

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Lucas Zimmermann

**CONTROLE DE INTERVALOS ENTRE ÔNIBUS:  
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS REALIMENTADOS  
CLÁSSICOS E CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM  
MODELO**

Florianópolis

2016



Lucas Zimmermann

**CONTROLE DE INTERVALOS ENTRE ÔNIBUS:  
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS REALIMENTADOS  
CLÁSSICOS E CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM  
MODELO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador

Universidade Federal de Santa Catarina: Prof. Dr. Werner Kraus Jr.

Coorientador

Universidade Regional de Blumenau: Prof. Dr. Luiz Alberto Koehler

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Zimmermann, Lucas

Controle de Intervalos entre Ônibus : Comparação entre Métodos Realimentados Clássicos e Controle Preditivo Baseado em Modelo / Lucas Zimmermann ; orientador, Werner Kraus Jr. ; coorientador, Luiz Alberto Koehler. - Florianópolis, SC, 2016.

83 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Transporte público. 3. Controle de intervalo. 4. Controle por retenção. 5. Controle preditivo. I. Kraus Jr., Werner. II. Koehler, Luiz Alberto. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

Lucas Zimmermann

**CONTROLE DE INTERVALOS ENTRE  
ÔNIBUS: COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS  
REALIMENTADOS CLÁSSICOS E CONTROLE  
PREDITIVO BASEADO EM MODELO**

Esta Dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 29 de setembro 2016.

---

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho  
Coordenador  
Universidade Federal de Santa Catarina

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. Werner Kraus Jr.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Luiz Alberto Koehler  
Coorientador  
Universidade Regional de Blumenau

---

Prof. Dr. Alexandre Hering Coelho  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Eduardo Camponogara  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Rodrigo Castelan Carlson  
Universidade Federal de Santa Catarina







## RESUMO

Métodos de controle de intervalo para operação de sistemas de ônibus baseados em retenção são analisados para demonstrar que permitir variação nos intervalos entre ônibus consecutivos resulta em possíveis ganhos no tempo de viagem dos usuários, comparado à estrita aderência ao intervalo planejado. Este resultado, obtido empiricamente, indica que a operação ótima não é necessariamente alcançada com intervalos iguais. Tal constatação está relacionada ao fato já conhecido de que não deve haver muitos pontos de controle para correção dos intervalos. Três métodos de controle realimentado são testados, bem como um método de controle preditivo baseado em modelo que busca minimizar o tempo de espera dos usuários na estação e a bordo. O cenário para testes é um corredor BRT modelado em ambiente de microssimulação. Resultados da simulação indicam uma maior regulação dos intervalos e diminuição no tempo de viagem para todos os métodos de controle estudados em comparação ao caso sem controle. O controle preditivo apresenta desempenho superior aos demais quando o carregamento dos ônibus apresenta grandes variações ao longo do itinerário. Observa-se, ainda, que o controle preditivo retém os ônibus e regulariza os intervalos nos trechos de baixo carregamento, atrasando um número menor de usuários, e permite que os intervalos se desregulem onde o carregamento dos ônibus é mais elevado.

**Palavras-chave:** Transporte público. Controle de intervalo. Controle por retenção. Controle preditivo. Controle realimentado. Simulação microscópica.



## ABSTRACT

Holding-based control methods for bus operation are examined to point out that allowing greater variance in headways between consecutive buses leads to possible gains in total delay, as compared to strict adherence to a service headway. This result, obtained empirically, indicates that optimal operation is not necessarily attained with even headways. Such finding is related to the well-known fact that there should not be too many control points for headway corrections. Three feedback methods are tested, as well as a model predictive control method that seeks to minimize on board and at station delays. The scenario is a BRT corridor modeled in a microsimulation environment. Simulation results indicate greater headway regulation and the reduction of travel time for all control methods tested in relation to open loop operation. Predictive control outperforms proportional feedback control methods when passenger loads vary widely along the route. Moreover, predictive control holds the buses and equalizes the headways where passenger loads are low, delaying fewer passengers, and allows headways to vary where passenger loads are higher.

**Keywords:** Transit operations. Headway control. Holding control. Predictive control. Feedback control. Microscopic simulation.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Terminologia empregada para se referir aos ônibus, estações e intervalos entre ônibus. . . . .	34
Figura 2	Terminologia empregada na lei de controle do método CFH. . . . .	36
Figura 3	Terminologia empregada na lei de controle do método TWH. . . . .	37
Figura 4	Horizonte de predição utilizado pela lei de controle do método opt.H, exemplificado com 5 estações no horizonte de predição. . . . .	38
Figura 5	Fluxograma do ambiente de simulação desenvolvido. . .	42
Figura 6	Relação entre carregamento do veículo e o valor do tempo do usuário encontrado por Whelan e Crockett (2009). .	51
Figura 7	Linha de ônibus utilizada para teste de métodos de controle por retenção, consistindo de 30 estações e 31 km. O itinerário inicia e finaliza na estação 30. . . . .	54
Figura 8	Padrões de demanda de usuários criados para teste dos métodos de controle. (a) demanda constante; (b) demanda concentrada; (c) demanda distribuída. . . . .	56
Figura 9	Intervalo observado para 4 ônibus de uma replicação para cada um dos métodos de controle testados com demanda constante. (a) controle FH; (b) controle CFH; (c) controle TWH; (d) controle opt.H. . . . .	61
Figura 10	Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda constante. . .	63
Figura 11	Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda concentrada. . .	66
Figura 12	Tempo de espera dos usuários na estação para cada caso simulado com a demanda concentrada. . . . .	67
Figura 13	Tempo de espera dos usuários embarcados para cada caso simulado com a demanda concentrada. . . . .	67
Figura 14	Ação de controle dos métodos opt.H e TWH para a demanda concentrada. . . . .	68
Figura 15	Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda distribuída. . .	71
Figura 16	Tempo de espera dos usuários na estação para cada caso simulado com a demanda distribuída. . . . .	71

Figura 17	Tempo de espera dos usuários embarcados para cada caso simulado com a demanda distribuída. . . . .	72
Figura 18	Ação de controle dos métodos opt.H e TWH para a demanda distribuída. . . . .	73
Figura 19	Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com ação de controle limitada a 4 estações. . . . .	76
Figura 20	Ação de controle dos métodos FH, CFH, TWH e opt.H para a demanda distribuída e ação de controle limitada a 4 estações. . . . .	76

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Resumo de indicadores utilizados por diferentes estudos na área de controle de intervalos por retenção. . . . .	49
Tabela 2	Parâmetros de simulação. . . . .	58
Tabela 3	Desempenho dos casos simulados com a demanda constante. FH e CFH são apresentados com $K_p = 0,9$ , TWH com $K_p = 0,7$ , e opt.H com horizonte de predição de 25 estações. . . . .	62
Tabela 4	Desempenho dos casos simulados com a demanda concentrada. CFH e TWH são apresentados com $K_p = 0,5$ , FH com $K_p = 0,4$ , e opt.H com horizonte de predição de 20 estações. . . . .	65
Tabela 5	Desempenho dos casos simulados com a demanda distribuída. FH é apresentado com $K_p = 0,6$ , CFH com $K_p = 0,7$ , TWH com $K_p = 0,5$ , e opt.H com horizonte de predição de 15 estações. . . . .	69
Tabela 6	Desempenho dos casos simulados com ação de controle limitada a 4 estações. CFH e TWH são apresentados com $K_p = 1,0$ , FH com $K_p = 0,9$ , e opt.H com horizonte de predição de 15 estações. . . . .	75





## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BRT	<i>Bus Rapid Transit</i>
Prefol	Método de controle proposto por Turnquist (1982)
MPC	Controle preditivo baseado em modelo ( <i>Model Predictive Control</i> )
FH	Controle do intervalo à frente ( <i>Forward Headway control</i> )
CFH	Controle condicional do intervalo à frente ( <i>Conditional Forward Headway control</i> )
TWH	Controle do intervalo à frente e atrás ( <i>Two Way Headway control</i> )
opt.H	Controle preditivo dos intervalos
API	Interface de programação de aplicações ( <i>Application Programming Interface</i> )



## LISTA DE SÍMBOLOS

$v_{i,k}$	Número de vagas sobrando no ônibus $i$ após o desembarque de usuários na estação $k$
$\hat{a}_{i,k}$	Instante de chegada esperado do ônibus $i$ na estação $k$
$\hat{d}_{i,k}$	Instante de partida esperado do ônibus $i$ na estação $k$
$\hat{h}_{i,k}$	Intervalo de tempo esperado entre o ônibus $i$ e o ônibus $i - 1$ na estação $k$
$\hat{r}_{i,k}$	Tempo de retenção esperado do ônibus $i$ na estação $k$
$\hat{w}_{i,k}$	Tempo de duração do processo de embarque e desembarque esperado do ônibus $i$ na estação $k$
$\lambda_k$	Taxa de chegada de usuários à estação $k$
$\tau_j$	Tempo de espera na estação do usuário $j$
$\theta_{i,k}^s$	Multiplicador de tempo dos usuários sentados no ônibus $i$ no trecho da estação $k$ até a estação $k + 1$
$\theta_{i,k}^u$	Multiplicador de tempo dos usuários em pé no ônibus $i$ no trecho da estação $k$ até a estação $k + 1$
$a_{i,k}$	Instante de chegada do ônibus $i$ na estação $k$
$B_{i,k}$	Número de usuários que embarcam no ônibus $i$ na estação $k$
$C_0$	Tempo desde a chegada do ônibus na estação até o início do processo de embarque e desembarque
$C_1$	Tempo de embarque por usuário
$C_2$	Tempo de desembarque por usuário
$d_{i,k}$	Instante de partida do ônibus $i$ na estação $k$
$H$	Intervalo de tempo planejado entre os ônibus
$h_{i,k}$	Intervalo de tempo observado entre o ônibus $i$ e o ônibus $i - 1$ na estação $k$
$I$	Conjunto de ônibus operando no sistema
$i$	Índice de ônibus
$IVT_i$	Tempo total de viagem embarcado percebido pelos usuários que embarcaram no ônibus $i$
$j$	Índice de usuários
$J_i$	Conjunto de usuários que embarcam no ônibus $i$
$k$	Índice de estações
$K_p$	Ganho proporcional
$K_i$	Conjunto das estações visitadas pelo ônibus $i$ durante a simulação.
$L_i^u$	Capacidade de usuários em pé no ônibus $i$ (equivalente à 6 pax/m <sup>2</sup> )

$l_{i,k}$	Número de usuários embarcados no ônibus $i$ no instante de partida da estação $k$
$l_{i,k}^s$	Número de usuários sentados no ônibus $i$ no trecho da estação $k$ até a estação $k + 1$
$l_{i,k}^u$	Número de usuários em pé no ônibus $i$ no trecho da estação $k$ até a estação $k + 1$
$n$	Número de portas para embarque e desembarque de cada ônibus
$N_i$	Conjunto de estações pertencentes ao horizonte de previsão do ônibus $i$
$OVT_i$	Tempo total de espera na estação percebido pelos usuários que embarcaram no ônibus $i$
$PTT_i$	Tempo de viagem médio percebido pelos usuários que embarcaram no ônibus $i$
$q_k$	Fração de usuários embarcados que desembarcam na estação $k$
$r_{\max}$	Tempo máximo de retenção dos ônibus nas estações
$r_{i,k}$	Tempo de retenção do ônibus $i$ na estação $k$
$t_k$	Tempo de viagem dos ônibus desde a partida da estação $k - 1$ até a chegada na estação $k$
$t_k$	Tempo de viagem dos ônibus entre a estação $k - 1$ e $k$
$w_{i,k}$	Tempo de duração do processo de embarque e desembarque do ônibus $i$ na estação $k$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	21
1.1	OBJETIVO .....	22
1.2	HIPÓTESE DE PESQUISA .....	22
1.3	DELIMITAÇÃO DO ESCOPO .....	23
1.4	ORGANIZAÇÃO .....	23
<b>2</b>	<b>CONTROLE DA OPERAÇÃO DE ÔNIBUS</b> .....	25
2.1	TIPOS DE OPERAÇÃO E OS PADRÕES DE CHEGADAS DE USUÁRIOS ÀS ESTAÇÕES .....	26
2.2	INTERVALOS CONTROLADOS POR RETENÇÃO ....	27
2.3	CONTROLE COM INFORMAÇÃO EM TEMPO REAL.	29
2.4	CONTROLE COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA .	31
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE CONTROLE ESTUDADOS</b> .....	33
3.1	CONTROLE DO INTERVALO À FRENTE (FH) .....	34
3.2	CONTROLE CONDICIONAL DO INTERVALO À FRENTE (CFH) .....	35
3.3	CONTROLE DO INTERVALO À FRENTE E ATRÁS (TWH) .....	36
3.4	CONTROLE PREDITIVO (OPT.H) .....	37
3.5	CONCLUSÃO .....	40
<b>4</b>	<b>AMBIENTE DE SIMULAÇÃO DOS MÉTODOS DE CONTROLE</b> .....	41
4.1	TEMPO DE EMBARQUE E DESEMBARQUE .....	44
4.2	PERÍODO DE AQUECIMENTO .....	46
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE PREDITIVO ....	46
4.4	INDICADORES DE DESEMPENHO .....	47
4.5	TEMPO DE VIAGEM PERCEBIDO .....	48
<b>5</b>	<b>CENÁRIO DE APLICAÇÃO E RESULTADOS</b> ..	55
5.1	CENÁRIO DE APLICAÇÃO .....	55
5.2	DEMANDA CONSTANTE .....	59
5.3	DEMANDA CONCENTRADA .....	64
5.4	DEMANDA DISTRIBUÍDA .....	69
5.5	CONTROLE EM LOCAIS ÓTIMOS .....	73
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	77
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	79



## 1 INTRODUÇÃO

O controle operacional dos movimentos dos ônibus em uma linha é necessário pois estes têm dificuldade em manter o plano de horários ou o intervalo planejado. Esta dificuldade decorre das variações na velocidade dos ônibus ao longo do itinerário e nos tempos de embarque e desembarque de usuários. A irregularidade causada por tais variações é agravada devido ao movimento naturalmente instável dos ônibus, dado que um ônibus atrasado encontrará mais usuários à frente aumentando o seu atraso; o oposto ocorre com um ônibus adiantado, que encontrará menos usuários à frente se adiantando ainda mais (NEWELL; POTTS, 1964). A falta de regularidade aumenta o tempo de espera dos usuários nas estações e causa carregamento irregular dos veículos.

Esse problema ocorre mesmo em sistemas do tipo *Bus Rapid Transit* (BRT) (WRIGHT; HOOK, 2007). Nesses, os ônibus operam em corredores exclusivos e contam com plataformas de pré-embarque que tornam mais previsíveis os tempos de embarque e desembarque. Ainda assim, continuam sujeitos ao problema da instabilidade, pois os veículos têm velocidades diferentes de acordo com cada condutor, encontram semáforos pelo caminho e sofrem consequências agravadas por operarem com alta frequência de serviço.

Uma solução para o problema da instabilidade operacional dos sistemas de transporte público é a implantação de estratégias de controle em tempo real desta operação (EBERLEIN; WILSON; BERNSTEIN, 2001). Em sistemas de transporte modernos, estas estratégias usam informações em tempo real da estado do sistema de transporte que são fornecidas por tecnologias de localização automática de veículos e contagem automática de usuários.

Uma estratégia de controle comumente usada consiste em reter o ônibus por um determinado tempo numa estação quando este estiver adiantado em relação ao quadro de horários ou com o intervalo inferior ao planejado (IBARRA-ROJAS et al., 2015). A retenção pode melhorar o cumprimento de plano dos ônibus e com isto reduzir o tempo de espera dos usuários nas estações e melhorar a distribuição de usuários entre os ônibus. Entretanto, uma desvantagem das estratégias de retenção é o aumento no tempo de viagem dos usuários (STRATHMAN et al., 2001). A preocupação com tal desvantagem impõe que sejam tomadas decisões acuradas quanto a qual ônibus reter, em qual ponto e por quanto tempo.

Neste trabalho, são revisitadas duas classes de controle de intervalos de ônibus por retenção para avaliar seus desempenhos em relação

aos objetivos do controle e melhorias em indicadores de qualidade de serviço que não são diretamente controlados. As classes consideradas são o controle realimentado proporcional e o controle preditivo baseado em modelo.

Na classe de controle realimentado proporcional, os intervalos são controlados com base em um intervalo de referência, também denominado de intervalo de serviço, conforme descrito em Xuan, Argote e Daganzo (2011) e Cats, Rufi e Koutsopoulos (2014). Isto é, se as partidas sucessivas de uma linha ocorrem a cada  $H$  min, este passa a ser o intervalo de referência. Desvios ao longo do itinerários são compensados constantemente com o uso de regras simples de controle realimentado.

Na classe de controle preditivo baseado em modelo, emprega-se um modelo matemático dos deslocamentos dos ônibus para cálculo do controle, o qual leva em conta previsões sobre o comportamento futuro do sistema, conforme descrito em Koehler, Kraus e Camponogara (2011). O controle é calculado com base na minimização de critérios de desempenho (tempos de espera dos usuários nas estações e a bordo), sem uso explícito de intervalos de referência.

## 1.1 OBJETIVO

Concluir sobre quais métodos são adequados para atenuar a desvantagem da retenção. Para tanto, formula-se a hipótese de pesquisa descrita na seção seguinte, e busca-se verificar sua validade.

Como objetivos secundários, tem-se: obter plataforma de simulação para teste de métodos de controle, incluindo módulo de cálculo de controle preditivo com horizonte deslizante para atuação iterativa ao longo da simulação de cenários; obter métricas para avaliação quantitativa de métodos de controle de intervalo entre ônibus que são a rigor, não comparáveis.

## 1.2 HIPÓTESE DE PESQUISA

Este trabalho busca validar a hipótese seguinte: o controle realimentado causa, por um lado, maior precisão nos intervalos entre ônibus e, por outro, aumento nos tempos de espera dos usuários uma vez que estejam embarcados. O controle preditivo, por sua vez, aplicaria retenções quando estas prejudicarem menos os tempos de espera. Em outras palavras, supõe-se que (i) o controle preditivo aplica retenções



em locais com menos usuários a bordo e (ii) ao fazê-lo, tolera operação com desvios maiores de intervalos em relação ao controle realimentado.

A hipótese formulada se baseia na premissa de que o objetivo do controle preditivo é minimizar o tempo de espera dos usuários, e que a retenção, se necessário, não precisa ser aplicada. Com isso, o controle preditivo encontraria vantagens em relaxar a condição de regularidade dos intervalos em momentos com ônibus bastante carregados se o modelo puder prever situações futuras com baixo carregamento nas quais a retenção é menos prejudicial.

### 1.3 DELIMITAÇÃO DO ESCOPO

Esta dissertação estuda métodos de controle de intervalo entre ônibus baseados em retenção. Os métodos testados são: controle realimentado proporcional que busca manter o intervalo de cada ônibus para o ônibus à frente igual a um valor de intervalo planejado (CATS et al., 2011); uma variação deste primeiro método que aplica a mesma lei de controle a não ser que o ônibus à frente esteja atrasado demasiadamente (ZIMMERMANN et al., 2016); controle realimentado proporcional que busca equalizar o intervalo entre todos os ônibus do sistema sem a necessidade de um valor de intervalo planejado (TURNQUIST, 1982); controle preditivo baseado em modelo da operação que calcula o tempo de retenção dos ônibus com o objetivo de minimizar o tempo de espera dos usuários do sistema (KOEHLER; KRAUS; CAMPONOGARA, 2011).

Os testes dos métodos são realizados em ambiente de microsimulação com simulador de tráfego Aimsun (TSS, 2012), executado em conjunto com uma aplicação desenvolvida em linguagem Python. Apenas uma configuração de itinerário foi usada, uma linha BRT de 31 km e 30 estações apresentada nas diretrizes de estudo de mobilidade na região metropolitana de Florianópolis (PLAMUS, 2015). Para esta linha, obteve-se intervalo entre os ônibus da ordem de 3 minutos, caracterizando-a como uma linha de alta frequência.

