Nelson Young
Matemática

19-3-62

Progressão:

É uma sucessão de números no qual cada número aumentado de um número relativo diferente de zero, chamado razão vai dar o número seguinte.

$\div a_1 . a_2 . a_3 . a_4 . a_5 .... a_{n-3} . a_{n-2} . a_{n-1} . a_n$

$a_1 =$ 1º têrmo

$a_n =$ têrmo geral

$n =$ número de têrmos.

$r =$ razão

$Sn =$ soma do têrmo

1ª propriedade dedução da fórmula para achar o têrmo geral.

$\cancel{a_2} = a_1 + r$ $\qquad a_n = a_1 + r(n-1)$

$\cancel{a_3} = \cancel{a_2} + r$

$\cancel{a_4} = \cancel{a_3} + r$

$\cancel{a_5} = \cancel{a_4} + r$

$-\ -\ -\ -$

$-\ -\ -\ -$

$\cancel{a_{n-2}} = \cancel{a_{n-3}} + r$

$\cancel{a_{n-1}} = \cancel{a_{n-2}} + r$

$a_n = \cancel{a_{n-1}} + r$

20-3-62

Dedução da fórmula do têrmo geral das progressões aritméticas:

$\div a_1 . a_2 . a_3 . a_4 . a_5 \ldots a_{n-3} . a_{n-2} . a_{n-1} . a_n$

que tem n têrmos.

Sabemos pela definição de progressão aritmética que cada têrmo é igual ao que antecede mais a razão, e daí tiramos que:

$a_2 = a_1 + r$
$a_3 = a_2 + r$
$a_4 = a_3 + r$
$= = = = = = = = =$
$a_{n-1} = a_{n-2} + r$
$a_n = a_{n-1} + r$

Como a progressão ora citada que tem n têrmo pelos primeiros membros desta igualdade que começa a_2 e termina em a índice n, conclue-se que existem $n-1$ igualdades e como existe um r em cada igualdade concluem-se que nestas igualdades existem $n-1r$.

Somando membro a membro estas igualdades tem-se:

$a_2 + a_3 + a_4 \ldots + a_{n-1} + a_n = a_1 + a_2 + a_3 \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + r + r + r \ldots + r + r$ ($n-1r$ como parcela).

E considerando que nesta igualdade existem têrmos iguais e que existem também $n-1r$ como parcelas temos:

$\boxed{a_n = a_1 + r(n-1)}$

$a_n = a_1 + r(n-1)$ (fórmula do têrmo geral)

$-a_1 = -a_n + r(n-1)$

$\boxed{a_1 = a_n - r(n-1)}$ 1º têrmo

$a_n = a_1 + r(n-1)$

$\boxed{r = \frac{a_n - a_1}{n-1}}$ razão

$n - 1 = \frac{a_n - a_1}{r}$

$\boxed{n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1}$ número de têrmos

Exercícios:

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 8, a razão é 5. Calcular o 31º têrmo.

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $\quad a_1 = 8$

$a_{31} = 8 + 5(31-1) =$ $\quad r = 5$

$= 8 + 5 \times 30 = 8 + 150 = 158$ $\quad n = 31$

$a_{31} = ?$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 12 e a razão -4. Calcular o 22º têrmo.

$a_n = a_1 + r(n-1) =$ $\quad a_1 = 12$

$a_{22} = 12 + (-4)(22-1) =$ $\quad r = -4$

$= 12 + (-4)(21) = 12 + (-84) =$ $\quad n = 22$

$= -72$ $\quad a_{22} = ?$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é $\frac{1}{2}$ a razão é $\frac{1}{2}$ e o número de têrmo 12. Calcular o 12º têrmo.

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $\quad a_1 = \frac{1}{2}$

$a_{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(12-1) =$ $\quad r = \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2} + \frac{11}{2} = 6$ $\quad n = 12$

$a_{12} = 6$

Numa progressão aritmética o 25º têrmo é 784 e a razão é 6. Calcular o 1º têrmo.

$a_1 = a_n - r(n-1)$ $\quad a_1 = ?$

$a_1 = 784 - 6(25-1) =$ $\quad r = 6$

$= 784 - 6 \times 24 =$ $\quad n = 25$

$= 784 - 144 = 640$ $\quad a_{25} = 784$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 5 e o 7 têrmo é 23. Calcular a razão.

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $\quad a_1 = 5$

$a_7 = 23$

$r = \frac{23-5}{7-1} = \frac{18}{6} = 3$ $\quad n = 7$

$r = 3$ $\quad r = ?$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 4, a razão é 2 o último têrmo 12. Calcular o nº de têrmo.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $\quad a_1 = 4$

$r = 2$

$n = \frac{12-4}{2} + 1 =$ $\quad n = ?$

$= \frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5$ $\quad a_n = 12$

$n = 5$

O 1º têrmo de uma progressão aritmética é 0,5 e a razão é 0,2. Calcular o 15 têrmo.

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $\quad$ $a_1 = 0,5$

$an = 0,5 + 0,2(15-1) =$ $\quad$ $r = 0,2$

$= 0,5 + 0,2\,(14) =$ $\quad$ $n = 15$

$= 0,5 + 2,8 = 3,3$

$a_n = 3,3$

21-3-62.

$a_n = a_1 + r\,(n-1)$

$a_1 = a_n - r\,(n-1)$

$n = \dfrac{a_n - a_1}{r} + 1$

$r = \dfrac{a_n - a_1}{n-1}$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é -8 a razão -4. Calcular o 11º têrmo.

$a_{11} = a_1 + r\,(n-1)$ $\quad$ $a_1 = -8$

$a_{11} = -8 + (-4)(11-1)$ $\quad$ $r = -4$

$a_{11} = -8 + (-40)$ $\quad$ $n = 11$

$a_{11} = -48$

Numa progressão aritmética o 25º têrmo é 74 e a razão -6. Calcular o 1º têrmo.

$a_1 = a_n - r\,(n-1)$ $\quad$ $a_1 = ?$

$a_1 = 74 - (-6)(25-1)$ $\quad$ $r = -6$

$a_1 = 74 - (-6)(24)$ $\quad$ $n = 25$

$a_1 = 74 - (-144) = 74 + 144 = 218$

$a_1 = 218.$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 5, razão 4 e o último têrmo 33. Calcular o número de têrmos. $\quad$ $a_1 = 5$

$n = \dfrac{a_n - a_1}{r} + 1$ $\quad$ $r = 4$

$a_n = 33$

$n = \dfrac{33-5}{4} + 1$

$n = \dfrac{28}{4} + 1$ $\quad$ $n = 7 + 1$ $\quad$ $n = 8.$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 54, a razão -5 e o último têrmo 9. Calcular o número de têrmos.

$n = \dfrac{a_n - a_1}{r} + 1$ $\quad$ $a_1 = 54$

$n = \dfrac{9 - 54}{-5} + 1$ $\quad$ $r = -5$

$a_n = 9$

$n = \dfrac{-45}{-5} + 1$ $\quad$ $n = ?$

$n = 9 + 1$ $\quad$ $n = 10$

Numa progressão aritmética o 1º termo é -2, a razão -4 e o último termo -26. Calcular o número de termos.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $\qquad a_1 = -2$

$n = \frac{-26 - (-2)}{-4} + 1$ $\qquad a_n = -26$

$r = -4$

$n = \frac{-24}{-4} + 1$

$n = 6 + 1 \qquad n = 7$

Numa progressão aritmética o 1º termo é 1 e a razão $\frac{1}{2}$ e o último termo 4. Calcular o número de termos.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $\qquad a_1 = 1$

$n = \frac{4 - 1}{\frac{1}{2}} + 1$ $\qquad r = \frac{1}{2}$

$a_n = 4$

$n = \frac{3}{\frac{1}{2}} + 1 \qquad n = 6 + 1$

$n = 7$

Numa progressão aritmética o 1º termo é 5 e o 7º termo 47. Calcular a razão.

$a_1 = 5$

$r = \frac{a_n - a_1}{n - 1}$ $\qquad a_n = 47$

$r = \frac{47 - 5}{5 - 1} \therefore r = \frac{42}{4} \qquad r = 13.$

Numa progressão aritmética o 1º termo -2 e o 9º termo é -26. Calcular a razão.

$r = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \qquad r = \frac{-26 - (-2)}{n - 1}$ $\qquad a_1 = -2$

$a_9 = -26$

$r = \frac{-24}{8} = -3$ $\qquad n = 9$

$r = -3$ $\qquad r = ?$

Numa progressão aritmética o 1º termo é -10 e o 8º termo +4. Calcular a razão.

$r = \frac{a_n - a_1}{n - 1}$ $\qquad a_1 = -10$

$r = \frac{4 - (-10)}{8 - 1}$ $\qquad a_8 = 4$

$n = 8$

$r = \frac{14}{7} \qquad r = 2$ $\qquad r = ?$

Numa progressão aritmética o 1º termo é 1 e o 6º termo é $3\frac{1}{2}$. Calcular a razão.

$r = \frac{a_n - a_1}{n - 1}$ $\qquad a_1 = 1$

$r = \frac{\frac{7}{2} - 1}{6 - 1} = \frac{\frac{7-2}{2}}{5}$ $\qquad a_6 = 3\frac{1}{2}$

$n = 6$

$r = \frac{5/2}{5} \qquad r = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5}$ $\qquad r = ?$

$r = \frac{1}{2}.$

Interpolação

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$

Interpolar 6 meios aritméticos entre 9 e 44

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_1 = 9$

$r = \frac{44-9}{8-1}$ $a_8 = 44$

$n = 8$

$r = \frac{35}{7} = 5$ $r = 5$ $r = ?$

9. 14. 19. 24. 29. 34. 39. 44

Interpolar 4 meios aritméticos entre 54 e 29.

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_1 = 54$

$r = \frac{29-54}{6-1}$ $r = \frac{-25}{5} = -5$ $a_6 = 29$

$n = 6$

54. 49. 44. 39. 34. 29 $r = ?$

Incerir 5 meios aritméticos entre -10 e +2.

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_1 = -10$

$r = \frac{2-(-10)}{7-1}$ $r = \frac{12}{6}$ $a_7 = 2$

$n = 7$

$r = 2$ $r = ?$

-10. -8. -6. -4. -2. 0. +2.

Incerir 5 meios aritméticos entre -2 e -26.

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_1 = -2$

$r = \frac{-26-(-2)}{7-1} = \frac{-24}{6} = -4$ $a_7 = -26$

$n = 7$

-2. -6. -10. -14. -18. -22. -26 $r = ?$

Interpolar 3 meios aritméticos entre 2 e 4.

$a_1 = 2$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_5 = 4$

$r = \frac{4-2}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $n = 5$

$r = ?$

$2.\ 2\frac{1}{2}.\ 3.\ 3\frac{1}{2}.\ 4$

Interpolar 3 meios aritméticos entre 4 e 2

$a_1 = 4$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_5 = 2$

$n = 5$

$r = \frac{2-4}{5-1} = -\frac{1}{2}$ $r = ?$

$4.\ 3\frac{1}{2}.\ 3.\ 2\frac{1}{2}.\ 2.$

Interpolar 3 meios aritméticos entre 7 e 8

$a_1 = 7$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $a_5 = 8$

$r = \frac{8-7}{5-1} = \frac{1}{4}$ $n = 5$

$r = ?$

$7.\ 7\frac{1}{4}.\ 7\frac{1}{2}.\ 7\frac{3}{4}.\ 8$

Numa progressão aritmética, todos os seus têrmos, exceto os extremos, são média aritmética entre o antecedente e o conseqüente.

