

12/9/62.

As arestas que convergem para o mesmo vértice de um paralelepípedo retângulo somam 14 dm. e o comprimento deste paralelepípedo é o dobro da largura que por sua vez é o dobro da altura. Calcular a área lateral, área total, volume e diagonal. Comprimento = 2 larguras. largura = 2 alturas.

$$a + b + c = 14 \text{ dm}$$

$$a = 4c.$$

$$b = 2c.$$

$$c = c.$$

$$a + b + c = 7c = 14 \text{ dm.}$$

$$a = 4c = 4 \times 2 = 8$$

$$b = 2c = 2 \times 2 = 4$$

$$c = 2.$$

$$Al = 2(ac + bc) = 2(8 \times 2 + 2 \times 4) = 2(16 + 8) = 2 \times 24 = 48 \text{ dm}^2.$$

$$At = 2(ab + ac + bc) = 2(8 \times 4 + 8 \times 2 + 4 \times 2) = 2(32 + 16 + 8) = 2 \times 56 = 112 \text{ dm}^2.$$

$$V = a \cdot b \cdot c \quad V = 8 \times 4 \times 2 = 64 \text{ dm}^3.$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{8^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{64 + 16 + 4} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ dm}$$

Num paralelepípedo retângulo, o comprimento mede 6 dm. a largura 3 dm e a diagonal 7 dm. Calcular a área lateral, área total, volume.

$$a = 6 \quad b = 3 \quad c = ? \quad D = 7 \text{ dm.}$$

$$D^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$7^2 = 6^2 + 3^2 + c^2 \quad \therefore 49 = 36 + 9 + c^2.$$

$$c^2 = 49 - 45 \quad c^2 = 4 \quad c = 2.$$

$$Al = 2(ac + bc) = 2(6 \times 2 + 3 \times 2) = 2(12 + 6) = 2 \times 18 = 36 \text{ dm}^2.$$

$$At = 2(ab + ac + bc) = 2(6 \times 3 + 6 \times 2 + 3 \times 2) = 2(18 + 12 + 6) = 2 \times 36 = 72 \text{ dm}^2.$$

$$V = a \cdot b \cdot c \quad V = 6 \times 3 \times 2 = 36 \text{ dm}^3.$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

A soma das três dimensões de um paralelepípedo retângulo mede 27 dm e o comprimento está para a largura assim como a largura está para a altura, assim como dois

está para três e três está para quatro.

Calcular a área lateral, área total, volume e diagonal.

$$a + b + c = 27$$

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{3} + \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{2+3+4} = \frac{27}{9}$$

$$\frac{a}{2} = 3 \quad a = 6$$

$$\frac{b}{3} = 3 \quad b = 9$$

$$\frac{c}{4} = 3 \quad c = 12$$

$$Al = 2(ae + be) = 2(6 \times 12 + 9 \times 12) = 2(72 + 108) = 2 \times 180 = 360 \text{ dm}^2$$

$$At = 2(ab + ac + bc) = 2(6 \times 9 + 9 \times 12 + 6 \times 12) = 2(54 + 108 + 72) = 2 \times 234 = 468 \text{ dm}^2$$

$$V = a \times b \times c = 6 \times 9 \times 12 = 648 \text{ dm}^3$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{36 + 81 + 144}$$

$$D = \sqrt{261} = 3\sqrt{29} \text{ dm}$$

A soma de todas as arestas de um paralelepípedo retangular é igual a 72 dm. As três dimensões formam

uma progressão aritmética cuja a razão é 2. Calcular a área total, volume e diagonal.

$$4a + 4b + 4c = 72$$

$$a + b + c = 18$$

$$a = a$$

$$b = a + r$$

$$c = a + 2r \quad (r = 2)$$

$$a + b + c = 3a + 3r \quad a + b + c = 3a + 6 = 18$$

$$3a + 6 = 18 \quad 3a = 12 \quad a = 4$$

$$b = a + r \quad b = 4 + 2 \quad b = 6$$

$$c = a + 2r \quad c = 4 + 4 \quad c = 8$$

$$At = 2(ab + ac + bc) = 2(4 \times 6 + 4 \times 8 + 6 \times 8) = 2(24 + 32 + 48) = 2 \times 104 = 208 \text{ dm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 4 \times 6 \times 8 = 192 \text{ dm}^3$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{4^2 + 6^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 36 + 64} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29} \text{ dm}$$

As três dimensões de um paralelepípedo retangular formam uma progressão geométrica e a soma destas dimensões é igual a 75 dm. O produto é igual a 1000.

$$a + b + c = 35$$

$$a \times b \times c = 1000$$

Calcular a área total,
volume e diagonal.

$$a = a$$

$$b = a \cdot q$$

$$c = a \cdot q^2$$

$$a + a \cdot q + a \cdot q^2 = 35$$

$$a \times a \cdot q \times a \cdot q^2 = 1000$$

$$a^3 \cdot q^3 = 1000$$

$$a \cdot q = 10$$

$$a = \frac{10}{q}$$

$$\frac{10}{q} \times q^2 + \frac{10}{q} \times q + \frac{10}{q} = 35$$

$$10q + 10 + \frac{10}{q} = 35$$

$$10 + 10q + 10q^2 = 35q$$

$$10q^2 + 10q + 10 - 35q = 0$$

$$10q^2 + 10 - 25q = 0$$

$$2q^2 + 2 - 5q = 0 \quad 2q^2 - 5q + 2 = 0$$

$$q = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$

$$a = \frac{10}{q} = \frac{10}{2} = 5$$

$$5:10:20$$

$$q' = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$q' = \frac{5+3}{4}$$

$$q' = 8$$

$$q'' = \frac{5-3}{4}$$

$$q'' = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{10}{q} = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20$$

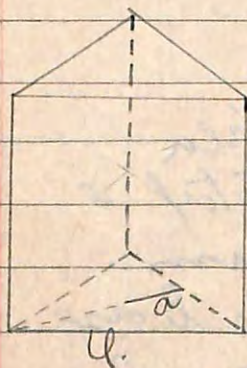
$$20:10:5$$

$$At = 2(ab + bc + ac) = 2(5 \times 10 + 5 \times 20 + 10 \times 20) = 2(50 + 100 + 200) = 2 \times 350 = 700$$
$$At = 700 \text{ dm}^2$$

$$V = a \cdot b \cdot c \quad V = 5 \times 10 \times 20 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad D = \sqrt{5^2 + 10^2 + 20^2} = \sqrt{25 + 100 + 400} = \sqrt{525} = 5\sqrt{21}$$

17/9/62.



Calcular a área lateral, área total e volume de um prisma reto de base triangular regular de arestas iguais, sabendo-se que a soma das arestas é 54 dm.

$$Af = 2pa' \quad At = 2p(a+a') \quad V = pa'a'$$
$$\frac{4x3 + 2x3}{2} = \frac{12+6}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ arestas}$$

$$54 = 34 \quad 54 = 9a$$

$$94 = 54 \quad 4 = \frac{54}{9} \quad \boxed{4 = 6}$$

$$4 = a' = 6$$

$$2p = 34 \quad 2p = 3 \times 6 \quad 2p = 18$$

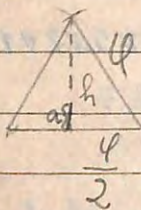
$$\boxed{p = 9}$$

$$h^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 \quad h^2 = 6^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 36 - 9 \quad h^2 = 27$$

$$h = \sqrt{27} \quad h = 3\sqrt{3}$$

$$a = \frac{h}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$



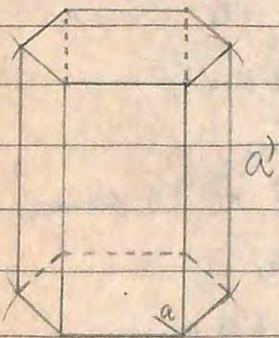
$$Al = 2pa' = 2 \times 9 \times 6 = 108 \text{ dm}^2$$

$$At = 2p(a+a') = 2 \times 9 \times (\sqrt{3} + 6) =$$

$$= 18(1,732 + 6) = 18 \times 7,732 = 139,176 \text{ dm}^2$$

$$V = paa' = 9 \times \sqrt{3} \times 6 = 54 \times 1,732 =$$

$$= 93,528 \text{ dm}^3$$



Calcular a área lateral, área total e o volume de um prisma reto de base hexagonal regular, sabendo-se que o perímetro da base mede 12 dm. e a altura do prisma 10 dm.

$$\text{Dados: } \begin{cases} 2p = 12 \text{ dm.} \\ a = 10 \text{ dm.} \end{cases}$$

$$Al = 2pa'$$

$$At = 2p(a+a')$$

$$V = paa'$$

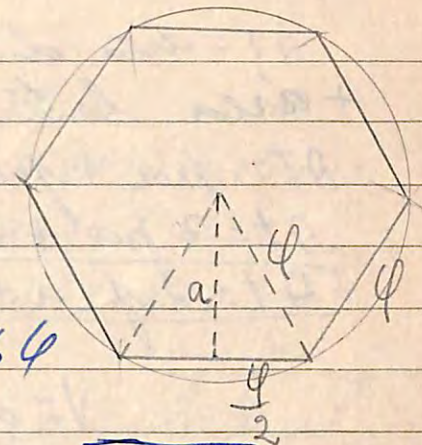
$$2p = 12 \quad 12 = 64$$

$$\boxed{4 = 2}$$

$$p = \frac{64}{2}$$

$$p = 34$$

$$\boxed{p = 6}$$



$$a^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 \quad a^2 = 2^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 4 - 1 \quad a^2 = 3 \quad \boxed{a = \sqrt{3}}$$

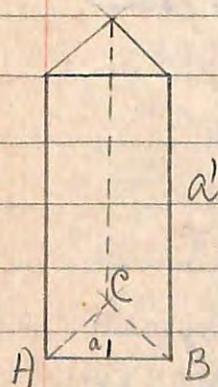
$$Al = 2pa' = 2 \times 6 \times 10 = 120 \text{ dm}^2$$

$$At = 2p(a+a') = 2 \times 6(\sqrt{3} + 10) = 12(1,732 + 10) =$$

$$= 12 \times 11,732 = 140,784 \text{ dm}^2$$

$$V = paa' = 6 \times \sqrt{3} \times 10 = 60 \times 1,732 = 103,92 \text{ dm}^3$$

18/9/62.



$2p$ = perímetro da base.

p = semi-perímetro da base.

a = apótema da base.

a' = altura ou aresta lateral.

$$AB + BC + CA = 2p$$

$$Al = AB \times a' + BC \times a' + CA \times a'$$

$$Al = a(BA + BC + CA) \quad \boxed{Al = 2pa'}$$

AT = área da base + área da base +
+ área lateral.

$$AT = pa + pa + 2pa$$

$$AT = 2pa + 2pa$$

$$AT = 2p(a+a')$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

V = área da base x altura.

$$V = p a a'$$

Calcular a área lateral,
área total e volume de
um prisma reto de base
hexagonal regular, sa-
bendo-se que o apótema
da base é igual a $8\sqrt{3}$ dm
e a altura do prisma 20 dm.

Dados: $a = 8\sqrt{3}$ dm

$a' = 20$ dm

$$Al = 2pa \quad 2pa = 64$$

$$p = 32$$

$$a^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$a^2 = (8\sqrt{3})^2 = 4^2 - \frac{4^2}{2}$$

$$64 \times 3 = \frac{34^2}{2}$$

$$64 \times 3 \times 4 = 34^2$$

$$4^2 = 256$$

$$4 = \sqrt{256} \quad 4 = 16$$

$$Al = 2pa' = 2 \times 48 \times 20$$

$$At = 2p(a+a') = 2 \times 48(8 \times 1,732 + 20) =$$

$$= 96(13,856 + 20) = 96 \times 33,856 \text{ dm}^2$$

$$V = p \cdot a \cdot a' = 48 \times 8 \times 1,732 \times 20 \text{ dm}^3$$

2,419/62

Calcular a área lateral,
área total e volume de um
prisma reto de base hexagonal
regular, de arestas iguais, sa-
bendo-se que a aresta mede 4 dm.



$$Al = 2pa'$$

$$At = 2p(a+a')$$

$$V = p a a'$$

$$4 = 4 \text{ dm}$$

$$2p = 64$$

$$2p = 6 \times 4$$

$$2p = 24$$

$$p = 12$$

$$a' = 4$$

$$a' = 4$$

$$a^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 16 - 4 = 12$$

$$a^2 = 12 \quad a = \sqrt{12}$$

$$a = 2\sqrt{3}$$

$$Al = 2pa' = 2 \times 12 \times 4 = 96 \text{ dm}^2$$

$$At = 2p(a+a') = 2 \times 12 \times (4 + 2\sqrt{3}) = 48(1,732 + 2) =$$

$$= 48 \times 3,732 = 169,136 \text{ dm}^2$$

$$V = p a a' = 12 \times 2 \times \sqrt{3} \times 4 = 96\sqrt{3} = 96 \times 1,732 =$$

$$= 166,272 \text{ dm}^3$$

Pirâmides retas

Fig 12.



Pirâmide reta de base triangular regular.

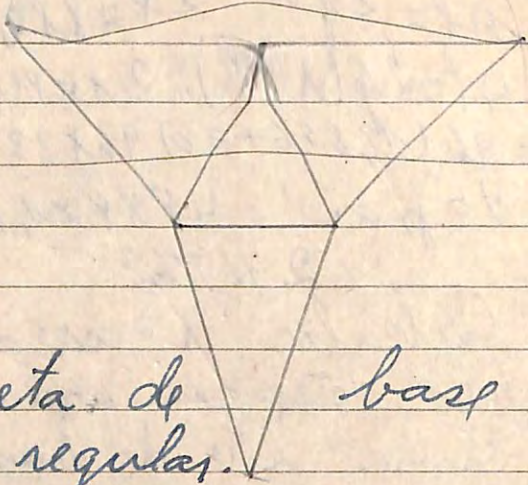


Fig 13. Pirâmide reta de base quadrangular regular.