Os resultados são apresentados para três padrões diferentes de demanda, duas determinísticas e uma estocástica. São realizados testes com diversos ajustes dos controladores, e o resultado apresentado é sempre aquele obtido com o melhor ajuste.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO

Esta dissertação está organizada da seguinte forma:

- O Capítulo 2 inicia com uma revisão bibliográfica sobre o tema, apresentando os trabalhos em ordem histórica e finaliza a revisão focando nas contribuições mais recentes e pertinentes à hipótese de pesquisa estudada por este trabalho.
- O Capítulo 3 apresenta as leis de controle dos quatro métodos testados.
- No Capítulo 4 são apresentados os detalhes de implementação do ambiente de simulação. O algoritmo utilizado na aplicação desenvolvida é ilustrado e explicado. São apresentados detalhes específicos de implementação do controle preditivo. Por fim, apresentam-se os indicadores de desempenho utilizados na análise de resultados. É dada ênfase especial ao “indicador tempo de viagem percebido pelos usuários”.
- No Capítulo 5 são apresentadas inicialmente as características do cenário utilizado para testes dos métodos de controle, em seguida apresentam-se os resultados das simulações. A análise de resultados é feita em partes, um padrão de demanda por vez.
- O Capítulo 6 conclui a dissertação e delinea perspectivas de trabalhos futuros sobre o tema.

## 2 CONTROLE DA OPERAÇÃO DE ÔNIBUS

Em um sistema de transporte público a confiabilidade do serviço é um dos atributos mais importante do ponto de vista dos seus usuários (BALCOMBE et al., 2004). Problemas de confiabilidade são caracterizados pela degradação do desempenho do sistema causada por: incertezas no ambiente de operação, falta de dados adequados para planejamento da operação, projeto inadequado do serviço, falta de monitoramento e controle do sistema, e falha na manutenção do horário planejado (CEDER, 2007).

A confiabilidade do serviço é percebida pelos usuários através de variações no tempo de espera nas estações, tempo para embarcar no veículo, disponibilidade de assentos, tempo despendido dentro do veículo, tempo para desembarcar, tempo para conexão, entre outros (CEDER, 2007). Se o nível destes indicadores for alto em relação às expectativas dos usuários, então o serviço é dito confiável. Entretanto, estes indicadores são qualitativos e variam entre usuários. Portanto a confiabilidade do serviço é um termo abstrato, e para incluí-la no projeto detalhado deste serviço é necessário descrevê-la em termos matemáticos.

A manutenção de um horário regular é um fator importante na operação de um sistema de transporte público confiável. O primeiro trabalho a tratar exclusivamente da dificuldade de um serviço de ônibus manter os horários programados, realizado por Newell e Potts (1964), demonstra através de uma formulação analítica a tendência natural dos ônibus em se desviar dos horários planejados. Considera-se um pequeno atraso inicial do primeiro ônibus em uma estação, que o atrasa em relação ao horário programado. Na estação seguinte, um número de usuários maior do que o usual terá chegado à estação e levará mais tempo que o usual para embarque. Desta forma, este ônibus se atrasa ainda mais, e assim, o pequeno atraso original é gradualmente amplificado ao longo do itinerário. O ônibus que vem atrás deste, por outro lado, encontra menos usuários em cada estação fazendo-o se adiantar progressivamente. Por consequência o ônibus seguinte se atrasa e assim por diante, de forma que há sempre a tendência de desvio do horário planejado e de pareamento dos ônibus. Esta irregularidade entre os intervalos dos ônibus provoca o efeito de comboiamento de ônibus operando na mesma linha (*bunching*, em inglês).

Intervalos irregulares entre os ônibus geram ocupações irregulares dos veículos e longos tempos de espera na estação. Os ônibus

atrasados tendem a ficar sobrecarregados de usuários, os quais enfrentam longos tempos de viagem em situações desconfortáveis e longos tempos de espera na estação. Enquanto que os ônibus adiantados circulam com assentos livres. Portanto, se o serviço for regularizado, são esperados carregamentos mais uniformes e tempos de viagens menores.

Abkowitz (1978) classifica estratégias de melhora da confiabilidade entre preventivas e corretivas, sendo que as preventivas tratam de melhorar o planejamento e cronograma, e de melhorar técnicas de preferência para o transporte público, como faixas exclusivas e prioridade em interseções. As estratégias corretivas tratam de melhorar o controle da operação. O foco deste trabalho está nas estratégias corretivas, através da aplicação de métodos de controle para regularização da operação em tempo real.

## 2.1 TIPOS DE OPERAÇÃO E OS PADRÕES DE CHEGADAS DE USUÁRIOS ÀS ESTAÇÕES

O controle para regularização da operação pode ter diferentes objetivos. Linhas de baixa frequência costumam ser operadas com quadros de horários que embutem tempos de regulagem (*slack*); nestas, o controle é aplicado com o objetivo de manter a saída dos ônibus das estações nos horários preestabelecidos. Para linhas que operam com alta frequência de serviço, o controle de intervalo é mais indicado, com o objetivo de regularizar o serviço na forma de chegadas uniformemente espaçadas às estações, dispensando a necessidade de quadro de horários. (BARNETT, 1974).

O perfil de chegadas de usuários às estações depende do tipo de operação da linha, isto é, se opera por quadro de horários (no caso de baixa frequência) ou por intervalos (no caso de alta frequência). Assumindo que os usuários desejam minimizar os tempos de espera nas estações, é mais provável que, no caso de linhas de baixa frequência, estes cheguem à estação próximo ao horário estabelecido de chegada (ou de partida) do ônibus. Em linhas de alta frequência, os usuários chegam à estação de forma aleatória e independente dos instantes de chegada dos ônibus, pois valorizam a frequência de chegada dos ônibus e não mais horários preestabelecidos (LUETHI; WEIDMANN; NASH, 2007).

Para definir se a linha deve operar por quadro de horários ou por intervalos, é preciso caracterizar o comportamento dos usuários em relação aos intervalos de chegadas de ônibus às estações. Tipicamente, é dito que um intervalo de 12 a 13 minutos marca a transição de

comportamentos (BUKKAPATNAM; DESSOUKY; ZHAO, 2003); portanto, linhas que operam com intervalos maiores que este são ditas de baixa frequência (implicando na definição de quadros de horários) e as que operam com intervalos menores que este são de alta frequência. Entretanto, outros estudos mostram que em alguns sistemas de transporte público operando com quadro de horários, o padrão de chegada dos usuários à estação depende do horário esperado de chegada do ônibus mesmo para serviços com intervalo bastante inferior à 12 minutos. Luethi, Weidmann e Nash (2007), em uma pesquisa no sistema de transporte público de Zurique, Suíça, mostram que a partir de um intervalo de 6 minutos os usuários já tendem a chegar segundo um padrão dependente do horário de chegada dos ônibus. Seddon e Day (1974), para Manchester, Inglaterra, apresentam o valor de 7,5 minutos como intervalo mínimo com padrão de chegada não aleatório; já em Stuttgart, Alemanha o limiar de 7 minutos marca a transição (WEBER, 1966).

É ressaltado por Luethi, Weidmann e Nash (2007) que o intervalo de transição entre comportamentos varia com a confiabilidade do serviço, que é conhecida pelos usuários regulares, os quais tomam suas decisões de chegada de acordo com este conhecimento prévio. Portanto, quanto mais confiável o sistema, menos aleatório é o processo de chegada de usuários às estações. Importante ressaltar também que o uso de estratégias de controle para manutenção do quadro de horários aumentam a confiabilidade do sistema, induzindo assim um padrão de chegada de usuários mais dependente dos instantes de chegada dos ônibus (STRATHMAN; HOPPER, 1993).

Neste trabalho, é importante modelar corretamente o padrão de chegadas de usuários às estações, pois este afeta significativamente os indicadores de tempo de espera para embarque. Conforme descrito na Seção 1.3, estudam-se cenários de operação em alta frequência, com intervalo de 3 min entre ônibus; portanto, pode-se admitir que a chegada de usuários à estação é independente da chegada dos ônibus.

## 2.2 INTERVALOS CONTROLADOS POR RETENÇÃO

Para regularizar os intervalos entre os ônibus, uma das formas de controle mais utilizadas é a retenção dos ônibus que estão à frente do horário. Esta retenção provoca uma melhora do serviço por diminuir o atraso incremental enfrentado por aqueles ônibus que estão atrasados, como demonstrado pelo modelo proposto por Newell e Potts (1964). Tipicamente, a retenção é aplicada mesmo em sistemas operando sem

uma estratégia de controle definida, através do julgamento empírico de motoristas ou supervisores (HICKMAN, 2001). Entretanto, a retenção invariavelmente causa o aumento no tempo de viagem dos usuários embarcados nos ônibus retidos. Portanto, é necessário que a decisão de qual ônibus reter, em qual ponto e por quanto tempo seja tomada de forma cuidadosa.

Trabalhos pioneiros no desenvolvimento de métodos de controle da operação baseado em retenção dos ônibus trabalham com um método intitulado retenção por tempo limite (*threshold-based holding*) (ZOL-FAGHARI; AZIZI; JABER, 2004), que consiste em identificar um certo valor, dito valor limite, em um ponto de controle em particular. Se o intervalo observado entre um ônibus que chega neste ponto em relação ao ônibus da frente é inferior ao valor limite, então o ônibus que está no ponto de controle é retido até que o intervalo atinja o valor limite. Se o intervalo observado é maior que o valor limite então o ônibus não é retido (ABKOWITZ; TOZZI, 1986). O ponto de controle pode ser uma estação de embarque ou qualquer outro ponto pré-definido no itinerário.

Osuna e Newell (1972) desenvolvem um modelo analítico para determinar quanto tempo de retenção é necessário para regularizar o serviço. Um itinerário hipotético é considerado, consistindo de uma estação de parada e um ou dois ônibus. O objetivo do modelo é encontrar o valor limite que minimizasse o tempo médio de espera dos usuários na estação. Barnett e Kleitman (1973) expandiram esse trabalho para o caso de um ônibus e diversas estações, onde o controle por retenção era permitido em um de dois possíveis pontos de controle. Os autores concluíram que a localização do ponto de controle se mostrou crucial para minimização do tempo de espera dos usuários nas estações.

Barnett (1974) formulou a função custo a ser minimizada como sendo a soma do tempo de espera dos usuários na estação com o tempo de espera dos usuários a bordo, tendo como variável de decisão o valor limite de intervalo para aplicação da retenção. Koffman (1978) desenvolve um modelo de simulação onde são testados diferentes estratégias de controle da operação de ônibus em tempo real. No caso da retenção analisam dois valores limites, 75% e 65% do intervalo planejado. Os resultados mostram que quanto maior o valor limite, menor é o tempo de espera na estação e maior é o tempo de viagem embarcado.

Turnquist e Blume (1980) buscam determinar limites para os benefícios do controle por retenção baseado no valor limite. Os autores demonstram que o ponto ótimo para controle em um itinerário é aquele onde há poucos usuários embarcados relativamente a muitos esperando nas estações subsequentes. Também apontam que a retenção deve ser

implementada o quanto antes possível para evitar a propagação dos desvios de intervalo.

As principais contribuições dessa primeira geração de controle da operação são resumidas por Strathman et al. (2001), como segue:

- A retenção impõe custos aos usuários a bordo dos ônibus na forma de aumento do tempo de viagem.
- A retenção impõe custos aos operadores na forma de aumento do tempo de circulação dos ônibus.
- A seleção de pontos de controle apropriados é crucial para minimização dos tempos de espera na estação e a bordo.
- A retenção é mais eficaz se aplicada quando o carregamento dos ônibus é baixo e a demanda imediatamente após este ponto é alta.
- A retenção é mais eficaz em reduzir tempos de espera nas estações imediatamente à frente do ponto de controle.
- Desvios de intervalo voltam a crescer após a ação de controle.
- A retenção pode se mostrar prejudicial à operação em certas situações.

Turnquist (1982) apresenta um método intitulado “Prefol” que difere do método baseado no valor limite por considerar tanto o intervalo para o ônibus à frente como o intervalo para o ônibus de trás, e não depende de um valor de intervalo planejado. A ação deste controle consiste em reter um ônibus até que o intervalo para o ônibus da frente esteja o mais próximo possível do intervalo para o ônibus de trás. Esse método é comparado através de simulação com outro método de controle que age baseado apenas no intervalo para o ônibus da frente, similar ao método do valor limite. A conclusão do autor é que quando a operação se dá com intervalos altamente correlacionados, isto é, o adiamento de um ônibus é a causa do atraso do ônibus seguinte, como no modelo simplificado de Newell e Potts (1964), ambos os métodos são eficazes. Conforme os intervalos estão menos correlacionados, devido à perturbações frequentes no sistema, a eficácia destes métodos é menor; entretanto, nestes casos o controle Prefol desempenha melhor do que o controle que age baseado apenas no intervalo em relação ao ônibus à frente.

## 2.3 CONTROLE COM INFORMAÇÃO EM TEMPO REAL

O surgimento de tecnologias como a localização automática de veículos e a contagem automática de usuários facilitaram o desenvolvimento de sistemas computacionais de suporte à decisão em tempo real, por permitirem o acesso instantâneo às informações como velocidade, posição e carregamento dos ônibus. Eberlein, Wilson e Bernstein (1999) apresentaram proposta pioneira com rotinas de tempo real para regularização de sistemas de transporte público.

Dessouky et al. (2003) examinaram através de simulação métodos de controle categorizados de acordo com a tecnologia necessária para sua implementação. Os métodos de controle testados servem para operações baseadas em quadro de horários, e os resultados mostram que o melhor método dentre os testados é também o que mais demanda informações dependentes de tecnologias mais sofisticadas de comunicação, rastreamento e contagem de usuários.

Utilizando informações em tempo real, Daganzo (2009) e Daganzo e Pilachowski (2011) propuseram métodos de controle realimentado com o objetivo de regularizar os intervalos mantendo a velocidade comercial dos ônibus tão alta quanto possível. Em Daganzo (2009) o controle determina de forma dinâmica os tempos de retenção dos ônibus em pontos de controle pré-definidos baseado na informação de passagem do ônibus anterior. Este método se mostra eficiente com pequenas perturbações na operação, mas perde desempenho com grandes perturbações. Daganzo e Pilachowski (2011) buscaram superar esta limitação e propuseram um método semelhante ao Prefol de Turnquist (1982), porém sem usar retenção; o método ajusta o intervalo dos ônibus através do controle da velocidade destes, mostrando ser eficiente no objetivo de regularização dos intervalos.

Xuan, Argote e Daganzo (2011) apresentaram um método de controle por retenção para regularizar o intervalo entre ônibus, baseando-se na existência de um quadro de horários virtual. O método proposto foi comparado pelos autores com outros métodos de controle de intervalo da literatura. Os testes da simulação foram realizados em um cenário no qual a demanda é constante ao longo do itinerário. Os resultados demonstram que para este padrão de demanda o desempenho das leis de controle independe da escolha dos pontos de retenção, exceto no caso de método de controle tradicional baseado em quadro de horários fixo que tem seu desempenho degradado significativamente com um número muito grande de pontos de controle.

Cats et al. (2011) testaram três métodos diferentes de controle



por retenção através de simulações de uma linha de ônibus real com demanda conhecida. Um dos métodos se baseia na manutenção do quadro de horários, um segundo método busca manter o intervalo regular em relação ao ônibus da frente, semelhante ao método do valor limite, e o terceiro busca regularizar os intervalos em relação aos ônibus de trás e da frente, semelhante ao método Prefol. O método que se mostra mais promissor de acordo com os resultados é aquele que busca regularizar os intervalos em relação ao ônibus de trás e da frente.

## 2.4 CONTROLE COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

As primeiras propostas de métodos de controle do intervalo entre ônibus, como já citado Osuna e Newell (1972), Barnett (1974), buscavam minimizar os tempos de espera dos usuários. Por limitações tecnológicas as otimizações eram executadas antes da operação ocorrer, no intuito de gerar parâmetros fixos para o controle dos ônibus durante a operação. Porém, caso a operação divergisse daquilo que foi estimado previamente, não havia possibilidade de corrigir estes parâmetros em tempo real.

Com ferramentas que informam o estado da operação em tempo real e o aumento da capacidade de processamento dos computadores, surgiram métodos mais complexos para controle de intervalo por retenção. A programação matemática passou a ser aplicada em tempo real, determinando tempos de retenção dinamicamente conforme as informações sobre a operação são atualizadas, com o objetivo de minimizar o tempo de espera dos usuários do sistema.

Eberlein, Wilson e Bernstein (2001) utilizaram dados tempo real como o instante de partida da última estação visitada, número de usuários embarcados, e dados históricos como taxa de chegada de usuários nas estações, tempo de viagem entre estações, fração de usuários que desembarcam em cada estação para desenvolver seu modelo baseado nas características de um sistema de transporte sobre trilhos. O modelo é analítico e completamente determinístico. A variável de decisão é o tempo de retenção no ponto de controle dos veículos pertencentes ao horizonte selecionado. A função custo a ser minimizada não considera o tempo de espera dos usuários embarcados, apenas dos usuários que aguardam na estação, o que garante a sua convexidade. No modelo utilizado existe uma limitação no número de veículos e um único ponto de controle. A presença de restrições não lineares dificulta a solução do problema, que é resolvido através de um procedimento de

redução do modelo (KOEHLER, 2009).

Strathman et al. (2001) afirmam que o tempo agregado de espera na estação de todos os usuários é minimizado quando os ônibus circulam tendo seus intervalos idênticos, no caso de operações de alta frequência. Entretanto, otimizar apenas com este objetivo pode provocar outro desconforto aos usuários, que é o aumento do tempo de viagem embarcado devido à imposição de tempos de retenção exagerados. Neste sentido, Hickman (2001) apresenta um modelo estocástico e adiciona à função custo o tempo de espera dos usuários embarcados enquanto o ônibus está parado na estação. Zolfaghari, Azizi e Jaber (2004) adicionaram ao modelo a limitação da capacidade dos ônibus e a permissão de aplicar retenção em múltiplos pontos do itinerário.

Os trabalhos que seguiram evoluindo a estratégia de controle por retenção baseada em programação matemática utilizaram modelos semelhantes a estes discutidos acima. São modelos que buscam minimizar a espera dos usuários tanto na estação quanto embarcado, tendo o tempo de retenção como variável de decisão, e se valendo de previsões futuras do número de usuários que embarcam e desembarcam em estações a jusante (DELGADO et al., 2009; CORTÉS et al., 2010; DELGADO; MUNOZ; GIESEN, 2012).

Koehler, Kraus e Camponogara (2011) utilizaram um modelo determinístico para calcular os tempos de retenção aplicáveis em múltiplos pontos de um itinerário de ônibus. Assume-se que estão disponíveis informações em tempo real e dados históricos do sistema. O objetivo foi minimizar o tempo de espera dos usuários na estação e embarcado, o qual foi modelado por uma função custo não convexa e restrições não lineares. Para solucionar o problema em tempo real foi proposto um procedimento iterativo de programação quadrática. O modelo como apresentado por Koehler, Kraus e Camponogara (2011), bem como o procedimento de solução proposto constitui o método de controle preditivo baseado em modelo estudado neste trabalho.

Em relação à terminologia, a denominação de métodos de controle em tempo real por retenção baseados em programação matemática como métodos de controle preditivo é relativamente recente (CORTÉS et al., 2010; ZIMMERMANN et al., 2016). A escolha da denominação está de acordo com a essência do controle preditivo baseado em modelo (MPC) que é a otimização do comportamento futuro de um processo com respeito a valores futuros estimados (NUNEZ; SÁEZ; CORTÉS, 2012).

