Paloma Brockveld

CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS: DE 1918 A 2015

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Ciências Físicas e Matemáticas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito para a obtenção do grau de licenciatura em Matemática.

Orientadora: Prof. M.a Carmem Suzane Comitre Gimenez.

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Brockveld, Paloma
Critérios de divisibilidade nos livros didáticos: de 1918 a 2015 / Paloma Brockveld ; orientadora, Carmem Suzane Comitre Gimenez - Florianópolis, SC, 2016.
83 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Graduação em Matemática.

Inclui referências

1. Matemática. 2. Educação matemática,. 3. critérios de divisibilidade. 4. demonstrações matemáticas. 5. ensino fundamental. I. Gimenez, Carmem Suzane Comitre . II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Matemática. III. Título.

Esta monografia foi julgada adequada como TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO no Curso de Matemática – Habilitação Licenciatura, e aprovada em sua forma final pela Banca Examinadora designada.

Florianópolis, 13 de dezembro de 2016.

____

Prof. Dr.ª. Silvia Martini de Holanda Janesh

Coordenadora do Curso de Graduação em Matemática

Banca Examinadora:

____

Prof.ª M.ª Carmem Suzane Comitre Gimenez

Orientadora

____

Prof. Dr. David Antonio da Costa

UFSC

____

Prof. Dr. Leandro Batista Morgado

UFSC

Este trabalho é dedicado aos meus pais e todos aqueles que fizeram parte desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a meus pais pelo apoio sempre necessário durante estes 4 anos e meio. Agradeço também pela preocupação com os meus estudos desde os anos iniciais e por me proporcionarem – mesmo nos momentos mais difíceis – um ensino de qualidade, pois foi fundamental para que eu pudesse chegar a este momento. Agradeço também pelo conforto que me ofereceram durante este período, tornando este caminho um pouco mais leve.

Agradeço à minha vó, por sempre se preocupar com a minha educação.

À minha amiga e namorada Liana por toda ajuda, compreensão e companheirismo. Sou imensamente grata a tudo que esta universidade me proporcionou, principalmente por ter te colocado na minha vida.

Ao professor Nereu Estanislau Burin por todo apoio durante a graduação – pelos conselhos, reflexões e conversas. E também pelas oportunidades que me foram proporcionadas – pelas experiências que engrandeceram meu aprendizado.

À professora Carmem por aceitar me auxiliar neste momento e me engrandecer com seus conhecimentos durante toda a graduação. Além de sua dedicação para com os cursos que lecionou durante sua carreira, marcando a todos e servindo de exemplo de profissionalismo.

Por fim, e não menos importante, agradeço à todos os companheiros de jornada que encontrei no decorrer destes anos, que fizeram com que este caminho fosse muito mais tranquilo e divertido. Por me proporcionarem momentos que serão eternizados na memória.

RESUMO

Este trabalho se insere no campo da educação matemática e tem por objetivo compreender como era feito o estudo dos critérios de divisibilidade no século XX, na educação básica. Foram pesquisados nos livros didáticos de matemática do referente período. A maior parte do material analisado encontra-se digitalizado no Repositório Institucional da UFSC. Faz parte deste trabalho considerar o formalismo matemático e a presença ou ausência de demonstrações nos livros didáticos, além de compreender a estrutura escolar encontrada nos livros didáticos referenciando-as com a estrutura atual.

Palavras-chave: Educação matemática, demonstrações, formalismo matemático, ensino fundamental, critérios de divisibilidade, demonstrações matemáticas.

ABSTRACT

This work is part of the field of mathematical education and aims to understand how the study of the criteria of divisibility in the twentieth century in basic education was done. They were searched in the textbooks of mathematics of the referred period. Most of the analyzed material is digitized in the Institutional Repository of UFSC. It is part of this work to consider the mathematical formalism and the presence or absence of demonstrations in textbooks, in addition to understanding the school structure found in textbooks referencing them with the current structure.
Key words: Mathematical education, demonstrations, mathematical formalism, fundamental education, divisibility criteria, mathematical demonstrations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo geral fazer um estudo da abordagem dos critérios de divisibilidade em livros didáticos de matemática, ao longo do século XX. Este estudo consistirá em observar como o assunto é tratado do ponto de vista do formalismo, da presença ou ausência de demonstrações matemáticas, e dos problemas propostos aos estudantes. Além disto, será observada a coerência das informações; sendo assim, os erros também serão apontados.

Primeiramente foi realizada uma busca sobre as transformações e a estrutura escolar brasileira no período do século XX, para que possamos entender e nos situar na estrutura escolar encontrada nos livros didáticos, e entender um pouco mais sobre o ensino básico no período correspondente. Além disto, foi realizada uma pesquisa quanto a disponibilidade/existência dos livros didáticos no período do século XX. Estas pesquisas constituem o primeiro capítulo deste trabalho.

O segundo capítulo deste trabalho é constituído pelas observações apontadas nos livros didáticos selecionados. Critérios de divisibilidade é um tema trabalhado no atual 6º ano do ensino fundamental I. Após a definição do tema, foram escolhidos alguns livros que abrangessem o século XX e três do século XXI, para verificar o ensino dos critérios de divisibilidade e compará-los com a maneira atual encontrada nos livros didáticos. A escolha dos livros do século XX foi feita de maneira cronológica, entre os anos de 1918 e 1989, que tínhamos disponíveis, os livros deste século, dos anos 2002, 2012 e 2015. A maioria dos livros estudados encontra-se digitalizada no Repositório Institucional da UFSC [1]. Além da metodologia, os exercícios/problemas sobre o assunto também são observados e analisados. E por fim, apresento minhas conclusões.

As demonstrações, quando aplicadas em sala de aula em nível de ensino fundamental, acabam exigindo uma reflexão maior do professor, gerando dificuldades. Entre elas estão a falta de preparo do professor, a falta de familiaridade dos alunos com o formalismo, os livros didáticos que tratam o assunto do ponto de vista apenas operacional, não questionando os resultados, nem sua história: limitam-se às regras. Acreditamos que as demonstrações em matemática são fundamentais, não somente no ensino superior.

[1] O Repositório Institucional é um espaço virtual sediado nos servidores da UFSC que reúne documentos fontes digitalizadas para o desenvolvimento de pesquisas em história da educação matemática. Para maiores detalhes ver em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>. Acesso em: 01 dez. 2016.

Podemos perceber no TCC do Juliano Espezim Soares Faria (FARIA, 2002), que é possível demonstrar diversos conteúdos matemáticos no ensino fundamental e médio sem que fuja das limitações de saberes destes alunos. Também é possível perceber que muitas destas demonstrações são simples, sendo assim, seu ensino não é tão complexo quanto se julga ser.

O aluno que chega ao curso superior se depara com uma nova realidade – já que este formalismo não é visto nos dias atuais no ensino básico. Visto que a matemática é totalmente construída e estruturada através de demonstrações, teoremas, corolários... fica um questionamento: porque isto tudo não é visto – ou é pouquíssimo visto – no ensino básico? Porque este abismo entre a matemática do nível superior e a do nível básico? Isto ocorre somente nos dias atuais? Há motivos para isto ocorrer? Quais motivos? Desde quando isto ocorre? Foram estes questionamentos que me fizeram escrever este TCC.

CAPITULO 1 - SISTEMA DE ENSINO NO BRASIL E SUA ESTRUTURA

Durante a Primeira República o Brasil era um país predominantemente rural, se adaptando após longo período de escravidão, com a maior parte da população analfabeta. Apesar da predominância rural, o Brasil começava a ter contato com o crescimento urbano; sendo assim verificou-se uma necessidade de investimento na educação – através desta se obtinha qualificação para o trabalho industrial e urbano.

Com o começo da República (1889-1930) e o fortalecimento do Estado, a educação brasileira começou a sofrer mudanças de natureza progressiva. Até então as questões educacionais eram quase que exclusivamente governadas pela Igreja Católica.

Através destas mudanças a escola passou a ter novas organizações e concepções. As principais mudanças do século XX foram:

- (1988) Descentralização administrativa — as escolas ganharam maior autonomia para elaborar seu Regimento Interno e os conteúdos escolares a serem desenvolvido;
- (1990) Ênfase na avaliação sistêmica — o MEC passou a fazer avaliações periódicas para análise dos resultados escolares.
- (1998) Sistema de ciclos de formação — cada ciclo escolar possui duração de dois ou três anos, e esta divisão foi determinada baseada nas fases de desenvolvimento humano;
- (1998) Formação continuada — foi verificado que há diversas falhas na formação dos professores, diante isso foi oferecido formação continuada para renovação de planejamentos, didática e conhecimento;

O cenário educacional era marcado pelo desenvolvimento do país. O desafio do ensino era a relação entre Educação e o mercado de trabalho.

Abordaremos as transformações escolares ocorridas no século XX de forma breve, dando ênfase nas transformações que alteraram a estrutura escolar. Para estas considerações me apoio em (RICCI, 2003; PALMA FILHO, 2005a, 2005b)

Em 1901 ocorreu o Código Epitácio Pessoa, que passou a determinar que o curso secundário tivesse como objetivo preparar o aluno para o ingresso nas faculdades e alterou a duração do curso secundário para 6 anos.

Em 1911 ocorreu a Reforma Rivadávia, conhecida como Lei Orgânica do Ensino Superior e Fundamental, que desoficializou o ensino brasileiro – afastou da União a responsabilidade pelo ensino. As principais mudanças desta reforma foram: a frequência escolar passa a não ser obrigatória, revogam-se a expedição de diplomas dos cursos secundários, as próprias instituições de ensino (faculdades) realizam uma prova de admissão – semelhante ao atual vestibular. A nova lei eliminou o exame de madureza – prestado no fim do curso integral e destinado a verificar se o aluno possuía conhecimento suficiente para seguir – e a equiparação dos estabelecimentos de ensino secundário ao Colégio Pedro II. O estudante não precisava comprovar sua escolaridade, bastava ser aprovado na prova formulada pela instituição de ensino (faculdade) para ter sua admissão ao curso superior. Esta reforma culminou em cursos de baixa qualidade, com o objetivo único de formar bacharéis e doutores. Esta reforma acabou sendo revogada em 1915 (RICCI, 2003).

Em 1915 ocorreu a Reforma Carlos Maximiliano, que revogou tudo o que a reforma de 1911 promoveu. As principais mudanças desta reforma foram: restauração dos diplomas de curso secundário, restauração dos exames de madureza, restabelecimento do poder da União no ensino. Reduziu o ensino secundário em 1 ano, e assim o ensino secundário passou a ter duração de 5 anos.

Em 1924 foi criada a Associação Brasileira de Educação (ABE). Essa instituição passou a reunir pessoas de todo o país na discussão de uma política nacional de educação. Deste grupo faziam parte pessoas de áreas variadas (médicos, professores, educadores, entre outros) que se importavam com os rumos da educação no Brasil. Até então, o debate das questões educacionais se restringia quase que exclusivamente ao Estado.

Em 1925 ocorreu a Reforma Rocha Vaz – uma ampliação da reforma de 1915 – que tornou os currículos escolares seriados, elaborando programas oficiais e restituindo bancas examinadoras para o ensino particular. Essa reforma também tinha como objetivo tornar obrigatório o curso ginasial seriado de 6 anos, tornar a frequência obrigatória, organizar o ensino e as matérias. Somente com a Reforma de Getúlio Vargas(1930) as medidas propostas por essa reforma entrarão em vigor. O ensino secundário passa a ser seriado, com duração de seis anos – sendo o último destinado ao curso de filosofia. Ao contrário do que era até então, o ensino secundário passa a ter o objetivo de preparar o estudante para a vida. Ao concluir o 5º ano, o aluno já poderia entrar no ensino superior – contanto que fosse aprovado no vestibular. Quem fosse aprovado no 6º ano teria direito ao grau de bacharel em ciências e letras.

Só nos anos 30 que ocorreu a primeira alteração na estrutura escolar. Anteriormente a esta mudança (pela Constituição de 1891) a estrutura escolar era organizada nos seguintes graus de ensino: o 1º grau para crianças de 7 aos 13 anos e o 2º grau para crianças a partir dos 13 anos.

Em 1931 foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública e o Conselho Nacional de Educação — pela primeira vez no país se institui órgãos responsáveis por todos os assuntos envolvidos com a educação. Também ocorreu neste ano a Reforma Francisco Campos, promovendo a educação em caráter nacional. Esta reforma, voltada para os estudantes acima de 11 anos, estabeleceu:

1. O currículo seriado, definindo uma progressão de saberes e consequentemente permitindo um controle maior sobre o seu processo de seleção e avaliação;

2. A frequência obrigatória;

3. E o ensino secundário passou a ter duração de 7 anos (até então tinha duração de 5 anos) e foi dividido em dois ciclos. O primeiro ciclo denominado fundamental, com duração de cinco anos, era destinado a todos os estudantes e oferecia formação geral. O segundo ciclo, denominado ciclo complementar, com duração de dois anos, era oferecida de três maneiras – para os candidatos ao curso jurídico, para os candidatos aos cursos de medicina, farmácia e odontologia e para os candidatos aos cursos de engenharia e arquitetura. A aprovação neste ciclo era exigida aos estudantes que desejassem ingressar no ensino superior. Neste período, o ensino era dirigido às elites e parte da classe média.

Quadro 1 - Estrutura do ensino básico após a Reforma Francisco Campos.

<table>
<tr><th colspan="3">Níveis e Subníveis</th><th>Duração</th><th>Faixa Etária</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Ensino Primário</td><td rowspan="3">Primeiro Grau</td><td>Elementar</td><td>3 anos</td><td>7 a 9 anos</td></tr>
<tr><td>Médio</td><td>2 anos</td><td>9 a 11 anos</td></tr>
<tr><td>Superior</td><td>2 anos</td><td>11 a 13 anos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Segundo Grau</td><td>3 anos</td><td>13 a 16 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Secundário</td><td colspan="2">Curso Secundário Fundamental</td><td>5 anos</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td colspan="2">Curso Complementar</td><td>2 anos</td></tr>
</table>

Em 1932 ocorreu o Manifesto dos Pioneiros da Educação Nova: nesse manifesto, a educação foi reconhecida como direito de todos e dever do Estado. Este movimento ia contra a educação elitista e defendia uma escola única, pública, laica, obrigatória e gratuita. Apresentava os seguintes princípios: a educação em todos os seus graus é considerada uma função social (e o Estado junto com demais órgãos são responsáveis por ela), os estados têm o dever de custear, organizar e ministrar o ensino em todos os graus, ensino obrigatório da educação primária, ensino gratuito em todos os níveis, escola comum a todos (sem distinção de sexo), organização da escola secundária, desenvolvimento da escola técnica profissional e criação de universidades, fiscalização das instituições particulares de ensino, reorganização da administração escolar e reconstrução do sistema escolar – em um sistema que visa contribuir para a formação de uma sociedade mais justa.

Em 1942, com a Reforma Gustavo Capanema, surgiram o “ginásio” e o “colégio”: o ciclo ginasial com duração de quatro anos, e o ciclo colegial com duração de três anos. O ciclo colegial era subdividido em dois cursos: clássico e científico. Esta reforma estruturou o ensino industrial, reformou o ensino comercial e criou o Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI. A estrutura escolar deste período ficou organizada da seguinte forma:

Quadro 2 - Estrutura do ensino básico após a Reforma de Gustavo Capanema

<table>
<tr><th colspan="2">Níveis e Subníveis</th><th>Duração</th><th>Faixa Etária</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Primário</td><td>Ensino Primário Fundamental</td><td rowspan="2">4 anos</td><td rowspan="2">De 7 a 10 anos</td></tr>
<tr><td>Ensino Primário Supletivo</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Médio</td><td>Ginásio</td><td>4 anos</td><td>De 11 a 14 anos</td></tr>
<tr><td>Colégio</td><td>3 anos</td><td>De 15 a 17 anos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Superior</td><td>Variável</td><td>Após 18 anos</td></tr>
</table>

Em 1946 notou-se uma necessidade de alteração nas leis educacionais devido ao momento político e econômico — fim no Estado Novo e durante o Governo Provisório. Com a Lei Orgânica do Ensino Primário houve o estabelecimento do princípio da obrigatoriedade do ensino primário para todos, com gratuidade nas escolas públicas, e o estabelecimento da laicidade do ensino primário e médio. Esta reforma organizou o ensino agrícola e criou o Serviço Nacional de Aprendizagem Comercial - SENAC.

Em 1961 com a promulgação da Primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB (Lei 4.024) – finalmente a educação passa a ter um conjunto de leis legais que regulam o assunto. Entre os principais aspectos desta LDB temos: o setor privado e público têm direito de ministrar o ensino em todos os níveis; o ensino particular pode contar com ajuda financeira do Estado e flexibilidade da organização curricular – indo contra a ideia de um único currículo nacional.

Quadro 3 - Estrutura do ensino básico após a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB

<table>
<tr><th colspan="2">Níveis e Subníveis</th><th>Duração</th><th>Faixa Etária</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Pré-Primário</td><td>Maternais</td><td rowspan="2">3 anos</td><td rowspan="2">De 4 a 6 anos</td></tr>
<tr><td>Jardins de Infância</td></tr>
<tr><td>Ensino Primário</td><td>Escola Primária</td><td>4 anos</td><td>De 7 a 10 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Médio</td><td>Ginásio</td><td>4 anos</td><td>De 11 a 14 anos</td></tr>
<tr><td>Colégio</td><td>3 anos</td><td>De 15 a 17 anos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Superior</td><td>Variável</td><td>Após 18 anos</td></tr>
</table>

Em 1968 temos a promulgação da lei nº 5.540 que organizou e normatizou o ensino superior. Foram instituídos o vestibular classificatório como meio de ingresso no ensino superior, os departamentos e a matrícula por disciplina.

Em 1972 com a lei nº 5692/71 a escola primária se fundiu com o ginásio formando o 1º grau e o colégio passou a se chamar 2º grau. O ensino obrigatório se estendeu para 8 anos. Os ensinos de 1º e 2º graus tinham como limites mínimos uma carga horária anual de 720 horas e o ano letivo de 180 dias (ou seja, 4 horas por dia). Após a reforma a estrutura resultante foi:

Quadro 4 - Estrutura do ensino básico após a lei nº 5692/71.

Níveis e Subníveis	Duração	Faixa Etária
Pré Escola	3 anos	De 4 a 6 anos
1º grau	8 anos	De 7 a 14 anos
2º grau	3 anos	De 15 a 17 anos
Ensino Superior	Variável	Após 17 anos

Em 1988 com a promulgação da Constituição Federal, temos uma modificação no sistema educacional com a Carta Magna que estabeleceu que a responsabilidade pela organização dos sistemas de ensino pode ser estadual e municipal: até então era responsabilidade exclusiva do Estado. Além disso, estabelece a convivência entre as redes pública e particular. O poder público passou a ser obrigado a destinar uma quantia percentual mínima a Educação.

