELHO; GOEDEL, 2015).

Para a implementação do SMC baseado no controlador GMV, a literatura mostra diferentes algoritmos que tratam as incertezas paramétricas proporcionando rendimento satisfatório para o sistema controlado (SUMAR; COELHO; GOEDEL, 2015).

Na década de 70 surgiram novas estratégias de controle, Åström e Wittenmark (1973) apresentaram o controlador de variância mínima (*Minimum Variance* - MV) com o objetivo de minimizar a variância do sinal de saída em relação ao sinal de referência. Estendendo essa proposta, Clarke e Gawthrop (1975) desenvolveram o controlador GMV. A estratégia de controle MV apresenta algumas desvantagens quando comparado ao GMV, ou seja, trata apenas sistemas de fase mínima e não penaliza a energia de controle. Já o controlador GMV apresenta fatores que são especificados pelo projetista que influenciam no comportamento dinâmico do processo físico controlado. Além disso, é possível ponderar o esforço de controle através de um parâmetro de ajuste. O GMV pode ser aplicado a processos de fase não mínima e instáveis em malha aberta, o que não é possível pelo MV.

O controlador GMV tornou-se uma área de pesquisa ativa desde então, sendo combinado com diferentes técnicas de controle (PID, IMC, VSC) para tratar problemas de processos realimentados. Furuta (1993) apresentou uma superfície de deslizamento utilizando o SMC baseado no GMV, denominado SMC-GMV, obtido através da minimização da superfície  $s(k)$ , alcançando uma lei de controle com uma parcela linear, que representa o GMV e um termo chaveado. A estrutura na forma RST está apresentada na Figura 3, sendo os sinais e polinômios descritos nas seções subsequentes. Pieper e Goheen (1993) desenvolveram um controlador em função dos sinais de entrada e saída, incluindo a parcela não linear através de um polinômio de projeto que multiplica o sinal de saída (SUMAR, 2002). Corradini e Orlando (1995) e, posteriormente Lee e Oh (1998), utilizaram a mesma definição de projeto apresentado por Furuta (1993) para determinar a lei de controle linear e não linear, alterando apenas o termo chaveado. Patete, Furuta e Tomizuka (2008) apresentaram o controlador SMC-GMV *self-tuning* provando a estabi-



lidade do sistema para tratar processos de fase mínima e não mínima. Com o objetivo de melhorar a sintonia do controlador SMC-GMV, Sumar, Coelho e Coelho (2009) utilizaram a inteligência computacional para ajustar os parâmetros do controlador. Coelho, Ayala e Coelho (2015) apresentaram uma metodologia de projeto inovadora e sistemática para o VSC, que integra um estimador baseado no algoritmos dos mínimos quadrados recursivos, uma superfície discreta quasi-deslizante e um método de otimização.

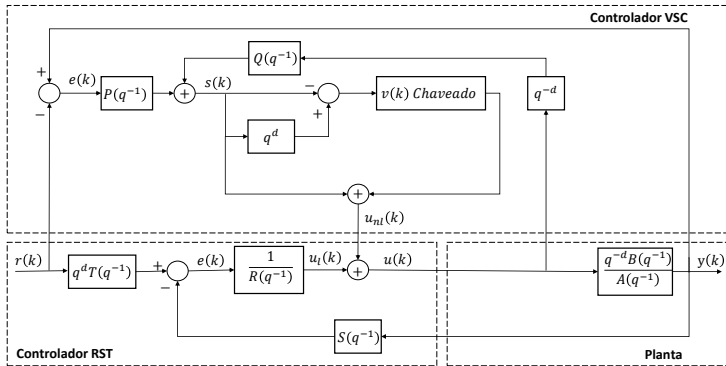


Figura 3 – Estrutura da malha de controle RST com o controlador VSC.

## 2.2 PROJETO POSICIONAL DO CONTROLADOR SMC-GMV CLÁSSICO

Esta sessão têm como objetivo apresentar o desenvolvimento do controlador SMC-GMV mostrado por Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995). O projeto utiliza um modelo matemático do tipo (*Controlled Auto-Regressive - CAR*) caracterizado pela seguinte equação a diferenças:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) \quad (2.1)$$

onde as variáveis  $u(k)$  e  $y(k)$  representam os sinais de controle e saída,  $d$  é o atraso de transporte discreto e  $q^{-d}$  denota o operador deslocamento no tempo, isto é,

$$q^{-d}y(k) = y(k - d) \quad (2.2)$$

O modelo do processo, equação (2.1), pode ser conhecido ou estimado nas formas *off-line* ou *on-line*. Os polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  contemplam os polos e zeros de malha aberta e são dados pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \end{aligned}$$

no qual  $na$  e  $nb$  representam a ordem de seus respectivos polinômios. O objetivo do controle é minimizar a variância da variável controlada  $s(k+d)$ , sendo definida para o caso determinístico pela expressão

$$s(k+d) = P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k) \quad (2.3)$$

onde  $r(k)$  é o sinal de referência. Os polinômios  $P(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  são especificados pelo projetista e condicionam o comportamento dinâmico do processo físico controlado. O polinômio  $P(q^{-1})$  pode ser considerado como um filtro,  $T(q^{-1})$  ajusta o erro de regime permanente e  $Q(q^{-1})$  pondera a magnitude (energia) do sinal de controle e pode ser representado pelas seguintes relações:

$$Q(q^{-1}) = \lambda \quad (2.4a)$$

$$Q(q^{-1}) = \lambda(1 - q^{-1}) \quad (2.4b)$$

onde  $\lambda$  é uma constante escolhida pelo projetista. Selecionando-se  $\lambda$  pela equação (2.4a) obtém-se uma lei de controle que não trata seguimento de referência, enquanto que pela equação (2.4b) o comportamento servo é garantido. A lei de controle linear que representa o GMV posicional, para atender a condição de deslizamento ( $s(k+d) = 0$ ), partindo da equação (2.3), é descrita por

$$R(q^{-1})u(k) = T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k) \quad (2.5)$$

onde  $R(q^{-1})$  é definido como

$$R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1}) \quad (2.6)$$

Os polinômios  $E(q^{-1})$  e  $S(q^{-1})$  são escolhidos para satisfazer a seguinte identidade polinomial:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) \quad (2.7)$$

e os respectivos polinômios são representados pelas equações

$$\begin{aligned} S(q^{-1}) &= s_0 + s_1q^{-1} + \dots + s_{n_s}q^{-n_s} \\ E(q^{-1}) &= e_0 + e_1q^{-1} + \dots + e_{n_e}q^{-n_e} \end{aligned}$$

onde  $n_s = n_a - 1$  e  $n_e = d - 1$ . Se o polinômio  $Q(q^{-1})$  é igual a zero, o sistema se comporta como o controlador MV desenvolvido por Åström e Wittenmark (1973).

Os polinômios  $P(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  da equação (2.3) devem ser projetados com o objetivo de tornar o sistema de controle estável além de satisfazer as condições do **Lema 2.2.1**.

**Lema 2.2.1.** (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1989) *A condição necessária e suficiente para um processo de malha fechada ser estável sob uma entrada de controle, fazendo  $s(k+d) = 0$ , é que as raízes do polinômio*

$$G_{mf}(q^{-1}) = B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1}) \quad (2.8)$$

*estejam no interior do círculo unitário no plano- $z$ , e os termos  $(Q, P)$ ,  $(A, P)$  e  $(B, Q)$  não tenham zeros comuns fora desta região.*

O desempenho da lei de controle, equação (2.5), pode ser melhorado incluindo uma entrada auxiliar (parcela não linear) ao controlador GMV utilizando a técnica do VSC (FURUTA, 1993). Essa parcela não linear é responsável pelo chaveamento que altera a dinâmica da lei de controle. Desta forma o controlador SMC-GMV apresenta um melhor desempenho quando aplicado em processos lineares ou não lineares. A nova lei de controle é apresentada no **Lema 2.2.2**.

**Lema 2.2.2.** (CORRADINI; ORLANDO, 1995) *Utilizando um modelo CAR, equação (2.1), a seguinte lei de controle pode ser obtida:*

$$R(q^{-1})u(k) = T(q^{-1})r(k+d) + S(q^{-1})y(k) + s(k) + v(k) \quad (2.9)$$

*garantindo uma superfície de deslizamento estável sobre o hiperplano  $s(k+d) = 0$ , ou seja, ocorre o desaparecimento do erro de rastreamento quando  $v(k)$  é selecionado de acordo com as seguintes equações:*

$$v(k) = \begin{cases} -2\sigma\varepsilon/s(k) & \text{se } |s(k)| \geq \sqrt{\varepsilon} \\ -2\sigma s(k) & \text{se } |s(k)| < \sqrt{\varepsilon} \end{cases} \quad (2.10)$$

*sendo  $\varepsilon$  e  $\sigma$  escalares positivos (parâmetros de projeto), com  $0 < \sigma < 1$ .*

**Prova 2.2.1.** *Utilizando as equações (2.3), (2.7) e manipulando (2.1),*

obtém-se a equação (2.9), proporcionando uma relação entre  $s(k+d)$  e  $v(k)$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 s(k+d) &= P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k) \\
 &= [A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})]y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + \\
 &\hspace{15em} Q(q^{-1})u(k) \\
 &= [B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})]u(k) - T(q^{-1})r(k+d) + \\
 &\hspace{15em} S(q^{-1})y(k) \\
 &= s(k) + v(k)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Definindo a variável  $\Delta_s s(k+d) = s(k+d) - s(k)$ , a condição de existência para que ocorra o deslizamento é definido como

$$s(k)\Delta_s s(k+d) < -\frac{1}{2}(\Delta_s s(k+d))^2 \tag{2.12}$$

Baseado na equação (2.11) pode-se concluir que  $\Delta_s s(k+d) = v(k)$ . Considerando o primeiro caso da equação (2.10), para  $|s(k)| \geq \sqrt{\varepsilon}$ , tem-se que

$$\begin{aligned}
 s(k)\Delta_s s(k+d) = s(k) \left[ -2\sigma \frac{\varepsilon}{s(k)} \right] &< -2\sigma^2 \varepsilon \leq -2\sigma^2 \frac{\varepsilon^2}{s(k)^2} = \\
 &-\frac{1}{2}(\Delta_s s(k+d))^2
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

A segunda condição de chaveamento ( $|s(k)| < \sqrt{\varepsilon}$ ) é garantida uma vez que

$$s(k)\Delta_s s(k+d) = s(k)(-2\sigma s(k)) < -2\sigma^2 s(k)^2 = -\frac{1}{2}(\Delta_s s(k+d))^2 \tag{2.14}$$

**Observação 2.2.1.** A seleção dos parâmetros  $\sigma$  e  $\varepsilon$  afeta os tempos de subida e acomodação do sistema a ser controlado. Assim, estes termos devem ser selecionados de acordo com a “melhor” relação entre o esforço de controle “aceitável” e a duração do comportamento transitório (rapidez de resposta).

### 2.3 CONTROLADOR SMC-GMV2DOF

Nesta seção é apresentado uma extensão para os projetos clássicos do SMC-GMV propostos por Furuta (1993), no qual é inserindo no termo  $Q(q^{-1})$  uma condição com dois graus de liberdade (2DOF), tendo como objetivo melhorar o desempenho do controlador. O projeto de controle apresentado nesta seção é uma proposta da dissertação.

Para o controlador GMV clássico a literatura utiliza duas abordagens, os casos posicional e incremental. No caso posicional (denominado explícito), Figura 4, Clarke e Gawthrop (1975) e, posteriormente Koivo (1980), propuseram para sistemas monovariáveis e multivariáveis, respectivamente, a ideia de uma ponderação integral no sinal de controle, como definido na equação (2.4 b). Isto garante erro nulo de regime permanente para o comportamento servo do sistema de malha fechada, mas não assegura rejeição de perturbação, representado por  $d_0(k)$  (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014).

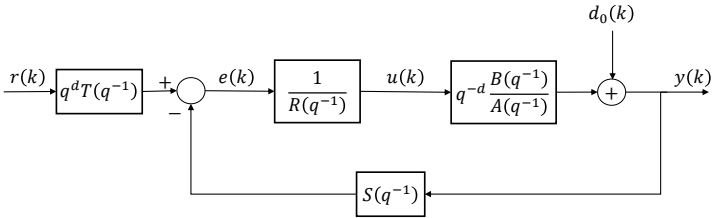


Figura 4 – Estrutura padrão do controlador GMV na forma RST digital.

Posteriormente Clarke e Gawthrop (1979), Ezzaraa, Ait-lafkih e Ramzi (2011) e Silveira, Rodriguez e Coelho (2012) idealizaram a escolha da ponderação do controle com um polinômio com dois graus de liberdade, denominado GMV2DOF, através de abordagens teóricas e experimentais (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014), definido como

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda\Delta}{\gamma(q^{-1})} = \frac{\lambda\Delta}{(1 - \gamma q^{-1})} \quad (2.15)$$

onde  $\gamma$  está relacionado com o acoplamento entre polos e zeros (dinâmica de malha fechada) e  $\Delta = (1 - q^{-1})$  representa o operador integral. Desta forma, a variável  $\gamma$  se torna mais um parâmetro a ser sintonizado, exigindo maior habilidade do operador. Agora, os processos que utilizam o controlador GMV posicional, tem erro nulo de regime perma-

nente para mudanças de referência, pela simples imposição do ganho estático unitário na função de transferência de malha fechada. Nas duas técnicas mostradas anteriormente para o caso posicional, a propriedade de eliminar o erro de regime permanente, se a planta está sujeita a perturbações de carga constante, não é garantida (DOI; MORI, 2002).

Para o caso incremental, a característica importante para fazer o GMV robusto para tratar os comportamentos servo e regulatório (*offset-free*), foi sugerido por Tuffs e Clarke (1985), onde o controlador integral foi obtido por meio de um modelo da planta na forma *Controlled Auto-Regressive Integrating Moving Average* (CARIMA). Clarke, Hodgson e Tuffs (1983) e Tuffs e Clarke (1985) alcançaram resultados importantes incluindo essa parcela integral ao GMV, proporcionando *offset-free* (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014).

Baseado nas propostas apresentadas ao longo dos anos o controlador GMV pode assumir dinâmicas distintas para o caso incremental e posicional. A partir dos projetos presentes na literatura, o polinômio  $Q(q^{-1})$  pode englobar diferentes alternativas de implementação, alterando o comportamento dinâmico de malha fechada. A Tabela 1 apresenta algumas dessas alternativas de seleção que influenciam os comportamentos servo e regulatório de sistemas realimentados.

Tabela 1 – Ponderações do sinal de controle para o GMV.

Caso Posicional	Caso Incremental
$Q(q^{-1}) = \lambda$	$Q(q^{-1}) = \lambda$
$Q(q^{-1}) = \lambda\Delta$	-
$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda\Delta}{(1 - \gamma q^{-1})}$	$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda}{(1 - \gamma q^{-1})}$

A estrutura incremental tem como objetivo ponderar o esforço de controle por meio do polinômio  $Q(q^{-1}) = \lambda$ . Nesse caso, o ajuste  $\lambda$  está relacionado diretamente com os polos de malha fechada, como será mostrado posteriormente. O erro de regime permanente é garantido se  $Q(q^{-1})$  é escolhido corretamente (ver Tabela 1) e  $T(q^{-1}) = T(1) = t_0 = P(1)$ . Baseado na Figura 4 é possível obter as funções de transferência relativo a seguimento de referência e rejeição de perturbação para os casos posicional e incremental, representados através das equações (2.16) e (2.17), respectivamente. Os polos de malha fechada, do caso posicional e incremental, devem atender o **Lema 2.2.1**.

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1})}r(k) + \frac{A(q^{-1})R(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1})}d_0(k) \quad (2.16)$$

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})\Delta Q(q^{-1})}r(k) + \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})\Delta Q(q^{-1})}d_0(k) \quad (2.17)$$

Substituindo o polinômio  $Q(q^{-1})$  com dois graus de liberdade para os casos posicional e incremental nas equações (2.16) e (2.17), ver Tabela 1, é possível verificar sua influência na resposta de malha fechada conforme expresso nas equações (2.18) e (2.19), ou seja,

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1}) + A(q^{-1})\lambda}r(k) + \frac{A(q^{-1})R(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1}) + A(q^{-1})\lambda}d_0(k) \quad (2.18)$$

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1}) + A(q^{-1})\Delta\lambda}r(k) + \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1})(1 - \gamma q^{-1}) + A(q^{-1})\Delta\lambda}d_0(k) \quad (2.19)$$

A partir das equações (2.18) e (2.19) pode-se concluir que  $\gamma$  influencia os polos e zeros de malha fechada. No trabalho apresentado por Silveira, Rodriguez e Coelho (2012) é mostrado como  $\gamma$  afeta o desempenho e a robustez no sistema. A Tabela 2 apresenta a diferença entre o controlador SMC-GMV posicional, equação (2.3), e incremental. Quando o polinômio  $Q(q^{-1})$  é selecionado na forma de dois graus de liberdade, equação (2.15), o controlador SMC-GMV é denominado SMC-GMV2DOF.

Baseado nas equações (2.16) a (2.19) pode-se avaliar também a característica da resposta de malha fechada através da análise de estabilidade e robustez aplicando as funções de sensibilidade,  $S_{sen}$ , e

Tabela 2 – Representação polinomial do controlador SMC-GMV na forma RST.

<b>Caso Posicional</b>
<p>- Modelo da planta:</p> $A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k)$
<p>- Superfície de deslizamento:</p> $s(k+d) = P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k)$ $P(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})$
<p>- Lei de controle na forma RST:</p> $R(q^{-1})u(k) = T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k)$ $R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$
<b>Caso Incremental</b>
<p>- Modelo da planta:</p> $A(q^{-1})\Delta y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k)$
<p>- Superfície de deslizamento:</p> $s(k+d) = P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})\Delta u(k)$ $P(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})$
<p>- Lei de controle na forma RST:</p> $R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k)$ $R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$

sensitividade complementar,  $T_{com}$ , conforme as seguintes equações:

$$\begin{aligned}
 S_{sen} &= \frac{1}{1 + G_c(q^{-1})G_p(q^{-1})} = \frac{1}{1 + \frac{q^d B(q^{-1}) T(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1})}} \\
 &= \frac{A(q^{-1})R(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1})} \tag{2.20}
 \end{aligned}$$

$$T_{com} = \frac{G_c(q^{-1})G_p(q^{-1})}{1 + G_c(q^{-1})G_p(q^{-1})} = \frac{\frac{q^d B(q^{-1}) T(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1})}}{1 + \frac{q^d B(q^{-1}) T(q^{-1})}{A(q^{-1}) R(q^{-1})}}$$



$$T_{com} = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1})} \quad (2.21)$$

no qual  $G_c$  representa o controlador do sistema e  $G_p$  o modelo da planta. Comparando as equações (2.20) e (2.21) com as equações (2.16) a (2.19), conclui-se que  $S_{sen}$  é a função de transferência de malha fechada referente a perturbação  $d_0(k)$ , enquanto  $T_{com}$  é a função de transferência de malha fechada para a referência  $r(k)$ , sendo  $S_{sen} + T_{com} = 1$ . O modo de quantificar os resultados é avaliar os valores através do pico de ressonância da função de sensibilidade,  $M_s = |S_{sen}(e^{j\omega_n T_s})|$ , e da função de sensibilidade complementar,  $M_t = |T_{com}(e^{j\omega_n T_s})|$ . Os valores máximos da amplitude fornecem medidas adequadas de estabilidade e robustez, que podem ser utilizados como critério de projeto de sistemas de controle (para análise e sintonia dos controladores estes resultados não são discutidos nesta dissertação) (SEBORG et al., 2010).

## 2.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção é mostrado o comportamento dos controladores SMC-GMV e SMC-GMV2DOF para o caso incremental. É importante ressaltar novamente que o projeto do controlador SMC-GMV proposto por Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995) é posicional, desta forma não seria possível garantir comportamento regulatório. Portanto foi adotado o caso incremental, como mostrado na Tabela 2. Com o objetivo de verificar o desempenho de ambos controladores, duas análises são feitas, uma simulação numérica e um teste experimental. Os processos utilizados possuem uma única entrada e uma única saída (*Single-Input and Single-Output* - SISO).

### 2.4.1 Sistema numérico controlado: Válvula de controle

A válvula é um dispositivo de ampla utilização na indústria, responsável por controlar as vazões de entrada e saída de fluxo. Geralmente esse equipamento é composto por: corpo, obturador de válvula e atuador, sendo este último encarregado por transmitir o sinal de controle, direcionando o movimento da haste e do tampão (AL-DUWAISH; NAEEM, 2001). As características que definem a válvula de controle e sua curva estática estão descritas no Apêndice B.

Os controladores aplicados neste processo estão na forma incremental, além disso, uma perturbação na forma de grau de magnitude

0.2 é introduzido na amostra 750. O estimador dos Mínimos Quadrados Recursivo (MQR) é aplicado para identificar e atualizar um modelo de segunda ordem a cada período de amostragem. A simulação é conduzida no modelo não linear e o projeto de controle emprega o modelo linear que caracterizam a dinâmica estiada desse processo (ver Apêndice B).

As variáveis comuns entre os controladores foram sintonizados com os mesmo valores. A Tabela 3 apresenta os parâmetros de projeto e suas respectivas sintonias. Os resultados foram alcançados a partir de diversas simulações com o intuito de obter o melhor desempenho para seguimento de referência e rejeição de perturbação, mesmo assim, não é possível garantir que esses termos retornam o desempenho ideal para o sistema.

Tabela 3 – Parâmetros de sintonia dos controladores.

	$\lambda$	$\gamma$	$\epsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	6	-	0.5	0.375
SMC-GMV2DOF	6	0.6	0.5	0.375

Os pontos de operação da Figura 5 foram escolhidos a partir da curva estática do processo (ver Apêndice B), como:  $r(1 : 100) = 0$ ,  $r(101 : 200) = -0.2$ ,  $r(201 : 300) = -0.4$ ,  $r(301 : 400) = 0.2$ ,  $r(401 : 500) = 0.4$ ,  $r(501 : 600) = -0.8$ ,  $r(601 : 700) = 0.6$  e  $r(701 : 1000) = 0.8$ . Desta forma, deve-se garantir que a resposta se movimente sobre dinâmicas lineares e não lineares do sistema com o mínimo sobressinal e menor tempo de resposta (objetivos de malha).

O controlador SMC-GMV2DOF, Figura 5(b), melhora o seguimento de referência em diferentes pontos de operação e rejeição de perturbação quando comparado ao SMC-GMV (Figura 5(a)). A Tabela 4 exhibe os índices de desempenho através da variação total do erro ponderado (*Integral of the Time-Weighted Absolute Error* - ITAE), a ação do erro sobre a perturbação (*Integral Absolute Error* - IAE) e o esforço de controle total (*Total Variation of Control* - TVC) durante a simulação. Esses indicadores ilustram a superioridade do SMC-GMV2DOF em todos os aspectos para esse processo controlado.

A superfície de deslizamento do SMC-GMV2DOF, Figura 5(b), apresenta menor magnitude para alcançar a condição de deslizamento ( $s(k+d) = 0$ ). Isso se deve pela influência do polinômio  $\gamma(q^{-1})$  presente em  $Q(q^{-1})$ , que acaba se tornando um importante filtro para superfície  $s(k+d)$  e melhorando a dinâmica de malha fechada.

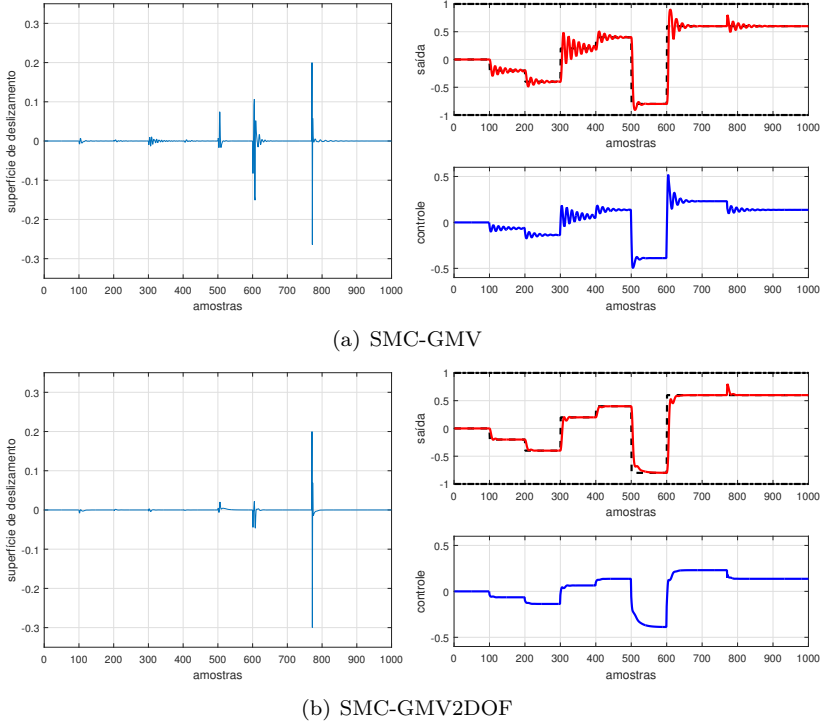


Figura 5 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação da válvula.

Tabela 4 – Índice de desempenho dos controladores.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-GMV	0.3791	0.3273	0.6342
SMC-GMV2DOF	0.2442	0.1290	0.1757

## 2.4.2 Sistema experimental controlado: Motor+Taco-Gerador

O primeiro teste experimental consiste em um sistema de controle de velocidade, conhecido como Motor+Taco-Gerador (MTG), podendo acelerar e desacelerar a velocidade do sistema. Os processos de velocidade estão presentes em diversas aplicações industriais tais como:

siderúrgicas, petroquímicas, mineração, papel e celulose entre outros. A descrição do MTG e seu modelo matemático é apresentado no Apêndice C.

Os controladores foram sintonizados empregando o procedimento tentativa e erro (diversas simulações foram efetuadas visando garantir um menor sobressinal de saída e esforço de controle). Portanto, a Tabela 5 mostra os parâmetros finais de calibração implementados em cada controlador.

Tabela 5 – Parâmetros de sintonia do controlador.

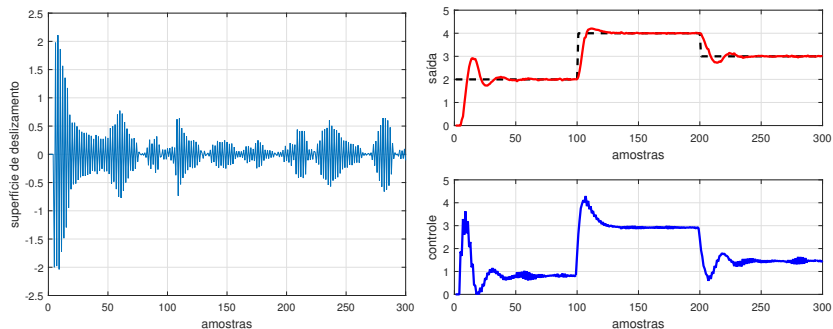
	$\lambda$	$\gamma$	$\epsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	2	-	1000	0.95
SMC-GMV2DOF	2	0.5	1000	0.95

Para o projeto do sistema MTG foram escolhidos os seguintes pontos de operação:  $r(1 : 100) = 2$ ,  $r(101 : 200) = 4$  e  $r(201 : 300) = 3$ . Essas variações representam as velocidades de trabalho do sistema, dada em volts. A Figura 6 mostra o comportamento dinâmico do processo nos diferentes *setpoint*. O código dos algoritmos são realizados no *software* MATLAB + placa de aquisição de dados + processo real (ver Apêndice C).

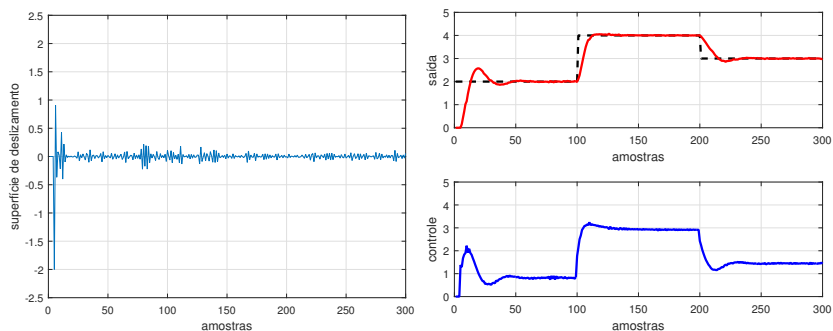
Baseado na Figura 6(b) pode-se observar que o controlador SMC-GMV2DOF atende a especificação de projeto, ou seja, consegue diminuir o sobressinal além de gerar um menor esforço na atuação do controle quando comparado ao SMC-GMV, Figura 6(a). Um ponto a ser verificado é o efeito do chaveamento na ação de controle para mudanças de referência, ficando evidente este comportamento no SMC-GMV.

O desempenho apresentado por cada controlador está relacionado com o comportamento da superfície de deslizamento. Analisando  $s(k)$  do controlador SMC-GMV, Figura 6(a), verifica-se que sua superfície gera grandes amplitudes no decorrer da evolução da dinâmica do processo para garantir seguimento de referência. Isso se deve também ao ruído presente no processo, logo o comportamento de  $s(k)$  acaba influenciando sua ação de controle. Já a superfície do controlador SMC-GMV2DOF apresenta menor magnitude para alcançar a condição de deslizamento, isso se deve ao polinômio  $\gamma(q^{-1})$  que se torna um filtro para  $s(k)$ , atenuando o ruído proveniente do processo.

O rendimento de cada controlador é quantificado através de índices de desempenho que avaliam o seu comportamento para garantir seguimento de referência (ITAE) e menor esforço de controle (TVC) para assegurar as especificações de projeto. A Tabela 6 ilustra os re-



(a) SMC-GMV



(b) SMC-GMV2DOF

Figura 6 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para o seguimento de referência do MTG.

sultados de simulação, o controlador SMC-GMV tem um melhor ITAE devido ao menor tempo de subida, em contrapartida é necessário um esforço maior de controle. O SMC-GMV2DOF conseguiu diminuir o sobressinal, atendendo o objetivo de projeto com menos esforço de controle, como pode ser observado pelo TVC.

Tabela 6 – Índice de desempenho dos controladores.

	ITAE	TVC
SMC-GMV	0.3577	4.9642
SMC-GMV2DOF	0.3666	1.6493

## 2.5 CONTROLADOR SMC-GMV POSICIONAL FILTRADO

Nessa seção é apresentada uma extensão dos projetos clássicos SMC-GMV propostos por Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995), incluindo na superfície de deslizamento uma variável auxiliar baseada no controlador GMV Posicional Filtrado (*Filtered Positional GMV - FPGMV*), proposto por Coelho, Araújo e Silveira (2014). O projeto de controle desta seção é uma contribuição dessa dissertação.

