



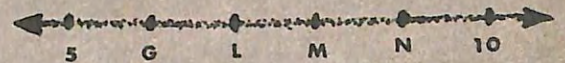
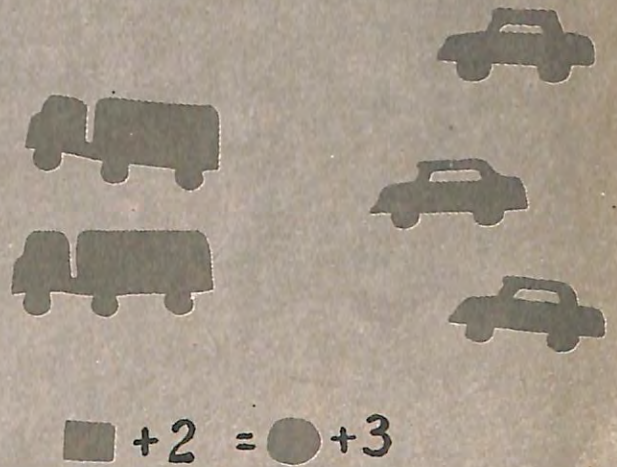
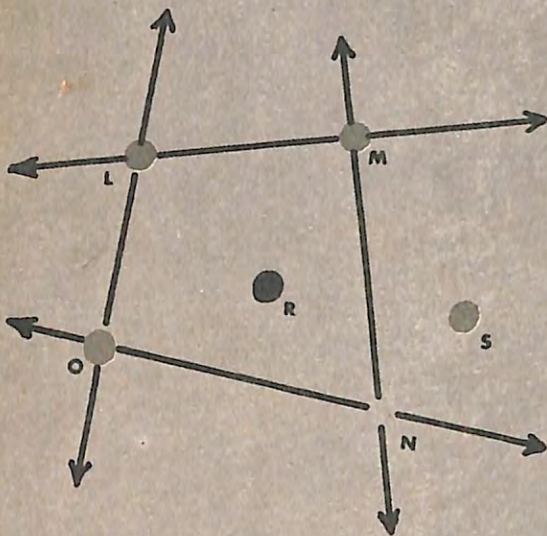
ADAPTAÇÃO

NORMA CUNHA OSÓRIO
RIZZA DE ARAÚJO PÔRTO
NAIR TULHA EVANGELISTA

4

VAMOS APRENDER MATEMÁTICA

GUIA DO PROFESSOR



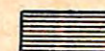
AO LIVRO TÉCNICO S.A.

Nº 101

4 *Guia do Professor*

VAMOS APRENDER MATEMÁTICA

1. As atividades propostas no livro do aluno apresentam, muitas vezes, espaços destinados às soluções, assim representados:



2. Estes espaços aparecem preenchidos com retícula, a fim de que os alunos não escrevam nos livros, para não inutilizá-los.
Os alunos deverão registrar as respostas em seus cadernos.

Outras publicações da nossa coleção Educação

COMUNICAÇÃO E EXPRESSÃO

Gente Miúda que Brinca e Aprende — Lia Dalva J. Grosso e Neide Soares — pré-livro, cadernos de atividades (1 e 2), guia para o professor, oito livros de leituras paralelas e material didático (cartazes)

Programa Integrado de Leitura Básica
Supervisão: Wanda Rollin Pinheiro Lopes

Leitura intermediária — Brincando na Praça — Regina Yolanda — livro do aluno.
Caderno de atividades e guia para o professor — Cybele de O. Rebello, Marisa Reis de Almeida e Wanda Rollin Pinheiro Lopes

Livro 1 — Juquinha e Sua Turma — Regina Yolanda — livro do aluno.
Caderno de atividades e guia para o professor — Cybele de O. Rebello, Marisa Reis de Almeida e Wanda Rollin Pinheiro Lopes

Livros de 2 a 8 — em preparo

EDUCAÇÃO MORAL E CIVICA

O Brasil Conta Sua História — Dayse Charpenel Pequeno — livro do aluno e guia para o professor

Pátria e Cidadania — Leny Werneck Dornelles — livro do aluno e guia para o professor

ESTUDOS SOCIAIS

Conhecendo a Guanabara — Dayse Charpenel Pequeno — livro do aluno, caderno de atividades e guia para o professor

Série Estudos Sociais

Coordenação: Leny W. Dornelles e Therezinha Deusdará

Introdução: **Estudos Sociais** — Leny W. Dornelles e Therezinha Deusdará

Livro 1 — Família Feliz / Na Escola / Bons Vizinhos — Marion Villas Boas de Sá Rêgo — livro do aluno e guia para o professor

Livro 2 — O Lugar Onde Moramos — Ignez da Silva Oliveira — livro do aluno, caderno de atividades e guia para o professor

Livro 3 — Nosso Estado — Solange Maria de Magalhães — livro do aluno, guia para o professor e caderno de atividades, acompanhados de um fascículo para cada estado do Brasil

Livro 4 — Brasil, Nossa Terra, Nossa Gente — Marina Quintanilha Martinez — livros do aluno (Vols. 1 e 2) e guia para o professor

Livro 5 — Como o Brasil Cresceu — Wilma Caruso de Carvalho — livro do aluno e guia para o professor

Adaptação de: NORMA CUNHA OSÓRIO
Professora de 1.º e 2.º graus, especializada no ensino de Matemática
— Técnica de Educação do MEC

RIZZA DE ARAÚJO PÔRTO
Professora de Introdução à Educação e de Didática Teórica e Prática — Especializada no ensino de Matemática

NAIR TULHA EVANGELISTA
Professora de 1.º e 2.º graus, especializada no ensino de Matemática

4 *Guia do Professor*

**VAMOS
APRENDER
MATEMÁTICA**

BIBLIOTECA ESCOLAR	
«Machado de Assis»	
SILVIANÓPOLIS - MG.	
N.º REG.	DATA
355	11.11.80
ORIGEM	
D	



AO LIVRO TÉCNICO S.A.
Rio de Janeiro — GB

1974

Authorized translation and adaptation from the English language edition published by Scott, Foresman and Company, Chicago, Illinois, U.S.A., Copyright © 1965, 1966, in the United States of America by Scott, Foresman and Company.

Copyright © 1971, by AO LIVRO TÉCNICO S.A.

Os autores brasileiros prepararam o presente texto, baseando-se no original SEEING THROUGH ARITHMETIC, de Maurice L. Hartung, Henry Van Engen, Lois Knowles, E. Glenadine Gibb, James E. Stochl e Ray Walch.

IMPRESSO NO BRASIL
PRINTED IN BRAZIL

Capa: Mario P. Amaral

Ilustrações: Equipe de Arte — Ao Livro Técnico S.A.

1.ª edição 1971
1.ª reimpressão 1973
2.ª reimpressão 1974

Tiragem desta impressão: 2 000 exemplares

FICHA CATALOGRÁFICA

(Preparada pelo Centro de Catalogação-na-fonte do Sindicato Nacional dos Editores de Livros, GB)

V295 Vamos aprender matemática: guia do professor; adaptação de Norma Cunha Osório | e outros | Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974.
8v. ilust. 26cm.

v. 1: 3.ed.; v.2: 2.ed.; v.3: 2.ed.; v.4: 1.ed.
"Baseado no original Seeing through arithmetic, de Maurice L. Hartung..."

Bibliografia.

1. Matemática (1º grau) — Manuais. I. Osório, Norma Cunha. II. Hartung, Maurice L. III. Seeing through arithmetic.

74-0112

CDD — 372.70202
CDU — 372.7(02)

AO LIVRO TÉCNICO S.A.

Rua Bonfim, 250 — ZC-08 — C.P. 3655

Rio de Janeiro — GB

Apresentação

Este é o Livro IV da edição brasileira de uma série de livros de Matemática para a escola de 1.º grau, publicada pela *Scott, Foresman and Company*, dos Estados Unidos, que estamos adaptando para professores e alunos de nossas escolas, de acordo com nossos programas.

Entregamos ao leitor o quarto volume de nosso trabalho. Nosso objetivo, ao fazer a adaptação dos livros de Maurice L. Hartung, Henry Van Engen, E. Glenadine Gibb, James E. Stochl, Ray Walch e Lois Knowles, é colocar o professor em contato com a orientação moderna do ensino da Matemática e oferecer a professores e alunos um instrumento de trabalho planejado cuidadosamente para guiar a aprendizagem da criança nessa matéria, por toda a escola de 1.º grau.

Nosso trabalho obedece ao seguinte esquema:

1. *Matemática na Escola Primária Moderna* — Livro básico já publicado, e que é uma síntese dos tópicos que constituem os Programas de Matemática na Escola de 1.º grau, distribuídos em seus níveis de dificuldade, organizados e distribuídos dentro do espírito do que se chama hoje MATEMÁTICA MODERNA.

Nele aparecem sugestões para orientar metodologicamente a aprendizagem de cada tópico, de modo a tornar o Programa de Matemática na Escola de 1.º grau realmente *básico* a todo o trabalho posterior, sem que o conjunto da Ciência Matemática perca a organicidade indispensável ao sistema coerente de idéias que realmente é. Inclui, ainda, fundamentação de conteúdo, apresentando em cada tópico os conceitos básicos a serem adquiridos pelos alunos.

2. *Vamos Aprender Matemática* — Livros de 1 a 8 — série de livros para o aluno, em que a matéria é distribuída gradativamente pelos oito volumes, obedecendo a uma seqüência lógica dos assuntos.

Neles, tanto quanto possível, as *situações-problema* serão ilustradas por desenhos ou série de desenhos articulados (como nas *histórias em quadrinhos*), acompanhadas de perguntas objetivas, buscando conduzir a criança ao raciocínio através do pensamento reflexivo.

Os livros oferecerão, ainda, exercícios e problemas em qualidade e quantidade suficientes para proporcionar treino e manter a aprendizagem, à medida que seja alcançada.

Uma constante avaliação da aprendizagem também será mantida através de testes freqüentes, com ênfase na auto-avaliação, consagrada pela Psicologia Moderna como o melhor recurso para levar o aluno a progredir.

Nos exercícios, aparecerão ordens como: PENSE, CALCULE, VEJA, TENTE FAZER, FAÇA etc., solicitando o pensamento do aluno e orientando o seu trabalho no sentido de ele próprio colaborar ativamente em sua aprendizagem.

3. *Vamos Aprender Matemática* — Guia do professor — Livros de 1 a 8 — série de manuais com orientação ao professor sobre o uso do livro da criança, contendo, em acréscimo, sugestões de atividades para o trabalho de enriquecimento.

Neles o professor encontrará informações sobre os objetivos, o conteúdo científico e os métodos de ensino relativos a cada lição do livro do aluno, sugestões detalhadas de atividades, material didático, jogos etc. para desenvolver o ensino do conteúdo da lição e adaptá-lo às diferenças individuais entre os alunos, conforme se revelem estes mais hábeis ou mais vagarosos, bem como sugestões para melhor conduzi-los ao *insight*.

Quando a tendência mais moderna no que se refere à promoção dos alunos é a chamada "promoção automática" ou "sistema de avanços progressivos", não poderíamos lançar uma série em que a matéria se apresentasse por anos escolares, sem a necessária flexibilidade. Daí a escolha do termo *estágio* para indicar o desenvolvimento da aprendizagem da criança, ao invés de períodos escolares estanques.

Assim, um aluno poderá, de acordo com suas possibilidades, vencer mais de um estágio durante o ano letivo, enquanto outro não vencerá nem mesmo um.

Acreditamos que esta série de publicações será de grande utilidade e aplicação nas escolas normais, nos cursos de preparação de diretores e supervisores e nas escolas primárias.

Não é pequena a dimensão de nossa tarefa, mas, com o trabalho e a orientação do grupo de professores — Norma Cunha Osório, Rizza de Araújo Pôrto, Regina Almeida, Olga Barroca, Helena Lopes, Nair Tulha Evangelista e Magdalena del Valle Gomide — e com a colaboração do leitor, enviando-nos críticas e sugestões sobre o que for sendo publicado, esperamos atingir nosso objetivo.

A EDITORA

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

PRINCÍPIOS BÁSICOS

Fundamentos de Matemática	1
Conteúdo Enriquecido e Ampliado	2
Resolução de Problemas	10
Técnicas de Apresentação	13
Verificação e Replanejamento do Ensino	15

1 CONJUNTOS E SUBCONJUNTOS

Fundamentos	19
Identificação e Descrição de Conjuntos e Subconjuntos — Págs.: 1 e 2	25
Tabulação de Conjuntos — Págs.: 3 e 4	28
União de Conjuntos — Págs.: 5 e 6	31
Interseção de Conjuntos — Págs.: 7 e 8	33
Conjunto-solução — Idéias de Maior que, Menor que e Igual a — Págs.: 9 e 10	35
Conjunto-solução — Intervalo — Pág.: 11	37
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 12	39
Representação Gráfica do Conjunto-solução (Enriquecimento) — Pág.: 13	42

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Problemas Verbais — Pág.: 14	44
------------------------------	----

3 PROPRIEDADES DOS NÚMEROS E DAS OPERAÇÕES

Fundamentos	46
Sentenças Relacionadas de Adição e Subtração — Págs.: 15 e 16	50
Sentenças Relacionadas de Multiplicação e Divisão — Págs.: 17 e 18	52
Elemento-identidade da Adição — Pág.: 19	53
Elemento-identidade da Multiplicação — Pág.: 20	54
Zero na Multiplicação e na Divisão — Págs.: 21 e 22	55
Propriedade Associativa da Adição e da Multiplicação — Págs.: de 23 a 25	57
Fatores — Pág.: 26	60
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 27	62
Divisão por Zero (Enriquecimento) — Pág.: 28	63

4 SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Fundamentos	66
Conjunto dos Números Naturais de 0 a 9 999 — Págs.: de 29 a 31	69
Numerais de Cinco e Seis Algarismos — Valor Posicional — Págs.: 32 e 33	72
Milhão — Valor Posicional — Pág.: 34	74
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 35	76
Numerais Romanos (Enriquecimento) — Págs.: 36 e 37	77

5 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Fundamentos	82
Situações Multiplicativas e de Divisão — Sentenças do Tipo $6 \times m = 60$ e $60 \div m = 6$ — Págs.: de 38 a 40	82
Produtos Cartesianos (Enriquecimento) — Págs.: 41 e 42	87

6 GEOMETRIA

Fundamentos	90
Planos — Linhas — Pág.: 43	97
Segmentos — Pág.: 44	99
Linhas Concorrentes e Linhas Paralelas — Pág.: 45	100
Raios e Ângulos — Pág.: 46	101
Segmentos e Ângulos Congruentes — Pág.: 47	103
Ângulos Retos — Linhas Perpendiculares — Págs.: 48 e 49	105
Polígonos — Págs.: 50 e 51	107
Classificação dos Triângulos — Págs.: 52 e 53	108
Construções Geométricas (Enriquecimento) — Pág.: 54	113

7 PROPRIEDADES DOS NÚMEROS E DAS OPERAÇÕES

Fundamentos	115
Uso da Propriedade Associativa na Determinação de Produtos — Págs.: 55 e 56	118
Propriedade Distributiva: Multiplicação sobre a Adição — Págs.: 57 e 58	120
Propriedade Distributiva: Divisão sobre a Adição — Págs.: 59 e 60	122
Restos na Divisão — Págs.: 61 e 62	124

8 COMPUTAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Fundamentos	129
Multiplicadores de Dois e Três Algarismos — Págs.: de 63 a 65	130

9 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Fundamentos	134
Média Aritmética — Págs.: 66 e 67	134
Problemas de Várias Etapas — Pág.: 68	137

10 PROPRIEDADES DOS NÚMEROS E DAS OPERAÇÕES

Fundamentos	139
Números Pares e Ímpares — Pág.: 69	142
Conjunto de Fatores — Números Primos e Compostos — Págs.: 70 e 71	143
Pares Ordenados — Pág.: 72	145
Uso do Par Ordenado de Números — Págs.: 73 e 74	146
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 75	149
Representação Gráfica de Pares Ordenados (Enriquecimento) — Pág.: 76	151

11 COMPUTAÇÃO DE NÚMEROS INTEIROS

Fundamentos	154
Arredondamento de Números — Págs.: 77 e 78	155
Divisores de Dois e Três Algarismos — Págs.: de 79 a 83	158

12 RAZÃO

Fundamentos	162
Conceito de Razão — Págs.: 84 e 85	167
Conceito de Razões Proporcionais — Págs.: 86 e 87	168
Uso das Razões Proporcionais — Págs.: de 88 a 90	170
Conjunto de Razões Proporcionais — Págs.: 91 e 92	173

13 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Uso de Razões — Págs.: de 93 a 98	176
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 99	182
Uso de Razão em Sentenças Relacionadas (Enriquecimento) — Pág.: 100	183

14 GEOMETRIA

Fundamentos	188
Quadriláteros — Págs.: de 101 a 103	190
Círculos — Págs.: 104 e 105	193
Construções Geométricas (Enriquecimento) — Pág.: 106	197

15 FRAÇÕES E NÚMEROS RACIONAIS

Fundamentos	200
Fração como Par Ordenado — Págs.: de 107 a 109	205
Conceito de Fração — Págs.: 110 e 111	207
"Frações Impróprias" — Págs.: de 112 a 114	210
Frações Equivalentes — Págs.: de 115 a 117	212
Conjunto de Frações Equivalentes — Págs.: 118 e 119	215
Conjuntos Especiais de Frações Equivalentes — Págs.: 120 e 121	217
Determinação de Frações Equivalentes — Págs.: 122 e 123	219

Verificação da Aprendizagem — Pág.: 124	221
Frações na Linha Numerada — Págs.: 125 e 126	223
Conjunto de Frações Equivalentes e a Linha Numerada — Págs.: de 127 a 130	226
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 131	231
Comparação de Números Racionais — Págs.: 132 e 133	232
Denominadores Comuns — Págs.: 134 e 135	234
Determinação de Denominadores Comuns — Págs.: 136 e 137	236
Idéias de Maior que, Menor que e Intervalo Aplicadas aos Números Racionais — Págs.: 138 e 139	238

16 SISTEMA DE NUMERAÇÃO

Fundamentos	241
Leitura e Escrita de Decimais — Págs.: de 140 a 143	244
Verificação da Aprendizagem — Pág.: 144	247

17 COMPUTAÇÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Fundamentos	249
Adição de Números Racionais — Págs.: de 145 a 151	252
Subtração de Números Racionais — Págs.: de 152 a 158	258

18 SISTEMA DE NUMERAÇÃO — DECIMAIS

Conversão de Numerais Fracionários em Decimais — Págs. 159 e 160	264
Conversão de Decimais em Numerais Fracionários — Pág.: 161	265
Linha Numerada dos Números Racionais — Págs.: 162 e 163	266
Adição e Subtração de Decimais — Págs.: de 164 a 168	267

19 RAZÃO

Fundamentos	272
Porcentagem — Págs.: de 169 a 171	272

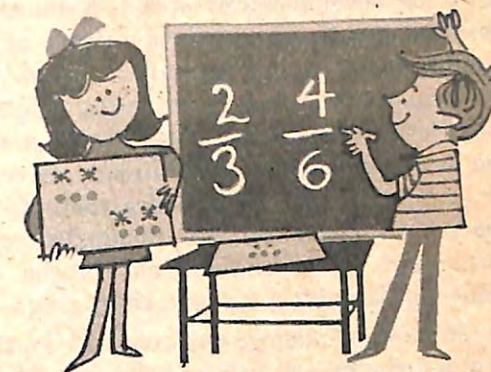
20 MEDIÇÃO

Fundamentos	275
Medição de Segmentos — Idéia de Escala — Págs.: 172 e 173	278
Perímetro — Págs.: de 174 a 176	279
Idéia de Área — Págs.: de 177 a 179	281
Unidades-Padrão de Superfície — Págs.: de 180 a 183	283
Área de Retângulos e de Quadrados — Págs.: de 184 a 186	288
Área de Paralelogramos — Págs.: 187 e 188	289

21 VERIFICAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Revisão Geral — Págs.: de 189 a 192	292
-------------------------------------	-----

Princípios Básicos



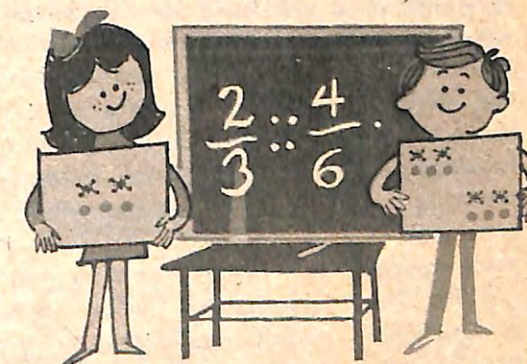
Objetivos

Desenvolvimento da compreensão dos conceitos matemáticos compatíveis com o nível da criança nesse estágio e considerados importantes como base sobre a qual poder-se-á apoiar o prosseguimento da aprendizagem da Matemática em estágios posteriores.

Aquisição de habilidades necessárias não apenas à aplicação, como também à continuação da aprendizagem em Matemática.

Cinco principais aspectos foram cuidadosamente planejados para ajudar o aluno a atingir os objetivos visados em VAMOS APRENDER MATEMÁTICA:

1. Inclusão de material e indicação de como usá-lo, de modo a desenvolver a compreensão de conceitos matemáticos básicos.
2. Apresentação de um conteúdo rico, numa seqüência que constantemente aumenta e aprofunda a experiência matemática do aluno.
3. Desenvolvimento de um processo sistemático, pedagogicamente válido, para a resolução de problemas.



4. Emprego de técnicas aperfeiçoadas de apresentação da matéria que conduzam à descoberta.
5. Inclusão de exercícios e testes para fixação e avaliação contínua da aprendizagem.

FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA

As solicitações de uma sociedade em rápida mudança criaram a necessidade de se encarar de maneira diferente o ensino da Matemática.

Tradicionalmente, esse ensino consistia em fatos numéricos e processos computa-

cionais que podiam ser aprendidos por rotina. Este ponto de vista não é mais sustentável. Os autores da série VAMOS APRENDER MATEMÁTICA acreditam que essa matéria é primordialmente um conjunto de conceitos básicos. Sua aprendizagem, no entanto, não deve focalizar apenas a aquisição desses conceitos, mas também incentivar diferentes maneiras de pensar, como as que levam ao reconhecimento de exemplos e modelos, levar o aluno a generalizações exatas e ao desenvolvimento da habilidade de resolver problemas. As habilidades computacionais precisam também ser dominadas, mas devem ser compreendidas em função das idéias fundamentais em que se apoiam.

Há uma tendência crescente no sentido de acreditar que a ênfase em conceitos básicos desenvolvidos de maneira significativa aumenta a eficiência da aprendizagem. Além do mais, a necessidade de desenvolver a prontidão para o estudo posterior de novas idéias matemáticas requer a apresentação e o desenvolvimento de certos conceitos fundamentais mais cedo do que costumavam ser tratados. A introdução antecipada desses conceitos está se tornando cada vez mais aceita porque, nos últimos anos, tem-se verificado que as crianças podem entender certas idéias quando ainda bem pequenas, dependendo da maneira pela qual essas idéias sejam introduzidas. Ao planejar um currículo de Matemática, é necessário relacionar e organizar essas idéias fundamentais num programa que continuamente amplie e aprofunde a experiência matemática da criança.

Aprender a pensar em torno de idéias básicas de maneira organizada prepara as crianças para encará-las como idéias unificadoras que integram os assuntos de Matemática num todo. Essas idéias serão ensinadas como componentes de uma estrutura matemática.

A medida que esses conceitos básicos e sua organização ficam claros para as crianças, novas idéias podem ser inte-

gradadas ao esquema estrutural básico então estabelecido.

CONTEÚDO ENRIQUECIDO E AMPLIADO

A mudança que considera os conceitos básicos como fundamento para o ensino de Matemática exige um planejamento cuidadoso para desenvolver um programa de Matemática que se estenda da escola de 1º grau à escola de 2º grau. Obviamente, nenhum conceito básico poderá ser plenamente desenvolvido em qualquer um desses dois graus de ensino. É importante que não se introduzam os conceitos cedo demais e que, uma vez introduzidos, eles sejam reforçados e aprofundados em cada nível. Também é importante que o programa estabelecido seja sistemático e gire em torno de idéias básicas. De outra forma, pode-se gastar o tempo dando-se às crianças um pouquinho de cada coisa e levando-as a, possivelmente, nunca reconhecer as idéias básicas como idéias unificadoras, formando um todo, o que constitui a essência do conhecimento matemático.

O conteúdo do livro VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 4 inclui capítulos dedicados ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos e capítulos que constituem a aplicação desses conceitos. Os capítulos estão agrupados em nove áreas de conteúdo: conjuntos, propriedades dos números e das operações, numeração, computação, resolução de problemas, geometria, razão, frações e números racionais e medição.

A seguir, apresentamos uma discussão de cada área de conteúdo. O leitor deverá observar que nessa Edição do Professor há uma seção intitulada "Fundamentos", que acompanha algumas áreas de conteúdo, onde são discutidas as idéias matemáticas relativas ao material apresentado no livro do aluno.

Conjuntos

No programa da série de livros VAMOS APRENDER MATEMÁTICA, a noção de conjuntos é usada para dar unidade e tor-

nar mais claros os conceitos apresentados. Por exemplo, desenvolve-se o significado de número natural relacionando os números à cardinalidade dos conjuntos de objetos e usando as idéias de correspondência um-a-um e equivalência entre conjuntos.

4 Conjunto I
L Olhe a fig. 4. Descreva o conjunto I e um subconjunto do conjunto I.
M Olhe a fig. 5. Descreva o conjunto J e um subconjunto do conjunto J.
N A seguir apresentamos o conjunto H. Dê um subconjunto do conjunto H.
Conjunto H: peixe, gato, boi e galo

5 Conjunto J
O A seguir apresentamos o conjunto S. Descreva um subconjunto de S.
Conjunto S: Paulo, Ana, Luis e Ivan
P Agora apresentamos o conjunto M. Dê um subconjunto do conjunto M.
Conjunto M: lápis, caixa, pasta, caneta, borracha e apontador

Conjunto C
Conjunto C: colher azul, bola azul, garfo azul, copo azul

Conjunto B
Conjunto B: Nair, Edir, Norma, Isis, João, Fernando, Carlos

Conjunto H: meia, sapato, vestido, saia, blusa

Conjunto F: pêssego, bolo, maçã, bala, laranja, biscoito

Nos livros 1 e 2 da série VAMOS APRENDER MATEMÁTICA, introduz-se a idéia de conjunto de maneira intuitiva e sem atenção ao uso explícito da terminologia específica dos conjuntos. No livro 3, as idéias de conjuntos e subconjuntos são introduzidas acompanhadas de certa terminologia apropriada, aparecendo como enriquecimento à noção de *união de conjuntos*.

Neste livro, ampliam-se as idéias relativas a conjuntos para incluir, propriamente, a união e a interseção de conjuntos. As idéias de conjuntos são então estendidas ao trabalho de geometria e usadas em conexão com o conjunto dos números naturais, o conjunto de frações equivalentes e o conjunto de razões proporcionais.

Operações e Propriedades

Até o quarto estágio, a maior parte do programa desta série é relacionada ao conjunto de números naturais — o conjunto cujos elementos são 0, 1, 2, 3 etc. — e às operações com números naturais. Nos primeiros níveis, as crianças começam a trabalhar com a adição e a multiplicação. A Matemática tradicional, que dava ênfase à *resposta computacional*, considerava uma adição como $13 + 54$ incompleta e a criança precisava vencer mais um passo para exprimir a soma como 67. Não se reconhecia que, ao somar 54 com 13, já se tem a soma logo que se pensa em $13 + 54$. Segundo o ponto de vista moderno, a representação $13 + 54$ apresenta vantagem sobre a representação 67 porque $13 + 54$ esclarece a situação que deu origem à *resposta*, isto é, que 54 foi adicionado a 13. Essa situação difere daquelas em que 28 é somado a 39 ou 53 é subtraído de 120 — cujas respostas

CONTINUE APRENDENDO

A Observe a fig. 1. A sentença $4 + 3 = 7$ mostra o que está acontecendo na figura?

B Dê a sentença que mostra o que está acontecendo na fig. 2. Na fig. 3. Na fig. 4.

C As sentenças usadas nos exercícios A e B aparecem abaixo. Elas são verdadeiras?
 $4 + 3 = 7$ $3 + 4 = 7$
 $7 - 3 = 4$ $7 - 4 = 3$

D Os mesmos números são usados em cada sentença? Quais são eles?

E Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de adição e de subtração com 4, 3 e 7?

F Observe cada sentença matemática abaixo e veja se é verdadeira.
 $11 - 2 = 9$ $11 - 9 = 2$
 $9 + 2 = 11$ $2 + 9 = 11$

G Os números usados em cada sentença são os mesmos? Quais são eles?

H Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de adição e de subtração com 2, 9 e 11?

I As sentenças do exercício F são sentenças relacionadas de adição e subtração?

J $5 + 4 = 9$ $13 - 6 = 7$
 $9 - 5 = 4$ $7 + 6 = 13$
 $9 - 4 = 5$ $13 - 7 = 6$
 $4 + 5 = 9$ $6 + 7 = 13$

L As sentenças do exercício C são sentenças relacionadas de adição e subtração.

também serão 67. Do mesmo modo, numa situação de multiplicação que envolva 4 grupos de 13 objetos, tem-se o produto desde o momento em que se pensa em 4×13 . Expressar o produto como 52 é dar um outro nome, talvez mais familiar, ao produto.

As propriedades fundamentais das operações são cuidadosamente desenvolvidas no programa desta série de livros. Neste volume, se incluem as propriedades comutativa e associativa da adição e da multiplicação, a propriedade distributiva, o zero como elemento-identidade da adição e o 1 como elemento-identidade ou elemento neutro da multiplicação. No entanto, as propriedades mencionadas não são apresentadas em linguagem matemática formal.

Além disso, as crianças ampliam seus conhecimentos relativos aos números naturais. Aprendem a determinar os fatores de um número natural e adquirem a noção de que um número natural pode ser par ou ímpar e primo ou composto.

A idéia de fatores é usada para ajudar o aluno a entender melhor a multiplicação e a divisão. Ele aprende que pode tornar verdadeiras sentenças como $x \times 4 = 96$ ou $96 \div 4 = x$ porque 4 é um fator de 96 e não pode tornar verdadeiras sentenças como $z \times 4 = 95$ ou $95 \div 4 = z$ porque 4 não é um fator de 95. Aprende ainda a interpretar $95 \div 4$ como 23 conjuntos de 4, com uma sobra de 3, e a elaborar a sentença verdadeira $95 = (23 \times 4) + 3$.

Nos estágios anteriores, as crianças usaram a propriedade comutativa da adição e da multiplicação e estudaram as relações adição-subtração e multiplicação-divisão. Neste livro, o aluno, já familiarizado com as relações entre os processos, estará pronto para encontrar diferentes sentenças matemáticas envolvendo o mesmo conjunto.