Em 1996, com a aprovação da atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, lei nº 9.394/96), foram alteradas a organização e a nomenclatura do sistema educacional. A escola básica passou a ser formada por dois eixos: educação básica (formada pela educação infantil, ensino fundamental e ensino médio) e educação superior (variável). A educação básica pode ser oferecida em algumas modalidades; são algumas delas: ensino regular (como ilustrada na tabela abaixo), educação de jovens e adultos — destinado àqueles que possuem idade superior à idade requerida na educação básica, educação especial — destinado a estudantes portadores de necessidades especiais — e educação profissional (que também pode ser considerada em alguns casos educação superior) — destinada aos alunos do ensino fundamental e médio, com caráter preparatório ao trabalho, ciência e tecnologia. Também pode ser encontrada nas modalidades do campo, indígena e quilombola. Tem por finalidade: a educação infantil — preparar a criança em seus aspectos físico, psicológico, intelectual e social; a educação básica — preparar o jovem para a cidadania, e lhe fornecer meios para prosseguir com os estudos e futuramente conseguir trabalho; educação superior — envolvimento com a cultura, com a ciência e com pensamento reflexivo. Estrutura após a LDB:

Quadro 5 - Estrutura do ensino básico após a LDB, lei nº 9.394/96.

<table>
<tr><th colspan="3">Níveis e Subníveis</th><th>Duração</th><th>Faixa Etária</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Educação Básica</td><td rowspan="2">Educação Infantil</td><td>Creche</td><td>4 anos</td><td>De 0 a 3 anos</td></tr>
<tr><td>Pré Escola</td><td>3 anos</td><td>De 4 a 6 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Fundamental</td><td>Anos Iniciais</td><td rowspan="2">8 anos</td><td rowspan="2">De 7 a 14 anos</td></tr>
<tr><td>Anos Finais</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ensino Médio</td><td rowspan="2">3 anos</td><td rowspan="2">De 15 a 17 anos</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td>Ensino Sup.
Superior</td><td>Curso por área</td><td>Graduação
Pós-Graduação</td><td>Variável</td><td>Após 17 anos</td></tr>
</table>

Atualmente com a lei nº 11.274/06 o ensino fundamental passou a ter duração de 9 anos. Temos a seguinte equivalência:

Quadro 6 - Equivalência de séries e idade correspondente após a lei nº 11.274/06.

8 anos de duração	**9 anos de duração**	**Idade correspondente no início do ano letivo**
-	1º ano	6 anos
1ª série	2 º ano	7 anos
2 ª série	3 º ano	8 anos
3 ª série	4 º ano	9 anos
4 ª série	5 º ano	10 anos
5 ª série	6 º ano	11 anos
6 ª série	7 º ano	12 anos
7 ª série	8 º ano	13 anos
8 ª série	9 º ano	14 anos

Atualmente temos a seguinte estrutura escolar:

Quadro 7 - Estrutura do ensino básico após a lei nº 11.274/06.

<table>
<tr><th colspan="3">Níveis e Subníveis</th><th>Duração</th><th>Faixa Etária</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Educação Básica</td><td rowspan="2">Educação Infantil</td><td>Creche</td><td>4 anos</td><td>De 0 a 3 anos</td></tr>
<tr><td>Pré Escola</td><td>3 anos</td><td>De 4 a 5 anos</td></tr>
<tr><td>Ensino Fundamental</td><td>Anos Iniciais
Anos Finais</td><td>9 anos</td><td>De 6 a 10 anos
De 11 a 14 anos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ensino Médio</td><td>3 anos</td><td>De 15 a 17 anos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ensino Superior</td><td rowspan="2">Curso por área</td><td>Graduação</td><td rowspan="2">Variável</td><td rowspan="2">Após 17 anos</td></tr>
<tr><td>Pós-Graduação</td></tr>
</table>

O quadro a seguir resume, de modo aproximado, as transformações da nomenclatura escolar dos atuais ensino fundamental II e ensino médio. Os anos que aprecem na 1ª linha do quadro referem-se ao ano de promulgação das leis, o que em geral se diferem do ano de implementação nas escolas.

Quadro 8 - Correspondência entre as séries no decorrer do século XX e XXI.

1900-1942	**1942-1972**	**1972-1996**	**1996-2006**	**Atualmente**
1ª Classe do 1º Grau Elementar	1ª série Ginasial do Ensino Médio	5ª série do 1º grau	5ª série do Ensino Fundamental	6º ano do Ensino Fundamental
2ª Classe do 1º Grau Elementar	2ª série Ginasial do Ensino Médio	6ª série do 1º grau	6ª série do Ensino Fundamental	7º ano do Ensino Fundamental
3ª Classe do 1º Grau Elementar	3ª série Ginasial do Ensino Médio	7ª série do 1º grau	7ª série do Ensino Fundamental	8º ano do Ensino Fundamental
1ª Classe do 1º Grau Médio	4ª série Ginasial do Ensino Médio	8ª série do 1º grau	8ª série do Ensino Fundamental	9 º ano do Ensino Fundamental
2ª Classe do 1º Grau Médio	1ª série Colegial do Ensino Médio	1ª série do 2º grau	1º Ensino Médio	1º E Ensino Médio
1ª Classe do 1º grau Superior	2ª série Colegial do Ensino Médio	2ª série do 2º grau	2º Ensino Médio	2º Ensino Médio
2ª Classe do 1º grau Superior	3ª série Colegial do Ensino Médio	3ª série do 2º grau	3º Ensino Médio	3º Ensino Médio

SOBRE OS LIVROS DIDÁTICOS NO SÉCULO XX

As mudanças marcantes no sistema de ensino do século XX vieram com a Reforma Francisco Campos (1931) e a sistematização do ensino em diferentes graus, e com a Reforma de Capanema (1942) e a organização do ensino secundário em ginásio e cursos clássicos e científicos, além da criação da disciplina de matemática em nível nacional. Vejamos um pouco mais sobre isso.

Em 1908, com a criação da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, inicia-se um processo de modernização do ensino da matemática, e este movimento começa a afetar o Brasil somente em 1920. Neste período, com Euclides Roxo (diretor do Colégio Pedro II), temos a unificação da matemática como uma única matéria (denominada ‘Matemática’) que começou a ser lecionada em 1929 – anteriormente os ramos da matemática constituíam disciplinas diferentes, autônomas. Neste período Euclides lançou seu primeiro livro didático, “Curso de Mathematica Elementar”, que continha a proposta didático-pedagógica de fusão da Aritmética com a Álgebra e a Geometria. Este livro deveria servir de referência para a disciplina a ser ensinada nos primeiros anos do ensino secundário.

O ministério da Educação e Saúde Pública foi criado com a revolução de Getúlio Vargas. Com isso, Euclides Roxo foi convocado por Francisco Campos para estruturar o ensino da matemática como uma única disciplina. Essa estruturação seria implantada em nível nacional no ensino secundário e ficou conhecida como Reforma de Francisco Campos. Esta reforma culminou na publicação em massa de diversos livros didáticos para atender a nova disciplina – ou seja, ao invés do lançamento de livros didáticos para cada área da matemática, temos o lançamento de um único livro didático intitulado ‘matemática’ destinado a cada série do ensino secundário – o primeiro livro foi o do próprio Euclides Roxo, que serviu de referência para a elaboração da Reforma, sendo publicado em 1929.

Enquanto a reforma de Francisco Campos permitiu determinar os conteúdos e a metodologia a ser utilizada no ensino da matemática, a reforma de Gustavo Capanema permitiu determinar os conteúdos que deveriam ser ensinados em cada série do ensino secundário.

LIVRO DIDÁTICO NA EDUCAÇÃO PÚBLICA

Segundo o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) temos uma noção da trajetória da distribuição dos livros didáticos no sistema educacional brasileiro.[2]

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas que se envolve na distribuição de livros didáticos para os estudantes da rede pública, este projeto teve início em 1929 com outro nome. Ao longo dos anos passou por diversas transformações, conforme a lista abaixo:

- 1929 - É criado o PNLD, este órgão se torna responsável por legislar sobre políticas do livro didático. Resultou em uma maior qualidade dos livros didáticos e aumento de produção.
- 1938 - Se institui uma Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo regras e políticas de legislação e controle de produção e circulação dos livros didáticos.
- 1945 - É restringido ao professor a escolha do livro didático que será utilizado pelos alunos no ano letivo.
- 1966 - Foi realizado um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID) que permitiu a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED), que ficou encarregada de coordenar os processos de produção e distribuição do livro didático. Este acordou proporcionou ao MEC recursos para a distribuição gratuita de milhões de livros no período de 3 anos. Com o financiamento do governo, através de verbas públicas, o programa ganhou continuidade.
- 1971 - A responsabilidade da COLTED sobre os recursos financeiros e a administração passam a ser do Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF) e encerra-se o convênio entre o MEC e a USAID.
- 1976 - O governo assume a compra de boa parte dos livros para distribuição das escolas e unidades federadas. Se extingue o INL, e cria-se a Fundação Nacional do Material Escola (FENAME) que se torna responsável pela execução do programa do livro didático.

[2] Para maiores detalhes ver em: <http://www.fnde.gov.br/programas/livro-didatico/livro-didatico-historico> . Acesso em 01 dez. 2016.

- 1983 - Para substituir a FENAME é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE) e a PLIDEF é incorporada nessa fundação. É proposto a participação dos professores na escolha dos livros didáticos, e a aplicação do programa com a inclusão das demais séries do ensino fundamental.
- 1985 - O PLIDEF é substituído pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), e apresenta as seguintes mudanças:
    - Indicação do livro didático pelos professores;
    - Reutilização do livro, que até então era descartável;
    - Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª série das escolas públicas e comunitárias;
    - Fim da participação financeira dos estados, passando este controle para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores.
- 1992 - O financeiro do projeto fica comprometido, e culmina na distribuição dos livros apenas até a 4ª série do ensino fundamental.
- 1993 - Estabelece-se um fluxo regular de verbas para a aquisição e distribuição de livros didáticos.
- 1993/1994 - São definidos critérios para a avaliação dos livros didáticos, esses critérios foram publicados em "Definição de Critérios para Avaliação dos Livros Didáticos" MEC/FAE/UNESCO.
- 1995 - Aos poucos o processo de distribuição dos livros volta a ser universal no ensino fundamental. Em 1995 são incluídas as disciplinas de matemática e português, em 1996 ciências e em 1997 geografia e história.
- 1996 - É iniciado o processo de avaliação dos livros didáticos, e através deste procedimento os livros alguns livros são excluídos ou aprovados de acordo com o que apresentam.
- 1997 - É extinto a FAE e a responsabilidade de execução do PNLD passa a ser do Fundo de Desenvolvimento da Educação (FNDE). O programa é ampliado, e o MEC passa a adquirir livros gradativamente para todos os alunos do ensino fundamental público.
- 2000 - Passam a ser distribuídos dicionários de língua portuguesa para alunos de 1ª a 4ª série. Os livros que serão utilizados são entregues até o fim do ano de 2000.

- 2001 - O PNLD amplia gradativamente o atendimento a alunos com deficiência visual que estão no ensino regular das escolas públicas.
- 2004 - Passam a ser distribuídos livros de matemática e língua portuguesa para alunos do ensino médio do norte e nordeste do país.
- 2005 - Os dicionários, antes entregues um a cada aluno, agora são entregues para o acervo da escola.
- 2006 - Distribuição de livros didáticos de matemática e português para o ensino médio de todas as regiões do país.
- 2007 - Passa a ser distribuído livros de biologia para o ensino médio, e dicionários de português, inglês e LIBRAS. É regulamentado o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA) para a distribuição de livros didáticos para os programas em parceria com o Programa Brasil Alfabetizado.
- 2009 - São distribuídos livros de física, geografia, química e história para o ensino médio.
- 2011 - São distribuídos para o ensino médio livros de língua estrangeira (inglês e espanhol) , filosofia e sociologia.

SOBRE A ANÁLISE DOS EXERCÍCIOS

Em relação aos exercícios, a teoria Antropológica do Saber de Ives Chevallard nos fornece ferramentas para a análise e a descrição dos exercícios encontrados nos livros didáticos. Para isso, é necessário conhecermos os conceitos de tarefa, técnica, tecnologia e teoria.

Resumidamente, os conceitos definidos por Chevallard em relação ao objeto matemática estudado (neste caso os exercícios encontrados nos livros didáticos) são os seguintes (AG ALMOULOUD, 2010):

- Tarefa – é uma ação, é a pergunta do problema. Por exemplo: calcular, determinar, demonstrar.
- Técnica - o que é feito para realizar a tarefa, a maneira com que se chega à solução do problema (o que foi utilizado). Por exemplo: algoritmos, experimentações.
- Tecnologia – é o que valida a técnica, é o suporte teórico, o que está por trás. Por exemplo: definições, teoremas, propriedades.

- Teoria – é a tecnologia de uma tecnologia, um discurso mais amplo que justifique a tecnologia. Exemplo: álgebra, geometria, teoria de conjuntos.

Em todos os exercícios analisados a tecnologia usada é o Algoritmo da Divisão – junto com as operações fundamentais e a teoria será álgebra e aritmética. Sendo assim, o quadro teórico não irá conter as colunas da tecnologia e da teoria.

CAPÍTULO 2 - CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

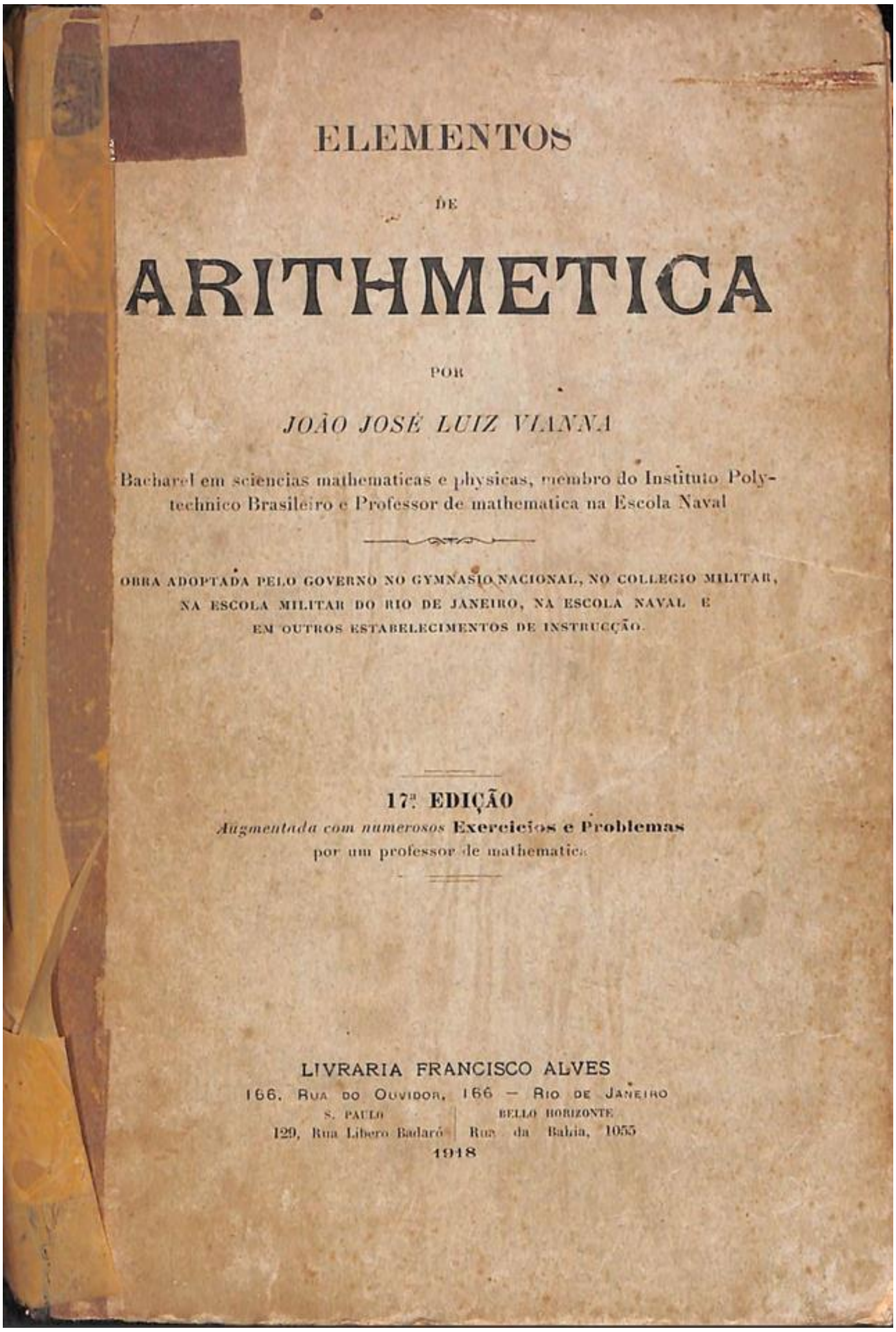
Neste capítulo será analisado o ensino dos critérios de divisibilidade por meio dos livros didáticos em diferentes décadas. O objetivo desta análise é perceber se havia ou não o ensino deste assunto de maneira formal – de maneira geral, a metodologia será avaliada em comparação com as metodologias atuais. Além disso, será observado a coerências das informações.

Os livros didáticos foram escolhidos de maneira a contemplar o período do século XX e como meio de comparação foram utilizados três livros didáticos do século XXI. Todos os livros foram/são destinados aos atuais ensino fundamental I e II e ensino médio, ou seja, são destinados ao ensino básico.

2.1. ELEMENTOS DE ARITHMETICA – JOÃO JOSÉ LUIZ VIANNA (1918)

Destinado ao colégio naval - Ensino de Segundo Grau – Atual Ensino Médio

Figura 1 – Capa do livro Elementos de Arithmetica



Fonte: Vianna (1918).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO ELEMENTOS DE ARITHMETICA

Quadro 9 – Transcrição do sumário do livro Elementos de Arithmetica

CAPÍTULO I - operações sobre os números inteiros; adição; subtração; multiplicação; divisão; mudança de base nos sistemas de numeração.
CAPÍTULO II - propriedades gerais dos números; operações algébricas; adição; subtração; multiplicação; divisão; divisibilidade dos números; teoria dos restos, critérios de divisibilidade; prova dos nove das quatro operações; teoria do máximo divisor comum; teoria dos números primos.
CAPÍTULO III - teoria das frações ordinárias; redução das frações a sua forma mais simples; redução das frações ao mesmo denominador; operações sobre as frações ordinárias; adição; subtração; multiplicação; divisão; teoria das frações continuas.
CAPÍTULO IV - teoria dos números decimais; operações sobre números decimais; adição; subtração; multiplicação; divisão; redução da mesma fração ordinária em decimal; dizimas periódicas.
CAPÍTULO V - sistemas metrológicos, operações sobre números complexos; sistema métrico decimal; sistema métrico brasileiro antigo; operações sobre os números complexos; adição; subtração; multiplicação; divisão.
CAPÍTULO VI - potências e raízes dos números; formação dos quadrados dos números; raízes quadradas dos números; formação dos cubos dos números; raízes cubicas dos números.
CAPÍTULO VII - teoria das razões e proporções; da equidiferença; da proporção; regra de três; regra conjunta; regra de juros; regra de desconto; regra de cambio; regra de sociedade.
CAPÍTULO VIII - teoria elementar das progressões; progressões por diferença; progressões por quociente.
CAPÍTULO IX - teoria elementar dos logaritmos; regra de juros compostos; regra de capitalização; regra de anuidades.
EXERCÍCIOS E PROBLEMAS.

