

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNÓLOGICO DE JOINVILLE
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

LUCAS BRUNATTO ZAGO DAHMER

ESTUDO SOBRE A DINÂMICA LATERAL DE VEÍCULOS DE PASSEIO DAS
CLASSES SUV E SEDAN

Joinville

2016

LUCAS BRUNATTO ZAGO DAHMER

ESTUDO SOBRE A DINÂMICA LATERAL DE VEÍCULOS DE PASSEIO DAS
CLASSES SUV E SEDAN

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva no Curso de Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Dr. Thiago Antonio Fiorentin.

Joinville

2016

ESTUDO SOBRE A DINÂMICA LATERAL DE VEÍCULOS DE PASSEIO DAS
CLASSES SUV E SEDAN

LUCAS BRUNATTO ZAGO DAHMER

Esta monografia foi julgada adequada para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva, e aprovada em sua forma final pelo Curso de Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville, 13 de dezembro de 2016.

Dr. Leonel Rincón Cancino
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

Dr. Thiago Antonio Fiorentin
Presidente

Dr. Alexandre Mikowski
Membro

Dr. Antônio Otaviano Dourado
Membro

Dr. Marcos Alves Rabelo
Membro

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família, a minha namorada e aos meus amigos que estiveram ao meu lado fornecendo todo suporte e incentivo necessário para alcançar meus objetivos.

Agradeço ao meu orientador, Dr. Thiago Antonio Fiorentin, que me incentivou a trabalhar com a área de dinâmica veicular e por toda atenção concedida no decorrer do desenvolvimento do trabalho.

Agradeço ao meu coorientador, Dr. Alexandre Mikowski, pelas orientações e pela troca de conhecimentos.

Agradeço a Equipe Fórmula CEM UFSC pela oportunidade de participar e auxiliar nos projetos do veículo, e por auxiliar na construção dos meus conhecimentos acerca de dinâmica veicular.

Agradeço a Universidade Federal de Santa Catarina Campus Joinville por todas as oportunidades, pela estrutura e por auxiliar na minha formação de Engenheiro Automotivo.

RESUMO

Esse trabalho apresenta um estudo sobre a dinâmica lateral de veículos automotivos. Quando submetidos a grandes ângulos de esterçamento e altas velocidades, os automóveis podem se aproximar de uma condição de capotamento. Foram reconstruídos dois modelos matemáticos, disponíveis na literatura, que buscam avaliar a dinâmica lateral de automóveis. As modelagens contam com três graus de liberdade, sendo esses, a guinada da carroceria, o rolamento da carroceria e o deslocamento lateral do veículo. O primeiro modelo utiliza uma abordagem linear para os pneus do veículo, enquanto o segundo modelo usa um conceito não linear. Inicialmente, o estudo busca demonstrar a diferença entre as duas abordagens de pneus. Posteriormente, utilizando o modelo de três graus de liberdade com formulação não linear de pneus, foram realizados três estudos: a análise da capacidade do modelo em representar o comportamento dinâmico de um veículo, comparando-se os resultados simulados com dados experimentais contidos na literatura; a análise do impacto da altura do centro de gravidade do veículo em sua dinâmica lateral; e a comparação entre o comportamento de duas classes de veículos (i.e. *Sport Utility Vehicle (SUV)* e *Sedan*) mantidas na mesma manobra e velocidade. Os resultados demonstraram que o modelo de três graus de liberdade com abordagem linear de pneus não consegue prever bem o comportamento da dinâmica lateral de um automóvel, para grandes ângulos de esterçamento. O sistema de três graus de liberdade com formulação não linear de pneus conseguiu representar de forma satisfatória as tendências observadas em testes experimentais. Ao variar a altura do centro de gravidade do automóvel foi notado que a estabilidade do veículo em curva é alterada drasticamente. Por fim, a comparação entre as duas classes de automóveis, submetidas às mesmas condições dinâmicas, demonstrou que o *SUV* é consideravelmente mais instável do que o *Sedan*.

Palavras-chave: Veículo. Dinâmica. Lateral. Capotamento. *SUV*.

ABSTRACT

In this work will be presented an automotive vehicle dynamics study. When automotive vehicles experience large steer angles and high velocities, they could approach a rollover condition. Two mathematical models available in the literature will be presented in this work, these models try to evaluate the vehicle lateral dynamics. The modeling utilizes three degrees of freedom represented by the yaw, roll and lateral motions. The first model introduces a linear tire dynamics approach, while the second modeling uses a non-linear formulation. Initially, the study seeks to demonstrate the difference between both tire models. Posteriorly, three studies were performed using the non-linear model with three degrees of freedom: the analysis of the model capability to represent the vehicle dynamics behavior, comparing the simulated results with experimental data available in the literature; the impact analysis of the vehicle center of gravity height; and the comparison of the behavior of two classes of vehicles (i.e. Sport Utility Vehicle (SUV) and Sedan) held at the same maneuver and velocity. The results demonstrate that the model with three degrees of freedom and linear tire formulation cannot predict well the lateral dynamics behavior of an automobile, with large steer wheel angles. The system with three degrees of freedom and nonlinear tire approach was able to represent the vehicle tendencies observed in practical experiments. When the automobile center of gravity was modified it was noticed that the vehicle stability was changed dramatically. Lastly, the comparison between two classes of automobile, upon the same dynamic conditions, demonstrates that the SUV is considerably more instable than the Sedan class.