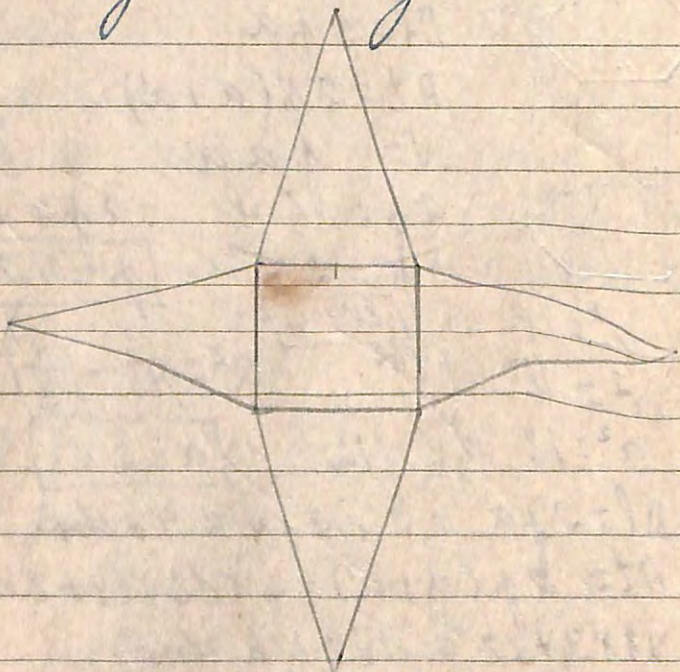


Fig 14. Pirâmide reta de base quadrangular regular de arestas iguais

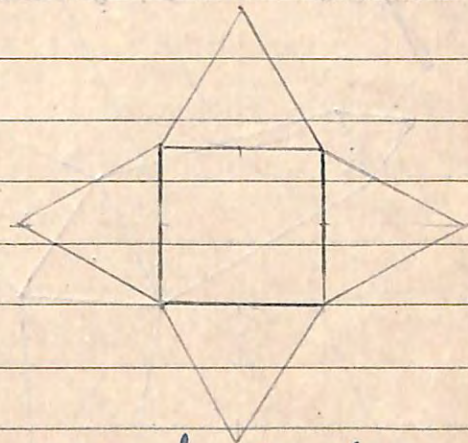
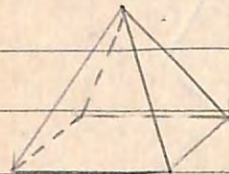


Fig 15. Pirâmide reta de base hexagonal regular.

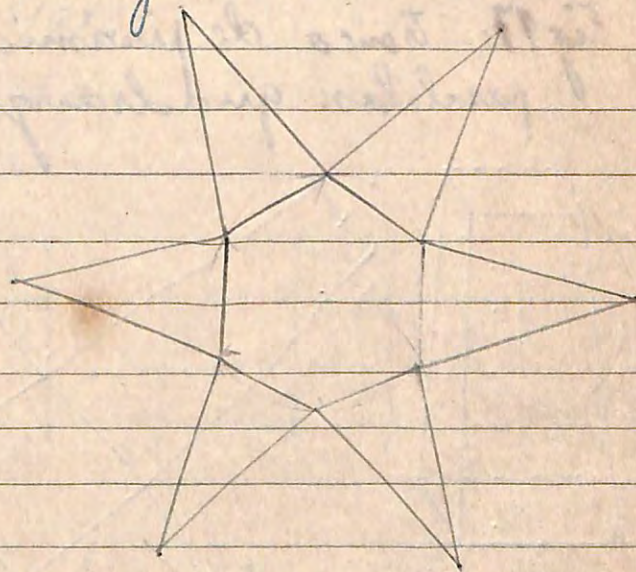
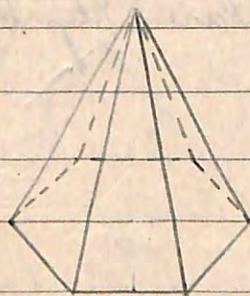


Fig 16. Troncos de pirâmide de bases paralelas regulares: triangulares

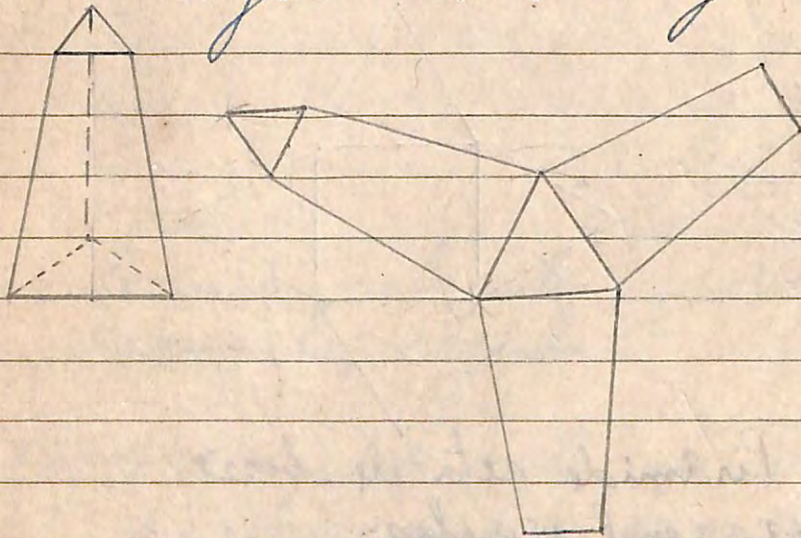


Fig 17. tronco de pirâmide de bases paralelas quadrangulares regulares.

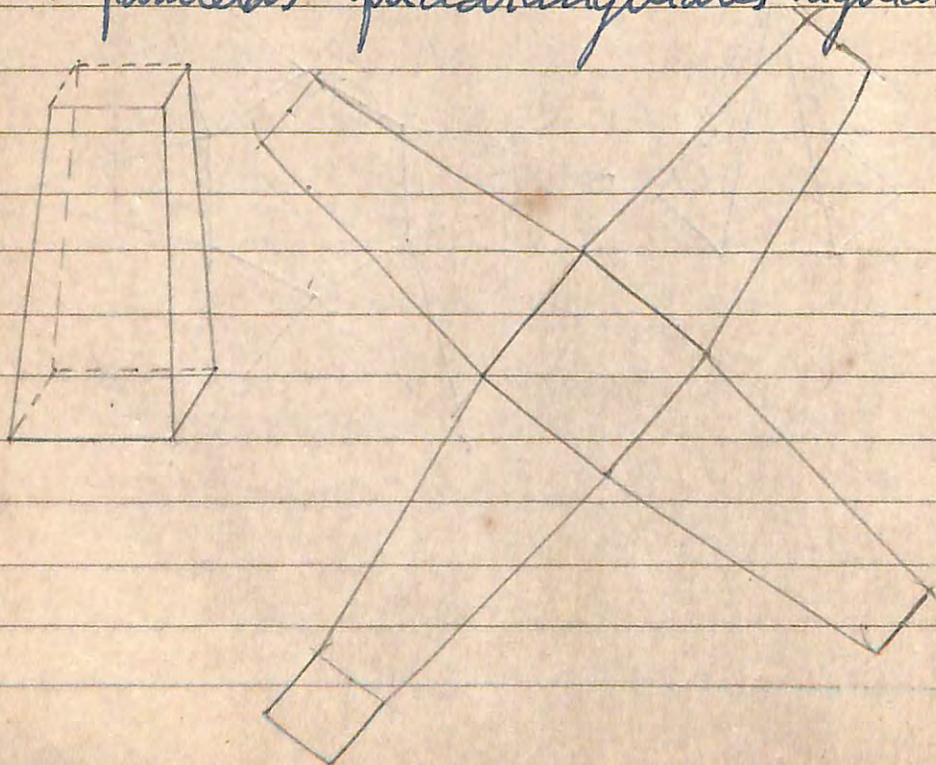
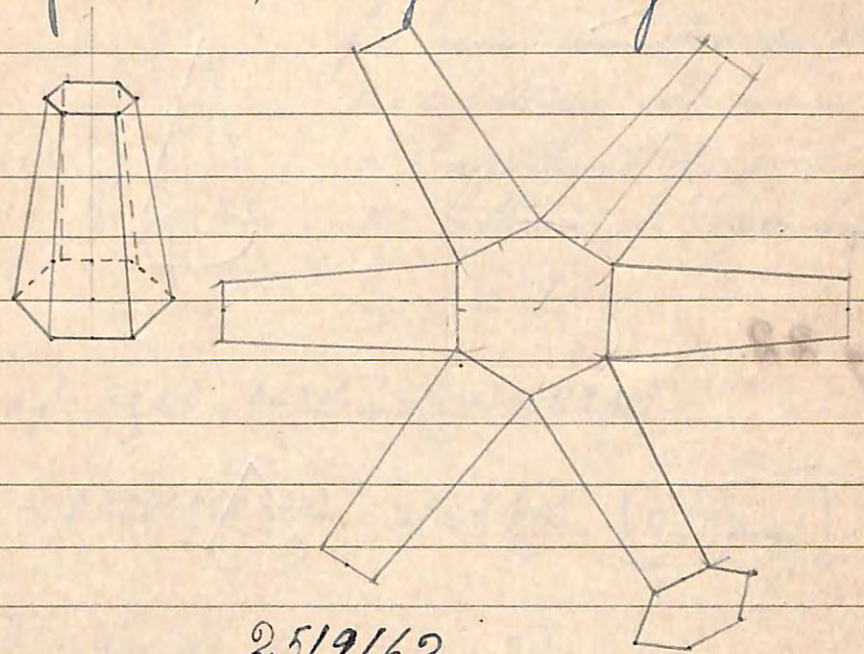


Fig 18. Tronco de pirâmide de bases paralelas, hexagonais regulares.



25/9/62.

Fig 19. Cilindro

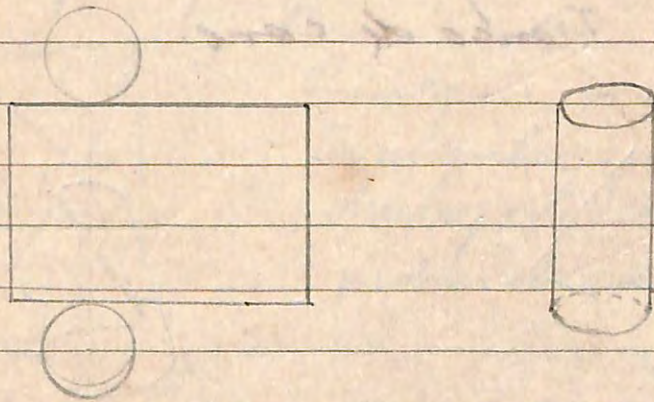
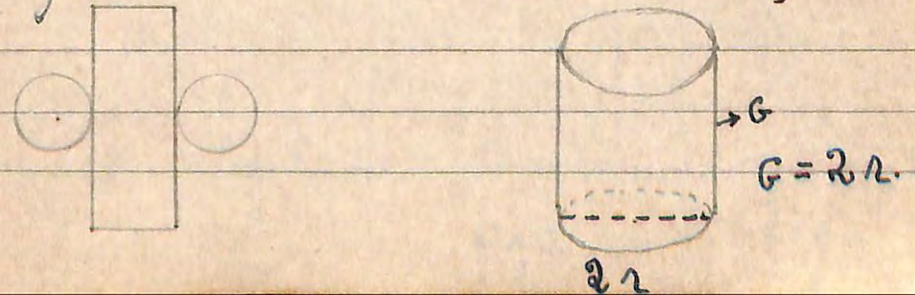


Fig 20 Cilindro de revolução



Cones

fig 21 Cone de revolução

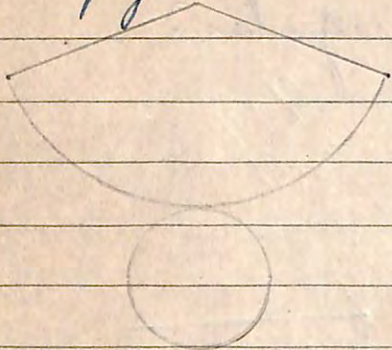
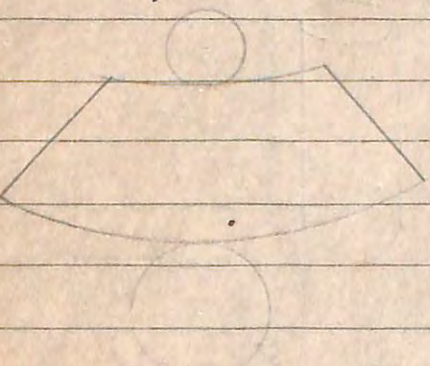


Fig 22.

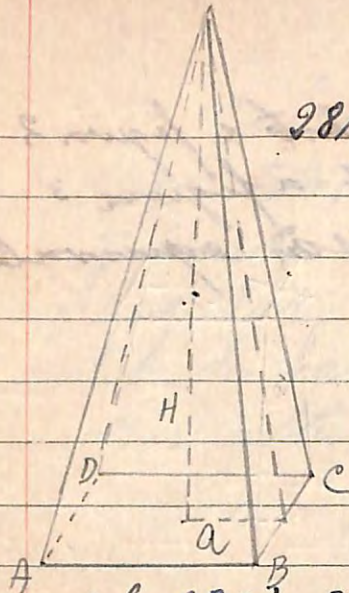


Cone equilátero

Fig 23. Tronco de cone.



28/9/62.



$2p$ = perímetro da base
 p = semi-perímetro da base
 a = apótema da base
 a' = apótema da pirâmide
 H = altura da pirâmide

$$Al = \frac{AB \times a'}{2} + \frac{BC \times a'}{2} + \frac{CD \times a'}{2} + \frac{DA \times a'}{2}$$

$$= \frac{a'(AB + BC + CD + DA)}{2} \quad Al = \frac{2pa'}{2} \quad \boxed{Al = pa'}$$

$At = \text{área da base} + Al$

$At = pa + pa' \therefore At = p(a + a')$

Enunciado:

Qualquer prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides equivalentes.

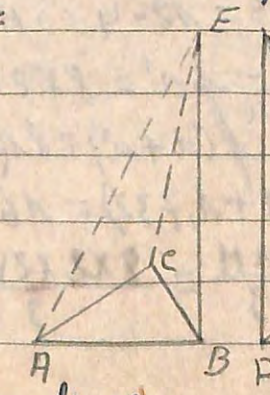
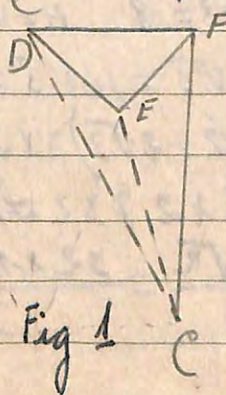


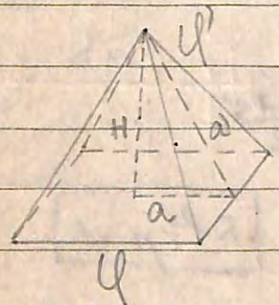
Fig 1

fig 2

fig 3.

figura 1 é equivalente a figura 2.
 figura 1 é equivalente a figura 3.
 Fig 1, fig 2 e fig 3 são equivalentes.
 1º/10/62.

Dados $\begin{cases} a = 2 \text{ dm} \\ u = u' \end{cases}$



$$Al = p a'$$

$$At = p(a + a')$$

$$V = \frac{p a H}{3}$$

$$u = 2a \quad u = 2 \times 2 \quad u = 4 \quad u' = 4$$

$$a'^2 = u^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2 \quad a'^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 16 - 4 = 12.$$

$$a' = \sqrt{12} \quad \boxed{a' = 2\sqrt{3}}$$

$$2p = 4u \quad p = 2u \quad p = 2 \times 4 \quad \boxed{p = 8}$$

$$H^2 = a'^2 - a^2 \quad H^2 = 12 - 2^2$$

$$H^2 = 12 - 4 \quad H^2 = 8 \quad H = \sqrt{8} \quad \boxed{H = 2\sqrt{2}}$$

$$Al = p a' = 8 \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3} = 16 \times 1,732 \text{ dm}^2.$$

$$At = p(a + a') = 8(2 + 2\sqrt{3}) = 16(1 + \sqrt{3}) = 16(1 + 1,732) = 16 \times 2,732 \text{ dm}^2.$$

$$V = \frac{p a H}{3} = \frac{8 \times 2 \times 2\sqrt{2}}{3} = \frac{32 \times 1,414}{3} \text{ dm}^3.$$

Calcular a área lateral, área total e o volume de uma pirâmide reta de base hexagonal regular, sabendo-se que o perímetro da base mede 24 dm. e a altura da pirâmide 8 dm.