Fonte: Vianna (1918).

O capítulo II (Divisibilidade) do livro apresenta: propriedades *geraes dos numeros* (que define as operações e símbolos matemáticos), *expressões algebricas*, *redução de termos semelhantes*, *operações algebricas*, *divisibilidade dos numeros*, *theoria dos restos*, *prova das quatro operações*, *theoria do máximo divisor commum*, *propriedades do maior divisor commum*, *theoria dos numeros primos* (VIANNA, 1918, p. 58-77) Antes dos critérios de divisibilidade o autor apresenta os "Princípios de divisibilidade", resultados que sustentam cada um dos critérios.

2.1.1. Princípios de divisibilidade

Antes apresentar os princípios (teoremas) da aritmética, o autor apresenta os conceitos: número primo, número múltiplo e números primos entre si.

Os 5 princípios apresentados são:

> 1. Um numero dividindo as parcellas de uma somma, divide também a somma.
> 2. Sendo uma somma composta de duas parcellas, se um numero dividir a somma e a uma das parcellas, dividirá tambem a outra parcella.
> 3. Sendo uma somma composto de duas parcellas: se um numero dividir uma das parcelas e não dividir a outra, não dividirá também a soma. Os restos das divisões da somma e da parcella não divisivel por esse mesmo numero são iguais.
> 4. Se um numero dividir a um dos factores de um producto, divide tambem o producto.
> 5. Se um numero for divisivel por outro, é também divisivel pelos factores d'esse outro. (VIANNA, 1918, p. 59-63)

Estes princípios são demonstrados de maneira formal e generalizada; não são apresentados exemplos numéricos para visualização do que é proposto. Eles vão sustentar a teoria apresentada nos critérios de divisibilidade.

Por exemplo, no 1º princípio – um número dividindo as parcelas de uma soma, divide também a soma – o autor define:

> *Seja S = A + B + C e D o numero que divide as parcellas A, B e C.*
> *Se D divide A, B e C, os quocientes das divisões de A, B e C, por D são numeros inteiros, que podemos representar por q, q' e q'', e então*
> $$\frac{A}{D} = q, \frac{B}{D} = q', \frac{C}{D} = q''$$
> *Por ser o dividendo igual ao producto do divisor pelo quociente,*
> $$A = Dq, B = Dq', C = Dq''$$
> *sommando as tres igualdades ordenadamente, resulta*
> $$A + B + C = Dq + Dq' + Dq''$$
> *Substituindo no primeiro membro A + B + C pelo seu valor S, e pondo em evidencia o factor commum D, no segundo membro, a ultima igualdade transforma-se em*
> $$S = D(q + q' + q'')$$
> (VIANNA, 1918, p. 60)

2.1.2. Caracteres de Divisibilidade

Ao entrar neste assunto, o autor apresenta o seguinte trecho:

> Antes de tratar da theoria dos restos e dos caracteres de divisibilidade, convém demonstrar o seguinte:
> PRINCIPIO. – Toda potencia de 10 é um producto dos factores primos 2 e 5 elevados á mesma potencia. (VIANNA, 1918, p. 63)

Ao demonstrar os princípios, o autor utiliza termos como ‘consequência’, ‘deduzir’, ‘demonstrar’, ‘necessário e suficiente’, formalizando o conteúdo.

Ao definir os critérios de divisibilidade o autor apresenta de maneira estruturada os princípios de divisibilidade – separando os últimos algarismos, e admitindo que se um número divide as parcelas então divide a soma. O autor apresenta as regras dos critérios de divisibilidade como consequência dos princípios.

Ao tratar os critérios de divisibilidade por 3 o autor apresenta:

> 7º Principio. – O resto da divisão de um numero inteiro qualquer por 3 é igual ao resto da divisão do numero formado pela somma dos valores absolutos dos algarismos do numero dado, por esse mesmo numero 3.
> Demonstração. – Sendo 9 multiplo de 3, podemos dizer que um numero inteiro póde sempre ser decomposto em duas partes, sendo uma d’ellas um múltiplo de 3, e a outra a somma dos valores absolutos dos algarismos. A primeira parte sendo divisível por 3, o resto da divisão do numero dado por 3 é igual ao resto da divisão da segunda parte por esse mesmo.
> Consequencia. – Um numero é divisivel por 3, se a somma dos valores absolutos dos algarismos d’esse numero fôr um numero divisivel por 3. Esta condição é necessaria e sufficiente. (VIANNA, 1918, p. 67)

Em nenhum momento o autor utiliza exemplos numéricos para o entendimento das regras e princípios.

Após apresentar a consequência do critério de divisibilidade por 2 e 5, e abordar número par, o autor generaliza números pares e ímpares: Os numeros divisíveis por 2 chamam-se pares; e os não divisíveis, impares.A formula geral dos numeros pares é 2n; e a dos números impares, 2n + 1 ou 2n – 1, sendo n um inteiro qualquer. (VIANNA, 1918, p.64)

2.1.3. Sobre os exercícios

Os exercícios sobre o assunto são apresentados no final do livro, separados por tópicos (cada tópico de cada capítulo).

A quantidade de exercícios sugeridos pelo autor é extremamente pequena e nada variável, com a função apenas de aplicação das regras estudadas.

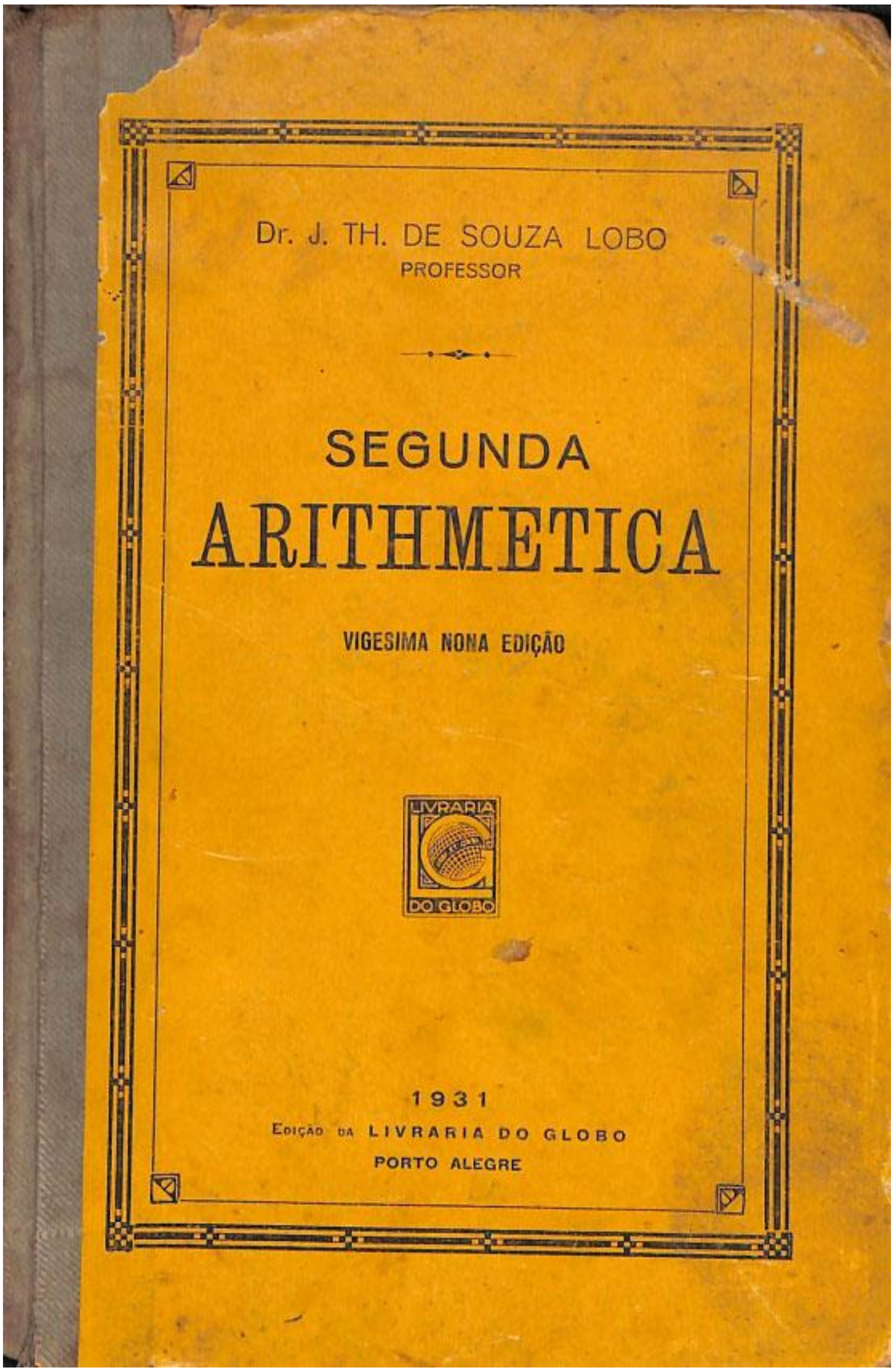
Quadro 10 - Exercícios do livro de 1918.

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Aplicar aos seguintes numerosos differentes caracteres de divisibilidade. 1º) 83644 2º) 749 250 3º) 85 481 4º) 107 811 000 5º) 421 574 607 6º) 2 958 012 249 7º) 3 601 539 8º) 25 501 301	- Verificar se um nº é divisível por outro via critérios de divisibilidade.	- Critérios de divisibilidade.	1

2.2. SEGUNDA ARITHMETICA - JOSE THEODORO DE SOUZA LOBO (1931)

Ensino primário – Atual Ensino Fundamental I

Figura 2 – Capa do livro Segunda Arithmetica



Fonte: Lobo (1931).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO SEGUNDA ARITHMETICA

Quadro 11 - Transcrição do sumário apresentado no livro Segunda Arithmetica

CAPÍTULO I – NÚMEROS INTEIROS - princípios elementares; sistema decimal de numeração; numeração romana; adição de números inteiros; subtração dos números inteiros; prova da adição e subtração; multiplicação dos números inteiros; operações sobre as potências; divisão dos números inteiros; prova real da multiplicação e da divisão. CAPÍTULO II – FRAÇÕES DECIMAIS - numeração das frações decimais; adição de frações decimais; subtração de frações decimais; multiplicação de frações decimais; divisão de frações decimais. CAPÍTULO III – SISTEMA MÉTRICO FRANCÊS - preliminares; medidas de comprimento; medidas de superfície; medidas agrarias; medidas de volume; medidas especiais para lenha; medidas de capacidade; medidas de peso; densidade; medidas monetárias; medidas de tempo; medidas angulares; vantagens do sistema métrico francês. CAPÍTULO IV – NOÇÕES SOBRE OS RESTOS SOBRE A DIVISIBILIDADE DOS NÚMEROS - divisor 10 ou uma potência de 10; divisores de 2 e 5; divisores de 9 e 3; divisor de 11; prova dos nove das quatro operações fundamentais. CAPÍTULO V – NÚMEROS PRIMOS - definições; máximo comum divisor; menor múltiplo comum. CAPÍTULO VI – FRAÇÕES ORDINÁRIAS - preliminares; propriedades das frações ordinárias; simplificação de frações ordinárias; redução das frações ao mesmo denominador; comparação das frações ordinárias entre si; conversão de um inteiro em fração; adição de frações ordinárias; subtração de frações ordinárias; multiplicação de frações ordinárias; divisão de frações ordinárias; provas da multiplicação e divisão das frações ordinárias; conversão das frações decimais em frações ordinárias e vice-versa; frações decimais periódicas; vantagens das frações decimais sobre as frações ordinárias. CAPÍTULO VII – METROLOGIA - medidas lineares ou de comprimento; medidas de superfície; medidas de volume; medidas de capacidade; medidas de peso. CAPÍTULO VIII – NÚMEROS COMPLEXOS - preliminares; conversão dos números complexos em frações ordinárias ou decimais; conversão das frações ordinárias ou decimais em números complexos; adição de complexos; subtração de complexos; multiplicação de complexos; divisão de complexos; provas das operações sobre números complexos. CAPÍTULO IX – RAZÕES E PROPORÇÕES - definições. CAPÍTULO X – APLICAÇÕES - regra de três simples; regra de três composta; regra de juros; regra de desconto; divisão em partes proporcionais; regra de sociedade simples; regra de sociedade composta; misturas; fundos públicos; ações; obrigações; cambio. CAPÍTULO XI – RAÍZES QUADRADA E CÚBICA - definições; raízes fracionarias; cubo e raiz cubica; raízes fracionárias CAPÍTULO XII – APLICAÇÕES GEOMETRICAS - preliminares; das linhas; dos ângulos; dos triângulos; dos quadriláteros; dos polígonos; da circunferência e do círculo; medida da circunferência; medida dos ângulos; medida dos polígonos; dos corpos e sua medida.

Fonte: Lobo (1931).

Noções sobre os restos e sobre a divisibilidade dos números é o capítulo que trata dos critérios de divisibilidade. Ao iniciar o capítulo, o autor apresenta os conceitos de múltiplo e divisor. O autor apresenta o conceito de divisor como submúltiplo:

> Um numero inteiro que está contido exatamente em outro chama-se submúltiplo, parte alíquota, factor ou divisor desse outro. (LOBO, 1931, p.131)

Os critérios são apresentados da seguinte maneira: divisor 10 ou uma potência de 10; divisores 2 e 5; divisores 4 e 25, 8 e 125, em geral qualquer potência de 2 ou de 5; divisores 9 e 3; divisor 11.

2.2.1. Critérios de divisibilidade

Todos os critérios são apresentados via regra, e em seguida são apresentados exemplos para verificação da regra. Todas as regras são baseadas no resto da divisão, e após aplicar a regra, o autor apresenta a conclusão; veja os exemplos a seguir:

1. Sobre divisibilidades por 2 e 5:

> O resto da divisão de um numero inteiro qualquer por 2 ou 5 é igual ao resto da divisão do numero representado pelo seu primeiro algarismo á direita por 2 ou por 5.
>
> Assim, o resto da divisão de 327 por 2 é 1; o resto da divisão desse mesmo numero por 5 é 2.
>
> Consequencia. – Para que um numero inteiro seja divisível por 2 ou por 5 é preciso e basta que seu ultimo algarismo á direita represente um numero divisível por 2 ou por 5. (LOBO, 1931, p.132)

2. Sobre divisibilidades por potências de 2 e 5:

> O resto da divisão de um numero inteiro por uma potencia de 2 ou de 5 é igual ao resto da divisão, por essa potencia, do numero formado por tantos algarismos á direita do numero proposto, quantas são as unidades do grau da potencia.
>
> Assim, o resto da divisão de 3247 por 4 (que é o mesmo que 2^2), é igual ao resto da divisão de 47 por 4. O resto da divisão desse mesmo numero por $25(5^2)$ é igual ao resto da divisão 47 por 25.
>
> 1.ª Consequencia. – Para que um numero inteiro seja divisível por 4 ou por 25, é necessário e basta que os seus dois últimos algarismos á direita formem um numero divisível por 4 ou por 25.

> O resto da divisão de 3748 por 8 ou por 125 é igual ao resto da divisão de 748 por 8 ou por 125.
>
> 2.ª Consequencia. – Para que um numero inteiro seja divisível por 8 ou por 125, é necessário e sufficiente que os tres últimos algarismos á sua direita formem um numero divisível por 8 ou por 125.
>
> 3.ª Consequencia. – Para que um numero inteiro seja divisível por uma potencia qualquer de 2 ou de 5, é necessário e basta que, tomando-se á direita do numero proposto tantos algarismos quantas são as unidades do grau da potencia, esses algarismos formem um numero divisível por essa potencia. (LOBO, 1931, p.132-133)

3. Sobre divisibilidades por 9 e 3:

> O resto da divisão de um numero inteiro por 9 ou por 3 é igual ao resto da divisão por 9 ou por 3 da soma dos valores absolutos dos seus algarismos.
>
> Assim, o resto da divisão de 2384 por 9, é igual ao resto da divisão de 2+3+8+4 ou 17 por 9; esse resto é 8.
>
> 1.ª Consequencia. – Para que um numero inteiro seja divisível por 9, é necessário e basta que a somma dos valores absolutos dos seus algarismos seja nove ou um múltiplo de 9.
>
> O resto da divisão de 6743 por 3, é igual ao resto da divisão de 6+7+4+3 ou de 20 por 3; este resto é 2.
>
> 2.ª Consequencia. – Um numero inteiro será divisível por 3, quando a somma dos valores absolutos dos seus algarismos for 3 ou um múltiplo de 3. (LOBO, 1931, p.133)

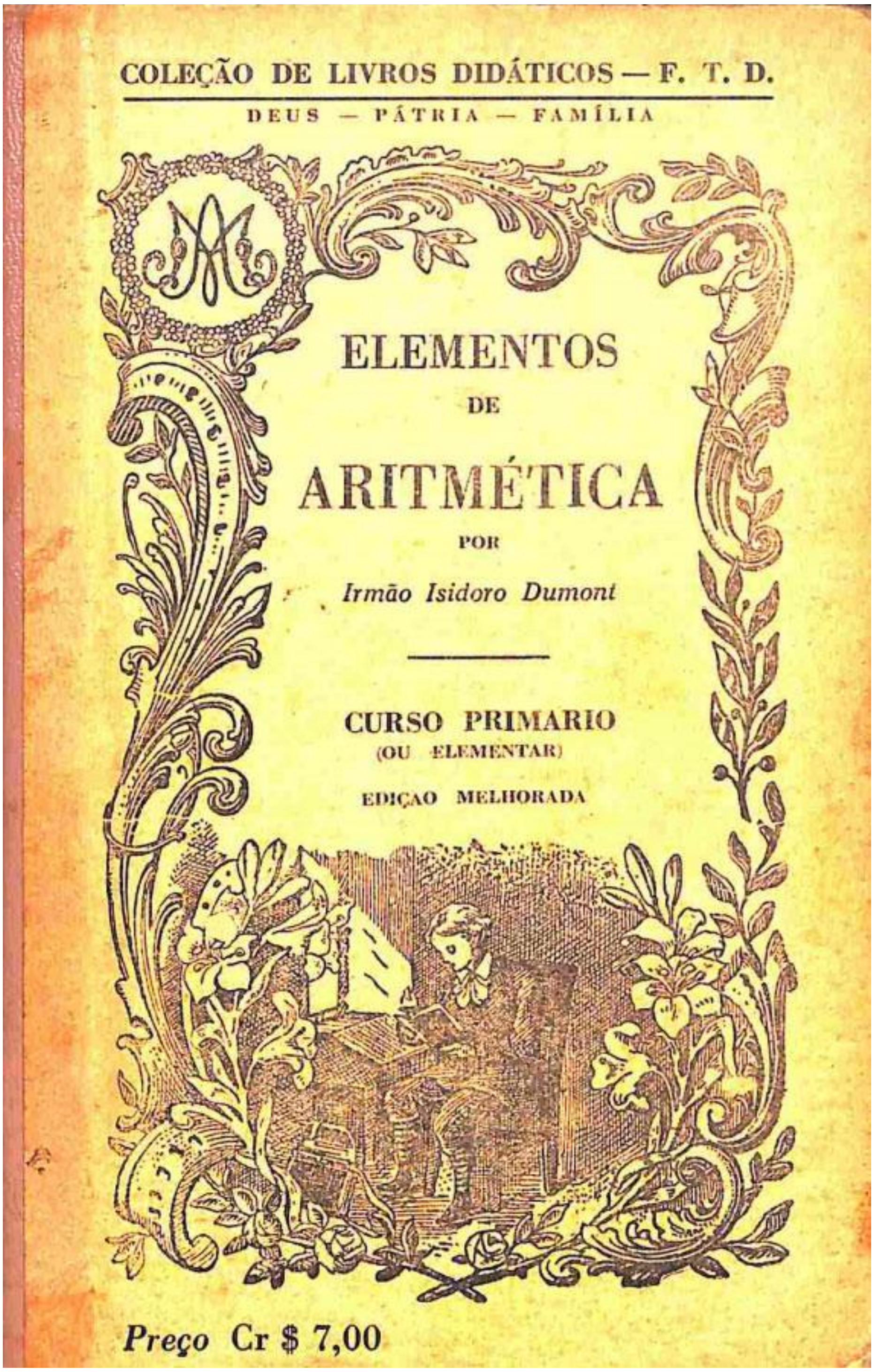
2.2.2. Sobre os exercícios

Não há exercícios sobre este assunto.