$a_{k-1} \quad a_k \quad a_{k+1}$

$a_k - a_{k-1} = r$

$a_{k+1} - a_k = r$

$a_k - a_{k-1} = a_{k+1} - a_k$

$a_k + a_k = a_{k-1} + a_{k+1}$

$2a_k = a_{k-1} + a_{k+1}$

$$\boxed{a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}}$$

23-3-62

O 5º têrmo de uma progressão aritmética é 20 e o 7º têrmo é 26. Calcular 10 têrmos.

$a_6 = \frac{a_5 + a_7}{2} = \frac{20+26}{2} = 23 \qquad a_5 = 20$

$a_7 = 26$

$R = a_6 - a_5 = 23 - 20 = 3$

$a_1 . a_2 . a_3 . a_4 . a_5 . a_6 . a_7 . a_8 . a_9 . a_{10}$

$8 . 11 . 14 . 17 . 20 . 23 . 26 . 29 . 32 . 35$

Numa progressão aritmética a soma de 2 têrmos eqüidistantes dos extremos é igual a soma dos extremos.

$\overbrace{a_1 . a_2 . a_3 . a_4 . a_5 \ldots}^{x \text{ termos}} T \ldots T' \ldots \underbrace{a_{n-4} . a_{n-3} . a_{n-2} . a_{n-1} . a_n}_{x' \text{ têrmos}}$

$T = a_1 + r(x+1)$

$T' = a_n - r(x+1)$

$T + T' = a_1 + a_n$

Numa progressão aritmética com um número de têrmos, o têrmo do meio é média aritmética entre os extremos.

$a_1 . a_2 . a_3 \ldots a_{k-1} . a_k . a_{k+1} \ldots a_{n-2} . a_{n-1} . a_n$

$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$

$a_{k-1} + a_{k+1} = a_1 + a_n$

$$\boxed{a_k = \frac{a_1 + a_n}{2}}$$

Dedução da fórmula da soma das progressões aritméticas.

$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \ldots \; a_{n-2} \cdot a_{n-1} \cdot a_n$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \ldots + a_3 + a_2 + a_1$

$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) + \ldots + (a_{n-2} + a_3) + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1)$

$2S_n = (a_1 + a_n)\, n$

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}}$$

Calcular a soma dos primeiros 200 números naturais.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1 = \frac{200 - 1}{1} + 1 =$

$= 199 + 1 = 200$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} = \frac{(1 + 200)\, 200}{2} =$

$= \frac{201 \times 200}{2} = 20100$

$a_1 = 1$

$a_n = 200$

$r = 1$

$n = ?$

$n = 200$

26-3-62.

$a_n = a_1 + r(n-1)$

$a_1 = a_n - r(n-1)$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$

Calcular a soma de todos os números naturais pares até 300.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1 = \frac{300 - 2}{2} + 1 = \frac{298}{2} + 1 =$

$= 149 + 1 = 150$

$a_1 = 2$

$r = 2$

$a_n = 300$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2}$

$S_n = \frac{(2 + 300)\, 150}{2} = \frac{302 \times \overset{75}{\cancel{150}}}{\cancel{2}} = 22650$

Calcular a soma de todos os números naturais impares até 500

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + r \quad n = \frac{499 - 1}{2} + 1$

$n = \frac{\overset{249}{\cancel{498}}}{\cancel{2}} + 1 \quad n = 250$

$a_1 = 1$

$r = 2$

$a_n = 499$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \quad S_n = \frac{(1 + 499)\, \overset{125}{\cancel{250}}}{\cancel{2}}$

$S_n = 500 \times 125 = 62500 \quad S_n = 62.500$

Calcular a soma de todos os multiplos de 7 até 400

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1 \quad n = \frac{399 - 7}{7} + 1$

$n = \frac{392}{7} + 1 \quad n = 56 + 1 = 57$

$n = 57$

$a_1 = 7$

$r = 7$

$a_n = 399.$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)\, n}{2} \quad S_n = \frac{(7 + 399)\, 57}{2}$

$S_n = \frac{\overset{203}{\cancel{406}} \times 57}{\cancel{2}} = 11.571.$

Calcular a soma de todos os múltiplos de 13 situados entre 1 e 600.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $n = \frac{598 - 13}{13} + 1$ $a_1 = 13$

$r = 13$

$n = \frac{585}{13} + 1$ $n = 45 + 1 = 46$ $a_n = 598$

$n = 46$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$ $S_n = \frac{(13 + 598) 46}{2}$

$S_n = \frac{611 \times \overset{23}{\cancel{46}}}{\cancel{2}} = 611 \times 23 = 14.053$

$S_n = 14.053$

Calcular a soma de todos os múltiplos de 11 situados entre 100 e 300.

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $n = \frac{297 - 110}{11} + 1$ $a_1 = 110$

$r = 11$

$n = \frac{\overset{17}{\cancel{187}}}{\cancel{11}} + 1$ $n = 17 + 1$

$a_n = 297$

$n = 18$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$ $S_n = \frac{(110 + 297) \overset{9}{\cancel{18}}}{\cancel{2}}$

$S_n = \frac{407 \times \overset{9}{\cancel{18}}}{\cancel{2}}$ $S_n = 407 \times 9$

$S_n = 3.663$

27-3-62.

$a_n = a_1 + r(n-1)$

$a_1 = a_n - r(n-1)$

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1} + 1$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$

Calcular a soma de todos os múltiplos de 9 situados entre 200 e 600.

$a_1 = 207$

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$ $n = \frac{594 - 207}{9} + 1$ $r = 9$

$n = \frac{387}{9} + 1$ $n = 43 + 1$ $n = 44$ $a_n = 594$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$ $S_n = \frac{(207 + 594) 44}{2}$

$S_n = \frac{801 \times \overset{22}{\cancel{44}}}{\cancel{2}}$ $S_n = 801 \times 22 = 17.622$

$\boxed{S_n = 17.622}$

$\div a_1 \ldots a_2 \ldots a_3 \ldots\ldots a_{n-2} \ldots a_{n-1} \ldots a_n$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$S_n = a_{n-2} + a_{n-1} + a_n + \ldots + a_1 + a_2 + a_3$

$2S_n = a_1 + a_{n-2}$

Calcular a soma dos 9 têrmos da seguinte progressão

$\div 20 .. 15 .. 10 ....$

$a_n = \cancel{a_1 +} r(n-1)$ $a_1 = 20$

$a_n = 20 + (-5)(9-1)$ $r = -5$

$a_n = 20 + (-5)(8)$ $n = 9$

$a_n = 20 + (-40)$ $a_n = ?$

$a_n = 20 - 40 = -20$ $a_n = -20$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $S_n = \frac{(20 + (-20))n}{2}$

$S_n = \frac{20 - 20)9}{2} = \frac{0}{2} = 0$

20. 15. 10. 5. 0

-20 -15 -10 -5 0

0 0 0 0 0

Calcular a soma dos 20 primeiros têrmos da seguinte progressão.

$\div -10 .. -6 - 2 ...$ $a_1 = -10$

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $r = 4$

$a_n = -10 + 4(20-1)$ $n = 20$

$a_n = -10 + 76$ $a_n = ?$

$a_n = 66$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{n}$ $S_n = \frac{(-10 + 66)\cancel{20}^{10}}{\cancel{2}}$

$S_n = 56 \times 10 = 560$

$S_n = 560$

28-3-62.

A soma dos têrmos de uma progressão aritmética limitada é 105 e a soma do 1º e do último têrmo é 30. Achar o número de têrmos.

$S_n = 105$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $a_1 + a_n = 30$

$105 = \frac{30n}{2}$

$105 = 15n$

$n = \frac{105}{15} = 7$ $\boxed{n = 7}$

A soma dos têrmos de uma progressão aritmética de 7 têrmos é 77. O último têrmo é 10 vêzes o primeiro. Escrever a progressão.

$S_n = \frac{(a_1 + a_7)n}{2}$ $S_7 = 77$

$n = 7$

$77 = \frac{(a_1 + 10a_1)7}{2}$ $a_7 = 10a_1$

$154 = (a_1 + 10a_1)7$

$154 = 77a_1$

$a_1 = \frac{154}{77} = 2$ $\boxed{a_1 = 2}$

$a_7 = 2 \times 10$ $a_7 = 20$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $r = \frac{20-2}{7-1} \therefore r = \frac{18}{6} = 3$ $\boxed{r = 3}$

2. 5. 8. 11. 14. 17. 20

Achar a soma dos 10 primeiros têrmos da progressão aritmética $3 . 5\frac{2}{3} \ldots\ldots$

$R = 5\frac{2}{3} - 3 \quad \frac{17 - 9}{3} = \frac{8}{3}$ $\qquad R = 5\frac{2}{3} - 3$

$n = 10$

$a_n = a_1 + r(n-1) \qquad a_1 = 3$

$a_{10} = 3 + \frac{8}{3}(10-1) \qquad R = ?$

$a_{10} = 3 + \frac{8}{\cancel{3}} \times \cancel{9}^3 \qquad a_n = 3 + 24$

$a_n = 27$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_{10} = \frac{(3+27)10}{2} \qquad S_{10} = \frac{30 \times \cancel{10}^5}{\cancel{2}} = 150$

$S_{10} = 150$

$a_1 . a_2 . a_3 \ldots\ldots a_{10} \ldots a_{100}$

$a_2 = a_1 + r$

$a_3 = a_2 + r$

$a_4 = a_3 + r$

$a_{10} = a_9 + r$

$a_{100} = a_{99} + r$

O terceiro têrmo de uma progressão aritmética é 10 e o 8º têrmo 40.

Achar a razão $\qquad a_3 = 10$

$a_8 = 40$

$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2r \\ a_8 = a_1 + 7r \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + 2r = 10 \\ a_1 + 7r = 40 \end{cases}$

$$\begin{array}{r} a_1 + 7r = 40 \\ -a_1 - 2r = -10 \\ \hline +5r = 30 \end{array}$$

$r = \frac{30}{5} = 6 \qquad \boxed{r = 6}$

$a_1 + 2r = 10$

$a_1 + 2 \times 6 = 10$

$a_1 = 10 - 12 = -2 \qquad a_1 = -2$

A soma dos 3 primeiros têrmos de uma progressão aritmética é 30 e o 1º têrmo é 5.

Achar o último dêles.

$S_n = 30 \qquad S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(5 + a_n)3}{2}$

$a_1 = 5$

$n = 3 \qquad 60 = \cancel{45 + 3}\, a_n$

$a_n = \frac{60 - 15}{3} = \frac{45}{3} = 15$

$\boxed{a_n = 15}$

Numa progressão aritmética, a soma do 3º termo com o 7º termo é 58 e a soma do 4º termo com o 9º termo é 76. Calcular esta progressão que tem 10 termos.

$$\begin{cases} a_3+a_7=58 \\ a_4+a_9=76 \end{cases} \qquad \begin{aligned} a_4+a_9 &= 76 \\ -a_3-a_7 &= -58 \\ \hline a_1+a_2 &= 18 \end{aligned}$$

$a_1+a_2=18$

$a_3=18$ lugar $\quad a=\frac{18}{3}=6 \quad \boxed{a=6}$

$$\begin{cases} a_3+a_7=58 \\ a_4+a_9=76 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3=a_1+2r \\ a_4=a_1+3r \\ a_9=a_1+8r \\ a_7=a_1+6r \end{cases} \qquad \begin{cases} a_1+2r+a_1+6r=58 \\ a_1+3r+a_1+8r=76 \end{cases}$$

$2a_1+8r=58$

$2a_1+11r=76$

$$\begin{aligned} 2a_1+11r &= 76 \\ -2a_1-8r &= -58 \\ \hline +3r &= 18 \end{aligned}$$

$3r=18 \quad . \quad r=\frac{18}{3} \quad \boxed{r=6}$

$2a_1+8r=58$

$2a_1+48=58$

$2a_1=58-48 \quad 2a_1=10$

$a_1=\frac{10}{2} \quad a_1=5$

5. 11. 17. 23. 29. 35. 41. 47. 53. 59.