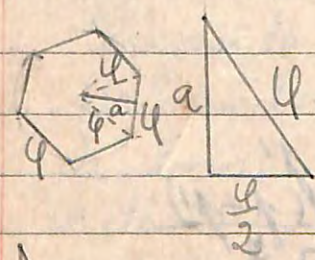
Dados $\begin{cases} 2p = 24 \text{ dm} \\ H = 8 \text{ dm} \end{cases}$



$$2p = 6u \quad 6u = 24 : u = \frac{24}{6}$$

$$\boxed{u = 4}$$

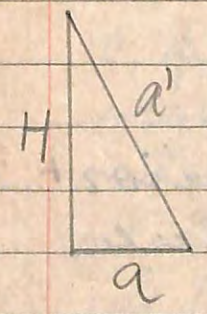
$$2p = 24 \quad \boxed{p = 12}$$



$$a^2 = u^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2 \quad a^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2$$

$$a^2 = 16 - 4 \quad a^2 = 12.$$

$$a = \sqrt{12} \quad \boxed{a = 2\sqrt{3}}$$



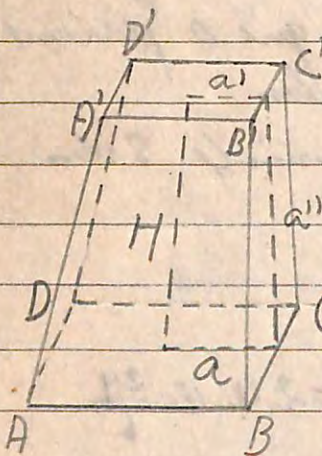
$$a'^2 = H^2 + a^2 \quad a'^2 = 8^2 + 12.$$

$$a'^2 = 64 + 12 \quad a'^2 = 76$$

$$a' = \sqrt{76} \quad \boxed{a' = 2\sqrt{19}}$$

2/10/62.

Tronco de pirâmide



- $2p$ = perímetro da base maior
- p = semi-perímetro da base maior
- $2p'$ = perímetro da base menor
- p' = semi-perímetro da base menor
- H = altura do tronco
- a = apótema da base maior
- a' = apótema da base menor
- a'' = apótema do tronco.

$$Al = \frac{AB+A'B'}{2} \times a'' + \frac{BC+B'C'}{2} \times a'' + \frac{CD+C'D'}{2} \times a'' + \frac{DA+D'A'}{2} \times a''$$

$$Al = \frac{[(AB+BC+CD+DA) + (A'B'+B'C'+C'D'+D'A')] \times a''}{2}$$

$$AB+BC+CD+DA = 2p$$

$$A'B'+B'C'+C'D'+D'A' = 2p'$$

$$Al = \frac{(2p+2p') \times a''}{2} \quad Al = \frac{2a''(p+p')}{2}$$

$Al = a''(p+p')$

At = área total da base maior +
+ área da base menor + área lateral.

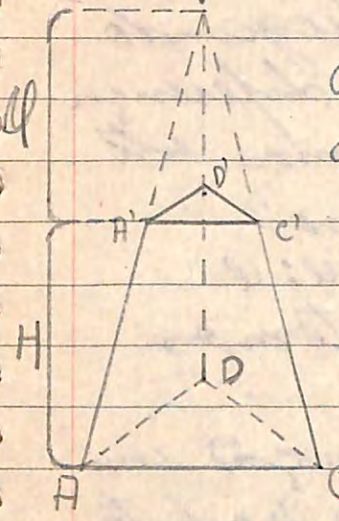
área da base maior = pa

área da base menor = $p'a'$

$$At = pa + p'a' + a''(p+p')$$

3/10/62.

Volume do tronco de pirâmide



área da base $ADC = B = pa$.

área da base $A'D'C' = b = p'a'$

$$\text{Vol. t.} = \text{Vol. pir. } VADC - \text{Vol. pir. } VA'D'C'$$

$$\text{Vol. pir. } VADC = \frac{B \times (H+u)}{3}$$

$$\text{Vol. pir. } VA'D'C' = \frac{b \times u}{3}$$

$$\text{Vol. t.} = \frac{B \times (H+u)}{3} - \frac{b \times u}{3}$$

$$\text{Vol. t.} = \frac{BH + Bu - bu}{3}$$

$$\text{Vol. t.} = \frac{BH + u(B-b)}{3}$$

Demonstração

Quando se corta uma pirâmide por um plano paralelo a base, as áreas da base e deste plano estão entre si como o quadrado das distâncias dos mesmos ao vértice da pirâmide

$$B : b :: (H+u)^2 : u^2$$

Extraindo a raiz quadrada de todos os termos desta proporção, temos: $\sqrt{B} : \sqrt{b} :: H+u : u$.

É como numa proporção a diferença dos dois primeiros termos está para o segundo termo assim como a diferença dos dois últimos termos está para o quarto termo;

$$\text{temos: } \sqrt{B} - \sqrt{b} : \sqrt{b} :: H + U - U : U$$

Simplificando U temos:

$$\sqrt{B} - \sqrt{b} : \sqrt{b} :: H : U$$

É como numa proporção um extremo é igual ao produto dos meios dividido pelo outro extremo, temos:

$$U = \frac{H\sqrt{b}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}$$

Racionalizando temos:

$$U = \frac{H\sqrt{b}(\sqrt{B} + \sqrt{b})}{(\sqrt{B} - \sqrt{b})(\sqrt{B} + \sqrt{b})}$$

$$U = \frac{H\sqrt{Bb} + Hb}{B - b}$$

$$\text{Vol. } t. = \frac{BH + \left(\frac{H\sqrt{Bb} + Hb}{B - b}\right)(B - b)}{3}$$

$$\text{Vol. } t. = \frac{BH + Hb + H\sqrt{Bb}}{3}$$

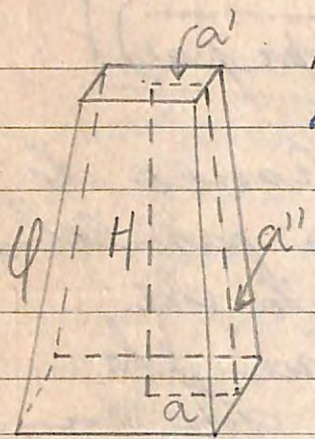
$$\text{Vol } t. = \frac{H}{3} (B + b + \sqrt{Bb})$$

$$\boxed{\text{Vol. } t. = \frac{H}{3} (pa + p'a' + \sqrt{pa p'a'})}$$

O volume de um tronco de pirâmide de bases paralelas é igual ao produto da terça parte da altura pela soma das áreas das bases e da média geométrica das bases.

Calcular a área lateral, área total e o volume de um tronco de pirâmide de bases paralelas quadrangulares regulares, sabendo-se que o apótema da base maior mede 10 dm, o apótema da base menor mede 5 dm e o apótema do tronco 20 dm.

$a = 10 \text{ dm}$
 $a' = 5 \text{ dm}$
 $a'' = 20 \text{ dm}$



$$Al = a''(p + p')$$

$$At = pa + p'a' + a''(p + p')$$

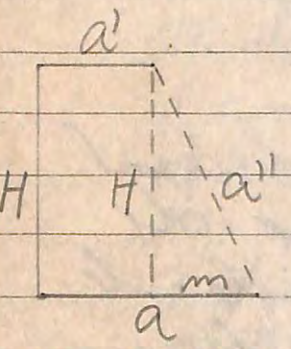
$$V = \frac{H}{3} (pa + p'a' + \sqrt{pa p'a'})$$

$$u = 2a \quad u = 2 \times 10 \quad \boxed{u = 20}$$

$$p = 24 \quad p = 2 \times 20 \quad \boxed{p = 40}$$

$$u' = 2a' \quad u' = 2 \times 5 \quad \boxed{u' = 10}$$

$$p' = 24' \quad p' = 2 \times 10 \quad \boxed{p' = 20}$$



$$m = a - a' \quad m = 10 - 5 = 5$$

$$H^2 = a''^2 - m^2$$

$$H^2 = 20^2 - 5^2 \quad H^2 = 400 - 25 = 375$$

$$H = \sqrt{375} \quad H = 5\sqrt{15}$$

$$H = 5\sqrt{3}\sqrt{5} \quad H = 5 \times 1,732 \times 2,23$$

$$\boxed{H = 19,29}$$

$$Al = a''(p + p') = 20(40 + 20) = 20 \times 60 = 1200 \text{ dm}^2$$

$$At = pa + p'a' + a''(p + p') =$$

$$= 40 \times 10 + 20 \times 5 + 1200 = 400 + 100 + 1200 = 1700 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{H}{3} (pa + p'a' + \sqrt{pa p'a'}) =$$

$$= \frac{19,29}{3} (400 + 100 + \sqrt{400 \times 100}) =$$

$$= 6,43(500 + \sqrt{40000}) = 6,43(400 + 100 + 200) =$$

$$= 6,43 \times 700 = 4501 \text{ dm}^3$$

5/10/62.

Calcular a área lateral, área total e volume de um tronco de pirâmide de bases paralelas quadrangulares e regulares; sabendo-se que a diagonal da base maior mede $8\sqrt{2}$ dm e a diagonal da base menor mede $4\sqrt{2}$ dm. e a altura do tronco mede 6 dm.

$$\text{Dados} \begin{cases} H = 6 \text{ dm} \\ d = 8\sqrt{2} \text{ dm} \\ d' = 4\sqrt{2} \text{ dm} \end{cases}$$

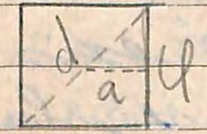
$$Al = a''(p + p')$$

$$At = pa + p'a' + a''(p + p')$$

$$V = \frac{H}{3} (pa + p'a' + \sqrt{pa p'a'})$$

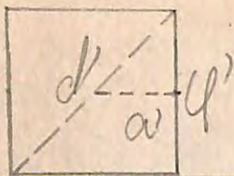
$$d^2 = u^2 + u'^2 \quad (8\sqrt{2})^2 = 2u^2$$

$$64 \times 2 = 2u^2 \quad 8 = u$$



$$a = \frac{u}{2} \quad a = \frac{8}{2} \quad \boxed{a = 4}$$

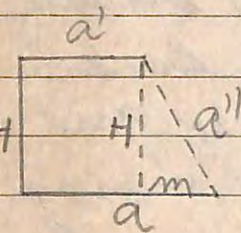
$$p = 2u \quad p = 2 \times 8 \quad \boxed{p = 16}$$



$$d^2 = u^2 + u'^2 \quad (4\sqrt{2})^2 = 2u'^2$$

$$16 \times 2 = 2u'^2 \quad u'^2 = 16 \quad u' = 4$$

$$a' = \frac{u'}{2} \quad a' = \frac{4}{2} \quad \boxed{a' = 2}$$



$$p' = 2u' \quad p' = 2 \times 4 \quad \boxed{p' = 8}$$

$$m = a - a' \quad m = 4 - 2$$

$$a''^2 = H^2 + m^2 \quad a''^2 = 6^2 + 2^2 = 40$$

$$a'' = \sqrt{40} \quad a'' = 2\sqrt{10} \quad a'' = 2\sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$a'' = 2 \times 1,414 \times 2,23 = 6,28$$

$$Al = a''(p + p') = 6,28 \times (16 + 8) = 6,28 \times 24 =$$

$$= 151,72 \text{ dm}^2$$

$$At = pa + p'a' + a''(p + p') =$$

$$= 16 \times 4 + 8 \times 2 + 6,28 \times 24 =$$

$$= 64 + 16 + 151,72 = 231,72 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{H}{3} (pa + p'a' + \sqrt{pa + p'a'}) =$$

$$= \frac{6}{3} (64 + 16 + \sqrt{64 \times 16}) = 2 \times (64 + 16 + 32) =$$

$$= 2 \times 112 = 224 \text{ dm}^3$$

8/10/62.

Demonstrar que só existam cinco poliedros regulares.
(tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.)

$$3\Delta \quad 3 \times 60^\circ = 180^\circ \text{ (tetraedro reg) } 4 \text{ faces } \Delta$$

$$4\Delta \quad 4 \times 60^\circ = 240^\circ \text{ (octaedro reg) } 8 \text{ faces } \Delta$$

$$5\Delta \quad 5 \times 60^\circ = 300^\circ \text{ (icosaedro reg) } 20 \text{ faces } \Delta$$

$$6\Delta \quad 6 \times 60^\circ = 360^\circ \text{ (impossível)}$$

$$3\Box \quad 3 \times 90^\circ = 270^\circ \text{ (hexaedro reg) } 6 \text{ faces } \Box$$

$$4\Box \quad 4 \times 90^\circ = 360^\circ \text{ (impossível)}$$

$$180^\circ \times 5 = 900 \quad 900 - 360 = 540 \quad 540 \div 5 = 108^\circ$$

$$3 \quad 3 \times 108^\circ = 324^\circ \text{ (dodecaedro reg) } 12 \text{ faces}$$

$$4 \quad 4 \times 108^\circ = 432^\circ \text{ (impossível)}$$

$$3 \quad 3 \times 120^\circ = 360^\circ \text{ (impossível)}$$

Teorema de Euler.

Enunciado: num poliedro convexo o número de faces mais o número de vértices é igual ao número de arestas mais dois.

F = número de faces.

V = número de vértices.

A = número de arestas.

$$F + V = A + 2$$

Calcular o número de vértices do tetraedro regular.

$$F = 4 \quad A = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$F + V = A + 2 \quad \therefore 4 + V = 6 + 2 \quad \therefore V = 8 - 4 \quad \boxed{V = 4}$$

Calcular o número de vértices de um cubo.

$$F=6 \quad A = \frac{6 \times 4}{2} = 12.$$

$$F+V = A+2 \quad 6+V = 12+2.$$

$$V = 14 - 6 \quad \boxed{V=8}$$

9/10/62.