2.3. ELEMENTOS DE ARITMÉTICA – IRMÃO ISIDORO DUMONT (1937)

Curso Primário ou Elementar – Atual Ensino Fundamental I

Figura 3 – Capa do livro Elementos de Aritmética



Fonte: Dumont (1937).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO ELEMENTOS DE ARITMÉTICA

Quadro 12 – Transcrição do sumário do livro elementos de aritmética

CAPÍTULO I - numeração falada; numeração escrita; algarismos romanos.
CAPÍTULO II - operações fundamentais dos números inteiros; adição; subtração; multiplicação; divisão.
CAPÍTULO III - numeração das frações decimais; operações sobre as frações decimais.
CAPÍTULO IV - sistema métrico; cálculo das unidades métricas; medidas de comprimento; medidas de superfície; medidas de volume; medidas de capacidade; medidas de peso; medidas monetárias; relações das medidas métricas; medidas de tempo.
CAPÍTULO V - divisibilidade; prova dos noves; m.d.c; m.m.c.
CAPÍTULO VI - frações ordinárias; reduções; adição; subtração; multiplicação; divisão; conversão das frações.
CAPÍTULO VII - método da unidade; juros; desconto; repartição proporcional; sociedade; mistura.
CAPÍTULO VIII - morfologia geométrica; avaliação dos comprimentos das linhas; superfícies e volumes.

Fonte: Dumont (1937).

O capítulo apresenta divisibilidade, prova dos noves, números primos, fatoração, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum. Ao iniciar o conteúdo de divisibilidade, o autor apresenta os conceitos de múltiplos e submúltiplos, e em seguida os critérios de divisibilidade por 10, 2, 5, 9 e 3.

2.3.1. Critérios de divisibilidade

São apresentados os conceitos de divisível, múltiplo e divisor (neste livro, também, o conceito de divisor é associado a submúltiplo).

É apresentado um resultado sobre o 1. Todos os números são múltiplo de 1; reciprocamente, 1 é fator comum de todos os números. (DUMONT, 1937, p. 173)

Os critérios são apresentados como uma forma simples de se verificar se um número é divisível por 10, 2, 5 e 9, e o autor utiliza a regra do último algarismo, e em seguida apresenta exemplos para verificar a regra. Não há justificativa para as regras apresentadas. O tópico anterior, sobre multiplicação e divisão, não cita os princípios de divisibilidade.

Além de determinar quando um número é divisível pelo número proposto no critério, o autor também cita quando um número não é divisível por este número. Veja o exemplo:

> **Divisibilidade por 10**. – Um número é divisível por 10, quando termina em 0.
>
> Por exemplo: 20, 30, 40, 60, 100 são divisíveis por 10.

> Quando um número não termina em 0, não é divisível por 10; e o resto da divisão é o algarismo das unidades. (DUMONT, 1937, p. 173-174)

2.3.2. Sobre os exercícios

Os exercícios do livro são apresentados no final de cada assunto. Algo marcante neste livro é a quantidade de exercícios, no livro inteiro ultrapassa os quatro mil exercícios.

Quadro 13 - Exercícios do livro de 1937.

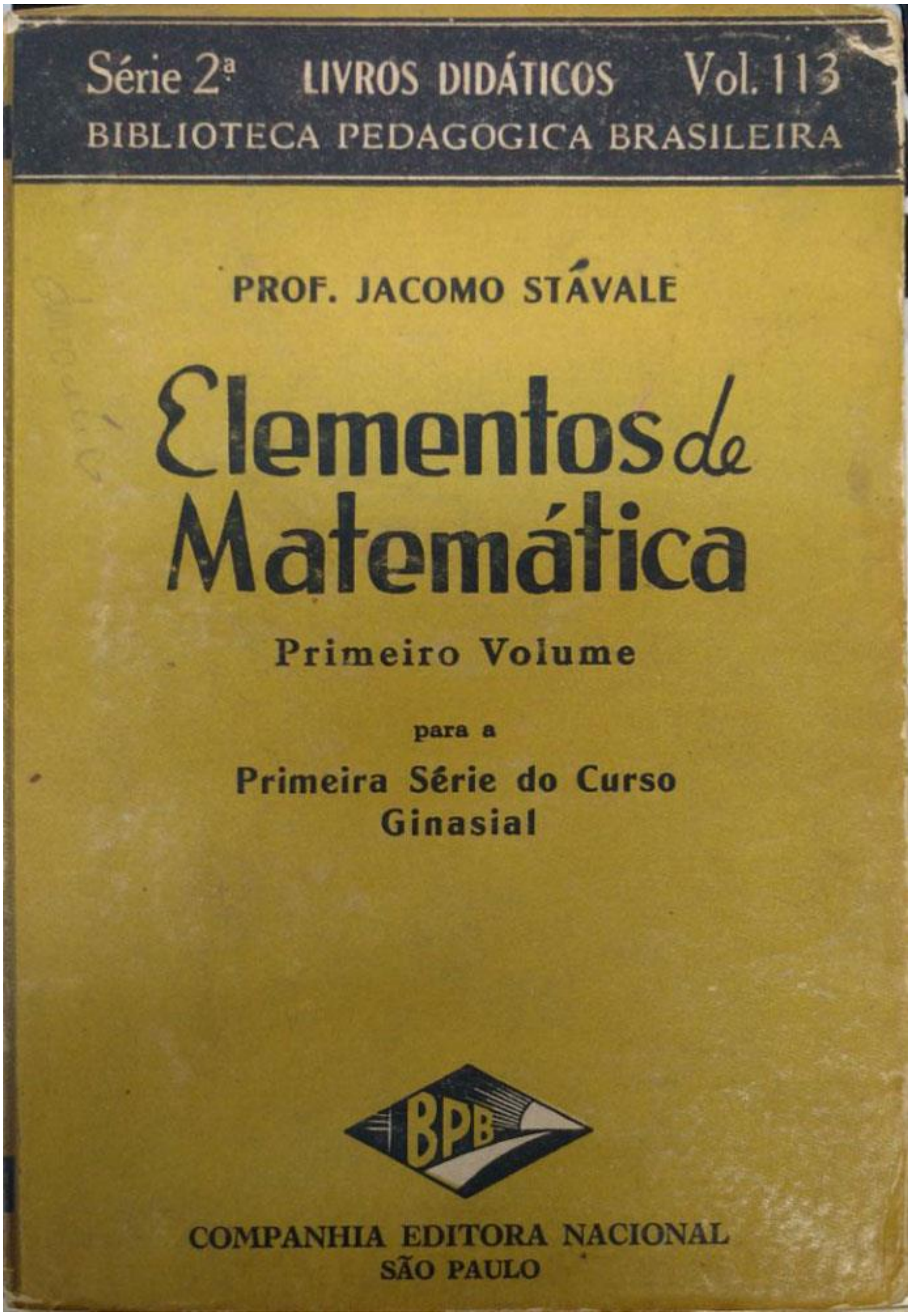
Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Examinar os números: 320, 45, 50, 200, 537, 446; dizer os que são divisíveis por 10 e porque; indicar os que não são divisíveis por 10, e dar o motivo.	- Determinar quais números são divisíveis por 10 e quais não são, apresentando o motivo.	- Critério de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão.	5
Dar 3 números de 2 algarismos, divisíveis por 10.	- Determinar 3 números de 2 algarismos que seja divisível por 10.	- Critério de divisibilidade; - Multiplicação.	10
Sem fazer a divisão, dizer o resto da divisão por 10 de: 51, 140, 229, 437.	- Determinar o resto nas divisões sem efetuar a conta de divisão.	- Critério de divisibilidade;	3

Há uma quantidade considerável de exercícios, porém são repetitivos e apenas de aplicação de regra. Não há contextualização ou envolvimento com outros conhecimentos.

2.4. ELEMENTOS DE MATEMÁTICA – PROF. JACOMO STÁVALE (1943)

Primeiro Volume para a Primeira Série do Curso Ginasial – Atual 6º ano.

Figura 4 – Capa do livro Elementos de Matemática



Fonte: Stávale (1943).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO ELEMENTOS DE MATEMÁTICA

Quadro 14 – Transcrição do sumário do livro Elementos de Matemática

CAPÍTULO I: noções fundamentais de geometria - os corpos e o espaço; a forma; a extensão; o sólido geométrico; quais são os fins da geometria? ; a superfície; a linha; o ponto; representação gráfica dos conceitos fundamentais da geometria; dimensões; elementos geométricos e sua geração; a linha reta e suas propriedades; retas verticais, horizontais e inclinadas; semirretas e segmentos; comparação de segmentos; a medida de um segmento; linhas quebradas, curvas, mistas; o plano; ângulos; o ângulo reto; igualdade de ângulos; medida dos ângulos; ângulos adjacentes, perpendiculares e oblíquos; distância de um ponto a uma reta; ângulos complementares e suplementares; paralelas. CAPÍTULO II: figuras geométricas - a circunferência; a medida da circunferência; a medida da circunferência; a divisão de um segmento em duas partes iguais; polígonos; triângulos; soma dos ângulos de um triângulo; problemas gráficos; o quadrado; o retângulo; o paralelogramo; o losango; o trapézio; retas e planos no espaço; poliedros e corpos redondos. CAPÍTULO III: operações fundamentais - grandeza, unidade, número; os números inteiros ou naturais; formação dos números e sua representação gráfica; numeração falada ou nomenclatura dos números; os elementos da numeração falada; unidades simples, dezenas e centenas; unidades, dezenas e centenas de milhar; unidades, dezenas e centenas de milhão; as classes de unidades; as ordens de unidades; base de um sistema de numeração; os defeitos da numeração falada; numeração escrita ou escritura dos números; regra para escrever um número qualquer; os algarismos e seus valores; leitura de um número inteiro; consequências da numeração escrita; algarismos romanos; a adição, definições; algumas propriedades da adição; regra geral da adição; provas da adição; a subtração, definições; algumas propriedades da subtração; regra geral da subtração; provas da subtração; expressão aritmética; cálculo de uma expressão aritmética; igualdade. CAPÍTULO IV: múltiplos e divisores - preliminares; potência de um número; expressões aritméticas; teoremas gerais da divisibilidade; caracteres de divisibilidade; primeira serie dos caracteres de divisibilidade; observações sobre o parágrafo anterior; segunda serie dos caracteres de divisibilidade; a regra dos noves fora; prova da adição pelos restos; prova da subtração pelos restos; prova da multiplicação pelos restos; resto de uma expressão aritmética; prova da divisão pelos restos; parte alíquota de uma grandeza; máximo divisor comum; teoremas fundamentais; determinar o mdc de dois números; regra para determinar o mdc de dois números; determinar os quocientes de dois números pelo seu mdc; propriedades do mdc; simplificação do processo das divisões sucessivas; dividindo dois números pelo seu mdc os quocientes são primos entre si; mdc de três números; números primos; crivo de eratóstenes; regra para verificar se um número é primo ou múltiplo; decomposição em fatores primos; divisão de um produto indicado por um de seus fatores; quando um número é divisível por outro, ele contém todos os fatores primos deste outro; quando um número é divisível por dois números primos entre si é também divisível pelo produto deles; quando um número é divisível por outros dois que não são primos entre si, pode ser ou não ser divisível pelo produto deles; divisores de um número; determinar todos os divisores de um número; determinar todos os divisores comum a dois números dados; composição do mdc de dois ou mais números; mínimo múltiplo comum; observação sobre o mmc de dois ou mais números.

Quadro 15 – Transcrição do sumário do livro Elementos de Matemática (continuação)

CAPÍTULO V: frações ordinárias - definição; leitura de uma fração ordinária; frações próprias e impróprias, números mistos; transformação de uma fração imprópria em um número inteiro ou misto; transformação de um número inteiro em fração com denominador dado; transformação de um número misto em fração imprópria; redução de frações ao mesmo denominador; redução de frações ao mesmo denominador comum; simplificação das frações ordinárias; simplificação de uma fração pelo processo das divisões sucessivas; simplificação de uma fração pelo processo do mdc; comparação de frações; propriedade das frações; adição de frações ordinárias; subtração de frações ordinárias; expressões aritméticas fracionárias; multiplicação de frações ordinárias; simplificação na multiplicação de frações ordinárias; divisão de frações ordinárias; fração de fração; a fração ordinária é o quociente exato da divisão do numerador pelo denominador; divisão com resto; expressões aritméticas fracionárias.
CAPÍTULO VI: frações decimais - frações decimais; números inteiros e frações decimais; as subdivisões do milésimo; multiplicação ou divisão de uma fração decimal por 10; adição e subtração de frações decimais; multiplicação de frações decimais; primeiro caso da divisão de frações decimais; segundo caso da divisão de frações decimais; caso em que o divisor é um número inteiro seguido de zeros; transformação de uma fração decimal em ordinária; transformação de uma fração ordinária em decimal; divisão com resto; quociente aproximado a menos de uma unidade, por falta ou por excesso; dízimas periódicas; valor absoluto e relativo de um período; geratriz de uma dízima periódica; geratriz de uma dízima periódica simples; geratriz de uma dízima periódica composta; o verdadeiro valor de uma dízima periódica; operações sobre as dízimas periódicas; caracteres de convertibilidade.
CAPÍTULO VII: números complexos - preliminares; definições; unidades de tempo; redução de um número complexo a incomplexo; a unidade monetária inglesa; a unidade angular; redução de um número incomplexo a um número complexo; transformação de um número complexo em fração; transformação de uma fração em número complexo; adição de números complexos; subtração de números complexos; multiplicação de números complexos; medidas inglesas de comprimento; divisão de números complexos.

Fonte: Stávale (1943).

Antes de abordar os critérios de divisibilidade (também chamados de ‘caracteres de divisibilidade’) o autor apresenta alguns tópicos para que o estudante esteja apto para trabalhar com o assunto. Em ordem, o capítulo é composto pelos seguintes tópicos: números primos, números múltiplos, divisores, potência de um número, expressões aritméticas, **teoremas da divisibilidade**, caracteres de divisibilidade, provas para verificação de resultados (conhecida como ‘prova real’), máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, teoremas fundamentais da aritmética, operações envolvendo máximo divisor comum, propriedades do máximo divisor comum, crivo de Eratóstenes, regra para verificar se um número é primo ou múltiplo, decomposição em fatores primos, propriedades envolvendo os fatores de um número, divisores de um número e divisores comuns, propriedades de mínimo múltiplo comum.

2.4.1. Números Primos.

Na parte preliminar do capítulo são apresentados os conceitos de divisível, múltiplo e divisor (submúltiplo ou parte alíquota).

Já no início do capítulo encontramos um trecho que nos chama a atenção.

> “Chama-se **número primo absoluto**, o número que é divisível somente por si mesmo e pela unidade. Os números 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, etc., são números primos.” (STÁVALE, 1943, p.120)

O autor afirma que o número 1 faz parte do conjunto dos números primos. O número 1 ser ou não primo é algo bastante discutido e que gera dúvida na cabeça dos estudantes quando estão em um primeiro contato com esta definição. Segue a definição de número primo, conforme Hygino H. Domingues, em Fundamentos de Aritmética (DOMINGUES, 1991):

> Um número natural p se diz primo se: i) $p \neq 0$ e $p \neq 1$; ii) Os únicos divisores de p são 1 e p. (DOMINGUES, 1991 , p.74)

Logo em seguida o autor afirma:

> Convém observar que os divisores de um número inteiro qualquer são em número limitado, sendo apenas dois, quando o número ê primo; entretanto, um número tem sempre uma infinidade de múltiplos. (STÁVALE, 1943, p.120)

O autor cita diversas vezes em suas explicações 'números inteiros' porém conhecemos números inteiros atualmente como um número que pode ser positivo, negativo ou zero. Nesta época não eram abordados os conteúdos por conjuntos numéricos, e neste nível de ensino o conhecimento é limitado ao conjunto dos números naturais. Após isso o autor apresenta o seguinte resultado:

> Existe um único número que tem uma infinidade de divisores; é o número **zero**. Com efeito, se dividirmos zero por qualquer número, o quociente é zero e o resto é zero. Desde que $8 \times 0 = 0$, então $0 \div 8 = 0$. Analogamente, $13 \times 0 = 0 \therefore 0 \div 13 = 0$; $15 \times 0 = 0 \therefore 0 \div 15 = 0$. (STÁVALE, 1943, p.120)

O autor afirma que zero dividido por qualquer número será zero, mas não comenta sobre o zero como divisor.