A superfície de deslizamento para o SMC baseado no FPGMV, denominado SMC-FPGMV, é dado por

$$s_{fp}(k+d) = \phi_y(k+d) - T_{fp}(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k) \quad (2.22)$$

O objetivo do controle é minimizar a variância da variável controlada  $s_{fp}(k+d)$ . O termo  $\phi_y(k+d)$  é dado pela seguinte expressão:

$$\phi_y(k+d) = P_{fp}(q^{-1})y(k+d) = \frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta} y(k+d) \quad (2.23)$$

onde os parâmetros  $k_\alpha$  e o polinômio  $\alpha(q^{-1}) = \prod_{i=1}^{n_\alpha} (1 - \alpha_i q^{-1})$  aumentam o grau de liberdade do sistema, proporcionando uma ponderação maior sobre o erro de regulação nas baixas frequências (GRIMBLE, 2004). O polinômio  $\alpha(q^{-1})$  pode ser ajustado por estruturas de primeira ou segunda ordem, equações (2.24) e (2.25), respectivamente, e os valores de  $\alpha_1$  ou  $\alpha_2$  devem ser sintonizados no intervalo  $[0, 1]$  visando garantir estabilidade e robustez do processo realimentado (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014), ou seja,

$$\phi_y(k+d) = \frac{k_\alpha(1 - \alpha_1 q^{-1})}{\Delta} y(k+d) \quad (2.24)$$

ou

$$\phi_y(k+d) = \frac{k_\alpha(1 - \alpha_1 q^{-1})(1 - \alpha_2 q^{-1})}{\Delta} y(k+d) \quad (2.25)$$

A superfície  $s_{fp}(k+d)$ , equação (2.22), apresenta característica posicional, ou seja, garante *offset-free* apenas para seguimento de referência quando o polinômio  $Q(q^{-1})$  contém a parcela incremental ( $\Delta$ ), caso contrário ocorre *offset* para o comportamento servo. Aplicando a equação (2.23) em (2.22), obtém-se uma superfície de deslizamento com ação de controle incremental ( $\Delta u(k)$ ), ou seja, o controle garante *offset-free* para seguimento de referência e rejeição da perturbação. A

equação (2.26) mostra essa nova superfície, isto é,

$$\Delta s_{fp}(k+d) = k_\alpha \alpha(q^{-1})y(k+d) - T_{fp}(q^{-1})\Delta r(k+d) + Q(q^{-1})\Delta u(k) \quad (2.26)$$

A equação (2.26) possui um termo no futuro dado por  $\phi_y(k+d)$ , o qual não está disponível no instante  $k$ . Portanto, a minimização não pode ser estimada a menos que  $\phi_y(k+d)$  seja substituído por um valor determinado e conhecido. Desta forma o modelo CAR que representa o processo, equação (2.1), é multiplicado pelo polinômio  $P_{fp}(q^{-1})$  e reescrito por

$$A(q^{-1})\frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta}y(k+d) = B(q^{-1})\frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta}u(k) \quad (2.27)$$

Substituindo a equação (2.23) em (2.27), obtém-se a expressão

$$A(q^{-1})\Delta\phi_y(k+d) = B(q^{-1})k_\alpha \alpha(q^{-1})u(k) \quad (2.28)$$

Agora, considere a seguinte identidade polinomial:

$$1 = A(q^{-1})\Delta E(q^{-1}) + q^{-d}S_{fp}(q^{-1}) \quad (2.29)$$

que pode ser reescrita como

$$A(q^{-1})\Delta E(q^{-1}) = 1 - q^{-d}S_{fp}(q^{-1})$$

Multiplicando a equação (2.28) pelo polinômio  $E(q^{-1})$  e substituindo a relação  $A(q^{-1})\Delta E(q^{-1})$  tem-se

$$\phi_y(k+d) = k_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})E(q^{-1})u(k) + S_{fp}(q^{-1})\frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta}y(k) \quad (2.30)$$

Desta forma, é obtida uma relação para  $\phi_y(k+d)$  apenas com termos no instante atual de tempo e dependente dos polos e zeros da planta/modelo de malha aberta além de  $k_\alpha$  e  $\alpha(q^{-1})$  determinadas pelo projetista. Substituindo a equação (2.30) em (2.22) uma nova superfície de deslizamento é obtida, isto é,

$$s_{fp}(k+d) = R_{fp}(q^{-1})u(k) + S_{fp}(q^{-1})\frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta}y(k) - T_{fp}(q^{-1})r(k+d) \quad (2.31)$$

A partir da minimização de  $s_{fp}(k+d)$  obtém-se a lei de controle incremental linear dada por

$$R_{fp}(q^{-1})\Delta u(k) = k_{\alpha}\alpha(q^{-1}) [r(k+d) - S_{fp}(q^{-1})y(k)] \quad (2.32)$$

onde o controle aplicado é representado por  $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ . Os polinômios  $R_{fp}(q^{-1})$  e  $T_{fp}(q^{-1})$  possuem a seguinte relação:

$$R_{fp}(q^{-1}) = k_{\alpha}\alpha(q^{-1})B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$$

$$T_{fp}(q^{-1}) = \frac{k_{\alpha}\alpha(q^{-1})}{\Delta}$$

Os termos  $R_{fp}(q^{-1})$ ,  $S_{fp}(q^{-1})$  e  $T_{fp}(q^{-1})$  têm a mesma estrutura do controle apresentado na Figura 4. O diagrama de blocos da Figura 7 representa a ação das variáveis sobre o sistema, onde  $k_{\alpha}$  se torna um ganho do controlador e  $\alpha(q^{-1})$  acaba se transformando em um filtro para os sinais de referência e saída, deixando evidente a diferença entre o projeto clássico do SMC-GMV com o SMC-FPGMV.

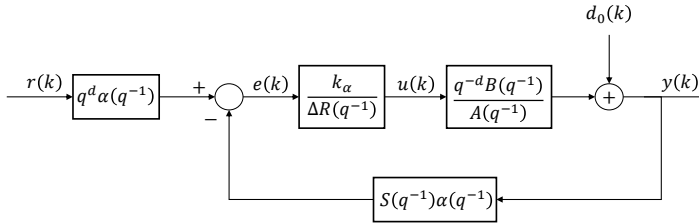


Figura 7 – Estrutura do controlador RST filtrado do FPGMV.

As funções de transferência relacionadas ao sinal de referência ( $r(k)$ ) e a perturbação ( $d_0(k)$ ) são baseadas no diagrama de blocos da Figura 7 e escrita pelas equações (2.33) e (2.34), respectivamente. Consequentemente, é possível observar a ação de  $k_{\alpha}$  e  $\alpha(q^{-1})$  na resposta de malha fechada, ou seja,

$$y(k) = \frac{k_{\alpha}\alpha(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta Q(q^{-1}) + k_{\alpha}\alpha(q^{-1})B(q^{-1})} r(k) \quad (2.33)$$



$$y(k) = \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta Q(q^{-1}) + k_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})} d_0(k) \quad (2.34)$$

A partir das equações (2.33) e (2.34) a condição de *offset-free* para seguimento de referência e rejeição de perturbação é garantida. A equação (2.32) apresenta características importantes como (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014):

- O modo implícito aparece naturalmente na lei de controle incremental, equação (2.32), mesmo usando o modelo da planta e a superfície na forma posicional.
- Os parâmetros de  $Q(q^{-1})$  e  $P_{fp}(q^{-1})$  devem ser ajustados pelo operador para cada aplicação, para regular o comportamento dinâmico de malha fechada.
- Quando  $n_\alpha$ ,  $\alpha_i$  e  $k_\alpha$  são iguais a 1, o projeto do SMC-GMV padrão é obtido.

Os polinômios  $P_{fp}$  e  $Q(q^{-1})$  que compõe a superfície  $s_{fp}(k+d)$ , equação (2.22), devem satisfazer a condição do **Lema 2.2.1** presente na seção 2.2. A parcela não linear é introduzida na lei de controle da equação (2.32) através do **Lema 2.2.2** apresentado por Corradini e Orlando (1995) presente na seção 2.2. A Tabela 7 mostra a diferença entre o projeto SMC-GMV em relação ao SMC-FPGMV.

Um aspecto importante a ser observado é que a superfície do controlador SMC-FPGMV, equação (2.22), está na forma posicional, mas se obtém uma lei de controle incremental quando ocorre a minimização de  $s_{fp}(k+d)$ . Isso se deve ao termo  $\phi_y(k+d)$  presente na superfície de deslizamento. Contudo a superfície do controlador SMC-GMV está na forma posicional e quando ocorre sua minimização obtém-se uma lei de controle também posicional.

## 2.6 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Essa seção apresenta uma simulação numérica e um teste experimental, com o objetivo mostrar e comparar o desempenho dos controladores SMC-GMV e SMC-FPGMV. Nessas simulações são utilizados o caso incremental para o projeto original do SMC-GMV e o caso posicional para o SMC-FPGMV. É importante ressaltar novamente que o

Tabela 7 – Diferença entre os controladores SMC-GMV e SMC-FPGMV, ambos na forma RST.

<b>Controlador SMC-GMV</b>
<p>- Superfície de deslizamento:</p> $s(k+d) = P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k)$ $P(q^{-1}) = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})$
<p>- Lei de controle:</p> $R(q^{-1})u(k) = T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k)$ $R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$
<p>- Função de transferência de malha fechada</p> $y(k) = \frac{B(q^{-1})T(q^{-1})}{B(q^{-1})P(q^{-1}) + A(q^{-1})Q(q^{-1})}r(k)$
<b>Controlador SMC-FPGMV</b>
<p>- Superfície de deslizamento:</p> $s_{fp}(k+d) = \phi_y(k+d) - T_{fp}(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})u(k)$ $\phi_y(k+d) = \frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})}{\Delta}y(k+d)$ $1 = A(q^{-1})E(q^{-1}) + q^{-d}S_{fp}(q^{-1})$
<p>- Lei de controle:</p> $R_{fp}(q^{-1})\Delta u(k) = k_\alpha \alpha(q^{-1}) [r(k+d) - S_{fp}(q^{-1})y(k)]$ $R_{fp}(q^{-1}) = k_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$
<p>- Função de transferência de malha fechada</p> $y(k) = \frac{k_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta Q(q^{-1}) + k_\alpha \alpha(q^{-1})B(q^{-1})}r(k)$

SMC-FPGMV parte de um caso posicional e se obtém uma lei de controle incremental. Todas as simulações são empregadas em sistemas SISO.

### 2.6.1 Sistema numérico controlado: Processo com atraso de transporte

Nesta simulação é escolhido um sistema de temperatura em tanque acoplado apresentado por Cameron e Seborg (1983). Essa planta possui um longo atraso de transporte, estando presente em alguns processos industriais, seja de modo denominante ou não.

A função de transferência que modela esse processo no tempo contínuo é dada pela expressão

$$G(s) = \frac{4.15e^{-53s}}{(119s + 1)(71s + 1)} \quad (2.35)$$

A correspondente representação discreta da equação (2.35) para um período de amostragem de 12  $s$  tem a seguinte forma:

$$G(q^{-1}) = \frac{q^{-5}(0.0323 + 0.0296q^{-1})}{1 - 1.7486q^{-1} + 0.7635q^{-2}} \quad (2.36)$$

Os controladores foram sintonizados empregando o método tentativa e erro através de diversas simulações com o objetivo de assegurar uma resposta sem sobressinal. A Tabela 8 mostra as sintonias utilizadas na parametrização de cada controlador.

Tabela 8 – Parâmetros de sintonia do controlador.

	$\lambda$	$k_\alpha$	$\alpha_1$	$\epsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	80	-	-	250	0.575
SMC-FPGMV	80	1.5	0.5	250	0.575

Para esse processo, são escolhidos os seguintes pontos de operação:  $r(1 : 300) = 2$ ,  $r(301 : 600) = 4$  e  $r(601 : 1200) = 3$ . Na amostra 850 é aplicado uma perturbação na forma degrau de magnitude 0.5. O projeto de controle utiliza o polinômio  $\alpha(q^{-1})$  de primeira ordem. O comportamento da resposta do processo de malha fechada está representado pela Figura 8.

Como pode ser observado na Figura 8(b), o controlador SMC-FPGMV consegue minimizar o sobressinal, atendendo assim a especificação de projeto, além disso, observa-se menor esforço de controle em relação ao SMC-GMV, Figura 8(a). Este desempenho apresentado pelo controlador SMC-FPGMV, Figura 8(b), pode ser explicado pela ação de sua superfície de deslizamento, ou seja, leva-se um tempo maior para alcançar o ponto de operação desejado.

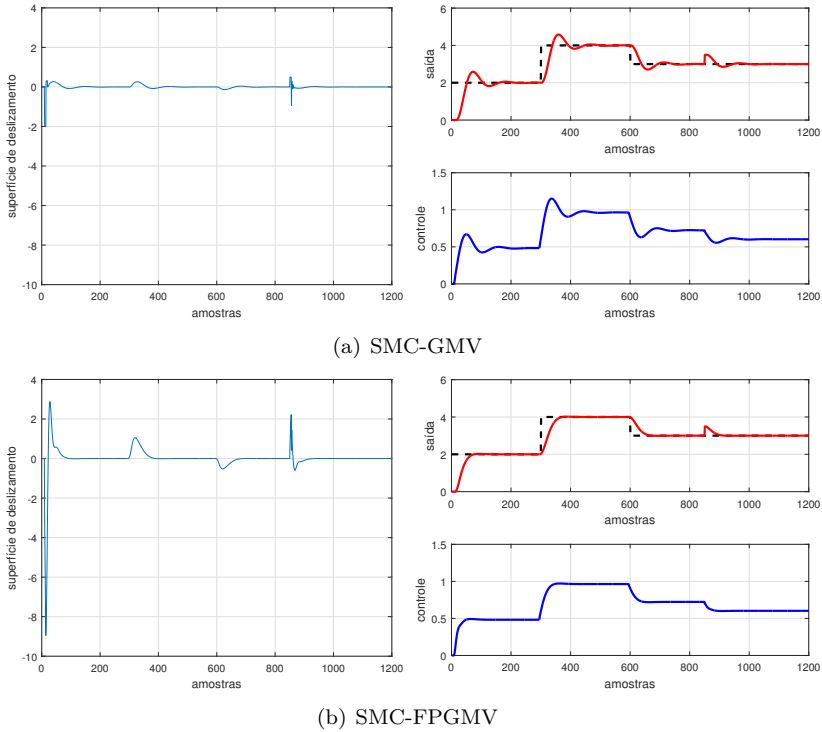


Figura 8 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com o comportamento servo e regulatório do processo com atraso de transporte.

Os resultados numéricos obtidos nas simulações do processo quantificam o rendimento dos controladores através de índices de desempenho, apresentado na Tabela 9. Desta forma, pode-se analisar o comportamento servo (ITAE) e regulatório (IAE), além do esforço de controle (TVC).

Tabela 9 – Índices de desempenho do processo com atraso.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-GMV	25.7555	0.2012	0.0279
SMC-FPGMV	17.4874	0.1325	0.0139

A partir dos resultados contidos na Tabela 9, pode-se concluir

que o controlador SMC-GMV garante melhor rastreamento de referência, comprovado pelo índice ITAE, isso se deve ao seu rápido tempo de subida. Além disso, O SMC-FPGMV também apresenta menor esforço de controle (TVC), melhor rejeição de perturbação (IAE) e atende ao desempenho de malha fechada, deixando o sinal de saída sem sobressinal. Em contrapartida este controlador tem como desvantagem o aumento de parâmetros a serem sintonizados, exigindo maior experiência do operador.

### 2.6.2 Sistema experimental controlado: Processo de posição

Neste estudo de caso é feito um teste experimental utilizando um processo mecânico para controle de posição. Esse experimento se equipara a um braço robótico com um grau de liberdade. O processo tem um comportamento ruidoso e foi justamente utilizado para mostrar o efeito de  $\alpha(q^{-1})$ , que acaba se tornando um filtro para os sinais de referência e saída, como representado no diagrama de blocos da Figura 7. A descrição desse processo e seu modelo matemático é apresentado no Apêndice D.

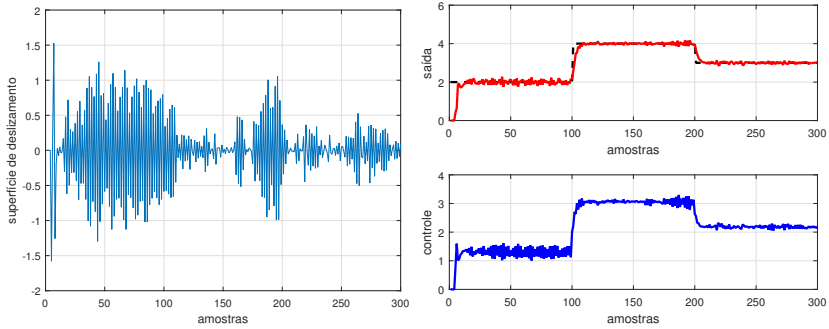
Para este teste foram adotados os seguintes pontos de operação:  $r(1 : 100) = 2$ ,  $r(101 : 200) = 4$  e  $r(201 : 300) = 3$ . O sistema trabalha na faixa de tensão 0 a 5 V e cada valor dentro dessa faixa representa um ângulo específico para o servo motor. O polinômio  $\alpha(q^{-1})$  é definido como um sistema de primeira ordem. As sintonias empregadas para ajustar os controladores estão descritas na Tabela 10 e foram escolhidos a partir de diversas simulações utilizando o método tentativa e erro.

Tabela 10 – Parâmetros de sintonia dos controladores para o servo motor.

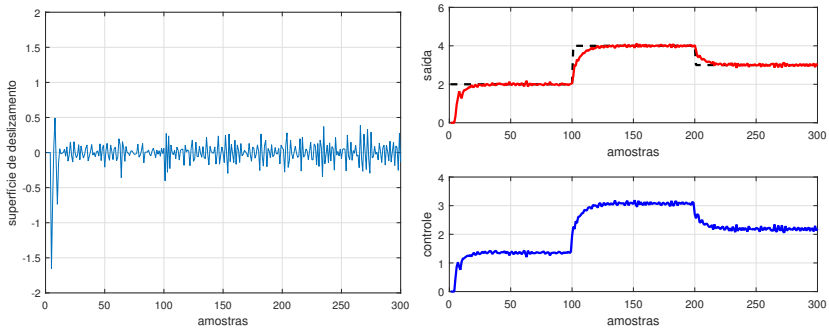
	$\lambda$	$k_\alpha$	$\alpha_1$	$\epsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	2	-	-	1000	0.975
SMC-FPGMV	2	1	0.65	1000	0.975

Os parâmetros de sintonia aplicados no processo foram obtidas através de diversas simulações com o objetivo de alcançar o melhor desempenho. Isto não garante valores adequados (melhores). A Figura 9 mostra o comportamento dinâmico dos controladores.

Na Figura 9(a) pode-se observar o efeito do ruído sobre a variável controlada e a superfície de deslizamento, essa adversidade é prejudicial ao sistema podendo gerar desgaste ao equipamento. O polinômio



(a) SMC-GMV



(b) SMC-FPGMV

Figura 9 – Evolução da superfície de deslizamento e rastreamento de referência do servo de posição.

$\alpha(q^{-1})$  representa um filtro de primeira ordem, ou seja, é responsável por atenuar o ruído presente no processo. Seu efeito fica evidente no comportamento da superfície de deslizamento e no esforço de controle apresentado pelo SMC-FPGMV, Figura 9(b).

Os resultados de simulação são quantificados através dos índices de desempenho mostrado na Tabela 11. Os valores de ITAE e TVC dos controladores são medidos a partir da amostra 120 (momento em que o controlador SMC-FPGMV entra em regime permanente) até a amostra 199. Esse intervalo foi escolhido para observar o efeito do polinômio  $\alpha(q^{-1})$  na minimização do ruído presente no processo.

Baseado na Tabela 11 conclui-se que o controlador SMC-FPGMV garante um melhor seguimento de referência com menor esforço de controle. Esses resultados são obtidos devido a minimização do ruído atra-

Tabela 11 – Índice de desempenho dos controladores para o processo servo motor.

	ITAE	TVC
SMC-GMV	0.0396	1.0704
SMC-FPGMV	0.0328	0.5294

vés do polinômio  $\alpha(q^{-1})$ .

## 2.7 CONCLUSÃO

Com base no conteúdo apresentado nesse capítulo, foi possível entender a proposta do controlador SMC baseado no GMV (SMC-GMV) desenvolvido por Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995). Desta forma novas estratégias de controle são apresentadas. A primeira proposta aborda um SMC-GMV com 2-DOF (SMC-GMV2DOF), ou seja, foi adicionado ao controlador um polinômio  $\gamma(q^{-1})$  que atua sobre os polos e zeros do sistema de malha fechada, além do parâmetro  $\lambda$  responsável por ponderar o esforço de controle. Além do mais, o polinômio  $\gamma(q^{-1})$  atua como um filtro na superfície de deslizamento, minimizando as oscilações (magnitude) para alcançar o ponto de operação desejado. Uma simulação numérica e um experimento prático comprovaram a superioridade do SMC-GMV2DOF através de índices de desempenho que quantificam os resultados obtidos em cada simulação. Esta proposta também atende as especificações de projeto estabelecida para cada caso, além de ser uma contribuição apresentada neste trabalho.

A segunda proposta da dissertação apresentou um SMC-GMV posicional filtrado (SMC-FPGMV) através de uma variável auxiliar  $\phi_y(k+d)$  presente na superfície de deslizamento. Desta forma, foi possível obter através do desenvolvimento matemático uma superfície incremental partindo de um caso posicional e assim garantir comportamento servo e regulatório. A variável  $\phi_y(k+d)$  acaba agindo como um filtro de primeira ou segunda ordem para os sinais de saída e referência, proporcionando mais liberdade ao projetista para garantir as especificações de projeto. Uma simulação numérica e um teste experimental demonstram a superioridade do controlador SMC-FPGMV frente ao SMC-GMV. Os resultados obtidos em cada simulação são calculados através de índices de desempenho responsável por mostrar a melhora de rendimento apresentada pelo SMC-FPGMV.





### 3 PROJETO DE CONTROLADORES EQUIVALENTES: PID E DIRETO

Este capítulo tem como objetivo abordar a hibridização do controle por modos deslizantes (SMC) baseados no controlador de variância mínima generalizada (GMV), denominado SMC-GMV, com a estrutura do controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Desta forma, as características do SMC-GMV em tratar problemas de controle pode se tornar atrativo quando aplicado ao controlador PID. A hibridização do SMC-GMV com o controlador PID pode ser feita para os três projetos apresentados no capítulo 2, mas optou-se por utilizar o controlador com dois graus de liberdade (2DOF).

O capítulo é estruturado da seguinte forma: i) introdução sobre o controlador PID; ii) desenvolvimento dos controladores SMC-PID e SMC-GMV2DOF-PID na forma direta; iii) derivação do controlador SMC-GMV2DOF-PID *model-free*; iv) conclusão. Uma simulação numérica mostra a eficiência da proposta apresentada. Índices de desempenho presentes na literatura de controle são aplicados para avaliar os comportamentos dinâmicos servo e regulatório de malha fechada.

#### 3.1 INTRODUÇÃO

A importância do controlador PID na indústria está relacionada a fatores como simplicidade, estabilidade e desempenho. Na verdade, sua longa história e o conhecimento obtido no decorrer dos anos consolidaram sua utilização como um controlador padrão em processos industriais (VISIOLI, 2006). Embora os controladores PID tenham vasta utilização, dependendo da habilidade do operador, o procedimento para ajustar seus parâmetros pode variar de segundos para horas, especialmente para plantas com dinâmicas lentas ou não lineares (SILVEIRA; COELHO; GOMES, 2012). Para lidar com essas situações, existem estratégias de controle que combinam sua dinâmica ao PID com o objetivo de garantir estabilidade e robustez. Um exemplo é o controlador GMV, onde sua característica e eficiência para tratar sistemas de fase não mínima e instáveis em malha aberta pode ser repassada ao PID.

Os primeiros trabalhos que utilizaram o controlador GMV aplicado ao projeto do PID foi apresentado por Cameron e Seborg (1983), Roffel, Vermeer e Chin (1989) e Yamamoto, Fujii e Kaneda (1998). Outros trabalhos relacionados a hibridização do GMV a estrutura PID,

denominado neste trabalho como GMV-PID, vem sendo desenvolvido e publicado dentro da área de controle de processos, como pode ser observado em Wakitani, Hanata e Yamamoto (2012), Coelho, Silveira e Gomes (2012) e Coelho, Araújo e Silveira (2014). A partir dessas hibridizações, o ajuste dos parâmetros referentes ao controlador PID é obtido através do modelo matemático da planta e equações polinomiais.

Com o intuito de melhorar o desempenho do GMV-PID, a estrutura de controle por modos deslizantes será aplicada neste controlador. Os controladores SMC apresentam como característica leis de controle não lineares, robustez para tratar incertezas de modelagem e capacidade de compensar dinâmicas não moduladas (KADA, 2012). A aplicação do SMC vem apresentando resultados satisfatórios quando aplicados a sistemas de controle complexos, tais como aeronaves (LEVANT et al., 1999; CHAUDHURI; BHAT, 2005), espaçonaves (WU; SUN; LI, 2009; LINCOLN; VERES, 2010; YEH, 2010) e mísseis (SHIMA; IDAN; GOLAN, 2006; PARKHI; BANDYOPADHYAY; JHA, 2010; KADA, 2011).

Outra estratégia utilizada para melhorar o desempenho dos controladores em geral é a implementação de controle adaptativo, conhecida desde 1970. Åström e Wittenmark (1973) apresentaram o regulador autoajustável (*self-tuning regulator*) de variância mínima que se tornou um marco na evolução dos controladores adaptativos. O controle adaptativo do tipo autoajustável (*self-tuning*) apresenta uma malha adicional que modifica os parâmetros que serão encontrados, com o intuito de compensar possíveis variações do processo, trazendo benefícios significativos em relação a outros tipos de controladores. Essa estratégia de controle é executada até que as medidas a serem estimadas tenham convergido e esses se mantenham constantes (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006; COELHO; COELHO, 2015). Durante as últimas décadas, um grande número de algoritmos adaptativos vem sendo publicados na teoria de controle de processos.

Existem dois tipos de controladores adaptativos, direto e indireto. No método direto, também conhecida como livre de modelo (*model-free*), os parâmetros do controlador são ajustados diretamente a partir dos dados de operação de malha fechada para sintonizar a lei de controle. Já no método indireto, os parâmetros do controlador são obtidos indiretamente, ou seja, primeiro é feita uma estimativa *online* do modelo do processo, em seguida esses parâmetros são inseridos nos termos de ajuste do controlador que sintonizam a lei de controle (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006; COELHO; SILVEIRA; GOMES, 2012).

### 3.2 PROJETO INCREMENTAL DO CONTROLADOR SMC-PID INDIRETO

Nesta seção descreve-se resumidamente o projeto do controlador SMC-GMV, apresentado no capítulo 2, com a finalidade de mostrar como essa estratégia de controle pode ser empregada no projeto do controlador PID e, com isso obter uma superfície de deslizamento  $s_{pid}(k+d)$ , denominada SMC-PID. Além disso, são desenvolvidos dois métodos para sintonizar os ganhos do SMC-PID, nas formas indireta e direta (denominados *model-dependent* e *model-free*).

A proposta da hibridização será realizada no controlador SMC-GMV com dois graus de liberdade, nomeado SMC-GMV2DOF. O objetivo é utilizar as variáveis do SMC-GMV2DOF para sintonizar os ganhos do controlador PID. Posteriormente será inserida uma entrada auxiliar (parcela não linear) utilizando a estratégia de controle por estrutura variável (VSC) apresentado no **Lema 2.2.2** do capítulo 2. Assim, são obtidos os controladores SMC-GMV2DOF-PID e SMC-PID.