Suponhamos que uma criança deva achar o número que substitui n em $706 - n = 399$. Ela sabe que, usando as relações entre os processos, pode deduzir a sentença $706 = 399 + n$ de $706 - n = 399$.

Além disso, sabe que a ordem das parcelas não alterará o total — propriedade comutativa da adição. Assim, pode deduzir a sentença $706 = n + 399$ de $706 - 399 = n$. Finalmente, usando novamente a relação entre os processos, pode deduzir a sentença $706 - 399 = n$ de $706 = n + 399$. Note que, usando a propriedade comutativa e as relações entre os processos, a criança deduziu 3 sentenças de $706 - n = 399$: $706 = 399 + n$, $706 = n + 399$ e $706 - 399 = n$. Agora, ela poderá concluir que $706 - 399 = n$ é a sentença que mostra diretamente o cálculo que deverá ser efetuado para determinar o número que substitui n : $706 - 399 = 307$. Usando 307 em lugar de n em cada uma das demais sentenças, ela obterá uma sentença verdadeira.

Além disso, a criança aprende que sentenças como $706 - n = 399$, $706 = 399 + n$, $706 = n + 399$ e $706 - 399 = n$ são sentenças relacionadas ou equivalentes de adição e subtração, porque o mesmo número substitui n nessas sentenças e os mesmos três números são usados. Do mesmo modo, o aluno aprende que sentenças como $47 \times d = 235$, $235 \div 47 = d$, $d \times 47 = 235$ e $235 \div d = 47$ são sentenças relacionadas de multiplicação e divisão.

O uso de sentenças relacionadas ajuda o aluno a desenvolver maior compreensão das relações entre os processos. Outra aplicação muito importante das sentenças relacionadas é na resolução de problemas. A pág. 12 encontra-se um comentário referente ao uso das sentenças relacionadas na resolução de problemas.

Sistema de Numeração

O Sistema de Numeração de base 10 torna possível representar qualquer número natural usando-se apenas 10 símbolos e a idéia de valor relativo ou posicional desses símbolos. Conseqüentemente, é essencial a compreensão do sistema de base 10, porque dá à criança uma maneira sistemática

de dar nomes aos números naturais. Os processos de computar, que são basicamente maneiras de dar outros nomes aos números, também dependem de uma compreensão exata do sistema decimal de numeração.

CONTINUE APRENDENDO

1 1 0 0 0 0
1 000
um milhar

2 1 0 0 0 0 0 0
10 000
dez milhares

3 10 000 10 000 10 000 10 000
10 000 10 000
100 000
cem milhares

32

Esta série de livros dá especial atenção ao desenvolvimento da compreensão do Sistema Decimal de Numeração. No livro VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 1, de acordo com a moderna tendência de iniciar cedo a introdução de certos conceitos matemáticos, estabeleceu-se cuidadoso desenvolvimento do sistema de numeração, abordando os numerais até 99. No livro 2, esse desenvolvimento amplia-se para incluir os numerais de 3 algarismos.

Em VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 3, o sistema vai além, incluindo numerais de até 4 algarismos. Além disso, desenvolve-se intensivamente a habilidade de reagrupar como preparação para computar, o que reduz as dificuldades que as crianças

costumam apresentar com relação às técnicas computacionais da "reserva" na edição e do "recurso à ordem superior" na subtração.

Neste volume, são mantidos os recursos apresentados nos níveis anteriores e o sistema de numeração amplia-se até incluir numerais de 9 algarismos, estendendo-se a décimos e centésimos.

O ensino de sistemas de numeração com bases diferentes de 10 só será feito no livro 5. Os autores acreditam que, para crianças dos estágios anteriores, é suficiente um ensino baseado na compreensão do sistema de base 10. No livro 5, quando se admite a possibilidade de a criança já ter entendido as propriedades de um sistema de numeração, serão apresentados outros sistemas e, então, o aluno reforçará sua compreensão sobre numeração em geral.

Computação

ENRIQUEÇA SEUS CONHECIMENTOS

Acima aparece um gráfico. Um par ordenado de números pode ser representado por um ponto no gráfico.

A Procure o ponto para (5, 3). Ele fica a 5 espaços na horizontal e 3 na vertical.

B Procure o ponto para (3, 5). Ele fica a 3 espaços na horizontal e 5 na vertical.

C Quando você localiza um par ordenado em um gráfico, o primeiro número corresponde aos espaços na linha horizontal. E o segundo?

D Onde se localiza o ponto para (2, 1)? Para (3, 4)? E para (4, 3)?

E Que par ordenado corresponde ao ponto U?

F Dê os pares ordenados que correspondem aos pontos T, V, X e Z.

G Observe o gráfico acima. Que par ordenado indica o ponto A?

H Você pode associar (9, 7) a $x + x - 2$? Que número em (9, 7) representa x ? E $x - 2$?

I Que par ordenado está representado pelo ponto B? Você associaria este ponto a $x + x - 2$?

J Que outros pontos do gráfico representam pares ordenados que se associam a $x + x - 2$?

L Que você nota nos pontos que se associam a $x + x - 2$?

M Dê mais três pares ordenados para $x + x - 2$ e represente-os no gráfico.

76

Por muitos anos, houve no ensino da Matemática uma tendência para aumentar a complexidade na organização dos assuntos.

O processo da adição, por exemplo, era dividido em mais de uma dúzia de habilidades que deviam ser desenvolvidas. A adição envolvendo numerais de dois algarismos com "reserva" era deixada para semanas ou mesmo meses depois de ser ensinada a adição sem "reserva".

Por causa dessa organização tradicional, as crianças não compreendiam a natureza do processo como um todo. Por exemplo, quando a adição com "reserva" é ensinada primeiro, a criança não pode entender por que se diz que se deve começar a somar pelas unidades, pois ela poderá chegar à resposta certa somando as dezenas em primeiro lugar. Desse modo, ficará difícil para o professor acompanhar os passos do trabalho do aluno para ver se ele está operando de maneira certa. Às vezes, ele poderá estar trabalhando erradamente, escapando à observação do professor. Em muitos casos, a falta do "insight" torna a situação mais difícil para o aluno e para o professor.

Na série de livros VAMOS APRENDER MATEMÁTICA, tem-se por princípio introduzir um processo pelo uso de exemplos que sejam significativos do processo como um todo.

A dificuldade principal de uma aprendizagem é considerada logo no início do seu desenvolvimento, situada dentro da estrutura geral em que se encontra. Quando a criança compreende como trabalhar com os exemplos mais representativos de uma determinada situação de aprendizagem, não terá dificuldade em lidar com os casos particulares mais simples, associando-os aos que já aprendeu. Além disso, apresenta-se um processo computacional somente depois de as crianças terem aprendido todos os fatos básicos relativos àquele processo e terem adquirido suficiente conhecimento do sistema de numeração para compreender o reagrupamento exigido para computar.

Os processos de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo os números naturais são introduzidos no livro 3, sendo novamente ensinados e ampliados no livro 4, quando são introduzidos, então, os processos computacionais de adição e subtração envolvendo os números racionais.

Embora hoje se dê menos ênfase aos aspectos computacionais da Matemática, a habilidade de computar ainda é um objetivo importante a ser atingido por qualquer programa. Um produto expresso como 23×417 , por exemplo, não proporcionará, em muitas situações, uma resposta satisfatória. Portanto, é necessário recorrer a um processo computacional para expressar esse produto como 9 591.

Este exemplo ilustra que, em última análise, computar é um meio de substituir um nome de um número por um outro.

Os processos computacionais são apresentados nesta série de livros de modo a desenvolver, primeiro, a compreensão e, por fim, as habilidades que os alunos deverão adquirir para poder computar. Esses processos são desenvolvidos primeiramente pelo uso de figuras, considerando as propriedades fundamentais de cada processo, como por exemplo a propriedade distributiva da multiplicação. Espera-se que as crianças, nesse estágio de desenvolvimento, sejam capazes de justificar cada etapa do processo, em termos da propriedade em que se apoia, mas esse aspecto formal será melhor entendido se explicado inicialmente pelo uso de objetos.

Resolução de Problemas

Um objetivo importante do programa moderno de Matemática é desenvolver os conceitos e as técnicas necessárias para resolver problemas que envolvam dados quantitativos. No programa elaborado para esta série de livros, há idéias que proporcionam uma boa base para desenvolver a compreensão e as habilidades necessárias a uma efetiva resolução de problemas: identificação

de conjuntos, correspondência um-a-um — biunívoca — reconhecimento da ação envolvida em situações ilustradas por desenhos, fatos básicos e a elaboração da sentença matemática apropriada para descrever a situação apresentada.

RESOLVA PROBLEMAS

Lia guardou 42 balas em 3 caixas. Quantas balas colocou em cada caixa?

1

sentença

Você sabe quantas balas foram guardadas. Você não sabe quantas ficaram em cada caixa.

Número de grupos
Número em cada grupo

$3 \times f$

Você sabe que Lia usou ao todo 42 balas.

Número total

$3 \times f = 42$

Você precisa achar quantas balas Lia colocou em cada caixa. Para o problema A, você pode fazer também uma sentença matemática de divisão.

Número total
Número em cada grupo
Número de grupos

$42 \div f = 3$

O mesmo número substituirá f nas sentenças $3 \times f = 42$ e $42 \div f = 3$

Desde o livro 2 usa-se o problema verbal, isto é, o problema formulado em palavras para descrever uma situação física e propor uma pergunta envolvendo uma idéia quantitativa. As crianças aprendem a organizar a sentença matemática que descreve o que está acontecendo no problema e, em seguida, completam a sentença, tornando-a verdadeira, e dão a resposta do problema.

Neste livro, o aluno reencontra os tipos de problemas que aprenderam a resolver nos estágios 2 e 3 e tratam de problemas que requerem achar a média, interpretar restos, usar razões e proporções e resolver problemas que podem ser descritos por sentenças do tipo $12 \times m = 60$ ou $60 \div m = 12$ (divisão partitiva). Às págs. de 9 a

12 aparece um comentário relativo a técnicas de resolução de problemas.

Geometria

A Geometria, para muitas pessoas, sugere a Geometria formal, demonstrativa, que dá ênfase à prova e que se julga só dever ser tratada na escola de 2º grau. No entanto, certos conceitos geométricos básicos podem ser introduzidos informalmente às crianças em cada estágio do 1º grau.

No programa desenvolvido na série de livros VAMOS APRENDER MATEMÁTICA, muitos dos conceitos geométricos fundamentais são introduzidos por meio de representações gráficas e de situações cotidianas familiares aos alunos.

CONTINUE APRENDENDO

1

linhas concorrentes

linhas concorrentes

ponto de interseção

linha 1

linha 2

linha 3

linha 4

linhas paralelas

2

linha 5

linha 6

linhas concorrentes

3

linha 7

linha 8

linha 9

4

As linhas 7 e 8 são linhas —
As linhas 7 e 9 são linhas —
As linhas 8 e 9 são linhas —

Na apresentação desses conceitos, as experiências partem de situações familiares ao mundo da criança para as que não lhes são familiares.

Nos livros 1 e 2 desta série, as crianças aprendem a reconhecer e identificar linhas,

linhas que se interceptam, linhas paralelas e fazem o reconhecimento de alguns polígonos simples. No livro 3, ampliam seus conhecimentos geométricos, incluindo segmentos de reta e ângulos, e são introduzidos os conceitos de triângulo e quadrilátero. Neste livro, ampliam mais ainda seus conhecimentos, fazem uma revisão das noções já desenvolvidas e estudam as semi-retas, o círculo, os paralelogramos e a congruência de segmentos e ângulos. Aprendem também a identificar linhas perpendiculares.

A inclusão da Geometria em todos os níveis do 1º grau é uma das características de um currículo moderno de Matemática. A seqüência de idéias geométricas dos livros desta série foi planejada de modo a promover um desenvolvimento sistemático e cumulativo através de todo o 1º grau.

Razão

CONTINUE APRENDENDO

A Olhe a fig. 1.
O preço é de \blacksquare bolas por \bullet cruzeiros.
Você pode usar um par ordenado para dizer este preço. Primeiro será preciso decidir o que cada número indicará.

Observe que o primeiro número refere-se às 6 bolas.
(6, 5)
O segundo número refere-se a 5 cruzeiros.

B Quando você usa (6, 5) para indicar preço, este par ordenado constitui uma razão. Você pode escrever os numerais como mostramos abaixo.

A que se refere o primeiro número? $\frac{6}{5}$ — E o segundo?
6 para 5

C Olhe a fig. 2.
Há \blacksquare chapéus e \bullet vestidos.

D Podemos usar uma razão para comparar o número de chapéus com o número de vestidos.

Observe que o primeiro número se refere aos 3 chapéus. $\frac{3}{4}$ — Que indica o segundo número?
3 para 4

A idéia de *relação* é de grande significado matemático. Embora dificilmente as

crianças possam entender uma definição precisa de relação, não lhes será difícil aprender algumas das muitas aplicações de uma relação a situações concretas. Entre as relações matemáticas mais simples estão as que se estabelecem entre pares de números. Essas relações referem-se a pares de números que se associam a situações que envolvem preço, velocidade ou comparação. Em cada uma dessas situações, um *par ordenado de números* é usado para estabelecer a relação entre os dois números envolvidos.

Suponhamos, por exemplo, que 12 lenços custam 15 cruzeiros. O par ordenado de números 12, 15 pode ser usado para exprimir o preço dos lenços nessa situação. Para mostrar que 12, 15 é um par ordenado, escrevemos (12, 15). O primeiro número do par ordenado (12, 15) refere-se ao número de lenços que podem ser comprados. O segundo, ao número de cruzeiros necessários para comprar os lenços.

Pode-se usar mais do que um par de números para exprimir o preço dos lenços. Alguns desses pares são: (4, 5), (8, 10), (12, 15), (16, 20) e (24, 30). O primeiro número de cada par refere-se ao número de lenços e o segundo ao número de cruzeiros. Os pares de números relacionados acima pertencem ao mesmo conjunto de pares de números e qualquer outro par de números que pertença a esse conjunto pode ser usado para exprimir o preço dos lenços.

Outra situação que envolve a relação entre dois números é a de um carro que percorre 20 quilômetros em 30 minutos. (20, 30) pode ser usado para exprimir a velocidade. O primeiro número desse par refere-se ao número de quilômetros e o segundo ao número de minutos. Qualquer par de números que pertença ao mesmo conjunto a que pertence (20, 30) pode ser usado para exprimir essa velocidade.

Outra importante situação que também envolve relação entre dois números é aquela na qual se comparam dois números.

Suponhamos, por exemplo, que haja 12 maçãs e 24 laranjas. Pode-se usar (12, 24) para comparar o número de maçãs e o de laranjas. Outro par de números que pertença a esse conjunto de números pode ser usado nessa comparação.

Nos livros desta série, ao par de números usado em situações que envolvam preço, velocidade ou comparação, chamar-se-á *razão*.

No livro 3, as crianças aprendem que podem usar um par de números quando querem falar de preços ou comparar dois números e que esses pares ordenados constituem razões. Neste livro, começam a desenvolver a noção de proporção entre razões que pertencem ao mesmo conjunto, aprendendo a organizar ou formar conjuntos de razões equivalentes partindo de frações dadas. Aprendem também a resolver alguns tipos de problemas usando as razões.

Frações e Números Racionais

Exercício 1
Escreva dois numerais para representar a porção colorida dos objetos.

1

4

2

5

3

6

Exercício 2
Diga quais as frações que representem um objeto inteiro ou mais que um objeto.

A $\frac{1}{12}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ E $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}$
 B $\frac{2}{3}, \frac{13}{18}, \frac{20}{9}, \frac{10}{3}$ F $\frac{5}{4}, \frac{4}{3}, \frac{1}{12}$
 C $\frac{11}{10}, \frac{7}{9}, \frac{4}{3}$ G $\frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}$
 D $\frac{1}{2}, \frac{9}{8}, \frac{13}{21}, \frac{21}{8}$ H $\frac{4}{9}, \frac{10}{10}, \frac{5}{9}, \frac{9}{9}$

Exercício 3
Escreva com algarismos os numerais.

A um e seis oitavos
 B sete e dois terços
 C cinco e um meio
 D três e quatro sétimos
 E dois e dois quartos
 F quatro e dez onze avos
 G seis e três quintos
 H dez e cinco nonos

114

Como vimos, um par de números pode ser usado em situações que envolvem preço, velocidade ou comparação. Nessas situações, referimo-nos ao par ordenado de números como *razão*. Há outras situações físicas que podem ser associadas a pares de números e que não constituem razões. Essas situações físicas envolvem uma relação parte \longleftrightarrow todo.

Suponhamos, por exemplo, que um pedaço de cartolina seja dividido em 8 partes iguais e 7 dessas partes sejam coloridas. Pode-se associar a essa situação física o par de números 7, 8. O primeiro número desse par refere-se ao número de partes coloridas. O segundo, ao número de partes do objeto inteiro.

Quando se associa um par de números a uma situação física que envolva uma relação parte \longleftrightarrow todo, o par é uma *fração*.

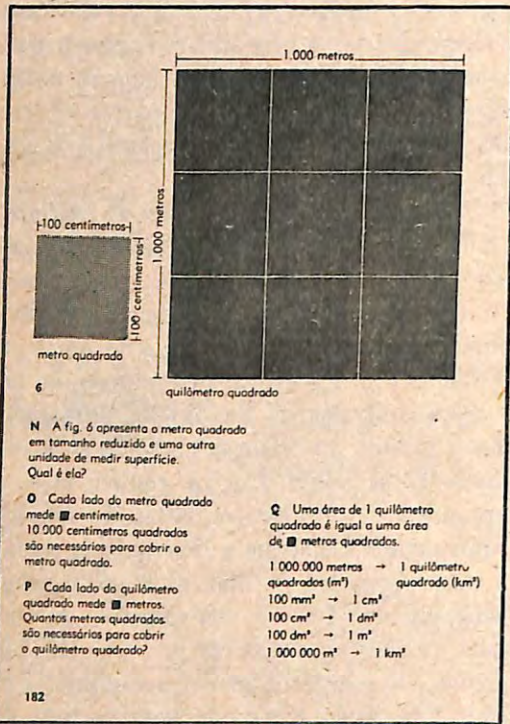
No livro 3, as crianças aprendem que uma fração é um par ordenado de números e começam a desenvolver a compreensão de frações equivalentes. Na linha de conteúdo deste volume, as crianças ampliam seus conhecimentos sobre frações equivalentes e aprendem a formar conjuntos de frações equivalentes. Começam a desenvolver, assim, a noção intuitiva de número racional como conjunto de frações equivalentes. Aprendem também a encontrar um denominador comum, a comparar números racionais e a usar uma linha numerada para ordenar os números racionais. Ampliam ainda seus conhecimentos relativos à computação, incluindo a adição e a subtração de números racionais.

Medição

As medições, que constituem uma combinação de idéias geométricas e idéias numéricas, são introduzidas desde os primeiros estágios. Desenvolve-se a idéia do que significa medir, como medir de maneira apropriada, ressaltando-se a necessidade do uso da unidade-padrão de medida. O litro, o metro, o centímetro, o quilômetro, o quilo e

a tonelada são algumas das unidades padronizadas introduzidas nos estágios 1, 2 e 3.

Neste livro, fixam-se as idéias apresentadas nos estágios anteriores, que são ampliadas para incluir outras unidades padronizadas de medida, como a de superfície. As crianças aprendem a usar os conceitos de razão e proporção para encontrar medidas equivalentes.



Ainda no estágio 4, as crianças aprendem que o perímetro de um polígono é a soma dos comprimentos dos lados do polígono e são levadas a concluir que podem achar o perímetro adicionando os comprimentos dos lados do polígono.

Inicia-se também o estudo do metro quadrado e da idéia de área e o aluno aprende a determinar a área do interior de um polígono, contando o número de metros quadrados que pode cobrir o interior desse polígono.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um dos mais importantes aspectos do ensino da Matemática e que não tem merecido tratamento adequado é o desenvolvimento da habilidade de analisar situações-problema.

Tal ensino tem-se apoiado em palavras-chave e em recomendações que não têm constituído realmente ajuda para o aluno. É comum ouvir o professor dizer: "Leia cuidadosamente o problema"; "Pense no que fazer com os números"; "Escolha a operação". A dificuldade experimentada pelo aluno na resolução de problemas continua sendo, no entanto, sua inabilidade em analisar o problema.

Constantemente ouvimos professores queixarem-se de que a dificuldade da criança é a de que "ela não sabe ler os problemas". O fato é que o aluno geralmente é capaz de reconhecer cada uma das palavras. O que o professor quer dizer com tal afirmação é que o aluno não consegue interpretar as situações descritas pelos problemas verbais.

Para ser bem sucedido, o aluno precisa aprender a basear sua decisão na escolha do processo que o conduzirá à resposta do problema e na compreensão da situação total, ou seja, da situação como um todo. O desenvolvimento dessa compreensão constitui uma das principais preocupações dos autores desse livro que, para isso, procuram enfatizar um processo geral que se aplique à resolução de quaisquer tipos de problemas, não importando a dificuldade que apresentem. Procuram seguir os seguintes passos: (1) elaborar a sentença matemática que descreve o que acontece no problema; (2) computar de acordo com certas convenções matemáticas; (3) interpretar o resultado final em termos da situação original. Convém ressaltar que, primeiro, a criança é levada a construir a sentença matemática que reflete, de maneira clara, a situação ocorrida no mundo físico, conforme des-

crição feita pelo problema verbal. Uma vez obtida a sentença, o aluno encontrar-se-á no "mundo matemático", onde deverá procurar a solução. Finalmente, retornará ao mundo físico para interpretar a sua resposta em termos da situação original.

Construção da Sentença Matemática

Em VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 4, nas lições relativas à resolução de problemas, o aluno aprende como analisar a situação descrita e escrever a sentença matemática para descrever a situação-problema apresentada. Essa parte da lição é intitulada SENTENÇA e nela o aluno é levado a analisar a situação, em vez de ser apressadamente conduzido a fazer a operação, que pode ou não ser apropriadamente escolhida.

A sentença matemática funciona como registro da maneira segundo a qual o aluno vê a situação e pensa no problema.

Se a criança não for capaz de analisar a situação, será vã qualquer tentativa de conduzi-la à fase computacional.

Para compreender a natureza de um problema, o aluno deverá ser capaz de reconhecer o tipo de ação que nele ocorre. Se um conjunto se reúne a outro, a ação é aditiva. Outras vezes, o problema leva a pensar primeiro em um único conjunto, dele se retirando uma parte. Nessas situações, tem lugar uma ação subtrativa. Em outras situações, no entanto, as ações ocorridas são multiplicativas ou de divisão.

Situações há em que os objetos não se "movem" por si próprios e será necessário imaginar a ocorrência de ações de combinar ou separar.

As ações, reais ou imaginárias, constituem sempre importantes aspectos para compreender a situação como um todo.

A orientação do ensino de problemas nesta série de livros baseia-se numa distin-

ção clara entre a ação descrita pelo problema e o processo computacional empregado para determinar a resposta, ou seja, resolvê-lo. Essa distinção é importante porque o processo usado para resolver o problema nem sempre é o processo sugerido pela ação envolvida na situação-problema.

Consideremos, por exemplo, o problema seguinte:

Mário tinha uma coleção de 78 selos. Depois de ganhar mais alguns de José, verificou que possuía 105 selos. Quantos selos Mário ganhou de José?

A ação claramente sugerida nesse problema é a de adição, mas sua solução exige o emprego da subtração. Na análise de problemas dessa natureza, a criança deverá reconhecer que ela conhece o número de objetos que havia inicialmente — 78 — e que alguns objetos foram reunidos aos 78 objetos iniciais, embora ela não saiba quantos são os objetos que se reuniram aos iniciais — x . Mas ele conhece o número total de objetos — 105.

Assim, para o problema descrito acima, o aluno escreverá a sentença $78 + x = 105$ para descrever o que realmente nele ocorreu.

Consideremos agora um problema cuja ação é subtrativa, mas que exige o emprego da adição para se chegar ao resultado:

Um comerciante tinha alguns discos para vender. Depois de vender 15, verificou que ainda dispunha de 19. Quantos discos ele possuía inicialmente?

Ao analisar o segundo problema, o aluno deverá reconhecer que ele não sabe quantos objetos havia antes — n . Conhece o número de objetos que foram retirados — 15 — e conhece ainda quantos objetos restam — 19. Assim, escreverá a sentença $n - 15 = 19$, que reflete o que realmente aconteceu no problema.

Busca da Resposta

O aluno, em geral, deve aprender a decidir que processo computacional usar para encontrar a resposta. Neste livro, esta fase da lição é intitulada RESPOSTA.

Em VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 3, a criança utiliza o que sabe sobre a situação física para determinar o processo que conduzirá à resposta. Usando material concreto e desenhos, ela aprende a “desfazer” a ação sugerida pelo problema. Para o primeiro problema apresentado acima, após escrever $78 + x = 105$, que descreve o que aconteceu no problema, ela é levada a “desfazer” a ação de reunir, imaginando que 78 selos foram removidos. Essa ação de “desfazer” sugere que, no caso do primeiro problema, é a subtração o processo computacional que resolve sentenças da forma $78 + n = 105$.

Para o segundo problema, também apresentado anteriormente, o aluno usa $n - 15 = 19$ para descrever o que aconteceu no problema e, para “desfazer” a ação de separar, imagina que os 15 discos que foram removidos são reunidos novamente aos 19 que ficaram. Essa ação de “desfazer” sugere que, no segundo problema, seja usado o processo computacional de subtração para se chegar à resposta.

Em VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 4, a criança passa a trabalhar no mundo matemático, procurando-se levá-la a desprender-se do mundo físico. Ela aplicará agora as noções que adquiriu sobre a propriedade comutativa, a relação entre os diferentes processos aprendidos e as sentenças relacionadas.

No primeiro problema, ela sabe que, da sentença $78 + x = 105$, podem derivar as sentenças relacionadas $78 = 105 - x$, $x + 78 = 105$ e $x = 105 - 78$. Sabe também que $x = 105 - 78$ é a sentença que lhe indica diretamente que cálculo fazer para achar o número que substitui $x = 27$. En-

tão, substituindo x por 27 em $78 + x = 105$, ela obterá uma sentença verdadeira.

Em problemas como o segundo-sugerido acima, o aluno aprende que as sentenças relacionadas a $n - 15 = 19$ são $n = 19 + 15$, $n = 15 + 19$ e $n - 19 = 15$. Aprende ainda que $n = 19 + 15$ e $n = 15 + 19$ são as sentenças que indicam diretamente o cálculo a ser feito para buscar o número que deve substituir $n = 34$. Assim, $34 = 19 + 15$ ou $34 = 15 + 19$. Então, substituindo n por 34 em $n - 15 = 19$, ele obterá uma sentença verdadeira.

Observe que, ao trabalhar matematicamente com o problema, o aluno lida apenas com os números, sem se preocupar com o tipo de objeto que fisicamente se associa aos números com que ele está trabalhando.

Interpretação da Resposta

Resolvido o problema, o aluno deve voltar à situação física, interpretando a resposta em termos da situação original nele apresentada. No primeiro problema apresentado acima, ele deverá interpretar 27 como o número de selos que Mário ganhou de José, dizendo “José deu a Mário 27 selos”. No segundo problema, 34 seria o número inicial de discos que o comerciante possuía e o aluno deverá responder “O comerciante possuía inicialmente 34 discos”.

Como vimos, desenvolve-se neste livro um processo geral de resolução de problemas, um processo sistemático de proceder diante de qualquer problema aritmético. Em cada lição, focaliza-se um certo tipo de problema.

Com isso não pretendemos que o aluno reconheça um determinado problema pelo seu tipo nem que ele siga uma rotina ou mecânica para cada tipo de problema. O que é essencial é que o aluno aprenda a analisar cada situação, que difere uma da outra, e a lidar adequadamente com todas elas.

TÉCNICAS DE APRESENTAÇÃO

O método da *descoberta* vem recebendo cada vez mais ênfase atualmente porque promove compreensão crescente. Os autores da série VAMOS APRENDER MATEMÁTICA advogam o uso amplo dos métodos indutivo e da *descoberta*. Acreditam que a melhor maneira de levar o aluno a descobrir os conceitos matemáticos é:

- desenvolver esses conceitos pelo uso de material concreto e desenhos;
- desenvolver os conceitos *diretamente*, sem subterfúgios, relacionando-os a experiências significativas da vida cotidiana do aluno;
- introduzir os símbolos e outros aspectos formais somente depois de terem sido informalmente desenvolvidas as idéias representadas por esses símbolos;
- desenvolver bons métodos de estudo;
- variar os processos de ensino, para ajustá-los às diferenças individuais.

Uso de Desenhos e de Material Concreto

As idéias matemáticas são abstratas e uma das maiores dificuldades na sua introdução é torná-las significativas para as crianças. Os autores de VAMOS APRENDER MATEMÁTICA apresentam duas sugestões para se vencer esta dificuldade: 1) relacionar sistematicamente as idéias matemáticas às experiências diárias da criança; 2) proporcionar muitas e variadas experiências que ajudem a criança a compreender as idéias matemáticas. Tais experiências deverão incluir gravuras, ilustrações e material concreto. A criança será levada a deixar gradualmente o mundo físico para ingressar no mundo da Matemática.

No livro do aluno, o desenho de cada página foi planejado de modo a apresentar as idéias em situações significativas, com a

finalidade de auxiliar o professor a introduzir a idéia e de ajudar o aluno a compreendê-la. As figuras não são meras ilustrações, mas auxílios visuais a serem usados pelo professor e pelo aluno. Podem ser usadas ainda como sugestões para outras atividades que envolvam representações no flanelógrafo ou no quadro, servindo também como modelo para o uso de objetos que possam ser manipulados.

Introdução Direta das Idéias

O método de apresentação da matéria usado neste livro caracteriza-se pela introdução direta dos conceitos matemáticos básicos.

Muitas vezes, no passado, esses conceitos eram diluídos em atividades e métodos indiretos, que conduziam a um ensino rotineiro de fatos. Os autores desta série acreditam que as idéias essenciais não devem ser mascaradas por jogos ou atividades lúdicas empregadas como meios de apresentar um conceito; mais tarde, de forma moderada, tais atividades podem ser usadas para desenvolver prática das noções e habilidades já adquiridas.

Uso do Simbolismo Matemático

Os símbolos constituem instrumentos indispensáveis ao estudo da Matemática. São usados nos processos de computar e na resolução de problemas, compondo as sentenças matemáticas.

Nesta série de livros, a introdução de um símbolo qualquer só é feita quando o aluno já adquiriu alguma familiaridade com a idéia por ele traduzida e no estágio adequado a ele usar o símbolo aprendido. A introdução prematura de símbolos cuja significação não esteja suficientemente clara para a criança pode interferir negativamente na aprendizagem.