2.4.2. Teoremas.

Ao adentrar no tópico ‘teoremas gerais de divisibilidade’ o autor primeiramente apresenta algumas definições:

> “**Teorema é** a verdade matemática que exige prova. **Axioma** é a verdade matemática que não exige prova. Alguem que nos diz: **a soma é da mesma espécie das parcelas**. Podemos duvidar desta afirmação? E’ claro que não. Então esta verdade é um **axioma**. Alguem nos diz: **todo o número que é divisor das parcelas, é também divisor da soma**. Podemos duvidar desta afirmação? E’ claro que sim, e podemos exigir a prova desta afirmação. Então esta verdade se chama **teorema**, e ao trabalho de prová-la dá-se o nome de **demonstração**.” (STÁVALE, 1943, p.125-126)

E em seguida apresenta a seguinte observação:

> “(*) Na primeira série ginasial, o ensino da Aritmética deve ser prático. Entretanto, pensamos não haver inconveniente em iniciar os nossos alunos no conhecimento de alguns teoremas, aliás muito simples, como os que apresentamos neste parágrafo. E’ preciso semear para colher.” (STÁVALE, 1943, p.125)

Isto nos mostra que apesar do autor aceitar que o ensino da matemática não é voltado para o formalismo matemático (com suas demonstrações) na primeira série, vê como algo possível e sem grandes obstáculos o ensino de alguns teoremas. Apesar de não demonstrar passo a passo, pouco a pouco o autor vai apresentando caminhos para as demonstrações, e nestes caminhos apresenta todo o formalismo matemático. Sendo assim, sempre que apresenta algum teorema, apresenta também o caminho matemático utilizado para se obter aquele resultado. Em seguida apresenta cinco teoremas; são eles:

> “**Primeiro teorema**. O número que é divisor das parcelas também é divisor da soma.” (STÁVALE, 1943, p.126)
> “**Segundo teorema**. Sendo uma soma formada por duas parcelas, se um número é divisor da soma e de uma das parcelas, também é divisor da outra.” (STÁVALE, 1943, p.126)
> “**Terceiro teorema**. Sendo uma soma formada por duas parcelas, se um número é divisor de uma parcela, mas não é divisor da outra, então não é divisor da soma, e os restos das duas divisões são iguais.” (STÁVALE, 1943, p.127)
> “**Quarto teorema**. Quando um número é divisor de outro, é também divisor de qualquer múltiplo deste outro.” (STÁVALE, 1943, p.127-128)

> "**Quinto teorema**. Quando um número é divisível por outro, é também divisível por qualquer outro fator dêste outro." (STÁVALE, 1943, p.128)

Em todos os teoremas o autor utiliza exemplos para maior entendimento, porém utiliza-os também para afirmar que os teoremas estão demonstrados. Ele afirma que podemos aplicar o raciocínio utilizado para resolver o exemplo para qualquer outro número e, sendo assim, como os números irão preencher as condições necessárias, o teorema está demonstrado. Um exemplo disto pode ser observado no trecho abaixo, do primeiro teorema:

> [...] Consideremos a seguinte igualdade: 31 + 28 + 35 = x. As três parcelas são divisíveis por 7, ou 7 é divisor das três parcelas. Com efeito,21÷ 7 = 3; 28 ÷ 7 = 4; 35 ÷ 7 = 5. Logo,
> 21 = 7 + 7 + 7
> 28 = 7 + 7 + 7 +7
> 35 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7
> Torna-se agora evidente que a soma dos números 21, 28 e 35 deve conter 12 vêzes o número 7. Realmente, calculando o calor de x e dividindo-o por 7, o quociente exato é 12, Como êste raciocínio pode ser feito com números quaisquer, desde que preencham as condições exigidas pelo teorema, êste está demonstrado. (STÁVALE, 1943, p.127)

Ao mesmo tempo em que o autor tenta abordar o formalismo matemático em suas explicações, acaba se equivocando ao afirmar que pelo raciocínio utilizado no exemplo o teorema está demonstrado. Poderia afirmar que por meio deste raciocínio podemos chegar à demonstração, e que por meio de abstração e deste raciocínio se obtém a demonstração, ou até mesmo poderia demonstrar um dos teoremas abordados e deixar os demais para que os alunos tentassem demonstrar, pois o raciocínio da demonstração estaria explícito.

2.4.3. Critérios de Divisibilidade.

O autor separa os critérios em duas partes: múltiplos de 2, 5 ou 10 e múltiplos de qualquer número que não seja potência de 2, de 5 ou de 10. Sabemos que a divisibilidade por 2, 5 ou 10 depende do último algarismo do número a ser analisado e de modo geral isto é uma regra. Mas o que garante este resultado?

> "**Primeiro caracter**. Um número é divisível por 2, por 5 ou por 10, quando o número formado pelo primeiro algarismo da direita for divisível por 2, por 5, ou por 10." (STÁVALE, 1943, p.129)

Em seguida, temos o seguinte trecho:

> "Um número inteiro qualquer pode sempre ser decomposto em duas parcelas, sendo a primeira terminada por **um zero** e a segunda constituída pelo algarismo das unidades. Por exemplo:
>
> 3 457 = 3450 + 7
>
> A primeira parcela, com um zero à direita, é divisível por 10 e, por consequência, por 2 e por 5, em virtude do quinto teorema de divisibilidade. Ora, se a segunda for divisível por 2, por 5 ou por 10, a soma 3 457 também o será, em virtude do primeiro teorema de divisibilidade. Entretanto, se a segunda não for divisível por 2, por 5 ou por 10, a soma também não o será, e os restos das duas divisões serão iguais, em virtude do terceiro teorema de divisibilidade." (STÁVALE, 1943, p.129)

Isto responde nossa pergunta. O autor utiliza os teoremas já abordados para explicar os critérios de divisibilidade, assegurando a veracidade dos resultados. Utilizando o mesmo resultado acima, o autor aproveita para explicar os critérios de divisibilidade por potências de 2, 5 e 10.

As demonstrações dos demais critérios não são comentadas, – segundo o autor a demonstração completa dos critérios constituem a 2ª série, e pela dificuldade não pode ser apresentada nesta série – como vemos a seguir:

> 92. Segunda série dos caracteres de divisibilidade.
> Primeiro caracter. Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos ($56) é divisível por 3.
> Exemplo. O número 475 268 é divisível por 3?
> 4 + 7 + 5 + 2 + 6 + 8 = 32 32÷ 3 = 10 e restam 2.
> Logo, o número 475 268 não é divisível por 3, sendo o resto da divisão igual a 2, como se pode verificar, efetuando a divisão. (STÁVALE, 1943, p.132)
>
> Segundo caracter. Um número é divisível por 9, quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos é divisível por 9.
> Exemplo. O número 345 748 é divisível por 9?
> 3 + 4 + 5 + 7 + 4 + 8 = 31 31÷ 9 = 3 e restam 4.
> Logo, o número 345 748 não é divisível por 9, sendo o resto da divisão igual a 4, como se pode verificar, efetuando a divisão. (STÁVALE, 1943, p.133)

Nos exemplos podemos verificar um erro comum, que acaba passando despercebido. Ao efetuar a conta de divisão o autor determina uma igualdade falsa, no último exemplo temos "*31 ÷ 9 = 3"* quando 31 não é divisível por 9. Apresentar o resto após esta afirmação não torna a sentença verdadeira.

> **Terceiro caracter.** Um número é divisível por 11, quando a soma dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar, menos a soma dos valores absolutos dos algarismos de ordem par, é divisível por 11.
> Os algarismos de ordem ímpar são o 1.º, o 3.º, o 5.º, etc., a partir da direita, isto é, do algarismo das unidades; os de ordem par são o 2.º, o 4.º, o 6.º, etc., a partir também da direita.
> Exemplo. O número 7 384 206 é divisível por 11?
> (6+2+8+7) – (0+4+3) = 23 – 7 = 16
> 16÷ 11 = 1 e restam 5.
> Logo, o número 7 384 206 não é divisível por 11, sendo o resto da divisão igual a 5, como se pode verificar, efetuando a divisão. (STÁVALE, 1943, p.133)

Após isso o autor afirma:

N.B. A demonstração completa dos caracteres de divisibilidade que constituem a 2.ª série, pela dificuldade que oferece, não pode ser dada neste compêndio. (STÁVALE, 1943, p.133)

2.4.4. Sobre os exercícios

1º. Exercícios referentes aos critérios de divisibilidade por 2, 5 e 10.

Quadro 16 - Exercícios do livro de 1943, referentes a divisibilidade por 2, 5 e 10.

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
O número 3756 é divisível por 8? Porque? Qual é o resto?	- Verificar se um número é divisível por 8; - Explicar o porque; - Identificar o resto.	- Fazer a conta de dividir; - Usar os critérios, separando o último algarismo.	9
Quando é que um número é divisível por 32?	- Explicar quando um número é divisível por 32.	- Usar os critérios, separando o último algarismo.	6
37429 ÷ 10 = ? Quanto resta? (Sem efetuar a conta)	- Verificar se um número é divisível por 10; - Determinar o resto.	- Usar os critérios, separando o último algarismo.	5
Quanto devemos subtrair do número 378 para que ele seja divisível por 5? E quanto devemos somar-lhe, com o mesmo fim?	- Determinar um número múltiplo de 5 via soma e subtração	- Usar os critérios; - Fazer a conta de dividir.	3

O autor trabalha um pouco de aritmética, porém a maior parte dos exercícios consiste em aplicação das regras e repetição. Vale ressaltar que o autor exige que seja dito o porque das respostas dadas quando os exercícios abordam um número ser ou não divisível por outro, fazendo assim com que o aluno precise entender ou ao menos ter contato mais uma vez com a regra ensinada.

2º. Exercícios referentes aos demais múltiplos.

O primeiro quadro será referente aos exercícios orais e o segundo quadro será referente aos exercícios em série – o autor nomeia exercícios em série os exercícios a serem feitos de forma escrita.

Quadro 17 - Exercícios do livro de 1943, referentes aos demais critérios (exercícios orais).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
O número 374 é divisível por 3? Por que? Quanto lhe devemos somar ou diminuir para que o resultado seja divisível por 3? Fazer estas modificações no algarismo das unidades; no das dezenas; no das centenas.	- Verificar se um número é divisível por 3; - Determinar um número múltiplo de 3 via soma e subtração;	- Usar os critérios; - Fazer a conta de dividir.	3

Quadro 18 - Exercícios do livro de 1943, referentes aos demais critérios (exercícios escritos).

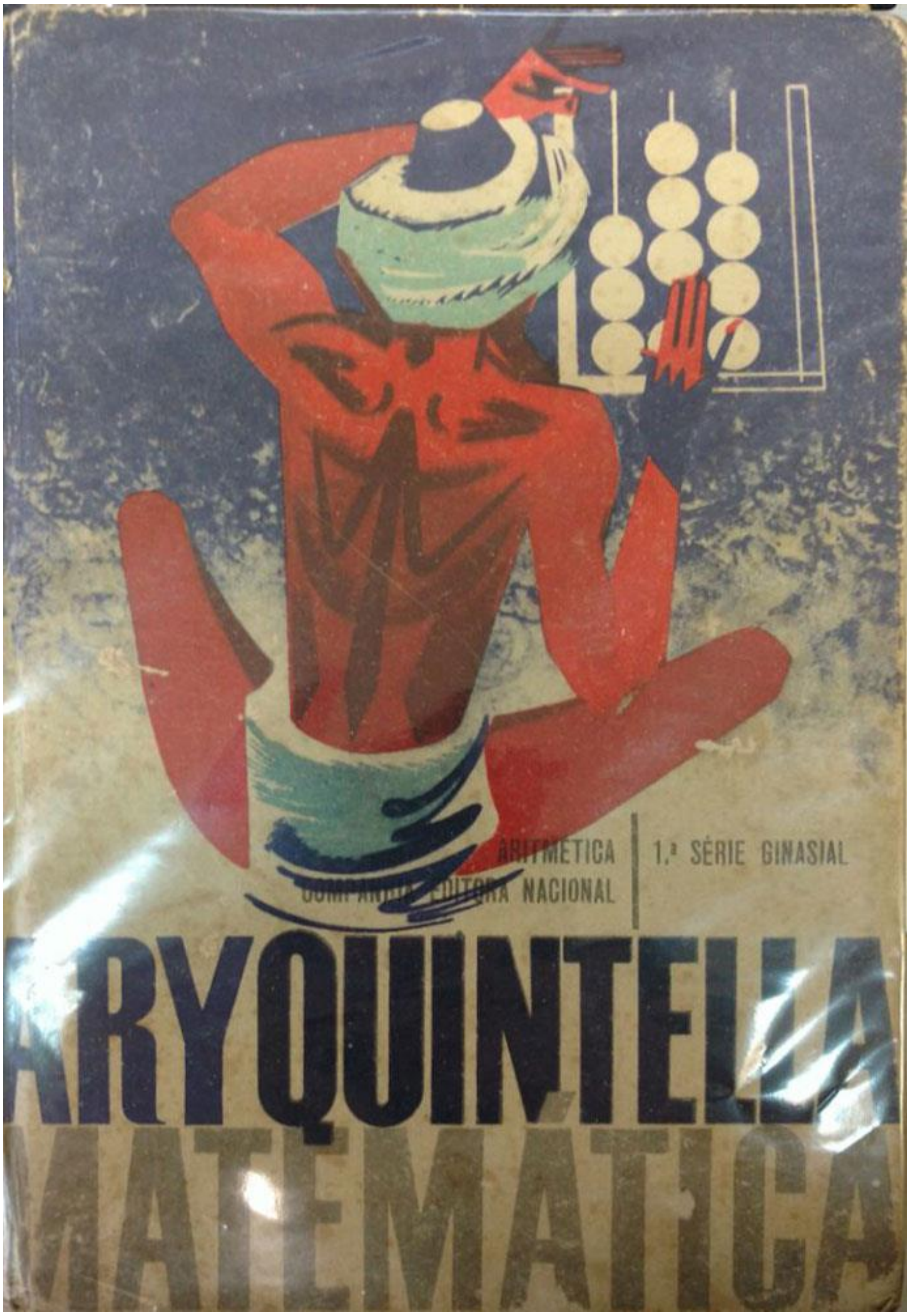
Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Formar um número de 5 algarismos, que seja divisível por 5, 9 e 11.	- Determinar um número múltiplo de 5,9 e 11.	- Usar os critérios de divisibilidade;	3
No número 37x6, qual deve ser o valor de x, para que êste número seja divisível por 9?	- Determinar o algarismo x para que o número 37x6 seja divisível por 9.	- Usar os critérios de divisibilidade.	3

Nos dois últimos quadros há a forte presença da aritmética, fazendo com que o aluno precise criar estratégias para a resolução aliando o conhecimento recém obtido.

2.5. MATEMÁTICA – ARY QUINTELLA (1963)

1ª série ginasial – Atual 6º ano do Ensino Fundamental

Figura 5 – Capa do livro Matemática



Fonte: Quintella (1963).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO MATEMÁTICA

Quadro 19 – Transcrição do sumário do livro Matemática

UNIDADE I: NÚMEROS INTEIROS, NÚMEROS RELATIVOS - números inteiros, numeração; adição de números inteiros; subtração de números inteiros; multiplicação e potenciação de inteiros; divisão de números inteiros; problemas sobre as quatro operações; números relativos, operações; exercícios de revisão da unidade I.
UNIDADE II: DIVISIBILIDADE, NÚMEROS PRIMOS - múltiplos e divisores, divisibilidade; números primos e compostos, decomposição e aplicações; máximo divisor comum; mínimo múltiplo comum, exercícios de revisão da unidade II, exercícios para a primeira prova parcial.
UNIDADE III: NÚMEROS FRACIONÁRIOS - frações ordinárias, operações; frações e números decimais, operações; conversões; exercícios de revisão da unidade III.
UNIDADE IV: SISTEMA MÉTRICO - comprimento, área, volume, massa; ângulo e tempo, números complexos; velocidade; exercícios de revisão da unidade IV; exercícios de revisão geral para a segunda prova parcial.

Fonte: Quintella (1963).

O livro apresenta múltiplos, divisores e divisibilidade. Rapidamente, através de uma divisão, são apresentados os conceitos de múltiplos e divisores. Em seguida são apresentados os critérios de divisibilidade. O autor encerra o capítulo falando sobre as provas das operações – a prova real.

2.5.1. Divisibilidade

Os conceitos de múltiplo, divisível, divisor, fator, sub-múltiplo são apresentados via exemplo.

2.5.2. Caracteres de divisibilidade

Todos os critérios de divisibilidade são apresentados como conclusão de um exemplo numérico. O autor decompõe o número em dezenas e unidades e através do algarismo da unidade analisa se é divisível ou não por um número qualquer. Não é apresentado nenhum resultado que garanta a regra, também não é apresentada a demonstração, nem uma generalização da regra. São apresentados os critérios de divisibilidade por: 2, 5 e 10; 4, 25 e 100; 9 e 3; 11.

2.5.3. Sobre os exercícios

Os exercícios são variados em termos de enunciado. A tarefa se mantém praticamente a mesma na maioria deles, sendo a tarefa descobrir se um nº é divisível por outro.

Quadro 20 - Exercícios do livro de 1963.

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Sublinhe os números da lista seguinte que são divisíveis por 2: 59, 98, 107, 128 e 2589.	- Determinar os números que são divisíveis por 2.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão.	7
O resto da divisão do número 2343 por 9 é ______, por 3 é ______ e por 4 é ______.	- Determinar o resto da divisão de um nº por 9, 3 e 4.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão.	3
Colocando o algarismo ___ no lugar da letra *a* no número 5725*a*, obtém-se um número divisível por 2 e por 9.	- Determinar o algarismo *a* do número 5725*a* de maneira que este número seja divisível por 2 e por 9.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão, experimentando os algarismos.	3
O algarismo das unidades de um número divisível por 5, mas não por 2 é ____.	- Determinar os algarismos que são divisíveis por 5, mas que não são divisíveis por 2.	- Critérios de divisibilidade;	1

Quadro 21 - Exercícios do livro de 1963 (continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Os menores valores de a de modo que os números $52a4$, $4a5$ e $12a8$ sejam divisíveis por 3 são, respectivamente __________.	- Determinar o menor valor de a de modo que os números sejam divisíveis por 3.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão experimentando os algarismos.	5
Os valores de a e b para que o número $48ab$ seja, ao mesmo tempo, divisível por 9 e por 10 são _____ e ______.	- Determinar os valores de a e b de modo que o número formado seja divisível por 9 e por 10.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão experimentando os algarismos.	1
Verifique se o número 4551 é divisível por 123.	- Determinar se o número 4551 é divisível por 123.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão.	1
A lista completa dos divisores de 18 é ______.	- Determinar os divisores de 18.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de divisão.	1

2.6. PRATICANDO A MATEMÁTICA – ÁLVARO ANDRINI (1989)

5ª série – Atual 6º ano

Figura 6 – Capa do livro Praticando a Matemática

Fonte: Andrini (1989).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO PRATICANDO A MATEMÁTICA

Quadro 22 – Transcrição do sumário do livro Praticando a Matemática

Capítulo 1: Conjuntos.
Capítulo 2: Operações com conjuntos.
Capítulo 3: Conjunto dos números naturais.
Capítulo 4: Sistema de numeração decimal.
Capítulo 5: Adição e subtração no conjunto ℕ.
Capítulo 6: Multiplicação e divisão no conjunto ℕ.
Capítulo 7: Potenciação e radiciação no conjunto ℕ.
Capítulo 8: Resolução de problemas no conjunto ℕ.
Capítulo 9: Divisibilidade.
Capítulo 10: Números primos e números compostos.
Capítulo 11: Máximo divisor comum.
Capítulo 12: Mínimo múltiplo comum.
Capítulo 13: Conjunto dos números racionais absolutos.
Capítulo 14: Operações com números racionais absolutos.
Capítulo 15: Expressões com números racionais.
Capítulo 16: Problemas com números racionais.
Capítulo 17: Números decimais.
Capítulo 18: Geometria intuitiva.
Capítulo 19: Medidas de comprimento e de superfície.
Capítulo 20: Medidas de volume, capacidade e massa.

Fonte: Andrini (1989).