O SMC-GMV é ajustado através de identidades polinomiais baseadas em um modelo matemático que represente a dinâmica do processo a ser controlado. O objetivo é assegurar que o sistema tenha erro nulo de regime permanente e rejeição de perturbação. O modelo matemático escolhido é do tipo

$$A(q^{-1})\Delta y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k) \quad (3.1)$$

no qual o sinal de controle é dado por  $u(k)$ ,  $y(k)$  denota o sinal de saída,  $d$  indica o atraso de transporte discreto,  $q^{-d}$  caracteriza o operador deslocamento no tempo,  $\Delta$  é o termo integral e os polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  representam os polinômios dos polos e zeros de malha aberta, respectivamente. A superfície de deslizamento,  $s(k+d)$ , é definida como

$$s(k+d) = P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})\Delta u(k) \quad (3.2)$$

O objetivo é minimizar a variância da variável controlada  $s(k+d)$  com o intuito de assegurar uma lei de controle linear. Os polinômios  $P(q^{-1})$ ,  $T(q^{-1})$  e  $Q(q^{-1})$  são especificados pelo projetista e regulam o comportamento dinâmico do processo. O polinômio  $P(q^{-1})$  é obtido pela seguinte identidade polinomial:

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1}) \quad (3.3)$$

e os termos  $E(q^{-1})$  e  $S(q^{-1})$  são escolhidos para satisfazer a equação (3.3). Substituindo a equação (3.3) em (3.2) tem-se que

$$s(k+d) = [A(q^{-1})\Delta E(q^{-1}) + q^{-d}S(q^{-1})] y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})\Delta u(k) \quad (3.4)$$

A superfície de deslizamento, equação (3.4), apresenta um sinal de saída avançado em  $d$  unidades no tempo, logo esse valor não é conhecido. Uma maneira de contornar essa adversidade é multiplicar o modelo do processo, equação (3.1), por  $E(q^{-1})$ . Assim, substituindo essa nova relação na equação (3.4), chega-se na seguinte expressão:

$$s(k+d) = R(q^{-1})\Delta u(k) - T(q^{-1})r(k+d) + S(q^{-1})y(k) \quad (3.5)$$

no qual o polinômio  $R(q^{-1})$  é definido como

$$R(q^{-1}) = B(q^{-1})E(q^{-1}) + Q(q^{-1})$$

O objetivo é que  $s(k+d)$  seja estável quando a trajetória estiver na superfície de deslizamento, para alcançar tal finalidade é necessário definir uma lei de controle que garanta essa convergência. Desta forma, minimizando a superfície de deslizamento ( $s(k+d) = 0$ ), equação (3.5), obtém-se a lei de controle linear descrita por

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k) \quad (3.6)$$

A condição de erro nulo de regime permanente é alcançada se  $T(1) = t_0 = P(1) = 1$ . Além disso, o polinômio  $Q(q^{-1})$  presente na lei de controle, equação (3.6), é dado por

$$Q(q^{-1}) = \lambda$$

sendo  $\lambda$  uma variável responsável em ponderar o esforço de controle, cujo seu valor deve ser escolhido pelo projetista, ou seja, deve ser calibrado para atender os objetivos de malha fechada. A variável  $\lambda$  também influencia a estabilidade do sistema, agindo sobre os polos de malha fechada. Com o objetivo de melhorar o desempenho dinâmico do controlador, Silveira, Rodriguez e Coelho (2012) apresentaram um polinômio como dois graus de liberdade (2DOF), definido como

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda}{\gamma(q^{-1})} = \frac{\lambda}{(1 - \gamma_1 q^{-1})} \quad (3.7)$$

no qual  $\gamma$  é um parâmetro de ajuste relacionado com os polos e zeros de malha fechada do sistema. Quando o polinômio  $Q(q^{-1})$  com dois graus de liberdade é incluído em  $s(k+d)$ , equação (3.2), o controlador recebe o nome SMC-GMV2DOF. Desta forma, a superfície de deslizamento, equação (3.5), é reescrita como

$$\bar{s}(k+d) = \bar{R}(q^{-1})\Delta u(k) - \gamma(q^{-1}) [T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k)] \quad (3.8)$$

sendo que  $\bar{s}(k+d)$  é dado por

$$\bar{s}(k+d) = \gamma(q^{-1})s(k+d) = s(k+d) - \gamma_1 s(k+d-1)$$

para o polinômio  $\gamma(q^{-1})$  de primeira ordem. A lei de controle linear do SMC-GMV2DOF é escrita da forma

$$\bar{R}(q^{-1})\Delta u(k) = \gamma(q^{-1}) [T(q^{-1})r(k+d) - S(q^{-1})y(k)] \quad (3.9)$$

e o polinômio  $\bar{R}(q^{-1})$  tem a seguinte expressão:

$$\bar{R}(q^{-1}) = \gamma(q^{-1})B(q^{-1})E(q^{-1}) + \lambda$$

Adicionalmente, o controlador PID contém diferentes estruturas de implementação, que variam de acordo com os fabricantes em termos de sintonia, métodos de aproximação, equação recursiva, topologias, filtragem, entre outros (COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014). A estrutura padrão do controlador PID ideal contínuo é expresso por

$$u(t) = K_c e(t) + \frac{K_c}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_c T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.10)$$

sendo que  $e(t)$  é o erro do sistema ( $e(t) = r(t) - y(t)$ ),  $K_c$  é o ganho proporcional,  $T_i$  representa a constante de tempo integral e  $T_d$  expressa a constante de tempo derivativa. Na forma ideal os ganhos integral e derivativo são combinados paralelamente, ou seja, a soma de seus termos são calculadas separadamente e, em seguida suas ações devem ser somadas e multiplicadas por  $K_c$  para compor o controlador. O diagrama de blocos da Figura 10 mostra a estrutura do controlador

PID ideal fundamentado na equação (3.10).

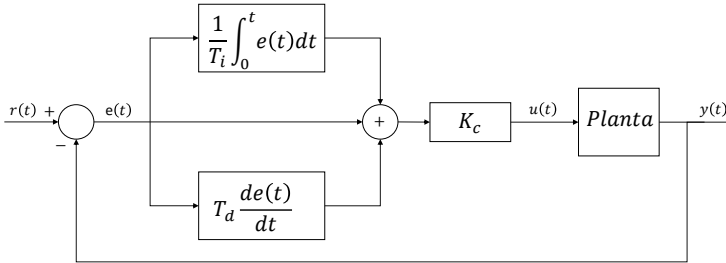


Figura 10 – Diagrama de blocos do PID ideal.

Para o controlador PID ideal, equação (3.10), as bandas proporcional e derivativa estão multiplicando o sinal de erro do sistema, ou seja, uma variação brusca na referência pode acarretar em um grande sinal de erro (magnitude excessiva) afetando diretamente o desempenho do controlador. Na prática esse elevado esforço de controle é repassado para a variável controlada, comprometendo a operação do atuador. Para contornar esse problema, as bandas proporcional e derivativa que multiplicam o erro são reescritas em função do sinal de saída,  $e(t) = -y(t)$ . Então, o controlador PID ideal contínuo é representado da seguinte forma:

$$u(t) = -K_c y(t) + \frac{K_c}{T_i} \int_0^t e(t) dt - K_c T_d \frac{dy(t)}{dt} \quad (3.11)$$

e essa estrutura denomina-se controlador I+PD (VISIOLI, 2006; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). Embora esta lei de controle reduza a velocidade de resposta do processo controlado, o benefício quanto a minimização do esforço de controle e variabilidade da saída torna sua implementação viável do ponto de vista prático (BOBÁL et al., 2006). A Figura 11 ilustra essa topologia de implementação.

A versão digital do controlador I+PD contínuo, equação (3.11), é alcançada através da discretização das bandas proporcional e derivativa. A parcela derivativa discreta é obtida substituindo a derivada pela diferença finita de primeira ordem aplicando a aproximação *backward* (BOBÁL et al., 2006), ou seja,

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(k) - e(k-1)}{T_s} \quad (3.12)$$

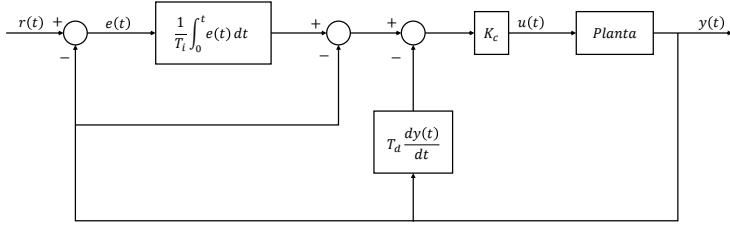


Figura 11 – Diagrama de blocos do I+PD para topologia ideal.

sendo  $e(k)$  o valor do erro no instante  $k$  e  $T_s$  o período de amostragem. A forma de discretizar a parcela integral é aproximar esse termo através do somatório (aproximação retangular). Aplicando o método retangular *forward* tem-se que (BOBÁL et al., 2006)

$$\int_0^t e(t)dt \approx T_s \sum_{i=1}^k e(k-1) \quad (3.13)$$

A lei de controle I+PD digital na forma incremental é obtida substituindo as equações (3.12) e (3.13) em (3.11). Em seguida, aplicando a forma recursiva sobre essa nova equação obtém-se a lei de controle incremental dado por

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = K_c \frac{T_s}{T_i} r(k) - K_c \left[ 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right] y(k) + K_c \left[ 1 + 2\frac{T_d}{T_s} \right] y(k-1) \\ - K_c \frac{T_d}{T_s} y(k-2) \end{aligned} \quad (3.14)$$

O controlador SMC-GMV2DOF pode ser utilizado para sintonizar os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , com o objetivo de inserir suas características dinâmicas ao controlador I+PD. Para tornar essa hibridização possível, é necessário realizar algumas modificações sobre na lei de controle linear do SMC-GMV2DOF, equação (3.9). Considere as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \gamma(q^{-1}) = 1 - \gamma_1 = \gamma(1) = \bar{\gamma}; \quad \bar{R}(q^{-1}) = 1; \\ T(q^{-1}) = t_0 \quad S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} \end{aligned} \quad (3.15)$$

no qual foi utilizado o modelo da equação (3.1). Aplicando as relações

presentes na equação (3.15) em (3.9) obtém-se

$$\Delta u(k) = \bar{\gamma}(t_0 r(k) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2)) \quad (3.16)$$

A partir da equação (3.16) é possível correlacionar seus parâmetros de projeto com os ganhos do controlador I+PD, equação (3.14). Essas relações são dadas por

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}t_0 &= K_c \frac{T_s}{T_i}; & \bar{\gamma}s_0 &= K_c \left(1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s}\right); & \bar{\gamma}s_1 &= -K_c \left(1 + \frac{2T_d}{T_s}\right); \\ \bar{\gamma}s_2 &= \frac{K_c T_d}{T_s} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Após algumas manipulações algébricas sobre as equações (3.17), os ganhos do controlador I+PD passam a ser sintonizados da seguinte forma:

$$K_c = -\bar{\gamma}(s_1 + 2s_2); \quad T_i = \frac{K_c T_s}{\bar{\gamma}t_0}; \quad T_d = \frac{\bar{\gamma}s_2 T_s}{K_c} \quad (3.18)$$

Os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , equação (3.18), dependem dos parâmetros do controlador SMC-GMV2DOF. Esse por sua vez é ajustado de forma indireta, ou seja, é necessário obter um modelo matemático do processo.

O desempenho da lei de controle I+PD digital, equação (3.14), pode ser melhorada inserindo uma entrada auxiliar (parcela não linear) através da técnica de controle por estrutura variável (VSC). Isso é possível devido a correlação traçada entre as equações (3.14) e (3.16). Portanto, obtém-se o controlador SMC-GMV2DOF-PID, onde os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$  são calculados através da equação (3.18). Além disso, é possível alcançar um controlador SMC-PID, onde os ganhos são ajustados pelo operador. Baseado no **Lema 2.2.2** do capítulo 2, considere a seguinte lei de controle não linear:

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k) + s(k) + v(k) \quad (3.19)$$

onde  $s(k)$  e  $v(k)$  representam a entrada auxiliar. A equação (3.19) garante uma superfície de deslizamento estável sobre o hiperplano quando  $s(k+d) = 0$ . Para alcançar esse objetivo a variável  $v(k)$  deve ser selecionada de acordo com o **Lema 2.2.2**,



$$v(k) = \begin{cases} -2\sigma\varepsilon/s(k) & \text{se } |s(k)| \geq \sqrt{\varepsilon} \\ -2\sigma s(k) & \text{se } |s(k)| < \sqrt{\varepsilon} \end{cases} \quad (3.20)$$

sendo  $\varepsilon$  e  $\sigma$  escalares positivos (parâmetros de projeto), com  $0 < \sigma < 1$ . Baseado na **Prova 2.2.1** do capítulo 2, tem-se que

$$\begin{aligned} s(k+d) &= R(q^{-1})\Delta u(k) - T(q^{-1})r(k) + S(q^{-1})y(k) \\ &= s(k) + v(k) \end{aligned} \quad (3.21)$$

uma vez que a condição de existência para o deslizamento seja atendida, isto é,

$$s(k)\Delta_s s(k+d) < -\frac{1}{2}(\Delta_s s(k+d))^2 \quad (3.22)$$

A partir da correlação obtida entre as equações (3.16) e (3.14), ambas podem ser equivalentemente escritas na forma RST. Portanto, podemos reescrever a superfície de deslizamento, equação (3.21), em função do controlador I+PD, equação (3.14), por

$$s_{pid}(k+d) = \Delta u(k) - q_0 r(k) + q_1 y(k) + q_2 y(k-1) + q_3 y(k-2) = s(k) + v(k) \quad (3.23)$$

no qual os parâmetros  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  representam os ganhos do controlador I+PD, dados por

$$\begin{aligned} q_0 &= K_c \frac{T_s}{T_i}; & q_1 &= K_c \left[ 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right]; & q_2 &= -K_c \left[ 1 + 2\frac{T_d}{T_s} \right]; \\ q_3 &= K_c \frac{T_d}{T_s}; \end{aligned}$$

Portanto, uma superfície de deslizamento,  $s_{pid}(k+d)$ , baseado no controlador I+PD é obtida, denominada SMC-PID. O SMC-PID pode ser sintonizado através dos parâmetros do SMC-GMV2DOF, denominado SMC-GMV2DOF-PID, ou de forma heurística pelo operador. Caso o controlador SMC-PID seja sintonizado por tentativa e erro, dependendo do sistema a ser controlado o ajuste dos ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$  pode ser de difícil tarefa. Como mencionado no começo do capítulo, essa hibridização pode também ser feita com os controladores SMC-GMV e SMC-FPGMV descritos no capítulo 2.

### 3.3 PROJETO DO CONTROLADOR SMC-GMV2DOF-PID *MODEL-FREE* INCREMENTAL

Nesta seção é apresentado o projeto do SMC-GMV2DOF-PID direto (denominado *model-free*), ou seja, os parâmetros que sintonizam o controlador são obtidos sem a utilização do modelo matemático do processo. Esses parâmetros são estimados de forma *on-line* através do algoritmo dos mínimos quadrados recursivo (MQR) (ou outro estimador recursivo) e, então, a lei de controle não linear é aplicada ao processo.

Hoje em dia, a utilização da estrutura de controle adaptativo direto vem recebendo atenção de pesquisadores que trabalham com controle de processos, no qual o projeto não está baseado no modelo do sistema, por esse motivo é empregado um mecanismo de adaptação para obter os parâmetros do controlador que atendam as especificações de malha fechada (COELHO; SILVEIRA; GOMES, 2012; COELHO; ARAÚJO; SILVEIRA, 2014).

Para derivar o projeto do controlador SMC-GMV2DOF-PID direto os coeficientes dos polinômios  $R(q^{-1})$  e  $S(q^{-1})$  devem ser estimados. Substituindo a equação (3.7) em (3.2), obtém-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
 s(k+d) &= P(q^{-1})y(k+d) - T(q^{-1})r(k+d) + Q(q^{-1})\Delta u(k) \\
 \gamma(q^{-1})s(k+d) &= \gamma(q^{-1}) [B(q^{-1})E(q^{-1})\Delta u(k) + S(q^{-1})y(k)] - \\
 &\quad \gamma(q^{-1})T(q^{-1})r(k+d) + \lambda\Delta u(k) \\
 \gamma(q^{-1})s(k+d) &= \bar{R}(q^{-1})\Delta u(k) - \gamma(q^{-1})T(q^{-1})r(k+d) + \\
 &\quad \gamma(q^{-1})S(q^{-1})y(k)
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Para adequar a equação (3.24) na concepção de uma implementação *self-tuning*, o projeto do controlador passa a ser baseado na definição de uma saída generalizada,  $\phi(k)$ , representada em função dos polinômios  $R(q^{-1})$  e  $S(q^{-1})$ . Portanto, a equação (3.24) é reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \gamma(q^{-1})s(k+d) + \gamma(q^{-1})T(q^{-1})r(k+d) &= \bar{R}(q^{-1})\Delta u(k) + \\
 &\quad \gamma(q^{-1})S(q^{-1})y(k)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi(k+d) &= \bar{R}(q^{-1})\Delta u(k) + \gamma(q^{-1})S(q^{-1})y(k) \\ \phi(k) &= \bar{R}(q^{-1})\Delta u(k-d) + \bar{S}(q^{-1})y(k-d)\end{aligned}\quad (3.25)$$

onde o polinômio  $\bar{S}(q^{-1})$  é dado por

$$\bar{S}(q^{-1}) = \gamma(q^{-1})S(q^{-1})$$

Para aplicar o estimador dos mínimos quadrados recursivo sobre a equação (3.25) e obter uma estrutura adaptativa, é necessário reescrevê-la na forma vetorial, ou seja,

$$\Phi = \varphi^T(k-d)\theta(k) \quad (3.26)$$

no qual os vetores de medidas e parâmetros estimados são calculados, respectivamente, por

$$\begin{aligned}\varphi^T(k-d) &= [y(k-d) \quad y(k-d-1) \quad y(k-d-2) \quad \cdots \quad \Delta u(k-d) \\ &\quad \Delta u(k-d-1) \quad \Delta u(k-d-2) \quad \cdots]\end{aligned}\quad (3.27)$$

$$\theta^T(k) = [\bar{s}_0 \quad \bar{s}_1 \quad \bar{s}_2 \quad \cdots \quad r_0 \quad r_1 \quad r_2 \quad \cdots] \quad (3.28)$$

Para sintetizar o controlador SMC-GMV2DOF-PID adaptativo, é necessário modificar a saída generalizada,  $\phi(k)$ , da equação (3.25) tendo como objetivo estimar os parâmetros que ajustam os ganhos do controlador I+PD, equação (3.18). Portanto, aplicando as relações apresentadas na equação (3.15) em (3.25) obtém-se

$$\begin{aligned}\phi(k) &= \Delta u(k-d) + \bar{\gamma}S(q^{-1})y(k-d) \\ \phi(k) &= \Delta u(k-d) + \bar{\gamma}[s_0y(k-d) + s_1y(k-d-1) + s_2y(k-d-2)] \\ \phi(k) &= \varphi^T(k-d)\theta(k)\end{aligned}\quad (3.29)$$

O polinômio do controle incremental,  $\Delta u(k)$ , apresenta ganho unitário, sendo necessário estimar apenas os parâmetros do polinômio  $S(q^{-1})$ . Desta forma, o vetor de medidas e o vetor de parâmetros estimados são descritos como

$$\varphi^T(k-d) = [\bar{\gamma}y(k-d) \quad \bar{\gamma}y(k-d-1) \quad \bar{\gamma}y(k-d-2)] \quad (3.30)$$

$$\theta^T(k) = [s_0 \quad s_1 \quad s_2] \quad (3.31)$$

Os ganhos do controlador SMC-GMV2DOF-PID são obtidos de forma direta, isto é, os termos do polinômio  $S(q^{-1})$  são encontrados a cada iteração sendo inseridos diretamente nos ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , equação (3.18), que por sua vez implementam a lei de controle I+PD não linear, equação (3.23). A Figura 12 mostra através do diagrama de blocos a estrutura do controlador SMC-GMV2DOF-PID *model-free*.

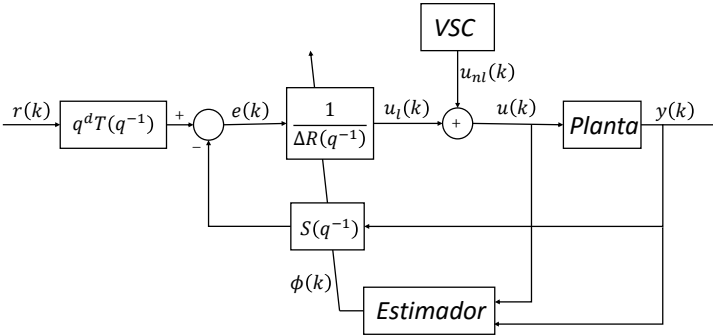


Figura 12 – Diagrama de blocos do SMC-GMV2DOF-PID *model-free*.

### 3.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Esta seção tem como objetivo mostrar o funcionamento e eficiência do controlador SMC-GMV2DOF-PID aplicado a um processo simulado com o intuito de analisar seu comportamento dinâmico e comprovar sua aplicabilidade. O controlador SMC-GMV2DOF-PID *model-free* é comparado ao PID sintonizado através dos termos do GMV com 2DOF, denominado GMV2DOF-PID. O desenvolvimento do projeto GMV2DOF-PID está presente no Apêndice E.

### 3.4.1 Sistema numérico controlado: Tanque acoplado

Sistemas de nível apresentam grande aplicabilidade em diversos setores industriais, dentre eles as indústrias petroquímicas, nuclear e de celulose. A descrição deste processo e seus respectivos equacionamentos são mostrados no Apêndice F.

Os parâmetros do controlador GMV2DOF são projetados a partir do modelo de segunda ordem discreto (ver Apêndice F). Os termos do SMC-GMV2DOF-PID *model-free*, equação (3.25), são obtidos de forma direta aplicando o estimador MQR. Desta forma, as medidas do polinômio  $S(q^{-1})$  são encontradas a cada iteração sem a necessidade de utilizar o modelo matemático.

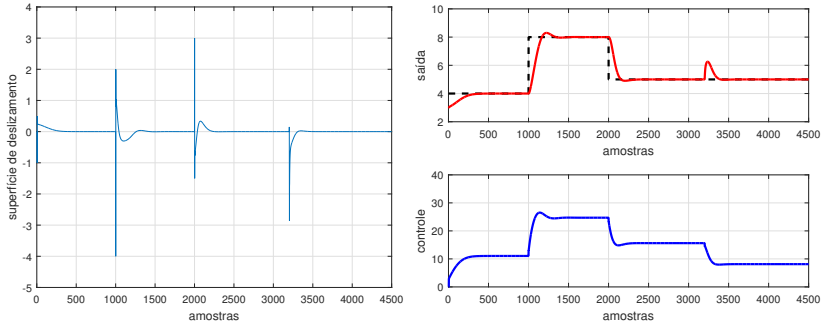
O processo deve operar nos seguintes níveis:  $r(1 : 1000) = 4 \text{ cm}$ ,  $r(1001 : 2000) = 8 \text{ cm}$  e  $r(2001 : 4500) = 5 \text{ cm}$ . Na amostra 3200 é inserida uma perturbação de carga com magnitude  $7.5 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Os objetivos de malha fechada a serem alcançados pelo controlador são: menor sobressinal, garantir erro nulo de regime permanente e rejeição da perturbação.

Para atender as especificações de malha fecha, os controladores SMC-GMV2DOF-PID *model-free* e GMV2DOF-PID são sintonizados com valores encontrados na Tabela 12, no qual esses parâmetros são escolhidos a partir de diversas simulações com o intuito de atender os objetivos de projeto.

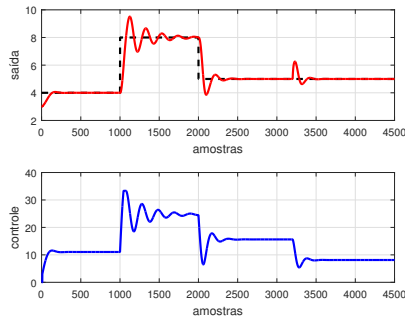
Tabela 12 – Parâmetros de sintonia dos controladores SMC-GMV2DOF-PID *model-free* e GMV2DOF-PID.

	$\lambda$	$\gamma$	$\varepsilon$	$\sigma$
SMC-GMV2DOF-PID	3	0.85	83	0.675
GMV2DOF-PID	3	0.85	-	-

A partir da Figura 13(a) observa-se que o controlador SMC-GMV2DOF-PID *model-free* atende as especificações de malha fechada em todos os pontos de operação, diferentemente do controlador GMV2DOF-PID apresentando comportamento oscilatório em determinado momento, podendo ser observado na Figura 13(b). Ambos controladores garantem comportamento servo e regulatório. A superfície de deslizamento apresenta grande esforço quando ocorre mudanças no sinal de referência. Essa ação agressiva se deve a estimação dos parâmetros a cada iteração que são calculados novamente para garantir as especificações de projeto.



(a) SMC-GMV2DOF-PID



(b) GMV2DOF-PID

Figura 13 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do tanque acoplado.

A Tabela 13 expõe os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , equação (3.18), do controlador I+PD. Esses termos são sintonizados com base nos parâmetros dos controladores SMC-GMV2DOF-PID *model-free* e GMV2DOF-PID.

Tabela 13 – Ganhos dos controladores SMC-GMV2DOF-PID *model-free* e GMV2DOF-PID.

	$K_c$	$T_i$	$T_d$
SMC-GMV2DOF-PID	6.8919	91.8921	1.5126
GMV2DOF-PID	0.1500	1.9996	1.8600

Os resultados de simulação são quantificados através de índices de desempenho responsáveis por determinar o rendimento dos contro-

ladores em relação a seguimento de referência (ITAE), rejeição de perturbação (IAE) e esforço de controle (TVC). A Tabela 14 mostra os rendimentos calculados de cada controlador.

Tabela 14 – Índice de desempenho dos controladores SMC-GMV2DOF-PID *model-free* e GMV2DOF-PID para o processo tanque acoplado.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-GMV2DOF-PID	0.7444	0.0543	0.0048
GMV2DOF-PID	0.7594	0.0430	0.0156

Através das simulações mostradas na Figura 13 verifica-se a factibilidade de implementação do controlador SMC-GMV2DOF-PID *model-free*. Além disso, foi possível atender aos objetivos de projeto em todos os pontos de operação, diferentemente do controlador GMV2DOF-PID. Outra forma de avaliar o projeto do SMC-PID é sintonizar os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$  de forma empírica ou baseado em tabelas da literatura, comparar os resultados de simulação com o controlador PID e verificar novamente a melhora de rendimento proporcionada pela termo chaveado e ação adaptativa.

### 3.5 CONCLUSÃO

A partir do conteúdo apresentado nesse capítulo foi possível entender o projeto do controlador PID, através das técnicas de controle por modos deslizantes presentes no capítulo 2. Neste projeto, efetuou-se a utilização do controlador SMC-GMV com dois graus de liberdade (2DOF), denominado SMC-GMV2DOF. Mas é importante ressaltar que poderia ser utilizado o controlador SMC-GMV posicional filtrado (SMC-FPGMV) ou o SMC-GMV.

Para obter um controlador PID não linear, tornou-se necessário a implementação da topologia I+PD, que trabalha com o sinal de saída em vez do sinal de erro. Baseado na estrutura do controlador I+PD foi possível alcançar a forma RST tornando factível a inserção da entrada auxiliar (parcela não linear) aplicando a técnica de controle VSC. Esse controlador é denominado SMC-PID. Tradicionalmente os ganhos  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$  são ajustados de forma heurística e dependendo da complexidade do processo a ser controlado essa sintonia pode ser complexa caso o operador não tenha experiência. Uma forma de contornar esse problema é ajustar os ganhos do SMC-PID através dos parâmetros do controlador SMC-GMV2DOF. Quando essa estratégia é empregada

o controlador foi denominado SMC-GMV2DOF-PID. A vantagem em utilizar essa estrutura é que as características dinâmicas de malha fechada do SMC-GMV2DOF são passadas ao controlador PID.

Fundamentado no controlador SMC-GMV2DOF-PID duas propostas de implementação foram apresentadas: indireta e direta. Na forma indireta (*model-dependent*) é necessário utilizar o modelo do processo para ajustar os ganhos do PID. Na forma direta os ganhos do controlador são atualizados a cada iteração sem a necessidade de conhecer o modelo matemático do sistema, essa estratégia também pode ser denominada *model-free*. Uma simulação numérica ilustrou a factibilidade de implementação do SMC-GMV2DOF-PID *model-free* quando comparada ao projeto do GMV2DOF-PID. Assim, é possível verificar o ganho proporcionado pela parcela não linear e implementação adaptativa. Índices de desempenho foram aplicados para quantificar os resultados de simulação.



## 4 PROJETO DO CONTROLADOR SMC-LRPC

Neste capítulo é apresentado o controle SMC utilizando a técnica de Controle Preditivo de Horizonte Estendido (LRPC), denominado SMC-LRPC. A técnica LRPC também é conhecida como Controle Preditivo baseado em Modelo (*Model Predictive Control* - MPC). A ideia para o desenvolvimento do projeto foi fundamentado em Hedjar (2014), onde o autor utiliza uma função custo dependente da ação de controle na forma posicional para o projeto do GMV e um erro avançado  $N_y$  passos a frente, onde  $N_y$  representa o horizonte de predição. A partir da otimização desta função custo, obtém-se um controlador dependente de  $N_y$  sem a utilização de identidades polinomiais.

O capítulo está dividido da seguinte maneira: i) introdução sobre a técnica LRPC; ii) desenvolvimento do projeto GMV-LRPC; iii) hibridização do GMV-LRPC com o controlador PID; iv) derivação do SMC-LRPC e v) conclusão. Simulações numéricas e um teste experimental são conduzidos para mostrar o comportamento dos controladores preditivos desenvolvidos neste capítulo. Índices de desempenho são aplicados para avaliar o rendimento desses controladores através de resultados de várias simulações numéricas.

### 4.1 INTRODUÇÃO

O controle preditivo surgiu no final dos anos 70, desenvolvido por pesquisadores da França e Estados Unidos. Essa abordagem baseia-se na predição do comportamento futuro do processo para calcular uma lei de controle por meio da otimização de uma função custo no domínio do tempo discreto. As predições são processadas a partir do modelo matemático, que representa o sistema a ser controlado, utilizando o horizonte de predição. Então, essa ação de controle é inserida no processo no instante de tempo atual até que outra iteração baseada em dados mais recentes seja computada (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987; CAMACHO; BORDONS, 2007; XU; DUBLJEVIC, 2016).

O primeiro método de controle preditivo foi sugerido por Smith (1959). Ele introduziu a ideia do preditor para tratar sistemas com longo atraso de transporte (HUANG; TAN; LEE, 2002).

Uma das mais importantes contribuições no estudo de controladores preditivos foi o algoritmo de Variância Mínima (MV) apresentado por Åström e Wittenmark (1973), sendo pioneiro na abordagem poli-

nomial para a concepção de preditores (HUANG; TAN; LEE, 2002). O controlador de MV é formulado por um critério quadrático baseado na previsão de saída a  $d$  passos a frente, sendo  $d$  o atraso de transporte do sistema. A desvantagem deste controlador é a necessidade de se conhecer o valor exato do atraso de transporte, o que não é trivial na prática. Além disso, trata apenas sistemas de fase mínima e não penaliza a energia de controle. Uma solução encontrada para esse problema é inserir um fator que pondera a ação de controle no critério quadrático, este controlador é conhecido por Variância Mínima Generalizada (GMV) e foi proposto por Clarke e Gawthrop (1975) (MENEZES, 1993).

Devido à sua eficiência, os controladores preditivos de horizonte estendido (LRPC) estão cada vez mais aplicados em problemas de controle industrial. Entre as abordagens conhecidas para o projeto dos LRPC estão os controladores *Model Algorithmic Control* (MAC) apresentado por Richalet et al. (1978), *Dynamic Matrix Control* (DMC) desenvolvido por Cutler e Ramaker (1980), *Extended Prediction Self-Adaptive Control* (EPSAC) elaborado por Keyser e Cauwenberghes (1981), *Extended Horizon Adaptive Control* (EHAC) apresentado por Ydstie (1984) e *Generalised Predictive Control* (GPC) desenvolvido por Clarke, Mohtadi e Tuffs (1987).

Para um determinado algoritmo de controle ser considerado um controlador preditivo, é necessário apresentar as seguintes características (CAMACHO; BORDONS, 2007):

- Uso explícito de um modelo para determinar a saída do processo em um instante de tempo futuro (horizonte).
- Ocorrer uma minimização da função objetiva.
- Utilizar a previsão futura do processo para calcular a lei de controle do sistema realimentado.

A metodologia dos controladores LRPC se diferencia de acordo com o modelo matemático do processo, critério de otimização a ser aplicado e as restrições no sinal de controle. As previsões para se determinar o comportamento futuro são compostas por dois termos, no qual o primeiro depende dos valores de entradas e saídas passadas e o segundo necessita das ações de controle futuro. A partir dessas informações o controlador preditivo leva a saída de forma antecipada para uma referência conhecida (COELHO, 1994). A Figura 14, ilustra resumidamente o comportamento do LRPC.