Desenvolvimento de Métodos de Estudo

A demanda de maior número de pessoas treinadas no campo da Matemática está exigindo que a criança, desde a escola de 1º grau, vá adquirindo métodos adequados de estudo que conduzam particularmente à descoberta de idéias matemáticas e motivem o aluno a aprender cada vez mais.

Este livro desenvolve um método efetivo de estudo ao apresentar os processos de computar em quatro etapas. Na etapa 1, chamada *Veja*, mostra-se, com detalhes, o que a criança deve fazer. Etapa por etapa, as gravuras ilustram o que acontece com os objetos. A representação simbólica do processo é mostrada em estreita conexão com as figuras. Há ordens e outras observações escritas, simples e curtas. Na etapa 2, chamada *Pense*, trabalha-se com outro exemplo semelhante e dirigem-se à criança algumas perguntas acerca de detalhes importantes. Encoraja-se e auxilia-se a criança a pensar sobre o exemplo apresentado. Na etapa 3, chamada *Tente Fazer*, apresentam-se novos exemplos já resolvidos, mas espera-se que a criança, primeiro, faça o trabalho por si, para, depois, compará-lo aos exemplos já prontos. Na etapa 4, chamada *Faça*, apresentam-se exercícios práticos. As etapas 3 e 4 têm como objetivo dar à criança trabalho independente.

Estas quatro etapas vêm sendo usadas com sucesso e, neste livro, elas são enriquecidas por técnicas visuais, adaptadas à moderna teoria da aprendizagem. O aluno é conduzido a ver, pensar, experimentar e realizar um processo por si mesmo, com inteira confiança.

As etapas são sistematicamente complementadas por figuras, explicações, perguntas, exemplos e problemas. As etapas *Veja* e *Pense* são desenvolvidas com auxílio do livro e sob orientação direta do professor. As outras, *Tente Fazer* e *Faça*, podem ser usadas como trabalho independente. Esse processo permite também o atendimento às

diferenças individuais. O professor fica livre para dar maior atenção ao aluno que precisar de assistência na etapa *Tente Fazer*, enquanto os alunos que aprendem mais depressa passam sozinhos à etapa *Faça*.

Um processo eficaz de estudar Matemática faz com que o aluno se torne autoconfiante e esteja continuamente fazendo indagações, propondo a si mesmo as perguntas "Por quê?" e "Como?". A aplicação de um processo de estudo requer ainda do aluno a habilidade de ler material impresso e entender as idéias matemáticas nele envolvidas.

Crianças que usam esta série de livros aprendem a pensar nas idéias matemáticas vendo os desenhos do livro e ouvindo o que o professor diz em conexão com as situações representadas. As figuras ajudam-nas a associar o vocabulário às idéias matemáticas que estão sendo desenvolvidas. Nos estágios mais adiantados, as figuras servem para suplementar o texto e esses dois elementos irão ajudar a criança a ver e compreender por que e como os conceitos estão sendo desenvolvidos.

Neste livro, deu-se muita atenção aos desenhos e à escolha do vocabulário. Este foi cuidadosamente controlado e reforçado, à medida que a criança se inicia nos elementos básicos dos processos de estudo da Matemática. À proporção que progride nos estudos, a criança vai-se desprendendo das figuras e das explicações do professor, passando a depender, em maior escala, da palavra impressa.

Atendimento às Diferenças Individuais

Qualquer turma, não importa que organização tenha, é formada de indivíduos que diferem em habilidades e capacidades. Algumas crianças necessitam de maior número de experiências concretas para dominar um conhecimento matemático. Outras se cansam mais depressa de tais atividades e necessitam de situações mais motivadoras.

Os autores desta série de livros reconhecem a necessidade de um material adequado, que possa ser usado para atender às diferenças individuais. Acreditam que é possível ensinar Matemática às crianças mais lentas pela compreensão, empregando o que se conhece sobre os princípios da aprendizagem, bem como acreditam que é possível motivar os mais capazes, adaptando-se os processos de ensino ao mesmo material. Sabe-se que uma boa situação de ensino-aprendizagem não elimina nem procura reduzir essas diferenças entre as crianças, procurando até ressaltá-las. Neste livro, estão incluídas muitas atividades para atender às diferenças individuais.

Em cada grupo de lições há, na Edição do Professor, sugestões detalhadas para essas atividades, sob os títulos "Para Crianças que Aprendem Mais Depressa" e "Para Crianças que Aprendem Devagar".

A adaptação do material disponível à capacidade da criança constitui uma parte importante do ensino. O material de **VAMOS APRENDER MATEMÁTICA** pode ser facilmente adaptado a pequenos grupos. Com os alunos mais lentos, o professor deve caminhar, deliberadamente, mais devagar. Em nenhuma ocasião, entretanto, essa forma de agir deve forçar a memorização de fatos isolados. Deve-se usar grande quantidade de desenhos e, sempre que necessário, material concreto para suplementar as atividades. O professor deve variar as atividades e proporcionar muitas experiências, de acordo com as habilidades do grupo. Durante o trabalho com as crianças mais lentas, deve dar uma ordem de cada vez para cada atividade e verificar se entenderam; só depois poderá dirigir outra atividade. Para as crianças mais capazes; poderá apresentar um trabalho que envolva diversas dificuldades, dando todas as instruções de uma só vez. Além disso, deverá encorajar essas crianças a trabalhar independentemente.

De quando em quando, será de grande proveito deixar que as crianças mais capa-

zes e as mais lentas trabalhem juntas. O professor terá cuidado, entretanto, na escolha dos alunos que reunirá, a fim de que o resultado seja compensador. O aluno mais lento será beneficiado se trabalhar com um aluno mais capaz, que tenha condições de lhe explicar a atividade de maneira compreensiva. Este também será beneficiado pela oportunidade de dar a explicação.

Como assinalamos, uma boa situação de ensino-aprendizagem ressaltará as diferenças individuais. Isto quer dizer que as crianças de uma determinada turma alcançarão uma grande variedade de níveis de maturidade e compreensão de idéias matemáticas. A profundidade em que uma idéia particular é desenvolvida variará, necessariamente, de acordo com as habilidades individuais de cada criança.

VERIFICAÇÃO E REPLANEJAMENTO DO ENSINO

A matéria neste livro é organizada de forma a que possa haver um constante replanejamento para ensinar novamente o conteúdo não aprendido.

Se, para atender efetivamente às necessidades da criança faz-se necessário, muitas vezes, ensinar outra vez certos assuntos, o professor precisa ter algum meio de avaliar e registrar o resultado da aprendizagem e não é difícil elaborar um sistema de registro do progresso da turma. Sugerimos aqui uma folha de avaliação que permite um registro contínuo do crescimento de cada criança no quarto estágio.

Os autores de **VAMOS APRENDER MATEMÁTICA** sugerem que, nesse estágio, o professor use continuamente observações pessoais, perguntas orais, testes escritos etc. Os registros na folha de avaliação devem ser feitos em momentos oportunos, durante e no fim do ano escolar. Um registro cuidadoso e contínuo ajudará o professor a avaliar o seu ensino e o progresso da criança, identificando o aluno que necessitar de ajuda especial.

Muitas são as finalidades desta folha de registro. No final do ano, servirá para ajudar o professor a inventariar o crescimento e o aproveitamento de cada criança. No começo de um novo estágio, fornecerá informações sobre cada uma delas. Se uma criança se transferir durante o ano, a folha poderá servir como base para a avaliação que deverá acompanhar o aluno.

Uma variedade muito grande de testes pode ser usada para avaliar o progresso da turma em cada área, podendo-se fazer perguntas individuais ou envolver na avaliação um grupo de alunos ao mesmo tempo. Pode-se ainda, em determinadas ocasiões, envolver a turma inteira num mesmo teste. Em geral, o processo de avaliação deve ser levado a efeito de maneira casual, durante as atividades de classe, quando a criança usa desenhos ou manipula objetos. Algumas atividades descritas neste manual podem perfeitamente servir como teste. Basta que o professor saiba selecioná-las e fazer adaptações, quando necessário. Algumas páginas do livro do aluno também podem ser usadas como testes. As atividades que aparecem sob o título "Guarda o que Aprendeu" e "Use o que Aprendeu" trazem exemplos de exercícios que auxiliam a avaliação da aprendizagem.

Os professores podem também elaborar os testes a serem usados na turma, sobretudo para verificar o domínio de fatos básicos ou de técnicas computacionais.

Recomenda-se aos professores que tenham cuidado quando utilizarem testes, especialmente em se tratando de testes escritos. As instruções precisam ser claras, explícitas e compreendidas facilmente; deve-se dar bastante tempo a todas as crianças para que possam completar todas as questões, tomando-se o maior cuidado possível para evitar qualquer tipo de pressão que possa provocar uma reação negativa da criança.

Desde 1930 tem sido cada vez mais reconhecida e aceita a idéia de que os conceitos matemáticos devem ser significativos para as crianças, o que nos leva a estabelecer um objetivo: os alunos devem compreender aquilo que estão aprendendo. Intimamente relacionada a isso está a afirmação de que, se a Matemática for compreendida, será sempre recebida com prazer pelas crianças, resultando daí maior motivação para a aprendizagem. Além disso, aquilo que a criança compreende é melhor fixado. Estes e outros pontos de vista semelhantes sobre a grande importância da compreensão serviram de guia aos autores na elaboração da série VAMOS APRENDER MATEMÁTICA.

O professor deverá levar os alunos a organizar material que documente de maneira sistematizada os resultados dos exercícios que se destinam à avaliação dos conceitos e habilidades que adquiriram. Os resultados deverão ser registrados pelos próprios alunos, através da elaboração de gráficos, tabelas, desenhos, esquemas etc.

Conjuntos e Subconjuntos

FUNDAMENTOS

No início de alguns capítulos do livro VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 4, será feita uma apresentação do conteúdo matemático básico relativo ao assunto abordado no capítulo.

Naturalmente, o nível em que tais assuntos serão discutidos estará acima do nível em que são apresentados no livro do aluno e a terminologia usada não será, necessariamente, a que o professor deverá empregar com as crianças.

Conjunto

A idéia de conjunto estará presente em todo o desenvolver deste livro. É uma idéia de grande aplicação em Matemática, classificando-se entre os conceitos básicos que funcionam como conceitos unificadores de toda a Matemática.

Começaremos apresentando alguns termos usados pelos matemáticos quando querem se referir a conjuntos. O conceito de conjunto é primitivo, apreendido da experiência de cada um. Conjunto não se define, portanto, e a idéia de conjunto advém de um grupo ou coleção definida de objetos, de tal forma, que seja possível dizer se um dado elemento pertence ou não ao conjunto que está sendo considerado. Os alunos de uma turma, os meses do ano, os edifícios de uma cidade e os habitantes de um país são exemplos de conjuntos.

Em Matemática, a palavra conjunto é usada em conexão com objetos matemáticos,

como números e pontos, que apresentem certas propriedades ou satisfaçam a determinadas condições.

Os números 0, 1, 2, 3 e 4 podem ser vistos como um conjunto. Do mesmo modo, podemos pensar nos números naturais de 3 a 10 como um conjunto.

Descrição de Conjuntos

Quando queremos falar dos objetos que pertencem a um determinado conjunto, referimo-nos a eles como *membros* ou *elementos* do conjunto. Uma das maneiras de descrever um conjunto é enumerar um a um seus elementos. Por exemplo, diríamos "conjuntos cujos elementos são: janeiro, fevereiro, março". Outra maneira é estabelecer uma condição que permita decidir se um objeto é ou não elemento do conjunto. O conjunto cujos elementos são janeiro, fevereiro e março pode também ser descrito como "o conjunto dos três primeiros meses do ano".

Há várias maneiras de descrever o conjunto dos números 0, 1, 2, 3 e 4, como: "conjunto dos números cujos elementos são 0, 1, 2, 3, 4", "conjunto dos números naturais menores que 5", "conjunto dos números naturais de 0 a 4" etc.

O conjunto dos números 4, 7, 9, 15 e 18 pode ser descrito como "conjunto cujos elementos são os números 4, 7, 9, 15, 18". Repare que este conjunto não pode ser descrito em termos de uma condição determinada.

Uma vez especificado o conjunto, enumerando-se os seus elementos ou descrevendo-os, será sempre possível decidir se um

objeto particular pertence ou não ao conjunto. Isso é o que significa dizer que um conjunto é uma coleção definida de objetos.

Tabulação de Conjuntos

Para enumerar os elementos de um conjunto de números, podemos usar chaves e *tabular* o conjunto. Pode-se tabular o conjunto dos numerais naturais de 0 a 10 do seguinte modo:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

O conjunto tabulado da maneira acima deve ser lido como "conjunto cujos elementos são 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10" ou "conjunto dos números naturais de 0 a 10". A ordem pela qual são enumerados os objetos na tabulação não é importante. Entretanto, às vezes, convém dispô-los ordenadamente.

Para designar conjuntos, usamos letras maiúsculas. O conjunto A, apresentado a seguir, é o conjunto dos números naturais de 0 a 10:

$$\text{Conjunto A: } \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Como às vezes é trabalhoso enumerar todos os elementos de um conjunto, costuma-se usar três pontos para representar os nomes de alguns membros do conjunto que não são citados. Assim, o conjunto A também pode ser tabulado da seguinte forma:

$$\text{Conjunto A: } \{0, 1, 2, 3, \dots, 10\}$$

Os três primeiros elementos devem ser indicados para que se possa perceber o princípio que orienta a seqüência dos elementos do conjunto, escrevendo-se, em seguida, os três pontos para indicar que os elementos se sucedem obedecendo à mesma seqüência; finalmente, escreve-se o último elemento do conjunto. No conjunto A, os três pontos foram usados para substituir os numerais 4,

5, 6, 7, 8 e 9. Portanto, os três pontos só podem ser usados na tabulação de um conjunto de números se esses números formarem uma seqüência que obedeça a um princípio ordenador.

Observe os conjuntos B, C e D. O conjunto B é o conjunto dos números pares de 6 a 26; C é o conjunto dos múltiplos de 3, de 3 a 18. Como não há um princípio ordenador na seqüência dos números do conjunto D, foi preciso enumerar cada um de seus elementos, não sendo possível, nesse caso, usar os três pontos.

$$\text{Conjunto B: } \{6, 8, 10, \dots, 26\}$$

$$\text{Conjunto C: } \{3, 6, 9, \dots, 18\}$$

$$\text{Conjunto D: } \{3, 8, 10, 25, 75, 100\}$$

O último número a ser registrado segue imediatamente os três pontos e deve ser o maior número do conjunto. Se o conjunto continua infinitamente, não se escreverá esse último número após os três pontos. O conjunto E, apresentado a seguir, é um exemplo desse caso e representa o conjunto dos números naturais; o segundo exemplo é a tabulação do conjunto F, cujos elementos são todos os ímpares.

$$\text{Conjunto E: } \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\text{Conjunto F: } \{1, 3, 5, \dots\}$$

Pode não haver elementos em um conjunto. Por exemplo, suponhamos que se queira tabular o conjunto dos números naturais que ficam entre 5 e 6. Como não há número natural entre 5 e 6, dizemos que este conjunto é *vazio*. Para tabular o conjunto *vazio*, basta escrever $\{\}$, que se lê *conjunto vazio*.

Subconjuntos

Uma idéia interessante e útil relacionada ao estudo dos conjuntos é a de subconjunto. Observe os diagramas seguintes. O conjunto X é um subconjunto do conjunto M

porque cada elemento do conjunto X é também um elemento do conjunto M. O conjunto M não é subconjunto do conjunto X porque dois dos elementos do conjunto M — 60 e 281 — não são elementos do conjunto X. O conjunto M é subconjunto dele mesmo porque cada elemento do conjunto M é um elemento do conjunto M.

$$\text{Conjunto M: } \{15, 60, 97, 281\}$$

$$\text{Conjunto X: } \{15, 97\}$$

$$\text{Conjunto M: } \{15, 60, 97, 281\}$$

$$\text{Conjunto M: } \{15, 60, 97, 281\}$$

Um conjunto é subconjunto de outro se cada elemento do primeiro conjunto for um elemento do segundo conjunto. Portanto, todo conjunto é subconjunto dele mesmo. Por outro lado, não é difícil compreender que o conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto. Por exemplo, o conjunto vazio é um subconjunto do conjunto X.

União de Conjuntos

Agora que examinamos algumas das idéias sobre conjuntos e subconjuntos, podemos considerar algumas das operações envolvendo conjuntos. Para isso, usaremos os três conjuntos tabulados a seguir.

$$\text{Conjunto E: } \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\text{Conjunto F: } \{7, 8, 9\}$$

$$\text{Conjunto G: } \{4, 5, 6, 7\}$$

Uma operação importante é a *união* de dois conjuntos.

Para obter a união de dois conjuntos, teremos que formar um terceiro conjunto que seja constituído de todos os elementos de cada conjunto envolvido na operação. O conjunto tabulado a seguir é a união dos conjuntos E e F porque ele contém todos os ele-

mentos do conjunto E e todos os elementos do conjunto F.

$$E \cup F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$E \cup F$ é a maneira de representar a união dos conjuntos E e F e se lê "união dos conjuntos E e F".

Repare que E e F não têm *elementos comuns*. Por isso, são chamados conjuntos *disjuntos*. Dois conjuntos são disjuntos se nenhum elemento do primeiro conjunto for elemento do outro conjunto. Os conjuntos E e G não são disjuntos porque 4 e 5 são elementos que pertencem a ambos os conjuntos, ou seja, são *elementos comuns* a E e a G. Quando os conjuntos têm um ou mais elementos comuns, dizemos que eles se *interceptam*.

Observando os conjuntos F e G e os conjuntos E e G, verifica-se que eles se interceptam.

Considere agora a união de E e G — $E \cup G$. Os elementos comuns aos conjuntos E e G são considerados apenas uma vez quando se tabula a união dos dois conjuntos, como mostramos a seguir:

$$E \cup G: \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Interseção de Conjuntos

Outra importante operação com conjuntos é a *interseção*. O resultado da interseção de dois conjuntos será um terceiro conjunto, que consistirá exclusivamente daqueles elementos que pertencerem aos dois conjuntos considerados.

Considere novamente os conjuntos E e G. Observe que 4 e 5 são os elementos que tanto pertencem a E como a G. 4 e 5 formam um terceiro conjunto que será a interseção de E e G. Então, podemos escrever

$$E \cap G: \{4, 5\}$$

$E \cap G$ é a maneira de representar a interseção dos conjuntos E e G, que se lê "interseção dos conjuntos E e G".

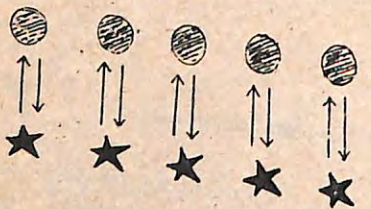
Os conjuntos E e F, entretanto, são conjuntos disjuntos, não possuindo, por isso, elementos comuns. A interseção de E e F será, nesse caso, o conjunto vazio, que se representa

$$E \cap F: \{ \}$$

Conjuntos Equivalentes

Outra importante idéia relacionada a conjuntos é a de *equivalência*. Pense em um conjunto de crianças e em um conjunto de cadeiras. Imagine as cadeiras e as crianças sendo postas em correspondência, de forma que a cada cadeira corresponda uma criança e a cada criança corresponda uma cadeira. Estabelece-se assim uma correspondência um-a-um nos dois sentidos — correspondência biunívoca — entre as crianças e as cadeiras. Como foi possível fazer esta correspondência, podemos afirmar que há "tantas cadeiras quanto crianças" e "tantas crianças quanto cadeiras".

Observe o diagrama seguinte.



As setas indicam que exatamente uma bola está correspondendo a cada estrelinha e uma estrelinha a cada bola. Todas as bolas e todas as estrelinhas foram usadas. A correspondência biunívoca entre os elementos de dois conjuntos só pode ser estabelecida se a cada elemento de um conjunto corresponder exatamente um elemento do outro conjunto e vice-versa. Se os elementos de dois conjuntos puderem ser postos em correspondência biunívoca, dizemos que os dois

conjuntos são *equivalentes*. O conjunto de bolas e o conjunto de estrelinhas apresentados no diagrama são conjuntos equivalentes.

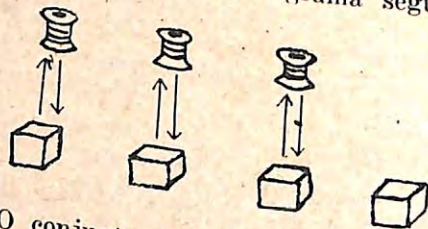
Idéias de Igual a, Maior Que e Menor Que

A idéia de conjuntos equivalentes é importante no desenvolvimento da compreensão dos números naturais.

Considere o conjunto de bolas do diagrama anterior e todos os conjuntos equivalentes a ele. Os elementos desses conjuntos poderão diferir fisicamente, mas os conjuntos terão, no mínimo, uma característica comum: o mesmo número de elementos. Os conjuntos equivalentes têm o mesmo número de elementos. A todo conjunto cujos elementos possam ser enumerados ou contados associa-se um número natural, e esse número natural é associado também a todos os conjuntos equivalentes ao conjunto considerado.

Volte a observar as bolas e as estrelinhas. O número natural *cinco* associa-se ao conjunto das bolas e ao conjunto de estrelinhas. O número de bolas é igual ao número de estrelinhas. Essa idéia pode ser expressa pela sentença $5 = 5$.

Observe agora o diagrama seguinte:



O conjunto de carretéis e o conjunto de cubos não são equivalentes porque não será possível estabelecer-se a correspondência um-a-um nos dois sentidos entre os carretéis e os cubos.

Embora seja possível fazer corresponder cada carretel a um cubo diferente, não será possível fazer corresponder cada cubo a um carretel diferente. A conjuntos não

equivalentes associam-se números naturais diferentes.

Quando a cada um de dois conjuntos se associam números diferentes, a relação entre esses números pode ser feita pelas idéias de menor que e maior que. O número de carretéis é menor que o número de cubos. A idéia de menor que pode ser expressa pelo sinal $<$, que se lê "é menor que". Assim, $3 < 4$ lê-se "três é menor que 4". O número de cubos é maior que o número de carretéis porque há mais cubos do que carretéis. A idéia de maior que pode ser expressa pelo sinal $>$, que se lê "é maior que". Assim, $4 > 3$ lê-se "quatro é maior que 3".

Sentenças Matemáticas

As idéias matemáticas, muitas vezes, são comunicadas por meio de sentenças.

As sentenças matemáticas chamadas *sentenças fechadas* exprimem juízos, que podem ser falsos ou verdadeiros. São exemplos de sentenças fechadas que exprimem juízos verdadeiros: $3 + 2 = 5$; $8 < 14$ e $3 \times 4 > 10$. Costumamos simplesmente dizer que $3 + 2 = 5$, $8 < 14$ e $3 \times 4 > 10$ são *sentenças verdadeiras*.

São exemplos de sentenças fechadas que exprimem juízos falsos: $7 < 5$; $6 + 4 = 9$ e $3 + 5 > 15$. Do mesmo modo, dizemos simplesmente que $7 < 5$, $6 + 4 = 9$ e $3 + 5 > 15$ são *sentenças falsas*.

Outro tipo de sentença matemática são as chamadas *sentenças abertas*, que exprimem uma *condição*. São exemplos de sentenças abertas: $3 + 4 = d$ e $n < 5$. Elas exigem que sejam encontrados números capazes de torná-las verdadeiras. A primeira só será verdadeira na condição de $d = 7$, enquanto que a segunda será verdadeira se n satisfizer à condição de ser menor que 5. Em cada sentença aberta aparece, no mínimo, um "guardador de lugar", isto é, um símbolo qualquer que guarda o lugar de

um numeral. Na sentença, o guardador de lugar substitui a expressão interrogativa "Que número?".

A sentença $3 + 4 = d$ tem um único número que é capaz de torná-la verdadeira. Esse número é 7. Em $n < 5$, qualquer um dos números 0, 1, 2, 3 e 4 tornará verdadeira a sentença. (Lembre-se de que os números com os quais estamos trabalhando são os números naturais).

Há sentenças que apresentam mais de um guardador de lugar, como por exemplo:

$x + x = 10$ e $a + b = 10$. Nessas sentenças, cada guardador de lugar — x , a e b — deve ser substituído com antecedência, para que se possa afirmar se a sentença exprime ou não um juízo verdadeiro. Para se obter uma sentença verdadeira no exemplo $x + x = 10$, cada x deve ser substituído pelo mesmo número. Para se obter uma sentença verdadeira no exemplo $a + b = 10$, a e b poderão ser substituídos por números diferentes ou, até mesmo, iguais.

Conjunto-Solução

Como vimos, sentenças abertas, como $3 + 4 = d$ e $n < 5$, exprimem condições. A condição no primeiro exemplo é que d seja a soma de 3 com 4. No segundo, a condição é que n seja menor que 5. Vamos supor que estamos usando apenas os elementos do conjunto dos números naturais como possíveis substituições para d em $3 + 4 = d$ e para n em $n < 5$. 7 é o único número natural que torna verdadeira a sentença $3 + 4 = d$. $\{7\}$ é o *conjunto-solução* ou *conjunto-verdade* para $3 + 4 = d$. O conjunto-solução é constituído dos números capazes de substituir o guardador ou guardadores de lugar de uma sentença aberta, transformando-a em uma sentença fechada verdadeira. O conjunto-solução para $n < 5$ é $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Note que cada um dos números do conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ tornará verdadeira a sentença $n < 5$.

O conjunto dos números estabelecido como o conjunto das possíveis soluções, ou

seja, o conjunto de números onde poderão ser procuradas as respostas, chama-se *universo*. Cada elemento do conjunto-solução deve ser elemento do universo estabelecido. Daí o conjunto-solução ser sempre um subconjunto do universo.

A noção de conjunto-solução tem muitas aplicações na resolução de problemas. Assim, justifica-se que seja introduzido logo no começo da aprendizagem, tendo em vista a ajuda que poderá prestar às crianças ao resolverem problemas. Entretanto, elas poderão sentir dificuldade em compreender essa noção, a menos que se trabalhe com universos limitados. Suponhamos que se estabeleça como universo o conjunto dos números naturais. Em $4 + 5 = r$, não há dúvida de que o conjunto-solução é $\{9\}$. Entretanto, para $m > 3$, é impossível tabular o conjunto-solução enumerando elemento por elemento.

Por isso, na maioria dos exercícios apresentados aos alunos, teve-se o cuidado de limitar o universo. Por exemplo, seja o universo $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Usando este universo, o conjunto-solução para $m > 3$ será $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

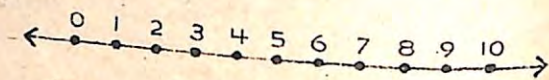
Tabular conjuntos-solução de sentenças como $b = 3 + 1$, $t < 5$, $x > 7$ e assim por diante dá oportunidade à criança de aplicar o conceito que adquiriu de igual a, menor que e maior que.

Mais tarde, no estudo da resolução de problemas, os alunos aplicarão o que aprenderam sobre a determinação dos números capazes de tornar verdadeiras as sentenças descritivas das situações-problema que lhes serão oferecidas.

Linha Numerada

A *linha numerada* é de grande ajuda no desenvolvimento de uma variedade de idéias matemáticas. Constitui uma linha geométrica, na qual se associam números a pontos. Para traçar uma linha numerada,

representa-se, inicialmente, a linha, como na figura seguinte, e nela se marea um ponto arbitrário, ao qual se denomina *ponto zero*. Em seguida, escolhe-se uma unidade conveniente de comprimento e, usando essa unidade, localiza-se o ponto que fica uma unidade à direita do ponto zero. Esse ponto é denominado *ponto 1*, pois a ele se associa o número 1. Do mesmo modo, localiza-se o ponto seguinte uma unidade à direita do 1, ao qual se associa o número 2 e assim por diante, seguindo o mesmo processo indefinidamente.



Ao se traçar a linha numerada, é costume localizar o ponto representando o 1 à direita do ponto que representa o zero, assim como traçá-la na posição horizontal, em vez de vertical.

Observe que a ordem dos pontos na linha numerada que mostramos corresponde à ordem dos números naturais 0, 1, 2 etc. Como $0 < 1$, o ponto 0 fica à esquerda do ponto 1; como $7 > 3$, o ponto 7 fica à direita do ponto 3. Assim, é possível, através da linha numerada, decidir se um número é maior ou menor que outro.

Neste livro, a linha numerada é usada para reforçar as relações de igual a, menor que e maior que, bem como da relação de ordem entre os números.

Idéia de Intervalo

A linha numerada constitui um recurso de grande ajuda no desenvolvimento da idéia de *intervalo* entre números. Uma vez ordenados os números naturais, pode-se decidir se um número natural está entre dois outros, usando as idéias de maior que e menor que. Considere, por exemplo, os números 4, 7 e 9. Como 7 é maior que 4 e menor que 9, podemos dizer que 7 está entre 4 e 9. O número 7 está entre muitos pares

de números: 7 está entre 6 e 8, entre 0 e 10, entre 5 e 8 etc. Repare que, em cada um dos exemplos acima, 7 é maior que um dos números e menor que o outro. Ao contrário, observe que 3 não está entre 0 e 1 porque 3 é maior que 0 e maior que 1. As linhas numeradas são um recurso visual para desenvolver a idéia de intervalo. Apresenta graficamente as idéias e serve para unificar conceitos geométricos — como conjuntos de pontos — e conjuntos aritméticos — como conjuntos de números.

Outras idéias relativas a intervalos entre números podem ser ressaltadas. Com exceção de zero, todo número natural está entre dois outros números naturais. Isso não significa, entretanto, que entre dois nú-

meros naturais haja sempre outro número natural. Por exemplo, entre 5 e 6 não há nenhum número natural. Por outro lado, se pensamos em uma linha como um conjunto contínuo de pontos, é válido concluir que entre dois pontos de uma linha haverá sempre outro ponto. Daí se concluir que, embora cada número natural corresponda a um ponto da linha numerada, não é verdade que a cada ponto da linha corresponda um número natural. Por exemplo, há no mínimo um ponto entre 0 e 1. Entretanto, sabemos que esse ponto não corresponde a um número natural porque não há número natural entre 0 e 1. Mais tarde, ainda no estágio 4, as crianças aprenderão que a esses pontos entre 0 e 1 associam-se números como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ etc.

IDENTIFICAÇÃO E DESCRIÇÃO DE CONJUNTOS E SUBCONJUNTOS

OBJETIVO

Identificar e descrever conjuntos e subconjuntos.

COMENTÁRIOS

O professor não desconhece que, em virtude das diferenças individuais, nem todos aprendem da mesma forma e ao mesmo tempo. Por isso, as maneiras de conduzir as atividades sugeridas na seção “Direção do Ensino” poderão ser adaptadas, se necessário, levando-se em conta a situação da classe. Para algumas crianças, talvez seja necessário reforçar os exercícios sugeridos; para outras, dever-se-á promover atividades em que sejam feitas demonstrações com objetos concretos; em determinadas situações, poderá ainda o professor considerar desnecessário utilizar alguns exercícios sugeridos e criar outros.