Antes de abordar os critérios de divisibilidade o autor apresenta os seguintes tópicos: múltiplo de um número, conjunto de múltiplos, divisores de um número, conjunto de divisores. Após os critérios, também é visto neste capítulo: números primos e números compostos, reconhecimento de um número primo, decomposição em fatores primos.

2.6.1. Múltiplo e divisor.

Ao explicar múltiplo de um número, o autor traz apenas um exemplo e explica por meio deste exemplo o que é múltiplo de um número; afirma que, pelo exemplo, podemos perceber que tal número é múltiplo de outro.

> De $2\times 7 = 14$, podemos dizer que o produto é múltiplo de cada um dos fatores, assim 14 é múltiplo de 2 e 7. (ANDRINI, 1989, p. 103)

E o assunto se encerra, sem definições formais.

2.6.2. Conjuntos dos Múltiplos.

Os exemplos, assim como os exercícios, são trabalhados via conjuntos. Por exemplo, ao falar de múltiplos, o autor gera o conjunto dos múltiplos de um número.

São enunciados resultados importantes sobre múltiplos – o conjunto dos múltiplos de um número qualquer, diferente de zero, é infinito; o zero é múltiplo de qualquer número; todo número é múltiplo de um e de si mesmo; o único múltiplo de zero é o próprio zero. Porém o autor entrega os resultados e não dá oportunidade ao estudante de explorar os conceitos; não há exemplos, não há comentários.

2.6.3. Critérios de divisibilidade.

Os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e 10 são apresentados como regra, e em seguida são feitos exemplos de aplicação da regra. Não há explicação, ou uma ideia de surgimento dos critérios. Este autor também define que um número para ser divisível por 2 precisa ser par. Veja um exemplo de critério de divisibilidade apresentado pelo autor:

> Divisibilidade por 2
> Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8, isto é, quando é par.
> Exemplos:
> a) 536 é divisível por 2 pois termina em 6.
> b) 243 é divisível por 2 pois termina em 3. (ANDRINI, 1989, p. 103)

Após apresentar cada critério são propostos exercícios, com o objetivo de se aplicar a regra recém conhecida. Ao final é apresentado um quadro resumo com todas as regras.

2.6.4. Sobre os exercícios.

São apresentados dois blocos de exercícios, o primeiro com uma quantidade pequena de forma que o aluno revise o conteúdo recém obtido apenas aplicando as regras. O segundo bloco apresenta uma quantidade maior de exercícios, e novamente a aritmética se envolve com os exercícios fazendo com que o aluno precise criar estratégias e usar seus conhecimentos para encontrar a solução.

Quadro 23 - Exercícios do livro de 1989.

<table>
<tr><th>Enunciado</th><th>Tarefa</th><th>Técnica</th><th>Qtd</th></tr>
<tr><td>Quais destes números são divisíveis por 2?
a) 43b) 58 c) 62 d) 93 e) 106 f) 688
g) 981h) 1000 i) 3214 j) 6847 l) 14643
m) 211116n) 24377 o) 800001 p) 64731650</td><td>- Determinar se cada número é divisível por 2.</td><td>- Critérios de divisibilidade;

- Efetuar a conta de dividir.</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Que são pares?</td><td>- Definir o que é um número par.</td><td>- Critérios de divisibilidade.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Considere os números do quadro e responda:
<table><tr><td>16</td><td>128</td><td>287</td><td>100</td></tr><tr><td>43</td><td>265</td><td>480</td><td>478</td></tr><tr><td>76</td><td>342</td><td>632</td><td>833</td></tr><tr><td>82</td><td>231</td><td>700</td><td>500</td></tr></table>a) Quais os números divisíveis por 2?
b) Quais os números divisíveis por3?
c) Quais os números divisíveis por4?
d) Quais os números divisíveis por5?
e) Quais os números divisíveis por6?
f) Quais os números divisíveis por9?
g) Quais os números divisíveis por 10?</td><td>- Determinar se cada número do quadro é divisível por 2, 3, 4, 5, 6, 9 e 10.</td><td>- Critérios de divisibilidade;

- Efetuar a conta de dividir.</td><td>1</td></tr>
</table>

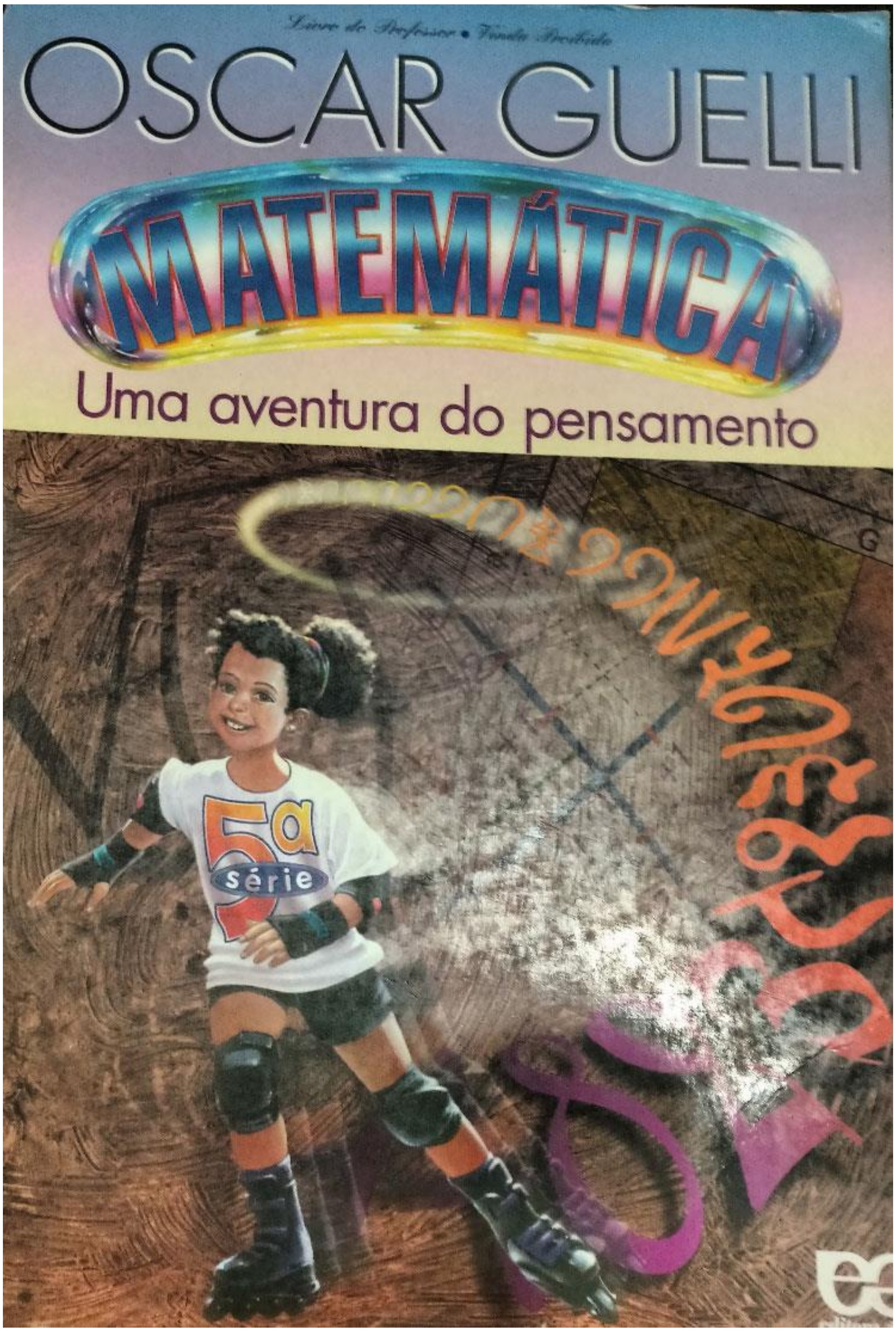
Quadro 24 - Exercícios do livro de 1989.

Enunciado	Tarefa	Técnica	Qtd
Um número é formado de quatro algarismos sendo o algarismo das centenas desconhecido. $\boxed{8 \quad x \quad 7 \quad 2}$ Responda: a) Este número pode ser divisível por 2? b) Este número pode ser divisível por 3? c) Este número pode ser divisível por 5? d) Este número pode ser divisível por 6?	- Determinar as possibilidades de um algarismo para o número ser divisível por 2, 3, 5, 6 e 10.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar a conta de dividir.	1
Coloque um algarismo à direita do número: a) 64... para ser divisível por 2 e 5. b) 43... para ser divisível por 2 e 3. c) 89... para ser divisível por 5 e 10. d) 754... para ser divisível por 2 e 3. e) 381... para ser divisível por 3 e 4 f) 237... para ser divisível por 2, 3, 5 e 10.	- Determinar o algarismo da unidade de cada número de como que o número formado seja divisível por: 2 e 5 2 e 3 5 e 10 3 e 4	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar a conta de dividir experimentando os algarismos.	1
Qual o algarismo de menor valor que deve ser colocado no lugar de x, para formar um número: $\boxed{8 \quad x \quad 7 \quad 2}$ a) Divisível por 2? b) Divisível por 3? c) Divisível por 4? c) Divisível por 5? d) Divisível por 6? e) Divisível por 9?	- Determinar o menor algarismo da centena de modo que o número formado seja divisível por: 2, 2, 4, 5, 6 e 9.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar a conta de dividir experimentando os algarismos.	2

2.7. MATEMÁTICA, UMA AVENTURA DO PENSAMENTO – OSCAR GUELLI (2002)

5ª série do Ensino Fundamental – Atual 6º ano

Figura 7 – Capa do Livro Matemática



Fonte: Guelli (2002).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO MATEMÁTICA, UMA AVENTURA DO PENSAMENTO

Quadro 24 – Transcrição do sumário do livro Matemática, uma aventura no pensamento

CAPÍTULO 1 – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: a vida e a matemática; como os egípcios contavam; como os romanos contavam; L vale 50, C vale 100 e D vale 500; M vale 1000; como contamos hoje; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 2 – O CONJUNTO ℕ DOS NÚMEROS NATURAIS OU NÚMEROS PARA CONTAR: a vida e a matemática; recordando linhas abertas e linhas fechadas; formando conjuntos; os sinais ∈ e ∉; tipos de conjuntos; subconjuntos; correspondência biunívoca; operações com conjuntos; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 3 – OPERAÇÕES COM OS NÚMEROS NATURAIS: a vida e a matemática; a reta dos números; variáveis: letras que valem números; adição de números naturais; o conjunto complementar; subtração de números naturais; estimativa de somas e diferenças; multiplicação de números naturais; estimativa de produtos; divisão de números naturais; sinais de associação; aprendendo a resolver problemas; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 4 – POTENCIAÇÃO E RAÍZ QUADRADA, MÚLTIPLOS E DIVISORES DE NÚMEROS NATURAIS: a vida e a matemática; potenciação de números naturais; raiz quadrada; divisibilidade; fatorando números; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 5 – GEOMETRIA NO ESPAÇO: a vida e a matemática; primeiras noções; os prismas; as pirâmides; a circunferência e o círculo; os cilindros e os cones; a esfera; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 6 – NÚMEROS RACIONAIS EXPRESSOS NA FORMA DE FRAÇÕES: a vida e a matemática; um novo número; como ler uma fração; tipos de fração; máximo divisor comum; comparação de frações; mínimo múltiplo comum; comparação de frações de denominadores diferentes; operações com números racionais na forma de frações; problemas contendo frações; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 7 – NÚMEROS RACIONAIS EXPRESSOS NA FORMA DECIMAL: a vida e a matemática; frações decimais; expressando números na notação decimal; operações com números racionais na forma decimal; novas ordens ou casas decimais; dízimas periódicas; média aritmética; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 8 – UM DESENVOLVIMENTO LÓGICO E ORGANIZADO DA GEOMETRIA: a vida e a matemática; distância; o metro; estar entre; segmento de reta; retas e planos; ângulos; formando polígonos; a vida e os matemáticos. CAPÍTULO 9 – ÁREA, VOLUME, CAPACIDADE E MASSA: a vida e matemática; áreas; volume de sólidos geométricos; a capacidade; a massa; a vida e os matemáticos.

Fonte: Guelli (2002).

O assunto é apresentado no capítulo 4, com o estudo de potenciação e raiz quadrada; múltiplos e divisores de números naturais – apresenta potenciação de números naturais, raiz quadrada, divisibilidade e fatoração. Apresenta também algumas curiosidades de aplicação matemática em situações do dia-a-dia.

Primeiramente o autor apresenta exemplos de divisão para conceituar ser divisível – não é apresentado o conceito de múltiplo.

2.7.1. Divisibilidade por 2, 3, 5 e 9

O autor inicia cada critério de divisibilidade perguntando ao aluno: como os matemáticos sabem que um número é divisível por outro sem efetuar a divisão? Em seguida apresenta um quadro intitulado ‘Para ler e refletir’. Dentro de cada quadro é apresentada uma explicação de onde surge a “regra prática”, e após isso é dada a regra. Nos critérios de divisibilidade por 2 e por 5, temos a seguinte explicação:

> Você já aprendeu a decompor números:
> $256 = 2\times100 + 5\times10+ 6$
> $729 = 7\times100 + 2\times10 + 9$
> Se **u** representa o algarismo das unidades, **d** o das dezenas e **c** o das centenas, o número cdu pode ser decomposto assim:
> $cdu = 100c + 10d + u$
> Usando a propriedade distributiva da multiplicação, podemos decompô-lo assim:
> $100c + 10d + u = 2(50c + 5d) + u$
> A parcela em destaque é divisível por 2. Para que o número seja divisível por 2, é preciso que a outra parcela, o algarismo das unidades, **u**, represente um número divisível por 2.
> Entre os números 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, são divisíveis por 2: 0, 2, 4, 6 e 8.
> Um número é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8. (GUELLI, 2002, p.97)

O autor repete essa explicação para os critérios de divisibilidade por 3 e por 9. Após as explicações são apresentados exemplos para aplicação da regra e em seguida uma lista de exercícios – com uma quantidade significativa e uma variação de tarefas, diferentemente dos livros vistos (em que os exercícios vinham após cada critério) em que os exercícios consistiam apenas em "determine se tal número é divisível por ...".

2.7.2. Sobre os exercícios

O interessante deste livro é que os exercícios são propostos a cada pequeno conjunto de assuntos. Além disso, há a forte presença da contextualização e de linguagem de conjuntos. Assim, os exercícios não se resumem somente a aplicação de regras.

- Múltiplos de 2 e 5. (2 quadros)

Os dois primeiros quadros referem-se aos exercícios sobre múltiplos de 2 e 5.

- Múltiplos de 3 e 9. (2 tabelas)

Os dois últimos quadros referem-se aos exercícios sobre múltiplos de 2 e 5.

Quadro 25 - Exercícios do livro de 2002.

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Observe os números 0, 2, 5, 9, 12, 25, 47, 49, 125, 900, 1226, 1998, 12565, 45554, 100000, 256361. Copie no seu caderno: a) os números divisíveis por 2; b) os números divisíveis por 5; c) os números divisíveis por 2 e por 5, ao mesmo tempo.	- Determinar quais dos números são divisíveis por 2, 5, 2 e 5.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	1
Qual é o resto da divisão de 65212 por 2?	- Determinar o resto da divisão.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	2
O Ministério da Educação vai distribuir 9125 livros entre algumas escolas. a) É possível distribuí-los igualmente entre 2 escolas, de modo que não sobre nenhum livro? b) É possível distribuí-los igualmente entre 5 escolas, de modo que não sobre nenhum livro? Quantos livros cada escola iria receber?	-Determinar se 9125 é divisível: a) por 2 b) por 5	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	1

Quadro 26 - Exercícios do livro de 2002 (Continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Pablo, Ana e Marta colheram jabuticabas de uma árvore. Pablo colheu 187, Ana colheu 256 e Marta 248. Eles querem distribuir igualmente todas as jabuticabas entre 5 cestos. a) Quantas jabuticabas a mais eles devem colher, se na árvore sobraram 8 jabuticabas. b) Quantas jabuticabas vão em cada cesto?	a) Completar os n^{os} 187, 256 e 248 de maneira que sejam divisíveis por 5. b)Descobrir quantas jabuticabas cabem em cada cesto.	- Critérios de divisibilidade; - Divisão.	1
Escolha dois elementos do conjunto {27, 32, 45} cuja soma seja divisível por 2.	- Escolher dois números do conjunto de maneira que a soma seja divisível por 2.	- Critérios de divisibilidade; - Adição.	1
Escolha dois elementos do conjunto {47, 72, 101} cujo produto seja divisível por 2 e por 5, ao mesmo tempo.	- Escolher dois números do conjunto de maneira que o produto seja divisível por 2 e 5.	- Critérios de divisibilidade; - Multiplicação.	1
Forme todos os subconjuntos de E = { 9, 12, 24} cujos elementos são divisíveis por 2.	- Determinar todos os subconjuntos de E, em que todos os elementos são divisíveis por 2.	- Critérios de divisibilidade; - Construção de subconjuntos.	2

Quadro 27 - Exercícios do livro de 2002 (Continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Enunciado**	**Qtd**
Uma loja vai enviar para uma relojoaria uma coleção de relógios. Eles serão embalados em caixas. O empregado já separou 4566 relógios e ainda sobraram 10 relógios na vitrine. Quantos relógios que estão na vitrine ele deve escolher, se as caixas devem conter 9 relógios cada uma?	- Somar um número de 0 a 10 de maneira que o total entre este número e 4566 seja divisível por 9.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar a conta de divisão.	2
Escolha dois elementos do conjunto {6, 21, 45} cuja soma seja divisível por 3 e por 9 ao mesmo tempo.	- Escolher dois números do conjunto de maneira que o produto seja divisível por 3 e 9.	- Critérios de divisibilidade; - Conjuntos.	1
Usando três dos elementos do conjunto de algarismos A = {2, 3, 7, 9} e sem repetir nenhum deles, qual é o maior número divisível por 3 que você pode formar.	- Formar o maior número de três algarismos com os algarismos 2, 3, 7 e 9 sem repetir, de maneira que este nº será divisível por 3.	- Critérios de divisibilidade.	1
Forme todos os subconjuntos de A = {15, 18, 35} cujos elementos são divisíveis por 3.	- Determinar todos os subconjuntos de A, em que todos os elementos são divisíveis por 3.	- Critérios de divisibilidade; - Construção de subconjuntos.	2