A estratégia utilizada para se determinar as medidas antecipativas dos sinais de saída e controle de um LRPC é descrito a seguir

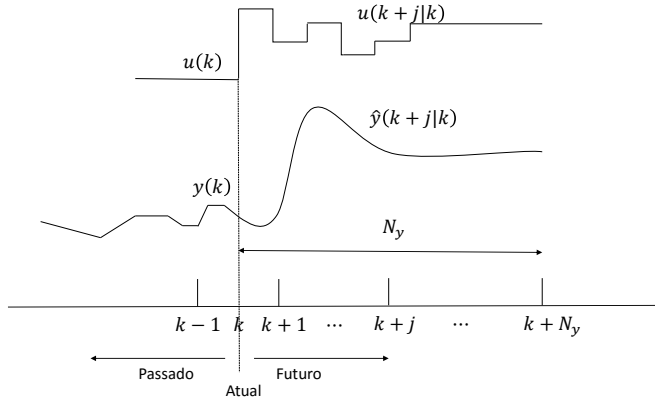


Figura 14 – Estratégia de controle do LRPC (adaptado de Camacho e Bordons (2007)).

(CAMACHO; BORDONS, 2007), ou seja,

- A saída futura é calculada a cada instante  $k$  utilizando o modelo do processo. A saída predeterminada ( $y(k+j)$  para  $k = 1 \dots N_y$ ) depende dos valores identificados até o instante  $k$  (entradas e saídas passadas) e do sinal de controle futuro ( $u(k+j|k)$ ,  $k = 0 \dots N_y - 1$ ), que será enviado ao sistema.
- O sinal de controle futuro é calculado através da otimização de uma função objetivo. Normalmente, esse critério representa uma função quadrática do erro ( $r(k) - y(k)$ ). Na maioria dos casos o controlador depende de  $u(k)$  ou  $\Delta u(k)$  incluído na função objetivo a ser minimizada.
- O sinal de controle candidato resultante é aplicado como uma ação de controle, ou seja, como a entrada real do processo, mas somente no instante  $k$ . No próximo período de amostragem todo o procedimento anterior é repetido, atualizando a ação de controle através das correções baseadas nas últimas medidas.

A Figura 15 representa o diagrama de blocos da estrutura de implementação básica do LRPC fundamentado nas estratégias de projeto descritos anteriormente. Um modelo é utilizado para encontrar

a saída futura da planta, com base em seus valores atuais e no sinal de controle futuro, sendo este obtido através da otimização de uma função custo (contendo o erro futuro) e levando em consideração suas restrições. Desta forma, o modelo torna-se importante no projeto do MPC, ou seja, deve representar da melhor forma possível a dinâmica do processo em sua faixa de operação (CAMACHO; BORDONS, 2007).

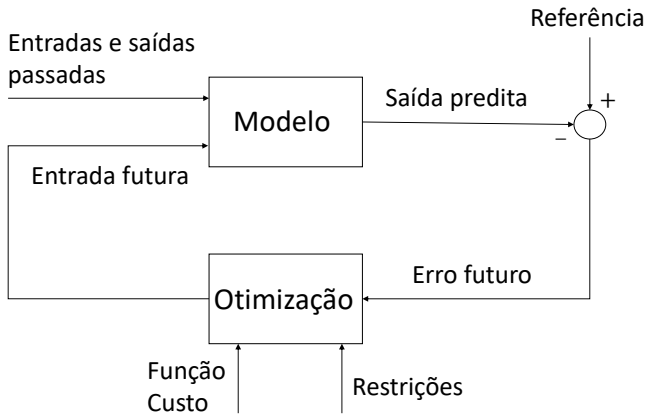


Figura 15 – Estrutura simplificada do LRPC (adaptado de Camacho e Bordons (2007)).

## 4.2 CONTROLADOR GMV-LRPC

Nesta seção é apresentado o projeto do controlador GMV incremental com horizonte estendido (GMV-LRPC) baseado na otimização da função custo do GMV, não se limitando ao atraso da planta. A ideia do projeto aprimora o trabalho apresentado por Hedjar (2014) desenvolvido para o caso posicional. A lei de controle é alcançada aplicando aproximação de segunda ordem da série de Taylor no erro a  $N_y$  passos a frente. Substituindo essa relação na função custo e fazendo a otimização deste algoritmo através de  $\Delta u(k)$ , obtém-se a lei de controle sem sinais de saída avançado no tempo, mas com o sinal de referência preditivo. Para o desenvolvimento deste projeto, considere um modelo *Controlled Auto-Regressive Integrated* (CARI), caracterizado pela

seguinte equação paramétrica incremental discreta:

$$A(q^{-1})\Delta y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k) \quad (4.1)$$

sendo  $y(k)$  o sinal de saída,  $u(k)$  o sinal de controle,  $d$  o atraso de transporte,  $\Delta = (1 - q^{-1})$  o operador integral e os polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  descrevem os polos e zeros de malha aberta do modelo, dados pela seguinte relação:

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a} \\ B(q^{-1}) &= b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b} \end{aligned}$$

no qual  $n_a$  e  $n_b$  simbolizam a ordem dos seus respectivos polinômios. A função custo preditiva empregada é dada por

$$J = [e(k + N_y)]^2 + \lambda [\Delta u(k)]^2 \quad (4.2)$$

sendo  $N_y$  o horizonte de predição e  $\lambda$  um parâmetro de ajuste escolhido pelo operador que pondera o esforço de controle. O erro preditivo é representado pela expressão, isto é,

$$e(k + N_y) = r(k + N_y) - y(k + N_y) \quad (4.3)$$

no qual  $y(k + N_y)$  e  $r(k + N_y)$  representam os sinais de saída e referência com características preditivas, respectivamente. O problema consiste em encontrar uma lei de controle que garanta seguimento de referência (caso servo), rejeição de perturbação (caso regulatório) e não apresente sinais de saída avançados em  $N_y$  amostras. Para contornar esse problema é utilizado a expansão por série de Taylor até a derivada de segunda ordem. Logo, o erro com horizonte de predição,  $e(k + N_y)$ , é reescrito como

$$e(k + N_y) = e(k) + N_y \dot{e}(k) + \frac{N_y}{2} \ddot{e}(k) \quad (4.4)$$

A equação (4.4) apresenta termos diferenciais de primeira e segunda ordem para  $e(k + N_y)$ . Uma equação diferencial pode ser aproximada de três formas distintas, entre as quais: *forward*, *backward* e *central*. Essas aproximações são conhecidas como métodos das diferenças finitas. Para este caso, é utilizado a técnica por diferenças finitas centradas com o objetivo de obter  $e(k + N_y)$  em função dos sinais de erro avançado,  $e(k + 1)$ , e atrasado,  $e(k - 1)$ , de uma unidade. Desta forma,  $\dot{e}(k)$  e  $\ddot{e}(k)$  são aproximados por

$$\dot{e}(k) = \frac{e(k+1) - e(k-1)}{2T_s} \quad (4.5)$$

$$\ddot{e}(k) = \frac{e(k+1) - 2e(k) + e(k-1)}{T_s^2} \quad (4.6)$$

onde  $T_s$  representa o período de amostragem do processo. O objetivo de utilizar o erro avançado é garantir que a lei de controle estará em função do modelo do processo, equação (4.1), como será mostrado posteriormente. Substituindo as equações (4.5) e (4.6) em (4.4) obtém-se uma nova relação para  $e(k+N_y)$ . Desta forma, a função custo, equação (4.2), é reescrita como

$$J = [\beta_0 e(k+1) + \beta_1 e(k) + \beta_2 e(k-1)]^2 + \lambda [\Delta u(k)]^2 \quad (4.7)$$

onde as variáveis  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  apresentam a seguinte relação:

$$\beta_0 = \alpha_0 + \alpha_1; \quad \beta_1 = 1 - 2\alpha_1; \quad \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_0;$$

no qual

$$\alpha_0 = \frac{N_y}{2T_s}; \quad \alpha_1 = \frac{N_y^2}{2T_s^2};$$

Os erros da equação (4.7), são substituídos pela diferença entre o sinal de referência e saída, ou seja,

$$J = \{\beta_0[r(k+1) - y(k+1)] + \beta_1[r(k) - y(k)] + \beta_2[r(k-1) - y(k-1)]\}^2 + \lambda [\Delta u(k)]^2 \quad (4.8)$$

O termo  $e(k+1)$  gera uma saída avançada no tempo,  $y(k+1)$ , que não está disponível no instante  $k$ . Uma maneira de contornar este problema é manipular a equação (4.1) com o objetivo encontrar uma relação para  $y(k+1)$  em função da ação de controle e dos sinais saída que estejam disponíveis no instante atual. Desta forma, adotando um modelo de segunda ordem e utilizando a relação  $\bar{A}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta$ , obtém-se na seguinte expressão:

$$y(k+1) = \bar{a}_1 y(k) + \bar{a}_2 y(k-1) + \bar{a}_3 y(k-2) + b_0 \Delta u(k) + b_1 \Delta u(k-1) \quad (4.9)$$

no qual  $\bar{a}_1$ ,  $\bar{a}_2$  e  $\bar{a}_3$  dependem dos polos de malha aberta do processo e são representados por

$$\bar{a}_1 = a_1 - 1; \quad \bar{a}_2 = a_2 - a_1; \quad \bar{a}_3 = -a_2;$$

Agora, substituindo a equação (4.9) em (4.8), obtém-se uma função custo sem sinais de saída avançados no tempo. O próximo passo é otimizar a equação (4.8) em função de  $\Delta u(k)$  para alcançar a lei de controle. A partir dessa minimização obtém-se

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})r(k+1) - S(q^{-1})y(k)$$

escrita na forma RST (sem perda de generalidade aplica-se  $d = 1$ ). Expandindo os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$ , a lei de controle é reescrita como

$$\Delta u(k) = \frac{1}{r_0} [t_0 r(k+1) + t_1 r(k) + t_2 r(k-1) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2) - r_1 \Delta u(k-1)] \quad (4.10)$$

A equação (4.10) tem característica incremental ( $\Delta u(k)$ ), garantido seguimento de referência e rejeição de perturbação de carga. Além disso, essa lei de controle não contém sinais de saída avançado no tempo, mas apresenta comportamento preditivo através de  $r(k+1)$ . A ação de controle é calculada por meio da expressão  $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ . A Tabela 15 apresenta a relação dos polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  do controlador GMV-LRPC, equação (4.10).

Tabela 15 – Sintonia dos polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$ .

$R(q^{-1})$	$S(q^{-1})$	$T(q^{-1})$
$r_0 = (\beta_0 b_0)^2 + \lambda$	$s_0 = -[\beta_0 b_0 (\beta_0 \bar{a}_1 - \beta_1)]$	$t_0 = \beta_0^2 b_0$
$r_1 = \beta_0^2 b_0 b_1$	$s_1 = -[\beta_0 b_0 (\beta_0 \bar{a}_2 - \beta_2)]$	$t_1 = \beta_0 b_0 \beta_1$
-	$s_2 = -(\beta_0^2 b_0 \bar{a}_3)$	$t_2 = \beta_0 b_0 \beta_2$

Baseado na Tabela 15, observa-se que o controlador depende do modelo proveniente do processo real, ou seja, é importante que essa

equação reduzida do sistema represente da melhor maneira a característica dinâmica do processo a ser controlado. Outro ponto a ser observado é em relação a  $N_y$ , que influencia diretamente em todos termos de sintonia do controlador e, conseqüentemente, os polos de malha fechada. A partir do desenvolvimento abordado nesta seção, chega-se a uma lei de controle com um comportamento preditivo.

### 4.3 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção é empregado uma simulação numérica com o objetivo de mostrar o comportamento dinâmico do controlador GMV-LRPC incremental. Esse processo apresenta uma entrada e uma saída, sistema SISO.

#### 4.3.1 Sistema numérico controlador: *Fan and plate*

Com o objetivo de analisar o comportamento do controlador GMV-LRPC e verificar a influência do horizonte de predição ( $N_y$ ) sobre o sistema é feita uma simulação numérica utilizando o modelo do *Fan and Plate* (FAP). O processo FAP consiste em controlar o ângulo de uma placa presa a um eixo de rotação através de uma hélice acoplada a um motor, sendo esse o responsável por gerar um fluxo de ar. A equação contínua que modela esse processo é dada por

$$G_m(s) = \frac{1.2}{(0.2s + 1)(0.3s + 1)} \quad (4.11)$$

A função de transferência da equação (4.11) é reescrita no tempo discreto utilizando um período de amostragem de 0.1 s, desta forma, obtém-se a seguinte função de transferência discreta:

$$G_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1} (0.0762 + 0.0577q^{-1})}{1 - 1.3231q^{-1} + 0.4346q^{-1}} \quad (4.12)$$

Para este projeto foram escolhidos os seguintes pontos de operação:  $r(1 : 500) = 2$ ,  $r(501 : 1000) = 4.5$  e  $r(1001 : 2000) = 3$ . Uma perturbação na forma degrau de magnitude 0.2 é introduzida na amostra 1200. Os parâmetros de ajuste do controlador GMV-LRPC foram sintonizados com  $\lambda = 2$  e  $N_y = 1, 2, 3, 4, 6$  e 8. O objetivo é mostrar a influência do horizonte de predição sobre o comportamento de malha fechada do processo. Os resultados de simulação podem ser observados



na Figura 16.

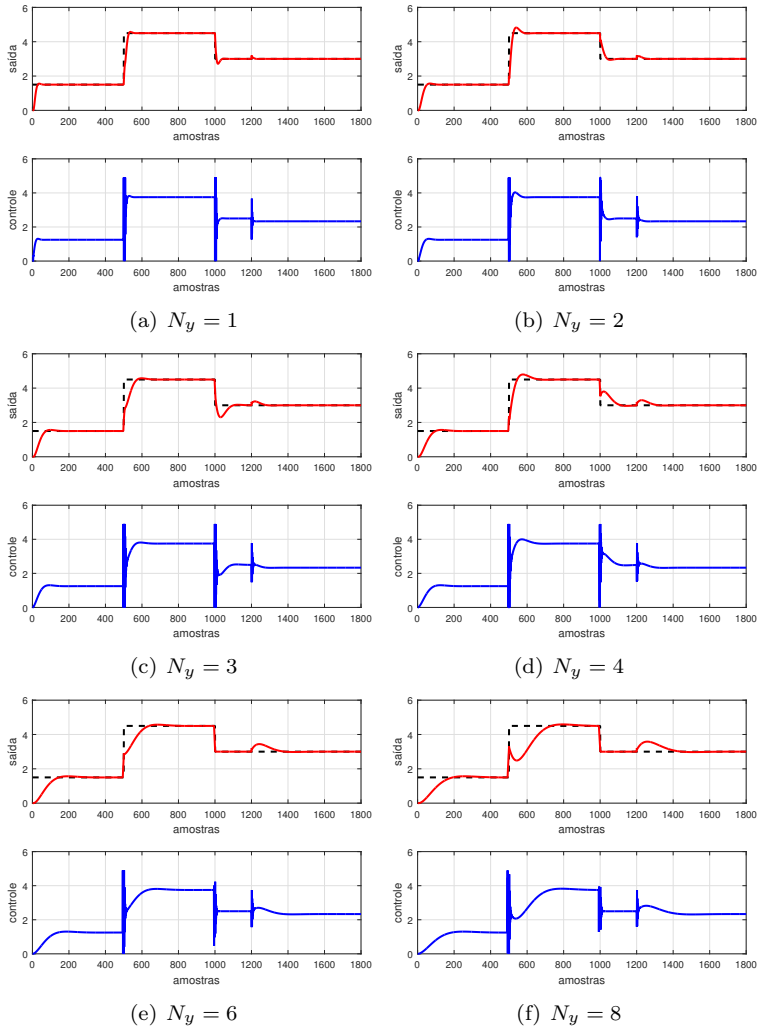


Figura 16 – Resultados do GMV-LRPC para variações de  $N_y$ .

A partir dos resultados de simulação, Figura 16, verifica-se o comportamento do sistema variando o horizonte de previsão. Aumentando  $N_y$  a ação do controle assume um caráter conservativo. Em contrapartida, o tempo de resposta do processo é maior para alcan-

çar o *setpoint* desejado. A lei de controle da equação (4.10) está na forma incremental, logo perturbações de carga são rejeitadas. Quando ocorre mudanças de referência a ação de controle apresenta um comportamento agressivo, conhecido como *kick*, isso ocorre uma vez que o controlador GMV-LRPC tem a máscara do controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) ideal, mas com o aumento do horizonte de predição esse esforço excessivo acaba sendo atenuado, como pode ser observado na Figura 16. A Tabela 16 expõe através dos índices de desempenho o rendimento do GMV-LRPC para as variações de  $N_y$ .

Tabela 16 – Índices de desempenho do GMV-LRPC.

$N_y$	ITAE	IAE	TVC
1	0.6046	0.1429	33.3037
2	1.0053	0.5141	12.7452
3	1.6800	1.1602	20.5905
4	2.0675	2.1049	11.4184
6	2.5961	4.5961	10.0456
8	4.7856	7.8651	8.8457

Os resultados apresentados na Tabela 16 ilustram que aumentando  $N_y$  o processo apresenta um comportamento conservativo, calculado através de TVC. Adicionalmente, o sistema apresenta maior tempo de resposta, sendo mensurado pelo índice ITAE. O indicador IAE quantifica o erro gerado pela perturbação. Uma característica importante em relação a  $N_y$  é que modifica os polos e zeros de malha fechada do sistema controlado.

#### 4.4 HIBRIDIZAÇÃO DO CONTROLADOR GMV-LRPC COM PID

Nesta seção o projeto que caracteriza o controlador GMV-LRPC é utilizado para sintonizar os parâmetros do controlador PID, ou seja, as propriedades do GMV-LRPC para lidar com complexidades distintas em processos pode ser interessante para ajustar os ganhos do PID, tendo em vista que esse controlador é amplamente utilizado na indústria, sob diversas aplicações. Essa hibridização é denominada GMV-LRPC-PID. Essa seção também é uma contribuição desta dissertação.

O controlador PID é amplamente empregado na indústria devido a sua confiabilidade e simplicidade de implementação. Este controlador possui três importantes termos de calibração relacionadas com as

bandas proporcional, integral e derivativo, que por sua vez estão associadas ao erro do processo, ou seja, diferença entre *setpoint* e sinal de saída,  $e(k) = r(k) - y(k)$ . Além disso, é importante destacar que é possível calibrar de forma clássica o controlador PID através de sintonias conhecidas na literatura de controle de processo, tais como Ziegler e Nichols (1942) e Cohen e Coon (1953) (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2001; CAMACHO; BORDONS, 2007).

As bandas proporcional e derivativa multiplicam o erro do sistema no controlador PID ideal, ou seja, influenciam diretamente o desempenho do processo quando ocorre uma variação instantânea no erro, podendo ocasionar um grande esforço na ação da controle (*kick*), como apresentado na Figura 16 da seção 4.3.1. Uma solução para evitar esse problema é reescrever o erro das parcelas proporcional e derivativa em função da saída  $e(t) = -y(t)$ , sendo denominado controlador I+PD (VISIOLI, 2006; ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2006). A equação digital do controlador I+PD na forma incremental foi desenvolvido no Capítulo 3 e é dada por

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = K_c \frac{T_s}{T_i} r(k) - K_c \left[ 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right] y(k) + K_c \left[ 1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right] y(k-1) \\ - K_c \frac{T_d}{T_s} y(k-2) \end{aligned} \quad (4.13)$$

O próximo passo é combinar a lei de controle do GMV-LRPC, equação (4.10), com a topologia do controlador I+PD, equação (4.13), com o objetivo de garantir as características dinâmicas presente no GMV-LRPC. Para assegurar que o controlador GMV-LRPC possua a mesma estrutura do I+PD, é necessário realizar alguns ajustes na equação (4.10). Considere as seguintes relações:

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= \bar{r}_0 = R(1) = r_0 + r_1 \\ T(q^{-1}) &= \bar{t}_0 = t_0 + t_1 + t_2 \\ S(q^{-1}) &= s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Aplicando as expressões da equação (4.14) em (4.10) obtém-se uma lei de controle dada por

$$\Delta u(k) = \frac{1}{\bar{r}_0} [\bar{t}_0 r(k) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2)] \quad (4.15)$$

Comparando os termos da equação (4.15) com (4.13), obtêm-se as seguintes expressões:

$$\frac{\bar{t}_0}{\bar{r}_0} = K_c \frac{T_s}{T_i}; \quad \frac{s_1}{\bar{r}_0} = K_c \left( 1 + \frac{2T_d}{T_s} \right); \quad \frac{s_2}{\bar{r}_0} = -K_c \frac{T_d}{T_s}$$

Manipulando as igualdades polinomiais, os parâmetros de sintonia do controlador I+PD são calculados através de

$$K_c = \frac{s_1 + 2s_2}{\bar{r}_0}; \quad T_i = -\frac{(s_1 + 2s_2)T_s}{\bar{t}_0}; \quad T_d = \frac{s_2 T_s}{s_1 + 2s_2}$$

O ganho da banda proporcional  $K_c$  contém a variável  $\lambda$  (escolhida pelo projetista) que atua diretamente na dinâmica do sistema, um valor de  $\lambda$  grande proporciona uma resposta conservativa. Além disso, não existe restrições para os zeros de malha aberta do processo,  $B(q^{-1})$ , diferentemente do polinômio  $A(q^{-1})$  (que representam os polos de malha aberta do processo) que deve ser de segunda ordem, para se obter a equação (4.14).

## 4.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Essa seção apresenta uma simulação numérica tendo como objetivo mostrar a factibilidade em se utilizar os parâmetros do controlador GMV-LRPC para sintonizar o controlador I+PD. Um ponto a ser observado é a redução no esforço de controle, tendo em vista que esse controlador utiliza o erro do sistema somente na parcela integral.

### 4.5.1 Sistema numérico controlado: *Fan and plate*

O processo simulado é novamente o FAP que tem como objetivo apresentar o comportamento dinâmico do GMV-LRPC-PID e mostrar a ação conservativa desse controlador quando comparado com a simulação do GMV-LRPC apresentado na seção 4.3.

As variáveis  $\lambda$  e  $N_y$  do controlador GMV-LRPC-PID são sintonizados com os mesmos valores do GMV-LRPC da seção 4.3.1 e com as mesmas características de simulação, com o intuito de mostrar a diferença entre as duas estruturas de controle. Desta forma, os termos são dados por:  $\lambda = 2$  e  $N_y = 1, 2, 3, 4, 6$  e  $8$ . O sistema atua nos seguintes pontos de operação:  $r(1 : 500) = 1.5$ ,  $r(501 : 1000) = 4.5$  e  $r(1001 : 1800) = 3$ . Uma perturbação na forma degrau de magnitude 0.2 é introduzida na amostra 2000.

Alterando o horizonte de predição,  $N_y$ , o processo apresentará diferentes ganhos para  $K_c$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , ou seja, o sistema demonstrará dinâmicas distintas. Desta forma, a Tabela 17 ilustra os valores dos ganhos que sintonizam o controlador I+PD, variando  $N_y$ .

Tabela 17 – Ganhos do GMV-LRPC-PID para variação de  $N_y$ .

$N_y$	$K_c$	$T_i$	$T_d$
1	0.0647	0.1168	0.0995
2	0.3740	1.7227	0.0225
3	0.5099	4.8177	0.0169
4	0.5832	9.4018	0.0148
6	0.6608	23.0372	0.0131
8	0.7015	42.6289	0.0124

Os resultados ilustrados na Figura 17 mostram o comportamento conservativo do processo. Como a topologia I+PD utiliza apenas o sinal do erro no ganho integral, quando ocorre mudanças bruscas na entrada do sistema a ação do controle apresenta uma atuação suave, proporcionando menor desgaste no atuador.

O comportamento dinâmico do processo controlado, Figura 17, é mensurado por índices de desempenho e mostrados na Tabela 18. A ação de controle é quantificada através do índice TVC. O indicador ITAE é responsável por mensurar o tempo de resposta do processo e o índice IAE quantifica o erro gerado na saída do sistema quando a perturbação de carga é inserida.

Baseado nos índices de desempenho, Tabela18, observa-se que aumentando o horizonte de predição o processo apresenta menor esforço de controle (TVC), o que era esperado. Em contrapartida, o sistema demanda um tempo maior para alcançar o *setpoint* nos diferentes pontos de operação (maior tempo de resposta). Devido a esse comportamento conservativo, a rejeição de perturbação também é afetada, ou seja, o controle leva um tempo maior para rejeitar a perturbação.

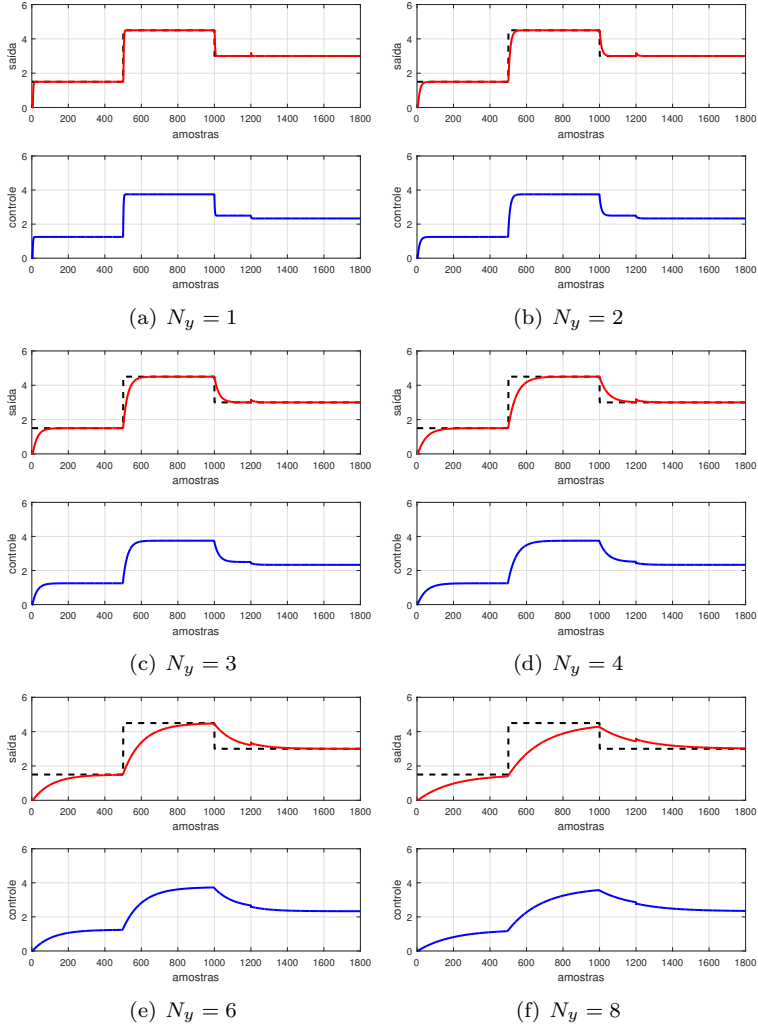


Figura 17 – Resultados de simulação variando  $N_y$  para GMV-LRPC-I+PD.

Tabela 18 – Índices de desempenho do controlador GMV-LRPC-PID.

$N_y$	ITAE	IAE	TVC
1	5.0135	0.3008	2.5833
2	17.0688	0.7678	2.6007
3	38.8596	1.6210	2.6247
4	69.8498	3.9194	2.6374
6	158.8450	23.4572	2.6299
8	263.7376	58.6032	2.4716

#### 4.6 CONTROLE SMC-LRPC

Nesta seção, deriva-se o controle preditivo com horizonte estendido aplicado ao controle SMC, denominado SMC-LRPC. Desta forma, obtém-se uma superfície de deslizamento preditiva e, a partir desse novo algoritmo uma lei de controle antecipativa é alcançada sem a necessidade de aplicar identidades polinomiais. A parcela não linear do controlador é baseado na proposta apresentada por Corradini e Orlando (1995). O controlador SMC-LRPC é comparado ao SMC-GMV através de um teste prático e duas simulação numéricas. Este projeto de controle representa uma proposta da dissertação.

A superfície de deslizamento é escrita em função do erro predito, desta forma o SMC-LRPC é representado pela seguinte expressão matemática:

$$s(k + N_y) = e(k + N_y) + \lambda \Delta u(k) \quad (4.16)$$

sendo  $N_y$  o horizonte de predição do sistema e  $\lambda$  uma ponderação no esforço de controle determinada pelo projetista. O erro,  $e(k + N_y) = y(k + N_y) - r(k + N_y)$ , é aproximado utilizando a série de Taylor de segunda ordem, equação (4.4). A derivada do erro de primeira e segunda ordem são aproximadas aplicando diferenças finitas central, equações (4.5) e (4.6). Substituindo essas relações na superfície com o horizonte estendido, equação (4.16), obtém-se a seguinte expressão:

$$s(k + N_y) = \beta_0 e(k + 1) + \beta_1 e(k) + \beta_2 e(k - 1) + \lambda \Delta u(k) \quad (4.17)$$

onde os termos  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são representados por

$$\beta_0 = \alpha_0 + \alpha_1; \quad \beta_1 = 1 - 2\alpha_1; \quad \beta_2 = \alpha_1 - \alpha_0$$

sendo que  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$  estão relacionados com os termos provenientes da série de Taylor e apresentam as seguintes relações

$$\alpha_0 = \frac{N_y}{2T_s}; \quad \alpha_1 = \frac{N_y^2}{2T_s^2}$$

O erro avançado,  $e(k+1)$ , presente na equação (4.17) não está disponível no instante de tempo atual, ou seja, é necessário determinar o termo avançado um passo a frente. A solução empregada para contornar esse problema é manipular o modelo do processo, equação (4.1), para encontrar o valor de  $y(k+1)$  em função de saídas que não estejam avançadas no tempo. Assim, expandindo o erro da equação (4.17) em função dos sinais de saída e referência e substituindo a relação  $\bar{A}(q^{-1}) = A(q^{-1})\Delta$ , equação (4.9), obtém-se a seguinte superfície de deslizamento:

$$s(k+N_y) = -T(q^{-1})r(k+1) + S(q^{-1})y(k) + R(q^{-1})\Delta u(k) \quad (4.18)$$

O objetivo é realizar a minimização,  $s(k+N_y) = 0$ , da superfície de deslizamento, equação (4.18), com o intuito de alcançar uma lei de controle linear que somada ao termo não linear consiga conduzir a saída do processo para o ponto de operação desejado, ou seja, o controle necessário para que  $s(k+N_y)$  alcance a superfície de deslizamento e permaneça sobre ela. Desta forma, fazendo a minimização da equação (4.18), utilizando a equação (4.1) e adotando um modelo de segunda ordem sem atraso de transporte, obtém-se a seguinte lei de controle linear:

$$\Delta u(k) = \frac{1}{R(q^{-1})} [T(q^{-1})r(k+1) - S(q^{-1})y(k)]$$

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = \frac{1}{r_0} [t_0 r(k+1) + t_1 r(k) + t_2 r(k-1) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) \\ - s_2 y(k-2) - r_1 \Delta u(k-1)] \end{aligned} \quad (4.19)$$

no qual os termos que representam os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$ , e



$T(q^{-1})$  são mostrados na Tabela 19.