Keyword: Vehicle. Dynamics. Lateral. Rollover. SUV.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Sistema de coordenadas fixas de um automóvel.	18
Figura 2 - Comprimento médio das bitolas de um automóvel.	19
Figura 3 - Representação das cargas verticais estáticas.	20
Figura 4 - Representação do ângulo de deriva dos pneus.....	22
Figura 5 - Modelo de bicicleta.....	23
Figura 6 - Comparativo entre o modelo linear e não linear de pneus.....	25
Figura 7 - Diagrama de corpo livre de um veículo realizando uma curva.	27
Figura 8 - Taxa de acidentes por capotamento nos Estados Unidos da América.....	29
Figura 9 - Diagrama de corpo livre do veículo realizando uma curva num plano inclinado. ..	30
Figura 10 - Estruturação dos estudos.....	42
Figura 11 - Ângulo de esterçamento das rodas dianteiras do veículo (δ).....	44
Figura 12 - Manobra <i>Fishhook 1a</i> usada no estudo com a <i>Chevy Blazer</i>	45
Figura 13 - Manobra <i>J-Turn</i> usada no estudo com o <i>Ford Taurus</i>	46
Figura 14 - Velocidade longitudinal (V_x) usada no estudo com a <i>Chevy Blazer</i>	46
Figura 15 - Velocidade longitudinal (V_x) usada no estudo com o <i>Ford Taurus</i>	46
Figura 16 - Ângulo de esterçamento imposto nas rodas dianteiras do veículo (δ).....	49
Figura 17 - Diagrama de corpo livre para o movimento de guinada do veículo.	51
Figura 18 - Diagrama de corpo livre para a massa suspensa do veículo.	51
Figura 19 - Diagrama de corpo livre para a massa não suspensa do veículo.	51
Figura 20 - Resultados do modelo de três GDL com formulação linear de pneus.....	53
Figura 21 - Outros resultados do modelo de três GDL com formulação linear de pneus.	54
Figura 22 - Resultados do modelo de três GDL com formulação não linear de pneus.	55
Figura 23 - Outros resultados do modelo de três GDL com formulação não linear de pneus.	56
Figura 24 - Dinâmica lateral da <i>Chevy Blazer</i>	60
Figura 25 - Dinâmica lateral do <i>Ford Taurus</i>	61
Figura 26 - Resultados do impacto da variação da altura do CG na dinâmica veicular.....	63
Figura 27 - Outros resultados do impacto da variação da altura do CG na dinâmica veicular.....	64
Figura 28 - Comparativo entre a dinâmica lateral de um veículo <i>SUV</i> e <i>Sedan</i>	66
Figura 29 - Relação entre a velocidade de capotamento do veículo com a porcentagem da carga total atuando no eixo traseiro do veículo.	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Constantes do <i>Pacejka Tire Model</i>	24
Tabela 2 - Veículo usado na simulação.	44
Tabela 3 - Dados da <i>Chevy Blazer</i>	47
Tabela 4 - Dados do <i>Ford Taurus</i>	48
Tabela 5 - Configuração da análise de impacto da altura do CG do veículo.	49
Tabela 6 - Comparação entre as propriedades do veículo <i>Sedan</i> e <i>SUV</i>	67

LISTA DE ABREVIACOES

CG	Centro de Gravidade
DNIT	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
ESC	<i>Electronic Stability Control</i> (Controle Eletrnico de Estabilidade)
FENABRAVE	Federação Nacional da Distribuição de Veículos Automotores
GDL	Graus de Liberdade
NASCAR	<i>National Association for Stock Car Auto Racing</i>
NHTSA	<i>National Highway Traffic Safety Administration</i>
RRR	<i>Reduced Rollover Resistance</i> (Redução da Resistência ao Capotamento)
RT	<i>Rollover Threshold</i> (Limiar do Capotamento)
RWS	<i>Rear-Wheel Steering</i> (Esterçamento dos Pneus Traseiros)
SSF	<i>Static Stability Factor</i> (Fator de Estabilidade Esttica)
SUV	<i>Sport Utility Vehicle</i> (Veículo Utilitário Esportivo)
TWL	<i>Two-Wheel-Lift</i> (Levantamento de Dois Pneus)