Tetraedro	Hexaedro	Octaedro	Dodecaedro	Yonaedro
$F=4$	$F=6$	$F=8$	$F=12$	$F=20$
$A = \frac{4 \times 3}{2} = 6$	$A = \frac{6 \times 4}{2} = 12$	$A = \frac{8 \times 3}{2} = 12$	$A = \frac{12 \times 5}{2} = 30$	$A = \frac{20 \times 3}{2} = 30$
$F+V = A+2$	$F+V = A+2$	$F+V = A+2$	$F+V = A+2$	$F+V = A+2$
$4+V = 6+2$	$6+V = 12+2$	$8+V = 12+2$	$12+V = 30+2$	$20+V = 30+2$
$V = 8 - 4$	$V = 14 - 6$	$V = 14 - 8$	$V = 32 - 12$	$V = 32 - 20$
$\boxed{V=4}$	$\boxed{V=8}$	$\boxed{V=6}$	$\boxed{V=20}$	$\boxed{V=12}$

Faces Vértices Arestas

Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30
Yonaedro	20	12	30

Calcular: o número de vértices que tem um poliedro formado de duas faces hexagonais e 12 faces quadrangulares.

$$F=14 \quad A = \frac{2 \times 6 + 12 \times 4}{2} = \frac{12 + 48}{2} = 30$$

$$F+V = 30+2.$$

$$14+V = 32 \quad V = 32 - 14 \quad \boxed{V=18}$$

Quantos vértices tem um poliedro formado por 6 faces ortogonais e 8 faces triangulares

$$F=14 \quad A = \frac{6 \times 8 + 8 \times 3}{2} = \frac{48 + 24}{2} = 36$$

$$A=36$$

$$F+V = A+2 \quad 14+V = 38 \quad V = 38 - 14$$

$$\boxed{V=24}$$

Quantos vértices tem um decágono → decaedro de forma prismática

$$F=10 \quad A = \frac{2 \times 8 + 8 \times 4}{2} = \frac{16 + 32}{2} = 24$$

$$A=24$$

$$F+V = A+2 \quad 10+V = 24+2 \quad V = 26 - 10$$

$$\boxed{V=16}$$

Quantos vértices tem um dodecaedro em forma de pirâmide

$$F=12 \quad A = \frac{1 \times 11 + 11 \times 3}{2} = 22.$$

$$F+V = A+2 \quad 12+V = 22+2 \quad V = 24 - 12$$

$$\boxed{V=12}$$

12/10/62.

Calcular o número de vértices de um prisma de base dodecagonal.

$$F = 2 + 12 \quad F = 14.$$

$$F + V = A + 2 \quad 14 + V = 36 + 2$$

$$V = 38 - 14 = 24 \quad \boxed{V = 24}$$

Calcular o número de vértices de uma pirâmide de base pentagonal.

$$F = 6$$

$$F + V = A + 2 \quad 6 + V = 10 + 2.$$

$$V = 12 - 6 \quad \boxed{V = 6}$$

Calcular o número de vértices de uma pirâmide de base pentadecagonal.

$$F = 16$$

$$F + V = A + 2 \quad A = \frac{15 \times 3 + 15}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

$$16 + V = 30 + 2 \quad V = 32 - 16 \quad \boxed{V = 16}$$

Calcular o número de vértices de um encaado em forma de prisma.

$$F = 9 \quad A = \frac{2 \times 7 + 7 \times 4}{2} = \frac{42}{2} = 21.$$

$$F + V = A + 2 \quad 9 + V = 21 + 2 \quad V = 23 - 9 = 14$$

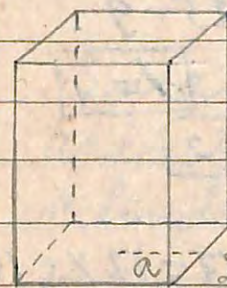
$$\boxed{V = 14}$$

Calcular o número de vértices de um heptaedro em forma de tronco de pirâmide.

$$F = 7 \quad A = \frac{4 \times 5 + 2 \times 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

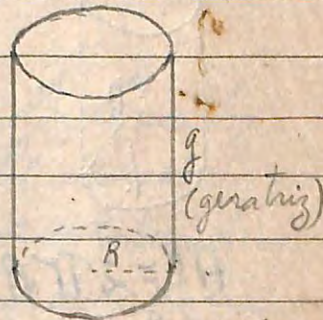
$$F + V = A + 2 \quad 7 + V = 15 + 2$$

$$V = 17 - 7 \quad \boxed{V = 10}$$



$$\begin{aligned} a &\leftrightarrow g \\ a &\leftrightarrow R \\ 2p &\leftrightarrow 2\pi R. \end{aligned}$$

2p: perímetro da base.



2πR: perímetro da base.

$$Al = 2pa'$$

$$At = 2p(a+a')$$

$$V = pa'a'$$

$$Al = 2\pi R \cdot g.$$

$$At = 2\pi R(R+g)$$

$$V = \pi R^2 \cdot g = \pi R \cdot R \cdot g$$

Cilindro equilátero

$$Al = 2 \pi R \times 2R = 4 \pi R^2$$

$$At = 2 \pi R(2R + R) = 2 \pi R \times 3R = 6 \pi R^2$$

$$V = \pi R^2 \times 2R = 2 \pi R^3$$

16/10/62.

Calcular a área lateral, área total e o volume de um cilindro de revolução, sabendo-se que a diagonal da secção meridiana mede 5 dm e a altura geratriz do cilindro é igual a 3 dm.



$$d^2 = D^2 - g^2 \quad d^2 = 25 - 9$$

$$d^2 = 16 \quad d = \sqrt{16} \quad \boxed{d = 4}$$

$$R = \frac{d}{2} \quad R = \frac{4}{2} \quad \boxed{R = 2}$$

$$Al = 2 \pi R g \therefore Al = 2 \times 3,14 \times 2 \times 3 = 12 \times 3,14$$

$$Al = 37,68 \text{ dm}^2$$

$$At = 2 \pi R(R + g) \therefore At = 2 \times 3,14 \times 2(2 + 3)$$

$$At = 2 \times 3,14 \times 10 = 20 \times 3,14 = 62,8 \text{ dm}^2$$

$$V = \pi R^2 g \therefore V = 3,14 \times 4 \times 3$$

$$V = 12 \times 3,14 \therefore V = 37,68 \text{ dm}^3$$

Calcular a área lateral, área total e o volume de um cilindro equilátero, cuja a soma das diagonais da secção meridiana é igual a $6\sqrt{2}$ dm.

$$Al = 4 \pi R^2$$

$$At = 6 \pi R^2$$

$$V = 2 \pi R^3$$

$$d = \frac{6\sqrt{2}}{2} \quad d = 3\sqrt{2}$$

$$d^2 = 2g^2$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 2g^2 \quad 9 \times 2 = 2g^2 \quad g^2 = 9$$

$$g = 3$$

$$Al = 4 \times 3,14 \times 1,5^2 \therefore Al = 27,946 \text{ dm}^2$$

$$At = 6 \times 3,14 \times 1,5^2 \therefore At = 45,9 \text{ dm}^2$$

$$V = 2 \times 3,14 \times 1,5^3 \therefore V = 21,95 \text{ dm}^3$$

Calcular a área lateral, área total e volume de um cilindro equilátero, sabendo-se que a área lateral e o volume são expressos pelos mesmos valores numéricos absolutos.

$$V = 2\pi R^3$$

$$Al = 4\pi R^2$$

$$2\pi R^3 = 4\pi R^2 \quad R = 2.$$

$$\frac{R^3}{R^2} = \frac{4\pi}{2\pi}$$

$$Al = 4\pi R^2 \therefore Al = 4 \times 3,14 \times 4 = 16 \times 3,14 = 50,24 \text{ dm}^2$$

$$At = 6\pi R^2 \therefore At = 6 \times 3,14 \times 4 = 24 \times 3,14 = 75,36 \text{ dm}^2$$

$$V = 2\pi R^3 \therefore V = 2 \times 3,14 \times 8 = 16 \times 3,14 = 50,24 \text{ dm}^3$$

Calcular a área lateral, área total e o volume de um cilindro equilátero, cujo o volume e a área total são expressos pelo mesmo valor numérico absoluto.

$$V = At$$

$$V = 2\pi R^3 \quad At = 6\pi R^2$$

$$2\pi R^3 = 6\pi R^2$$

$$\frac{R^3}{R^2} = \frac{6\pi}{2\pi}$$

$$Al = 4\pi R^2 \therefore Al = 4 \times 3,14 \times 9 \therefore Al = 36 \times 3,14 = 113,04 \text{ dm}^2$$

$$At = 6\pi R^2 \therefore At = 54 \times 3,14 = 169,56 \text{ dm}^2$$

$$V = 2\pi R^3 \therefore V = 54 \times 3,14 = 169,56 \text{ dm}^3$$

Qual é a relação que há entre as áreas lateral e total de um cilindro equilátero, sabendo-se que a área lateral é $\frac{2}{3}$ da área total.

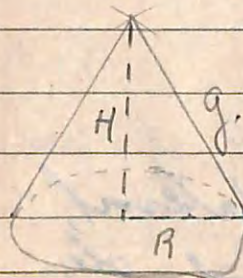
$$Al = 4\pi R^2 \quad At = 6\pi R^2$$

$$\frac{Al}{At} = \frac{4\pi}{6\pi} \quad \frac{Al}{At} = \frac{4}{6} \therefore \frac{Al}{At} = \frac{2}{3}$$

19/10/62.

Calcular a área lateral, área total e volume.

$$\text{Dados } \begin{cases} H = 4 \text{ dm} \\ R = 3 \text{ dm} \end{cases}$$



$$g^2 = H^2 + R^2$$

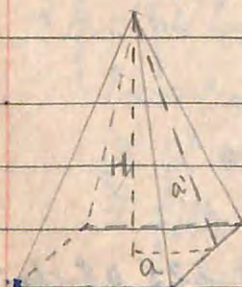
$$g^2 = 4^2 + 3^2 \quad g^2 = 16 + 9 \quad g^2 = 25$$

$$g = \sqrt{25} \quad \boxed{g = 5}$$

$$Al = \pi R g \quad Al = 3,14 \times 3 \times 5 \quad Al = 47,1 \text{ dm}^2$$

$$At = \pi R (R + g) \quad At = 3,14 \times 3 (3 + 5) = 3,14 \times 24 = 75,36 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{3,14 \times 9 \times 4}{3} = 12 \times 3,14 = 37,68 \text{ dm}^3$$

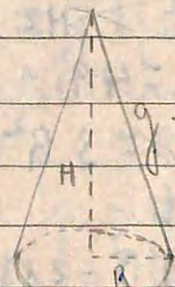


$$H = H$$

$$a = g$$

$$a = R$$

$$P = \pi R$$



pirâmide

$P =$ semi perímetro

cone

$\pi R =$ semi perímetro

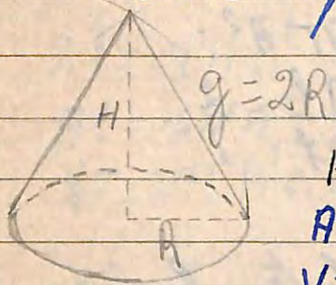
Fórmula da pirâmide

$$Al = p \cdot a$$

$$At = p(a+a')$$

$$V = \frac{p \cdot a \cdot a'}{3}$$

Cone equilátero



$$Al = \pi R \times 2R = 2\pi R^2$$

$$At = \pi R(R+2R) = \pi R \times 3R = 3\pi R^2$$

$$V = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{\pi R^2 \times R\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$$

$$H^2 = (2R)^2 - R^2 \quad H^2 = 4R^2 - R^2$$

$$H^2 = 3R^2 \quad H = R\sqrt{3}$$

Calcular a área lateral, área total e o volume de um cone equilátero, cuja altura é igual a $6\sqrt{3}$ dm.

$$H^2 = (2R)^2 - R^2 \quad H^2 = 4R^2 - R^2$$

$$H^2 = 3R^2 \quad H = R\sqrt{3}$$

$$(6\sqrt{3})^2 = 4R^2 - R^2$$

$$36 \times 3 = 3R^2 \quad R^2 = 36$$

$$R = 6$$

$$Al = 2\pi R^2 = 2 \times 3,14 \times 6^2 = 72 \times 3,14 = 226,08 \text{ dm}^2$$

$$At = 3\pi R^2 = 3 \times 3,14 \times 6^2 = 108 \times 3,14 = 339,12 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3} = \frac{3,14 \times 216 \times 1,73}{3} = \frac{5,4222 \times 216}{3} = \frac{1173,3952}{3} \text{ dm}^3$$

Fórmula do cone

$$Al = \pi R g$$

$$At = \pi R(R+g)$$

$$V = \frac{\pi R \times R \times H}{3} = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Qual a relação que há entre a área da base e a área lateral de um cone equilátero.

$$\text{Área da base} = \pi R^2$$

$$\text{Área lateral} = 2\pi R^2$$

$$\frac{\text{área da base}}{\text{Área lateral}} = \frac{\pi R^2}{2\pi R^2} = \frac{1}{2}$$

22/10/62.

Troncos de pirâmide



$2p'$ = perímetro da base menor
 $2\pi R'$ = perímetro da base menor

$2p$ = perímetro da base maior
 $2\pi R$ = perímetro da base maior

$$2p' = 2\pi R' \quad 2p = 2\pi R$$

$$p' = \pi R' \quad p = \pi R$$

$$a' = R' \quad a = R \quad H = H$$

$$[C = A] \quad [S = A]$$

Fórmulas do tronco
de pirâmide

$$Al = a''(p+p')$$

$$At = pa + p'a' + a''(p+p')$$

Fórmulas do tronco
de cone.

$$Al = g(\pi R + \pi R') = \pi g(R+R')$$

$$At = \pi R \times R + \pi R' \times R' + \pi g(R+R')$$

$$\pi [R^2 + R'^2 + g(R+R')]$$

$$V = \frac{H}{3}(pa + p'a' + \sqrt{pa p'a'})$$

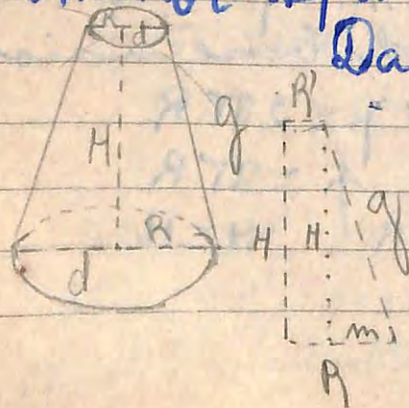
$$V = \frac{H}{3}(\pi R \times R + \pi R' \times R' + \sqrt{\pi R \cdot \pi R' \cdot R \cdot R'}) =$$

$$= \frac{H}{3}(\pi R^2 + \pi R'^2 + \sqrt{\pi^2 R^2 R'^2}) =$$

$$= \frac{\pi H}{3}(R^2 + R'^2 + R \cdot R')$$

33/10/62.

Calcular a área lateral, área total e o volume de um tronco de cone de revolução, sabendo-se que a altura mede 12 dm, diâmetro da base maior 10 dm e o diâmetro da base menor 4 dm. ($d' = 4$ dm.)



