

Daniel Cavalcanti Jeronymo

**CONTROLE PREDITIVO POR MATRIZ DINÂMICA
COM ESTRATÉGIA FUZZY PARA SISTEMAS
HAMMERSTEIN**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Augusto Rodrigues Coelho

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Jeronymo, Daniel Cavalcanti

Controle preditivo por matriz dinâmica com estratégia fuzzy para sistemas Hammerstein / Daniel Cavalcanti Jeronymo ; orientador, Antonio Augusto Rodrigues Coelho - Florianópolis, SC, 2016.

152 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Controlador por Matriz Dinâmica. 3. Controle Preditivo Baseado em Modelo. 4. Sistemas de Inferência Fuzzy. 5. Interpolador Hiper-cúbico de Lógica Fuzzy. I. Coelho, Antonio Augusto Rodrigues. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. III. Título.

Daniel Cavalcanti Jeronymo

**CONTROLE PREDITIVO POR MATRIZ DINÂMICA
COM ESTRATÉGIA FUZZY PARA SISTEMAS
HAMMERSTEIN**

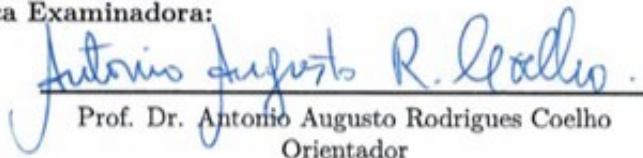
Esta Tese foi julgada aprovada para a obtenção do Título de "Doutor em Engenharia de Automação e Sistemas", e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 04 de Novembro 2016.




Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho
Coordenador
PGEAS - UFSC

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Antonio Augusto Rodrigues Coelho
Orientador



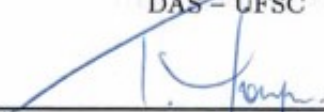
Prof. Dr. Ubirajara Franco Moreno
DAS - UFSC




Prof. Dr. Nestor Roqueiro
DAS - UFSC



Prof. Dr. Hector Bessa Silveira
DAS - UFSC



Prof. Dr. Takashi Yoneyama
ELE - ITA



Prof. Dr. Leandro dos Santos Coelho
PPGEPS - PUCPR, DEE - UFPR

Em memória de meu irmão Carlos. Como sou feliz por ter tido algo que torna dizer adeus tão difícil.

AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de tudo, pela minha vida, família, oportunidades e capacidades com as quais fui abençoado, também pelas pessoas iluminadas colocadas em meu caminho.

À minha família, especialmente à minha mãe, por todo o conhecimento e ensinamentos que me foram passados, pelo apoio e encorajamento constantes, assim como os sacrifícios feitos para que eu chegasse aqui.

Ao meu orientador e amigo, o Prof. Dr. Antonio Augusto Rodrigues Coelho. Carregarei os seus conselhos e ensinamentos pela vida e carreira. Espero honrar através do meu futuro o seu passado. Agradeço sua paciência e pelos cafés com o orientador. Aprendi que nas sextas-feiras tudo dá certo.

Ao Prof. Dr. Leandro dos Santos Coelho pela motivação e amizade. O senhor me mostrou o caminho das pedras e me iniciou nesta carreira científica e docente. Espero um dia ser um orientador e professor tão bom quanto o senhor e o Prof. Antonio Coelho.

À minha amada namorada Isadora. Pelo seu apoio, companheirismo e capacidade pra me alegrar nos momentos de mau humor.

Ao meu amigo Yuri, por sua ajuda inestimável em vários trabalhos e também pela sua inspiração em diversas linhas de pesquisa.

Aos meus amigos Ewerton e Fernando, por me lembrarem desde pequeno que existe uma vida fora dos livros e dos computadores, me ajudando a aproveitá-la.

Aos colegas mestrandos e doutorandos do PPGEAS, pelo apoio e pela troca de conhecimentos.

Aos membros da banca por terem gentilmente aceito o convite para a participação da avaliação deste trabalho e suas valiosas contribuições.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro na forma de uma bolsa de doutorado.

Aos Professores do PGEAS-UFSC pelos seus ensinamentos.

*Memento homo, quia pulvis es, et in pul-
verem reverteris.*

RESUMO

Nesta tese é apresentada uma proposta de sistema de inferência *fuzzy* interpolativo do tipo Takagi-Sugeno aplicado ao controlador por matriz dinâmica para o controle de sistemas não-lineares de modelo Hammerstein. Embora a literatura de controladores preditivos baseados em modelo seja vasta há uma necessidade quanto a aplicações MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) para modelos Hammerstein. Parte do problema está na dificuldade em modelar a não-linearidade e utilizar este modelo na estrutura de controle preditivo baseado em modelo. Uma possibilidade é o uso de otimização numérica para resolver o conjunto de equações do controlador preditivo porém esta é uma alternativa computacionalmente custosa e em algumas situações inexecutável, já que pode não atender requisitos de aplicação prática. Por outro lado é possível utilizar no controlador um compensador de saída cujo objetivo é cancelar a não-linearidade estática do modelo Hammerstein através da sua função inversa, resultando em um projeto pseudo-linear. A vantagem desta abordagem é que o sistema resultante se comporta como um sistema linear e assim é possível aplicar técnicas clássicas de estabilidade, robustez e análise frequencial. O objetivo principal desta tese é a aplicação do controlador por matriz dinâmica em sistemas MIMO com modelo Hammerstein. A não-linearidade do modelo é compensada usando um método conhecido como busca iterativa, onde é escolhida a melhor solução da função inversa, no caso de múltiplas soluções. Para modelar a não-linearidade estática do modelo Hammerstein foi desenvolvido um interpolador *fuzzy* Takagi-Sugeno, chamado Interpolador Hipercúbico de Lógica *Fuzzy* (FLHI – *Fuzzy Logic Hypercube Interpolator*). Neste interpolador as funções de pertinência agem como funções de base. Conjunção lógica de funções de pertinência de base no espaço de um hipercubo unitário permite interpolação multivariável de N dimensões. A escolha de funções de pertinência determina características interpoladoras, permitindo que FLHI se comporte como um interpolador vizinho mais próximo, linear, spline, Lanczos ou cúbico, para citar alguns. O interpolador proposto é aplicado como solução ao problema de modelagem de não-linearidades estáticas, já que é capaz de modelar tanto uma função quanto sua função inversa. Três casos de estudo da literatura são apresentados: um sistema SISO (*Single Input Single Output*), um sistema MISO (*Multiple Input Single Output*) e um sistema MIMO. Bons resultados são alcançados ao que se diz respeito a

métricas de desempenho tais como rastreamento de referência, variação de controle e robustez. Os resultados obtidos indicam a aplicabilidade do método proposto como compensador de saída em controle preditivo, devido a sua capacidade em modelar não-linearidades estáticas de sistemas Hammerstein e suas funções inversas.

Palavras-chave: Controlador por Matriz Dinâmica. Controle Preditivo Baseado em Modelo. Sistemas de Inferência *Fuzzy*. Takagi-Sugeno. Modelo Hammerstein. Interpolador Hipercúbico de Lógica *Fuzzy*.

ABSTRACT

This thesis presents a proposal for a fuzzy Takagi-Sugeno inference system applied to dynamic matrix control for control of non-linear systems with Hammerstein Model. Although the model based predictive control literature is vast there is a necessity regarding MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) applications for Hammerstein model. Part of the problem lies in the difficulty in modelling the non-linearity and using this model in a predictive control structure. One possibility is the use of numeric optimization to solve the set of predictive control equations, however this is a computationally expensive alternative and in some situations unfeasible, since it may not comply to practical requirements. On the other hand, it's possible to use an output compensator in the controller with the goal of cancelling the static nonlinearity in the Hammerstein model through its inverse function. The advantage of this approach is that the resulting system behaves as a linear system and as such it's possible to apply classical techniques for stability, robustness and frequency analysis. The main objective of this thesis is the application of dynamic matrix control to MIMO systems with Hammerstein model, the nonlinearity of the model is compensated using a method known as iterative search, where the best solution of the inverse function is chosen, in the case of multiple solutions. A fuzzy Takagi-Sugeno interpolator was created aiming to model static non-linearities in Hammerstein Models, called Fuzzy Logic Hypercube Interpolator (FLHI). In this interpolator membership functions act as kernel functions. Logical conjunction of kernel membership functions in unitary hypercube space allow N -dimension multivariable interpolation. Choice of membership functions determine interpolating characteristics, enabling FLHI to present itself as an interpolator such as nearest neighbor, linear, spline, Lanczos or cubic, to name a few. The proposed interpolator is applied as a solution to the problem of modeling static non-linearities, since it is capable of modeling both a function and its inverse function. Three case studies from literature are presented: a SISO (Single-Input Single-Output) system, a MISO (Multiple-Input Multiple-Output) system and a MIMO system. Good results are obtained regarding performance metrics such as set-point tracking, control variation and robustness. Obtained results indicate applicability of the proposed method in modeling static non-linearities of Hammerstein systems and its inverse functions as implementation of

an output compensator in predictive control.

Keywords: Dynamic Matrix Control. Model Based Predictive Control. Fuzzy Inference Systems. Takagi-Sugeno. Hammerstein Model. Fuzzy Logic Hypercube Interpolator.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Número de publicações na área de controle preditivo baseado em modelo. Fonte: base de dados Scopus.	29
Figura 2	Função não-monótona e suas possíveis inversas, tal que b) apresenta uma inversa pela direita e c) apresenta duas inversas pela direita.	35
Figura 3	Diagrama de blocos da proposta. DMC é projetado considerando as dinâmicas lineares do bloco L, FLHI é projetado com dados da não-linearidade estática NL.	50
Figura 4	Diagrama de blocos resultante da proposta. Cancelação entre FLHI e NL origina um problema de controle pseudo-linear. .	50
Figura 5	Funções de pertinência para um interpolador linear por partes <i>fuzzy</i>	60
Figura 6	Exemplo de interpolação <i>fuzzy</i> linear por partes para uma não-linearidade.	61
Figura 7	Visão geral do estágio inicial de configuração FLHI. Fig. a) apresenta alguma função a ser representada pelo FLHI; b) a função amostrada; c) coordenadas de saída são ignoradas neste ponto e apenas as coordenadas de entrada são usadas para montar regiões quadriláteras convexas; d) regiões são formadas ao longo de todo espaço de entrada; e) regiões são armazenadas em alguma estrutura de dados espaciais, junto com outras informações, o que permite métodos de acesso de ponto.	64
Figura 8	Visão geral da interpolação no FLHI. Fig. a) uma estrutura de dados espaciais que armazena regiões recebe um conjunto de coordenadas de entrada e produz a região desejada; b) região obtida da estrutura de dados, a ser mapeada para o hipercubo unitário; c) hipercubo unitário onde a interpolação ocorre; d) passos para a interpolação fuzzy tal que em d.1) funções de pertinência de base são calculadas para cada ponto de fronteira; d.2) aplicação da t-norm; d.3) aplicação do método de defuzificação; e) resultado final da interpolação.	67
Figura 9	Demonstração gráfica da influência de dois pontos na mesma dimensão no espaço unitário do hipercubo.	69
Figura 10	Visão geral do interpolador reverso no FLHI. Fig. a) uma estrutura de dados espaciais que armazena regiões recebe um conjunto de coordenadas de saída e produz a(s) região(ões); b) uma	

ou mais regiões obtidas a partir da estrutura de dados, onde ocorrerá a busca pelas coordenadas de saída desejadas; c) procedimento de busca de raízes na região interpolada; c.1) região interpolada onde ocorrerá a busca; c.2) procedimento de busca de raízes ocorre em coordenadas hipercúbicas, dado pela intersecção do plano de coordenadas de saída desejadas com a região interpolada; c.3) visão superior da intersecção; c.4) múltiplas soluções ocorrem dentro do hipercubo, FLHI retorna a solução mais próxima do centro como saída, para cada região. 72

Figura 11 Incertezas de modelo de ganho de entrada na cancelação entre FLHI e NL. 82

Figura 12 Incertezas de modelo multiplicativas de entrada na cancelação entre FLHI e NL..... 85

Figura 13 Não-linearidade polinomial de quarta ordem do caso de estudo SISO..... 90

Figura 14 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base linear. 91

Figura 15 Diagrama de blocos do caso de estudo MISO considerando conhecimento de não-lineares desacopladas. Dois modelos FLHI são utilizados, um para cada não-linearidade..... 93

Figura 16 Não-linearidade desacoplada do caso de estudo MISO para a primeira entrada. 94

Figura 17 Não-linearidade desacoplada do caso de estudo MISO para a segunda entrada. 94

Figura 18 Resultados de simulação para o caso MISO desacoplado com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída. 95

Figura 19 Diagrama de blocos do caso MISO considerando acoplamento nas não-linearidades. Um modelo FLHI completo é utilizado considerando ambas não-linearidades. 96

Figura 20 Não-linearidade para a primeira entrada do caso MISO considerando acoplamento das variáveis..... 96

Figura 21 Não-linearidade para a segunda entrada do caso MISO considerando acoplamento das variáveis..... 97

Figura 22 Resultado de simulação para o caso de estudo MISO acoplado com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída. 98

Figura 23 Não-linearidade do caso de estudo MIMO para a primeira saída.	99
Figura 24 Não-linearidade do caso de estudo MIMO para a segunda saída.	100
Figura 25 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base linear. A linha contínua clara representa a segunda entrada e saída. A linha contínua escura representa a primeira entrada e saída.	101
Figura 26 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com cancelamento ideal.	121
Figura 27 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base vizinho mais próximo.	122
Figura 28 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base linear.	122
Figura 29 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base cúbica.	123
Figura 30 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base Lanczos.	123
Figura 31 Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base spline.	124
Figura 32 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com cancelamento ideal.	125
Figura 33 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base vizinho mais próximo.	126
Figura 34 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base linear.	127
Figura 35 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base cúbica.	128
Figura 36 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base Lanczos.	129
Figura 37 Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base spline.	130
Figura 38 Resultados de simulação para o caso MISO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	131
Figura 39 Resultados de simulação para o caso MISO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a	

segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	132
Figura 40 Resultados de simulação para o caso MISO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	132
Figura 41 Resultados de simulação para o caso MISO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	133
Figura 42 Resultados de simulação para o caso MISO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	133
Figura 43 Resultados de simulação para o caso MISO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	134
Figura 44 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	135
Figura 45 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	136
Figura 46 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	137
Figura 47 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	138
Figura 48 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	139
Figura 49 Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada	

e saída.	140
Figura 50 Resultados de simulação para o caso MIMO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	141
Figura 51 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	142
Figura 52 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	143
Figura 53 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	144
Figura 54 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	145
Figura 55 Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	146
Figura 56 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	147
Figura 57 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	148
Figura 58 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.	149
Figura 59 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda	

entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída. 150

Figura 60 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída. 151

Figura 61 Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída. 152

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Número de publicações na Scopus.....	39
Tabela 2	Comparação de resultados para o caso de estudo SISO considerando os índices de desempenho.....	91
Tabela 3	Comparação de resultados para o caso de estudo SISO considerando a métrica MARE para pior erro de modelo.....	92
Tabela 4	Comparação de resultados para o caso de estudo MISO desacoplado considerando índices de desempenho.....	95
Tabela 5	Comparação de resultados para o caso MISO acoplado considerando índices de desempenho.....	97
Tabela 6	Comparação de resultados para o caso de estudo MIMO considerando índices de desempenho.....	100

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIChE	<i>American Institute of Chemical Engineers</i>
ASC	<i>Application Specific Controller</i>
BI	Busca Iterativa
BIBO	Bounded Input Bounded Output
BP	<i>Back Propagation</i>
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
EHAC	<i>Extended Horizon Adaptive Control</i>
EPSAC	<i>Extended Prediction Self Adaptive Control</i>
FLHI	<i>Fuzzy Logic Hipercube Interpolator</i>
FMPC	<i>Fuzzy Model Predictive Control</i>
FPGA	<i>Field Programmable Gate Array</i>
FSR	<i>Finite Step Response</i>
GLC	<i>Globally Linearized Control</i>
GMV	<i>Generalized Minimum Variance</i>
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
GPGPU	<i>General Purpose computing on Graphics Processing Units</i>
H	Hammerstein
ISE	<i>Integral Squared Error</i>
ISVC	<i>Integral Squared Variation of Control</i>
ITSE	<i>Integral Time Squared Error</i>
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
L	Linear
MAC	<i>Model Algorithm Control</i>
MAE	<i>Model Absolute Error</i>
MARE	<i>Model Absolute Relative Error</i>
MBPC	<i>Model Based Predictive Control</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MISO	<i>Multiple Input Single Output</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MQDMC	<i>Modified Quadratic Dynamic Matrix Control</i>

MURHAC	<i>Multipredictor Receding Horizon Adaptive Control</i>
MUSMAR	<i>Multistep Multivariable Adaptive Control</i>
MV	<i>Minimum Variance</i>
NL	Não-Linear
NLH-DMC	<i>Non Linear Hammerstein - Dynamic Matrix Control</i>
PFC	<i>Predictive Functional Control</i>
PI	Proporcional-Integral
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
QDMC	<i>Quadratic Dynamic Matrix Control</i>
R^2	Coeficiente de determinação
RGA	<i>Relative Gain Array</i>
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i>
SISO	<i>Single Input Single Output</i>
SVM	<i>Support Vector Machine</i>
TS	Takagi-Sugeno
TSK	Takagi-Sugeno-Kang
UPC	<i>Unified Predictive Control</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	MOTIVAÇÃO	34
1.2	OBJETIVOS	36
1.2.1	Objetivo Geral	36
1.2.2	Objetivos Específicos	36
1.3	CONTRIBUIÇÕES PROPOSTAS	37
1.4	ESTRUTURA DA TESE	37
2	CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MO- DELO	41
2.1	CONTEXTO HISTÓRICO	41
2.2	VANTAGENS E LIMITAÇÕES	43
2.3	CONTROLADOR POR MATRIZ DINÂMICA	44
2.3.1	Projeto DMC SISO	45
2.3.2	Projeto DMC MIMO	47
2.3.3	Restrições	48
2.3.4	Compensador de Saída para Modelo Hammerstein	48
2.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	51
3	INTERPOLADOR <i>FUZZY</i>	53
3.1	MODELO TAKAGI-SUGENO	54
3.2	APLICAÇÃO EM MODELAGEM NÃO-LINEAR	56
3.2.1	Interpolação Linear	57
3.2.2	Exemplo de interpolação <i>fuzzy</i> linear por partes ..	59
3.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	62
4	INTERPOLADOR HIPERCÚBICO DE LÓGICA <i>FUZZY</i>	63
4.1	CONFIGURAÇÃO DO INTERPOLADOR	63
4.2	INTERPOLAÇÃO	66
4.3	FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA DE BASE	68
4.3.1	Funções de pertinência de base estáticas	69
4.3.2	Funções de pertinência de base paramétricas	70
4.3.3	Considerações sobre o processo de interpolação ...	70
4.4	INTERPOLAÇÃO INVERSA	71
4.5	RESUMO DA PROPOSTA DE ALGORITMO DE CON- TROLE	73
4.6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	73
5	MÉTRICAS DE DESEMPENHO E ROBUSTEZ.	81
5.1	MÉTRICAS DE DESEMPENHO	81

5.1.1	Observação sobre Métricas de Desempenho	82
5.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE ROBUSTEZ DO COMPEN- SADOR DE SAÍDA PELA INCERTEZA DE GANHO MULTIPLICATIVO	82
5.2.1	Estabilidade do Compensador de Saída	83
5.2.2	Medição de Erro de Modelo de Pior Caso	84
5.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE ROBUSTEZ DO COMPEN- SADOR DE SAÍDA PELA INCERTEZA MULTIPLICA- TIVA DE ENTRADA	85
5.3.1	Estabilidade do Compensador de Saída	85
5.3.2	Medição de Erro de Modelo de Pior Caso	87
5.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	87
6	RESULTADOS	89
6.1	CASO DE ESTUDO SISO	89
6.2	CASO DE ESTUDO MISO	92
6.2.1	Desacoplamento no modelo e controle	93
6.2.2	Acoplamento no modelo e controle	95
6.2.3	Observações MISO	97
6.3	CASO DE ESTUDO MIMO	98
6.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	101
7	CONCLUSÃO	103
	REFERÊNCIAS	107
	APÊNDICE A – Resultados Completos	121

1 INTRODUÇÃO

A área de controle preditivo baseado em modelo (MPC – *Model Predictive Control*) teve sua origem nos trabalhos de controle algorítmico baseado em modelo (MAC - *Model Algorithm Control*) (RICHALET et al., 1978) e o controle por matriz dinâmica (DMC - *Dynamic Matrix Control*) (CUTLER; RAMAKER, 1979, 1980; CUTLER; PRETT; RAMAKER, 1982). Neste tipo de controlador a estratégia fundamental é baseada no uso de um modelo para predizer as saídas futuras de um processo, assim as ações de controle são calculadas buscando minimizar uma função custo, o erro quadrático entre o sinal de referência e as saídas futuras da planta. Esta nova classe de controladores veio a ampliar o conjunto das técnicas de controle de processos e surgiu como uma alternativa a outras técnicas, seja de controle no domínio do tempo, o controle moderno, ou no domínio da frequência, o controle clássico, tais como: PID (Proporcional-Integral-Derivativo) (SPERRY, 1922; MINORSKY, 1922; OGATA, 2001), LQR (LQR – *Linear Quadratic Regulator*) (KALMAN, 1961a, 1961b), alocação de pólos (FRANKLIN; POWELL; EMAMI-NAEINI, 2002) e variância mínima (ÅSTRÖM, 1970), entre outras.

A emergência da área de controle preditivo baseado em modelo, em particular do controle por matriz dinâmica, e do uso de modelos Hammerstein, pode ser rastreada pela popularidade dos termos, medida pela quantidade de publicações relacionadas na base de dados *Scopus*. Na Tabela 1 são apresentados os resultados de buscas pelas palavras-chave “*Model Predictive Control*”, “*Dynamic Matrix Control*” e “*Hammerstein*” (H). Os resultados com um único termo originam-se da pesquisa¹ pelo termo no resumo, título e palavras-chave dos documentos, enquanto os resultados com dois termos apresentam os mesmos dados filtrados² pelo termo Hammerstein no corpo do texto, incluindo referências. Optou-se por esta opção de filtro por ser mais abrangente, isto é, visando incluir trabalhos que mencionem modelos Hammerstein. Alternativamente, caso a intenção fosse buscar trabalhos que efetivamente usem o modelo, uma busca mais estrita³ poderia ser efetuada abrangendo apenas o resumo, título e palavras-chave dos documentos. Os mesmos dados da Tabela 1 são apresentados na Figura 1, evidenciando assim o acentuado interesse do meio científico e acadêmico no

¹ Query utilizada: TITLE-ABS-KEY(“termo”)

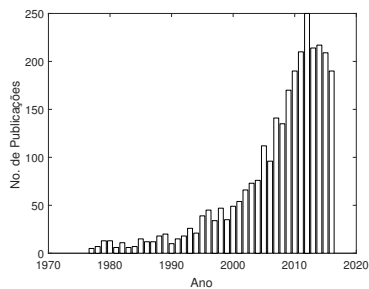
² Query utilizada: TITLE-ABS-KEY(“termo” hammerstein)

³ Query alternativa: TITLE-ABS-KEY(“termo” “hammerstein”)

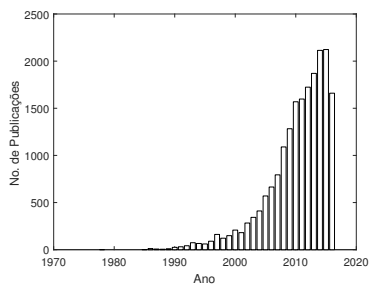
desenvolvimento e utilização desta área para controle de processos.

Observa-se na Figura 1(e) uma grande disparidade entre a quantidade de publicações com controle por matriz dinâmica e modelo Hammerstein em relação aos outros termos de busca, totalizando apenas treze trabalhos:

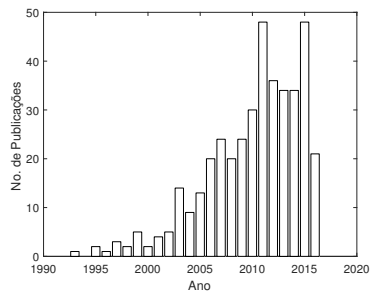
- Dutta e Rhinehart (1999) demonstraram um estudo comparativo de dois controladores baseados em modelo utilizando redes neurais numa aplicação MIMO, onde uma das redes neurais modela o inverso do estado estacionário do processo. Embora a aplicação tenha demonstrado como sua maior vantagem o cálculo rápido de ações de controle, não é capaz de ser sujeitada a otimização, apresenta dificuldade para lidar com problemas de *integral windup* e sua aplicação é limitada a processos que se encontrem em regime permanente. Além disso os resultados apresentados são ligeiramente inferiores, até mesmo indiferentes, quando comparados com o DMC.
- Ibarrola et al. (2002) apresentaram uma modificação ao DMC para lidar com processos variantes para uma entrada exógena ou com a saída da ação de controle num modelo Hammerstein, utilizando duas malhas de controle, uma principal e outra *feedforward*, e introduzindo um termo não-linear no cálculo da resposta livre. São apresentados resultados para processos tanto simulados quanto reais demonstrando desempenho superior ao PID e ao DMC.
- Chen e Yea (apud POSADA; SANJUAN, 2008) propuseram uma abordagem MQDMC (*Modified Quadratic Dynamic Matrix Control*), modificando o QDMC (*Quadratic Dynamic Matrix Control*) de Garcia e Morshedi (1986) e integrando o algoritmo DMC com uma rede neural artificial e realizando linearizações instantâneas ao modelo de rede neural não-linear a cada instante de amostragem. São mencionadas como vantagens a incorporação das características não-lineares da rede neural ao projeto preditivo e o desempenho competitivo em relação a um modelo preditivo com rede neural.
- Jana, Samanta e Ganguly (2005) definiram um controlador globalmente linearizado (GLC - *Globally Linearized Control*) composto de quatro partes: um compensador de não-linearidades, um estimador para estados não mensurados, um transformador



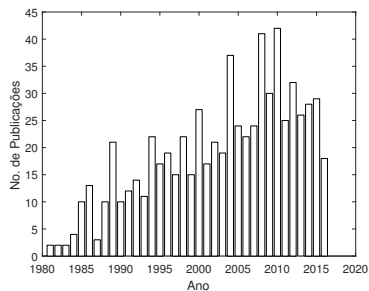
(a) Hammerstein



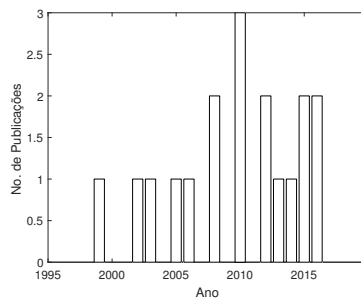
(b) MPC



(c) MPC & Hammerstein



(d) DMC



(e) DMC & Hammerstein

Figura 1 – Número de publicações na área de controle preditivo baseado em modelo. Fonte: base de dados Scopus.

de restrições baseado em otimização e o algoritmo DMC. O método foi simulado para um processo não-linear coluna de destilação, apresentando boa qualidade de rastreamento de referência e rejeição de perturbação e também melhor desempenho se comparado com o DMC padrão.

- Zou et al. (2006) definiram o NLH-DMC (*Non Linear Hammersstein - Dynamic Matrix Control*) cuja estratégia consiste em utilizar a inversa do elemento não-linear estático do modelo Hammersstein para calcular as ações de controle, efetivamente linearizando o processo controlado. No trabalho original é utilizado um polinômio de grau ímpar, afim de garantir pelo menos uma raiz real, para modelar a não-linearidade estática e sua inversa é dada pelas raízes do polinômio para uma determinada ação de controle. O método é demonstrado para um processo SISO fortemente não-linear de neutralização de pH, evidenciando que o NLH-DMC apresenta melhores resultados se comparado ao DMC linear e também a uma abordagem PID não-linear, também é apresentado que o método possui boa estabilidade e robustez mesmo na presença de grandes erros de modelo. É importante contrastar que esta abordagem é completamente distante das abordagens centralizadas em linearizar o sistema em determinados pontos, já que nesta abordagem o sistema projetado é efetivamente não-linear e o sistema final se comporta de maneira linear.
- Arruda et al. (2008) apresentaram uma sintonia para múltiplos controladores PI (Proporcional-Integral) e PID com aplicação em processos multivariáveis acoplados formulado como um problema de otimização multi-critério. Para resolver o problema de otimização foi desenvolvida uma variação do algoritmo genético utilizando o que os autores chamam de técnica de nicho e formação de castas. Resultados são apresentados demonstrando que um controlador PI com a sintonia proposta, por otimização, atinge melhores objetivos quanto a ITSE (*Integral Time Squared Error*) e variância mínima do que o DMC, sintonizado manualmente.
- Li e Huang (2008) propuseram o uso de uma rede neural BP (*Back Propagation*) para aproximar um sistema inverso de ordem α para um processo, resultando em um processo pseudo-linear cuja resposta ao degrau é utilizada como modelo para o DMC. Afim de reduzir o erro de modelo, o modelo inverso é conectado ao processo por um filtro passa-baixa projetado de acordo com

a complexidade da planta. Os resultados apresentados indicam bom desempenho quanto a rastreamento de referência, rejeição de perturbação e robustez, porém não são apresentados resultados referentes ao sinal de controle.