Antes de desenvolver o trabalho com as páginas do livro do aluno relativas a um

determinado tópico, leia as seções intituladas “Para Crianças Que Aprendem Mais Depressa” e “Para Crianças Que Aprendem Mais Devagar” no final do capítulo, onde são apresentadas sugestões de atividades para atender às diferenças individuais.

No livro do aluno, há exercícios destinados a desenvolver idéias matemáticas para serem feitos oralmente, como por exemplo os exercícios de A a P, às págs. 1 e 2, e exercícios destinados a promover maior prática, que podem ser usados oralmente ou por escrito.

Ao trabalhar com as páginas do livro do aluno, sugerimos que uma ou várias crianças leiam, uma de cada vez, em voz alta, as explicações dos exercícios, enquanto diferentes crianças, à medida que são solicitadas, vão respondendo às perguntas.

Tenha cuidado ao escolher os alunos que irão ler o texto, para que sejam os que não tenham dificuldade em leitura. Analise cada exercício antes de passar ao seguinte. Se

julgar conveniente, complemente o texto com perguntas, comentários e as necessárias demonstrações.

Através das atividades propostas nas págs. 1 e 2, o aluno é levado a rever noções relativas a conjuntos, descrições de conjuntos, elementos de um conjunto e subconjuntos, trabalhando com conjuntos de objetos que lhe sejam familiares.

Nas lições seguintes, essas idéias são aplicadas a conjunto de números.

O aluno aprende que, para serem identificados, os conjuntos precisam ser descritos e que um conjunto pode ser descrito em termos das características comuns aos objetos que o compõem — condição de pertinência — ou pela enumeração de todos os seus objetos.

“Conjunto de objetos em cima da mesa”, “conjunto de livros amarelos da estante” e “conjunto de alimentos” constituem exemplos de descrições de conjuntos que consideram as características comuns dos objetos que os compõem: estar em cima da mesa, ser amarelo e estar na estante e ser alimento. Afirmações como: “conjunto de crianças cujos elementos são: Irani, Marina, Eduardo e Ronaldo” constituem exemplos de uma maneira de descrever conjuntos baseada na enumeração de seus elementos.

As crianças aprendem ainda que, uma vez descrito um conjunto, poder-se-á dizer, com exatidão, se um objeto pertence ou não ao conjunto.

Quando se trabalha com os próprios objetos, podemos reconhecer, pela simples observação, os objetos específicos que são elementos do conjunto apresentado. Entretanto, neste livro, na maioria das vezes, os conjuntos são indicados pelos nomes dos elementos que o compõem e não pelo próprio objeto. Assim, ao trabalhar com esses conjuntos, é importante que o professor e as crianças reconheçam que o nome representa um determinado objeto.

Considere, por exemplo, o conjunto H, apresentado a seguir:

Conjunto H: {pato, peixe, cachorro, passarinho, vaca}.

Os nomes citados significam um determinado pato, um determinado peixe etc. Assim, a palavra *cachorro* não se refere aqui aos coelhos em geral, mas a um determinado cachorro.

Convém lembrar que um conjunto pode ser formado por muitos subconjuntos. (Veja a seção “Fundamentos”, relativa a esse capítulo.) Quando apresentar a idéia de subconjunto, não peça aos alunos que identifiquem todos os subconjuntos de um determinado conjunto.

Lembre-se de que, em Matemática, o próprio conjunto e o conjunto vazio constituem sempre subconjuntos de um conjunto dado, mas não convém dar ênfase agora a esses subconjuntos.

No desenvolver da lição, algumas crianças irão precisar de atividades suplementares que envolvam o uso de objetos concretos. Sugerimos que o professor disponha de material para o flanelógrafo, conjuntos de figuras recortadas em cartolina e objetos que possam ser trabalhados nas carteiras, como lápis, conchas, botões, rolhas, borracha etc., em cor, forma e tamanho variados.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 1

Como introdução, recorde as noções de conjunto e de elementos de um conjunto. Nessa recordação, empregue o vocabulário: *conjunto*, *descrever* o conjunto e *elementos* do conjunto.

O professor poderá iniciar o assunto identificando um conjunto de objetos da própria sala de aula. Considere, por exemplo, o conjunto de gravuras. Explique aos alunos que podemos pensar nas gravuras como um conjunto e que, para descrevê-lo, podemos dizer “conjunto de gravuras da sala de aula”. Converse também sobre os

RECORDE

1 Conjunto A

2

3

A Olhe a fig. 1. Os elementos do conjunto A são brinquedos. Diga os nomes dos elementos deste conjunto. Podemos descrever o conjunto A como um conjunto cujos elementos são: apito, pião, carro, avião e corneta. Também podemos descrevê-lo como um conjunto de brinquedos.

B Um barco é elemento do conjunto A? E um avião? E uma corneta verde?

C O conjunto A aparece outra vez na fig. 2.

D Os brinquedos dentro da curva são elementos do conjunto que vamos chamar de conjunto T. Quais são os elementos do conjunto T? E do conjunto A? O pião pertence aos dois conjuntos? O conjunto T é subconjunto do conjunto A porque cada brinquedo do conjunto T pertence também ao conjunto A.

F O conjunto A é subconjunto do conjunto T? Por quê?

G O conjunto A aparece outra vez na fig. 3.

H Os brinquedos dentro da curva são elementos do conjunto R. O conjunto R é subconjunto de A? Por quê?

I Descreva o conjunto R.

J Descreva outros subconjuntos de A.

elementos que compõem esse conjunto. As crianças deverão ser capazes de, pela descrição de um conjunto, dizer se um objeto pertence ou não a ele, isto é, se o objeto é elemento do conjunto ou não.

Dirija a atenção dos alunos para o exercício A. Peça-lhes que digam os elementos do conjunto A. Escreva no quadro o nome dos objetos enumerados. Leve as crianças a ler as duas sentenças que descrevem o conjunto A. Ressalte o fato de que estas duas descrições referem-se ao mesmo conjunto. Pergunte às crianças se, partindo dessas descrições, podem dizer exatamente quais os elementos que pertencem e os que não pertencem ao conjunto A. Leve-as a responder à pergunta B.

Continue com os exercícios C e D. Estabeleça que o conjunto T pode ser descrito como “conjunto de brinquedos pretos” ou como “conjunto cujos elementos são o pião e a corneta”. Prossiga do mesmo modo com os exercícios E e F. Desenvolva a idéia de que o conjunto T é um subconjunto do con-

junto A porque cada elemento do conjunto T é um elemento do conjunto A. No exercício F, verifique se as crianças entenderam que o conjunto A não é um subconjunto do conjunto T porque cada elemento do conjunto A não é elemento do conjunto T.

O exercício H focaliza outro subconjunto do conjunto A. Veja se as crianças realmente entenderam que o conjunto R é um subconjunto de A.

Nos exercícios I e J, aceite qualquer descrição apresentada pelas crianças, desde que ela permita identificar os objetos que são elementos do subconjunto.

Página 2

Analise os exercícios L e M, chamando individualmente as crianças para ler e responder a cada exercício. Observe que muitos são os subconjuntos que as crianças poderão apresentar para cada conjunto e que há várias maneiras de descrevê-los.

4 Conjunto I

5 Conjunto J

L Olhe a fig. 4. Descreva o conjunto I e um subconjunto do conjunto I.

M Olhe a fig. 5. Descreva o conjunto J e um subconjunto do conjunto J.

N A seguir apresentamos o conjunto H. Dê um subconjunto do conjunto H.

O A seguir apresentamos o conjunto S. Descreva um subconjunto de S.

P Agora apresentamos o conjunto M. Dê um subconjunto do conjunto M.

Conjunto H: peixe, gato, boi e galo

Conjunto M: lápis, caixa, pasta, caneta, borracha e apontador

Descreva cada conjunto e, em seguida, um subconjunto de cada um deles.

Conjunto C

Conjunto B

Conjunto G: colher azul, bola azul, garfo azul, copo azul

Conjunto P: Nair, Edir, Norma, Isis, João, Fernando, Carlos

Conjunto H: meia, sapato, vestido, saia, blusa

Conjunto F: pêssago, bolo, maçã, bola, laranja, biscoito

2

Se for necessário, suplemente os exercícios do texto para ajudar as crianças a descrever adequadamente os conjuntos I e J. Por exemplo, descrever o conjunto I como "conjunto de blocos" não constitui uma descrição precisa, que permita identificar que blocos pertencem ao conjunto I. Uma descrição mais exata seria "conjunto de blocos da fig. 4". Há várias maneiras pelas quais a criança pode identificar subconjuntos do conjunto I: "conjunto de blocos grandes da fig. 4" e "conjunto de blocos grandes do conjunto I", por exemplo, são duas maneiras de descrever o mesmo subconjunto.

Deverá surgir uma pergunta com relação à caixa que aparece no conjunto J. Se o conjunto for descrito como "conjunto de objetos da fig. 5", a caixa estará sendo considerada elemento do conjunto. Se surgirem descrições como "conjunto de objetos da fig. 5 que estão dentro ou fora da caixa", então a caixa não estará sendo incluída como elemento do conjunto.

Continue a discussão do assunto, passando aos exercícios N e O. Suplemente as atividades sugeridas, se achar necessário.

Como dissemos, quando os elementos de um conjunto são apresentados pelo nome, como nos conjuntos H, S e M, cada palavra representa um determinado objeto. O conjunto H refere-se a um determinado gato, a um determinado peixe etc. Do mesmo modo, o conjunto S refere-se a determinadas crianças cujos nomes são: Paulo, Ana, Luís e Ivan. As crianças devem descrever esses

conjuntos enumerando os seus elementos. Uma vez descrito o conjunto, muitos subconjuntos poderão dele ser destacados. Por exemplo, alguns subconjuntos do conjunto H são: "animais do conjunto H que nadam", "conjunto cujo elemento é o boi", "conjunto de animais do conjunto H cujos nomes começam pela letra g" etc.

Use os exercícios do final da página para praticar, oralmente e por escrito, as noções estudadas.

Os alunos poderão trabalhar independentemente, respondendo aos exercícios nos cadernos, e, ao final, discutir as respostas com o professor. Os exercícios poderão também ser feitos apenas oralmente.

Leve as crianças a reconhecer que há mais de uma resposta certa para cada exercício.

A atividade seguinte pode ser usada para complementar esta lição: uma criança começa a descrever um conjunto. Uma outra descreve outro conjunto, de modo que o primeiro seja subconjunto do novo conjunto apresentado. A criança seguinte descreverá um terceiro conjunto, do qual o primeiro e o segundo sejam subconjuntos e assim sucessivamente. Por exemplo, se um aluno disser "conjunto de livros de Matemática que estão sobre a carteira", o segundo poderá dizer "conjunto de livros que estão sobre a carteira" e o terceiro, "conjunto de livros que estão na sala de aula" e assim por diante.

TABULAÇÃO DE CONJUNTOS

OBJETIVO

Tabular e descrever conjuntos de números naturais e identificar subconjuntos de conjuntos de números.

COMENTÁRIOS

Quando um conjunto é formado de números consecutivos, pode ser descrito como "o conjunto dos números de tanto a tanto",

onde o primeiro número é o menor e o segundo o maior daquela seqüência, como por exemplo "conjunto de números de 8 a 11".

Quando os números têm uma característica comum, o conjunto pode ser descrito em termos dessa característica, como por exemplo "conjunto de números pares de 2 a 10".

Quando os números do conjunto não são consecutivos ou não possuem uma característica comum, pode-se descrever o conjunto enumerando-se os seus elementos um a um, como por exemplo "conjunto dos números 5, 11, 12 e 17". Naturalmente, o conjunto dos números de 8 a 11 também pode ser descrito como "conjunto dos números 8, 9, 10 e 11".

Os alunos aprendem a tabular um conjunto enumerando os seus elementos, separando-os por vírgula e colocando-os entre chaves. Assim, para tabular o conjunto de números de 8 a 11, escrevemos: $\{8, 9, 10, 11\}$.

Alguns alunos talvez tenham dificuldade em desenhar as chaves. Não exija perfeição. Deixe que o façam como puderem.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 3

Comece a lição chamando um aluno para ler o exercício A, pedindo-lhe que diga os nomes dos elementos do conjunto M. Chame atenção para o conjunto escrito em verde, à direita. Identifique os símbolos $\{ \}$ como chaves. Mostre aos alunos que eles podem representar um conjunto de números separando os numerais por vírgula, colocando-os entre duas chaves. O professor deve escrever no quadro 0, 1, 2, 3, 4 entre chaves, explicando às crianças que, quando indicamos os elementos de um conjunto desta maneira, estamos *tabulando* o conjunto.

CONTINUE APRENDENDO	
Conjunto M: 0, 1, 2, 3, 4 (0, 1, 2, 3, 4)	A O conjunto M é um conjunto de números. Quais são os elementos do conjunto M? Podemos tabular o conjunto M. Para tabular conjuntos, colocamos todos os seus elementos dentro de chaves. (0, 1, 2, 3, 4)
Conjunto T: 24, 21, 49, 37 (21, 24, 37, 49)	B Cada um dos números de 0 a 4 é elemento do conjunto M? Podemos descrever o conjunto M como o conjunto de números de 0 a 4.
Conjunto O: 482, 484, 481, 485, 483 (482, 484, 481, 485, 483) (481, 482, 483, 484, 485) (483, 481, 484, 485, 482)	C Como vamos tabular o conjunto T? Podemos descrever o conjunto T como o conjunto de números de 21 a 49? Por quê? E Estão representadas três maneiras de tabular o conjunto O. Em qual delas os números são apresentados em ordem? F Podemos descrever o conjunto O como o conjunto de números de 481 a 485. Por quê? G Quando se tabula um conjunto, usualmente os números são apresentados em ordem. Por quê?
Conjunto X: 214, 216, 213, 217, 215	H Tabule o conjunto X. I Podemos descrever o conjunto X como o conjunto de números de 213 a 217? Por quê?
Conjunto Z: 538, 510, 516, 523	J Tabule o conjunto Z. L Podemos dizer que o conjunto Z é o conjunto de números de 510 a 538? Por quê?

Mostre às crianças como devem fazer as chaves e chame atenção para as vírgulas que foram usadas entre os numerais, com a finalidade de facilitar a leitura dos mesmos. Faça os alunos tabularem o conjunto em seus cadernos. Depois, peça a uma criança que leia e responda ao exercício B. Explique que o conjunto M pode ser descrito como "conjunto de números de 0 a 4" porque cada um dos números de 0 a 4 são elementos desse conjunto. Outra maneira de descrever o conjunto M é dizer "conjunto dos números 0, 1, 2, 3, 4".

Continue com os exercícios C e D. Verifique se as crianças compreenderam que o conjunto T não pode ser descrito como "conjunto dos números de 21 a 49" porque nem todos os números compreendidos entre 21 e 49 são elementos do conjunto T.

Continue analisando e discutindo os exercícios E, F e G. Mostre que, ao tabular

um conjunto, não é preciso escrever os números em ordem, embora isso facilite a descrição. Para ilustrar esta idéia, volte ao conjunto M. Leve os alunos a tabular o conjunto M, de modo que os números apareçam fora de ordem. Faça-os observar que agora ficou mais difícil descrever o conjunto M. Prossiga com os exercícios de H a L, discutindo-os e analisando-os com a turma. Chame individualmente os alunos que deverão ler e responder a cada exercício. Escreva no quadro os conjuntos que os alunos tabularam nos cadernos. Encoraje-os a dispor os números em ordem sempre que tabularem conjuntos.

A lição continua na página seguinte.

Página 4

<p>Conjunto S: {65, 66, 67, 68, 69, 70}</p> <p>Conjunto R: {66, 67, 69}</p> <p>Conjunto V: {20, 31, 40, 105, 238}</p> <p>Conjunto T: {105}</p> <p>Conjunto X: {20, 30, 40, 105}</p> <p>Conjunto Z: {31, 105, 238}</p>	<p>M Diga quais são os elementos do conjunto S e do conjunto R.</p> <p>N Cada número do conjunto R pertence também, ao conjunto S.</p> <p>O O conjunto R é um subconjunto do conjunto S porque cada elemento de R pertence também a S.</p> <p>P Olhe os conjuntos T, X e Z. Quais deles são subconjuntos de V?</p> <p>Q O conjunto V é um subconjunto de Z? Por quê?</p>
---	--

<p>Exercício 1</p> <p>Tabule cada conjunto. Não esqueça de usar chaves.</p> <p>A 16, 14, 20, 15, 19, 18, 21, 17</p> <p>B 452, 449, 450, 453, 451</p> <p>C 126, 94, 113, 88</p> <p>D 318, 251, 329, 295, 384, 516</p> <p>E 994, 993, 998, 995, 999, 991</p>	<p>Exercício 3</p> <p>Quais os subconjuntos de {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16}?</p> <p>A {14, 11}</p> <p>B {12, 13, 14, 15, 16}</p> <p>C {10, 11, 12, 13, 14}</p> <p>D {11, 15, 17}</p> <p>Que conjuntos são subconjuntos de {230, 250, 275, 289, 300, 312}?</p> <p>E {230, 240, 250, 300}</p> <p>F {250}</p> <p>G {312, 275, 300}</p> <p>H {312, 324, 348}</p> <p>Quais os subconjuntos do conjunto dos números de 125 a 150?</p> <p>I {131, 132, 133, 135}</p> <p>J {124, 125, 126}</p> <p>L {147}</p> <p>M {127, 132, 133, 141, 149}</p>
---	---

Chame uma criança para ler e responder ao exercício M. Dirija a atenção da turma para as setas, que mostram que cada elemento do conjunto R é também elemento

do conjunto S e que, portanto, o conjunto R é um subconjunto de S.

Complete a discussão do assunto usando os exercícios de N a Q. Se os alunos demonstrarem dificuldade, o professor poderá ilustrar cada exercício no quadro, como apresentamos a seguir:

Conjunto V: {20, 31, 40, 105, 238}

Conjunto X: {20, 30, 40, 105}

As crianças deverão notar que o conjunto X não é um subconjunto de V porque nem todos os elementos de X estão contidos em V.

As questões relativas ao Exercício 1 devem ser respondidas por escrito, nos cadernos. Como já chamamos atenção anteriormente, não exija que os alunos tracem as chaves com perfeição. Ao terminar o trabalho, algumas crianças poderão escrever suas respostas no quadro.

O Exercício 2 deve ser feito oralmente. Para cada conjunto, o aluno deverá indicar e tabular três subconjuntos. Tabule ou deixe uma criança tabular no quadro os subconjuntos indicados. As crianças observarão que, para a maioria dos conjuntos, haverá mais de três subconjuntos.

O Exercício 3 pode ser feito oralmente ou por escrito. Se as respostas forem escritas, analise-as ao fim do exercício.

ATIVIDADE DE ENRIQUECIMENTO N.º 1

Dê a cada criança uma folha de papel semelhante ao modelo apresentado. As respostas podem ser dadas no caderno. Previna os alunos de que há espaços que não podem ser preenchidos.

As crianças não sabem encontrar ainda todos os possíveis subconjuntos de um conjunto dado. A atividade é limitada porque elas ainda não aprenderam que o conjunto vazio e o próprio conjunto são também considerados subconjuntos.

Terminada a atividade, quando o quadro estiver completo, as crianças poderão fazer observações como: qualquer conjunto com dois elementos tem dois subconjuntos de um elemento; um conjunto com três elementos tem três subconjuntos de um elemento e três subconjuntos de dois elementos; um conjunto com quatro elementos tem quatro subconjuntos de um elemento, seis subconjuntos de dois elementos e quatro subconjuntos de três elementos.

Nome _____

Conjunto R: 4, 8

Conjunto S: 1, 3, 9

Conjunto T: 0, 5, 7, 8

Conjunto U: 2, 5, 6

Conjunto	subconjuntos com um elemento	subconjuntos com dois elementos	subconjuntos com três elementos
R			
S			
T			
U			

UNIÃO DE CONJUNTOS

OBJETIVOS

Estender os conhecimentos sobre conjuntos, fazer uma revisão da idéia de união.

COMENTÁRIOS

Nesta lição, será feita uma revisão da idéia de união de conjuntos de objetos e de conjuntos de números.

As situações que os alunos encontrarão nos exercícios envolverão conjuntos com elementos comuns e conjuntos disjuntos — os que não têm elementos comuns. Observe que os conjuntos J e L da pág. 5 apresentam elementos comuns: o carro e a pipa. Os elementos da união dos conjuntos J e L são: o caminhão, a lancha, a maçã, o carro e a pipa. Há três elementos no conjunto J e quatro em L; entretanto, há somente cinco elementos na união desses conjuntos.

Por outro lado, os conjuntos X e Z são disjuntos, havendo cinco elementos em X, três em Z e oito na união desses dois con-

conjuntos. A união de conjuntos disjuntos associa-se à operação de adição.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 5

Para apresentar esta lição, sugerimos que três crianças sejam colocadas à frente da turma. Identifique-as como componentes do conjunto A e escreva seus nomes no quadro:

Conjunto A: {Nair, Antônio, Isis}

Em seguida, forme outro conjunto, escolhendo duas outras crianças da turma e uma que pertença ao conjunto A. Chame este novo conjunto de B. Peça às crianças do conjunto B que fiquem à frente da turma e escreva seus nomes no quadro:

Conjunto B: {Armando, Norma, Isis}

Chame atenção para o fato de Isis ser um elemento comum a ambos os conjuntos.

CONTINUE APRENDENDO

A Os elementos do conjunto J estão dentro da curva vermelha. Quais são os elementos do conjunto J?

B Os elementos do conjunto L estão dentro da curva cinza. Quais são os elementos do conjunto L?

C Há elementos comuns aos conjuntos J e L? Quais são?

D Olhe o conjunto N. Os conjuntos J e L foram reunidos para formar o conjunto N. Quais os elementos do conjunto N?

E Cada elemento do conjunto J é também elemento do conjunto N?

F Cada elemento do conjunto L é também elemento do conjunto N? O conjunto N é a união dos conjuntos J e L.

G Quais os elementos do conjunto X? E do conjunto Z?

H Há elementos comuns aos conjuntos X e Z?

I Pense nos conjuntos X e Z reunidos, formando um novo conjunto. O novo conjunto é a união de X e Z?

J Quais os elementos da união de X e Z?

L Quais os elementos do conjunto R? E os do conjunto S?

M Quais os elementos da união de R e S?

Os exercícios L e M são semelhantes a outros já feitos anteriormente. As crianças devem identificar os elementos da união dos conjuntos R e S e escrever o nome desses objetos no quadro.

Terminados os exercícios da página, fale a respeito do número de elementos dos conjuntos. Os alunos devem observar que o conjunto J contém três elementos, o conjunto L, quatro e o conjunto N, que é a união desses conjuntos, contém cinco elementos. Peça às crianças que expliquem por que o conjunto N contém este número de elementos. Discuta o número de elementos dos demais conjuntos.

Página 6

Os elementos dos conjuntos apresentados nesta página são números, em vez de objetos físicos, como os da página anterior. A idéia de união, entretanto, não muda.

N Há algum elemento comum aos conjuntos F e G? Quais são?

O Olhe o conjunto H. Cada elemento do conjunto F pertence também a H?

P Cada elemento do conjunto G pertence também ao conjunto H? O conjunto H é a união dos conjuntos F e G.

Q Há elementos comuns aos conjuntos T e U?

R Olhe o conjunto V. Cada elemento do conjunto T é elemento de V?

S Cada elemento do conjunto U é também elemento de V?

T O conjunto V é a união dos conjuntos T e U.

U Tabule a união dos conjuntos C e D.

V Tabule a união dos conjuntos M e N.

Nos exercícios abaixo, tabule a união dos dois conjuntos.

Conjunto F: {3, 8, 14}	Conjunto G: {8, 9, 14, 24, 36}
Conjunto H: {3, 8, 9, 14, 24, 36}	
Conjunto T: {20, 21, 22, 23}	Conjunto U: {24, 25}
Conjunto V: {20, 21, 22, 23, 24, 25}	
Conjunto C: {135, 257, 607, 986}	Conjunto D: {175, 95, 135, 475, 607}
Conjunto M: {0, 4, 8, 10, 12, 14}	Conjunto N: {2, 6, 16, 18}

A Conj. S: {37, 39, 41, 43}	D Conj. C: {881, 882, 883, 884}
Conj. T: {38, 40, 42, 44}	Conj. D: {881, 882, 883, 884, 885}
B Conj. Q: {662, 663, 664}	E Conj. A: {115, 129, 132}
Conj. R: {670, 671}	Conj. B: {117, 119, 125, 128}
C Conj. J: {458, 459, 460, 461, 462}	F Conj. X: {94, 95, 96, 97, 98}
Conj. L: {442, 461, 472}	Conj. Z: {96, 97, 98, 99, 100}

Comece discutindo os exercícios N, O e P. As crianças devem observar que os números 8 e 14 são elementos comuns aos conjuntos F e G e que a união desses conjuntos — o conjunto H — contém todos os elementos de F e de G. Use, se necessário, um diagrama semelhante ao que apresentamos a seguir para dar ênfase a esta idéia.

Continue a discussão do assunto usando os exercícios de Q a V.

INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

OBJETIVOS

Ampliar os conhecimentos sobre conjuntos e desenvolver as idéias de interseção de conjuntos e de conjunto vazio.

COMENTÁRIOS

As duas operações mais importantes com conjuntos são a união e a interseção. A interseção de conjuntos será introduzida nesta lição.

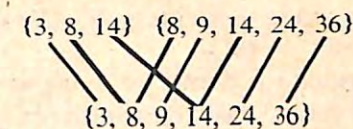
O resultado da interseção é um conjunto formado pelos elementos comuns a dois conjuntos. Por exemplo, se 8 e 10 são elementos comuns aos conjuntos A e B, então 8 e 10 serão os elementos da interseção desses dois conjuntos. Se dois conjuntos não têm elementos comuns, a interseção será um conjunto vazio. O conjunto vazio é tabulado da seguinte maneira: $\{ \}$. Também podemos representar o conjunto vazio pelo símbolo ϕ .

Nas páginas seguintes, trataremos da interseção de conjuntos de objetos e de números.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 7

Inicie a lição chamando cinco crianças, que ficarão de frente para a turma. Expli-



Para fixação, use os exercícios apresentados ao final da página, que poderão ser resolvidos nos cadernos. Chame os alunos ao quadro, mostrando como fizeram as tabulações. Explique os exercícios que tenham trazido maior dificuldade à turma.

que aos alunos que elas são os elementos do conjunto M e escreva seus nomes no quadro.

Conjunto M: {Céres, Ivete, Berenice, Laís, Nise}

CONTINUE APRENDENDO

A Diga os elementos dos conjuntos U e V.

B Há elementos comuns aos conjuntos U e V? Quais são eles?

O galo, o peixe e o cachorro são elementos comuns aos conjuntos U e V.

C Olhe o conjunto D. Ele é formado dos elementos comuns aos conjuntos U e V.

O conjunto D é a interseção dos conjuntos U e V.

D Diga os elementos dos conjuntos L e M.

E Os conjuntos L e M têm elementos comuns?

F A interseção dos conjuntos L e M tem algum elemento?

A interseção dos conjuntos L e M é um conjunto vazio porque não tem elementos.

G Os conjuntos B e C têm elementos comuns? Quais os elementos da interseção de B e C?

H Quais os elementos da união de B e C?

I Quais os elementos da interseção de G e H?

J Quais os elementos da união de G e H?

Teremos então o conjunto N: {Paulo, Berenice, Ivete, Céres}.

Pergunte à turma se todas as crianças do conjunto N são elementos do conjunto M. Explique que Berenice, Ivete e Céres são elementos comuns a ambos os conjuntos e deixe os alunos pensarem num outro conjunto — R — cujos elementos são comuns a M e N. Escreva, então, no quadro:

Conjunto R: {Berenice, Ivete, Céres}.

Explique que o conjunto R é a interseção dos conjuntos M e N.

O professor deve promover outras atividades semelhantes, usando material concreto, para que as crianças compreendam bem a idéia de interseção. Tenha o cuidado de incluir conjuntos que apresentem elementos comuns.

Faça os alunos abrirem o livro à pág. 7 e indique uma criança para ler e responder aos exercícios A, B e C. Os alunos deverão observar que há uma curva fechada desenhada à volta do conjunto U e outra à volta dos objetos do conjunto V. Os elementos comuns a esses dois conjuntos são: o galo, o cachorro e o peixe. Logo, a interseção dos conjuntos U e V é formada pelos elementos: um galo, um peixe e um cachorro.

Continue do mesmo modo o trabalho com os exercícios D, E e F. Os conjuntos L e M não têm elementos comuns e a interseção desses dois conjuntos é um conjunto vazio. Explique que um conjunto que não tem elementos é chamado *conjunto vazio*.

Trabalhe em seguida com os exercícios de G a J.

Os elementos da interseção dos conjuntos B e C devem ser identificados pela cor dos blocos (verde). Veja se as crianças compreenderam por que a interseção dos conjuntos G e H é um conjunto vazio. O professor só deve passar à página seguinte quando tiver certeza de que os alunos compreenderam as idéias desenvolvidas nesta página. Caso verifique que ainda não houve

a necessária compreensão, convém organizar outras atividades para os alunos que apresentarem dificuldade.

Página 8

Conjunto J: {4, 5, 6, 7, 8, 9} Conjunto L: {2, 3, 4, 5, 6} Conjunto M: {4, 5, 6}	L Quais os elementos do conjunto J? E do conjunto L? M Os conjuntos J e L têm elementos comuns? Quais são? N Olhe o conjunto M. Ele é formado pelos elementos comuns a J e L? O O conjunto M é a interseção dos conjuntos J e L? P Os conjuntos V e X têm elementos comuns? Q A interseção de V e X é um conjunto vazio. Por quê? R Olhe o conjunto Z. Ele é um conjunto vazio. Como se representa um conjunto vazio? S Tribule a interseção de A e B. T Tribule a união de A e B. U Tribule a interseção de E e F. V Tribule a união de E e F.
Conjunto V: {16, 29, 32} Conjunto X: {1, 5, 11, 45, 93} Conjunto Z: {}	
Conjunto A: {34, 89, 95, 124, 315} Conjunto B: {37, 59, 421, 604}	
Conjunto E: {123, 215, 705, 987} Conjunto F: {112, 123, 987}	

Nos exercícios abaixo, tribule a interseção e a união dos dois conjuntos.

Conj. A: {24, 25, 26, 27, 28}	Conj. V: {50, 60, 70, 80, 90, 100}
Conj. B: {21, 22, 23, 24}	Conj. X: {60, 80, 100, 120}
Conj. F: {282, 374, 512, 637}	Conj. R: {167, 168, 169, 170}
Conj. G: {180, 374, 512}	Conj. S: {168, 169, 170, 171, 172}
Conj. T: {491, 492, 493}	Conj. J: {247, 251, 255, 260}
Conj. U: {591, 592, 593}	Conj. L: {264, 267, 315, 504, 609}

Continue a discutir e a analisar com a turma a interseção e a união de conjuntos, usando os exercícios da pág. 8. Chame atenção para o fato de que os elementos dos conjuntos agora apresentados são números.