Dados $\left\{ \begin{array}{l} d = 10 \text{ dm.} \\ H = 12 \text{ dm.} \end{array} \right.$

$$R = \frac{d}{2} \quad R = \frac{10}{2}$$

$$R = \frac{4}{2} \quad R = \frac{10}{2}$$

$$\boxed{R' = 2}$$

$$\boxed{R = 5}$$

$$m = R - R' \quad m = 5 - 2 \quad \boxed{m = 3}$$

$$g^2 = H^2 + m^2 + g^2 = 144 + 9 \quad g^2 = 153$$

$$g = \sqrt{153} \quad \boxed{g = 12,28}$$

$$Al = \pi g(R+R') = 3,14 \times 12,28 \times (5+2) =$$

$$= 3,14 \times 12,28 \times 7 = 38,5592 \times 7 = 269,9144 \text{ dm}^2$$

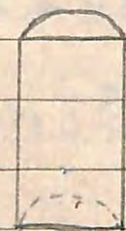
$$At = \pi [R^2 + R'^2 + g(R+R')] = 3,14 [25 + 4 + 12,28(5+2)] =$$

$$= 3,14 [25 + 4 + 12,28 \times 7] = 360,9744 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{\pi H}{3}(R^2 + R'^2 + R \cdot R') = \frac{3,14 \times 12,28}{3}(25 + 4 + 10) =$$

$$= \frac{38,5592}{3} \times 39 = 38,5592 \times 13 = 501,2696 \text{ dm}^3$$

Semi-cilindro



$$Al = \frac{2\pi R g}{2} + 2 R g$$

$$Al = \pi R g + 2 R g = R g (\pi + 2)$$

At = Al + área das bases.

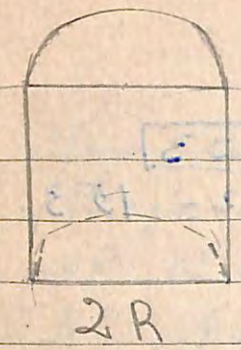
$$At = \pi R g + 2 R g + \pi R^2$$

$$At = R [\pi g + 2g + \pi R]$$

$$At = R [\pi (g + R) + 2g]$$

$$V = \pi R^2 g$$

$$\boxed{V = \frac{\pi R^2 g}{2}}$$



$$A = R \times 2R (\pi + 2) = 2R^2 (\pi + 2)$$

$$A_t = R [\pi (2R + R) + 2 \times 2R] =$$

$$= R [\pi \times 3R]$$

[Faint handwritten notes and calculations, including the word 'Exemplo' and various mathematical expressions.]

[Faint handwritten notes and calculations, including the word 'Exemplo' and various mathematical expressions.]

24/10/62

1) Dado os n primeiros números ímpares, demonstrar que a soma dos mesmos é igual ao quadrado do número deles.

$$S_n = n^2$$

1. 3. 5. 7. 9. ... a n.

$$a_1 = 1 \quad a_n = a_n$$

$$n = n \quad R = 2$$

$$A_n = a_1 + 2(n-1) : a_n = 1 + 2(n-1)$$

$$a_n = 1 + 2n - 2$$

$$a_n = 2n - 1$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \quad S_n = \frac{(1 + 2n - 1)n}{2}$$

$$S_n = \frac{2n^2}{2} \quad \boxed{S_n = n^2}$$

2) Sendo zero um logaritmo, qual o número que lhe corresponde no sistema de base 3?

O número é um, porque em qualquer sistema de logaritmo, o logaritmo de um é zero.

3) No que consiste o sistema neperiano de logaritmo?

É aquele cuja base é o número $e = 2,718$

4) Interpola 2 meios geométricos entre a^0 e a^{12} . i.e.

$$a^0 \dots a^{12}$$

$$a^1 = a^0$$

$$a_n = a^{12}$$

$$n = 4$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{a_n}{a_1}}$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{a^{12}}{a^0}}$$

$$q = \sqrt[3]{a^{12}}$$

$$q = a^4$$

$$a^0 : a^4 : a^8 : a^{12}$$

5) O que é uma progressão geométrica decrescente? Progressão geométrica decrescente é uma sucessão de números em que cada um deles, a partir do 2º, é igual ao anterior multiplicado por uma quantidade constante chamada razão, situada entre um e zero.

6) Qual é o logaritmo de 0,001, no sistema de Briggs? É 3,0000.

7) Sendo o logaritmo de 5 igual a 0,69897, calcular u na equação $25^u = 125$.

$$\log 5 = 0,69897$$

$$\log 25 = \log 5^2 = 2 \times \log 5 = 2 \times 0,69897 = 1,39794$$

$$\log 125 = \log 5^3 = 3 \times \log 5 = 3 \times 0,69897 = 2,09691$$

$$25^u = 125$$

$$u \times \log 25 = \log 125$$

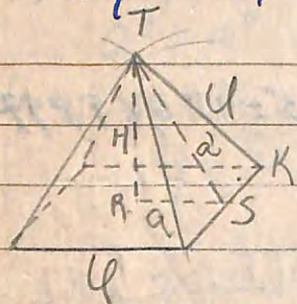
$$u = \frac{\log 125}{\log 25} = \frac{2,09691}{1,39794} = 1,5$$

8) Sendo o log de 2 = 0,30103. Calcular o log. de -0,02.

Os números negativos não tem logaritmos.

26-X-62.

Calcular a área lateral, área total e o volume de uma pirâmide reta de base quadrangular regular de arestas iguais, sabendo-se que a soma das arestas é igual a $84 = 64 \text{ dm}$.



$$8a = 64 \quad a = \frac{64}{8} \quad \boxed{a = 8}$$

$$a = \frac{8}{2} \quad a = \frac{8}{2} \quad \boxed{a = 4}$$

$$a'^2 = 4^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad a'^2 = 8^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$a'^2 = 64 - 16 \quad a'^2 = 48 \quad a' = \sqrt{48}$$

$$\boxed{a' = 4\sqrt{3}}$$

$$P = 2a \quad \boxed{P = 16}$$

$$H^2 = a'^2 - a^2 \quad H^2 = 48 - 16 \quad H^2 = 32$$

$$H = \sqrt{32} \quad H = \sqrt{2^4 \times 2} \quad \boxed{H = 4\sqrt{2}}$$

$$Al = \frac{1}{2} a' \cdot P \therefore Al = 16 \times 4\sqrt{3} \quad Al = 64 \times 1,732$$

$$Al = 110,948 \text{ dm}^2$$

$$At = \frac{1}{2} (a + a') \cdot P \therefore At = 16(4 + 4\sqrt{3}) \therefore$$

$$At = 16 \times (4 + 4 \times 1,732) \quad At = 174,848 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{P \cdot a \cdot H}{3} = \frac{16 \times 4 \times 4\sqrt{2}}{3} = \frac{256 \times \sqrt{2}}{3} = \frac{256 \times 1,414}{3}$$

$$= \frac{361,984}{3} = 120,66133... \text{ dm}^3$$

29/10/62.

O que acontece ao volume de um cubo se lhe dobrarmos a aresta.

$$a = \text{aresta} \quad V = a^3$$

$$V' = (2a)^3 \quad V' = 8a^3$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{8a^3}{a^3} = 8 \quad \text{o volume aumenta oito vezes}$$

O que acontece com o volume de um cubo se triplicarmos a aresta.

$$V = a^3$$

$$V' = (3a)^3 \quad V' = 27a^3$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{27a^3}{a^3} = 27 \therefore \text{aumenta 27 vezes}$$

A diagonal de um cubo é igual a $5\sqrt{3} \text{ dm}$. O que acontece se aumentarmos esta diagonal de $4\sqrt{3} \text{ dm}$.

$$D = 5\sqrt{3} \quad D = a\sqrt{3} \quad a = 5$$

$$V = 5^3 = 125 \text{ dm}^3$$

$$D' = 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \quad D' = a'\sqrt{3}$$

$$V' = a'^3 \quad V' = 9^3 \quad V' = 729 \text{ dm}^3$$

$$V' - V = 729 - 125 = 604 \text{ dm}^3$$

O volume aumenta de 604 dm^3 .

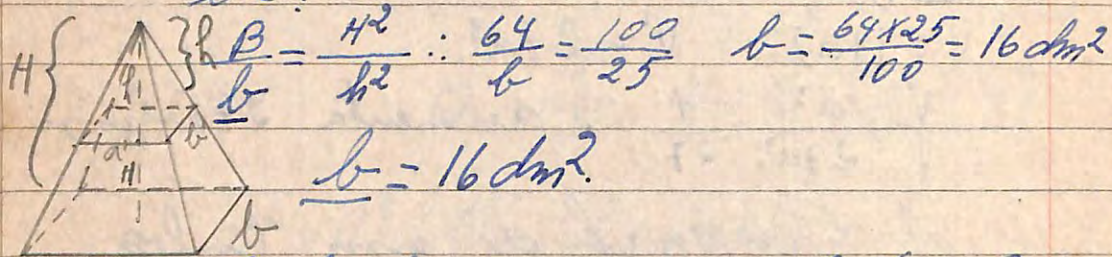
A área da base de uma pirâmide mede 64 dm^2 .
 a altura desta pirâmide é 10 dm .

Na distância de 5 dm do vértice, traça-se um plano paralelo a base.
 Calcule a área deste plano.

$$a \times b = B = 64 \text{ dm}^2 \quad H = 10 \text{ dm}$$

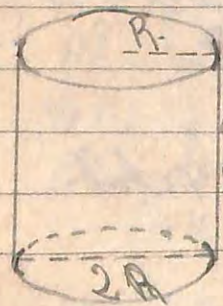
$$a' \times b' = b \quad \therefore \quad h = 5$$

$$b = ?$$



$$\frac{B}{b} = \frac{H^2}{h^2} \quad \therefore \quad \frac{64}{b} = \frac{100}{25} \quad b = \frac{64 \times 25}{100} = 16 \text{ dm}^2$$

a) Calcular a área lateral, área total e o volume de um cilindro equilátero cuja a área da secção meridiana é 100 m^2 .



$$2R \times 2R = 100 \text{ m}^2$$

$$4R^2 = 100$$

$$R^2 = \frac{100}{4} \quad \therefore \quad R^2 = 25$$

$$R = \sqrt{25} \quad \boxed{R = 5}$$

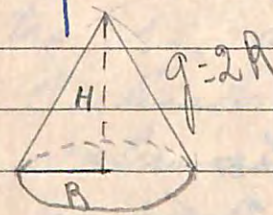
$$Al = 4\pi R^2 = 4 \times 3,14 \times 25 = 314 \text{ m}^2$$

$$At = 6\pi R^2 = 6 \times 3,14 \times 25 = 471 \text{ m}^2$$

$$V = 2\pi R^3 = 2 \times 3,14 \times 125 = 785 \text{ m}^3$$

30/10/62.

Calcular a área lateral, área total e o volume de um cone equilátero, cuja altura mede 8 dm .



$$H = 8 \text{ dm}$$

$$H^2 = (2R)^2 - R^2 \quad 8^2 = 4R^2 - R^2$$

$$64 = 3R^2 \quad R^2 = \frac{64}{3} \quad R = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$Al = 2\pi R^2 \quad \therefore \quad Al = 2 \times 3,14 \times \frac{64 \times 3}{9}$$

$$Al = 6,28 \times \frac{64}{3} = 133,97 \text{ dm}^2$$

$$At = 3\pi R^2 \quad \therefore \quad At = 3 \times 3,14 \times \frac{64 \times 3}{9}$$

$$At = 9,42 \times \frac{64}{3} = 200,96 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3} \quad \therefore \quad V = \frac{3,14 \times \frac{64}{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3}}{3} = \frac{3,14 \times 64 \times 8 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{27}$$

$$= \frac{3,14 \times 64 \times 24}{27} = \frac{3,14 \times 64 \times 8}{9} = \frac{25,12 \times 64}{9} = \frac{1607,68}{9}$$

$$= 178,69 \text{ dm}^3$$

$$\boxed{V = 178,69 \text{ dm}^3}$$

3/11/62.

Um cone e um cilindro têm bases iguais e têm volumes equivalentes. A altura do cone mede 6 dm. Qual é a altura do cilindro.

$$\text{Vol. cone} = \frac{Bh}{3} = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

$$\text{Vol. cilindro} = B \times h = \pi R^2 H'$$

$$\text{Vol. cone} = \text{vol. cilindro}$$

$$\frac{H}{3} = H' \quad \frac{6}{3} = H' \quad H' = 2 \text{ dm.}$$

Um cubo tem de volume 343 dm³. O que acontece com a sua diagonal se diminuirmos o volume deste cubo de 127 dm³.

$$V = a^3 \quad a^3 = 343 \quad a = \sqrt[3]{343}$$

$$V' = 343 - 127 = 216 \quad a'^3 = 216 \text{ dm}^3.$$

$$D = a\sqrt{3} \quad D' = a'\sqrt{3}$$

$$a' = \sqrt[3]{216} \quad a' = 6 \text{ dm}$$

$$D = 7 \times 1,732 = 12,124 \text{ dm.}$$

$$D' = 6 \times 1,732 = 10,392 \text{ dm.}$$

$$D - D' = 12,124 - 10,392 = 1,732 \text{ dm.}$$

A diagonal fica diminuída de 1,732 dm.

A soma de todas as arestas de um paralelepípedo retângulo é 180 dm. e as arestas que convergem para um mesmo vértice estão entre si assim como 2:3:4.

Calcular a área total e o volume.

$$4a + 4b + 4c = 180.$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$$

$$4(a + b + c) = 180$$

$$a + b + c = 45$$

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = \frac{a+b+c}{2+3+4} = \frac{a+b+c}{9}$$

$$\frac{45}{9} = \frac{a+b+c}{9} = 5$$

$$\frac{a}{2} = 5 \quad a = 10$$

$$\frac{b}{3} = 5 \quad b = 15$$

$$\frac{c}{4} = 5 \quad c = 20$$

$$At = 2(ab + ac + bc)$$

$$At = 2(10 \times 15 + 10 \times 20 + 15 \times 20)$$

$$At = 2(150 + 200 + 300)$$

$$At = 2(650)$$

$$At = 1300 \text{ dm}^2$$

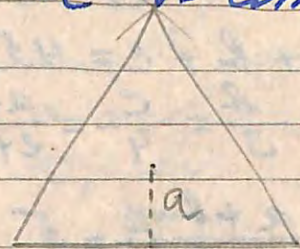
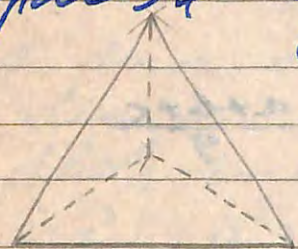
$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 10 \times 15 \times 20$$

$$V = 3000 \text{ dm}^3$$

6/11/62.

