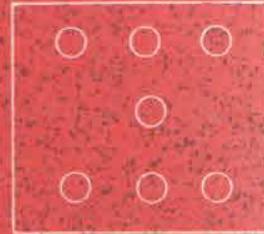
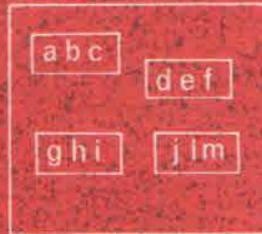
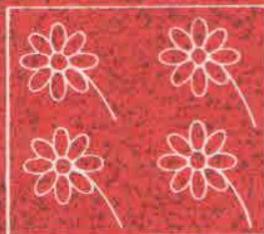
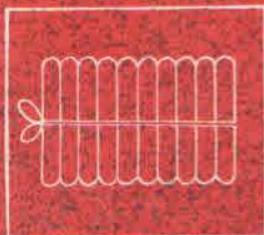


CURSO COMPLETO
DE
MATEMÁTICA MODERNA
PARA O ENSINO PRIMÁRIO



CURSO COMPLETO
DE
MATEMÁTICA MODERNA
PARA O ENSINO PRIMÁRIO

TOSCA FERREIRA
HENRIQUETA DE CARVALHO

CURSO COMPLETO DE
MATEMÁTICA
MODERNA

PARA O ENSINO PRIMÁRIO

Metodologia e Didática

4.º Ano

5.ª edição

ENFAS

Encadernadora Fascículo

São Paulo

1971

Ilustrações de

Prof.^a DAYSI BRIGUET BICHETTI

© *Direitos reservados por*

ENFAS — ENCADERNADORA FASCÍCULO LTDA.

Rua Bernardo Magalhães, 57

São Paulo, S.P., Brasil

DIVISÃO DE MATÉRIA POR MESES.

FEVEREIRO

Recordação da matéria ensinada no 3.^o ano.

MARÇO

- a) Conjuntos: finitos e infinitos; unitários e vazios (noções).
Igualdade de conjuntos.
Comparação entre conjuntos — Número — Numeral — Algarismo.
- b) Sistema de Numeração Decimal.
- c) Numerais: ordinais, multiplicativos, fracionários e romanos.
- d) Cálculo mental e problemas.

ABRIL

- a) Operação entre conjuntos: Operação União.
- b) Sistema monetário brasileiro.
- c) Operações sobre números inteiros: Adição e Subtração.
Multiplicação e Divisão.
- d) Problemas sobre as quatro operações — Cálculo mental.
- e) Geometria: Recordação: Linhas e Ângulos.

MAIO

- a) Medidas de tempo: unidades principais e suas abreviaturas.
- b) Conjuntos dos números racionais.
Noção de número fracionário: fração ordinária e decimal — número decimal.
- c) Geometria: Circunferência e Círculo.
- d) Problemas e questões objetivas.

JUNHO

- a) Sistema métrico.
Medidas de comprimento.
Medidas de capacidade.
Medidas de massa.
- b) Noção de escala.
- c) Geometria: Estudo dos quadriláteros: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, e trapézio.
Estudos dos triângulos.
Problemas — Questões objetivas — Cálculo mental.

AGOSTO

- a) Medidas de superfície — Metro quadrado.
Perímetro e áreas: do quadrado, retângulo, losango, paralelogramo, trapézio e triângulo.
- b) Problemas e questões objetivas — Cálculo mental.

SETEMBRO

- a) Medidas agrárias: O are; múltiplo e submúltiplo — Relação com o metro quadrado.
- b) Medidas de volume: Metro cúbico: múltiplos e submúltiplos — Relação entre volume, capacidade e massa.
- c) Problemas e questões práticas. Cálculo mental.
- d) Geometria: Construção do Cubo e Paralelepípedo.

OUTUBRO

- a) O estere. Múltiplos e submúltiplos. Sua relação com o metro cúbico.
- b) Porcentagem.
- c) Problemas. Questões objetivas. Cálculo mental.

NOVEMBRO

- a) Revisão da matéria ensinada.

NOTAS PEDAGÓGICAS

Decálogo a ser seguido pelo professor.

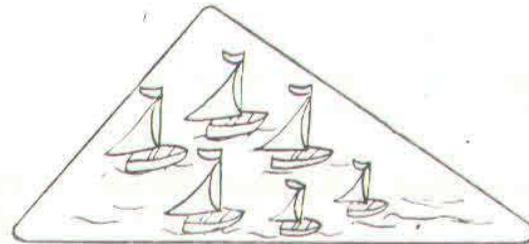
- 1.º Planejar tôdas as suas aulas.
- 2.º Tornar todo o ensino objetivo.
- 3.º Dosar as dificuldades, ensinando gradativamente, pouco e bem.
- 4.º Não esquecer a formação de hábitos importantes como verificação de cálculos limpeza, boa disposição, clareza, presteza e adequação de termos.
- 5.º Proporcionar à criança o prazer da *redescoberta*.
- 6.º Lembrar-se que, sendo a Matemática uma ciência lógica, exige ordem nas noções a serem introduzidas.
- 7.º Fixar aprendizagem por meio de exercícios, testes e jogos ricos em variedade.
- 8.º Corrigir e comentar tarefas caseiras que não devem ser demasiadas.
- 9.º Dispensar especial cuidado ao ensino da geometria.
- 10.º Atualizar-se sempre.

TEORIA DOS CONJUNTOS

Gradualmente, nos graus anteriores, fomos introduzindo rudimentos da teoria dos conjuntos, e, chegamos à conclusão que, as noções que constam de nossa obra já são suficientes para que o professor primário possa trabalhar. Todavia, achamos que, uma recordação é sempre importante e, voltamos a nos deter, embora superficialmente, nessa teoria, sem a preocupação de levar ao colega o modo de introduzir os conceitos, pois, os encontrarão nos livros de 2.º e 3.º anos.

CONJUNTOS

Representação: a) desenhando os elementos e contornando-os:



b) escrevendo os seus elementos, separando-os por vírgula e, conservando-os entre chaves.

{ São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais }

c) a indicação do conjunto é feita por uma letra maiúscula do nosso alfabeto e, os seus elementos são indicados por letras minúsculas. Seja, o conjunto acima:

{ São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais }

A = { b, c, d }

A — dá nome ao conjunto.

b, c, d — correspondem respectivamente aos elementos São Paulo, Rio de Janeiro, Minas Gerais.

RELAÇÃO DE PERTINÊNCIA — SÍMBOLOS \in E \notin

A relação de pertinência é indicada pelos símbolos \in e \notin .

\in (pertence)
 \notin (não pertence)

Aplicando-os ao conjunto:

$A = \{ \text{banana, caju} \}$
 $\text{banana} \in \{ \text{banana, caju} \}$
 $\text{maçã} \notin \{ \text{banana, caju} \}$
ou

$\text{banana} \in A$
 $\text{maçã} \notin A$

Os símbolos \in e \notin são usados entre um elemento e um conjunto.

CONJUNTO QUANTO AO NÚMERO DE ELEMENTOS

Conjunto unitário — é um conjunto formado por um elemento.

$A = \{ \text{lápis} \}$

Conjunto vazio — é um conjunto sem elementos.
Conjunto dos vulcões do Brasil;

$B = \{ \quad \}$

Podemos indicar o conjunto vazio por:

$B = \{ \quad \}$ ou $B = \emptyset$

Conjunto finito: é o conjunto que tem um número certo de elementos;

Conjunto de vogais da nossa língua.

$C = \{ \text{a, e, i, o, u} \}$

Conjunto infinito — é o conjunto que não nos é possível precisar a quantidade de elementos, pois, a série de elementos que o forma é infinita.

Conjunto dos números inteiros:

$D = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$

Como todo o número tem o seu sucessivo o conjunto dos números é um conjunto infinito.

SUBCONJUNTOS — RELAÇÃO DE INCLUSÃO — SÍMBOLOS: \supset E \subset

Subconjuntos são conjuntos que fazem parte de outro conjunto, isto é, estão inclusos em outro conjunto.

Seja o conjunto das crianças que estão brincando no escorregador.

$A = \{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \}$
Vamos separar as crianças em loiras, morenas e ruivas.
Conjunto das crianças loiras.
 $B = \{ \text{Tânia, Regina} \}$
Conjunto das crianças morenas.
 $C = \{ \text{Cátia, Mara} \}$
Conjunto das crianças ruivas.
 $D = \{ \text{Luci} \}$

Os conjuntos B, C e D são subconjuntos do conjunto A, porque o conjunto A os contém ou porque os conjuntos B, C e D estão contidos no conjunto A.

Para indicar esta relação temos os símbolos \supset (contém) e \subset (está contido).

No exemplo temos:

a) $\{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \} \supset \{ \text{Tânia, Regina} \}$
ou

$A \supset B$

b) $\{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \} \supset \{ \text{Cátia, Mara} \}$
ou

$A \supset C$

c) $\{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \} \supset \{ \text{Luci} \}$
ou

$A \supset D$

Logo: B, C e D são subconjuntos de A

a) $\{ \text{Tânia, Regina} \} \subset \{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \}$

ou

$B \subset A$

b) $\{ \text{Cátia, Mara} \} \subset \{ \text{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci} \}$
ou

$C \subset A$

c) $\{Luci\} \subset \{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci\}$

ou

$$D \subset A$$

Quando um conjunto não é subconjunto de outro, indicamos pelo símbolo $\not\subset$ (não está contido).

Seja o conjunto:

$$E = \{Alex, Álvaro\} \not\subset \{Cátia, Mara, Tânia, Regina, Luci\}$$

IGUALDADE DE CONJUNTOS

Só há igualdade entre os conjuntos, quando forem formados pelos mesmos elementos.

Conjunto dos alunos que obtiveram nota 100.

$$A = \{Carlos Jorge, Henrique\}$$

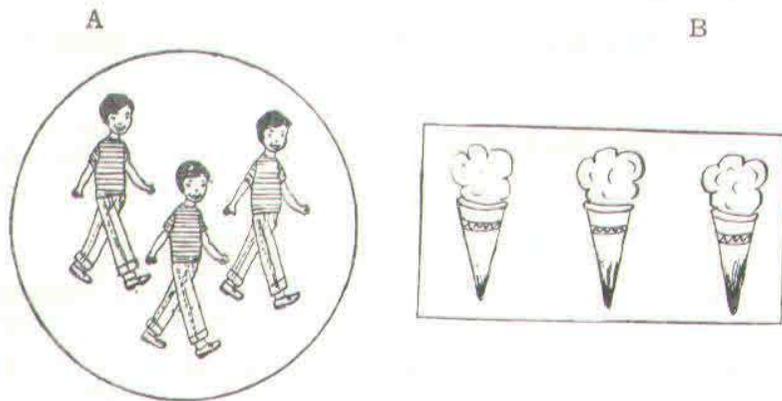
Se considerarmos este conjunto desta maneira:

$$B = \{Henrique, Carlos Jorge\}$$

temos conjuntos iguais. A ordem dos elementos não altera um conjunto.

$$A = B$$

A propriedade comum de um número entre os conjuntos não nos indica que haja igualdade de conjuntos.



Neste caso:

$$A \neq B \text{ mas } 3 = 3$$

CONJUNTOS CRUZADOS — CONJUNTOS SEPARADOS (disjuntos)

Conjuntos cruzados: Os conjuntos são cruzados quando apresentam elementos em comum:

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2, 4, 5, 7, 8\}$$

Os conjuntos A e B são conjuntos cruzados, pois os elementos 2 e 4 aparecem em ambos; são elementos comuns a A e B.

Indicamos:

$$A \neq B \quad \text{ou} \quad A \cap B$$

Conjuntos separados ou disjuntos: Os conjuntos são separados ou disjuntos quando não apresentam elementos em comum.

$$A = \{c, a, n, t, o\}$$

$$B = \{m, i, l\}$$

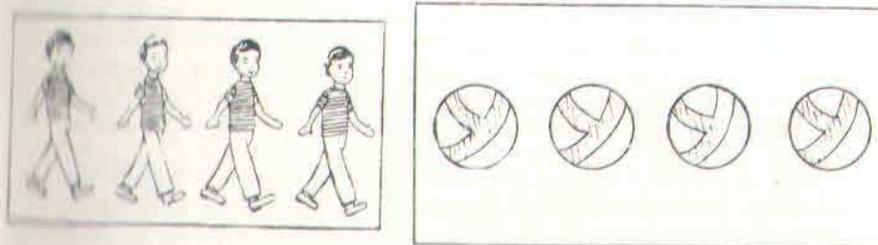
Nenhum elemento do conjunto A aparece no conjunto B. Não há elemento em comum.

Indicamos:

$$A \cap B \text{ ou } A \supset \subset B$$

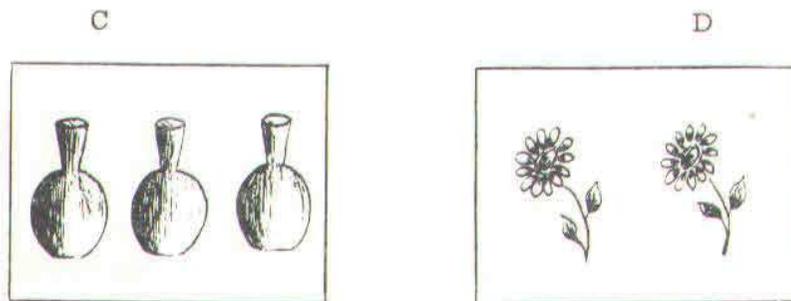
COMPARAÇÃO ENTRE CONJUNTOS

Comparemos os conjuntos A e B



Encontramos para cada elemento do conjunto A outro elemento no conjunto B, dizemos, que há entre esses conjuntos uma correspondência, um a um, uma correspondência biunívoca.

Já, se observarmos, os conjuntos C e D, não vamos encontrar essa correspondência entre elementos dos conjuntos.



Há falta de um elemento no conjunto D; portanto, os conjuntos C e D não estão em correspondência um a um ou biunívoca.

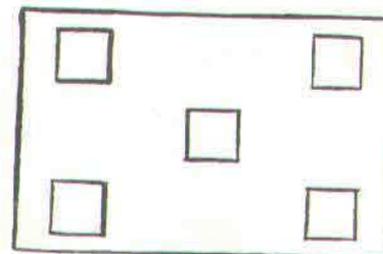
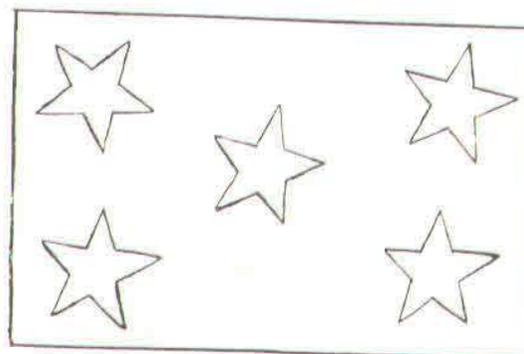
NÚMERO — NUMERAL — ALGARISMO

Quando associamos, a cada elemento de um conjunto um elemento de outro conjunto e vice-versa; os conjuntos estão em correspondência biunívoca.

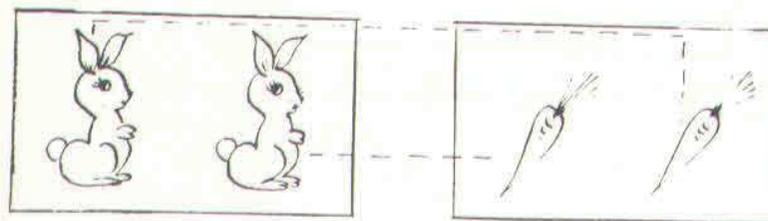
Por exemplo: Consideremos um conjunto de balas e o conjunto de papéis que as envolve. Comparando o conjunto de balas com o conjunto de papéis que as envolve, dizemos que os conjuntos estão em correspondência biunívoca: para cada bala há um papel, ou, para cada papel há uma bala.

Os conjuntos que podem, ser postos em correspondência um a um, ou biunívoca damos o nome de *conjuntos equivalentes*. Guardam entre si uma propriedade comum — é a

propriedade de possuir a mesma quantidade de elementos ou o mesmo número de elementos.



CONJUNTOS EQUIVALENTES



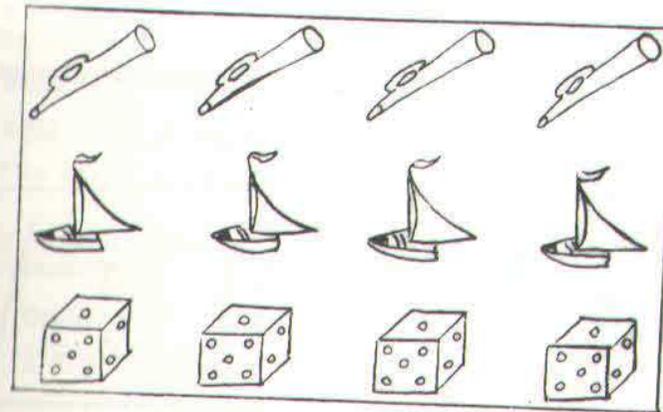
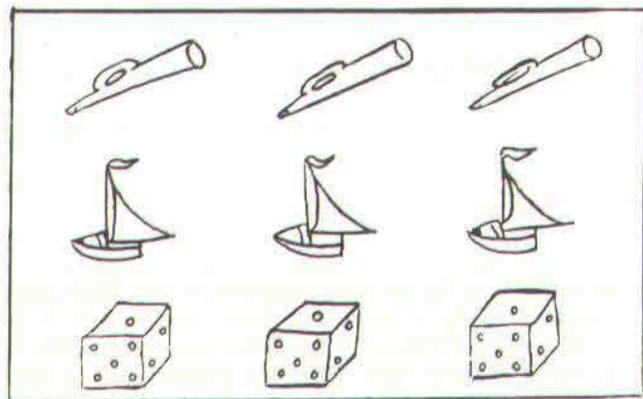
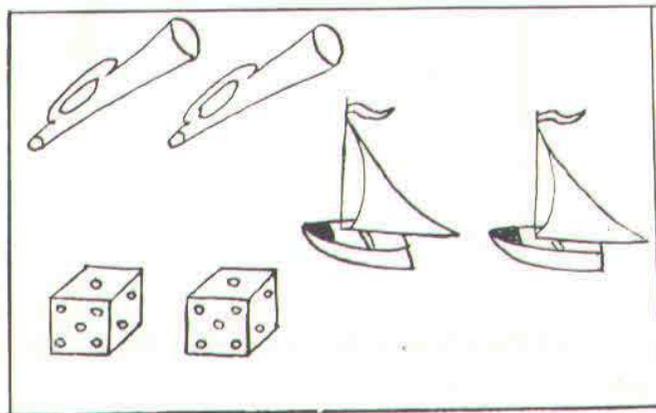
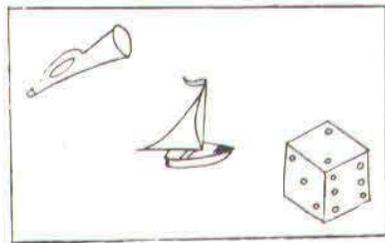
Indicamos:

$A \sim B$

A equivalente a B; os dois conjuntos são formados pela mesma quantidade de elementos, essa quantidade é a idéia que surge ao compararmos conjuntos que estão em correspondência biunívoca. A essa idéia de quantidade é que chamamos *número*, e, ao modo de a representar *numeral*.

Desde a antigüidade, os povos já colocavam conjuntos em correspondência biunívoca, e, este processo veio permitir o início de contagem, dando origem ao conjunto dos números naturais.

$N = \{ \text{um, dois, três, quatro, cinco,} \}$



Mais tarde, premidos pela necessidade de indicar a ausência de elementos num conjunto, introduziram o número zero, e, criaram o conjunto, dos números inteiros.

$I = \{ \text{zero, um dois, três, quatro,} \}$

Para representar essas idéias de quantidade (os números) foram inventados símbolos. O nosso sistema de numeração faz uso de dez símbolos e, com eles escreve-se qualquer número. São eles:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; os numerais hindu-arábicos, também chamados algarismos em homenagem ao matemático árabe Al-Karismi, seu criador.

Recordando:

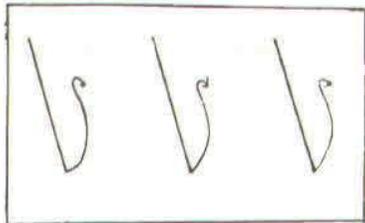
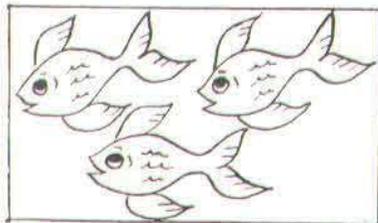
Número é a idéia que guardamos de uma quantidade, logo, o número é algo abstrato.

Numeral é um símbolo com o qual representamos o número.

Algarismos são somente, dez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

ATIVIDADES — PROBLEMAS

1 — Escreva no quadradinho a propriedade comum dos conjuntos.



2 — Olhando este conjunto, escreva 3 subconjuntos, nele contido.

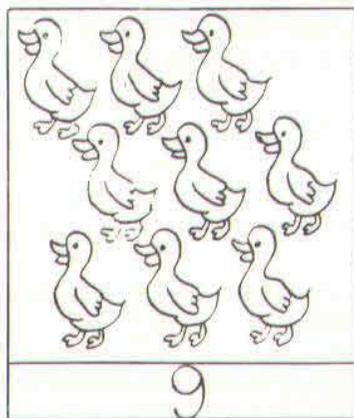
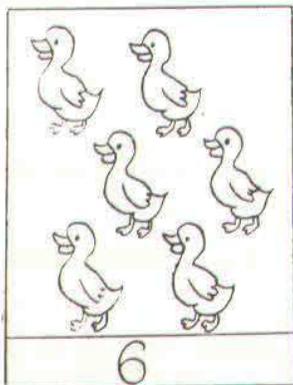
A = { Amazonas, Paraná, Paraíba, Paranapanema }

B =

C =

D =

3 — Diga-me: Estes dois conjuntos estão em correspondência biunívoca?



4 — Use o símbolo, pertence ou, não pertence, conforme for o caso.

maçã { pêra, banana, abacaxi }

lápis { régua, caneta, borracha }

São Paulo { Paraná, Ceará, São Paulo, Bahia }

5 — Classifique estes conjuntos de acordo com o número de elementos:

{ Carlos } conjunto

{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... } conjunto

{ } conjunto

6 — Use os símbolos contém ou está contido conforme for o caso:

{ 2, 4, 6 } { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 }

{ a, b, c, d, e, f, g } { a, d, g }

{ elefante, urso, cavalo } { vaca, urso, elefante, cavalo }

7 — Observe estes conjuntos e diga-me se eles são cruzados ou separados:

{ Elza, Júlio, Quico }

{ Estela, Quico, Júlio }

{ Alípio, Mira, Cristina }

{ Vicente, Bambino, Rosália }

8 — Trabalhe só com numerais:

a) Tire 8 de 88.

b) 4 mais 9 é igual a 13.

c) Quantas vezes 7 está em 777?

d) Qual é maior 0,000.008 ou 0,2?

9 — Faça o exercício anterior trabalhando com números (idéias).

10 — Dê outros numerais para os seguintes números

$$25 = 20 + 5 \text{ ou } XXV \text{ ou } 19 + 6 \text{ etc.}$$

$$1.000 =$$

$$460 =$$

$$38 =$$

11 — Escreva dois conjuntos cruzados.

12 — Escreva dois conjuntos separados ou disjuntos.

13 — Quando dizemos que dois conjuntos são equivalentes? Dê alguns exemplos.

14 — Você sabe a quem devemos o nome de algarismos, dado aos símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9?

15 — Qual o símbolo que representa um conjunto vazio no nosso sistema de numeração?

16 — Escreva um conjunto com o nome de animais quadrúpedes (5 elementos).

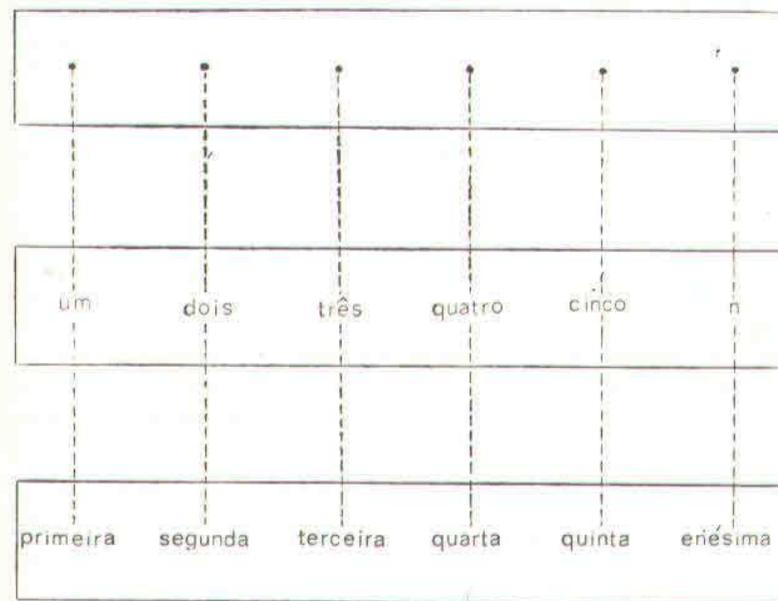
SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

Consideremos um conjunto de marcas (.) com n elementos (número qualquer de elementos). Separemos um elemento desse conjunto e podemos dizer que é o elemento *um* ou o *primeiro* elemento.

Continuemos a separar e diremos elemento *dois* ou *segundo* elemento. Separemos outro elemento e diremos elemento *três* ou *terceiro* elemento e assim sucessivamente, até o n elemento ou *enésimo* elemento.

Construímos um conjunto de n elementos, pondo em correspondência biunívoca os elementos do conjunto de marcas (.) com o conjunto dos números naturais.

CONJUNTO DE MARCAS



Cada elemento foi posto em correspondência biunívoca com um número, de acordo com a ordem em que foi separado. Construímos um conjunto *ordenado*, o que nos leva a tirar a conclusão: Todo número natural pode ter dois senti-

dos: um cardinal (um, dois, três ..., n); outro ordinal (primeiro, segundo, terceiro ..., enésimo).

Detemo-nos, mais neste fato.

Seja o conjunto dos ótimos alunos de uma classe.

Lúcia	Álvaro	Edgar	Manuel	Helena	Rubens
um	dois	três	quatro	cinco	seis

A cada elemento fizemos corresponder um número cardinal.

Vamos ordenar os conjuntos na ordem crescente de altura.

Lúcia	Helena	Edgar	Álvaro	Manuel	Rubens
primeiro	segundo	terceiro	quarto	quinto	sexto

A cada elemento fizemos corresponder um número ordinal.

Para indicar todos os números, usamos dez símbolos hindu-arábicos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 obedecendo a uma base de numeração — a decimal.

A numeração pode ser falada ou escrita, e, desde que estejamos representando idéias de quantidades (números) quer seja falada, quer seja escrita a representação é feita por um numeral.

Aos nove, primeiros símbolos damos o nome de *unidades*: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove.

O sucessivo de nove é dez. Cada conjunto de dez elementos forma uma *dezena*.

O sucessivo de dez é o onze.

sucessivo de onze — doze

sucessivo de doze — treze

sucessivo de treze — catorze ou quatorze (de acôrdo com o Vocabulário Ortográfico Oficial).

sucessivo de catorze — quinze

sucessivo de quinze — dezesseis

sucessivo de dezesseis — dezessete

sucessivo de dezessete — dezoito

sucessivo de dezoito — dezenove

sucessivo de dezenove — vinte, ou, duas dezenas.

Os números compreendidos entre duas dezenas — vinte, e, três dezenas — trinta formam-se acrescentando ao vocábulo vinte, as unidades:

vinte e um, vinte e dois... vinte e nove, trinta.

Do mesmo modo formamos os números compreendidos entre:

três dezenas - trinta e quatro dezenas - quarenta

quarenta e cinco dezenas - cinqüenta

cinqüenta e seis dezenas - sessenta

sessenta e sete dezenas - setenta

setenta e oito dezenas - oitenta

oitenta e nove dezenas - noventa

O sucessivo de noventa e nove é cem. Cada conjunto de cem elementos forma uma *centena*.

O sucessivo de cem é cento e um.

O sucessivo de cento e um é cento e dois, e, assim, sucessivamente até completar duas centenas ou duzentos quando usamos o acréscimo desses nomes já conhecidos para formar os números compreendidos entre as demais centenas.

Três centenas — trezentos

Quatro centenas — quatrocentos

Cinco centenas — quinhentos

Seis centenas — seiscentos

Sete centenas — setecentos

Oito centenas — oitocentos

Nove centenas — novecentos

O sucessivo de novecentos e noventa e nove é *mil, milhar ou milheiro*.

Os milhares são contados da seguinte maneira:

dois mil, três mil, quatro mil novecentos e noventa e nove mil.

Os números compreendidos entre os milhares são formados pelo acréscimo dos nomes dados.

O sucessivo de novecentos e noventa e nove mil novecentos e noventa e nove é *milhão*.

Os conjuntos de mil em mil elementos recebem os nomes de:

milhão, bilhão, trilhão, quatrilhão, quintilhão, sextilhão, ou sextilião, setilhão ou setilião, otilhão ou octilhão.

Os números compreendidos entre esses números formam-se acrescentando-lhes os nomes já estudados.

A cada grupo de mil, chamamos *classe*. Cada classe tem três ordens: ordem das unidades, ordem das dezenas e ordem das centenas.

Observação: A grafia dos números deve merecer especial atenção. Não podemos deixar, que nossos alunos não saibam bem escrever os números.

Na grafia do número catorze, segundo o Vocabulário Ortográfico Oficial é facultativo o uso catorze ou quatorze. Alguns professores condenam a segunda maneira (quatorze) e em «Grafemos», embora registre as duas, dá preferência a catorze. Em qualquer caso a pronúncia será sempre catorze.

Procurando o modo correto da grafia de cinquenta, encontramos na Moderna Gramática Expositiva de Artur de Almeida Torres, no Grafemos e no Vocabulário Ortográfico Oficial somente cinquenta, embora, o professor, Madsen Barbosa dá o seguinte parecer:

«Sobre a palavra cinquenta os gramáticos invocando «quinquaginta» dão como errada a forma cincoenta, novamente aqui, cabe a indagação, não seria mais fácil, quer do ponto-de-vista da metodologia da aritmética, quer da dificuldade de uma criança escrever corretamente com «qu» e ainda com trema, aceitar-se a forma cincoenta, inclusive já usada por muitos?» (Matemática Metodologia e Complementos para Professores Primários — Volume III).

NUMERAÇÃO ESCRITA

Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 escrevemos qualquer número, desde que obedeçamos a um conjunto de regras do nosso sistema de numeração.

Os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9 surgiram naturalmente, são chamados *significativos*, o zero (0) surgiu decorrente da necessidade de representar a quantidade de elementos de um conjunto vazio, e é chamado algarismo *insignificativo*.

No nosso sistema decimal, as unidades até nove formam a primeira ordem. Agrupando dez elementos ou unidades, formamos as dezenas que vão ocupar a segunda ordem, escritas à esquerda da primeira ordem, representando unidades dez vezes maiores que as da primeira ordem.

Com dez dezenas formamos uma centena, que vai ocupar o lugar à esquerda da segunda ordem, valendo dez vezes mais que esta, e, formando a terceira ordem.

Continuamos, a agrupar sempre de dez em dez, e formamos um conjunto de milhar, valendo cada um dez vezes mais que as unidades da ordem que lhe é inferior; a ordem das centenas.

Cada algarismo corresponde a uma *ordem*.

Cada agrupamento de três ordens chama-se *classe*.

As ordens são numeradas e as classes recebem nomes a saber:

- 1.^a) ordem: unidades simples
- 2.^a) ordem: dezenas simples
- 3.^a) ordem: centenas simples
- 4.^a) ordem: unidades de milhar
- 5.^a) ordem: dezenas de milhar
- 6.^a) ordem: centenas de milhar
- 7.^a) ordem: unidades de milhão
- 8.^a) ordem: dezenas de milhão
- 9.^a) ordem: centenas de milhão

O princípio que rege o nosso sistema, é o seguinte:

Todo algarismo escrito à esquerda de outro representa unidades dez vezes maiores que as dêsse outro.

Sendo assim concluimos que um algarismo possui dois valores: absoluto e relativo.

Valor absoluto é o valor que isoladamente êle representa.

Valor relativo é o valor que varia de acôrdo com a posição que ocupa, no numeral escrito.

Vejamos os valores que pode assumir o algarismo três quando escrito nestes números.

463 — valor absoluto — 3

436 — valor relativo — 30

362 — valor relativo — 300

3.684 — valor relativo — 3.000.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO ROMANA

No sistema de numeração romana usamos sete numerais, sete letras maiúsculas do alfabeto latino, para representar os números.