- Lima et al. (2010) definiram o FMPC (*Fuzzy Model Predictive Control*), uma adaptação do DMC utilizando um sistema *fuzzy* Takagi-Sugeno como modelo interno do controlador. O sistema proposto utiliza funções de pertinência Gaussianas, para dimensionamento do sistema é utilizado o método de agrupamento subtrativo (*subtractive clustering method*) (CHIU, 1994, 1996) e para calcular os consequentes é utilizado mínimos quadrados (PASSINO; YURKOVICH, 1998). Não é mencionado como o funcional é otimizado, já que para um modelo *fuzzy* seria necessário um método iterativo de otimização, embora sejam apresentados resultados indicando que o tempo computacional do método é pouco maior que do DMC, indicando uma diferença no custo computacional. Resultados são apresentados indicando que o método proposto atinge resultados melhores que o DMC quanto a seguimento de referência e rejeição de perturbação. Como desvantagem é citado um conjunto de dados suficientemente representativo afim de obter um bom modelo do processo.
- Xing, Liang e Liu (2010) utilizam o DMC para controlar um processo de aquisição, rastreamento e pontaria para comunicação por laser, utilizando um modelo linear SISO de terceira ordem.
- Marusak (2010) define ainda outro algoritmo FMPC onde o sistema *fuzzy* é utilizado para modelar a porção não-linear estática de um modelo Hammerstein. Neste trabalho são reconhecidos dois itens importantes que são frequentemente subestimados e outros trabalhos falham em mencionar, sendo estes: i) em algumas situações é impossível derivar o modelo inverso; e ii) maior complexidade do mecanismo para considerar restrições na variável manipulada, já que esta é sujeita a transformações não-lineares. O método proposto utiliza a lei de controle padrão do DMC diferenciado-a quanto a resposta livre, a qual é calculada a partir do modelo *fuzzy*, para o qual não há fundamento teórico afim a lei de controle é derivada a partir de um modelo de resposta ao degrau e não de um modelo *fuzzy*. Resultados são apresentados mostrando respostas satisfatórias quanto a seguimento de referência.

- Zhang et al. (2012) apresentam um método que utiliza máquina de vetores de suporte (SVM - *Support Vector Machine*) para modelagem não-linear da resposta cardiovascular a exercícios em esteira. Afim de otimizar a prática do exercício em esteira foi utilizado o DMC para controle do processo, demonstrando resposta satisfatória da regulação de taxa cardíaca.
- Jin, Zhao e Li (2012) abordam o problema de compensação de erro de modelo no DMC utilizando uma rede neural BP para modelar erros preditos de modelo. O cerne da proposta consiste numa rede neural BP treinada para relacionar entradas e saídas do processo com erros de modelo. Afim de validar a proposta é simulado um sistema Wiener, demonstrando que a proposta do DMC com compensador de erro de modelo é eficiente quanto a seguimento de referência sob erro de modelo, enquanto a resposta do DMC padrão é insatisfatória para o processo simulado.
- Fu, Jiang e Zhou (2013) propõem o uso de otimização por enxame de partículas PSO (*Particle Swarm Optimization*) para identificar um modelo linear afim de controlar pelo DMC um processo de temperatura de vapor. Resultados são apresentados demonstrando seguimento de referência superior a uma abordagem PID.
- Kozlik et al. (2015) trabalham com um esquema de controle hierárquico no problema de controle de emissão de um motor a diesel. No primeiro nível desta abordagem um controlador PID regula a quantidade de injeção afim de atingir a demanda de torque. No segundo nível um controlador DMC é dedicado ao controle de emissão, utilizando restrições operativas em determinadas zonas de operação e também em valores máximos de taxas de variação das entradas. Para lidar com as não-linearidades de um motor a combustão é utilizada uma rede de DMCs escalonados pela velocidade e carga do motor.

É importante ressaltar que para trabalhos tais como (LIMA et al., 2010; MARUSAK, 2010) não há embasamento teórico para o uso de um modelo *fuzzy* no cálculo da resposta livre do DMC, a resposta dependente apenas de termos passados de controle, embora o método seja aparentemente eficiente como aproximação da característica estática não-linear. Afinal, como demonstrado no capítulo 2, a lei de controle do DMC é derivada a partir de certas considerações, dentre elas a de um modelo de convolução da função degrau com a resposta ao impulso do processo. O uso de qualquer outro modelo torna necessário o uso

de uma nova lei de controle, motivo pelo qual a maioria dos trabalhos utiliza algum método de otimização iterativa, como em (WANG; HENRIKSEN, 1994).

Assim como em Zou et al. (2006), Li e Huang (2008), outros trabalhos são encontrados na literatura utilizando compensadores de saída, também denominados sistemas inversos. Entre os mais antigos (FARSI; ABDULAZIZ, 1994) propõe um controlador GPC (*Generalized Predictive Control*) *self-tuning* com rede neural artificial, embora seja demonstrada uma aplicação com treinamento *offline* dos dados, onde um modelo Hammerstein é utilizado para o processo e sua porção não-linear, assim como a inversa, é identificada por uma rede neural. Além deste, há também outros no mesmo período como (LI; MIAO; FENG, 1997a, 1997b; DAI; LIU; FENG, 1997), para citar alguns.

Li e Huang (2008) cita que outras abordagens não-lineares para o controle preditivo, ao contrário do uso do compensador de saída, sofrem de aplicação limitada ou de análise teórica complexa enquanto Zou et al. (2006) complementa que modelos de entrada-saída orientados a blocos, como o Hammerstein, não necessitam de conhecimento complexo do sistema e podem adequadamente representar diversas não-linearidades frequentemente encontradas em processos industriais. Pearson (2003), Doyle, Pearson e Ogunnaike (2002) descrevem ainda que o uso do modelo Hammerstein possibilita a representação de processos moderadamente não-lineares, isto é, que exibam respostas assimétricas a entradas simétricas, geração de harmônicos e superharmônicos, assim como multiplicidade de entrada. Por sua vez Farsi e Abdulaziz (1994) afirmam que o objetivo da abordagem centra-se em identificar precisamente a dinâmica não-linear para que a teoria convencional de controle linear possa ser aplicada.

Dentre os trabalhos encontrados na literatura, os propostos por Abonyi et al. (2000), Jurado (2006) são os que mais se aproximam da proposta desta tese, isto é, ambos os trabalhos tratam de abordagens MPC utilizando sistemas *fuzzy* para modelar a porção não-linear estática de um modelo Hammerstein em aplicações SISO ou MIMO. De maneira similar, (TRABELSI et al., 2004) investiga a aplicação de sistemas *fuzzy* para modelagem ampla de sistemas não-lineares. Entretanto, conforme apontado em (MARUSAK, 2010), estes trabalhos deixam de identificar suas limitações. Dentre as limitações, a mais importante é a impossibilidade de encontrar a função inversa em determinados casos, particularmente quando a função que define a não-linearidade estática não é estritamente monótona (WARNER, 1965; BINMORE, 1982) e portanto sua inversa é não-injetora e multivalorada. Isto posto, estes

trabalhos não são capazes de lidar com funções multivaloradas e não apresentam indicação de capacidade para construir um modelo inverso a partir do modelo da não-linearidade.

Revisões bibliográficas de maior profundidade na área podem ser encontradas em (QIN; BADGWELL, 2003) onde é apresentada uma extensa revisão do DMC com aplicações industriais, de maneira similar em (HENSON, 1998; MORARI; LEE, 1999) e em (KOKATE; WAGHMARE; DESHMUKH, 2010) uma revisão da literatura quanto a métodos de sintonia do DMC para processos SISO. No capítulo 2 é dada uma continuidade a esta seção introdutória quanto a revisão histórica da área de controle preditivo baseado em modelo.

1.1 MOTIVAÇÃO

Conforme exposto no início desta seção introdutória há uma lacuna na bibliografia atual quanto a aplicações MIMO em sistemas não-lineares com modelo de Hammerstein. Possivelmente isto se deva a dificuldade de controlar e modelar não-linearidades estáticas multivariáveis de maneira precisa, contemplando também suas inversas e a ampla ocorrência prática de funções multivaloradas.

Embora, a rigor, não seja necessário considerar funções multivaloradas para se obter algum resultado em controle, considere o seguinte exemplo exposto graficamente na Figura 2. Em 2(a) é apresentada uma função não-monótona que poderia descrever uma não-linearidade estática. A princípio um engenheiro de controle pode considerar a inversão matemática e chegar num resultado idêntico ao da Figura 2(b). Este resultado é funcional e obteria resultados se aplicado à inversão da não-linearidade estática de um processo.

Por outro lado, algum outro engenheiro de controle poderia considerar, em vez da inversão matemática, a fórmula de Bhaskara e chegar no resultado da Figura 2(c), o qual fidedignamente representa a função inversa de 2(a). A vantagem desta abordagem é a representação real da função inversa porém mais importante ainda é a disponibilidade de mais opções de ação de controle, especialmente no contexto de um método como a busca iterativa (ver Capítulo 2.3.4).

Uma função $f : X \rightarrow Y$ é um mapeamento do conjunto X ao conjunto Y e uma função g é dita inversa de f quando $g : Y \rightarrow X$ (SCHEINERMAN, 2013). No contexto dos compensadores de saída, deseja-se encontrar um compensador de saída tal que este seja uma inversa a direita (SCHEINERMAN, 2013) da não-linearidade, isto é, $f(g(y)) = y$.

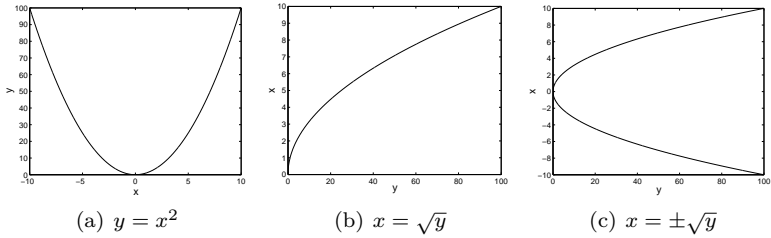


Figura 2 – Função não-monótona e suas possíveis inversas, tal que b) apresenta uma inversa pela direita e c) apresenta duas inversas pela direita.

As inversas pela direita de uma função não são únicas, podendo ser infinitas. Considera-se o caso em que $f(x) = x^2$, uma inversa pela direita poderia ser dada por $g(y) = \sqrt{x}$, por $g(y) = -\sqrt{x}$, ou ainda por infinitas combinações destes mapeamentos.

Diferente do exemplo abordado aqui, em situações práticas é rara a disponibilidade do conhecimento matemático exato da não-linearidade, ou então, é difícil obter experimentalmente a função inversa. A estrutura *fuzzy*, então, particularmente do tipo Takagi-Sugeno, desponta como uma abordagem candidata devido a sua propriedade de aproximadora universal de funções (YING, 1998; TIKK; KÓCZY; GEDEON, 2003).

Ao contrário da estrutura Mamdani de modelos linguísticos, os sistemas tipo Takagi-Sugeno são mais compactos por não utilizarem abstrações linguísticas nos consequentes, desnecessárias num problema de interpolação matemática, cujos resultados não são dados por funções de pertinência mas sim por funções *crisp*, o que contribui também para uma estrutura mais simples. Por este motivo o tipo Takagi-Sugeno tem melhor eficiência computacional e é uma escolha mais racional para o problema em questão. Além disso, conforme exposto no Capítulo 3, uma escolha adequada das funções de pertinência e do universo de discurso para o sistema *fuzzy* Takagi-Sugeno resultam num interpolador linear por partes capaz de aproximar funções com precisão arbitrária (WANG; MENDEL, 1991b, 1991c, 1991a).

1.2 OBJETIVOS

Os objetivos desta pesquisa foram divididos em geral e específicos, os quais são sumarizados a seguir.

1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver o controle preditivo por matriz dinâmica utilizando estratégia *fuzzy* no compensador de saída afim de controlar processos SISO, MISO e MIMO, invariantes no tempo, não-lineares com modelo Hammerstein.

1.2.2 Objetivos Específicos

Como metas específicas da tese têm-se:

- Implementar o DMC para casos SISO, MISO e MIMO;
- Desenvolver um interpolador *fuzzy* capaz de lidar com funções monovariáveis, multivariáveis e multivaloradas;
- Implementar plantas SISO não-lineares de *benchmark* encontradas na literatura;
- Apresentar simulações numéricas de desempenho do controlador NLH-DMC em plantas SISO e validar o interpolador desenvolvido;
- Adaptar o interpolador *fuzzy* para lidar com funções multivariáveis e multivaloradas;
- Apresentar simulações numéricas de desempenho do controlador NLH-DMC em plantas MISO e MIMO, validar o interpolador estendido;
- Efetuar análise de estabilidade, robustez e frequencial nos processos controlados.

Como atividades complementares pretende-se realizar um estudo adicional com as seguintes metas:

- Implementar restrições operacionais ao DMC, tais como limites das magnitudes de ações de controle e de incremento de controle;

- Estudar e implementar o método dos pontos interiores com preditor-corretor de Mehrotra para solução iterativa de sistemas não-lineares;
- Apresentar simulações numéricas de desempenho do controlador NLH-DMC com restrições de operação.

1.3 CONTRIBUIÇÕES PROPOSTAS

Para resumir, as principais contribuições propostas desta tese são:

- Desenvolvimento de um sistema *fuzzy* capaz de interpolar funções monovariáveis, multivariáveis e multivaloradas;
- Extensão do NLH-DMC para aplicação em processos MISO e MIMO.
- Avaliação de estabilidade, robustez e desempenho da proposta.

Por sua vez, produção científica relacionada diretamente ou indiretamente a esta tese pode ser encontrada em trabalhos como (JERONYMO; COELHO; COELHO, 2012; JERONYMO; COELHO, 2013; JERONYMO; ARAUJO; COELHO, 2013; JERONYMO; COELHO, 2014, 2016a, 2016b).

1.4 ESTRUTURA DA TESE

Além da introdução esta tese está organizada da seguinte maneira.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão histórica do controle preditivo baseado em modelo assim como os fundamentos do controlador por matriz dinâmica, suas equações dos projetos SISO e MIMO. Também é apresentada a estrutura do controlador NLH-DMC, o método de busca iterativa e um teorema que fundamenta a linearização de modelos Hammerstein e o resultante sistema pseudo-linear.

O Capítulo 3 descreve os fundamentos de sistemas *fuzzy*, particularmente do tipo Takagi-Sugeno, o uso de sistemas *fuzzy* em modelagem não-linear e um teorema que comprova a equivalência de um interpolador *fuzzy* com um interpolador linear em certas condições. Este capítulo serve como precursor do capítulo que fundamenta o sistema fuzzy proposto.

O Capítulo 4 define o sistema fuzzy Takagi-Sugeno proposto, chamado *Fuzzy Logic Hypercube Interpolator*, ou FLHI. Seus algoritmos são apresentados assim como as equações das funções de pertinência de base.

O Capítulo 5 abrange os critérios de desempenho relacionados a rastreamento de referência, variação de controle e robustez. Neste capítulo são apresentados dois métodos de análise de robustez para o sistema proposto.

O Capítulo 6 expõe os casos de estudos retirados da literatura, a aplicação do método proposto e os resultados referentes as métricas de desempenho e robustez do capítulo anterior.

Finalmente, a conclusão localizada no Capítulo 7 encerra o documento desta tese, revendo e resumindo sobre o exposto, contendo sugestões sobre a continuação da pesquisa e trabalhos futuros.

Tabela 1 – Número de publicações na Scopus.

Ano	H	MPC	MPC & H	DMC	DMC & H
2016	190	1660	21	18	2
2015	209	2123	48	29	2
2014	217	2114	34	28	1
2013	214	1870	34	26	1
2012	237	1703	36	30	2
2011	204	1580	47	25	0
2010	183	1535	30	42	3
2009	165	1274	24	30	0
2008	129	1092	19	41	2
2007	136	781	24	24	0
2006	93	659	19	22	1
2005	109	562	13	24	1
2004	75	411	9	37	0
2003	62	273	10	19	1
2002	54	225	5	18	1
2001	51	175	4	18	0
2000	48	200	2	27	0
1999	35	146	5	14	1
1998	46	118	2	22	0
1997	33	132	2	15	0
1996	43	88	1	19	0
1995	36	60	1	17	0
1994	19	61	0	22	0
1993	22	71	0	9	0
1992	11	41	0	14	0
1991	12	29	0	10	0
1990	9	22	0	10	0
1989	14	10	0	21	0
1988	15	4	0	10	0
1987	12	5	0	3	0
1986	12	11	0	11	0
1985	16	1	0	10	0
1984	6	0	0	4	0
1983	6	0	0	2	0
1982	10	0	0	2	0
1981	6	0	0	2	0
1980	12	0	0	0	0
1979	13	0	0	0	0
1978	70*	1	0	0	0

(*) Cumulativo de 1954 a 1978

2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

Neste capítulo é apresentado o conceito e breve revisão bibliográfica do controle preditivo baseado em modelo (MPC – *Model Predictive Control*) com ênfase ao controlador por matriz dinâmica.

2.1 CONTEXTO HISTÓRICO

Os avanços modernos na área de controle preditivo remontam aos trabalhos de Kalman (KALMAN, 1961a, 1961b) no início dos anos 1960 sobre o regulador quadrático linear (LQR – *Linear Quadratic Regulator*) onde o processo controlado é descrito por um sistema linear em espaço de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (2.1)$$

onde x é o vetor de estados, u o vetor de entradas, A e B são as matrizes de coeficientes dos estados e entradas, respectivamente. Considera-se o funcional:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt, \quad (2.2)$$

onde Q e R são as matrizes simétricas e definidas positivas de ponderação de estado e controle, respectivamente. Este funcional penaliza o quadrado dos estados, portanto desvios da origem, e os coeficientes de ponderação permitem realizar compromissos entre o desvio da origem e a magnitude da ação de controle. A minimização do funcional resulta na seguinte lei de controle:

$$u = -Kx, \quad (2.3)$$

onde $K = R^{-1}B^T P$ e P é a solução de uma equação de Riccati, este desenvolvimento matemático pode ser encontrado de uma forma detalhada em (FALEIROS; YONEYAMA, 2002). O resultado deste projeto é um controlador proporcional com forte propriedade estabilizante, devido ao uso de um horizonte infinito no funcional, capaz de estabilizar qualquer sistema linear, estabilizável e detectável, desde que Q e R sejam positivos definidos (LIBERZON, 2012, pp. 194–195).

Posteriormente em Propoi (1963) é apresentado um controlador similar ao MPC exibindo conceito de horizontes deslizantes e em Lee

e Markus (1968) é discutido teoricamente sobre um controlador ótimo de horizonte deslizante, isto é,

“Uma técnica para obter um controle de realimentação sintetiza conhecimento de controladores de malha aberta para medir o atual estado do processo controlado e então calcular muito rapidamente para a função de controle de malha aberta. A primeira porção desta função é então usada durante um intervalo curto, após o qual é feita uma nova medida do estado do processo e uma nova função de controle de malha-aberta é calculada para esta medida. O procedimento é então repetido” (LEE; MARKUS, 1968, p. 423).

Simultaneamente, Åström (1967) apresentou o controlador de variância mínima (MV), o qual mais tarde foi atualizado por Clarke e Hastings-James (1971) com a introdução de um termo de custo ao controle originando assim o controlador de variância mínima generalizado (GMV). Grimble (2006) observa que a lei de controle do GMV possui características similares ao projeto do regulador quadrático gaussiano (LQG), desenvolvido a partir de uma teoria dual para estimar estados do processo e combinando o LQR com o filtro de Kalman.

Os conceitos principais do LQR, compreendidos por: uso de um modelo do processo, que permite prever o comportamento futuro; um funcional que descreve desvio de trajetória e intensidade da ação de controle; uma lei de controle originada na minimização do funcional; associados ao conceito de horizontes deslizantes fundamentaram a base teórica do que viria a ser conhecido como controle preditivo baseado em modelo.

Embora houvesse uma fundação teórica esta se encontrava longe da realidade industrial que necessita lidar com processos não-lineares, restrições de operação, incertezas de modelo (robustez) e atraso. Neste contexto ao final da década de 1970 e início de 1980 foi iniciada uma mudança de paradigma liderada por industriais franceses e norte-americanos com a introdução do controle algorítmico baseado em modelo (MAC - *Model Algorithm Control*) (RICHALET et al., 1978) e o controle por matriz dinâmica (DMC - *Dynamic Matrix Control*) (CUTLER; RAMAKER, 1979, 1980; CUTLER; PRETT; RAMAKER, 1982), expandindo assim a base do MPC tanto teoricamente quanto praticamente.

A área de controle preditivo baseado em modelo finalmente despontou no início dos anos 1980 com o que só pode ser descrito como uma “avalanche” de novos controladores como MAC, DMC, GPC (*Generalized Predictive Control*), UPC (*Unified Predictive Control*), EPSAC (*Extended Prediction Self Adaptive Control*), EHAC (*Extended Horizon Adaptive Control*), MUSMAR (*Multistep Multivariable Adaptive Con-*

trol), MURHAC (*Multipredictor Receding Horizon Adaptive Control*), PFC (*Predictive Functional Control*), para citar alguns, ver detalhes em (CAMACHO; BORDONS, 2013).

Esta nova classe de controladores tem ampla aceitação e emprego industrial, particularmente nas indústrias químicas e de petróleo (MORARI; LEE, 1999), também nas automotivas, alimentícias e aeroespaciais (QIN; BADGWELL, 2003). Dittmar e Pfeiffer (2006) exemplificam que apenas na Alemanha foram contabilizadas cerca de 9000 aplicações industriais. Há também uma grande colaboração da indústria ao compartilhar pesquisas, tal como a Shell (CUTLER; RAMAKER, 1980) e outras como Ford, BMW, Honda, Honeywell, PSA e Toyota (HROVAT et al., 2012).

2.2 VANTAGENS E LIMITAÇÕES

Entre as características vantajosas que tornaram os controladores MPC tão atrativos às indústrias encontram-se:

- Podem ser aplicados a plantas complexas e multivariáveis.
- São úteis e eficientes para rastreamento de referência em casos de referências conhecidas ou até mesmo modelos de referência.
- Acomodam dinâmicas dificultosas para outras estratégias de controle como atraso dominante, sistemas de fase não-mínima e parâmetros variantes no tempo.
- Restrições operacionais podem ser incluídas no projeto do controlador.

Já entre as limitações pode-se citar:

- A complexidade de projeto dos controladores MPC pode ser maior do que a maioria dos operadores de controle estão acostumados.
- No caso de otimizações *online* e em tempo real a complexidade do cálculo computacional pode acarretar em perdas de *deadlines* das ações de controle, além da não garantia de convergência dos algoritmos de busca.
- O MPC pode ser superdimensionado e portanto desnecessário para a maioria das aplicações.
- Necessidade de dispor de um modelo acurado.

Uma discussão mais extensa sobre as limitações do DMC pode ser encontrada em Lundstrom et al. (1995).

É importante ressaltar o último item da lista de limitações. O controlador MPC pode ser completamente desnecessário em algumas aplicações onde um controlador PID, alocação de pólos, controlador específico a aplicação (ASC - *Application Specific Controller*) ou qualquer outra técnica, exiba desempenho similar ou melhor. De fato, o PID constitui mais de 80% das aplicações de controladores industriais (HOLKAR; WAGHMARE, 2010).

2.3 CONTROLADOR POR MATRIZ DINÂMICA

O controlador por matriz dinâmica foi desenvolvido pelos engenheiros Cutler e Ramaker da *Shell Oil Company*, sendo inicialmente apresentado num encontro nacional do *American Institute of Chemical Engineers* (AIChE) em 1979, em seguida foi apresentado numa conferência de controle automático em 1980 e finalmente patentado em 1982 (CUTLER; RAMAKER, 1979, 1980; CUTLER; PRETT; RAMAKER, 1982). DMC é um dos primeiros métodos de controle preditivo baseado em modelo. Seu modelo interno, a resposta ao degrau, é facilmente obtido, o que permitiu que este método fosse amplamente aceito em aplicações industriais, em particular as de processos químicos e da área de petróleo (MORARI; LEE, 1999) mas também em outras áreas como automotiva, alimentos e aeroespacial (QIN; BADGWELL, 2003). Outras vantagens que contribuíram para sua popularidade são: aplicabilidade a sistemas multivariáveis; consideração de restrições do processo nas entradas ou saídas; prevenção de ações de controle excessivas; rastreamento preditivo da referência e rejeição a perturbações; para citar algumas (SEBORG et al., 2011). O modelo interno de resposta finita ao degrau (FSR - *Finite Step Response*) limita a aplicação do controlador a processos estáveis em malha aberta, entretanto, alternativas são encontradas na literatura (ÖZKAN; ÇAMURDAN, 1998; SEBORG et al., 2011) para processos instáveis.

Resumidamente, o projeto do controlador consiste em: i) predição da saída do processo em um horizonte de predição N_y usando o modelo da resposta ao degrau, e ii) calcular as ações de controle futuras que minimizam um funcional J especificado.

A seguir são apresentados os projetos para processos monovariáveis e multivariáveis. Pede-se atenção do leitor para o detalhe de que nesta seção é utilizado o padrão da literatura como variável u para

entrada do processo. No projeto DMC esta é a variável de entrada linear, diferente do projeto NLH-DMC onde a variável u é a entrada não-linear.

2.3.1 Projeto DMC SISO

A seguir o algoritmo DMC é detalhado de acordo com (SEBORG et al., 2011; CAMACHO; BORDONS, 2013; TALAS; BOBAL; KRHOVJAK, 2014), primeiro para o problema SISO e então estendido ao problema MIMO.

DMC objetiva reduzir o erro de rastreamento futuro de referência e incrementos da ação de controle pela minimização da função custo:

$$J = \sum_{j=1}^{N_y} [\hat{y}(t+j) - y_r(t+j)]^2 + \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (2.4)$$

onde t é um tempo discreto, Δu é o incremento da ação de controle, \hat{y} é a saída preditiva do processo j passos a frente, de acordo com o modelo do processo, y_r é a referência desejada, N_y é o horizonte de predição, N_u é o horizonte de controle e λ é o fator de supressão de movimento. Predição de saída do processo é dada pelo modelo finito de resposta ao degrau:

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + f(t+j), \quad (2.5)$$

onde g_i é o i -ésimo coeficiente da resposta ao degrau, f é a resposta livre, dependente apenas de variáveis no passado:

$$f(t+j) = y(t) + \sum_{i=1}^N (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i). \quad (2.6)$$

As equações (2.5) e (2.6) podem ser combinadas e reescritas em forma matricial:

$$\hat{y} = Gu + \underbrace{Hu_p + y}_f, \quad (2.7)$$

onde

$$\begin{aligned}
\hat{y}^T &= [\hat{y}(t+1) \dots \hat{y}(t+N_y)] , \\
u^T &= [\Delta u(t) \Delta u(t+1) \dots \Delta u(t+N_u-1)] , \\
u_p^T &= [\Delta u(t-1) \Delta u(t-2) \dots \Delta u(t-N_u)] , \\
y^T &= S^T y(t) .
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Em (2.7) e (2.8) S^T é um vetor unitário com dimensões $N_y \times 1$, G é a matriz dinâmica com dimensão $N_y \times N_u$ e H é uma matriz com dimensão $N_y \times N - 1$:

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_y} & g_{N_y-1} & \dots & g_{N_y-N_u+1} \end{bmatrix} , \tag{2.9}$$

$$H = \begin{bmatrix} (g_2 - g_1) & (g_3 - g_2) & \dots & (g_N - g_{N-1}) \\ (g_3 - g_1) & (g_4 - g_2) & \dots & (g_{N+1} - g_{N-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (g_{N_y+1} - g_1) & (g_{N_y+2} - g_2) & \dots & (g_{N+N_y-1} - g_{N-1}) \end{bmatrix} . \tag{2.10}$$

O funcional (2.4) pode ser reescrito em forma matricial de acordo com:

$$J = (Gu + f - y_r)^T (Gu + f - y_r) + \lambda \Delta u^T \Delta u , \tag{2.11}$$

a otimização da lei de controle é dada pela minimização desta função custo quadrática em termos do incremento da ação de controle. Isso é realizado pela diferenciação de J pelo vetor de incrementos da ação de controle u , igualada a zero, *i.e.* $\partial J / \partial \Delta u = 0$. A lei de controle resultante é dada por:

$$\Delta u = \underbrace{(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T}_{K_{dmc}} (y_r - f) . \tag{2.12}$$

Na prática, (2.12) resulta em N_u incrementos da ação de controle, entretanto, apenas $\Delta u(t)$ é utilizado a cada instante t . No próximo instante $t+1$ uma nova ação de controle é calculada, resultando no que é conhecido como controle por horizonte deslizante. Logo, apenas

a primeira linha da matriz de ganhos K_{dmc} é necessária, o que auxilia a reduzir esforços computacionais.

2.3.2 Projeto DMC MIMO

Para processos MIMO o efeito de cada variáveis de entrada para cada saída é descrito pela sua FSR. Equações (2.4), (2.5) e (2.6) são afetadas e devem ser reescritas para representar estas variáveis extras. Isso pode ser realizado na notação matricial de (2.7), facilitando a obtenção de uma solução de baixa verbosidade.