Se os alunos sentirem dificuldade em reconhecer os elementos comuns aos conjuntos J e L ao trabalhar com os exercícios de L a O, escreva-os no quadro e deixe-os fazerem setas mostrando os elementos comuns, como apresentamos a seguir:

Conjunto J: {4, 5, 6, 7, 8, 9}

Conjunto L: {2, 3, 4, 5, 6}

Em seguida, leve os alunos a resolver os exercícios de P a R. Procure levar o alu-

no a reconhecer que a interseção dos conjuntos V e X é um conjunto vazio porque os conjuntos V e X não têm elementos comuns. O conjunto vazio é representado por $\{ \}$, e, ao tabulá-lo, escrevem-se apenas as chaves, não se colocando qualquer elemento entre as mesmas.

Deixe que as crianças trabalhem independentemente nos exercícios de S a V. Em cada exercício, primeiramente deverá ser tabulada a interseção dos dois conjuntos e, em seguida, a união dos mesmos. Depois de completado o trabalho, discuta-o com os alunos e escreva as respostas certas no quadro.

Se o professor sentir que há necessidade de atividades adicionais envolvendo união e interseção de conjuntos, poderá pedir aos

alunos que apresentarem dificuldade outros exemplos de dois conjuntos, deixando-os registrar os resultados nos cadernos. Para variar a atividade, estabeleça determinadas condições que os conjuntos deverão atender. Por exemplo, peça a uma criança que dê dois conjuntos tais que a interseção tenha três elementos e a união cinco. Ou ainda dois conjuntos em que a união e a interseção sejam iguais. Para atender a esta última condição, os elementos dos dois conjuntos terão que ser os mesmos. Por exemplo, a união dos conjuntos X e L é $\{1, 3, 5, 7\}$ e a interseção é $\{1, 3, 5, 7\}$.

Conjunto X: {1, 3, 5, 7}
Conjunto L: {1, 3, 5, 7}

CONJUNTO-SOLUÇÃO — IDÉIAS DE MAIOR QUE , MENOR QUE E IGUAL A

OBJETIVOS

Tabular conjuntos-solução para sentenças matemáticas e rever a noção de maior que , menor que e igual a .

COMENTÁRIOS

Nesta lição, as crianças aprendem a tabular conjuntos-solução para sentenças matemáticas como $n > 54$, $n < 125$ e $n = 140$.

Em cada exercício, será estabelecido o universo a ser considerado. Assim, por exemplo, para $n > 54$, estabelecer-se-á que o universo é constituído dos números $\{50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57\}$.

Então, o conjunto-solução para $n > 54$ será formado apenas pelos números do conjunto universo que forem maiores que 54, isto é, $\{55, 56, 57\}$.

Enquanto a criança não tiver estudado frações e conjuntos de frações, a palavra *número* significará sempre *número natural*.

Se houver na classe crianças de aprendizagem mais lenta, leia a seção denominada "Para Crianças Que Aprendem Devagar", à pág. 41, antes de iniciar o trabalho com as páginas que constituem esta lição.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 9

Dirija a atenção dos alunos para o conjunto M. Peça-lhes que o descrevam. Explique-lhes que, nos exercícios de A a G, deverão ser usados apenas os números do conjunto M.

Escreva no quadro $n > 54$ para que os alunos procurem, no conjunto M, todos os números que sejam maiores que 54.

Resolva com a turma os exercícios A e B, para que os alunos compreendam que 55, 56 e 57 são os únicos números do conjunto M que podem ser usados para tornar verdadeira a sentença $n > 54$.

CONTINUE APRENDENDO

Conjunto M: {50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57}

Tabela 1	Tabela 2	Tabela 3
$n > 54$	$n < 54$	$n = 54$
A 50 > 54	A 50 < 54	A 50 = 54
B 51 > 54	B 51 < 54	B 51 = 54
C 52 > 54	C 52 < 54	C 52 = 54
D 53 > 54	D 53 < 54	D 53 = 54
E 54 > 54	E 54 < 54	E 54 = 54
F 55 > 54	F 55 < 54	F 55 = 54
G 56 > 54	G 56 < 54	G 56 = 54
H 57 > 54	H 57 < 54	H 57 = 54

Conjunto-solução: {55, 56, 57} Conjunto-solução: {50, 51, 52, 53} Conjunto-solução: {54}

Trabalhe com os números do conjunto M e as tabelas 1, 2 e 3.

A Na tabela 1, quais as sentenças verdadeiras?

B 55, 56 e 57 são os únicos números do conjunto M que tornam verdadeira a sentença $n > 54$?

{55, 56, 57} é o conjunto-solução para $n > 54$.

C Na tabela 2, quais as sentenças verdadeiras?

D Que números do conjunto M formam o conjunto-solução para $n < 54$?

E Na tabela 3, quais as sentenças verdadeiras?

F Dê o conjunto-solução para $n = 54$.

G Cada um desses conjuntos-solução é subconjunto de M? Por quê?

Agora use os números do conjunto V.

Conjunto V: números de 0 a 999

H Cada número do conjunto-solução para $n > 54$ é maior que 54?

I É correto descrever o conjunto-solução para $n > 54$ como "o conjunto dos números de 55 a 999"?

J Descreva o conjunto-solução para $n < 54$.

pontos na tabulação de um conjunto, passando a escrever $\{55, 56, 57, \dots, 999\}$ como conjunto-solução para $n > 54$ e $\{0, 1, 2, \dots, 53\}$ como conjunto-solução para $n < 54$.

Esta lição continuará à pág. 10 do livro do aluno.

Página 10

Dirija a atenção da turma para o conjunto S. Talvez você ache conveniente tabular o conjunto dos números de 120 a 140 no quadro. Passe então ao exercício L. Chame um aluno para ler o exercício e tabular, no quadro, o conjunto-solução para $n < 125$. Ao discutir os exercícios M, N e O, as crianças deverão perceber de imediato que não há números maiores que 140 no conjunto S e que, portanto, o conjunto-solução para $n > 140$ é o conjunto vazio. Será preciso lembrar sempre aos alunos que eles devem considerar em suas respostas apenas os números que pertencem ao conjunto S.

Use os números do conjunto S. Conjunto S: números de 120 a 140	Exercício 1 Tabule o conjunto-solução. Use o conjunto {40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47} A $45 < x$ C $x < 43$ B $x > 40$ D $46 < x$
L Que números do conjunto S são menores que 125? Tabule o conjunto-solução para $n < 125$.	Use o conjunto dos números de 15 a 30. E $x > 26$ G $x = 14$ F $21 > x$ H $x < 19$
M Que números são maiores que 140?	Use o conjunto dos números de 130 a 145. I $140 < x$ L $138 > x$ J $x > 145$ M $x = 132$
N O conjunto-solução para $n > 140$ é o conjunto vazio? Por quê?	Exercício 2 Tabule o conjunto-solução. Use o conjunto {660, 661, 662, 663, 664, 665, 666}
O Tabule o conjunto-solução para $n > 140$.	A $s < 664$ C $665 < s$ B $s > 661$ D $s < 660$
P Use os números de 0 a 999. O conjunto-solução para $n > 140$ é o conjunto vazio? Descreva o conjunto-solução para $n > 140$.	Use o conjunto dos números de 800 a 850. E $s < 802$ G $s > 844$ F $800 > s$ H $831 = s$
Q Use os números de 0 a 999. Descreva o conjunto-solução para $n < 125$.	Use o conjunto {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18}
Tabule o conjunto-solução. Use {485, 486, 487, 488, 489, 490}	I $12 < s$ L $s > 6$ J $s < 8$ M $16 = s$
R $488 < n$ T $490 > n$ S $485 > n$ U $486 = n$	
Tabule o conjunto-solução. Use o conjunto dos números de 50 a 75.	
V $n > 69$ X $56 < n$ Z $73 = n$	

Nos exercícios P e Q, os alunos trabalharão com o conjunto dos números de 0 a 999 e deverão reconhecer que, se suas respostas devem ser encontradas no conjunto dos números de 0 a 999, o conjunto-solução para $n > 140$ será constituído de todos os números entre 141 e 999. O conjunto-solução para $n < 125$ inclui os números de 0 a 124. Repare que as crianças não são solicitadas a tabular esses conjuntos.

Forneça a cada aluno uma folha de papel e peça que escrevam, em coluna, as letras de R a U, para que, ao lado delas, sejam escritas as respostas dos exercícios. O aluno lerá o exercício R e ao lado da letra R tabulará o conjunto-solução para $488 < n$. Quando todos terminarem, chame um alu-

no ao quadro para escrever a resposta, enquanto os demais corrigem seus trabalhos. Discuta as dúvidas que surgirem e leve a turma a perceber que n está à direita na sentença $488 < n$ e que $488 < n$ é o mesmo que $n > 488$.

Proceda de maneira semelhante com os exercícios de V a Z. Verifique se os alunos entenderam que, nesses exercícios, deverá ser usado o conjunto dos números de 50 a 75.

Os Exercícios 1 e 2 devem ser feitos por escrito e, se não for necessário, não precisarão ser utilizados todos os seus itens.

Trabalhe com os alunos que demonstrarem dificuldade e siga a orientação sugerida.

CONJUNTO-SOLUÇÃO — INTERVALO

OBJETIVO

Ampliar a noção de intervalo entre números.

COMENTÁRIOS

Esta lição envolverá apenas os números naturais, isto é, 0, 1, 2, 3 etc. Portanto, ainda aqui, sempre que nos referirmos a número, estaremos falando de número natural.

Inicialmente, convém destacar que, com exceção do zero, todo número natural fica entre dois outros números naturais. As idéias de maior que e menor que permitem determinar se um número natural está entre dois outros. Por exemplo, considere os números 5, 9 e 12. Como 9 é maior que 5 e menor que 12, ele está entre 5 e 12. Por outro lado, 5 é menor que 9 e menor que 12; portanto, não está entre esses dois números.

Como vimos, qualquer número natural maior que zero está, no mínimo, entre dois

outros números naturais. Entretanto, a recíproca não é verdadeira, pois entre dois números naturais, nem sempre há outro número natural. Por exemplo, entre 5 e 6 não há qualquer número natural.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 11

Dirija a atenção da turma para o conjunto X, que aparece no alto da página.

Deixe as crianças descreverem este conjunto. Em seguida, leve-as a, por escrito, prosseguir nos demais exercícios.

Um aluno poderá ler os exercícios A, B e C, para que toda a turma escreva as respostas. Tabule no quadro o conjunto que corresponde à resposta de cada exercício.

Passe aos exercícios D e E e estabeleça que qualquer número maior que 23 e menor que 26 está entre 23 e 26.

CONTINUE APRENDENDO

Conjunto X: {19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26}

t está entre 23 e 26.

Conjunto-solução: {24, 25}

Nos exercícios de A a I, use os números do conjunto X.

A Dê o conjunto-solução para $t > 23$.

B Dê o conjunto-solução para $t < 26$.

C Tabule a interseção do conjunto-solução para $t > 23$ e $t < 26$. Que números formam esta interseção?

D Cada um dos números 24 e 25 é maior que 23 e menor que 26?

E 24 e 25 são os únicos números do conjunto X que são maiores que 23 e menores que 26?

24 e 25 estão entre 23 e 26. {24, 25} é o conjunto-solução para: t está entre 23 e 26.

F Os números entre 20 e 25 são maiores que \blacksquare e menores que \ominus .

G Tabule o conjunto-solução para: t está entre 20 e 25.

H Os números entre 21 e 22 são maiores que \blacksquare e menores que \ominus .

I Há algum número entre 21 e 22?

Tabule o conjunto-solução para: t está entre 21 e 22.

Use o conjunto dos números de 0 a 999.

J Os números entre 2 e 9 são maiores que \blacksquare e menores que \ominus .

L Tabule o conjunto-solução para: t está entre 2 e 9.

M Os números 237 e 244 são maiores que \blacksquare e menores que \ominus .

N Tabule o conjunto-solução para: t está entre 237 e 244.

Tabule o conjunto-solução.

Use o conjunto dos números de 0 a 999.

A x está entre 200 e 206

B x está entre 515 e 517

C x está entre 93 e 94

D x está entre 158 e 160

E x está entre 904 e 911

F x está entre 457 e 463

G x está entre 799 e 800

H x está entre 638 e 641

I x está entre 386 e 394

Estabeleça que, na linha numerada, os pontos relativos a 24 e 25 estão entre os pontos 23 e 26.

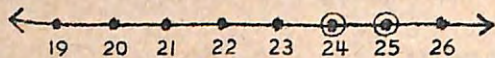
Use os exercícios F e G. Repare que, no exercício G, não se pede ao aluno que dê o conjunto dos números maiores que 20, o conjunto dos números menores que 25 ou a interseção desses dois conjuntos. Em lugar disso, pede-se a ele, diretamente, que tabule o conjunto-solução para: t está entre 20 e 25. Você poderá pedir que a turma tabule, primeiro, o conjunto-solução para $t > 20$; em seguida, o conjunto-solução para $t < 25$ e, finalmente, a interseção desses conjuntos-solução.

Ao serem resolvidos os exercícios H e I, veja se os alunos entenderam por que o conjunto-solução de " t está entre 21 e 22" é o conjunto vazio. Se necessário, recorde com eles a maneira de tabular o conjunto vazio: $\{ \}$.

Nos exercícios de J a N, os alunos deverão tabular o conjunto-solução em seus próprios cadernos. Discuta as respostas apresentadas.

Use os exercícios seguintes, de A a I, para prática independente. Terminado o trabalho, verifique as respostas encontradas e comente os exercícios que causaram dificuldade.

A idéia de intervalo pode ser relacionada a pontos de uma linha numerada. Desenhe no quadro parte de uma linha numerada, como mostramos a seguir. Assinale de maneira especial os pontos 24 e 25.



Verificação da Aprendizagem

TABULAÇÃO DE CONJUNTOS-SOLUÇÃO; IDENTIFICAÇÃO DE SUBCONJUNTOS; UNIÃO E INTERSEÇÃO DE CONJUNTOS

OBJETIVOS

Desenvolver no aluno a habilidade de tabular conjuntos-solução, identificar subconjuntos e tabular a união e a interseção de conjuntos.

COMENTÁRIOS

Geralmente, no final dos capítulos deste livro inclui-se um teste que pode ser usado para diagnosticar o que o aluno aprendeu e ajudar o professor a determinar o que precisa ser ensinado novamente, se for o caso.

Se o aluno não sabe responder às perguntas de um teste ou se comete erros que não são cometidos por simples distração, ele precisa de mais experiências de aprendizagem envolvendo as noções particularmente envolvidas no teste.

Use os testes da pág. 12 da maneira que julgar mais conveniente para sua turma.

Não será necessário resolver todas as questões em apenas uma aula nem usar todas as questões sugeridas. Também não será necessário usar os testes imediatamente após desenvolver a última lição do assunto por eles avaliado. Para algumas turmas, talvez seja conveniente rever as atividades desenvolvidas sobre o assunto de que consta o teste antes de aplicá-lo.

Lembre-se de que o teste escrito não é o único meio de avaliar o progresso dos alunos. Consulte as págs. de 15 a 18 deste li-

vro-guia, onde são focalizadas várias maneiras de proceder para avaliar a aprendizagem do aluno.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 12

VEJA SE APRENDEU

Teste 2

Que conjuntos são subconjuntos de: {10, 15, 20, 25, 30, 35, 40}?

Conjunto A: {25, 35}
Conjunto B: {15}
Conjunto C: {20, 25, 30, 40, 50}
Conjunto D: {10, 15, 30, 40}

Quais os subconjuntos do conjunto dos números de 150 a 175?

Conjunto E: {156, 165, 176}
Conjunto F: {164, 165, 166, 167}
Conjunto G: {150, 157, 162, 170, 174}
Conjunto H: {147, 157, 167, 177}

Quais os subconjuntos do conjunto dos números de 712 a 727?

Conjunto I: {717, 726, 714}
Conjunto J: {725, 710, 732, 716}
Conjunto L: {712, 709}
Conjunto M: {726, 713, 720, 716}

Teste 1

Tabule o conjunto-solução. Use o conjunto dos números de 320 a 335.

A $r < 325$ D $r > 329$
B $329 = r$ E $r < 320$
C $332 < r$ F $327 > r$

Use o conjunto dos números de 0 a 999.

G r está entre 61 e 64
H r está entre 647 e 652
I r está entre 289 e 290
J r está entre 99 e 101

Teste 3

Tabule a união e a interseção dos dois conjuntos que compõem cada exercício.

A Conjunto U: {4, 5, 6, 7} D Conjunto X: {343, 344, 345, 346}
Conjunto V: {3, 4, 5} E Conjunto Z: {340, 341, 342}

B Conjunto M: {29, 41, 50, 76} E Conjunto S: {717, 718, 719, 720, 721}
Conjunto N: {14, 27} F Conjunto T: {716, 717, 718, 721, 722}

C Conjunto Q: {80, 82, 84} F Conjunto J: {157, 167, 180, 194}
Conjunto R: {80, 81, 82, 83, 84} Conjunto L: {175, 180, 194, 196}

O Teste 1 envolve as idéias de maior que, menor que, igual a e intervalo.

Os alunos escreverão apenas as letras de A a J, em coluna, numa folha de papel

e tabularão, ao lado de cada letra, o respectivo conjunto-solução. Comente os resultados encontrados.

Os exercícios do Teste 2 tratam da noção de subconjunto. Leia cada questão e deixe as crianças relacionarem os subconjuntos dos conjuntos considerados. Chame diferentes crianças, individualmente, para dizerem suas respostas em voz alta.

O Teste 3 consiste de exercícios que envolvem a união e a interseção de dois conjuntos. Explique aos alunos que eles devem escrever duas respostas para cada exercício. Primeiro, deverá ser tabulada a união e, em seguida, a interseção dos dois conjuntos. Verifique as respostas depois que os alunos tiverem concluído o trabalho.

PARA OS ALUNOS QUE APRENDEM MAIS DEPRESSA

Estas crianças estão continuamente querendo saber o *como* e o *porquê* das coisas e devem ser sempre atendidas em suas indagações. Por esta razão, apresentamos em cada capítulo sugestões de exercícios para estes alunos.

Os símbolos de união e interseção não são incluídos neste livro, pois não são indispensáveis ao desenvolvimento desses conceitos. Entretanto, os alunos de aprendizagem mais rápida gostam de aprender esse simbolismo. Para eles, quando forem introduzidas as idéias de união e de interseção, poderão ser apresentados os símbolos respectivos dessas operações.

Diga aos alunos que, para indicar a união de dois conjuntos, usamos o símbolo \cup . Lemos $Z \cup N$ como "Z unido a N", ou seja, a união dos conjuntos N e Z.

Explique que o símbolo \cap representa a interseção e que $Z \cap N$ é a interseção dos conjuntos Z e N. Dê a cada aluno uma folha de exercícios como a que apresentamos a seguir e deixe que completem as questões sugeridas:

M: {1, 3, 5, 9} B: {1, 3, 7}
 X: {7, 8, 9, 10, 11} V: { }
 Z: {2} N: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

Tabule os seguintes conjuntos:

$Z \cup M$ $V \cup N$
 $X \cup V$ $M \cup X$
 $M \cup N$

Apresentamos ainda um jogo em que duas crianças participam de cada vez. Providencie dezesseis cartões de 8 cm x 12 cm aproximadamente, apresentando um conjunto de números, como sugerimos abaixo:

{ } {4} {4, 9, 10}

Cada um dos jogadores seleciona um cartão. O primeiro tabula a interseção dos dois conjuntos apresentados nos cartões e considera como pontos obtidos naquela jogada o número de elementos da interseção. Por exemplo, um jogador retira o cartão onde está escrito {4, 9, 10} e o outro jogador o cartão em que está escrito {4}. O primeiro jogador deve dizer que a interseção dos dois conjuntos é 4. Logo, terá obtido 1 ponto, pois há apenas um elemento na interseção. Os cartões, então, devem ser postos de lado ou colocados na pilha de cartões embaralhados. Cada jogador retira novamente um cartão e, agora, o segundo dá a interseção dos novos conjuntos. Deve ser combinado com antecedência o número mínimo de pontos que deve ser obtido para se considerar um aluno vencedor — 15, 25 ou 40, por exemplo.

Apresentamos a seguir exemplos de conjuntos que o professor pode usar nos dezesseis cartões para o jogo que foi sugerido:

{ } {2, 8} {2, 3, 4} {3, 4, 5, 6}
 {4} {6, 7} {6, 7, 8} {3, 4, 5, 6}
 {7} {4, 5, 6} {4, 9, 10} {1, 2, 4, 7}
 {10} {1, 2, 3} {1, 3, 10} {6, 7, 8, 9, 10}

PARA CRIANÇAS QUE APRENDEM DEVAGAR

A matéria contida nas páginas do livro pode ser adaptada às necessidades dos alunos que aprendem mais devagar. O professor pode suplementar as atividades do livro da seguinte maneira:

a) Discuta a lição até que quase todos os alunos tenham compreendido o que está sendo ensinado. Gaste mais tempo, quan-

do necessário, revendo conceitos já estudados.

b) Explore ao máximo os exercícios e desenhos apresentados no livro, complementando as explicações com o uso de objetos.

c) Não exija que eles leiam os comentários e as explicações do livro sem sua assistência. Os alunos mais fracos freqüentemente têm dificuldade em leitura.

Enriquecimento do Programa

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO CONJUNTO-SOLUÇÃO

OBJETIVO

Usar a linha numerada para representar graficamente o conjunto-solução para sentenças matemáticas como $x > 15$, $x < 15$ e $x = 15$.

COMENTÁRIOS

Os autores desta série de livros compreendem a necessidade de se incluir nos livros destinados ao aluno matéria especialmente preparada para atender às diferenças individuais, razão pela qual no livro VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 4, do aluno, ao final de alguns capítulos, há uma lição intitulada "Enriqueça seus Conhecimentos", que se destina aos alunos mais capazes. Nas lições dessas páginas, nem sempre as idéias desenvolvidas relacionam-se a noções previamente estudadas, podendo, portanto, ser usadas a qualquer tempo. Outras vezes, constituem extensões das idéias apresentadas no capítulo ou capítulos anteriores e podem ser usadas imediatamente após a introdução da noção que procura desenvolver.

A maioria dessas lições foi planejada de forma a dispensar a direção do professor. Assim, os alunos que aprendem mais depressa podem prosseguir independentemente, enquanto o professor trabalha com crianças que precisam de maior assistência em atividades de revisão ou de novo ensino.

Se o professor sentir que um aluno que tenha compreendido muito bem as noções desenvolvidas em um capítulo ou em uma lição precisa de mais atividades que atendam a sua curiosidade por um conhecimento mais profundo sobre o assunto, poderá deixar que esse aluno desenvolva as atividades das páginas destinadas ao enriquecimento do programa. Entretanto, se o aluno, ao ler uma página dessas, demonstrar dificuldade, o professor não deverá insistir para ele continuar a resolver as questões propostas. O fato de um aluno não utilizar

ENRIQUEÇA SEUS CONHECIMENTOS

Conjunto Z: {38, 39, 40, 41, 42}

1

2

3 $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $x < 7$ e $x = 5$

Para cada exercício, faça uma linha numerada e represente o conjunto-solução. Em seguida, tabule a interseção dos dois conjuntos-solução.

Use o conjunto dos números de 75 a 85.

A $l < 81$ e $l > 77$ C $l > 75$ e $l < 80$
B $l > 79$ e $l = 84$ D $l < 79$ e $l < 83$

Use o conjunto dos números de 497 a 508.

E $l < 501$ e $l = 500$ G $l > 498$ e $l > 502$
F $l > 501$ e $l < 506$ H $l > 503$ e $l < 499$

13

as páginas destinadas a enriquecimento não invalidará o progresso que poderá obter no trabalho normal com o livro.

da orientação do professor, que apenas deverá conferir as respostas ao final do trabalho ou discutir e analisar um a um.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 13

Os exercícios de A a J, dependendo da habilidade de leitura dos alunos, poderão ser resolvidos completamente independentes

Os exercícios ao final da página devem ser resolvidos pelo aluno sem a intervenção do professor. Cada criança receberá uma folha de papel, onde, correspondendo a cada exercício, esteja desenhada uma linha numerada. Os pontos poderão estar assinalados na linha, devendo, no entanto, caber ao aluno numerá-los e assinalar o conjunto-solução.

Resolução de Problemas

PROBLEMAS VERBAIS

OBJETIVO

Resolver problemas verbais.

COMENTÁRIOS

Esta página destina-se à prática do uso de técnicas para a resolução de problemas.

Os problemas da pág. 14 incluem situações aditivas, subtrativas, de multiplicação e de divisão. Devem ser resolvidos pelos alunos independentemente.

Entretanto, ao completarem o trabalho, o professor deverá analisar as dificuldades que possam ter ocorrido.

Se alguma criança demonstrar não saber como construir a sentença matemática ou se tiver esquecido de como fazê-lo, será conveniente recordar o assunto, que já foi abordado no livro 3 desta série.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 14

O aluno deverá trabalhar independentemente nos problemas de A a N. O trabalho com essa página fornecerá ao professor indicações que o possibilitarão avaliar a habilidade das crianças em resolver problemas.

Analise com os alunos o enunciado das questões, que aparece antes do problema A, e veja se ficou claro que, para cada proble-

ma, deverão escrever uma sentença matemática, completá-la, tornando-a verdadeira, e, então, dar a resposta do problema. Por exemplo, no problema A, deverão escrever:

$$5 \times 3 = n$$

$$5 \times 3 = 15$$

Luci viu 15 passarinhos.

RESOLVA PROBLEMAS

Para cada problema, elabore a sentença matemática, torne-a verdadeira e responda ao problema.

A Luci viu 5 grupos de passarinhos. Em cada grupo, havia 3 passarinhos. Quantos passarinhos Luci viu?

B Dezesseis brinquedos estavam em uma prateleira. Foram vendidos oito. Quantos ficaram?

C Linda gastou 5 cruzeiros em biscoitos, 9 em frutas e 6 em cereais. Quanto gastou Linda?

D Janete arrumou 12 lápis em maços de 2 lápis cada um. Quantos maços ela fez?

E Toni tinha 8 bolas de gude. Ganhou depois 6 bolas de Luís. Com quantas bolas de gude Toni ficou?

F Nanci gastou 90 centavos em maços. Cada maço custou 30 centavos. Quantos maços Nanci comprou?

14

G Dona Laura comprou 3 caixas de margarina. Havia 4 tabletes em cada caixa. Quantos tabletes de margarina havia nas 3 caixas?

H 15 copos estão na mesa. 7 pertencem à D. Isa e o resto à mãe dela. Quantos são os copos da mãe de D. Isa?

I 9 livros estão em uma prateleira e 6 em outra prateleira de uma estante. Quantos livros há nas duas prateleiras?

J 15 meninos organizaram-se em times. Cada time tinha 5 meninos. Quantos times eles formaram?

L João comprou 8 caixas de uva. Gastou 4 cruzeiros em cada caixa. Quanto ele gastou ao todo?

M 8 latas de óleo estavam em uma caixa. Rui juntou a elas mais 3 latas. Quantas latas ficaram na caixa?

N Eda pintou 8 cartões de Natal, Gilda 9 e Suelli 8. Ao todo, quantos cartões as meninas pintaram?

sendo procurado e o professor pode preferir que, na resposta, os alunos escrevam apenas uma frase como "15 passarinhos", em vez da sentença completa.

Para responder aos exercícios, bastará que o aluno copie apenas a letra correspondente a cada problema e, ao lado dela, registre a solução.

É claro que o aluno pode usar a letra que desejar em lugar do número que está

Propriedades dos Números e das Operações

FUNDAMENTOS

Sentenças Relacionadas e Operações Inversas

A adição e a subtração são comumente chamadas *operações inversas*. O que é feito pela adição é desfeito pela subtração. Por exemplo, imagine que tenhamos inicialmente 7 objetos. O que fazemos ao adicionar 4 objetos aos 7 pode ser desfeito subtraindo-se 4 de 11. Repare que começamos com 7 objetos e terminamos com 7 objetos novamente.

$$7 + 4 = 11 \quad 11 - 4 = 7$$

Por outro lado, partindo-se da subtração, o que é feito pela subtração poderá ser desfeito pela adição. Por exemplo, $15 - 6 = 9$ e $9 + 6 = 15$.

Por causa da relação que existe entre a adição e a subtração e da propriedade comutativa da adição, sempre que temos uma sentença como $6 + 27 = 33$, podemos obter três outras sentenças relacionadas (ou equivalentes) a ela, como mostramos a seguir:

$$\begin{array}{ll} 6 + 27 = 33 & 27 + 6 = 33 \\ 33 - 27 = 6 & 33 - 6 = 27 \end{array}$$

As sentenças $6 + 27 = 33$ e $27 + 6 = 33$ relacionam-se em virtude da propriedade comutativa da adição. $6 + 27 = 33$ e $33 - 27 = 6$; $27 + 6 = 33$ e $33 - 6 = 27$ são sentenças relacionadas em virtude da

relação que existe entre a adição e a subtração.

Observe que cada sentença acima envolve os números 6, 27 e 33 e são as únicas sentenças verdadeiras de adição e subtração que podem ser obtidas usando-se estes três números. Às quatro sentenças apresentadas chamamos *sentenças relacionadas* (ou *sentenças equivalentes*) de adição e subtração.

As quatro sentenças apresentadas a seguir também constituem sentenças relacionadas. Observe que, nas sentenças desse grupo, o mesmo número substitui n . A sentença $73 - 25 = n$ mostra que, para encontrar o número que substituirá n , será preciso subtrair 25 de 73.

$$\begin{array}{ll} n + 25 = 73 & 25 + n = 73 \\ 73 - 25 = n & 73 - n = 25 \end{array}$$

A multiplicação e a divisão são também operações inversas. O que é feito pela multiplicação pode ser desfeito pela divisão. O que fazemos quando dividimos podemos desfazer quando multiplicamos. As sentenças seguintes ilustram esta relação:

$$\begin{array}{ll} 7 \times 2 = 14 & 14 \div 2 = 7 \\ 420 \div 60 = 7 & 7 \times 60 = 420 \end{array}$$

Por causa da relação entre a multiplicação e a divisão e da propriedade comutativa da multiplicação, podemos pensar em

conjuntos de sentenças relacionadas de multiplicação e divisão. Um desses conjuntos é mostrado abaixo:

$$\begin{array}{ll} 34 \times 2 = 68 & 2 \times 34 = 68 \\ 68 \div 2 = 34 & 68 \div 34 = 2 \end{array}$$

Observe que cada sentença desse grupo envolve os números 2, 34 e 68 e que essas são as únicas sentenças verdadeiras de multiplicação e divisão que se podem obter com esses três números.