- I — um
- V — cinco
- X — dez
- L — cinqüenta
- D — quinhentos
- M — mil

Para a escrita dos numerais romanos precisamos obedecer as seguintes regras:

1.^a — Os numerais I, X, C, e M podem ser repetidos até três vêzes. Cada repetição vale como uma adição.

$$XX = 10 + 10 = 20$$

$$III = 1 + 1 + 1$$

2.^a — Um numeral escrito à esquerda de outro de maior valor, diminui dêste o seu próprio valor.

$$IV = 5 - 1 = 4$$

$$XC = 100 - 10 = 90$$

3.^a — Um numeral escrito à direita de outro de maior valor aumenta a êste o seu próprio valor.

$$XI = 10 + 1 = 11$$

$$DC = 500 + 100 = 600$$

4.^a — Um traço horizontal, colocado sobre um numeral, aumenta mil vêzes o valor do número, dois traços, um milhão, três traços, um bilhão e assim sucessivamente.

$$\bar{L} = 50.000$$

$$\overline{\overline{XII}} = 12.000.000$$

Nota: — Este sistema não tem um símbolo para o número zero.

NUMERAIS ORDINAIS

O estudo sobre sistemas de numeração, seus numerais e uso, acha-se no livro do 2.^o ano, pág. 46 (onde o professor encontrará toda metodologia necessária).

ATIVIDADES

I — Coloque falso ou verdadeiro

$$32 \times 12 = 344$$

$$10 \times 8 \times 2 = 40 \times 3$$

$$100 : 25 = 2 \times 5$$

$$100 : 4 + 5 = 2 \times 15$$

$$64 + (46 + 4) = (64 + 46) + 4$$

II — Diga o valor relativo do algarismo cinco (5) nos seguintes números:

50 — corresponde a unidades

650 — corresponde a unidades

1.005 — corresponde a unidades

5.000 — corresponde a unidades

III — Quantas ordens tem o número 234.638.007?

IV — Escreva a data da Independência do Brasil em numeral romano.

V — Escreva em numeral hindu-arábicos:

XXX MCML MMXXX

XXI MMM XIV

IVCCL XXXIX IV

VI — Escreva o número 5.894.048 por extenso e me responda: quantas ordens tem esse número?

VII — Efetue esta operação e coloque o resultado em numeral romano:

$$345 \times 67 =$$

VIII — No sistema de Numeração Decimal como são agrupadas as unidades?

IX — Efetue esta operação e coloque o resultado em numeral romano:

$$5.739 : 57 =$$

X — No número 6.095 quantas classes estão representadas?

XI — Represente no cartaz Valor de Lugar o número 3.006.

XII — Escreva em algarismos hindu-arábico o seguinte número:

5 centenas de milhar, 2 centenas simples e três unidades.

XIII — Quantas dezenas precisamos para formar uma centena?

XVI — Quantas unidades ao todo tem o número 234?

BASES DE NUMERAÇÃO

A contagem, nas diversas bases, pode ser efetuada, pelos alunos, através de jogos, levando-os à disputa de campeonatos.

Material necessário — Tampinhas de refrigerantes, cinco ou mais caixinhas, o cartaz Valor de Lugar e fichas de cartolina.

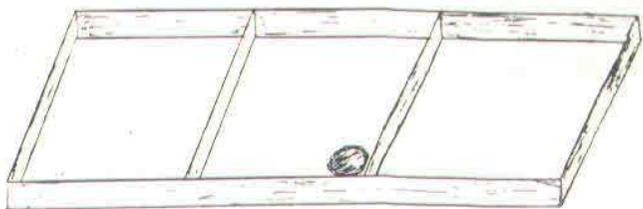
O professor dá a um aluno escolhido, um conjunto, com cem tampinhas de refrigerantes e, pede-lhe que conte os elementos na base dez.

Primeiro passo. O aluno deve escrever na lousa ou dizer os numerais que vai usar.

Base 10 — Numerais: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Segundo passo. Começa a contagem e deposita as tampinhas, na primeira caixinha, até contar nove; quando retira todas, acrescenta mais uma, forma um novo conjunto,

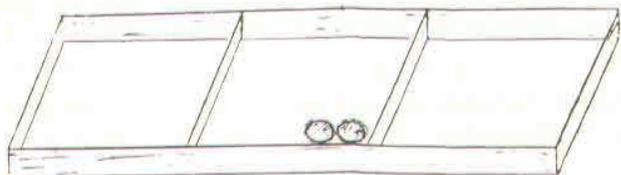
um conjunto de dezenas, e vai depositá-la na segunda caixinha.



Terceiro passo. Vai ao Cartaz Valor de Lugar e nêle representa a quantidade contada.

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	1	0

Quarto passo. Continua a contagem, depositando uma a uma, as tampinhas na primeira caixinha, até completar nove, quando retira tôdas, acrescenta uma e forma outro conjunto de dezena.



Quinto passo. No cartaz Valor de Lugar, faz a representação dêsse número.

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	2	0

Continua dêste modo até completar nove dezenas e nove unidades, quando acrescenta mais uma, forma um conjunto de dezena, passa-o para a segunda caixa. Junto com os nove conjuntos de dezenas forma dez conjuntos de dezenas, que não podendo ficar na segunda caixinha, vão formar um só conjunto com as dez dezenas. Leva-o para a terceira caixinha.

A seguir representa o número no Cartaz Valor de Lugar.

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
1	0	0

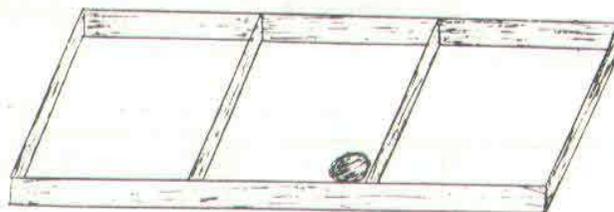
A contagem em diversas bases, introduzida por meio de jogos tem despertado interêsse; os alunos chegam a ficar tão destros que mesmo contando na base binária que exige muita atenção, dificilmente erram.

É interessante, contar o mesmo número, em diversas bases.

Vamos contar o número vinte e cinco em algumas bases.

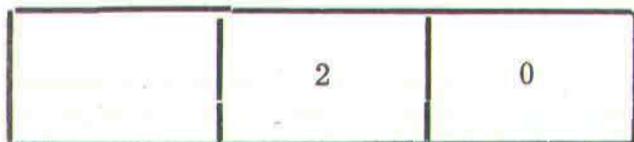
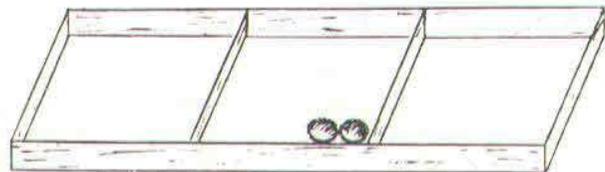
Base cinco — Numerais usados: 1 — 2 — 3 — 4 — 0

Contamos as tampinhas de uma em uma, e depositamos na primeira caixinha até completar quatro, quando, acrescentamos mais uma, que junto com as outras forma um nôvo conjunto que vai ser depositado na segunda caixinha.

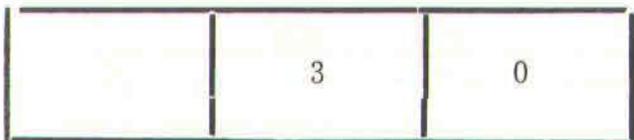
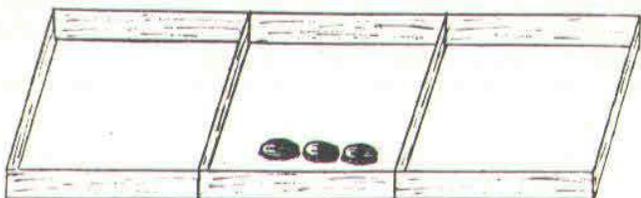


CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	1	0

Continuamos a contar, e, a colocar na primeira caixinha, até completar quatro, quando acrescentamos mais uma que, juntamente com as outras formam um novo conjunto, que vai para a segunda caixinha.

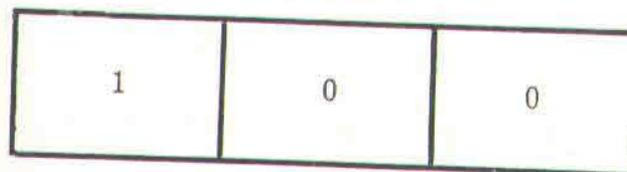
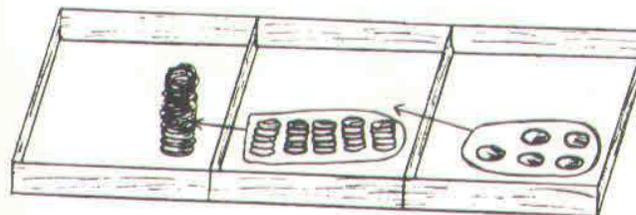


Recomeçamos a contagem, e, colocamos uma, duas, três, quatro tampinhas na primeira caixinha, contando mais uma e, juntando com as quatro formamos outro conjunto que será depositado na segunda caixinha.



Continuamos a contar até completar quatro conjuntos na segunda caixinha e, quatro tampinhas na primeira caixinha, quando acrescentamos mais uma tampinha, formamos

outro conjunto, o levamos para a segunda caixinha, mas, na segunda caixinha não pode ficar. Com o novo conjunto ficamos com cinco. Formamos com eles um só conjunto e o passamos para a terceira caixinha.



Logo: $25 \equiv 100_5$ (o número cinco, em tipo menor, escrito à direita e abaixo do numeral, indica a base)

O cartaz Valor de Lugar, quando contamos em outras bases, não pode ter os dizeres: unidades, dezenas, centenas, etc., pois são nomes dados às ordens do nosso sistema decimal. A leitura dos numerais também não é feita na base decimal, pois não foi esta a base de contagem. No exemplo acima temos:

$$25 = 100_5 \text{ (lê-se: um, zero, zero, na base cinco).}$$

É fácil reconhecer o número decimal que produziu 100_5 .

$$1\ 0\ 0_5$$

1.^a ordem — conjunto vazio — 0 0

2.^a ordem — conjunto vazio — 0 X 5 0

3.^a ordem — conjunto unitário — 1 X 5 X 5 — 25

$$25$$

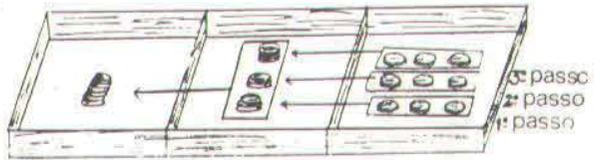
$$100_5 \equiv 25$$

Vamos passar o numeral 25 para a base três.

Base 3 — numerais usados: 0 — 1 — 2.

Representando nas caixinhas

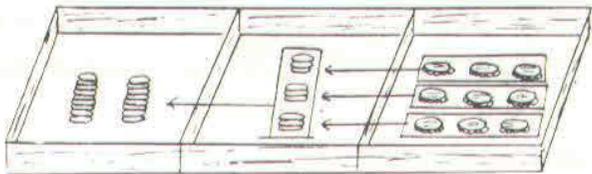
CAIXINHAS



CARTAZ

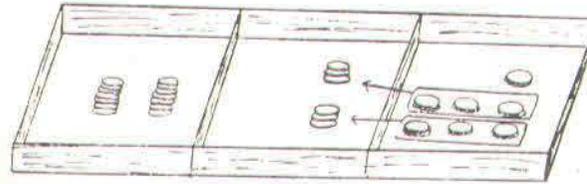
1	0	0
---	---	---

Continuando a contar, não esquecendo que já temos um conjunto na terceira caixinha.

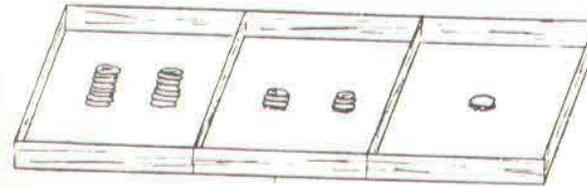


2	0	0
---	---	---

Continuando a contar, estamos com dois conjuntos na terceira caixinha.

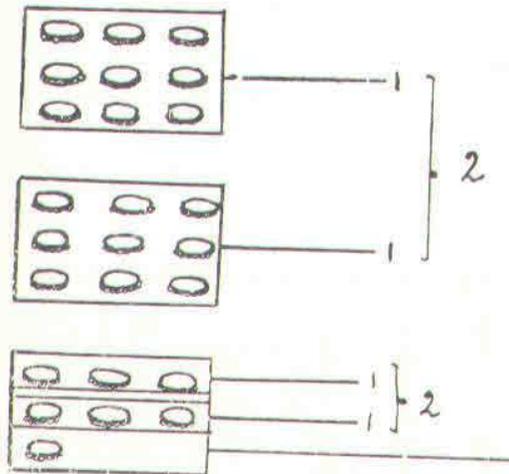


Representando nas caixinhas e no cartaz.



2	2	1
---	---	---

25 221: — (dois, dois, um, base três).



Transformando 221_3 para base decimal.

	23^{a} ordem	22^{a} ordem	1^{a} ordem
1^{a} ordem	1		1
2^{a} ordem	2 X 3		6
3^{a} ordem	2 X 3 X 3		18
			25

$$221_3 = 25$$

Por curiosidade, vamos resolver alguns exercícios a respeito de bases de numeração.

a — Transformar para a base decimal 43_5

	42^{a} ordem	31^{a} ordem	
1^{a} ordem	3		3
2^{a} ordem	4 X 6		24
			27

$$43_5 = 27$$

b — Transformar 124_5 para a base dez.

13^{a} ordem	2^{a} ordem	1^{a} ordem
1	2	4

1^{a} ordem	4		4
2^{a} ordem	2 X 5		10
3^{a} ordem	1 X 5 X 5		25
			39

c — Transformar para a base decimal 1010_2

	4^{a} ordem	3^{a} ordem	2^{a} ordem	1^{a} ordem
	1	0	1	0
1^{a} ordem	0			0
2^{a} ordem	1 X 2			2
3^{a} ordem	0 X 2 X 2			0
4^{a} ordem	1 X 2 X 2 X 2			8
				10

d — Transformar 32 para a base 5 (cinco).

32	5
2	6
1	5
1	1

$$32 = 6 \text{ grupos de } 5 + 2$$

$$6 \text{ grupos} = 1 \text{ grupo de } 5 \times 5 + 1 \text{ grupo de } 5$$

$$32 = 112_5$$

e — Transformar 46 para a base 4. (quatro)

46	4
6	11
2	4
3	2

46 = 11 grupos de 4 + 2
 11 grupos de 4 = 2 grupos de 4 X 4 + 3 grupos de 4.

46 ≡ 232.

f — Transformar 64 para a base 3

64	3	
04	21	3
<u>1</u>	<u>0</u>	<u>7</u> 3
		<u>1</u> 2

64 = 21 grupos de 3 + 1

21 grupos de 3 = 7 grupos de 3 X 3.

7 grupos de 3 X 3 = 2 grupos de 3 X 3 X 3 e mais um grupo de 3 X 3.

64 ≡ 2101₃

NUMERAIS

CARDINAIS	ORDINAIS	FRACIONÁRIOS	
um	primeiro	—	—
dois	segundo	meio	duplo, dobro
três	terceiro	térço	triplo
quatro	quarto	quarto	quádruplo
cinco	quinto	quinto	quintuplo
seis	sexto	sexto	séxtuplo
sete	sétimo	sétimo	sétuplo
oito	oitavo	oitavo	óctuplo
nove	nono	nono	nónuplo
dez	décimo	décimo	décuplo
vinte	vigésimo	um, vinte avo	umdécuplo
trinta	trigésimo	um, trinta avo	duodécuplo
quarenta	quadragésimo	um, quarenta avo	
cinquenta	quínquagésimo	um, cinquenta avo	
sessenta	sexagésimo	um, sessenta avo	
setenta	septuagésimo	um, setenta avo	
oitenta	octogésimo	um, oitenta avo	
noventa	nonagésimo	um, noventa avo	
cem	centésimo	centésimo	céntuplo
duzentos	ducentésimo	ducentésimo	ducentúpulo
trezentos	tricentésimo	tricentésimo	tricéntupulo
quatrocentos	quadringentésimo	quadringentésimo	
quinhentos	quingentésimo		
seiscentos	sexcentésimo		
setecentos	septingentésimo		
oitocentos	octigentésimo		
novecentos	noncentésimo		
mil	milésimo		
dez mil	milionésimo		

A palavra avo que acompanha os cardinais na formação dos fracionários foi tirada da palavra oitavo, e, não pode ser usada no caso de centésimo, ducentésimo, milésimo, milionésimo, etc.

LEITURA DOS NUMERAIS ORDINAIS

Seja o numeral 24.135.^o — Vigésimo quarto milésimo e centésimo trigésimo quinto.

Seja o numeral 56.243.^o — quínquagésimo sexto milésimo e ducentésimo quadragésimo terceiro.

EMPREGO DOS NUMERAIS

Os numerais ordinais são usados:

a) Para designar o primeiro dia do mês: 1.^o de abril; 1.^o de junho.

b) Nas séries de reis e papas, séculos ou capítulos de 1 a 10: D. Pedro II — Pedro segundo.

Papa Paulo VI — Papa Paulo sexto.

Século IV — Século quarto.

Capítulo VII — Capítulo sétimo.

c) Na numeração de artigos de leis de 1 a 9:

Artigo 1.^o — artigo primeiro.

Artigo 9.^o — artigo nono.

d) Antes do substantivo; qualquer numeral superior a 10.

o décimo quinto capítulo.

o vigésimo oitavo rei.

e) Os numerais ordinais não são usados, depois dos substantivos;

Século XX — Século vinte.

Luís XVI — Luís dezesseis.

USO DOS NUMERAIS ROMANOS

Empregam-se os numerais romanos para indicar capítulos de livros, datas históricas e mostradores de relógio.

Capítulo XII — Capítulo doze.

XV — XI — MDCCCLXXXIX — quinze de novembro de 1889.

ATIVIDADES

- 1 — Escreva por extenso: 135.º
- 2 — Escreva por extenso o numeral: 324.º
- 3 — Escreva em algarismos hindu-arábicos o numeral: novecentos e trinta e quatro.
- 4 — Complete: Já li o nono capítulo dêste livro; agora vou entrar no capítulo.
- 5 — Na minha classe tem 25 alunos. Eu sou o mais alto. Por isso sou o aluno da fila.
- 6 — Escreva os nomes dos Imperadores do Brasil.
- 7 — Você sabe me dizer onde são usados os numerais romanos?
- 8 — Quando nos referimos a artigos de leis, que espécie de numeração usamos?
- 9 — Observe os relógios. Na maioria deles qual é a numeração usada para o mostrador?
- 10 — Escreva esta data VII — IX — MDCCCXXII.
- 11 — Escreva esta data usando os numerais hindu-arábicos XXII — IV — MD.
- 12 — Faça correspondência entre êstes conjuntos:

trezentos
setecentos
quinhentos
quarenta
cem

quadragésimo
septingentésimo
centésimo
quingentésimo
tricentésimo

- 13 — Veja se êstes conjuntos estão em correspondência biunívoca.

ducentésimo
milésimo
octogésimo
trigésimo
millionésimo

800.º
10.000.º
200.º
1.000.º
30.º

MODO DE ESCREVER OS NÚMEROS INSTITUTO NACIONAL DE PESOS E MEDIDAS

O diretor-Geral do Instituto Nacional de Pesos e Medidas, de acôrdo com o disposto, no artigo 1.º § 3.º do Decreto-Lei n.º 592, de 4 de agosto de 1938, resolve:

N.º 36 — Substituir a Portaria n.º 29, de 19 de setembro de 1962, pela seguinte:

Dispõe sobre o modo de escrever os números, e de usar os nomes e os símbolos das unidades de medidas.

1 — Escrita de números.

1.1 — A parte inteira dos números deve ser separada em classes de 3 algarismos, da direita para a esquerda, exemplo: 1.002.340.

1.2 — Na parte decimal essa operação se fará da esquerda para a direita, exemplo: 0,000.02.

1.3 — Em um e outro caso, a separação deverá ser feita com o uso de um ponto que não deixe intervalo, no qual possa ser intercalado um algarismo.

1.4 — Para separar a parte inteira da parte decimal dos números deve ser usada, exclusivamente, a vírgula, ficando assim excluído, para tal separação, o uso do ponto.

1.5 — Constituem exceção às regras dos itens acima;

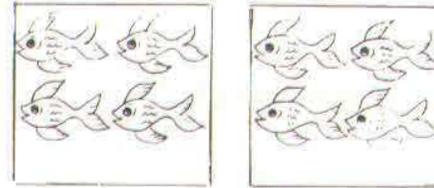
— os números indicativos do ano, cuja escrita será sem intervalo: 1965

Diário Oficial de 17 de agosto de 1965

OPERAÇÕES: UNIÃO E INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS — UNIÃO DE CONJUNTOS

O professor, aproveitando uma situação real, pode introduzir o conceito da operação união.

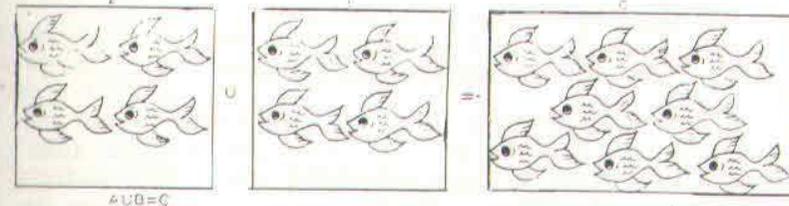
Carlos foi pescar e trouxe dois conjuntos de peixes.



Vamos efetuar uma operação com êsses conjuntos que nos permita encontrar o conjunto de todos os peixes pescados por Carlos.

Precisamos de um símbolo para indicar a operação. Como estamos unindo conjuntos, será a letra U.

Efetuando a operação:



$$A \cup B = C$$

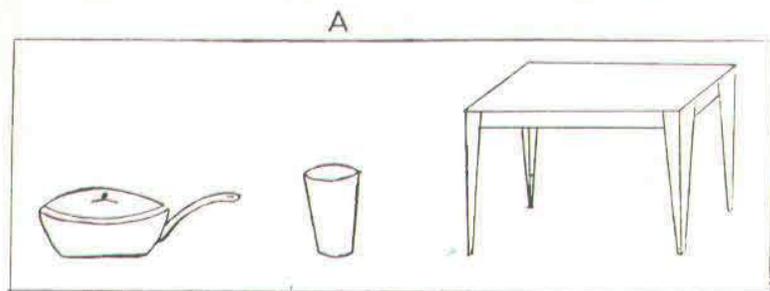
Quando operamos, unindo conjuntos, encontramos como resultado outro conjunto, ao qual damos o nome de *conjunto união*.

Efetuamos uma operação chamada *união*. Usamos um símbolo — o símbolo U. Obtivemos como resultado um conjunto — o *conjunto união*.

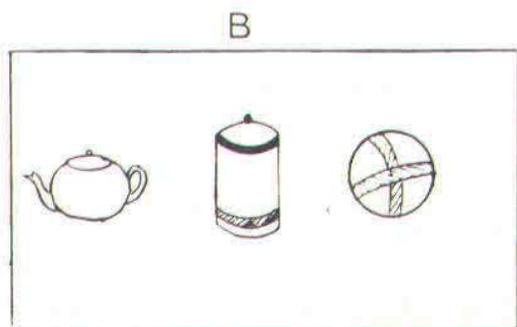
INTERSECÇÃO DE CONJUNTOS

Partindo de situações reais, introduzir o conceito da operação intersecção.

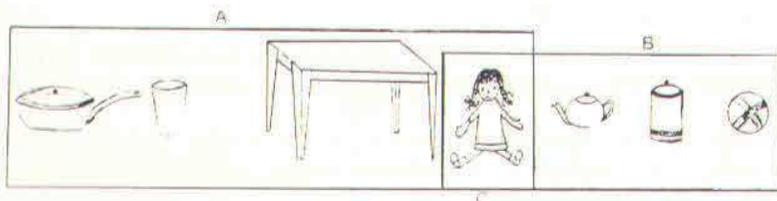
Conjuntos dos brinquedos de Tânia.



Conjunto dos brinquedos de Mara.



No Natal, as meninas pediram uma boneca. Como era muito caro, seus pais, compraram uma boneca para as duas. A boneca ficou fazendo parte ao mesmo tempo do conjunto dos brinquedos de Tânia e dos conjuntos de brinquedos de Mara.



A boneca formou um conjunto chamado intersecção, e, efetuamos uma operação chamada *intersecção*.

Vamos indicar esta operação de outra maneira.

$$A = \{ \text{panela, copo, mesa} \}$$

$$B = \{ \text{balde, bule, bola} \}$$

As meninas ganharam uma boneca.

$$A = \{ \text{panela, copo, mesa, boneca} \}$$

$$B = \{ \text{balde, bule, bola, boneca} \}$$

Quando efetuamos a operação intersecção encontramos como resultado o conjunto intersecção. Usamos um símbolo \cap (lê-se inter)

$$\{ \text{panela, copo, mesa, boneca} \} \cap \{ \text{balde, bule, bola, boneca} \} = \{ \text{boneca} \}$$

$$C = \{ \text{boneca} \} \text{ -- conjunto intersecção}$$

$$A \cap B = C \text{ (lê-se A inter B igual a C)}$$

Na operação união unimos os elementos dos conjuntos com os quais efetuamos a operação, não repetindo os mesmos elementos.

$$A = \{ a, b, c, d \}$$

$$B = \{ c, d, e, f \}$$

Efetuando a operação união

$$\{ a, b, c, d \} \cup \{ c, d, e, f \} = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

Os elementos c e d não devem aparecer repetidos no conjunto união. Na operação intersecção procuramos somente os elementos comuns aos conjuntos, com os quais efetuamos a operação.

ATIVIDADES

1 — Determine o conjunto união dos conjuntos A e B.

$$A = \{ a, b, c, d \}$$

$$B = \{ b, c, m, n \}$$

2 — Desenhe o resultado da operação união destes conjuntos:

$$A = \{ \text{pêra, maçã, caju} \}$$

$$B = \{ \text{maçã, caju, banana} \}$$

3 — Escreva o conjunto união dos conjuntos abaixo:

A = {Brasil, Argentina, Uruguai }

B = {Brasil, Chile, Peru }

4 — Efetue a operação intersecção dos conjuntos abaixo:

A = {1,2,4} B = {1,2,5}

C = {1,2}

5 — Efetue a intersecção:

A = {a,b,c,d} B = {m,n,p}

6 — Desenhe o resultado da operação intersecção dos conjuntos:

A = {cachorro, gato, papagaio}

B = {tigre, pato, cachorro}

7 — Determine o conjunto união dos três primeiros números pares e dos três números ímpares. Conjuntos Universo: conjunto dos números inteiros.

A = {1,3,5} B = {2,4,6}

C = {1,3,5,2,4,6}

8 — Dados os conjuntos A e B determine as operações união e intersecção:

A = {0,1,3,5}

B = {0,2,4,6}

OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS ADIÇÃO

Partindo de situações reais que possam interessar às crianças, pode o professor chegar ao conceito da adição (Veja 3.º ano — pág. 59).

Neste grau, o professor deve procurar que os alunos efetuem com rapidez as operações, efetuem seus cálculos numa boa disposição e usem vocábulos adaptáveis às situações matemáticas.

A adição com reservas deve servir de ponto de partida para o professor. Os alunos devem compreender, o transporte de unidades à ordem superior e, nada melhor, que o uso do cartaz Valor de Lugar.

As dificuldades, sempre que possível, devem ser transportadas, para a vida real e, apresentadas em forma de problema.

Concretizando esta adição:

$$85 + 18 + 14 = \square$$

o professor pode adaptá-las à esta situação problema

A produção de uma fábrica de doces, durante uma hora, é a seguinte:

85 doces de leite.

18 doces de banana.

14 cocadas.

Desejo saber, quantos doces produz essa fábrica em uma hora.

Transferindo a situação para o cartaz:

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	8	5
	1	8
	1	4

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	10	17

Na ordem das unidades só pode aparecer as sete unidades, e, uma dezena irá para a segunda ordem que adicionada às dez formam onze dezenas.

$$11 \text{ dezenas} = 1 \text{ centena} + 1 \text{ unidade}$$

Na ordem das dezenas só pode ficar uma dezena e a centena irá para a terceira ordem.

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
1	1	7

Efetuada a operação simbolicamente:

$$\begin{array}{r} 85 \\ + 18 \\ \hline 14 \end{array}$$

117

O professor terá o cuidado de verificar a exatidão do vocabulário evitando erros tão comuns.

Operação efetuada: adição.

Nome dos termos: parcelas.

Nome do resultado: soma.

Não confundir o resultado (soma) com a operação (adição).

Adição e soma são vocábulos muitas vezes, usados como sinônimos, o que é um erro.

Atividades devem ser propostas aos alunos, envolvendo inúmeras situações problemas:

$$40 + 16 + 18 = \square$$

$$136 + 284 = \square$$

$$2.000 + 5 + 185 = \square$$

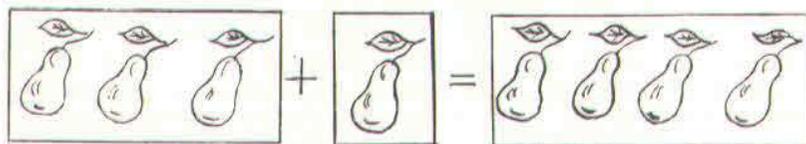
Como o conceito da operação adição pode ser introduzido por meio da operação união entre conjuntos, o professor deve ter o especial cuidado de não permitir que seus alunos confundam uma operação com outra.

A operação união é efetuada entre conjuntos, e, tem como resultado outro conjunto, enquanto a operação adição tem como termos as parcelas e como resultado a soma, e, é uma operação efetuada com números.

Não permitir também o uso de símbolo U entre número e nem o uso de símbolo da adição (+) entre conjuntos.

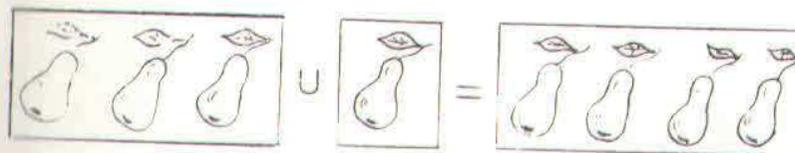
Exemplos errados:

$$4 \cup 5 \cup 2 = 11$$



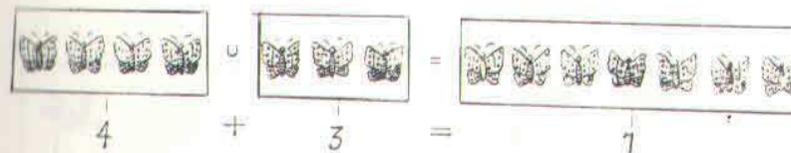
Exemplos corretos:

$$4 + 5 + 2 = 11$$



Operação: União (entre conjuntos)

Resultado: Conjunto união.



Operação: Adição (com números)

Resultado: Soma.

$$4 + 3 = 7$$

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO

FECHAMENTO: $4 + 2 = 6$

Conjunto universo: Estamos trabalhando no conjunto, universo dos números inteiros.

$U = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots \}$

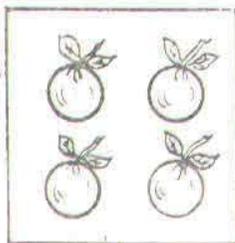
$$4 + 2 = 6$$

Os termos 4 e 2 são números inteiros, estão fechados no conjunto dos números inteiros.

A soma 6 também é um número inteiro, pertence ao conjunto dos números inteiros.

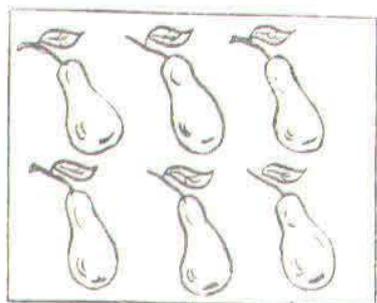
A adição possui a propriedade do fechamento — A soma de dois ou mais números inteiros quaisquer é sempre outro número inteiro.

2 — **COMUTATIVA**: Apresentar a mesma situação de modo diferente.

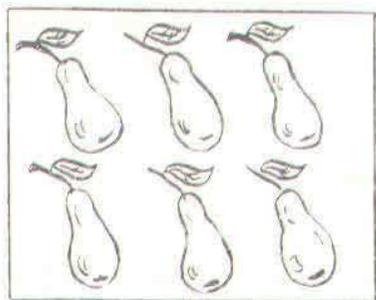


4

$$4 + 6 = 10$$



6



6

$$6 + 4 = 10$$

Levar a criança à conclusão que sendo:

$$4 + 6 = 10$$

$$6 + 4 = 10$$

A ordem das parcelas não altera a soma.

Atividades como estas devem ser efetuadas até que bem se firme a idéia de comutatividade das parcelas.

ASSOCIATIVA: Apresentar uma situação problema:

João ganhou 6 lápis de cor vermelha, 4 de cor azul e 3 de cor amarela. Quero saber o total de lápis que possui João.