Considere um sistema com m entradas e n saídas, (2.8) é reescrita:

$$\begin{aligned} \hat{y}^T &= [\hat{y}_1^T \ \dots \ \hat{y}_n^T] , \\ u^T &= [u_1^T \ \dots \ u_m^T] , \\ u_p^T &= [u_{p1}^T \ \dots \ u_{pm}^T] , \\ y^T &= [y_1^T \ \dots \ y_n^T] . \end{aligned} \tag{2.13}$$

(2.9) e (2.10) são reescritas em termos de G_{ij} e H_{ij} , as matrizes SISO, para a i -ésima saída e j -ésima entrada, como:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1m} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \cdots & G_{nm} \end{bmatrix} , \tag{2.14}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdots & H_{nm} \end{bmatrix} , \tag{2.15}$$

Finalmente, a lei de controle de (2.12) pode ser aplicada considerando a mudança dos vetores envolvidos no erro de predição:

$$y_r^T = [y_{r1}^T \ \dots \ y_{rn}^T] , \tag{2.16}$$

$$f^T = [f_1^T \ \dots \ f_n^T] . \tag{2.17}$$

2.3.3 Restrições

Quando restrições são consideradas a solução ótima não é mais a solução analítica de (2.12). Neste caso, métodos iterativos para programação quadrática são necessários Clarke (1994) e o problema de controle pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u} \quad & J = \frac{1}{2} \Delta u^T Q \Delta u + c^T \Delta u \\ \text{sujeito a} \quad & A \Delta u \leq b \end{aligned} \quad (2.18)$$

onde $Q = G^T G + \lambda I$, $c = G^T (f - y_r)$. A e b podem ser escolhidos para refletir limites em variáveis do sistema, tais como, por exemplo, magnitude de controle, magnitude de saída do processo ou incrementos de controle (CLARKE, 1994).

Observa-se que para o NLH-DMC as restrições referentes à magnitude máxima do sinal de controle u , não-linear, traduzem-se em restrições à magnitude máxima do sinal $w(t)$, e portanto ao sinal $w^*(t)$, lineares, de modo que se deve impor que $w^*(t) \in Y$, onde Y é o domínio da inversa $f^{-1} : Y \rightarrow X$.

2.3.4 Compensador de Saída para Modelo Hammerstein

Em plantas não-lineares os erros entre o processo e o modelo de processo linearizado tem grande impacto no desempenho do controlador, o degradando e criando a necessidade de utilizar modelos não-lineares. O modelo Hammerstein (NARENDRA; GALLMAN, 1966) separa a dinâmica da planta em duas partes, a primeira é uma não-linearidade estática (NL) e a segunda representa as dinâmicas lineares (L) (BILLINGS, 2013, p. 31). Modelos orientados a bloco, como o Hammerstein, o Wiener, ou o Hammerstein-Wiener, não necessitam de descrições complexas do sistema e são capazes de representar não-linearidades comuns em processos industriais (ZOU et al., 2006). O modelo Hammerstein é eficiente para representar processos moderadamente não-lineares de acordo com Pearson (2003), Doyle, Pearson e Ogunnaike (2002), podendo descrever dinâmicas assimétricas a entradas simétricas, geração de harmônicos e superharmônicos, assim como multiplicidade de entrada, embora não sejam capazes de representar dinâmicas mais complexas como caóticas. Uma representação típica do modelo Hammerstein dá-se pelo par de equações:

$$\begin{aligned} w(t) &= f(u(t)) , \\ \frac{Y(z^{-1})}{W(z^{-1})} &= G^{-1} , \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde f é uma função não-linear estática e dependente apenas das entradas u , w e y são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do bloco linear, definido por alguma dinâmica linear dada por G^{-1} .

O método NLH-DMC (*Non Linear Hammerstein - Dynamic Matrix Control*) (ZOU et al., 2006) controla a porção linear do modelo e o sinal de controle é modificado por um compensador de saída, resultando em um sistema pseudo-linear e permitindo que a teoria convencional de controle linear seja aplicada Farsi e Abdulaziz (1994) a processos SISO, MISO ou MIMO. O diagrama de blocos dessa abordagem é apresentado na Figura 3 e na Figura 4, onde e é o sinal de erro entre a referência desejada y_r e a saída do processo y , w^* é a ação de controle do DMC, u é a ação de controle modificada pelo FLHI considerando o ganho não-linear estático do bloco NL e w é a saída da não-linearidade estática. Num cenário ideal $w^*(t) = w(t)$, entretanto, incertezas de modelo acontecem por diferenças entre os sinais. Nesta abordagem, o compensador de saída modifica o sinal de controle pela função inversa da não-linearidade estática:

$$u(t) = f^{-1}(w^*(t)) , \quad (2.20)$$

e assim tem o efeito de linearizar a interação entre o controlador e o processo, conforme Proposição 2.3.1, originando um problema de controle pseudo-linear.

Proposição 2.3.1. *Um modelo Hammerstein é linearizado quando a entrada do sistema é uma função estática não-linear inversa da não-linearidade estática do modelo.*

Demonstração. Seja um sistema Hammerstein descrito em espaço de estados por:

$$\begin{aligned} w(t) &= f(u(t)) , \\ \dot{x} &= Ax(t) + Bw(t) . \end{aligned} \quad (2.21)$$

Considerando que o sinal $u(t)$ seja modificado pelo compensador de saída, isto é, dado por $u(t) = f^{-1}(w^*(t))$, onde f^{-1} seja a função inversa de f , e substituindo na equação anterior:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bf(f^{-1}(w^*(t))) , \quad (2.22)$$

logo, pela propriedade da inversa à direita (SCHEINERMAN, 2013) tem-se:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bw^*(t) . \quad (2.23)$$

□

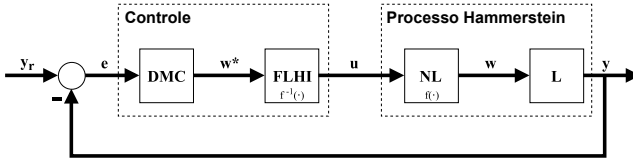


Figura 3 – Diagrama de blocos da proposta. DMC é projetado considerando as dinâmicas lineares do bloco L, FLHI é projetado com dados da não-linearidade estática NL.

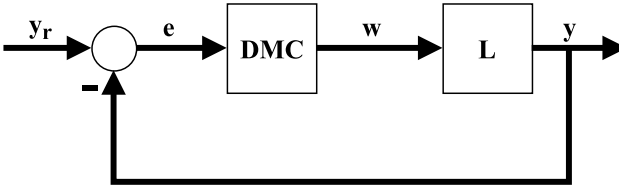


Figura 4 – Diagrama de blocos resultante da proposta. Cancelação entre FLHI e NL origina um problema de controle pseudo-linear.

No caso em que f^{-1} seja uma função multivalorada, *i.e.* não-injetora, e exiba múltiplas soluções $f^{-1}(w(t))$ é dada pela busca iterativa (BI) das raízes de $f(u(t)) - w(t) = 0$. Na literatura (ZOU et al., 2006) é comum que $f(\cdot)$ seja um polinômio de grau ímpar, logo não há garantia de que a função inversa seja injetora e nem mesmo de que ela resulte em valores reais. Neste caso, as soluções complexas são descartadas e no caso de múltiplas soluções $u(t)$ é escolhido para minimizar o critério $|u(t) - u(t-1)|$.

Conforme mencionado em Farsi e Abdulaziz (1994), este tipo de solução tem a vantagem de permitir que técnicas clássicas de controle linear sejam aplicadas ao sistema linear resultante, e.g. análise de estabilidade e robustez. O modelo Hammerstein e o uso do compensador de saída são particularmente úteis por não introduzir complicações geralmente associadas como operadores não-lineares (ZOU et al., 2006).

2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentada uma breve revisão histórica do MPC, suas vantagens e também limitações. Dentre os algoritmos de controle preditivo baseado em modelo foi dada atenção particular ao DMC, ponto central desta tese. Foram apresentados os projetos SISO e MIMO para o DMC, assim como o uso de restrições. Destaca-se o trabalho de Clarke (1994) onde podem ser encontradas sugestões de restrições operacionais e suas implementações no DMC.

O projeto do controlador é independente do atraso de transporte da planta já que este está inserido no modelo de resposta ao degrau e tem aplicação restrita a processos BIBO (*Bounded Input Bounded Output*) estáveis em malha aberta (LUNDSTROM et al., 1995; HUNG, 1996).

É interessante destacar que embora o DMC seja restrito a processos BIBO estáveis (LUNDSTROM et al., 1995; HUNG, 1996) o método pode ser aplicado a processos instáveis. Para contornar este problema uma solução clássica é a utilização de um controlador proporcional que estabilize a planta e em cascata o DMC (ÖZKAN; ÇAMURDAN, 1998).

Destaca-se que a abordagem proposta é baseada em um compensador de saída, cujo objetivo é cancelar a não-linearidade estática do processo. Esta abordagem não é similar aos controladores linearizantes, os quais sofrem de problemas na magnitude de controle, e tem a vantagem de que pela solução ótima do problema de controle é possível calcular ações de controle que respeitem as limitações operacionais do processo. Ainda, o uso da busca iterativa contribui para a redução da ação de controle ao considerar a regra que busca o menor incremento na ação de controle.

Neste contexto do compensador de saída para o modelo Hammerstein é ressaltada a importância de um sistema que modele a porção não-linear do modelo, no caso desta tese um interpolador *fuzzy* Takagi-Sugeno que apresente um modelo preciso da função original.

3 INTERPOLADOR *FUZZY*

Este capítulo tem papel introdutório a sistemas *fuzzy* e exemplifica a proposta do interpolador geral FLHI por meio de um caso mínimo, onde é encontrada a equivalência entre um interpolador linear e um interpolador com origem *fuzzy*. Observa-se assim que há uma estrutura geral por trás dos interpoladores que pode ser representada por um conjunto de regras *fuzzy*, assim como um universo de discurso entre $[0, 1]$, funções de pertinência, conjunções lógicas e defuzificações.

No capítulo anterior foi discutido sobre os controladores preditivos baseados em modelo, particularmente sobre o controlador por matriz dinâmica em aplicação a sistemas que possam ser representados por um modelo Hammerstein o qual é composto de uma dinâmica não-linear estática em série com uma dinâmica linear. Discutiu-se também sobre o compensador de saída no esquema NLH-DMC cuja finalidade é de linearizar a interação do controlador com a planta. Portanto, a qualidade do modelo não-linear é de suma importância e o mesmo deve ser capaz de representar não-linearidades complexas, possivelmente multivaloradas e em topologias de N dimensões para uso em sistemas MIMO.

Apesar das várias opções que se encontram disponíveis para resolver este problema, muitas delas têm como base de formulação profundo conhecimento matemático acerca da natureza do problema, como no caso de uma representação polinomial. Mesmo assim estas soluções não atendem fortes requisitos topológicos a serem obedecidos pelos sistemas, *e.g.* funções multivaloradas que são impossíveis de serem representadas por um polinômio. Ainda, todas partem de uma premissa básica para sua verificação: o conhecimento exato do modelo.

Por isso, não é surpreendente que nas últimas décadas um crescente interesse no uso de técnicas de Inteligência Computacional tenham sido exploradas (KOVACIC; BOGDAN, 2005; PRECUP; HELLENDORN, 2011) para o controle deste tipo de sistemas, passando até mesmo para o uso industrial em pouco tempo. Dentre estas a aplicação de sistemas *fuzzy* figura um caso de sucesso teórico e prático, em parte devido à simplicidade de sua formulação quando consideradas sua aplicabilidade e eficiência, tornando esta uma alternativa promissora às técnicas clássicas de controle não-linear (HANGOS; BOKOR; SZEDERÉNYI, 2004).

Neste contexto a teoria dos sistemas *fuzzy* pode ser útil pois os sistemas, ou modelos, *fuzzy* de Takagi-Sugeno (TS) ou Takagi-Sugeno-Kang (TSK) (TAKAGI; SUGENO, 1985; SUGENO; KANG, 1988) tem sido investigados principalmente por serem aproximadores universais de fun-

ções com uma dada precisão, ou granularidade, para um conjunto compacto (WANG; MENDEL, 1991b, 1991c, 1991a, 1992) e apresentarem características atrativas de interpolação e extrapolação numérica. Exemplos de aplicações de sistemas fuzzy em identificação e modelagem têm sido apresentados na literatura recente, a citar as publicações (TAVOOSI; SURATGAR; MENHAJ, 2016; WU et al., 2015; KISHOR, 2008; DU; ZHANG, 2008; TRABELSI et al., 2007; ABDELAZIM; MALIK, 2005), entre outras.

Uma possível limitação é criada pela generalidade da estratégia *fuzzy* que pode tornar o projeto uma tarefa impraticável se a complexidade do sistema *fuzzy* não for limitada, isto devido ao aumento exponencial da base de regras com o aumento de entradas e saídas (LI; NG, 1997). Portanto é necessário um esforço ativo para limitar o projeto afim de reduzir o esforço computacional e mantê-lo em níveis viáveis de complexidade e aplicações.

3.1 MODELO TAKAGI-SUGENO

O conceito de conjunto *fuzzy* foi introduzido por (ZADEH, 1965) e desde então, os sistemas baseados em conjuntos *fuzzy*, ou sistemas *fuzzy*, vem avançando tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Os termos conjunto *fuzzy* e lógica *fuzzy* têm sido frequentemente utilizados como sinônimos, provendo uma base para geração de técnicas de sistemas de inferência *fuzzy* para solução de problemas, com uma vasta aplicabilidade nas áreas de controle e tomada de decisão (ÜNVER; WENDEL, 2009; SHARKAWY, 2013; BUGARSKI; BACKALIC; KUZMANOV, 2013; JIA et al., 2014).

A lógica *fuzzy* deriva de sua habilidade em gerar respostas baseadas em informações vagas, ambíguas, qualitativamente incompletas e imprecisas, baseando-se na teoria dos conjuntos *fuzzy* (SANDRI; CORREA, 1999). Esta é uma generalização da proposição da lógica clássica: ou “completamente verdadeiro” ou “completamente falso”. Entretanto, na lógica *fuzzy* o grau de verdade varia entre 0 e 1, o que leva a ser “parcialmente verdadeira” ou “parcialmente falsa”. Isso faz dela uma das tecnologias mais bem sucedidas para o desenvolvimento de sistemas para controlar processos sofisticados e complexos, de forma simples e de baixo custo (SANDRI; CORREA, 1999). Entretanto, é importante salientar que estas duas nomenclaturas tratam aspectos distintos da teoria.

Um modelo *fuzzy* é um conjunto de regras de produção **SE-**

ENTÃO que mapeiam entradas em saídas. A estrutura básica de um modelo *fuzzy* consiste de três componentes conceituais: i) a base de regras, que contém um conjunto de regras *fuzzy*; ii) a base de dados (ou dicionário), que define as funções de pertinência, e seus fatores de escala, vinculadas às regras *fuzzy*; e iii) o mecanismo de inferência, que executa o procedimento de inferência sobre as regras e uma dada condição para derivar uma saída razoável ou conclusão.

Os modelos *fuzzy* TS, também conhecidos como sistemas *fuzzy* funcionais, são amplamente utilizados para descrever o comportamento dinâmico de sistemas, afinal foram originalmente desenvolvidos para a modelagem e controle de sistemas dinâmicos. Isto devido à sua eficiência em aproximação de funções não-lineares a partir da interpolação de regiões desta função onde esta é localmente descrita por modelos lineares (YEN; LANGARI, 1999).

Diferentemente dos modelos relacionais (BELOHLAVEK, 2002) e dos modelos Mamdani, linguísticos, originalmente delineados por Mamdani (MAMDANI; ASSILIAN, 1975; MAMDANI, 1977) em que o conjunto de regras que definem a inferência *fuzzy* tem como consequentes variáveis linguísticas representativas dos conjuntos *fuzzy* no universo de discurso de saída. O modelo TS, por sua vez, tem como premissa de suas regras expressões matemáticas, comumente polinômios, em que as variáveis são os valores dos sinais de entrada naquele instante.

Uma aplicação deste tipo de modelo *fuzzy*, de segunda geração, repousa em sistemas sobre os quais têm-se algum conhecimento analítico mas que, por muitas vezes, apresentam complexidade em demasia, advinda de não-linearidades ou mesmo dificuldade de modelagem intrínsecas ao processo. Pois, este modelo pode ser definido como uma interpolação *fuzzy* de estratégias de modelagem lineares. Assim, a estratégia, para a modelagem de sistemas não-lineares, torna-se linearizar o modelo não-linear em N pontos de operação distintos e, para cada um destes, projetar uma função linear descritiva $f_j(x_1, \dots, x_i)$, onde x_1, \dots, x_i são as entradas deste sistema *fuzzy* do tipo TS.

Em si somente, esta técnica de modelagem *fuzzy*, modifica a base de regras tal que o conjunto destas passa a representar relações lineares locais de entrada e saída. As regras podem ser definidas de uma maneira MISO, portanto, tem-se conjuntos **REGRA** j :

$$\text{SE } x_1 \text{ é } A_{1,j} \text{ e } \dots \text{ e } x_i \text{ é } A_{i,j} \text{ ENTÃO } y_j = f_j(x_1, \dots, x_i), \quad (3.1)$$

onde x_i é a i -ésima variável de entrada, $A_{i,j}$ é o termo linguístico

presente na i -ésima premissa da j -ésima regra presente neste sistema Takagi-Sugeno.

Observa-se que o antecedente desta regra é similar aos do controlador Mamdani e é processada como tal, ou seja, o operador de conjunção das premissas é o mínimo. Contudo, seu consequente, é, usualmente, uma função matemática simples, linear ou quadrática (REZNIK, 1997), tal que:

$$f_j(x_1, \dots, x_i) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_ix_i. \quad (3.2)$$

Qualquer função pode ser utilizada no consequente, seja ela um mapeamento por rede neural artificial, outro sistema fuzzy, uma função *spline*, um polinômio, etc., o que torna o sistema *fuzzy* generalizável.

Em consequência disto, é possível afirmar que, para cada regra, o grau de ativação gerado pelo estado atual, x_1, \dots, x_i , será atribuído ao valor calculado de $f_j(x_1, \dots, x_i)$. Atribuição tal que pode ser realizada de inúmeras formas e, também, a que é a responsável, junto com a modificação do consequente, por eliminar a etapa de defuzzificação, visto que os valores obtidos no cálculo de $f_j(x_1, \dots, x_i)$ é preciso (*crisp*) e não *fuzzy*. Em Passino e Yurkovich (1998), por exemplo, é proposta a utilização da mesma concepção do método do centro de gravidade, adaptada a este novo contexto, representada por:

$$y = \frac{\sum_{j=1}^N f_j(x_1, \dots, x_i)\mu_j}{\sum_{j=1}^N \mu_j} \quad (3.3)$$

Por conseguinte, há a explicitação do termo inicial de motivação deste tópico, como a equação (3.3) mostra, ou seja, uma média ponderada entre os valores de $f_j(x_1, \dots, x_i)$ é realizada através do grau de ativação μ_j , obtido a partir da aplicação do operador de conjunção *min* no antecedente de cada regra; o cerne do funcionamento deste sistema *fuzzy* TS é, portanto, a interpolação de leis lineares, obtidas para distintos pontos de operação do sistema modelado, não-linear, por pressuposto.

3.2 APLICAÇÃO EM MODELAGEM NÃO-LINEAR

Embora aplicações de sistemas *fuzzy*, particularmente do modelo TS, sejam tipicamente voltadas ao desenvolvimento de controladores *fuzzy*, os quais são na verdade interpolações de ações de controle, esta área sofre diversas críticas particularmente pela falta de possibilidades

de análise do projeto final. Embora seja aplicável a teoria de estabilidade absoluta de Lur'e para uma classe restrita de controladores *fuzzy* (NASCIMENTO JR.; YONEYAMA, 2000 apud BÜHLER, 1994, p. 85), é impossível demonstrar, para casos gerais, propriedades como estabilidade (NASCIMENTO JR.; YONEYAMA, 2000, p. 86). Sugeno observou que: “A maioria dos comentários críticos ao controle fuzzy são devido à falta de um método geral para analisar sua estabilidade ... Talvez a maior desvantagem da falta de análise de estabilidade seria que não podemos tomar uma abordagem baseada em modelo ao projeto de controladores fuzzy” (SUGENO, 1999).

É importante ressaltar que o estudo proposto nesta tese não sofre deste problema, afinal o que é tratado é o uso de um modelo *fuzzy* TS na representação de não-linearidades estáticas do modelo Hammersstein. O uso de um modelo *fuzzy*, e não de um controlador *fuzzy*, na linearização de um sistema não-linear tem como uma grande vantagem a possibilidade do uso de técnicas clássicas de análise, sejam elas de estabilidade, robustez ou até mesmo frequencial, afinal as dinâmicas lineares do sistema são disponíveis.

Nesta seção será abordado o problema de modelagem das não-linearidades estáticas por um sistema *fuzzy*. A princípio será discutido sobre o uso de modelagens localmente lineares.

3.2.1 Interpolação Linear

Uma abordagem para a modelagem de funções não-lineares é a utilização de um sistema *fuzzy* que particione a função original em múltiplas funções lineares, *i.e.* linear por partes, portanto realizando uma interpolação linear entre pontos conhecidos, conforme descrito em Yen e Langari (1999). Sendo os sistemas *fuzzy* TS aproximadores universais de funções, é possível criar um sistema *fuzzy* cujo comportamento seja equivalente ao de um interpolador linear, porém com abrangência em diversas regiões topológicas, conforme descrito na Proposição 3.2.1.

Proposição 3.2.1. *Um sistema fuzzy pode ser construído de maneira a exibir equivalência local a um interpolador linear.*

Demonstração. Considera-se inicialmente um interpolador linear descrito por:

$$y_l(x) = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{(x - x_0)}{x_1 - x_0}, \quad (3.4)$$

onde os pares (x_0, y_0) e (x_1, y_1) são valores escalares que determinam os limites do espaço interpolado, y_l é a função interpoladora tal que $y_l : X \rightarrow Y$ onde $(x, x_0, x_1) \in X$ e $(y, y_0, y_1) \in Y$.

Um sistema *fuzzy* cujas funções de pertinência sejam descritas por:

$$\mu_0(x) = -x + x_1, \quad (3.5)$$

$$\mu_1(x) = x - x_0, \quad (3.6)$$

válidas apenas no intervalo $[x_0, x_1]$ e apresentadas na Figura 5, e contenha duas regras simples que definem o sistema em um intervalo fechado $[x_0, x_1]$:

$$\mathbf{SE} \ x \ \text{é} \ A_0 \ \mathbf{E} \ x \ \text{é} \ A_1(x) \ \mathbf{ENTÃO} \quad (3.7)$$

$$f_0 = y_0 \quad (3.8)$$

$$f_1 = y_1, \quad (3.9)$$

onde A_0 e A_1 são descritos por μ_0 e μ_1 , respectivamente, de tal maneira que $\mu_{0:X} \rightarrow [0, 1]$ e $\mu_{1:X} \rightarrow [0, 1]$ mapeiam os elementos de $X = [x_0, x_1]$, o universo de discurso, para o intervalo $[0, 1]$. Assim os antecedentes são dados por:

$$A_0 = \{(x, \mu_0(x)) \mid x \in X\}, \quad (3.10)$$

$$A_1 = \{(x, \mu_1(x)) \mid x \in X\}.$$

Os dois consequentes de (3.9) são constantes e definem um sistema TS de ordem zero. O antecedente depende apenas do universo de discurso e pode ser reescrito de maneira resumida por:

$$x \in X. \quad (3.11)$$

Finalmente, a saída do sistema é dada pelo centro de gravidade, apresentado na equação (3.3).

Será agora demonstrado que o sistema da interpolação linear e o sistema *fuzzy* descrito aqui são equivalentes. Primeiro, desenvolvendo a equação (3.4) da interpolação linear:

$$y_l = \frac{y_0(x_1 - x_0) + y_1x - y_1x_0 - y_0x + y_0x_0}{x_1 - x_0}, \quad (3.12)$$

$$= \frac{(y_1 - y_0)x - y_1x_0 + y_0x_0 + y_0x_1 - y_0x_0}{x_1 - x_0}, \quad (3.13)$$

simplificando ainda mais:

$$y_l = \frac{(y_1 - y_0)x - y_1x_0 + y_0x_1}{x_1 - x_0}. \quad (3.14)$$

Segundo, empregando as equações do sistema *fuzzy*, substituindo as funções de pertinência das equações (3.5) e (3.6) na equação (3.3):

$$y_f = \frac{f_0(-x + x_1) + f_1(x - x_0)}{(-x + x_1) + (x - x_0)}, \quad (3.15)$$

onde y_f é o valor interpolado pela regra *fuzzy*. Substituindo as regras da equação (3.9) na equação (3.15) e desenvolvendo algebricamente, obtém-se:

$$y_f = \frac{y_0(-x + x_1) + y_1(x - x_0)}{(-x + x_1) + (x - x_0)}, \quad (3.16)$$

$$= \frac{y_0(-x + x_1) + y_1(x - x_0)}{x_1 - x_0}, \quad (3.17)$$

$$= \frac{(y_1 - y_0)x - y_1x_0 + y_0x_1}{x_1 - x_0}. \quad (3.18)$$

Finalmente pode-se comparar a equivalência da equação (3.14), originada do sistema de interpolação linear, com a equação (3.18), originada do sistema *fuzzy*. □

3.2.2 Exemplo de interpolação *fuzzy* linear por partes

Uma não-linearidade sigmoidal dada por:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{-5x}}, \quad (3.19)$$

restrita ao domínio $x \in [-1, 1]$ pode ser interpolada por um interpola-

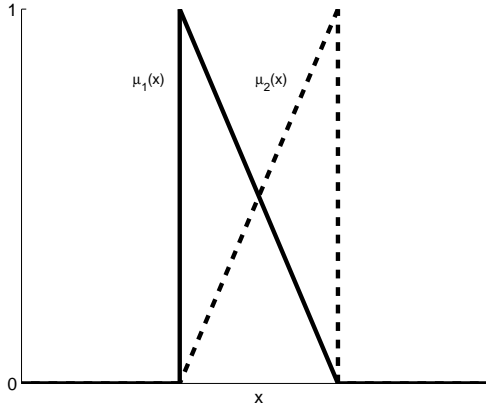


Figura 5 – Funções de pertinência para um interpolador linear por partes *fuzzy*.

dor *fuzzy* linear por partes conforme o descrito na equação (3.18). A curva característica desta equação pode ser observada na Figura 6.

Os pontos amostrados x_0, x_1, x_2, x_3 são dados pelo conjunto $x = [-1, -0,5, 0,5, 1]$ e são mapeados por y_0, y_1, y_2, y_3 , o conjunto $y = [0,0067, 0,0759, 0,9241, 0,9933]$, de acordo com a não-linearidade descrita pela equação (3.19). O sistema de inferência *fuzzy* passa a ser:

$$\mathbf{SE} \ x \in [x_0, x_1] \ \mathbf{ENT\tilde{A}O} \quad (3.20)$$

$$f_1 = y_0 \quad (3.21)$$

$$f_2 = y_1 \quad (3.22)$$

$$\mathbf{SE} \ x \in [x_1, x_2] \ \mathbf{ENT\tilde{A}O} \quad (3.23)$$

$$f_3 = y_1 \quad (3.24)$$

$$f_4 = y_2 \quad (3.25)$$

$$\mathbf{SE} \ x \in [x_2, x_3] \ \mathbf{ENT\tilde{A}O} \quad (3.26)$$

$$f_5 = y_2 \quad (3.27)$$

$$f_6 = y_3, \quad (3.28)$$

onde as funções de pertinência são dadas por:

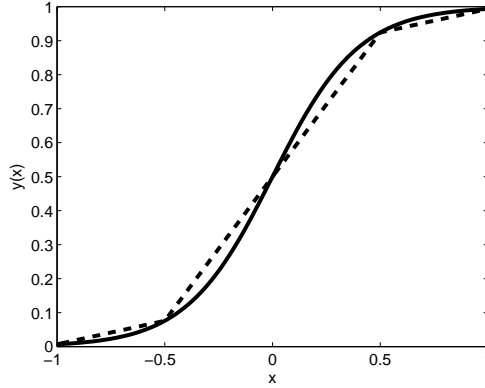


Figura 6 – Exemplo de interpolação *fuzzy* linear por partes para uma não-linearidade.

$$\mu_1 = -x + x_1, \quad (3.29)$$

$$\mu_2 = x - x_0, \quad (3.30)$$

$$\mu_3 = -x + x_2, \quad (3.31)$$

$$\mu_4 = x - x_1, \quad (3.32)$$

$$\mu_5 = -x + x_3, \quad (3.33)$$

$$\mu_6 = x - x_2, \quad (3.34)$$

tais que estas definem relações lineares entre a distância de um ponto e sua pertinência.

Por fim, a saída do sistema é calculada utilizando o método do centro de gravidade, dado pela equação (3.3). O resultado deste exemplo é demonstrado na Figura 6 onde a linha contínua representa a não-linearidade e o tracejado a saída do interpolador. Com apenas três regras e quatro pontos amostrados foi possível obter uma boa aproximação da não-linearidade obtendo um $RMSE = 0,0343$ (*Root Mean Squared Error*) e coeficiente de determinação $R^2 = 0,9922$.

Neste exemplo é observável que a precisão do interpolador é atrelada a: i) qualidade dos pontos amostrados, ruídos de medição ou de modelo podem denegrir o desempenho do interpolador; e ii) pela quantidade de regras, já que o erro de modelo tende a zero para uma granularidade infinitamente pequena da amostragem de pontos.

3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Foi abordado neste capítulo o uso de sistemas *fuzzy* do tipo Takagi-Sugeno na interpolação de funções não-lineares e também foi apresentada uma prova de equivalência entre um sistema TS e um interpolador linear.