Tabela 19 – Sintonia dos polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  para o controlador SMC-LRPC.

$R(q^{-1})$	$S(q^{-1})$	$T(q^{-1})$
$r_0 = \beta_1 b_0$	$s_0 = \beta_1 - (\beta_0 \bar{a}_1)$	$t_0 = \beta_0$
$r_1 = \beta_1 b_1$	$s_1 = \beta_2 - (\beta_0 \bar{a}_2)$	$t_1 = \beta_1$
-	$s_2 = -\beta_0 \bar{a}_3$	$t_2 = \beta_2$

Os polinômios da equação (4.19) devem tornar o sistema estável e satisfazer as condições do **Lema2.2.1** da seção 2.2. A parcela não linear é adicionada na lei de controle linear, equação (4.19), por meio da técnica de sistemas de estrutura variável (VSC) proposta por Corradini e Orlando (1995) e demonstrada através do **Lema2.2.2** na seção 2.2. A Figura 18 mostra o diagrama de blocos para o controlador SMC-LRPC.

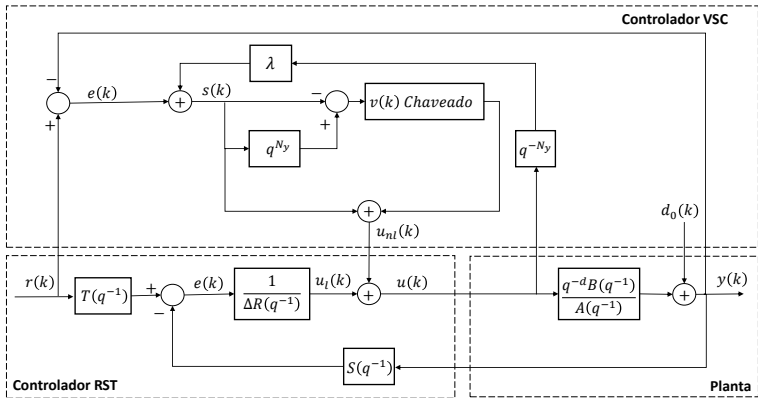


Figura 18 – Diagrama de blocos do controlador SMC-LRPC.

#### 4.7 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Esta seção apresenta duas simulações numérica e um teste experimental com o objetivo de mostrar o desempenho do controlador SMC-LRPC frente ao SMC-GMV. Em todas as simulações utilizou-se o caso incremental e processos do tipo SISO. Os resultados obtidos foram alcançados através de diversas simulações com o intuito de atingir

o melhor resultado em cada estudo de caso. Mesmo assim não é possível garantir que as resposta obtidas nas simulações representem o melhor rendimento de cada controlador.

#### 4.7.1 Sistema numérico controlado: *Continuous Stirred - Tank Reactor*

O primeiro estudo de caso é aplicado em uma planta química conhecido como *Continuous Stirred-Tank Reactor* (CSTR). Este processo tem comportamento estável e instável dependendo do ponto de operação e suas características são apresentadas no Apêndice G.

Os pontos de operação foram escolhidos baseado na curva estática do processo (ver Apêndice G). Desse modo foram adotados as seguintes referências:  $r(1 : 300) = 0.15$ ,  $r(301 : 600) = 0.25$ ,  $r(601 : 900) = 0.4$ ,  $r(901 : 1200) = 0.55$ ,  $r(1201 : 1500) = 0.7$  e  $r(1501 : 2000) = 0.3$ . Uma perturbação do tipo degrau com 20% da magnitude do sinal referência (0.06) é aplicado na amostra 1700. Os parâmetros dos controladores foram sintonizados com os valores apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 – Parâmetros de sintonia dos controladores SMC-GMV e SMC-LRPC.

	$\lambda$	$N_y$	$\varepsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	0.85	-	350	0.45
SMC-LRPC	0.85	3	350	0.45

A Figura 19 mostra o desempenho dinâmico dos controladores SMC-GMV e SMC-LRPC aplicados ao CSTR, operando em pontos linear e não linear, tendo como objetivo apresentar a viabilidade de implementação do controlador SMC-LRPC.

O controlador SMC-LRPC, Figura19(b), consegue estabilizar o processo em todos os pontos de operação, garantindo estabilidade nas regiões linear e não linear, além de assegurar comportamento regulatório. Já o controlador SMC-GMV, Figura19(a), garante seguimento de referência apenas no primeiro ponto de operação, por se tratar da região linear (as regiões linear e não linear que caracterizam o comportamento do sistema pode ser observado no Apêndice G através da curva estática). Outro ponto a ser observado é a superfície de deslizamento, o SMC-LRPC, Figura19(b), apresenta uma grande magnitude quando comparado ao SMC-GMV, Figura19(a), mas em contrapartida

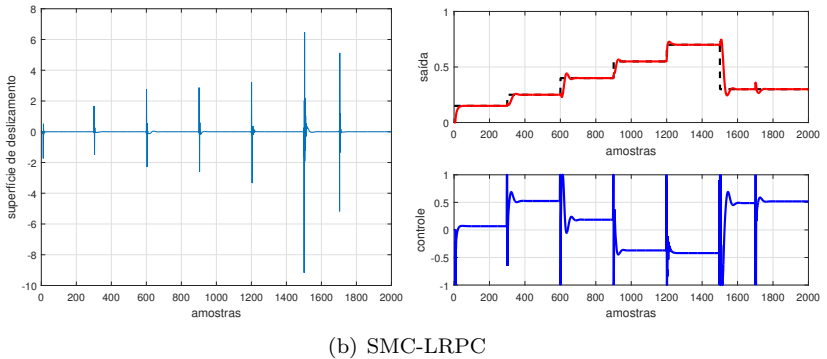
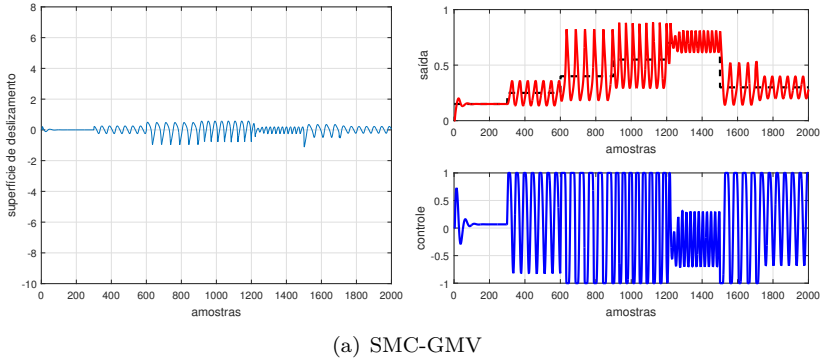


Figura 19 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do CSTR.

garante um deslizamento sobre o hiperplano em todos os pontos de operação, diferentemente do SMC-GMV. Desta forma, o comportamento apresentado pela superfície, em ambos os controladores, acaba sendo repassado para a variável manipulada, ou seja, interfere na estabilidade e no desempenho do controle de malha fechada.

A Tabela 21 mostra o rendimento dos controladores através de índices utilizados para mensurar o desempenho. Assim, pode-se garantir que o controlador SMC-LRPC apresenta um adequado comportamento para seguimento de referência (ITAE), rejeição de perturbação (IAE) e menor esforço da ação de controle (TVC), quando comparado ao SMC-GMV.

Tabela 21 – Índices de desempenho dos controladores

	ITAE	IAE	TVC
SMC-GMV	16.9812	6.9125	81.0268
SMC-LRPC	1.9162	0.3045	27.5742

#### 4.7.2 Sistema numérico controlado: Trocador de calor

O segundo processo escolhido para simulação é o trocador de calor, um equipamento que possui grande aplicabilidade em aquecedores, plantas químicas, refinarias de petróleo, etc (KAKAC; LIU; PRAMUAN-JAROENKIJ, 2012). Esse processo apresenta um comportamento não linear representado por um modelo de Hammerstein e suas características são descritas no Apêndice H.

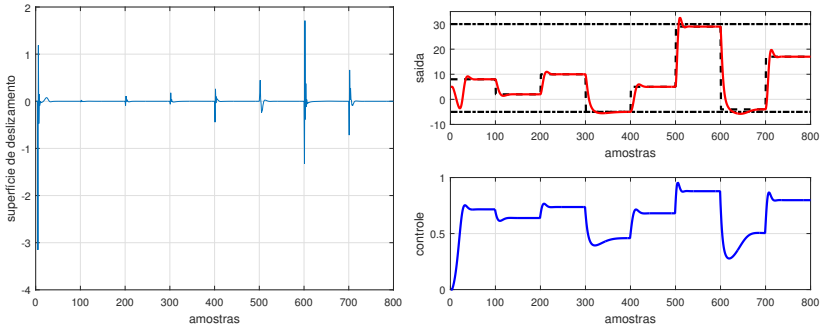
Os pontos de operação foram escolhidos a partir da curva estática do processo (Apêndice H), com o objetivo de atuar nas regiões lineares e não lineares. Assim, o sinal de referência tem a forma:  $r(1 : 100) = 8$ ,  $r(101 : 200) = 2$ ,  $r(201 : 300) = 10$ ,  $r(301 : 400) = -5$ ,  $r(401 : 500) = 5$ ,  $r(501 : 600) = 29$ ,  $r(601 : 700) = -4$ ,  $r(701 : 800) = 17$ . O objetivo para esse processo é garantir o menor sobressinal (desempenho de malha). A Tabela 22 apresenta as sintonias aplicadas aos controladores SMC-GMV e SMC-LRPC.

Tabela 22 – Parâmetros de sintonia dos controladores para o processo do trocador de calor.

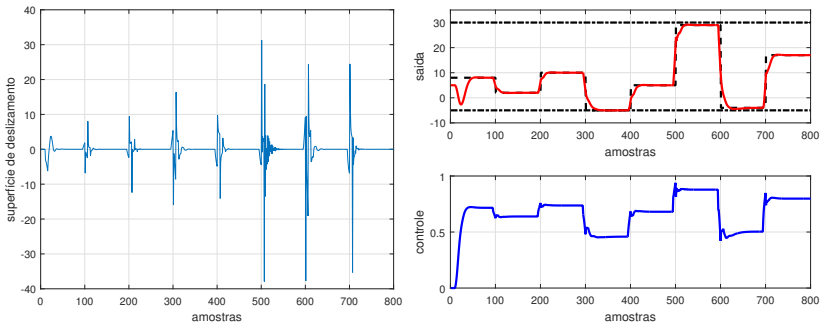
	$\lambda$	$N_y$	$\varepsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	275	-	835	0.75
SMC-LRPC	275	4	835	0.75

Os controladores foram sintonizados através de várias simulações, buscando atender a especificação de projeto com o melhor desempenho. A Figura 20 mostra o comportamento do SMC-GMV e SMC-LRPC para seguimento de referência e rejeição de perturbação. Além disso, pode-se observar as ações das superfícies de deslizamento dos controladores.

Através das simulações percebe-se que o controlador SMC-LRPC, Figura 20(b), atende o objetivo de projeto diminuindo o sobressinal, além de obter melhor desempenho nas regiões não lineares do processo (faixa superior e inferior presente nos gráficos da Figura 20 para segui-



(a) SMC-GMV



(b) SMC-LRPC

Figura 20 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência do trocador de calor.

mento de referência). Pode-se verificar o comportamento antecipativo apresentado pelo controlador com horizonte de predição estendido. A superfície de deslizamento do SMC-LRPC tem maior amplitude, ou seja, existe uma grande diferença entre o erro e o sinal de controle ponderado quando ocorre mudanças de referência, diferentemente do SMC-GMV que apresenta menor diferença entre erro e sinal de controle ponderado. Observa-se que as superfícies de deslizamento estão em escalas diferentes para os sinais de amplitude, caso contrário não seria possível verificar o comportamento de  $s(k)$  para o SMC-GMV. A Tabela 23 quantifica os resultados de simulação através de índices de desempenho relacionados ao seguimento de referência (ITAE) e esforço de controle (TVC).

Tabela 23 – Índices de desempenho dos controladores para o trocador de calor.

	ITAE	TVC
SMC-GMV	2.3513	0.0021
SMC-LRPC	1.9497	0.0018

O controlador SMC-LRPC apresenta um comportamento satisfatório quando o processo é submetido a uma perturbação não conhecida, ou seja, quando ocorre a entrada de um ruído no sistema. Para simular essa situação, é utilizado um ruído branco (ruído *Gaussiano*) de média nula e variância próximo a 1 (um) na saída do processo. O processo do trocador de calor é avaliado nos seguintes pontos de operação:  $r(1 : 160) = 25$  e  $r(161 : 800) = 5$ , com o ruído branco sendo inserido na amostra 300. A Figura 21 ilustra o comportamento de malha aberta do sistema.

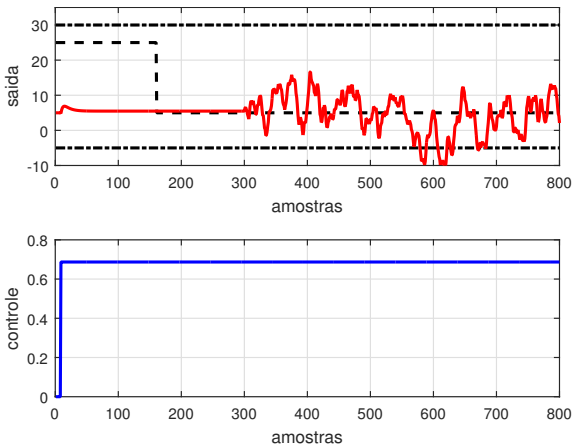


Figura 21 – Dinâmica da saída sem controle.

O objetivo de malha é mostrar a influência do controlador SMC-LRPC sobre perturbações desconhecidas, ou seja, como o horizonte de predição atua na presença do ruído. O controlador foi sintonizado com os mesmos valores de  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  e  $\sigma$  da Tabela 22, variando apenas  $N_y$ . A Figura 22 ilustra o comportamento do SMC-LRPC para esse caso.

A partir da Figura 22 observa-se que aumentando a variável  $N_y$  é possível atenuar o ruído, ou seja, o horizonte de predição reduz a

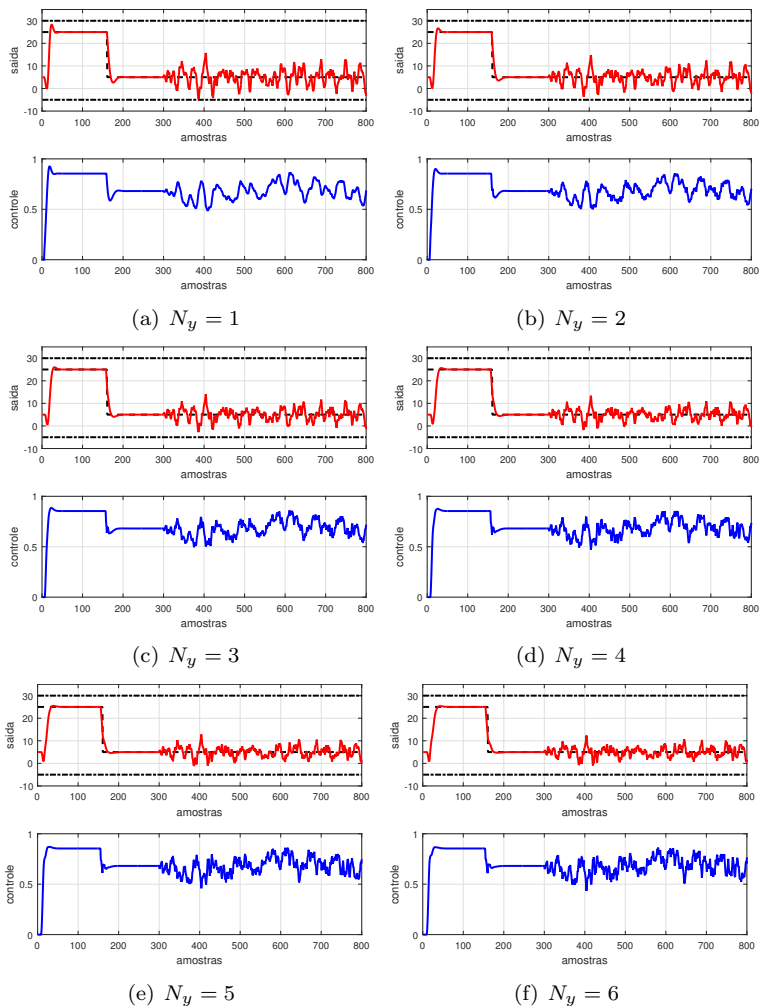


Figura 22 – Minimização da variância alterando  $N_y$  para SMC-LRPC.

variância do ruído. Outro ponto a ser verificado refere-se ao desempenho do controlador que não instabiliza mesmo quando o ruído atinge a região não linear, demarcada pelas linhas horizontais tracejada. A Tabela 24 apresenta os resultados através de valores que quantificam o desempenho do controlador para variações de  $N_y$ .

Através da Tabela 24 pode-se observar por meio dos índices que o

Tabela 24 – Índices de desempenho do controlador SMC-LRPC para variação de  $N_y$ .

	$N_y$	ITAE	IAE	TVC	Variância
Sistema de malha aberta	-	-	-	-	31.2033
SMC-LRPC	1	1765.8079	1372.3704	7.4854	10.6793
	2	1578.2946	1207.0299	9.9332	8.2410
	3	1441.9368	1076.3877	12.2581	6.5098
	4	1338.0356	971.0348	14.0880	5.2822
	5	1267.0645	894.3432	16.3283	4.4693
	6	1231.5295	850.5041	18.0047	3.9905

aumento do horizonte de predição melhora o seguimento de referência (servo) e a rejeição de perturbação (regulatório), através dos índices ITAE e IAE, além disso, o controlador consegue atenuar a variância do processo aumentando  $N_y$ . Em contrapartida, é necessário maior esforço de controle, TVC, para garantir um melhor comportamento servo e regulatório.

#### 4.7.3 Sistema experimental controlado: Pêndulo amortecido

Nesta seção é empregado uma simulação prática no processo Pêndulo Amortecido (PAM), um equipamento didático desenvolvido no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), sendo utilizado para o desenvolvimento de projetos e análise de algoritmos de controle. As características do PAM são apresentadas no Apêndice I.

Os pontos de operação do PAM foram escolhidos como:  $r(1 : 200) = 2.5$ ,  $r(201 : 400) = 4$ ,  $r(401 : 600) = 1.5$ . O objetivo é alcançar o menor tempo de resposta (objetivo de malha). Portanto, diversas simulações foram realizadas com a finalidade de encontrar a melhor sintonia para os controladores a fim de atender a especificação de projeto. A Tabela 25 mostra os valores de ajuste adotados para o experimento.

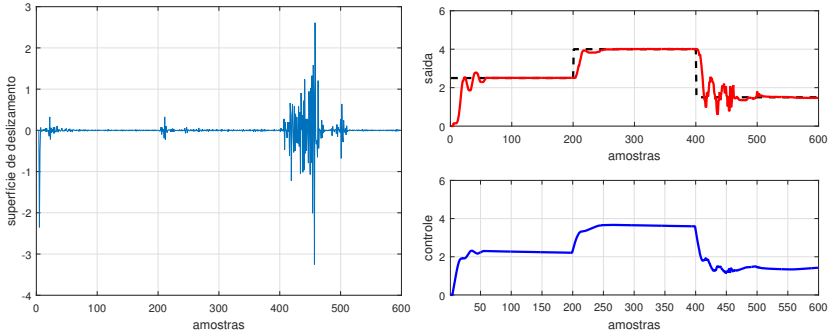
A partir dos parâmetros mostrados na Tabela 25, chegou-se nos resultados apresentados pela Figura 23, que retrata o comportamento dinâmico de cada controlador para garantir seguimento de referência e menor tempo de resposta. Além disso, pode-se observar a atuação da superfície de deslizamento de ambos os controladores.

A partir da Figura 23 observa-se que o SMC-LRPC apresenta

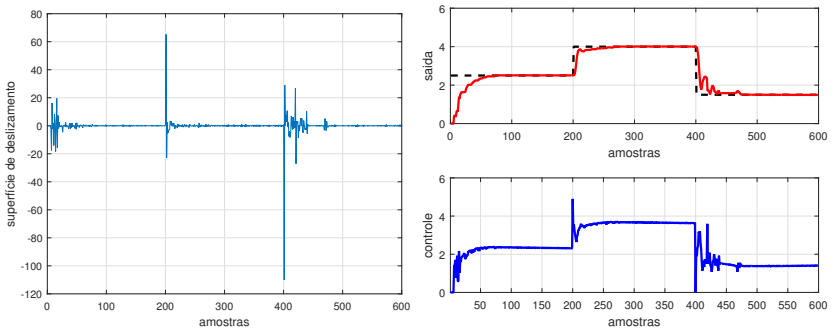


Tabela 25 – Parâmetros de sintonia dos controladores para o processo PAM.

	$\lambda$	$N_y$	$\varepsilon$	$\sigma$
SMC-GMV	13	-	750	0.45
SMC-LRPC	13	1	750	0.45



(a) SMC-GMV



(b) SMC-LRPC

Figura 23 – Sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação para o PAM.

menor tempo de resposta, atendo as especificações de projeto. Além disso, o controlador com horizonte de saída estendido consegue rastrear melhor o sinal de referência, mas em contrapartida apresenta um maior esforço de controle quando comparado ao SMC-GMV, Figura 23(a). Outro ponto a ser verificado é o comportamento das superfícies de

deslizamento, observa-se que o controlador SMC-LRPC, Figura 23(b), apresenta uma grande magnitude quando comparado a superfície do SMC-GMV. As superfícies de deslizamento dos controladores não estão na mesma escala de amplitude, o objetivo é observar a ação de  $s(k)$  do SMC-GMV, o que não seria possível caso estivessem a mesma grandeza. Os resultados apresentados pelas superfícies se reflete em suas respectivas ações de controle.

Os resultados de simulação foram avaliados também através de índices de desempenho com o intuito de mostrar as vantagens e desvantagens de cada controlador aplicados a esse processo. A tabela Tabela 26 comprova o desempenho dinâmico mostrado por cada controlador. Como mencionado anteriormente, o SMC-LRPC apresenta melhor rastreamento de referência, ou seja, possui um menor ITAE. Em contrapartida, o controlador SMC-GMV apresenta menor esforço de controle (TVC), pela menor amplitude da superfície de deslizamento.

Tabela 26 – Índice de desempenho dos controladores para o processo PAM.

	ITAE	TVC
SMC-GMV	1.0860	1.0079
SMC-LRPC	0.8179	6.0216

## 4.8 CONCLUSÃO

Esse capítulo foi baseado no controlador preditivo de horizonte estendido, denominado LRPC. Ele apresentou uma função custo dependente de um erro antecipativo ( $e(k + N_y)$ ), no qual  $N_y$  representa o horizonte de predição e um sinal de controle ponderado ( $\lambda \Delta u(k)$ ), sendo  $\lambda$  o fator de ponderação). Aplicando série de Taylor sobre  $e(k + N_y)$ , fazendo algumas manipulações e otimizando a função custo chega-se a uma lei de controle com sinal de referência preditiva. O horizonte de predição além de dar um caráter antecipativo ao controlador acaba influenciando diretamente os parâmetros de sintonia do controlador. Através de uma simulação numérica foi possível observar factibilidade desse proposta além de verificar seu comportamento dinâmico. Desta forma, concluiu-se que aumentando o horizonte de predição o sistema atenua o esforço de controle, mas em contrapartida aumenta o tempo de resposta. Além disso, índices de desempenho presentes na literatura foram utilizados para calcular as grandezas do comportamento

dinâmico do ponto de vista servo e regulatório.

Uma segunda proposta foi apresentada com o objetivo de mostrar a viabilidade em utilizar os parâmetros de ajuste do GMV-LRPC para sintonizar os ganhos do controlador PID, denominado GMV-LRPC-PID. Essa ideia de hibridização é uma das propostas presentes na dissertação. A utilização do GMV-LRPC-PID se torna interessante do ponto de vista prático, tendo em vista que os controladores PID são os mais empregados em processos industriais devido a sua confiabilidade e simplicidade de implementação. Desta forma, o controlador PID apresentará as mesmas características dinâmicas do GMV-LRPC. Uma simulação numérica foi utilizada para ilustrar a factibilidade de implantação do controlador GMV-LRPC-PID e índices de desempenho foram aplicados para quantificar esses resultados do ponto de vista servo.

Uma terceira proposta foi apresentada, onde aplicou-se a ideia de Hedjar (2014) para estender o projeto do controlador por modos deslizante (SMC) com horizonte de saída preditiva, denominado SMC-LRPC. Essa proposta é uma das contribuições presentes nesse trabalho. A partir dessa superfície preditiva, chega-se a uma lei de controle linear sem a utilização de identidades polinomiais. O erro antecipativo,  $e(k + N_y)$ , é aproximado por equações diferenciais de primeira e segunda ordem aplicando série de Taylor. A parcela não linear é incluída através da técnica de controle por estrutura variável (VSC) apresentada por Corradini e Orlando (1995). Com o objetivo de mostrar sua aplicabilidade, duas simulações numéricas e uma experimental foram utilizadas. O controlador SMC-LRPC foi comparado ao SMC-GMV clássico apresentado por Furuta (1993) e Corradini e Orlando (1995) com o intuito de comprovar sua eficiência. Os resultados de simulação foram quantificados através de índices de desempenho, afim de confrontar seus respectivos comportamentos dinâmico do ponto de vista servo e regulatório. Desta forma, o controlador SMC-LRPC conseguiu atender as especificações de projetos diferentemente do SMC-GMV. Outro ponto importante que foi observado, é a influência de  $N_y$  na atenuação de um ruído, ou seja, aumentado o horizonte de predição o controlador consegue atenuar um ruído branco de média nula e variância próximo a 1(um).



## 5 SMC-LRPC PARA TRATAR SATURAÇÃO DE MALHA E PERTURBAÇÕES PERIÓDICAS

Este capítulo aborda duas técnicas de controle com o objetivo de mostrar soluções alternativas para contornar problemas que envolvam saturação da malha e a presença de sinais periódicos. Esses dois métodos são aplicadas ao controlador por modos deslizantes com horizonte de predição estendido (SMC-LRPC), com o intuito de melhorar seu desempenho. Como mencionado anteriormente, a primeira estratégia está relacionada a saturação de malha (*windup*). Para esse caso, será adotada a estrutura RST com uma realimentação na saturação para evitar que o sinal de controle enviado para a planta esteja fora da região delimitada (linear). A segunda estratégia é utilizada para garantir seguimento de referência e rejeição de perturbação, quando estes sinais apresentam características periódicas. Para garantir o comportamento de malha desejado esses sinais devem ser mitigados da saída. Desta forma, é adicionando um controlador baseado no modelo matemático do processo, responsável por garantir o desempenho desejado.

O capítulo está dividido da seguinte forma: i) introdução sobre *windup* e controle repetitivo; ii) desenvolvimento da técnica *anti-windup* aplicada ao SMC-LRPC; iii) controlador SMC-LRPC com estrutura repetitiva; iv) conclusão. Simulações numéricas comprovam a eficiência das propostas. Índices de desempenho da literatura de controle são aplicados para avaliar os comportamentos dinâmicos servo e regulatório de malha fechada.

### 5.1 INTRODUÇÃO

O controle por modos deslizante é um tipo específico do controle de estrutura variável. O SMC é uma técnica de controle robusta não linear aplicada com sucesso em processos lineares e não lineares, garantindo uma rápida resposta transitória e robustez na presença de incertezas e distúrbios. O primeiro passo para desenvolver o controle SMC é projetar uma superfície de deslizamento. Em seguida, deve-se determinar uma lei de controle descontínua responsável por conduzir os estados do sistema até o ponto de operação desejado e forçá-la a permanecer sobre ela na presença de incertezas e perturbações (MITREVSKA et al., 2016).

Os controladores SMC apresentam duas propriedades importan-

tes. A primeira refere-se ao comportamento dinâmico do sistema que pode ser adaptado através da função de chaveamento e, a segunda está relacionada com a resposta de malha fechada, gerando um desempenho totalmente insensível a uma determinada classe de incerteza (LIU; WANG, 2012).

Todos os sistemas físicos estão sujeitos à saturação de malha (*windup*). Quando isso ocorre, o sinal de controle não condiz com o valor apropriado para o processo a ser controlado. Caso o projeto do controlador não leve em consideração a saturação do sinal de controle, o comportamento dinâmico de malha fechada pode apresentar características indesejadas como: sobressinal, aumento do tempo de resposta ou até mesmo tornar o sistema realimentado instável (VISIOLI, 2006; YOKOYAMA; KIM; TSUCHIYA, 2010).

Na literatura de controle existem diversas estratégias que tratam saturação de malha (*anti-windup*). O método mais conhecido é o *back-calculation*, no qual a parcela integral do controlador Proporcional-Integral-Derivativo é recalculado quando o atuador sofre saturação. A técnica *anti-windup* pode ser aplicada a sistemas não lineares, incluindo o controle por modos deslizantes, com o objetivo de melhorar seu comportamento dinâmico. Diversos pesquisadores continuam estudando diferentes formas de tratar o problema da saturação de malha para o controlador SMC, como os trabalhos apresentado por Fišer e Šulc (2001), Yokoyama, Kim e Tsuchiya (2010), Septanto, Syaichu-Rohman e Mahayana (2011), Zaafour, Sellami e Garcia (2013) e Precup, Tomescu e Petriu (2015).

Além das questões que envolvem saturação de malha, todos os sistemas físicos encontram-se suscetíveis a presença de sinais periódicos. Quando o processo é submetido a uma entrada e/ou perturbação do tipo degrau por exemplo, um controlador com característica incremental garante seguimento de referência (servo) e rejeição de perturbação de carga (regulatório). No entanto, quando esse processo está sujeito a um sinal periódico na entrada e/ou na perturbação, é necessário utilizar a técnica de controle repetitivo (*Repetitive Control-RC*) para garantir comportamento servo e/ou regulatório, respectivamente.