### 3 MÉTODOS DE CONTROLE ESTUDADOS

Foram selecionados quatro métodos de controle por retenção a serem testados e comparados em cenário implementado em ambiente de simulação. Três destes métodos são variações de controle realimentado proporcional, sendo que dois deles utilizam o intervalo planejado como referência e o outro busca a equidade entre os intervalos de todos os ônibus do sistema. O quarto método refere-se ao controle preditivo baseado em modelo.

O uso de vários métodos de controle realimentado justifica-se pelo critério da equidade nas comparações com o controle preditivo. Isto é, busca-se o melhor desempenho possível do controle realimentado para comparação com o controle preditivo, o qual apresentaria, por hipótese, melhor solução ao problema de regularização dos intervalos entre ônibus.

Para todos os métodos de controle selecionados o modelo de uma linha de ônibus é o mesmo. É considerado que os ônibus saem com intervalo preestabelecido de um terminal e percorrem um itinerário preestabelecido. Este itinerário é composto por estações de embarque e desembarque numeradas em ordem crescente ao longo do itinerário (índice  $k$ ). Os ônibus desta linha são numerados em ordem de saída do terminal (índice  $i$ ). O passo de controle é dado sempre que algum ônibus finaliza o processo de embarque e desembarque em alguma estação. Neste instante o estado do sistema é atualizado e um tempo de retenção é calculado, a ser aplicado para este ônibus nesta estação.

Define-se o intervalo,  $h_{i,k}$ , a ser calculado para cada ônibus em cada estação, como sendo:

$$h_{i,k} = d_{i,k} - d_{i-1,k} \quad (3.1)$$

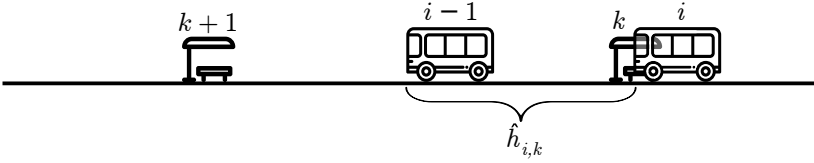
em que  $d_{i,k}$  é o instante de partida do ônibus  $i$  da estação  $k$ .

Porém, para cálculo do tempo de retenção do ônibus  $i$  na estação  $k$ , o intervalo entre os ônibus deve ser obtido antes de se conhecer  $d_{i,k}$ , pois este é dependente do tempo de retenção. Portanto, calcula-se o instante de partida esperado do ônibus  $i$  da estação  $k$ , como sendo:

$$\hat{d}_{i,k} = a_{i,k} + w_{i,k} \quad (3.2)$$

em que  $a_{i,k}$  é o instante de chegada do ônibus  $i$  na estação  $k$  e  $w_{i,k}$  é o tempo de duração do processo de embarque e desembarque do ônibus  $i$  na estação  $k$ .

Figura 1 – Terminologia empregada para se referir aos ônibus, estações e intervalos entre ônibus.



Com isso calcula-se o intervalo esperado:

$$\hat{h}_{i,k} = \hat{d}_{i,k} - d_{i-1,k} \quad (3.3)$$

A Figura 1 apresenta a terminologia empregada para se referir aos ônibus, estações e intervalos entre ônibus. Devido às limitações desta ilustração, a representação de  $\hat{h}_{i,k}$  sugere a noção de que o intervalo é uma distância espacial entre os veículos, mas reforça-se que o termo “intervalo entre ônibus”, usado neste trabalho, sempre se refere à diferença temporal entre a passagem de dois ônibus pelo mesmo ponto.

De posse do intervalo esperado pode-se calcular a retenção,  $r_{i,k}$ , do ônibus  $i$  na estação  $k$ , e assim precisar o intervalo entre estes ônibus neste instante:

$$h_{i,k} = \hat{h}_{i,k} + r_{i,k} \quad (3.4)$$

e caso não seja aplicado tempo de retenção, tem-se  $h_{i,k} = \hat{h}_{i,k}$ .

O cálculo de  $r_{i,k}$  é feito de acordo com o método de controle selecionado. A seguir serão apresentados os métodos de controle estudados neste trabalho, os quais serão implementados posteriormente em ambiente de simulação. Estes serão comparados também com um caso em que nenhum controle é empregado, ou seja, a retenção  $r_{i,k}$  é zero para todos os ônibus em todas as estações.

### 3.1 CONTROLE DO INTERVALO À FRENTE (FH)

O método de controle de intervalo à frente, ou *Forward Headway control* (FH), recorre aos métodos de controle desenvolvidos pela primeira geração de trabalhos desta área. Trata-se da aplicação do controle realimentado proporcional, que é semelhante aos métodos baseados no valor limite, discutidos no Capítulo 2. Enquanto os métodos do valor limite buscam ajustar o valor de referência multiplicando o

intervalo planejado por um valor de ganho, o controle FH usa como valor de referência o próprio intervalo planejado e o ganho é aplicado à ação de controle, ou seja ao tempo que o ônibus ficará retido.

O controle FH aplica retenção sempre que um ônibus termina o processo de embarque e desembarque com um intervalo para o ônibus da frente inferior ao intervalo planejado. A retenção,  $r_{i,k}$ , dura o tempo necessário para restabelecer o intervalo planejado,  $H$ , sujeita a um ganho,  $K_p$ , sendo calculada por:

$$r_{i,k} = K_p[H - \hat{h}_{i,k}]^+ \quad (3.5)$$

em que  $[u]^+ = \max\{0, u\}$ .

Apesar deste método de controle ser mais simples comparado com outros métodos apresentados adiante, como o controle preditivo, o controle do intervalo à frente serve de referência por buscar corrigir qualquer intervalo inferior ao planejado. Definir  $K_p = 1$  implica em uma aderência estrita ao intervalo planejado. Entretanto, na literatura, sugere-se  $K_p < 1$  para evitar tempos de espera exagerados aos usuários embarcados (CATS et al., 2011).

Uma desvantagem do controle FH é que caso um ônibus tenha tendência de se atrasar por ser naturalmente mais lento que os demais, este método permitiria que os ônibus à frente do ônibus lento se distanciassem por não controlar os ônibus de acordo com o atraso dos que vêm atrás, causando assim um efeito de “fuga”. Este método também acarreta o atraso de todos os ônibus que vêm atrás do ônibus lento, pois estes serão retidos no intuito de manter o intervalo para o ônibus da frente, mesmo que o ônibus da frente esteja demasiadamente atrasado.

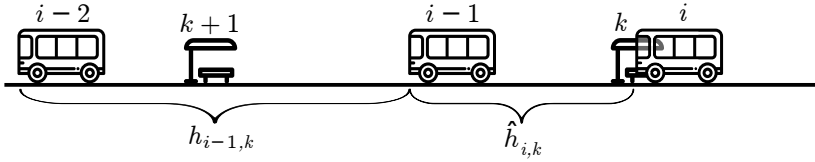
### 3.2 CONTROLE CONDICIONAL DO INTERVALO À FRENTE (CFH)

O método controle condicional do intervalo à frente, ou *Conditional Forward Headway control* (CFH) é derivado do método FH de forma que o tempo de retenção  $r_{i,k}$  dado por (3.5) é aplicado, apenas se o ônibus à frente não estiver atrasado. Neste caso o ônibus  $i$  passa a ser controlado de acordo com o intervalo para o ônibus  $i - 2$ . A Figura 2 ilustra as duas medições de intervalo necessárias para o controle CFH.

Matematicamente este método é dado por:

$$r_{i,k} = \begin{cases} K_p[2H - (h_{i-1,k} + \hat{h}_{i,k})]^+ & \text{se } h_{i-1,k} \geq H \\ K_p[H - \hat{h}_{i,k}]^+ & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.6)$$

Figura 2 – Terminologia empregada na lei de controle do método CFH.



Ou seja, se o intervalo do ônibus  $i - 1$  em relação ao ônibus  $i - 2$  excede  $H$ , considera-se que o ônibus  $i - 1$  está demasiadamente atrasado. Nestas condições, o ônibus  $i$  passa a ser controlado com o objetivo de manter o intervalo  $2H$  em relação ao ônibus  $i - 2$  para prevenir a propagação do atraso a todos os ônibus seguintes, que invariavelmente aumentaria o tempo de viagem de todos os usuários. Desta forma, o controle CFH é capaz de minorar o efeito de possíveis fugas, por não transferir todo o atraso de um ônibus lento aos ônibus seguintes.

### 3.3 CONTROLE DO INTERVALO À FRENTE E ATRÁS (TWH)

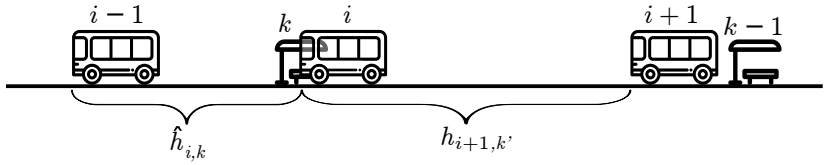
A terceira variação de controle realimentado proporcional é o controle do intervalo à frente e atrás, ou *Two-way Headway Control* (TWH). Neste caso, não é necessário informar um intervalo planejado; este método é semelhante ao Prefol de Turnquist (1982). O ônibus  $i$  é retido para equilibrar os intervalos entre o ônibus da frente e o ônibus de trás. Mais precisamente, os tempos de retenção são obtidos por:

$$r_{i,k} = \frac{K_p}{2} [h_{i+1,k'} - \hat{h}_{i,k}]^+ \quad (3.7)$$

em que  $k'$  é a última estação visitada pelo ônibus  $i + 1$ , portanto  $h_{i+1,k'}$  é o último intervalo observado entre os ônibus  $i + 1$  e  $i$ . A divisão por dois determina a correção do intervalo de  $i$  para um valor médio entre  $i - 1$  e  $i + 1$ .

A Figura 4 ilustra as duas medições de intervalo necessárias para este método de controle. Nota-se que a tendência dos ônibus é de encontrarem um intervalo natural do sistema e igual para todos, pois a ação de controle é aplicada aos ônibus de forma encadeada. Por este motivo, este método é eficiente em controlar possíveis fugas.

Figura 3 – Terminologia empregada na lei de controle do método TWH.



### 3.4 CONTROLE PREDITIVO (OPT.H)

O método de controle preditivo implementado neste trabalho é baseado no modelo de programação matemática apresentado por Kohler, Kraus e Camponogara (2011). Este método assume a disponibilidade dos seguintes dados históricos:

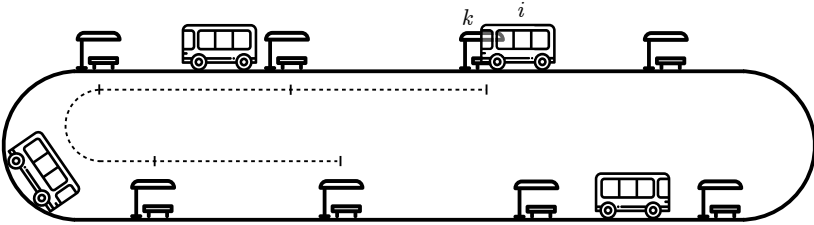
- taxa de chegada de usuários nas estações;
- fração de desembarque de usuários nas estações;
- tempos de embarque e desembarque por usuário;
- tempo de viagem dos ônibus entre estações;
- instante de partida da última estação visitada;
- número de usuários embarcados.

O modelo é baseado nas seguintes premissas:

- capacidade de usuários do ônibus não é considerada;
- tempo de viagem dos ônibus entre estações é aproximado pelo valor esperado;
- tempos de embarque e desembarque são aproximados por uma função linear determinística;
- ultrapassagem entre os ônibus não é permitida.

No modelo determinístico proposto pelos autores, a função custo considera todos os ônibus do sistema e um número limitado de estações no horizonte de cada ônibus. O tempo de espera dos usuários na estação e embarcados são computados para o horizonte, de acordo com a seguinte função:

Figura 4 – Horizonte de predição utilizado pela lei de controle do método opt.H, exemplificado com 5 estações no horizonte de predição.



$$f = \sum_{i \in I} \sum_{k \in N_i} \left[ \frac{\lambda_k}{2} (\hat{d}_{i,k} - \hat{d}_{i-1,k})^2 + (1 - \hat{q}_k) \tilde{l}_{i,k-1} (\hat{r}_{i,k} + \hat{w}_{i,k}) \right] \quad (3.8)$$

em que  $\hat{\cdot}$  denota valores esperados e  $\tilde{l}_{i,k-1}$  é computado iterativamente como em Koehler, Kraus e Camponogara (2011).  $\lambda_k$  é a taxa de chegada de usuários na estação  $k$ ,  $\hat{q}_k$  é a fração de desembarque de usuários na estação  $k$ , ambos estimados, e  $\tilde{l}_{i,k-1}$  é o número de usuários embarcados quando da saída do ônibus  $i$  da estação  $k - 1$ .

A função custo (3.8) considera todos os ônibus no sistema ( $i \in I$ ), e as estações que estão contidas no horizonte de predição de cada ônibus ( $k \in N_i$ ). A Figura 4 ilustra um caso em que o ônibus  $i$  está prestes a sair da estação  $k$  e  $N_i$  é igual a 5. Apesar da ilustração do horizonte de predição apenas para o ônibus  $i$ , a função custo considera o horizonte de predição de todos os ônibus no sistema. Nota-se que no caso de todos os ônibus terem também 5 estações no horizonte de predição, na Figura 4, tem-se a inclusão de todas as estações na formulação do problema.

O primeiro termo de (3.8) representa o tempo de espera dos usuários na estação, calculado considerando que estes chegam à estação em uma taxa constante desde a partida do ônibus da frente até a partida do ônibus em questão. O segundo termo representa o tempo de espera dos usuários embarcados enquanto o ônibus está parado na estação, em que o termo  $(1 - \hat{q}_k) \tilde{l}_{i,k-1}$  é a quantidade de usuários que continuam embarcados após o processo de desembarque nesta estação.



As restrições deste problema são dadas para todo  $i \in I$  e  $k \in N_i$  por:

$$\hat{a}_{i,k} = \hat{d}_{i,k-1} + t_k \quad (3.9)$$

$$\hat{w}_{i,k} = \frac{nC_0 + C_1\lambda_k \left[ (\hat{a}_{i,k} - \hat{d}_{i-1,k}) + C_2\hat{q}_k\tilde{l}_{i,k-1} \right]}{(n - C_1\lambda_k)} \quad (3.10)$$

$$\hat{d}_{i,k} = \hat{a}_{i,k} + \hat{w}_{i,k} + \hat{r}_{i,k} \quad (3.11)$$

$$\hat{d}_{i,k} \leq \hat{d}_{i+1,k-1} + t_k \quad (3.12)$$

$$\hat{r}_{i,k} \leq r_{\max} \quad (3.13)$$

$$\hat{a}_{i,k}, \hat{w}_{i,k}, \hat{d}_{i,k}, \tilde{l}_{i,k}, \hat{r}_{i,k} \geq 0 \quad (3.14)$$

Em (3.9) é restringido o instante de chegada de um ônibus a uma estação pelo instante de partida deste da estação anterior e o tempo de viagem entre estas estações,  $t_k$ . Em (3.10) é definido o tempo de parada do ônibus em função da quantidade de usuários querendo embarcar e desembarcar, em que  $C_0$  é o atraso de tempo para início do processo de embarque e desembarque,  $C_1$  é o tempo de embarque por usuário,  $C_2$  é o tempo de desembarque por usuário, e  $n$  é o número de portas do veículo. Em (3.11) define-se o instante de partida do ônibus  $i$  da estação  $k$  como sendo a soma do instante de chegada, com o tempo de parada e o tempo de retenção deste ônibus nesta estação. Em (3.12) garante-se que não há ultrapassagem, e (3.13) limita o tempo de retenção a um valor máximo estipulado.

Dado que o modelo é representado pela função custo convexa (3.8) e restrições lineares (3.9) à (3.14), o problema resultante é da classe de programação quadrática. Este tipo de problema pode ser resolvido por programas disponíveis comercialmente em tempo real. A solução para o problema de controle de intervalo determina  $r_{i,k}$  para todo  $i \in I$  e  $k \in N_i$ , isto é, para cada estação contida no horizonte de predição, quanto tempo que cada ônibus no sistema deve ser retido para minimizar o tempo de espera dos usuários.

O problema de otimização é solucionado a cada vez que um ônibus termina o processo de embarque e desembarque e está pronto para partir de uma estação. Apesar do horizonte de predição tipicamente cobrir múltiplas estações para todos os ônibus do sistema, a retenção é aplicada (se necessário) apenas ao ônibus que está prestes a partir. Os tempos de retenção calculados para as demais estações pertencentes ao horizonte de predição não são implementados. Quando é acionada a computação de um novo tempo de retenção, o estado do

sistema é atualizado com dados relativos às últimas estações visitadas pelos ônibus, o horizonte de predição é deslocado para frente e uma nova ação de controle é calculada resolvendo o problema (3.8)–(3.14). Esta revisão recorrente das ações de controle compensa fenômenos estocásticos não considerados pelo modelo.

Dentre os métodos estudados, o  $\text{opt.H}$  é aquele que impõe maior dificuldade de implementação em cenário de simulação. As particularidades referentes à implementação deste método são discutidas em uma seção própria no Capítulo 4.

### 3.5 CONCLUSÃO

Os métodos de controle de intervalos por retenção apresentados neste capítulo têm características e limitações inerentes. Aqueles de natureza realimentada (FH, CFH, TWH) buscam regularizar constantemente os desvios de intervalo, sem consideração pelo melhor local de aplicação da retenção. A melhor característica destes é a simplicidade de implementação e custo computacional desprezível.

O controle preditivo baseado em modelo introduz a questão da complexidade computacional dos algoritmos de otimização. No caso do modelo escolhido, de natureza quadrática e restrições lineares, é garantida a solução em tempo compatível com a operação em tempo real através de algoritmos disponíveis comercialmente (solução na ordem de 1 s para os casos de interesse) (GUROBI, 2015). Em compensação à maior complexidade, o controle preditivo é capaz de aplicar retenções levando em conta o estado dos ônibus em termos do carregamento de usuários, além dos intervalos observados.

Para testar a hipótese de melhor desempenho do controle preditivo por aplicar retenções em locais apropriados, realizaram-se experimentos por simulação. Porém, antes da apresentação dos resultados, descreve-se no capítulo seguinte o ambiente de simulação e as características dos casos estudados. Em seguida, o Capítulo 5 apresenta os resultados dos experimentos de simulação.