Numa progressão aritmética o 1º termo é 3 e o último termo é 33, sendo que a razão é igual ao número de termos.
Calcular o número de termos.

$a_n=a_1+r(n-1) \qquad a_n=33$

$33=3+n(n-1) \qquad a_1=3$

$33=3+n^2-n \qquad n=r$

$-n^2+n-3+33=0 \quad (-1)$

n^2-n-30

$n^2-n-30=0$

$\varphi=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \qquad \varphi=\frac{1\pm\sqrt{1+4\times30}}{2}$

$\varphi=\frac{1\pm\sqrt{121}}{2}$

$\varphi=\frac{1\pm11}{2} \qquad \varphi'=\frac{1+11}{2}=6 \quad \varphi'=6$

$\varphi''=\frac{1-11}{2}=-5 \quad \varphi''=-5$

$\boxed{\varphi'=6} \qquad \boxed{\varphi''=-5}$

Numa progressão aritmética a soma do segundo termo com o 5º termo é 48 e a diferença entre o 8º termo e 3º termo é 20. Calcular a soma dos 15 primeiros termos desta progressão.

$\begin{cases} a_2 + a_5 = 48 \\ a_8 - a_3 = 20 \end{cases}$
$S_n = ?$

$\begin{cases} a_2 = a_1 + r \\ a_5 = a_1 + 4r \\ a_8 = a_1 + 7r \\ a_3 = a_1 + 2r \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + r + a_1 + 4r = 48 \\ a_1 + 7r - (a_1 + 2r) = 20 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a_1 + 5r = 48 \\ 5r = 20 \end{cases}$

$5r = 20 \therefore r = \frac{20}{5} = 4$ $\boxed{r = 4}$

$2a_1 + 5r = 48$
$2a_1 + 20 = 48$
$2a_1 = 48 - 20$
$a_1 = \frac{28}{2}$ $a_1 = 14$
$a_n = a_1 + r(n-1)$
$a_n = 14 + 4(15-1)$
$a_n = 14 + 56$
$a_n = 70$
$S_n = \frac{(a_n + a_1)n}{2}$
$S_n = \frac{(14+70)15}{2}$ $S_n = \frac{\overset{42}{\cancel{84}} \times 15}{\cancel{2}} = 720$

$S_n = 720$

30-3-62.

Numa progressão aritmética, o 1º têrmo, a razão e o nº de têrmos são iguais e o último têrmo é 25.
Calcular a soma dos têrmos.

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $a_1 = r = n = 5$
$25 = n + n(n-1)$ $r = 5$
$25 = n + n^2 - n$ $a_n = 25$
$25 = n2$ $n^2 = 25$ $n = 5$
$n = \pm\sqrt{25}$ $n' = +5$ $\cancel{n'' = -5}$
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $S_5 = \frac{(5+25)5}{2} = \frac{30 \times 5}{2}$
$S_5 = 15 \times 5 = 75$ $S_n = 75.$

Numa progressão aritmética o 1º têrmo é 4, o último têrmo 60 e a razão é igual ao número de têrmos.
Calcular a soma dos têrmos.

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $a_1 = 4$
$60 = 4 + n(n-1)$ $a_n = 60$
$60 = 4 + n^2 - n$ $r = n$
$-n^2 + n + 56 = 0$ (-1)

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1+224}}{2}$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{225}}{2}$$

$$n = \frac{1 \pm 15}{2} \qquad n' = \frac{1+15}{2} = \frac{16}{2} \quad n' = 8$$

$$\cancel{n'' = \frac{1-15}{2} = \frac{-14}{2} \quad n'' = -7}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_8 = \frac{(4+60)\cancel{8}\,4}{\cancel{2}} \qquad S_8 = 64 \times 4$$

$$S_8 = 256$$

Numa progressão aritmética a soma do 4º têrmo e com o 8º têrmo é 46 e a soma do 3º têrmo com o 7º têrmo é 38.
Calcular a soma dos 20 primeiros têrmos desta progressão.

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3r \\ a_8 = a_1 + 7r \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2r \\ a_7 = a_1 + 6r \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 3r + a_1 + 7r = 46 \\ a_1 + 2r + a_1 + 6r = 38 \end{cases} \qquad \begin{aligned} a_4 + a_8 &= 46 \\ a_3 + a_7 &= 38 \\ a_{20} &= ? \\ r &= 4 \\ a_1 &= 3 \end{aligned}$$

$$2a_1 + 10r = 46$$

$$2a_1 + 8r = 38 \ (-1)$$

$$\begin{aligned} 2a_1 + 10r &= 46 \\ -2a_1 - 8r &= -38 \\ \hline 2r &= 8 \end{aligned}$$

$$2r = 8 \qquad r = \frac{8}{2} \qquad \boxed{r = 4}$$

$$2a_1 + 10 \cdot 4 = 46$$

$$2a_1 = 46 - 40 = 6 \qquad 2a_1 = 6$$

$$a_1 = \frac{6}{2} = 3 \qquad a_1 = 3$$

$$a_{20} = a_1 + 19r \qquad a_{20} = 3 + 19 \times 4$$

$$a_{20} = 3 + 76 \qquad a_{20} = 79$$

2-4-62.

Limites da soma dos têrmos das progressões aritmética

$$\div\, 2.5.8.11.14 \ldots\ldots\ldots +\infty$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \qquad S_n = \frac{(2+\infty)\infty}{2} = \frac{\infty}{2} = +\infty \qquad \begin{aligned} a_1 &= 2 \\ n &= \infty \\ a_\infty &= \infty \\ r &= 3 \end{aligned}$$

$$\div\, -2.-6.-10.-14 \ldots\ldots -\infty$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$S_\infty = \frac{(-2-\infty)\infty}{2} = \frac{-\infty \times \infty}{2} = \frac{-\infty}{2} = -\infty \qquad \begin{aligned} a_1 &= -2 \\ n &= \infty \\ a_\infty &= \infty \\ r &= -4 \end{aligned}$$

Progressões geométricas

$\div\div 2:6:18:54:162:$

$R > +1$ = crescente

$+1 > R > 0$ = decrescente

$\boxed{+1, 0, -1}$ não há progressão

Dedução da fórmula do têrmo geral das progressões geométricas

$\div\div a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : \ldots a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$

a_1 = 1º têrmo

a_n = têrmo geral ou último têrmo

n = número de têrmos

q = razão

P_n = produtos dos têrmos

S_n = soma dos têrmos

Dedução da fórmula do têrmo geral das progressões geométricas

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= a_1 \times q \\ a_3 &= a_2 \cdot q \\ a_4 &= a_3 \; q \\ a_5 &= a_4 \; q \\ &- - - - - - \\ a_{n-1} &= a_{n-2} \cdot q \\ a_n &= a_{n-1} \; q \end{aligned}\right\} n-1 \text{ igualdades}$$

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ (têrmo geral

$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$ (1º têrmo)

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1}$ (número de têrmos)

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ (razão)

3-4-62.

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 5 e a razão 2. Calcular o 8º têrmo.

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_8 = 5 \cdot 2^{8-1}$

$a_8 = 5 \cdot 2^7$

$a_8 = 5 \times 128 = 640$ $\boxed{a_8 = 640}$

Numa progressão geométrica o 6º têrmo é 972 e a razão 3. Calcular o 1º têrmo.

$q = 3$

$a_n = 972$

$n = 6$

$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$

$a_1 = \frac{972}{3^{6-1}}$ $a_1 = \frac{972}{3^5}$

$a_1 = \frac{972}{243}$ $\boxed{a_1 = 4}$

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1}$

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 1 e o 6º têrmo é 1024. Calcular a razão.

$a_1 = 1$

$a_6 = 1024$

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1}$

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ $\quad$ $q = \sqrt[6-1]{\frac{1024}{1}}$

$q = \sqrt[5]{1024}$

$q = \sqrt[5]{2^{10}}$

$q = 2^2$ $\quad$ $\boxed{q = 4}$

Numa progressão geométrica, o 1º têrmo é 3, a razão 4 e o último têrmo 3072. Calcular o nº de têrmos

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_n}$ $\quad$ $\cancel{q = \sqrt[n]{}}$

$a_1 = 3$

$q = 4$

$a_n = 3072$

$4^{n-1} = \frac{3072}{3}$ $\quad$ $4^{n-1} = 1024$

$4^{n-1} = 4^5$

$n-1 = 5$ $\quad$ $n = 5+1$ $\quad$ $\boxed{n = 6}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 3, a razão é 2 e o último têrmo 768. Calcular o número de têrmos.

$a_1 = 3$

$q = 2$

$a_n = 768$

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1} \therefore 2^{n-1} = \frac{768}{3}$

$2^{n-1} = 256$

$2^{n-1} = 2^8$

$n-1 = 8$

$n = 8+1$ $\quad$ $\boxed{n = 9}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 1536 e a razão 1/2. Calcular o 10º têrmo.

$a_1 = 1536$

$q = 1/2$

$n = 10$

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_n = 1536 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1}$

$a_n = 1536 \times \left(\frac{1}{2}\right)^9$

$a_n = 1536 \cdot \frac{1}{512}$ $\quad$ $\frac{1536 \times 1}{512} = 3$

$\boxed{a_n = 3}$

4-4-62.

Numa progressão geométrica o 6º têrmo é 25 e a razão ½. Calcular o 1º têrmo.

$a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$

$q = 1/2$

$a_6 = 25$

$n = 6$

$a_1 = \frac{25}{\left(\frac{1}{2}\right)^{6-1}}$ $a_1 = \frac{25}{\left(\frac{1}{2}\right)^5}$

$a_1 = \frac{25}{1/32}$ $a_1 = \frac{25 \times 32}{1} = 800$

$\boxed{a_1 = 800}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 2 e o 7º 8 192. Calcular a razão.

$a_1 = 2$

$a_7 = 8.192$

$n = 7$

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$

$q = \sqrt[7-1]{\frac{8192}{2}}$

$q = \sqrt[6]{\frac{8192}{2}}$ $q = \sqrt[6]{4096}$

$q = \sqrt[6]{2^{12}}$ $q = 2^2$

$\boxed{q = 4}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 5, a razão é 3 e o ultimo têrmo 3645. Calcular o número de têrmos

$a_1 = 5$

$q = 3$

$a_n = 3645$

$n = ?$

$q^{n-1} = \frac{a_n}{a_1} \therefore 3^{n-1} = \frac{3645}{5}$

$3^{n-1} = 729$

$3^{n-1} = 3^6$

$n-1 = 6$

$n = 6+1$ $\boxed{n = 7}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 4374 e o 8º têrmo é 2. Calcular a razão.

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ $q = \sqrt[8-1]{\frac{2}{4374}}$ $q = \sqrt[7]{\frac{1}{2187}}$

$q = \sqrt[7]{\frac{1}{3^7}}$ $q = 1/3$

Interpolar 4 meios geométricos entre 3 e 96

$a_1 = 3$

$a_n = 96$

$n = 6$

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ $q = \sqrt[6-1]{\frac{96}{3}}$

$q = \sqrt[5]{32}$ $q = \sqrt[5]{2^5}$

$\boxed{q = 2}$

$\div\!\div 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96.$

Interpolar 8 meios geométricos entre 1024 e 2.