É interessante notar que a estrutura dos sistemas *fuzzy*, da regra ao cálculo da saída, possui uma natureza paralela e talvez seja possível criar adaptações em computação paralela, particularmente centrada em sistemas especializados em cálculo de batelada como FPGAs (*Field Programmable Gate Array*) ou GPGPUs (*General Purpose computing on Graphics Processing Unit*).

O uso de um sistema *fuzzy* não foi escolhido por acaso como parte do tema desta tese mas sim uma escolha planejada, afinal a estrutura de regras permite a inversão dos consequentes e antecedentes de maneira a criar um sistema *fuzzy* inverso. Outra vantagem clara é a capacidade de interpolação universal e a facilidade que a estrutura *fuzzy* cede para este propósito.

A estrutura de regras dos antecedentes permite que as regras sejam simplificadas ao ponto de que estas sejam interpretadas como uma busca numa estrutura de dados, *i.e.*, métodos de acesso a pontos.

4 INTERPOLADOR HIPERCÚBICO DE LÓGICA FUZZY

O objetivo principal na abordagem de controle por compensador de saída é a identificação e modelo preciso das características não-lineares de um processo para que a teoria de controle linear convencional seja aplicada (FARSI; ABDULAZIZ, 1994). Este problema motivou a criação de um interpolador geral que exiba características desejáveis como: modelagem tanto de uma função quanto da sua função inversa; entradas e saídas multivariáveis; flexibilidade em relação a características interpoladoras; e, alta eficiência computacional.

Neste capítulo FLHI é apresentado de acordo com seus algoritmos funcionais, os quais são separados em três partes distintas. Na primeira parte, uma nuvem de pontos fornecida pelo usuário é verificada por consistência e define um modelo interno o qual é utilizado para alimentar cálculos posteriores. Todos os pré-cálculos ocorrem na primeira parte, que serve como uma configuração do interpolador. Na segunda parte, a interpolação é definida por um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno em um espaço hipercúbico unitário. Na terceira parte, a interpolação inversa é definida como um problema de encontrar raízes no espaço hipercúbico em termos de um problema de otimização.

4.1 CONFIGURAÇÃO DO INTERPOLADOR

Neste estágio inicial, a entrada esperada do usuário é uma nuvem de pontos e a saída são regiões e seus respectivos hipercubos para interpolação, o principal componente do interpolador FLHI. A nuvem de pontos é um conjunto $P = \{p_i = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m}) \mid x_i \in \mathbb{R}^m, x_o \in \mathbb{R}^n\}$, onde N é o número de pontos, $(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m})$ representam o i -ésimo par de coordenadas, x_i é um conjunto de coordenadas de entrada de tamanho m e x_o é um conjunto de coordenadas de saída de tamanho n tal que a função geradora da nuvem de pontos é um mapeamento $f : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Neste contexto, hipercubos são regiões de interpolação onde as coordenadas de entrada x_i são mapeadas para um hipercubo de espaço unitário, restrito a $[0, 1]^m$. O algoritmo para interpolação é definido em Algoritmo 1 e seu resumo em forma gráfica é apresentado em Figura 7.

Uma característica principal da nuvem de pontos é a distância entre pontos para cada dimensão. Uma grade regular é determinada por

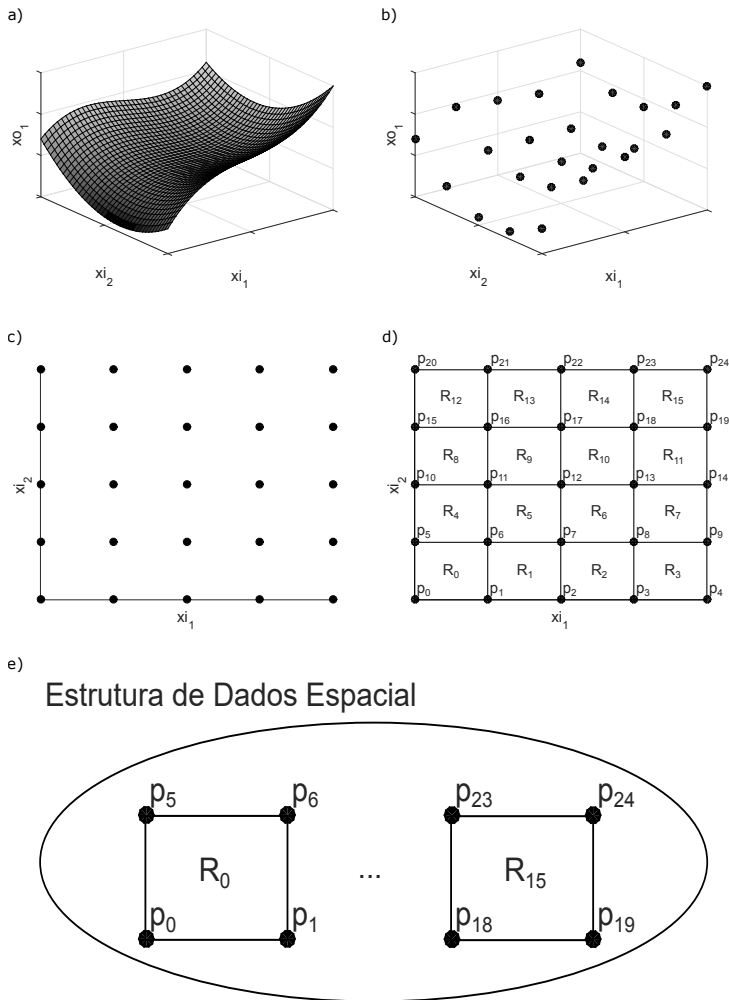


Figura 7 – Visão geral do estágio inicial de configuração FLHI. Fig. a) apresenta alguma função a ser representada pelo FLHI; b) a função amostrada; c) coordenadas de saída são ignoradas neste ponto e apenas as coordenadas de entrada são usadas para montar regiões quadriláteras convexas; d) regiões são formadas ao longo de todo espaço de entrada; e) regiões são armazenadas em alguma estrutura de dados espaciais, junto com outras informações, o que permite métodos de acesso de ponto.

pontos equidistantes ao longo de todas as dimensões, isto é, distância pré-determinadas e uniformes em todas as dimensões. Uma grade semi-regular é determinada por pontos pré-determinados e distância não-uniformes para todas as dimensões. Uma grade irregular, *i.e.* dados dispersos, não tem estrutura ou ordem em relação a posição relativa de pontos.

Conversão de coordenadas do espaço de problema para coordenadas unitárias do hipercubo pode ser realizada para uma região considerando um ponto base como sendo de coordenadas nulas $(0, 0, \dots)$ e ajustando cada dimensão para pontos vizinhos na região como 1 caso a dimensão do vizinho distancie-se do ponto base ou 0 se esta permanece inalterada. Isto também pode ser realizado pelo mapeamento de todos os pontos p em uma região para coordenadas hipercúbicas por:

$$x_{ij} = \frac{x_j - x_{1,j}}{x_{step_j}}, \quad (4.1)$$

$\forall i \in (1, \dots, 2^m), \forall j \in (1, \dots, m)$, onde m é a quantidade de dimensões de entrada, x_{step} é o tamanho de passo de uma dimensão, $x_{1,j}$ é a coordenada do ponto p_1 , o qual é o ponto base de coordenadas inferiores de uma região.

A proposta atual foca numa nuvem de pontos formando ou uma grade regular ou semi-regular. Grades irregulares, *i.e.* dados dispersos, permanece como trabalho futuro mas algumas considerações são apresentadas para tal cenário neste trabalho. Os dois desafios principais para dados dispersos: i) tesselar as regiões necessárias para interpolação; e ii) mapear uma região irregular para um hipercubo unitário regular.

Tesselação de regiões para reconstrução de superfície a partir de dados dispersos é um tópico aberto de pesquisa (LIM; HARON, 2014) e futuras investigações sobre o tópico são necessárias para encontrar ou desenvolver um algoritmo adequada para aplicação no FLHI. Este desafio é aumentado pelo fato de que métodos atuais na literatura focam em triangulações que utilizam menos pontos para uma região do que quadrangulações, enquanto FLHI é baseado em quadrangulações que requerem 2^m pontos.

Mapeamento de uma região irregular para um hipercubo regular unitário é factível por algoritmos atualmente aplicados em métodos de elementos finitos, tais como os mapeamentos da transformada projetiva ou da transformada bilinear (HUGHES, 2000).

4.2 INTERPOLAÇÃO

Interpolação pelo FLHI pode ser separada em três procedimentos, sumarizados em Algoritmo 2, Algoritmo 3 e Algoritmo 4, e apresentados, respectivamente, em Figura 7, Figura 8 e Figura 10.

Em Algoritmo 2, uma busca ocorre para determinar qual região produzida pela configuração do FLHI Algoritmo 1 delimita as coordenadas desejadas para interpolação, no domínio do problema, xi . Uma vez que a região é determinada, coordenadas desejadas para interpolação devem ser mapeadas para coordenadas hipercúbicas da região.

Com todas as coordenadas de entradas xi agora no domínio do hipercubo, restritas a $[0, 1]$, a interpolação ocorre no hipercubo conforme representada em Algoritmo 3 e Figura 8. O principal conceito do FLHI é que cada um dos 2^m pontos de fronteira do hipercubo contém informação sobre a geometria local. Conjunção de informação de todos os pontos de fronteira da região permite inferência a respeito do verdadeiro valor da função em qualquer ponto arbitrário dentro do hipercubo. Portanto, cada um destes pontos contribui com momento a respeito da área total do hipercubo. A influência do momento de cada ponto de fronteira em relação a qualquer posição arbitrária no hipercubo é inversamente proporcional a distância entre o ponto de fronteira e esta posição arbitrária.

Considere Figura 9, onde dois pontos de fronteira $p1$ e $p2$ são representados na mesma dimensão de entrada x com distância unitária entre cada um, onde o espaço unitário é o universo de discurso. Cada ponto de fronteira exhibe informação máxima, unitário lógico, na sua própria posição, pois é um ponto amostrado da função, e a contribuição desta informação diminui conforme a distância do ponto aumenta. A contribuição de informação pode ser representada por uma função de pertinência que exhibe um valor máximo na posição do ponto e diminui conforme a distância aumenta. Esta contribuição de cada ponto para cada dimensão $i = 1, \dots, m$ no hipercubo é representada por uma função de pertinência local μ_l , que é definida em termos de uma função de pertinência de base μ_k :

$$\mu_{li}(xi_i) = \begin{cases} \mu_k(xi_i), & \text{se ponto é um vértice nulo} \\ 1 - \mu_k(xi_i), & \text{se ponto é um vértice unitário,} \end{cases} \quad (4.2)$$

conforme demonstrado na (4.2), é desnecessário definir duas funções de pertinência de base na mesma dimensão pois pode ser determinado que

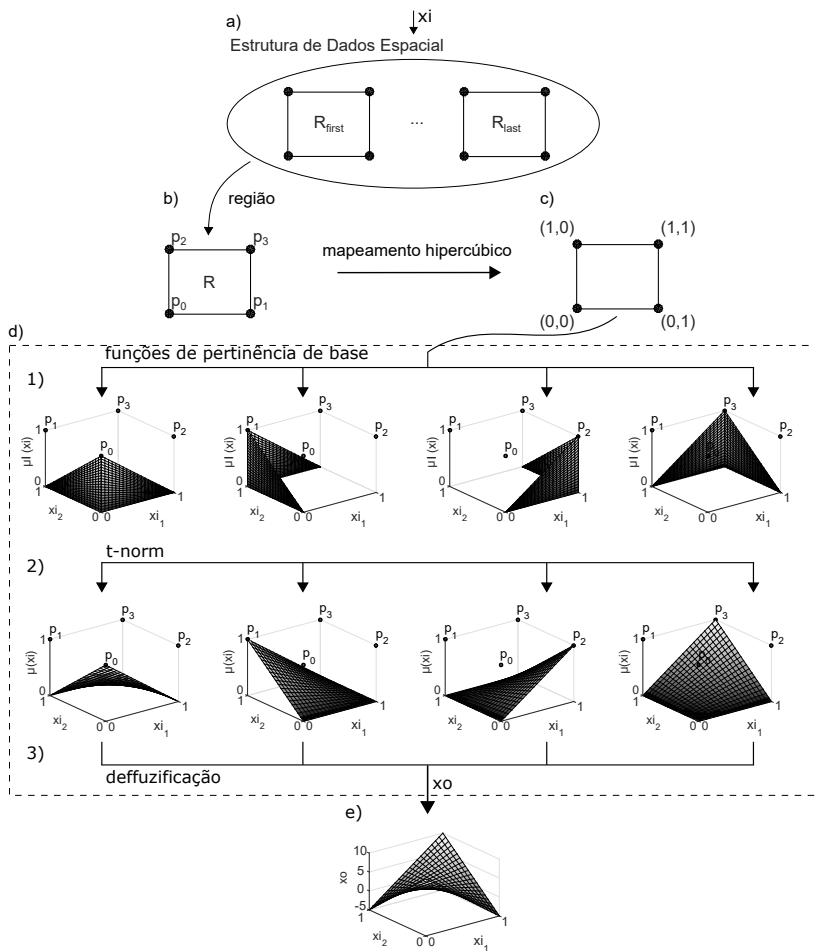


Figura 8 – Visão geral da interpolação no FLHI. Fig. a) uma estrutura de dados espaciais que armazena regiões recebe um conjunto de coordenadas de entrada e produz a região desejada; b) região obtida da estrutura de dados, a ser mapeada para o hipercubo unitário; c) hipercubo unitário onde a interpolação ocorre; d) passos para a interpolação fuzzy tal que em d.1) funções de pertinência de base são calculadas para cada ponto de fronteira; d.2) aplicação da t-norm; d.3) aplicação do método de defuzzificação; e) resultado final da interpolação.

uma é o complemento lógico da outra.

A lógica anterior pode ser estendida para qualquer número de dimensões dentro de um hipercubo lógico, tal que um ponto tem múltiplas funções de pertinência locais μ_l , para cada dimensão. A função de pertinência global μ de um ponto de fronteira, dentro do hipercubo, é determinada pela conjunção lógica de todas as funções de pertinência locais para este ponto. Conjunção lógica para sistemas fuzzy é determinada pela norma triangular, t-norm, representada aqui pelo operador binário T para dois operandos a e b , tal que a t-norm fuzzy é aTb . Portanto, a função de pertinência global μ de um ponto de fronteira é:

$$\mu(xi) = \mu_{l_1}(xi_1)T\mu_{l_2}(xi_2)T\dots T\mu_{l_m}(xi_m), \quad (4.3)$$

A norma aplicada pode ser qualquer uma de Godel, Lukasiewicz, Hamacher, Produto, entre outras. Neste trabalho a t-norm aplicada para todos os casos foi a t-norm produto.

Finalmente, para cada dimensão de saída, um valor interpolado pode ser obtido pela defuzzificação das funções globais de pertinência e coordenadas de saída. Neste trabalho a defuzzificação escolhida é o primeiro momento de área:

$$FLHI_j(xi) = \sum_{i=1}^{2^m} \mu_i(xi) \cdot xo_j, \quad (4.4)$$

onde μ_i e xo_j são, respectivamente, a função global de pertinência e as coordenadas de saída do ponto de fronteira de índice i no hipercubo, e j é o índice da coordenada de saída tal que $j = 1, \dots, n$.

4.3 FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA DE BASE

Funções de pertinência de base podem ser definidas arbitrariamente e diferentes características interpoladoras podem ser obtidas pelas escolhas apropriadas destas funções. As funções de pertinência de base podem ser divididas em duas categorias amplas, estáticas e paramétricas. Bases estáticas são dependentes apenas das coordenadas de entradas. Bases paramétricas são dependentes de coordenadas de entrada e parâmetros adicionais. Neste trabalho as seguintes funções de pertinência de base são exploradas: vizinho mais próximo, linear, cúbica, Lanczos e spline.

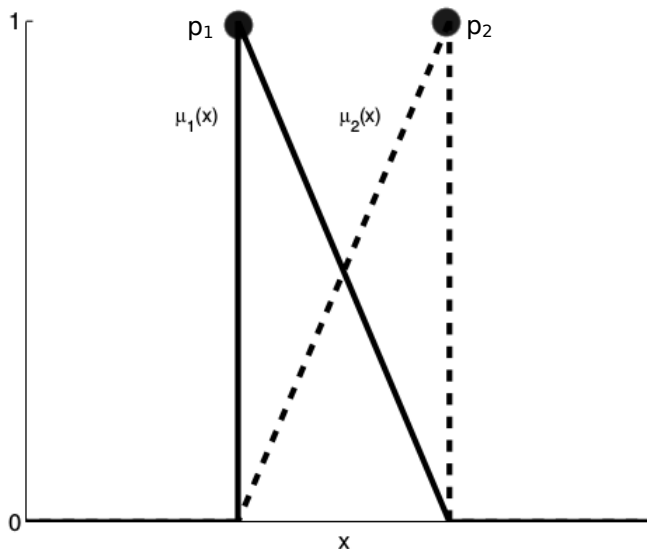


Figura 9 – Demonstração gráfica da influência de dois pontos na mesma dimensão no espaço unitário do hipercubo.

4.3.1 Funções de pertinência de base estáticas

A função de pertinência de base do vizinho mais próximo é dada por:

$$\mu_k(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_i < 0.5 \\ 0, & \text{senão.} \end{cases} \quad (4.5)$$

A função de pertinência de base linear é dada por:

$$\mu_k(x_i) = 1 - x_i. \quad (4.6)$$

A função de pertinência de base Lanczos (BURGER; BURGE, 2010) é dada por:

$$\mu_k(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_i = 0 \\ 1 \sin(\pi x_i) \sin(\pi x_i) / (\pi^2 x_i^2), & \text{if } 0 < x_i < 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4.7)$$

A função de pertinência de base spline (KEYS, 1981) é dada por:

$$\mu_k(x_i) = (1.5x_i - 2.5)x_i^2 + 1. \quad (4.8)$$

4.3.2 Funções de pertinência de base paramétricas

Finalmente, uma função de pertinência paramétrica é dada pela base cúbica:

$$\mu_k(x_i) = \frac{(df_0 + df_1 + 2f_0 - 2f_1)x_i^3 + (3f_1 - df_1 - 3f_0 - 2df_0)x_i^2 + df_0x_i + f_0 - f_1}{f_0 - f_1}. \quad (4.9)$$

onde df_0 e df_1 são derivadas a esquerda e direita, respectivamente, f_0 e f_1 são coordenadas de saída dependentes na posição do ponto dentro do hipercubo.

4.3.3 Considerações sobre o processo de interpolação

As funções de pertinência de base estáticas podem ser calculadas uma única vez para todas as coordenadas de saídas, já que estas são dependentes apenas das coordenadas de entrada. Entretanto, as funções de pertinência de base paramétricas devem ser calculadas para toda e cada dimensão de saída.

Pode ser trivialmente provado que as funções de pertinência de base estáticas levam a uma representação lógica balanceada do espaço de entrada. Isto é, a soma das funções globais de pertinência é sempre unitária, considerando as bases estáticas e a t-norm usadas. Isso garante que a saída da interpolação é um resultado entre o valor máximo e mínimo das coordenadas de saída da região. Para bases paramétricas, como a cúbica, isto não pode ser garantido e os valores máximos e mínimos de uma região devem ser determinados por uma busca de máximo/mínimo.

Extrapolação não foi implementada no FLHI porém o método pode ser trivialmente estendido para suportar esta funcionalidade. Para extrapolção, coordenadas de entradas além de limites conhecidos precisam ser saturadas em limites conhecidos, isto permite que uma região seja inferida e coordenadas extrapoladas sejam limitadas a coordenadas hipercúbicas entre $[0, 1]$.

4.4 INTERPOLAÇÃO INVERSA

A interpolação inversa, ou reversa, segue os princípios de função inversa pela direita. Isto é, sendo a interpolação uma função $f : X \rightarrow Y$ um mapeamento do conjunto X ao conjunto Y , a interpolação inversa é uma função g , inversa de f , que realiza o mapeamento $g : Y \rightarrow X$ (SCHEINERMAN, 2013). A inversa à direita possui a propriedade $f(g(y)) = y$. A função inversa pode ser multivalorada, isto é, o mapeamento $Y \rightarrow X$ define um multiconjunto em X .

Interpolação reversa no FLHI ocorre conforme descrito em Algoritmo 5 e Figura 10. Inicia-se pela busca de quais regiões podem produzir o conjunto interpolado xo . Caso o conjunto interpolado xo esteja nos limites máximos e mínimos de coordenadas de saída de uma região, pelo teorema do valor intermediário (RUSS, 1980; GRABNER, 1981, pp. 167–168) esta região pode produzir a saída desejada. Este processo pode ser acelerado computacionalmente se, na configuração do FLHI, os limites máximos e mínimos de uma região são determinados como conhecimento *a priori*.

É importante observar que escolhas da t-norm e das funções de pertinência de base que levem a um espaço lógico hipercúbico bem definido, i.e. balanceado, onde as funções globais de pertinência são limitadas em $[0, 1]$, limitam este processo a avaliação de valores máximos e mínimos de xo para cada ponto de fronteira. Entretanto, em espaços hipercúbicos mal definidos, particularmente para funções de pertinência de base paramétricas tais como a cúbica, uma busca deve ser realizada para determinar os valores de máximo e mínimo de uma região.

Quando uma região é determinada como capaz de produzir a interpolação do valor desejado da coordenada de saída xo , um procedimento de busca de raízes é realizado em termos de xi . Isto é definido como a minimização da soma dos quadrados dos erros residuais entre a interpolação nesta região e as coordenadas de saída esperadas:

$$\min_{xi} \sum_{j=1}^n (xo_j - FLHI(xi))^2 \quad (4.10)$$

Múltiplas regiões podem contar as coordenadas desejadas de saída. Desta maneira, a interpolação inversa é uma função multivalorada e pode retornar múltiplos conjuntos de soluções.

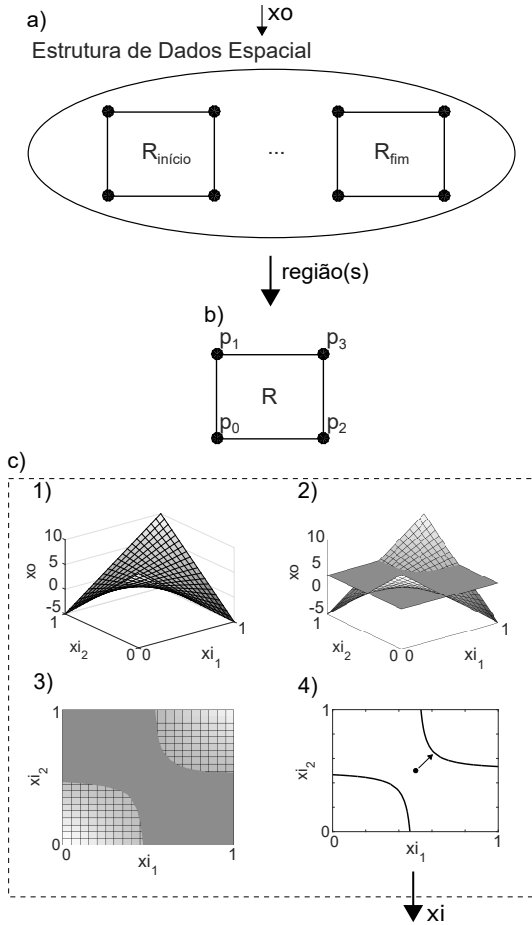


Figura 10 – Visão geral do interpolador reverso no FLHI. Fig. a) uma estrutura de dados espaciais que armazena regiões recebe um conjunto de coordenadas de saída e produz a(s) região(ões); b) uma ou mais regiões obtidas a partir da estrutura de dados, onde ocorrerá a busca pelas coordenadas de saída desejadas; c) procedimento de busca de raízes na região interpolada; c.1) região interpolada onde ocorrerá a busca; c.2) procedimento de busca de raízes ocorre em coordenadas hipercúbicas, dado pela intersecção do plano de coordenadas de saída desejadas com a região interpolada; c.3) visão superior da intersecção; c.4) múltiplas soluções ocorrem dentro do hipercubo, FLHI retorna a solução mais próxima do centro como saída, para cada região.

4.5 RESUMO DA PROPOSTA DE ALGORITMO DE CONTROLE

Este é o conjunto de passos que sumarizam o algoritmo de controle proposto utilizando o FLHI:

- Preparação de um controlador DMC com os parâmetros N_y , N_u , N , λ e um modelo de resposta ao degrau do bloco linear do modelo Hammerstein;
- Configuração de um interpolador FLHI com os dados de não-linearidade do bloco de não-linearidades estáticas do modelo Hammerstein;
- A cada instante de controle, obter a saída do processo e calcular a ação de controle linear necessária $w(t)$ considerando restrições nos níveis superiores e inferiores da não-linearidade;
- Aplicar a interpolação inversa do FLHI com as funções de pertinência de base desejadas em $w(t)$ para produzir o sinal de controle desejado $u(t)$;
- No caso de múltiplas soluções da interpolação reversa, escolhe-se aquela que minimiza a variação da ação de controle $\Delta u(t)$ (procedimento de busca iterativa);
- Laço de controle é repetido conforme necessário.

4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Foi apresentado neste capítulo um novo tipo de interpolador baseado em um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno. O interpolador proposto é capaz de modelar funções e suas funções inversas. O interpolador implementado é capaz de trabalhar com dados dispostos em grade regular ou semi-regular, porém não com dados dispersos. O interpolador é capaz de modelar funções e funções inversas multivariáveis. Funções inversas multivaloradas podem ser modeladas porém funções multivaloradas não. Estas limitações são devido a falta de implementação dos métodos adequados e não são inerentes ao FLHI.

O FLHI demonstra-se ser uma ferramenta poderosa, podendo ser classificado como uma forma geral de interpolação. A escolha das funções de pertinência de base determinam características interpoladoras. Isto permite que o FLHI se comporte como, por exemplo, um interpolador linear, cúbico, spline, etc.

A t-norm utilizada neste trabalho é a norma de produto e a defuzzificação escolhida é o primeiro momento de área. Entretanto, observa-se que estas são escolhas que, assim como as funções de pertinência de base, também afetam características interpoladoras. O interpolador também permite que diferentes funções de pertinência sejam escolhidas para cada dimensão, ou funções de pertinência arbitrária sejam utilizadas, embora estas características não sejam exploradas nesta tese e são colocadas como trabalho futuro.

Algorithmo 1: FLHI Interpolant Setup Algorithm

```

Input : a pointcloud  $P$ 
Output: a set of regions
// apply lexicographical ordering to the
// pointcloud according to input dimensions.
1  $P = \text{lexicographical\_order}(P)$ 
// initialize as empty set.
2  $regions = \emptyset$ 
3 for each  $base\_point$  in  $P$  do
    // if the point is at the border of the point
    // cloud it can not generate a region, only
    // belong in one.
4 if  $is\_border(base\_point)$  then
5 |   continue
6 end
// get all  $(2^{\text{dimensions}} - 1)$  points greater
// than the current point.
7  $neighbors = \text{find\_greater\_neighbors}(base\_point)$ 
// this region is formed by this point and its
// greater neighbors for a total of
//  $2^{\text{dimensions}}$  points.
8  $region = \{base\_point, neighbors\}$ 
// region input coordinates are converted from
// problem coordinates to hypercube
// coordinates. output coordinates remain
// untouched. this is done by normalizing all
// points in all dimensions by its step size
// relative to the base point. i.e.,  $base\_point$ 
// has input coordinates  $(0,0,\dots)$ , the next
// point has coordinates  $(1,0,\dots)$ , the next
//  $(0,1,\dots)$  and so on. this step turns the
// region into an hypercube, where input
// dimensions are bound between  $[0,1]$ .
9  $region.hypercube =$ 
//  $convert\_region\_to\_hypercube\_coordinates(region)$ 
// add this region to the output set
10  $regions.add(region)$ 
11 end

```

Algoritmo 2: FLHI Interpolate

Input : a set of *regions*, a set of input coordinates xi
Output: a set of output coordinates xo
// find the region which contains the desired
input coordinates.
1 $region = \text{find_region_input_contains}(xi)$
// convert the desired input coordinates to
hypercube space.
2 $xi = \text{convert_to_hypercube_coordinates}(xi)$
3 $xo = \text{interpolate_hypercube}(region.hypercube, xi)$

Algoritmo 3: FLHI Interpolate Hypercube

Input : an *hypercube*, a set of input coordinates x_i , count of input dimensions m , count of output dimensions n

Output: a set of output coordinates x_o

```

// initialize as empty set.
1  $x_o = \emptyset$ 

// point count in region
2  $point\_count = 2^m$ 

3 for  $xoIndex = 1 : n$  do
    // initialize a column vector of output values.
4     $xoVector = \text{zeros}(point\_count)$ 

    // initialize a line vector for t-norm of
    // membership functions.
5     $membershipVector = \text{zeros}(point\_count)$ 
6     $point\_index = 0$ 
7    for each point in hypercube do
        // empty set of membership functions for
        // this point.
8         $membership = \emptyset$ 

        // evaluate the membership function for each
        // dimension on this point.
9        for  $xiIndex = 1 : m$  do
10         |  $mf = \text{evaluate\_membership\_function}(point, xi,$ 
11         |  $xiIndex)$ 
12         |  $membership.add(mf)$ 
13        end

        // calculate t-norm for this point
14         $membershipVector(point\_index) =$ 
15         $t\_norm(membership)$ 

        // set this point's output value.
16         $xoVector(point\_index) = point.xo(xoIndex)$ 
17         $point\_index = point\_index + 1$ 
18    end

    // calculate interpolation value for this
    // output by matrix product. this is achieved
    // by moment of area defuzzification.
19     $xo(xoIndex) = membershipVector \cdot xoVector$ 
20 end

```

Algorithm 4: FLHI Evaluate Membership Function

Input : a *point* in hypercube space, a set of input coordinates in hypercube space *xi*, an index *xiIndex* of which input dimension is being calculated

Output: a membership function evaluation *mf*

```
1  $x = xi(xiIndex)$ 
2  $mf = \text{membership\_function}(x)$ 
   // invert membership function logic if the point
   // is situated on the right side of this dimension
   // in hypercube (logical 1).
3 if  $point.xi(xiIndex) == 1$  then
4   |  $mf = 1 - mf$ 
5 end
```

Algoritmo 5: FLHI Interpolate Inverse

Input : a set of *regions*, a set of desired output coordinates xo

Output: a set of input coordinates xi

// initialize as empty set

```

1  $xi = \emptyset$ 

// check each region to see if its maximum and
// minimum outputs contain  $xo$  when continuous
// t-norm and membership functions are applied,
// interpolated space is continuous and existence
// of  $xo$  is guaranteed by the intermediate value
// theorem.
2 for each region in regions do
3   if region_output_contains(region, xo) then
4     // solve a minimization problem on variable
4     //  $xi$  using objective function, the sum of
4     // squared residuals.
4      $x = \text{minimize}(\text{objective\_function}, \text{region.hypercube},$ 
4     //  $xo)$ 
4     // convert hypercube coordinates to original
4     // problem coordinates.
5      $x = \text{convert\_to\_problem\_coordinates}(x)$ 
5     // add to set of solutions.
6      $xi.add(x)$ 
7   end
8 end
```

Algoritmo 6: FLHI Objective Function

Input : a set of test input coordinates xi , a set of expected output coordinates exo , an *hypercube*

Output: sum of squared residuals *error* between exo and the evaluation of FLHI at xi

// interpolate hypercube in desired position.

```

1  $xo = \text{interpolate\_hypercube}(\text{hypercube}, xi)$ 
// output sum of squared residuals.
2  $\text{error} = \text{sum}((xo - exo)^2)$ 
```

5 MÉTRICAS DE DESEMPENHO E ROBUSTEZ

Neste capítulo métricas de desempenho e robustez são propostas para avaliar a efetividade de diferentes funções de pertinência de base em modelos FLHI e seus efeitos no rastreamento de referência, ação de controle e robustez. As métricas serão utilizadas no capítulo de resultados para comparar o desempenho do controlador com compensador de saída por FLHI contra o caso ideal, onde considera-se que o processo controlado é composto apenas por dinâmicas lineares.