Calcular a área e o volume de um tetraedro regular, cujo apótema de uma das faces é igual a $\sqrt{3}$ dm.



$$a = \sqrt{3}$$

$$m = 3a \quad m = 3\sqrt{3}$$

$$(3\sqrt{3})^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$9 \times 3 = a^2 - \frac{a^2}{4} \quad 27 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$27 = \frac{3a^2}{4} \quad \therefore 27 \times 4 = 3a^2 \quad \therefore 108 = 3a^2$$

$$\frac{108}{3} = a^2 \quad a^2 = 36 \quad a = \sqrt{36} \quad \boxed{a=6}$$

$$At = a^2 \sqrt{3} \quad \therefore At = 6^2 \sqrt{3} \quad \therefore At = 36\sqrt{3}$$

$$At = 36 \times 1,732 = 62,352 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{6^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{216\sqrt{2}}{12} = 18 \times 1,414 = 25,452 \text{ dm}^3$$

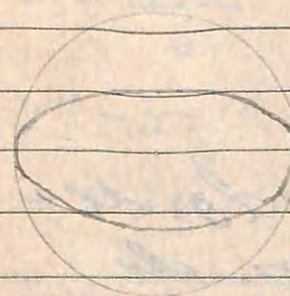
Calcular a área e o volume de um octaedro equilátero, cuja área de uma das faces é igual a 100 dm^2 .

$$a^2 = 100 \quad a = 10$$

$$At = 2a^2 \sqrt{3} \quad \therefore At = 2 \times 100 \sqrt{3} \quad \therefore At = 200 \times 1,732 = 346,4 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3} = \frac{1000 \times 1,414}{3} = \frac{1,414}{3} = 471,333 \dots \text{ dm}^3$$

9/11/62.

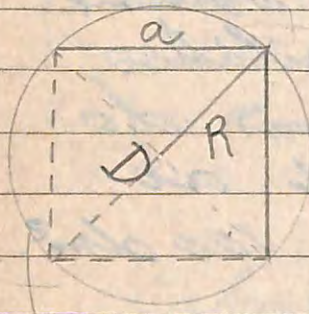


$$\text{área} = 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

Calcular a área e o volume de uma esfera, sabendo-se que o lado do quadrado inscrito no círculo máximo é igual a $6\sqrt{2}$ dm.

$$a = 6\sqrt{2}$$



$$R^2 + R^2 = (6\sqrt{2})^2$$

$$2R^2 = 36 \times 2$$

$$R^2 = 36$$

$$R = 6$$

$$A = 4 \times 3,14 \times 36$$

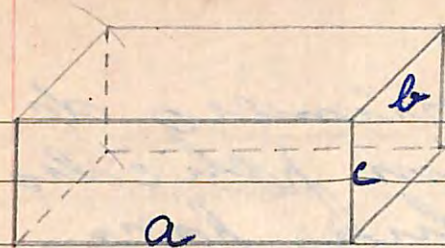
$$A = 452,16 \text{ dm}^2$$

$$V = \frac{4 \times 3,14 \times 216}{3} = 4 \times 3,14 \times 72$$

$$V = 904,32 \text{ dm}^3$$

12/11/62.

Um paralelepípedo retângulo tem 1 dm de altura e 40 dm de área total; o comprimento é o triplo da largura. Calcular a diagonal



$$b = 4$$

$$a = 34$$

$$c = 1$$

$$At = 40$$

$$At = 2(ab + ac + bc)$$

$$At = 2(34 \cdot 4 + 34 + 4)$$

$$At = 2(34^2 + 34 + 4)$$

$$40 = 2(34^2 + 44)$$

$$40 = 64^2 + 84$$

$$64^2 + 84 - 40 = 0$$

$$34^2 + 44 - 20 = 0$$

$$u = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad u = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 240}}{6}$$

$$u = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{6} \quad u' = \frac{-4 + \sqrt{256}}{6}$$

$$u' = \frac{-4 + 16}{6} \quad \underline{u' = 2}$$

$$u'' = \frac{-4 - 16}{6} = -5$$

$$a = 34 \therefore a = 3 \times 2 \quad \boxed{a = 6}$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad D = \sqrt{36 + 4 + 1}$$

$$D = \sqrt{41} \quad D = 6,4 \text{ dm}$$

Calcular o número de vértices de um poliedro formado de duas faces pentagonais e de 5 faces em forma de trapézio

$$F + V = a + 2$$

$$12 + V = 2 \cdot 5 + 2$$

$$V = 27 - 12$$

$$A = \frac{2 \times 5 + 4 \times 10}{2} = 25$$

$$V = 15$$

19-3-1962.

Divisão e definição da química:
Conceitos de: matéria, energia, circunstância, corpo, fenômeno (físico e químico, alotrópico e rádio ativo) propriedades da matéria (fundamentais, funcionais e específicas).

a) Química é a ciência que estuda as substâncias, suas constituições, propriedades e transformações.

b) Química é a ciência que estuda os fenômenos químicos.

c) Química é a ciência que estuda as transformações substanciais da matéria.

Ciência: é o conhecimento sistemático, correlacionado e generalizado.

Matéria: possui massa, ser extenso e ser impenetrável, ser inerte, é divisível, é indestrutível.

Energia: é a capacidade de produzir trabalho.

Fenômeno químico: é aquele que transforma ou altera substancialmente a matéria.

Substância: é a matéria.

Qui (A)
 mi } Qui (A)
 ca } mi } 1) Química geral ou teórica
 se } ca } 2) Química especial ou
 divi } ca } descritiva: a) inorgânica
 di } se } (ou química do carbono)
 } } ou mineral
 } } b) orgânica ou química
 } } do carbono.
 } } 3) Aplicada: a) analítica
 } } b) biológica, c) indus-
 } } trial, d) agrícola, etc.
 } } e) médica, etc.

20-3-1962.

Propriedade das substância e classificação das propriedades.

Propriedades Funcionais (ESSENCIAIS)
 { densidade, extensão,
 inércia, impenetrabilidade, indestrutibilidade, compressibilidade, divisibilidade.

Propriedades Funcionais.

Propriedades físicas e específicas químicas.

A matéria é divisível limitada.

Moléculas: divisibilidade por processo físico.

Átomos: limite de divisibilidade pelos processos químicos.

Propriedades específicas: é individual.

Propriedade funcional: abrange grupos.

Propriedades organolépticas: propriedades que impressionam os nossos sentidos.

$$(E = Mc^2)$$

$$\text{Energia} = \text{matéria} \times c^2$$

22-3-62.

1) Substância pura e mistura.

Critérios de pureza.

Misturas homogêneas e heterogêneas.

Sistemas uni e poli-fásicos.

Conceito de fase.

Espécie química.

Corpo simples e elemento.

Análise e síntese.

Mistura e combinação.

1.) Constância de propriedades e de composição; resiste o processo de fracionamento mecânico e físico.

2.) Mistura: é a reunião em proporção variáveis de duas ou mais substâncias conservando estas as suas propriedades.

A mistura não resiste os processos mecânicos e físicos de fracionamento

mem apresentam constância de composição nem de propriedade.

Ar atmosférico $N_2 = 79\%$

$O_2 = 21\%$

Pólvora

$KNO_3 =$ salitre

C = carvão

S = enxofre.

Mistura homogênea, separação por processo físico.

Mistura heterogênea separação por processo mecânico.

Mistura heterogênea é uma superposição de fase.

Fases são as diferentes substâncias homogêneas reunidas na mistura heterogênea.

Misturas homogêneas são sempre monofásicas.

Misturas heterogêneas são sempre polifásicas.

23-3-62.

Sistema é o conjunto de substâncias que apresentam correlação de proprie-

date e que se estuda como um todo.

Espécie química

- 1) composição proporcionalmente invariável.
- 2) Homogeneidade
- 3) Resiste aos processos físicos e mecânicos de fracionamento.
- 4) Possui as moléculas quimicamente iguais, isto é integrada de átomos dos mesmos ele.
- 5) A espécie química pode ser simples ou composta.

É simples quando as moléculas são constituídas de átomos ou de átomos do mesmo elemento (simples).

Resiste a processos químicos de fracionamento.

Espécie química definida compreende:

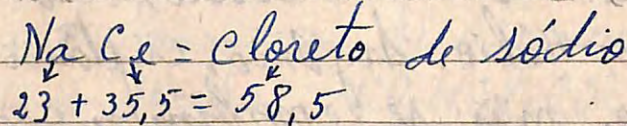
Molécula formada por átomos de 2 ou mais elemen

Não resiste a processos químicos de fracionamento.

Átomo é a unidade estrutural da matéria.

Molécula é uma reunião de 2 ou mais átomos do mesmo ou de diferentes elementos ligados por pares de elétrons.

Um átomo corresponde a elemento, a molécula corresponde a substância (água H_2O)



Só os gases nobres tem moléculas monoatômicas
26-3-62.

Processos de fracionamentos das misturas heterogêneas e homogêneas.

Processos mecânicos e físicos.

Processos de separação mecânicos das misturas heterogêneas:

- 1) catação, 2) levigação, 3) ventilação
- 4) tamização, 5) flotação, 6) filtração

7) decantação, 8) centrifugação.

Processo de separação física: separação magnética.

Processos físicos de separação de mistura homogênea: 1º destilação, destilação fracionada, cristalização fracionada.

Corpo simples: as moléculas são formadas de átomos do mesmo elemento, resiste os processos físicos e químicos de fracionamento.

Podem ser moléculas monoatômicas: Hélio, Argônio, criptônio, Xenônio, não se combinam com nada.

Poliatômica: H_2, Cl_2, F_2, O_2 .

fósforo = P_4 = 4 átomos

enebabe S_8 = 8 átomos em cada molécula.

Molécula orgânica sempre tem carbono, oxigênio e hidrogênio.

Carbono = C = ∞ átomos

silício = Si = ∞ átomos

Elemento:

27-3-62.

Notação química e nomenclatura. Símbolo e fórmula.

Classificação e fórmulas

Nomenclatura dos corpos simples ou elementos.

Na = natrium = sódio

Classificação: 1) fórmula molecular, 2) mínima, 3) planas e ^{centesimal} espaciais, 4) estruturais ou de constituição, 5) fórmula eletrônica.

1) fórmula molecular: a natureza e o número de átomos que integram a molécula: H_2O, HCl, CO_2 .

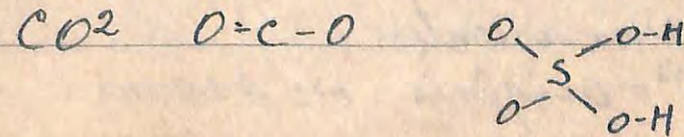
2) Mínima: forma molecular simplificada: $C_6H_{12}O_6 = C_1H_2O_1$
glicose: $C_6H_{12}O_6 = C_1H_2O_1$

Ácido sulfúrico $H_2SO_4 = HSO_4$

3) Centesimal: Carbonato de cálcio
 $[CaCO_3]$ 40% = cálcio, 12% carbono, 48% oxigênio.

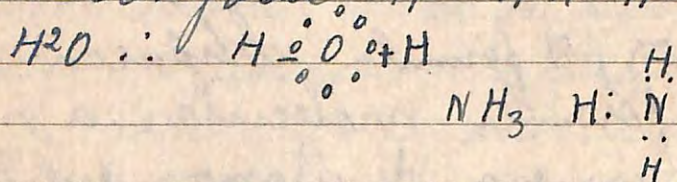
É a que indica a porção centesimal do composto.

4) Estrutural ou de constituição



Indica a estrutura da molécula, a maneira segundo a qual os átomos estão ligados entre si.

5) Fórmula eletrônica: é a que mostra a distribuição dos elétrons da última camada em torno dos átomos que compõem a molécula da substância simples ou composta. $H_2 = H \cdot H = H : H$.



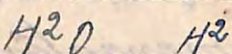
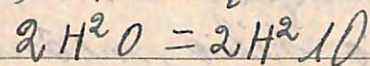
29-3-62.

Alotropia: é um fenômeno em virtude do qual dum mesmo elemento constitui mais de um corpo simples.

O fenômeno alotrópico participa das características conjuntas do fenômeno físico e do fenômeno químico, não alterando a constituição íntima da substância, ele é entretanto permanente.

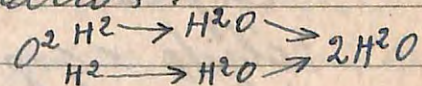
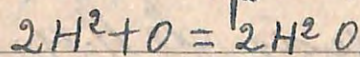
$O^2 =$ oxigênio $O^3 =$ ozona.

Carbono = diamante
Análise: é uma reação química de simplificação molecular.
É também uma reação de desdobramento e de composição e a análise pode ser imediata ou elementar.



Mármora = carbonato de cálcio = $CaCO_3 + n \cdot \text{calorias} = CaCO_2$.

Síntese: é uma reação química de complicação molecular, é fenômeno oposto a análise. Partindo de corpos simples chega-se até a compostos binários ou de compostos binários chega-se a compostos ternários.



Classificação dos elementos químicos.

Distribuição dos elementos químicos na crosta terrestre.

Caracteres diferenciais
entre metal e não metal.

Jon: conceito e estrutura (exemplo)

Cation: conceito e estrutura (exemplo)

Anion: conceito e exemplo.

30-3-62

Classificação dos elemen-
tos (gas argônio, hélio, neônio,
Qui res) criptônio, nitônio (multivalentes)
Micos no) moléculas monoatômicas.
(lres) Possuem em geral na
última camada da
côrca atômica 8 elétrons
característica diferenciais
entre metais e não metais.

Metal em geral.

Moléculas monoatômicas
em estado de vapor.

apresentam-se em estado
sólido com exceção do H₂g.

São eletro-positivos

Bons condutores de calor e
eleticidade, pelo aquecimento
diminuem a condutibilidade
elétrica

Possuem brilho metálico.

Combinando-se com o oxigênio
e posteriormente com a á-
gua produz uma base.

Seus átomos nas combina-
ções em geral perdem elétrons
na última camada da côrca.

Formam sempre Jons positivos
e nunca ions simples negativos.

Não metais

Moléculas em geral poli-
atômicas, apresentam-se nos esta-
dos: sólidos, líquidos e gasosos.

São eletro-negativos,
maus condutores de calor
e de eleticidade com exceção
do carbono, o aquecimento não
prejudica a condutibilidade
elétrica; não possuem brilho
metálico com exceção do iodo.

Combinando-se com o oxigênio
e posteriormente com a água
produz um ácido.

Seus átomos ao combina-
rem se ganham elétrons na
última camada da córea,
formam em geral ions ne-
gativos e nunca ions sim-
ples positivos.

3-4-62.

Introdução do estudo da
estrutura atômica.

- 1) Histórico
- 2) Átomo e molécula
- 3) Teoria de Dalton
- 4) Átomo segundo Rutherford
e Bohr.
- 5) Estrutura do núcleo,
partículas nucleares
- 6) Número atômico
- 7) Número de massa
- 8) Estrutura da córea
- 9) Regra dos Octetos:
 $Cl^2 + H^2 = 2HCl$
 $1 + 1 = 2$
Estrutura do núcleo
atômico.

Lem on exp (Química novo)

O núcleo do átomo em
dimensões: é cerca de 10.000
vezes menor do que a córea.
Nêle estão localizados a
massa e a carga elétrica
positiva.

Ele é constituído das seguintes
partes nucleares:

1) prótons (^{massa} _{carga +}) partículas pesadas
e carregadas positivamente.

nêutrons: partículas de massas
idênticas e sem carga elétrica = 0
além dessas partículas que
são as de importância essen-
cial, existem outras a saber:

Positron, Meson, Nêutrino.