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ $a_1 = 1024$

$q = \sqrt[10-1]{\frac{2}{1024}}$ $q = \sqrt[9]{\frac{1}{512}}$ $a_n = 2$

$n = 10$

$q = \sqrt[9]{\frac{1}{2^9}}$ $q = \frac{1}{2}$

$1024 : 512 : 256 : 128 : 64 : 32 : 16 : 8 : 4 : 2$

Interpolar 3 meios geométricos entre $\frac{1}{25}$ e 25

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ $q = \sqrt[5-1]{\frac{25}{\frac{1}{25}}}$ $a_1 = \frac{1}{25}$

$a_n = 25$

$n = 5$

$q = \sqrt[4]{\frac{25}{\frac{1}{25}}}$ $q = \sqrt[4]{625}$

$q = \sqrt[4]{5^4}$ $q = 5$

$\frac{1}{25} : \frac{1}{5} : 1 : 5 : 25$

Incerir 7 meios geométricos entre 16 e $\frac{1}{16}$. $a_1 = 16$

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$ ∴ $q = \sqrt[9-1]{\frac{1/16}{16}}$ $a_n = \frac{1}{16}$

$n = 9$

$q = \sqrt[8]{\frac{1}{256}}$ $q = \sqrt[8]{\frac{1}{2^8}}$ $q = \frac{1}{2}$

$16 : 8 : 4 : 2 : 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{1}{8} : \frac{1}{16}$.

Interpolar 3 meios geométricos entre 4^0 e 4^{12} $a_1 = 4^0$

$n = 5$

$a_n = 4^{12}$.

$q = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$

$q = \sqrt[5-1]{\frac{4^{12}}{4^0}}$

$q = \sqrt[4]{4^{12}}$ $q = 4^3$

$4^0 : 4^3 : 4^6 : 4^9 : 4^{12}$

Propriedades:

1º) Numa progressão geométrica, todos os seus têrmos excepto os extremos são média geométrica entre o antecedente e conseqüente.

$a_{k-1} : a_k : a_{k+1}$ $\frac{a_k}{a_{k-1}} = q$ $\frac{a_{k+1}}{a_k} = q$

$\frac{a_k}{a_{k-1}} = \frac{a_{k+1}}{a_k}$ $a_k \times a_k = a_{k-1} \times a_{k+1}$

$a_k^2 = a_{k-1} \times a_{k+1}$

$\boxed{a_k = \sqrt{a_{k-1} \times a_{k+1}}}$

2º) Numa progressão geométrica o produto de 2 têrmos equidistantes dos extremos é igual ao produto dos extremos.

$$\underbrace{\div a_1 : a_2 : a_3 : a_4}_{4\ \text{têrmos}} \ldots T \ldots T' \ldots \underbrace{a_{n-3} : a_{n-2} : a_{n-1} : a_n}_{4\ \text{têrmos}}$$

$a_n = a_1 \times q^{n-1}$ $a_1 = \frac{a_n}{q^{n-1}}$

$a_1 = a_n \div q^{n-1}$

$T = a_1 \times q^{n-1}$

$T' = a_n \div q^{n-1}$

$T \times T' = a_1 \times a_n$

3) Numa progressão geométrica com um número impar de têrmos, o têrmo médio é média geométrica entre os extremos.

$\div a_1 : a_2 : a_3 : \ldots a_{k-1} : a_k : a_{k+1} \ldots a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$

$a_k = \sqrt{a_{k-1} \times a_{k+1}}$ (1ª propriedade)

$a_{k-1} \times a_{k+1} = a_1 \times a_n$ (2ª propriedade)

$a_k = \sqrt{a_1 \times a_n}$

6-4-62.

Dedução da fórmula do produto dos têrmos das progressões geométricas

$\div a_1 : a_2 : a_3 \ldots a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$.

$P_n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \ldots \times a_{n-2} \times a_{n-1} \times a_n$

$P_n = a_n \times a_{n-1} \times a_{n-2} \times \ldots \times a_3 \times a_2 \times a_1$

$P_n^2 = (a_n \times a_1)(a_{n-1} \times a_2)(a_{n-2} \times a_3) \times (a_{n-2} \times a_3)(a_{n-1} \times a_2)(a_n \times a_1)$

$P_n^2 = (a_1 \times a_n)^n$ $P_n = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n}$

Numa progressão geométrica o 1º têrmo é 2 e o 6º têrmo é 486. Calcular o produto dos têrmos desta progressão.

$a_1 = 2$

$a_n = 486$

$n = 6$

$P_n = ?$

$P_n = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n}$

$P_6 = \sqrt{(2 \times 486)^6}$

$P_6 = \sqrt{(972)^6}$

$P_6 = 972^3$

9-4-62.

Dedução da fórmula da soma dos têrmos das progressões geométricas

$\div a_1 : a_2 : a_3 : \ldots a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$. (I)

$S_n q = a_1 q : a_2 q : a_3 q : \ldots a_{n-2} q : a_{n-1} q : a_n q$ (II)

$-S_n = \div a_1 : a_2 : a_3 : \ldots a_{n-2} : a_{n-1} : a_n$ (I)

$S_n q - S_n = a_n q - a_1$

$\boxed{S_n = \frac{a_n q - a_1}{}}$ quando for crescente

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$ (I)

$-S_n q = -a_1 q - a_2 q - a_3 q - \dots - a_{n-2} q - a_{n-1} q - a_n q$ (II)

$S_n - S_n q = a_1 - a_n q$

$S_n (1-q) = a_1 - a_n q$

$\boxed{S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}}$ quando for decrescente

Calcular a soma dos 6 primeiros têrmos da seguinte progressão geométrica.

∵ 2 : 6 : 18 : ......

$a_1 = 2$

$q = 3$

$n = 6$

$S_n = ?$

$a_n = a_1 \times q^{n-1}$

$a_n = 2 \times 3^5$

$a_n = 2 \times 243$

$a_n = 486$

$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1}$ $S_n = \frac{486 \times 3 - 2}{3-1} =$

$= \frac{486 \times 3 - 2}{2} = \frac{1458 - 2}{2} = \frac{1456}{2} = 728$

$S_n = 728$

Calcular a soma de 7 têrmos da seguinte progressão geométrica:

∵ 4096 : 1024 : 256 : ....

$a_n = a_1 q^{n-1}$

$a_1 = 4096$

$n = 7$

$q = \frac{1024}{4096}$

$q = \frac{1}{4}$

$a_n = 4096 \times \frac{1}{4}^{7-1}$

$a_n = 4096 \times \frac{1}{4096} = 1$

$a_n = 1$

$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$

$S_n = \frac{4096 - 1 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}}$ $S_n = \frac{\frac{16383}{4}}{\frac{3}{4}}$

$S_n = \frac{16383}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{16383}{3} = 5461$

$S_n = 5461.$

10-4-62.

O 1º têrmo de uma progressão geométrica é 3 e a razão é 5. Calcular o produto e a sua soma dos têrmos desta razão, sabendo-se que ela tem 6 têrmos.

$a_1 = 3$

$q = 5$

$a_n = ?$

$n = 6$

$a_n = a_1 . q^{n-1}$

$a_6 = 3.5^{6-1}$

$a_6 = 3.5^5$

$a_6 = 3.125 \times 3$

$a_6 = 9375.$

$(a_n = 9375)$

$P_n = \sqrt{(a_1 . a_n)^n}$

$P_n = \sqrt{(3 . 9375)^6}$

$P_n = \sqrt{28475^6}$

$P_6 = \sqrt{28475^6}$

$P_6 = 28475^3$

$S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q - 1}$

$S_n = 9475$

$P_n = \sqrt{(a_1 . a_n)^n}$

$P_n = \sqrt{(9375 . 3)^6}$

$P_n = \sqrt{(28.125)^6}$

$P_n = 28125^3$

$S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q - 1}$

$S_n = \dfrac{9375 . \times 5 - 3}{5 - 1}$

$S_n = \dfrac{46875 - 3}{4}$

$S_n = \dfrac{46872}{4} = 11718$

$\boxed{S_n = 11718}$

O 1º têrmo de uma progressão geométrica é 4 e o 5º têrmo é 1/4. Calcular o produto e a soma dos têrmos.

$q = \sqrt[n-1]{\dfrac{a_n}{a_1}}$

$q = \sqrt[5-1]{\dfrac{1/4}{4}}$

$q = \sqrt[4]{\dfrac{1}{16}}$

$q = \sqrt[4]{\dfrac{1}{2^4}}$ $\quad q = \dfrac{1}{2}$

$a_1 = 4$

$q = ?$

$a_5 = 1/4$

$n = 5$

$q = 1/2$

$P_n = \sqrt{(a_1 \times a_n)^n}$

$P_5 = \sqrt{\left(4 \times \frac{1}{4}\right)^5}$

$P_5 = \sqrt{1}$ $\quad P_5 = 1$

$S_n = \dfrac{a_1 - a_n q}{1 - q}$

$S_n = \dfrac{4 - 1/4 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}}$

$S_5 = \dfrac{4 - 1/8}{\frac{1}{2}}$ $\quad S_n = \dfrac{\frac{31}{8}}{\frac{1}{2}}$

$S_n = \dfrac{31}{8} \times \dfrac{2}{1} = \dfrac{62}{8} = \dfrac{31}{4}$

Limite da soma dos têrmos das progressões geométrica ilimitada:

(1) $\div 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 \ldots\ldots +\infty$

(2) $\div 8 : 4 : 2 : 1 : 1/2 : 1/4 : 1/8 : 1/16 \ldots 0$ $\cancel{\infty}$

$S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q - 1}$

(1) $S_\infty = \dfrac{\infty \times 2 - 2}{2 - 1} = \dfrac{\infty - 2}{1} = \dfrac{\infty}{1} = +\infty$

(2) $S_n = \dfrac{a_1 - a_n q}{1 - q}$

$S_n = \dfrac{8 - 0 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{8 - 0}{\frac{1}{2}} = \dfrac{8}{\frac{1}{2}} = 16$

$S_\infty = \dfrac{1/2 - 1/2 \times 0}{1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{1/2}{\frac{1}{2}} = 1$

13-4-62.

Interpolar 3 meios aritméticos entre: 4 e 3

$a_1 = 4$

$a_n = 3$

$n = 5$

$r = \frac{a_n - a_1}{n-1}$ $r = \frac{3-4}{5-1}$

$r = \frac{3-4}{4}$ $r = -\frac{1}{4}$

$4 . 3\frac{3}{4} . 3\frac{1}{2} . 3\frac{1}{4} . 3.$

$a_1 = 12$

$a_n = 99$

$r = 3$

$\boxed{n = 30}$

$n = \frac{a_n - a_1}{r} + 1$

$n = \frac{99-12}{3} + 1$ $n = \frac{87}{3} + 1$

$n = 29 + 1 = 30$ $\boxed{n = 30}$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$ $S_n = \frac{(12+99)30}{2}$

$S_n = \frac{111 \times \cancel{30}^{15}}{\cancel{2}} = 1665$ $S_n = 1665.$

$a_1 = 5$

$a_n = 35$

$r = n$

$a_n = a_1 + r(n-1)$

$35 = 5 + n(n-1)$

$35 = 5 + n^2 - n$

$-n^2 + n + 30 = 0 \ (-1)$

$n^2 - n - 30 = 0$

$n = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{2}$ $n = \frac{1 \pm 11}{2}$

$n' = \frac{1+11}{2}$ $n' = 6$ $\cancel{n = -5}$

Calcular φ de modo que $3\varphi - 1 . \varphi + 3 . \varphi + 9$ sejam termos consecutivos de uma progressão aritmética, na ordem enunciada. Achar a razão.

$\varphi + 3 - (3\varphi - 1) = R$

$\varphi + 9 - (\varphi + 3) = R$

$\varphi + 3 - (3\varphi - 1) = \varphi + 9 - (\varphi + 3)$

$\varphi + 3 - 3\varphi + 1 = \varphi + 9 - \varphi - 3$

$\varphi - 3\varphi - \varphi + \varphi = 9 - 3 - 3 - 1$

$-2\varphi = 2$ $\varphi = \frac{2}{-2} = -1$

$3(-1) - 1 . -1 + 3 . 1 + 9$

$-4 . +2 . +8$

O perímetro de um triângulo retângulo é de 48 m. e os lados estão numa progressão aritmética. Achar os lados.