5.1 MÉTRICAS DE DESEMPENHO

Uma avaliação justa do controlador ótimo pode ser realizada quando a métrica de desempenho simula a função custo (2.4) do controlador preditivo baseado em modelo.

Rastreamento de referência é avaliado pela integral do erro quadrático (ISE) de todas as saídas e referências:

$$ISE = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{r_i})^2 . \quad (5.1)$$

Esforços de controle são medidos pela integral da variação de controle quadrática (ISVC):

$$ISVC = \sum_{i=1}^m \Delta u_i^2 . \quad (5.2)$$

A última métrica de desempenho visa imitar a função custo do DMC (2.4) e seu propósito é fornecer uma avaliação geral de resultados:

$$J = ISE + \lambda \cdot ISVC . \quad (5.3)$$

onde λ é escolhido como o mesmo valor utilizado no DMC em cada caso de estudo. Observa-se que J além de imitar o funcional do DMC é um índice multiobjetivo com penalidade sobre o termo de variação de controle.

5.1.1 Observação sobre Métricas de Desempenho

Uma observação de cautela é apresentada em relação a análise de resultados. Todos os resultados incluem um caso ideal onde apenas o processo linear é controlado, desconsiderando as não-linearidades. Este caso linear ideal é incluído para fornecer uma estimativa do rastreamento de referência ótimo e controle de variação, entretanto, as métricas *ISVC* e *J* para o caso ideal consideram o sinal de controle linear $w(t)$ ao contrário do sinal de controle não-linear $u(t)$, o qual é inexistente nestes cenários. Portanto, disparidades podem ser observadas nos índices *ISVC* e *J* dos casos ideais em contraste com casos não-lineares já que diferentes magnitudes do sinal de controle estão envolvidas, devido a efeitos das não-linearidades.

5.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE ROBUSTEZ DO COMPENSADOR DE SAÍDA PELA INCERTEZA DE GANHO MULTIPLICATIVO

Cancelação entre a função de não-linearidade estática f e o modelo inverso f^{-1} do FLHI é dada por:

$$w(t) = f(f^{-1}(w^*(t))), \quad (5.4)$$

tal que em condições ideais $w(t) = w^*(t)$. Entretanto, na prática, a precisão do modelo inverso de FLHI não é perfeita mas sim uma aproximação da informação faltante na nuvem de pontos. Esta incerteza de modelo pode ser representada na Figura 4 ao re-arranjar os blocos conforme na Figura 11, onde Δ_m é uma incerteza de ganho de entrada:

$$\Delta_m = \frac{w(t)}{w^*(t)} = \frac{f(f^{-1}(w^*(t)))}{w^*(t)}, \quad (5.5)$$

onde, idealmente, a incerteza de ganho de entrada é $\Delta_m = 1$.

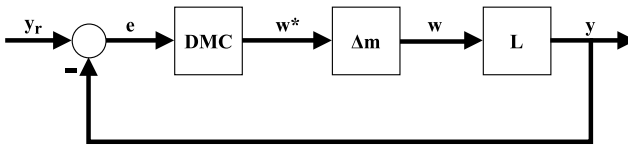


Figura 11 – Incertezas de modelo de ganho de entrada na cancelação entre FLHI e NL.

5.2.1 Estabilidade do Compensador de Saída

O erro de modelo Δ_m é resultado do cancelamento entre a não-linearidade e o aproximador, portanto, tem natureza não-linear e é dependente do sinal do controlador, sendo assim variante no tempo. A rigor a análise deste erro de modelo deveria ser realizada considerando sua variância no tempo, *e.g.* por funções descritivas (GEROL; COLANERI, 2006).

Para fins de simplificação considera-se nesta análise que este erro assume um valor estático do seu pior valor de erro dado por sua norma infinita $\|\Delta_m\|_\infty$. Esta suposição origina a conjectura que segue.

Conjectura 5.2.1. *Um sistema controlado por compensador de saída é assintoticamente estável se a seguinte condição suficiente é cumprida:*

$$\begin{aligned} \|\Delta_m\|_\infty &< GM, \\ PM &> 0^\circ, \end{aligned} \tag{5.6}$$

onde GM e PM são respectivamente a margem de ganho e margem de fase do ganho de malha aberta $H = DMC \cdot L$, e $\|\Delta_m\|_\infty$ é a norma infinita do modelo da incerteza de ganho de entrada.

Demonstração. Um sistema de realimentação em malha fechada é assintoticamente estável se o critério de estabilidade Bode-Nyquist é cumprido:

$$\begin{aligned} GM &> 1, \\ PM &> 0^\circ. \end{aligned} \tag{5.7}$$

Considerando $GM = 1/|H(jw_{pc})|$, onde jw_{pc} é a frequência de cruzamento de fase e H é o ganho de malha aberta de um sistema arbitrário, (5.7) torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|H(jw_{pc})|} &> 1, \\ PM &> 0^\circ. \end{aligned} \tag{5.8}$$

Agora, substituindo o ganho de malha aberta de Figura 11 o qual é dado por $H = DMC \cdot \Delta_m \cdot L$:

$$\frac{1}{|DMC(jw_{pc}) \cdot \Delta_m(jw_{pc}) \cdot L(jw_{pc})|} > 1, \quad (5.9)$$

$$PM > 0^\circ.$$

Considerando a incerteza de ganho de entrada Δ_m é um ganho estático não-linear que não depende da resposta frequencial, seu pior caso é dado por sua norma infinita $\|\Delta_m\|_\infty$ e $H = DMC \cdot L$:

$$\frac{1}{\|\Delta_m\|_\infty} \cdot \underbrace{\frac{1}{|H(jw_{pc})|}}_{GM} > 1, \quad (5.10)$$

$$PM > 0^\circ.$$

Finalmente, re-arranjando termos (5.6) é obtida:

$$\|\Delta_m\|_\infty < GM, \quad (5.11)$$

$$PM > 0^\circ.$$

□

5.2.2 Medição de Erro de Modelo de Pior Caso

Uma definição de estabilidade no controle com compensador de saída é dada por (5.6) considerando o erro de modelo de pior caso $\|\Delta_m\|_\infty$ como uma métrica de robustez em relação a margem de ganho. O erro absoluto de modelo relativo (MARE) pode ser representado por:

$$MARE(xi) = \left| \frac{NL(FLHI^{-1}(xi))}{xi} \right|, \quad (5.12)$$

logo, o erro de modelo de pior caso torna-se um problema de maximização:

$$\|\Delta_m\|_\infty = \max_{xi} MARE(xi)$$

$$\text{sujeito a } \begin{aligned} xi &\leq ub \\ xi &\geq lb, \end{aligned} \quad (5.13)$$

onde ub e lb são respectivamente os limites superiores e inferiores do

espaço de entrada x_i .

5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE ROBUSTEZ DO COMPENSADOR DE SAÍDA PELA INCERTEZA MULTIPLICATIVA DE ENTRADA

Cancelação entre a função de não-linearidade estática f e o modelo inverso f^{-1} do FLHI é dada por:

$$w(t) = f(f^{-1}(w^*(t))), \quad (5.14)$$

tal que em condições ideais $w(t) = w^*(t)$. Entretanto, na prática, a precisão do modelo inverso de FLHI não é perfeita mas sim uma aproximação da informação ausente na nuvem de pontos. Esta incerteza de modelo pode ser representada em Figura 4 pelo re-arranjo dos blocos como em Figura 12, onde Δ_m é uma incerteza multiplicativa de entrada:

$$\Delta_m = w(t) - w^*(t) = f(f^{-1}(w^*(t))) - w^*(t), \quad (5.15)$$

onde idealmente a incerteza multiplicativa de entrada é $\Delta_m = 0$.

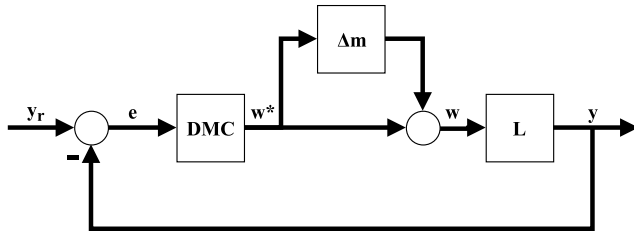


Figura 12 – Incertezas de modelo multiplicativas de entrada na cancelação entre FLHI e NL.

5.3.1 Estabilidade do Compensador de Saída

O erro de modelo Δ_m é resultado do cancelamento entre a não-linearidade e o aproximador, portanto, tem natureza não-linear e é dependente do sinal do controlador, sendo assim variante no tempo. A rigor a análise deste erro de modelo deveria ser realizada considerando sua variância no tempo, *e.g.* por funções descritivas (GEROL;

COLANERI, 2006).

Para fins de simplificação considera-se nesta análise que este erro assume um valor estático do seu pior valor de erro dado por sua norma infinita $\|\Delta_m\|_\infty$. Esta suposição origina a conjectura que segue.

Conjectura 5.3.1. *Um sistema controlado por compensador de saída é assintoticamente estável se a seguinte condição suficiente é cumprida:*

$$\begin{aligned} \|\Delta_m\|_\infty &< GM - 1, \\ PM &> 0^\circ, \end{aligned} \quad (5.16)$$

onde GM e PM são respectivamente a margem de ganho e a margem de fase do ganho de malha aberta $H = DMC \cdot L$, e $\|\Delta_m\|_\infty$ é a norma infinita da incerteza de modelo multiplicativa de entrada.

Demonstração. Um sistema de realimentação em malha fechada é assintoticamente estável se o critério de estabilidade Bode-Nyquist stability criterion é atendido:

$$\begin{aligned} GM &> 1, \\ PM &> 0^\circ. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Considerando $GM = 1/|H(jw_{pc})|$, onde jw_{pc} é a frequência de cruzamento de fase e H é o ganho de malha aberta de um sistema arbitrário, (5.17) torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|H(jw_{pc})|} &> 1, \\ PM &> 0^\circ. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Agora, substituindo o ganho de malha aberta de Figura 12 o qual é dado por $H = DMC \cdot (1 + \Delta_m) \cdot L$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{|DMC(jw_{pc}) \cdot (1 + \Delta_m(jw_{pc})) \cdot L(jw_{pc})|} &> 1, \\ PM &> 0^\circ. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Considerando a incerteza multiplicativa de entrada Δ_m é uma função não-linear estática que não depende da resposta frequencial, seu pior caso é dado pela sua norma infinita $\|\Delta_m\|_\infty$ e $H = DMC \cdot L$:

$$\frac{1}{1 + \|\Delta_m\|_\infty} \cdot \underbrace{\frac{1}{|H(jw_{pc})|}}_{GM} > 1, \quad (5.20)$$

$$PM > 0^\circ.$$

Finalmente, arranjando termos (5.16) é obtida:

$$1 + \|\Delta_m\|_\infty < GM, \quad (5.21)$$

$$PM > 0^\circ.$$

□

5.3.2 Medição de Erro de Modelo de Pior Caso

Uma definição de estabilidade no controle por compensador de saída é dada por (5.16) considerando o erro de modelo de pior caso $\|\Delta_m\|_\infty$ como uma métrica de robustez em relação a margem de ganho. O erro absoluto de modelo (MAE) pode ser representado por:

$$MAE(xi) = |NL(FLHI^{-1}(xi)) - xi|, \quad (5.22)$$

logo, erro de modelo de pior caso torna-se um problema de maximização:

$$\|\Delta_m\|_\infty = \max_{xi} MAE(xi)$$

$$\text{sujeito a } xi \leq ub \quad (5.23)$$

$$xi \geq lb,$$

onde ub e lb são respectivamente os limites superiores e inferiores do espaço de entrada x_i .

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Quanto às métricas de desempenho, ressalta-se a necessidade de cautela ao interpretar os resultados de $ISVC$ e J entre os casos interpolados e os casos ideais já que diferentes magnitudes do sinal de controle estão envolvidas.

Foram apresentadas duas métricas diferentes para robustez. Ambas as métricas consideram que uma incerteza não-linear variante no tempo pode ser aproximada por uma constante de seu pior caso. A primeira por incerteza de ganho multiplicativo e a segunda por incerteza multiplicativa de entrada. A métrica de robustez utilizada neste trabalho para o caso SISO é a primeira. A segunda métrica tem a sua fundamentação teórica apresentada por motivos de completude da tese, já que esta forma é a mais comum na literatura. A primeira métrica foi escolhida pois ela reflete intuitivamente o comportamento das incertezas nos cancelamentos entre FLHI e as não-linearidades estáticas.

Na prática a não-linearidade verdadeira NL é desconhecida porém esta pode ser modelada matematicamente ou computacionalmente. Em casos onde apenas uma nuvem de pontos de dados em campo é disponível, a abordagem por maximização dos erros de modelo MARE e MAE pode ser útil para medir o compromisso entre um modelo mais simples e um mais complexo.

Dada a natureza de localidade do FLHI, originada a partir de regiões de interpolação, técnicas de otimização locais não são adequadas nem satisfatórias em resolver (5.13) ou (5.23). Métodos de busca global são necessários neste cenário, como os presentes em (UGRAY et al., 2007). Neste trabalho optou-se pelo uso do método dos pontos interiores com abordagem *multistart* e aproximação da hessiana por L-BFGS-B (AVRIEL, 2003), devido a sua capacidade em trabalhar com topologias não-suaves.

6 RESULTADOS

Neste capítulo resultados são apresentados para três casos de estudo visando demonstrar os métodos propostos. O primeiro caso de estudo é um sistema SISO descrito em (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991; PEARSON, 1999) onde a não-linearidade estática é um polinômio de quarta ordem. O segundo é um sistema MISO descrito em (GUO; BRETTHAUER, 2003), suas não-linearidades de entrada são descritas por polinômios desacoplados de terceira ordem. O terceiro é um sistema MIMO descrito em (JENG; HUANG, 2007, 2008), este sistema exibe não-linearidades altamente acopladas com termos exponenciais e polinomiais.

Para todos os três casos de estudo FLHI é empregado para modelar a parcela não-linear do sistema assim como sua inversa para aplicação no compensador de saída, então, DMC é projetado considerando as dinâmicas lineares do modelo. Os parâmetros dos controladores DMC foram escolhidos de forma arbitrária, sem aplicação da literatura sobre ajustes de parâmetros (*tuning*). Ação de controle e dinâmica de saída do processo são apresentadas para todos os casos de estudo assim como comparações entre os efeitos de diferentes funções de pertinência de base na função custo do DMC (2.4) e seus índices relacionados de desempenho *ISE* e *ISVC*. Os resultados incluem também o cenário de cancelamento ideal, onde as não-linearidades são ignoradas e apenas o sistema linear é controlado, assim como diferentes funções de pertinência de base como vizinho mais próximo, linear, cúbica, Lanczos e spline.

6.1 CASO DE ESTUDO SISO

Uma coluna de destilação é modelada como um sistema Hammerstein e apresentada em (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991). No trabalho original (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991), dois modelos são dados, um com um polinômio de terceira ordem para a não-linearidade de entrada e outro com um polinômio de quarta ordem. Ambos os modelos exibem a mesma linearidade de primeira ordem.

Uma aplicação típica de controle com compensador de saída (FARSI; ABDULAZIZ, 1994) neste cenário focaria no modelo do polinômio de terceira ordem já que este pode ser trivialmente invertido e garante pelo menos uma solução real, por ser de ordem ímpar. Apesar de ser

mais preciso, o modelo do polinômio de terceira ordem apresenta um problema em aplicações práticas já que sua inversão analítica poderia levar a raízes imaginárias e portanto a uma ausência de solução factível.

O método proposto não sofre do problema de raízes imaginárias pois a inversão do modelo ocorre no domínio do problema. Desta maneira, a paridade da ordem do modelo não é um problema para esta abordagem. De (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991; PEARSON, 1999), o modelo Hammerstein polinomial de quarta ordem é:

$$\begin{aligned} w(t) &= 1,04u(t) - 14,11u(t)^2 - 16,72u(t)^3 + 562,75u(t)^4, \\ G(z^{-1}) &= \frac{0,243z^{-1}}{1 - 0,757z^{-1}}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

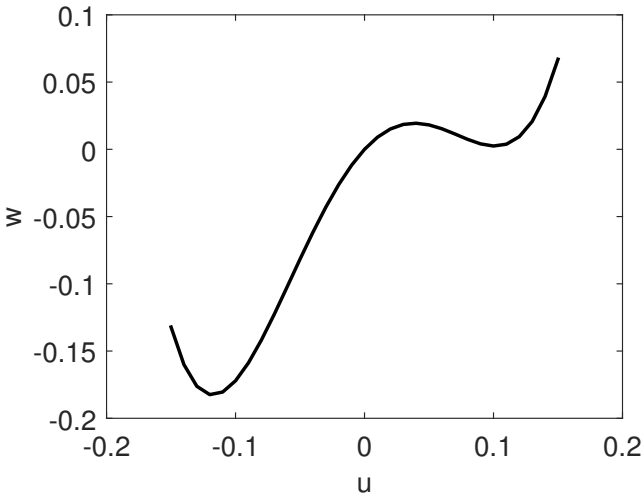


Figura 13 – Não-linearidade polinomial de quarta ordem do caso de estudo SISO.

A representação da não-linearidade na (6.1) é apresentada na Figura 13. Foram utilizados como parâmetros para o DMC neste caso: horizonte de modelo $N = 26$, horizonte de predição $N_y = 5$, horizonte de controle $N_u = 1$ e fator de supressão de movimento $\lambda = 1$. A referência desejada y_r é movida entre 0.01, -0.05 e 0.06. O sinal de controle u é limitado na faixa $[-0.15, 0.15]$. Para o FLHI foram utilizadas 30 regiões, amostrando o espaço dentro dos limites de u com tamanho de

passo 0.01.

O resultado de controle utilizando o FLHI com função de base linear é apresentado em Figura 14. A comparação dos efeitos de diferentes funções de base considerando a função custo do DMC é dada em Tabela 2. Para este caso de estudo, FLHI com vizinho mais próximo falha em atingir seguimento de referência adequado para todas as referências e exibe *ringing* de controle na primeira referência.

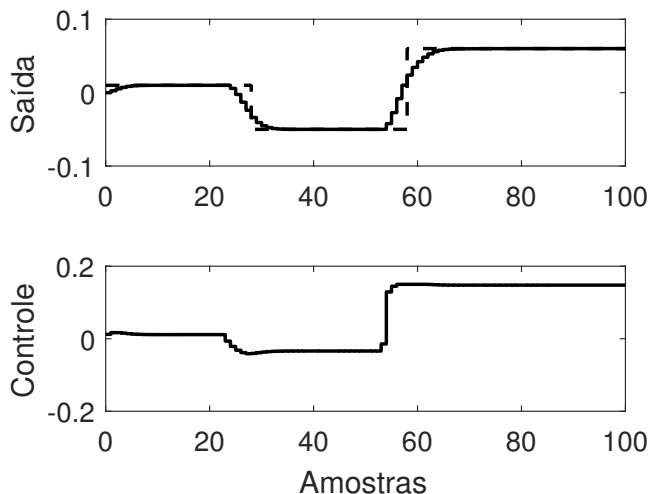


Figura 14 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base linear.

Tabela 2 – Comparação de resultados para o caso de estudo SISO considerando os índices de desempenho.

Função de Base	ISE	ISVC	J
Ideal	0.01089	0.0215	0.03239
Vizinho mais próximo	0.01622	0.0253	0.04152
Linear	0.01085	0.02197	0.03282
Cúbica	0.01086	0.02208	0.03294
Lanczos	0.01112	0.02255	0.03368
Spline	0.01089	0.01533	0.02621

Considerações de robustez são dadas para este caso de estudo afim de comparar os efeitos de diferentes funções de pertinência de base

na robustez. Os índices de robustez obtidos foram $GM = 10.3221$, $PM = 72.253$ e sensibilidade máxima $M_s = 1.226$. O pior erro de modelo considerando a métrica MARE para cada função de pertinência de base é apresentado em Tabela 3, demonstrando que o vizinho mais próximo obteve o pior erro de modelo e linear o melhor. O critério de estabilidade de (5.6) é atendido para todas as funções de base.

Tabela 3 – Comparação de resultados para o caso de estudo SISO considerando a métrica MARE para pior erro de modelo.

Função de Base	$\ \Delta_m\ _\infty$
Vizinho mais próximo	3.2201
Linear	2.9410
Cúbica	2.9405
Lanczos	2.9622
Spline	2.9901

6.2 CASO DE ESTUDO MISO

Um sistema Hammerstein é proposto e empregado em (GUO; BRETTHAUER, 2003) para realizar levantamento de desempenho de um método de identificação de modelos. Este sistema, apresentado em (6.2), apresenta duas entradas com não-linearidades polinomiais desacopladas de terceira ordem. O subsistema linear apresenta acoplamentos entre as entradas (BRISTOL, 1966; CAO; ROSSITER, 1997) de acordo com a RGA em (6.3).

$$\begin{aligned}
 w_1(t) &= u_1(t) + 4u_1^2(t) + 1.5u_1^3(t), \\
 y_1(t) &= \frac{0.1333z^{-1} + 0.0667z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}w_1(t), \\
 w_2(t) &= u_2(t) + 3u_2^2(t) + 2u_2^3(t), \\
 y_2(t) &= \frac{0.4z^{-1} + 0.3z^{-2}}{1 - 0.9z^{-1} + 0.6z^{-2}}w_2(t), \\
 y(t) &= y_1(t) + y_2(t);
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

$$RGA = [0.5 \quad 0.5] \quad (6.3)$$

Parâmetros do DMC para este problema são: horizonte de modelo $N = 31$, horizonte de predição $N_y = 10$, horizonte de controle $N_u = 5$ e fator de supressão de movimento de controle $\lambda = 1$. A referência desejada y_r é movida entre 10, 50 e -5 . O sinal de controle u é limitado na faixa $[-2, 2]$.

Este caso de estudo é apresentado em duas partes mais observações. Primeiro, as não-linearidades são modeladas separadamente por FLHI considerando o conhecimento de desacoplamento destas. Segundo, as não-linearidades são modeladas simultaneamente no FLHI como se não houvesse conhecimento sobre o desacoplamento. Espera-se que os resultados sejam idênticos para os dois cenários, entretanto, com um custo computacional superior para o segundo caso, tanto para a criação do modelo FLHI quanto para a inversão do modelo.

6.2.1 Desacoplamento no modelo e controle

Quando conhecimento sobre o desacoplamento de não-linearidades é disponível isto pode reduzir as necessidades computacionais. Desta maneira, neste primeiro caso, o problema é modelado considerando este conhecimento. O diagrama de blocos do controle nesta primeira abordagem é apresentado em Figura 15.

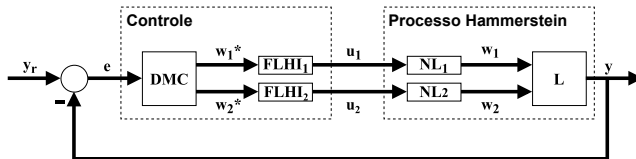


Figura 15 – Diagrama de blocos do caso de estudo MISO considerando conhecimento de não-lineares desacopladas. Dois modelos FLHI são utilizados, um para cada não-linearidade.

Uma representação da não-linearidade em (6.2) é dada na Figura 16 e Figura 17. A saída do processo e ações de controle são apresentadas em Figura 18. Índices de desempenho e função custo são apresentados em Tabela 4. Quanto a carga computacional, FLHI necessitou de uma nuvem de pontos de 41 pontos, amostrando o espaço dentro dos limites de u com tamanho de passo 0.1, e uma dimensão de hipercubo,

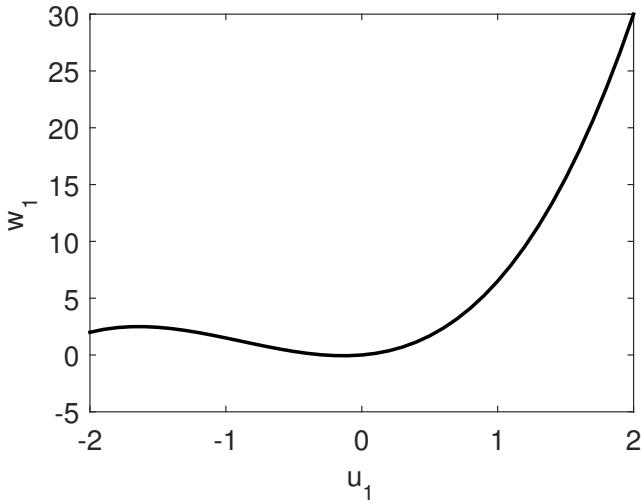


Figura 16 – Não-linearidade desacoplada do caso de estudo MISO para a primeira entrada.

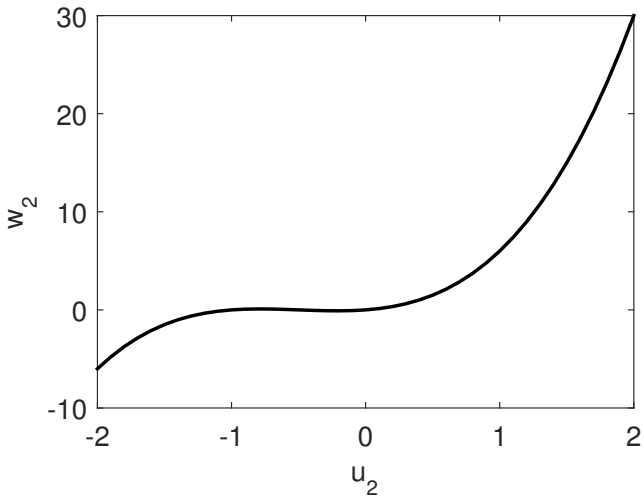


Figura 17 – Não-linearidade desacoplada do caso de estudo MISO para a segunda entrada.

resultando em 40 regiões.

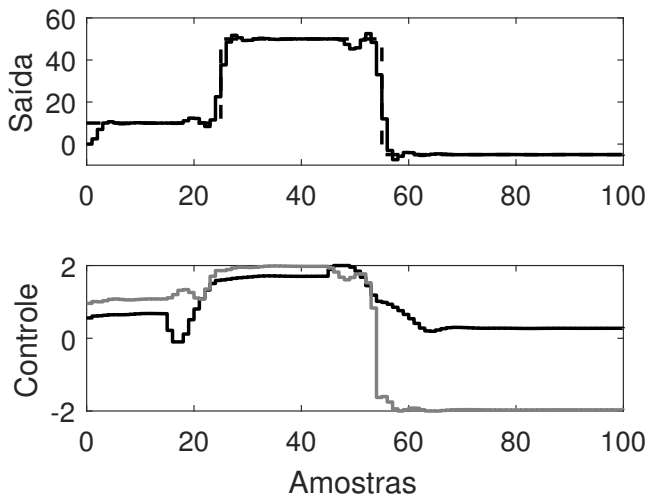


Figura 18 – Resultados de simulação para o caso MISO desacoplado com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

Tabela 4 – Comparação de resultados para o caso de estudo MISO desacoplado considerando índices de desempenho.