Resolvendo por etapas:

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 4 \\ \hline 10 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 3 \\ \hline 13 \end{array}$$

A criança percebe que o total não se altera quando substituímos duas ou mais parcelas por sua soma.

Exemplos:

a) $8 + 4 + 5 + 2 = \square$

$$\begin{array}{r} 8 \\ + 4 \\ \hline 12 \\ + 5 \\ \hline 17 \\ + 2 \\ \hline 19 \end{array}$$

$$(8 + 4) + (5 + 2) = 19$$

b) $5 + 7 + 3 + 2 + 4 = \square$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 7 \\ \hline 12 \\ + 3 \\ \hline 15 \\ + 4 \\ \hline 19 \\ + 2 \\ \hline 21 \end{array}$$

c) $(5 + 7 + 3) + (2 + 4) = \square$

A adição possui a propriedade associativa.

Efetuando os cálculos, a criança percebe facilmente.

a) $(4 + 5) + (2 + 6) = (4 + 5 + 2) + 6$

b) $(8 + 4 + 3) + (5 + 2) =$
 $= (8 + 4) + (3 + 5 + 2)$

3 — **DISSOCIATIVA**:

Levar a criança a perceber que pode fazer o inverso de associar: substituir uma parcela, por duas ou mais, que so-

madras tenham o mesmo valor quantitativo da parcela substituída.

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } \quad 8 \\
 + 6 \\
 \hline
 14
 \end{array}
 \quad \text{ou} \quad
 \begin{array}{r}
 8 = 3 + 5 \\
 + 6 \\
 \hline
 14
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 3 \\
 + 5 \\
 6 \\
 \hline
 14
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } \quad 7 \\
 + 5 \\
 3 \\
 \hline
 15
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 = 4 + 3 \\
 + 5 \\
 3 = 2 + 1 \\
 \hline
 15
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 4 \\
 3 \\
 5 \\
 + 2 \\
 1 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

4 — ELEMENTO NEUTRO:

Propondo situações como estas levamos a criança a concluir que há um elemento neutro para a adição.

a) Paulo ganhou cinco bombons. Queria mais, mas não recebeu mais nenhum.

$$5 + 0 = 5$$

b) Qual o número que adicionado com mais seis é igual a seis?

$$\square + 6 = 6$$

$$\square = 0 \text{ pois,}$$

$$0 + 6 = 6.$$

PROVAS DA ADIÇÃO

Um dos hábitos mais importantes a ser formado é o da verificação dos cálculos. Ao ser efetuada, uma adição, o aluno, deve ficar seguro de sua exatidão.

PROVA REAL: Baseando-nos na propriedade comutativa, isto é, mudando a ordem das parcelas, estamos fazendo uma verificação.

$$\begin{array}{r}
 32 \\
 + 15 \\
 13 \\
 \hline
 60
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 15 \\
 + 13 \\
 32 \\
 \hline
 60
 \end{array}$$

PROVA DOS NOVES: Devido a apresentar falhas, esta prova de verificação, pode ser dada somente como atividade não obrigatória. (Vide 2.º ano página 73)

ATIVIDADES

1) — Na igualdade $10 + 5 = 15$

— Qual o nome da operação efetuada?

— Qual o nome do resultado?

— Qual o nome dos números 10 e 5?

2) — Efetue esta operação e tire a prova real:

$$9.456 + 456 + 1.456 = \square$$

3) — Efetue esta operação e tire a prova real:

$$5.473 + 456 + 3.768 = \square$$

4) — Diga o nome das propriedades que estão sendo usadas:

$$65 + 47 = 47 + 65$$

$$0 + 58 = 58$$

$$(36 + 79) + 37 = 36 + (79 + 37)$$

5) — Escreva «F» ou «V» conforme as sentenças sejam falsas ou verdadeiras.

A operação entre conjuntos chama-se adição.

A operação que reúne elementos de dois ou mais conjuntos chama-se operação União.

6) — Efetue:

$$(46 + 12) + (574 + 24) + 100 = \square$$

$$28 + (125 + 58 + 105) + 345 = \square$$

7) — Escreva de dois modos diferentes a adição de 545 com 268.

8) — Qual a propriedade que está sendo aplicada nesta igualdade?

$$120 + 56 + 28 = 204$$

$$(70 + 50) + (20 + 36) + 28 = 204$$

9) — Torne verdadeiras estas sentenças:

$$\square + 78 = 100 \iff \square = 100 - 78$$

$$\square = 22$$

$$\square + 59 = 200$$

$$\square + 254 = 300$$

$$123 + \square = 250$$

$$345 + \square = 500$$

10) — Resolva: Pensei em um número; a seguir somei 46 e obtive como resultado o número 120. Qual o número?
Resp. 74.

11) — Alex tinha algumas bolinhas. Ganhou mais 20 de seu primo e ficou com 37. Quantas bolinhas ele tinha?

Resp. 17.

12) — Torne verdadeiras estas sentenças:

$$\square + 34 = 50 + 4$$

$$106 + \square = 300 + 6$$

$$45 + 50 = \square$$

$$34 + 36 = 50 + \square$$

OPERAÇÃO: SUBTRAÇÃO

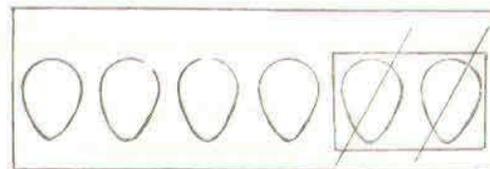
O professor, ao iniciar o estudo desta operação, deve ter como objetivo introduzir o conceito da subtração, como operação inversa da adição.

Na união de dois conjuntos, o resultado sempre é dado por um conjunto com um número maior ou igual de elementos que qualquer um dos dois. Na separação de um conjunto, em dois subconjuntos, estes apresentam sempre número menor ou igual de elementos que o conjunto que deu origem aos dois subconjuntos.

A adição encerra a idéia de juntar, enquanto a sua operação inversa, a subtração encerra três idéias subtrativa, comparativa e aditiva.

SUBTRAÇÃO COM IDEIA SUBTRATIVA

Tinha 6 ovos e gastei 2. Com quantos ovos fiquei?



Do conjunto com maior número de elementos = 6 elementos é tirado um subconjunto com 2 elementos. O subconjunto restante tem 4 elementos.

Muitas atividades levam ao perfeito aprendizado; isto, o professor não deve olvidar.

SUBTRAÇÃO COM IDEIA COMPARATIVA

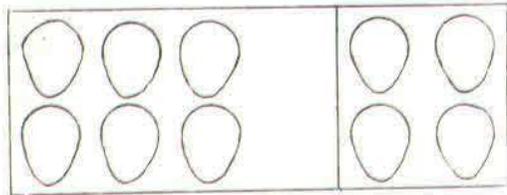
A galinha branca botou na semana passada 6 ovos e a amarela 4. Qual botou mais ovos? Quantos a mais?



A galinha branca botou 2 ovos a mais do que a amarela.

SUBTRAÇÃO COM IDÉIA ADITIVA

A galinha branca botou 6 ovos na semana passada. Quantos ovos ainda precisa botar para completar uma dezena?



$$10 - 6 = 4$$

Precisa botar mais 4 ovos.

TÉCNICAS DO ENSINO DA SUBTRAÇÃO

Há duas formas de ser efetuada uma subtração: a aditiva e a subtrativa.

Aditiva: $(5 - 3 = 2 - \text{três para cinco } (2 + 3 = 5))$.

Subtrativa: $5 - 3 = 2 - (\text{cinco tirando três, dois})$.

Parece-nos que a primeira forma é melhor por apresentar as vantagens: rapidez de cálculos, mais difícil de cometer erros, e, prática para a divisão.

Passaremos a dar uma ligeira idéia sôbre essas técnicas fazendo uso do cartaz Valor de Lugar.

Seja a seguinte situação problema.

Tenho 36 calendários e vou dar 19. Com quantos vou ficar?

POR DECOMPOSIÇÃO

$$36 = 2 \text{ dezenas} + 16 \text{ unidades}$$

$$19 = 1 \text{ dezena} + 9 \text{ unidades}$$

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	3 1	6 9

DECOMPONDO OS NÚMEROS

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	2 1	16 9

Efetuando a operação:

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	1	7

SIMBOLIZANDO

$$\begin{array}{r} 36 \\ - 19 \\ \hline 17 \end{array}$$

POR COMPENSAÇÃO

Seja a mesma situação já apresentada:

$$36 = 3 \text{ dezenas} + 16 \text{ unidades.}$$

$$10 = 1 \text{ dezena} + 9 \text{ unidades.}$$

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	3 1	6 9

Acrescentando 10 unidades: ao minuendo.

36 passa a ser 3 dezenas + 16 unidades.

Acrescentando 1 dezena ao subtraendo.

19 passa a ser 2 dezenas + 9 unidades.

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	3 2	16 9

Efetuando a subtração:

CENTENAS	DEZENAS	UNIDADES
	1	7

$$\begin{array}{r} \text{Simbolizando: } 36 \\ - 19 \\ \hline 17 \end{array}$$

O professor deve verificar se os alunos usam os termos específicos relacionados com a subtração.

Minuendo — maior número

Subtraendo — menor número

diferença, resto, excesso — resultado encontrado.

Operação: subtração

Resultado: Diferença

Têrmos: minuendo e subtraendo.

Levar a criança a perceber que é impossível o subtraendo ser maior que o minuendo.

PROPRIEDADES

Tódas as propriedades válidas para a adição deixam de ser para a subtração. Verifiquemos:

Fechamento: Não sendo possível efetuar a subtração no conjunto dos números inteiros com o minuendo menor do que o subtraendo, a diferença entre dois números inteiros quaisquer nem sempre é outro número inteiro.

Exemplo:

$$\begin{array}{l} 8 - 2 = 6 \\ 3 - 5 = ? \text{ impossível.} \end{array}$$

Comutativa: A ordem dos lêmros na subtração altera a diferença.

$$\begin{array}{l} 5 - 0 = 0 \text{ mas} \\ 0 - 6 = ? - \text{impossível.} \end{array}$$

PROVAS DE VERIFICAÇÃO

Adicionando a diferença ao subtraendo obtemos o minuendo.

Minuendo = diferença mais subtraendo

$$\begin{array}{r} 364 \\ - 131 \\ \hline 233 \end{array}$$

$$364 = 233 + 131$$

$$364 = 364$$

Prova dos nove: Somamos os valores absolutos do minuendo e tiramos o nove tôda vez que a soma fôr além de nove. O resultado obtido é colocado sôbre um traço horizontal. Procedemos da mesma forma, com o subtraendo e diferença juntos, e, o resultado é posto sob o traço horizontal.

$$\begin{array}{r} 364 \\ - 131 \\ \hline 233 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ - \\ 4 \end{array}$$

ATIVIDADES

1 — Podemos aplicar a propriedade comutativa numa subtração?

2 — Faça esta operação e tire a prova real: $12.049 - 8.156$.

3 — Nesta igualdade $456 - 54 = 402$.
Que nome recebe o número 456?
E o número 54?

4 — Faça esta operação e tire a prova dos nove:
 $6.840 - 2.564 = \square$

5 — Torne verdadeiras estas sentenças:

$$48 - 8 = 30 + \square$$

$$65 - 46 = \square - 1$$

$$138 - \square = 140 - 32$$

$$350 - 50 = 400 - \square$$

6 — Usando os símbolos maior ou menor torne estas sentenças verdadeiras:

$$456 - 30 \quad 400$$

$$450 - 150 \quad 200$$

$$580 - 200 \quad 360$$

$$240 - 40 \quad 100$$

7 — Qual o número que somado com 2.932 dá 3.940?

8 — O conjunto dos números inteiros é fechado em relação a operação subtração?

9 — Qual a diferença entre dois números consecutivos?

10 — Efetue estas expressões:

modelo: $\square = 124 - (50 + 20) - (10 + 12)$
 $\square = 124 - 70 - 22$
 $\square = 54 - 22$
 $\square = 32$

a) — $150 - (35 + 40) - (15 + 18) = \square$
 Resp. 42.

b) — $650 - (80 - 15) - (250 + 20) = \square$
 Resp. 315.

c) — $(210 + 15 + 12) - (150 + 18) = \square$
 Resp. 69.

d) — $800 - (54 + 66 + 85) = \square$
 Resp. 595.

11 — Marta tinha alguns bombons; ganhou mais 10 e ficou com 26; Quantos bombons ela possuía?

$$\square + 10 = 26 \iff \square = 26 - 10$$

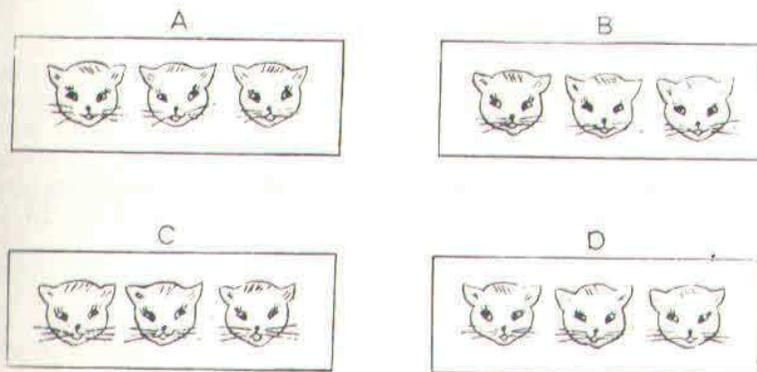
$$\square = 16$$

12. — Paulinho no dia de seu aniversário ganhou 8 camisas; ficou com 13 camisas. Quantas êle já possuía?

13 — Lúcia nasceu em 1960. Entrou para o Grupo em 1966. Quantos anos ela possuía quando foi para a escola? Se, não repetir ano quando tirará o diploma?

OPERAÇÃO: MULTIPLICAÇÃO

O professor deve levar a criança a perceber que a multiplicação é uma adição de parcelas iguais.



Unindo os conjuntos A, B, C e D

$$A \cup B \cup C \cup D = E$$

Associando o número de elementos aos conjuntos

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

ou

$$4 \text{ vezes } 3 = 12$$

donde

4 e 3 — multiplicando e multiplicador (fatores)
 12 produto.

O professor deve concretizar a multiplicação no cartaz Valor de Lugar; tendo em vista os problemas reais, e, por meio de atividades idênticas deve fixar o conceito da operação multiplicação; e, com exercícios envolvendo situações reais verificar as dificuldades sentidas pelos alunos e saná-las, passo a passo (Vide 2.º ano página 123).

PROPRIEDADE DA MULTIPLICAÇÃO

1 — FECHAMENTO:

$$4 \times 5 = 20$$

4 e 5 são números inteiros.

20 o resultado, também é um número inteiro: logo, o produto de dois ou mais números inteiros quaisquer é outro número inteiro

2 — COMUTATIVA:

$$4 \times 5 = 5 \times 4$$

A ordem os fatores não altera o produto:

0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
0 0 0 0 0	0 0 0 0 0
0 0 0 0 0	0 0 0 0 0

$$4 \times 5 = 20 \qquad 5 \times 4 = 20$$

3 — ASSOCIATIVA: É indiferente a ordem em que associamos os fatores, para efetuar a multiplicação.

$$(3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$$

$$6 \times 4 = 3 \times 8$$

$$24 = 24$$

4 — ELEMENTO NEUTRO: Levat a criança a observar que o número *um* é elemento que não trabalha.

$$4 \times 1 = 4$$

$$1 \times 5 = 5$$

$$6 \times 1 \times 2 = 12$$

O elemento neutro é o *um*.

ZERO COMO FATOR: O zero como fator anula qualquer produto.

$$4 \times 2 \times 0 = 0$$

$$0 \times 5 = 0$$

$$2 \times 3 \times 0 \times 5 = 0$$

PROVA DE VERIFICAÇÃO

Real: Baseados na propriedade comutativa trocamos a ordem dos fatores:

34	12
<u>X 12</u>	<u>X 34</u>
68	48
<u>34</u>	<u>36</u>
408	408

Prova dos noves: Tiramos os noves do multiplicando e multiplicador. Os resultados obtidos, colocamos um embaixo do outro, no cruzamento de duas linhas. Em seguida, tiramos os noves do produto e os colocamos nos dois lugares restantes do cruzamento. Caso estes dois últimos resultados coincidam é possível a conta estar certa.

34	
<u>X 12</u>	7 3
68	3 3
34	
<u>408</u>	

Múltiplos de um número. (Vide 5.º ano página 73).

ATIVIDADES

1 — Escreva «F» ou «V» conforme a sentença for falsa ou verdadeira:

- O elemento neutro para a multiplicação é o zero.
- A multiplicação goza da propriedade comutativa.
- O elemento neutro para a multiplicação é o número 1.
- A multiplicação não goza da propriedade associativa.

2 — Diga quais as propriedades que estão sendo aplicadas nestas sentenças:

$$\begin{aligned}3 \times 5 \times 8 &= 5 \times 8 \times 3 \\3 \times (5 \times 8) &= (3 \times 5) \times 8 \\5 \times 1 &= 5\end{aligned}$$

3 — Efetue esta multiplicação e tire a prova dos nove:

$$4.357 \times 37 = \square$$

4 — Responda-me: 120×56 é igual a 120×50 mais 120×6 ? Por que?

5 — Quanto gastei? Comprei 35 latas de figos em cada a Cr\$ 1,02 cada.

6 — Dê o conjunto dos múltiplos de 13.

7 — Escreva o conjunto dos múltiplos de 3 que sejam ímpares (5 elementos).

8 — Passe esta sentença para o plural:

— Um sabonete custa Cr\$ 0,65.

— Quinze sabonetes custam Cr\$

9 — Singular: Um caderno custa Cr\$ 0,24.
Plural: vinte e oito cadernos custam Cr\$

10 — Qual a diferença entre 23 dezenas e 9 dúzias?

11 — Um livro de matemática tem 229 folhas. Você poderá me dizer quantas linhas há nesse livro, sabendo que em cada página há 31 linhas?

12 — Problemas em série.

a) Marilu vendeu 35 tiaras a Cr\$ 1,20 cada. Quanto recebeu?

b) Quanto lucrou se comprou cada uma por Cr\$ 1,05.

c) Qual foi o lucro por unidade?

13 — a) Jorge comprou um cento de laranjas a
Cr\$ 0,04 cada uma.
Quanto gastou?

b) Quanto lucrou se vendeu o cento por ...
Cr\$ 6,66.

c) Quanto lucrou em cada laranja?

14 — Faça um problema para esta estrutura:

a) Cr\$ $0,56 \times 12 = \square$

b) Cr\$ $10,00 - Cr\$ 6,72 = \square$

15 — Resolva esta expressão: $3 \times 45 + 34 \times 5 - 200 =$
Lembrete ao professor: Efetuar sempre em primeiro lugar as multiplicações, depois as adições e subtrações na ordem em que aparecem.

Exemplo:

$$\begin{array}{r}3 \times 45 + 34 \times 5 - 200 = \square \\135 + 170 - 200 = \square \\305 - 200 = \square \\105 = \square\end{array}$$

a) $128 \times 5 + 12 \times 12 - 500 = \square$
Resp. 284.

c) $345 + 56 \times 32 + 66 \times 506 - 23 \times 4 = \square$
Resp. 35.096.

d) $100 - 3 \times 33 + 5 \times 89 + 90 = \square$
Resp. 536.

16 — Efetue:

$$100 + (64 - 36) \times (45 \times 4) = \square$$

Resp. 5.140

$$24 + (21 \times 4) - (3 \times 15) + 150 = \square$$

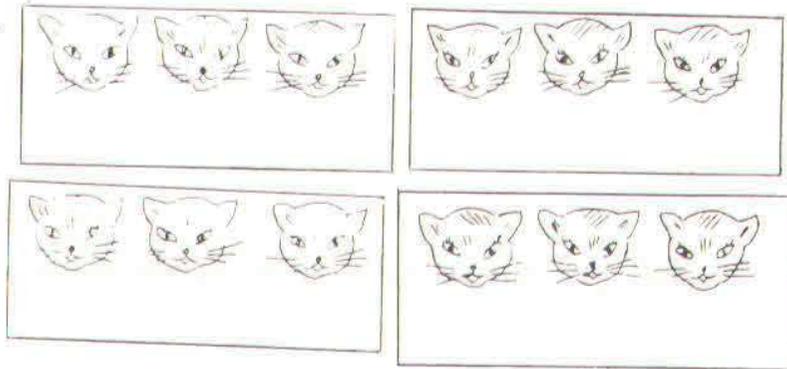
Resp. 213.

$$(106 - 96) \times (45 - 10) = \square$$

Resp. 350.

OPERAÇÃO: DIVISÃO

Simultaneamente, com a multiplicação pode ser apresentada a divisão como operação inversa:



Apresentar a seguinte situação.

Tenho doze gatos para distribuir em 4 compartimentos.

$$12 = 4 \times \square$$

É natural que acomodarei três gatos em cada compartimento.

$$12 = 4 \times 3$$

Como esta situação desfêz a operação multiplicação é sua operação inversa.

Seu nome — Divisão.

Seu resultado — quociente.

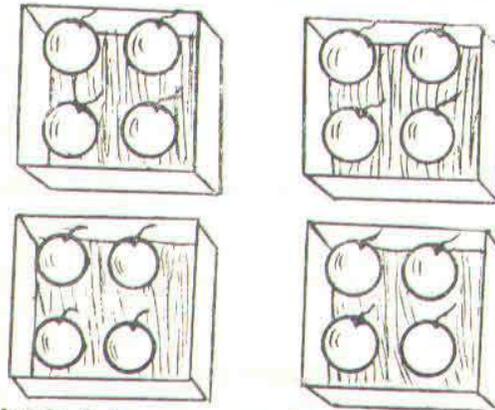
$$12 : 4 = 3$$

Temos 12 e 4 — dividendo e divisor respectivamente.

Um dos principais objetivos do professor é levar a criança a sentir que a operação divisão apresenta-se ora com o sentido de repartir, ora com o sentido de medir.

IDÉIA DE MEDIR Apresentar uma situação em que um conjunto com um número maior de elementos pode conter outros subconjuntos.

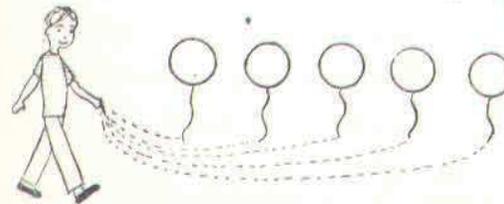
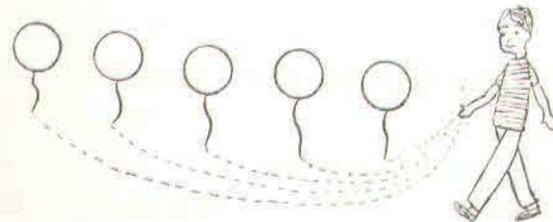
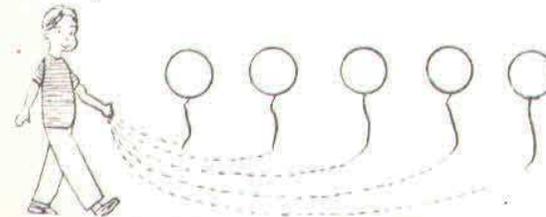
Tinha vinte cerejas e as coloquei em caixas.



O dividendo é da mesma espécie do divisor (cerejas)

$$\begin{array}{r} 20 \text{ cerejas} \\ \underline{4 \text{ cerejas}} \\ 0 \\ \quad 5 \text{ caixas} \end{array}$$

SENTIDO DE REPARTIR: Tenho 15 bolas. Vou distribuí-las entre três crianças. Desejo saber quantas bolas receberá cada criança.



$$15 : 3 = 5$$

Neste caso o dividendo e quociente são da mesma espécie.

$$\begin{array}{r|l} 15 \text{ bolas} & 3 \text{ crianças} \\ \hline 0 & 5 \text{ bolas} \end{array}$$

As técnicas operatórias referentes à operação divisão, acham-se no livro do 2.º ano, às folhas 147. O professor deve verificar se os alunos encontram dificuldades ao efetuar a operação e se houver, procurar saná-las; não apresentar sempre operações exatas.

Levar a criança a observar que o resto é sempre menor que o divisor.

PROPRIEDADES DA DIVISÃO

1 — *FECHAMENTO*: Não é válida.

$$2 : 3 = ?$$

O quociente de dois números inteiros quaisquer nem sempre é outro número inteiro.

2 — *COMUTATIVA*: Não é válida, pois, $4 : 2 \neq 2 : 4$.

3 — *ASSOCIATIVA*: Não é válida. Observe:

$$\begin{array}{l} (36 : 6) : 2 \neq 36 : (6 : 2) \\ 6 : 2 \neq 36 : 3 \\ 3 \neq 12 \end{array}$$

4 — Não há elemento neutro.

$$4 : 1 = 4$$

$$1 : 4 = \text{(impossível no conjunto dos números inteiros)}$$

PROVAS DE VERIFICAÇÃO

REAL: Multiplicamos o divisor pelo quociente e ao produto somamos o resto, se houver.

Divisão exata: dividendo = quociente X divisor

$$\begin{array}{r|l} 362 & 2 \\ \hline 16 & 181 \\ 02 & \\ 0 & \\ \hline 363 & = 181 \times 2 \\ 362 & = 362 \end{array}$$

Divisão inexata: dividendo = quociente X divisor + resto.

$$\begin{array}{r|l} 463 & 4 \\ \hline 06 & 115 \\ 23 & \\ 3 & \end{array}$$

$$463 = 115 \times 4 + 3$$

$$463 = 463$$

PROVA DOS NOVES: Tiramos os nove do divisor e do quociente. Os resultados são colocados, um embaixo do outro, ao lado em duas linhas cruzadas. Multiplicamos um resultado pelo outro, juntamos o resto se houver, tiramos os nove, e, o resultado é colocado na cruz ao lado do primeiro resultado obtido. Tiramos os nove do dividendo e se estes dois últimos resultados coincidirem, é possível que a divisão esteja certa.

$$\begin{array}{r|l} 463 & 4 \\ \hline 06 & 115 \\ 23 & \\ 3 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 7 & 4 \\ \hline 4 & 4 \end{array}$$

ATIVIDADES

1 — Efetue esta operação e tire a prova real:

$$18.342 : 56 =$$

2 — Nesta igualdade

$$5.832 : 324 = 18$$

- diga-me qual o nome da operação efetuada
- como se denomina o resultado da operação.
- qual o número que está indicando o dividendo?
- qual o número que está indicando o divisor?

3 — Diga se são falsas ou verdadeiras as sentenças abaixo:

— A divisão goza da propriedade do fechamento.

— No conjunto dos números inteiros o dividendo pode ser maior que o divisor.

— Numa divisão exata o dividendo é igual ao produto do divisor pelo quociente.

— Existe um elemento neutro para a divisão.

4 — Passe estas sentenças para o singular:

— Oito cadernos custam CrS 9,60.

— Um caderno custa CrS 1,20.

5 — Passe estas sentenças para o singular:

— Uma dúzia de botões custa CrS 0,14.

— Um botão custa CrS

— Uma dezena de bolas custa CrS 0,60.

— Uma bola custa CrS

6 — Quantas dúzias de xícaras há em uma caixa com 180 xícaras?

$$12. \square = 180 \iff \square = 180 : 12$$
$$\square = 15$$

Resposta — Há 15 dúzias.

SENTENÇAS MATEMÁTICAS

Muitas vezes acontece-nos, escrever ou dizer, expressões como estas:

Foguete.

Nave espacial.

Pelé.

Seis.

Claro é, que notamos que isto é muito vago e acrescentamos:

O foguete caiu em pleno oceano.

A nave espacial não subiu porque sofreu um acidente.

Pelé é o rei do futebol.

Seis é igual a quatro mais dois.

Quando completamos o sentido das expressões dadas, damos-lhes o nome de proposições, caso contrário funções proposicionais.

No curso primário usamos a expressão sentença matemática substituindo a expressão proposição.

A sentença matemática obedece a três princípios:

I — Princípio da Afirmação — toda sentença matemática é declarativa afirmativa.

II — Princípio da não contradição: Não há sentença matemática ao mesmo tempo falsa ou verdadeira.

III — Princípio do terceiro excluído: Toda sentença matemática não admite alternativa, ela é falsa ou é verdadeira.

SINGULAR OU PLURAL

As sentenças matemáticas flexionam-se em singular ou plural.

Um lápis custa Cr\$ 0,05. é uma sentença no singular, já cinco lápis custam Cr\$ 0,25, é uma sentença no plural.

SUJEITO E PREDICADO

As sentenças matemáticas também têm sujeito e predicado.

Em: *SEIS é igual a quatro mais dois*, o sujeito é: *seis* e o predicado é: *é igual a quatro mais dois*.

Em, dois é divisor de dez; temos:

Sujeito: Dois.

Predicado: é divisor de dez.

SENTENÇAS ABERTAS

Há sentenças que não podem responder às perguntas: É falso? É verdadeiro?

Observe estas sentenças:

a) — Ele é o rei do Futebol.

b) — $\square + 3 < 8$

c) Fulano foi o primeiro governador geral do Brasil.

Elas não podem responder a essas duas indagações porque ha algo nelas que precisa ser substituído, algo que recebe o nome de variável.

As variáveis nessas sentenças são:

êle, \square e fulano.

Como substituir as variáveis?

Seja a primeira sentença:

a) Ele é o rei do futebol.

Precisamos conhecer todos os elementos que formam o conjunto dos reis do futebol. Passamos a trabalhar no conjunto Universo (conjunto que trabalhamos no momento) dos reis do futebol.

$U = \{ \text{Pelé} \}$

Dentre os elementos do conjunto universo, procuro o elemento que nos diz a verdade: como o conjunto universo é um conjunto unitário, a verdade está no único elemento que o forma.

Conjunto Verdade = $\{ \text{Pelé} \}$

ou

$V = \{ \text{Pelé} \}$

Vamos substituir as variáveis das outras duas sentenças:

b) $\square + 3 < 8$

Conjunto Universo (números que adicionados a 3 sejam menores que 8)

$$1 + 3 = 4$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 3 = 6$$

$$4 + 3 = 7$$

$U = \{1,2,3,4\}$ $V = \{1,2,3,4\}$

Conjunto Verdade. Todos os elementos do conjunto universo satisfazem a variável \square

$V = \{1,2,3,4\}$

c) Fulano foi o primeiro governador geral do Brasil.

Conjunto Universo dos governadores do Brasil.

$U = \{ \text{Tomé de Souza, Duarte da Costa, Mem de Sá} \}$

Conjunto Verdade:

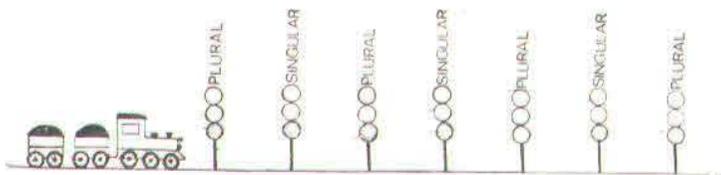
$V = \{ \text{Tomé de Souza} \}$.

As sentenças matemáticas abrem-nos um vasto campo de globalização entre as diversas matérias, tornando o estudo mais atraente pela rica variedade de exercícios que nos proporciona.

SENTENÇAS MATEMÁTICAS SINGULAR E PLURAL

Para bem encaminhar a aprendizagem do singular e plural nas sentenças matemáticas, sugerimos que o professor lance mão de um processo muito eficiente.

O aluno ilustra o caderno, com o seguinte desenho:



Uma estrada de ferro, um trenzinho, inúmeras estações tôdas com semáforos indicando perigo — luz vermelha acesa. As estações chamam-se: Singular, Plural, Singular, Plural, Singular...

O trenzinho, por exemplo, parte da estação Plural, faz o percurso e é obrigado a parar na estação Singular porque encontra o sinal fechado — vermelho à vista. Continua a viagem à outra estação, é obrigado a parar, sinal fechado.

Desta maneira, o aluno não se esquecerá que, para passar do Plural para o Plural é obrigado a parar antes no Singular.

A operação que permite a passagem do Singular para o Plural é a *multiplicação* e do plural para o singular é a *divisão*.

Suponhamos este problema:

Cinco maçãs custam Cr\$ 0,75. Qual o preço de 8 maçãs?

Se 5 maçãs custam Cr\$ 0,75, cinco é mais que uma, é plural. O trenzinho está na estação Plural.

Preciso encontrar o preço de oito; também plural.

O trenzinho vai partir da estação Plural e parar noutra estação Plural. Vamos ver o percurso. Recorrendo ao desenho saberá dizer que saindo do plural deverá parar no singular, para depois chegar a outro plural.