$a + a + r + a + 2r = 48$

$3a + 3r = 48$

$a + r = 16$

$(a + 2r)^2 = a^2 + (a+r)^2$

$a^2 + 4ar + 4r^2 = a^2 + a^2 + 2ar + r^2$

$a^2 + 4ar + 4r^2 - a^2 - a^2 - 2ar - r^2 =$

$= -a^2 + 2ar + 3r^2 = 0$

$3r^2 + 2ar = a^2$

$a = 16 - r$

$2(16-r)r + 3r^2 = (16-r)^2$

$32r - 2r^2 + 3r^2 = 256 - 32r + r^2$

$32r - \cancel{2r^2} + \cancel{3r^2} - 32r - \cancel{r^2} = 256$

$64r = 256$

$r = \frac{256}{64} \therefore r = 4$

$a = 16 - 4 \therefore a = 12$

$a = 12. \quad a + r = 16. \quad a + 2r = 20.$

$16 - 4 - 62$

Destituir a fórmula da soma dos n primeiros números naturais.

$1.2.3.4 \ldots\ldots a_n \ldots$ $\qquad a_1 = 1$

$a_n = \cancel{a_1} + r(n-1)$ $\qquad r = 1$

$a_n = 1 + n - 1$ $\qquad a_n = ?$

$a_n = n$ $\qquad n = a_n$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \qquad S_n = \frac{(1+n)n}{2}$

$S_{100} = \frac{(1+100)\overset{50}{\cancel{100}}}{\cancel{2}} = 50 \times 101 = 5050$

Destituir a fórmula da soma dos primeiros n números impares.

$1.3.5.7 \ldots\ldots a_n$

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $\qquad a_1 = 1$

$a_n = 1 + 2(n-1)$ $\qquad r = 2$

$a_n = 1 + 2n - 2$ $\qquad a_n = ?$

$a_n = 2n - 1.$ $\qquad n = ?$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

$S_n = \frac{(1 + 2n - 1)n}{2}$

$S_n = \frac{2n \cdot n}{2} \qquad S_n = n^2$

Instituir a fórmula dos n primeiros números pares.

$2.4.6.8 \ldots\ldots a_n.$ $\qquad a_1 = 2$

$a_n = a_1 + r(n-1)$ $\qquad r = 2$

$a_n = 2 + 2(n-1)$ $\qquad a_n = ?$

$a_n = 2 + 2n - 2$ $\qquad n = n.$

$a_n = 2n$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \qquad S_n = \frac{(2+2n)n}{2}$

$S_n = \frac{2n + 2n^2}{2} \qquad S_n = n + n^2$

$\div 100 : 10 : 1 : \frac{1}{10} : \frac{1}{100} \ldots\ldots 0$

$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} \qquad S_n = \frac{100 - 0 \times \frac{1}{10}}{1 - \frac{1}{10}} \qquad S_n = \frac{100}{\frac{9}{10}} = \frac{1000}{9}$

$= 111{,}111\ldots$

17-4-62

Achar os ângulos internos A.B.C.D de um quadrilátero, sendo A menor que B, B menor que C, C menor que D, sabendo-se que êstes ângulos, estão em progressão geométrica e sabendo-se que

$D = 9B$

$A : B : C : D$

$\frac{B}{3} : B : 3B : 9B$

$C = \sqrt{BD} \therefore C = \sqrt{B.9B} = \sqrt{9B^2} = 3B$

$3B \qquad A + B + C + D = 360°$

$\frac{B}{3} + B + 3B + 9B = 360°$

$B + 3B + 9B + 27B = 1080°$

$40B = 1080$

$B = \frac{1080}{40} \qquad B = 27$

$A = 9 \quad B = 27 \quad C = 81 \quad D = 243$

Os lados de um undecágono convexo de 176 cm de perímetro estão em progressão aritmética. Qual o valor de cada lado se o maior exeder o menor em 30 cm.

$a + a + r . a + 2r . a + 3r . a + 4r . a + 5r . a + 6r . a + 7r .$
$a + 8r . a + 9r . a + 10r .$

$11a + 55r = \qquad 11a + 55r = 176$

$a + 10r - a = 30$

$10r = 30 \qquad r = 3$

$11a + 55.3 = 176$

$11a = 176 - 165 \qquad 11a = 11 . a = 1$

$1 : 4 : 7 : 10 : 13 : 16 : 19 : 22 : 25 : 28 : 31$

Calcular o limite da soma dos quadrados que obedecem a seguinte disposição.

Tem-se um quadrado, cujo o lado é l, se unirmos os pontos médios dos seus lados obteremos um nôvo quadrado e assim secessivamente, cada vez menores

$l^2 : \frac{l^2}{2} : \frac{l^2}{4} : \frac{l^2}{8} : \frac{l^2}{16} \; .... \; 0$

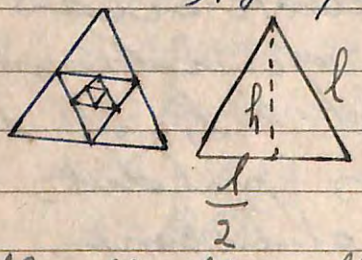
$q = \frac{1}{2}$

$Sn = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q} = \frac{l^2 - 0 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{l^2 - 0}{\frac{1}{2}} = \frac{l^2}{\frac{1}{2}}$

$Sn = 2 l^2.$

Em um triângulo equilátero de lado l, se unir-mos os pontos médios de seus lados obteremos um nôvo triângulo equilátero. Se procedermos assim sucessivamente obteremos nôvos triângulos equilátero cada vez menores. Achar o limite da soma das áreas dos triângulos equilátero formados.

18-4-62



$h^2 = l^2 - (\frac{l}{2})^2$

$h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4}$ $h^2 = \frac{4l^2 - l^2}{4} = \frac{3l^2}{4}$

$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ $S = \frac{l \times h}{2}$ $S = \frac{l \times \frac{l\sqrt{3}}{2}}{2}$

$S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ $\frac{l^2\sqrt{3}}{4} : \frac{l^2\sqrt{3}}{16} : \frac{l^2\sqrt{3}}{64} : \frac{l^2\sqrt{3}}{252} \ldots$

$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$ $S_n = \frac{\frac{l^2\sqrt{3}}{4} - 0 \times \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{l^2\sqrt{3}}{4} - 0}{\frac{3}{4}} =$

$= \frac{\frac{l^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{\cancel{4}\, l^2\sqrt{3}}{\cancel{4}\, 3} = \frac{l^2\sqrt{3}}{3}$

Pede-se o 1º têrmo e a razão de uma progressão geométrica de 4 têrmos, sabendo-se que a soma dos dois têrmos extremos é 195 e a soma dos dois têrmos médios é 60.

$\begin{cases} a_1 + a_4 = 195 \\ a^2 + a^3 = 60 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 = a_1 \\ a_2 = a_1 q \\ a_3 = a_1 q^2 \\ a_4 = a_1 q^3 \end{cases}$ $\begin{cases} a_1 + a_1 q^3 = 195 \\ a_1 q + a_1 q^2 = 60 \end{cases}$

$\frac{a_1 + a_1 q^3}{a_1 q + a_1 q^2} = \frac{195}{60}$

$\frac{\cancel{a_1}(1+q^3)}{\cancel{a_1} q(1+q)} = \frac{13}{4}$

$\frac{\cancel{(1+q)}(1-q+q^2)}{q\cancel{(1+q)}} = \frac{13}{4}$

$4(1-q+q^2 = 13q \therefore 4 - 4q + 4q^2 = 13q$

$4q^2 - 17q + 4 = 0$

$q = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $q = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8}$

$q = \frac{17 \pm 15}{8}$ $q' = \frac{17+15}{8} \therefore q' = 4$

$q' = \frac{17-15}{8} \therefore q'' = \frac{2}{8} \therefore q'' = \frac{1}{4}$

$a_1 + a_1 q^3 = 195$

$a_1(1+q^3) = 195$

$a'_1 = \frac{195}{1+q^3}$ $a'_1 = \frac{195}{1+4^3}$ $\therefore a'_1 = \frac{195}{65}$ $a'_1 = 3$

$a''_1 = \frac{195}{1+\left(\frac{1}{4}\right)^3}$ $a''_1 = \frac{195}{1+\frac{1}{64}}$ $\therefore a''_1 = \frac{195}{\frac{65}{64}}$

$a''_1 = \frac{\overset{3}{\cancel{195}} \times 64}{\cancel{65}}$ $\therefore a''_1 = 192$

Numa progressão geométrica a soma dos seus 3 têrmos é 38 e o produtos dêstes têrmos é 1728. Calcular a progressão.

$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 38 \\ a_1 \times a_2 \times a_3 = 1728 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 38 \\ a_1 \times a_1 q \times a_1 q^2 = 1728 \end{cases}$

$a_1^3 \times q^3 = 1728$

$a_1 q = 12$ $\therefore a_1 = \frac{12}{q}$

$\frac{12}{q} + \frac{12}{q} \times q + \frac{12}{q} \times q^2 = 38$

$\frac{12}{q} + \frac{12q}{q} + \frac{12q^2}{q} = \frac{12 + 12q + 12q^2}{q} = 38$

$12 + 12q + 12q^2 = 38q$

$12q^2 + 12q + 12 = 38q$

$12q^2 + 12q - 38q + 12 = 0$

$12q^2 - 26q + 12 = 0$

$6q^2 - 13q + 6 = 0$

$q = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12}$ $q = \frac{13 \pm 5}{12}$

$q' = \frac{13+5}{12} = \frac{3}{2}$ $q' = \frac{3}{2}$

$q'' = \frac{13-5}{12} = \frac{2}{3}$ $q'' = \frac{2}{3}$

$a_1 q = 12$

$a_1 = \frac{12}{q}$ $\therefore a_1 = \frac{12}{\frac{3}{2}}$ $a_1 = 8$

$8 : 12 : 18$

$a_1 = \frac{12}{\frac{2}{3}}$ $a_1 = 18$

$18 : 12 : 8$

Achar o limite

$\sqrt{4\sqrt{y\sqrt{4\sqrt{y \ldots}}}}$

$\sqrt{4}$ $\sqrt{\sqrt{y}}$ $\sqrt{\sqrt{\sqrt{4}}}$ $\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{y}}}}$ ....

$\sqrt{4}$ $\sqrt[4]{y}$ $\sqrt[8]{4}$ $\sqrt[16]{y}$ $\sqrt[32]{4}$ $\sqrt[64]{y}$ ....

$4^{\frac{1}{2}} : y^{\frac{1}{4}} : 4^{1/8} :$ $y^{\frac{1}{16}} : 4^{\frac{1}{32}} : y^{\frac{1}{64}}$ ...

$(4^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{8}} \cdot 4^{\frac{1}{32}} \ldots)(y^{\frac{1}{4}} \cdot y^{\frac{1}{16}} \cdot y^{\frac{1}{64}} \ldots)$

$4^{\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \ldots}$ $y^{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \ldots}$

$\frac{1}{2} : \frac{1}{8} : \frac{1}{32} \ldots\ldots 0$ $\cancel{\frac{1}{4} : \frac{1}{16} : \frac{1}{64} \ldots 0}$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} = \frac{\frac{1}{2} - 0 \times \frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2} - 0}{\frac{3}{4}} = \frac{1/2}{3/4} =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} : \frac{1}{16} : \frac{1}{64} \ldots\ldots 0$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} = \frac{\frac{1}{4} - 0 \times \frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1/4}{3/4} =$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{1}{3}$$

$$x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}}$$

$$\boxed{\sqrt[3]{x^2 y}}$$

Resolver a equação:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} \ldots\ldots = 48$$

$$x : \frac{x}{2} : \frac{x}{4} : \frac{x}{8} \ldots\ldots 0$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q} \qquad 48 = \frac{x - 0 \times \frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{1}{2}}$$

$$48 = \frac{x}{1/2} \qquad 48 = 2x \qquad x = \frac{48}{2} \qquad \boxed{x = 24}$$

Achar o valor de x de modo que $x-3$, $x+1$ e $3x+3$ formem progressão geométrica.