Função de Base	ISE	ISVC	J
Ideal	1145	8.34	1153
Vizinho mais próximo	1204	8.41	1212
Linear	1146	8.113	1154
Cúbica	1143	8.139	1151
Lanczos	1162	7.967	1170
Spline	1143	8.245	1151

6.2.2 Acoplamento no modelo e controle

FLHI pode ser aplicado ao modelo de relações multivariáveis quando o conhecimento sobre a não-linearidade é presente ou ausente.

Nesta segunda situação, FLHI é aplicado considerando que ambas as não-linearidades são acopladas, mesmo embora na prática elas sejam desacopladas. O diagrama de blocos de controle desta abordagem é apresentado na Figura 19.

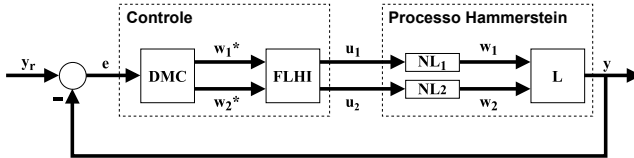


Figura 19 – Diagrama de blocos do caso MISO considerando acoplamento nas não-linearidades. Um modelo FLHI completo é utilizado considerando ambas não-linearidades.

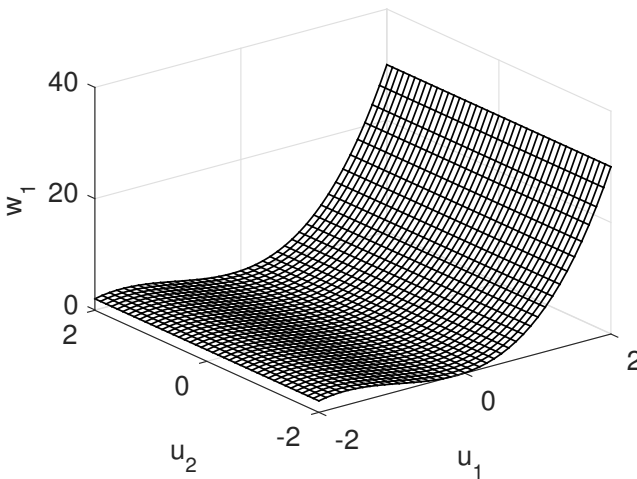


Figura 20 – Não-linearidade para a primeira entrada do caso MISO considerando acoplamento das variáveis.

Uma representação da não-linearidade em (6.2) é apresentada em Figura 20 e Figura 21, considerando acoplamento e um modelo não-linear multivariável. A saída do processo e ações de controle são apresentadas em Figura 22. Índices de desempenho e função custo são apresentados em Tabela 5. A respeito da carga computacional, FLHI necessitou de uma nuvem de pontos com 1681 pontos, amostrando o

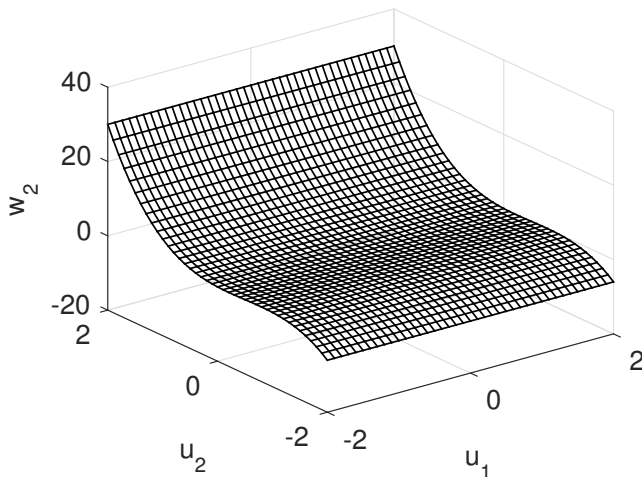


Figura 21 – Não-linearidade para a segunda entrada do caso MISO considerando acoplamento das variáveis.

espaço dentro dos limites de u com tamanho de passo 0.1, e hipercubo de duas dimensões, respectivas às dimensões de entrada do sistema, totalizando 1600 regiões de interpolação.

Tabela 5 – Comparação de resultados para o caso MISO acoplado considerando índices de desempenho.

Função de Base	ISE	ISVC	J
Ideal	1145	8.34	1153
Vizinho mais próximo	1204	8.41	1212
Linear	1146	8.113	1154
Cúbica	1143	8.139	1151
Lanczos	1162	7.967	1170
Spline	1143	8.245	1151

6.2.3 Observações MISO

A referência foi rastreada em todos os casos e não houve *ringing* ou outros problemas nas ações de controle. Os índices ISE e J altos, significativamente maiores que zero, são explicados pelos saltos grandes

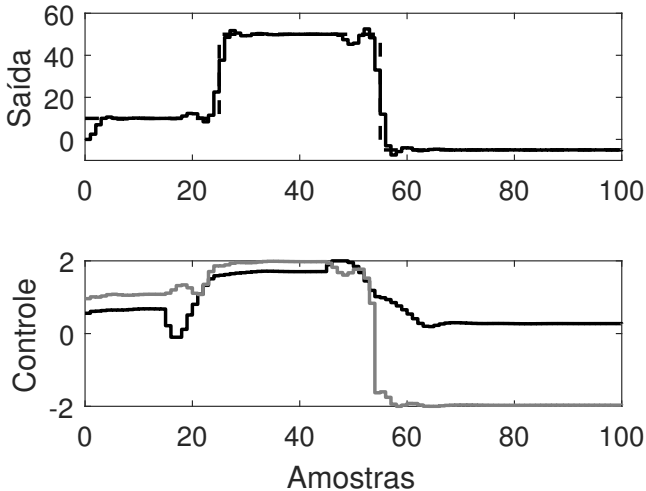


Figura 22 – Resultado de simulação para o caso de estudo MISO acoplado com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

entre referências.

Os resultados foram conforme o esperado, isto é, idênticos em relação a resposta do processo e índices de desempenho para os casos desacoplado e acoplado. Um modelo mais complexo neste estudo não trouxe benefícios já que o mesmo comportamento foi modelado em ambas situações. O aumento da carga computacional do FLHI no segundo cenário é esperado já que a nuvem computacional maior é necessária devido a combinação de ambas entradas e o espelho das dimensões de entrada no hipercubo, contribuindo para a complexidade do modelo.

6.3 CASO DE ESTUDO MIMO

Um modelo Hammerstein MIMO é proposto em (JENG; HUANG, 2007) como referência para identificação de modelos. Este processo exhibe duas entradas e duas saídas, onde entradas apresentam não-linearidades altamente acopladas e linearidades fracamente acopladas conforme (6.5). Este modelo Hammerstein é descrito como:

$$\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t)^3 - u_1(t)u_2(t) + 2u_2(t)^2 \\ 0.582(e^{(u_1(t)+u_2(t))} - 1) \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.1z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-1.2z^{-1}+0.35z^{-2}} & \frac{z^{-1}}{1-0.7z^{-1}} \\ \frac{0.3z^{-1}+0.2z^{-2}}{1-0.8z^{-1}} & \frac{z^{-1}+0.5z^{-2}}{1+0.4z^{-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix},$$

$$RGA = \begin{bmatrix} -0.3462 & 1.3462 \\ 1.3462 & -0.3462 \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

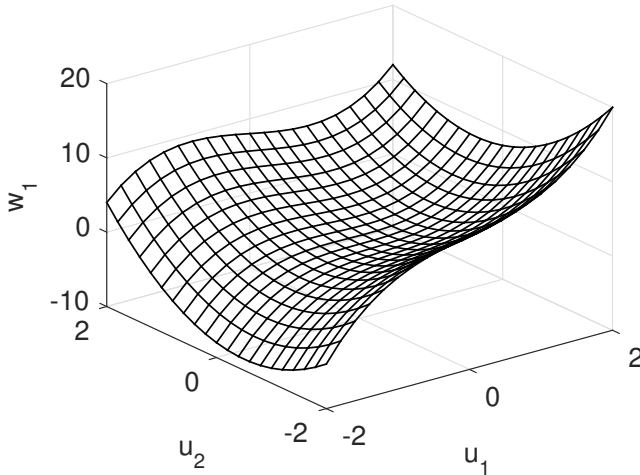


Figura 23 – Não-linearidade do caso de estudo MIMO para a primeira saída.

A representação da não-linearidade em (6.4) é apresentada na Figura 23 e Figura 24, exibindo forte acoplamento e um modelo multivariável não-linear. Parâmetros DMC para este problema são dados por: horizonte de modelo $N = 31$, horizonte de predição $N_y = 15$, horizonte de controle $N_u = 5$ e fator de supressão de movimento de controle $\lambda = 4$. A referência desejada para a primeira saída y_{r1} é movida entre 11 e 15, a segunda referência y_{r2} é movida entre 6, 10, 13 e 10. O sinal de controle u é limitado na faixa $[-2, 2]$. O espaço de entrada foi amostrado dentro dos limites de u com tamanho de passo 0.2, resultando em 441 pontos e 400 regiões interpoladoras.

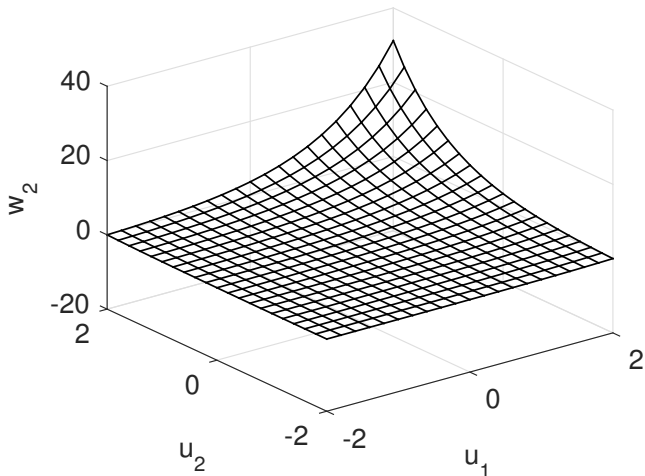


Figura 24 – Não-linearidade do caso de estudo MIMO para a segunda saída.

Resultados de simulação com função de base linear são apresentados em Figura 25 e índices de desempenho em Tabela 6. A função de base vizinho mais próximo apresentou rastreamento de referência ruidoso e forte *ringing* na ação de controle. Outros resultados apresentam oscilações fracas no controle no momento da segunda troca de referência para y_{r2} . Efeitos de acoplamento podem ser observados nas trocas de referências.

Tabela 6 – Comparação de resultados para o caso de estudo MIMO considerando índices de desempenho.

Função de Base	ISE	ISVC	J
Ideal	261.1	0.52	263.7
Vizinho mais próximo	363.6	2.88	378
Linear	322.4	0.2922	323.9
Cúbica	320.3	0.2929	321.8
Lanczos	334.8	0.4897	337.2
Spline	324.2	0.3603	326

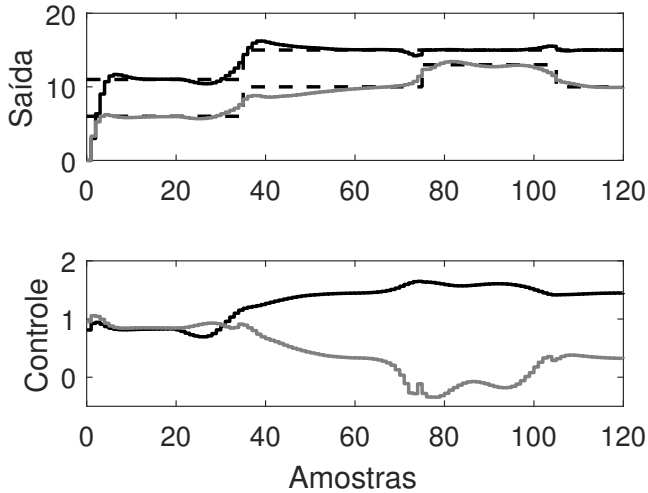


Figura 25 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base linear. A linha contínua clara representa a segunda entrada e saída. A linha contínua escura representa a primeira entrada e saída.

6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Foram apresentados neste capítulo os resultados referentes às simulações dos casos SISO, MISO desacoplado, MISO acoplado e MIMO.

O caso de estudo SISO foi escolhido pois seu modelo não-linear de quarta ordem, apesar de apresentar uma melhor aproximação da não-linearidade, pode resultar em valores imaginários ao ter seu polinômio invertido. O FLHI não apresenta este problema e é capaz de extrair informações do modelo, podendo ser aplicado como um compensador de saída. A função de base vizinho mais próximo obteve os piores resultados, tanto de desempenho quanto de robustez. Já a função de base spline apresentou resultados significativamente melhores que as outras abordagens quanto a desempenho, incluindo um índice funcional J melhor que o caso linear. Quanto a robustez a abordagem cúbica exibiu os melhores resultados, similar à linear.

O caso de estudo MISO foi avaliado em sua forma desacoplada e também em uma forma de acoplamento hipotético, exibindo resultados equivalentes em ambas as avaliações. O vizinho mais próximo exibiu os piores resultados de desempenho, já a abordagem cúbica exibiu os me-

lhores e com resultados próximos a abordagem por spline. Observou-se neste resultado que o desconhecimento sobre a natureza de acoplamento da não-linearidade pode levar a um número significativamente maior de pontos e de regiões, consequência da maldição de dimensionalidade.

O caso de estudo MIMO apresentou novamente a abordagem de vizinho mais próximo com piores resultados quanto às métricas de desempenho, enquanto a abordagem cúbica exibiu os melhores resultados. Neste caso foi utilizado um número deliberadamente menor de pontos e regiões afim de estudar o desempenho do método, o qual conseguiu realizar o controle do processo, embora o melhor índice J obtido tenha sido 22% superior ao da abordagem de cancelamento ideal.

Neste capítulo foi possível avaliar a proposta FLHI da tese, a qual exibiu eficácia em aproximar as não-linearidades e na estratégia como compensador de saída, exibindo bons resultados quanto às métricas propostas de desempenho e robustez.

7 CONCLUSÃO

Nesta tese foi apresentada uma solução alternativa para o problema de controle de sistemas com não-linearidades Hammerstein. A solução proposta pode ser aplicada a sistemas monovariáveis e multivariáveis. A solução é dividida em duas grandes etapas. Primeiro, um interpolador geral baseado em um sistema de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno foi teorizado e desenvolvido, denominado FLHI, motivado pela necessidade de adequadamente representar não-linearidades estáticas e suas inversas. Segundo, FLHI foi aplicado como modelo de não-linearidades estáticas e suas inversas. Estes modelos inversos são empregados num compensador de saída para o controlador preditivo por matriz dinâmica, resultando em um sistema de controle pseudo-linear e permitindo que a teoria de controle linear convencional seja aplicada Farsi e Abdulaziz (1994) para sistemas SISO, MISO e MIMO. A proposta é apresentada na Figura 3 e na Figura 4. Em situações ideais o cancelamento entre FLHI e a não-linearidade é exato, isto é, os sinais $w^* = w$, entretanto, incertezas de modelo explicam diferenças entre os sinais.

Abordagens similares podem ser encontradas na literatura como (ABONYI et al., 2000; JURADO, 2006), entretanto, as seguintes inovações fazem-se presentes e diferenciam este trabalho: i) a inferência *fuzzy* é definida em termos de operações lógicas *fuzzy*, permitindo que mudanças em qualquer etapa, como a função de pertinência de base, escolha do operação de conjunção (t-norm) ou defuzificação tenham forte impacto no resultado final; ii) funções de pertinência são empregadas como funções de base, permitindo que o interpolador assuma diferentes características, podendo imitar interpoladores de vizinho mais próximo, linear ou cúbico, para citar alguns; iii) a nuvem de pontos do modelo é dividida em regiões convexas e cada região é projetada (*i.e.*, mapeada) para um espaço unitário hipercúbico, onde a interpolação ocorre, isso padroniza o espaço de entrada da perspectiva do sistema de inferência *fuzzy* e facilita tanto a interpolação quanto obter a função inversa; iv) a função inversa é atingida pela solução de um problema não-linear de otimização em uma região conhecida, já que o sistema *fuzzy* resultante é altamente não-linear dependendo das escolhas do operador de conjunção ou funções de base, logo, a inversa não é um “procedimento analítico simples” como em outras abordagens da literatura; v) funções inversas multivaloradas (ou multiconjunto, ou multiset) são adequadamente representadas, isto é, múltiplas soluções são obtidas se estas

existirem, o que permite maior flexibilidade nas ações de controle; vi) sistemas MISO e MIMO podem ser representados nesta abordagem.

Resultados são apresentados para três casos de estudo, um sistema SISO (ESKINAT; JOHNSON; LUYBEN, 1991), um sistema MISO com não-linearidades desacopladas (GUO; BRETTHAUER, 2003) e um sistema MIMO com não-linearidades altamente copladas (JENG; HUNANG, 2007), apresentando bons resultados quanto a objetivos de controle definidos como índices de desempenho que imitam a função custo do DMC, referentes a rastreamento de referência e minimização da variação de controle. Considerações sobre robustez são apresentadas para os casos onde um modelo matemático da não-linearidade é disponível.

Os principais desafios que permanecem e não foram contemplados neste trabalho tratam da interpolação de funções multivaloradas e trabalhar com dados dispersos, *i.e.* dados que não estejam numa grade regular ou semi-regular. Para dados dispersos é necessário modificar a formação de regiões e o mapeamento de uma região para um hiper-cubo. Já para funções multivaloradas cogita-se trabalhar com métodos baseados em *branch-cutting*.

Em vista de trabalhos futuros planeja-se:

- Estender o método de controle proposto para aplicações em modelos Wiener e Hammerstein Wiener;
- Experimentar com diferentes tipos de funções de base como exponenciais, sigmóides e gaussianas na interpolação *fuzzy*;
- Explorar a natureza paralela do sistema de regras *fuzzy* para aplicações em GPGPU ou FPGA;
- Explorar o método de interpolação *fuzzy* em outras aplicações como inclusão diferencial (*differential inclusion*) e alguns problemas multivalorados em teoria dos jogos e física;
- Explorar diferentes operadores de conjunção lógica, a *t-norm*;
- Investigar diferentes modos de defuzificação;
- Implementar uma função de base quártica;
- Investigar a aplicação do interpolador FLHI como um classificador, explorando a dualidade interpolador e classificador;
- Otimizar funções de base utilizando alguma função custo, onde cada região é representada por diferentes funções para cada dimensão;

- Investigar a relação do mapeamento para o hipercubo com *sheafs*.
- Investigar e provar formalmente as conjecturas de estabilidade e robustez.

REFERÊNCIAS

ABDELAZIM, T.; MALIK, O. P. Identification of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy logic grey box modeling for real-time control. **Control Engineering Practice**, v. 13, n. 12, p. 1489–1498, 2005.

ABONYI, J. et al. Identification and control of nonlinear systems using fuzzy Hammerstein models. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 2000, p. 4302–4314, 2000.

ARRUDA, L. D. et al. An evolutionary method for tuning proportional integral (PI)/ proportional integral derivative (PID) controllers in multivariable processes [um método evolucionário para sintonia de controladores PI/PID em processos multivariáveis]. **Controle y Automacao**, v. 19, n. 1, p. 1–17, 2008.

ÅSTRÖM, K. Computer control of a paper machine – an application of linear stochastic control theory. **IBM Journal of Research and Development**, v. 11, n. 4, p. 389–405, 1967.

ÅSTRÖM, K. **Introduction to Stochastic Control Theory**. New York, USA and London, UK: Academic press, 1970. (Mathematics in Science and Engineering, v. 70).

AVRIEL, M. **Nonlinear programming: analysis and methods**. [S.l.]: Dover Publishing, 2003.

BELOHLAVEK, R. **Fuzzy Relational Systems**. New York: Kluwer Academic / Plenum Publishers, 2002. (Foundations and Principles).

BILLINGS, S. **Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains**. Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2013.

BINMORE, K. **Mathematical Analysis: A Straightforward Approach**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1982.

BRISTOL, E. On a new measure of interaction for multivariable process control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 1, p. 133–134, 1966.

BUGARSKI, V.; BACKALIC, T.; KUZMANOV, U. Fuzzy decision support system for ship lock control. **Expert Systems with Applications**, v. 40, n. 10, p. 3953–3960, 2013.

BÜHLER, H. **Réglage par Logique Floue**. Lausanne: Presses Polytechniques, 1994.

BURGER, W.; BURGE, M. **Principles of Digital Image Processing: Core Algorithms**. London: Springer, 2010. (Undergraduate Topics in Computer Science).

CAMACHO, E.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2013. (Advanced Textbooks in Control and Signal Processing).

CAO, Y.; ROSSITER, D. An input pre-screening technique for control structure selection. **Computers & Chemical Engineering**, v. 21, p. 563–569, 1997.

CHEN, J.; YEA, Y. Modified QDMC based on instantaneous linearization of neural network models in nonlinear chemical processes. **Journal of Chemical Engineering of Japan**, v. 36, n. 2, p. 198–209, 2003.

CHIU, S. A cluster extension method with extension to fuzzy model identification. In: **Proceedings of the Third IEEE Conference on Fuzzy Systems. IEEE World Congress on Computational Intelligence**. Orlando, FL, USA: [s.n.], 1994. v. 2, p. 1240–1245.

CHIU, S. Method and software for extracting fuzzy classification rules by subtractive clustering. In: **1996 Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society. NAFIPS**. Berkeley, CA, USA: [s.n.], 1996. p. 461–465.

CLARKE, D. **Advances in Model-Based Predictive Control**. NY, USA: Oxford University Press, 1994.

CLARKE, D.; HASTINGS-JAMES, R. Design of digital controllers for randomly disturbed systems. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**, v. 118, n. 10, p. 1503–1506, 1971.

CUTLER, C.; RAMAKER, B. Dynamic matrix control – a computer control algorithm. In: **AICHE 86th National Meeting**. Houston, Texas, USA: AIChE, 1979.

CUTLER, C.; RAMAKER, B. Dynamic matrix control - a computer algorithm. In: **Proceedings of the Joint Automatic Control Conference**. San Francisco, CA, USA: [s.n.], 1980. Paper WP5-B.

CUTLER, C. R.; PRETT, D. M.; RAMAKER, B. L. **Dynamic matrix control method**. 1982. United States patent US 4349869. Issued 1982-09-14.

DAI, X.; LIU, J.; FENG, C. Neural network α th-order inverse system and its application in the control of discrete nonlinear system. **Control and Decision**, v. 12, n. 3, p. 217–221, 1997.

DITTMAR, R.; PFEIFFER, B.-M. Modellbasierte prädiktive regelung in der industriellen praxis. **Automatisierungstechnik**, v. 54, n. 12, p. 590–601, 2006.

DOYLE, F.; PEARSON, R.; OGUNNAIKE, B. **Identification and Control Using Volterra Models**. London, UK: Springer-Verlag, 2002. (Communications and Control Engineering).

DU, H.; ZHANG, N. Application of evolving Takagi-Sugeno fuzzy model to nonlinear system identification. **Applied Soft Computing**, v. 8, n. 1, p. 676–686, 2008.

DUTTA, P.; RHINEHART, R. Application of neural network control to distillation and an experimental comparison with other advanced controllers. **ISA Transactions**, v. 38, n. 3, p. 251–278, 1999.

ESKINAT, E.; JOHNSON, S.; LUYBEN, W. L. Use of hammerstein models in identification of nonlinear systems. **AIChE Journal**, v. 37, n. 2, p. 255–268, 1991.

FALEIROS, A.; YONEYAMA, T. **Teoria Matemática de Sistemas**. São Paulo, SP, Brasil: Arte & Ciência Editora, 2002.

FARSI, M.; ABDULAZIZ, A. Self-tuning control of nonlinear systems. In: **American Control Conference**. Baltimore, Maryland, USA: [s.n.], 1994. v. 3, p. 3499–3503.

FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**. 4th. ed. NJ, USA: Prentice Hall, 2002.

FU, X.; JIANG, D.; ZHOU, Y. Model identification and predictive control of steam temperature in coal-fired power plant. In: **Proceedings of 2013 International Conference on Power, Energy and Control, ICPEC 2013**. Dindigul, India: [s.n.], 2013. p. 509–513.

GARCIA, C. E.; MORSHEDI, A. M. Quadratic programming solution of dynamic matrix control QDMC. **Chemical Engineering Communications**, v. 46, n. 1, p. 73–87, 1986.

GEROL, J. C.; COLANERI, P. Robust stability of time varying polytopic systems. **Systems & Control Letters**, v. 55, n. 1, p. 81–85, 2006.

GRABINER, J. V. **The origins of Cauchy's Rigorous Calculus**. Cambridge: MIT Press, 1981.

GRIMBLE, M. Design of generalized minimum variance controllers for nonlinear systems. **International Journal of Control**, v. 4, n. 3, p. 281–292, 2006.

GUO, F.; BRETTHAUER, G. Identification of MISO wiener and hammerstein systems. In: **Proceedings of the 7th European Control Conference**. University of Cambridge, UK: ECC, 2003. p. 2144–2149.

HANGOS, K.; BOKOR, J.; SZEDERÉNYI, G. **Analysis and Control of Nonlinear Process Systems**. New York, NY, USA: Springer, 2004.

HENSON, M. Nonlinear model predictive control: current status and future directions. **Computers & Chemical Engineering**, v. 23, n. 2, p. 187–202, 1998.

HOLKAR, K.; WAGHMARE, L. An overview of model predictive control. **International Journal of Control and Automation**, v. 3, n. 4, p. 47–64, 2010.

HROVAT, D. et al. The development of model predictive control in automotive industry: A survey. In: **2012 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)**. Dubrovnik, Croatia: [s.n.], 2012. p. 295–302.

HUGHES, T. **The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. [S.l.]: Dover Publications, 2000. (Dover Civil and Mechanical Engineering).

HUNG, J. Practical techniques for industrial control. In: **Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1996. ISIE '96**. Warsaw, Poland: [s.n.], 1996. v. 1, p. 5–10.

IBARROLA, J. et al. Predictive control of a high temperature-short time pasteurisation process. **Control Engineering Practice**, v. 10, n. 7, p. 713–725, 2002.

JANA, A.; SAMANTA, A.; GANGULY, S. Globally linearized control system design of a constrained multivariable distillation column. **Journal of Process Control**, v. 15, n. 2, p. 169–181, 2005.

JENG, J.-C.; HUANG, H.-P. Nonparametric method for identification of MIMO hammerstein models. In: **8th International IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems**. Cancun, Mexico: IFAC, 2007. v. 2, p. 409–414.

JENG, J.-C.; HUANG, H.-P. Nonparametric identification for control of mimo hammerstein systems. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 47, n. 17, p. 6640–6647, 2008.

JERONYMO, D.; ARAUJO, R.; COELHO, A. Auto-sintonia conservativa para controle preditivo generalizado adaptativo. In: **XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - DINCON 2013**. Fortaleza, CE, Brasil: [s.n.], 2013. p. 1–6.

JERONYMO, D.; COELHO, A. Estratégia avançada de sintonia para controle por matriz dinâmica com aplicação não-linear. In: **XI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - DINCON 2013**. Fortaleza, CE, Brasil: [s.n.], 2013. p. 1–6.

JERONYMO, D.; COELHO, A. Controle preditivo baseado em modelo flhi para processos hammerstein multivariáveis. In: **12th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications - INDUSCON 2016**. Curitiba, Brasil: [s.n.], 2016. p. 1–6.

JERONYMO, D.; COELHO, A. Model based predictive control of multivariable hammerstein processes with fuzzy logic hypercube interpolated models. **PLoS ONE**, v. 11, n. 9, 2016.

JERONYMO, D.; COELHO, L.; COELHO, A. Sintonia de pólos em modelo Laguerre-Wiener por evolução diferencial para identificação não-linear. In: **XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2012)**. Campina Grande, PB, Brasil: [s.n.], 2012. p. 1–7.

JERONYMO, D. C.; COELHO, A. A. R. Minimum realization tuning strategy for dynamic matrix control. In: **19th World Congress**

The International Federation of Automatic Control. Cape Town, South Africa: IFAC WC 2014, 2014. p. 1314–1319.

JIA, X.-C. et al. Event-triggered fuzzy H_∞ control for a class of nonlinear networked control systems using the deviation bounds of asynchronous normalized membership functions. **Information Sciences**, v. 259, p. 100–117, 2014.

JIN, X.-Z.; ZHAO, S.-P.; LI, L. Dynamic matrix control based on neural networks error compensation. In: **Proceedings of the International Conference on Machine Learning and Cybernetics**. Xian, Shaanxi, China: [s.n.], 2012. v. 2, p. 440–443.

JURADO, F. Predictive control of solid oxide fuel cells using fuzzy Hammerstein models. **Journal of Power Sources**, v. 158, n. 1, p. 245–253, 2006.

KALMAN, R. Contributions to the theory of optimal control. In: **Proceedings of the Conference on Ordinary Differential Equations**. Mexico City, Mexico: Boletín Sociedad Matemática Mexicana, 1961, 1961. p. 149–166.

KALMAN, R. New results in linear filtering and prediction theory. **Transactions of the ASME. Series D, Journal of Basic Engineering**, v. 83, p. 95–107, 1961.