## 4 AMBIENTE DE SIMULAÇÃO DOS MÉTODOS DE CONTROLE

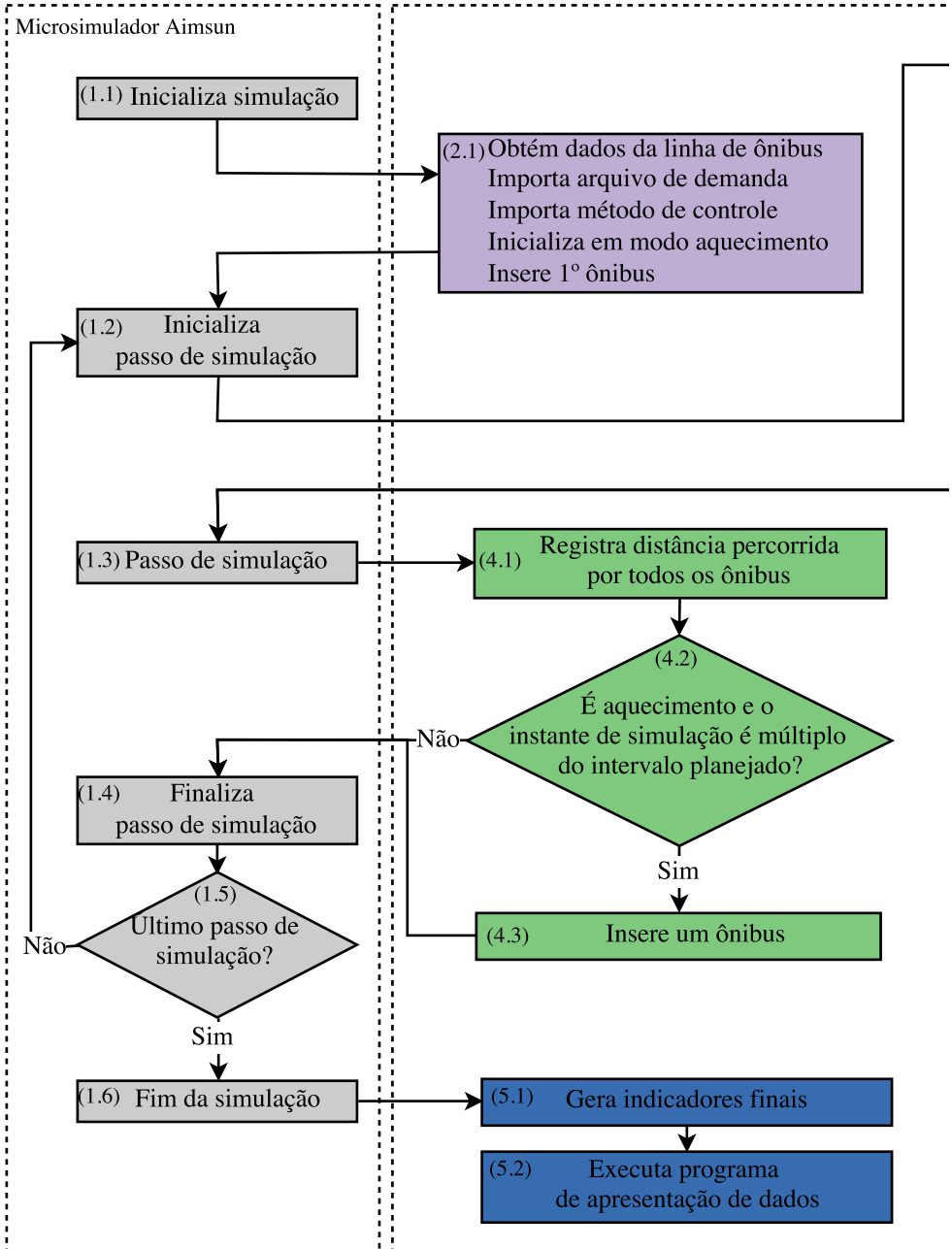
Para teste dos métodos de controle por retenção, um cenário base foi implementado em ambiente de simulação desenvolvido com o simulador de tráfego Aimsun (TSS, 2012). Este simulador tem a capacidade de simular interações pontuais dos veículos, e permite o controle da simulação em tempo real através da sua interface de programação de aplicações (API). A aplicação desenvolvida para este trabalho usa linguagem Python, e tem o objetivo de calcular o tempo de parada dos ônibus em cada estação em tempo real. Neste capítulo será apresentado o ambiente de simulação desenvolvido.

O simulador de tráfego Aimsun (*Advanced Interactive Microscopic Simulator for Urban and Non-Urban Network*), por se tratar de um simulador microscópico, é capaz de modelar o movimento dos ônibus enquanto se deslocam pelo itinerário pré-definido. São simulados os movimentos de velocidade constante, os movimentos de aceleração e desaceleração, e o tempo de parada em cada estação de todos os ônibus. O tempo de parada na estação pode ser pré-definido ou alterado dinamicamente durante a simulação através de sua API. Com a API, foi desenvolvida uma aplicação com o objetivo principal de alterar o tempo de parada de cada ônibus no momento da chegada deste em cada estação. O cálculo do tempo de parada é realizado com base na quantidade de usuários aguardando para embarcar e a quantidade de usuários que desejam desembarcar, somado ao tempo de retenção a ser definido de acordo com o método de controle selecionado. A discussão sobre quantidades de usuários para embarcar e desembarcar será tratada em detalhes no Capítulo 5.

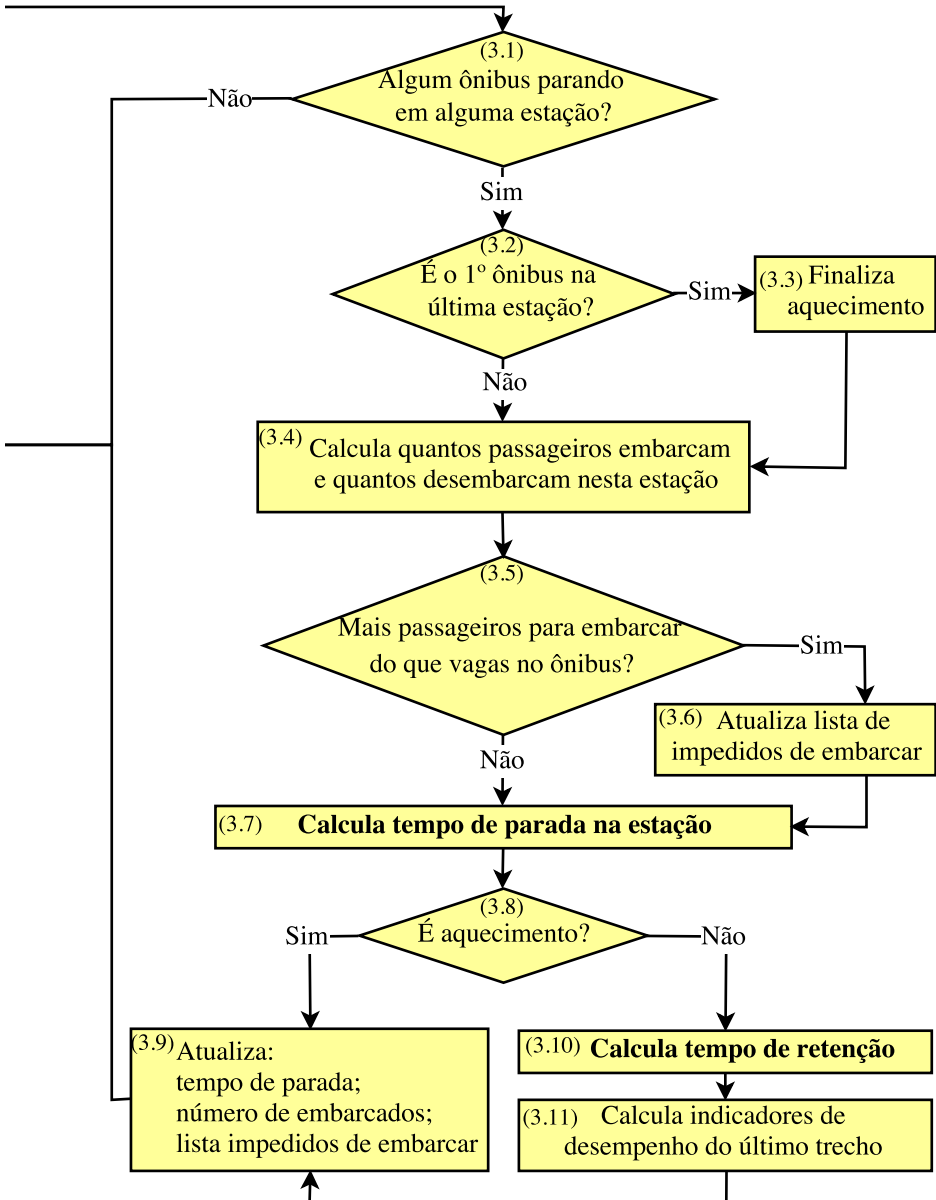
O fluxograma da Figura 5 apresenta o processo de simulação de uma replicação, contendo os principais blocos do ambiente de simulação composto pelo simulador Aimsun e pela aplicação desenvolvida. Uma replicação é uma instância da simulação, isto é, uma amostra da simulação com uma sequência pseudo-aleatória que caracteriza a amostra.

Na Figura 5 estão destacados os pontos de comunicação entre o simulador e a aplicação, de forma que os blocos em cor cinza fazem parte da rotina padrão do simulador, enquanto os blocos de outras cores foram implementados na aplicação desenvolvida. O bloco de cor lilás é executado no momento de inicialização da replicação, os blocos de cor amarela são executados antes de cada passo de simulação, os blocos de

Figura 5 – Fluxograma do ambiente de simulação desenvolvido.



Aplicação desenvolvida:



cor verde são executados após cada passo de simulação e os blocos de cor azul são executados após o último passo de simulação. Nas seções seguintes estes blocos serão explicados detalhadamente.

Destaca-se que o modelo do sistema de ônibus apresentado neste capítulo é semelhante porém não igual ao modelo considerado pelo controle preditivo, opt.H, apresentado na seção 3.4. O modelo apresentado neste capítulo busca ser mais realista, considerando a lotação dos ônibus, a incerteza nos tempos de viagem entre estações e a incerteza na quantidade de usuários que embarcam e desembarcam em cada estação, enquanto que o modelo anterior é simplificado com a premissa de que os ônibus têm capacidade infinita e de que as chegadas de usuários e os tempos de viagem são deterministas.

#### 4.1 TEMPO DE EMBARQUE E DESEMBARQUE

A principal rotina da aplicação, identificada em amarelo, inicia verificando se algum ônibus está parando em alguma estação. Caso esteja, é executado procedimento para fornecer ao simulador um novo valor de tempo de parada deste ônibus na estação. Para obter o tempo de parada de um ônibus  $i$  em uma estação  $k$ , soma-se o tempo previsto para embarque com o tempo previsto para desembarque dos usuários, por ser considerado que estes dois processos ocorrem pelas mesmas portas do veículo, sequencialmente. A componente de embarque é dada pela multiplicação entre o número de usuários que desejam embarcar e o tempo de embarque de cada usuário. A componente de desembarque é calculada de forma análoga. Assume-se que o tempo de embarque e desembarque de cada usuário é uma constante, resultando em um tempo de parada linear em função do número de usuários desejando embarcar e desembarcar (HICKMAN, 2001):

$$w_{i,k} = C_0 + C_1 B_{i,k} + C_2 q_{i,k} l_{i,k-1} \quad (4.1)$$

em que  $B_{i,k}$  é o número de usuários que embarcam no ônibus  $i$  na estação  $k$ ,  $q_{i,k}$  é a fração de usuários embarcados que desembarcam e  $l_{i,k-1}$  é a quantidade de usuários embarcados no ônibus  $i$  no momento da partida deste da estação  $k - 1$ . A computação de (4.1) é executada pelo bloco (3.7) da Figura 5.

Os dados de demanda necessários em (4.1) são obtidos através de uma consulta a um arquivo de demanda. Este arquivo contém para todo o período de simulação pré-definido o instante de chegada de cada usuário em cada estação, e a fração de usuários que desembarcam de

cada ônibus em cada estação,  $q_{i,k}$ . A consulta ao arquivo de demanda é executada no Bloco (3.4), de modo que  $B_{i,k}$  é obtido somando todos os usuários que chegaram entre o instante de partida do ônibus  $i - 1$  e o instante de chegada do ônibus  $i$  na estação  $k$ , somados à possíveis usuários que chegaram antes deste período mas foram impedidos de embarcar em ônibus anteriores devido à lotação destes. Em um cenário apresentado como exemplo, na Seção 5.1, é demonstrado como é gerado este arquivo de demanda.

Através de (4.1) adiciona-se ao simulador a instabilidade existente no cumprimento de horário das linhas de ônibus reais, como demonstrado por Newell e Potts (1964), pois quanto mais atrasado um ônibus estiver, mais usuários haverá na estação e mais tempo será gasto no embarque, atrasando ainda mais este ônibus. O oposto ocorre com um ônibus adiantado, adiantando-o ainda mais.

A consulta ao arquivo de demanda, executada sempre que um ônibus chega a uma estação, retorna uma lista contendo o instante de chegada dos usuários que chegaram à estação desde a saída do último ônibus até a chegada deste, nomeada de lista de embarque. A lotação dos veículos é considerada na simulação através de um teste condicional (Bloco (3.5)). Cria-se uma lista de usuários impedidos de embarcar nesta estação caso o número de usuários na lista de embarque seja maior do que o número de vagas sobrando no ônibus, em que o número de vagas sobrando é dado por,

$$v_{i,k} = L_i - [(1 - q_{i,k})l_{i,k-1}] \quad (4.2)$$

em que,  $v_{i,k}$  é o número de vagas sobrando no ônibus  $i$  após o desembarque de usuários na estação  $k$ , e  $L_i$  é a capacidade de usuários do ônibus  $i$ . A lista de usuários impedidos de embarcar contém os instantes de chegada destes usuários. No momento de chegada do próximo ônibus, a lista de embarque deste ônibus é concatenada com a lista de impedidos de embarcar e organizada do menor para o maior valor, portanto considera-se que a prioridade de embarque se dá por ordem de chegada à estação.

Durante o tempo de retenção dos ônibus, quando controlados, as portas continuam abertas e os usuários que chegam na estação durante este intervalo continuam embarcando. Portanto, o número de usuários a bordo e a lista de impedidos de embarcar é atualizada pela última vez após ser conhecido o tempo de retenção deste ônibus nesta estação. Por este motivo, o Bloco (3.9) é executado após o (3.10).

## 4.2 PERÍODO DE AQUECIMENTO

O período de aquecimento se inicia juntamente com o início da replicação e tem o objetivo de evoluir a simulação até o momento em que todos os ônibus estejam circulando pelo cenário. Os ônibus são inseridos no início do itinerário. O primeiro ônibus é inserido no instante de início da replicação (Bloco (2.1)), e os demais são inseridos sequencialmente a cada instante em que o tempo de simulação é um múltiplo do intervalo planejado (Bloco (4.3)), até que o último ônibus da frota entre no cenário. Para finalizar o aquecimento e iniciar o teste da estratégia de controle é utilizado como referência o instante em que o primeiro ônibus chega à última estação (Bloco (3.2)).

Durante o aquecimento nenhum método de controle é aplicado e nenhum indicador de desempenho é computado. Por não haver controle, ao fim do aquecimento os ônibus estão visivelmente desviados do intervalo planejado com o qual partiram do início do itinerário, alguns atrasados, outros adiantados. Entretanto, as condições ao final do aquecimento, aquelas presentes no momento em que se inicia a operação controlada, são sempre as mesmas em cada replicação.

Nos Blocos (3.11), (4.1) e (5.1) são coletadas informações para análise de desempenho, executada ao final da simulação no Bloco (5.2). Os gráficos para análise dos resultados das simulações, que também estão presentes no Capítulo 5 deste trabalho, são obtidos com o auxílio da biblioteca Matplotlib (HUNTER, 2007).

## 4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLE PREDITIVO

No Bloco (3.10) da Figura 5 o método de controle selecionado é executado para obtenção do tempo de retenção dos ônibus. A implementação neste bloco das leis de controle apresentadas no Capítulo 2 ocorrem de forma bastante intuitiva para os controles FH, CFH e TWH, por se tratarem de equações simples e dependentes apenas de variáveis já explicadas anteriormente. O mesmo não se aplica ao controle preditivo, opt.H, que necessita de uma implementação mais sofisticada devido ao seu modelo e à técnica de programação matemática empregada para solução deste. Nesta seção serão abordadas as particularidades de implementação deste método de controle, bem como serão explicados os procedimentos de obtenção das variáveis de uso exclusivo deste método.

A implementação do modelo (3.8)–(3.14) é realizada em lin-



guagem Python, com auxílio da biblioteca de modelagem matemática *Python Optimization Modeling Objects* (Pyomo) (HART et al., 2012). Enquanto o Pyomo trata de modelar o problema, a solução deste é obtida com o otimizador Gurobi (GUROBI, 2015).

O tempo de viagem entre estações,  $t_k$ , não precisa ser informado previamente pois é obtido através do tempo de viagem do primeiro ônibus que entra no cenário, haja visto que este ônibus circula uma volta completa no cenário enquanto a simulação se encontra ainda no período de aquecimento. O valor de  $t_k$  é calculado para cada estação por:

$$t_k = a_{0,k} - d_{0,k-1} \quad (4.3)$$

em que  $a_{0,k}$  é o instante de chegada do primeiro ônibus à estação  $k$ , e  $d_{0,k-1}$  é o instante de partida deste da estação anterior.

Outro dado necessário para controle de intervalo através do controle opt.H são as estimativas de demanda nas estações pertencentes ao horizonte de previsão de cada ônibus,  $\lambda_k$  e  $\hat{q}_{i,k}$ . Considera-se que o modelo conhece os valores médios, aqueles utilizados para geração do arquivo de demanda, mencionado previamente. Portanto, no caso das demandas serem determinísticas, a estimativa do controle opt.H acerta precisamente as quantidades de usuários à espera dos ônibus e a quantidade de usuários que desejam desembarcar. Em outro caso estudado, em que componentes estocásticas são adicionadas aos valores médio tanto de taxas de chegada na estação quanto de fração de desembarque, a estimativa do controle opt.H não acerta com precisão estas quantidades. Os dados de demanda utilizados neste trabalho são apresentados no início do Capítulo 5.

#### 4.4 INDICADORES DE DESEMPENHO

Diversos indicadores são computados com o intuito de comparar o desempenho dos métodos de controle implementados. O primeiro é o intervalo médio, que é obtido pela média aritmética entre todos os intervalos observados. O coeficiente de variação desta média é também um importante indicador de desempenho por representar a variação dos intervalos observados. Os métodos de controle realimentados estudados buscam diretamente o controle de intervalo, portanto é esperado que os desvios de intervalo sejam os menores para essa classe de controle.

O nível de conforto dos usuários dentro do ônibus é considerado através do indicador de média de usuários em pé. Este valor é proporcional à variação do carregamento do ônibus, quanto maior esta variação

maior a média de usuários em pé. Este indicador relaciona-se também com o desvio de intervalos. Segundo Hickman (2001) quanto menor a variação dos intervalos entre os ônibus, mais uniforme é o carregamento dos ônibus.

Espera dos usuários na estação e embarcados são indicadores utilizados explicitamente pelo controle preditivo e também serão examinados. Espera na estação,  $\tau_j$ , é definido como o intervalo de tempo desde a chegada do usuário  $j$  na estação e a chegada nesta estação do ônibus no qual este usuário embarca.

Espera embarcado é definido como o intervalo de tempo entre a chegada e a partida de um ônibus em uma estação para aqueles usuários embarcados que não desembarcam nesta estação e para aqueles usuários que embarcam nesta estação.

Para complementar a análise de desempenho, também é apresentada a velocidade operacional, calculada através da média de velocidade espacial de todos os ônibus; o tempo de retenção total; e o tempo de viagem percebido pelos usuários, um novo indicador de desempenho apresentado na seção seguinte.

#### 4.5 TEMPO DE VIAGEM PERCEBIDO

A necessidade de se propor um novo indicador surge com a percepção de que os trabalhos na área de controle de intervalo por retenção utilizam diferentes indicadores para apresentar o desempenho dos seus métodos de controle, e não se tem um consenso de qual ou quais são os indicadores que melhor expressam o desempenho destes métodos de controle. A Tabela 1 apresenta os indicadores utilizados por alguns estudos revisados nessa área.

O indicador de desempenho proposto neste trabalho tem o objetivo de quantificar em uma só grandeza todos os aspectos de satisfação dos usuários que são diretamente influenciados pelo controle de intervalo, que são: espera dos usuários na estação, tempo de viagem embarcado e lotação do ônibus. São desconsiderados aspectos que não são experimentados diretamente pelo usuário, como a velocidade média dos ônibus e o desvio de intervalo. Porém, a velocidade média dos ônibus está relacionada com o tempo de viagem embarcado, e o desvio de intervalo está relacionado com a espera dos usuários na estação (EBERLEIN; WILSON; BERNSTEIN, 2001). Nota-se que nenhum método de controle testado neste trabalho objetiva otimizar diretamente este indicador de desempenho.