Positron: $\frac{1}{1850}$ da massa do próton

5-4-62

Meson: partículas com massa
cerca de 200 vezes maior
do elétron, existindo mesons
positivo e negativo.

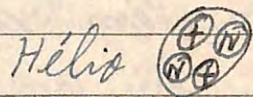
Sua função segundo
Yukawa, é estabilidade
das peças nucleares.

assegurando estabilidade ao núcleo onde estas coexistindo partículas positivas (prótons).

Neutrino: Não possuem carga alguma.

Hélio: partícula α .
nada mais é do que o núcleo do átomo de Hélio.

Possuem 2 neutrões e 2 prótons, tendo carga 2 (prótons) e massa 4 (prótons + neutrões).



Côroa atômica que envolve o núcleo como uma atmosfera elétrica, é também chamada eletrosfera.

A partícula de hidrogênio, elemento de massa atômica 1 e de número atômico 1, até a urânio de número atômico 92 e massa atômica 238.

Existem para cada

um dos 92 elementos, diferentes estruturas da côroa, ela é constituída de um número variável e crescente de elétrons, sempre igual ao número de prótons do núcleo.

Estes elétrons, a partir do núcleo dispõem-se em camadas sucessivas chamadas órbitas quânticas.

6-4-62.

Estas órbitas quânticas são também chamadas de níveis energéticos.

As camadas a partir do núcleo são 7 sucessivas, constituindo órbitas concêntricas circulares ou elípticas.

Entre os autores que melhor estudam a estrutura da côroa citemos: Kossel, Langmuir, Bohr, Rydberg e Lewis.

Estas órbitas são designadas por letras a partir do núcleo:

H. \odot orbita K.

Sódio: número atômico

11

Número máximo de elétrons em cada orbita.

N = número de elétrons nas orbitas.

n = constante

É determinado pela equação de Rydberg.

N = número máximo de elétrons em cada ordem.

n = número inteiro que vai de 1 à ∞

O número de elétrons cresce na proporção citada até a orbita N , decrescendo, geralmente, a partir dela.

$$K = 2 \times 1^2 = 2$$

$$L = 2 \times 2^2 = 8$$

$$M = 2 \times 3^2 = 18$$

$$N = 2 \times 4^2 = 32$$

$$O = 2 \times 3^2 = 18$$

$$P = 2 \times 3^2 = 18$$

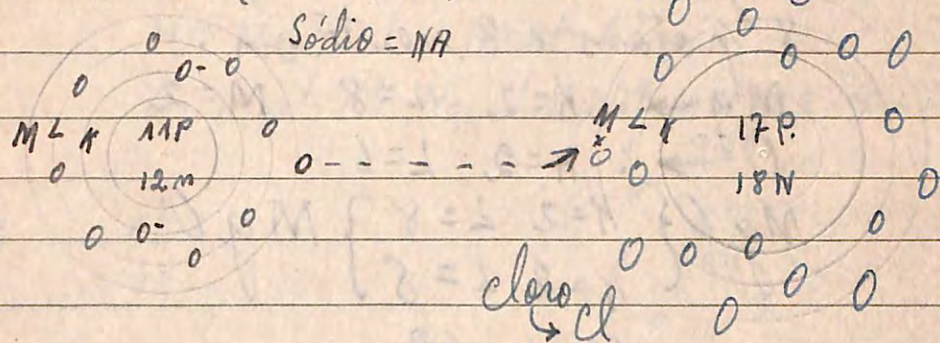
$$Q = 2 \times 2^2 = 8$$

$$N = 2n^2$$

9-4-62.

Sódio = Na { M. at. 23, N° at. = 11

Cloro = Cl { M. at. 35, N° at. = 17



Regra dos Oitos (LEWIS)

Os átomos ao combinarem-se tendem a adquirir na última orbita "orbita de valência" o agrupamento de 8 elétrons, perdendo ou ganhando elétrons ou ainda formando com outros ou outros átomos, pares de elétrons comuns.

Ex.: O Cloro ao combinar com o sódio adquire o elétron que o sódio possui na orbita M e aloja-o no espaço existente (X) para completar 8 elétrons na última orbita do Cloro que possuía 7 elétrons.

Magnésio = Mg: M. atom. 24

nº atômico = 12 $\left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ prótons} \\ 12 \text{ elétrons} \\ \text{neutrons} \end{array} \right.$

Oxigênio = O: m. at. 16, nº atômico 8

8 prótons e 8 neutrons.

Mg \rightarrow : K=2 L=8 M=2

O \rightarrow : K=2 L=6

MgO $\left\{ \begin{array}{l} K=2 \quad L=8 \\ K=2 \quad L=8 \end{array} \right\}$ MgO

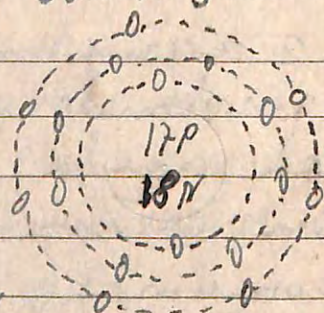
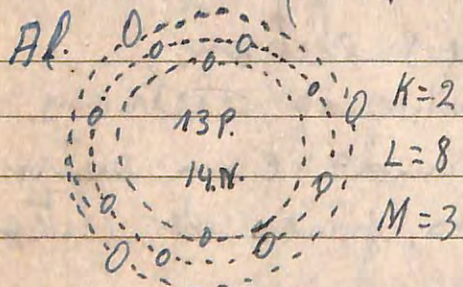
10-4-62.

Alumínio = Al: M. at. = 27 N. at. = 13

(K=2, L=8) elétrons

Cloro = Cl: M. at. = 35 nº at. = 17

(K=2, L=8, M=7) elétrons



Quando o elemento possui na última orbita menos de 4 elétrons tendem a perdê-los, quando possuem mais de 4 elétrons na última orbita tendem a ganhá-los.

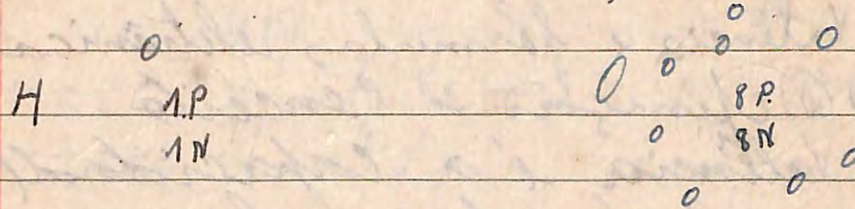
Água: H²O

O = M. at. 16 N. at. 8

H = M. at. 1 N. at. 1

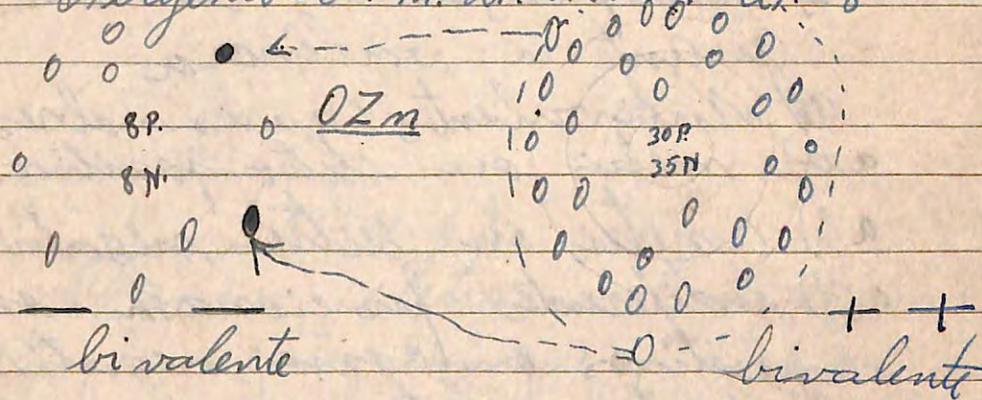
H = M. at. 1 N. at. 1

O = M. at. 16 N. at. 8; H² = M. at. 2 N. at. 2



Zinco = Zn: M. at. 65 N. at. 30

Oxigênio = O: M. at. 16 N. at. 8



12-4-62.

Valência:

- 1) Definição e conceito
- 2) Classificação dos elementos quanto a valência
- 3) valência positiva e valência negativa:

4) Quadro das valências mais comuns dos elementos.

5) Eletrovalência

6) Covalência

7) Variabilidade de valência

8) Valência e fórmulas eletrônicas

1) Definição e conceito

Valência é a capacidade ou poder de combinação dos elementos.

2) Classificação dos elementos quanto a valência

a) multivalentes (gases nobres)

a b) metais ou eletro-positivos

a c) ametais ou eletro-negativos

a d) indiferentes: funcionam como positivos ou como negativos

b) perdem elétrons ao se combinarem.

c) ganham elétrons ao se combinarem.

d) ganham ou perdem elétrons ao se combinarem.

Classificação dos elementos quanto ao número e sinais.

+ = K, Na, Li, Rb, Cs, Ag, Au, (Hg, Cu)
(metais ^{litio} ^{potássio} ^{rubídio} ^{cesário} ^{platina} monovalentes)

++ = Ca, Ba, Sr, Mg, Zn, Hg, Fe, Ni, Mn
(Sm, Pt)

+++ = Fe, Al, Co.

++++ = Sn, Pb.

- Cl, Br, I, F

(ametais monovalentes)

-- O, S, Se, Te.

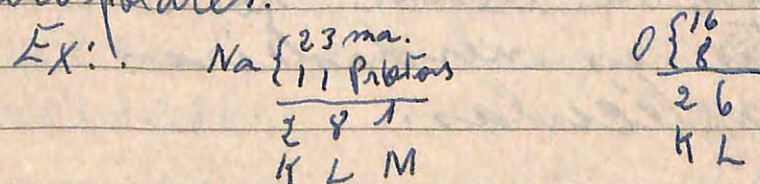
--- P, As, Sb, N, B, C

---- C, Si

13-4-62.

Ocorre a eletrovalência nas combinações em que os átomos perdem ou ganham elétrons na última órbita.

Estes compostos são chamados de iônicos polares ou ainda heteropolares.



Nas combinações por covalência não ocorre a formação de íons, uma vez que os átomos que se combinam não cedem nem recebem elétrons. O estado é obtido com a formação de um ou mais pares de elétrons comuns aos átomos que se combinam.

A formação do par eletrônico contrariando a lei de Coulomb explica-se de acordo com a teoria de Spin devida a Uhlenbeck.

Admitir-êl que os elétrons além da rotação em torno do núcleo, giram em torno de seu próprio eixo em sentido opostos criando assim campo eletro negativo diferente que permitem a formação de par de elétrons que compartilham em comum da formação do estado na última camada

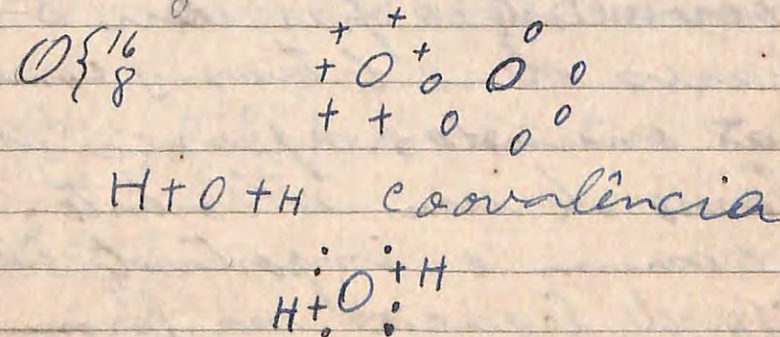
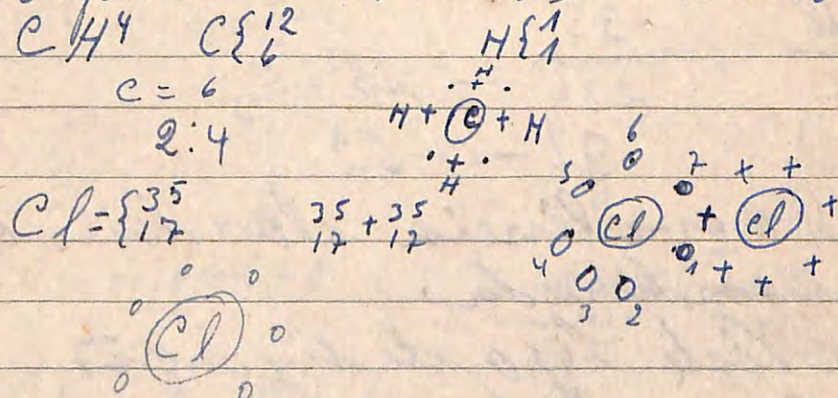
da coroa dos átomos que se combinam.

A covalência explica conform exemplo: a composição das substâncias simples e compostas principalmente dos binários.

A covalência pode ser simples ou coordenada.

Cada átomo coopera com um elétron para a formação do par.

2º caso. Um átomo apenas compartilha com os 2 elétrons



K^+ , Na^+ , Ag^+ , Li^+ , Rb^+ (sempre monovalentes positivos) invariáveis.

Ca^{++} , B^{++} , St^{++} , Ra^{++} = sempre bivalentes $++$ invariáveis

27-4-62.

Isóbaros (isobaria)

Isótopos (isotopia)

Chama-se isotopos o elemento que possuem o mesmo número atômico e massa atômica diferente.

Conseqüentemente tem no núcleo o mesmo número de prótons, diferente número de nêutrons e na cápsula igual número de elétrons.

Tem propriedades químicas iguais sendo inseparáveis por processos químicos.

Isóbaros: são elementos que possuem no núcleo igual soma de prótons

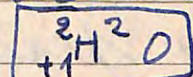
mais nêutrons por isso possuem a mesma massa atômica. Possuem no núcleo diferente número de prótons e de nêutrons.

Também na cápsula possuem diferente número de elétrons.

Tem propriedades químicas diferentes e são separáveis por processos químicos.



água



água pesada

$A\{40$ $Ca\{40 =$ Isótopo = mesmo número atômico

30-4-62.