LISTA DE SÍMBOLOS

α	Ângulo de deriva aplicado em qualquer um dos pneus (Termo da <i>Magic Formula</i>)	[°]
α_f	Ângulo de deriva dos pneus dianteiros	[rad]
α_r	Ângulo de deriva dos pneus traseiros	[rad]
β	Ângulo de deriva em relação ao CG do veículo	[rad]
$\partial\beta/\partial t$	Derivada do ângulo de deriva em relação ao CG do veículo	[rad/s]
δ	Ângulo de esterçamento das rodas dianteiras	[rad]
$\partial\delta_r/\partial\varphi$	Relação entre o esterçamento das rodas traseiras e o ângulo de rolamento da carroceria	[rad/rad]
$\partial\gamma_f/\partial\varphi$	Relação entre o ângulo de <i>camber</i> dianteiro e o ângulo de rolamento da carroceria	[rad/rad]
ΔF_{zf}	Transferência de carga entre os pneus dianteiros (ou dF_{zf})	[N]
ΔF_{zr}	Transferência de carga entre os pneus traseiros (ou dF_{zr})	[N]
θ_R	Ângulo entre o eixo X e o eixo de rolamento da massa suspensa	[rad]
ρ	Ângulo de inclinação da pista	[rad]
φ	Ângulo de rolamento da carroceria	[rad]
$\partial\varphi/\partial t$	Velocidade angular de rolamento da carroceria	[rad/s]
$\partial^2\varphi/\partial t^2$	Aceleração angular de rolamento da carroceria	[rad/s ²]
ϕ_1	Termo da <i>Magic Formula</i>	
ψ	Ângulo de guinada da carroceria	[rad]
$\partial\psi/\partial t$	Velocidade angular de guinada da carroceria	[rad/s]
$\partial^2\psi/\partial t^2$	Aceleração angular de guinada da carroceria	[rad/s ²]
τ	Ângulo de arfagem da carroceria	[rad]
a	Distância entre o CG do veículo e o eixo dianteiro	[m]
a_1	Primeira constante da <i>Magic Formula</i>	
a_2	Segunda constante da <i>Magic Formula</i>	
a_3	Terceira constante da <i>Magic Formula</i>	
a_4	Quarta constante da <i>Magic Formula</i>	
a_5	Quinta constante da <i>Magic Formula</i>	
a_6	Sexta constante da <i>Magic Formula</i>	
a_7	Sétima constante da <i>Magic Formula</i>	
a_8	Oitava constante da <i>Magic Formula</i>	
a_y	Aceleração lateral total do veículo	[m/s ²]

b	Distância entre o CG do veículo e o eixo traseiro	[m]
B_1	Fator de rigidez (<i>Stiffness factor</i>) (Termo da <i>Magic Formula</i>)	
B_2	Rigidez dos pneus (<i>Cornering stiffness</i>) (Termo da <i>Magic Formula</i>)	
b_f	Coefficiente de amortecimento da suspensão dianteira	[N.s/m]
b_r	Coefficiente de amortecimento da suspensão traseira	[N.s/m]
c	Distância entre o CG da massa total e do CG da massa suspensa na direção X	[m]
CG_m	Centro de gravidade da massa suspensa	
CG_{mu}	Centro de gravidade da massa não suspensa	
CR	Centro de rolamento da carroceria	
C_1	Fator de forma (<i>Shape factor</i>) (Termo da <i>Magic Formula</i>)	
C_a	Rigidez lateral de qualquer um dos pneus	[N/rad]
C_{af}	Soma da rigidez lateral do pneu dianteiro esquerdo e direito	[N/rad]
C_{ar}	Soma da rigidez lateral do pneu traseiro esquerdo e direito	[N/rad]
C_{yf}	Rigidez oferecida pelo sistema de <i>camber</i> dianteiro	[N/rad]
C_ϕ	Amortecimento de rolamento total do sistema de suspensão	[N.m.s/rad]
$C_{\phi f}$	Amortecimento de rolamento do sistema de suspensão dianteiro	[N.m.s/rad]
$C_{\phi r}$	Amortecimento de rolamento do sistema de suspensão traseiro	[N.m.s/rad]
D_1	Fator de pico (<i>Peak Factor</i>) (Termo da <i>Magic Formula</i>)	
e	Distância entre o CG da massa suspensa e o CG da massa não suspensa na direção X	[m]
E_1	Fator de curvatura (<i>Curvature factor</i>) (Termo da <i>Magic Formula</i>)	
f	Força de atrito total nas duas rodas externas a curva	[N]
F	Força lateral aplicada em qualquer um dos pneus	[N]
F_{bi}	Força exercida pelos amortecedores do lado interno da curva	[N]
F_{bo}	Força exercida pelos amortecedores do lado externo da curva	[N]
F_{ki}	Força exercida pelas molas do lado interno da curva	[N]
F_{ko}	Força exercida pelas molas do lado externo da curva	[N]
F_y	Força lateral total ou força lateral em qualquer um dos pneus	[N]
F_{yf}	Soma da força lateral atuando em ambos os pneus dianteiros	[N]
F_{yfL}	Força lateral atuando no pneu dianteiro esquerdo	[N]
F_{yfR}	Força lateral atuando no pneu dianteiro direito	[N]
F_{yr}	Soma da força lateral atuando em ambos os pneus traseiros	[N]
F_{yrL}	Força lateral atuando no pneu traseiro esquerdo	[N]
F_{yrR}	Força lateral atuando no pneu traseiro direito	[N]