Tabela 1 – Resumo de indicadores utilizados por diferentes estudos na área de controle de intervalos por retenção.

Estudo	Indicadores utilizados
Osuna e Newell (1972)	Desvio de intervalo
Barnett (1974)	Desvio de intervalo
Eberlein, Wilson e Bernstein (2001)	Espera na estação Desvio de intervalo Tempo de viagem
Hickman (2001)	Espera na estação Espera embarcado
Strathman et al. (2001)	Desvio de intervalo Variação do carregamento
Cats et al. (2011)	Espera na estação Desvio de intervalo Tempo médio em pé
Koehler, Kraus e Camponogara (2011)	Espera na estação Espera embarcado
Daganzo e Pilachowski (2011)	Desvio de intervalo
Xuan, Argote e Daganzo (2011)	Tempo de viagem
Delgado, Munoz e Giesen (2012)	Espera na estação Espera embarcado
Cats, Rufi e Koutsopoulos (2014)	Espera na estação Desvio de intervalo Tempo médio em pé

Aspectos que influenciam na satisfação dos usuários como duração e quantidade de conexões, qualidade dos veículos e estações, e disponibilidade de informações em tempo real (CEDER, 2007) não foram considerados por não serem influenciados diretamente pelo controle de intervalo por retenção.

Trabalhos anteriores, como Delgado, Munoz e Giesen (2012), Sánchez-Martínez, Koutsopoulos e Wilson (2016) já demonstram esforços no sentido de analisar o desempenho de seus métodos de controle através de um indicador unificado. Em ambos os trabalhos são somados os tempos de espera embarcado e na estação, sendo que a espera na estação é ponderada por uma constante que considera a desutilidade da espera na estação em relação à espera embarcado.

Segundo Davis e Heineke (1998) a percepção do tempo de espera é um melhor preditor da satisfação do usuário do que o tempo de espera real. Neste contexto, trabalhos que tratam da escolha modal dos usuários se deparam com a necessidade de quantificar o conforto dos usuários para poder inferir sobre a disponibilidade para pagar (*willingness to pay*) por este serviço.

Pesquisas baseadas em entrevista de preferência declarada ou revelada são capazes de quantificar o valor do tempo do usuário de acordo com o carregamento dos veículos e da disponibilidade de assentos (WARDMAN, 2014). Através dos resultados encontrados por estas pesquisas é que o presente trabalho propõe o método de unir em um só indicador uma grandeza física (tempo de espera na estação e tempo de viagem) com um fator subjetivo (desconforto devido à lotação do ônibus).

A lotação de um ônibus está relacionada com uma alta densidade de usuários no veículo, que por sua vez fornece uma vantagem técnica deste fenômeno por poder ser quantificada. A métrica mais comum para quantificar a lotação é o fator de carga, que é definido pela razão entre o número de pessoas a bordo e o número de assentos do veículo. Entretanto, o fator de carga é uma métrica que não expressa com precisão o nível de desconforto dos usuários por não considerar a relação entre tamanho da área para usuários em pé e o número de assentos, por isso uma métrica mais precisa é aquela que considera a densidade de usuários em pé por metro quadrado (WARDMAN; WHELAN, 2011). Por exemplo, um fator de carga de 150% indica que um em cada três usuários está de pé, mas não indica quanto de espaço estes usuários em pé desfrutam. Por outro lado uma densidade de quatro ou cinco usuários por metro quadrado é um bom indicador do nível de desconforto que estes usuários estão experimentando, independente de

tamanho ou forma do veículo (TIRACHINI; HENSHER; ROSE, 2013).

A literatura publicada sobre o tema trata do custo da lotação a bordo através de três métricas distintas, utilizadas de acordo com a necessidade de cada trabalho: multiplicadores de tempo; unidades monetárias por unidade de tempo; e valor monetário por viagem (LI; HENSHER, 2011). Os resultados apresentados em função de multiplicadores de tempo são os mais indicados para aplicação no contexto deste trabalho, de forma que é possível aplicar um fator de multiplicação sobre as componentes do tempo real de viagem e assim obter o tempo de viagem como percebido pelo usuário. Quanto maior o carregamento do veículo maior o tempo de viagem percebido pelo usuário.

A pesquisa de preferência declarada conduzida em 2008 por Whelan e Crockett (2009) baseada em 2314 amostras de usuários de trem do Reino Unido encontrou a relação entre o valor do tempo e a densidade de usuários em pé do veículo como apresentado na Figura 6. Foi utilizada a métrica de multiplicadores de tempo, que são referenciados ao usuário sentado em um veículo sem pessoas em pé, o qual recebe multiplicador 1,0. O indicador de carregamento utilizado no modelo proposto pelos autores é a densidade de usuários em pé, dado por  $\text{pax}/\text{m}^2$ , e inicia em 0, sugerindo que o nível de desconforto começa a aumentar a partir do momento que todos os assentos estão ocupados. Conforme o número de usuários em pé aumenta, aumenta o desconforto de todos os usuários, sentados e em pé.

As equações lineares fornecidas por esse estudo são:

$$\theta_{i,k}^s = 1 + \frac{0,63l_{i,k}^u}{L_i^u} \quad (4.4)$$

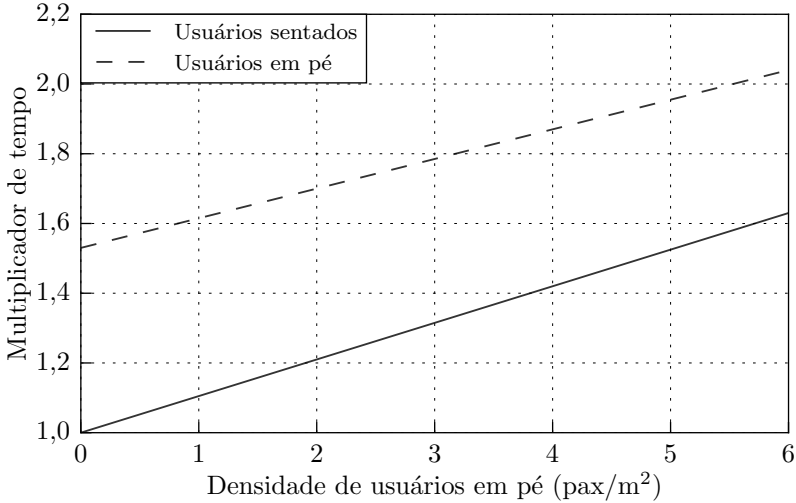
se o usuário estiver sentado, e

$$\theta_{i,k}^u = 1,53 + \frac{0,51l_{i,k}^u}{L_i^u} \quad (4.5)$$

se o usuário estiver em pé. Em que,  $\theta_{i,k}^s$  é o multiplicador de tempo aplicado aos usuários sentados, e  $\theta_{i,k}^u$  aplicado aos usuários em pé, no ônibus  $i$  no trecho da estação  $k$  até a estação  $k+1$ .  $L_i^u$  é a capacidade de usuários em pé no ônibus  $i$  (equivalente à  $6 \text{ pax}/\text{m}^2$ ), e  $l_{i,k}^u$  o número de usuários em pé no ônibus  $i$  no trecho da estação  $k$  até a estação  $k+1$ . De (4.4) e (4.5) pode-se notar que enquanto os usuários em pé experimentam um nível de desconforto maior, o desconforto dos usuários sentados aumenta com uma taxa maior.

De posse dos multiplicadores de tempo encontra-se o tempo de

Figura 6 – Relação entre carregamento do veículo e o valor do tempo do usuário encontrado por Whelan e Crockett (2009).



viagem embarcado percebido pelos usuários:

$$IVT_i = \sum_{k=1}^{K_i} [(a_{i,k+1} - a_{i,k})(\theta_{i,k}^u l_{i,k}^u + \theta_{i,k}^s l_{i,k}^s)] \quad (4.6)$$

em que  $a_{i,k}$  é o instante de chegada do ônibus  $i$  na estação  $k$ ,  $l_{i,k}^s$  é o número de usuários sentados no ônibus  $i$  no trecho da estação  $k$  até a estação  $k+1$  e  $K_i$  é o conjunto de todas as estações visitadas pelo ônibus  $i$ . Considera-se que os usuários passam a ficar em pé no ônibus somente após todos os assentos estarem ocupados.

A pesquisa de Whelan e Crockett (2009) foi centrada no valor do tempo dos usuários enquanto viajavam embarcados nos veículos, portanto não compreende o valor do tempo destes usuários enquanto esperavam na estação. Para o presente trabalho, este dado é obtido de Abrantes e Wardman (2010), que conduziram uma meta-análise de trabalhos também para o Reino Unido e encontraram um multiplicador de tempo no valor de 1,7 para a espera na estação em relação ao tempo embarcado. Tanto no trabalho de Abrantes e Wardman (2010) quanto em todos outros trabalhos encontrados neste tema, o valor do tempo não foi analisado em função do carregamento das estações. Portanto

para cálculo do tempo de espera na estação percebido pelo usuário,  $OVT_i$ , o fator constante 1,7 será utilizado,

$$OVT_i = \sum_{j \in J_i} (1,7\tau_j) \quad (4.7)$$

em que  $\tau_j$  é o tempo de espera na estação do usuário  $j$ , obtido como apresentado na seção anterior, e  $J_i$  é o conjunto de usuários que embarcaram no ônibus  $i$  desde o fim do aquecimento até o fim da simulação.

São somadas (4.6) e (4.7) e divididas pela cardinalidade de  $J_i$  para obter o indicador principal, o tempo de viagem médio percebido pelo usuário,  $PTT_i$ :

$$PTT_i = \frac{IVT_i + OVT_i}{|J_i|} \quad (4.8)$$

Desta forma,  $PTT_i$  representa o tempo de viagem médio percebido pelos usuários que utilizaram o ônibus  $i$  considerando também o tempo que precisaram aguardar na estação.

As pesquisas utilizadas para elaboração deste indicador de desempenho possuem limitações no sentido de aplicação ao presente trabalho, como o fato de terem sido realizadas com usuários de trem ao invés de ônibus, e no Reino Unido ao invés do Brasil. Cita-se também que o valor do tempo de espera na estação e o valor do tempo de espera embarcado foram obtidos de estudos diferentes. Batarce et al. (2015) aplicaram uma pesquisa de preferência declarada semelhante a usuários dos sistemas BRT em Santiago do Chile, e Bogotá na Colômbia, porém não apresenta seus resultados em termos de multiplicadores de tempo mas sim em unidades monetárias por unidade de tempo, o que impossibilitou a utilização desses resultados no presente trabalho.

Outra limitação atual do indicador proposto é a pouca distinção entre diferentes períodos de tempo de viagem. Carrel et al. (2016) indica que a insatisfação dos usuários é maior enquanto estão esperando embarcados com o ônibus parado em comparação com o restante do tempo de viagem embarcado, o que influencia significativamente a ação de controle de estratégias de retenção dos ônibus. Segundo Delgado, Munoz e Giesen (2012), outro período distinto que causa mais insatisfação aos usuários é a espera adicional na estação após o impedimento de embarcar em um ônibus lotado.

Figura 7 – Linha de ônibus utilizada para teste de métodos de controle por retenção, consistindo de 30 estações e 31 km. O itinerário inicia e finaliza na estação 30.





## 5 CENÁRIO DE APLICAÇÃO E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados inicialmente o cenário base contendo a linha de ônibus na qual os métodos de controle serão simulados, e o método de geração das demandas de usuários neste cenário. Em seguida apresentam-se os resultados das simulações.

### 5.1 CENÁRIO DE APLICAÇÃO

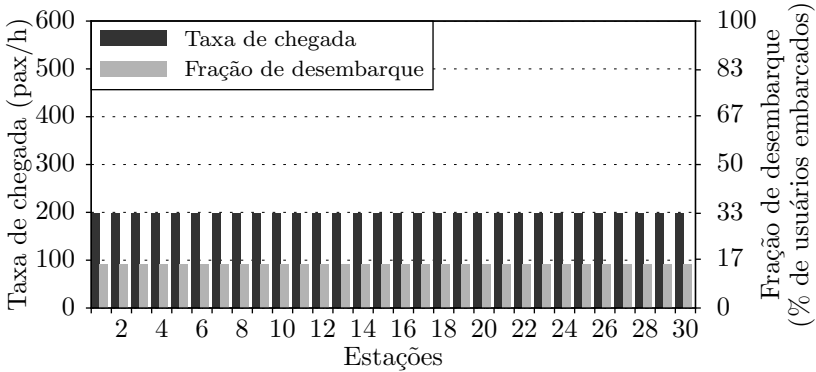
O cenário utilizado para testes dos métodos de controle situa-se no centro da área metropolitana de Florianópolis, SC, conforme mostrado na Figura 7, área com a mais alta demanda de viagens da região. No trecho viário apresentado, está sendo proposto um sistema BRT para atender a demanda por viagens ali existente (PLAMUS, 2015). A linha estudada tem extensão de 31 km e 30 estações. Todo o itinerário ocorre em via exclusiva para ônibus, portanto sem interação com tráfego misto. Assume-se que os ônibus possuem prioridade semaforica total, portanto não fazem paradas ao longo do itinerário que não sejam nas estações.

Os ônibus desta linha circulam pelo cenário em voltas, portanto quando um ônibus chega à última estação ele executa uma parada igual feito nas demais estações e inicia uma nova volta, em direção à primeira estação. Ao longo de todo o percurso a ultrapassagem não é permitida. Cada estação possui espaço para dois ônibus.

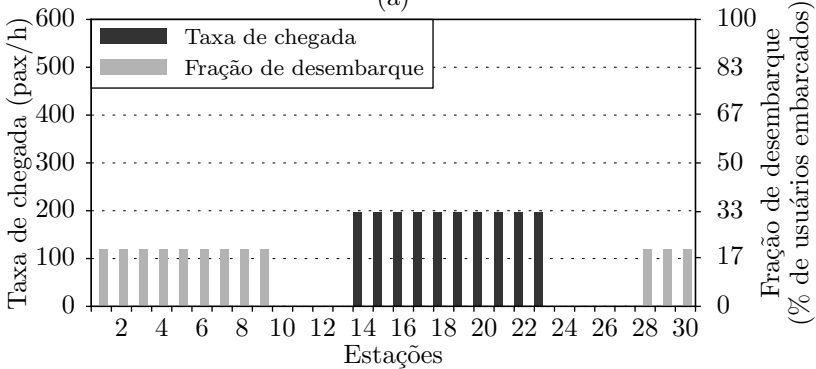
Por se tratar de uma linha ainda inexistente, a demanda de usuários real não é conhecida e precisa ser estimada. O padrão de demanda a ser considerado impacta na dinâmica dos ônibus da linha, influenciando diretamente a ação dos controladores (CATS; RUF; KOUTSOPOULOS, 2014). Os padrões de demanda serão apresentados aqui em termos de taxa de chegada de usuários em cada estação, expresso na unidade usuários por hora. A quantidade de desembarques em cada estação é dada por uma fração do número de usuários embarcados no ônibus. Três padrões de demanda, apresentados na Figura 8, serão testados neste trabalho para a linha de ônibus em questão.

Na demanda constante, Figura 8(a), a taxa de chegada de usuários e a fração de desembarque são constantes, ou seja iguais em todas as estações. Segundo Xuan, Argote e Daganzo (2011) este é o padrão de demanda que maximiza a propagação de desvios de intervalo entre os ônibus, criando assim o pior cenário a ser controlado.

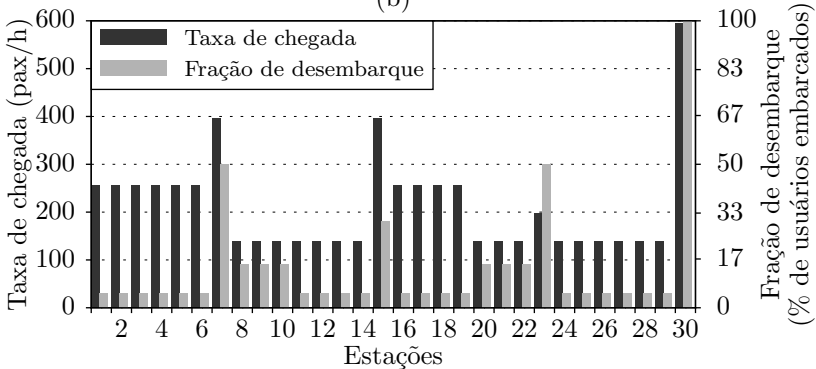
Figura 8 – Padrões de demanda de usuários criados para teste dos métodos de controle. (a) demanda constante; (b) demanda concentrada; (c) demanda distribuída.



(a)



(b)



(c)

Na demanda concentrada, Figura 8(b), é considerada uma situação na qual existe um trecho com forte característica de origem de viagens (estações 14-23), onde muitos usuários embarcam e nenhum usuário desembarca, e outro trecho com forte característica de destino (estações 28-9), onde nenhum usuário embarca e muitos usuários desembarcam. Entre estes trechos existem as estações 10-13 e 24-27 onde não há embarque e desembarque. Este padrão de demanda é apresentado para testar a hipótese de pesquisa apresentada, a qual sugere que o método de controle preditivo aplica retenções em estações onde há menos usuários embarcados.

Na demanda distribuída, Figura 8(c), a taxa de chegada de usuários e a fração de desembarque são estimadas conforme conhecimento empírico da região considerada, portanto é a demanda mais provável para esta linha comparativamente às outras duas demandas. A estimativa desta demanda foi feita considerando o pico da manhã, quando existe uma grande quantidade de usuários embarcando na parte continental da região (parte inferior da Figura 7) e desembarcando na ilha (parte superior da Figura 7). Observa-se também altos volumes de embarque e desembarque nas estações 7, 15, 23 e 30 por serem estações de conexão com outras linhas.

As demandas constante e concentrada são determinísticas, portanto o valor utilizado nas simulações são precisamente os valores apresentados na Figura 8(a) e 8(b). O mesmo não ocorre na demanda distribuída; nesta, é adicionado uma componente estocástica. Desta forma, os valores apresentados na Figura 8(c) são, de fato, valores médios. Para cada estação, a taxa de chegada de usuários é apresentada como a média de uma distribuição exponencial, a qual foi escolhida pois a chegada de usuários nas estações pode ser aproximada por um processo de Poisson (HICKMAN, 2001; DELGADO; MUNOZ; GIESEN, 2012; BERREBI; WATKINS; LAVAL, 2015). A fração de desembarque apresentada é o valor médio de um sorteio aleatório obtido de uma distribuição normal com desvio padrão igual a metade da média.

Os dados da Figura 8, juntamente com a informação do modelo de demanda, se é determinístico ou estocástico, são utilizados para criação do arquivo de demanda mencionado no Capítulo 4. No caso estocástico, a geração de intervalos de chegadas de usuários nas estações é dada por sorteio aleatório da distribuição exponencial, e a geração de frações de desembarque através do sorteio aleatório da distribuição normal. Por ser uma demanda de natureza estocástica, um novo arquivo de demanda é gerado para cada replicação simulada. No caso determinístico o instante de chegada dos usuários e as frações de de-

Tabela 2 – Parâmetros de simulação.

Parâmetro	Média	Desvio padrão
Tempo de retenção máximo (s)	40	0
$C_0$ (s)	3	0
$C_1$ (s/pax)	0,5	0
$C_2$ (s/pax)	0,35	0
Capacidade máxima (pax)	150	0
nº de assentos	58	0
Aceleração máxima ( $m/s^2$ )	1	0,3
Desaceleração normal ( $m/s^2$ )	2	0,3
Fator de aceitação de velocidade	1	0,05
Intervalo de simulação (s)	0,75	0

sembarque são determinísticas. Portanto, um arquivo de demanda pode ser utilizado para todas as replicações simuladas.

Os parâmetros definidos no ambiente de simulação para teste dos métodos de controle são apresentados na Tabela 2. Todos os métodos têm sua ação de controle limitada em 40 s de retenção por estação. No caso do método opt.H, este é o valor de  $r_{\max}$ . Considera-se que os motoristas retêm os ônibus precisamente pelo tempo calculado pelos métodos de controle.