$x' = 5 \qquad x'' = 1$

Um ciclista percorre 20 Km na 1ª hora, 17 Km na 2ª e assim por diante, em progressão aritmética. Quanto tempo gastará para percorrer 77 Km.

$a_1 = 20$
$a_n = ?$
$r = -3$
$n = ?$
$S_n = 77.$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) n}{2}$$

$$77 = \frac{(20 + a_n) n}{2}$$

$$n = a_1 + r(n-1)$$

$$n = \frac{[a_1 + a_1 + r(n-1)] n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2a_1 - 3(n-1)] n}{2}$$

$$77 = \frac{[40 - 3n + 3] n}{2}$$

$$154 = 43n - 3n^2$$

$$3n^2 - 43n + 154 = 0$$

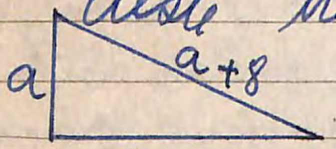
$$n = \frac{43 \pm \sqrt{1849 - 1848}}{6}$$

$n = \frac{43 \pm 1}{6}$ $n' = \frac{44}{6} = \frac{22}{3}$ $n = \frac{22}{3}$

$n'' = \frac{43-1}{6} = \frac{42}{6}$ $n'' = 7$

23-4-62.

Os lados de um triângulo formam uma progressão aritmética de razão 4. Calcular o valor dos lados dêste triângulo.



$(a+8)^2 = a^2 + (a+4)^2$

$a^2 + 64 + 16a = a^2 + a^2 + a8 + 16$

$a^2 + 64 + 16a - a^2 - a^2 - 8a - 16 = 0$

$-a^2 + 8a + 48 = 0 \ (-1)$

$a^2 - 8a - 48 = 0$

$a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $a = \frac{8 \pm \sqrt{64+192}}{2}$

$a = \frac{8 \pm 16}{2}$ $a' = \frac{8+16}{2} = 12$ $a' = 12$

$a'' = \frac{8-16}{2} = -4$ $a'' = -4$

$\underline{a_1 = 12}$

$a_1 = 12.$ $a_2 = 16.$ $a_3 = 20$

0 ... 0,001 : 0,01 : 0,1 : 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 ... +∞
−∞ .. −3 : −2 · −1 · 0 · 1 · 2 : 3 · 4 ... +∞

Número negativo não tem logaritmo.
logaritmo de 0 é −∞
logaritmo de 1 é 0
logaritmo de +∞ é +∞
logaritmo de 1 da progressão geométrica é 0 da progressão aritmética.
logaritmos decimais ou comuns ou vulgar ou Brigg
Logaritmos hiperbólicos ou neperianos.

24-4-62.

0 ... 0,001 : 0,01 : 0,1 : $\boxed{1}$: 10 : 100 : 100 ... +∞
−∞ ... −3 · −2 · −1 : $\boxed{0}$: 1 · 2 · 3 ... +∞

Logaritmos são conceito aritmético
a) Logaritmos são os têrmos de uma progressão aritmética correspondentes aos têrmos de uma progressão geométrica, contanto que, o têrmo <u>um</u> da progressão geométrica corresponda ao têrmo zero da progressão aritmética.

Da definição acima não
se fêz referência a palavra
razão, donde conclue-se
que a razão pode ser qual-
quer, donde se verifica que
pode existir uma infinida-
de de sistemas de logaritmos.

b) Chama-se base de um
sistema de logaritmo ao
número correspondente ao
logaritmo 1. O sistema aci-
ma é de base 10.

c) Da prática só são usa-
dos dois sistemas de logarit-
mos:

1º: o de base 10 também
chamado de sistema de loga-
ritmos decimais, comuns,
vulgares ou de Briggs.

2º: O sistema de logaritmos
cuja a base é o número
é igual a 2,718. Este
sistema é chamado
neperiano ou hiperbólico.

d) No sistema acima, o lo-
garitmo de mais infinito é mais
infinito.

O logaritmo de zero é menos
infinito, daí concluem-se que
os números negativos não
têm logaritmos.

e) O logaritmo compoem-se
de duas partes:
uma parte inteira chamada
característica e uma parte
decimal chamada matissa.

A característica dos logarit-
mos dos números maiores
de que um é constituída de
tantas unidades positivas
quantos são os algarismos
da parte inteira do número,
menos um.

log. 59463 = 4,
log. 648000 = 5,
log. 256,32 = 2

Quando o número for
menor do que <u>um</u>:
A característica dos
logaritmos dos números
menores do que um
é constituido de tantas u-
nidades negativas quantos
são os zeros que precedem
os algarismos significativos.

log: $0,453 = \bar{1},$

log: $0,000625 = \bar{4},$

log: $0,04973 = \bar{2},$

log: $0,00000008 = \bar{8},$

25-4-62.

Definicão de progressão aritmética
É uma sucessão de numeros tais que a cada um somando uma quantidade constante diferente de zero, chamada razão, dá o número seguinte.

Se a razão for positiva, a progressão é crescente e, se for negativa é "decrescente".

Ex: a) 3. 7. 11. 15. 19. 23. 27 . . .

Esta progressão é crescente porque a razão é $\boxed{+4}$

Ex: b) 20. 18. 16. 14. 12. 10. . . .

Esta progressão é decrescente porque a razão é $\boxed{-2}$

Progressão geométrica

Definição de progressão geométrica
É uma sucessão de números tais que a cada uma, multiplicando, quantidade constante positiva, diferente de zero ou de um, dá o número seguinte.

Se a razão for maior do que um, a progressão é crescente e se for situada entre um e zero a progressão é decrescente.

Ex: a) 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : . . . . .

Esta progressão é crescente porque a razão é $\boxed{2}$ (e dois é maior que um.

Ex: b) 80 : 40 : 20 : 10 : 5 : . . . . . .

Esta progressão é decrescente porque a razão é $\boxed{1/2}$ está situada entre um e zero.

Não serão estudadas as progressões geométricas de "razão" negativa.
Existem (só estuda-se no 3º ano)

P. ARITMÉTICA

1ª Propriedade:
Em uma progressão aritmética a diferença entre um têrmo e seu precedente é constante, é igual a razão.

2ª propriedade
Cada têrmo de uma progressão aritmética exceptuando os extremos é a média aritmética entre o termo precedente e o seguinte
Seja: $AK-1 . AK . AK+1$

$\cancel{AK - 1 AK - aK+1}$

$$A.K = \frac{AK-1 + AK+1}{2} \qquad AK = \frac{AK-1 + AK+1}{2}$$

3ª Propriedade:
Cada têrmo de uma progressão aritmética a partir ~~da~~ do 2º têrmo, é igual ao 1º têrmo aumentado do produto da razão pelo número de têrmos que precede.

P. Geométrica

1ª Propriedade:
Em qualquer progressão geométrica a divisão de um têrmo qualquer por seu precedente é igual a sua razão.

2ª propriedade:
Cada têrmo de uma progressão geométrica, excetuando os extremos, é a "Média geometrica" entre o têrmo precedente e o seguinte. Seja: a progressão geométrica
$AK-1 : AK : AK+1$

$$AK = \sqrt{AK-1 \times AK+1}$$

3ª Propriedade.
Cada têrmo de uma progressão geometrica, a partir do 2º, é igual ao 1º têrmo "Multiplicado pela razão elevada a um expoente igual ao número de têrmos que precede.
$A_n = A_1 \times Q^{n-1}$
(x)
Consequência:

$$A_1 = \frac{a_n}{Q^{n-1}} \qquad Q = \sqrt[n-1]{\frac{A_n}{A_1}}$$

$$Q^{n-1} = \frac{A_n}{A_1}$$

$A_n = A_1 + r(n-1)$

$A_1 = A_n - R(n-1)$ Consequência

$R = \frac{A_n - a_1}{n-1}$

$N = \frac{A_n - A_1}{r} + 1$

4ª Propiedade

Em uma progressão aritmética limitada, a soma dos têrmos equiidistante dos extremos é igual a soma dos extremos.

5) Em uma progressão aritmética limitada, com um número impar de têrmos, o têrmo do meio é a média aritmética dos extremos ou ~~dos~~ dois têrmos equidistante dos extremos:

6) A fórmula da soma dos têrmos de uma progressão aritmética é:

$S_n = \frac{(A_1 + A_n)n}{2}$

4ª Propriedade:

Em uma progressão geométrica limitada, o produto de 2 têrmos equidistante dos extremos é igual ao produto dos extremos.

5ª) Em uma progressão geométrica limitada, com um número impar de têrmos, o têrmo do meio é média geométrica dos extremos ou de dois têrmos equiidistantes dos extremos

6) A fórmula do produto dos têrmos de uma progressão geométrica é:

$P_n = \sqrt{(A_1 \times a_n)^n}$

7) Fórmula da soma dos têrmos da progressão geométrica quando crescente:

$S_n = \frac{A_n Q - A_1}{Q - 1}$ ↗

Nota:
Uma progressão aritmética crescente e ilimitada ~~de~~ representa-se assim
$\div 2.4.6.8.10 \ldots\ldots +\infty$

Uma progressão aritmética decrescente e ilimitada representa-se assim:
$\div 8.6.4.2.0.-2.-4 \ldots\ldots -\infty$

7) b) Formula da soma dos têrmos da progressão geométrica quando decrescente:
$$S_n = \frac{A_1 - A_n Q}{1-Q}$$

Nota:
Uma progressão geométrica crescente e ilimitada, representa-se assim:
$\div\!\!\div 2:4:8:16:32 \ldots\ldots\ldots +\infty$
Uma progressão geométrica decrescente e ilimitada representa-se assim:
$\div\!\!\div 16:8:4:2:0:\frac{1}{2}:\frac{1}{4} \ldots\ldots : \underline{0}$
$$S_n = \frac{16 - 0 \times \frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32.$$

27-4-62.

Logaritmos: propriedades

1ª propriedade: O logaritmo de um produto é igual a soma dos logaritmos dos fatores

Tese: $\log_a (A \times B) = \log_a A + \log_a B$

Demonstração: Seja $a^u = A$, $a^y = B$ (I)

Pela definição de log. temos: $u = \log_a A$, $y = \log_a B$ (II)

Multiplicando membro a membro as igualdades (I) temos $A \times B = a^u \times a^y$

E como o 2º membro desta igualdade é constante da multiplicação de potências da mesma base, para efetuar o cálculo, basta somar os expoentes.

$$A \times B = a^{u+y}$$

E aplicando nesta igualdade a definição de log.

temos $\log_a (A \times B) = u + y$.

Substituindo o u e o y pelos seus valores iguais das igualdades II temos: $\log_a (A \times B) = \log_a A + \log_a B$

O que demonstra a propriedade

2ª propriedade:

O log. de um cociente é igual ao log. do dividendo menos o log. do divisor.

Tese: $\log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$

Demonstração.

Seja $a^u = A$, $a^y = B$ (I)

E pela definição de log. temos: $u = \log A$, $y = \log B$ (II)

Dividindo membro a membro a igualdade (I) temos:

$$\frac{A}{B} = \frac{a^u}{a^y}$$

E como o 2º membro desta igualdade é constituída da divisão de potência da mesma base, para efetuar o cálculo, basta subtrair os expoentes:

$\frac{A}{B} = a^{u-y}$.