F_z	Força normal em um dos quatro pneus (Termo da <i>Magic Formula</i>)	[kN]
F_{zfL}	Força normal atuando no pneu dianteiro esquerdo	[N]
F_{zfR}	Força normal atuando no pneu dianteiro direito	[N]
F_{zrL}	Força normal atuando no pneu traseiro esquerdo	[N]
F_{zrR}	Força normal atuando no pneu traseiro direito	[N]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
h	Distância entre o CG da massa suspensa e o solo na direção Z	[m]
h_m	Distância entre o CG da massa suspensa e o eixo de rolamento da massa suspensa	[m]
I_x	Momento de inércia de rolamento da massa total	[kg.m ²]
I_{xxs}	Momento de inércia de rolamento da massa suspensa	[kg.m ²]
I_{xz}	Produto de inércia entre a coordenada X e Z para a massa total	[kg.m ²]
I_{xzs}	Produto de inércia entre a coordenada X e Z para a massa suspensa	[kg.m ²]
I_z	Momento de inércia de guinada da massa total	[kg.m ²]
I_{zzs}	Momento de inércia de guinada da massa suspensa	[kg.m ²]
I_{zzu}	Momento de inércia de guinada da massa não suspensa	[kg.m ²]
K_ϕ	Rigidez de rolamento total do sistema de suspensão	[N.m/rad]
$K_{\phi f}$	Rigidez de rolamento do sistema de suspensão dianteiro	[N.m/rad]
$K_{\phi r}$	Rigidez de rolamento do sistema de suspensão traseiro	[N.m/rad]
K_f	Rigidez da suspensão dianteira	[N/m]
K_r	Rigidez da suspensão traseira	[N/m]
L	Distância entre eixos	[m]
m	Massa total	[kg]
M_{arb}	Momento gerado pela barra estabilizadora	[N.m]
m_s	Massa suspensa	[kg]
m_u	Massa não suspensa	[kg]
N	Soma das forças normais atuando nos pneus externos a curva	[N]
r	Raio da curva	[m]
R_y	Reação lateral atuando no centro de rolamento da carroceria	[N]
R_z	Reação vertical atuando no centro de rolamento da carroceria	[N]
S	Distância entre amortecedores ou molas	[m]
S_{bf}	Distância entre amortecedores dianteiros	[m]
S_{br}	Distância entre amortecedores traseiros	[m]
S_{kf}	Distância entre molas dianteiras	[m]

S_{kr}	Distância entre molas traseiras	[m]
S_r	Relação entre o esterçamento no volante e nas rodas	[rad/rad]
t	Comprimento médio das bitolas ou tempo	[m] ou [s]
T_f	Comprimento da bitola dianteira	[m]
T_r	Comprimento da bitola traseira	[m]
v	Velocidade tangencial a curva	[m/s]
V	Vetor de velocidade do centro de gravidade do veículo	[m/s]
V_f	Vetor de velocidade das rodas dianteiras	[m/s]
V_r	Vetor de velocidade das rodas traseiras	[m/s]
V_x	Velocidade longitudinal do veículo	[m/s]
V_y	Velocidade lateral do veículo	[m/s]
\dot{V}_y	Aceleração lateral do veículo devido ao deslocamento na direção Y	[m/s ²]
W_f	Carga estática atuando no eixo dianteiro	[N]
W_r	Carga estática atuando no eixo traseiro	[N]
X	Deslocamento na direção longitudinal ou coordenada longitudinal	[m]
Y	Deslocamento na direção lateral ou coordenada lateral	[m]
Z	Deslocamento na direção vertical ou coordenada vertical	[m]
$[A]$	Matriz usada na solução do modelo linear de pneus	
$[E]$	Matriz que multiplica a primeira derivada do vetor resposta (Modelo linear de pneus)	
$[F]$	Matriz que multiplica o vetor resposta (Modelo linear de pneus)	
$[K]$	Matriz que multiplica a primeira derivada do vetor resposta (Modelo não linear de pneus)	
$[L]$	Matriz que multiplica o vetor resposta (Modelo não linear de pneus)	
$[M]$	Matriz que multiplica o vetor de forças laterais (Modelo não linear de pneus)	
$[N]$	Matriz usada na solução do modelo não linear de pneus	
$\{B\}$	Vetor usado na solução do modelo linear de pneus	
$\{G\}$	Vetor que multiplica o ângulo de esterçamento (Modelo linear de pneus)	
$\{O\}$	Vetor usado na solução do modelo não linear de pneus	
$\{x\}$	Vetor resposta (Modelo linear de pneus)	
$\{\dot{x}\}$	Primeira derivada do vetor resposta (Modelo linear de pneus)	
$\{y\}$	Vetor resposta (Modelo não linear de pneus)	
$\{\dot{y}\}$	Primeira derivada do vetor resposta (Modelo não linear de pneus)	

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
1.1. OBJETIVOS	17
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1. DINÂMICA VEICULAR	18
2.2. ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE	26
2.3. TRABALHOS RELACIONADOS	32
3. METODOLOGIA	35
3.1. ANÁLISE EM REGIME TRANSIENTE	35
3.1.1 <u>MODELO DE TRÊS GDL COM FORMULAÇÃO LINEAR DE PNEUS</u>	35
3.1.2 <u>MODELO DE TRÊS GDL COM FORMULAÇÃO NÃO LINEAR DE PNEUS</u>	39
3.2. APRESENTAÇÃO DOS ESTUDOS	42
3.3. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PNEUS	43
3.4. ANÁLISE DO MODELO	45
3.5. VARIAÇÃO DA ALTURA DO CG DO VEÍCULO	48
3.6. COMPARAÇÃO ENTRE OS VEÍCULOS	49
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
4.1. RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PNEUS	52
4.2. RESULTADOS DA ANÁLISE DO MODELO	59
4.3. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA ALTURA DO CG DO VEÍCULO	62
4.4. RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE VEÍCULOS	65
5. CONCLUSÕES	70
REFERÊNCIAS	73
APÊNDICE A - MODELOS DESENVOLVIDOS PELO AUTOR	76
APÊNDICE B - CÓDIGO FONTE DO MODELO LINEAR DE PNEUS	77
APÊNDICE C - CÓDIGO FONTE DO MODELO NÃO LINEAR DE PNEUS	82

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como propósito estudar a dinâmica lateral de veículos de passeio. Em uma análise de dinâmica veicular, diversas informações podem ser extraídas para caracterizar o comportamento de um veículo numa determinada manobra e velocidade. Nesse trabalho o foco foi direcionado para o rolamento da carroceria. Grandes ângulos de rolamento podem guiar o veículo para uma condição instável ou até um cenário de capotamento, e esse estado pode ser fatal aos ocupantes do veículo.