O parâmetro  $C_0$  considera apenas o intervalo de tempo após o ônibus ter parado na estação até o instante de início de desembarque do primeiro usuário, tendo em vista que os processos de desaceleração e aceleração durante a parada de um ônibus em uma estação é simulado pelo Aimsun e não é contabilizado como tempo de parada. Os tempos para embarque e desembarque dos usuários,  $C_1$  e  $C_2$ , foram obtidos de Wright e Hook (2007).

Todos os ônibus possuem igual capacidade de 150 passageiros, sendo 58 sentados e os demais em pé. A velocidade máxima dos corredores de ônibus do cenário foi definida em 50 km/h. O fator de aceitação de velocidade, apresentado na Tabela 2, indica a aceitação dos motoristas em respeitar este limite. Os valores de aceleração máxima, desaceleração normal e fator de aceitação de velocidade foram mantidos de acordo com o indicado pelo Aimsun para veículos do tipo ônibus. O intervalo de simulação, que também é utilizado como tempo mínimo de reação dos motoristas, foi mantido no valor indicado pelo Aimsun.

Os valores de desvio padrão presentes na Tabela 2 são os responsáveis pela perturbação inicial que causa os desvios de intervalo

no sistema, pois cada motorista possui suas características próprias, sorteadas aleatoriamente de acordo com os valores da tabela. Estes parâmetros sorteados também variam de acordo com a replicação.

Os resultados de desempenho de cada método de controle são obtidos através da média dos resultados de 15 replicações. Os valores de  $K_p$  e de horizonte de predição utilizados são aqueles que proporcionaram melhor desempenho em relação ao tempo de viagem percebido.

Por se tratar de um cenário em que os ônibus circulam em voltas, a definição do conjunto de estações no horizonte de predição do controle preditivo é dado da seguinte forma. Caso o número de estações no horizonte de predição for maior do que o restante de estações existentes até o fim do itinerário, adiciona-se ao conjunto de estações as primeiras estações da volta seguinte. Por exemplo, o cenário está sendo controlado considerando 20 estações no horizonte de predição, e um dos ônibus está prestes a chegar na estação 15. Então no horizonte de predição deste ônibus estarão as estações 15 à 30, e as estações 1 à 4.

Cada demanda apresentada na Figura 8 foi simulada no cenário apresentado na Figura 7. Os resultados são apresentados separados em três seções de acordo com as demandas simuladas. Foram simulados cinco casos para cada demanda: um caso referente à operação sem controle e outros quatro casos referentes aos quatro métodos de controle estudados, implementados separadamente no cenário.

Para os resultados com a demanda constante, apresentados na seção seguinte, enfoque maior é dado na compreensão do funcionamento de cada método de controle. Nesta seção, discute-se o comportamento dos ônibus enquanto sujeitos à cada um dos métodos de controle estudados, e os resultados de cada indicador apresentado no capítulo anterior são analisados para concluir sobre o desempenho dos métodos de controle. Os resultados das demandas concentrada e distribuída trazem uma discussão mais aprofundada sobre como se deu a retenção dos ônibus ao longo do itinerário, e os efeitos gerados pelas decisões dos métodos de controle de quanto tempo e em quais estações reter os ônibus.

## 5.2 DEMANDA CONSTANTE

Os resultados desta seção referem-se aos experimentos com a demanda constante apresentada na Figura 8(a). Com esta demanda, ao longo de 1 hora de simulação, aproximadamente 5900 usuários foram transportados. Os métodos FH e CFH são aplicados com  $K_p = 0,9$ ,

o método TWH com  $K_p = 0,7$ , e o método opt.H com horizonte de predição de 25 estações.

A Figura 9 ilustra a evolução dos intervalos ao longo da simulação de uma replicação. É possível observar a dinâmica existente entre os ônibus do sistema, e entre estes e o intervalo planejado. Foi selecionada uma replicação da qual foram selecionados 4 ônibus sequencialmente dentre os 17 ônibus da frota necessária para esta simulação. Na Figura 9(a), referente ao método de controle do intervalo à frente (FH), nenhum intervalo abaixo de 3 min é observado, haja visto que este método corrige os intervalos com este objetivo. Entretanto, o método de controle nada pode fazer em relação ao atraso do ônibus 8, que por ser mais lento do que o ônibus 7 permitiu a ocorrência de uma fuga.

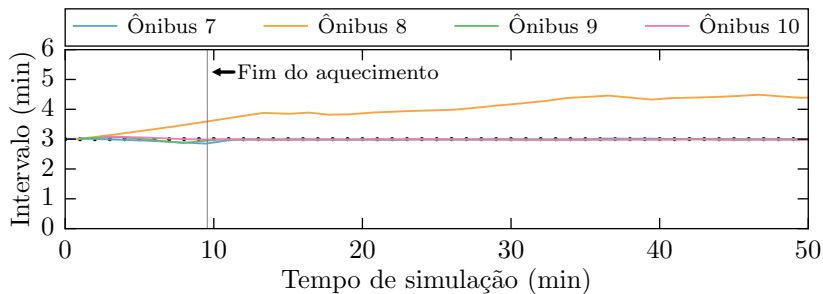
Os intervalos observados para o método de controle condicional do intervalo à frente (CFH), apresentados na Figura 9(b), demonstram que foi permitido ao ônibus 9 se adiantar no intervalo devido ao atraso daquele que vai à sua frente, o ônibus 8. Desta forma é evitada a propagação do atraso do ônibus 8 aos ônibus subsequentes. Nesta figura também se observa que por volta de 38 minutos de simulação o atraso do ônibus 8 se estabiliza. Isto se deve à retenção dos ônibus que vão à frente deste que têm sua velocidade diminuída, compensando o desvio de intervalo do ônibus 8. A estabilização do atraso do ônibus 8 reflete também na estabilização do adiantamento do ônibus 9, que está sendo controlado com base no intervalo para o ônibus 7, de acordo com a lei de controle (3.6).

A Figura 9(c) apresenta os intervalos obtidos com o método de controle de intervalo à frente e atrás (TWH) e a Figura 9(d) com o método de controle preditivo (opt.H). Nestes dois métodos nota-se que foi possível impedir o efeito de fuga do ônibus 8 retendo o ônibus 7, atrasando-o de forma controlada. É possível perceber também que o valor médio de intervalo destes métodos está ligeiramente acima do valor planejado para os outros métodos. Isto se deve ao fato desses métodos não necessitarem de um intervalo planejado em suas leis de controle.

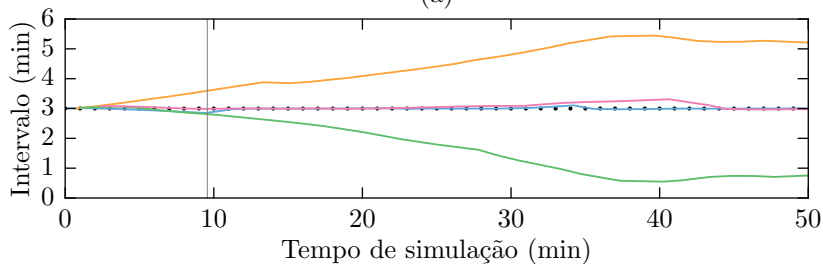
A Tabela 3 apresenta um resumo com todos os indicadores de desempenho analisados para cada um dos métodos estudados. Nota-se que em todos os casos, inclusive no caso não controlado, o intervalo médio se manteve próximo ao intervalo planejado de 180 segundos (3 minutos). Entretanto, a variação dos intervalos foi muito maior no caso sem controle, indicando que todos os controles estudados reduziram significativamente a irregularidade de intervalos deste sistema.

O tempo total de retenção na tabela mostra que o controle FH

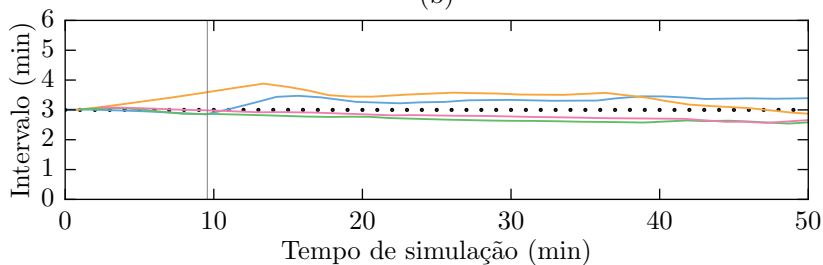
Figura 9 – Intervalo observado para 4 ônibus de uma replicação para cada um dos métodos de controle testados com demanda constante. (a) controle FH; (b) controle CFH; (c) controle TWH; (d) controle opt.H.



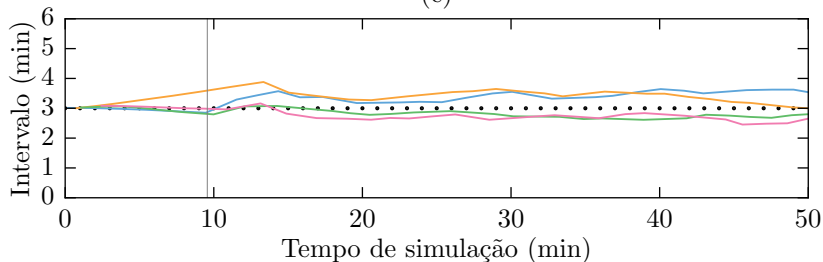
(a)



(b)



(c)



(d)

Tabela 3 – Desempenho dos casos simulados com a demanda constante. FH e CFH são apresentados com  $K_p = 0,9$ , TWH com  $K_p = 0,7$ , e opt.H com horizonte de predição de 25 estações.

Indicadores de desempenho	Sem controle	FH (0,9)	CFH (0,9)	TWH (0,7)	opt.H (25)
Intervalo médio (s)	176	187	184	184	184
Coef. de variação dos intervalos	0,78	0,12	0,25	0,11	0,11
Tempo total de retenção (s)	-	3312	2416	2426	2380
Velocidade operacional (km/h)	36,5	35,5	36,1	36,1	36,1
Tempo de viagem percebido (min)	18,2	14,8	15,1	14,7	14,7
Tempo de espera na estação (s)	127	80	84	79	79
Tempo de espera embarcado (s)	91	106	97	96	96
Média de usuários em pé (pax)	16,1	8,1	9,1	8,2	8,1

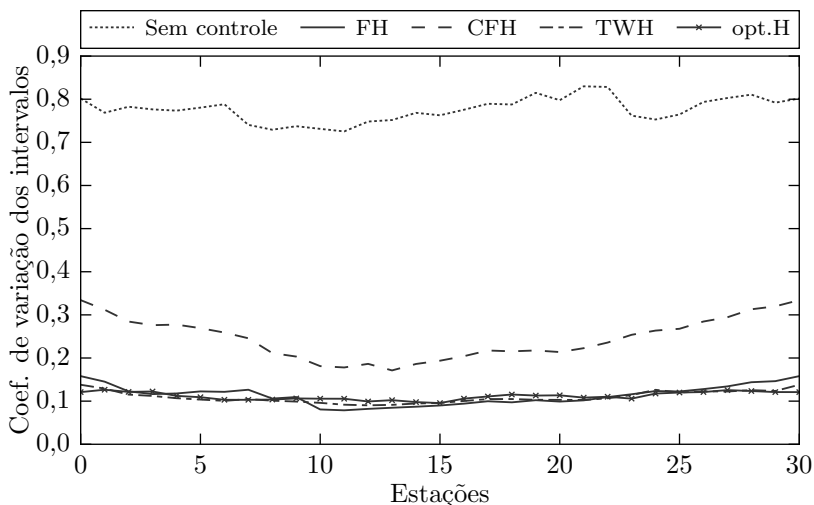
precisou de mais esforço do que os demais para manter os intervalos regularizados. O controle CFH reteve os ônibus por menos tempo que o controle FH, porém não diminuiu a variação dos intervalos com a mesma eficácia. Os controles TWH e opt.H obtiveram o melhor desempenho no sentido de manter uma baixa variação dos intervalos aplicando o menor esforço, com destaque ao opt.H que teve o melhor desempenho neste sentido. O melhor desempenho destes dois métodos de controle em relação aos demais se deve ao fato de controlarem os ônibus com base em outros critérios que não a manutenção de um intervalo pré-estabelecido.

O indicador de desempenho “coeficiente de variação dos intervalos” é apresentado para cada método de controle para cada estação na Figura 10, na qual se observa que há similaridade na variação entre as estações, indicando que a regularização ocorreu de forma similar ao longo de todo o itinerário. O controle CFH manteve as variações maiores que aquelas mantidas pelos demais métodos de controle, e os controles TWH e opt.H apresentaram variações de intervalo mais baixas e bastante similares entre si ao longo de todo o itinerário, indicando que a ação de controle destes dois métodos foram similares. Esta similaridade pode ser percebida também comparando os indicadores destes dois métodos na Tabela 3.

Devido à característica circular do itinerário estudado, e para auxiliar a visualização, os dados referentes à estação terminal são repetidos no início e no final do gráfico. Portanto, a Figura 10 apresenta dados para a “estação 0” que é na verdade uma repetição dos dados apresentados na estação 30. Esta observação se estende a todos os



Figura 10 – Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda constante.



gráficos seguintes que apresentarem dados para “estação 0”.

O esforço necessário, isto é, o tempo de retenção total aplicado por cada método de controle também quantifica o atraso adicionado à operação. O aumento do tempo total de retenção diminui a velocidade operacional dos ônibus, sendo que o caso sem controle apresenta a velocidade operacional mais elevada. Cabe então aos métodos de controle por retenção regularizarem a operação retendo o mínimo possível os ônibus. Este objetivo foi melhor cumprido pelos controles CFH, TWH e opt.H.

O novo indicador proposto neste trabalho, o tempo de viagem percebido pelos usuários, também é apresentado na Tabela 3. Por esta grandeza ser relativa também ao tempo de viagem entre estações, o qual é o mesmo para todos os casos estudados, a variação percentual deste indicador entre os métodos é baixa. Entretanto, em relação ao caso não controlado todos os métodos foram capazes de reduzir este tempo em mais de 3 minutos, com destaque aos controles TWH e opt.H que reduziram 3,5 minutos, ou 19% o tempo de viagem percebido pelos usuários.

A soma dos indicadores “tempo de espera na estação” e “tempo de espera embarcado” é o objetivo a ser minimizado pelo controle opt.H.

Nota-se que este método de controle teve o melhor desempenho comparado aos demais métodos não apenas na soma destes indicadores, como também nos tempos individualmente. O controle TWH, ainda que não tenha buscado diretamente o mesmo objetivo do controle opt.H, aplicou uma ação de controle semelhante e alcançou o mesmo desempenho em relação aos tempos de espera.

A comparação dos métodos de controle com o caso sem controle mostra que os métodos aplicaram suas retenções causando um aumento no tempo de espera dos usuários embarcados. Por outro lado, permitiu uma significativa diminuição do tempo de espera dos usuários na estação.

As condições de conforto dos usuários dentro dos ônibus, aqui acessadas através do indicador “média de usuários em pé” foram significativamente melhoradas por todos os métodos de controle, que reduziram aproximadamente pela metade o número de usuários em pé nos ônibus comparados ao caso não controlado. Destacam-se os controles FH e opt.H que reduziram este número de 16,1 pax para 8,1 pax.

De modo geral, para esta demanda, todos os métodos de controle estudados desempenharam bem em comparação ao caso em que nenhum método de controle é utilizado, aumentando a confiabilidade e diminuindo o tempo gasto pelos usuários deste sistema. Destaca-se o desempenho dos controles TWH e opt.H que conseguiram tais resultados aplicando esforços menores.

Quanto ao tempo computacional necessário para determinação do tempo de retenção através do método de controle opt.H, cada passo de controle foi realizado em aproximadamente 1,6 s em um computador com processador intel i7-4790 3,6 GHz, e memória RAM 8 GB 1666 MHz.

A demanda estudada nesta seção não se destinou a testar a hipótese de pesquisa proposta no Capítulo 1. A seção seguinte apresenta os resultados para a demanda que tem o objetivo de testar esta hipótese de pesquisa, verificando o comportamento dos métodos de controle quando há grande oscilação no carregamento dos ônibus ao longo do itinerário.

### 5.3 DEMANDA CONCENTRADA

Os resultados apresentados nesta seção referem-se aos testes realizados com a demanda concentrada, apresentada na Figura 8(b). Com esta demanda, ao longo de 1 hora de simulação, aproximadamente 2000

Tabela 4 – Desempenho dos casos simulados com a demanda concentrada. CFH e TWH são apresentados com  $K_p = 0,5$ , FH com  $K_p = 0,4$ , e opt.H com horizonte de predição de 20 estações.

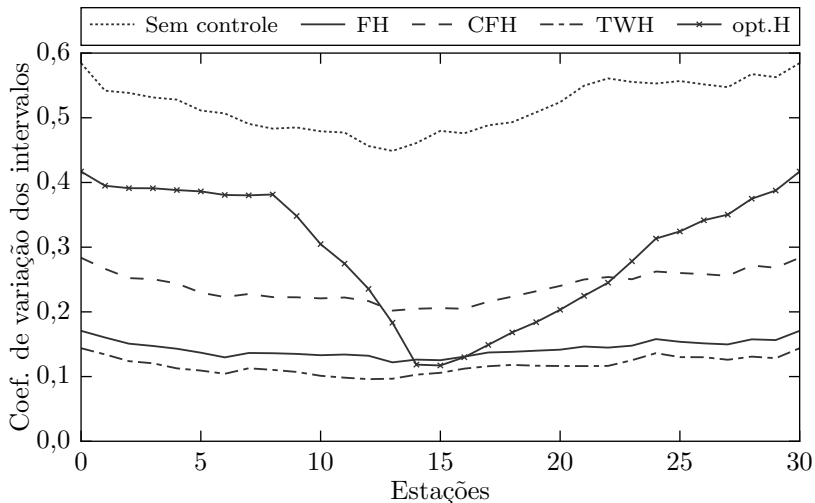
Indicadores de desempenho	Sem controle	FH (0,4)	CFH (0,5)	TWH (0,5)	opt.H (20)
Intervalo médio (s)	177	185	182	184	181
Coef. de variação dos intervalos	0,52	0,14	0,24	0,12	0,31
Tempo total de retenção (s)	-	2217	1537	1920	1096
Velocidade operacional (km/h)	39,3	38,1	38,6	38,3	38,8
Tempo de viagem percebido (min)	33,1	31,9	31,9	31,7	31,2
Tempo de espera na estação (s)	107	84	87	83	86
Tempo de espera embarcado (s)	93	138	120	129	90
Média de usuários em pé (pax)	12,2	11,5	11,4	11,5	11,3

usuários foram transportados. Foram necessários 16 ônibus para esta operação. O método CFH e TWH são aplicados com  $K_p = 0,5$ , o método FH com  $K_p = 0,4$ , e o método opt.H com horizonte de predição de 20 estações.

Os resultados presentes na Tabela 4 indicam que, também para esta demanda, o coeficiente de variação dos intervalos foi menor em todos os casos controlados quando comparados ao caso sem controle, dentre os quais o controle TWH se destaca por ter reduzido 77% desta variação. O controle opt.H foi o método que menos regularizou os intervalos, reduzindo 40% da variação. Entretanto, ao observar o tempo total de retenção aplicado por cada método, nota-se que o controle opt.H aplicou um esforço significativamente menor do que os demais métodos, e ainda, observando o tempo de viagem percebido pelos usuários nota-se que este método teve um desempenho também significativamente melhor que os demais. Portanto, estes são indícios de que a regularização de intervalos menos intensa do controle opt.H foi proposital na intenção de cumprir o seu objetivo de diminuir os tempos de espera dos usuários no sistema.