KEYS, R. Cubic convolution interpolation for digital image processing. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing**, v. 29, n. 6, p. 1153–1160, 1981.

KISHOR, N. Zero-order TS fuzzy model to predict hydro turbine speed in closed loop operation. **Applied Soft Computing**, v. 8, n. 2, p. 1074–1084, 2008.

KOKATE, R. D.; WAGHMARE, L.; DESHMUKH, S. D. Review of tuning methods of DMC and performance evaluation with PID algorithms on a FOPDT model. In: **2010 International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ARTCom)**. [S.l.: s.n.], 2010. p. 71–75.

KOVACIC, Z.; BOGDAN, S. **Fuzzy Controller Design: Theory and Applications**. Oxford, UK: Taylor & Francis, 2005. (Automation and Control Engineering).

KOZLIK, C. et al. Dynamic matrix control applied to emission control of a diesel engine. **International Journal of Engine Research**, v. 17, n. 5, p. 556–575, 2015.

LEE, E.; MARKUS, L. **Foundations of Optimal Control Theory**. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 1968. (The SIAM Series in Applied Mathematics).

LI, C.; MIAO, Y.; FENG, Y. Inverse system method for nonlinear systems control (i) single variable control theory. **Control and Decision**, v. 12, n. 5, p. 529–535, 1997.

LI, C.; MIAO, Y.; FENG, Y. Inverse system method for nonlinear systems control(ii) multivariable control theory. **Control and Decision**, v. 12, n. 6, p. 625–630, 1997.

LI, H.; HUANG, L.-J. Nonlinear dynamic matrix control based on inverse system method. In: **Chinese Control and Decision Conference, CCDC 2008**. Yantai, China: [s.n.], 2008. p. 5075–5078.

LI, Y.; NG, K. Reduced rule base and direct implementation of a fuzzy logic control. In: **Proceedings of the 13th IFAC World Congress**. San Francisco, CA, USA: IFAC Press, 1997. p. 85–90.

LIBERZON, D. **Calculus of Variations and Optimal Control Theory: A Concise Introduction**. Princeton, NJ, USA: Princeton University Press, 2012.

LIM, S. P.; HARON, H. Surface reconstruction techniques: a review. **Artificial Intelligence Review**, v. 42, n. 1, p. 59–78, 2014.

LIMA, N. et al. Modeling and predictive control using fuzzy logic: Application for a polymerization system. **AIChE Journal**, v. 56, n. 4, p. 965–978, 2010.

LUNDSTROM, P. et al. Limitations of dynamic matrix control. **Computers & Chemical Engineering**, v. 19, n. 4, p. 409–421, 1995.

MAMDANI, E.; ASSILIAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. **International Journal of Man-Machine Studies**, v. 7, n. 1, p. 1–13, 1975.

MAMDANI, E. H. Applications of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis. **IEEE Transactions on Computers**, v. 26, n. 12, p. 1182–1191, 1977.

MARUSAK, P. Efficient predictive control algorithm based on fuzzy Hammerstein models: A case study. **Advances in Intelligent and Soft Computing**, v. 75, p. 11–20, 2010.

MINORSKY, N. Directional stability of automatically steered bodies. **Journal of the American Society for Naval Engineers**, v. 34, n. 2, p. 280–309, 1922.

MORARI, M.; LEE, J. Model predictive control: Past, present and future. **Computers & Chemical Engineering**, v. 23, n. 4, p. 667–682, 1999.

NARENDRA, K. S.; GALLMAN, P. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a hammerstein model. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 11, n. 3, p. 546–550, 1966.

NASCIMENTO JR., C.; YONEYAMA, T. **Inteligência Artificial em Controle e Automação**. 1^a. ed. São Paulo, SP, Brasil: Editora Edgard Blücher Ltda., FAPESP, 2000.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 4th. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001. ISBN 0130609072.

ÖZKAN, L.; ÇAMURDAN, M. Model predictive control of a nonlinear unstable process. **Computers & Chemical Engineering**, v. 22, Supplement 1, p. S883–S886, 1998.

PASSINO, K.; YURKOVICH, S. **Fuzzy Control**. CA, USA: Addison-Wesley Longman Inc., 1998.

PEARSON, R. Selecting nonlinear model structures for computer control. **Journal of Process Control**, v. 13, n. 1, p. 1–26, 2003.

PEARSON, R. K. **Discrete-time Dynamic Models**. USA: Oxford University Press, 1999. 37 p.

POSADA, J.; SANJUAN, M. Intelligent adaptive dynamic matrix control. In: **Proceedings of the 17th IFAC World Congress**. Seoul, Korea: [s.n.], 2008. p. 11269–11274.

PRECUP, R.-E.; HELLENDORRN, H. A survey on industrial applications of fuzzy control. **Computers in Industry**, v. 62, n. 3, p. 213–226, 2011.

- PROPOI, A. Use of LP methods for synthesizing sampled-data automatic systems. **Automation and Remote Control**, v. 24, n. 7, p. 837–844, 1963.
- QIN, S.; BADGWELL, T. A survey of industrial model predictive control technology. **Control Engineering Practice**, v. 11, n. 1, p. 733–764, 2003.
- REZNIK, L. **Fuzzy Controllers**. Oxford, UK: Newnes, 1997.
- RICHALET, J. et al. Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. **Automatica**, v. 14, n. 5, p. 413–428, 1978.
- RUSS, S. B. A translation of bolzano’s paper on the intermediate value theorem. **Historia Mathematica**, v. 7, p. 156–185, 1980.
- SANDRI, C.; CORREA, C. Lógica nebulosa. In: **Congresso Brasileiro de Redes Neurais, Anais da V Escola de Redes Neurais**. São José dos Campos, SP, BR: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1999. p. c073–c090.
- SCHEINERMAN, E. R. **Mathematics: A Discrete Introduction**. 3rd. ed. [S.l.]: Brooks/Cole, 2013.
- SEBORG, D. E. et al. **Process Dynamics and Control**. 3rd. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2011.
- SHARKAWY, A. A computationally efficient fuzzy control scheme for a class of MIMO systems. **Alexandria Engineering Journal**, v. 52, n. 4, p. 583–594, 2013.
- SPERRY, E. Automatic steering. **Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers**, v. 30, p. 53–57, 1922.
- SUGENO, M. On stability of fuzzy systems expressed by fuzzy rules with singleton consequents. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 7, n. 2, p. 201–224, 1999.
- SUGENO, M.; KANG, T. G. Structure identification of fuzzy model. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 28, n. 1, p. 15–33, 1988.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 15, n. 1, p. 116–132, 1985.

TALAS, S.; BOBAL, V.; KRHOVJAK, A. Use of dynamic matrix control in simulation of heat system. In: **28th European Conference on Modelling and Simulation**. Brescia, Italy: ECMS 2014, 2014. p. 267–272.

TAVOOSI, J.; SURATGAR, A. A.; MENHAJ, M. B. Nonlinear system identification based on a self-organizing type-2 fuzzy {RBFN}. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 54, p. 26–38, 2016.

TIKK, D.; K6CZY, L. T.; GEDEON, T. D. A survey on universal approximation and its limits in soft computing techniques. **International Journal of Approximate Reasoning**, v. 33, n. 2, p. 185–202, 2003.

TRABELSI, A. et al. Identification of nonlinear multivariable systems by adaptive fuzzy Takagi-Sugeno model. **International Journal of Computational Cognition**, v. 2, n. 3, p. 137–153, 2004.

TRABELSI, A. et al. Fuzzy identification of a greenhouse. **Applied Soft Computing**, v. 7, n. 3, p. 1092–1101, 2007.

UGRAY, Z. et al. Scatter search and local nlp solvers: A multistart framework for global optimization. **INFORMS Journal on Computing**, v. 19, n. 3, p. 328–340, 2007.

ÜNVER, H.; WENDEL, G. A fuzzy quality control-decision support system for improving operational reliability of liquid transfer operations in laboratory automation. **Expert Systems with Applications**, v. 36, n. 4, p. 8064–8070, 2009.

WANG, L.; MENDEL, J. **Analysis and design of fuzzy logic controller**. California, USA: USC SIPI Report, 1991.

WANG, L.; MENDEL, J. Generating fuzzy rules by learning from examples. In: **Proceedings of the 6th IEEE International Symposium on intelligent control**. Washington D. C., USA: [s.n.], 1991. p. 263–268.

WANG, L.; MENDEL, J. **Generating fuzzy rules from numerical data, with Applications**. California, USA: USC SIPI Report, 1991.

WANG, L.; MENDEL, J. Back-propagation of fuzzy system as nonlinear dynamic system identifiers. In: **IEEE International Conference on Fuzzy Systems**. San Diego, CA, USA: [s.n.], 1992. p. 1409–1418.

WANG, W.; HENRIKSEN, R. Generalized predictive control of nonlinear systems of the Hammerstein form. **Modeling, Identification and Control**, Norwegian Society of Automatic Control, v. 15, n. 4, p. 253–262, 1994.

WARNER, S. **Modern Algebra**. NJ, USA: Prentice Hall, 1965.

WU, X. et al. Fuzzy modeling and predictive control of superheater steam temperature for power plant. **ISA Transactions**, v. 56, p. 241–251, 2015.

XING, W.; LIANG, Y.; LIU, S. The design and control of fine tracking loop of atp system for free space laser communication. In: **Proceedings of the 2nd International Conference on Information Engineering and Computer Science (ICIECS 2010)**. Wuhan, China: [s.n.], 2010. p. 1–4.

YEN, J.; LANGARI, R. **Fuzzy Logic: Intelligence, Control and Information**. New Jersey, NJ, USA: Prentice Hall, 1999.

YING, H. General siso takagi-sugeno fuzzy systems with linear rule consequent are universal approximators. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, v. 6, n. 4, p. 582–587, 1998.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, p. 338–353, 1965.

ZHANG, Y. et al. Nonlinear modelling and control for heart rate response to exercise. **International Journal of Bioinformatics Research and Applications**, v. 8, n. 5-6, p. 397–416, 2012.

ZOU, Z. et al. Design and simulation of nonlinear Hammerstein systems dynamic matrix control algorithm. In: **Proceedings of the World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)**. Dalian, China: [s.n.], 2006. v. 1, p. 1981–1985.

APÊNDICE A – Resultados Completos

Neste capítulo são apresentados todos os resultados referentes aos gráficos de simulações do Capítulo 6. Estes resultados foram omitidos do capítulo de resultados para tornar a leitura deste mais dinâmica.

Os resultados são apresentados divididos entre os casos de estudos SISO, MISO e MIMO. Para o caso MIMO são apresentados apenas os resultados do estudo desacoplado já que estes são equivalentes ao do estudo acoplado.

São apresentados também resultados adicionais quanto aos sinais $w^*(t)$, $w(t)$ e o sinal de erro das aproximações $e_w(t) = w^*(t) - w(t)$.

A.1 CASO DE ESTUDO SISO - DESEMPENHO

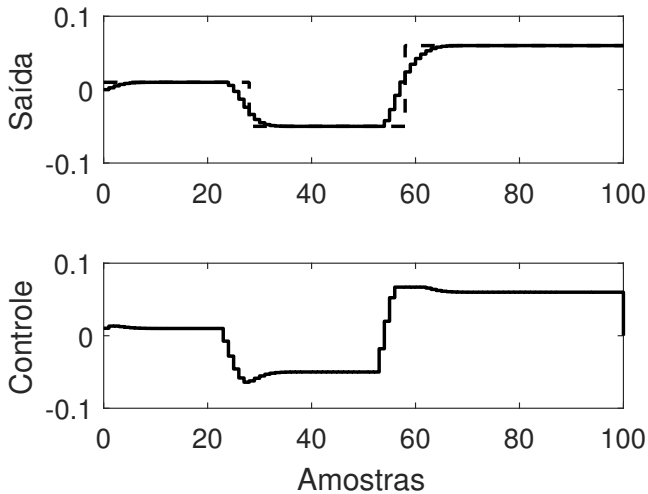


Figura 26 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com cancelamento ideal.

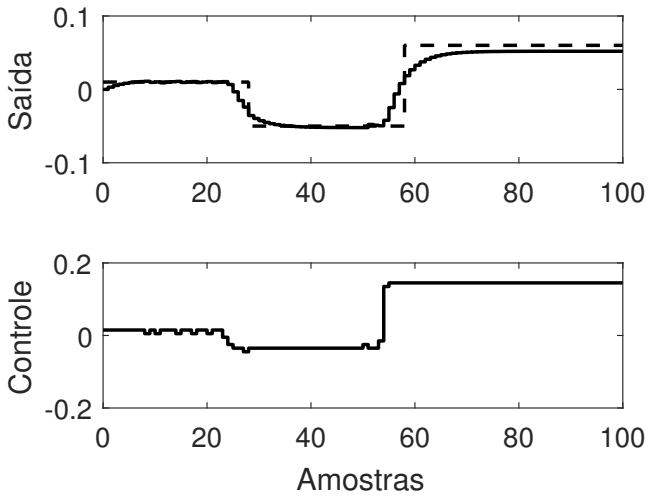


Figura 27 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base vizinho mais próximo.

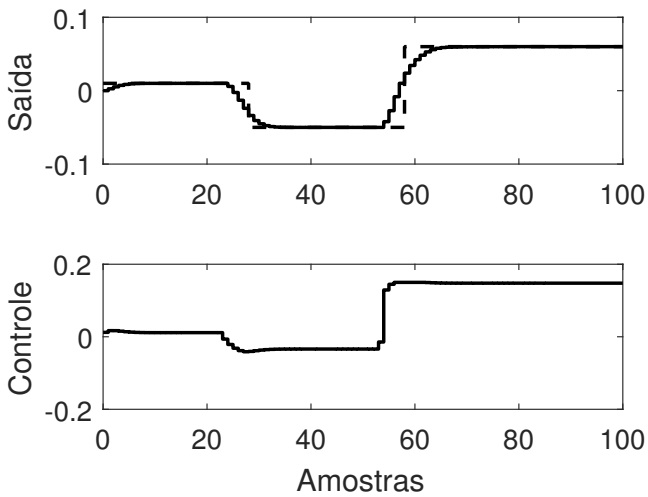


Figura 28 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base linear.

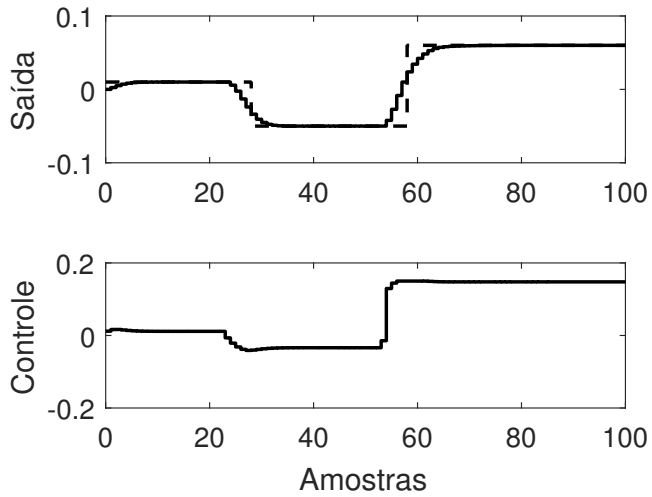


Figura 29 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base cúbica.

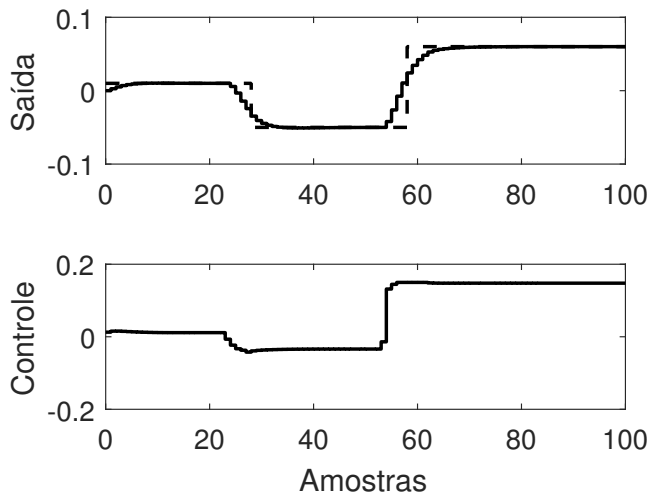


Figura 30 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base Lanczos.

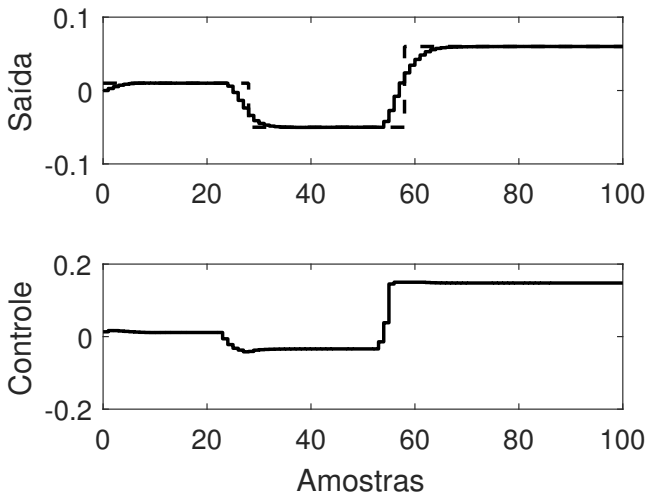


Figura 31 – Resultados de simulação para o caso de estudo SISO com função de base spline.

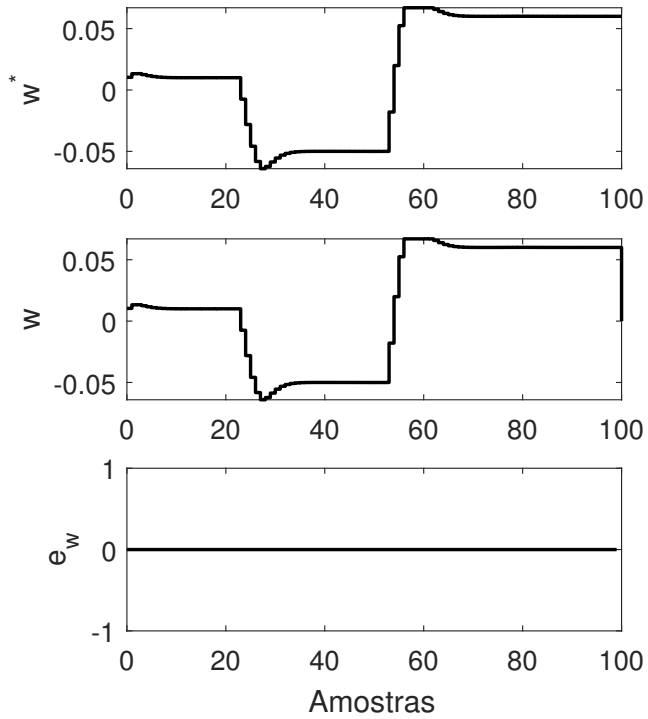


Figura 32 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com cancelamento ideal.

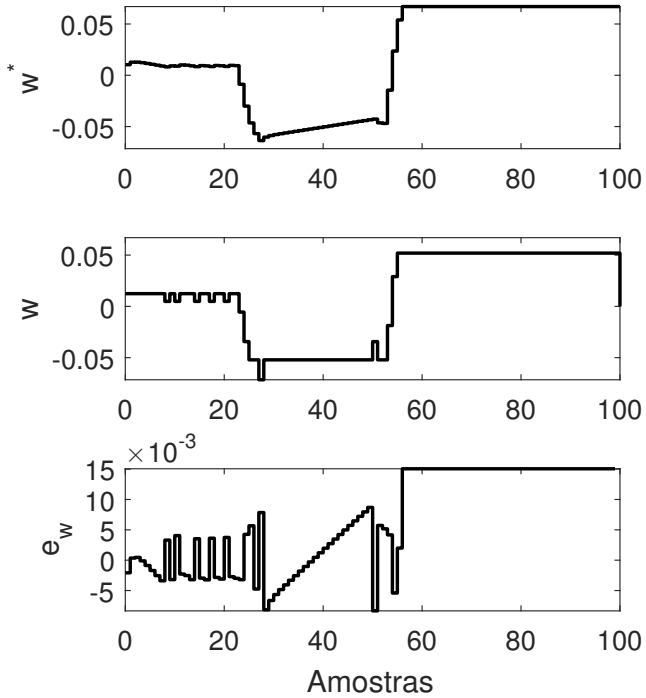


Figura 33 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base vizinho mais próximo.

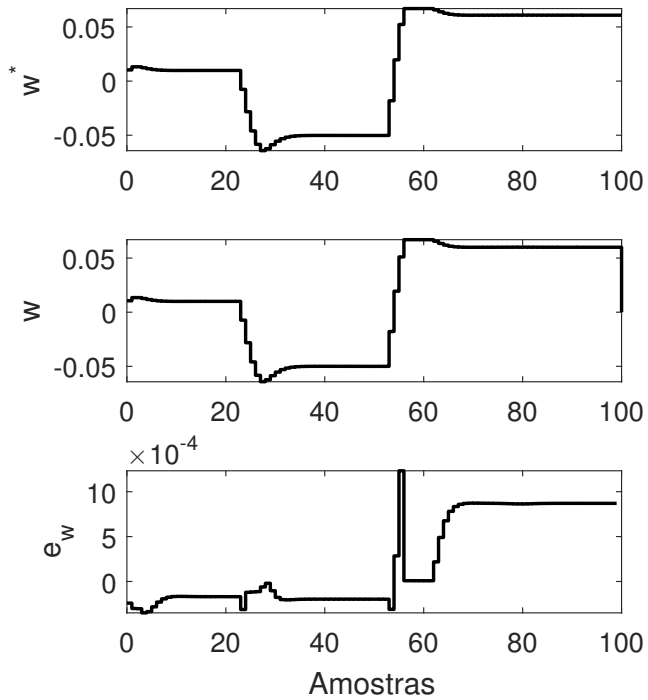


Figura 34 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base linear.

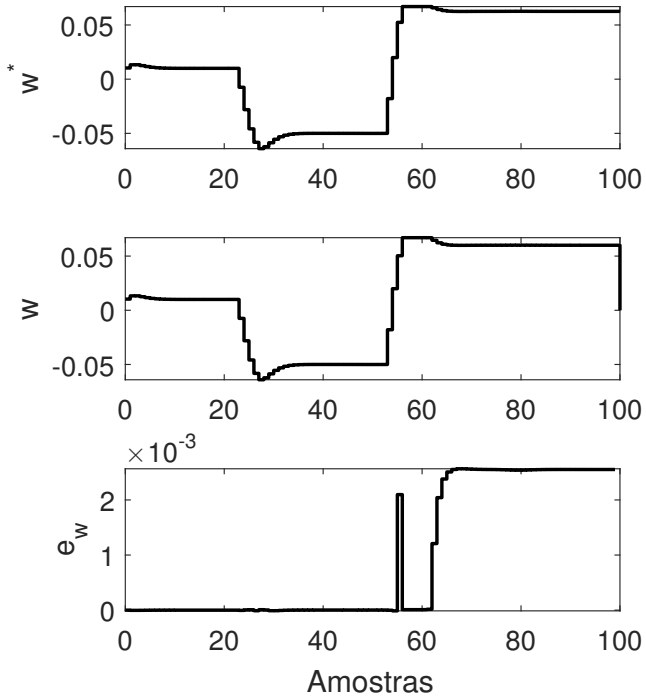


Figura 35 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base cúbica.

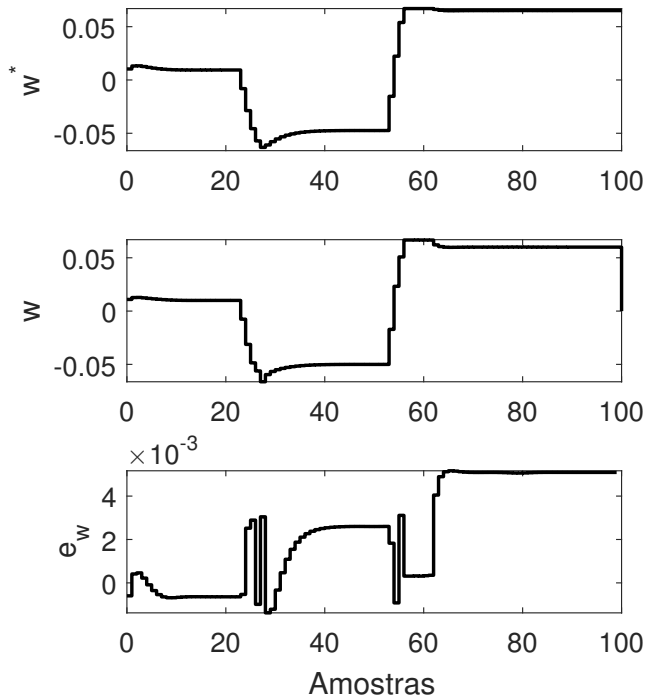


Figura 36 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base Lanczos.

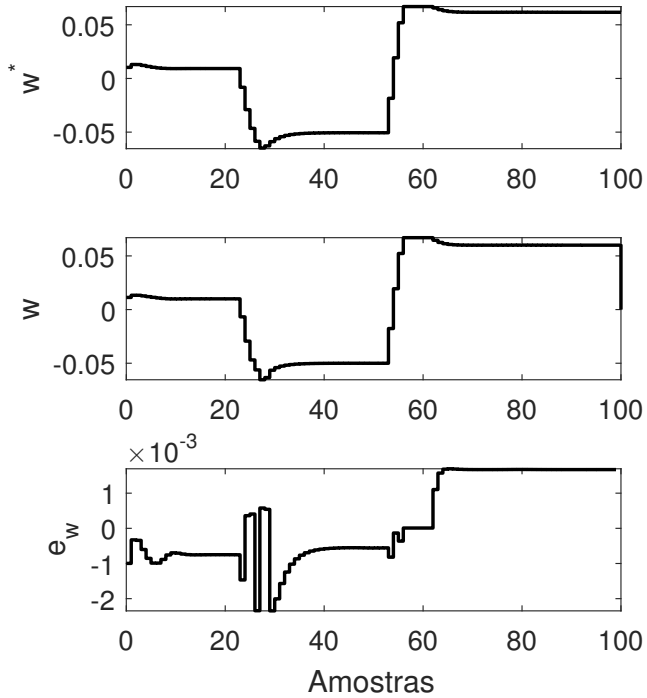


Figura 37 – Resultados de simulação do erro para o caso de estudo SISO com função de base spline.