Segundo Travis et al. (2004) 3% de todos os acidentes envolvendo veículos leves, nos Estados Unidos da América, estão relacionados a situações de capotamento, sendo que, 1/3 dessas ocorrências são responsáveis por óbitos. Em 2002, nos Estados Unidos da América, foram relatadas 10.626 mortes relacionadas a veículos submetidos a estas condições (TRAVIS et al., 2004).

No Brasil, uma pesquisa do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), informou que no ano de 2011 foram registrados 188.925 acidentes de trânsito no Brasil, sendo que 7.352 estavam relacionados a situações de capotamento, ou seja, aproximadamente 4% de todos os acidentes (DNIT, 2016).

É importante notar que as estatísticas dos dois países não podem ser comparadas, visto que há uma diferença de nove anos entre cada um dos estudos, e nesse período a indústria automotiva passou por grandes avanços tecnológicos.

A elaboração de modelos matemáticos que possam prever esses eventos pode auxiliar na etapa de desenvolvimento de produtos mais seguros. Modelagens de dinâmica veicular podem ser utilizadas, por exemplo, para auxiliar em estudos de sistemas de controle de estabilidade. Esses sistemas são capazes de gerar correções nas instabilidades ocasionadas pelas condições severas de velocidade e esterçamento (ABBAS, 2011; BEAL, 2011; KINJAWADEKAR, 2009; PEREIRA, 2010). Como exemplo de sistemas de controle de estabilidade, existem veículos que são equipados com multieixos esterçantes, ou seja, as rodas dianteiras são esterçadas quando o volante é rotacionado, porém os pneus traseiros também podem ser esterçados a fim de corrigir qualquer eventual instabilidade presente no automóvel. Existem veículos esportivos (e.g. *Porsche 911 Turbo* e *Porsche 911 GT3*) já comercializados

que integram esses sistemas comercialmente conhecidos como *Rear-Wheel Steering (RWS)* ou *Rear-Axle Steering* (PORSCHE, 2016).

Recentemente a procura por veículos do tipo *SUV* tem crescido consideravelmente. De acordo com a Federação Nacional da Distribuição de Veículos Automotores (FENABRAVE) a participação das *SUVs* no mercado brasileiro aumentou de 9,49% para 14,82% de 2011 para 2015 (FENABRAVE, 2016a). O relatório mensal da FENABRAVE de julho de 2016 indicou que um dos automóveis mais emplacados do mês foi o *Jeep Renegade* com a 9ª posição e o *Honda HR-V* com a 10ª posição, sendo que ambos os veículos são modelos *SUV* (FENABRAVE, 2016b). Apesar desses veículos serem bem aceitos por grande parte dos clientes, diversos estudos mostram que essa classe de veículos possui uma forte tendência ao capotamento. Os veículos *SUV* são mais propensos ao capotamento devido à razão entre o comprimento das bitolas com a altura do centro de gravidade, logo quanto menor for essa razão, mais instável será o veículo em curva (CHERIAN et al., 2008; JANG; MARIMUTHU, 2006; MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006).

É importante notar que os modelos analisados nesse trabalho utilizam conceitos básicos de física e de dinâmica veicular. Apesar da simplicidade envolvida no equacionamento, diversas informações podem ser retiradas da análise, auxiliando na construção do conhecimento acerca da dinâmica lateral de veículos de passeio. Modelagens simplificadas conseguem reproduzir muito bem o comportamento de um veículo em termos de tendência ao capotamento (KINJAWADEKAR, 2009; WHITEHEAD et al., 2005).

Outra opção para estudar os fenômenos de dinâmica lateral está na confecção de veículos automotivos em escala reduzida, visto que esses sistemas são capazes de reproduzir de forma acurada comportamentos observados por experimentos práticos em tamanho real, economizando recursos financeiros, facilitando o controle de diversas variáveis associados ao ambiente de estudo, além de minimizarem os riscos envolvidos em testes de dinâmica veicular (TRAVIS et al., 2004). Nos testes de capotamento em escala real o veículo é equipado com um sistema de proteção conhecido como *outrigger*, caracterizado por extensões ou braços metálicos fixados à carroceria de forma que se possa visualizar o veículo na eminência do capotamento, porém evitando-se um possível acidente (DICKERSON et al., 1994).

Na próxima seção será feita uma revisão bibliográfica para introduzir os conhecimentos básicos e necessários para o entendimento de uma análise de dinâmica lateral. Será demonstrado um modelo disponível na literatura, que introduz o conceito do *Static*

Stability Factor (SSF), sendo essa uma variável muito importante para quantificar de forma simplificada a estabilidade do veículo em curva.

Serão apresentados dois modelos constituídos por três graus de liberdade (GDL). Os graus de liberdade são indicados pela guinada da carroceria, o rolamento da carroceria e o deslocamento lateral do veículo. As modelagens se diferem pela formulação da dinâmica dos pneus dos veículos, ou seja, linear e não linear, sendo que a abordagem não linear possui uma formulação mais complexa. Dentro do contexto exposto, os objetivos do trabalho estão dispostos abaixo.