A Figura 11 apresenta a variação dos intervalos ao longo do itinerário e demonstra que, enquanto os métodos de controle realimentados regularizaram os intervalos de forma semelhante àquela observada na demanda anterior (ver Figura 10), o método opt.H adaptou sua ação de controle à demanda vigente e permitiu uma maior variação dos intervalos. A maior regularização dos intervalos pelo controle opt.H se deu nas estações imediatamente anteriores ao trecho em que há uma

Figura 11 – Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda concentrada.



grande demanda de usuários, corroborando com as proposições já apresentadas em trabalhos da primeira geração de controle da operação de ônibus, como discutido no Capítulo 2.

A Figura 12 apresenta o tempo médio de espera dos usuários na estação, estes valores são referentes à estação, portanto são dados na unidade pax-s, que é o tempo agregado de espera dos usuários para embarcar. O termo “médio” se refere à média de todas as paradas de embarque que ocorreram em cada estação. Esta mesma unidade é utilizada para apresentar a espera embarcado, na Figura 13.

Através da Figura 12 nota-se que houve espera dos usuários apenas nas estações 14 à 23, que são aquelas que possuem alguma demanda, de acordo com a Figura 8(b). Entre os métodos de controle não se observa significativa variação de desempenho em relação a este indicador, e todos eles desempenharam significativamente melhor do que no caso não controlado, em todas as estações com demanda.

A Figura 13 por sua vez, apresenta uma diminuição do tempo de espera dos usuários embarcados pelo controle opt.H em relação aos demais métodos de controle, para todas as estações a não ser da 9 à 14. Este trecho, estações 9 à 14, é o mesmo em que o controle opt.H buscou regularizar o intervalo, como já apresentado na Figura 11.

Figura 12 – Tempo de espera dos usuários na estação para cada caso simulado com a demanda concentrada.

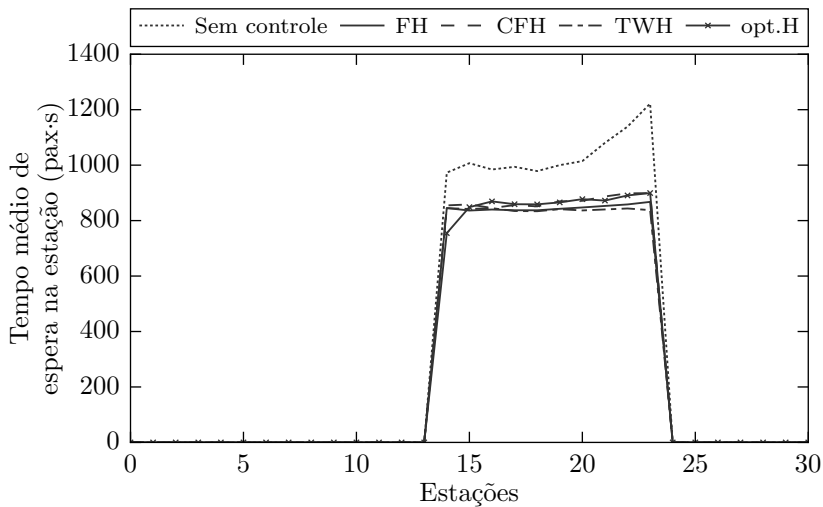


Figura 13 – Tempo de espera dos usuários embarcados para cada caso simulado com a demanda concentrada.

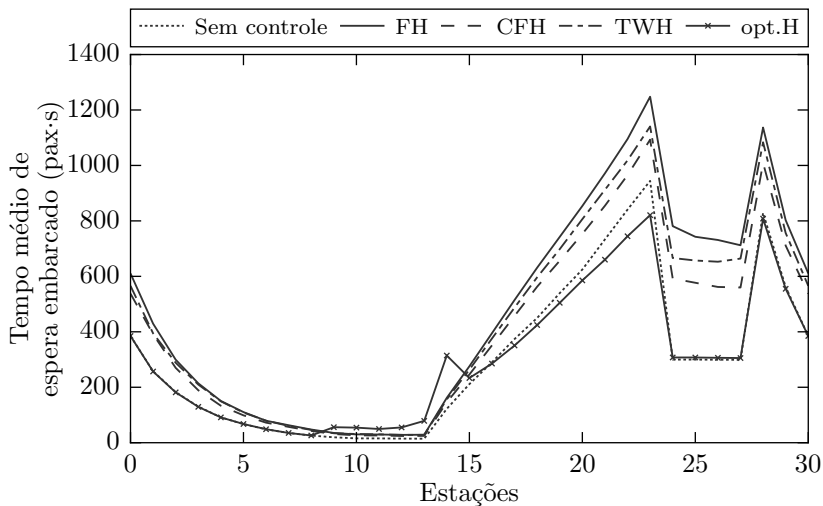
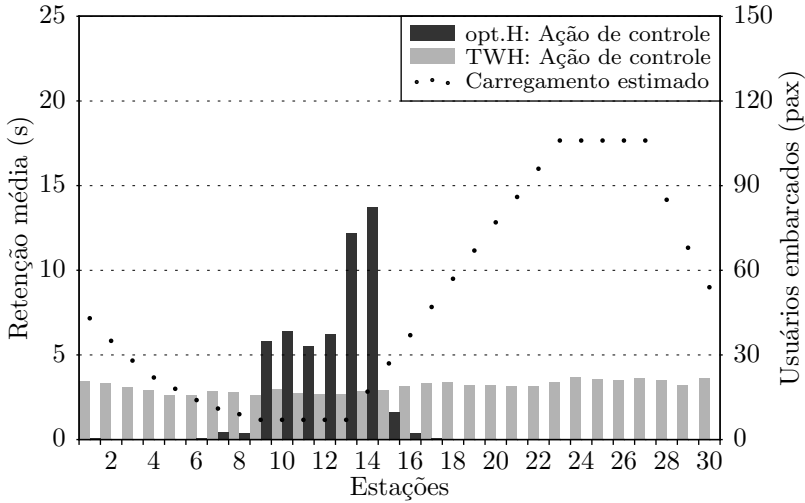


Figura 14 – Ação de controle dos métodos opt.H e TWH para a demanda concentrada.



Na Figura 14, o carregamento médio dos ônibus é estimado com base na demanda 8(b), considerando a existência de carregamento inicial nos ônibus devido ao período de aquecimento. Os valores relativos aos carregamentos são apresentados no eixo direito desta figura. Nota-se nesta figura que a ação de controle do método opt.H se deu no trecho em que os ônibus estavam mais vazios, e ainda mais intensa conforme os ônibus se aproximavam do trecho em que haveria grande demanda de usuários.

Com base nesta informação e nas informações já discutidas nas figuras anteriores, conclui-se que a ação de controle do método opt.H aplicou fortes retenções onde menos usuários enfrentariam estas esperas, no intuito de regularizar os intervalos de chegada nas estações à frente, onde mais usuários aguardavam os ônibus. Durante todo o trecho no qual o carregamento dos ônibus era alto, o controle opt.H não regularizou os intervalos pois tinha a predição futura de que poderia regularizá-los toda vez que os ônibus passassem pelo trecho das estações 9 à 14, e que reter os ônibus fora deste trecho não seria benéfico no objetivo de minimizar o tempo de espera total dos usuários do sistema.

Para comparação, é apresentada na Figura 14 a ação de controle do método TWH, que assim como os demais métodos realimentados não representados nesta figura, foi insensível à demanda apresentada e

Tabela 5 – Desempenho dos casos simulados com a demanda distribuída. FH é apresentado com  $K_p = 0,6$ , CFH com  $K_p = 0,7$ , TWH com  $K_p = 0,5$ , e opt.H com horizonte de predição de 15 estações.

Indicadores de desempenho	Sem controle	FH (0,6)	CFH (0,7)	TWH (0,5)	opt.H (15)
Intervalo médio (s)	177	187	183	184	184
Coef. de variação dos intervalos	0,78	0,13	0,29	0,13	0,18
Tempo total de retenção (s)	-	2795	1920	2041	2179
Velocidade operacional (km/h)	36,7	36,0	36,5	36,4	36,5
Tempo de viagem percebido (min)	20,9	18,0	18,2	17,8	17,7
Tempo de espera na estação (s)	143	78	85	79	79
Tempo de espera embarcado (s)	104	109	100	100	95,5
Média de usuários em pé (pax)	25,3	21,2	21,5	20,8	20,7

reteve os ônibus de forma aproximadamente uniforme ao longo de todo o itinerário.

Quanto ao tempo computacional necessário para determinação do tempo de retenção através do método de controle opt.H, cada passo de controle foi realizado em aproximadamente 1,1 s em um computador com processador intel i7-4790 3,6 GHz, e memória RAM 8 GB 1666 MHz.

Com este resultado de simulação é confirmada a hipótese de que permitir certa variação dos intervalos traz benefícios a operação do sistema em geral, e que o método de controle preditivo é capaz de permitir o nível adequado de variação dos intervalos selecionando corretamente as melhores estações onde reter os ônibus. A sessão seguinte apresenta os resultados para uma demanda distribuída ao longo do itinerário, na qual algumas estações apresentam picos de demanda.

## 5.4 DEMANDA DISTRIBUÍDA

Os resultados apresentados nesta seção referem-se aos testes realizados com a demanda distribuída, apresentada na Figura 8(a). Com esta demanda, ao longo de 1 hora de simulação, aproximadamente 6300 usuários foram transportados. Foram necessários 17 ônibus para esta operação. O método FH é aplicado com  $K_p = 0,6$ , o método CFH com  $K_p = 0,7$ , o método TWH com  $K_p = 0,5$ , e o método opt.H com horizonte de predição de 15 estações.

Os resultados apresentados na Tabela 5 indicam que todos os métodos de controle reduziram significativamente a variação dos inter-

valos em relação ao caso não controlado. O maior esforço de controle se deu pelo método FH, entretanto, o controle TWH com menor esforço foi capaz de regularizar ainda mais os intervalos do que o controle FH. O controle opt.H não apresentou os valores mais baixos de variação de intervalos, mas ao observar os tempos de espera tanto na estação quanto embarcado, nota-se que novamente este método permitiu a variação dos intervalos na busca do seu objetivo de minimizar o tempo de espera dos usuários.

A velocidade operacional que mais se aproximou daquela observada no caso sem controle foi apresentada pelos controles CFH e opt.H. O controle opt.H também apresentou os valores mais baixos de tempo de viagem percebido pelos usuários e número de usuários em pé.

Os dados da tabela indicam que o controle opt.H se adaptou bem as incertezas na predição de demanda. Mesmo considerando a taxa de chegada e a fração de desembarque de usuários como valores determinísticos este método desempenhou melhor do que os métodos de controle realimentado. Porém, nota-se que a quantidade de estações no horizonte de predição que permitiu o melhor desempenho deste método para esta demanda foi inferior à quantidade observada para as demandas determinísticas, 15 estações neste cenário, 20 e 25 estações nos cenários determinísticos. Este resultado indica que em um cenário de natureza estocástica é mais prudente restringir o horizonte de predição a fim de evitar ações de controle computadas com muito erro de estimação.

A Figura 15 apresenta a variação dos intervalos ao longo do itinerário e demonstra que, assim como para a demanda concentrada, o controle opt.H regularizou os intervalos com mais rigidez em algumas estações do que em outras, porém, tal efeito aparece menos evidenciado para esta demanda.

A Figura 16 demonstra que os métodos de controle desempenharam de forma similar ao longo do itinerário no objetivo de diminuir o tempo de espera dos usuários na estação, e diminuíram significativamente este tempo de espera em relação ao caso não controlado. Enquanto que a Figura 17 mostra que o controle opt.H desempenhou melhor que os demais ao longo de vários trechos do itinerário no objetivo de diminuir o tempo de espera dos usuários embarcados.

Na Figura 17, o tempo de espera embarcado para o caso sem controle, em alguns trechos, supera os valores observados para os casos controlados. Este comportamento se deve ao impedimento de ultrapassagem entre os ônibus, sendo assim, caso um ônibus esteja pronto para sair de uma estação e o ônibus à sua frente ainda está parado na



Figura 15 – Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com a demanda distribuída.

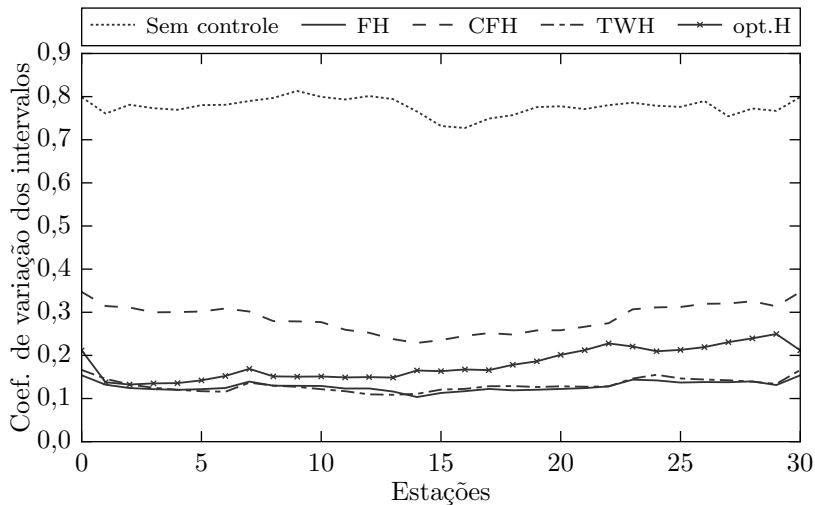


Figura 16 – Tempo de espera dos usuários na estação para cada caso simulado com a demanda distribuída.

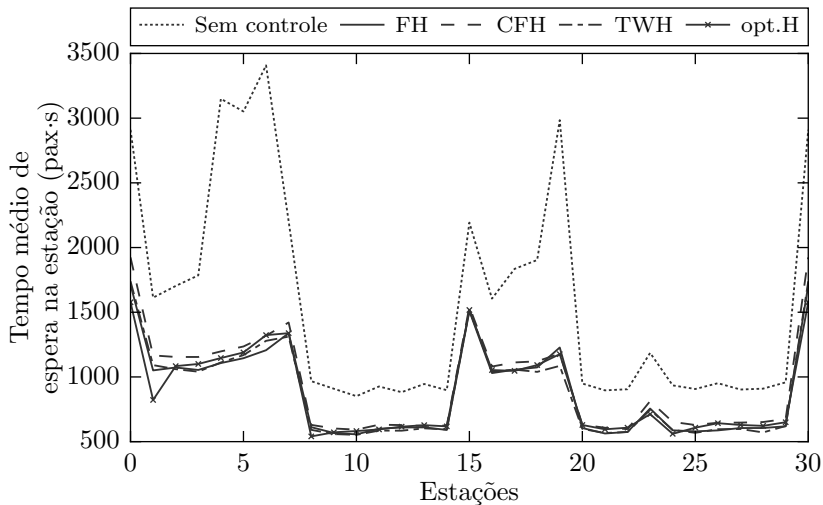
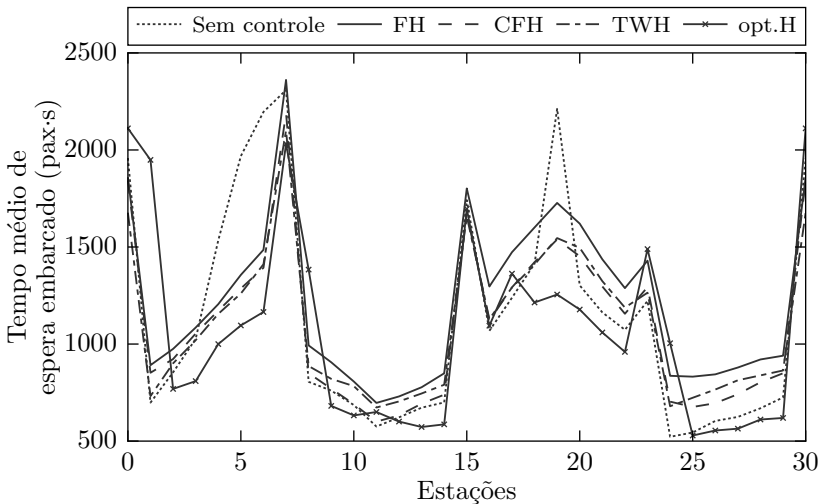


Figura 17 – Tempo de espera dos usuários embarcados para cada caso simulado com a demanda distribuída.



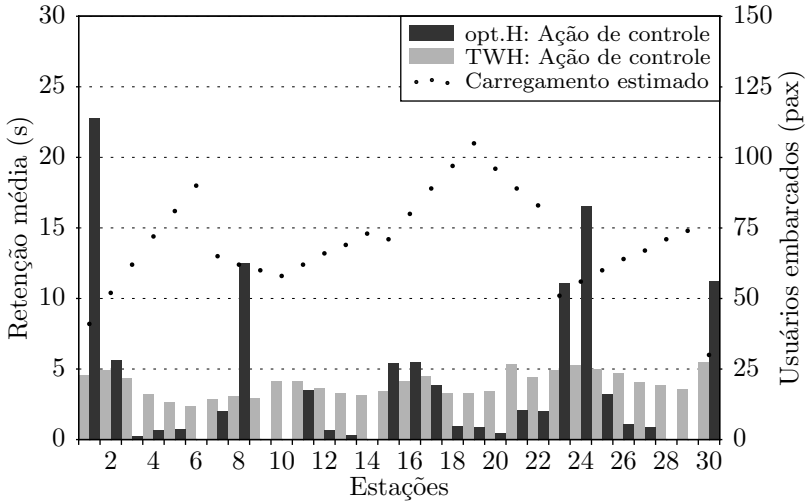
mesma estação, o ônibus de trás terá que aguardar a partida do que vai à frente para poder partir, aumentando o tempo de espera dos usuários embarcados.

A Figura 18 demonstra que, assim como no caso da demanda concentrada, o controle opt.H reteve mais os ônibus nas estações em que o carregamento destes era menor. Comparando esta figura com a Figura 17 nota-se que os trechos onde o controle opt.H aplicou pouca retenção foram aqueles trechos em que este método de controle se destacou dos demais ao diminuir o tempo de espera dos usuários embarcados.

Conclui-se que mesmo em um cenário onde há incertezas quanto à demanda de usuários, o controle opt.H é capaz de desempenhar melhor que os demais métodos, por reter os ônibus onde há menos usuários embarcados e permitir certa variação dos intervalos nos trechos em que a demanda é maior. Tal desempenho também só foi possível dado o método de constante revisão da ação de controle do método opt.H, que ocorre em todas as estações, nas quais os erros de previsão são corrigidos e os tempos de retenção atualizados.

Quanto ao tempo computacional necessário para determinação do tempo de retenção através do método de controle opt.H, cada passo de controle foi realizado em aproximadamente 1,2 s em um computador

Figura 18 – Ação de controle dos métodos opt.H e TWH para a demanda distribuída.



com processador intel i7-4790 3,6 GHz, e memória RAM 8 GB 1666 MHz.

Os métodos de controle realimentado também apresentaram desempenho superior ao caso não controlado, com destaque ao controle TWH que apresentou uma solução mais ajustada ao problema de regularização da operação deste cenário. A seção seguinte apresenta os resultados para uma simulação que utiliza a mesma demanda testada nesta seção, em um cenário ligeiramente diferente. A mesma linha de ônibus será controlada, mas os métodos de controle poderão agir apenas em quatro estações pré-selecionadas. O objetivo é analisar o desempenho dos métodos estudados considerando que é conhecida a demanda e portanto são conhecidas quais as melhores estações para reter os ônibus, baseado na ação de controle do método opt.H apresentada nesta seção.

## 5.5 CONTROLE EM LOCAIS ÓTIMOS

Os resultados aqui apresentados referem-se aos testes realizados com a demanda distribuída e limitando as estações nas quais os métodos de controle podem aplicar retenção. Foram selecionadas as estações 1, 8, 16 e 24, que de acordo com a Figura 18 são as estações que o controle

opt.H deu preferência para aplicar retenção. Todos os métodos de controle testados podem aplicar retenções apenas nesta quatro estações. As estações que compõem o horizonte de predição do controle opt.H são apenas essas quatro, portanto este método busca a solução ótima sujeito à restrição de que a retenção nas demais estações deve ser zero.