E aplicando a definição de log: $\log_a\left(\frac{A}{B}\right) = u-y$.

Substituindo o u e y pelos seus valores iguais das igualdades (II) temos $\log_a\left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B$

O que demonstra a propriedade.

3ª propriedade

O log. de uma potência é igual ao expoente da potência multiplicado pelo log. da base.

Tese: $\log_a(A^m) = m \times \log_a A$

Demonstração: Seja $a^u = A$ (I)

Pela definição de log. temos

$u = \log_a A$ (II)

E levando ambos os membros das igualdades (I) ao expoente m tem-se

$(a^u)^m = A^m$.

E como o 1º membro desta igualdade é constituída de uma potência elevada a outra potência, para efetuar os cálculos basta multiplicar os expoentes:

$A^m = a^{mu}$

E aplicando a definição de logaritmos temos:

$\log_a(A^m) = mu$

Substituindo u pelo seu valor igual da igualdade II tem-se

$\log_a(A^m) = m \times \log_a A$.

30-4-62.

4ª propriedade dos logaritmos:

O logaritmo de uma raiz é igual ao log do radicando dividido pelo índice da raiz.

Tese: $\log_a(\sqrt[m]{A}) = \frac{\log_a A}{m}$.

Para extrair-se a $\sqrt[m]{\ }$ de uma potência divide-se o expoente da potência pelo índice da raiz: $\sqrt[m]{A} = A^{\frac{1}{m}}$ (I)

Seja A^u: A expoente $u = A$
temos: $a^u = A$ (II)
Aplicando nesta igualdade (II) temos: $u = \log_a A$ (III)
Elevando ambos os membros da igualdade (II) ao expoente $\frac{1}{m}$ temos:
$(a^u)^{\frac{1}{m}} = A^{\frac{1}{m}}$.
E como o 1º membro desta igualdade é constante de uma potência elevada a outra potência, para efetuar o cálculo basta multiplicar os expoentes.
$a^{\frac{u}{m}} = A^{\frac{1}{m}}$.
E aplicando nesta última igualdade a definição de log. temos:
$\log_a (A^{\frac{1}{m}}) = \frac{u}{m}$
Substituindo o $A^{\frac{1}{m}}$ e o $\frac{u}{m}$ pelos seus valores iguais das igualdades 1 e 3
temos: $\log_a (\sqrt[m]{A}) = \frac{\log_a A}{m}$

$$u = \sqrt{\frac{a^m \cdot b^n \cdot c^p}{d^y}}$$

$$\log u = \frac{m \times \log a + n \times \log b + p \log c - y \times \log D}{2}$$

2-5-62.

1) Dado um número que tem na tábua achar o log.

log. 5421 = 3,
log. 542,1 = 2,
log. 54,21 = 1,
log. 5,421 = 0,
log. 0,05421 = $\bar{2}$,
log. 54210000 = 7,
log. 0,5421 = $\bar{1}$,
log. 0,0000002 = $\bar{7}$,

nº	Mantissa	diferença
2155	333447	202
6	649	201
7	850	201
8	334051	202
9	253	201
2160	454	201
1	655	201
2	856	201
3	335057	200
4	257	201
5	458	200
6	658	201
7	859	200
8	336059	

característica
Mantissa

log. 2159 = 3,334253
log 21,62 = 1,334856
log 2164000 = 6,335257
log 2,164 = 0,335257
log 0,2157 = $\bar{1}$,333850
log 216 = 2,334454
log 215,9 = 2,334253
log. 0,002161 = $\bar{3}$,334655
log 21650000 = 8,335458
log. 0,02163 = $\bar{2}$,335057
log. 21670 = 4,335859

2-5-62.

Dado o número que não tem na tábua achar o logaritmo.

log. 215834 = 5,334120

2158	334051	202
2159	334253	

1 — 202

0,34 — u

$u = \frac{0,34 \times 202}{1} = 0,34 \times 202 = 68,68$

$u = 68,68$

334051
69
334120

log: 21,59176 = 1,334288

2159	334253	201
2160	334454	

1 — 201

0,176 — u

$u = \frac{0,176 \times 201}{1} = 35,376$

334253
35
334288

log. 0,0$\boxed{2164}$34 = $\bar{2}$,335325

2164	335257	201
2165	335458	

1 — 201

0,34 — u

$u = \frac{0,34 \times 201}{1} = 68,34$

335257
68
335325

log. 2160,8416 = 3,334623.

2160	334454	201
2161	334655	

1 — 201

0,8416 — u

$u = \frac{0,8416 \times 201}{1} = 169,1616$

334454
169
334623

4-5-62.

4510	654177	96
1	273	96
2	369	96
3	465	97
4	562	96
5	658	96
6	754	96
7	850	96
8	946	96
9	655042	96
4520	138	97
1	235	96
2	331	96
3	427	96
4	523	96
5	619	

Log. 0,004516 32 = $\bar{3}$,654785

4516	654754	96
4517	654850	

1 — 96

0,32 — u

$u = \frac{0,32 \times 96}{1} = 30,72$

654754
31
654785

Log: 452,18367 = 2,655315

4521	655235	96
4522	655331	

1 — 96

0,8367 — u

$u = \frac{0,8367 \times 96}{1} = 80,3262$

655235
80
655315

Trigonometria

Um raio vetor PO em uma circunferência de raio r forma, com o eixo x, as funcões circulares, seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante, com respeito ao ângulo α e por conseguinte.

$\operatorname{sen} \alpha = \frac{y}{r}$

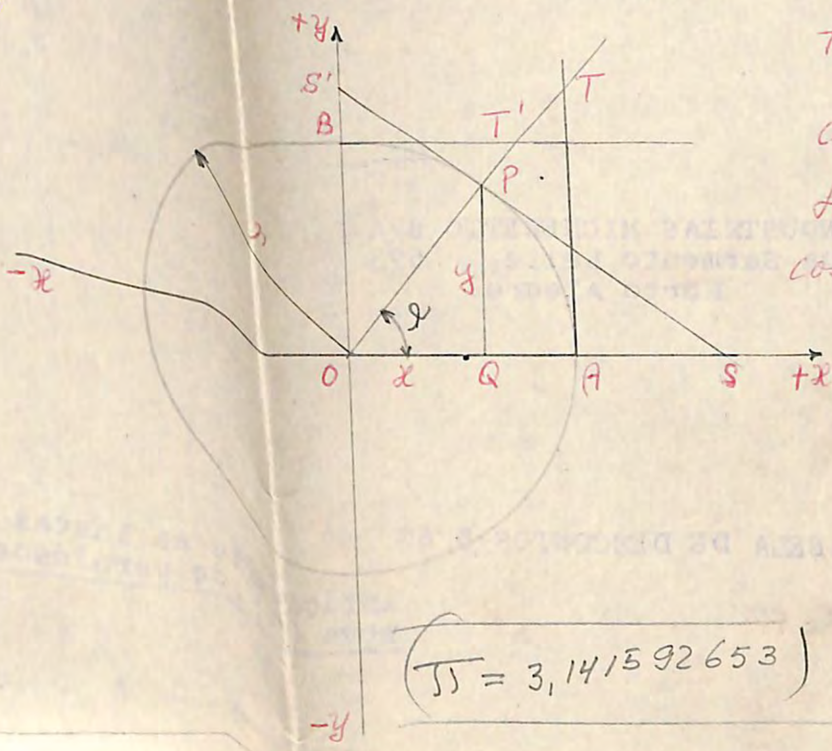
$\cos \alpha = \frac{x}{r}$

$\operatorname{tang} \alpha = \frac{y}{x}$

$\cot \alpha = \frac{x}{y}$

$\sec \alpha = \frac{r}{x}$

$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{r}{y}$



$(\pi = 3,141592653)$

Com r = 1

$\operatorname{sen} \alpha = PQ$

$\cos \alpha = OQ$

$\operatorname{tang} \alpha = AT$

$\operatorname{cotg} \alpha = BT'$

$\sec \alpha = OS$

$\operatorname{cosec} \alpha = OS'$

Triângulo $= S = \frac{b \times a}{2}$

Retângulo $= S = b \times a$

Trapézio $= S = \frac{B+b}{2} \times a$

Paralelogramo $= S = b \times a$

Triangulo equilátero $= S = 0,433 \times a^2$

Quadrado $= S = a^2$

Pentagono Regular $= S = 1,720 \times a^2$

Exságono $= S = 2,598 \times a^2$

7 lados $= S = 3,634 \times a^2$

Octogono $= S = 4,828 \times a^2$

Decagono $= S = 7,694 \times a^2$

Dodecagono $= S = 11,196 \times a^2$

Circulo $= S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} d^2 = 0,7854 d^2$

Setor circular $= S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ} = 0,008727 r^2 \alpha^\circ$

Segmento circular $= S = \frac{ar - cn}{2} = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360} - \frac{cn}{2}$

Coroa circular $= S = 3,1416 (R^2 - r^2) = 0,7854 (D^2 - d^2)$

arco da coroa circular $= S = S = \pi \frac{\alpha^\circ}{360} (R^2 - r^2)$

95 - Peças

D ○

8727 7854

4 4

34908 3,1416

INDUSTRIAS MICHELETTO S/A
Rua Sarmento Leite, 673
Pôrto Alegre

16/11/1963

TABELA DE DESCONTOS 5/63

Aplicaveis às listas de preços numeros nove (9), de parafusos, porcas e rebites

A T A C A D O

	F E R R O				L A T Ã O	
PARAFUSOS	Pol.	Lat.	Cadmd°	Niq.	Pol.	Niq.
Madeira	30%	20%	20%	20%	25%	15%
Máquina	30%	20%	20%	20%	25%	15%
Tipo "auto-atarrachante"				30%	+	+
P O R C A S						
Qualquer Formato	30%	20%	20%	20%	35%	25%
R E B I T E S						
Grossura até 3/8"	30%	+	+	+	+	+

Convenção:- (+) mediante consulta

SUJEITA A ALTERAÇÃO SEM PREVIO AVISO

Nota:- Os mesmos indices dos parafusos de ferro, com acabamento latonado, prevalecem para os de ferro zincado, azulado ou fumée.

SM/sm

Dado o log. que tem na tábua achar o número

$\bar{2},654465 = \log 0,04513$

$2,654946 = \log 451,8$

$0,655042 = \log 4,519.$

$6,655235 = \log 4521000$

$\bar{1},655331 = \log 0,4522.$

$3,655619 = \log 4525$

$2,654177 = \log 451,0$

Dado um log. que não tem na tábua achar o número

$5,654500 = \log 451336,08$

4513	654465	97
4514	654562	

97 — 1

35 — φ

$$\begin{array}{r} 654500 \\ 654465 \\ \hline 035 \end{array}$$

$35 \overline{)97}$ 0,3608

$$\begin{array}{r} 4513 \\ 0,3608 \\ \hline 451336,08 \end{array}$$

7-5-62.

6950	841.985	62
1	842.047	63
2	110	62
3	172	63
4	235	62
5	297	63
6	360	62
7	422.	62
8	484	63
9	547	62
6960	609	63
1	672	62
2	734	62
3	796	63
4	859	62
5	921	63
6	983	

Dado o log. que não tem na tábua achar o número

$4,842189 = 69532,69$

6953	842172	63
6954	842235	

$$\begin{array}{r} 842189 \\ -842172 \\ \hline 17 \end{array}$$

63 - 1

17 - φ

$\varphi = \frac{17}{63} = 0,269$

$$\begin{array}{r} 6953 \\ 0,269 \\ \hline 69532,69 \end{array}$$

$\bar{1},842400$

6956	842360	62
6957	842422	

62 — 1

40 — φ

$\varphi = \frac{40}{62} = 0,645$

$$\begin{array}{r} 842400 \\ 842360 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6956 \\ 0,645 \\ \hline 0,6956645 \end{array}$$

$\bar{1}$....