A idéia de sentenças relacionadas pode ser usada para explicar ao aluno por que em sentenças como $n + 32 = 96$ o valor de n é encontrado pela subtração.

Propriedade Associativa da Adição

As operações de adição e subtração apresentam algumas propriedades importantes, dentre as quais a *propriedade comutativa*, já apresentada e discutida no livro destinado ao estágio anterior — VAMOS APRENDER MATEMÁTICA 3.

Outra importante propriedade da adição é a *propriedade associativa*. Como a adição é uma operação binária, adicionamos dois números, e somente dois, de cada vez. Assim, quando queremos encontrar a soma de três ou mais números, temos que decidir antes quais dos dois números vamos adicionar primeiro.

Consideremos a adição $29 + 37 + 43$. Duas maneiras de encontrar o nome-padrão* para $29 + 37 + 43$ são mostradas abaixo:

$$\begin{array}{ll} \text{A. } (29 + 37) + 43 & \text{B. } 29 + (37 + 43) \\ 66 + 43 & 29 + 80 \\ 109 & 109 \end{array}$$

No exemplo A, os parênteses indicam que, primeiro, 37 foi adicionado a 29, para,

* Como vimos nos livros destinados aos estágios anteriores, *nome-padrão* significa *numeral mais simples, nome comum, nome vulgar, nome-modelo*.

em seguida, adicionar-se 43 a 66. No exemplo B, os parênteses indicam que, primeiro, 43 foi adicionado a 37 e, em seguida, 80 a 29. Observe que o nome-padrão para $(29 + 37) + 43$ e para $29 + (37 + 43)$ são os mesmos. Assim, a sentença $(29 + 37) + 43 = 29 + (37 + 43)$ exprime um juízo verdadeiro e ilustra a *propriedade associativa da adição*.

A propriedade associativa da adição estabelece que, para quaisquer três ou mais números, a maneira pela qual eles são agrupados não afeta a soma. Como a propriedade associativa da adição é verdadeira para quaisquer números a , b e c , podemos generalizá-la da seguinte maneira:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Propriedade Associativa da Multiplicação

A multiplicação também é uma operação binária. Multiplicamos dois números, e somente dois, de cada vez. Assim, quando queremos encontrar o produto de três ou mais números, devemos decidir, antes, os dois números que iremos multiplicar primeiro.

Consideremos o exemplo $25 \times 4 \times 60$. São apresentadas a seguir duas maneiras de encontrar o nome-padrão para $25 \times 4 \times 60$:

$$\begin{array}{ll} \text{C. } (25 \times 4) \times 60 & \text{D. } 25 \times (4 \times 60) \\ 100 \times 60 & 25 \times 240 \\ 6.000 & 6.000 \end{array}$$

No exemplo C, os parênteses indicam que, inicialmente, 4 foi multiplicado por 25 e, em seguida, 60 por 100. No exemplo D, os parênteses indicam que, primeiro, 60 foi multiplicado por 4 e, em seguida, 240 por 25. Observe que o nome-padrão para $(25 \times 4) \times 60$ e para $25 \times (4 \times 60)$ são os mesmos. Assim, a sentença $(25 \times 4) \times 60 = 25 \times (4 \times 60)$ exprime um juízo verdadeiro e ilustra a *propriedade associativa da multiplicação*.

A propriedade associativa da multiplicação estabelece que, para quaisquer três ou mais números, a maneira pela qual eles são agrupados não altera o produto. Como a propriedade associativa da multiplicação é verdadeira para quaisquer números a , b e c , podemos simbolizá-la como:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Zero na Adição e na Subtração

O número zero desempenha importante papel nas operações de adição e subtração. O papel do zero na adição pode ser ilustrado nos exemplos seguintes:

$$\begin{array}{ll} 9 + 0 = 9 & 0 + 127 = 127 \\ 27 + 0 = 27 & 0 + 4\ 856 = 4\ 856 \end{array}$$

Note que, nos exemplos apresentados, a soma de zero com o outro número foi igual a esse outro número. Zero é chamado o *elemento-identidade* da adição porque a soma de qualquer número com zero é igual ao próprio número.

As sentenças que aparecem a seguir podem ser usadas para ilustrar o papel do zero na subtração. Quando um número é subtraído dele mesmo, o resultado é zero e quando zero é subtraído de um número, o resultado é esse próprio número.

$$\begin{array}{ll} 86 - 86 = 0 & 45 - 0 = 45 \\ 3\ 862 - 3\ 862 = 0 & 902 - 0 = 902 \end{array}$$

O papel do zero na adição e na subtração pode ser expresso pelas generalizações seguintes, nas quais a representa um número natural qualquer:

$$\begin{array}{ll} 0 + a = a & a - a = 0 \\ a + 0 = a & a - 0 = a \end{array}$$

Um na Multiplicação e na Divisão

O número um desempenha importante papel nas operações de multiplicação e di-

visão. O papel do um na multiplicação está ilustrado nos exemplos seguintes:

$$\begin{array}{ll} 28 \times 1 = 28 & 1 \times 137 = 137 \\ 592 \times 1 = 592 & 1 \times 4\ 973 = 4\ 973 \end{array}$$

Note que, nos exemplos acima, o produto de 1 por outro número é o próprio número. Um é chamado *elemento-identidade* da multiplicação porque o produto de qualquer número por um é igual ao próprio número.

As sentenças seguintes mostram o papel do um na divisão. Quando um número é dividido por ele mesmo, o resultado é 1 e quando um número é dividido por 1, o resultado é o próprio número.

$$\begin{array}{ll} 75 \div 75 = 1 & 94 \div 1 = 94 \\ 389 \div 389 = 1 & 1\ 526 \div 1 = 1\ 526 \end{array}$$

O papel do um na multiplicação e na divisão pode ser expresso pelas generalizações seguintes, sendo a um número natural qualquer:

$$\begin{array}{ll} a \times 1 = a & a \div a = 1 \text{ (Quando } a \neq 0.) \\ 1 \times a = a & a \div 1 = a \end{array}$$

Zero na Multiplicação e na Divisão

Consideremos agora o papel do zero na multiplicação e na divisão. Pense, inicialmente, na multiplicação de um número por zero. Agora, na multiplicação de zero por um número. Em ambos os casos, quaisquer que sejam os números escolhidos, o resultado é sempre zero.

O papel do zero na multiplicação pode ser expresso pelas seguintes generalizações, sendo a um número natural qualquer:

$$\begin{array}{ll} 0 \times a = 0 & a \times 0 = 0 \end{array}$$

Sabemos que, para cada sentença que envolve divisão, há uma sentença relacionada (ou equivalente) de multiplicação. A noção do papel do zero na divisão pode ser de-

envolvido através dessa relação. Consideremos, primeiro, a divisão de zero por um número maior que zero.

$$0 \div 5 = n \text{ significa que } n \times 5 = 0.$$

Sabemos que, se o produto de dois números é zero, um dos números tem que ser zero. Portanto, nas sentenças $0 \div 5 = n$ e $n \times 5 = 0$, n deve ser substituído por 0. As sentenças $0 \div 5 = 0$ e $0 \times 5 = 0$ exprimem juízos verdadeiros, constituindo, portanto, sentenças verdadeiras.

Quando dividimos 0 por um número natural qualquer maior que zero, o cociente é sempre 0. Essa generalização é expressa pela sentença $0 \div a = 0$, sendo a um número natural qualquer maior que zero.

Em seguida, vejamos o que acontece quando tentamos dividir um número por zero.

$$8 \div 0 = r \text{ significa que } r \times 8 = 8.$$

Sabemos que o produto de qualquer número por zero é sempre zero. Portanto, não há valor capaz de substituir r de modo que $r \times 8 = 8$ se torne uma sentença verdadeira.

Agora, pensemos na divisão de 0 por 0.

$$0 \div 0 = x \text{ significa que } x \times 0 = 0.$$

Nesse caso, sabemos que, substituindo-se x por qualquer número, obteremos uma sentença verdadeira para $x \times 0 = 0$. Assim, matematicamente, $0 \div 0$ é igual a qualquer número. Dizemos que $0 \div 0$ é *indeterminado* porque não há um único número (isto é, apenas um número) que seja igual a $0 \div 0$.

Assim, $1 \div 0$; $2 \div 0$; $3 \div 0$ etc. não tem sentido e $0 \div 0$ não pode ser determinado.

Fatores

Ao tratarmos dos fatores de um número, a palavra *número* significará sempre *número natural*.

Quando se multiplicam números naturais, obtém-se um *produto*. Cada número usado na formação desse produto é um *fator* do produto. Por exemplo, multiplicando-se 15 por 2, obtém-se o produto 2×15 ou 30. 2 e 15 são *fatores* de 30.

Podemos afirmar que 5 é um fator de 30 porque existe um número capaz de tornar verdadeira a sentença aberta $5 \times n = 30$. Por outro lado, 4 não é um fator de 30 porque não há número natural capaz de tornar verdadeira a sentença $4 \times n = 30$. As sentenças $1 \times 30 = 30$; $2 \times 15 = 30$; $3 \times 10 = 30$ e $5 \times 6 = 30$ apresentam todos os fatores de 30. O conjunto de todos os fatores de 30 é $\{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$.

Observe que o número 30 é divisível por qualquer desses fatores e não é divisível por nenhum número que não seja fator de 30.

Interessantes idéias matemáticas podem ser desenvolvidas através do uso dos fatores, como as apresentadas a seguir.

- O número 1 é o único número natural que tem apenas um fator.
- Todo número maior que 1 tem, no mínimo, dois fatores. Esses fatores são 1 e o próprio número.
- Um número maior que 1 que tenha mais de dois fatores é um *número composto*. O número 1 não é primo nem composto, pois tem apenas um fator. Dizemos que 1 é um número especial.
- Um número que tenha 2 como fator é um *número par*. Um número que não tenha 2 como fator é um *número ímpar*.
- Todo número é fator de zero, pois qualquer número que substitua a tornará verdadeira a sentença $a \times 0 = 0$.
- Zero não é fator de nenhum número, exceto dele próprio.

SENTENÇAS RELACIONADAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

OBJETIVO

Elaborar sentenças relacionadas de adição e subtração, ampliando noções desenvolvidas em estágios anteriores.

COMENTÁRIOS

Considere as quatro sentenças abaixo:

$$\begin{array}{ll} 3 + 4 = 7 & 4 + 3 = 7 \\ 7 - 4 = 3 & 7 - 3 = 4 \end{array}$$

Observe que cada sentença envolve os números 3, 4 e 7 e que estas são as únicas sentenças verdadeiras de adição e subtração que podem ser elaboradas usando-se esses três números. As quatro sentenças constituem, como vimos anteriormente, sentenças relacionadas de adição e subtração.

Abaixo apresentamos mais um exemplo de sentenças relacionadas:

$$\begin{array}{ll} n + 5 = 13 & 5 + n = 13 \\ 13 - 5 = n & 13 - n = 5 \end{array}$$





Repare que, nesse grupo de sentenças, o mesmo número substitui n . Uma das sentenças $13 - 5 = n$ indica diretamente a operação a ser efetuada para encontrar o número que substitui n .

Essas idéias serão usadas posteriormente neste livro, quando os alunos estiverem estudando a resolução de problemas. Por exemplo, suponhamos que a sentença matemática $n + 19 = 48$ apareça em uma situação-problema. Como $n + 19 = 48$ e $48 - 19 = n$ são sentenças relacionadas, o valor de n em $n + 19 = 48$ pode ser encontrado subtraindo-se 19 de 48.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 15

CONTINUE APRENDENDO

A Observe a fig. 1. A sentença $4 + 3 = 7$ mostra o que está acontecendo na figura?

B Dê a sentença que mostra o que está acontecendo na fig. 2. Na fig. 3. Na fig. 4.

C As sentenças usadas nos exercícios A e B aparecem abaixo. Elas são verdadeiras?

$$\begin{array}{ll} 4 + 3 = 7 & 3 + 4 = 7 \\ 7 - 3 = 4 & 7 - 4 = 3 \end{array}$$

D Os mesmos números são usados em cada sentença? Quais são eles?

E Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de adição e de subtração com 4, 3 e 7?

As sentenças do exercício C são sentenças relacionadas de adição e subtração.

F Observe cada sentença matemática abaixo e veja se é verdadeira.

$$\begin{array}{ll} 11 - 2 = 9 & 11 - 9 = 2 \\ 9 + 2 = 11 & 2 + 9 = 11 \end{array}$$

G Os números usados em cada sentença são os mesmos? Quais são eles?

H Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de adição e de subtração com 2, 9 e 11?

I As sentenças do exercício F são sentenças relacionadas de adição e subtração?

Nas sentenças J e L, por que são relacionadas as sentenças?

$$\begin{array}{ll} J \ 5 + 4 = 9 & L \ 13 - 6 = 7 \\ 9 - 5 = 4 & 7 + 6 = 13 \\ 9 - 4 = 5 & 13 - 7 = 6 \\ 4 + 5 = 9 & 6 + 7 = 13 \end{array}$$

15

Os exercícios A e B devem ser usados com as figs. de 1 a 4. À medida que os alunos forem elaborando cada sentença matemática, escreva-a no quadro. Prossiga usando os exercícios C, D e E. Veja se o aluno compreendeu por que as sentenças de adição e subtração do exercício C são relacionadas. Se notar dificuldade, use a atividade a , descrita à pág. 65 na seção intitulada "Para Crianças que Aprendem Devagar".

Os exercícios de F a I apresentam um conjunto diferente de sentenças relacionadas. O professor poderá usar objetos no flanelógrafo para demonstrar a ação sugerida em cada sentença.

Para os exercícios J e L, proceda de maneira semelhante à sugerida para o trabalho com os exercícios de F a I.

Antes de passar à página seguinte, desenvolva com os alunos a atividade seguinte: selecione um fato básico de adição ou subtração e represente no quadro os três números envolvidos nesse fato. Pergunte aos alunos quais são as quatro sentenças relacionadas de adição e subtração que envolvem esses números. Por exemplo, apresente 7, 8 e 15. Eles deverão formar as sentenças $7 + 8 = 15$, $15 - 8 = 7$, $8 + 7 = 15$ e $15 - 7 = 8$. Continue a atividade apresentando outros conjuntos de três números.

Página 16

Nos exercícios de M a P, chame vários alunos para apresentar oralmente as sentenças apropriadas. Vá registrando essas sentenças no quadro. Comente as perguntas que surgirem.

Passa aos exercícios de Q a S. À medida que os alunos forem tornando verdadeiras as sentenças, vá escrevendo-as no quadro.

Leve a turma a observar que o mesmo número 6 substitui r em cada sentença. As respostas para o exercício R possivelmente irão variar, por constituírem simples fatos básicos, fáceis, portanto, de serem reconhecidos em qualquer situação. Conduza os alunos, no entanto, a perceber que $9 - 3 = r$ é a sentença que mostra diretamente que, para achar o número que substitui r , será preciso subtrair.

No exercício T, leve os alunos a observar que, tanto $9 + 8 = c$ como $8 + 9 = c$, mostram que, para achar c , será preciso somar.

Prossiga com os exercícios de U a Z, escrevendo cada grupo de sentenças no quadro, à medida que elas forem sendo sugeridas pelos alunos. Pergunte sempre como os alunos encontraram o número para substituir m .

Dê as sentenças relacionadas de adição e subtração.

M $7 + 8 = 15$ **O** $30 - 10 = 20$
N $14 - 5 = 9$ **P** $25 + 75 = 100$

Q Você deverá tomar verdadeiras as sentenças abaixo. O mesmo número será usado no lugar de r . Por quê?

$$\begin{array}{ll} r + 3 = 9 & 3 + r = 9 \\ 9 - 3 = r & 9 - r = 3 \end{array}$$

R Quais as sentenças mais fáceis para achar esse número?

S Que número deve ser usado no lugar de r na sentença $9 - 3 = r$?

T Que número deve ser usado no lugar de c nas sentenças abaixo? Quais as sentenças mais fáceis para achar esse número?

$$\begin{array}{ll} c - 8 = 9 & a - 9 = 8 \\ 9 + 8 = c & 8 + 9 = c \end{array}$$

Nas sentenças abaixo, dê as sentenças relacionadas e diga que número deve ser usado no lugar de m em cada grupo de sentenças.

U $3 + m = 8$ **X** $11 - m = 7$
V $m - 4 = 6$ **Z** $m + 9 = 16$

16

Os Exercícios 1, 2 e 3 deverão ser resolvidos por escrito.

Comece pedindo aos alunos que, ao resolver o Exercício 1, escrevam no caderno apenas as letras de A a F e, adiante de cada letra, as quatro sentenças relacionadas correspondentes à sentença apresentada.

No Exercício 2, os alunos terão que procurar o número que substitui n , partindo de uma das sentenças apresentadas em cada exercício. Comente exercício por exercício, após todos terem sido completados.

No Exercício 3, os alunos copiarão a sentença dada e escreverão as três outras relacionadas a ela, mantendo o x em cada uma delas. Em seguida, procurarão o número que substituirá x .

A atividade a , sugerida na seção "Para Crianças que Aprendem Devagar", apresentada à pág. 65, poderá ser usada nesta oportunidade.

SENTENÇAS RELACIONADAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

OBJETIVO

Elaborar sentenças relacionadas de multiplicação e divisão, ampliando noções desenvolvidas em estágios anteriores.

COMENTÁRIOS

Considere as quatro sentenças seguintes:

$$3 \times 4 = 12 \quad 4 \times 3 = 12$$

$$12 \div 4 = 3 \quad 12 \div 3 = 4$$

Cada uma dessas sentenças, do mesmo modo como ocorreu com as sentenças relacionadas de adição e subtração, envolvem os números 3, 4 e 12 e são as únicas sentenças verdadeiras de multiplicação e divisão que podem ser elaboradas com esses três números. As quatro sentenças constituem sentenças relacionadas de multiplicação e divisão.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 17

Comente os exercícios A e B, relacionando-os às figs. de 1 a 4. À medida que os alunos forem dando as sentenças matemáticas, vá registrando-as no quadro.

Passes aos exercícios C, D e E. Verifique se as crianças compreenderam por que as sentenças do exercício C são relacionadas. Se demonstrarem dificuldade, use a atividade a, descrita à pág. 65, na seção "Para Crianças que Aprendem Devagar".

Nos exercícios de F a I, se o professor julgar necessário, poderá traçar diagramas no quadro para ilustrar a ação sugerida em cada sentença. Continue procedendo do mesmo modo nos exercícios J e L.

CONTINUE APRENDENDO

A Observe a fig. 1. A sentença $3 \times 4 = 12$ mostra o que está acontecendo na figura?

B Dê a sentença que mostra o que está acontecendo na fig. 2. Na fig. 3. Na fig. 4.

C As sentenças dos exercícios A e B aparecem abaixo. Elas são verdadeiras? $3 \times 2 = 6$ $2 \times 3 = 6$
 $6 \div 2 = 3$ $6 \div 3 = 2$

D Os mesmos números são usados em cada sentença? Quais são eles?

E Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de multiplicação e de divisão com 3, 2 e 6?

F Observe cada sentença matemática abaixo e veja se ela é verdadeira.
 $12 \div 3 = 4$ $12 \div 4 = 3$
 $4 \times 3 = 12$ $3 \times 4 = 12$

G Os números usados em cada sentença são os mesmos? Quais são eles?

H Você pode elaborar outras sentenças verdadeiras de multiplicação e de divisão com 3, 4 e 12?

I As sentenças do exercício F são sentenças relacionadas de multiplicação e divisão? Diga por que são relacionadas as sentenças abaixo.

J $3 \times 6 = 18$ **L** $10 \div 5 = 2$
 $18 \div 3 = 6$ $2 \times 5 = 10$
 $18 \div 6 = 3$ $5 \times 2 = 10$
 $6 \times 3 = 18$ $10 \div 2 = 5$

Antes de passar à página seguinte, apresente outros exercícios. Escolha, por exemplo, um fato básico de multiplicação ou de divisão que não envolva zero e represente no quadro os três números envolvidos nesse fato básico. A criança deverá ser solicitada a dizer as quatro sentenças relacionadas de multiplicação e divisão que envolvem esses números. Apresente outros conjuntos de três números.

Página 18

Inicialmente, os alunos deverão ler os exercícios de M a P. Em seguida, diferentes crianças poderão apresentar a sentença apropriada, devendo essas sentenças serem escritas no quadro. As demais crianças podem ir verificando se as respostas dadas estão certas. Comente as perguntas que surgirem.

Dê as sentenças relacionadas de multiplicação e divisão.

M $16 \div 8 = 2$ **O** $3 \times 10 = 30$
N $2 \times 4 = 8$ **P** $50 \div 2 = 25$

Q Você deverá tomar verdadeiras as sentenças abaixo.

O mesmo número será usado no lugar de s ? Por quê?

$s \times 2 = 14$ $2 \times s = 14$
 $14 \div 2 = s$ $14 \div s = 2$

R Quais as sentenças mais fáceis para achar esse número?

S Que número deve ser usado no lugar de s na sentença $9 + 3 = s$?

T Que número deve ser usado no lugar de x nas sentenças abaixo? Quais as sentenças mais fáceis para achar esse número?

$x + 3 = 5$ $x + 5 = 3$
 $5 \times 3 = x$ $3 \times 5 = x$

Nos exercícios abaixo, dê as sentenças relacionadas e diga que número deve ser usado no lugar de d em cada grupo de sentenças.

U $2 \times d = 18$ **X** $d + 4 = 3$
V $12 \div d = 6$ **Z** $d - 2 = 6$

18

Passes aos exercícios de Q a T e vá escrevendo no quadro as sentenças verdadeiras que forem sendo formadas.

ELEMENTO-IDENTIDADE DA ADIÇÃO

OBJETIVO

Rever o papel do zero na adição e na subtração.

COMENTÁRIOS

As idéias apresentadas nesta lição possivelmente serão familiares a muitas crianças. Se isso ocorrer, não haverá necessidade de exigir que elas percam tempo trabalhando com esta página.

Os alunos chegarão informalmente a generalizações a respeito da adição e da subtração envolvendo zero. O professor deve

Proceda do mesmo modo com os exercícios de U a Z. Apresentado um grupo de sentenças relacionadas, os alunos deverão procurar a que mostra diretamente como achar o número que substitui d . O professor procurará levar o aluno a observar que, como se trata de sentenças relacionadas, d será sempre substituído pelo mesmo número em cada grupo de sentenças.

As questões do Exercício 1 devem ser copiadas uma a uma antes de serem respondidas.

No Exercício 2, os alunos deverão usar uma das sentenças para encontrar o número que substitui b . Completado o trabalho, o professor deverá comentar os exercícios e verificar se as crianças perceberam que o mesmo número foi usado em lugar de b .

O Exercício 3 deve também ser feito por escrito. O aluno copia uma sentença, escreve as três sentenças a ela relacionadas e, em seguida, procura o número que substitui v .

As atividades de b a d da seção "Para Crianças que Aprendem Mais Depressa", à pág. 64, podem ser usadas nesta oportunidade.

deixar que usem seu próprio vocabulário. Uma criança poderá expressar suas idéias dizendo: "Se o número que somamos com outro é zero, a resposta é o outro número." Algumas crianças não serão capazes de chegar à generalização dessa idéia, mas poderão demonstrar sua compreensão por meio de exemplos.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 19

Dirija a atenção para a fig. 1, procurando analisá-la como sugerimos a seguir.

Quantos carretéis há na caixa verde? [0.] Quantos estão caindo da caixa cinza? [4.] Descrevam o número de carretéis $0 + 4$. Quem sabe explicar por que $0 + 4$ descreve o número de carretéis? [Porque não havia carretéis na caixa verde e agora estão sendo colocados nela 4 carretéis.] Qual é o nome-padrão ou o numeral mais simples para $0 + 4$? [4.] A sentença $0 + 4 = 4$ é verdadeira? [Sim.]

Ao descrever a fig. 2, os alunos deverão dizer que havia 4 carretéis na caixa, mas que eles estão sendo retirados. Peça-lhes que descrevam o número de carretéis restantes e dêem o nome-padrão para $4 - 4$. Leve-os a ler, em seguida, a sentença matemática que aparece na figura.

Do mesmo modo, analise as figs. 3 e 4.

Passe, então, aos exercícios A e B. No exercício B, deixe que vários alunos escolham números para adicionar a zero. As sentenças resultantes poderão ser escritas no quadro.

Essa mesma orientação poderá ser seguida para os exercícios de C a H.

Nos exercícios de I a M, encoraje os alunos a dar uma resposta geral. Por exemplo, para o exercício I, poderão sugerir algo

ELEMENTO-IDENTIDADE DA MULTIPLICAÇÃO

OBJETIVO

Rever o papel do número um na multiplicação e na divisão.

COMENTÁRIOS

Nesta lição, os alunos serão levados a rever generalizações a respeito da multipli-

cação e da divisão envolvendo o número um. Lembre-se de que alguns alunos terão maior dificuldade em fazer generalizações. Permita-lhes usar seu próprio vocabulário para tirar suas conclusões.

Não se deverá exigir de nenhuma criança que verbalize uma generalização de maneira formal.

CONTINUE APRENDENDO

1  $0 + 4 = 4$	2  $4 - 4 = 0$	3  $4 + 0 = 4$	4  $4 - 0 = 4$
---	---	--	---

<p>A Torne verdadeiras as sentenças. $0 + 3 = s$ $0 + 10 = z$ $0 + 7 = s$ $0 + 23 = z$</p> <p>B Adicione um número a 0. Qual a resposta?</p> <p>C Torne verdadeiras as sentenças. $2 - 2 = c$ $7 - 7 = c$ $5 - 5 = c$ $13 - 13 = c$</p> <p>D Subtraia um número dele mesmo. Qual a resposta?</p> <p>E Torne verdadeiras as sentenças. $9 + 0 = n$ $0 + 0 = n$ $6 + 0 = n$ $17 + 0 = n$</p> <p>F Adicione 0 a um número. Qual a resposta?</p> <p>G Torne verdadeiras as sentenças. $5 - 0 = m$ $0 - 0 = m$ $8 - 0 = m$ $42 - 0 = m$</p> <p>H Subtraia 0 de um número. Qual a resposta?</p>	<p>Qual o resultado dos exercícios seguintes?</p> <p>I Adicione um número a 0</p> <p>J Subtraia um número dele mesmo.</p> <p>L Adicione 0 a um número.</p> <p>M Subtraia 0 de um número.</p> <table style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Exercício 1</p> <p>A $0 + 9 = p$</p> <p>B $57 - 67 = p$</p> <p>C $p = 1 + 0$</p> <p>D $3 - 0 = p$</p> <p>E $0 + 151 = p$</p> <p>F $p = 1 - 1$</p> <p>G $0 + 6 = p$</p> <p>H $82 - 0 = p$</p> <p>I $p = 10 - 10$</p> <p>J $p = 5 + 0$</p> <p>L $0 + 2 = p$</p> <p>M $8 - 8 = p$</p> <p>N $474 - 0 = p$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Exercício 2</p> <p>A $2 + z = 2$</p> <p>B $z - 0 = 6$</p> <p>C $0 + z = 1$</p> <p>D $8 + z = 8$</p> <p>E $6 - z = 0$</p> <p>F $9 = 9 - z$</p> <p>G $10 = z + 10$</p> <p>H $7 = z + 0$</p> <p>I $3 - z = 3$</p> <p>J $278 - z = 0$</p> <p>L $935 = z + 0$</p> <p>M $0 = z - 1$</p> <p>N $z - 0 = 54$</p> </td> </tr> </table>	<p>Exercício 1</p> <p>A $0 + 9 = p$</p> <p>B $57 - 67 = p$</p> <p>C $p = 1 + 0$</p> <p>D $3 - 0 = p$</p> <p>E $0 + 151 = p$</p> <p>F $p = 1 - 1$</p> <p>G $0 + 6 = p$</p> <p>H $82 - 0 = p$</p> <p>I $p = 10 - 10$</p> <p>J $p = 5 + 0$</p> <p>L $0 + 2 = p$</p> <p>M $8 - 8 = p$</p> <p>N $474 - 0 = p$</p>	<p>Exercício 2</p> <p>A $2 + z = 2$</p> <p>B $z - 0 = 6$</p> <p>C $0 + z = 1$</p> <p>D $8 + z = 8$</p> <p>E $6 - z = 0$</p> <p>F $9 = 9 - z$</p> <p>G $10 = z + 10$</p> <p>H $7 = z + 0$</p> <p>I $3 - z = 3$</p> <p>J $278 - z = 0$</p> <p>L $935 = z + 0$</p> <p>M $0 = z - 1$</p> <p>N $z - 0 = 54$</p>
<p>Exercício 1</p> <p>A $0 + 9 = p$</p> <p>B $57 - 67 = p$</p> <p>C $p = 1 + 0$</p> <p>D $3 - 0 = p$</p> <p>E $0 + 151 = p$</p> <p>F $p = 1 - 1$</p> <p>G $0 + 6 = p$</p> <p>H $82 - 0 = p$</p> <p>I $p = 10 - 10$</p> <p>J $p = 5 + 0$</p> <p>L $0 + 2 = p$</p> <p>M $8 - 8 = p$</p> <p>N $474 - 0 = p$</p>	<p>Exercício 2</p> <p>A $2 + z = 2$</p> <p>B $z - 0 = 6$</p> <p>C $0 + z = 1$</p> <p>D $8 + z = 8$</p> <p>E $6 - z = 0$</p> <p>F $9 = 9 - z$</p> <p>G $10 = z + 10$</p> <p>H $7 = z + 0$</p> <p>I $3 - z = 3$</p> <p>J $278 - z = 0$</p> <p>L $935 = z + 0$</p> <p>M $0 = z - 1$</p> <p>N $z - 0 = 54$</p>		

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 20

Analise as ações ilustradas nas figs. de 1 a 4 e as sentenças matemáticas que as descrevem. Explique aos alunos que, na fig. 1, eles devem pensar em 5 conjuntos com 1 peixe cada um e que a sentença 5×1 pode ser usada para descrever esse número de peixes. Pergunte o nome-padrão de 5×1 e deixe que leiam a sentença matemática que aparece em cada figura.

Siga semelhante orientação para as figs. 2, 3 e 4. Passe aos exercícios de A a H, chamando, individualmente, diferentes alunos para ler e responder a cada exercício. Escreva as respostas no quadro. No exercício B, deixe várias crianças sugerirem um número e multiplicar 1 por esse número. Escreva no quadro as sentenças que forem sendo apresentadas como resposta.

O objetivo dos exercícios de I a M é levar a criança a dar uma resposta geral. Por exemplo, no exercício I, ela deverá dizer alguma coisa mais ou menos como: "Se eu multiplicar um número por 1, vou achar outra vez o mesmo número."

ZERO NA MULTIPLICAÇÃO E NA DIVISÃO

OBJETIVO


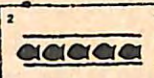


Rever o papel do zero na multiplicação e na divisão.