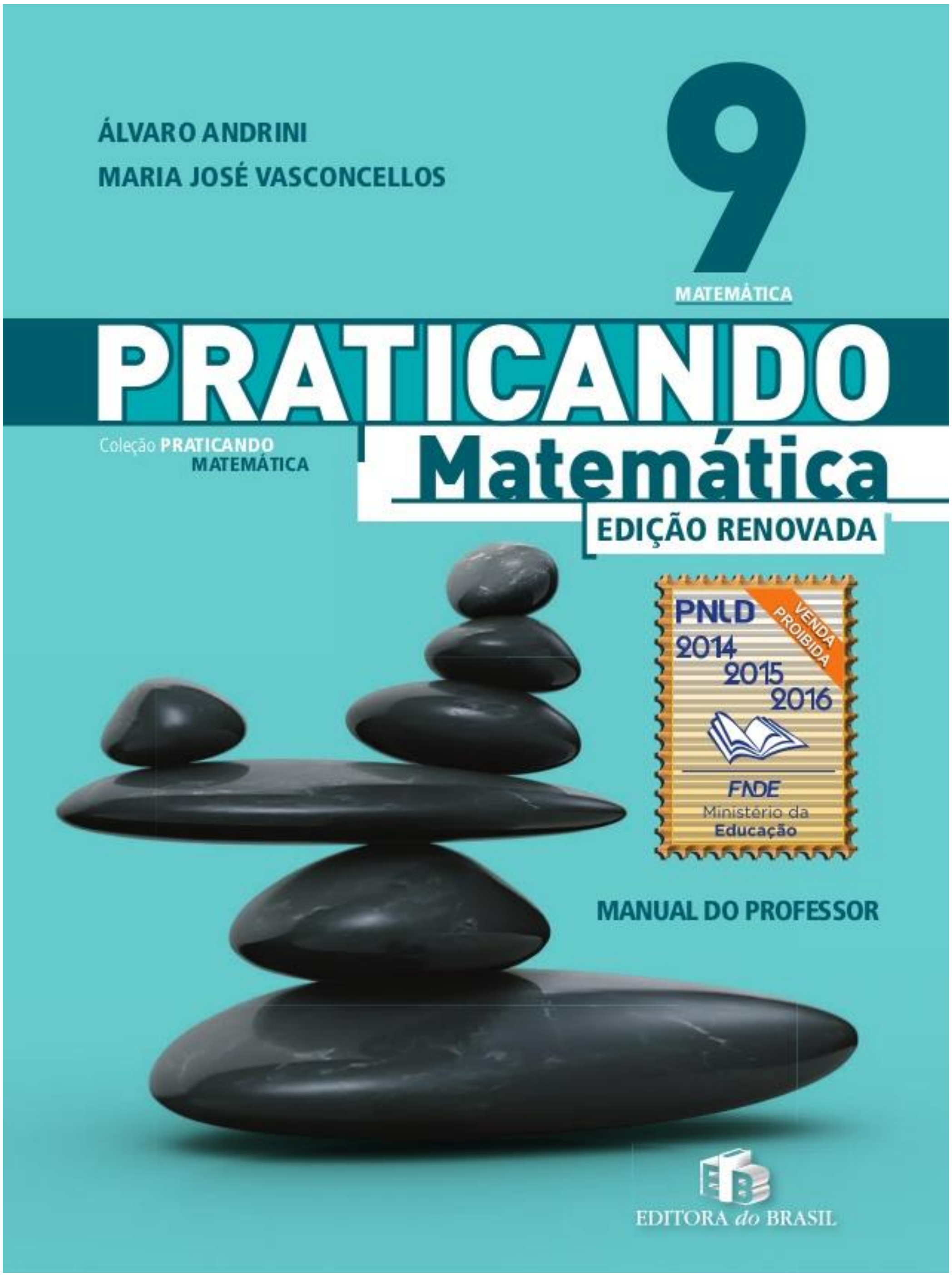
Quadro 28 - Exercícios do livro de 2002 (Continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Observe os números 12, 22, 27, 97, 125, 450, 966, 1225, 5685, 9621, 27894, 45262, 100008, 256120, 729000, 1252623. Copie no seu caderno: a) os números divisíveis por 3; b) os números divisíveis por 9;	- Determinar quais dos números são divisíveis por 3 e 9.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	1
Qual é o resto da divisão de 75822 por 3?	- Determinar o resto da divisão de 75822 por 3.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	2
Nove pescadores vão repartir igualmente entre si os 7875 peixes que pescaram. Se sobrarem alguns peixes, eles serão devolvidos ao mar. Quantos peixes serão devolvidos ao mar?	- Determinar o resto da divisão de 7875 por 9.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar conta a conta de divisão.	1

2.8. PRATICANDO A MATEMÁTICA – ÁLVARO ANDRINI (2012)

5ª série – Atual 6° ano do Ensino Fundamental II

Figura 8 – Capa do livro Praticando a Matemática



Fonte: Andrini (2012).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO PRATICANDO A MATEMÁTICA

Quadro 29 – Transcrição do sumário do livro Praticando a Matemática

UNIDADE 1: sistema de numeração decimal - um pouco da história dos números; criando símbolos e regras; o sistema de numeração decimal e os algarismos indo-arábicos; leitura e escrita de números no sistema de numeração decimal; matemática – uma grande criação da humanidade.
UNIDADE 2: números naturais - os números naturais e os processos de contagem; a reta numérica e os números naturais.
UNIDADE 3: adição e subtração de números naturais - as ideias da adição e da subtração; o cálculo mental nas adições e nas subtrações; estimando por arredondamento.
UNIDADE 4: multiplicação e divisão de números naturais - as ideias da multiplicação; a divisão; expressões numéricas; propriedade distributiva da multiplicação; vamos resolver mais problemas?; medindo o tempo.
UNIDADE 5: potenciação e raiz quadrada de números naturais - potenciação; quadrados, cubos e potenciações; o expoente 0 e o expoente 1; raiz quadrada.
UNIDADE 6: múltiplos e divisores - sequência dos múltiplos de um número; fatores ou divisores de um número natural; critérios de divisibilidade – economizando cálculos; números primos; quando os múltiplos se encontram; divisores comuns e o mdc.
UNIDADE 7: dados, tabelas e gráficos de barras - para que servem os gráficos?; vamos fazer uma pesquisa estatística?.
UNIDADE 8: observando formas - as formas da natureza e as formas criadas pelo ser humano; formas planas e não planas; investigando os blocos retangulares; perspectivas e vistas.
UNIDADE 9: ângulos - falando um pouco sobre ângulos; ângulos – elementos e representação; medidas de ângulos; utilizando o transferidor; retas perpendiculares e retas paralelas; os esquadros.
UNIDADE 10: polígonos e circunferências - polígonos; triângulos; quadriláteros; polígonos regulares; perímetro; circunferências; simetria nos polígonos e no círculo.
UNIDADE 11: frações - inteiro e parte do inteiro; frações de uma quantidade; números mistos e frações impróprias; frações equivalentes; comparação de frações; operações com frações; inversa de uma fração; potenciação e raiz quadrada de frações.
UNIDADE 12: números decimais - a notação decimal; números decimais e o registro de medidas; números decimais na forma de fração; comparando números decimais; adição e subtração de números decimais; multiplicando por 10, 100, 1000; multiplicação de números decimais; divisão de números naturais com quociente decimal; divisão de números decimais.
UNIDADE 13: porcentagens - o que é porcentagem?; calculando porcentagens; a forma decimal das porcentagens.
UNIDADE 14: medidas - o que é medir?; comprimentos no sistema métrico decimal; medindo superfícies; a área do retângulo; volumes; quando usamos cada unidade?; medidas de massa.

Fonte: Andrini (2012).

No capítulo de múltiplos e divisores são apresentados os tópicos: sequência dos múltiplos de um número; fatores ou divisores de um número natural; critérios de divisibilidade; números primos (e decomposição em fatores primos); múltiplos e o menor múltiplo comum; divisores e o máximo divisor comum. é apresentada uma introdução via problemas que envolvem múltiplos: ano de eleições, ano de olimpíadas.

2.8.1. Múltiplos

O autor apresenta o assunto via situações-problema e exemplos; através de figuras comunicativas o autor lança perguntas aos alunos referentes ao que ele quer ensinar. Por exemplo:

Figura 9 - Sequência dos múltiplos de um número.

Fonte: Andrini, 2012, p.85.

Os resultados sobre múltiplos não possuem enfoque teórico, são apresentados por meio de diálogos em desenhos. Há comentários sobre múltiplos de 1 e de 0, estes comentários são feitos através de perguntas para os alunos refletirem e concluírem sobre.

2.8.2. Critérios de divisibilidade

Quando o autor aborda o critério de divisibilidade por 2 afirma que o número precisa ser par para ser divisível por 2, e exemplifica os múltiplos de 2. Em seguida apresenta a seguinte "regra": Todo número par é divisível por 2. (ANDRINI, 2012, p.89)

Sobre os critérios do 5 e do 10, o autor não apresenta a "regra", somente uma lista de múltiplos para que o aluno perceba o padrão do último algarismo. As regras e consequências não são comentadas.

Os critérios de divisibilidade por 3, 6, 9, 4 e 8 são apresentados por meio da "regra" e dos exemplos, sem mais comentários. O autor utiliza teoremas da aritmética para apresentar seus resultados, porém essa base teórica não é oferecida ao aluno. Outros teoremas importantes são escondidos para que possam gerar perguntas como 'todo múltiplo de 9 é múltiplo de 3?', ‘todo múltiplo de 8 é múltiplo de 4?’ e mesmo após as perguntas não são oferecidos aos alunos os resultados generalizados.

Para o critério do 6 o autor utiliza das sequências dos múltiplos 3; nesta sequência o autor circula os múltiplos de 2, obtendo assim os múltiplos de 6.

2.8.3. Sobre os exercícios

Após cada tópico do capítulo é oferecida uma lista de exercícios.

É apresentada uma quantidade pequena de exercícios; o maior enfoque destes exercícios é na aplicação das regras recém conhecidas.

Quadro 30 - Exercícios do livro de 2012.

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Considere os números: 244 183 1842 1575 640 1900 Desses números, indique em seu caderno aqueles que são: **a)** divisíveis por 2; **b)** divisíveis por 5; **c)** divisíveis por 10; **d)** divisíveis por 100; **e)** divisíveis por 5 e não por 2.	- Determinar se os números são divisíveis por 2, 5, 10 ou 100.	- Critérios de divisibilidade; - Efetuar a conta de divisão.	2
Qual é o maior número de três algarismos que é: **a)** divisível por 2? **b)** divisível por 5? **c)** divisível por 2 e por 5?	a) Determinar o maior número de três algarismos que seja múltiplo de 2; b) Determinar o maior número de três algarismos que seja múltiplo de 5; c) Determinar o maior número de três algarismos que seja múltiplo de 2 e 5.	- Critérios de divisibilidade; - Construção de n^{os}: centena, dezena, unidade.	1
Escreva no caderno o menor algarismo que deve ser colocado no lugar do ■ para que o número 583■ seja divisível por 4.	- “Completar” um número com o algarismo das unidades, para que ele seja divisível por 4.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de dividir, experimentando os algarismos.	2

2.9. MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA – ÊNIO SILVEIRA (2015)

Atual 6° ano do Ensino Fundamental II

Figura 10 – Capa do livro Matemática Compreensão e Prática

Fonte: Silveira (2015).

CONTEÚDOS ABORDADOS NO LIVRO MATEMÁTICA COMPREENSÃO E PRÁTICA

Quadro 31 – Transcrição do sumário do livro Matemática Compreensão e Prática

CAPÍTULO 1 – NÚMEROS NATURAIS E SISTEMA DE NUMERAÇÃO - sistemas de numeração; sistema de numeração decimal; os números naturais; igualdade e desigualdade; a reta numérica e os números naturais; leitura e escrita de um número natural. CAPÍTULO 2 – OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS - adição com números naturais; algumas propriedades da adição; subtração com números naturais; relação fundamental da subtração; expressões numéricas com adições e subtrações; multiplicação de números naturais; algumas propriedades da multiplicação; divisão exata com números naturais; expressões numéricas com as quatro operações; divisão não exata. CAPÍTULO 3 – OUTRAS OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS - potenciação com números naturais; propriedades da potenciação; radiciação de números naturais; expressões numéricas com números naturais. CAPÍTULO 4 – FIGURAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS - sólidos geométricos; poliedros; corpos redondos; planificação da superfície de sólidos geométricos; vistas. CAPÍTULO 5 – MÚLTIPLOS E DIVISORES - múltiplos de um número natural; divisores de um número natural; critérios de divisibilidade; número 1, números primos e números compostos; decomposição em fatores primos; máximo divisor comum (mdc); mínimo múltiplo comum (mmc). CAPÍTULO 6 – FRAÇÕES - a ideia de número fracionário; leitura de frações; comparando frações com o inteiro; número misto; frações equivalentes; simplificação de frações; comparando frações; fração de uma quantidade; adição e subtração de frações; multiplicação de frações; divisão de frações; potenciação e raiz quadrada de frações; expressões numéricas. CAPÍTULO 7 – NÚMEROS DECIMAIS - décimos, centésimos e milésimos; leitura dos números decimais; comparação de números decimais; adição e subtração com números decimais; multiplicação com números decimais; divisão com números decimais; decimais exatos e dízimas periódicas; expressões numéricas com números decimais. CAPITULO 8 – PORCENTAGEM, POSSIBILIDADE E ESTATÍSTICA - porcentagem; cálculo do número de possibilidades; estatística. CAPÍTULO 9 – FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS - representação de ponto; reta e plano; semirreta e segmento de reta; ângulos; posições entre duas retas no plano; polígonos; triângulos; quadriláteros; circunferência e círculo. CAPÍTULO 10 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO E DE TEMPO - metro; conversão de unidades; perímetro de um polígono; horas, minutos e segundos. CAPÍTULO 11 – MEDIDAS DE SUPERFÍCIE E DE VOLUME - metro quadrado; área do retângulo e área do quadrado; metro cúbico; volume do paralelepípedo. CAPÍTULO 12 – MEDIDAS DE CAPACIDADE E DE MASSA - litro; quilograma.

Fonte: Silveira (2015).

O capítulo aborda múltiplos de um número natural, divisores de um número natural e critérios de divisibilidade. Após isso, apresenta: considerações sobre o número 1, números primos e números compostos; decomposição em fatores primos; máximo divisor comum; mínimo múltiplo comum.

Na introdução, o autor aborda o assunto fazendo uso do significado encontrado num dicionário online para questionar o aluno sobre múltiplos e divisores.

> Agora, responda: a que operação matemática está relacionada a palavra múltiplo? E a palavra divisor? (SILVEIRA, 2015, p. 100)

2.9.1. Observações a respeito de múltiplos

O autor apresenta uma definição de múltiplos via exemplos. Após definir múltiplo, o autor apresenta as seguintes observações:

1. Todo número natural é múltiplo dele mesmo. (SILVEIRA, 2015, p. 101)
2. Não existe o maior múltiplo de um número natural não nulo. A sequência dos múltiplos de um número natural, diferente de zero, é infinita. (SILVEIRA, 2015, p. 101)

Neste momento o autor se refere a dois grandes conceitos: sequência e infinito. Ao falar de sequência dos múltiplos de um número anteriormente, o autor afirma que elas seguem certo ‘padrão’ e define o que é este padrão.

3. O zero só tem um múltiplo: o próprio zero. (SILVEIRA, 2015, p. 102)
4. O zero, porém, é múltiplo de todos os números. (SILVEIRA, 2015, p. 102)
5. Podemos falar em múltiplo de zero porque existem multiplicações por zero. Porém, não podemos falar que um número é divisível por zero, uma vez que não existe divisão por zero. (SILVEIRA, 2015, p. 102)

2.9.2. Divisores de um número natural

O autor utiliza-se de uma situação problema para introduzir o assunto. Sem muita formalidade, por meio do exemplo dado, apresenta a definição de divisor de um número natural. Após isso, apresenta resultados importantes sobre divisores:

> 1. O zero não é divisor de nenhum número natural.
> Por exemplo: 5 : 0 = ?
> Note que não existe nenhum número que, multiplicado por zero, dê 5 como resultado.
> 2. Todo número natural diferente de zero é divisor dele mesmo.
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | 6 : 6 = 1 | 8 : 8 = 1 | 15 : 15 = 1 |
> | 6 é divisor de 6 | 8 é divisor de 8 | 15 é divisor de 15 |
>
> 3. O número 1 é divisor de todos os números naturais.
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | 8 : 1 = 8 | 12 : 1 = 12 | 0 : 1 = 0 |
> | 1 é divisor de 8 | 1 é divisor de 12 | 1 é divisor de 0 |
>
> (SILVEIRA, 2015, p.104)

O autor apresenta algumas curiosidades como números perfeitos e ano bissexto.

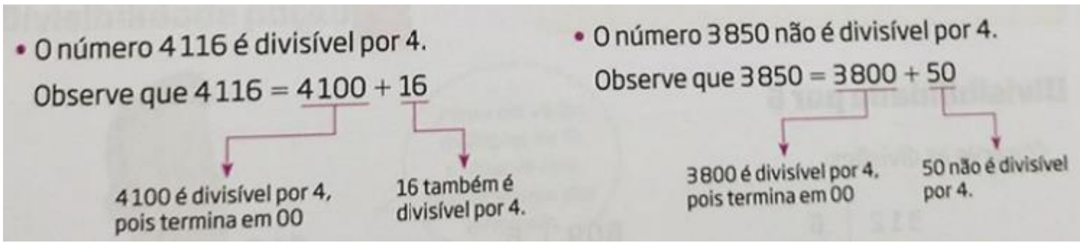
2.9.3. Critérios de divisibilidade.

O autor apresenta “ser um número par” como critério de divisibilidade por 2, concluindo então que precisa terminar em 0, 2, 4, 6 ou 8.

O critério de divisibilidade por 3 é apresentado via exemplos. O autor utiliza a regra antes de apresentá-la.

No critério de divisibilidade por 4 o autor usa as propriedades: “se um número divide as parcelas, então ele divide o total”, “se um número divide outro, então divide também os múltiplos deste número”. No entanto, este fato não é destacado como um resultado geral, que pode ser empregado em outros casos.

Figura 11 - Critérios de Divisibilidade



Fonte: Silveira, 2015, p. 107.

Por meio destes exemplos, o autor define que um número maior que 100 é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos seus dois últimos algarismos é divisível por 4. Destaca-se aqui que o critério é enunciado apenas para números maiores do que 100, sem menção sobre a divisibilidade por 4 de números menores do que 100. Há uma tentativa de contextualizar, apresentando o ano bissexto como aqueles que são múltiplos de 4. Talvez seja este o motivo que levou o autor a tratar o critério apenas para números maiores do que 100. Fica aqui uma pergunta: o contexto adapta-se ao conteúdo ou o conteúdo adapta-se ao contexto?

O critério de divisibilidade por 5 é abordado via regra, sem exemplos ou explicações. Vemos no critério de divisibilidade por 6 uma atitude que aparece com frequência na matemática dos livros didáticos: valendo-se de alguns exemplos, que deram certo ou errado, o autor conclui o critério de divisibilidade por 6 como consequência das divisibilidades por 2 e por 3. Os critérios de divisibilidade por 9 e por 10 são apresentados via "regra" e exemplos.

2.11.4. Sobre os exercícios.

Os exercícios são propostos ao final de cada capítulo. Vale observar que alguns resultados mais formais são deixados para os alunos como exercícios de reflexão - podemos observar isto nos dois últimos exercícios da tabela abaixo.

Os exercícios mantém uma ligação com a aritmética, não se explora a contextualização tão presente na teoria.

Apesar da variedade de enunciados as tarefas mantém um padrão de repetição.

Quadro 32 - Exercícios do livro de 2015.