1.1. OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Desenvolver um estudo acerca da dinâmica lateral de veículos de passeio, criando modelos matemáticos capazes de prever possíveis cenários de capotamento.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Introduzir o conceito de *SSF*, sendo esse um modelo simplificado e em regime permanente, de forma que os parâmetros mais influentes da análise sejam abordados;

Comparar os modelos de três GDL com formulação linear e não linear de pneus;

Analisar a capacidade do modelo mais complexo, comparando os resultados simulados com dados disponíveis na literatura;

Utilizar o modelo de três GDL com abordagem não linear de pneus para investigar os efeitos gerados na dinâmica de um veículo quando a altura do centro de gravidade (CG) é modificada;

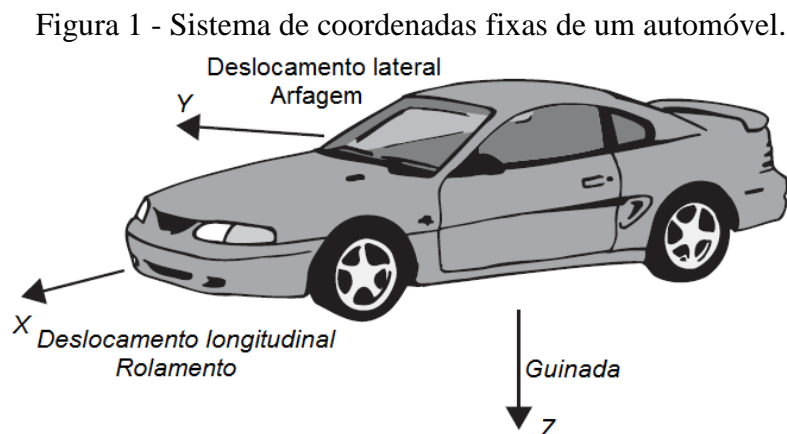
Comparar o comportamento de duas classes de veículos, *SUV* e *Sedan*, mantidas na mesma manobra e velocidade.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nas próximas subseções serão apresentados conceitos básicos relacionados a análises de dinâmica veicular e modelagens de dinâmica lateral em regime permanente.

2.1. DINÂMICA VEICULAR

Nessa seção serão apresentadas as definições dos principais parâmetros utilizados durante todo o trabalho. Na Figura 1 é possível observar o sistema de coordenadas fixas de um veículo automotivo que será utilizado nas próximas análises.



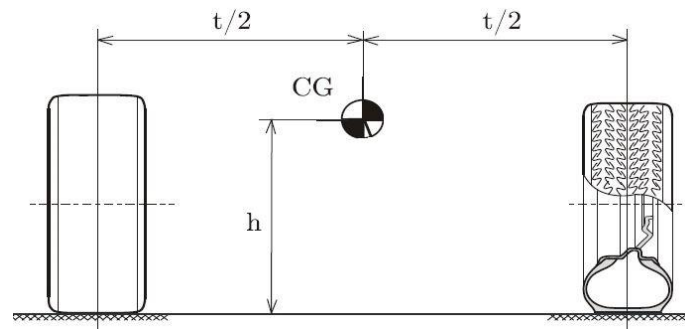
Fonte: Adaptado pelo autor de Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014, p. 55).

Considera-se que o momento de rolamento é desenvolvido em torno do eixo X , o momento de guinada é desenvolvido em torno do eixo Z e o momento de arfagem é desenvolvido em torno do eixo Y . Os graus de liberdade que descrevem a rotação em torno dos eixos X , Y e Z são dados pelos ângulos de rolamento (φ), arfagem (τ) e guinada (ψ) da carroceria, respectivamente (ULSOY; PENG; ÇAKMAKCI, 2014).

A massa total do veículo (m) costuma ser subdividida em duas partes, a massa suspensa (m_s) e a massa não suspensa (m_u). Segundo Popp e Schiehlen (2010), a massa suspensa pode ser representada por todo o corpo do veículo, enquanto a massa não suspensa é dada pela massa total das quatro rodas. Logo, m é dado pela soma de m_s e m_u .

De acordo com Leal, Rosa e Nicolazzi (2012), a bitola de um veículo pode ser definida de forma simplificada, através da distância entre as linhas verticais imaginárias que cortam o centro de cada pneu. Logo, um automóvel possuirá uma bitola dianteira e traseira, que não necessariamente possuem o mesmo comprimento. Na Figura 2 é representado o comprimento médio das bitolas (t) de um automóvel. Nesse trabalho os símbolos T_f e T_r serão utilizados para definir o comprimento das bitolas dianteiras e traseiras, respectivamente.

Figura 2 - Comprimento médio das bitolas de um automóvel.



Fonte: Adaptado pelo autor de Leal, Rosa e Nicolazzi (2012, p. 79).