2,842681

6961	842672	62.
6962	842734	

842681
842672
9

62 − 1
9 − φ φ = $\frac{9}{62}$ = 0,145

6961
+ 0,145
696 1145

696,1145 = log 2,842681

//

$\bar{4}$,842900

6964	842859	62
6965	842921	

842900
842859
41

62 − 1
41 − φ φ = $\frac{41}{62}$ = 0,661 = 0,661.

6964
0,661
0,0006964661

//

$\bar{4}$,842900

0,842510 = 6,958412.

6958	842484	63
6959	842547	

63 − 1
26 − φ

842510
842484
26

φ = $\frac{26}{63}$ = 0,412

~~842484~~

6958
0412
6,958412

0,412
0,842 484412

8-5-62.

7510	875640	58
1	698	58
2	756	57
3	813	58
4	871	58
5	929	58
6	987	58
7	876045	57
8	102	58
9	160	58
7520	218	58
1	276	57
2	333	58
3	391	58
4	449	58
5	507	57
6	564	58
7	622	

6,87641 = log 7518672,41.

7518	876102	58
7519	876160	

876141
876102
039

58 − 1
39 − φ

φ = $\frac{39}{58}$ = 0,67241

7518
+ 0,67241
7518672,41

$\bar{5}$,875659 = log 0,00007510

$\boxed{751,6}$47

751,647 = log: 2,876014

7516	875987	58
7517	876045	

1 — 58
0,47 — φ
φ = 0,47 × 58 = 27,26
875987 + 27 = 876014

58
0,47
406
232
27,26

Operação sôbre logaritmos:

ADIÇÃO:

$$\begin{array}{r} 2,471356 \\ \bar{3},895120 \\ 4,725130 \\ \bar{1},920010 \\ \hline 5,011616 \end{array}$$

$+3$ $+2$ $+4$ = $+9$; -3 -1 -4 = -4

$+9-4=+5$

$$\begin{array}{r} \bar{3},471563 \\ \bar{6},581231 \\ \bar{2},931000 \\ 8,542210 \\ \hline \bar{1},526004 \end{array}$$

-3 -6 -2 = -11

$+8+2=+10$

$+10-11=-1$

SUBTRAÇÃO:

$$\begin{array}{r} 4,752136 \\ (-)\ \bar{6},951400 \\ \hline \bar{3},800736 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 2,453162 & \text{minuendo} \\ (+)\ \bar{3},921542 & \text{subtraendo} \\ \hline 4,531620 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{3},451368 \\ (-)\ 2,831000 \\ \hline \bar{6},620368 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{2},453164 \\ (+)\ \bar{4},820122 \\ \hline 1,623042 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,000000 \\ (-)\ 4,531624 \\ \hline \bar{5},468376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,000000 \\ (+)\ \bar{2},493516 \\ \hline 1,506484 \end{array}$$

MULTIPLICAÇÃO:

$$\begin{array}{r} 3,845162 \\ \times 4 \\ \hline 15,380648 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bar{2},643562 \\ \times 3 \\ \hline \bar{5},930686 \end{array}$$

9-5-62.

DIVISÃO:

$$\begin{array}{l|l} 5,341253 & 13 \\ 23 & \overline{1,780417} \\ 24 & \\ 012 & \\ 05 & \\ 23 & \\ 20 & \end{array}$$

$\bar{8}$

$$\begin{array}{l|l} \bar{5},3725314 & 14 \\ 12 & \overline{\bar{2},931328} \\ 05 & \\ 13 & \\ 11 & \\ 34 & \\ 2 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \bar{2},1495316 & 3 \\ \bar{3}\ \ 29 & \overline{\bar{1},498438} \\ 25 & \\ 13 & \\ 11 & \\ 26 & \\ 2 & \end{array}$$

$\bar{1},498438$

$u = 32 \times 54$

$\log u = \log 32 + \log 54$

$\log u = 1,505150 + 1,732394$

$\log u = 3,237544$

$u = 1728$

$$\begin{array}{r} 1,505150 \\ 1,732394 \\ \hline 3,237544 \end{array}$$

$u = \dfrac{4096}{128}$

$\log u = \log 4096 - \log 128$

$\log u = 3,612360 - 2,107210$

$\log u = 1,505150$

$u = 32,00$

$$\begin{array}{r} 3,612360 \\ (-)\ 2,107210 \\ \hline 1,505150 \end{array}$$

$u = 2000^{12}$

$\log u = 12 \times \log 2{,}000$

$\log u = 12 \times 3{,}301030$

$\log u = 39{,}612360$

$u = 4.096.000.000.000.000.000.000.000.$
$.000.000.000.000.000.$

$u = 4096 \times 10^{36}$

$$\begin{array}{r} 3{,}301030 \\ \times\ 12 \\ \hline 6602060 \\ 3301030\ \ \\ \hline 39{,}612360 \end{array}$$

//

$u = \sqrt[5]{1024}$

$\log u = \frac{\log 1024}{5} = \frac{3{,}010300}{5} = 0{,}602060$

$\log u = 0{,}602060$

$u = 4{,}\cancel{000}$

//

$u = \sqrt[3]{0{,}000.000343}$

$\log u = \frac{\log 0{,}000000343}{3} = \frac{\bar{7},535294}{3} =$

$\log u = \bar{3},845098$

$u = 0{,}007$

$\bar{7},2535294 \mid 3$ → $\bar{3},845098$

$\bar{9}$ 13 15 029 24 0

$u = \sqrt[4]{\frac{2}{5}}$

$\log u = \frac{\log 2 - \log 5}{4}$

$\log u = \frac{0{,}301030 - 0{,}698770}{4}$

$\log u = \frac{\bar{1},602260}{4}$

$$\begin{array}{r} 0{,}301030 \\ 0{,}698770 \\ \hline \bar{1},602260 \end{array}$$

$\bar{1},3602260 \mid 4$ → $\bar{1},900565$

$\bar{4}$ 0022 26 20 0

$u = 0{,}79$

//

$u = \sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

$\log u = \frac{\log 1 - \log 3}{3}$

$\log u = \frac{0{,}000000 - 0{,}477121}{3}$

$$\begin{array}{r} 0{,}000000 \\ 0{,}477121 \\ \hline \bar{1},522879 \end{array}$$

$\bar{1},2522879 \mid 3$ → $\bar{1},840959$

$\bar{3}$ 12 028 17 29 2

$u = 0{,}6933$

//

$u = 0{,}008^4 \times 0{,}05^3$

$\log u = 4 \times \log 0{,}008 + 3 \times \log 0{,}05$

$\log u = 4 \times \bar{3},90309 + 3 \times \bar{2},69897$

$\log u = \bar{9},71236 + \bar{4},09691.$

$\log u = \overline{13},80927$

$$\begin{array}{r} \bar{9},71236 \\ \bar{4},09691 \\ \hline \overline{13},80927 \end{array}$$

$u = 0,000.000.000.000512.$

11-5-62.

$u = \sqrt[4]{\dfrac{0,38^2 \times 5,24^3}{8,15^2}}$

$\log u = \dfrac{2 \times \log 0,38 + 3 \times \log 5,24 - 2 \times \log 8,15}{4}$

$\log u = \dfrac{2 \times \bar{1},579784 + 3 \times 0,719331 - 2 \times 0,911158}{4}$

$\log u = \dfrac{\bar{1},159568 + 2,157993 - 1,822316}{4}$

$\log u = \dfrac{\bar{1},495245}{4}$ $\log u = \bar{1},873811$

Cologaritmo de um número é o logaritmo do inverso do número. Cologaritmo $N = \log \left(\frac{1}{N}\right) = \log 1 - \log N.$
$\log 10 - \log N.$
Achar se o cologaritmo de um número, subtraindo-se o logaritmo dêste número de zero.

$\log N = 2,453162.$

$$\begin{array}{r} 0,000000 \\ 2,453162 \\ \hline \bar{3},546834 \end{array}$$

Cologaritmo $N = \bar{3},546834$

$u = \dfrac{0,5 \times 8,9}{0,4 \times 1,7}$

$\log u = \log 0,5 + \log 8,9 - (\log 0,4 + \log 1,7)$
$\log u = \log 0,5 + \log 8,9 - \log 0,4 - \log 1,7.$
$\log u = \log 0,5 + \log 8,9 + \operatorname{col} 0,4 + \operatorname{col} 1,7.$
$\log u = \bar{1},698970 + 0,949390$

14-5-62.

$u = \sqrt[7]{\dfrac{8,34^5 \times 7,312^3}{11,36^4 \times 9,25^2}}$

$\log u = \dfrac{5 \times \log 8,34 + 3 \times \log 7,312 - (4 \cdot \log 11,36 + 2 \log 9,25)}{7}$

$\log u = \dfrac{5 \times \log 8,34 + 3 \times \log 7,312 + 4 \operatorname{col} 11,36 + 2 \operatorname{col} 9,25}{7}$

$\log u = \dfrac{5 \times 0,921166 + 3 \times 0,864036 + 4 \times \bar{2},944622 + 2 \times \bar{1},033858}{7}$

$\log u = \dfrac{4,605830 + 2,592108 + \bar{5},778488 + \bar{2},067716}{7}$

$$\begin{array}{r} 4,605830 \\ 2,592108 \\ \hline 7,197938 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \bar{5},778488 \\ \bar{2},067716 \\ \hline \bar{7},846204 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7,197938 \\ \bar{7},846204 \\ \hline 1,044142 \end{array}$$

$\log u = \dfrac{1,044142}{7}$

$\log u = 0,149163$
$u = 1,409.$

Sendo o logaritmo de 2 igual a 0,301030, Calcular o log de 32

$\log 2 = 0,301030$

$\log 32 = \log 2^5 = 5 \log 2 = 5 \times 0,301030 =$
$= 1,505150$

32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	2^5

Sendo o logaritmo de 3 igual a 0,477120. Calcular o logaritmo de 81

$\log 3 = 0,477120$

$\log 81 = \log 3^4 = 4 \times \log 3$

$4 \log 3 = 4 \times 0,477120 = 1,908480$

81	3
27	3
9	3
3	3
1	3^4

Sendo o logaritmo de 2 igual a 0,301030. e o logaritmo de 3 igual a 0,477120, calcular o logaritmo de 6

$\log 2 = 0,301030$

$\log 3 = 0,477120$

$\log 6 = (2 \times 3) = \log 2 + \log 3 =$
$= 0,301030 + 0,477120 = 0,778150$

$\log = 0,778150$

15-5-62.

Sendo o log de 2 = 0,30103, o log de 3 = 0,47712 e o log de 5 = 0,69897. Calcular o log de 30.

$\log 30 = \log (2 \times 3 \times 5) = \log 2 + \log 3 + \log 5 = 0,30103 + 0,47712 + 0,69897$

$\log 30 = 1,47712$

$$\begin{array}{r} 0,30103 \\ 0,47712 \\ 0,69897 \\ \hline 1,47712 \end{array}$$

Sendo o log 2 = 0,30103 Calcular o log de 5.

$\log 5 = \log \left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2.$

$\log 5 = 1,00000 - 0,30103 = 0,69897$

$\log 5 = 0,69897.$

$$\begin{array}{r} 100000 \\ 0,30103 \\ \hline 0,69897 \end{array}$$

Sendo o log 2 = 0,30103 e o log 3 = 0,47712. Calcular o log 72

$\log 72 = (8 \times 9)$

$\log 72 = \log (2^3 \times 3^2) = 3 \times \log 2 + 2 \log 3.$
$= 3 \times 0,30103 + 2 \times 0,47712 =$
$= 0,90309 + 0,95424 = 1,85735$

$\log 72 = 1,85733$