A operação que permite o trajeto do Plural para o singular é a divisão e do singular para o plural é a multiplicação; logo:

plural: 5 maçãs custam Cr\$ 0,75.

singular: 1 maçã custa Cr\$ 0,75 : 5 = Cr\$ 0,15.

plural: 8 maçãs custam Cr\$ 0,15 X 8 = Cr\$ 1,20

plural: 18 pés de alface custam Cr\$ 0,90.

singular: 1 pé de alface custa Cr\$ 0,90 : 18 = Cr\$ 0,05

plural: 19 pés de alface custam Cr\$ 0,05 X 19 = ...

plural: Fiz 32 metros de renda em 4 horas.

singular: Em uma uma fiz metros.

plural: Em 6 horas fiz metros.

plural: 8 leitões custam Cr\$ 192,00

singular: 1 leitão custa Cr\$ 192,00 : 3 =

Plural: 3 leitões custam

plural: 25 lápis custam Cr\$ 2,08

singular: 1 lápis custa Cr\$ 2,08 : 25 =

plural: uma dúzia custa Cr\$

Se uma dúzia de cadernos custam Cr\$ 2,16, quanto custarão quinze cadernos?

Dois livros custaram Cr\$ 3,60. Quanto custarão oito livros iguais?

Uma dezena de folhas de papel custaram Cr\$ 0,20. Quanto custará um cento?

HISTÓRIA SOBRE OS SINAIS ARITMÉTICOS

Atualmente tornou-se intenso o uso dos símbolos. Há professores que o condenam. Nós o defendemos; Vejamos:

Veja por outra, encontramos nossos alunos, usando traços e desenhos que nada têm a ver com o assunto no momento estudado. Se lhes perguntamos o que significam, eles responderão que eles os entendem. Sendo assim, por que não uniformizar, dando-lhes símbolos adequados que mais tarde os usarão?

O professor não precisa temer. Pensar que criará a confusão, na mente infantil, é absurdo, desde que não haja abuso do professor. Introduzir símbolos, requer estudo. Cada símbolo deve ser apresentado, depois da situação matemática que o requer estar bem fixada. O professor ainda deve usar uma dosagem lógica na sua apresentação.

Não pense, o colega que os atuais sinais tenham sido aceitos, rapidamente. Primeiro, estudou-se o cálculo, depois, surgiram os símbolos.

No século XVI ainda eram usados os sinais p. e m., abreviaturas das palavras «plus» e «minus», que em latim significam mais e menos.

Lentamente é que foram sendo usados os sinais + e -, introduzidos em 1489 pelo alemão Widman, e, hoje êsses sinais são largamente usados pelas nossas criancinhas de primeiro grau.

O sinal =, criação do médico inglês Robert Recor, foi por êle usado, a primeira vez, em 1557. Dizia êle que «nada há mais igual que dois traços iguais e paralelos».

Mais tarde surgiram os sinais >, < e o X, os primeiros em 1631 usados pelo inglês Harriot e o segundo por Oughtred.

Vieta, no século XVII usou os parênteses e começou a empregar as letras e Leibniz introduzir os sinais . e ::

ORIGEM DA VIRGULA

A introdução da vírgula, na representação das frações, foi um acontecimento de relevante importância, tanto quanto, a noção valor relativo dos algarismos e a introdução dos zero que vieram possibilitar, dar um largo passo, em relação aos cálculos aritméticos.

No ano 1000 apareceu na Europa, a numeração decimal de números inteiros e após 585 anos, o matemático Stevin utiliza, pela primeira vez, um modo nôvo de simbolizar as frações decimais. Para que o colega perceba as etapas, se-guem-se as notações:

Stevin (1585)	4 2 7' 8 ² 5 ³
Neper (1617)	4 2 7 8" 5'''
Briggs (1624)	42 ^{ms}
Jeake (1696)	42. 7. 8. 5
Atualmente	42,785

Há mais de 150 anos firmou-se o uso da vírgula. Os ingleses ainda usam o ponto.

ATIVIDADES

1 — Efetue estas operações:

$$234.125 : 100 =$$

$$100.012 : 1.000 =$$

$$777 : 10 =$$

2 — Escreva «F» ou «V» conforme as sentenças forem falsas ou verdadeiras.

$$(30 + 12) : 3 = 30 : 3 + 12 : 3$$

$$42 : 3 = 14$$

$$5 \times 16 \times 12 : 4 = 250$$

$$(24 \times 12 \times 36) : 12 = 24 \times 36$$

3 — Numa divisão o quociente é 402, o divisor é 24 e o resto é 10. Determine o dividendo.

Resp. 9.658.

4 — Tenho 32 notas de Cr\$ 5,00; quero trocá-las por notas de Cr\$ 10,00. Quantas vou receber?

Resp. 16 notas.

5 — Responda: A divisão goza da propriedade comutativa?

6 — Numa divisão cujo divisor é 27 qual é o maior resto possível?

7 — Passe esta sentença para o singular: 18 borrachas custam Cr\$ 0,72. Uma borracha custa Cr\$

8 — Escreva problemas para estas estruturas:

a) Cr\$ 231,20 : 68 =

Resp. Cr\$ 3,40.

Cr\$ 3,40 X 35 =

Resp. Cr\$ 119,00.

b) Cr\$ 60,00 : — Cr\$ 5,00

Resp. 12.

c) Cr\$ 0,90 X = Cr\$ 3,60

Resp. 4.

9 — José foi a loja e comprou um livro por Cr\$ 1,60. Deu Cr\$ 5,00 para pagar. Com o troco comprou 20 lapis. Quanto custou cada lapis?

Resposta — Cr\$ 0,17.

10 — Tenho Cr\$ 2,50. Quanto me falta para comprar um relógio se estão vendendo a dúzia deles por Cr\$ 96,00.

Resposta — Cr\$ 5,50.

CÁLCULO MENTAL

A maioria dos professores, na escola primária, não fazem uso do cálculo mental, deixando que seus alunos não desenvolvam essa aptidão tão útil à vida.

Deve o professor, na medida do possível encorajar o aluno para que ele se exercite, cada vez mais, nessa prática; não lhe fornecendo métodos, mas encaminhando-o a que possa, por si, encontrar meios que os levem à resolução mental de cálculos.

Inicialmente, o aluno precisará usar o lápis e o papel, mas aos poucos os irá deixando.

Alguns exemplos de cálculos mentais.

Adição: $42 + 17$

O aluno pode decompor a segunda parcela:

$17 = 10 + 7$ e efetuar a operação da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 10 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \\ + 7 \\ \hline 59 \end{array}$$

Subtração: $81 - 36$

Decompondo o subtraendo: $36 = 30 + 6$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 30 \\ \hline 51 \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ - 6 \\ \hline 45 \end{array}$$

Multiplicação:

a) de qualquer número por 5. Multiplica-se por 10 e toma-se a metade.

$$25 \times 5 = 25 \times 10 : 2$$

$$25 \times 10 = 250$$

$$250 : 2 = 125$$

b) de qualquer número por 25. Multiplica-se por 100, e toma-se a quarta parte.

$$36 \times 25 = 36 \times 100 : 4$$

$$36 \times 100 = 3.600$$

$$3.600 : 4 = 900$$

c) de qualquer número por 125. Multiplica-se por 1.000, e toma-se a oitava parte.

$$48 \times 125 = 48 \times 1.000 : 8$$

$$48 \times 1.000 = 48.000$$

$$48.000 : 8 = 6.000$$

d) de qualquer número por 500. Multiplica-se por 1.000 e toma-se a metade.

$$36 \times 500 = 36 \times 1.000 : 2$$

$$36 \times 1.000 = 36.000$$

$$36.000 : 2 = 18.000$$

Divisão:

a) de qualquer número por 5. Multiplica-se por 2 e divide-se por 10 o produto encontrado.

$$365 \times 2 = 730$$

$$730 : 10 = 73$$

b) de qualquer número por 25. Multiplica-se por 4 e divide-se, o produto por 100.

$$900 : 25 = 900 \times 4 : 100$$

$$900 \times 4 = 3.600$$

$$3.600 : 100 = 36$$

O professor que se interessar por cálculos mentais, encontrará técnicas maravilhosas no livro *The Trachtenberg Speed System Of Basic Mathematics*.

CÁLCULO MENTAL

A maioria dos professores, na escola primária, não fazem uso do cálculo mental, deixando que seus alunos não desenvolvam essa aptidão tão útil à vida.

Deve o professor, na medida do possível encorajar o aluno para que ele se exercite, cada vez mais, nessa prática; não lhe fornecendo métodos, mas encaminhando-o a que possa, por si, encontrar meios que os levem à resolução mental de cálculos.

Inicialmente, o aluno precisará usar o lápis e o papel, mas aos poucos os irá deixando.

Alguns exemplos de cálculos mentais.

Adição: $42 + 17$

O aluno pode decompor a segunda parcela:

$17 = 10 + 7$ e efetuar a operação da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 10 \\ \hline 52 \end{array} \quad \begin{array}{r} 52 \\ + 7 \\ \hline 59 \end{array}$$

Subtração: $81 - 36$

Decompondo o subtraendo: $36 = 30 + 6$

$$\begin{array}{r} 81 \\ - 30 \\ \hline 51 \end{array} \quad \begin{array}{r} 51 \\ - 6 \\ \hline 45 \end{array}$$

Multiplicação:

a) de qualquer número por 5. Multiplica-se por 10 e toma-se a metade.

$$25 \times 5 = 25 \times 10 : 2$$

$$25 \times 10 = 250$$

$$250 : 2 = 125$$

b) de qualquer número por 25. Multiplica-se por 100, e toma-se a quarta parte.

$$36 \times 25 = 36 \times 100 : 4$$

$$36 \times 100 = 3.600$$

$$3.600 : 4 = 900$$

c) de qualquer número por 125. Multiplica-se por 1.000, e toma-se a oitava parte.

$$48 \times 125 = 48 \times 1.000 : 8$$

$$48 \times 1.000 = 48.000$$

$$48.000 : 8 = 6.000$$

d) de qualquer número por 500. Multiplica-se por 1.000 e toma-se a metade.

$$36 \times 500 = 36 \times 1.000 : 2$$

$$36 \times 1.000 = 36.000$$

$$36.000 : 2 = 18.000$$

Divisão:

a) de qualquer número por 5. Multiplica-se por 2 e divide-se por 10 o produto encontrado.

$$365 \times 2 = 730$$

$$730 : 10 = 73$$

b) de qualquer número por 25. Multiplica-se por 4 e divide-se, o produto por 100.

$$900 : 25 = 900 \times 4 : 100$$

$$900 \times 4 = 3.600$$

$$3.600 : 100 = 36$$

O professor que se interessar por cálculos mentais, encontrará técnicas maravilhosas no livro *The Trachtenberg Speed System Of Basic Mathematics*.

SISTEMA MONETÁRIO BRASILEIRO

É certo, que a criança de 4.º ano e admissão, já conheça todas as cédulas e moedas do nosso sistema monetário; mas é preciso que o professor continue a apresentar-lhe situações reais e práticas, como orçamentos das operações efetuadas com dinheiro.

- adição de cruzeiros.
- subtração de cruzeiros.
- multiplicação de cruzeiros por um número.
- divisão de cruzeiros por um número.

Foi publicado no Diário Oficial que circulou no dia 9 de fevereiro de 1967, o decreto presidencial instituindo a partir do dia 13 de fevereiro do mesmo ano, o «cruzeiro novo».

A nova unidade do sistema monetário (cruzeiro novo) equivale a Cr\$ 1.000 antigos e tem como símbolo Cr\$.

A centésima parte do cruzeiro novo é denominado «centavo» e é escrita em forma de fração decimal, precedida de vírgula que segue à unidade de cruzeiro.

As cédulas de 5, 2 e 1 cruzeiros perderam seu valor liberatório a partir da data fixada para a vigência do cruzeiro novo.

Não haverá impressão de cédulas nos valores de 20 e 2 centavos, correspondentes a Cr\$ 200 e Cr\$ 20.

Serão lançadas em circulação as moedas metálicas do novo padrão monetário, nos valores de um, dois, cinco, dez, vinte e cinquenta centavos e de um cruzeiro.

A Casa da Moeda fabricará as cédulas do padrão Cruzeiro, nos valores de Cr\$ 1,00, Cr\$ 5,00, Cr\$ 10,00, Cr\$ 50,00 e Cr\$ 100,00.

A partir de 15 de maio de 1970, a unidade do sistema monetário brasileiro passou a denominar-se novamente **cruzeiro**, tendo como símbolo a expressão **Cr\$**.

OPERAÇÕES: ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

I — Adições e subtrações de quantias que apresentam o mesmo número de algarismos nos termos.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \text{Cr\$ } 0,10 + \text{Cr\$ } 0,60 = \square \\ \text{Cr\$ } 0,10 \\ + \text{Cr\$ } 0,60 \\ \hline \text{Cr\$ } 0,70 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 0,70$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } \text{Cr\$ } 5,00 + \text{Cr\$ } 1,00 = \square \\ \text{Cr\$ } 5,00 \\ + \text{Cr\$ } 1,00 \\ \hline \text{Cr\$ } 6,00 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 6,00$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } \text{Cr\$ } 5,20 + \text{Cr\$ } 0,60 = \square \\ \text{Cr\$ } 5,20 \\ + \text{Cr\$ } 0,60 \\ \hline \text{Cr\$ } 5,80 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 5,80$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 6,20 + \text{Cr\$ } 0,80 + \text{Cr\$ } 1,20 = \square \\ \text{Cr\$ } 6,20 \\ \text{Cr\$ } 0,80 \\ + \text{Cr\$ } 1,20 \\ \hline \text{Cr\$ } 8,20 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 8,20$$

$$\begin{array}{r} \text{e) } \text{Cr\$ } 0,80 - \text{Cr\$ } 0,60 = \square \\ \text{Cr\$ } 0,80 \\ - \text{Cr\$ } 0,60 \\ \hline \text{Cr\$ } 0,20 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 0,20$$

$$\begin{array}{r} \text{f) } \text{Cr\$ } 12,00 - \text{Cr\$ } 4,00 = \square \\ \text{Cr\$ } 12,00 \\ - \text{Cr\$ } 4,00 \\ \hline \text{Cr\$ } 8,00 \end{array}$$

$$\square = \text{Cr\$ } 8,00$$

II — Adições e subtrações com números designais de algarismos nos termos.

a) Cr\$ 2,00 + Cr\$ 0,50 = □

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 2,00 \\ + \text{Cr\$ } 0,50 \\ \hline \text{Cr\$ } 2,50 \end{array}$$

□ = Cr\$ 2,50

b) Cr\$ 15,00 + Cr\$ 0,20 + Cr\$ 2,00 = □

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 15,00 \\ + \text{Cr\$ } 0,20 \\ + \text{Cr\$ } 2,00 \\ \hline \text{Cr\$ } 17,20 \end{array}$$

□ = Cr\$ 17,20

c) Cr\$ 20,00 — Cr\$ 1,50 = □

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 20,00 \\ - \text{Cr\$ } 1,50 \\ \hline \text{Cr\$ } 18,50 \end{array}$$

OPERAÇÕES: MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

A aprendizagem das operações multiplicação e divisão, figurando nos termos dinheiro, será feita, à medida, que forem introduzidos os conceitos de número decimal e suas operações, cabendo ao professor seguir as técnicas indicadas para esse aprendizado.

MEDIDA DE TEMPO

A unidade legal de tempo é o segundo, seu símbolo «s» ou «seg». É o intervalo de tempo igual a $\frac{1}{86.400}$ do dia solar

médio (Vide 3.º ano página 89).

86.400

UNIDADES DE MEDIDAS DE TEMPO

UNIDADES	SÍMBOLOS	VALORES
ano comercial	a	360
mês comercial	me	30
dia	d ou da	24
hora	h	60
minuto	m ou min	60
segundo	s ou seg	$\frac{1}{86400}$ do dia solar médio

A escrita dos símbolos devem ser à direita do número
3 h 20 min

É errado: 3,20 h, pois, vinte centésimos da hora corresponde a 12 minutos e não a 20 minutos

Outras medidas:

ano — 52 semanas.
mês — 4 semanas.
semana — 7 dias.
quinzena — 15 dias.
trimestre — 3 meses
semestre — 6 meses
biênio — 2 anos.
lustro ou quinquênio — 5 anos.
século — 100 anos.

ATIVIDADES

1 — Escreva F ou V:

- Uma hora e meia equivale a cem minutos.
- Um quarto de hora equivale a novecentos segundos.
- Um minuto e meio equivale a noventa segundos.
- O ano comercial tem 365 dias.

2 — Faça corresponder êstes conjuntos:

ano civil	7 dias
hora	30 dias
ano bissexto	365 dias
semana	366 dias
ano comercial	60 minutos
mês comercial	360 dias

3 — Um corredor de automóvel percorreu numa prova 240 minutos. Quantas horas êle andou e quantos km percorreu se fez em média 120 km/h.

$$a) \quad 60 \times \square = 240 \iff \square = 240 : 60$$
$$\square = 4 \text{ horas}$$

$$b) \quad 4 \times \square = 4 \times 120 = 480 \text{ km}$$

4 — Responda-me: Quantas semanas há em 13.020 minutos?

5 — Um menino andou a pé 40 minutos e de bicicleta 120 minutos. Quantas horas êle andou naquele dia?

$$120 + 40 = 160 \text{ min} \quad 160 \text{ min} : 60 =$$
$$= 2 \text{ h } 40 \text{ min.}$$

Resp. Andou 2 h 40 min

6 — Escreva o conjunto das unidades de tempo menores que a hora.

7 — Um automóvel percorreu 900 km. Quantas horas demorou sabendo-se que percorreu 80 km por hora?

8 — Um menino ganha Cr\$ 0,12 por hora. Quanto irá receber no fim de 6 dias, sabendo-se que trabalha 5 horas por dia?

$$0,12 \times 5 = 0,60 \text{ (por dia)}$$

$$6 \times 0,60 = \text{Cr\$ } 3,60$$

9 — Você que está num Grupo Escolar, onde funcionam 3 períodos de 3 horas cada um, é capaz de me dizer quantos minutos fica na escola?

$$60 \text{ min} \times 3 = 180 \text{ min}$$

10 — Quantos segundos há em 2 h 8 min?

SUGESTÃO PARA PLANO DE AULA

Duração: à critério do professor.

Unidade de trabalho: **Nosso município.**

Objetivos: **Aprendizagem** e fixação de:

Conjuntos. Coperações: **União** e intersecção.

Sistema de numeração decimal.

Operações: adições e subtrações; multiplicação e divisão.

Sistema monetário.

Medidas de tempo.

a) Praças — tamanho. Jardins — conjunto de flores e plantas.

b) Transportes: — tempo gasto em percurso e preço das passagens compra de objetos.

c) Fatos históricos — emprêgo dos numerais e das operações.

d) Correio — preço de cartas simples, registradas e aéreas. Transporte de livros. Remessa de dinheiro e encomendas. Selos.

e) Telégrafo — comparação de tempo entre mensagens enviadas pelo correio e pelo telégrafo.

f) Estradas de ferro e rodagem — cálculos sôbre extensão, — transporte de mercadorias.

g) Vida social — modo de trabalho — cálculos de salários — hora, dia, semana, mês.

- h) Produção: cálculos da produção. Valor da operação.
- i) Prefeitura — recebimentos de impostos — gastos com obras e funcionários.
- j) Divertimentos: cinema e teatro — preço de ingressos; — parque infantil: conjunto de brinquedos.
- l) Hospital — cálculo de compras e gastos.

ATIVIDADES

- 1 — Escreva o conjunto unitário formado pelo nome do prefeito de sua cidade.
- 2 — Complete usando uma das palavras do conjunto A = { prefeito, governador, presidente. }
 governa o estado.
 Nossa cidade é governada pelo
 Os países democráticos são dirigidos pelo
- 3 — Escreva o conjunto dos nomes dos rios que passam pela sua cidade.
- 4 — Complete: Nosso município tem km².
 Responda:
 a) Quantos algarismos você usou para escrever o número de km²?
 b) Quantas classes há nesse número?
- 5 — Escreva o conjunto dos nomes dos bairros de seu município (5 elementos).
- 6 — Escreva o conjunto dos nomes dos meios de comunicação de que seu município dispõe.
- 7 — Faça correspondência entre estes conjuntos.

Via Fernão Dias	São Paulo — Campinas.
Via Anchieta	São Paulo — Minas Gerais
Via Dutra	São Paulo — Santos
Via Anhangüera	São Paulo — Rio de Janeiro

- 8 — Escreva um conjunto com o nome de vereadores de seu município (4 elementos).

- 9 — Escreva «F» ou «V»:

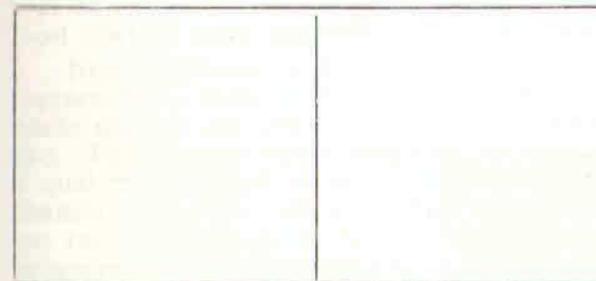
- a — O governador governa o município.
- b — O presidente governa o país.
- c — O município é governado pelo prefeito.
- d — Os vereadores fazem parte do poder legislativo do município.

- 10 — Escreva um conjunto com o nome de serras de seu município.

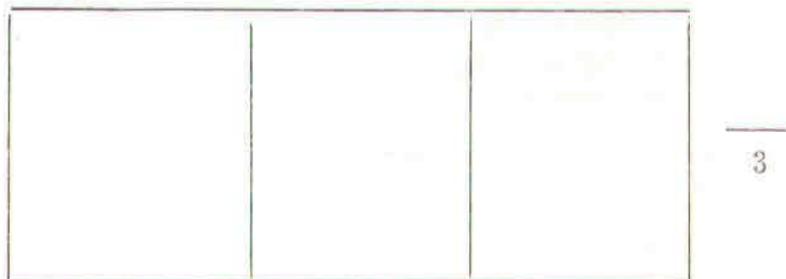
CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS NOÇÃO INTUITIVA DE NÚMERO FRACIONÁRIO

Material: cartões de cartolina com as mesmas medidas, tesoura e régua.

Tomando um cartão, o professor, com auxílio de uma régua marcará o seu centro, traçará uma linha X dividindo em duas partes iguais, e, com a tesoura separará as partes. Os alunos devem trabalhar juntamente com o professor. A seguir desenhará na lousa, e os alunos no caderno o que acabou de fazer, mostrando que há um símbolo para indicar a divisão — um traço e que sob esse traço fica o número que indica a quantidade de partes iguais em que foi dividida a unidade (cartões).



Pegando outro cartão, por meio do mesmo processo o dividirá em três partes iguais.



E, assim sucessivamente até chegar ao décimo cartão, quando o dividirá em dez partes iguais.



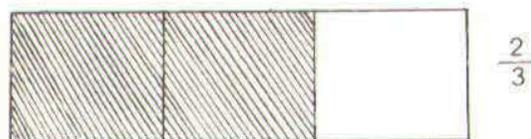
Introduzirá o nome do número que fica sob o traço — denominador e em troca os alunos encontrarão a definição.

Quando não mais pairar dúvida quanto a esta noção, o professor continuará o estudo visando o ensino do numerador, o que poderá ser feito no dia seguinte.

Voltando ao primeiro cartão do dia anterior dirá que irá ficar com uma das partes, e, desenhará na lousa; ao lado indicará, o número de partes tomadas sobre o traço horizontal.



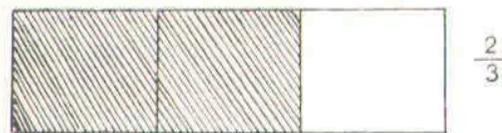
Com os demais cartões apresentará outros exemplos.



— Qual será o nome desse novo número?

É bem possível que algum aluno o saberá. Tendo o nome, a definição é descoberta pelo aluno, pois é importante não tirar da criança o prazer da «redescoberta».

Foi introduzido um novo número — o número fracionário. Levar o aluno a perceber que ele precisou trabalhar com um par de números inteiros para conseguir um só número (o numerador e o denominador).



Neste exemplo, o par de números é dois e três. Para representar a idéia de quantidade, ou seja, o número fracionário usamos um símbolo — o numeral $\frac{2}{3}$ é a fração. Fazer notar que o conjunto universo; conjunto com o qual trabalhamos no momento) mudou. Também trabalhamos num novo conjunto chamado, conjunto dos números racionais que pode ser representado pela letra Q (Q — primeira letra do vocábulo quociente, que passou a designar, segundo o professor Osvaldo Sangiorgi o conjunto dos

números racionais. Não resta dúvida que foi uma feliz escolha).

O conjunto Q é um conjunto amplo; nasceu da reunião de dois conjuntos: conjunto dos números fracionários e conjunto dos números inteiros.

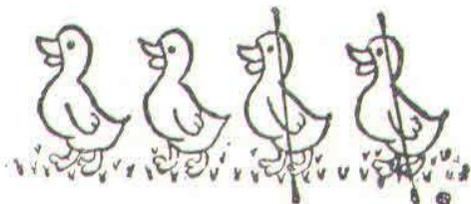
Indicando essa operação união temos:

$$Q = I \cup F$$

Após ser introduzido a noção de número fracionário como parte de um todo, apresentá-lo como parte de um conjunto.

Exemplos:

a) Seja metade de quatro pintinhos.



Indicando o número fracionário pelo seu numeral temos $\frac{4}{2}$.

O traço indicativo de divisão, o numerador dois indicando as partes em que foi dividido os elementos do conjunto, o denominador quatro indicando o número de elementos do conjunto.

Portanto: $4 : 2 = 2$

b) Um quinto de vinte bolinhas.

00000

00000 20

00000 —

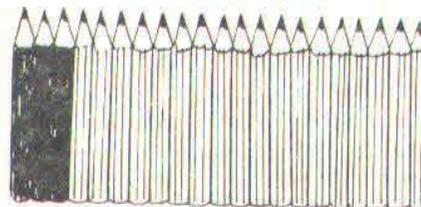
00000 5

20

— equivalerem a quatro bolinhas

5

c) Um sétimo de vinte e um lápis



21

— equivalerem a três lápis.

7

Quando numa fração o numerador é representado pelo mesmo número do denominador a fração indica inteiro.

LEITURA DE NÚMEROS FRACIONÁRIOS

Sendo o numerador um e o denominador: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 lê-se o numerador seguido das palavras meio, terço, quarto, quinto, sexto, sétimo, oitavo, nono e décimo, quando o numerador for maior que um segue-se a mesma regra, porém, levando os vocábulos que representam o denominador para o plural.

No caso do denominador ser dez ou potência de dez (100 — 1.000 — 10.000 etc.) lê-se o numerador seguido das palavras centésimos, milésimos, décimos-milésimos, etc. Estas frações são muito importantes. Recebem o nome de *fração decimal*.

Nos demais casos lê-se o numerador, e em seguida o denominador seguido do vocábulo *avo*, quando o numerador for um, e, *avos* quando o numerador for maior que um.

Exemplos:

1

— (um, catorze avo)

14

3

— (três, catorze avos)

14

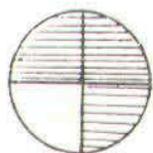
O vocábulo *avo* teve a sua origem em oitavo. Suas três últimas letras a, v, o passaram a formar uma nova palavra.

CLASSIFICAÇÃO DAS FRAÇÕES: PRÓPRIAS, IMPRÓPRIAS E APARENTES.

A noção sobre a classificação das frações deve ser introduzida concretamente, com vagar. A pressa é inimiga da perfeição.

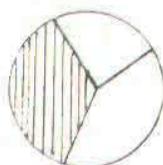
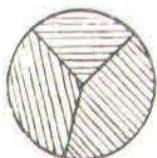
Por meio de inúmeros exemplos estoriados com a vivência dos alunos representar vários números fracionários.

$\frac{3}{4}$ de queijo



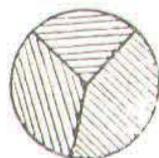
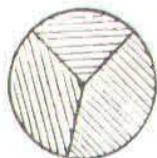
Numerador representado por número menor que o denominador indica quantidade menor que o inteiro.

$\frac{4}{3}$ de queijo



Numerador representado por número maior que o denominador indica quantidade maior que o inteiro.

$\frac{6}{3}$ de queijo



Numerador representado por número divisível pelo número do denominador, indica número inteiro.

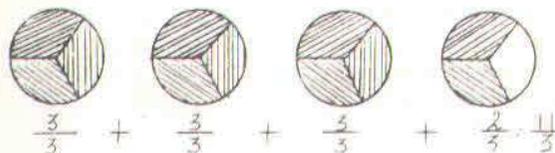
Somente depois de uma série bem rica de exercícios dar a denominação recebida por essas frações: própria, imprópria e aparente. As definições ficam a cargo dos alunos, pois, estarão aptos a dá-las.

EXTRAÇÃO DE INTEIROS — FRAÇÕES IMPRÓPRIAS E NÚMEROS MISTOS

O ensino da extração de inteiros e da transformação de um número misto em fração imprópria, pode ser feito por meio de questões como estas.

Paulo deu $11/3$ de doces a Henrique. Será que Henrique recebeu algum doce inteiro?

Vamos representar a quantidade de doces. São onze partes que devem ser agrupadas de três em três.



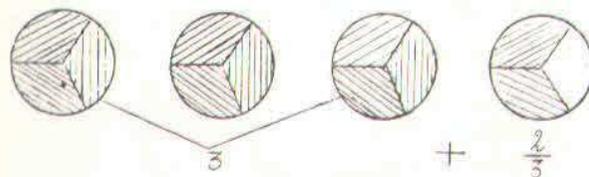
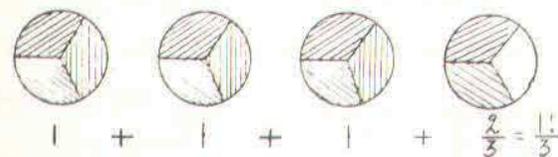
O aluno, pela conceituação de número fracionário não desconhece o traço de fração indica uma divisão, e, fácil lhe será tirar a conclusão que é só dividir o numerador pelo denominador e encontrará os inteiros.

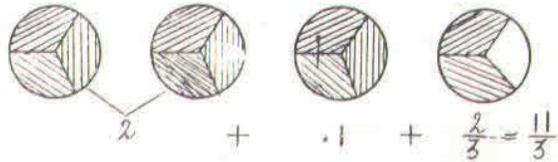
$$\begin{array}{r} 11 \quad | \quad 3 \\ \hline 2 \quad 3 \end{array}$$

Henrique recebeu 3 doces e ainda dois terços de outro doce ou três inteiros e dois terços, um número misto, pois é uma mistura de inteiros e fração.

Henrique percebeu que podia representar essa quantidade de muitas maneiras.

Eis as representações:





Qual será a conclusão que Henrique vai tirar? Será que descobrirá um modo rápido de transformar o número misto $3\frac{2}{3}$ em $\frac{11}{3}$? Vamos ajudá-lo.

O professor encaminhará o aluno até que ele perceba que multiplicando o inteiro pelo numerador e adicionando o produto ao numerador ($3 \times 3 + 2$) ele terá descoberto o numerador da nova fração, enquanto, o denominador continua invariável.

FRAÇÕES EQUIVALENTES — FRAÇÕES IGUAIS

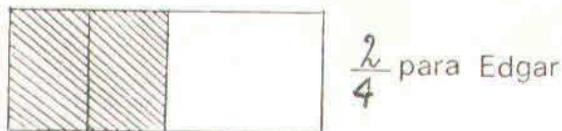
Por meio de exemplos bem objetivos o professor deve levar o aluno a perceber a diferença entre frações equivalentes e frações iguais.

Propondo questões como esta o professor alcançará o seu objetivo.

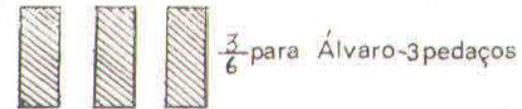
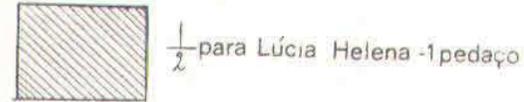
Tia Maria Helena vai distribuir tabletes de chocolates entre seus três sobrinhos. Não quer prejudicar nenhum. Pensa dar a todos a mesma quantidade.

Usando a lousa ou o flanelógrafo tornar real a questão.

Vejam como Tia Maria Helena distribuiu o chocolate aos seus três sobrinhos.



Olhem bem. As crianças receberam a mesma quantidade, porém, de maneira diferente.



Portanto, as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{6}$ não são iguais, têm o mesmo valor quantitativo, mas, em partes diferentes. São frações equivalentes.