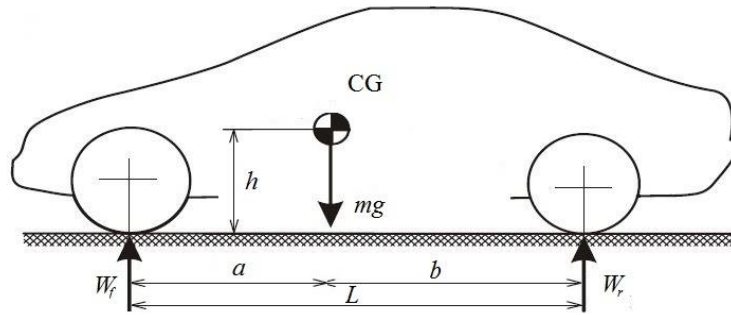
Segundo Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), a altura do centro de gravidade (h_m) pode ser medida do centro de gravidade da massa suspensa até o centro de rolamento da carroceria na direção vertical. Nesse trabalho serão utilizadas duas notações para representar a altura do centro de gravidade (i.e. h e h_m), sendo que h representa a distância entre o CG da massa suspensa e o solo na direção vertical. O centro de rolamento é definido por Leal, Rosa e Nicolazzi (2012) como um parâmetro dependente de cada tipo suspensão automotiva.

As cargas verticais estáticas aplicadas ao eixo traseiro (W_r) e dianteiro (W_f) do veículo podem ser calculadas de acordo com as Equações (1) e (2) (GILLESPIE, 1992). A aceleração da gravidade é dada por g , a distância entre eixos é representada por L e a distância entre o CG do veículo e o eixo dianteiro é indicada por a . Na Figura 3 é possível identificar os parâmetros mencionados até o momento.

$$W_r = \frac{mga}{L} \quad (1)$$

$$W_f = mg - W_r \quad (2)$$

Figura 3 - Representação das cargas verticais estáticas.



Fonte: Adaptado pelo autor de Leal, Rosa e Nicolazzi (2012, p. 72).

A aceleração lateral (a_y) de um veículo pode ser estabelecida pela sobreposição de alguns efeitos dinâmicos que ocorrem num veículo durante um esterçamento. A Equação (3) apresenta o cálculo para a aceleração lateral total (ULSOY; PENG; ÇAKMAKCI, 2014). O termo \dot{V}_y representa aceleração lateral do veículo devido ao deslocamento na direção Y e a velocidade longitudinal é indicada por V_x .

$$a_y = \dot{V}_y + V_x \psi + \frac{m_s h_m \ddot{\phi}}{m} \quad (3)$$

Um parâmetro importante para análises de capotamento é a transferência lateral de carga. Quando um veículo entra em uma curva, a massa suspensa do automóvel tende a ser empurrada na direção radial ao trajeto. Segundo Dahmani et al. (2015) a transferência lateral de carga atuando no eixo dianteiro (ΔF_{zf}) e traseiro (ΔF_{zr}) pode ser definida de acordo com as Equações (4) e (5), respectivamente. Os termos $C_{\phi f}$ e $C_{\phi r}$ representam o amortecimento de rolamento do sistema de suspensão dianteiro e traseiro, nesta ordem. A equação abaixo ainda introduz os termos de rigidez de rolamento do sistema de suspensão dianteiro ($K_{\phi f}$) e traseiro ($K_{\phi r}$).

$$\Delta F_{zf} = \frac{2}{T_f} (C_{\phi f} \dot{\phi} + K_{\phi f} \phi) \quad (4)$$

$$\Delta F_{zr} = \frac{2}{T_r} (C_{\phi r} \dot{\phi} + K_{\phi r} \phi) \quad (5)$$

De acordo com Whitehead (2005) a soma dos termos de amortecimento e rigidez de rolamento apresentados acima representam o amortecimento e a rigidez total de rolamento do sistema de suspensão, ou seja, C_ϕ e K_ϕ , como mostram as Equações (6) e (7).

$$C_{\phi} = C_{\phi f} + C_{\phi r} \quad (6)$$

$$K_{\phi} = K_{\phi f} + K_{\phi r} \quad (7)$$

Os termos apresentados anteriormente podem ser calculados através do coeficiente de amortecimento da suspensão dianteira e traseira (b_f e b_r), rigidez das molas dianteiras e traseiras (K_f e K_r), distância entre os amortecedores dianteiros e traseiros (S_{bf} e S_{br}) e distância entre molas dianteiras e traseiras (S_{kf} e S_{kr}) (WHITEHEAD, 2005). As Equações (8), (9), (10) e (11) apresentam o cálculo dos termos de amortecimento e rigidez de rolamento.

$$C_{\phi f} = 0,5 \cdot b_f \cdot S_{bf}^2 \quad (8)$$

$$C_{\phi r} = 0,5 \cdot b_r \cdot S_{br}^2 \quad (9)$$

$$K_{\phi f} = 0,5 \cdot K_f \cdot S_{kf}^2 \quad (10)$$

$$K_{\phi r} = 0,5 \cdot K_r \cdot S_{kr}^2 \quad (11)$$

A transferência lateral de carga em ambos os eixos auxilia no cálculo da força normal atuando sobre cada um dos quatro pneus do veículo, ou seja, nos pneus dianteiro direito (F_{zfR}) e esquerdo (F_{zfL}) e nos pneus traseiros direito (F_{zrR}) e esquerdo (F_{zrL}), como mostrado nas Equações (12), (13), (14) e (15). Sendo assim, toda carga transferida de uma roda é adicionada a outra.