O controle repetitivo é um método desenvolvido por Inoue et al. (1981) na década de 80. Esta técnica de controle está baseada no princípio do modelo interno (*Internal Model Principle-IMP*) proposto por Francis e Wonham (1975), sendo usada especificamente para lidar com sinais periódicos. O RC é aplicado em unidades de disco rígido, manipuladores robóticos, motores de indução, entre outros (MITREVSKA et al., 2016).

Com o objetivo de melhorar a robustez e o desempenho de rastreamento na presença de incertezas, bem como uma rápida resposta dinâmica, o controlador RC é geralmente integrado com estratégias de controle não lineares (MITREVSKA et al., 2016). Desta forma, o controlador RC pode ser aplicado ao SMC, denominado SMC-RC. O estudo do SMC-RC vem recebendo importante atenção da comunidade que trabalha com controle nos últimos anos (YAN; LIN, 2002; SUN; WANG; WANG, 2005; PATETE; FURUTA; TOMIZUKA, 2006; LI et al., 2007; SUN et al., 2012; DEHRI; LTAIEF; NOURI, 2012; MITREVSKA et al., 2016).

## 5.2 CONTROLADOR SMC-LRPC *ANTI-WINDUP*

Esta seção tem como objetivo mostrar uma forma alternativa para tratar a saturação de malha. A malha de controle é representada na forma RST, no domínio do tempo discreto, e aplicada ao controlador por modos deslizantes com horizonte de predição estendido (SMC-LRPC). Desse modo, o tempo em que o sinal de controle fica na saturação é reduzido. Uma simulação numérica é utilizada para mostrar a viabilidade de aplicação. Essa seção é uma contribuição da dissertação.

Para o desenvolvimento dessa proposta é feita uma breve revisão do projeto SMC-LRPC e, em seguida é mostrado a estrutura RST para tratar saturação de malha aplicado a este controlador. A superfície de deslizamento do SMC-LRPC é escrita em função do erro avançado de  $N_y$  unidades e do sinal de controle

$$s(k + N_y) = e(k + N_y) + \lambda \Delta u(k) \quad (5.1)$$

sendo  $N_y$  o horizonte de predição estendido,  $e(k + N_y)$  o sinal de erro preditivo,  $\Delta = (1 - q^{-1})$  o operador integral,  $u$  o sinal de controle e  $\lambda$  uma ponderação escolhida pelo operador. O termo  $e(k + N_y)$  é aproximado aplicando a série de Taylor de segunda ordem, isto é,

$$e(k + N_y) = e(k) + N_y \dot{e}(k) + \frac{N_y^2}{2} \ddot{e}(k) \quad (5.2)$$

A derivada de primeira e segunda ordem são aproximadas aplicando diferença finita central, onde resulta

$$e(k + N_y) = \beta_0 e(k + 1) + \beta_1 e(k) + \beta_2 e(k - 1) \quad (5.3)$$

no qual os termos  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  apresentam as seguintes relações:

$$\beta_0 = \frac{N_y}{2T_s} + \frac{N_y^2}{2T_s^2} = \alpha_0 + \alpha_1$$

$$\beta_1 = 1 - 2\frac{N_y^2}{2T_s^2} = 1 - 2\alpha_1$$

$$\beta_2 = \frac{N_y^2}{2T_s^2} - \frac{N_y}{2T_s} = \alpha_1 + \alpha_0$$

sendo  $T_s$  o período de amostragem. Substituindo a equação (5.3) em (5.1), obtém-se

$$s(k + N_y) = \beta_0 e(k + 1) + \beta_1 e(k) + \beta_2 e(k - 1) + \lambda \Delta u(k) \quad (5.4)$$

no qual o sinal do erro não está em função do horizonte de saída. No entanto, os valores de  $e(k + 1)$  não estão disponíveis no instante  $k$ . Uma solução para contornar esse problema é utilizar o modelo do processo. Portanto, considere o modelo CARI,

$$A(q^{-1})\Delta y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Delta u(k) \quad (5.5)$$

sendo  $d$  o atraso de transporte e os polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  descrevem os polinômios dos polos e zeros de malha aberta. Adotando um modelo de segunda ordem sem atraso de transporte,  $d = 1$ , e substituindo a equação (5.5) na superfície de deslizamento, equação (5.4), após algumas manipulações, obtém-se

$$s(k + N_y) = \beta_0 [y(k + 1) - r(k + 1)] + \beta_1 [y(k) - r(k)] + \beta_2 [y(k - 1) - r(k - 1)] + \lambda \Delta u(k)$$



$$\begin{aligned}
s(k + N_y) &= \beta_0[-\bar{a}_1 y(k) - \bar{a}_2 y(k-1) - \bar{a}_3 y(k-2) + b_0 \Delta u(k) + \\
&\quad b_1 \Delta u(k-1) - r(k+1)] + \beta_1 [y(k) - r(k)] + \\
&\quad \beta_2 [y(k-1) - r(k-1)] + \lambda \Delta u(k) \\
s(k + N_y) &= R(q^{-1})\Delta u(k) - T(q^{-1})r(k) + S(q^{-1})y(k)
\end{aligned} \tag{5.6}$$

e os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  apresentam a seguinte relação

$$\begin{aligned}
R(q^{-1}) &= (\beta_0 b_0 + \lambda) + (\beta_0 b_1)q^{-1} \\
S(q^{-1}) &= (\beta_1 - \beta_0 \bar{a}_1) + (\beta_2 - \beta_0 \bar{a}_2)q^{-1} + (-\beta_0 \bar{a}_3)q^{-2} \\
T(q^{-1}) &= \beta_0 q^1 + \beta_1 + \beta_2 q^{-1}
\end{aligned}$$

O objetivo é  $s(k + N_y)$  alcançar a superfície de deslizamento e permanecer sobre ela. Para garantir tal condição é necessário definir uma lei de controle que assegure essa convergência. Portanto, minimizando  $s(k + N_y)$ , equação (5.6), obtém-se

$$R(q^{-1})\Delta u(k) = T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k) \tag{5.7}$$

A parcela não linear é inserida na lei de controle, equação (5.7), aplicando a técnica de controle VSC. O termo não linear chaveado adotado foi proposto por Corradini e Orlando (1995), como demonstrado no **Lema 2.2.2** do capítulo 2. O diagrama de blocos da Figura 24 representa a estrutura do controlador digital RST na forma incremental, equação (5.6).

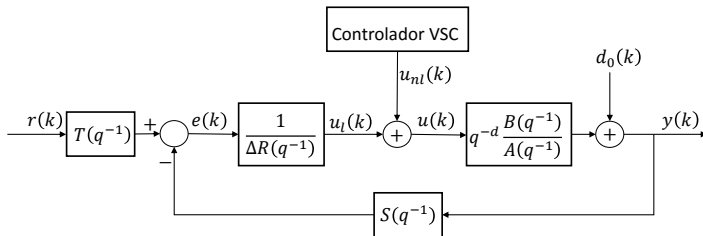


Figura 24 – Estrutura do controlador digital incremental na forma RST.

A função de transferência de malha fechada da parcela linear do controlador, equação (5.7), está baseado na Figura 24 e apresenta a seguinte estrutura:

$$y(k) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})T(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})}r(k) + \frac{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta R(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})S(q^{-1})}d_0(k) \quad (5.8)$$

A condição de *offset-free* para rastreamento de referência (servo) na forma degrau é garantida quando  $S(1) = T(1)$ , o qual é assegurado pela equação (5.8). Além disso, a rejeição de perturbação (regulatório) de carga na saída,  $d_0(k)$ , é garantida e comprovada através da equação (5.8).

Quando ocorre uma mudança de referência, o sinal de controle pode atingir o limite do atuador durante a resposta transitória. Neste caso, o sistema funciona como se estivesse em malha aberta, uma vez que o atuador está no seu limite máximo ou mínimo, independente do sinal de saída (VISIOLI, 2006). Uma forma alternativa para minimizar o efeito da saturação na malha de controle, foi abordada por Middleton (1996), para o caso de um sistema contínuo controlado por um Proporcional-Integral (PI) analógico. Sua proposta, trata-se de uma realimentação de saturação com o objetivo de evitar que o sinal de controle enviado para a planta permaneça um longo período de tempo sobre a região de saturação.

Assim, o projeto do controlador SMC-LRPC apresentado trata na dissertação a saturação de malha. Para lidar com as restrições do sinal de controle, a técnica apresentada por Middleton (1996) é adaptada à estrutura de controle RST incremental no domínio do tempo discreto. A partir da equação (5.7) pode-se reescrever a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} -R(q^{-1})\Delta u(k) + T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k) &= 0 \\ E_{aw}(q^{-1})u(k) - R(q^{-1})\Delta u(k) + T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k) &= \\ &E_{aw}(q^{-1})u(k) \end{aligned} \quad (5.9)$$

desta forma, o sinal de controle passa a ser calculado como

$$u(k) = - \left[ \frac{\Delta R(q^{-1}) - E_{aw}(q^{-1})}{E_{aw}(q^{-1})} \right] u(k) + \frac{T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k)}{E_{aw}(q^{-1})} \quad (5.10)$$

O polinômio  $E_{aw}(q^{-1})$  pode, em princípio, ser qualquer polinômio mônico, estável de grau  $n$ . Segundo Middleton (1996), uma estratégia de sintonia do polinômio  $E_{aw}(q^{-1})$  é escolher um polo que seja mais rápido que o polo mais rápido do modelo de malha aberta. Portanto, o polinômio  $E_{aw}(q^{-1})$  deve ser determinado pelo projetista para cada aplicação e, nesse caso, sendo selecionado por uma equação a diferenças, por exemplo, de primeira ordem do tipo

$$E_{aw}(q^{-1}) = (1 - \beta q^{-1}) \quad (5.11)$$

O diagrama de blocos resultante do sistema de controle de malha fechada, é implementado a partir da equação (5.9) e adaptado a lei de controle linear do controlador SMC-LRPC, sendo mostrado na Figura 25.

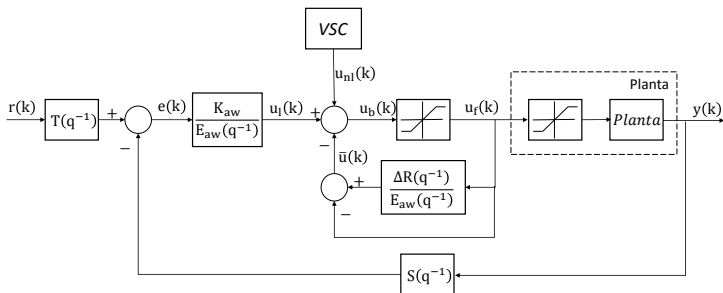


Figura 25 – Estrutura do controlador digital incremental na forma RST para tratar saturação de malha.

Baseado na Figura 25, observa-se que o sinal de controle aplicado na planta é representado por  $u_f(k)$ , sendo este sinal calculado pelo controlador da saturação virtual. Os limites superior e inferior que caracterizam a saturação virtual pode ser escolhido igual ou diferente dos limites que representam o saturador real do processo. A partir da Figura 25 os sinais  $u_b(k)$ ,  $u(k)$  e  $\bar{u}(k)$  são dados respectivamente por

$$u_b(k) = u(k) - \bar{u}(k) + s(k) + v(k) \quad (5.12)$$

$$u(k) = \frac{k_{aw}}{E_{aw}(q^{-1})} [T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k)] \quad (5.13)$$

$$\bar{u}(k) = \frac{\Delta R(q^{-1})}{E_{aw}(q^{-1})} u_f(k) - u_f(k) \quad (5.14)$$

Por fim, substituindo as equações (5.13) e (5.14) em (5.12), obtém-se  $u_b(k)$ . Em seguida, esse sinal passa através da saturação virtual convertendo-se no sinal de controle  $u_f(k)$  que é aplicado na planta controlada.

### 5.3 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção apresenta-se uma simulação numérica para comparar o desempenho do controlador SMC-LRPC com e sem a presença da saturação de malha de controle. Desta forma, verifica-se a influência da malha de saturação sobre o processo.

#### 5.3.1 Sistema numérico controlado: Tanque acoplado

Neste estudo de caso, a simulação numérica está baseado em um processo não linear representado por dois tanques acoplados. As características desse sistema está presente no Apêndice F. O objetivo é avaliar o comportamento do controlador SMC-LRPC com e sem a malha de saturação quando o sistema atinge seus limites máximo e mínimo.

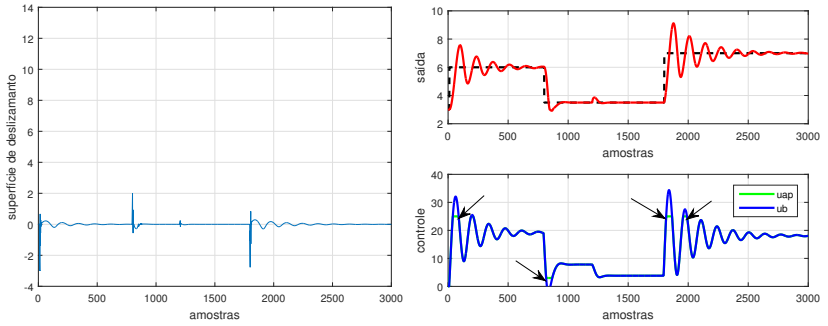
O processo trabalha nos seguintes níveis:  $r(1 : 800) = 6 \text{ cm}$ ,  $r(801 : 1800) = 3.5 \text{ cm}$  e  $r(1801 : 3000) = 7 \text{ cm}$ . Uma perturbação de carga com magnitude  $4 \text{ cm}^3/\text{s}$  é inserida na amostra 1200. O objetivo é garantir seguimento de referência, rejeição de perturbação e menor tempo de resposta.

Para atender as especificações de malha fechada, os parâmetros dos controladores são sintonizados com os valores presentes na Tabela 27. Essas medidas foram escolhidas a partir de diversas simulações.

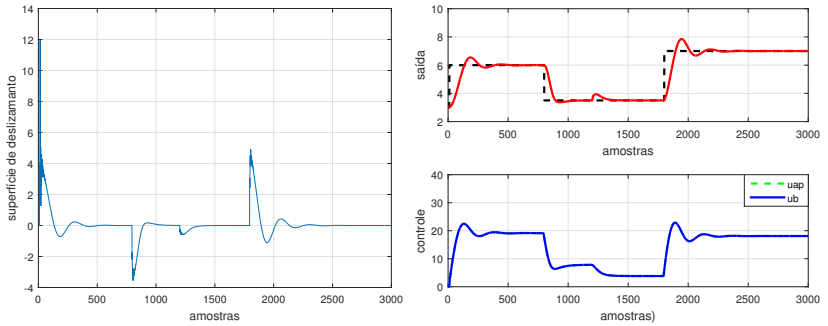
A Figura 26 mostra a resposta de malha fechada do sistema. Observa-se que o controlador sem saturação de malha, Figura 26(a), apresenta comportamento oscilatório em determinados pontos de operação e maior tempo de resposta, além de saturar a ação de controle, diferentemente do controlador com *anti-windup*, Figura 26(b). As flechas

Tabela 27 – Sintonia do controlador SMC-LRPC com e sem a malha de saturação.

	$\lambda$	$N_y$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\beta$	$K_{aw}$
SMC-LRPC sem anti- <i>windup</i>	3	5	750	0.45	-	-
SMC-LRPC com anti- <i>windup</i>	3	5	750	0.45	0.875	0.1



(a) SMC-LRPC sem anti-*windup*



(b) SMC-LRPC com anti-*windup*

Figura 26 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência e rejeição de perturbação do tanque acoplado com e sem anti-*windup*.

presentes na Figura 26(a) indicam os pontos onde ocorreu saturação. Ambos os controladores asseguram rejeição da perturbação. As superfícies de deslizamento retratam o comportamento apresentado através

do sinal de saída, e verifica-se na Figura 26(b) que a magnitude da superfície é maior, isso ocorre para garantir o menor tempo de resposta.

Os resultados de simulação presentes na Figura 26 são quantificados através de índices de desempenho e, assim, pode-se comparar o rendimento do controlador SMC-LRPC com e sem a malha de saturação. A Tabela 28 apresenta esses resultados.

Tabela 28 – Índice de desempenhos do controlador SMC-LRPC com e sem anti-*windup*.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-LRPC sem saturação	1.2222	0.0103	0.2057
SMC-LRPC com saturação	0.9724	0.0256	0.0521

Baseado nos resultados da Tabela 28 verifica-se que o controlador SMC-LRPC com a técnica anti-*windup* garante melhor seguimento de referência, como pode ser observado através do índice ITAE, além de garantir menor esforço de controle, sendo este sinal calculado pelo termo TVC.

#### 5.4 CONTROLADOR SMC-LRPC IMPLEMENTADO NA ESTRUTURA DE CONTROLE REPETITIVO

Esta seção tem como objetivo apresentar uma forma alternativa para tratar seguimento de referência e rejeição de perturbação, ambos com sinais periódicos. O controle repetitivo é uma técnica baseada no princípio do modelo interno, responsável por representar o modelo do sinal periódico (RAMOS; COSTA-CASTELLÓ; OLM, 2013). O controle repetitivo foi proposto por Inoue et al. (1981) e, desde então, diversas pesquisas vem sendo desenvolvidas no tratamento destes sistemas de controle (PATETE; FURUTA; TOMIZUKA, 2006; OTT et al., 2009; SUN et al., 2012; CHUEI; CAO; MAN, 2016).

Normalmente o projeto do RC está baseado no conhecimento do período constante  $T_p$  para os sinais a serem rastreados ou rejeitados, escolhendo um período de amostragem adequado,  $T_s$ . O produto  $N = T_p/T_s \in \mathbb{N}$ , é inserido na estrutura do algoritmo de controle, em diferentes abordagens de projeto (RAMOS; COSTA-CASTELLÓ; OLM, 2013). No entanto, pequenas alterações na frequência dos sinais de referência ou dos sinais a serem rejeitados podem gerar um baixo ren-

dimento do controlador repetitivo (STEINBUCH, 2002).

De acordo com o IMP, é necessário incluir um gerador periódico na malha de controle, para que o rastreamento e/ou rejeição de qualquer sinal periódico com período  $T_p$  possa ocorrer. Assim, a função de transferência no domínio do tempo contínuo do gerador de sinais é definido na literatura como

$$G_r(s) = \frac{1}{1 - e^{-sT_p}} \quad (5.15)$$

no qual a parcela  $e^{-sT_p}$  pode ser interpretada como uma realimentação positiva, com atraso  $T_p$ , na malha de controle. O diagrama de blocos da Figura 25 mostra a estrutura básica do controlador repetitivo.

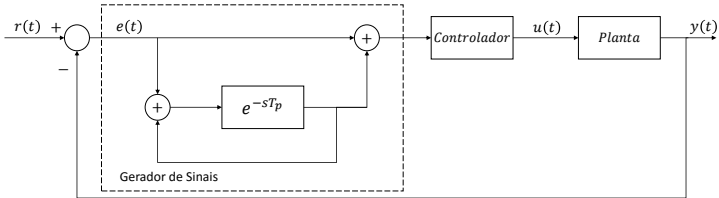


Figura 27 – Diagrama de blocos da estrutura básica do controle repetitivo.

Para sistemas no domínio do tempo discreto, quando o período do sinal  $T_p$  é múltiplo do período de amostragem do sistema, o valor da amostra é sustentado por  $N$  vezes e a parcela  $e^{-sT_p}$ , pode ser representada por  $q^{-N} = e^{-sT_p}$ , desta forma, a função de transferência no domínio do tempo discreto do gerador de sinais é dado por (RAMOS; COSTA-CASTELLÓ; OLM, 2013)

$$\bar{G}_r(q^{-N}) = \frac{1}{1 - q^{-N}} = \frac{1}{\Delta^N} \quad (5.16)$$

Os controladores repetitivos são compostos por dois elementos: o modelo interno (*Internal Model-IM*),  $\bar{G}_r(q^{-N})$ , e o controlador estabilizante,  $G_x(q^{-1})$ . O IM é responsável por garantir erro nulo em regime permanente, enquanto  $G_x(q^{-1})$  assegura estabilidade de malha fechada. Embora o IM e  $G_x(q^{-1})$  possam ser empregados de maneiras diferentes, a maioria dos controladores são implementados na forma

*plug-in* (RAMOS; COSTA-CASTELLÓ; OLM, 2013), como apresentado na Figura 26.

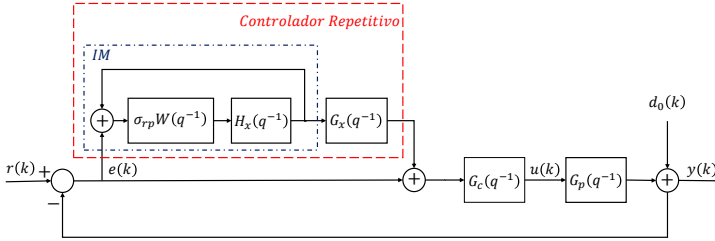


Figura 28 – Diagrama de blocos da estrutura básica do controle repetitivo.

A partir da Figura 26 observa-se que o IM é composto por uma função  $W(q^{-1})$ , responsável por assegurar *offset-free* para sinais periódicos caso o sistema de malha fechada seja estável,  $\sigma_{rp}$  é um número real entre -1 e 1 e  $H_x(q^{-1})$  representa um filtro passa-baixa de fase nula com resposta ao impulso infinito (RAMOS; COSTA-CASTELLÓ; OLM, 2013). Nesta dissertação, os termos que compõe IM são escolhidos como:  $\sigma_{rp} = 1$ ,  $H_x(q^{-1}) = 1$ ,  $G_x(q^{-1}) = 1$  e  $W(q^{-1}) = q^{-N}$  (sem perda de generalidade).

O projeto do controlador repetitivo pode ser combinado com o controle por modos deslizantes, e algumas pesquisas vem sendo desenvolvidas ao longo dos últimos anos (SUN; ZHOU; WANG, 2002; PATETE; FURUTA; TOMIZUKA, 2006; YAN et al., 2013; AL-CIHANIMI et al., 2016).

A proposta desta dissertação está baseado no projeto apresentado por Patete, Furuta e Tomizuka (2006), no qual se empregou a estrutura *plug-in*, Figura 26. Portanto, a superfície de deslizamento, equação (5.1), é reescrita como

$$s(k + N_y) = e(k + N_y) + \lambda \Delta^N u_{rp}(k) \quad (5.17)$$

com  $s(k + N_y)$  representando a superfície de deslizamento com horizonte estendido,  $erro(k + N_y)$  expressa o erro entre o sinal de saída e a referência,  $u_{rp}(k)$  denota o sinal de controle,  $\Delta^N$  descreve o gerador de sinal e  $\lambda$  é um parâmetro escolhido pelo projetista. O erro presente na equação (5.17) pode ser aproximado por equações diferenciais aplicando a série de Taylor, equação (5.2), desta forma obtém-se



$$s(k + N_y) = \beta_0 e(k + 1) + \beta_1 e(k) + \beta_2 e(k - 1) + \lambda \Delta^N u_{rp}(k) \quad (5.18)$$

no qual os termos  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$  apresentam as seguintes relações:

$$\beta_0 = \frac{N_y}{2T_s} + \frac{N_y^2}{2T_s^2} = \alpha_0 + \alpha_1$$

$$\beta_1 = 1 - 2\frac{N_y^2}{2T_s^2} = 1 - 2\alpha_1$$

$$\beta_2 = \frac{N_y^2}{2T_s^2} - \frac{N_y}{2T_s} = \alpha_1 + \alpha_0$$

sendo  $T_s$  o período de amostragem. Caso o erro da equação (5.18) seja expandido através da diferença entre o sinal de saída e referência, tem-se

$$s(k + N_y) = \beta_0 [y(k + 1) - r(k + 1)] + \beta_1 [y(k) - r(k)] + \beta_2 [y(k - 1) - r(k - 1)] + \lambda \Delta^N u_{rp}(k) \quad (5.19)$$

com o sinal de saída avançado em uma unidade e este valor não está presente no instante  $k$ . O termo  $y(k + 1)$  pode ser aproximado por meio do modelo discreto do processo inserindo o sinal periódico,  $\Delta^N$ . Adotando um modelo de segunda ordem sem atraso de transporte ( $d = 1$ ), obtém-se

$$A(q^{-1})\Delta^N y(k) = q^{-1}B(q^{-1})\Delta^N u_{rp}(k)$$

$$y(k + 1) = -a_1 y(k) - a_2 y(k - 1) + y(k + 1 - N) + a_1 y(k - N) + a_2 y(k - N - 1) + b_0 \Delta^N u_{rp}(k) + b_1 \Delta^N u_{rp}(k - 1) \quad (5.20)$$

Substituindo a equação (5.20) em (5.19) tem-se uma superfície de deslizamento sem sinais de saída avançado no tempo. Essa relação é escrita na forma RST e dada por

$$s(k + N_y) = R(q^{-1})\Delta^N u_{rp}(k) - T(q^{-1})r(k) + S(q^{-1})y(k) \quad (5.21)$$

Os termos que representam os polinômios  $R(q^{-1})$ ,  $S(q^{-1})$  e  $T(q^{-1})$  são formados através das seguintes relações

$$\begin{aligned} R(q^{-1}) &= (\beta_0 b_0 + \lambda) + (\beta_0 b_1)q^{-1} \\ S(q^{-1}) &= (\beta_1 - \beta_0 \bar{a}_1) + (\beta_2 - \beta_0 \bar{a}_2)q^{-1} + \beta_1 q^{1-N} + \beta_0 \bar{a}_1 q^{-N} + \\ &\quad \beta_0 \bar{a}_2 q^{-1-N} \\ T(q^{-1}) &= \beta_0 q^1 + \beta_1 + \beta_2 q^{-1} \end{aligned}$$

Para  $s(k+N_y)$  alcançar a superfície de deslizamento é necessário determinar uma lei de controle que garanta essa condição. Portanto, minimizando a equação (5.21) obtém-se

$$R(q^{-1})\Delta^N u_{rp}(k) = T(q^{-1})r(k) - S(q^{-1})y(k) \quad (5.22)$$

A parcela não linear é inserido aplicando a técnica de controle VSC, como mostrada no **Lema 2.2.2** do capítulo 2. A partir da equação (5.22), chega-se a uma lei de controle que garante seguimento de referência e/ou rejeição de carga, ambos com sinais periódicos. A Figura 27 mostra o diagrama de blocos na forma *plug-in* combinado com a estrutura RST da equação (5.22).

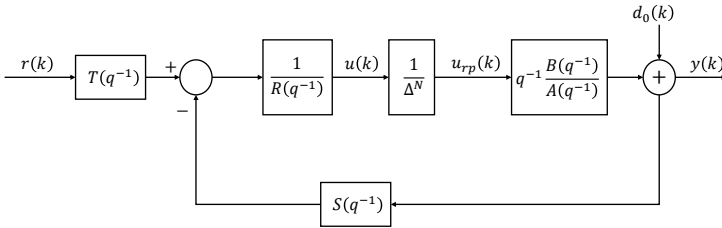


Figura 29 – Diagrama de blocos da estrutura *plug-in* combinado com a estrutura RST.

## 5.5 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Nesta seção é apresentado um estudo de caso numérico, no qual o objetivo é mostrar o desempenho do controlador SMC-LRPC para tratar perturbações de carga periódica empregando a estrutura *plug-*

*in*. Para observar o efeito da malha *plug-in*, é feita uma comparação utilizando o controlador SMC-LRPC com e sem essa estrutura.

### 5.5.1 Sistema numérico controlado: Motor+Taco-Gerador

Com o objetivo de analisar o comportamento dinâmico do controlador SMC-LRPC e verificar seu desempenho para garantir o seguimento de referência e rejeição de perturbação ambos na forma de sinais periódicos é feita uma simulação numérica utilizando o MTG. As características deste processo é mostrado no Apêndice C.

O objetivo de malha fechada é garantir *offset-free*. Para alcançar esse desempenho o controlador foi sintonizado com  $\lambda = 0.2$ ,  $N_y = 2$ ,  $\sigma = 1000$  e  $\varepsilon = 0.475$ . É importante ressaltar que esses valores encontradas foram obtidas a partir de várias simulações, com a finalidade de atender o objetivo de projeto.

Na primeira simulação, Figura 28, observa-se o desempenho dos controladores para garantir seguimento de referência na forma degrau e rejeição de uma perturbação senoidal. Para esse projeto foram escolhidos os pontos de operação:  $r(1 : 120) = 0$  e  $r(121 : 4000) = 4$ . Na amostra 800 é inserida uma perturbação senoidal de amplitude  $\pm 0.2 V$ , com período  $T_p = 12 s$  e largura do sinal periódico de  $N = T_p/T_s = 120$ .

Baseado na resposta apresentada pela Figura 28(b), verifica-se que o controlar SMC-LRPC com a malha *plug-in* garante seguimento de referência e rejeição da perturbação periódica, diferentemente do desempenho apresentado pelo controlador SMC-LRPC sem a malha *plug-in*, Figura 28(a), que não elimina o sinal periódico produzido pelo gerador de sinais. As superfícies de deslizamento dos controlares retratam seus respectivos comportamentos dinâmicos. Para quantificar os resultados obtidos, Figura 28, índices de desempenho conhecidos da literatura são empregados e mostrados na Tabela 29.