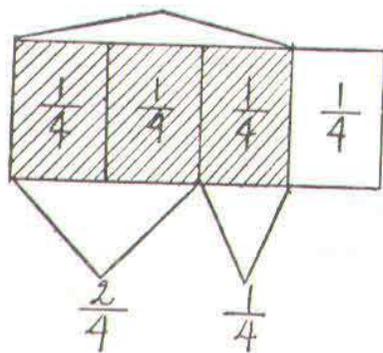
As frações são iguais quando têm os numeradores e denominadores iguais.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

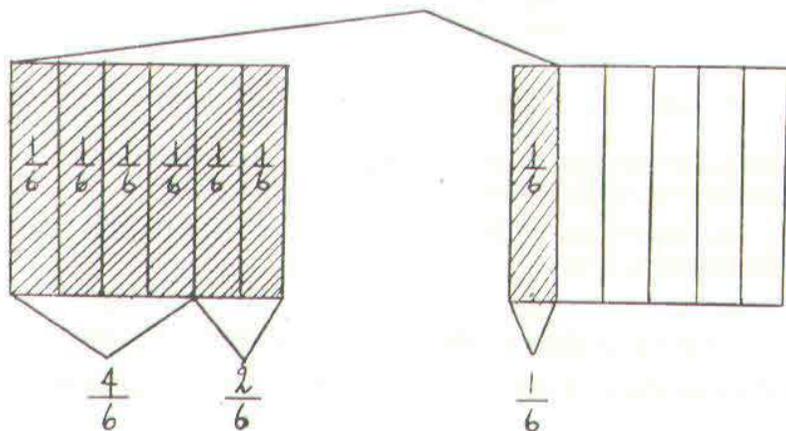
OPERAÇÕES: ADIÇÃO E SUA INVERSA SUBTRAÇÃO

No quarto ano, o aluno deve saber adicionar frações com denominadores iguais. Objetivando as questões o aluno sozinho efetuará a operação, chegando à conclusão que, é bastante adicionar os numeradores e conservar o denominador. Seja a operação:

$$a) \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$



b) $\frac{4}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

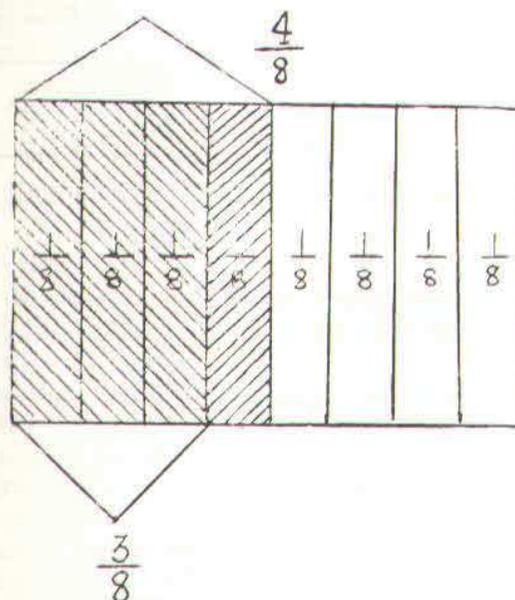


O professor não deve apresentar a operação sem revesti-la de uma situação real.

Seja a subtração: $\frac{4}{8} - \frac{1}{8}$

Maria tinha $\frac{4}{8}$ de um queijo. Deu $\frac{1}{8}$ para sua irmã.

Ficou com



ATIVIDADES

1 — Efetue essa adição: $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \square$

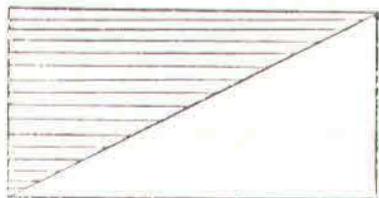
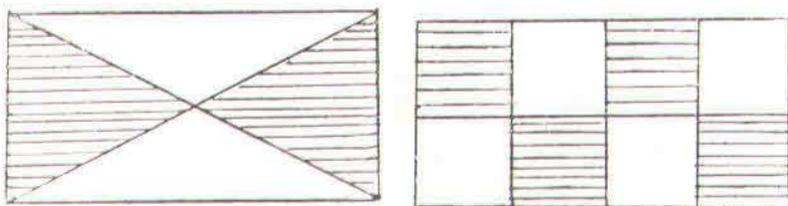
2 — Efetue esta subtração: $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \square$

3 — Faça este cálculo: $\frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \square$

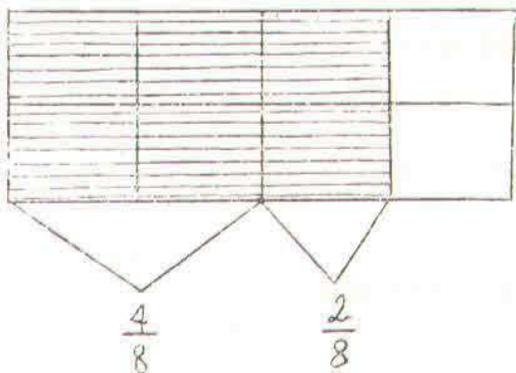
4 — Pedro tinha NCr\$ 1,60. Deu $\frac{1}{4}$ para seu irmão.

Quanto seu irmão recebeu? Faça um gráfico mostrando o raciocínio.

5 — Represente por meio de frações estes gráficos:



6 — Faça um problema para este gráfico:



7 — Escreva três frações equivalentes a $\frac{3}{5}$

8 — Escreva “F” ou “V” conforme as sentenças sejam falsas ou verdadeiras.

- $2/4 = 4/8$
- $1/5 \neq 1/5$
- $1/2 > 2/4$
- $3/9 < 6/18$
- $5/8 \neq 5/8$

SUGESTÃO PARA PLANO DE AULA

Duração: a critério do professor.

Unidade de trabalho: O Brasil — país imenso.

Objetivos: Aprendizagem e fixação das medidas de tempo e números fracionários.

Numeração: Emprego dos numerais e dos números — superfície — população.

Operações: a) cálculos de população: primeiros povoadores, imigrantes.

b) cálculos — altura das árvores, madeiras, frutas.

Números fracionários: Agricultura — produções. Indústria — peças de fazenda, aço, tapetes, calçados, etc.

Sistema monetário: Compra e venda, cálculo com despesas.

Operações e Problemas: Meios de transportes: preço de passagem, percursos, cargas.

Geometria: Formas de terreno, embalagem de produtos. Linhas, ruas e construções.

ATIVIDADES

- 1 — Escreva o conjunto das capitais brasileiras situadas em ilhas.
- 2 — Escreva o conjunto dos nomes dos estados brasileiros que formam a região norte.
- 3 — Escreva o conjunto dos nomes de todas as capitais dos estados da região sul.
- 4 — Complete a sentença abaixo usando as palavras do conjunto A = {Amazonas, São Paulo, Paraná}.
..... são estados brasileiros.

- 5 — Escreva «F» ou «V».
- Amazonas é o maior rio do Brasil.
 - São Paulo fica situada na região leste do Brasil.
 - Rio São Francisco nasce na serra da Canastra.
 - Nossa capital está situada em Brasília.

6 — Faça correspondência entre estes conjuntos:

Belém
Vitória
Salvador
Florianópolis
Fortaleza

Bahia
Pará
Sta. Catarina
Espírito Santo
Ceará

- 7 — Escreva o conjunto dos nomes dos estados brasileiros que não são banhados pelo mar.
- 8 — Escreva o conjunto do nome do menor estado do Brasil.
- 9 — Complete: O Brasil tem km² distribuídos entre estados e territórios.
- 10 — Com este conjunto { lote, donatários, D. João III } complete esta oração: repartiu o Brasil em e os distribuiu a donatários.
- 11 — Sendo o nosso conjunto universo os estados do Brasil procure o conjunto verdade para estas sentenças.
- é o menor estado do Brasil.
 - Brasília, nossa capital, localiza-se em
 - Marajó fica no estado
 - Pôrto Alegre é a capital do
 - Os maiores produtores de café são os estados de e
 - A Castanha do Pará é nativa no estado de
 - O estado de limita-se com a Argentina.

NÚMERO DECIMAL

FRAÇÃO DECIMAL

Para ampliar os conhecimentos a respeito de fração decimal e números decimais, o professor deve voltar a trabalhar com frações de denominador dez, ou potência de dez e recapitular as bases do nosso sistema de numeração.

Os objetivos principais são:

— levar o aluno a relacionar o número com frações decimais.

— a fração decimal tem outro numeral para a representação. Deixa o traço e passa a aparecer com uma vírgula. Muda a representação e também o nome.

Frações decimais

Números decimais

$\frac{6}{10}$	0,6
$\frac{8}{100}$	0,08
$\frac{36}{10}$	3,6
$\frac{42}{100}$	0,42

— observar a *relação decimal existente* entre a parte inteira e decimal.

dezena — dez vezes maior.

décimo — dez vezes menor.

centésimo — cem vezes menor.

centena — cem vezes maior.

milhar — mil vezes maior

milésimo — mil vezes menor.

— levar a criança a perceber o valor da vírgula e sua necessidade.

— perceber o valor do décimo, centésimo e milésimo em relação à unidade.

No livro do 3.º ano, o professor encontra os processos de como introduzir o décimo, centésimo e milésimo, e, todo o estudo referente a números decimais, como as atividades.

SUGESTÕES DE ATIVIDADES

I — Uso do Cartaz Valor de Lugar.

— o professor coloca no cartaz algumas representações de números decimais e pede aos alunos que as escreva no caderno.

UNIDADES	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
□ □	□ □	□ □	□
□ □	□		□ □
	□ □ □	□ □ □	
	□	□ □	□ □ □
	□ □ □	□	

O aluno deverá escrever: — 2,221
2,102
0,33
0,123
0,31

— o professor dita e o aluno representa no seu cartaz mirim (Veja modelo — 1.º ano página 38).

II — DITADO

Dois inteiros e um milésimo.

Cento e dois milésimos.

Um inteiro e dois centésimos.

Três inteiros e vinte e três milésimos.

Quatro décimos.

Quarenta e dois centésimos.

Vinte e dois décimos.

Unidades	Décimos	Centésimos	Milésimos
□ □			□
	□		□ □
□		□ □	
□ □ □ □		□ □	□ □ □
	□ □ □ □		
	□ □ □ □ □	□ □	
□ □	□ □		

Estas atividades poderão ser efetuadas, usando algarismos.

— o professor representa no cartaz e o aluno escreve por extenso usando numerais no seu caderno.

UNIDADES	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS	DÉCIMOS- MILÉSIMOS
1	-	-	3	-
3	-	2	8	6
-	-	3	2	-
-	-	-	-	3

O aluno deve escrever:

um inteiro e três milésimos — 1,003.

três inteiros e duzentos e oitenta e seis décimos milésimos — 3,028.6.

trinta e dois milésimos — 0,032.

três décimos milésimos — 0,000.3.

COMPARAÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS

O professor deve objetivar, inicialmente para depois levar o aluno às seguintes conclusões:

a) Primeiro comparar a parte inteira

seja o exemplo:

4,2 maior que 3,02?

4 é maior que 3?

$$4 > 3$$

Logo: $4,2 > 3,02$.

b) comparar a parte decimal.

seja o exemplo:

4,683 é maior que 4,683.1

Parte inteira

$$4 = 4$$

Parte decimal:

$$6 = 6$$

$$8 = 8$$

$$3 = 3$$

$$0 < 1$$

Logo: $4,638.1 > 4,683$.

TRANSFORMAÇÃO DE UM NÚMERO DECIMAL EM FRAÇÃO DECIMAL E VICE-VERSA.

A decomposição dos números que representam os numeradores das frações ordinárias, leva a criança a bem perceber o porquê da representação dos numerais decimais, e, a relação entre a parte inteira e a decimal, regida pelo princípio decimal.

$$a) \frac{15}{10} = \frac{10}{10} + \frac{5}{10}$$

$$\frac{15}{10} = 1,5$$

$$b) \frac{23}{100} = \frac{20}{100} + \frac{3}{100}$$

$$\frac{23}{100} = 0,23$$

$$c) \frac{458}{100} = \frac{400}{100} + \frac{50}{100} + \frac{8}{100}$$

ou 4,58.

Como o aluno deu à fração decimal outro numeral, é fácil, levá-la a fazer o inverso, transformar números decimais em frações decimais.

Exemplo:

$$a) 6,38 = \frac{600}{100} + \frac{30}{100} + \frac{8}{100}$$

$$6,38 = \frac{638}{100}$$

$$b) 0,38 = \frac{30}{100} + \frac{8}{100}$$

$$0,38 = \frac{38}{100}$$

$$c) 3,725 = \frac{3.000}{1.000} + \frac{700}{100} +$$

$$\frac{20}{1.000} + \frac{5}{1.000}$$

ou

$$3,725 = \frac{3.725}{1.000}$$

Só depois de muitos exercícios, o professor deve deixar ao aluno a satisfação de encontrar as regras práticas.

Para transformar um número decimal em uma fração decimal é suficiente dar para numerador todo o numeral sem a vírgula e para denominador, a unidade seguida de tantos zeros quantos forem as casas decimais.

$$2,52 = \frac{252}{100}$$

$$3,002 = \frac{3.002}{1.000}$$

$$0,008 = \frac{8}{1.000}$$

Para transformar uma fração decimal em número decimal, é bastante escrever o numerador, e, separar com a vírgula, da direita para a esquerda tantos algarismos quantos forem os zeros existentes no denominador.

$$\frac{23}{1.000} = 0,023$$

$$\frac{6.863}{10} = 686,3$$

$$\frac{1.280}{1.000} = 1,280$$

ATIVIDADES

1 — Faça corresponder estes conjuntos:

0,01	$\frac{4}{10}$
1,002	$\frac{1}{100}$
0,4	$\frac{568}{1.000}$
0,568	$\frac{1.000}{1.000}$

2 — Leia estes números:

0,009 — 0,45 — 1,000.92 — 3,406.3

3 — Dê outros numerais para estas frações:

$\frac{3}{100}$	$\frac{45}{10}$	$\frac{18}{1.000}$
$\frac{109}{100}$	$\frac{15}{10.000}$	$\frac{2}{1.000}$

4 — Coloque os sinais =, > ou < a fim de tornar estas sentenças verdadeiras.

- a) $\frac{3}{10}$ 0,3
- b) $\frac{4}{1.000}$ 0,2

c) $0,05 \frac{5}{100}$

d) $\frac{8}{10}$ 1

e) $\frac{1}{1}$ 0,4

f) $\frac{1}{1}$ 1,2

5 — Paulinho comeu $\frac{3}{10}$ de um doce e Pedrinho comeu $\frac{3}{10}$. Qual dos dois comeu mais?

6 — Transforme estas frações decimais em números decimais:

- a) $\frac{3}{1.000}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{3}{100}$ d) $\frac{5}{10}$
- e) $\frac{5}{10.000}$ f) $\frac{42}{10}$ g) $\frac{853}{100}$ h) $\frac{5}{1.000}$

7 — Escreva estes números decimais em forma de frações decimais:

- a) 0,3 = b) 1,46 =
- c) 21,008 = d) 0,003 =
- e) 32,30 = f) 18,36 =

8 — Escreva falso ou verdadeiro:

- a) $\frac{3}{10}$ = 0,30 b) $\frac{7}{100}$ = 70
- c) $\frac{8}{1.000}$ = 0,000.8 d) $\frac{2}{100}$ = 0,002
- e) $\frac{12}{10.000}$ = 0,001.2 f) $\frac{35}{10}$ = 3,5

9 — Torne verdadeiras estas sentenças:

a) $0,3 = \frac{\square}{10}$ b) $0,59 = \frac{59}{\square}$

c) $1,45 = \frac{145}{\square}$ d) $2,89 = \frac{\square}{100}$

e) $30,30 = \frac{3.030}{\square}$ f) $50,4 = \frac{\square}{10}$

10 — Assinale o número de maior valor:

0,3 — 0,30 — 0,300 — 0,300.0

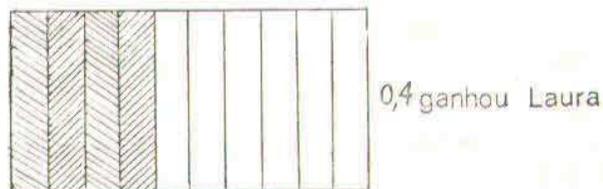
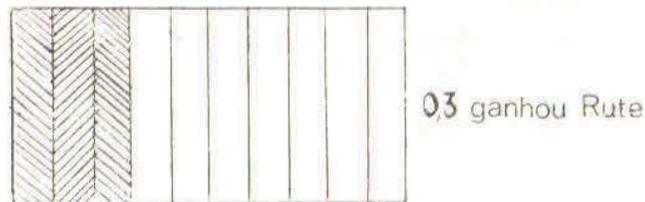
OPERAÇÕES COM DECIMAIS
OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

OPERAÇÃO ADIÇÃO

Motivando a aula e objetivando-a, o professor consegue satisfatoriamente, firmar e ampliar os conhecimentos referentes às operações com números decimais.

a) Houve uma festa na escola e foram distribuídos muitos pedaços de torrone. Rute recebeu 0,3 e Laura 0,4 de tablete. Quantos décimos receberam as duas meninas?

A professora deve fazer a representação, na lousa, usando sempre que possível, giz de côr.



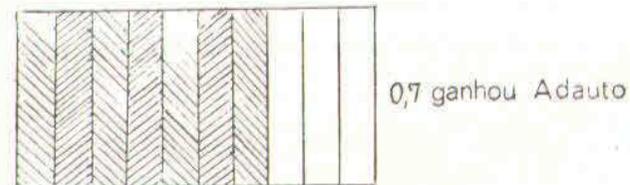
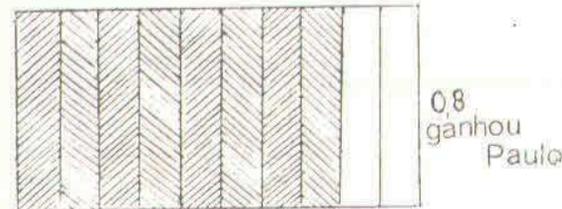
Os alunos devem representar a situação no cartaz.

inteiros	décimos
	3
	4

A criança vê e responde sete décimos. Pedimos que represente a operação:

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ + 0,4 \\ \hline 0,7 \end{array}$$

Nessa festa Paulo ganhou 0,8 de torrone e Adauto 0,7. Quantos décimos os dois receberam?



Representando no cartaz:

INTEIROS	DÉCIMOS
	8
	7

15 décimos equivalem a um inteiro e cinco décimos. Representando novamente:

INTEIROS	DÉCIMOS
1	5

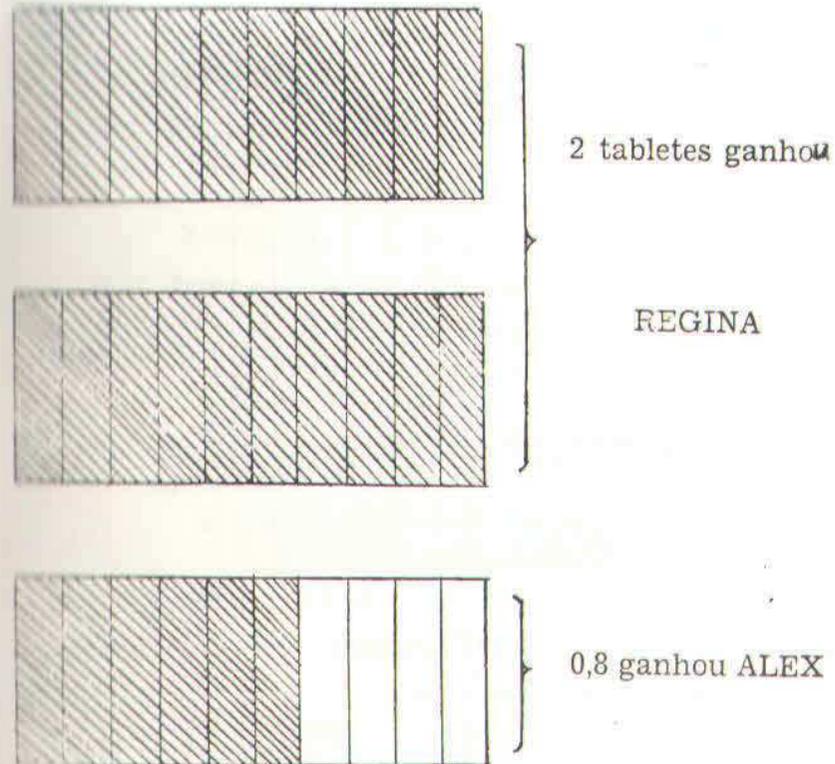
Representando a operação:

$$\begin{array}{r} 0,8 \\ + 0,7 \\ \hline 1,5 \end{array}$$

Paulo e Adauto ganharam um tablete e cinco décimos.

Para as crianças menores foram distribuídas tabletes de chocolates.

Regina recebeu dois tabletes e Alex 0,8 de um tablete. Juntaram o que ganharam: com quanto ficaram?



Juntando dois inteiros e oito décimos ou vinte e oito décimos. Representando no cartaz.

INTEIROS	DÉCIMOS
2	8

Representando a operação em números decimais:

$$\begin{array}{r} 2,0 \\ + 0,8 \\ \hline 2,8 \end{array}$$

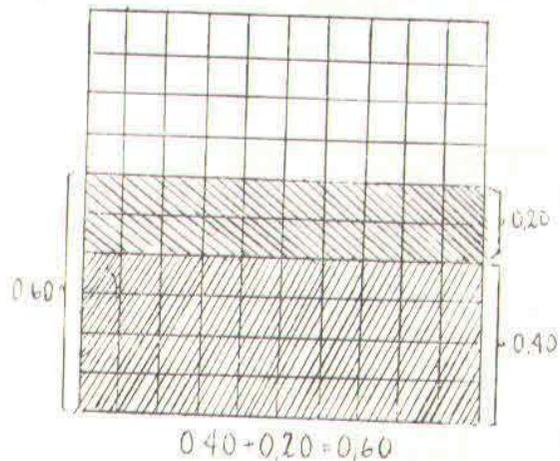
Ficaram com dois tabletes e oito décimos ou 2,8 tabletes.

Com atividades como estas, levar a criança à redescoberta que a adição com números decimais é efetuada adicionando-se algarismos da mesma ordem. Vírgulas devem ser colocadas embaixo de vírgulas. A direita, décimos embaixo de décimos, centésimos embaixo de centésimos, etc. A esquer-

da, unidades embaixo de unidades, dezenas embaixo de dezenas, centenas embaixo de centenas, etc.

De início, os exemplos devem ser concretizados.

Seja a adição: $0,40 + 0,20$



ATIVIDADES

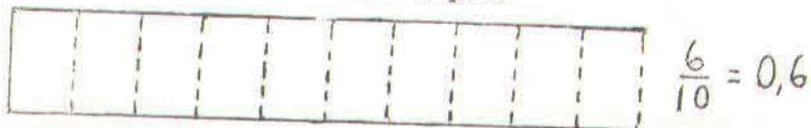
1 — Efetue estas operações:

- $0,345 + 0,24 + 0,049 =$
- $1,36 + 59,004.6 + 235,086.7 =$
- $90,472 + 90,659.2 + 0,67 + 9,085.7 =$
- $100,45 + 5,392 + 5,7902 =$

2 — Complete:

- Um inteiro tem centésimos.
- Dois inteiros têm décimos.
- Um décimo tem centésimos.

3 — Pinte de azul o que se pede.



4 — Jorge gastou $0,34$ de seu dinheiro e depois $0,18$. Quanto gastou?

5 — Nilda comprou $0,6$ de uma peça de renda e sua irmã comprou $0,2$. Que quantia da peça as duas compraram?

6 — No Natal Mara comeu $3,5$ de um tablete de chocolate; Cátia comeu $4,8$ e Bambino comeu $3,85$. Que quantia comeram os três juntos?

7 — Transforme a fração $4/100$ em número decimal.

8 — Dê um numeral diferente para esta fração decimal:

$\frac{45}{1000}$

$\frac{1.000}{1000}$

9 — Represente no seu cartaz o número decimal: $4,4$.

10 — Coloque os sinais igual ou diferente de modo a tornar as sentenças verdadeiras.

$\frac{3}{10}$

$0,3$

$\frac{5}{100}$

$0,000.5$

$\frac{3}{1000}$

$0,300.0$

$\frac{1.000}{1000}$

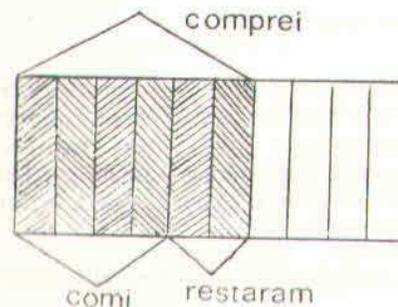
11 — Represente gráficamente a fração $5/10$.

OPERAÇÃO: SUBTRAÇÃO.

Motivando a aula e objetivando-a levar à criança a resolver situações problemas que envolvam a operação subtração.

a) Comprei $0,6$ de um queijo e comi $0,4$. Quantos décimos restaram?

Concretizando:

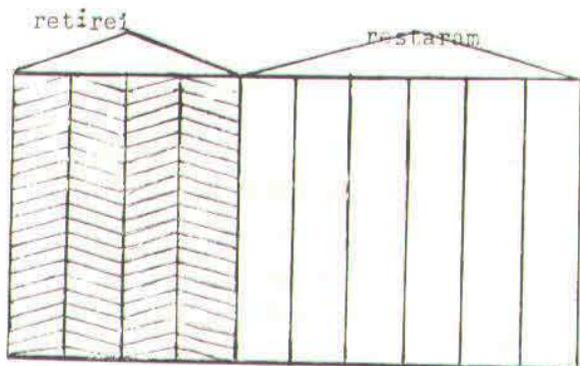


Representando:

$$\begin{array}{r} 0,6 \\ - 0,4 \\ \hline 0,2 \end{array}$$

Restaram dois décimos ou 0,2.

b) Retirei de um tablete de chocolate 0,4. Quantos décimos restaram?



Representando:

$$\begin{array}{r} 1,0 \\ - 0,4 \\ \hline 0,6 \end{array}$$

Restaram seis décimos.

Concretizando os exemplos, representando-os no Cartaz Valor de Lugar levar a criança à técnica da operação subtração. Observar a disposição dos termos, vírgulas, décimos embaixo de décimos, centésimos embaixo de centésimos, etc. Verificar a disposição na parte inteira. Cada ordem embaixo de sua respectiva ordem.

Apresentar a subtração nas idéias, subtrativa, comparativa e aditiva.

ATIVIDADES

1 — Efetue estas operações:

$$3 - 1,567 = \square$$

$$2,0 - 0,004 = \square$$

$$23,456 - 20 = \square$$

$$100 - 23,345 = \square$$

2 — Paulo tirou 0,3 de um rôlo de arame e João tirou 0,5. Quanto ainda resta do rôlo?

3 — Represente graficamente o resultado desta operação:

$$0,12 - 0,8 =$$

4 — Encontre o valor de \square seguindo o modelo:

$$\square + 8,2 = 11,8 \iff \square = 11,8 - 8,2$$
$$\square = 3,6$$

a) $\square + 7,9 = 19,462$

b) $\square + 0,62 = 5,04$

c) $\square + 820,046 = 900$

d) $\square + 35 = 48,023.4$

5 — Marta tem que cortar duas peças de fazenda para fazer vestidos. Já cortou 1,6. Quanto tem ainda para cortar?

6 — Efetue:

$$\square = (0,456 + 14,906) - (0,023.0 + 10,567)$$

$$\square = (35,056.7 + 5) - (24,08 + 13,60)$$

7 — Jorge tinha cinco rolos de barbante. De manhã usou 3,8; à tarde 0,4 e à noite 0,2. Quanto tem ainda?

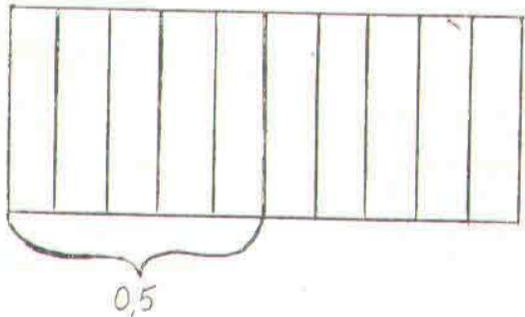
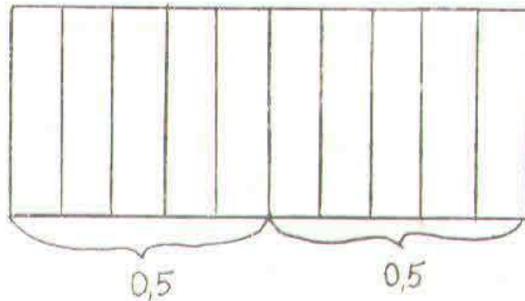
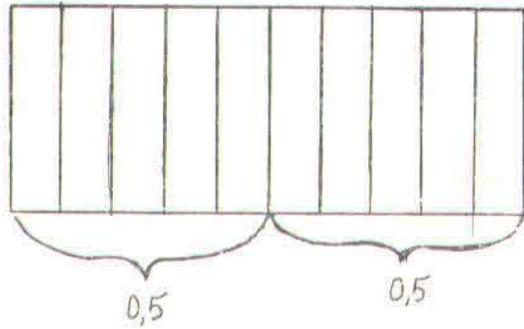
8 — Rosária comprou sete latas de azeite. Na primeira semana gastou 2,5; na segunda semana gastou 2,4 e na terceira gastou só 1,2. Quanto ainda tem?

9 — Mariazinha tem 3,50 de um torrone. Ela quer ter sete para dar às suas priminhas. Quanto lhe falta?

OPERAÇÃO: MULTIPLICAÇÃO.

O conceito da operação multiplicação pode ser introduzido pela adição de parcelas iguais. Concretizando sempre, motivando as aulas, o professor conseguirá chegar à meta desejada.

a) Tenho cinco pedaços de chocolate. Cada um equivale a 0,5 do tablete. Quanto tenho?

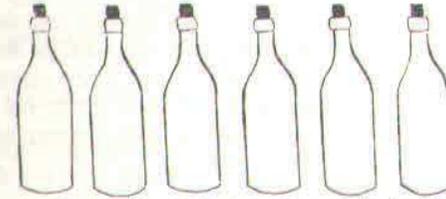


$$\begin{array}{r} 0,5 \\ 0,5 \\ + 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ \hline \end{array}$$

2,5 ou $5 \times 0,5 = 2,5$.

Tenho 2,5 tabletes de chocolate.

b) Comprei hoje seis garrafinhas de creme de leite de 0,5l cada uma. Quantos litros comprei?



$$0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 = 3,0$$

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ + 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ \hline \end{array}$$

3,0 ou $6 \times 0,5 = 3,0$.

Variando as atividades, o professor estará encaminhando o aluno a perceber o porquê da técnica operatória, evitando a mecanização.

O professor deve verificar, se o aluno colocou a vírgula, no seu devido lugar, contando as casas decimais dos fatores e separandô-as, no produto, da direita para a esquerda.

Exemplo:

Usando o cartaz apresentar a operação para ser efetuada no caderno:

inteiros	décimos	centésimos	milésimos
2,	5	4	3
2,	6		

$$\begin{array}{r} 2,543 \\ 2,6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15258 \\ 5086 \\ \hline \end{array}$$

$$6,6118$$

MULTIPLICAÇÃO DE UM NÚMERO DECIMAL POR 10 OU POTÊNCIA DE DEZ

A criança deve descobrir que a multiplicação de um número decimal por uma potência de dez exige somente a mudança da vírgula, à direita uma, duas, três casas conforme se queira multiplicar por dez, ou por cem ou por mil. Caso as ordens que formam o número não sejam suficientes acrescentar zeros.

Atividades necessárias:

$\begin{array}{r} 3,62 \\ \times 10 \\ \hline 36,20 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72,5 \\ \times 100 \\ \hline 7.250,0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,005 \\ \times 10 \\ \hline 0,050 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,2 \\ \times 1000 \\ \hline 1.200,0 \end{array}$
--	---	---	---

Depois de uma série de exercícios o aluno por si, deixará de efetuar a operação por achá-la desnecessária.

ATIVIDADES

1 — Torne verdadeiras estas sentenças:

$$5,748 \times 100 = \square$$

$$124,56 \times 1.000 = \square$$

$$0,000.67 \times 100 = \square$$

$$306,168 \times 10 = \square$$

$$1.237,900.6 \times 100 = \square$$

2 — Diga se são falsas ou verdadeiras:

$$0,70 = 0,700$$

$$80,4 = 80,004$$

$$0,70 = 0,700$$

$$132 = 132,005$$

$$0,045 = 0,045$$

$$3,6 = 3,06$$

3 — Efetue estas operações:

$$48,358 \times 0,98 =$$

$$435,7 \times 23,4 =$$

$$906,456 \times 100 =$$

$$0,004.6 \times 5,48 =$$

4 — Estela ganhou 0,6 de NCr\$ 0,90 e Luísa ganhou 0,3 de NCr\$ 1,20. Quem ganhou mais, Estela ou Luísa?

5 — Paulo depositou no Banco NCr\$ 50,00 e retirou 0,25 da quantia depositada. Quanto lhe resta no Banco?

6 — Torne o número 4,567.8 cem vezes maior.

7 — Escreva em ordem crescente estes números decimais:

$$0,89 \text{ — } 1,89 \text{ — } 0,089 \text{ — } 0,008$$

8 — Multiplique 3,56 por 100 e por dez e efetue a diferença entre os dois resultados encontrados.