O objetivo deste experimento é comparar o desempenho dos métodos de controle em condições similares de aplicação de retenções. No caso do controle realimentado, a situação simulada corresponde à prática usual de se aplicar retenções somente em pontos selecionados ao longo do itinerário.

Devido à limitação de locais de controle foi estipulado um valor de tempo de retenção máximo superior àquele que vinha sendo usado nas simulações anteriores, 90 segundos por parada para todos os métodos. Os métodos CFH e TWH são aplicados com  $K_p = 1,0$ , o método FH com  $K_p = 0,9$ , e o método opt.H com horizonte de predição de 15 estações.

A Tabela 6 mostra que os controles FH e opt.H apresentaram as menores variações de intervalo neste cenário, resultado diferente daquele observado anteriormente, na Tabela 5, quando era permitido reter em qualquer estação. Ainda comparando com o cenário anterior, observa-se também que as variações de intervalo são maiores neste cenário, para todos os métodos, o que era esperado devido à diminuição do número de estações de controle. A variação dos intervalos ao longo do itinerário é apresentada na Figura 19, na qual nota-se a diminuição da variação sempre que os ônibus passam pelas estações de controle.

Analisando os resultados de tempo de viagem percebido para este cenário, nota-se que o controle opt.H continuou desempenhando melhor do que os demais métodos, pois este, mesmo limitado em relação às estações onde aplicar o controle, distribuiu de forma mais adequada os tempos de retenção entre estas estações do que os demais. A ação de controle de todos os métodos testados é apresentada na Figura 20.

De acordo com os valores de  $K_p$  utilizados para este cenário, nota-se que para alcançar os melhores desempenhos de cada método de controle realimentado, foi necessário elevar os valores de ganho devido à restrição no número de estações de controle. Mesmo com valores de  $K_p$  mais ajustados à este cenário, nenhum método de controle apresentou desempenho melhor do que no cenário anterior no objetivo de diminuir o tempo de viagem percebido pelos usuários. Esta conclusão se dá através da comparação entre o tempo de espera na estação, tempo de espera embarcado e média de usuários em pé de ambos os cenários (Tabela 5 e Tabela 6). Enquanto que neste cenário houve uma di-

Tabela 6 – Desempenho dos casos simulados com ação de controle limitada a 4 estações. CFH e TWH são apresentados com  $K_p = 1,0$ , FH com  $K_p = 0,9$ , e opt.H com horizonte de predição de 15 estações.

Indicadores de desempenho	Sem controle	FH (0,9)	CFH (1,0)	TWH (1,0)	opt.H (15)
Intervalo médio (s)	177	185	182	184	185
Coef. de variação dos intervalos	0,78	0,22	0,34	0,29	0,22
Tempo total de retenção (s)	-	2479	1808	1977	2212
Velocidade operacional (km/h)	36,7	36,1	36,4	36,4	36,3
Tempo de viagem percebido (min)	20,9	18,0	18,3	18,1	17,9
Tempo de espera na estação (s)	143	83	88	87	82
Tempo de espera embarcado (s)	103	102	97	98	97
Média de usuários em pé (pax)	25,3	21,3	22,0	21,4	21,0

minuição do tempo de espera embarcado, que é o objetivo almejado pela estratégia de reter os ônibus em locais específicos, houve um aumento do tempo de espera na estação e principalmente um aumento no número de usuários que viajaram em pé. Este aumento do desconforto dos usuários foi o principal fator que impediu os métodos de desempenharem melhor neste cenário do que no cenário anterior.

Conclui-se que o controle opt.H obteve um desempenho superior aos demais métodos mesmo limitando a ação de controle aos locais ótimos. Acrescenta-se ainda que o controle opt.H, diferente dos demais métodos, é capaz de identificar automaticamente as estações onde é melhor reter os ônibus, o que pode ser vantajoso em cenários reais típicos onde há uma variação do padrão de demanda ao longo do dia, o que dificulta a seleção prévia desses pontos de controle.

Figura 19 – Variação dos intervalos observados ao longo do itinerário para cada caso simulado com ação de controle limitada a 4 estações.

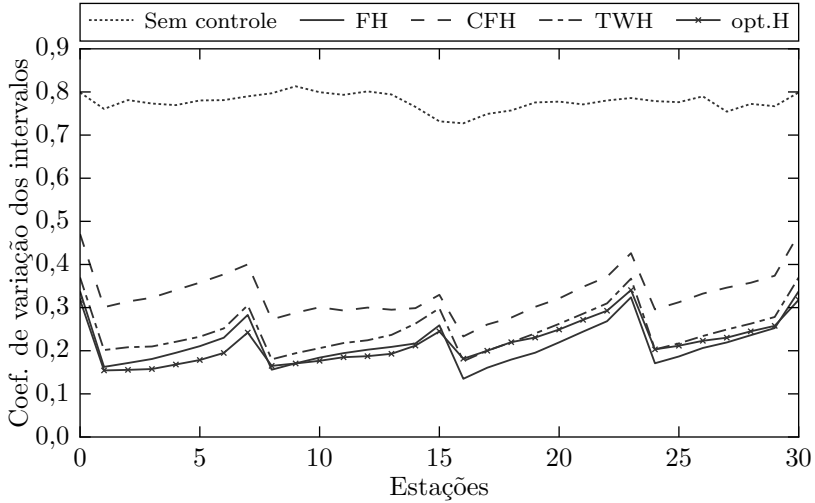
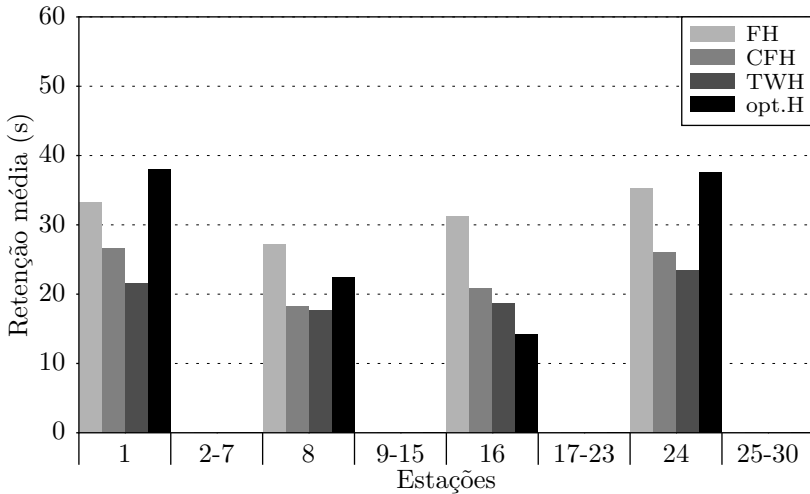


Figura 20 – Ação de controle dos métodos FH, CFH, TWH e opt.H para a demanda distribuída e ação de controle limitada a 4 estações.



## 6 CONCLUSÃO

Foi implementada uma aplicação em ambiente de microssimulação capaz de simular o comportamento instável dos ônibus de uma linha. Foram implementados também quatro métodos de controle por retenção de intervalos entre ônibus, incluindo um método de controle preditivo baseado em modelo, que se mostrou o maior desafio de implementação deste trabalho. Os métodos de controle foram testados em uma linha BRT modelada no ambiente de simulação desenvolvido. Cenários com diferentes demandas e um cenário com ação de controle restrita a algumas estações foram simulados.

Os resultados experimentais apresentados indicam que há vantagem na operação controlada. Em troca de maior espera a bordo, os usuários dos casos controlados experimentam um sistema com chegadas regularizadas, diminuindo a espera destes nas estações, melhorando a distribuição de usuários entre os ônibus e diminuindo o tempo de viagem percebido pelos usuários.

Em cenários onde a demanda proporciona um carregamento dos ônibus constante ao longo do itinerário os resultados mostram que uma maior regularização dos intervalos é benéfica aos usuários do sistema, enquanto que em cenários com carregamentos que oscilam ao longo do itinerário é mais benéfico aos usuários regularizar os intervalos nos trechos de baixo carregamento e permitir que os intervalos se desregulem nos trechos com carregamento mais elevado.

Esta conclusão se deu através da análise das ações de controle praticadas pelo método de controle preditivo, confirmando assim a hipótese de pesquisa que motivou este trabalho. Por ter a predição de demanda nas estações à frente, o controle preditivo selecionou corretamente as estações onde a retenção dos ônibus aumentaria o tempo de espera de um número menor de usuários. Esta característica permitiu a este método de controle apresentar o melhor desempenho dentre os métodos estudados.

Os demais métodos, baseados em controle realimentado, também garantiram a melhora da operação. Estes métodos podem ser implementados em sistemas que não dispõem de informações em tempo real do número de usuários embarcados, dados históricos de demanda nas estações e tempo de viagem dos ônibus entre estações, necessárias para aplicação do controle preditivo.

Dentre os métodos de controle realimentado testados, aquele que busca equalizar os intervalos em relação ao ônibus da frente e de trás

foi o que apresentou melhor desempenho nos cenários simulados. O destaque deste método se deu principalmente pela sua capacidade de evitar fugas causadas por ônibus naturalmente mais lentos. Entretanto, o desempenho deste método está sujeito ao ajuste adequado do ganho deste controlador, para evitar tempos de espera exagerados aos usuários embarcados.

No teste em que foi permitido aos métodos baseados em controle realimentado reterem apenas nos locais ótimos, estes não superaram o desempenho obtido pelo controle preditivo, devido à capacidade deste de distribuir os tempos de retenção entre estas estações e entre os ônibus de forma otimizada.

Foi proposto um novo indicador de desempenho, o tempo de viagem percebido pelos usuários. Sugere-se o avanço deste estudo, com foco na obtenção de modelos que quantifiquem a satisfação dos usuários. Estes modelos seriam úteis não apenas como indicadores de desempenho para teste de estratégias de controle, mas também como base para aperfeiçoamento dos modelos de otimização para controle de sistemas de transporte público.

A principal limitação dos métodos de controle por retenção refere-se à incapacidade de adiantar os ônibus. Como próximo passo do modelo, devem ser inseridas interseções semaforizadas com controle por prioridade condicional, que permitem o adiantamento dos ônibus e motivam a concepção de novos métodos de controle combinando retenção e prioridade semafórica.

Propõe-se também a extensão dos testes a cenários com maiores disrupções operacionais, ou cenários com demandas que variam dinamicamente no tempo, bem como a análise de estabilidade dos métodos de controle estudados. Cenários mais simples podem ser estudados no intuito de se obter provas analíticas para os fenômenos demonstrados por simulação neste trabalho.

Sistemas de transporte público tipicamente são planejados em rede, onde diversas linhas operam simultaneamente, compartilhando as mesmas estações e as mesmas vias. Neste contexto, propõe-se desenvolver métodos que sejam capazes de controlar as diversas linhas de transporte público, otimizando o sistema por completo.



## REFERÊNCIAS

ABKOWITZ, M. **Transit service reliability**. Relatório Técnico. Cambridge, MA: US Department of Transportation, 1978.

ABKOWITZ, M.; TOZZI, J. Transit route characteristics and headway-based reliability control. **Transportation Research Record**, n. 1078, 1986.

ABRANTES, P.; WARDMAN, M. Meta-analysis of UK value of time: an up-date. **Transportation Research Part A**, v. 45, n. 1, p. 1–17, 2010.

BALCOMBE, R. et al. **The demand for public transport: a practical guide**. Relatório Técnico 593. Transportation Research Laboratory, 2004.

BARNETT, A. On controlling randomness in transit operations. **Transportation Science**, v. 8, n. 2, p. 102–116, 1974.

BARNETT, A.; KLEITMAN, D. J. Optimal scheduling policies for some simple transportation systems. **Transportation Science**, v. 7, n. 1, p. 85–99, 1973.

BATARCE, M. et al. **Evaluation of Passenger Comfort in Bus Rapid Transit Systems**. Nota No. IDB-T N-770. Relatório Técnico, Inter-American Development Bank, 2015.

BERREBI, S. J.; WATKINS, K. E.; LAVAL, J. A. A real-time bus dispatching policy to minimize passenger wait on a high frequency route. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 81, Parte 2, p. 377 – 389, 2015.

BUKKAPATNAM, S.; DESSOUKY, M.; ZHAO, J. **Distributed architecture for real-time coordination in transit networks**. Relatório Final Metrans 00-13. Los Angeles, CA. METRANS Transportation Center, 2003.

CARREL, A. et al. In pursuit of the happy transit rider: dissecting satisfaction using daily surveys and tracking data. **Journal of Intelligent Transportation Systems**, p. 1–18, 2016.

CATS, O. et al. Impacts of holding control strategies on transit performance. **Transportation Research Record**, v. 2216, p. 51–58, 2011.

CATS, O.; RUFI, F. M.; KOUTSOPOULOS, H. N. Optimizing the number and location of time point stops. **Public Transport**, v. 6, n. 3, p. 215–235, 2014.

CEDER, A. **Public Transit Planning and Operation: Theory, Modeling and Practice**. Burlington, Massachusetts: Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2007.

CORTÉS, C. E. et al. Hybrid predictive control for real-time optimization of public transport systems' operations based on evolutionary multi-objective optimization. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 18, n. 5, p. 757 – 769, 2010.

DAGANZO, C. F. A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 43, n. 10, p. 913 – 921, 2009.

DAGANZO, C. F.; PILACHOWSKI, J. Reducing bunching with bus-to-bus cooperation. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 45, n. 1, p. 267 – 277, 2011.

DAVIS, M. M.; HEINEKE, J. How disconfirmation, perception and actual waiting times impact customer satisfaction. **International Journal of Service Industry Management**, v. 9, n. 1, p. 64–73, 1998.

DELGADO, F. et al. Real-time control of buses in a transit corridor based on vehicle holding and boarding limits. **Transportation Research Record**, n. 2090, p. 59–67, 2009.

DELGADO, F.; MUNOZ, J. C.; GIESEN, R. How much can holding and/or limiting boarding improve transit performance? **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 46, n. 9, p. 1202–1217, 2012.

DESSOUKY, M. et al. Real-time control of buses for schedule coordination at a terminal. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 37, n. 2, p. 145 – 164, 2003.

EBERLEIN, X. J.; WILSON, N. H.; BERNSTEIN, D. Modeling real-time control strategies in public transit operations. In: **Computer-aided transit scheduling**. Berlin: Springer, 1999. p. 325–346.

EBERLEIN, X. J.; WILSON, N. H. M.; BERNSTEIN, D. The holding problem with real-time information available. **Transportation Science**, v. 35, n. 1, p. 1–18, 2001.

GUROBI. **Gurobi Optimizer Reference Manual**. 2015.

HART, W. E. et al. **Pyomo—optimization modeling in Python**. New York: Springer Science & Business Media, 2012.

HICKMAN, M. D. An analytic stochastic model for the transit vehicle holding problem. **Transportation Science**, v. 35, n. 3, p. 215–237, 2001.

HUNTER, J. D. Matplotlib: A 2D graphics environment. **Computing In Science & Engineering**, v. 9, n. 3, p. 90–95, 2007.

IBARRA-ROJAS, O. et al. Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 77, p. 38 – 75, 2015.

KOEHLER, L.; KRAUS, W.; CAMPONOGARA, E. Iterative quadratic optimization for the bus holding control problem. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 12, n. 4, p. 1568–1575, 2011.

KOEHLER, L. A. **Controle Integrado de Prioridade e Retenção para Sistema de Transporte Público**. 155 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2009.

KOFFMAN, D. **A simulation study of alternative real-time bus headway control strategies**. Transportation Research Board, 1978.

LI, Z.; HENSHER, D. A. Crowding and public transport: a review of willingness to pay evidence and its relevance in project appraisal. **Transport Policy**, v. 18, n. 6, p. 880–887, 2011.

LUETHI, M.; WEIDMANN, U. A.; NASH, A. Passenger arrival rates at public transport stations. In: **Transportation Research Board 86th annual meeting**. Washington: Transportation Research Board, 2007.

NEWELL, G. F.; POTTS, R. B. Maintaining a bus schedule. In: **2nd Australian Road Research Board Conference**. Melbourne: Australian Road Research Board (ARRB), 1964. v. 2, n. 1, p. 388–93.

NUNEZ, A.; SÁEZ, D.; CORTÉS, C. E. **Hybrid Predictive Control for Dynamic Transport Problems**. London: Springer Science & Business Media, 2012.

OSUNA, E.; NEWELL, G. Control strategies for an idealized public transportation system. **Transportation Science**, v. 6, n. 1, p. 52–72, 1972.

PLAMUS. **Plano de Mobilidade Urbana Sustentável da Grande Florianópolis**. 2015. Disponível em: <<http://www.plamus.com.br/>>.

SÁNCHEZ-MARTÍNEZ, G.; KOUTSOPOULOS, H.; WILSON, N. Real-time holding control for high-frequency transit with dynamics. **Transportation Research Part B: Methodological**, New York, v. 83, p. 1–19, 2016.

SEDDON, P.; DAY, M. Bus passenger waiting times in greater manchester. **Traffic Engineering and Control**, v. 15, n. 9, p. 442–445, 1974.

STRATHMAN, J. G.; HOPPER, J. R. Empirical analysis of bus transit on-time performance. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 27, n. 2, p. 93–100, 1993.

STRATHMAN, J. G. et al. Bus transit operations control: review and an experiment involving tri-met’s automated bus dispatching system. **Journal of Public Transportation**, v. 4, n. 1, p. 1–26, 2001.

TIRACHINI, A.; HENSHER, D. A.; ROSE, J. M. Crowding in public transport systems: effects on users, operation and implications for the estimation of demand. **Transportation research part A: policy and practice**, v. 53, p. 36–52, 2013.

TSS. **AIMSUN Dynamic Simulator Users Manual v. 7**. Barcelona: Transport Simulation Systems, 2012.

TURNQUIST, M. **Strategies for Improving Bus Transit Service Reliability**. Transportation Research Record 818. Evanston, IL, 1982.

TURNQUIST, M. A.; BLUME, S. W. **Evaluating potential effectiveness of headway control strategies for transit systems**. Transportation Research Record 746. Washington, 1980.

WARDMAN, M. **Valuing convenience in public transport**. Artigo de Discussão n. 2014–02. The international Transport Forum at the OECD, 2014.

WARDMAN, M.; WHELAN, G. Twenty years of rail crowding valuation studies: evidence and lessons from british experience. **Transport reviews**, v. 31, n. 3, p. 379–398, 2011.

WEBER, W. **Die Reisezeit der Fahrgäste öffentlicher Verkehrsmittel in Abhängigkeit von Bahnart und Raumlage**. Stuttgart: Technische Hochschule Stuttgart, 1966.

WHELAN, G. A.; CROCKETT, J. An investigation of the willingness to pay to reduce rail overcrowding. In: **Proceedings of the First International Conference on Choice Modelling**. Harrogate, UK: [s.n.], 2009.

WRIGHT, L.; HOOK, W. **Bus Rapid Transit Planning Guide**. New York: Institute for Transportation & Development Policy, 2007.

XUAN, Y.; ARGOTE, J.; DAGANZO, C. F. Dynamic bus holding strategies for schedule reliability: Optimal linear control and performance analysis. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 45, n. 10, p. 1831 – 1845, 2011.

ZIMMERMANN, L. et al. Holding control of bus bunching without explicit service headways. **IFAC-PapersOnLine**, v. 49, n. 3, p. 209 – 214, 2016.

ZOLFAGHARI, S.; AZIZI, N.; JABER, M. Y. A model for holding strategy in public transit systems with real-time information. **International Journal of Transport Management**, v. 2, n. 2, p. 99–110, 2004.