Tabela 29 – Índices de desempenho dos controladores para o processo MTG.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-LRPC sem malha <i>plug-in</i>	3.6740	27.2853	2.3290
SMC-LRPC com malha <i>plug-in</i>	3.4934	16.9160	76.6872

A partir dos valores medidos, Tabela 29, observa-se que o SMC-LRPC com a malha *plug-in* apresenta grande esforço de controle (TVC), para assegurar a rejeição da perturbação e atender as especificações de

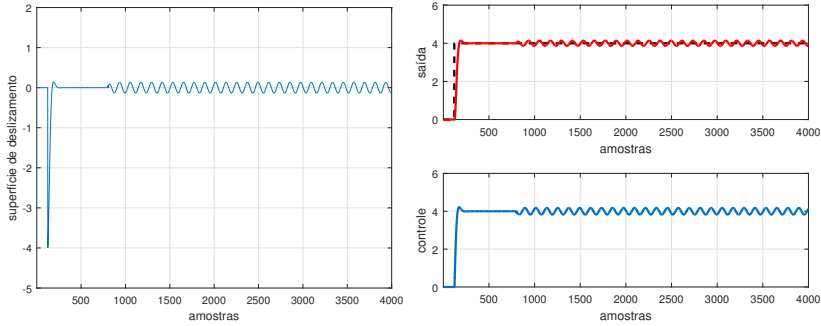
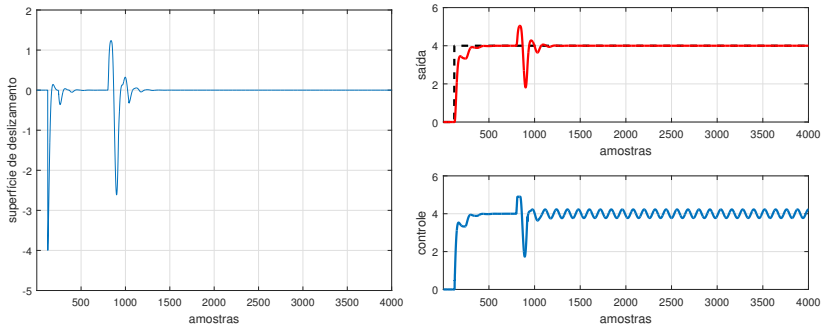
(a) SMC-LRPC sem malha *plug-in*(b) SMC-LRPC com malha *plug-in*

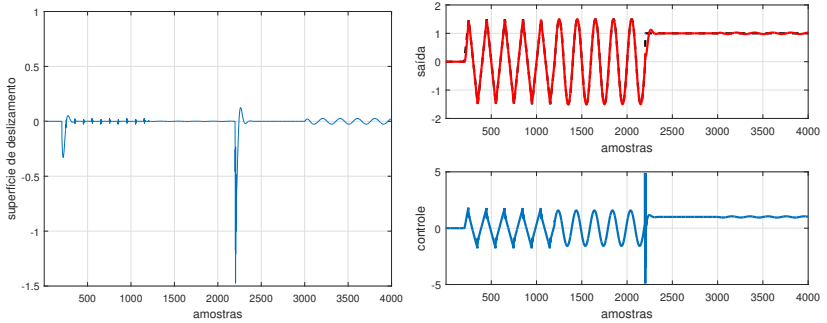
Figura 30 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de referência degrau e rejeição de perturbação senoidal do processo MTG.

malha fechada. Além disso, o controlador com a estrutura *plug-in* garante melhor seguimento de referência (ITAE) e rejeição da perturbação (IAE).

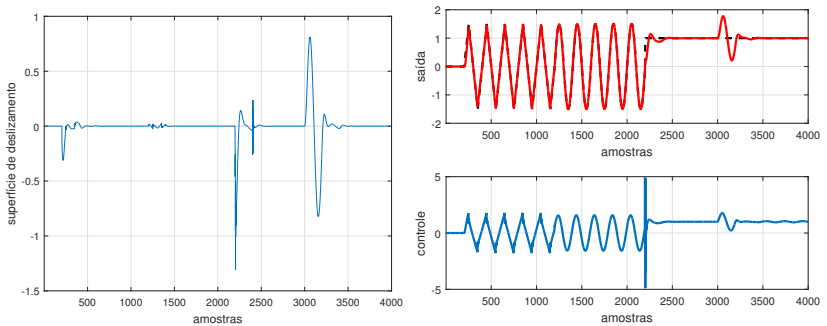
Uma segunda simulação numérica é realizada sobre o processo MTG para analisar o comportamento dinâmico do sistema para diferentes formas de referência (triangular, senoidal e degrau), além de inserir uma perturbação periódica com  $\pm 0,05$  V de magnitude, aplicada na saída do sistema na amostra 3000. O MTG é avaliado nos seguintes pontos de operação:  $r(1 : 200) = 0$ ,  $r(201 : 1200) = \textit{triangular}$ ,  $r(1201 : 2200) = \textit{senoidal}$  e  $r(2201 : 4000) = 1$ . Os sinais periódicos apresentam amplitudes de  $\pm 1.5$  V.

Com o objetivo de garantir seguimento de referência e rejeição da

perturbação, o controlador SMC-LRPC foi sintonizado com  $\lambda = 0.05$ ,  $N_y = 3$ ,  $\sigma = 700$  e  $\varepsilon = 975$ . A Figura 29 exibe o comportamento dinâmico do sistema com base nesses parâmetros de sintonia.



(a) SMC-LRPC sem a malha *plug-in*



(b) SMC-LRPC com a malha *plug-in*

Figura 31 – Evolução da superfície de deslizamento juntamente com os sinais de saída e controle para seguimento de diferentes formas de referência e perturbação senoidal para o processo MTG.

Observa-se na Figura 29 que o controlador SMC-LRPC com e sem malha *plug-in* garantem comportamento servo (seguimento de referência) para entradas periódicas e degrau até a introdução da perturbação senoidal na amostra 3000. Nesse momento, apenas o controlador SMC-LRPC com a malha *plug-in* garante rejeição da perturbação periódica.

O rendimento dos controladores são mensurados através de índices de desempenho e são mostrados na Tabela 30. Desta forma, é possível quantificar a eficiência do processo de malha fechada, Figura 29.

Os índices utilizados calculam o erro total do sistema (ITAE), o erro gerado através da perturbação (IAE) e o esforço da ação de controle (TVC).

Tabela 30 – Índices de desempenho dos controladores para diferentes formas de referência e com perturbação periódica no processo MTG.

	ITAE	IAE	TVC
SMC-LRPC sem malha <i>plug-in</i>	0.5753	1.6325	359.3869
SMC-LRPC com malha <i>plug-in</i>	1.6367	10.5880	357.3453

## 5.6 CONCLUSÃO

Este capítulo apresentou duas propostas distintas para lidar com situações que podem ser encontradas em processos reais. O primeiro projeto abordou uma estrutura alternativa para amenizar o efeito da saturação na malha de controle (*anti-windup*). Quando a variável de controle alcança seus limite máximo ou mínimo de operação, ocorre saturação desse sinal e o comportamento dinâmico deteriora-se em relação ao desempenho desejado. Esse fenômeno é conhecido como *windup*. Para contornar esse problema, empregou-se uma realimentação de saturação adaptada a estrutura de controle RST incremental no domínio do tempo discreto, evitando que o sinal de controle enviado a planta esteja fora da região de operação do atuador. Essa estrutura foi implementada ao controlador SMC-LRPC, podendo ser empregada em todos os controladores apresentados nesta dissertação. Uma simulação numérica baseada em um processo não linear comparou o controlar SMC-LRPC com e sem a malha de saturação. Desta forma, confirmou-se a viabilidade de implementação desta proposta. Além disso, índices de desempenho foram aplicados para mensurar o comportamento dinâmico do sistema referente ao seguimento de referência (servo) e rejeição de perturbação (regulatório).

O segundo projeto apresentado têm como objetivo garantir comportamento servo e regulatório quando a planta controlada é submetida a sinais periódicos. Para aprimorar a estabilidade e assegurar um desempenho de malha desejado, aplicou-se a técnica de controle repetitivo (RC) baseada no princípio do modelo interno (IMP), responsável por representar o modelo do sinal periódico. Para utilizar a estratégia RC é necessário conhecer o período do sinal que será inserido no processo. A malha de controle *plug-in* é amplamente utilizada para tratar

sinais periódicos, sendo assim, o controlador SMC-LRPC foi implementado e adaptado com e sem essa estrutura com o objetivo de mostrar sua influência. Uma simulação numérica comprovou a factibilidade de implementação dessa estrutura para garantir comportamento servo e regulatório. Novamente índices de desempenho foram utilizados para mensurar o rendimento do processo controlado.





## 6 CONCLUSÃO

Nesta dissertação buscou-se contribuir com novos algoritmos de projeto dos controladores por modos deslizantes no domínio do tempo discreto, apresentando novas propostas presentes na literatura de controle de processos baseado no controle de variância mínima, mostrando seu formalismo matemático, suas funcionalidade e aplicabilidades através de simulações numéricas e testes experimentais, com o intuito de garantir seguimento de referência, rejeição de perturbação e estabilidade de malha fechada.

Para o projeto do controlador SMC-GMV foi desenvolvido duas alternativas de controle. A primeira proposta é denominada controlador SMC-GMV2DOF, onde um polinômio com dois graus de liberdade (2DOF) é inserido na superfície de deslizamento, tornando-se um filtro na implementação. Além disso, é possível modificar os polos e zeros de malha fechada. A segunda proposta apresentou um SMC-GMV posicional filtrado, nomeado SMC-FPGMV, chegando em uma lei de controle incremental partindo do caso posicional, assegurando *offset-free*. Esse filtro pode ser de primeira ou segunda ordem, filtrando os sinais de saída e referência e calibrando a estabilidade de malha fechada. A parcela não linear dos controladores SMC é implementada utilizando a técnica VSC.

O projeto do SMC-GMV foi estendido para o controlador PID, denominado SMC-PID. Assim, tornou-se possível ajustar os ganhos do PID de forma indireta e direta. Para viabilizar essa ideia, empregou-se a topologia I+PD. Para o caso indireto, foi adotado o modelo do processo para ajustar os ganhos do controlador (*model-dependent*). No método direto, os parâmetros do controlador são atualizados a cada iteração, sem a necessidade de conhecer o modelo do processo. Essa técnica é conhecida como *model-free*. Desta forma, para ambos os casos, as características dinâmicas do SMC-GMV são repassadas para o PID.

Um controlador GMV-LRPC foi apresentado, chegando a uma lei de controle com sinal de referência avançado mas, sem empregar identidades polinomiais. Esse controlador tem comportamento conservativo quando o horizonte de predição é aumentado. Além disso, o GMV-LRPC foi utilizado para sintonizar os ganhos do PID, repassando a ele suas características dinâmicas. Essa abordagem recebeu o nome de GMV-LRPC-PID. Por fim, derivou-se um controlador por modos deslizantes com horizonte de saída preditiva (SMC-LRPC), alcançando uma lei de controle com sinal de referência avançado no tempo sem

utilizar identidades polinomiais.

Por fim, duas malhas de controle foram mostradas, uma para tratamento da saturação no sinal de controle e outra para garantir rejeição de perturbações periódicas. Quando o sinal de controle atinge seus limites de atuação, ocorre uma saturação desse sinal *windup* afetando o comportamento dinâmico do sistema controlado. Nesse sentido, empregou-se uma estrutura de controle RST alternativa para contornar ou amenizar o problema de *windup*. Em seguida, o controlador SMC-LRPC foi avaliado para garantir comportamento servo e regulatório caso haja introdução de sinais periódicos. Diante disso, a topologia do controle repetitivo (RC) foi empregada com o intuito de garantir *offset-free*.

## 6.1 TRABALHOS FUTUROS

Os projetos de controle e os resultados mostrados nesta dissertação apresentaram desempenho satisfatório, atendendo os objetivos que foram propostos. Entretanto, existem diversas adversidades em sistemas realimentados e estratégias de controle que poderiam ser avaliados e empregadas, com o objetivo de melhorar os resultados obtidos. Desta forma, essa seção apresenta algumas indicações e abordagens de continuidade ao estudo, isto é,

- Estender os projetos dos controladores para sistemas multivariáveis (MIMO e MISO);
- Aplicar técnicas que utilizem inteligência computacional para estimar ou calibrar os parâmetros que sintonizam os controladores, em função dos objetivos de malha fechada;
- Desenvolver um novo termo de chaveamento, buscando novas estratégias de controle para obter-se um melhor desempenho;
- Abordar técnicas de robustez para os controladores apresentados, levando em consideração a parcela não linear;
- Aplicar e mensurar o desempenho dos controladores em quantidades maiores de processos numéricos e práticos;
- Estudar e avaliar novas superfícies de deslizamento visando melhorar a lei de controle, com objetivo de garantir um desempenho dinâmico desejado;

## 6.2 CONTRIBUIÇÕES CIENTÍFICAS

- ROSA, G. A.; CALLA, E. D.; ARAÚJO, R. B.; COELHO, A. A. R. Controlador Tipo Estrutura Variável Baseado no Variância Mínima Generalizada. CBA2016 - XXI Congresso Brasileiro de Automática, 2016.
- CALLA, E. D.; ROSA, G. A.; ARAÚJO, R. B.; COELHO, A. A. R. Model Free Adaptive Control under Gradient Method for Estimation of Energy and Pseudo-Partial-Derivative Factors. CBA2016 - XXI Congresso Brasileiro de Automática, 2016.
- CALLA, E. D.; ROSA, G. A.; ARAÚJO, R. B.; COELHO, A. A. R. Model Free Adaptive Control under Sigmoid Function and Newton Method for Estimation of the Pseudo-Partial-Perivative in Non-Linear Systems. INDUSCON2016 - 12th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, 2016.
- ARAÚJO, R. B.; CALLA, E. D.; ROSA, G. A.; COELHO, A. A. R. Adaptive Repetitive Control Design and Filtered Positional GPC Controller for Periodic Disturbance Rejection. CBA2016 - XXI Congresso Brasileiro de Automática, 2016.
- ARAÚJO, R. B.; CALLA, E. D.; ROSA, G. A.; COELHO, A. A. R. Repetitive Generalized Minimum Variance Controller Design for Reference Tracking and Periodic Disturbance Rejection. INDUSCON2016 - 12th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications, 2016.



## REFERÊNCIAS

- AL-CIHANIMI, A. et al. Integrated terminal sliding with enhanced repetitive control for nono-positioning stage. **International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)**, IEEE, p. 271–276, 2016.
- AL-DUWAISH, H.; NAEEM, W. Nonlinear model predictive control of hammerstein and wiener models using genetic algorithms. **IEEE International Conference on Control Applications**, IEEE, p. 465–469, 2001.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. The future of PID control. **Control engineering practice**, Elsevier, v. 9, n. 11, p. 1163–1175, 2001.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **Advanced PID control**. [S.l.]: Instrument Society of America, 2006.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. On self tuning regulators. **Automatica**, Elsevier, v. 9, n. 2, p. 185–199, 1973.
- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive Control**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.
- BARTOSZEWICZ, A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 45, n. 4, p. 633–637, 1998.
- BOBÁL, V. et al. **Digital Self-tuning Controllers: Algorithms, Implementation and Applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. [S.l.]: Springer-Verlag, Second Edition, London, 2007.
- CAMACHO, O.; SMITH, C. A. Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes. **ISA transactions**, Elsevier, v. 39, n. 2, p. 205–218, 2000.
- CAMERON, F.; SEBORG, D. E. A self-tuning controller with a PID structure. **International Journal of Control**, Taylor & Francis, v. 38, n. 2, p. 401–417, 1983.

CHAUDHURI, A.; BHAT, M. S. Output feedback-based discrete-time sliding-mode controller design for model aircraft. **Journal of Guidance, control, and dynamics**, v. 28, n. 1, p. 177–181, 2005.

CHUEI, R.; CAO, Z.; MAN, Z. Sliding mode based repetitive control for parameter uncertainty of a brushless DC servo motor. **International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMEchS)**, IEEE, p. 62–67, 2016.

CLARKE, D. W.; GAWTHROP, P. J. Self-tuning controller. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, IET**, v. 122, n. 9, p. 929–934, 1975.

CLARKE, D. W.; GAWTHROP, P. J. Self-tuning control. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, IET**, v. 126, n. 6, p. 633–640, 1979.

CLARKE, D. W.; HODGSON, A. J. F.; TUFFS, P. S. Offset problem and k-incremental predictors in self-tuning control. **Proceedings IEEE**, v. 130, p. 217–225, 1983.

CLARKE, D. W.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. S. Generalized predictive control — part i, the basic algorithm. **Automatica**, Elsevier, v. 23, n. 2, p. 137–148, 1987.

COELHO, A. A. R. Controle preditivo em processos industriais. **Automação & Indústria**, v. 52, p. 1–6, 1994.

COELHO, A. A. R.; ARAÚJO, R. B.; SILVEIRA, A. S. Steady-state tracking properties for the generalized minimum variance controller: A review, proportional-integral-derivative tuning, and applications. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, ACS Publications, v. 53, n. 4, p. 1470–1477, 2014.

COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. **Identificação de sistemas dinâmicos lineares**. [S.l.]: UFSC, 2015.

COELHO, A. A. R.; SILVEIRA, A. S.; GOMES, F. J. Model-free adaptive pid controllers applied to the benchmark PID'12. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 370–375, 2012.

COELHO, L. S.; AYALA, H. V. H.; COELHO, A. A. R. Variable structure control optimized by differential evolution approach applied to continuous stirred tank reactor. **Chemical Engineering Research and Design**, Elsevier, v. 100, p. 248–260, 2015.

COHEN, G. H.; COON, G. A. Theoretical consideration of retarded control. **Transactions of ASME**, v. 75, n. 1, p. 827–834, 1953.

CORRADINI, M. L. et al. Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 20, n. 8, p. 816–822, 2012.

CORRADINI, M. L.; ORLANDO, G. Discrete variable structure control for nonlinear systems. **Proceedings of European Control Conference, Rome, Italy**, p. 1465–1470, 1995.

CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic matrix control - a computer control algorithm. **Joint automatic control conference**, n. 17, p. 72, 1980.

DEHRI, K.; LTAIEF, M.; NOURI, A. S. Repetitive sliding mode control for nondecouplable multivariable systems: Periodic disturbances rejection. **20th Mediterranean Conference on Control & Automation**, IEEE, p. 1200–1205, 2012.

DOI, M.; MORI, Y. A study on robust asymptotic tracking property for generalized minimum variance control. **ACC, Anchorage, AL, USA**, p. 1472–1477, 2002.

EMELYANOV, S. V. Variable structure control systems. Moscow: Nauka (in Russian), 1967.

ESKINAT, E.; JOHNSON, A. H.; LUYBEN, W. L. Use of hammerstein models in identification of nonlinear systems. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 37, n. 2, p. 255–268, 1991.

EZZARAA, M.; AIT-LAFKIH, M.; RAMZI, M. Adaptive generalized minimum variance of DC motor. **European Journal of Scientific Research**, v. 67, p. 66–74, 2011.

FIŠER, J.; ŠULC, B. Sliding mode control design with anti wind-up. **XXVI. ASR'2001 Seminar, Instruments and Control**, v. 17, p. 1–8, 2001.

FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied mathematics and optimization**, Springer, v. 2, n. 2, p. 170–194, 1975.

FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. **Systems & Control Letters**, Elsevier, v. 14, n. 2, p. 145–152, 1990.

FURUTA, K. VSS type self-tuning control. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 40, n. 1, p. 37–44, 1993.

GAO, W.; WANG, Y.; HOMAIFA, A. Discrete-time variable structure control systems. **IEEE transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 42, n. 2, p. 117–122, 1995.

GRIMBLE, M. J. Integral minimum variance control and benchmarking. **Journal of Process Control**, Elsevier, v. 14, n. 2, p. 177–191, 2004.

GRIMHOLT, C.; SKOGESTAD, S. Optimal pi-control and verification of the simc tuning rule. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 11–22, 2012.

HEDJAR, R. A laboratory-level control experiment for introducing predictive control to undergraduates. **International Journal of Electrical Engineering Education**, SAGE Publications, v. 51, n. 1, p. 27–42, 2014.

HERNANDEZ, E.; ARKUN, Y. Control of nonlinear systems using polynomial arma models. **AIChE Journal**, Wiley Online Library, v. 39, n. 3, p. 446–460, 1993.

HERRERA, M. et al. Sliding mode control: An approach to control a quadrotor. **Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering (APCASE)**, IEEE, p. 314–319, 2015.

HUANG, S.; TAN, K. K.; LEE, T. H. **Applied predictive control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2002.

HUNG, J. Y.; GAO, W.; HUNG, J. C. Variable structure control: a survey. **IEEE transactions on industrial electronics**, IEEE, v. 40, n. 1, p. 2–22, 1993.

INOUE, T. et al. **High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply**. 1981. 216–221 p.

ITKIS, Y. Control systems of variable structure. New York: Wiley, 1976.

KADA, B. Outer-loop sliding mode control approach to longitudinal autopilot missile design. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 44, n. 1, p. 11157–11164, 2011.



- KADA, B. A new methodology to design sliding-PID controllers: Application to missile flight control system. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 673–678, 2012.
- KAKAC, S.; LIU, H.; PRAMUANJAROENKIJ, A. **Heat exchangers: selection, rating, and thermal design**. [S.l.]: CRC press, 2012.
- KEYSER, R. D.; CAUWENBERGHE, A. V. A self-tuning multistep predictor application. **Automatica**, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 167–174, 1981.
- KNIHS, V. L. et al. Aplicação da sintonia imc no controlador PID em sistemas não-lineares simulados com Scicoslab. **9th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, IEEE, p. 1–6, 2010.
- KOIVO, H. N. A multivariable self-tuning controller. **Automatica**, Elsevier, v. 16, n. 4, p. 351–366, 1980.
- LEE, P. M.; OH, J. H. Improvements on vss-type self-tuning control for a tracking controller. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 45, n. 2, p. 319–325, 1998.
- LEVANT, A. et al. 2-sliding mode implementation in aircraft pitch control. **European Control Conference (ECC)**, IEEE, p. 3826–3831, 1999.
- LI, S.; DU, H.; YU, X. Discrete-time terminal sliding mode control systems based on euler’s discretization. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 59, n. 2, p. 546–552, 2014.
- LI, X. D. et al. Repetitive learning control of nonlinear continuous-time systems using quasi-sliding mode. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, IEEE, v. 15, n. 2, p. 369–374, 2007.
- LI, Y. F.; WIKANDER, J. Model reference discrete-time sliding mode control of linear motor precision servo systems. **Mechatronics**, Elsevier, v. 14, n. 7, p. 835–851, 2004.
- LIN, Y.; SHI, Y.; BURTON, R. Modeling and robust discrete-time sliding-mode control design for a fluid power electrohydraulic actuator (eha) system. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 18, n. 1, p. 1–10, 2013.

LINCOLN, N. K.; VERES, S. M. Application of discrete time sliding mode control to a spacecraft in 6dof. **International Journal of Control**, v. 83, n. 9, p. 1–10, 2010.

LIU, J.; WANG, X. **Advanced sliding mode control for mechanical systems: design, analysis and MATLAB simulation**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

MEHTA, A.; BANDYOPADHYAY, B. **Frequency-Shaped and Observer-Based Discrete-time Sliding Mode Control**. [S.l.]: Springer, 2015.

MENEZES, M. A. S. **Implementação de um controlador GPC adaptativo aplicado a processos industriais**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 1993.

MIDDLETON, R. H. Dealing with actuator saturation. **The Control Handbook**, p. 377–381, 1996.

MILOSAVLJEVIC, C. General conditions for the existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems. **Automation and Remote Control**, v. 46, n. 3, p. 307–314, 1985.

MITIC, D.; MILOSAVLJEVIC, C. Sliding mode-based minimum variance and generalized minimum variance controls with  $O(T^2)$  and  $O(T^3)$  accuracy. **Electrical engineering**, Springer, v. 86, n. 4, p. 229–237, 2004.

MITREVSKA, M. et al. Design of a discrete-time terminal sliding mode repetitive controller. **14th International Workshop on Variable Structure Systems (VSS)**, IEEE, p. 131–135, 2016.

OTT, L. et al. Physiological motion rejection in flexible endoscopy using visual servoing and repetitive control: Improvements on non-periodic reference tracking and non-periodic disturbance rejection. **IEEE International Conference on Robotics and Automation**, IEEE, p. 4233–4238, 2009.

PARKHI, P.; BANDYOPADHYAY, B.; JHA, M. Design of roll auto-pilot for a tail controlled missile using sliding mode technique. **11th International Workshop on Variable Structure Systems**, IEEE, p. 389–394, 2010.

PATETE, A.; FURUTA, K.; TOMIZUKA, M. Self-tuning of repetitive controllers based on generalized minimum variance criterion. **American Control Conference, 2006**, IEEE, p. 6–pp, 2006.

PATETE, A.; FURUTA, K.; TOMIZUKA, M. Self-tuning control based on generalized minimum variance criterion for auto-regressive models. **Automatica**, Elsevier, v. 44, n. 8, p. 1970–1975, 2008.

PIEPER, J. K.; GOHEEN, K. R. Discrete time sliding mode control via input-output models. **American Control Conference**, n. 30, p. 964–965, 1993.

PRECUP, R. E.; TOMESCU, M. L.; PETRIU, E. M. A unified anti-windup technique for fuzzy and sliding mode controllers. **International Journal of Computers Communications & Control**, v. 10, n. 6, p. 83–95, 2015.

RAMOS, G. A.; COSTA-CASTELLÓ, R.; OLM, J. M. **Digital repetitive control under varying frequency conditions**. [S.l.]: Springer, 2013.

RICHALET, J. et al. Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. **Automatica**, Elsevier, v. 14, n. 5, p. 413–428, 1978.

ROFFEL, B.; VERMEER, P. J.; CHIN, P. A. **Simulation and implementation of self-tuning controllers**. [S.l.]: Prentice Hall Professional Technical Reference, 1989.

SABANOVIC, A.; FRIDMAN, L. M.; SPURGEON, S. K. **Variable structure systems: from principles to implementation**. [S.l.]: IET, 2004.

SARPTURK, S. Z.; ISTEANOPULOS, Y.; KAYNAK, O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, Institute of Electrical and Electronics Engineers, v. 32, n. 10, p. 930–932, 1987.

SEBORG, D. E. et al. **Process dynamics and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.

SEPTANTO, H.; SYAICHU-ROHMAN, A.; MAHAYANA, D. Static anti-windup compensator design of linear sliding mode control for input saturated systems. **International Conference on Electrical Engineering and Informatics (ICEEI)**, IEEE, p. 1–4, 2011.

SHIMA, T.; IDAN, M.; GOLAN, O. M. Sliding-mode control for integrated missile autopilot guidance. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 29, n. 2, p. 250–260, 2006.

SILVEIRA, A. S.; COELHO, A. A. R.; GOMES, F. J. GMV-PID controller design with gradient method for the energy weighting factor in nonlinear plants. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 45, n. 3, p. 394–399, 2012.

SILVEIRA, S. A.; RODRIGUEZ, J. E. N.; COELHO, A. A. R. Robust design of a 2-DOF GMV controller: A direct self-tuning and fuzzy scheduling approach. **ISA Transactions**, v. 51, p. 13–21, 2012.

SLOTINE, J. J.; LI, W. **Applied nonlinear control**. [S.l.]: prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.

SMITH, O. J. M. A controller to overcome dead-time. **ISA Journal**, v. 6, n. 2, p. 28–33, 1959.

STEINBUCH, M. Repetitive control for systems with uncertain period-time. **Automatica**, Elsevier, v. 38, n. 12, p. 2103–2109, 2002.

SUMAR, R. R. **Combinação da abordagem estrutura variável na síntese de algoritmos de controle preditivo e nebuloso**. Dissertação (Mestrado), 2002.

SUMAR, R. R. **Análise e projeto de controladores discretos com aprendizado direto**. Tese (Doutorado) — Unifersidade Federal de Santa Catarina., 2008.

SUMAR, R. R.; COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Use of an artificial immune network optimization approach to tune the parameters of a discrete variable structure controller. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 36, n. 3, p. 5009–5015, 2009.

SUMAR, R. R.; COELHO, A. A. R.; GOEDTEL, A. Multivariable system stabilization via discrete variable structure control. **Control Engineering Practice**, Elsevier, v. 40, p. 71–80, 2015.

SUN, M.; WANG, Y.; WANG, D. Variable-structure repetitive control: A discrete-time strategy. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, IEEE, v. 52, n. 2, p. 610–616, 2005.

SUN, M.; ZHOU, J.; WANG, Y. Discrete-time variable structure repetitive control. **IEEE International Conference on Industrial Technology**, IEEE, v. 2, p. 718–723, 2002.

- SUN, W. et al. Repetitive control design of simulation turntable based on integral sliding mode. **Proceedings of International Conference on Modelling, Identification & Control (ICMIC)**, IEEE, p. 849–854, 2012.
- TAN, K. C.; LI, Y. Performance-based control system design automation via evolutionary computing. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 14, n. 4, p. 473–486, 2001.
- TUFFS, P. S.; CLARKE, D. W. Self-tuning control of offset: A unified approach. **Proceedings IEEE**, v. 132, p. 100–110, 1985.
- UTKIN, V. I. Variable structure systems with sliding modes. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 22, n. 2, p. 212–222, 1977.
- VISIOLI, A. **Practical PID control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006.
- WAKITANI, S.; HANATA, S.; YAMAMOTO, T. Design and application of a direct gm<sub>v</sub>-based PID controller. **International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)**, IEEE, p. 541–546, 2012.
- WU, S.; SUN, Z.; LI, H. Sliding mode controller design for rigid satellite attitude tracking. **IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)**, IEEE, p. 2238–2243, 2009.
- XU, O.; DUBLJEVIC, S. Model predictive control of solar thermal system with borehole seasonal storage. **Computers & Chemical Engineering**, Elsevier, v. 101, p. 59–72, 2016.
- YAMAMOTO, T.; FUJII, K.; KANEDA, M. Self-tuning temperature control of a polymerizing reactor. **International Conference on Control Applications**, IEEE, v. 2, p. 1110–1114, 1998.
- YAN, T. H. et al. The discrete-time sliding mode control with computation time delay for repeatable run-out compensation of hard disk drives. **Mathematical Problems in Engineering**, Hindawi Publishing Corporation, v. 2013, 2013.
- YAN, T. H.; LIN, R. M. Discrete-time sliding mode repetitive control for track-following of optical disk drives. **Digest of the Asia-Pacific Magnetic Recording Conference**, IEEE, p. 1–6, 2002.
- YDSTIE, B. E. Extended horizon adaptive control. **Proceedings of the 9th IFAC World Congress**, v. 7, p. 133–138, 1984.

YEH, F. K. Sliding-mode adaptive attitude controller design for spacecrafts with thrusters. **IET Control Theory & Applications**, IET, v. 4, n. 7, p. 1254–1264, 2010.

YOKOYAMA, M.; KIM, G. N.; TSUCHIYA, M. Integral sliding mode control with anti-windup compensation and its application to a power assist system. **Journal of Vibration and Control**, SAGE Publications, v. 16, n. 4, p. 503–512, 2010.

YU, X.; WANG, B.; LI, X. Computer-controlled variable structure systems: the state-of-the-art. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, IEEE, v. 8, n. 2, p. 197–205, 2012.

YU, Z. et al. Design and performance assessment of setpoint feed-forward controllers to break tradeoffs in univariate control loops. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 47, n. 3, p. 5740–5745, 2014.

ZAAFOURI, C.; SELLAMI, A.; GARCIA, G. Comparative study of the saturated sliding mode and anti-windup controllers. **International Conference on Electrical Engineering and Software Applications (ICEESA)**, IEEE, p. 1–6, 2013.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. **trans. ASME**, v. 64, n. 11, p. 759–768, 1942.