COMENTÁRIOS

Serão revistas agora as generalizações a respeito da multiplicação e da divisão envolvendo zero.

Nunca é demais lembrar que nem todos os alunos serão capazes de chegar a generalizações imediatamente, embora outros

CONTINUE APRENDENDO

1  $5 \times 1 = 5$	2  $1 \times 5 = 5$
3  $5 \times 1 = 5$	4  $5 \times 1 = 5$

<p>A Torne verdadeiras as sentenças. $4 \times 1 = b$ $7 \times 1 = b$ $9 \times 1 = b$ $56 \times 1 = b$</p> <p>B Multiplique 1 por um número. Qual a resposta?</p> <p>C Torne verdadeiras as sentenças. $6 - 1 = v$ $48 + 1 = v$ $2 - 1 = v$ $133 + 1 = v$</p> <p>D Divida um número por 1. Qual a resposta?</p> <p>E Torne verdadeiras as sentenças. $1 \times 3 = m$ $1 \times 12 = m$ $1 \times 8 = m$ $1 \times 64 = m$</p> <p>F Multiplique um número por 1. Qual a resposta?</p> <p>G Torne verdadeiras as sentenças. $7 + 7 = t$ $25 + 25 = t$ $1 + 1 = t$ $100 + 100 = t$</p> <p>H Divida um número maior que 0 por ele mesmo. Qual a resposta?</p>	<p>Dê o resultado dos exercícios seguintes.</p> <p>I Multiplique um número por 1.</p> <p>J Divida um número por 1.</p> <p>L Multiplique 1 por um número.</p> <p>M Divida um número maior que 0 por ele mesmo.</p> <table style="width: 100%; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Exercício 1</p> <p>A $3 \times 1 = r$</p> <p>B $r = 9 + 9$</p> <p>C $1 \times 4 = r$</p> <p>D $7 + 1 = r$</p> <p>E $r = 8 \times 1$</p> <p>F $r = 6 + 6$</p> <p>G $1 \times 9 = r$</p> <p>M $24 + 1 = r$</p> <p>I $r = 1 \times 97$</p> <p>J $31 \times 1 = r$</p> <p>L $r = 17 + 17$</p> <p>M $r = 659 + 1$</p> </td> <td style="width: 50%; vertical-align: top;"> <p>Exercício 2</p> <p>A $2 = 1 \times c$</p> <p>B $4 + c = 1$</p> <p>C $6 = c \times 1$</p> <p>D $1 = c + 3$</p> <p>E $1 \times c = 1$</p> <p>F $c + 1 = 8$</p> <p>G $1 = 55 + c$</p> <p>M $43 = c \times 43$</p> <p>I $173 = c + 1$</p> <p>J $85 \times c = 85$</p> <p>L $c + 427 = 1$</p> <p>M $398 = 1 \times c$</p> </td> </tr> </table>	<p>Exercício 1</p> <p>A $3 \times 1 = r$</p> <p>B $r = 9 + 9$</p> <p>C $1 \times 4 = r$</p> <p>D $7 + 1 = r$</p> <p>E $r = 8 \times 1$</p> <p>F $r = 6 + 6$</p> <p>G $1 \times 9 = r$</p> <p>M $24 + 1 = r$</p> <p>I $r = 1 \times 97$</p> <p>J $31 \times 1 = r$</p> <p>L $r = 17 + 17$</p> <p>M $r = 659 + 1$</p>	<p>Exercício 2</p> <p>A $2 = 1 \times c$</p> <p>B $4 + c = 1$</p> <p>C $6 = c \times 1$</p> <p>D $1 = c + 3$</p> <p>E $1 \times c = 1$</p> <p>F $c + 1 = 8$</p> <p>G $1 = 55 + c$</p> <p>M $43 = c \times 43$</p> <p>I $173 = c + 1$</p> <p>J $85 \times c = 85$</p> <p>L $c + 427 = 1$</p> <p>M $398 = 1 \times c$</p>
<p>Exercício 1</p> <p>A $3 \times 1 = r$</p> <p>B $r = 9 + 9$</p> <p>C $1 \times 4 = r$</p> <p>D $7 + 1 = r$</p> <p>E $r = 8 \times 1$</p> <p>F $r = 6 + 6$</p> <p>G $1 \times 9 = r$</p> <p>M $24 + 1 = r$</p> <p>I $r = 1 \times 97$</p> <p>J $31 \times 1 = r$</p> <p>L $r = 17 + 17$</p> <p>M $r = 659 + 1$</p>	<p>Exercício 2</p> <p>A $2 = 1 \times c$</p> <p>B $4 + c = 1$</p> <p>C $6 = c \times 1$</p> <p>D $1 = c + 3$</p> <p>E $1 \times c = 1$</p> <p>F $c + 1 = 8$</p> <p>G $1 = 55 + c$</p> <p>M $43 = c \times 43$</p> <p>I $173 = c + 1$</p> <p>J $85 \times c = 85$</p> <p>L $c + 427 = 1$</p> <p>M $398 = 1 \times c$</p>		

Os Exercícios 1 e 2 podem ser resolvidos oralmente ou por escrito.

Inclua nas atividades que desenvolver de agora em diante os fatos básicos de multiplicação e divisão envolvendo 1.

já tenham chegado, por si próprios, a essas generalizações.

É impossível representar alguns fatos com zero por meio de desenhos, sendo difícil associá-los a situações reais. Para ilustrar $4 \times 0 = 0$, por exemplo, poder-se-á mostrar aos alunos 4 caixas vazias — 4 conjuntos de 0. Entretanto, não será possível mostrar zero conjuntos de 4 objetos para ilustrar $0 \times 4 = 0$. Portanto, a criança deverá se basear no que sabe sobre a propriedade comutativa da multiplicação para concluir que $4 \times 0 = 0 \times 4$. Do mesmo mo-

do, para um fato de divisão como $0 \div 4 = 0$, não será possível mostrar zero objetos sendo separados em grupos de 4.

Na pág. 21 do livro do aluno, os exercícios tratam do papel do zero na multiplicação e na pág. 22 a relação multiplicação-divisão é usada para ajudar o aluno a generalizar situações nas quais zero é dividido por um número maior que zero: se $0 \times 3 = 0$, então $0 \div 3$ é também igual a zero.

Como vimos, a divisão não tem sentido quando o divisor é zero. Se surgir em classe uma pergunta sobre a divisão por zero, desenvolva a lição intitulada "Enriqueça Seus Conhecimentos", à pág. 28 do livro do aluno, cujas atividades serão muito mais significativas do que as razões que justificam a indeterminação da divisão por zero, que são bastante complicadas para as crianças desse nível.

A 0×2 e 2×0 são o mesmo número? $2 \times 0 = x$ $0 \times 2 = x$	Exercício 1 A $t = 6 \times 0$ B $3 + 1 = t$ C $752 - 752 = t$ D $1 \times 0 = t$ E $1 + 0 = t$ F $0 \times 8 = t$ G $t = 1 \times 2$ H $t = 0 + 95$ I $t = 7 + 7$ J $t = 0 \times 4$ L $t = 5 \times 1$ M $239 \times 0 = t$ N $4 - 4 = t$ O $87 + 87 = t$ P $0 \times 40 = t$ Q $t = 0 + 8$ R $t = 363 \times 1$ S $t = 7 - 0$ T $0 \times 3 = t$ U $t = 9 \times 0$ V $t = 604 + 1$	Exercício 2 A $1 \times v = 90$ B $v \times 6 = 0$ C $8 = 8 + v$ D $634 - v = 634$ E $0 = 10 \times v$ F $v + 0 = 16$ G $v \times 7 = 0$ H $4 = v + 1$ I $0 = 8 \times v$ J $5 = v \times 5$ L $6 - v = 0$ M $0 = v \times 322$ N $3 = v \times 3$ O $0 = 44 \times v$ P $1 = 571 + v$ Q $v \times 9 = 0$ R $0 = 7 \times v$ S $v - 0 = 3$ T $0 + v = 458$ U $9 + v = 9$ V $v + 1 = 165$
---	--	--

21

Chame várias crianças para resolver os exercícios E e F. Elas deverão dizer o número em que pensaram e escrever no quadro a respectiva sentença completa. Quando várias sentenças estiverem registradas no quadro, os alunos deverão ser levados a observar o que houve de comum nas respostas — é sempre zero.

Os Exercícios 1 e 2 tanto podem ser resolvidos oralmente como por escrito. Não será necessário usar os exercícios na mesma aula ou no mesmo dia em que se trabalhar com esta página.

Página 22

Dirija a atenção dos alunos para a Tab. 1. Explique que em cada exercício são apresentadas duas sentenças relacionadas. Um aluno lerá a primeira sentença e completará a segunda, de modo a torná-la verdadeira.

Oriente de maneira semelhante os exercícios da Tab. 2, passando, então, a discutir as questões de I a R.

Os Exercícios 1 e 2 poderão ser feitos oralmente ou por escrito. Observe que nenhum deles envolve a divisão de um número por 0.

Os exercícios sob o título "Guarda o Que Aprendeu", na parte inferior da página, não abordam o mesmo assunto, não havendo, portanto, necessidade de serem resolvidos no mesmo dia. Cabe também ao professor verificar se há necessidade de serem resolvidos todos os exercícios. Os alunos escreverão apenas as respostas nos Exercícios 1, 2 e 3. No Exercício 4, se o professor preferir, poderá pedir ao aluno que escreva uma sentença matemática como resposta.

De agora em diante, inclua sempre os fatos básicos de multiplicação e divisão envolvendo zero, quando forem propostas à turma atividades relativas ao assunto.

Tabela 1		Tabela 2	
A $3 \times 3 = 9$	$9 + 3 = b$	E $3 \times 6 = 18$	$18 + 6 = b$
B $2 \times 3 = 6$	$6 + 3 = b$	F $2 \times 6 = 12$	$12 + 6 = b$
C $1 \times 3 = 3$	$3 + 3 = b$	G $1 \times 6 = 6$	$6 + 6 = b$
D $0 \times 3 = 0$	$0 + 3 = b$	H $0 \times 6 = 0$	$0 + 6 = b$

I $0 \times 7 = 0$	$0 + 7 = b$	Exercício 1		Exercício 2	
J $0 \times 2 = 0$	$0 + 2 = b$	A $0 + 5 = m$	A $3 + s = 1$	B $s + 6 = 0$	B $s + 6 = 0$
L $0 \times 4 = 0$	$0 + 4 = b$	M $0 \times 15 = 0$	B $3 + 3 = m$	C $m = 9 + 1$	C $7 = s \times 1$
M $0 \times 15 = 0$	$0 + 15 = b$	N $0 \times 137 = 0$	D $m = 0 + 8$	D $m = 0 + 8$	D $s \times 18 = 0$
O $0 + 9 = b$	$0 + 137 = b$	P $0 + 41 = b$	E $13 + 13 = m$	E $13 + 13 = m$	E $0 = z + 92$
Q $0 + 256 = b$		R. Pense em um número maior que zero. Divida 0 por esse número. Qual a resposta?	F $0 + 14 = m$	F $0 + 14 = m$	F $186 = s + 1$
			G $46 + 1 = m$	G $46 + 1 = m$	G $50 \times s = 50$
			H $m = 0 + 68$	H $m = 0 + 68$	H $0 = 207 \times s$
			I $m = 780 + 1$	I $m = 780 + 1$	I $49 + s = 1$
			J $m = 0 + 349$	J $m = 0 + 349$	J $0 + s = 0$

GUARDE O QUE APRENDEU

Exercício 1	Exercício 2	Exercício 3	Exercício 4
A $6 + 7 = a$	A $r = 11 - 4$	A $3 \times 5 = p$	Adicione
B $a = 5 + 3$	B $r = 17 - 8$	B $18 + 9 = p$	A 3, 6, 8
C $8 + 6 = a$	C $8 - 2 = r$	C $p = 14 + 2$	B 4, 8, 5
D $7 + 2 = a$	D $13 - 5 = r$	D $p = 6 \times 2$	C 9, 7, 4
E $a = 3 + 9$	E $r = 12 - 8$	E $9 = 3 \times p$	D 8, 3, 5
F $a = 6 + 4$	F $15 - 6 = r$	F $10 = 5 \times p$	E 2, 9, 6
G $a = 9 + 7$	G $7 - 4 = r$	G $p = 16 + 4$	F 5, 5, 2
H $8 + 3 = a$	H $r = 10 - 3$	H $4 \times 2 = p$	G 2, 7, 3, 6
I $a = 7 + 8$	I $r = 14 - 9$	I $p = 6 \times 3$	H 7, 4, 5, 9
J $4 + 9 = a$	J $11 - 5 = r$	J $p = 3 \times 4$	I 5, 6, 6, 7
L $3 + 6 = a$	L $r = 12 - 7$	L $15 = 5 \times p$	J 3, 8, 7, 2
M $a = 9 + 2$	M $18 - 9 = r$	M $2 \times 8 = p$	L 9, 4, 9, 8

22

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO

OBJETIVO

Rever a propriedade associativa da adição e da multiplicação.

COMENTÁRIOS

Como vimos, a adição e a subtração são operações binárias, o que significa que adicionamos ou multiplicamos apenas dois números de cada vez. Portanto, quando queremos achar o nome-padrão para uma soma ou produto de três ou mais números, temos que decidir com que números vamos trabalhar primeiro. A propriedade associativa da adição estabelece que a maneira pela qual os números são agrupados não afeta a soma, enquanto a propriedade associativa da multiplicação diz que a

maneira pela qual os números são agrupados também não afeta o produto.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 23

Apresente a pág. 23, discutindo a idéia de que, numa adição, somente dois números são adicionados de cada vez.

Inicie o comentário escrevendo no quadro, por exemplo, $1 + 5 + 3$.

Pergunte aos alunos se é possível adicionar os três números ao mesmo tempo. Possivelmente, muitas crianças dirão que sim, e que a resposta é 9. Se isso ocorrer, pergunte-lhes como chegaram ao resultado. Qualquer que tenha sido o caminho usado pelo aluno, será fácil mostrar-lhe que, pri-

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 21

Leve os alunos a observar a fig. 1, a descrever o número de tambores e a dar o nome-padrão para 4×2 . Faça o mesmo com a fig. 2. Na fig. 3, pergunte:

Quantos pedacinhos coloridos há? [4.]
Quantos tambores há em cada pedacinho colorido? [0.] Como podemos descrever 4 grupos de 0? [4×0 .] Qual é o nome-padrão para 4×0 ? [0.]
 $4 \times 0 = 0$ é uma sentença verdadeira? [Sim.]

A essa altura, será conveniente apresentar outras situações semelhantes às das figs. 1, 2 e 3, usando desenhos ou figuras no flanelógrafo. Se os alunos demonstrarem compreensão, passe aos exercícios de A a F, que os ajudarão a estabelecer generalizações de maneira informal.

meio, ele somou dois dos números e, em seguida, adicionou o outro número à soma dos dois primeiros ou adicionou a soma dos dois primeiros ao outro número. Apresente outros exemplos semelhantes e peça aos alunos que abram o livro à pág. 23.

CONTINUE APRENDENDO

1

2

3

A Em $(4 + 3) + 2$, que números são somados primeiro? E em seguida?
 B Em $4 + (3 + 2)$, que números são somados primeiro? E em seguida?
 C Qual o nome-padrão para $(4 + 3) + 2$? E para $4 + (3 + 2)$?

D $(4 + 3) + 2 = 4 + (3 + 2)$ são o mesmo número?
 E $(4 + 3) + 2$ é igual a $4 + (3 + 2)$?
 F $(4 + 3) + 2 = 4 + (3 + 2)$

23

Dirija a atenção para a fig. 1 e pergunte quantos cubos há em cada conjunto. Explique aos alunos que irão procurar o nome-padrão para $4 + 3 + 2$ de duas maneiras. Chame atenção para a primeira parte da fig. 2 e diga:

Observem o conjunto de cubos verdes e o de cubos cinzentos. [4 e 3.] Que está acontecendo com eles? [Os 3 cubos cinzentos vão ser reunidos aos 4 cubos verdes.] Descrevam o número de cubos do novo conjunto formado. [4 + 3.] Os sinais envolvendo a adição $4 + 3$ são chamados parênteses e estão sendo usados para mostrar que, primeiro, foram adicionados 3 a 4. Observem, agora, a

segunda parte da fig. 2. Que está acontecendo? [Os 2 cubos pretos vão ser reunidos aos cubos verdes e cinzentos.] 2 cubos vão se reunir a $(4 + 3)$ cubos.

Escreva $(4 + 3) + 2$ no quadro e leia: "4 mais 3 mais 2". Pergunte se $(4 + 3) + 2$ representa o número total de cubos. Chame a atenção da turma para a mesma expressão na segunda parte da figura. Diga aos alunos que procurem o nome-padrão para $(4 + 3) + 2$, lembrando-lhes que os parênteses indicam que os números 4 e 3 devem ser adicionados primeiro para, em seguida, adicionar-se 2 ao resultado. Finalmente, dirija a atenção dos alunos para a última parte da figura e deixe que digam quantos cubos há ao todo.

Para a fig. 3, siga a mesma orientação. Verifique se os alunos compreenderam que os mesmos cubos aparecem novamente, mas, agora, reuniram-se primeiro os 2 cubos pretos aos 3 cubos cinzentos para, em seguida, reunir-se 5 cubos aos 4 cubos verdes. Analise com a turma cada um dos exercícios de A a E, verificando se os alunos estão compreendendo que $(4 + 3) + 2$ é igual a $4 + (3 + 2)$. Continue a lição usando a página seguinte do livro do aluno.

Página 24

Utilize os exercícios de F a R, que são uma continuação da lição iniciada na página anterior. À medida que os exercícios forem sendo analisados, vá escrevendo no quadro a expressão que descreve cada situação apresentada.

Focalize o exercício F. Explique aos alunos que eles deverão achar o nome-padrão para $5 + 2 + 6$ de duas maneiras. Lembrando-lhes que os parênteses indicam que números devem ser adicionados primeiro. Prosiga o trabalho, analisando cada uma das maneiras apresentadas, levando o aluno a compreender que $(5 + 2) + 6$ e $5 + (2 +$

F $5 + 2 + 6$

$(5 + 2) + 6$ Que números vão ser somados primeiro?
 $7 + 6$ Que números vão ser somados em seguida?

$5 + (2 + 6)$ Que números vão ser somados primeiro?
 $5 + 8$ Que números vão ser somados em seguida?

$(5 + 2) + 6 = 5 + (2 + 6)$

G Que números serão somados primeiro em $(7 + 9) + 8$? E em seguida? Qual o nome-padrão para $(7 + 9) + 8$?
 H Que números serão somados primeiro em $7 + (9 + 8)$? E em seguida? Qual o nome-padrão para $7 + (9 + 8)$?
 I $(7 + 9) + 8 = 7 + (9 + 8)$
 $6 + 3 + 5$
 J Como você faz para achar o nome-padrão para $6 + (3 + 5)$?
 L Como você faz para achar o nome-padrão para $(6 + 3) + 5$?
 M $6 + (3 + 5) = (6 + 3) + 5$

Mostre duas maneiras de agrupar os números. Diga como achar o nome-padrão em cada caso.
 N $5 + 8 + 1$ P $4 + 6 + 3$
 O $2 + 7 + 9$ Q $8 + 5 + 2$

Na adição, a maneira de agrupar os números muda o nome-padrão?
 Em cada exercício seguinte, mostre dois modos de agrupar os números. Diga como achar o nome-padrão em cada caso.
 R $9 + 6 + 6$
 S $8 + 2 + 4$
 T $1 + 4 + 3$
 U $7 + 2 + 2$
 V $9 + 5 + 9$
 W $8 + 4 + 5$

24

+ 6) são o mesmo número e que, portanto, $(5 + 2) + 6 = 5 + (2 + 6)$ é uma sentença verdadeira.

Ao desenvolver os exercícios de G a M, deixe uma criança de cada vez ler e responder às perguntas formuladas em cada exercício, enquanto você vai registrando no quadro as respostas certas.

Nos exercícios de N a Q, escreva também as expressões no quadro e deixe os alunos registrarem, nos cadernos, as duas maneiras de agrupar os números, antes de darem o nome-padrão para cada um. Deixe alguns alunos escreverem suas respostas no quadro.

Passes ao exercício R e veja se todas as crianças são capazes de responder à pergunta feita.

Os exercícios de A a M, ao final da página, visam à prática e podem ser feitos por escrito. Talvez o professor julgue conveniente usar apenas parte dos exercícios de

cada vez. Devem ser analisadas as dificuldades encontradas pelos alunos.

Página 25

A $2 \times 3 \times 3$

$2 \times (3 \times 3)$ Primeiro, 3 deve ser multiplicado por 3.
 2×9 Em seguida, 9 é multiplicado por 2.

$(2 \times 3) \times 3$ Que números devem ser multiplicados primeiro?
 6×3 Que números são multiplicados em seguida?

$2 \times (3 \times 3) = (2 \times 3) \times 3$

B $1 \times 3 \times 10$

C Que números são multiplicados primeiro em $1 \times (3 \times 10)$? E em seguida? Qual o nome-padrão para $1 \times (3 \times 10)$?
 D $(1 \times 3) \times 10 = 1 \times (3 \times 10)$

E $4 \times 2 \times 2$

F Como você faz para achar o nome-padrão para $4 \times (2 \times 2)$?
 G $(4 \times 2) \times 2 = (4 \times 2) \times 2$

Mostre duas maneiras de agrupar os números. Diga como achar o nome-padrão em cada caso.
 H $2 \times 5 \times 2$ L $5 \times 10 \times 1$
 I $1 \times 7 \times 2$ M $3 + 8 + 8$
 J $9 + 3 + 6$ N $4 \times 1 \times 3$

Na multiplicação, a maneira de agrupar os números muda o nome-padrão?
 Em cada exercício seguinte, mostre dois modos de agrupar os números. Diga como achar o nome-padrão em cada caso.
 O $2 + 1 + 7$
 P $3 \times 3 \times 1$
 Q $0 \times 2 \times 9$
 R $3 \times 6 \times 1$
 S $5 + 7 + 9$
 T $2 \times 2 \times 3$
 U $9 \times 1 \times 10$

25

Escreva no quadro $5 \times 2 \times 2$ e pergunte aos alunos se será possível multiplicar os três números ao mesmo tempo. Se a resposta for positiva, pergunte-lhes como chegaram ao nome-padrão para $5 \times 2 \times 2$. Não será difícil mostrar às crianças que primeiro elas têm que multiplicar dois dos números para, então, multiplicar esse resultado pelo terceiro número.

Passes, então, a desenvolver o exercício A, mostrando aos alunos que há duas maneiras de multiplicar esses números. Proceda mais ou menos da seguinte maneira:

Olhem a primeira parte do exercício. Que indicam os parênteses envolvendo 3×3 ? [Que primeiro vamos multiplicar 3 por 3.] Qual é o nome-padrão para 3×3 ? [9.] Por que 9 pode ser

escrito em lugar de 3×3 ? [Porque 3×3 e 9 são nomes para o mesmo número.] Que será multiplicado em seguida? [2×9 .] Qual o nome-padrão para $2 \times 3 \times 3$? [18.]

Análise, do mesmo modo, a segunda parte do exercício A. Leve um aluno a ler a sentença $2 \times (3 \times 3) = (2 \times 3) \times 3$ e procure verificar se a turma compreendeu que $2 \times (3 \times 3)$ e $(2 \times 3) \times 3$ são nomes para o mesmo número e que, portanto, $2 \times (3 \times 3) = (2 \times 3) \times 3$ é uma sentença verdadeira.

Ao desenvolver os exercícios de B a G, deixe um aluno ler e responder a cada pergunta.

Nos exercícios de H a N, escreva, uma a uma, as expressões no quadro e deixe os alunos mostrarem, primeiro nos cadernos, as duas maneiras de agrupar os números em cada situação antes de apresentarem o nome-padrão. Registre as respostas no quadro. Verifique se todas as crianças conseguem responder ao exercício O.

Os exercícios de A a O, ao final da página, oferecerão prática aos alunos e podem ser resolvidos por escrito. Talvez o professor considere conveniente usar apenas uma parte dos exercícios de cada vez. As dificuldades encontradas pelos alunos devem ser analisadas.

FATORES

OBJETIVOS

Determinar os fatores de um número e tabular o conjunto desses fatores.

COMENTÁRIOS

A palavra *número*, neste livro, refere-se a número natural. Convém ler as notas sob o título *Fundamentos*, relativas a fatores, à pág. 47 deste Guia para o professor.

As noções que o aluno irá adquirir nesta lição serão ampliadas posteriormente no decorrer das lições, ao serem desenvolvidas as noções de números pares e ímpares e números primos e compostos.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 26

Peça aos alunos que abram o livro à pág. 26 e analise, com eles, inicialmente, os exercícios de A a E. Escreva no quadro as

sentenças que forem sendo sugeridas pelas crianças.

$$\begin{array}{ll} 2 \times 3 = 6 & 1 \times 6 = 6 \\ 3 \times 2 = 6 & 6 \times 1 = 6 \end{array}$$

Explique que, quando dois números são multiplicados e o produto obtido é 6, cada um desses números é um *fator* de 6. Veja se o aluno compreendeu, então, por que 1, 2, 3 e 6 são fatores de 6, o mesmo não acontecendo com 4 e 5, que não são fatores de 6.

No exercício F, deixe os alunos formarem as sentenças verdadeiras que conseguirem e, ao final, registre-as no quadro.

$$\begin{array}{l} 1 \times 4 = 4 \\ 2 \times 2 = 4 \\ 4 \times 1 = 4 \end{array}$$

Continue desenvolvendo os exercícios G e H. Leve o aluno a tabular o conjunto de fatores de 4 e pergunte por que 3 não é fator de 4. Veja se ele compreendeu que 3

CONTINUE APRENDENDO

<p>2 × n = 6 3 × n = 6 1</p>	<p>1 × n = 6 6 × n = 6 2</p>
--------------------------------------	--------------------------------------

Nos exercícios seguintes, use os números 1, 2, 3, 4, ...

A Observe a fig. 1. Você pode tornar verdadeira a sentença $2 \times n = 6$?

Há um número que multiplicado por 2 dá 6. 2 é um fator de 6.

B Há algum número que multiplicado por 3 dá 6? 3 é um fator de 6.

C Use a fig. 2. Por que 1 é fator de 6? Por que 6 é fator de 6?

D Você pode tornar verdadeira a sentença $4 \times n = 6$? 4 é fator de 6?

E 5 é fator de 6? Por quê?

{1, 2, 3, 6} é o conjunto de todos os fatores de 6.

F Observe as sentenças abaixo. Quais as que você poderá tornar verdadeiras?

$1 \times n = 4$ $3 \times n = 4$
 $2 \times n = 4$ $4 \times n = 4$

G 1, 2 e 4 são os únicos fatores de 4?

H Tabule o conjunto dos fatores de 4.

I Observe as sentenças abaixo. Quais as que você poderá tornar verdadeiras?

$1 \times n = 9$ $6 \times n = 9$
 $2 \times n = 9$ $7 \times n = 9$
 $3 \times n = 9$ $8 \times n = 9$
 $4 \times n = 9$ $9 \times n = 9$
 $5 \times n = 9$

J Dos números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, quais os que são fatores de 9?

L Tabule o conjunto dos fatores de 9.

M Observe as sentenças abaixo. Quais as que você poderá tornar verdadeiras?

$1 \times n = 3$ $3 \times n = 3$
 $2 \times n = 3$

N Tabule o conjunto dos fatores de 3.

De cada número abaixo, tabule o conjunto de fatores.

A 5 D 11 G 17
B 8 E 10 H 12
C 2 F 14 I 16

não é fator de 4 porque não há um número natural capaz de tornar verdadeira a sentença $3 \times n = 4$. Veja, ainda, se os alunos observaram que 2 só apareceu uma vez no conjunto de fatores de 4. Alguns alunos observarão também que não é preciso considerar as duas sentenças $1 \times 4 = 4$ e $4 \times 1 = 4$ porque ambas fornecem os mesmos fatores.

Os demais exercícios podem ser conduzidos seguindo essa mesma orientação.

Nos exercícios de A a I, ao final da página, muitos alunos serão capazes de determinar o conjunto de fatores sem precisar escrevê-los, mas outros precisarão fazê-lo. Deixe que trabalhem da maneira que mais lhes convier, considerando suas habilidades. Trabalhe com os alunos que acharem os exercícios difíceis de resolver.

No item i da seção "Para Crianças que Aprendem Mais Depressa", às págs. 64 e 65, há sugestões de questões envolvendo a noção de fator que podem ser propostas às crianças mais capazes.

Verificação da Aprendizagem

SENTENÇAS RELACIONADAS; FATORES; O ZERO E O UM NAS OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS E PROPRIEDADE ASSOCIATIVA DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO

OBJETIVOS

Verificar a noção de: relação adição-subtração e multiplicação-divisão, fatores, papel do zero e do um nas operações fundamentais e propriedade associativa da adição e da multiplicação.

COMENTÁRIOS

Na pág. 27, cada um dos testes de 1 a 4 trata especificamente de uma das noções que se pretende avaliar.

O professor não precisa, necessariamente, aplicar ao mesmo tempo todas as questões de um teste à turma inteira, mas dotá-las de acordo com as necessidades. Poderá deixar, por exemplo, se for necessário, que alguns alunos interrompam o teste e só voltem a completá-lo depois de ensinar novamente a noção abordada no teste.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 27

O aluno copiará em uma folha de papel o número do teste e as letras que identificam cada exercício. Ao lado de cada letra, copia-

rão e desenvolverão cada uma das questões propostas.

VEJA SE APRENDEU

Teste 1
Para cada exercício, dê as sentenças relacionadas e diga que número deve ficar no lugar de r em cada grupo de sentenças.

A $r \times 3 = 18$ D $10 \div r = 2$
B $r - 6 = 4$ E $12 - r = 7$
C $9 + r = 17$ F $r + 3 = 5$

Teste 2
Tabule o conjunto de fatores de cada número.

A 7 C 13 E 15
B 10 D 16 F 12

Teste 3

A $3 - 0 = s$	J $0 - 10 = s$
B $s = 1 \times 0$	L $s = 23 + 0$
C $s = 5 - 1$	M $s = 1 \times 47$
D $0 + 7 = s$	N $s = 82 + 1$
E $s = 0 + 9$	O $s = 15 - 15$
F $s = 8 + 8$	P $38 \times 0 = s$
G $0 \times 6 = s$	Q $s = 59 + 59$
H $4 - 4 = s$	R $71 - 0 = s$
I $8 \times 1 = s$	S $64 \times 1 = s$

Teste 4
Indique, para cada exercício, dois modos de agrupar os números. Em seguida, mostre como achar o nome-padrão em cada caso.