A.2 CASO DE ESTUDO MISO

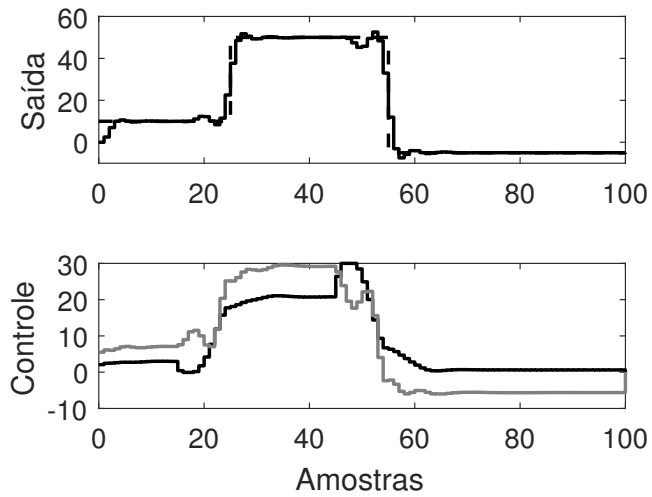


Figura 38 – Resultados de simulação para o caso MISO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

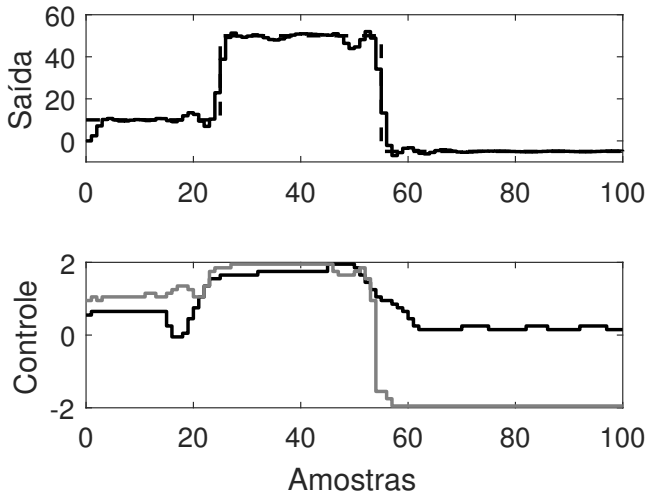


Figura 39 – Resultados de simulação para o caso MISO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

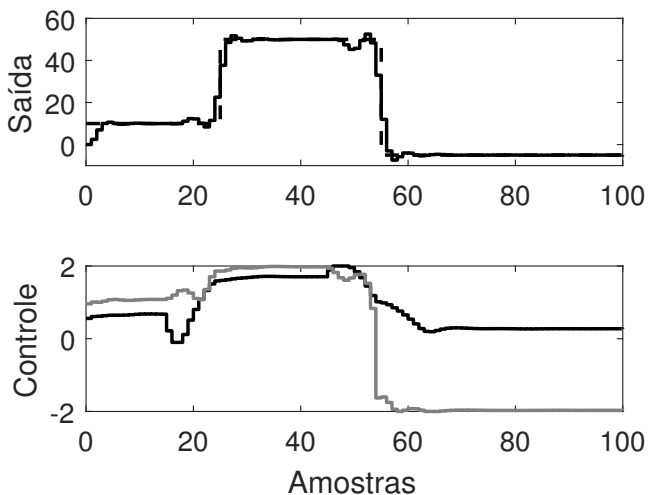


Figura 40 – Resultados de simulação para o caso MISO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

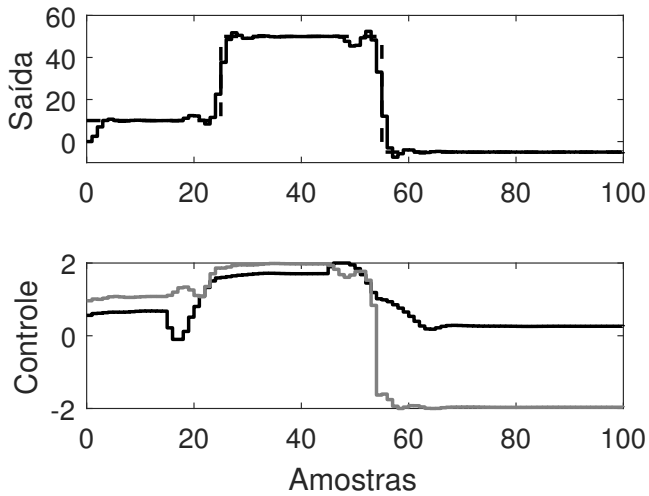


Figura 41 – Resultados de simulação para o caso MISO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

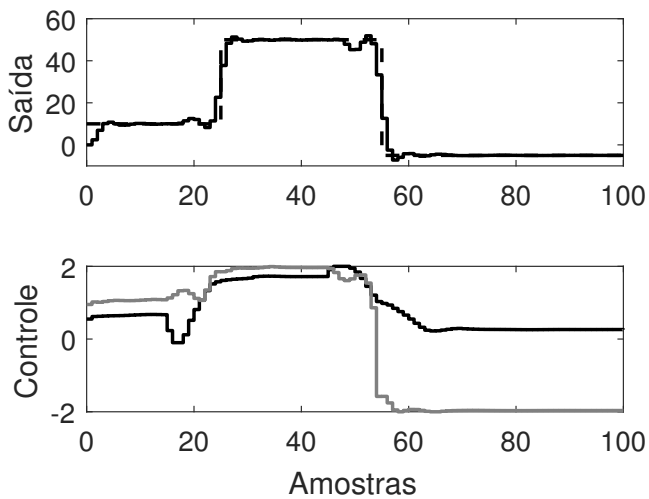


Figura 42 – Resultados de simulação para o caso MISO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

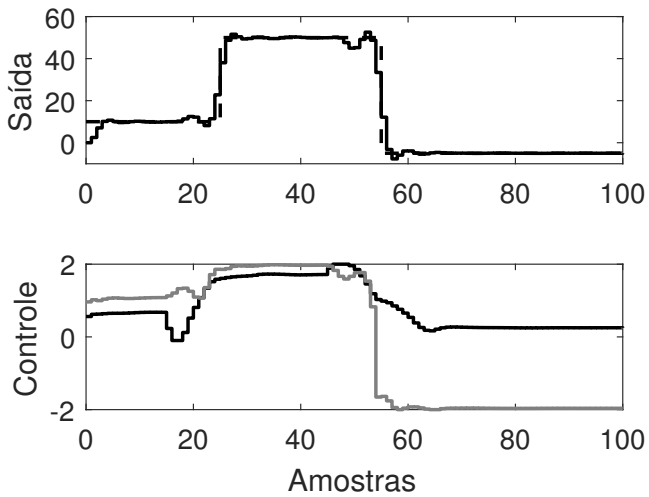


Figura 43 – Resultados de simulação para o caso MISO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

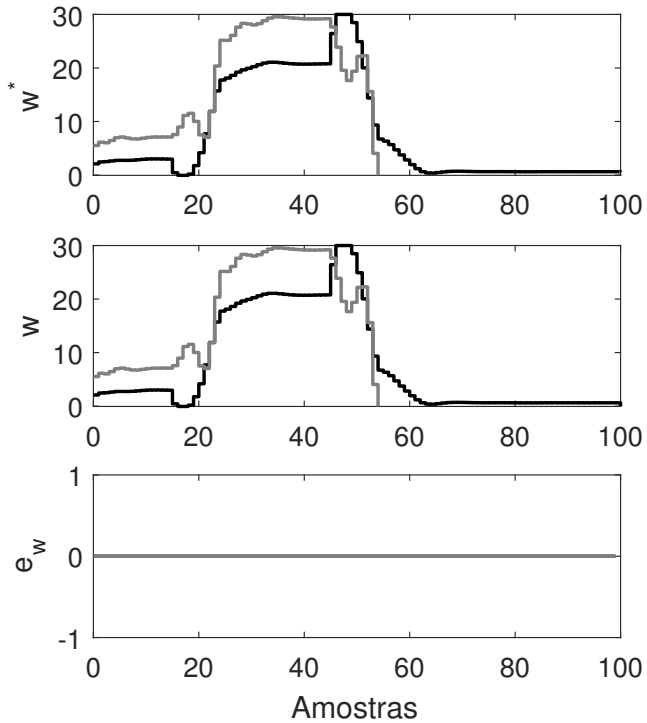


Figura 44 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

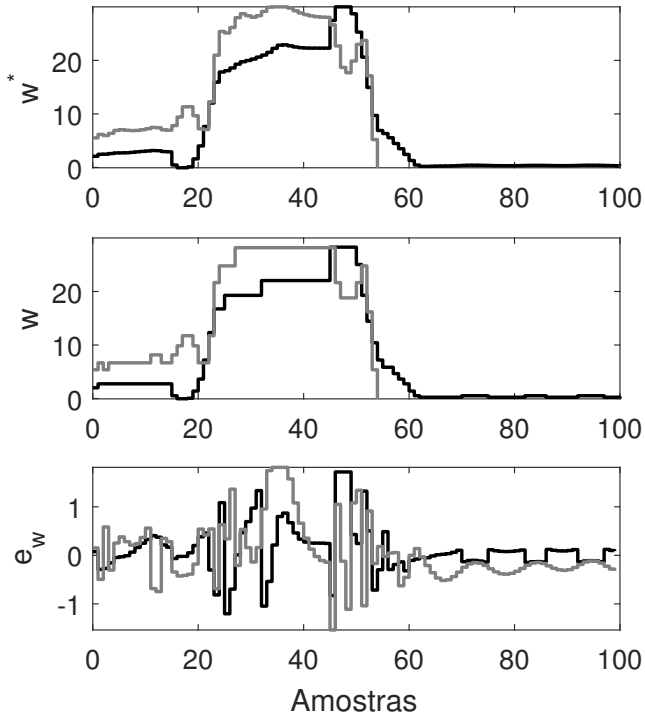


Figura 45 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

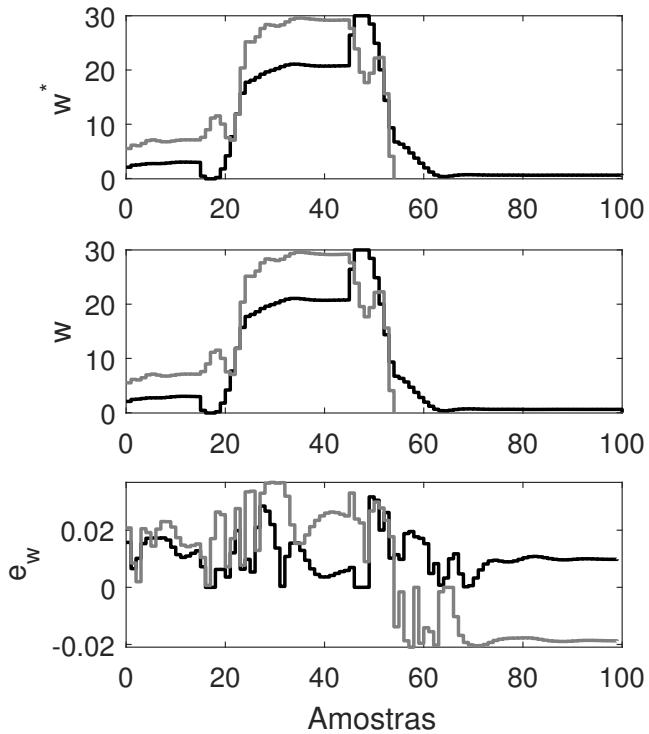


Figura 46 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

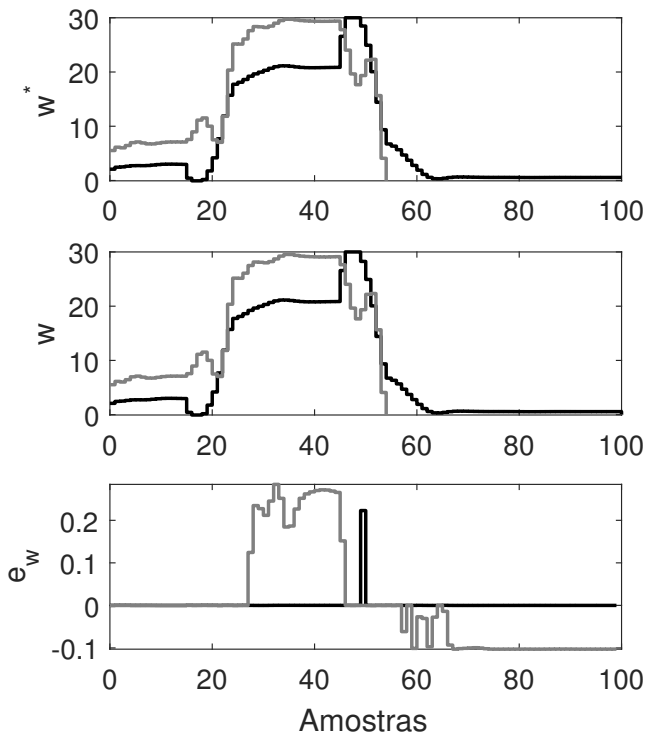


Figura 47 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

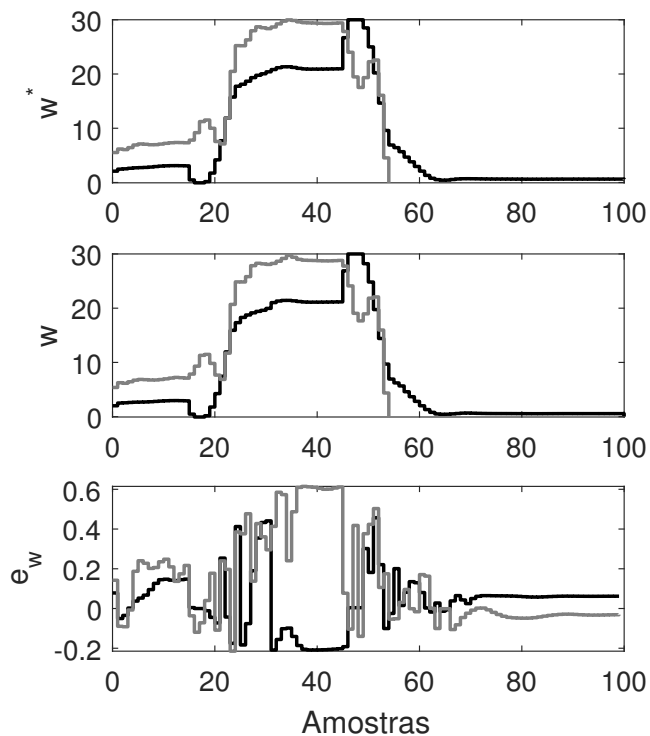


Figura 48 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

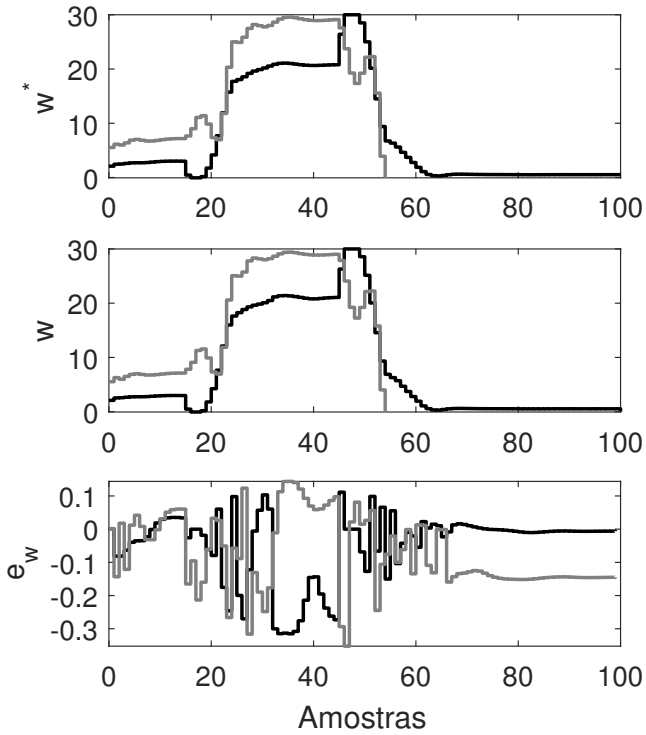


Figura 49 – Resultados de simulação do erro para o caso MISO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

A.3 CASO DE ESTUDO MIMO

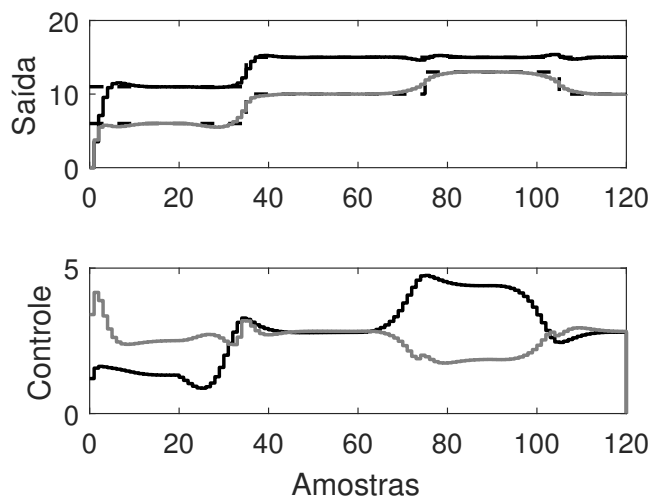


Figura 50 – Resultados de simulação para o caso MIMO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

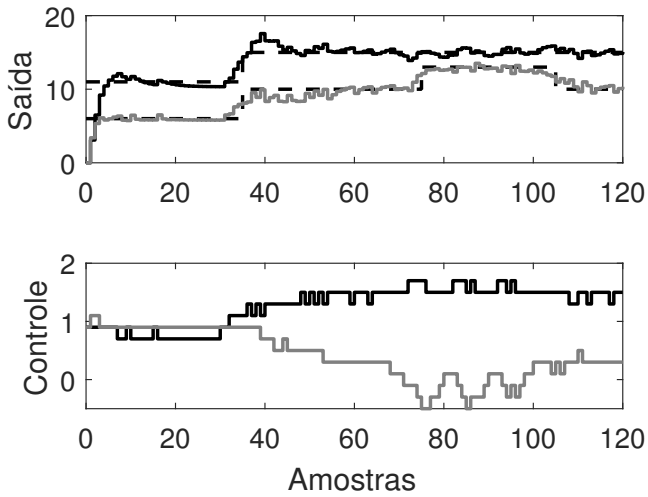


Figura 51 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

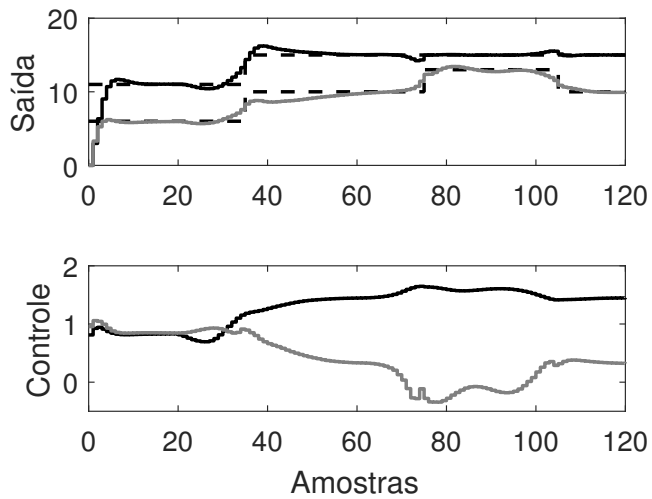


Figura 52 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

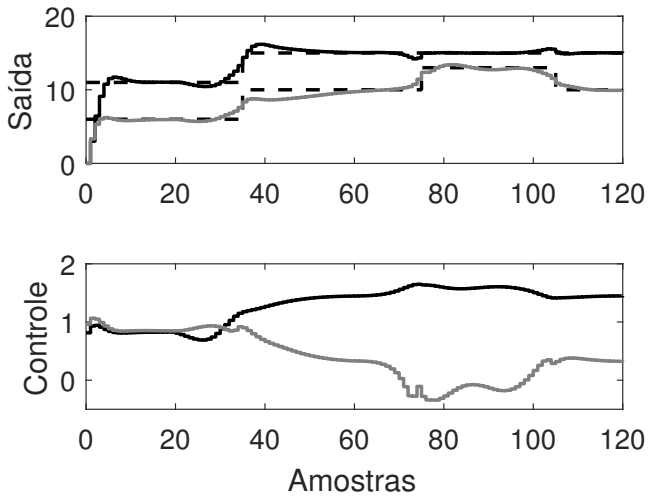


Figura 53 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

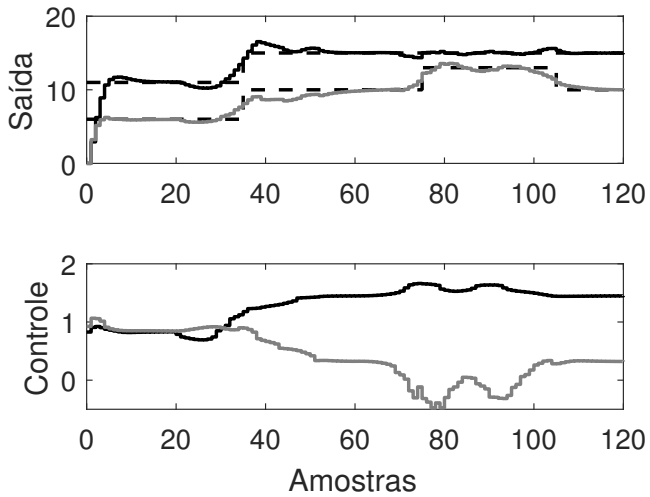


Figura 54 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

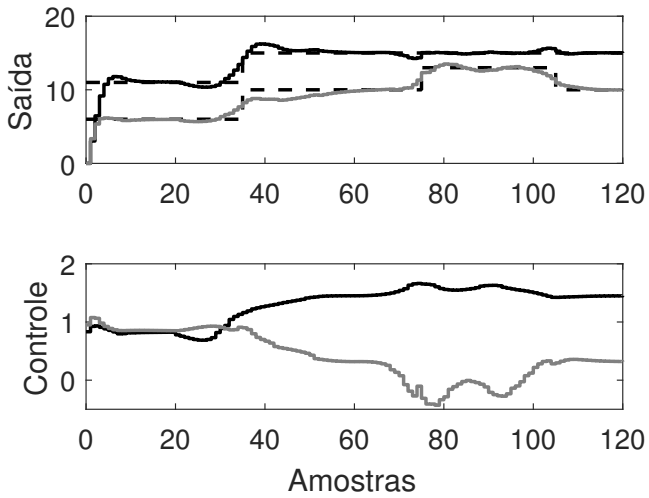


Figura 55 – Resultados de simulação para o caso MIMO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

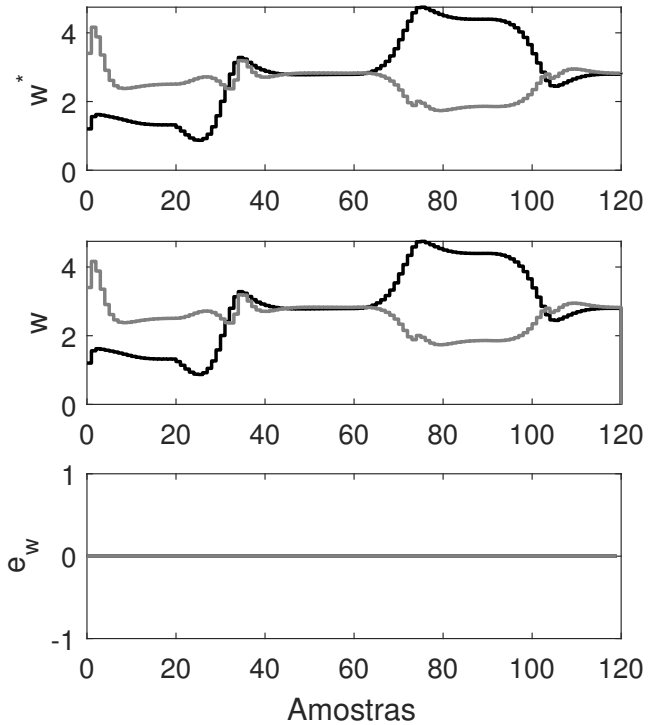


Figura 56 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com cancelamento ideal. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

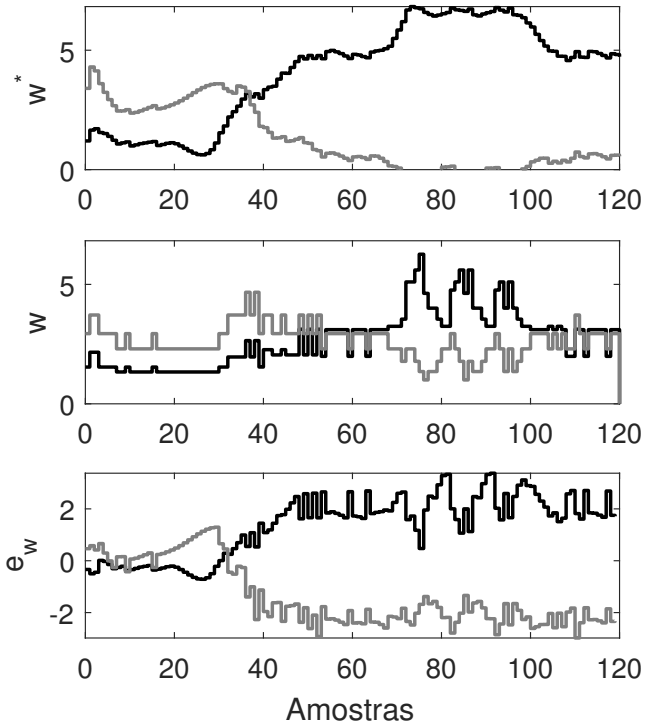


Figura 57 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base vizinho mais próximo. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

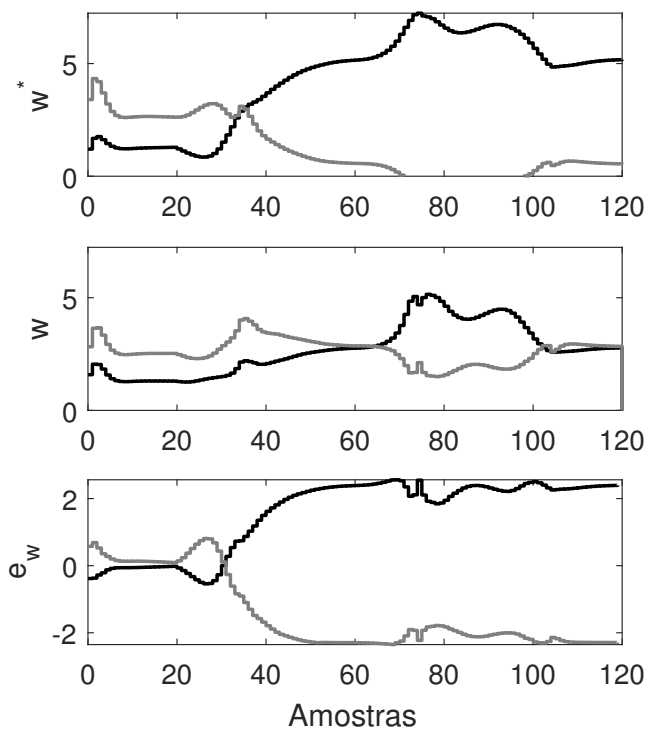


Figura 58 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base linear. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

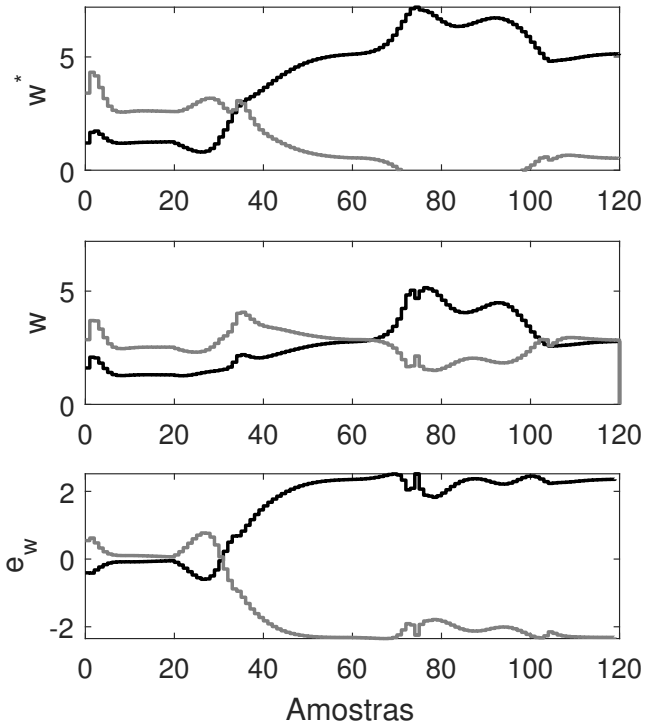


Figura 59 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base cúbica. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

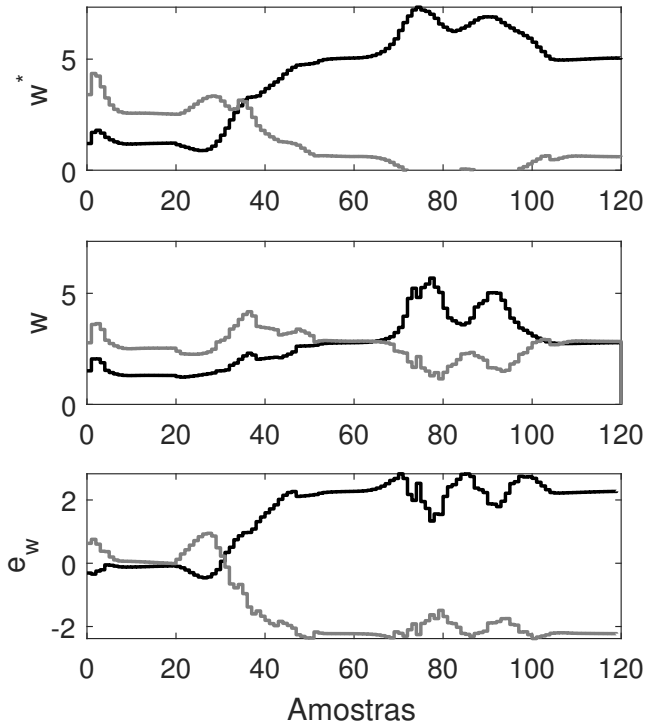


Figura 60 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base Lanczos. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.

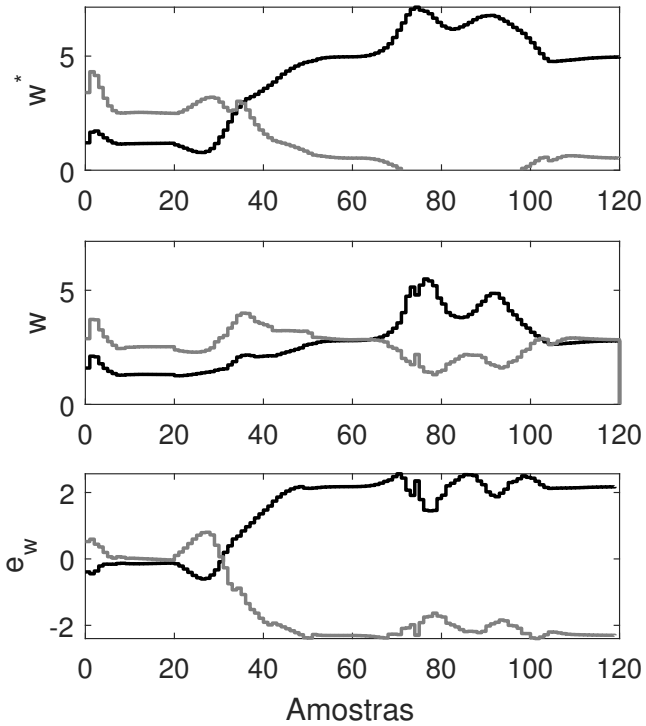


Figura 61 – Resultados de simulação do erro para o caso MIMO com função de base spline. A linha clara contínua representa a segunda entrada e saída, as linhas escuras contínuas representam a primeira entrada e saída.