9 — Martinha ganhou NCr\$ 0,50 de seu tio. Gastou 0,3 e deu 0,2 da quantia para a mamãe. Com quanto ficou?

10 — Um menino tomou um vidro de xarope em três dias. No primeiro dia ele tomou 0,3; no segundo tomou 0,4; quanto tomou no terceiro dia?

11 — Efetue:

$$(5,7 + 13,568 - 12,343) \times 3,4 =$$

Efetuar primeiro as operações entre parênteses na ordem em que aparecem.

OPERAÇÃO: DIVISÃO

A divisão de números decimais pode ser efetuada por meio de três processos. Ao professor cabe resolver qual adotar.

Primeiro processo: Igualam-se o dividendo e o divisor ao mesmo número de casas decimais. Desprezam-se as vírgulas e procede-se como se fossem números inteiros. Obtido o quociente inteiro, coloca-se a vírgula à sua direita e, um zero à direita do último algarismo. Continua-se a divisão,

obtendo-se a primeira casa decimal. As demais casas decimais são obtidas pelo mesmo modo da primeira:

$$32,45 : 5,6 = \square$$

$$\begin{array}{r} 32,45 \quad | \quad 5,60 \\ 4 \ 450 \quad 5,79 \\ \quad 5300 \\ \quad \quad 260 \end{array}$$

Segundo processo: Procede-se como se fôsse uma divisão de números inteiros.

$$6,263 : 4,5 = \square$$

$$\begin{array}{r} 6263 \quad | \quad 45 \\ 176 \quad 139 \\ \quad 413 \\ \quad \quad 08 \end{array}$$

Encontra-se a posição, em que deve ficar a vírgula, subtraindo o número de casas do dividendo do número de casa do divisor.

$$3 - 1 = 2$$

O quociente deve ter duas casas decimais.

$$6,263 : 4,5 = 1,39$$

Este processo apresenta duas dificuldades:

Primeira: Encontrar na divisão um número de casas decimais do dividendo inferior às do divisor.

$$3,8 : 2,42 =$$

Como efetuar: $1 - 2$?

Resolvemos, colocando zeros no dividendo

$$\begin{array}{r} 3,80 \quad | \quad 2,42 \\ 1 \ 38 \quad 1 \end{array}$$

$2 - 2 = 0$ A divisão não apresenta casas decimais. Sendo necessário continuar, acrescenta-se um zero à direita do resto e continua-se a operação. Isto nos leva ao primeiro processo.

$$\begin{array}{r} 3,80 \quad | \quad 2,42 \\ 1 \ 380 \quad 1,5 \\ \quad \quad 170 \end{array}$$

Segunda: Observe a divisão:

$$0,015 : 4,5$$

Procede-se como se fôsem inteiros

$$\begin{array}{r} 0,015 \quad | \quad 4,5 \\ \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$15 : 45 = 0$$

Número de casas decimais: $3 - 1 = 2$

A divisão não pode ser efetuada, sem o acréscimo de um zero no dividendo:

$$\begin{array}{r} 0,0150 \quad | \quad 45 \\ \quad \quad 15 \quad 03 \end{array}$$

Trabalhando com inteiros, estamos transformando o resto 15 em 150 décimos.

$$150 \text{ décimos} : 45 = 3 \text{ décimos}$$

A vírgula será colocada à direita do zero — 0,3.

$$\begin{array}{r} 0,0150 \quad | \quad 45 \\ \quad \quad 15 \quad 0,3 \end{array}$$

Esta colocação não pode ser definitiva. Raciocinando: Usamos o dividendo 0,0150 com quatro casas decimais e o divisor 4,5 com uma casa decimal.

$$4 - 1 = 3$$

Concluimos que o quociente deve ter três casas decimais 0,003.

$$\begin{array}{r} 0,0150 \quad | \quad 4,5 \\ 15 \quad 0,003 \end{array}$$

Terceiro processo:

Seja a divisão:

$$45,32 : 3,2 = \square$$

O divisor apresenta uma casa decimal, transformando-o em número inteiro:

$$3,2 \times 10 = 32$$

Para que o valor do quociente não se altere é necessário multiplicar por dez, o dividendo.

$$45,32 \times 10 = 453,2$$

Efetuando a operação:

$$\begin{array}{r} 45,32 \quad | \quad 32 \\ 133 \quad 14 \\ 05 \end{array}$$

Resto — 5 inteiros.

$$5 \text{ inteiros} \times 10 = 50 \text{ décimos.}$$

$$50 \text{ décimos} + 2 \text{ décimos} = 52 \text{ décimos.}$$

$$52 \text{ décimos} : 32 = 1 \text{ décimo.}$$

$$\begin{array}{r} 453,2 \quad | \quad 32 \\ 133 \quad 14,1 \\ 052 \\ 20 \end{array}$$

Restam 20 décimos.

$$20 \text{ décimos} \times 10 = 200 \text{ centésimos.}$$

$$200 \text{ centésimos} : 32 = 6 \text{ centésimos}$$

$$\begin{array}{r} 453,2 \quad | \quad 32 \\ 133 \quad 14,16 \\ 052 \\ 200 \\ 08 \end{array}$$

Este processo apresenta a vantagem de recapitular o algoritmo da divisão e aplicá-lo aos números decimais. O divisor é sempre transformado em inteiros. Vejamos alguns exemplos.

a) $4,5 : 3,25$
divisor — $3,25 \times 100 = 325$
dividendo — $4,5 \times 100 = 450$
 $450 : 325$

b) $0,05 : 3,2$
divisor — $3,2 \times 10 = 32$
dividendo — $0,05 \times 10 = 0,5$
 $0,5 : 32$.

O professor encontra explicações mais detalhadas no livro de 3.º ano.

DIVISÃO DE INTEIRO POR INTEIRO, A MENOS DE 0,1 — 0,01 — 0,001

Observe os exemplos: $15 : 6$ a menos de 0,1.

$$\begin{array}{r} 15 \quad | \quad 6 \\ 30 \quad 2,5 \\ 0 \end{array}$$

Prolonga-se a divisão até a primeira casa decimal.

$$\begin{array}{r} 17 \quad | \quad 8 \quad \text{a menos de } 0,01 \\ 10 \quad 2,12 \\ 20 \\ 4 \end{array}$$

O algarismo seis se repete. A fração $\frac{4}{6}$ gerou um número decimal indefinido chamado *dízima periódica simples*

O algarismo que se repete é chamado *período*.

Seja este outro exemplo:

$$\frac{14}{33} = 0,42\overline{42} \dots$$

```

  14
 33
14 33
---
080 0,4242...
140
080
14

```

A fração $\frac{14}{33}$ gerou um número decimal indefinido; ou uma *dízima periódica simples*.

$\frac{14}{33}$ é chamada fração geratriz. O grupo de algarismos que se repetem é chamado período.

Consideremos esta conversão:

$$\frac{7}{30} = 0,233333 \dots$$

```

  7
 30
70 30
---
100 0,2333...
100
100
10

```

Depois da vírgula aparece uma parte que não é período, chamada por isso, parte não periódica. É uma *dízima periódica composta*.

Na representação não há necessidade dos períodos serem repetidos; um ponto ou um traço é suficiente para indicar que o algarismo ou grupo de algarismos forma o período.

$$0,333 \dots \text{ ou } 0,\overline{3}$$

$$2,26262 \dots \text{ ou } 2,\overline{262}$$

$$0,7575 \dots \text{ ou } 0,\overline{75}$$

$$0,32555 \dots \text{ ou } 0,32\overline{5}$$

ATIVIDADES

1 — Faça esta operação:

$$0,368 \times 1,34 \times 4,6 =$$

2 — Torne o número 45,678 cem vezes menor.

3 — Qual o quociente entre 1,266.5 e 1,49.

4 — Faça corresponder estes conjuntos:

$3,54 \cdot 10$ $5,6 : 3,2$ $3,009 \cdot 100$

$1,75$ $300,9$ $35,4$

5 — Transforme estes números decimais em frações decimais:

$$3,54 \text{ — } 0,008 \text{ — } 0,120 \text{ — } 0,505$$

6 — Efetue estas divisões com aproximação de 0,01.

a — $5,566 : 3,8 =$

b — $78,804 : 67 =$

c — $567,645 : 5,506 =$

d — $500 : 27 =$

e — $875,72 : 45,32 =$

PROBLEMAS ENVOLVENDO AS 4 OPERAÇÕES DECIMAIS.

1 — Pedro tem que escrever uma página de caderno. De manhã escreveu 0,2; à tarde escreveu 0,65 e à noite 0,015. Quanto falta para terminar a página?

- represente quanta falta para terminar a página.
 = $1 - (0,2 + 0,65 + 0,015)$
 = $1 - 0,865$
 = 0,135

Resposta — Falta para terminar a página 0,135.

2 — Dê um cêsto de ovos, foram vendidos, a primeira vez 0,04, na segunda vez 0,6. Quanto falta para vender?

- representa quanto falta para vender
 = $1 - (0,04 + 0,6)$
 = $1 - 0,64$
 = 0,36

Resposta — Falta para vender 0,36.

3 — De uma peça de fazenda com 13,24 m foram vendidos 0,85 m. Quantos metros sobraram?

- representa os metros que sobraram
 = $13,24 \text{ m} - 0,85 \text{ m}$
 = 12,39 m

Resposta — Sobraram 12,39 m.

4 — Torne êstes números 10, 100, 1.000 vêzes maior respectivamente.

- a) $14,89 \times 10 = 148,9$
 $14,89 \times 100 = 1.489$
 $14,89 \times 1.000 = 14.890$

b) 108,603 c) 0,009

d) 1,023.4 e) 35,8

5 — Determine o valor de Δ nas igualdades:

a) $\Delta = (0,6 + 0,002 + 3,4) - 0,5$

$\Delta = 4,002 - 0,5$

$\Delta = 3,502$

b) $\Delta = 3,4 \times 1,8 - (0,45 \times 1,38)$

$\Delta = 3,4 \times 1,8 - 0,621$

$\Delta = 6,12 - 0,621$

$\Delta = 5,499$

6 — Tenho 4,50 m de fazenda e quero fazer lenços 0,30 m de comprimento. Quantos poderei fazer?

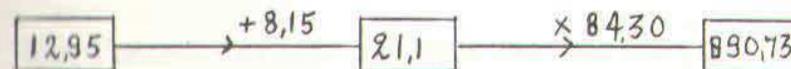
— representa o número de lenços que poderei fazer.

= $4,5 : 0,30$

= 15 lenços.

Resposta — Poderei fazer 15 lenços.

7 — Sílvia comprou 12,95 m de fazenda e Paula 8,15 m. Quanto gastaram se o metro de pano custa Cr\$ 4,30?



Resposta — Gastaram Cr\$ 90,73.

8 — Comprei 15 retalhos de fazenda com 0,85 m cada um. Quantos metros comprei e quanto gastei se o metro custou Cr\$ 0,80?

= representa quantos metros comprei

Δ — representa quanto gastei

= 15 X 0,85 m

= 12,75 m

Δ = 12,75 m X \$ 0,80

Δ = \$ 10,20

Resposta — Comprei 12,75 m e gastei Cr\$ 10,20.

9 — Um menino precisa pintar 15 tábuas de madeira. Já pintou a décima parte. Quanto lhe falta pintar?

— representa o que pintou.

Δ — representa quanto falta.

= 15 : 10

= 1,5

Δ = 15 — 1,5

Δ = 13,5

Resposta — Falta pintar 13,5 tábuas.

10 — Faça um problema para esta estrutura:



11 — Complete este problema: Fui ao mercado e comprei 3,8 kg de tomate a Cr\$ 0,30.

12 — Com Cr\$ 0,50 posso comprar 0,85 l de o litro? Cr\$ 0,60

ORIGEM DO SISTEMA METRICO DECIMAL

Nossos antepassados usavam como medidas, elementos relacionados com seus próprios corpos ou sentidos. Assim é que tomavam o comprimento do pé, o comprimento da falange, do dedo polegar, a abertura da mão, como unidades de medidas. Com pequenas modificações, algumas dessas medidas chegaram até nós; o pé, a polegada, palmo etc. hoje quase que em desuso.

A infinidade de medidas usadas dentro de um mesmo território dificultava o inter-câmbio mercantil. Surgiram enganos, inocentes e deliberados. A situação exigia que fosse tomada uma medida para sanar as diferenças das mesmas medidas de uma cidade para outra, e o abuso de pessoas inescrupulosas.

Após a Revolução Francêsa, em 1789 foi apresentado à Assembléa Constituinte um projeto visando modificar os pesos e medidas.

O projeto estipulava:

a — adoção internacional de uma medida tirada do globo terrestre, ao qual denominaram metro;

b — relação das medidas de áreas, volumes e pesos com o metro;

c — formação de múltiplos e submúltiplos segundo o princípio decimal.

A nova unidade, o metro (do grego metron-medida), seria a décima milionésima parte do quadrante terrestre.

Em 1795 foi construído um padrão do metro em platina e feitas diversas cópias para serem distribuídas entre os países. Mais tarde verificou-se que o metro padrão era 2 decimímetros menor. Impossível refazer todas as cópias e a unidade continuou a ser usada como havia sido distribuída.

Muitos países adotaram o sistema métrico — A Inglaterra não o adotou. A jarda, medindo aproximadamente 0,914339 metros é a sua medida padrão.

No Brasil, o antigo sistema de pesos e medidas foi substituído em 1862 pelo sistema métrico decimal, e, em 1938 foi estabelecido o Sistema Legal de Unidades de Medir.

O Diário Oficial de 4/9/62 publicou a resolução do Instituto Nacional de Pesos e Medidas e do Sistema Internacional de Unidades tornando obrigatórias as seguintes unidades fundamentais:

metro para comprimento, metro quadrado para áreas, metro cúbico para volume, quilograma para massa, segundo para tempo e ângulo reto e grau sexagesimal para ângulo plano.

Na mesma resolução proibia o uso de unidades não legais em documentos, contratos comerciais, propaganda invólucros e envoltórios de qualquer mercadoria, e, definia o metro como o comprimento de onda emitida por um isótopo de Krypton, de peso atômico 86.

Os padrões em uso, entretanto conservam a medida da décima milionésima parte do quadrante terrestre; unidade esta com um erro de 2 decimilímetros a menos.

A definição atual do metro é uma grandeza perfeita e pode ser reproduzida a qualquer momento.

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Neste grau a criança deve ter experiências com o metro. No terceiro ano ampliou-se o universo de seus conhecimentos, e o professor deve voltar às atividades relacionadas com as medidas de comprimento para melhor fixação do que foi aprendido.

No livro de 3.º ano o colega encontra um considerável número de atividades próprias para o reconhecimento do aprendido.

As conversões devem merecer especial atenção, e, a sua aprendizagem pode ser realizada por experiências feitas com tabelas onde haja estimativas de comprimento nas diversas unidades de medir.

No quarto ano e Admissão o aluno se interessa mais por áreas e volumes e, o professor deve firmar-se em alicerces sólidos para poder prosseguir sem dificuldades, na introdução desses novos conceitos.

Recordar é um meio de pesquisar dificuldades. Conhecidas as dificuldades é só saná-las e depois, caminhar livre-

mente na aprendizagem que se reverterá em preciosos conhecimentos.

Neste grau, o professor, usando o cartaz Valor de Lugar pode propor as seguintes atividades.

— Escrever medidas.

— Ler medidas.

— Converter em decímetros, centímetros e metros uma medida escrita no cartaz.

— Converter em decâmetros, hectômetros e quilômetros uma medida escrita no cartaz.

— Estimativa de medidas sem o auxílio do metro. Escrevê-las no cartaz e verificar se a estimativa foi boa.

— Relacionar os múltiplos e os submúltiplos.

Outras atividades propostas.

Construir um quadro com as medidas, seus valores e seus símbolos.

MÚLTIPLOS

MEDIDAS	SÍMBOLOS	VALORES
decâmetro	dam	10 m
hectômetro	hm	100 m
quilômetro	km	1000 m

SUBMÚLTIPLOS

MEDIDAS	SÍMBOLOS	VALORES
DECÍMETRO	dm	0,1 m
CENTÍMETRO	cm	0,01 m
MILÍMETRO	mm	0,001 m

Construir quadros e fazer estimativa de medidas, por exemplo: altura de seus colegas de classe.

Desenhar contornos de figuras e calcular perímetros. (Veja 3.º ano).

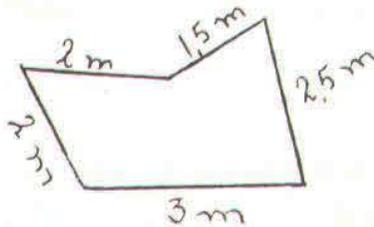
NOMES	ESTIMATIVA	ALTURA REAL
ROBERTO	1,20 m	1,30 m
CÁTIA	1,50 m	1,40 m
TÓSCA	0,90 m	0,85 m
TÉIA	1,3 m	1,2 m

Hábitos a formar:

- escrever os símbolos com letras minúsculas e não usar o ponto à direita.
- boa disposição em seus trabalhos, ordem e asseio;
- treinar cálculos mentais;
- pesquisar (instrumentos usados para medir; antigos e modernos).

ATIVIDADES

1 — Dar em cm o perímetro desta figura.



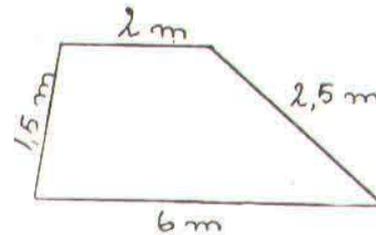
2 — Quero cercar um terreno quadrado de 34,5 m de lado. Quantos metros de tela de arame preciso comprar?

Resposta: — 138 m.

3 — O comprimento de um retângulo é 32 m. Calcular o seu perímetro sabendo-se que a sua largura é a quarta parte do comprimento.

Resposta: — 80 m.

4 — Calcule o contôrno desta figura:



5 — Preciso colocar renda em cinco toalhinhas. Quantos metros vou precisar se elas têm a forma de losango e seus lados medem 0,53 m cada um?

Resposta: — 10,6 m.

6 — Determine o perímetro de quatro triângulos equiláteros tendo 2,85 dm de lado. Dar a resposta em m.

Resposta: — 3,42 m.

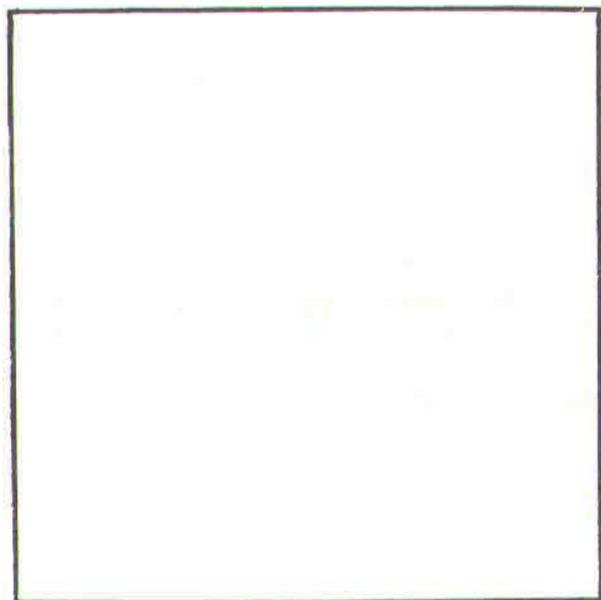
UNIDADES DE SUPERFÍCIE

O professor mostrará que como medimos a altura de um aluno, a extensão de um rio, o comprimento de uma fita, também temos necessidade de medir a superfície, por exemplo, a medida da pintura de uma parede, a medida do campo de futebol, do chão do recreio, do canteiro de sua horta. Ao resultado dessa medida damos o nome de área; e, a parte que é medida é a superfície.

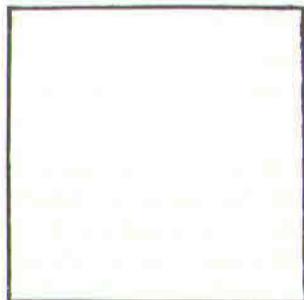
A unidade fundamental da área de uma superfície é o metro quadrado; de modo que medimos uma superfície por meio de quadrados.

O professor deve levar as crianças a recortar um quadrado na cartolina e com êle medir a superfície da carteira, da mesa, de quadros, etc. O resultado é a medida da superfície denominada área. Encaminhar a criança a medir área de retângulos, com uma unidade estipulada.

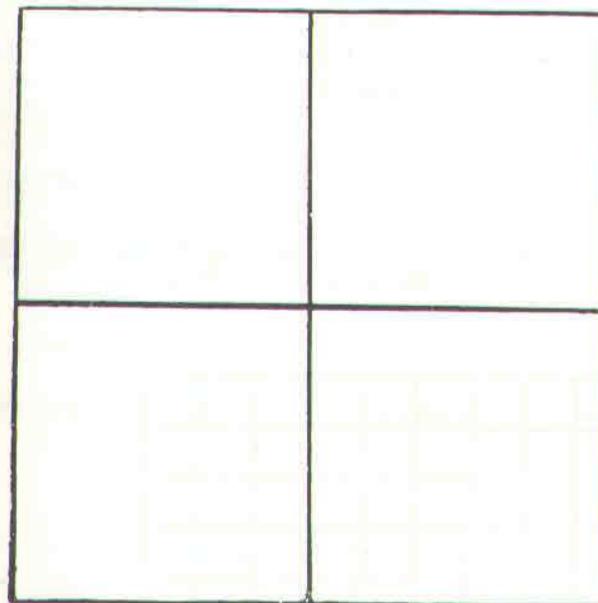
Seja o exemplo medir este quadrado.



Dar como unidade de medida um quadrado menor que será recortado em cartolina.

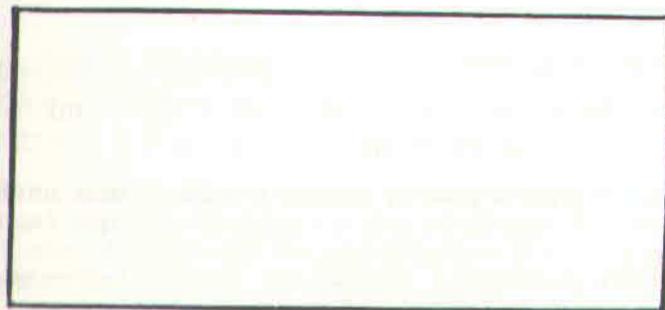


Vamos medir o quadrado maior. Verificar quantas vezes o quadrado menor está contido no maior.



Calculará quatro vezes. A área do quadrado maior; é quatro vezes a área do menor.

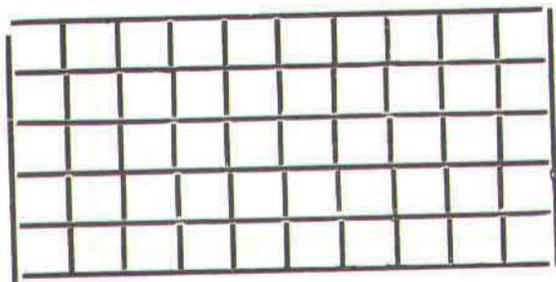
A mesma atividade deve ser aplicada ao retângulo.



Unidade de medida um quadrado com um centímetro de lado.



Vamos medir o retângulo verificando quantas vezes o quadrado de 1 cm de lado está nêle contido.



Deixar que os alunos resolvam da maneira que lhe fôr fácil e o professor o encaminhará.

Temos um conjunto de quadrados — o conjunto A. Vamos separá-los em cinco subconjuntos e efetuar a operação união.

$$B \cup C \cup D \cup E \cup F = A$$

Substituindo pelos números de quadrados temos:

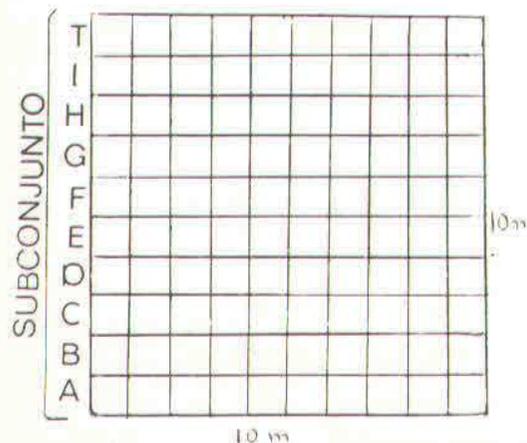
$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50 \quad \text{ou} \\ 5 \times 10 = 50$$

Levar a criança a notar que ela precisa de uma unidade para medir as superfícies; e que a unidade principal das medidas de superfície é um quadrado de um metro de lado, chamado *metro quadrado* — símbolo m^2 . Usa-se o expoente dois devido a superfície ter duas dimensões.

Como o metro linear, o metro quadrado também tem medidas maiores — os múltiplos e, medidas menores — os submúltiplos.

M Ú L T I P L O S	S Í M B O L O S
DECÂMETRO QUADRADO	dam^2
HECTOMETRO QUADRADO	hm^2
QUILOMETRO QUADRADO	km^2

O decâmetro quadrado é um quadrado de dez metros de lado.



Efetuando a operação entre os subconjuntos, facilmente, os alunos chegarão à conclusão que o dam^2 tem $100 m^2$.

$$A \cup B \cup C \cup D \cup E \cup F \cup G \cup H \cup I \cup J = X$$

$$10m^2 + 10m^2 = 100m^2$$

$$\text{ou} \\ 10m^2 \times 10 = 100m^2$$

Do mesmo modo encontrarão os valores para o hectômetro quadrado com 1.000 m de lado:

$$1.000 \text{ m} \times 1.000 \text{ m} = 1.000.000 \text{ m}^2$$

O professor pode mandar construir uma tabela com os múltiplos do metro quadrado, seus símbolos e seus valores.

MÚLTIPLOS	SÍMBOLOS	VALORES
decâmetro quadrado	dam ²	100 m ²
hectômetro quadrado	hm ²	1.000 m ²
quilômetro quadrado	km ²	1.000.000 m ²

Da mesma maneira, os submúltiplos devem ser ensinados.

O professor pode traçar no chão um quadrado de um metro de lado.

Mandar construir um quadrado de 1 dm² e mandar verificar quantas vezes está contido no metro quadrado.

A resposta, naturalmente, será cem vezes. Relacionando temos:

O metro quadrado tem 100 decímetros quadrados, logo, o decímetro quadrado é a centésima parte do metro quadrado.

SUBMÚLTIPLOS	SÍMBOLOS	VALORES
decímetro quadrado	dm ²	0,01
centímetro quadrado	cm ²	0,0001
milímetro quadrado	mm ²	0,000001

O dm² é um quadrado de 0,1 m de lado. Sua área:

0,1 m X 0,1 m = 0,01 m²; o que vem provar que as unidades de superfície variam de 100 em 100, e ocupam, cada uma duas casas decimais.

Seguindo o mesmo processo introduzimos a noção do centímetro quadrado e do milímetro quadrado.

O centímetro quadrado é um quadrado de 0,01 m de lado.

$$0,01 \text{ m} \times 0,01 \text{ m} = 0,0001 \text{ m}^2$$

O metro quadrado tem 100 cm X 100 cm, isto é 10.000 cm²

O milímetro quadrado é um quadrado de 0,001 m de lado.

$$0,001 \text{ m} \times 0,001 \text{ m} = 0,000001 \text{ m}^2$$

O metro tem 1.000 mm X 1.000 mm, isto é 1.000.000 mm²

MUDANÇA DE UNIDADE

O uso do cartaz Valor de Lugar auxilia a criança, quer na escrita, quer na leitura, ou mesmo, na mudança de unidades.

a) Represente no cartaz 2,63 m² — 42,6836 m² — 0,8512 m² — 426,03 m² — 1263,5 m².

dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
	2	63		
	42	68	36	
		85	12	
4	26	03		
12	63	50		

Com o auxílio do cartaz facilmente se fará a leitura.

a) 2,63 — dois metros quadrados e sessenta e três decímetros quadrados.

b) Quarenta e dois metros quadrados, seis mil, oitocentos e trinta e seis centímetros quadrados.

Converter as medidas torna-se simples, pois os alunos só terão o trabalho de colocar a vírgula onde é pedido.

Observando o cartaz; na primeira coluna 2,63 m².

dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
	2	63		

Vamos converter essa medida a dam², em cm², em dm²

a) 0,026.3 dam².

Note que as casas decimais variam de 100 em 100.

b) 26.300 cm².

c) 263 dm².

O uso da escadinha, é um método fácil, pois, quando a estão subindo, cada degrau corresponde a uma divisão por 100 e quando estão descendo cada degrau corresponde a uma multiplicação por 100.

MEDIDAS AGRÁRIAS

A aprendizagem das medidas agrárias deve ser introduzida relacionando-as com as medidas de comprimento.

A unidade das medidas agrárias é o are que corresponde ao decâmetro quadrado.

$$1 \text{ are} \cong 1 \text{ dam}^2$$

O are tem um múltiplo e um submúltiplo que também têm seus correspondentes.

$$1 \text{ centiare} \cong 1 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ hectare} \cong 1 \text{ hm}^2$$

Fazer um gráfico, com as medidas e as relações existentes entre as unidades de superfície.

MEDIDAS AGRÁRIAS	SÍM-BOLOS	MEDIDAS DE SUPERFÍCIE	SÍM-BOLOS	VALORES
hectare	ha	hectômetro quadrado	hm ²	10.000 m ²
are	a	decâmetro quadrado	dam ²	100 m ²
centiare	ca	metro quadrado	m ²	1 m ²

As mudanças de unidades seguem os mesmos processos dos usados para as medidas de superfície.

Nas medidas de fazendas e sítios deve-se empregar o hectare, pois o alqueire apesar de ser ainda usado, apresenta o inconveniente de variar em diversos estados brasileiros, e, de não ser medida legal. Quando dêle, se fizer uso, obrigatoriamente, figurará a sua medida em metros quadrados ou qualquer outra unidade de superfície.

$$\text{Alqueire paulista} \cong 23.449 \text{ m}^2$$

$$\text{Alqueire mineiro} \cong 46.898 \text{ m}^2$$

(\cong aproximadamente)

ATIVIDADES

1 — Escreva por extenso estes numerais:

$$45,94 \text{ dam}^2 \text{ — } 0,078.3 \text{ dam}^2 \text{ — } 13,579.2 \text{ m}^2 \text{ — } 1,008.4 \text{ hm}^2$$

2 — Reduza a ares e adicione:

$$\text{a) } 2/8 \text{ do are} + 13,4 \text{ ha} + 80,5 \text{ m}^2 = \square$$

$$\text{b) } 65,357 \text{ m}^2 + 4/5 \text{ do ha} + 3,5 \text{ do ca} = \square$$

$$\text{c) } 30 \text{ ha} + 7,2 \text{ m}^2 + 78 \text{ a} = \square$$

3 — Faça corresponder estes conjuntos:

alqueire paulista
hectare
alqueire mineiro
are

100 m ²
23.449 m ²
10.000 m ²
46.898 m ²

4 — Efetue estas operações e dê o resultado em m².

$$5.450 \text{ dam}^2 - 1.38 \text{ dam}^2 = \square$$

$$45.068 \text{ cm}^2 \times 45 = \square$$

$$8 \text{ a} + 3,6 \text{ ha} + 125 \text{ m}^2 = \square$$

$$36.900 \text{ m}^2 : 300 = \square$$

5 — Uma fazenda tem 250 ha 35 a. Dê a superfície em m².

6 — Dê o resultado em km².

$$4.580 \text{ m}^2 \times 24 =$$

$$43.678 \text{ dam}^2 \times 56 =$$

$$67.098,4 \text{ cm}^2 \times 10 =$$

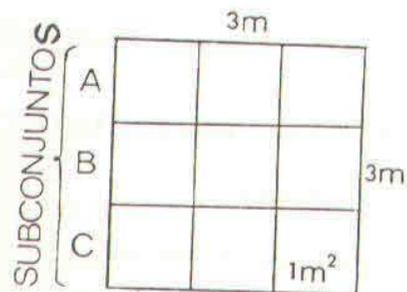
ÁREAS

Ao estudo das áreas deve anteceder o estudo de figuras geométricas. (3.º ano páginas 150, 161, 165).

O cálculo de áreas, quando o seu conceito foi bem introduzido não apresenta dificuldade nenhuma, e, o aluno passa a redescobrir as fórmulas, pois, com elas já trabalhou:

Não lhe será difícil encontrar a área do quadrado ou de um retângulo.