A $6 + 8 + 3$	F $3 \times 3 \times 2$
B $1 \times 2 \times 5$	G $5 + 8 + 9$
C $4 + 4 + 3$	H $3 + 7 + 2$
D $9 + 2 + 5$	I $4 \times 2 \times 1$
E $3 \times 1 \times 4$	J $7 + 6 + 5$

GUARDE O QUE APRENDEU

Construa sentenças verdadeiras. Use os sinais $>$, $<$ e $=$.

A 627 — 726	H 115 — 115	P 18 + 2 — 4 × 4
B 341 — 351	I 956 — 964	Q 7 + 9 — 3 × 5
C 809 — 809	J 103 — 130	R 3 × 4 — 15 - 8
D 533 — 532	L 729 — 829	S 9 + 3 — 5 + 6
E 78 — 790	M 347 — 348	T 12 + 2 — 13 + 3
F 402 — 398	N 666 — 606	U 17 - 8 — 6 + 2
G 284 — 247	O 771 — 771	V 14 + 7 — 18 - 9

27

Os exercícios sob o título "Guarde o que Aprendeu" não precisam ser resolvidos no mesmo dia. O aluno copiará um a um os exercícios, substituindo o traço pelo sinal adequado ($>$, $<$ ou $=$).

Enriquecimento do Programa

DIVISÃO POR ZERO

OBJETIVO

Compreender a impossibilidade da divisão por zero.

COMENTÁRIOS

Na parte denominada "Fundamentos", relativa a estes capítulos, quando foi abordado o papel do zero na multiplicação e divisão, mostraram-se as razões pelas quais não tinha sentido dividir-se um número por zero.

Convém rever as idéias ali expostas, podendo o professor reportar-se à pág. 46 deste guia.

Nos exercícios de A a J da pág. 28, os alunos são levados a concluir que não podem tornar verdadeiras sentenças como $x \times 0 = 9$.

Portanto, não poderão tornar verdadeira a sentença $9 \div 0 = x$. Conseqüentemente, não é possível dividir 9 por 0. Através de exemplos semelhantes, conduz-se o aluno à generalização de que nenhum número pode ser dividido por zero.

Ao trabalhar com o exercício J, o aluno deve ser solicitado a sugerir números maiores que zero e tentar dividi-los por zero. Se sugerirem, por exemplo, a divisão de 45 por 0, peça-lhes que tornem verdadeira a sentença $45 \div 0 = x$. O número que escolherem para substituir x em $45 \div 0 = x$ deverá servir também para substituir x em

$x \times 0 = 45$. Entretanto, não há número capaz de tornar $x \times 0 = 45$ uma sentença verdadeira.

Nessa discussão talvez surja a sugestão de dividir 0 por 0, concluindo-se que " $0 \div 0$ é igual a 0 porque $0 \times 0 = 0$ ". Se isso ocorrer, comente: " $0 \div 0$ poderia ser igual a 1 porque $1 \times 0 = 0$; $0 \div 0$ poderia ser igual a 2 porque $2 \times 0 = 0$; $0 \div 0$ poderia ainda ser igual a 15 porque $15 \times 0 = 0$ ". Seguindo esse argumento, $0 \div 0$ poderia ser igual a qualquer número. Explique, então, aos alunos que, se dividirmos um número por outro, a resposta terá que ser um único número — a divisão deve ser unívoca, isto é, conduzir a um e somente um resultado.

Assim, qualquer que seja o caso, a divisão por zero não tem sentido e, com exceção da divisão de 0 por 0, que conduz a uma indeterminação, concluímos que a divisão por zero é impossível.

A pág. 28 pode ser usada a qualquer tempo, desde que tenham sido completadas as lições das págs. 21 e 22 do livro do aluno.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 28

Os exercícios de A a J devem ser discutidos oralmente. Cada exercício poderá ser lido e resolvido por uma criança de cada vez. Aos demais alunos caberá confirmar ou não a resposta encontrada. No exer-

cício J, vários alunos poderão ser solicitados a sugerir um número maior que 0 e a tentar dividi-lo por 0. Verifique se realmente compreenderam por que não podem dividir um número por zero.

ENRIQUEÇA SEUS CONHECIMENTOS

Exercício 1
Em cada exercício, forme tantas sentenças verdadeiras quantas você puder. Use +, - x ou ÷ no lugar do traço e substitua m por um numeral de 0 a 18.

A 5 — 3 = m
B 6 — 2 = m
C 8 — m = 4
D m — 6 = 7
E 9 — m = 9
F 6 — 3 = m
G 4 — m = 1
H 7 — 2 = m
I m — 3 = 5

Exercício 2
Com os números apresentados em cada exercício, forme tantas sentenças verdadeiras quantas você puder. O exercício A já está resolvido.

A 3, 5, 6, 8
B 1, 2, 4, 8
C 1, 5, 6, 11
D 4, 6, 8, 16
E 1, 3, 5, 9
F 2, 3, 6, 9
G 3, 5, 9, 12

A Você pode tornar verdadeira a sentença $x \times 4 = 9$? 4 é fator de 8? Podemos dividir 8 por 4 porque 4 é fator de 8.

B Torne verdadeiras as sentenças $x \times 5 = 15$ e $15 \div 5 = x$. O mesmo número deve substituir x em cada sentença? 5 é um fator de 15?

C Você pode tornar verdadeira a sentença $x \times 0 = 6$? Por quê?

D 0 é fator de 6?

E Você não pode tornar verdadeira a sentença $x \times 0 = 6$. E a sentença $6 \div 0 = x$?

F Você pode tornar verdadeira a sentença $x \times 0 = 9$? 0 é fator de 9?

G Você pode tornar verdadeira a sentença $9 \div 0 = x$? Por quê?

H 0 é fator de 52? Você pode tornar verdadeira a sentença $52 \div 0 = x$?

I 0 é fator de 175? Você pode dividir 175 por 0?

J Pense em um número maior que zero. Você pode dividir esse número por zero?

Os Exercícios 1 e 2 não envolvem divisão por zero e podem ser resolvidos individualmente pelos alunos em atividade independente. Verifique, porém, se compreenderam as ordens antes de passar a trabalhar sozinhos.

PARA CRIANÇAS QUE APRENDEM MAIS DEPRESSA

O professor poderá propor aos alunos exercícios como:

- Vá adicionando quatro até obter 12. Quantas vezes você adicionou o número quatro?
- Por quanto você multiplica 4 para obter 12?

- Vá adicionando dois até obter 16. Quantas vezes você adicionou o número dois?
- Por quanto você multiplica 2 para obter 16?

Após os alunos terem resolvido vários exercícios como os sugeridos acima, escreva $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = n$ e pergunte à turma como achar n usando a multiplicação. Em seguida, escreva $4 \times 4 = n$ e pergunte como achar n , usando a adição.

- Comece por 18. Vá subtraindo seis até obter 0. Quantas vezes você subtraiu o número 6?
- Divida 18 por 6. Qual o resultado?
- Comece por 12. Vá subtraindo três até obter 0. Quantas vezes você subtraiu o número 3?
- Divida 12 por 3. Qual o resultado?

Após os alunos terem resolvido vários exercícios como os sugeridos, escreva no quadro $10 \div 2 = n$ e pergunte à turma como achar n . Em seguida, peça aos alunos que pensem em subtrair 5 de 15 tantas vezes quantas puderem. Pergunte-lhes então como indicar quantas vezes o número 5 foi subtraído usando a divisão.

i. Esta atividade pode ser desenvolvida durante o trabalho com a pág. 26. Ao ser discutido o conceito de fatores, o professor poderá fazer aos alunos perguntas como as sugeridas a seguir, cujas respostas aparecem entre parênteses.

- Há um número que tem somente um fator. Qual é esse número? (1.) Por que 1 só tem um fator? ($1 \times 1 = 1$ é a única sentença que pode ser construída usando-se apenas o número 1.)
- Que número é fator de qualquer número? (1.) Por quê? (Qualquer número multiplicado por 1 é igual ao próprio número.)

- Todo número maior que 1 tem, no mínimo, dois fatores. Quais são esses fatores? (1 e o próprio número.)
- Zero é fator de 7? (Não.) Por quê? (Não se pode tornar verdadeira a sentença $0 \times n = 7$.) Zero é fator de 23? (Não.) Por quê? (Não se pode tornar verdadeira a sentença $0 \times n = 23$.)
- Zero é fator de 0? (Sim.) Por quê? ($0 \times 0 = 0$.) Oito é fator de 0? (Sim.) Por quê? ($8 \times 0 = 0$.) Que números são fatores de 0? (Todos.)

PARA CRIANÇAS QUE APRENDEM DEVAGAR

Se algumas crianças tiverem dificuldade em compreender a relação entre a adição e a subtração, poderão ser desenvolvidas atividades como as que se seguem.

- Use o flanelógrafo e um conjunto de recortes de objetos. Coloque no flanelógrafo um conjunto de 3 e, em seguida, outro de 2 objetos. Peça aos alunos que descrevam o que aconteceu, usando uma sentença matemática.

Escreva no quadro $3 + 2 = 5$. Explique-lhes que, ao juntar os 2 objetos aos 3, alguma coisa foi "feita". Pergunte-lhes então como "desfazer" o que foi feito para se obter novamente 3 objetos. Deverá ser sugerida a remoção de 2 dos objetos. Pergunte então que sentença sugere esta ação e registre no quadro a sentença $5 - 2 = 3$. Firme a noção de que o que foi "feito" ao adicionar-se 3 com 2 foi "desfeito" ao subtrair-se 3 de 5. Os alunos devem ser conduzidos a observar que ambas as situações envolveram conjuntos de 2, 3 e 5 objetos. Do mesmo modo, ambas as sentenças envolveram os números 2, 3 e 5.

Use novos exemplos para ilustrar diferentes grupos de sentenças relacionadas de adição e subtração.

- A atividade sugerida acima pode ser adaptada para ilustrar a relação multiplicação-divisão. Por exemplo, o que é "feito" quando juntamos 3 grupos de 4 é "desfeito" quando separamos 12 em grupos de 4 — $3 \times 4 = 12$ e $12 \div 4 = 3$. Do mesmo modo, o que é "feito" ao juntar-se 4 grupos de 3 pode ser "desfeito" ao separar-se 12 em grupos de 3 — $4 \times 3 = 12$ e $12 \div 3 = 4$.

Sistema de Numeração

FUNDAMENTOS

Idéia de Sistema de Numeração

Número é uma *idéia* matemática que é comunicada ou transmitida por meio de numerais. Numerais são os *nomes* que atribuímos aos números. A maneira sistemática de dar nome aos números constitui um *sistema de numeração*.

Através da História, verifica-se que diferentes tipos de sistemas de numeração foram usados pela humanidade.

Inicialmente, o homem usava um sistema simples para contar. Fazia nós em cordas, utilizava pedras, fazia marcas em madeira etc. para representar o número de objetos de um conjunto. Uma pedra, um nó ou uma marca representava um único objeto e, por conseguinte, era necessário haver tantas pedras, tantas marcas ou tantos nós quantos fossem os objetos do conjunto.

A ineficiência de tal sistema é óbvia. Pela necessidade de usar números maiores, o homem procurou criar sistemas de numeração mais eficientes. Dentre os sistemas antigos de que temos conhecimento, encontramos o sistema Babilônio, o sistema Egípcio e o sistema Romano.

O sistema de numeração que usamos é o indo-arábico, trazido pelos árabes durante a conquista do norte da África e da Espanha. É chamado sistema indo-arábico por-

que os árabes obtiveram os numerais e as propriedades dos hindus.

Iremos agora tecer considerações a respeito de algumas propriedades do sistema de numeração indo-arábico.

Sistema de Numeração de Base Dez

Os sistemas de numeração são desenvolvidos partindo da idéia de grupamento. Para utilizar esta idéia, os objetos de um conjunto são agrupados de maneira predefinida. Os objetos podem ser grupados de dois em dois, três em três, cinco em cinco, dez em dez, doze em doze, vinte em vinte ou qualquer quantidade maior que um. O número escolhido para fazer os grupamentos é denominado *base* do sistema de numeração. No sistema de numeração de base dois, os objetos são grupados de dois em dois; no de base cinco, de cinco em cinco e assim por diante. A base do sistema de numeração indo-arábico é dez, razão pela qual recebe o nome de *sistema de numeração decimal ou sistema de base dez*. Neles, os grupamentos são feitos de dez em dez.

É importante que um sistema de numeração utilize poucos símbolos que possam ser usados repetidamente. No sistema decimal há dez símbolos ou algarismos — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 — e nele qualquer número natural pode ser expresso usando-se somente estes dez algarismos.

Propriedades ou Princípios da Numeração Decimal

Neste sistema, um só algarismo é usado para escrever o numeral que representa os números de 0 a 9. Os numerais que representam números maiores que 9 são combinações desses algarismos. A maneira de combinar os algarismos envolve o *princípio ou propriedade do valor de posição ou valor posicional*.

O valor de cada algarismo no numeral é determinado pelo lugar que ele ocupa em relação aos outros algarismos do numeral.

Da direita para a esquerda, cada lugar (ou ordem) no numeral representa um número dez vezes maior que o próprio número associado ao lugar precedente. O primeiro lugar é o das unidades; o segundo, o das dezenas (10 é 10 vezes 1); o terceiro é o das centenas (100 é 10 vezes 10); o quarto, o dos milhares (1 000 é 10 vezes 100) etc. Por exemplo, no numeral 2 358, os algarismos ocupam lugares que lhes atribuem os seguintes valores:

(1 000)	(100)	(10)	(1)
2	3	5	8

Com os mesmos algarismos, poder-se-á obter diferentes números, aplicando-se a propriedade do valor posicional, bastando mudar a ordem em que os algarismos aparecem. Por exemplo, considerando os algarismos 1, 3, 7 e 8, é possível representar 24 números aplicando-se o princípio do valor posicional. São os seguintes:

1 378	1 783	3 817	7 138	7 381	8 713
1 387	1 738	3 871	7 183	7 318	8 731
1 837	3 178	3 781	7 813	8 137	8 317
1 873	3 187	3 718	7 831	8 173	8 371

O mesmo algarismo pode ser repetido em um numeral. Por exemplo, no numeral 774, o algarismo 7 aparece duas vezes: no lugar das centenas, representando sete cen-

tenas, e no lugar das dezenas, representando sete dezenas. Os algarismos podem ser usados repetidamente por causa do princípio do valor posicional, segundo o qual o mesmo algarismo pode representar valores diferentes, dependendo de sua localização em relação aos demais algarismos do numeral.

A idéia de que um mesmo algarismo pode ser repetido mais de uma vez em um numeral é conhecida como *propriedade de repetição*.

Outra propriedade do sistema de numeração decimal é a *propriedade aditiva* — um número pode ser determinado pela adição dos números expressos particularmente pelos algarismos do numeral. Por exemplo, o numeral 368 é interpretado como $300 + 60 + 8$ e o numeral 15 241 como $10\,000 + 5\,000 + 200 + 40 + 1$.

Dezenas

Pense nas seguintes seqüências de números: 21 a 30, 41 a 50 e 81 a 90. Cada uma dessas seqüências é denominada *década* ou *dezena*. O primeiro número em cada dezena é representado por um numeral que tem o algarismo 1 no lugar ou ordem das unidades e o último numeral em cada dezena por um numeral que tem o algarismo 0 nas unidades. O último numeral em cada dezena (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 e 90) é conhecido como *dezena exata*.

As dezenas exatas podem ser ordenadas usando-se a idéia de 10 mais que. A dezena exata 20 sucede a 10 porque 20 é 10 mais que 10. A dezena exata 30 sucede a 20 porque 30 é 10 mais que 20, o mesmo acontecendo com 40, 50 etc. Quando as dezenas exatas são ordenadas, os algarismos da ordem das dezenas seguem a mesma seqüência dos numerais de 1 a 9.

Para ordenar os números dentro de cada dezena, usa-se a idéia de um mais que. Por exemplo, na quinta dezena — os núme-

ros de 41 a 50 — o número 42 vem imediatamente após 41 porque 42 é um mais que 41; o número 43 segue a 42 porque 43 é um mais que 42 e assim por diante até 50.

A leitura dos números maiores que 10 também segue uma padronização. Com exceção de 0 a 19, lêem-se os numerais indicando-se primeiro o nome do número de dezenas e, em seguida, o nome do número de unidades. Por exemplo, os números de 41 a 49 são lidos como quarenta e um, quarenta e dois etc. até quarenta e nove.

Centenas

Cada décima dezena exata constitui uma centena exata — 100, 200, 300, 400 etc. As centenas exatas, ou simplesmente as centenas, podem ser ordenadas usando-se a idéia de cem mais que . O número 200 sucede a 100 porque 200 é cem mais que 100. O número 500 sucede a 400 porque 500 é cem mais que 400 etc. Quando as centenas são ordenadas, os algarismos que ocupam o lugar das centenas seguem a mesma ordem observada nos numerais de 1 a 9.

Na apresentação do sistema de numeração decimal, é importante enfatizar o valor de posição dos algarismos, o agrupamento de dez e a lei de formação (ou padronização) que se observa quando os números são ordenados. O objetivo das lições relativas à numeração não é simplesmente fazer as crianças aprenderem os nomes dos 999 números. Mais do que isso, é levar o aluno a aprender os princípios do sistema decimal de numeração, a aplicá-los e a generalizá-los para prosseguir com facilidade o estudo dos números maiores.

Preparação para Computar

Também a compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal torna-se necessária para o desenvolvimento racional dos processos de computar ou calcular. Daí a importância de se enfatizar as idéias de

valor de posição e de reagrupamento. Comumente, para calcular, usam-se dois processos de reagrupamento. Um deles é útil na adição e na multiplicação. Por exemplo, qual o reagrupamento necessário para encontrar o resultado de $180 + 160$? Obtemos 2 centenas e 14 dezenas quando somamos 160 a 180. Como sabemos, somente um algarismo pode ser escrito em cada lugar ou ordem de um numeral. Assim, temos que reagrupar as 14 dezenas em 1 centena e 4 dezenas. Logo, teremos 3 centenas e 4 dezenas ou $340 - 180 + 160 = 340$.

O segundo processo de reagrupar é útil na subtração. Vejamos que reagrupamento é necessário para subtrair 170 de 420. Como não é possível subtrair 7 dezenas de 2 dezenas, teremos que reagrupar 420 de modo a obter mais dezenas. Podemos pensar em 420 como 3 centenas e 12 dezenas. Agora, é possível subtrair 7 dezenas de 12 e obter 5 dezenas. Para concluir o cálculo, subtraímos 1 centena de 3 centenas — $420 - 170 = 250$.

Como fizemos observar anteriormente, a chave para a compreensão desses reagrupamentos usados na adição e na subtração é um bom conhecimento dos princípios do sistema de numeração. Estes princípios devem ser ensinados não na hora em que a criança vai aprender a somar e a subtrair e sim durante a aprendizagem do sistema de numeração, sendo então utilizados quando as crianças aprenderem a somar e a subtrair. A “reserva” na adição e o “recurso à ordem superior” na subtração envolvem a aplicação direta desses princípios. Esses reagrupamentos necessários à adição e à subtração devem ser feitos primeiramente com objetos, para que a criança possa ver e compreender o que fará com os numerais.

Grupamento de Algarismos

Os números maiores que 999 são indicados por classes de três algarismos cada, exceto a classe à esquerda (a mais elevada),

que pode conter 1, 2 ou 3 algarismos. Considerando as classes da direita para a esquerda, a primeira não tem nome especial, embora constitua a classe das unidades simples; a segunda classe é chamada dos milhares; a terceira, dos milhões; a quarta, dos bilhões etc. A ordem das centenas, dezenas e unidades dentro de cada classe é a mesma

dos números de 0 a 999. Para ler os numerais, usamos os nomes dos números menores que 1 000, acompanhados do nome da classe. Por exemplo, 521 521 é lido como quinhentos e vinte e um mil, quinhentos e vinte e um . 1 004 849 é lido como um milhão, quatro mil, oitocentos e quarenta e nove .

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS DE 0 A 9 999

OBJETIVOS

Fazer uma revisão dos números naturais de 0 a 9 999 e usar as reticências na tabulação de conjuntos de números.

COMENTÁRIOS

Nos exercícios que constituem estas lições, os alunos encontram pela primeira vez o termo *número natural*. Em exercícios anteriores, usou-se apenas o termo *número* como referência aos números 0, 1, 2, 3 etc. De agora em diante, empregaremos o termo *número natural*, para que a criança se familiarize com seu uso, pois, mais tarde, será feita a distinção entre *número natural* e *número racional*.

A idéia de linha numerada será novamente utilizada.

Ao trabalhar com a linha numerada, sugerimos que o professor use expressões informais, em vez de termos técnicos, embora estes sejam mais precisos. Por exemplo, o professor poderá dizer “Olhem os pontos na linha numerada” ao invés de “Olhem o desenho da linha numerada e as marcas que representam pontos”. Ao apresentar a linha numerada, lembre às crianças que as setas nas suas extremidades mostram que ela continua nos dois sentidos.

A noção de tabulação de conjuntos de números constituirá uma revisão, mas o uso das reticências na tabulação de determinados tipos de conjuntos será ensinado pela primeira vez. O aluno aprenderá que seria cansativo tabular, por exemplo, o conjunto dos números naturais de 0 a 9 999 escrevendo os numerais que representam cada um dos números do conjunto. Assim, bastará escrever os três primeiros numerais, depois as reticências e por fim o numeral que representa o último número do conjunto.

Em alguns exercícios, as crianças tanto poderão tabular o conjunto escrevendo cada número, como usando reticências. Assim, por exemplo, para tabular o conjunto dos números naturais de 17 a 22, tanto poderá escrever {17, 18, 19, 20, 21, 22} como {17, 18, 19, ..., 21}.

Os alunos que aprendem devagar poderiam encontrar dificuldade em tabular conjuntos-solução e confundir-se com o uso das reticências. É importante para esses alunos que o professor dê maior atenção aos detalhes na hora de discutir os exercícios e que disponha todo o trabalho no quadro. Assim como também, antes de levá-los a desenvolver mentalmente os exercícios, será conveniente exemplificar as idéias usando números menores que os que são apresentados no livro.

O primeiro escreva no quadro as seguintes tabulações:

- {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
- {0, 1, 2, ..., 10}

Explique às crianças que aí aparecem duas maneiras de tabular o mesmo conjunto. Diga-lhes que os três pontos foram usados para substituir os numerais 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9. Escreva depois no quadro os numerais que representam os números de 50 a 75. Tabule esse conjunto usando reticências: {50, 51, 52, ..., 75}. Explique que foram indicados apenas os três primeiros e o último número do conjunto. As reticências mostram que os números 53, 54, 55 etc. até 74 também pertencem ao conjunto.

A seguir, mostre que, em conjuntos cujos números não são consecutivos, como {1, 3, 4, 9, 12, 13, 25, 32, 55}, não se pode usar as reticências.

Quando as crianças já tiverem aprendido a usar reticências na tabulação de conjuntos, não terão dificuldade em generalizar este conhecimento, aplicando-o aos conjuntos-solução.

Se o professor considerar os exercícios da pág. 31 difíceis para algumas crianças, deverá trabalhar com outros similares, mas cujos números sejam menores que os dos exercícios apresentados. Para esses alunos, poderá limitar o universo, deixando que trabalhem apenas com o conjunto dos números de 0 a 99 na tabulação do conjunto-solução para sentenças como $x > 25$, $x < 16$ e $x = 75$.

DIREÇÃO DO ENSINO

Página 29

Dirija a atenção dos alunos para o que está escrito acima da linha numerada. Peça a várias crianças que citem alguns elementos do conjunto T. Leve-as a observar o exercício A. Explique-lhes que há na linha numerada um

ponto para representar cada um dos números de 0 a 9 999. Pergunte-lhes se são capazes de explicar por que somente alguns desses pontos estão assinalados. Deverão compreender que são feitas marcas para representar os pontos na linha e que não seria possível fazer uma marca para cada ponto.

CONTINUE APRENDENDO

Conjunto T: números de 0 a 9 999

Os números 0, 1, 2, etc. são chamados números naturais. Todos os números naturais de 0 a 9 999 são elementos do conjunto T.

A Observe a linha numerada. Todos os números naturais do conjunto T estão indicados?

B Qual o menor número natural do conjunto T? E o maior?

C Há números naturais maiores que 9 999?

D Como você aprendeu a tabular um conjunto? Por que é difícil tabular dessa maneira o conjunto T? Para tabular o conjunto T, você pode fazer assim:
{0, 1, 2, ..., 9 999}

E ler da seguinte maneira: "Conjunto dos números naturais de 0 a 9 999"

F Quando usamos três pontos na tabulação do conjunto T, indicamos os três primeiros e o último número do conjunto. Que números os três pontos estão substituindo?

G Cada conjunto do exercício F é um subconjunto do conjunto T? Por quê?

H Todas as números naturais de 100 a 8 000 são elementos do conjunto E?

I Você pode usar reticências para tabular o conjunto E. Que numerais irá escrever? Tabule o conjunto E.

J Que números foram substituídos pelas reticências?

L O conjunto E é um subconjunto do conjunto T? Por quê?

Usando reticências, tabule o conjunto dos números naturais abaixo:
A Os números de 2 354 a 4 890.
B Os números de 0 a 8 003.
C Os números de 1 490 a 1 778.
D Os números de 1 a 150.
E Os números de 20 a 9 990.

K Como você lê cada tabulação abaixo?
 {0, 1, 2, ..., 999}
 {120, 121, 122, ..., 445}
 {4 570, 4 571, 4 572, ..., 7 570}

29

Continue a lição, levando os alunos a responder aos exercícios B e C. No exercício D, os alunos descreverão como tabular um conjunto de números usando colchetes.

Leve-os a concluir a dificuldade de enumerar um numeral para cada número do conjunto T, observando que será muito mais simples usar reticências para representar os números de 3 a 9 998. Chame atenção para a seqüência formada pelos três primeiros numerais, pois a maneira pela qual se formou essa seqüência é a mesma que será observada na formação da seqüência dos demais numerais do conjunto. Essa maneira (ou lei de formação) é que nos permite dizer que números fazem parte daquele conjunto. Di-

Dirija a atenção para o último numeral e explique que ele representa o maior número do conjunto T.

Use os exercícios de E a L para continuar a discussão oral da lição. Deixe os alunos fazerem por escrito os últimos exercícios da página. Ao terminarem, chame um aluno de cada vez ao quadro para escrever sua resposta, enquanto os outros verificam seus resultados.

Página 30

A Os números naturais de 475 até 629 são elementos do conjunto V?

Conjunto V: números de 475 a 629

Você pode usar reticências para tabular o conjunto V porque todos os números naturais de 475 a 629 são elementos do conjunto V.

B Tabule o conjunto V.

C {479, 480, 481, ..., 600} é um subconjunto do conjunto V? Por quê?

D {500, 501, 502, ..., 700} é um subconjunto do conjunto V? Por quê?

E Usando reticências, tabule três subconjuntos do conjunto V.

F Os números naturais de 123 a 135 são elementos do conjunto H?

Conjunto H: 123, 127, 128, 130, 132, 134, 135

G Você pode usar reticências para tabular o conjunto H? Por quê?

H Diga como tabular o conjunto H.

I Dê três subconjuntos do conjunto H.

J Os números naturais de 5 637 a 5 640 são elementos do conjunto A?

Conjunto A: números de 5 637 a 5 640

L Será possível tabular o conjunto A usando reticências? Por quê?

M Diga como tabular o conjunto A.

Diga como tabular os conjuntos dos exercícios de N a R.

N 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

O 16, 21, 32, 38, 52, 64, 66

P 3 200, 3 201, 3 202, 3 203, 3 204

Q de 5 414 até 6 012

R de 8 570 até 8 576

S Quando se pode usar reticências para tabular um conjunto?

Exercício 1

Tabule cada um dos conjuntos abaixo.

A 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22

B 358, 360, 369, 558, 559, 560

C 1 538, 1 539, 1 540, 1 541, 1 542

D 289, 290, 291, 292, 293, 294

E 112, 114, 118, 120, 122, 128

F de 4 141 a 4 199

G de 7 215 a 7 218

H de 998 a 1 052

I de 8 392 a 8 398

J de 6 215 a 6 221

Exercício 2

Tabule três subconjuntos de cada conjunto.

A {75, 76, 77, ..., 100}

B {4, 5, 6, ..., 18}

C {1 410, 1 411, 1 412, ..., 1 500}

D Os números de 8 933 a 8 963.

E Os números de 367 a 2 509.

F Os números de 6 931 a 9 999.

30

Trabalhe, inicialmente, com o exercício A e o conjunto V, e deixe os alunos responderem à pergunta formulada. Peça a um aluno que leia o exercício B e vá ao quadro tabular o conjunto V. Continue com a análise dos exercícios C e D. Utilize o exercício E para promover prática no emprego das reticências na tabulação de um conjunto de números.

Nos exercícios de F a I, focalize a atenção dos alunos nas situações em que a natu-

reza dos conjuntos não permite usar as reticências.

Quando analisar estes exercícios, mostre que, para o conjunto H, será preciso escrever um numeral para representar cada número do conjunto porque nem todos os números de 123 a 135 são elementos do conjunto H.

Discuta, em seguida, os exercícios J, L e M. Procure fazer o aluno compreender que não se deve usar reticências quando tabulamos um conjunto que contém somente quatro números.

Nos exercícios de N a S, deixe os alunos explicarem como tabulariam os conjuntos, levando-os, finalmente, a tabulá-los.

No exercício N, as crianças poderão escrever {0, 1, 2, ..., 9} ou {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; mas deverão perceber que é bem mais prático usar a primeira forma, ou seja, empregar as reticências.

Página 31

CONTINUE APRENDENDO

Para responder aos exercícios abaixo, use o conjunto V.

Conjunto V: {0, 1, 2, ..., 9 999}

A Que números naturais do conjunto V são menores que 630?

B Você pode usar reticências para tabular o conjunto-solução para $m < 630$? Que numerais escreverá?

C O conjunto apresentado na fig. 1 é o conjunto-solução para $m < 630$. Por quê?

D Que números naturais do conjunto V são maiores que 7 850?

E Você pode usar reticências para tabular o conjunto-solução para $m > 7 850$? Que numerais escreverá?

F Na fig. 2, o conjunto apresentado é a solução para $m > 7 850$? Por quê?

G Observe as sentenças da fig. 3. Dê o conjunto-solução para cada sentença.

H Cada conjunto-solução achado é um subconjunto do conjunto V. Por quê?

Tabule o conjunto-solução. Use {0, 1, 2, ..., 9 999}.

A $x \geq 66$ **G** $823 > z$ **N** z está entre . 214 e 9 387

B $z < 782$ **H** $621 < z$ **O** z está entre 733 e 739

C $12 > z$ **I** $z < 8 467$ **P** z está entre 1 145 e 1 146

D $z > 9 995$ **J** $518 = z$ **Q** z está entre 3 946 e 4 000

E $1 634 < z$ **L** $z > 2 719$ **R** z está entre . 578 e 600

F $z = 8 701$ **M** $6 250 = z$ **S** z está entre 4 692 e 4 695

31