<table>
<tr><th>Enunciado</th><th>Tarefa</th><th>Técnica</th><th>Qtd</th></tr>
<tr><td>Copie, no caderno, o quadro abaixo e marque com x os divisores de cada número.
<table><tr><th>Divisores
Números</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th></tr><tr><td>216</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>678</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>745</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>1224</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>3206</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td><td>- Verificar se cada número é divisível por 2, 3, 4, 5 ou 6.</td><td>- Efetuar a conta de divisão;
- Critérios de divisibilidade;</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Escreva, no caderno, o menor número de três algarismos divisível, por:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6</td><td>- Encontrar o menor número de três algarismos: a) divisível por 2;
b) divisível por 3;
c) divisível por 4;
d) divisível por 5;
e) divisível por 6.</td><td>- Critérios de divisibilidade;

- Construção de n^{os}: centena, dezena, unidade.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Identifique os números que são divisíveis ao mesmo tempo, por 2 e por 5.
a) 805b) 160 c) 420 d) 222 e) 5000 f) 803</td><td>- Verificar se cada número é divisível simultaneamente por 2 e por 5.</td><td>- Efetuar a conta de divisão;
- Critérios de divisibilidade;</td><td>1</td></tr>
</table>

Quadro 33 - Exercícios do livro de 2015 (continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Reescreva as afirmativas corretas. a) Todo número divisível por 6 é também divisível por 2. b) Todo número par é divisível por 5. c) Nenhum número ímpar é divisível por 2. d) Todo número divisível por 4 é também divisível por 2.	- Descobrir as afirmações corretas e escrevê-las no caderno.	- Critérios de divisibilidade.	1
Dado o número de três algarismos: 5■6, pergunta-se: a) Esse número é divisível por 5? Por que valores devemos substituir ■ para obter um número divisível por 3?	a) Determinar se o número é divisível por 5; b) Determinar o algarismo das dezenas para que o número seja divisível por 3.	- Critérios de divisibilidade; - Fazer a conta de dividir, experimentando os algarismos.	1
Determine: a) O maior número de três algarismos divisível por 5; b) O menor número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2, por 3 e por 5; c) O maior número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 3 e por 4;	a) Determinar o maior número de três algarismos divisível por 5; b) Determinar o menor número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por 2, 3 e 5; c) Determinar o maior número de três algarismos divisível ao mesmo tempo por3 e por 4.	- Critério de divisibilidade.	4

Quadro 34 - Exercícios do livro de 2015 (continuação).

Enunciado	**Tarefa**	**Técnica**	**Qtd**
Registre, no caderno, quais dos anos apresentados são bissextos. 1500 | 1554 | 1594 | 1764	Determinar qual dos números apresentados é múltiplo de 4;	- Critério de divisibilidade; - Efetuar a conta de dividir.	1
Com um colega, explique por que todos os números de três algarismos iguais são divisíveis por 3.	- Determinar o porquê de um número com três algarismos iguais ser divisível por 3.	- Critérios de divisibilidade; - Sistema de numeração; - Fazer a divisão para todas as possibilidades.	1
Junte-se com um colega e, sabendo que 1000 é divisível por 8, pois 1000 = 8 × 25, revejam o critério de divisibilidade por 4 e descubram o critério da divisibilidade por 8.	- Determinar o critério de divisibilidade por 8.	- Critérios de divisibilidade. - Sistema de numeração; - Tentativas e dedução via critérios de divisibilidade por 4.	1

2.10. CONSIDERAÇÕES FINAIS - CRITÉRIOS DE DIVISBILIDADE

Em relação aos livros estudados pudemos observar algumas características. Como era esperado, podemos perceber uma grande mudança na metodologia utilizada no ensino de critérios de divisibilidade através dos livros didáticos; porém, quando se trata da aplicação deste conhecimento na resolução de exercícios e problemas, a mudança não é tão contrastante assim.

As características observadas em cada livro não representam uma característica dos livros didáticos da época ou ano, se restringem somente ao livro citado. Sendo assim, não podemos generalizar as características observadas aos demais livros da época.

Em relação aos livros estudados, no capítulo que contém o ensino de critérios de divisibilidade, os livros do começo e meio do século XX trazem o assunto de maneira mais abstrata, os livros do final do século XX e início do século XXI trazem o assunto fazendo uma correspondência com uma situação do dia-a-dia (ou situação problema). Nestes dois casos há extremos que comprometem ambas as formas. A falta de aplicação em situações-problemas torna o assunto totalmente abstrato para o entendimento, e a falta de abstração e formalismo faz com que o conteúdo seja apresentado como um conjunto de regras, sem garantia de validade.

Em relação à explicação do conteúdo (exemplos, abstração e situações-problemas) podemos observar:

- Elementos de Arithmetica, de João José Luiz Vianna (1918): apresenta a regra e demonstra, não há exemplos;
- Segunda Arithmetica, de Theobaldo de Souza Lobo (1931): através de exemplos é apresentada a regra;
- Elementos de Aritmética, Irmãos Isidoro Dumont (1937): apresenta a regra e em seguida oferece exemplos;
- Elementos de Matemática, do Professor Jacomo Stávale (1943): apresenta a regra e em seguida oferece exemplos;
- Matemática, de Ary Quintella (1963): através de exemplos é apresentada a regra;
- Praticando a Matemática, de Álvaro Andrini (1989): apresenta a regra e em seguida oferece exemplos;
- Matemática, uma aventura do pensamento, de Oscar Guelli (2002): através de exemplos apresenta a ideia de demonstração da regra, quando conclui a ideia apresenta a regra;

- Praticando a Matemática, de Álvaro Andrini (2012): apresenta exemplos e depois a regra, quando esta não é deixada como exercício para o aluno debater com um colega;
- Matemática Compreensão e Prática, de Ênio Silveira (2015): através de exemplos apresenta a regra.

Nos livros observados, percebemos que os livros do início do século XX possuem um formalismo maior, mesmo que de maneira falha - com demonstrações via exemplos. E as explicações se limitam ao campo do abstrato, não há nenhuma presença de situações-problemas. Com o decorrer dos anos a situação se inverte, a formalidade desaparece dos livros e as situações-problemas se tornam presentes nas explicações. O livro de 2002 é um intermediário entre as duas situações: o autor apresenta situações problemas e as regras, e após isso apresenta uma ideia de como demonstrar as regras.

Em relação ao que é solicitado nos exercícios (tarefas), podemos observar:

- Elementos de Arithmetica, de João José Luiz Vianna (1918): verificar se o número ____ é divisível por ___.
- Segunda Arithmetica, de Theobaldo de Souza Lobo (1931): não tem exercícios.
- Elementos de Aritmética, Irmãos Isidoro Dumont (1937): determinar se o número ___ é divisível por ____; formar um número de ____ algarismos que seja divisível por ____; determinar o resto da divisão de ___ por ___ sem efetuar a conta.
- Elementos de Matemática, do Professor Jacomo Stávale (1943): determinar o resto da divisão de ___ por ___; determinar o resto da divisão de ___ por ___; determinar quando o número ___ é divisível por ___; quantos devemos adicionar/subtrair para que o número ___ seja divisível por ___; determinar o algarismo das ___ para que o número ____ seja divisível por ___; formar um número de ___ algarismos que seja divisível por ___.
- Matemática, de Ary Quintella (1963): determinar se o número ___ é divisível por ___; determinar o resto da divisão de ___ por ___; determine o algarismo das ____ para que o número ___ seja divisível por ____.

- Praticando a Matemática, de Álvaro Andrini (1989): determinar se o número ___ é divisível por ___; determinar o algarismo das ___ para que seja divisível por ____.
- Matemática, uma aventura do pensamento, de Oscar Guelli (2002): determinar se o número ___ é divisível por ___; determinar o resto da divisão de ___ por ___; problemas contextualizados; formar subconjuntos com elementos divisíveis por ____.
- Praticando a Matemática, de Álvaro Andrini (2012): determinar se o número ____ é divisível por ___; determinar o maior algarismo das ___ para que seja divisível por ___; determinar o algarismo das ___ para que o número seja divisível por ____.
- Matemática Compreensão e Prática, de Ênio Silveira (2015): determinar se o número ____ é divisível por ___; determinar o menor/maior número de ___ algarismos que seja divisível por ___; determinar o algarismo das ___ para que o número ____ seja divisível por ___; quantos devemos adicionar para que o número ___ seja divisível por ___; explicar a regra de divisibilidade por 3 (com um colega); determinar o critério de divisibilidade por 8 (com um colega).

Nos livros do início do século XX os exercícios são de repetição, somente de aplicação da regra. Apesar da crescente preocupação com a contextualização do ensino, percebemos nos livros atuais uma ausência de contextualização nos exercícios. Essa contextualização foi vista somente no livro de 2002. Podemos perceber os mesmos tipos de exercícios em todos os livros analisados, com uma repetição de tarefas.

CONCLUSÃO

Ao iniciar o TCC, o tema proposto era "demonstrações no ensino fundamental e médio", e pretendíamos analisar de maneira geral a presença ou ausência de demonstrações neste período escolar durante o século XX. Com o início da pesquisa nos livros didáticos, percebemos que o melhor caminho era concentrar nossa atenção em um único assunto - para que pudesse ter um maior aprofundamento. Porém, à medida que líamos os livros, outros aspectos começaram a chamar nossa atenção - os exercícios e a abordagem. Por fim, o tema se tornou **Critérios de divisibilidade nos livros didáticos: de 1918 a 2015**.

No material estudado, podemos perceber nos livros do início do século XX um ensino da matemática quase que totalmente abstrato, enquanto os dois livros do século XXI, mais recentes, perdem totalmente essa abstração. Curiosamente, os exercícios propostos aos alunos não sofreram grandes mudanças: os tipos de tarefas permaneceram quase inalteradas, com exceção de um livro de 2002. Caminhamos de um extremo para outro, e este livro de 2002 é o único dentre os estudados que propõe certo equilíbrio. Esses extremos falham no ensino da matemática, pois enquanto a abstração e o formalismo fazem parte da matemática como linguagem, a falta desse formalismo a torna um aglomerado de fórmulas e regras para se decorar.

Os livros didáticos usados foram encontrados no repositório da UFSC e emprestados pela professora Carmem, foram encontrados diversos livros de aritmética para outros níveis de ensino que abordavam critérios de divisibilidade mas limitamo-nos a estudar apenas os que tratavam o assunto no ensino básico. O ensino de critérios de divisibilidade no ensino superior ou médio, assim como outros assuntos matemáticos ensinados em qualquer nível de ensino é um bom tema para novos trabalhos.

Em termos históricos estamos ainda num período inicial da construção da educação brasileira. Até pouco tempo atrás a educação era destinada à classe rica ou ao clero, tínhamos uma educação diferenciada para meninos e meninas e até os anos 70 somente os quatro primeiros anos da educação básica eram obrigatórios. Desde 1900 tivemos no Brasil sete mudanças na estrutura escolar, e em relação à nomenclatura foram três: classes, séries e anos. Em relação ao ensino da matemática, passamos por vários momentos de decisão e reforma do seu ensino - em certas épocas a matemática estava fora do 'currículo escolar' e em boa parte do tempo não era uma única matéria.

Descobrimos que fazer uma equivalência de cada período, em termos de níveis de ensino, com a estrutura atual, não é tarefa fácil. As diversas reformas/leis eram aprovadas em um ano, mas não temos informações sobre sua efetivação nas escolas. Este também é um bom tema para trabalhos futuros.

Concluí a educação básica tendo um único contato com o formalismo matemático - a demonstração da fórmula de resolução de equação do 2º grau. Sem explicação alguma, o professor começou a fazer diversos cálculos no quadro e toda a sala ficou sem entender nada. Quando terminou de demonstrar, o professor apagou tudo que fez e afirmou que não cairia na prova e que não precisávamos nos preocupar com aquilo. Foi na graduação que entendi o que ele havia feito.

Após iniciar o curso de graduação passei a defender fortemente uma educação matemática abstrata, que apresentasse ao aluno da educação básica a matemática que o aluno da graduação tem contato. Após a realização deste trabalho percebi que ambas as situações não são suficientes, ou agradáveis, ou eficientes. O formalismo matemático necessita de um amadurecimento e de conhecimento, sendo impróprio para a educação básica em alguns casos. Porém essa falta de formalismo torna a matemática um aglomerado de regras que não se sabe de onde vêm e porque funcionam. Antes de construir o capítulo 2 possuía certa opinião quanto alguns livros didáticos que eu considerava extremamente bons; atualmente, percebo o quanto essa falta ou excesso de formalidade alteram esse julgamento.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag; SILVA, Maria José Ferreira da; MIGUEL, Maria Inez Rodrigues; FUSCO, Cristiana Abud da Silva. Formação de professores de matemática e apreensão significativas de problemas envolvendo provas e demonstrações. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 217-246, 2008. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1744/1135>. Acesso em: 10 de abril de 2016.

ALMOULOUD, S. Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 30., 2007, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPEd, 2007. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/30ra/trabalhos/GT19-3614--Int.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2016.

ALMOULOUD, S. A.; FUSCO, C. A. Discutindo algumas dificuldades de professores dos ensinos Fundamental e Médio a respeito do conceito de demonstração**.** In: SIPEM – SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** São Paulo: SBEM, 2006.

ALMOULOUD, Saddo Ag; FUSCO, Cristiana Abud da Silva. Provas e demonstrações em matemática: uma questão problemática nas práticas docentes no Ensino Básico. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Salvador:SBEM, 2010.

AG ALMOULOUD, Saddo. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Editora UFPR, 2010.

ANDRINI, Álvaro. **Praticando Matemática**, 5ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1989.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática, 6º ano**. 3. ed. renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012. (Coleção praticando matemática)

BALACHEFF, N. **A epistemologia do pesquisador:** a prova como impasse na pesquisa educacional. Tradução Chang Kuo Rodrigues. 1998. Disponível em: <www.pucsp.br/pensamentomatematico/resumo_balacheff_chang.doc>. Acesso em: 10 de abril de 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. Portal MEC. **Ampliação do ensino fundamental para nove anos**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/9anosgeral.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2016.

DALLABRIDA, Norberto. A reforma Francisco Campos e a modernização nacionalizada do ensino secundário. **Educação,** Porto Alegre, v. 32, n. 2, p. 185-191, maio/ago. 2009. Disponível em:

<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/viewFile/5520/4015>. Acesso em: 01 ago. 2016.

DASSIE, B.A. O livro didático de Matemática da escola secundária brasileira na Primeira República (1889-1930). In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2011, Covilhã. **Actas...** Lisboa: UIED, 2011. p. 179-187. Disponível em: <http://www.apm.pt/files/177852_C12_4dd79d7216e36.pdf>. Acesso em: 01 out. 2016.

DASSIE, Bruno Alves; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. **Euclides Roxo e a constituição da Educação Matemática no Brasil**. Rio de Janeiro, 2008. 271 f. Tese (Doutorado em Educação). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Disponível em: <http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12024/12024_7.PDF>. Acesso em: 13 out. 2016.

DOMINGUES, Hygino Hugueros. **Fundamentos de aritmética**. 1ª Edição. São Paulo: Atual, ano 1991.

DUMONT, Isidoro. **Elementos de aritmética:** curso primario. Edição melhorada. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1937. 474 p. (Coleção de livros didáticos FTD).

FARIA, Juliano Espezim Soares. **Demonstrações no ensino fundamental e médio**. 2002. 72 f. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002. <Disponível em: http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/97063>. Acesso em: 01 out. 2016.

FTD. **Elementos de Arithmetica - Curso Primário**, 3a. Edição, 1918. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves.
Disponível em < https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163586>. Acesso em: 01 dez. 2016.

FUSCO, C. A. S.; SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. O comportamento de um professor do ensino básico frente a uma situação de demonstração em Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais**... Belo Horizonte: SBEM, 2007.

GARBI, G. G. **C. Q. D.**: Explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da geometria. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GUELLI, Oscar. **Matemática:** uma aventura do pensamento, 5ª série. São Paulo: Atica 2002.

JAHN, Ana Paula; HEALY, Lulu. Argumentação e prova na sala de aula de matemática: design colaborativo de cenários de aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO, 30., 2007, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPEd, 2007. Disponível em: <http://31reuniao.anped.org.br/1trabalho/GT19-4607--Int.pdf>. Acesso em: 10 de abril de 2016.

LOBO, J. T. S. **Segunda Arithmetica**, 29 ed. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1931.

MIORIM, Maria A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

OEI (Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura) (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO DE BRASIL - MEC/INEP). **Estrutura geral do sistema educacional**. Informe OEI-Ministério 2002. Cap.04. 2003. Disponível em: <http://www.oei.es/quipu/brasil/estructura.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2016.

ORGANIZAÇÃO DA EDUCAÇÃO INICIAL – (OEI) – **Breve Evolução Histórica do Sistema educacional**. P.21-27. Disponível em: <www.oei.es/quipu/brasil/historia.pdf>. Acesso em: 20 ago. 2016.

PALMA FILHO, João Cardoso. **A educação brasileira no período de 1930 à 1960: a era Vargas**. São Paulo, 2005a. Cadernos de formação. Disponível em: <http://www.acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/107/3/01d06t05.pdf>. Acessado em 01 de novembro de 2016.

PALMA FILHO, João Cardoso. **A Educação Brasileira no Período 1960-2000: de JK a FH**. São Paulo, 2005b. Cadernos de formação. Disponível em: <http://www.acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/108/3/01d06t06.pdf>. Acessado em 01 de novembro de 2016.

PALMA FILHO, João Cardoso. A República e a Educação no Brasil: Primeira República (1889-1930). **Cadernos de Formação** – História da Educação. 3 ed. São Paulo: PROGRAD/UNESP, Santa Clara, p. 49-60, 2005c. Disponível em: <http://www.acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/106/3/01d06t04.pdf>. Acesso em 01 out. 2016.

PIRES, Célia M. C. **Currículos de Matemática:** da organização linear à ideia de rede. São Paulo: Editora FTD S.A, 2000.

RIOS NETO, E. L. G.; RIANI, J. L. R. (Org.) **Introdução à demografia da educação.** Campinas: Associação Brasileira de Estudos Populacionais, 2004.

RICCI, Rudá. Breve balanço das reformas educacionais. **Revista Espaço Acadêmico**. Mensal, ano II, n. 21. fev.2003. Disponível em: <https://www.espacoacademico.com.br/021/21ruda.htm>. Acesso em 01 dez. 2016.

SILVA, Wanderlei Sérgio da. **Estrutura e Funcionamento da Educação Básica**. UNIP. Disponível em: <http://adm.online.unip.br/img_ead_dp/31517.PDF>. Acesso em: 19 ago. 2016.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática** – Compreensão e Prática, 6° ano. 3 ed., renovada. São Paulo: Editora Moderna. 2015.

STÁVALE, Jacomo. **Elementos de Matemática:** 1ª série do Curso ginasial. 25. ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1943.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livros didáticos de matemática e as reformas Campos e Capanema**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...**Recife: SBEM, 2004. . Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/15/pa04.pdf>. Acesso em 01 out. 2016.

ZACCHI, Juliana Duarte. **Problemas Olímpicos**. 2004. 69 f. Trabalho de conclusão de curso - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2004. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/96574>. Acesso em: 01 out. 2016.