ÁREAS DO QUADRADO



Fácilmente calculará:

$$A \cup B \cup C = D$$

$$3 \text{ m}^2 + 3 \text{ m}^2 + 3 \text{ m}^2 = 9 \text{ m}^2 \quad \text{ou}$$

$$3 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 9 \text{ m}^2$$

O que equivale a dizer que a área de um quadrado é igual ao produto de seus lados.

$$A_{\square} = 1 \times 1$$

$$A_{\square} = 1^2$$

EXERCÍCIOS

1 — Determinar a área de um quadrado de 14 metros de lado.

$$\begin{aligned} A_{\square} &= l^2 \\ A_{\square} &= 14 \text{ m} \times 14 \text{ m} \\ A_{\square} &= 196 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

2 — O perímetro de um quadrado é de 32 metros. Calcular a área.

$$32 \text{ m} = \square \times 4 \iff \square = 32 : 4$$

$$\square = 8 \text{ m}$$

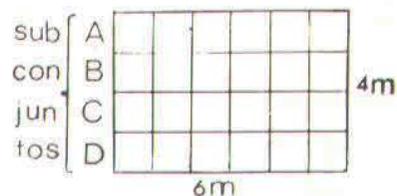
lado 8 m.

$$\begin{aligned} A &= l^2 \\ A &= 8 \text{ m} \times 8 \text{ m} \\ A &= 64 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Resposta: A área desse quadrado é de 64 m².

ÁREA DO RETÂNGULO

Consideremos o retângulo



Efetuada a operação união:

$$\begin{aligned} A \cup B \cup C \cup D &= E \\ 6 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 &= 24 \text{ m}^2 \\ \text{ou} \\ 6 \text{ m} \times 4 \text{ m} &= 24 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

O que permite dizer que a área do retângulo é igual ao produto de seus lados.

$$\begin{aligned} A &= \text{base} \times \text{altura} \\ A &= b \times a \end{aligned}$$

Conhecendo a área e a medida de uma dimensão para calcular a medida da outra dimensão é bastante aplicar a operação inversa.

$$A = b \cdot a \iff \left\{ \begin{array}{l} a = A : b \\ b = A : a \end{array} \right.$$

EXERCÍCIOS

1 — Calcular a área de um retângulo que mede 12 dm de base e 6 dm de altura.

$$\begin{aligned} A &= b \cdot a \\ A &= 12 \text{ dm} \times 6 \text{ dm} \\ A &= 72 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

2 — Um retângulo tem de área 960 cm². Calcular a sua base, sabendo-se que mede de altura 30 cm.

$$A = b \cdot a$$

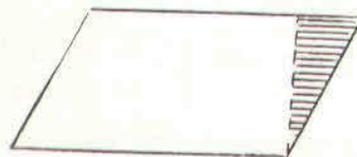
$$960 \text{ cm}^2 = \square \cdot 30 \text{ cm} \iff \square = 960 \text{ cm}^2 : 30 \text{ cm}$$

$$\square = 32 \text{ cm}$$

Resposta — O base desse retângulo mede 32 cm.

ÁREA DO PARALELOGRAMO

Desenhar um paralelogramo e mostrar que pode ser transformado num retângulo.



Deslocando a parte colorida, à esquerda formaremos um retângulo.



Portanto a área do paralelogramo equivale a de um retângulo com as mesmas medidas.

$$A = b \cdot a$$

Desconhecendo uma medida, mas conhecendo a área e a outra facilmente calculamos a medida desconhecida, aplicando a operação inversa.

$$A = b \cdot a \iff \begin{cases} b = A \div a \\ a = A \div b \end{cases}$$

EXERCÍCIOS

1 — Calcular a área de um paralelogramo que mede de base 8 m e de altura 6 m.

$$\begin{aligned} A &= b \cdot a \\ A &= 8 \text{ m} \times 6 \text{ m} \\ A &= 48 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

2 — A altura de um paralelogramo é de 6 dm, e sua área de 96 dm². Calcular a base.

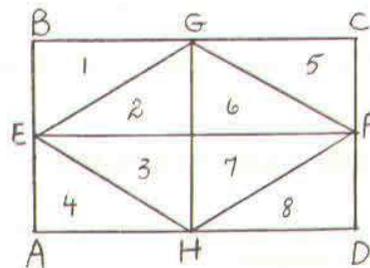
$$96 \text{ dm}^2 = \square \times 6 \text{ dm} \iff \begin{cases} \square = 96 \text{ dm}^2 : 6 \text{ dm} \\ \square = 16 \text{ dm} \end{cases}$$

Resposta: — A base mede 16 dm.

ÁREA DO LOSANGO

Propor as seguintes atividades.

— construir um retângulo com oito triângulos congruentes.



Verificar que com quatro deles se contrói um losango; donde:

$$A = \frac{\text{diagonal maior} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

$$A = \frac{D \times d}{2} \quad \text{o que acarreta}$$

$$A = \frac{D \times d}{2} \iff \begin{cases} d = (2 \times A) : D \\ D = (2 \times A) : d \end{cases}$$

EXERCÍCIOS

As diagonais de um losango medem respectivamente 16 dm e 9 dm. Calcular a sua área.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$A = \frac{16 \text{ dm} \cdot 9 \text{ dm}}{2}$$

$$A = 72 \text{ dm}^2$$

A área de um losango cuja diagonal maior mede 18 dm é de 72 m². Calcular a outra diagonal.

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \iff d = (2 \cdot A) : 18 \text{ dm}$$

$$d = (2 \cdot 72 \text{ dm}^2) : 18 \text{ dm}$$

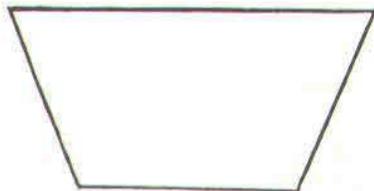
$$d = 8 \text{ dm}$$

Resposta — A diagonal menor mede 8 dm.

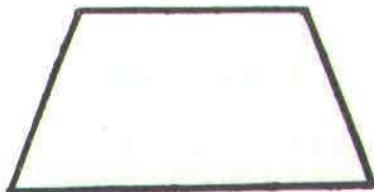
AREA DO TRAPEZIO

Devem ser propostas as seguintes atividades.

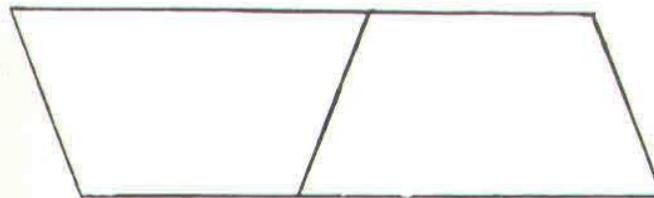
— desenhar um trapézio.



— desenhar outro trapézio com as mesmas medidas (outro trapézio congruente).



— unir esses trapézios com as bases invertidas.



— verificar a nova figura formada — é um paralelogramo.

— as bases aparecem duas vezes cada uma.

Portanto:

$$A = \frac{B + b}{2} \times a$$

donde

$$\frac{B + b}{2} \times a \iff \begin{cases} (B + b) = (2 \times A) : 2 \\ a = (2 \times A) : (B + b) \end{cases}$$

EXERCÍCIOS

1 — Calcular a área do trapézio, cujas bases medem respectivamente 8 m e 6 m e a altura 5 m.

$$A = \frac{B + b}{2} \times a$$

$$A = \frac{8 \text{ m} + 6 \text{ m}}{2} \cdot 5 \text{ m}$$

$$A = 35 \text{ m}^2$$

2 — Calcular a altura de um trapézio de área de 60 m^2 , cujas bases medem respectivamente 12 m e 8 m .

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$$

$$60 \text{ m}^2 = \frac{12 \text{ m} + 8 \text{ m}}{2} \cdot a$$

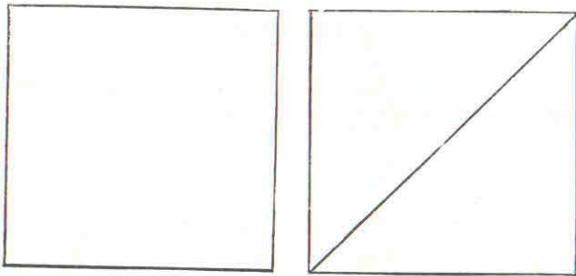
$$60 \text{ m}^2 = 10 \text{ m} \times a \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a = 60 \text{ m}^2 : 10 \text{ m} \\ a = 6 \text{ m} \end{cases}$$

Resposta: — A altura do trapézio é de 6 metros .

ÁREA DO TRIÂNGULO

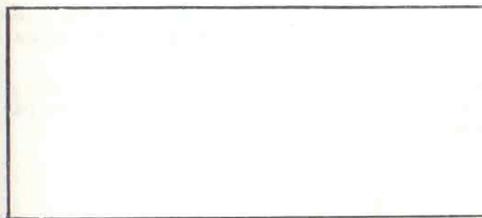
Propor atividades como estas:

- construir um quadrado.
- traçar uma linha unindo dois vértices opostos.

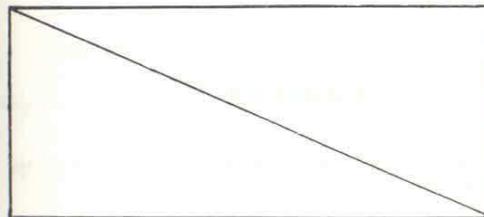


— observar as figuras formadas: dois triângulos congruentes.

— construir um retângulo.



— traçar uma linha unindo dois vértices opostos.

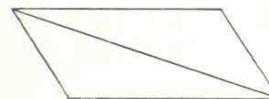


— observar as figuras formadas: dois triângulos congruentes.

— construir um paralelogramo.



— traçar uma linha unindo dois vértices opostos.



- observar as figuras formadas; dois triângulos congruentes.
- com uma tesoura, cortar pelas linhas traçadas e sobrepor as figuras congruentes para melhor verificação.
- levar o aluno a concluir que: a área do triângulo é metade da área do quadrado, do retângulo e do paralelogramo. Portanto:

$$\text{onde } A_{\Delta} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot a}{2} \left\{ \begin{array}{l} \iff a = (2 \times A_{\Delta}) : b \\ \iff b = (2 \times A_{\Delta}) : a \end{array} \right.$$

EXERCÍCIOS

1 — Calcular a área de um triângulo de 1,5 dm de base e 1,8 dm de altura.

$$A_{\Delta} = \frac{1,5 \text{ dm} \cdot 1,8 \text{ dm}}{2}$$

$$A_{\Delta} = 1,35 \text{ dm}^2$$

2 — Calcular a base de um retângulo, cuja área de 1,92 m² e a altura 2,4m.

$$A_{\Delta} = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$1,92 \text{ m}^2 = \frac{b \cdot 2,4 \text{ m}}{2} \left\{ \begin{array}{l} \iff b = 1,92 \text{ m}^2 \times 2 : 2,4 \text{ m} \\ \iff b = 1,6 \text{ m} \end{array} \right.$$

Resposta: — A base é de 1,6 m.

EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

1 — O perímetro de um quadrado é 46,64 m. Calcular sua área.

Resposta: 135,955.6 m²

2 — Se um quadrado tem 14,68 m de perímetro, diga-me: qual é sua área?

□ — representa o lado do quadrado

$$P = 4 \times \text{lado}$$

$$14,68 \text{ m} = 4 \times \square \iff \square = 14,68 \text{ m} : 4$$

$$\square = 3,67 \text{ m}$$

$$A = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A = 3,67 \text{ m} \times 3,67 \text{ m}$$

$$A = 13,468.9 \text{ m}^2$$

Resposta: A sua área é de 13,468.9 m²

3 — O semi-perímetro de um quadrado vale 12,8 m. Qual é a sua área?

semi-perímetro = 2 lados

$$2 \times \square = 12,8 \text{ m} \iff \square = 12,8 \text{ m} : 2$$

$$\square = 6,4 \text{ m}$$

$$A = \text{lado} \times \text{lado}$$

$$A = 6,4 \text{ m} \times 6,4 \text{ m}$$

$$A = 40,96 \text{ m}^2$$

Resposta: A sua área é de 40,96 m²

4 — Quanto pagarei por um terreno quadrado sabendo-se que três de seus lados medem 24,3 m e o metro quadrado vale Cr\$ 1,20?

$$3 \times \square = 24,3 \text{ m} \iff \square = 24,3 \text{ m} : 3$$

$$\square = 8,1 \text{ m}$$

$$A = 8,1 \text{ m} \times 8,1 \text{ m}$$

$$A = 65,61 \text{ m}^2$$

Δ = representa o preço do terreno

$$\Delta = \$ 1,20 \times 65,61 \text{ m}^2$$

$$\Delta = \$ 78,73$$

Resposta: Pagarei pelo terreno Cr\$ 78,73

5 — Tenho um retângulo de 10,2 m de comprimento e 8,4 m de largura. Quantos triângulos de 42,84 m² posso obter?

$$A = 10,2 \text{ m} \times 8,4 \text{ m}$$

$$A = 85,68 \text{ m}^2$$

$$85,68 \text{ m}^2 : 42,84 \text{ m}^2 = 2$$

Resposta: — Posso obter 2 triângulos.

6 — Dizemos que duas figuras são equivalentes quando elas têm a mesma área. Observe as figuras abaixo e diga se elas o são.



7 — A área de um triângulo sendo 32 m² e sua altura 4 m, determine sua base.

$$A = \frac{b \cdot a}{2}$$

$$32 \text{ m}^2 = (\square \times 4 \text{ m}) : 2 \quad \text{ou}$$

$$(\square \times 4 \text{ m}) : 2 = 32 \text{ m}^2 \iff (\square \times 4 \text{ m}) = 32 \text{ m}^2 \times 2$$

$$\square \times 4 \text{ m} = 64 \text{ m}^2 \iff \square = 64 : 4 \text{ m}$$

$$\square = 16 \text{ m}$$

Resposta: — Sua base mede 16 m.

8 — Determine a altura de um triângulo cuja área é 20 cm² e a base 5 cm.

$$A = (b \cdot a) : 2$$

$$20 \text{ cm}^2 = (5 \text{ cm} \times \square) : 2 \iff 5 \text{ cm} \times \square = 20 \text{ cm}^2 \times 2$$

$$5 \text{ cm} \times \square = 40 \text{ cm}^2$$

$$5 \text{ cm} \times \square = 40 \text{ cm}^2 \iff \square = 40 \text{ cm}^2 : 5 \text{ cm}$$

$$\square = 8 \text{ cm}$$

Resposta: — A altura do triângulo é de 8 cm.

9 — As bases de um trapézio medem 8 m e 15 m. Qual será sua área se a altura mede 3 m?

$$A = \frac{B + b}{2} \times a$$

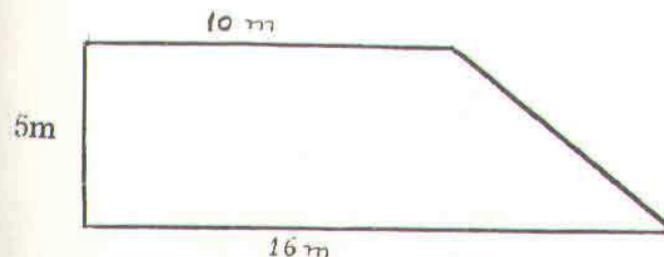
$$A = \frac{8 \text{ m} + 15 \text{ m}}{2} \times 3 \text{ m}$$

$$A = \frac{23 \text{ m}}{2} \times 3 \text{ m}$$

$$A = 34,5 \text{ m}^2$$

Resposta: — Sua área é de 34,5 m².

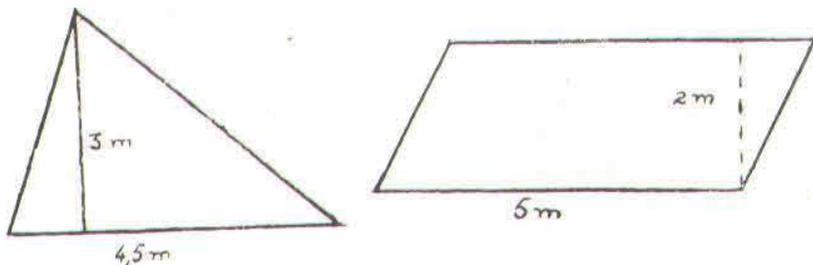
10 — Quanto pagarei a razão de NCr\$ 1,30 o metro quadrado por um terreno com a seguinte forma?



11 — As bases de um trapézio medem 8 dm e 0,18 m. A altura é de 2,4 dm. Qual será o valor de sua área?

Resposta: — 11,76 dm².

12 — Qual destas figuras tem maior área?



R.: A área do paralelogramo é maior. $10 \text{ m}^2 > 6,75 \text{ m}^2$.

13 — Quantos azulejos quadrados de 0,15 m de lado preciso para fazer a barra de uma cozinha de 1,5 m de altura e 2,85 m de comprimento?

Resposta: — 190 ladrilhos.

MEDIDAS DE VOLUME

A noção de volume só pode ser dada depois que não paira dúvida alguma sobre áreas.

No terceiro ano, o aluno deve ter construído o cubo e o paralelepípedo, não desconhecendo, pois, esses dois sólidos (Veja 2.º ano página 175).

A primeira noção, a ser introduzida, é mostrar que o cubo e o paralelepípedo, ocupam lugar no espaço. Construindo, diversos cubinhos de três centímetros de arestas, o aluno pode com eles formar, de diversas maneiras, cubos e paralelepípedos. Pela construção, o aluno chega à conclusão de como medir esses sólidos geométricos.

Como para medir áreas há uma unidade fundamental, para medir sólidos também há uma unidade fundamental — o metro cúbico — cubo de um metro de arestas.

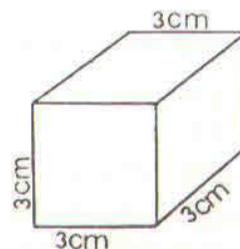
Atividades de montar cubos, por meio de cubos menores, levam o aluno a concluir que para calcular o volume de um cubo é suficiente, aplicar a fórmula:

$$V = a \times a \times a$$

$$V = a^3$$

Exemplificando:

a) Construir, com oito cubos de três centímetros de aresta, um cubo maior.



A planificação deste sólido encontra-se no livro do 2.º ano, às páginas 176 e 177.

Montar um cubo com quatro cubinhos de base: cada cubinho de três centímetros de arestas = quatro cubinhos de três centímetros de arestas.

Completando o cubo com uma camada temos: 8 cubinhos de 3 cm. de arestas.

$$6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 216 \text{ cm}^3$$

$$V = a.a.a \text{ ou}$$

$$V = a^3$$

— Atividades, por meio de cubos, levando a montar o paralelepípedo.

— Levar o aluno a concluir que o volume do paralelepípedo corresponde a

$$V = \text{base} \cdot \text{altura} \text{ ou}$$

$V = b \cdot a$; onde a base corresponde à uma medida de superfície, no cubo corresponde à superfície de um quadrado, e, no paralelepípedo à área de um retângulo.

MEDIDAS DE VOLUME

Depois de todos êstes conhecimentos adquiridos, sabendo que a unidade principal de volume é o metro cúbico, levar a criança a concluir que, como o metro linear e o metro quadrado têm múltiplos e submúltiplos, o metro cúbico também os tem:

— Levar as crianças, às seguintes conclusões (concretamente por meio de cubos ou usando o semi concreto desenho)

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$$

Deduzirão que:

$$1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1.000 \text{ mm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ m}^3 = 1.000.000 \text{ cm}^3$$

Compreenderão que as unidades de volume ocupam três ordens de algarismos, cada uma.

A vírgula, nas reduções, movimenta-se de três em três ordens. Lembrar que nas medidas de superfície ela se movimenta de duas em duas.

— Levar a criança a concluir que as medidas de volume têm três dimensões: comprimento, largura e altura.

— O aluno deve fazer uma tabela com as medidas de volume.

MÚLTIPLOS

MEDIDAS	SÍMBOLOS	VALORES
DECÁMETRO CÚBICO	dam ³	1.000 m ³
HECTOMETRO CÚBICO	hm ³	1.000.000 m ³
KILOMETRO CÚBICO	km ³	1.000.000.000 m ³

SUBMÚLTIPLOS

MEDIDAS	SÍMBOLOS	VALORES
Decímetro Cúbico	dm ³	0,001m ³
Centímetro Cúbico	cm ³	0,000.001m ³
Milímetro Cúbico	mm ³	0,000.000.001m ³

ATIVIDADES

1 — Reduza a cm³ e adicione 441.000.932 cm³

$$3 \text{ m}^3 + 0,438 \text{ dam}^3 + 932 \text{ cm}^3 = \square$$

$$3 \text{ m}^3 = 3.000.000 \text{ cm}^3$$

$$0,438 \text{ dam}^3 = 438.000.000 \text{ cm}^3$$

$$932 \text{ cm}^3 = 932 \text{ cm}^3$$

2 — Dê o resultado em dam^3 .

$$\square = 12 \times 0,895 \text{ m}^3$$

$$\square = 10,740 \text{ m}^3$$

$$10,740 \text{ m}^3 \cong 0,010.740 \text{ dam}^3$$

3 — Determine o valor de \square na igualdade dando o resultado em dm^3 .

$$13 \times \square = 0,104 \text{ m}^2 \iff \begin{cases} \square = 0,104 \text{ m}^2 : 13 \\ \square = 0,008 \text{ m}^2 \\ 0,008 \text{ m}^2 \cong 8 \text{ dm}^3 \end{cases}$$

4 — Uma caixa tem 1,30 m de comprimento, 0,80 m de largura e 1,05 m de altura. Qual o seu volume?

$$V = b \times \text{alt.}$$

$$b = 1,30 \text{ m} \times 0,80 \text{ m} \quad V = 1,04 \text{ m}^2 \times 1,05 \text{ m}$$

$$b = 1,04 \text{ m}^2 \quad V = 1,092 \text{ m}^3$$

Resposta: — O volume é $1,092 \text{ m}^3$.

5 — Quantos m^3 de terra foram retirados de uma escavação de 6 m por 8,3 m e 20 dm?

$$V = b \times \text{alt.}$$

$$b = 6 \text{ m} \times 8,3 \text{ m} \quad V = 49,8 \text{ m}^2 \times 2 \text{ m}$$

$$b = 49,8 \text{ m}^2 \quad V = 99,6 \text{ m}^3$$

Resposta: — $99,600 \text{ m}^3$.

6 — Um cubo tem 0,5 dm de aresta. Qual o seu volume?

Resposta: — $0,125 \text{ dm}^3$.

7 — Resolva:

$$\text{a) } 128 \text{ dm}^3 - 98,5 \text{ m}^3 = \square$$

$$\text{b) } 345 \text{ cm}^3 - 0,09 \text{ cm}^3 = \square$$

8 — Um sitiante vende um lote de lenha de 2,8 m de comprimento, 0,70 m de largura e 1,05 m de altura a razão de NCr\$ 2,50 o m^3 . Quanto recebeu?

Resposta: — Cr\$ 5,14.

9 — Uma caixa cujas dimensões são 4 m, 3,20 m e 0,6 m está cheia até os seus $\frac{3}{4}$. Qual o volume vazio da caixa?

Resposta: — $1,920 \text{ m}^3$.

10 — Quantas caixinhas de 3 dm^3 posso colocar numa caixa de $0,95 \text{ m}$ por $1,20 \text{ m}$ e $0,80 \text{ m}$?

Resposta: — 304 caixinhas.

11 — Escreva F ou V.

$$0,3 \text{ m}^3 = 0,03 \text{ dm}^3$$

$$1,8 \text{ lm} = 1.800 \text{ cm}^3$$

$$0,09 \text{ m}^3 = 9 \text{ dm}^3$$

$$21 \text{ dam}^3 = 21.000 \text{ cm}^3$$

12 — Faça correspondência entre dois conjuntos:

$\frac{3}{4} \text{ m}^3$
$\frac{1}{5} \text{ dam}^3$
12 cm^3

$0,012 \text{ dam}^3$
200 m^3
$0,75 \text{ m}^3$

MEDIDAS DE CAPACIDADE — MEDIDAS DE MASSA

Para medir líquidos e gases usamos o litro como medida fundamental, e, para medir massa usamos o quilograma como medida fundamental, embora o grama seja a unidade principal, a partir do qual partem os múltiplos e submúltiplos.

É importante relacionar as medidas do sistema legal e o aluno deve fazer a seguinte tabela.

UNIDADES FUNDAMENTAIS

M E D I D A S			VALORES
METRO	LITRO	GRAMA	1
M Ú L T I P L O S			
DECÂMETRO	DECALITRO	DECAGRAMA	10
HECTÔMETRO	HECTOLITRO	HECTOGRAMA	100
QUILÔMETRO	QUILOLITRO	QUILOGRAMA	1.000
S U B M Ú L T I P L O S			
DECÍMETRO	DECILITRO	DECIGRAMA	0,1
CENTÍMETRO	CENTILITRO	CENTIGRAMA	0,01
MILÍMETRO	MILILITRO	MILIGRAMA	0,001

Podemos ainda incluir:

tonelada — 1.000.000 g ou 1.000 kg

quintal — 100.000 g ou 100 kg

Não permita que seus alunos cometam o erro de falar a grama quanto o certo é o grama.

As unidades de massa e capacidade são decimais, variam de dez em dez portanto, suas reduções, leituras e representações são feitas de modo idêntico às do metro, variando somente o símbolo.

O professor deve insistir na diferença que há entre peso e massa.

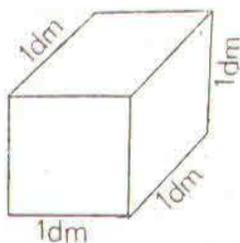
Peso de um corpo é a força com que a Terra o atrai para o seu centro.

Massa de um corpo é a quantidade de matéria que esse corpo contém.

RELAÇÃO ENTRE VOLUME, CAPACIDADE E MASSA

O professor deve relacionar o volume dos líquidos com as medidas cúbicas, uma vez que eles tomam a forma dos recipientes que os contêm.

Construir um cubo de 1 dm de aresta.



O volume de 1 dm³ equivale a 1 litro, seu peso a 1 quilograma.

$$1 \text{ dm}^3 \equiv 1 \text{ litro} \equiv 1 \text{ kg}$$

Levar a criança a completar outras relações como:

$$1 \text{ m}^3 \equiv 1 \text{ kl} \equiv 1 \text{ t}$$

$$1 \text{ cm}^3 \equiv 1 \text{ ml} \equiv 1 \text{ g}$$

Ensinar que esta relação é válida para água pura a 4.º C.

Testes de atenção como: Escreva falso ou verdadeiro.

1 dm³ de ferro pela 1 kg.

1 dm³ de óleo pesa 1 kg.

1 dm³ de água pesa 1 kg.

MEDIDAS DE LENHA

Quando o metro cúbico é empregado para medir o volume de lenha recebe o nome de estéreo, cujo símbolo é st.

As medidas de lenha têm um múltiplo: o decastéreo e um submúltiplo: o decistéreo.

M Ú L T I P L O		
MEDIDA	SÍMBOLO	VALOR
DECASTÉREO	dast	10 m ³

S U B M Ú L T I P L O		
MEDIDA	SÍMBOLO	VALOR
DECISTÉREO	dst	$\frac{1}{10}$ do m ³

O professor, por meio de atividades, deve levar o aluno a concluir que, nas medidas de lenhas, a mudança de unidade é feita como nas medidas de comprimento.

$$4,5 \text{ dast} = 450 \text{ dst}$$

ATIVIDADES

1 — Quantos litros de água comporta um reservatório de 4.550 dm^3 ?

$$4.550 \text{ dm}^3 = 4.550 \text{ litros}$$

2 — Complete:

Um metro cúbico tem cm^3 .

Um equivale a um litro de água.

Um metro cúbico de água pesa

3 — Quanto fica de um corte de lenha de 407 esterres depois de vender 704 decisteres?

Resposta: — 336 6 st.

4 — Quantos litros de água há em $5,3 \text{ dam}^3$ de água?

5 — Dar em cm^3 o resultado desta adição:

$$7,5 \text{ km}^3 + 6 \text{ dam}^3 + 0,045 \text{ m}^3 = \square$$

6 — Efetue esta operação e dê o resultado em mm^3 .

$$45,8 \text{ l} - 13,54 \text{ l} = \square$$

7 — Quantos litros devem ser tirados de 228 l para se obter 96.000 cm^3 ?

Resposta: — 132 l.

8 — Faça esta operação e dê o resultado em hm^3 .

$$3.578 \text{ cm}^3 \times 35 = \square$$

9 — Quantos cm^3 há em $8,365 \text{ m}^3$?

Resposta: — 8.365.000 cm^3 .

10 — Quantos centímetros cúbicos de água há em $4,56 \text{ dal}$?

Resposta: — 45.600 cm^3 .

RAZÕES — PROPORÇÕES

ESCALA

Não constando do Programa de Ensino, razões e proporções e, no meu parecer estudo indispensável para bem entender escala e porcentagem é importante que o professor faça uma pausa para introduzir ligeiras noções sobre proporções, uma vez que essas noções, estão intimamente ligadas ao viver diário da criança, só a beneficiando, quer no primário quer no secundário.

A noção de razão é bem entendida quando o professor recorrendo à competições diz:

Há três possibilidades contra duas de nossa classe ser campeã de basquete.

Há quatro possibilidades contra 1 do Brasil levantar o campeonato de tênis.

Há 2 possibilidades contra do Brasil levantar o campeonato de tênis.

Há 2 possibilidades contra 6 do satélite descer à Lua este ano.

Esses pares de números — 3 e 2; 4 e 1; 2 e 6 recebem o nome de *razões* e são representadas:

3 : 2 (lê-se: três para dois)

4 : 1 (lê-se: quatro para um)

2 : 6 (lê-se: dois para seis)

Há ainda outra representação:

$\frac{3}{2}$; $\frac{4}{1}$; $\frac{2}{6}$ — Estas frações passam a representar razões

Vamos observar as razões:

Há 4 possibilidade contra 2 de você tirar nota baixa.

Há 8 possibilidades contra 4 de você tirar nota baixa.

A primeira razão indica o mesmo que a segunda, a mesma afirmativa; são *razões equivalentes*.

Se as representar, indicando a igualdade estarei escrevendo uma sentença matemática, a qual damos o nome de *proporção*.

$4 : 2 = 8 : 4$. São duas razões equivalentes. A essa sentença matemática damos o nome de *proporção*.

Os termos da proporção recebem os nomes de meios e extremos.

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & : & 2 & = & 8 & : & 4 \\ \hline & & \text{meios} & & & & \\ \hline & & \text{extremos} & & & & \end{array}$$

Por meio de inúmeras atividades levar os alunos à conclusão: — O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

A) $4 : 2 = 8 : 4$

$$4 \times 4 = 16$$

$$2 \times 8 = 16$$

B) $5 : 10 = 2 : 4$

$$5 \times 4 = 20$$

$$10 \times 2 = 20$$

Sendo assim, fácil é determinar o valor de um termo, conhecendo os outros três.

a) $\square : 2 = 8 : 4 \iff 4 \cdot \square = 16$

$$\square = \frac{16}{4}$$

$$\square = 4$$

b) $5 : 10 = \square : 4 \iff 10 \cdot \square = 20$

$$\square = \frac{20}{10}$$

$$\square = 2$$

ESCALA

A noção de escala deve ser introduzida o mais breve possível, para que melhor o aluno compreenda e tenha habilidade em interpretar plantas e mapas.

Toda a escala envolve uma razão representada por um par de numerais relacionando a medida do natural à medida gráfica.

Assim a razão $\frac{1}{1.000}$ indica que o natural foi diminuído ou aumentado 1.000 vezes.

A esse processo de diminuir ou aumentar o tamanho natural, damos o nome de *escala*.

Levar a criança a interpretar as escalas dos mapas; fazê-las achar áreas e distâncias reais.

Por exemplo: Num mapa a escala é de $\frac{1}{5.000.000}$

A distância entre as cidades A e B é de 3 cm. Qual será a distância entre essas cidades?

Armando as proporções:

$$1 : 5.000.000 = 3 : \square \iff \square = 5.000.000 \times 3$$

$$\square = 15.000.000$$

A distância real entre essas duas cidades é de 15.000.000 cm.

CURVAS DE NÍVEL

Para representar a altitude de uma montanha, costumamos colocar somente o número correspondente à sua altura seguido de uma unidade de medida.

Como poderíamos relacionar essa medida ao formato da montanha?

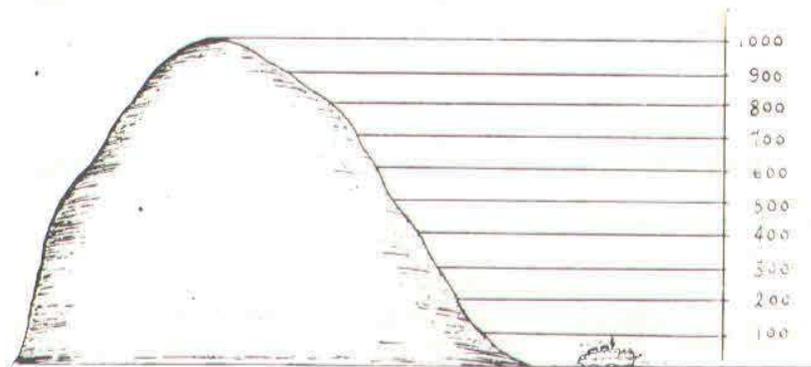
É lógico que precisaria diminuir muito o seu tamanho natural, e, desenhá-la dentro da razão do natural e da representação. (escala).

Usamos o que chamamos *CURVAS DE NÍVEL*.