ZINOBER, A. S. I. **Variable structure and Lyapunov control**. [S.l.]: Springer-Verlag New York, Inc., 1994.

## **APÊNDICE A – Índices de desempenho**





## A.1 INTRODUÇÃO

Os índices de desempenho são empregados na literatura de controle como um método responsável por mensurar o desempenho dos processos controlados, principalmente em relação ao seguimento de referência, rejeição de perturbação e esforço da ação de controle. Portanto, pode-se realizar comparações entre diversos controladores aplicados a um mesmo sistema e observar qual atende as especificações de desempenho desejado.

Os índices de desempenho utilizados nesta dissertação foram baseado nas seguintes referências: Seborg et al. (2010), Grimholt e Skogestad (2012), Yu et al. (2014).

Os termos  $N_a$  e  $N_b$  presente nas equações, representam o intervalo de amostras a ser empregado nas simulações (tempos distintos para cada simulação).

### A.1.1 Integral do erro absoluto ponderado no tempo (ITAE)

Este índice, denominado *Integral of the Time-Weighted Absolute Error* (ITAE), representa a soma absoluta do erro apresentado pelo processo durante o tempo de execução pré estabelecido. Assim, o erro inicial é ponderado com menor peso, enquanto os erros finais apresentam uma ponderação maior. A equação matemática que representa esse índice é dada por

$$ITAE = \sum_{K=N_a}^{N_b} |e(k)| T_s^2 \quad (\text{A.1})$$

Caso o processo apresente um grande período de amostragem, o erro ponderado será maior.

### A.1.2 Integral absoluto do erro (IAE)

Este índice, chamado *Integral Absolute Error* (IAE), pondera o erro absoluto ao longo do período pré estabelecido durante a execução do projeto e em relação ao ITAE não pondera o sinal de erro ao longo o tempo. A representação matemática é definida como

$$IAE = \sum_{K=N_a}^{N_b} |e(k)| T_s \quad (\text{A.2})$$

Assim como no ITAE, o período de amostragem tem influência direta sobre o erro calculado durante o processo.

### A.1.3 Variação total do controle (TVC)

Este índice, denominado *Total Variation of Control* (TVC), mensura a variação do controle durante o período de execução do processo, retornando o esforço executado através dos atuadores. Matematicamente é representado por

$$TVC = \sum_{K=N_a}^{N_b} |\Delta u(k)| T_s = \sum_{K=N_a}^{N_b} |u(k) - u(k-1)| T_s \quad (\text{A.3})$$

## APÊNDICE B – Válvula de controle



## B.1 INTRODUÇÃO

A válvula é um dispositivo fundamental em diversas aplicações, apresentando como característica o controle de fluxo de fluídos. Nesta dissertação, foi empregado a equação matemática de uma válvula de controle apresentada por Al-Duwaish e Naeem (2001). Esse dispositivo é descrito por um modelo de *Wiener*, ou seja, a dinâmica não linear do sistema sucede a dinâmica linear. Desta forma, as equações que caracterizam esse processo são dadas por

$$\mathbf{x}_k(k) = \frac{(0.0616q^{-1} + 0.0543q^{-2})}{(1 - 1.5714q^{-1} + 0.687q^{-2})} \mathbf{u}_k(k) \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{y}_k(k) = \frac{\mathbf{x}_k(k)}{\sqrt{0.10 + 0.9\mathbf{x}_k(k)^2}} \quad (\text{B.2})$$

sendo  $\mathbf{u}_k$  a pressão do controle,  $\mathbf{x}_k$  a posição da haste e  $\mathbf{y}_k$  o fluxo através da válvula (variável controlada). O período de amostragem do processo é **0.1 s**. Esse equipamento possui um comportamento não linear, equação (B.2), como pode ser observado pela curva estática da Figura 32.

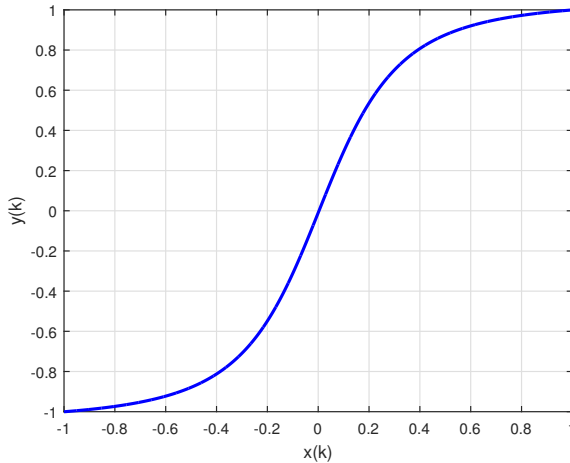


Figura 32 – Curva estática da válvula.



## APÊNDICE C - Motor+Taco-Gerador





## C.1 INTRODUÇÃO

O processo do MTG consiste de um experimento para regulação da velocidade, desenvolvido no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal de Santa Catarina. O processo MTG possui um motor de corrente contínua (*Direct Current-DC*) acoplado por uma correia a outro motor DC, responsável por medir a velocidade. Os sinais de entrada e saída são dados em tensão de 0 a 5 V, que passa por um sinal de medição e atuação, sendo que, a tensão de saída corresponde a velocidade angular. A Figura 33 mostra a estrutura física do processo MTG.

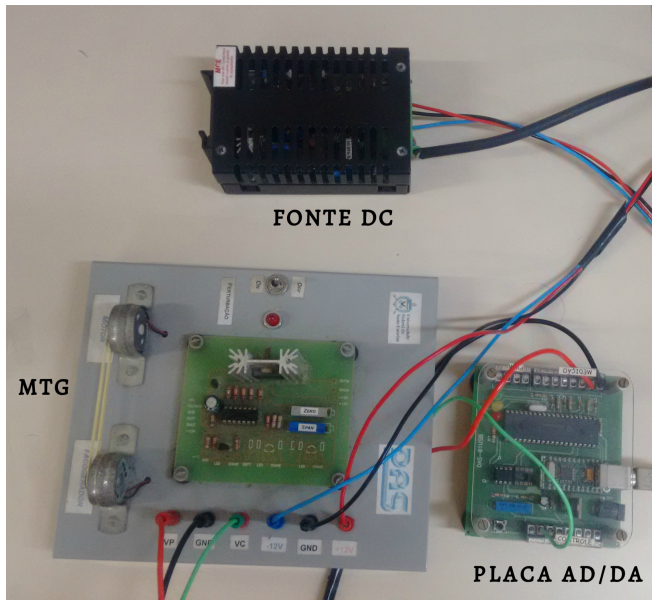


Figura 33 – Processo físico MTG.

O período de amostragem utilizado é  $0.1\text{ s}$  e o modelo de segunda ordem linear no domínio do tempo discreto é identificado a partir da resposta ao degrau no ponto de operação  $2.5\text{ V}$  e dado por

$$G_m(q^{-1}) = q^{-1} \frac{0.0355 + 0.0247q^{-1}}{1 - 1.2727q^{-1} + 0.3329q^{-2}} \quad (\text{C.1})$$



## **APÊNDICE D – Processo de posição**



## D.1 INTRODUÇÃO

O processo de posição é um equipamento experimental e educacional que simula um braço manipulador acionado por um servomotor, desenvolvido no Laboratório de Controle e Automação da Universidade de Santa Catarina. Esse processo de posição tem um potenciômetro conectado ao eixo do servomotor para mensurar a posição angular. Os circuitos de medição e atuação deste processo trabalham na faixa de 0 a 5 V. A Figura 34 representa a estrutura física do processo.

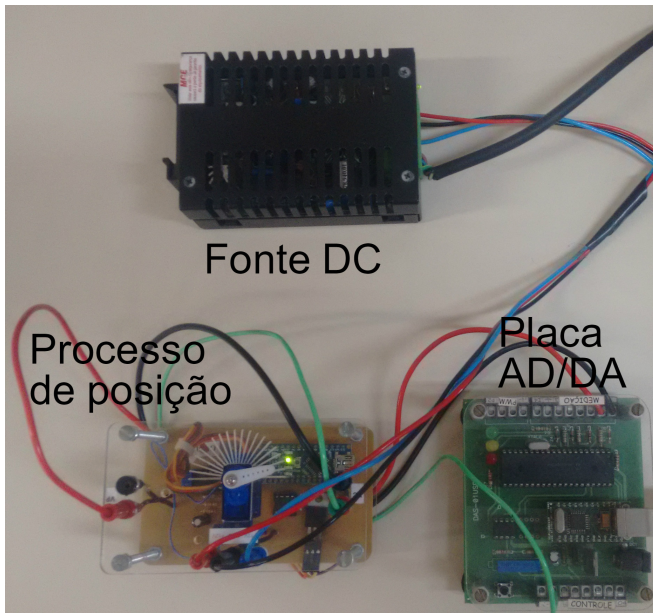


Figura 34 – Processo físico MTG.

O período de amostragem aplicado é  $0.1 \text{ s}$ . O modelo de segunda ordem linear no domínio do tempo discreto é identificado utilizando o algoritmo MQR e dado por

$$G_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1}(0.9422 - 0.7135q^{-1})}{1 - 1.0918q^{-1} + 0.2622q^{-2}} \quad (\text{D.1})$$



## APÊNDICE E - GMV2DOF-PID





## E.1 INTRODUÇÃO

Esse apêndice faz a revisão do projeto do controlador GMV com dois graus de liberdade (GMV2DOF) proposto por Silveira, Rodriguez e Coelho (2012), sendo este hibridizado com o PID, denominado nesta dissertação GMV2DOF-PID. Esse controlador foi utilizado na simulação do capítulo 3.

Considere um sistema SISO descrito pelo modelo CARI, dado por

$$\mathbf{A}(q^{-1})\Delta\mathbf{y}(k) = q^{-d}\mathbf{B}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k) \quad (\text{E.1})$$

no qual as variáveis  $\mathbf{u}(k)$  e  $\mathbf{y}(k)$  representam os sinais de controle e saída,  $\mathbf{d}$  é o atraso de transporte discreto,  $q^{-d}$  denota o operador deslocamento no tempo e os polinômios  $\mathbf{A}(q^{-1})$  e  $\mathbf{B}(q^{-1})$  representam os polinômios que contemplam os polos e zeros de malha aberta. O objetivo é determinar o sinal de controle incremental  $\Delta\mathbf{u}(k)$  do controlador GMV que minimize a função custo da forma

$$\begin{aligned} J_{GMV} &= \mathbf{E}[\phi(k+d)]^2 \\ &= [\mathbf{P}(q^{-1})\mathbf{y}(k+d) - \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{r}(k+d) + \mathbf{Q}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k)]^2 \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

e os polinômios  $\mathbf{P}(q^{-1})$ ,  $\mathbf{T}(q^{-1})$  e  $\mathbf{Q}(q^{-1})$  ponderam respectivamente os sinais de saída, referência e controle. A partir da equação (E.2), observa-se que o sinal de saída está avançado  $\mathbf{d}$  passos a frente, ou seja, não está disponível no instante  $\mathbf{k}$ . Para contornar esse problema, considere a seguinte identidade polinomial

$$\mathbf{P}(q^{-1}) = \mathbf{A}(q^{-1})\Delta\mathbf{E}(q^{-1}) + q^{-d}\mathbf{S}(q^{-1}) \quad (\text{E.3})$$

sendo  $\mathbf{E}(q^{-1})$  e  $\mathbf{S}(q^{-1})$  polinômios de projeto do controlador GMV. Substituindo a equação (E.3) em (E.2), obtém-se

$$\begin{aligned} J_{GMV} &= [\mathbf{A}(q^{-1})\Delta\mathbf{E}(q^{-1})\mathbf{y}(k+d) + \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(k) - \\ &\quad \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{r}(k+d) + \mathbf{Q}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(k)]^2 \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Atrasando a equação (E.1) por  $\mathbf{d}$  e a multiplicando por  $\mathbf{E}(q^{-1})$  chega-se na seguinte relação:

$$\mathbf{A}(q^{-1})\Delta\mathbf{E}(q^{-1})\mathbf{y}(\mathbf{k} + \mathbf{d}) = \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{E}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k}) \quad (\text{E.5})$$

Substituindo a equação (E.5) em (E.4), obtém-se uma função custo sem sinais de saída avançados no tempo. Essa equação é dado por

$$\begin{aligned} J_{GMV} = & [\mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{E}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k}) + \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(\mathbf{k}) - \\ & \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{r}(\mathbf{k} + \mathbf{d}) + \mathbf{Q}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k})]^2 \\ J_{GMV} = & \mathbf{R}(q^{-1})\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k}) - \mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{r}(\mathbf{k} + \mathbf{d}) + \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(\mathbf{k}) \quad (\text{E.6}) \end{aligned}$$

onde o polinômio  $\mathbf{R}(q^{-1})$  é formado através da seguinte relação:

$$\mathbf{R}(q^{-1}) = \mathbf{B}(q^{-1})\mathbf{E}(q^{-1}) + \mathbf{Q}(q^{-1})$$

Por meio da minimização da equação (E.6), obtém-se o sinal de controle, sendo calculado por

$$\Delta\mathbf{u}(\mathbf{k}) = \frac{1}{\mathbf{R}(q^{-1})} [\mathbf{T}(q^{-1})\mathbf{r}(\mathbf{k} + \mathbf{d}) - \mathbf{S}(q^{-1})\mathbf{y}(\mathbf{k})] \quad (\text{E.7})$$

A lei de controle incremental, equação (E.7), garante *offset-free* para seguimento de referência e rejeição de perturbações de carga. O termo  $\mathbf{Q}(q^{-1}) = \lambda$  pondera o esforço de controle, sendo  $\lambda$  uma variável de projeto, escolhida pelo projetista. Com o objetivo de dar mais liberdade ao controlador GMV incremental, Silveira, Rodriguez e Coelho (2012) apresentaram o termo  $\mathbf{Q}(q^{-1})$  com dois graus de liberdade, dado por

$$\mathbf{Q}(q^{-1}) = \frac{\lambda}{1 - \gamma q^{-1}} \quad (\text{E.8})$$

onde  $\gamma$  está relacionado com os polos e zeros de malha fechada. Desta forma, o projetista tem mais um parâmetro de ajuste, que pode ser utilizado para alcançar os objetivos de projeto.

Adicionalmente, o controlador PID ideal é representado em função do erro, podendo gerar um grande esforço no sinal de controle.

Uma forma de controlar essa adversidade é escrever o erro em função da saída do sistema nas bandas proporcional e derivativa. Desta forma, o controlador I+PD incremental discreto é dado por

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & K_c \frac{T_s}{T_i} r(k) - K_c \left[ 1 + \frac{T_s}{T_i} + \frac{T_d}{T_s} \right] y(k) + \\ & K_c \left[ 1 + 2 \frac{T_d}{T_s} \right] y(k-1) - K_c \frac{T_d}{T_s} y(k-2) \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

O controlador GMV2DOF pode ser hibridizado com o controlador I+PD, sendo denominado GMV2DOF-PID. Para tornar essa ideia possível é necessário realizar alguns ajustes na equação (E.7) e (E.8). Desta forma, adotando um modelo de segunda ordem, considere as seguintes relações:

$$\begin{aligned} \gamma(q^{-1}) = 1 - \gamma = \gamma(1) = \bar{\gamma}; & \quad \bar{R}(q^{-1}) = 1; \\ T(q^{-1}) = t_0 & \quad S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2} \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

Aplicando as relações apresentadas na equação (E.10) em (E.7), tem-se

$$\Delta u(k) = \bar{\gamma} (t_0 r(k) - s_0 y(k) - s_1 y(k-1) - s_2 y(k-2)) \quad (\text{E.11})$$

A equação (E.11) pode ser correlacionada com a lei de controle I+PD, equação (E.9). A partir dessa comparação, chega-se nas seguintes expressões:

$$\bar{\gamma} t_0 = K_c \frac{T_s}{T_i}; \quad \bar{\gamma} s_1 = -K_c \left( 1 + \frac{2T_d}{T_s} \right); \quad \bar{\gamma} s_2 = \frac{K_c T_d}{T_s} \quad (\text{E.12})$$

Após algumas manipulações sobre os termos da equação (E.12), os ganhos do controlador I+PD passam a ser calculados da seguinte forma

$$\mathbf{K}_c = -\bar{\gamma}(s_1 + 2s_2); \quad T_i = \frac{\mathbf{K}_c T_s}{\bar{\gamma} t_0}; \quad T_d = \frac{\bar{\gamma} s_2 T_s}{\mathbf{K}_c} \quad (\text{E.13})$$

Assim, os valores dos ganhos são adquiridos a partir do controlador GMV2DOF, ou seja, as características desse controlador são repassadas ao I+PD.

## APÊNDICE F – Tanque acoplado



## F.1 INTRODUÇÃO

A estrutura desse sistema não linear é representado por dois tanques acoplados implementado em processos de regulação de nível. Os sistemas de controle de nível para líquidos são de extrema importância em diversas aplicações industriais, tais como: indústrias petroquímicas, química, nuclear, celulose, entre outras. Desta forma, se torna desafiador o controle desse sistema. As equações que representam a dinâmica de segunda ordem da planta de nível acoplada apresentam comportamento não linear e são dadas por (TAN; LI, 2001)

$$h_1(k) = h_1(k-1) + \frac{T_s \left[ u(k) - a_1 c_1 \sqrt{2g(h_1(k) - h_2(k))} \right]}{A_1} \quad (\text{F.1})$$

$$h_2(k) = h_2(k-1) + \frac{T_s \left[ a_1 c_1 \sqrt{2g(h_1(k) - h_2(k))} \right]}{A_2} - \frac{T_s \left[ -a_2 c_2 \sqrt{2g(h_2(k) - h_0)} \right]}{A_2} + \frac{T_s d(k)}{A_2} \quad (\text{F.2})$$

no qual  $A_1 = A_2 = 100 \text{ cm}^2$  e representam a área dos tanques, a área dos acoplamentos (orifícios) são expressadas por  $a_1 = 0.396 \text{ cm}^2$  e  $a_2 = 0.396 \text{ cm}^2$ , as constantes de descarga são expressadas por  $c_1 = 0.53$  e  $c_2 = 0.63$ , a distância entre o fundo do tanque e o acoplamento é dado por  $h_0 = 3 \text{ cm}$  e a gravidade é representada por  $g = 981 \text{ cm/s}^2$ . A Figura 35 ilustra o processo dos tanques acoplados.

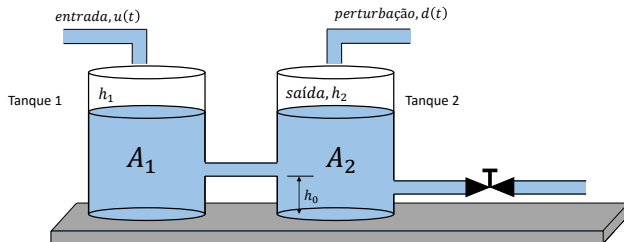


Figura 35 – Sistema de nível não linear com dois tanques acoplados .

As restrições operacionais são dadas por: i) a entrada  $\mathbf{u}(t)$  é utilizada para regular o nível do líquido no tanque 2, sendo  $h_2$  o nível desejado, podendo este variar de  $\mathbf{0}$  ( $u_{min}$ ) até  $\mathbf{33.33\text{ cm}^3/s}$  ( $u_{max}$ ); ii) o nível do líquido deve ser regulado em duas posições como ponto nominal de operação. A entrada  $\mathbf{d}(t)$  no tanque 2, equação (F.2), é utilizada como uma perturbação.

O modelo de segunda ordem discreto foi apresentado por (KNIHS et al., 2010), sendo descrito por

$$G_m(q^{-1}) = q^{-1} \frac{0.0036 - 0.0035q^{-1}}{1 - 1.9296q^{-1} + 0.9298q^{-2}} \quad (\text{F.3})$$

com período de amostragem de  $\mathbf{2\text{ s}}$ . A dinâmica do processo é não linear, uma vez que as vazões nos tanques dependem da raiz quadrada das alturas dos níveis de líquidos. Essa não linearidade pode ser observada na Figura 36.

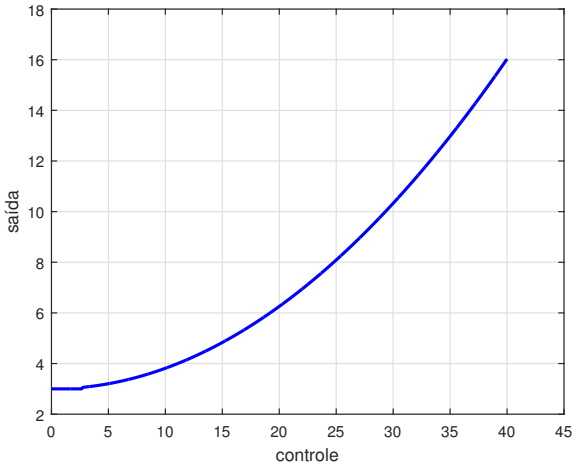


Figura 36 – Curva estática tanque acoplado.



APÊNDICE G - *Continuous Stirred - Tank Reactor*



## G.1 INTRODUÇÃO

Esse processo é conhecido por CSTR, senso frequentemente utilizado na indústria. Esse sistema é aplicado em reações heterogêneas gás-líquido, assim como relações líquido-líquido, sendo empregados através de simples tanque agitado (indústria química) até bancos complexos de reatores operados em contra-corrente (empregado por mineradoras para purificar cobre, cobalto, níquel, entre outros) (SUMAR, 2008).

A dinâmica interna do processo é completamente desconhecida, logo, são utilizados apenas os sinais de entrada e saída. Considere o modelo discreto normalizado adimensional apresentado por Hernandez e Arkun (1993), ou seja,

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}_1(k) &= \mathbf{x}_1(k-1) + \\
 & T_s \left[ -\mathbf{x}_1(k-1) + D_a(1 - \mathbf{x}_1(k-1))e^{\frac{-\mathbf{x}_2(k-1)}{1 + \frac{\mathbf{x}_2(k-1)}{\varphi_a}}} \right] \\
 \\
 \mathbf{x}_2(k) &= \mathbf{x}_2(k-1) + \\
 & T_s [-(1 - \beta_a)\mathbf{x}_2(k-1) + \\
 & B_a D_a(1 - \mathbf{x}_1(k-1))e^{\frac{-\mathbf{x}_2(k-1)}{1 + \frac{\mathbf{x}_2(k-1)}{\varphi_a}}} + \beta_a \mathbf{u}(k-1)] \\
 \mathbf{y}(k) &= \mathbf{x}_1(k) \tag{G.1}
 \end{aligned}$$

onde  $T_s = 0.3$  s denota o período de amostragem,  $\mathbf{x}_1$  representa a constante adimensional de reagentes,  $\mathbf{x}_2$  descreve a temperatura do reator e  $\mathbf{u}$  corresponde a temperatura adimensional da camisa de arrefecimento. O parâmetro  $D_a$  corresponde ao número de Damköhler,  $\varphi_a$  representa a energia de ativação adimensional,  $B_a$  corresponde ao coeficiente de reação e  $\beta_a$  expressa a transferência de calor. Essa variáveis são dadas por:  $D_a = 0.072$ ,  $\varphi_a = 20$ ,  $B_a = 8$  e  $\beta_a = 0.3$  (HERNANDEZ; ARKUN, 1993).

O modelo utilizado nesse processo é de segunda ordem e foi obtido aplicando o estimador MQR. A cada período de amostragem encontra-se os valores que serão utilizados para sintonizar a lei de controle, tendo em vista que são dependentes do modelo da planta, ou seja, é feita uma estimação *on-line*.

A Figura 37 apresenta a curva estática do CSTR, onde o maior

desafio é controlar o sistema nos pontos de equilíbrio instáveis.

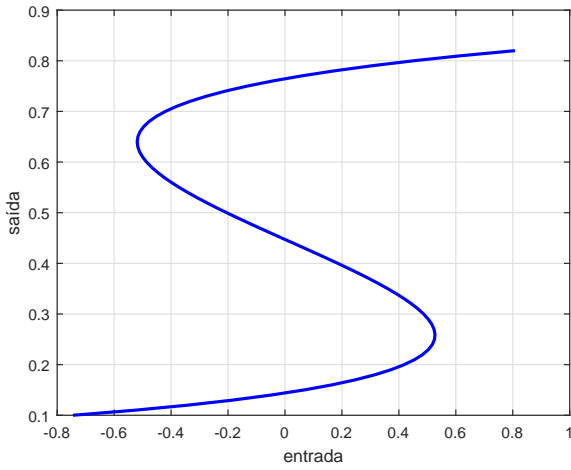


Figura 37 – Curva estática do CSTR.

## APÊNDICE H - Trocador de calor



## H.1 INTRODUÇÃO

O trocador de calor é um dispositivo utilizado para transferência de calor de um meio para o outro, no qual um tanque de armazenamento fornece fluido ao trocador de calor, que por sua vez, o aquece até alcançar a temperatura desejada. Esse processo apresenta um comportamento não linear representado por um modelo de Hammerstein, dado pela seguinte relação (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991):

$$\mathbf{x}(k) = -31.549\mathbf{u}(k) + 41.732\mathbf{u}^2(k) - 24.201\mathbf{u}^3(k) + 68.634\mathbf{u}^4(k) \quad (\text{H.1})$$

sendo  $\mathbf{x}(k)$  a não linearidade estática e  $\mathbf{u}(k)$  é o controle do processo. O modelo de Hammerstein consiste de um bloco estático não linear seguido por um bloco estático linear. Desta forma, a equação (H.1) é inserida na parcela linear dada por

$$\mathbf{y}(k) = \frac{0.207q^{-1} - 0.1764q^{-2}}{1 - 1.608q^{-1} + 0.6385q^{-2}}\mathbf{x}(k) \quad (\text{H.2})$$

no qual  $\mathbf{y}(k)$  representa a temperatura de saída. O objetivo do controle é manter a variável controlada o mais próximo possível do sinal de referência. Um modelo de segunda ordem foi obtido aplicando o estimador MQR. O período de amostragem utilizado é 1 s. O modelo discreto é representado por

$$G_m = q^{-1} \frac{17.4048 - 17.4228q^{-1}}{1 - 1.7277q^{-1} + 0.7264q^{-2}}$$

O comportamento não linear desse processo pode ser observado através da curva estática mostrada na Figura 38.

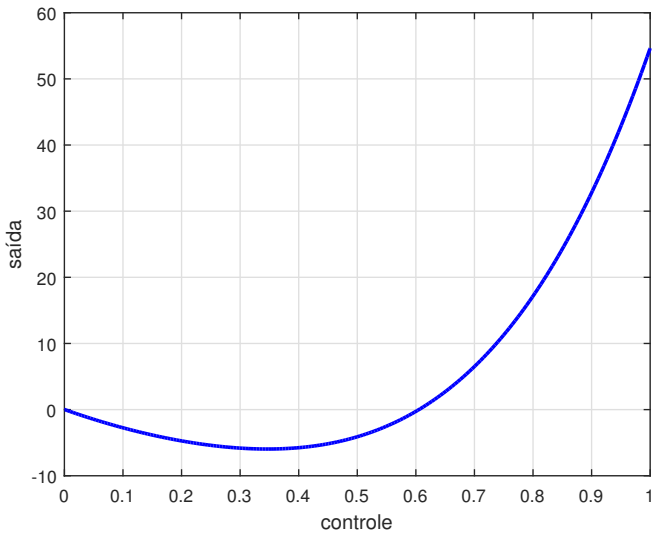


Figura 38 – Curva estática do trocador de calor.



## APÊNDICE I - Pêndulo amortecido



O processo do Pêndulo Amortecido (PAM) é um protótipo didático desenvolvido no Departamento de Automação e Sistemas (DAS) da UFSC. Esse sistema apresenta um comportamento subamortecido, ou seja, tem dinâmica oscilatória e contém característica não linear. Outro ponto a ser contornado é a ação da gravidade que influencia na dinâmica do sistema quando está em funcionamento. A Figura 39 mostra a estrutura física do processo.

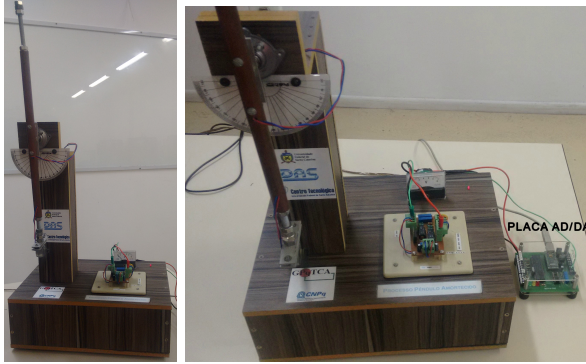


Figura 39 – Processo físico PAM.

O protótipo é constituído por um motor DC com uma hélice que provoca um deslocamento angular quando excitado com uma tensão de 0 a 5 V, limitada pela placa de aquisição de dados responsável por receber e enviar os dados. A medição do ângulo é feita por um potenciômetro linear, produzindo uma variação de tensão na saída do processo quando sua resistência é deslocada. O modelo discreto do PAM foi estimado pelo MQR, dado pela seguinte função de transferência discreta:

$$G_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1} (0.05468 + 0.05152q^{-1})}{1 - 1.7470q^{-1} + 0.8367q^{-2}} \quad (\text{I.1})$$

com período de amostragem **0.1 s**. Esse sistema apresenta um comportamento não linear com diferentes dinâmica (comportamento oscilatória) para ensaios de malha aberta. A Figura 40 mostra sua característica para diferentes magnitudes no sinal de entrada.

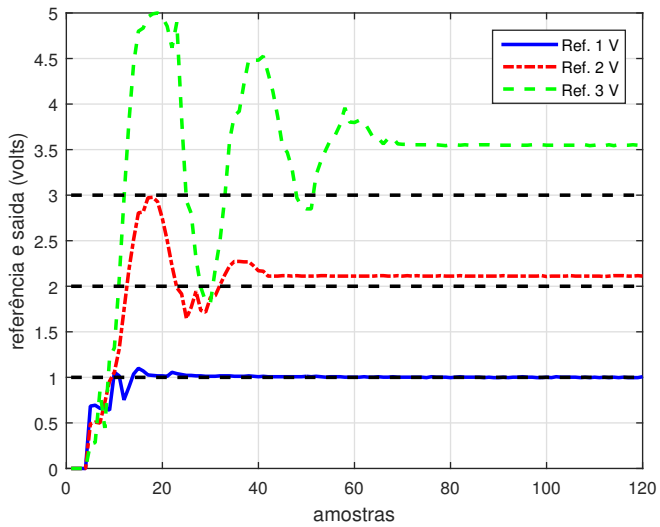


Figura 40 – Resposta de malha aberta para diferentes tensões de entrada.