Número de oxidação

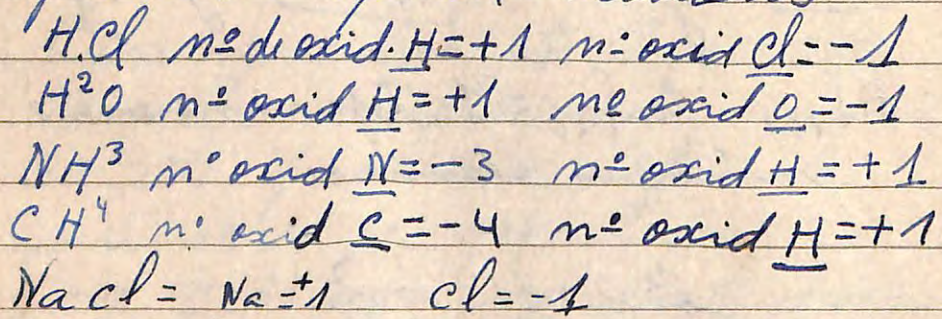
Fórmulas estruturais

Variações de valência

1) Número de oxidações

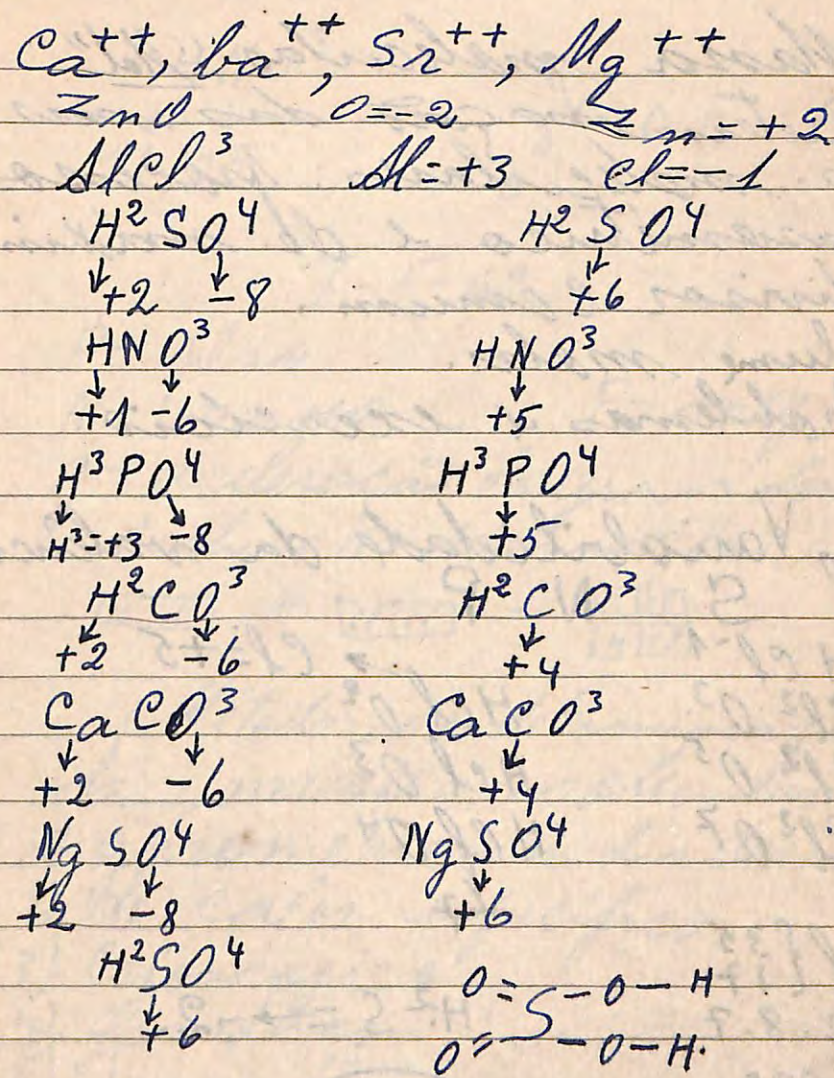
Corresponde modernamente aquilo que se chamava de valência dos elementos.

Sendo assim o número de oxidação de um elemento corresponde ao número de elétrons perdidos, ganhos ou, compartilhados, pelo átomo, ao se combinar com átomos ou átomos de outro elemento. O número de oxidação é negativo quando o átomo recebe elétrons e é positivo quando perde elétrons.



Elementos que tem número invariável
 $\text{H} \pm 1$

$\text{O} \pm 2$ bivalente negativo; n.º de oxidação = -2
 $\text{K}^+, \text{Na}^+, \text{Li}^+, \text{Ag}^+, \text{Rb}^+, \text{Cs}^+$ = todos monovalentes positivos.

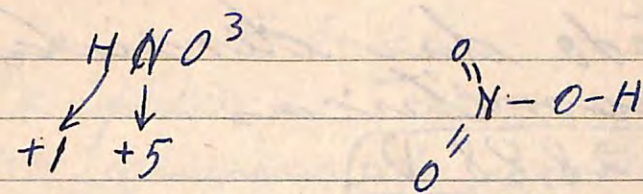
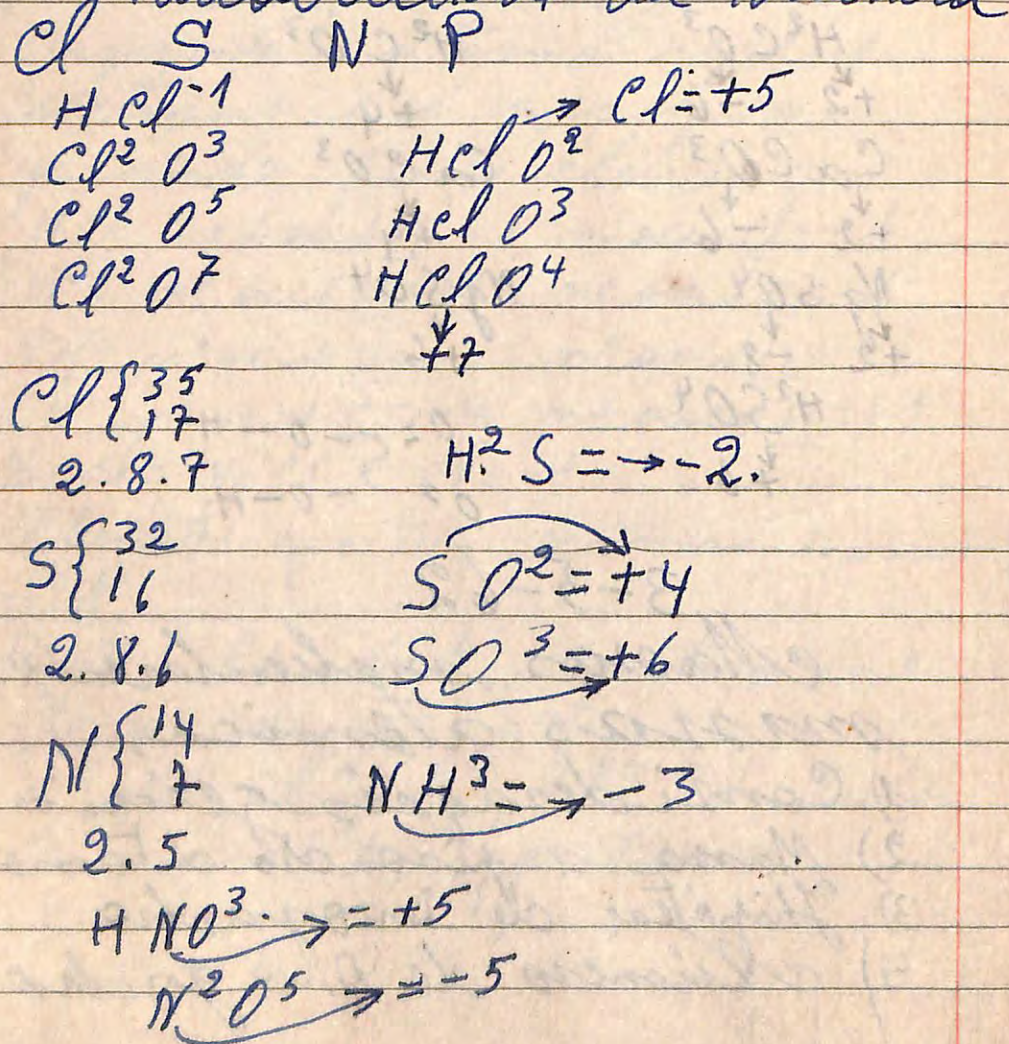


3-5-62.

- Massas moleculares e massas atômicas
 1) Considerações gerais
 2) Massa e peso do átomo.
 3) Hipótese de Avogadro.
 4) Número de Avogadro.

- 5) Massa molecular "Mol"
- 6) Determinação das massas moleculares: processo gasométrico e do máximo divisor comum.
- 7) Volume molar.
- 8) Problemas e exercício.

Variabilidade da valência



7-5-62.

P = peso
M = massa P = m x g.
g = aceleração da gravidade
1 volume H + 1 volume Cl = 2 vol HCl.

$$\boxed{\text{H}|\text{H}} + \boxed{\text{Cl}|\text{Cl}} = \boxed{\begin{array}{c} \text{H}|\text{Cl} \\ \text{H}|\text{Cl} \end{array}}$$

- ### Métodos de determinação da massa molecular:
- 1) gasométrico ou das densidades.
 - 2) do calor específico
 - 3) Crioscópico
 - 4) Osmótico
 - 5) Tonométrico
 - 6) Refratométrico
 - 7) Ebulioscópico
- ### Método de determinação da massa atômica.
- 1º processo: Máximo divisor comum

Método das densidades gasométricas:

$$M = 28,88 \text{ Da}$$

$D_a =$ Densidade do ar

$$P = M n \quad n = \text{número de moléculas}$$

$M =$ Massa molecular.

$$P' = n M'$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{n M}{n M'} = \frac{M}{M'} \quad \frac{P}{P'} = \frac{M}{M'}$$

$\frac{P}{P'}$ = peso de 1 litro de ar

$$\frac{\frac{P}{P'}}{\frac{P'}{P}} = \frac{M}{M'} \quad \frac{P}{P'} = D_a$$

$$\frac{P'}{P} = D'_a \quad H=2 \quad M_1=2$$

$$\boxed{\frac{D_a}{D'_a} = \frac{M}{M'}}$$

$$\frac{D_a}{D'_a} = \frac{M}{2}$$

$$M = \frac{2 D_a}{D'_a} \quad D'_a = \frac{1}{14,44}$$

$$M = \frac{2 D_a}{D'_a} = \frac{2 D_a}{\frac{1}{14,44}} = M = \frac{2 D_a}{\frac{1}{14,44}} =$$

$$= \frac{2 D_a \times 14,44}{1} = 2 D_a \times 14,44 =$$

$$= 28,88 \text{ Da}$$

8-5-62.

$P =$ peso

$n =$ número de moléculas

$p =$ peso de 1 litro de ar

$$P = n M$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{n M}{n M'} = \frac{M}{M'}$$

$$P' = n M'$$

$$\frac{P}{P'} = \frac{M}{M'}$$

$$\frac{\frac{P}{P'}}{\frac{P'}{P}} = \frac{M}{M'} = \frac{P}{P'}$$

$$\boxed{\frac{D_a}{D'_a} = \frac{M}{M'}}$$

$$M' = 2$$

$$\frac{P}{P'} = D_a$$

$$D_a = \frac{1}{14,44}$$

$$\frac{P'}{P} = D'_a$$

$$\frac{P'}{P} = M = \frac{2 D_a}{D'_a}$$

$$M = \frac{2 D_a}{\frac{1}{14,44}} = \frac{2 D_a \times 14,44}{1}$$

$$2 \times 14,44 \times D_a = 28,88 D_a.$$

$$M = 28,88 D_a$$

1) Método de determinação da massa.

2) Método do calor específico devido a Dulong - Petit

3) Método Isomorfismo.

1º) relaciona-se M.D.C.

O₂ - 32 32

O₃ - 48 48 AS⁴ - 300 300

H₂O - 18 16 AS Cl³ - 181,5 75

HNO₃ - 63 48 AS H³ - 78 (75)

CO₂ - 44 32 AS²O³ - 198 - 150

P²O⁵ - 142 80

C²H₅HO - 46 (16)

Determinação das massas atômicas pelo método do máximo comum divisor.

Relaciona-se uma série de substâncias simples, suas variedades alotrópicas, e compostos dos quais participe o elemento. Conhecidas as moléculas grammas e pela análise quantitativa, a composição centesimal, sabe-se num mol, quantas grammas do elemen-

to existem.

O M.C.D. entre os achados indicará a massa atômica do elemento.

Determinação das massas moleculares pelo método gasométrico:
Lei de Avogadro.

10-5-62.

$$V = 22,4$$

$$N = 6,02 \times 10^{23}$$

Calcular o volume ocupado por 15 gms de O em temperatura e pressão normal.

$$\frac{15}{32} = \frac{V}{22,4} \quad V = \frac{15 \times 22,4}{32} = \frac{336}{32} = 10,5$$

Calcular o peso de 20 litros de CO₂ temperatura e pressão normal.

$$C = 12 \quad O = 16$$

22,4 l. pesam 44 grammas.

$$20 l - V \quad V = \frac{20 \times 44}{22,4} = \frac{880}{22,4} = 39,285 g$$

$$22,4 - 44 gm$$

Calcular o peso de 350 litros de CH_4

$$\text{C} = 12 \quad \text{H} = 1$$

$$\text{C} + \text{H}_4 = \text{CH}_4 \\ 12 + 4 = 16$$

$$22,4 - 16$$

$$q = \frac{350 \times 16}{22,4} = \frac{5600}{22,4} = 250 \text{ gm.}$$

$$350 - q$$

Tab. 4 que mol é a molécula grama.

Tab. 4 que 1500 mililitros (1,5 litro) de H_2S pesam 2,2768 gramas.

Qual é o peso molecular.

$$1,5 - 2,2768 \quad q = \frac{22,4 \times 2,2768}{15} = 34$$

$$22,4 - q$$

$$\text{H}_2\text{S} = 2 + 34$$

Quantos moles de CO_2 existem em 112 litros deste gás - T.P.N.

$$22,4 \text{ l} - 1$$

$$q = \frac{112}{22,4} = 5$$

$$112 \text{ l} - q$$

$$n = 5 \text{ moles.}$$

Número de moléculas grama contida em 22,4 l. = $6,02 \times 10^{23}$.

$$\text{O} = 32. \text{ Peso da mol. real} = \frac{32}{6,02 \times 10^{23}}$$

Conhecido o número de Avogadro e dada a massa molecular de uma substância, expressar matematicamente o valor do peso de 1 molécula.

$$P = m \text{ g.} \quad \frac{P}{m \text{ g.}} = \frac{P}{m} \\ P' = m' \text{ g.} \quad \frac{P'}{m' \text{ g.}} = \frac{P'}{m'}$$

$$\text{CO}_2 = 44 \therefore \text{massa molecular de } \text{CO}_2 \text{ é } 44.$$

$$\text{NH}_3 = 17$$

$$\text{H}_2\text{O} = 18$$

$$\text{HCl} = 36,5$$

11-5-62.

Fórmulas percentuais

Composição centesimal

Cálculo da composição centesimal

Determinação das fórmulas moleculares, conhecendo-se a composição centesimal.

$$\text{CaCO}_3 = \begin{array}{l} \text{Ca} = 40 \text{ gm.} \quad 40 \\ \text{C} = 12 \text{ gm.} \quad 12 \\ \text{O} = 16 \text{ gm.} \quad \text{O}_3 = 48 \text{ gm.} \quad 48 \\ \hline \text{Mol} = 100. \end{array}$$

$$\text{Al. cl.}^3 = \begin{array}{l} \text{Al} = 27 \quad 27 \\ \text{Cl}^3 = 106,5 \\ \hline \text{Mol} = 133,5. \end{array}$$