«Curva de nível é uma linha que liga pontos com a mesma altitude.

POR EXEMPLO: escolhemos a altura de 10 m em 10m, ou qualquer outro intervalo e ligamos todos os pontos de mesma altitude. Depois é só projetar no papel, respeitando a escala.

Para facilitar pintamos às vezes, os espaços entre as curvas com cores diferentes». Curso Moderno de Admissão — Geografia — Prof. Alvanir de Figueiredo — IBEP.



ATIVIDADES

1 — Escreva sob forma de razões:

- a) Num viveiro há para cada 12 canários amarelos, 6 canários vermelhos.
 b) Para cada 10 meninos de uma classe há 5 meninas.

2 — Complete:

À uma igualdade entre duas razões damos o nome de _____

3 — Complete:

Numa proporção o produto dos meios é igual ao _____

4 — Nesta proporção:

$$6 : 2 = 12 : 4$$

- a) quais são os meios?
 b) quais são os extremos?

5 — Escreva estas proporções de um modo diferente.

- a) $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ b) $\frac{12}{36} = \frac{24}{72}$
 c) $5 : 10 = 25 : 50$ d) $6 : 5 = 42 : 35$

6 — Calcule o valor de \square nas proporções:

a) $\frac{24}{\square} = \frac{12}{36}$

$$24 : \square = 12 : 36 \iff 12 \times \square = 36 \times 24$$

$$12 \times \square = 864$$

$$12 \cdot \square = 864 \iff \square = 864 : 12$$

$$\square = 72$$

b) $\frac{10}{20} = \frac{20}{\square}$

$$10 : 20 = 20 : \square \iff 10 \times \square = 20 \times 20$$

$$10 \times \square = 400 \iff \square = 400 : 10$$

$$\square = 40$$

c) $\frac{5}{10} = \frac{\square}{20}$

d) $\frac{15}{\square} = \frac{3}{9}$

7 — Num mapa cuja escala é de $\frac{1}{3.000.000}$, a distância entre duas cidades é de 4,9 cm. Calcular a distância real.

$$1 : 3.000.000 = 4,9 : \square$$

$$1 \times \square = 3.000.000 \times 4,9$$

$$\square = 14.700.000 \text{ cm}$$

$$14.700.000 \text{ cm} = 147 \text{ km}$$

8 — A extensão de um rio é de 180 km. Qual a escala usada, se foi representado por 3 cm.

R.: $\frac{1}{6.000.000}$

9 — Calcule a distância real entre duas cidades sabendo-se que num mapa a distância entre elas é de 3,5 cm, e que a escala foi de $\frac{1}{2.000.000}$ R.: 70 km.

10 — Qual o comprimento que você deve dar aos traços que representarão o Pico da Neblina com 3.100 m. e o Pico da Bandeira com 2890 m na escala. $\frac{1}{100.000}$

R.: 2,89 cm — 3,10 cm.

SUGESTÃO PARA PLANO DE AULA

Duração: tempo determinado pelo professor de acordo com a classe.

Unidade de trabalho: Os alimentos.

Numeração: leitura e escrita dos números que representam a produção e consumo de gêneros alimentícios.

Operações: Cálculos de quantidade compra e venda de alimentos, cálculo de consumo por pessoa em cada refeição

Medidas de tempo: Cálculo de gastos de uma família, de uma pensão, por dia, por semana, por mês. Avaliação de tempo no preparo dos alimentos.

Geometria: Formas geométricas das frutas, utensílios de cozinhas, formas.

ATIVIDADES

1 — Faça um conjunto com o nome dos alimentos do grupo amarelo.

2 — Torne verdadeiras as sentenças abaixo, usando as palavras do conjunto

B = {água, sal, leite}

— Os minerais usados na nossa alimentação são e

3 — Escreva um conjunto com o nome de alimentos glí- cideos.

4 — Escreva F ou V.

- A vitamina B é encontrada no fígado.
- A vitamina C não é encontrada no tomate.
- A vitamina C é encontrada no limão.
- A vitamina D encontra-se com abundância nas gorduras.

5 — Faça corresponder estes conjuntos:

Vitamina A
Vitamina B
Vitamina C
Vitamina D

laranja
fígado
leite
ovo

6 — Faça correspondência entre estes conjuntos de acordo com a roda de alimentos.

grupo azul
grupo amarelo
grupo vermelho

mel
leite
tomate

7 — Escreva um conjunto de nomes de alimentos de origem vegetal.

8 — Complete este conjunto com os alimentos portadores da vitamina C.

V = {limão, laranja}

9 — Faça corresponder estes conjuntos.

Vitamina A
Vitamina B
Vitamina C
Vitamina D

apetite
antianêmica
raquitismo
visão

PORCENTAGEM

A criança muitas vezes tem contacto com a expressão «por cento», sem ter noção de saber realmente o que quer dizer, daí a necessidade de levá-la a bem compreender o que seja porcentagem.

O aluno já se acha familiarizado com relações e comparações; sabe muito bem o que é uma razão, portanto, apto a entender que a porcentagem é uma razão, na qual o segundo termo é invariável, é sempre 100.

Constantemente o aluno ouve: o custo de vida subiu 20 por cento.

A razão é $\frac{20}{100}$ ou 20 : 100; êle bem a compreende: em cada Cr\$ 100,00 houve um aumento de Cr\$ 20,00; o que êle desconhece é o seu símbolo %.

O professor deve relacionar êste símbolo com outros numerais como:

30 por cento

$$30\% : \frac{30}{100} ; 30 : 100$$

E, veja colega, como a noção de proporção será útil ao aluno.

Seja a questão:

Numa competição 60 questões foram propostas. O total de questões certas foi de 40%. Quantas questões foram resolvidas satisfatoriamente?

$$\text{Razão: } 40\% - \frac{40}{100} - 40 : 100$$

Escrevendo a sentença matemática.

$$40 : 100 = \square : 60$$

Quarenta questões certas num total de 100 questões.

Resolvendo a proporção:

$$40 : 100 = \square : 60 \iff \square = \frac{40 \times 60}{100}$$
$$\square = 24$$

Logo:

Foram resolvidas 24 questões certas.

Por meio de proporções o aluno pode resolver qualquer questão de porcentagem.

O professor deve ensinar os alunos os nomes dos termos com os quais ele trabalha.

TAXA é a razão: 4 : 100.

PRINCIPAL é o total das questões apresentadas — 60 questões.

PORCENTAGEM é o resultado: 24 questões.

1 — Quanto paguei por um televisor de Cr\$ 360,00 se obtive um desconto de 3% porque paguei à vista?

$$\frac{3}{100} = \frac{\square}{\$360,00} \quad 3 \times \$360,00 = 100 \times \square$$

$$\$1.080,00 = 100 \square \iff \square = \$1.080,00 : 100$$
$$\square = \$10,80$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 360,00 \\ - \text{Cr\$ } 10,80 \\ \hline \text{Cr\$ } 349,20 \end{array}$$

Resposta: Cr\$ 349,20.

2 — Quanto pagarei por um rádio de Cr\$ 85,90 que sofrerá um acréscimo de 5% porque o pagarei em 3 meses?

$$\frac{5}{100} = \frac{\square}{\$85,90} \quad \$85,90 \times 5 = 100 \times \square$$

$$\$429,50 = 100 \square \iff \square = \$429,50 : 100$$
$$\square = \$4,29$$

$$\begin{array}{r} \text{Cr\$ } 85,90 \\ + \text{Cr\$ } 4,29 \\ \hline \text{Cr\$ } 90,19 \end{array}$$

Resposta: Cr\$ 90,19.

3 — Calcule as seguintes porcentagens:

6,5% de Cr\$ 120,00

3,8% de 4 dúzias

2,6% de 6.000

5% de Cr\$ 80,00

4 — Faça correspondência entre estes conjuntos:

3% de 120	72
2% de 200	3,6
1,8% de 500	4
6% de 1.200	9

5 — Quanto terei de dar de entrada por um conjunto de fôrmica de Cr\$ 178,00 se a entrada corresponde a 6% do valor?

$$\frac{6}{100} = \frac{\square}{\$ 178,00}$$

$$6 \times \$ 178,00 = 100 \cdot \square$$

$$\$ 1.068,00 = 100 \cdot \square \text{ ou}$$

$$100 \cdot \square = \$ 1.068,00 \iff \square = \$ 1.068,00 : 100$$
$$\square = \$ 10,68$$

Resposta: — Terei que dar Cr\$ 10,68.

6 — Numa caixa com 1.200 laranjas, 3% das mesmas estavam estragadas. Quantas foram aproveitadas?

Resposta: — 1.164.

7 — Numa classe de 48 alunos, num certo dia estiveram presentes 44 alunos. Qual foi a porcentagem de frequência?

Resposta: — 91,66.

8 — Um corretor vendeu uma casa por Cr\$ 20.000,00. Quanto ganhou se ele trabalha recebendo 4,0% de comissão?

Resposta: — Cr\$ 800,00.

9 — Um senhor legou 18% de uma fortuna à uma casa de caridade. A quanto importa o benefício se a fortuna era de Cr\$ 500,00.

Resposta: — Cr\$ 90,00.

GEOMETRIA

Premidos pela necessidade de calcular áreas e volumes, os povos antigos criaram a geometria, e, hoje não podemos viver sem ela, pois, somos por ela rodeados.

Nos anos anteriores, a criança aprendeu a conhecer o quadrado, retângulo, paralelogramo, o losango, êsses conhecimentos serão ampliados no quarto ano, e, introduzidas noções de outras figuras planas e de sólidos geométricos.

As definições e fórmulas devem ser redescobertas pelas crianças num estudo motivado e bem objetivo, por meio de um conjunto de atividades bem variadas.

O professor recordará a parte do ano anterior, sempre incluindo novidades para manter vivo o interesse da criança.

ANGULOS

O conceito de ângulos e suas medidas pode ser introduzidos pelas seguintes atividades:

— Traçar duas semi-retas com a mesma origem.

Fazer os alunos observar que:

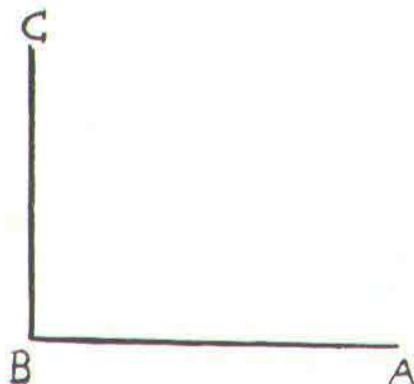
A é o ponto de intersecção dos lados AB e AC.

Tôda região interna a êsses lados é chamada ângulo.

Os ângulos também podem ser medidos.

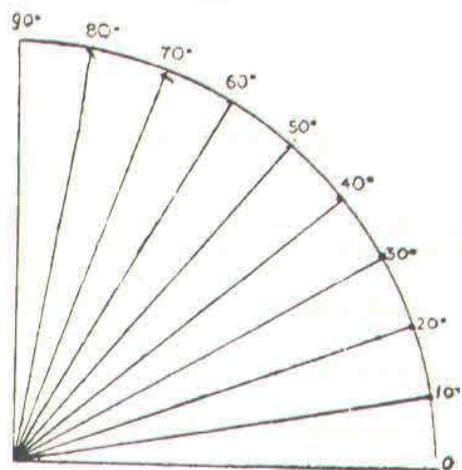
Tudo que é medido tem uma unidade de medida. O ângulo também tem uma unidade de medida.

— Mandar desenhar um ângulo com duas semi-retas perpendiculares.



Dar aos alunos o nome do ângulo e dizer-lhes que deste ângulo surgiram as medidas para todos os ângulos.

— Mandar dividir o ângulo reto em 90 partes iguais. O professor deve aproveitar e fazer uso do transferidor.



Cada parte foi chamada grau.

Introduzir noções sobre ângulos maiores que o reto (obtusos) e menores que o reto (agudos).

Ensinar as subdivisões do grau e seus símbolos.

Cada grau tem 60 minutos e cada minuto 60 segundos.

Medidas	Simbolos	Valôres
Grau	°	60 minutos
minuto	'	60 segundos
segundo	"	$\frac{1}{60}$ do minuto

IGUALDADE E CONGRUÊNCIA DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS.

O estudo das principais figuras geométricas foi feito no terceiro ano. Partindo do que foi ensinado, antecedendo uma série de atividades para verificação da aprendizagem, o professor pode ampliar os conhecimentos de seus alunos.

O conceito de igualdade é ponto essencial e, que deve ficar bem ensinado.

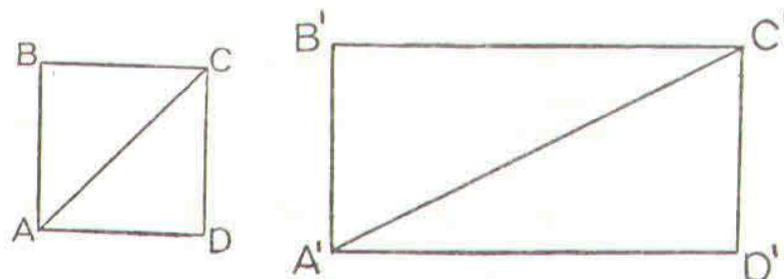
Em igualdade de conjunto, o aluno estudou que, a igualdade de conjunto só é real, quando os elementos de um conjunto também são os elementos do outro.

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{2,3,1\}$$

$$\text{Então: } A = B.$$

Na igualdade das figuras geométricas o mesmo princípio é aplicado, portanto, ao se dividir um quadrado ou retângulo em dois triângulos, os triângulos resultantes não são iguais.



$$\triangle ABC \neq \triangle ACD$$

$$\triangle A'B'C' \neq \triangle A'C'D'$$

Se com uma tesoura, separarmos esses triângulos, vemos que o triângulo $A B C$ se sobrepõe ao triângulo $A C D$, e, o triângulo $A' B' C'$ se sobrepõe ao triângulo $A' C' D'$. Neste caso, como as figuras se sobrepõem, dizemos que, são figuras congruas ou congruentes.

Logo:

- $\Delta A B C$ é congruente ao $\Delta A C B$
- $\Delta A' B' C'$ é congruente ao $\Delta A' C' D'$

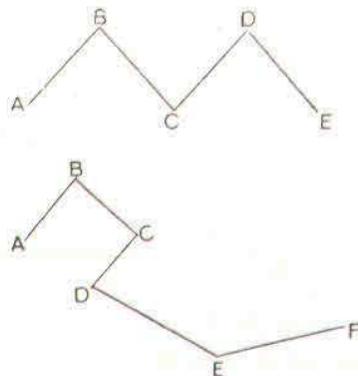
O professor deve levar o aluno a concluir que:

- Uma figura só é igual a si mesma.
- Duas figuras congruentes têm as mesmas medidas

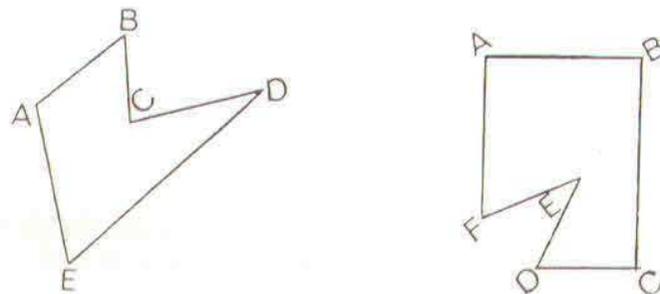
LINHAS POLIGONAIS — POLÍGONOS

No livro de terceiro ano, na parte referente à linhas, o professor encontra como devem ser ministrados os conceitos de reta, semi-reta e segmentos de reta.

— Com segmentos de reta, já conhecidos dos alunos, pedir-lhes que tracem linhas.



Dirá que as linhas traçadas são chamadas *linhas poligonais abertas*; mas também há *linhas poligonais fechadas*.



Levar o aluno a perceber que: na linha poligonal fechada a extremidade do último segmento coincide com a origem do primeiro segmento. (Diz-se que há intersecção da extremidade do último segmento com a origem do primeiro segmento).

— O conjunto de todos os pontos internos e a linha poligonal fechada forma um polígono.

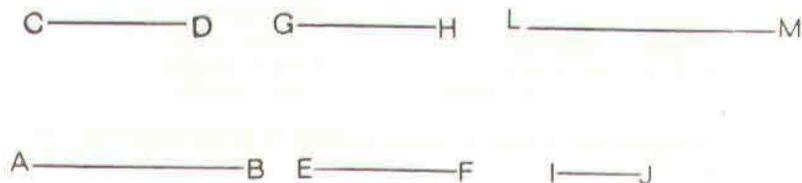
Dois tipos de polígonos já foram estudados no terceiro ano: — triângulos e quadrângulos.

Dos quadrângulos foram estudados o: quadrado, o retângulo, o paralelogramo e o losango. Resta-nos estudar o trapézio.

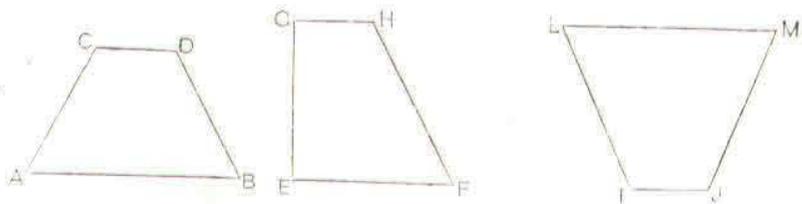
TRAPÉZIOS

Construindo trapézios podemos os conhecer.

O professor pedirá aos alunos que tracem dois segmentos paralelos de diferentes medidas, usando esta disposição:



— Pedirá que, por meio de linhas, una os lados, sem que as linhas se cruzem.



Mostrar que construíram polígonos chamados *trapézios*.

— No trapézio A B C D os lados A B e C D são paralelos.

— No trapézio E F G H os lados paralelos são E F e G H e tem um ângulo reto, o ângulo E. É trapézio retângulo.

No trapézio I J L M os lados paralelos são I J e L M.

ATIVIDADES

1 — Divida um ângulo reto em três partes iguais. Agora diga-me quantos graus há em cada um desses ângulos.

2 — a) Desenhe um ângulo agudo com 45 graus.
b) Quantos ângulos retos precisamos para perfazer um círculo?

3 — Construa alguns trapézios.

4 — Qual a diferença entre um ângulo de 189 graus e um ângulo reto?

5 — Una os pontos abaixo e diga-me qual a figura que você formou.

6 — B . . . C
A . . . D

7 — Faça corresponder estes conjuntos:

ângulo reto
trapézio isósceles
trapézio escaleno

90 graus
lados diferentes
lados iguais

8 — Quantos ângulos retos podemos inscrever num semi-círculo?

9 — Desenhe um trapézio isósceles com 6 cm de base maior.

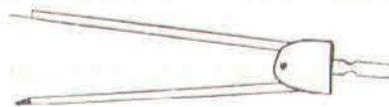
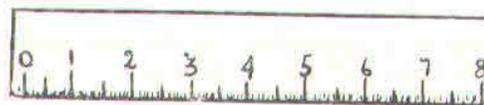
10 — Trace um trapézio escaleno com 4 cm de base menor.

CIRCUNFERÊNCIA

CÍRCULO

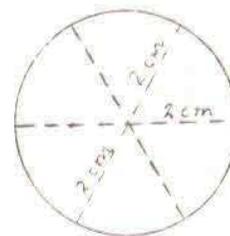
ESFERA

O uso do compasso e régua é indispensável ao estudo de circunferência e círculo.



ATIVIDADES

— Traçar uma linha tendo como centro o ponto A.



— Fazer a criança notar as características dessa linha.

a) linha curva fechada.

b) todos os seus pontos conservam a mesma distância do ponto interior A.

— Conhecendo bem a figura dar-lhe o nome: *CIRCUNFERÊNCIA*.

— Mandar colorir toda a parte interna contornada por essa linha chamada circunferência.



Dar ao aluno o nome da parte colorida *CÍRCULO*.

fazê-lo observar que:

— Círculo é a superfície plana contornada pela circunferência, e mais a circunferência.

— Dentro do círculo é possível traçar outras linhas.

ATIVIDADES PROPOSTAS

— Traçar uma circunferência de centro A.



— Traçar a linha que une qualquer ponto da circunferência a esse ponto centro A — *raio*.

— Prolongar essa linha em sentido oposto ou traçar dois raios, um oposto ao outro — *diâmetro*.

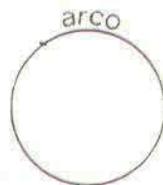


— Observar a relação existente entre raio e diâmetro.

— O diâmetro equivale a dois raios; logo o diâmetro é o dobro do raio e o raio é a metade do diâmetro. Provar.

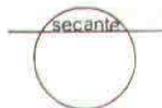
traçando diversos raios e diâmetros, confrontando suas medidas.

$$\text{RELAÇÕES} \left\{ \begin{array}{l} D = 2r \\ D \\ r = \frac{D}{2} \end{array} \right.$$



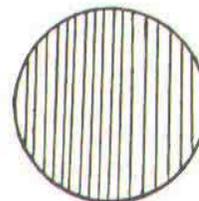
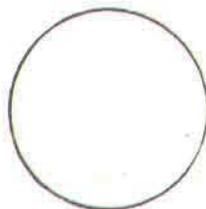
— Marcar um pedaço da circunferência e unir os dois pontos por meio de uma linha.

— Dar o nome da nova linha *flecha*. Comparar essas novas linhas com o arco e a flecha de nossos índios.



— Traçar as linhas; dar os nomes — *SECANTE* e *TANGENTE*.

A diferença existente entre círculo, circunferência e esfera precisa ser bem notada.



CÍRCULO — é o conjunto de pontos da circunferência e o conjunto dos pontos internos à essa linha. (circunferência).

A esfera não deve ser desenhada. Um simples desenho não pode levar à criança a idéia exata do que seja; pode ser confundida com o círculo. O professor deve mostrá-la e fazer o aluno notar que:

CIRCUNFERÊNCIA é a linha, não tem superfície.

CÍRCULO é toda a região contornada pela linha chamada circunferência. Sua superfície é plana.

Levar os alunos notarem que:

- No círculo, posso inscrever ângulos.
- Sendo ângulos retos, no máximo, só posso inscrever quatro.
- A medida do ângulo reto é 90° .
- Se num semi-círculo inscrever um ângulo, a medida do ângulo (obtusos) é de 180° menos a medida do agudo.
- A soma dos ângulos inscritos num semi-círculo é igual a 180° .
- A soma dos ângulos inscritos num círculo é de 360° .

Recordar que o grau está dividido em 60 minutos e cada minuto em 60 segundos.

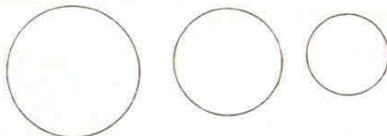
O aluno não pode confundir minuto e segundo de ângulo com minuto e segundo de hora.

ESFERA — é um sólido geométrico, ocupa lugar no espaço. Sua superfície é curva. Rola como uma bola.

MEDIDA DA CIRCUNFERÊNCIA

Para levar o aluno a redescobrir como se mede uma circunferência, o professor pode propor as seguintes atividades:

— Mandar os alunos construírem várias circunferências de tamanhos diferentes:



— Mandar cortar pedaços de barbante com as medidas dos diâmetros.

— Contornar cada circunferência com pedaço de barbante cujo comprimento seja a do diâmetro da própria circunferência.

— Perguntar aos alunos, quantas vezes precisaram do comprimento do barbante para passar em torno das circunferências.

Os alunos responderão naturalmente três vezes e um pouquinho mais.

— Levar os alunos à conclusão que:

O comprimento da circunferência é três vezes e mais um pouquinho o comprimento do diâmetro.

A fração aproximada que representa o pouquinho é 0,14 que unida à três vezes resulta 3,14.

É uma medida famosa e recebeu o nome de «pi» letra do alfabeto grego que é representada pelo numeral π .

Conclusão:

Toda a circunferência tem de comprimento 3,14 ... vezes o diâmetro.

Logo:

$$C = 3,14 \dots \times D$$

ou

$$C = \pi \times D$$

$$D = C : \pi$$

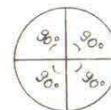
Como cada diâmetro equivale a dois raios temos:

$$C = 2 \times \pi$$

$$r = C : 2 \pi$$

ÂNGULOS INSCRITOS NO CÍRCULO

O professor pode mandar desenhar um círculo e pedir aos alunos que nele construam quatro ângulos retos.



Cada ângulo reto mede 90° .

Todo setor ocupado pelo ângulo recebe o nome de quadrante.

Como atividade o professor pode inscrever ângulos usando só o semi-círculo.



Dois ângulos foram inscritos: um agudo e outro obtuso. A soma desses ângulos é igual a 180° .

Sendo possível, usar o transferidor para medi-los.

Muitas atividades como estas podem ser efetuadas e, o professor as usará para a fixação do estudo já feito sobre ângulos.

ATIVIDADES

- 1 — Escreva o nome de três objetos de forma esférica.
 2 — O raio de uma roda de bicicleta é 30 cm. Quantos metros essa bicicleta andou dando a roda 3 voltas completas?

$$\begin{array}{r} C = 2 \times \pi \times 2 \qquad \qquad \qquad 1,884 \\ C = 2 \times 3,14 \times 30 \text{ cm} \qquad \qquad \times 3 \\ C = 188,40 \text{ cm} \\ \hline 188,40 \text{ cm} \equiv 1,884 \text{ m} \qquad \qquad \qquad 5,652 \text{ m} \end{array}$$

- 3 — Qual o raio de uma circunferência que mede 37,68 m.

$$\begin{array}{l} C = 2 \pi r \\ 37,68 \text{ m} = 2 \times 3,14 \times \square \\ 37,68 \text{ m} = 6,28 \times \square \iff \square = \frac{37,68 \text{ m}}{6,28} \\ \square = 6 \text{ m} \end{array}$$

- 4 — O perímetro de um círculo é 31,40 dm. Qual diâmetro da circunferência.

$$\begin{array}{l} 31,40 \text{ dm} = 2 \times 3,14 \times \square \text{ ou} \\ 6,28 \square = 31,40 \text{ dm} \iff \square = 31,40 \text{ dm} : 6,28 \\ \square = 5 \end{array}$$

$$\text{Diâmetro} = 5 \text{ dm} + 5 \text{ dm} = 10 \text{ dm}$$

- 5 — O raio de um círculo vale 3,6 m. Qual a sua circunferência?

$$\begin{array}{l} C = 6,28 \times 3,6 \text{ m} \\ C = 22,608 \text{ m} \end{array}$$

- 6 — Calcule a circunferência de uma figura cujo raio vale 1,2 cm.

- 7 — Quantos metros de renda preciso comprar para colocar numa toalhinha de 20 cm de diâmetro, sabendo-se que para franzir precisamos o triplo da medida exata?

- 8 — Quantos ângulos retos podemos inserir num círculo?

- 9 — Complete: O semi-círculo mede

- 10 — Inscreva no círculo um ângulo agudo, um reto e um obtuso.

SUGESTÃO PARA PLANO DE AULA

Duração: à critério do professor.

Unidade de trabalho: Sistema planetário e os satélites artificiais.

Numeração: leitura e escrita dos números (superfície, população, distância) composição e decomposição desses números. Uso de diferentes numerais.

Operações: cálculos — velocidade da luz (300.000 km por segundo) calcular tempo gasto no percurso da luz entre diversas distâncias. Cálculos com medidas de tempo: ano, mês, dia e hora. Cálculos de gastos com aeronaves espaciais.

Relações: a) tamanho do Sol e da Terra (1.000.000 de vezes maior);

b) mês lunar e mês comercial.

c) diâmetro da terra diâmetro da Lua (Lua $\frac{1}{4}$ de diâmetro da terra).

d) altitude das montanhas terrestres e lunares (altitude maior lunar 8.200 m).

e) peso na terra e peso na Lua (na Lua o peso reduz-se à sexta parte).

f) esforço gasto com um pulo na terra e na Lua (o esforço na terra é seis vezes maior, portanto com o esforço gasto para pular uma extensão 0,5m na terra, pularia com o mesmo esforço, uma extensão 3 m na Lua).

Escalas e Curvas de Nível: cálculos de escalas e curvas de nível. Relacionar os dados da terra com o satélite Lua.

Geometria: forma de planetas, das naves espaciais: linhas encontradas num foguete. Cálculo de áreas e volumes.

ATIVIDADES

- 1 — Escreva o conjunto dos nomes dos planetas do nosso sistema solar.

- 2 — Escreva o conjunto do nome do menor planeta.

- 3 — Escreva o conjunto dos nomes dos planetas de órbitas inferiores à Terra.

- 4 — Escreva o conjunto do nome do satélite natural da Terra.

- 5 — Escreva em numerais hindu-arábicos o número de satélites artificiais da Terra.

6 — Escreva F. ou V.

O Sol pertence ao nosso sistema planetário.

A Lua tem luz própria.

Vênus é um satélite da Terra.

O Sol é uma estrela.

Há vida comprovada no planeta Marte.

7 — Complete usando uma das palavras do conjunto

A = { Terra, Saturno, Plutão, Mercúrio }

..... é o maior planeta

..... é o planeta mais afastado do Sol

..... é o planeta que habitamos.

8 — Sendo o nosso conjunto universo o conjunto dos planetas procure o conjunto verdade para estas sentenças.

..... possui anéis luminosos.

..... e são os planetas mais próximos da Terra.

..... é o menor planeta.

..... é confundido com uma estrela, tal o seu brilho.

9 — Escreva o conjunto das constelações que servem para orientar os navegantes.

10 — Escreva um conjunto com o nome de constelações (3 elementos).

11 — Escreva o conjunto dos nomes dos principais movimentos da Terra.

12 — Faça corresponder:

Sol
Lua
Terra
Marte

estrela
satélite
planeta
planeta

BIBLIOGRAFIA

- 1 — Matemática, Metodologia e Complementos para professores primários — Ruy Madsen Barbosa I, II e III volume.
- 2 — Metodologia da Matemática — Irene de Albuquerque
- 3 — Matemática na Escola Primária Moderna — Norma Cunha Osório e Rizza de Araújo Porto.
- 4 — Matemática na Escola Elementar — I N E P
- 5 — Algebra y Geometria para la Escuela Primária — Dr. C. Gateño.
- 6 — Matemática para a Escola Moderna — Scipione Di Pierro Neto — I B E P.
- 7 — Matemática — Curso Moderno — Osvaldo Sangiorgi — Volume I — Editora Nacional.
- 8 — Matemática — Curso Moderno — A. Boscòlo e B. Castrucci — F.T.D.
- 9 — Matemática Moderna para o ensino secundário G. E. E. M. — Publicação n.º 1 — Série Professor.
- 10 — Mathématiques Modernes — Enseignement Élémentaire — Lucienne Felix.
- 11 — Initiation a la Géometrie — Dunod — Paris — Lucienne Felix.
- 12 — Nosso Universo Maravilhoso — Livraria "El Ateneo"
- 13 — Metodologia do Ensino Primário — Amaral Fontoura.

- 14 — **A Pedagogia das Matemáticas** — André Fouché.
- 15 — **Apostilas de Lógica Matemática** — Osvaldo Sangiorgi.
- 16 — **Didática da Matemática** — Prof^a. Maria Edné de Andrades Jacques da Silva.
- 17 — **Elementos da Teoria dos Conjuntos** — Benedito Castrucci.
- 18 — **Curso de Desenho para a 2.^a Série Ginasial** — José de Arruda Penteado.
- 19 — **Matemática na Escola Primária** — M.E.C.
- 20 — **Matemática** — Ary Quintella — 1.^a Série.
- 21 — **Enciclopédia Prática Jackson** — Volume X (Matemáticas).
- 22 — **Mathématiques Moderne** — Papy.
- 23 — **O Ensino da Aritmética pela Compreensão** — Foster E. Grossnickler e Leo J. Brueckner.

Í N D I C E

Conjuntos — Subconjunto — Comparação de Conjuntos: — Relações	17
Sistemas de Numeração: decimal e romana — Bases de numeração — Numerais: cardinais, ordinais, fracionários e multiplicativos	23
Operações entre conjuntos — Operações fundamentais no conjunto dos números inteiros: adição, subtração, multiplicação e divisão	45
Sentenças matemáticas — Cálculo mental — Sistema monetário brasileiro. Medidas de tempo	73
Conjunto dos números racionais — Número fracionário — Frações: classificação, comparação e operações	85
Fração decimal — Número decimal — Operações com decimais — Problemas	103
Sistema Métrico Decimal — Medidas de comprimento — Medidas de superfície	135
Estudo das áreas do: quadrado, retângulo, paralelogramo, losango, triângulo e trapézio	149
Medidas de volume, capacidade e massa — Relações ..	163
Razões — Proporções — Escala — Porcentagem	171
Geometria	183
Bibliografia	197



Impresso em 1971, nas oficinas da
EMPRESA GRÁFICA DA REVISTA DOS TRIBUNAIS S.A.
Rua Conde de Sarzedas, 38, fone 33-4181, São Paulo, S.P., Brasil

com filmes fornecidos pelo cliente

ENFAS — ENCADERNADORA FASCICULO LTDA.