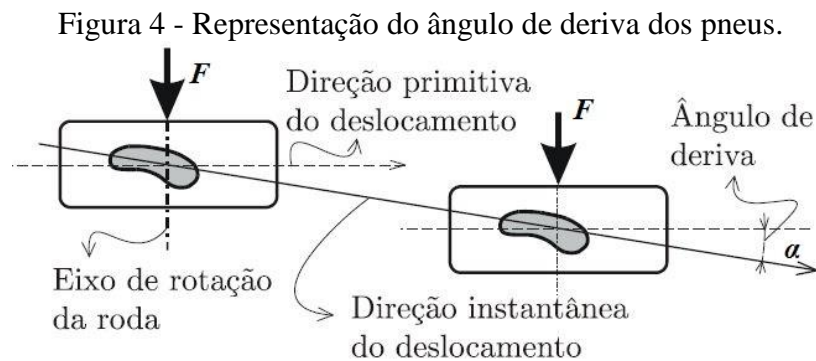
$$F_{zfL} = 0,5 \cdot W_f + \Delta F_{zf} \quad (12)$$

$$F_{zfR} = 0,5 \cdot W_f - \Delta F_{zf} \quad (13)$$

$$F_{zrL} = 0,5 \cdot W_r + \Delta F_{zr} \quad (14)$$

$$F_{zrR} = 0,5 \cdot W_r - \Delta F_{zr} \quad (15)$$

Quando um veículo realiza uma manobra, devido a uma força lateral, os pneus sofrem uma deformação no contato pneu-pista. Essa deformação pode ser modelada através de um ângulo, conhecido como ângulo de deriva, que pode ser desenvolvido tanto pelos pneus dianteiros quanto traseiros (α_f e α_r). Segundo Leal, Rosa e Nicolazzi (2012), o ângulo de deriva pode ser definido como o ângulo formado pelo plano médio do pneu e a direção de deslocamento do pneu seguida após a aplicação de uma força lateral. Na Figura 4 são apresentados os conceitos mencionados anteriormente. Na ilustração abaixo, F representa uma força lateral qualquer enquanto α representa o ângulo de deriva de qualquer um dos pneus.



Fonte: Adaptado pelo autor de Leal, Rosa e Nicolazzi (2012, p. 22).

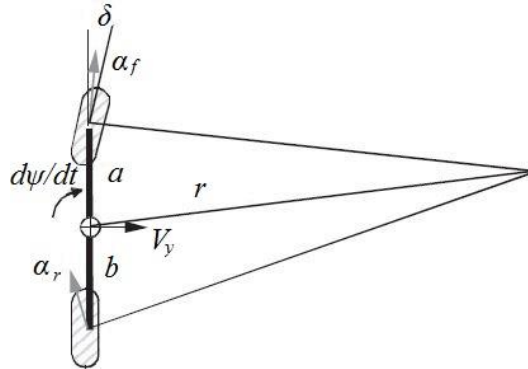
De acordo com Gillespie (1992) o ângulo de deriva ainda pode ser representado em relação ao CG do veículo (β). Os ângulos de deriva podem ser calculados pelas Equações (16), (17) e (18) demonstradas abaixo, onde o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras é dado por δ , e a distância entre o centro de gravidade do veículo e o eixo traseiro é representada pelo símbolo b .

$$\alpha_f = \delta - \beta - \frac{a\dot{\psi}}{V_x} \quad (16)$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{b\dot{\psi}}{V_x} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{V_y}{V_x} \quad (18)$$

Figura 5 - Modelo de bicicleta.



Fonte: Adaptado pelo autor de Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014, p. 63).

Em análises de dinâmica veicular geralmente utiliza-se uma formulação conhecida como modelo de bicicleta. Nesse modelo, assume-se que os ângulos de esterçamento referentes aos pneus dianteiros são os mesmos para o pneu interno e externo a curva, o que é válido para altas velocidades e zero efeito Ackerman (GILLESPIE, 1992; MILLIKEN; MILLIKEN, 1995). Na Figura 5 é ilustrada a proposta do modelo de bicicleta, onde r representa o raio da curva.

Conhecendo os ângulos de deriva e a força normal atuando nos pneus, é possível calcular a força lateral desenvolvida por cada pneu. Existem diversos modelos de pneus, os mais comuns são os modelos lineares e os não lineares.

Segundo Gillespie (1992), a força lateral atuando sobre cada pneu possui uma relação diretamente linear com o ângulo de deriva deste pneu. Logo, surge um termo de rigidez que relaciona a força lateral com o ângulo de deriva, conhecido como *tire cornering stiffness* (C_α). Nesse trabalho, o termo C_α será retratado como rigidez lateral do pneu. A Equação (19) apresenta a relação linear mencionada anteriormente.

$$F = C_\alpha \cdot \alpha \quad (19)$$

No modelo de bicicleta a força lateral é posicionada por eixo, logo é necessário agrupar as forças como sugerem as Equações (20) e (21). Ainda é possível calcular a força lateral total do sistema de acordo com a Equação (22). Os sub-índices r , f , R e L estão associados ao eixo traseiro, eixo dianteiro, pneus direitos e pneus esquerdos, respectivamente. Através da Equação (19) pode-se facilmente determinar a carga lateral aplicada a cada pneu, dada por F_{yfR} , F_{yfL} , F_{yrR} e F_{yrL} .

$$F_{yf} = F_{yfL} + F_{yfR} \quad (20)$$

$$F_{yr} = F_{yrL} + F_{yrR} \quad (21)$$

$$F_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (22)$$

De acordo com Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), a rigidez lateral de um pneu no modelo de bicicleta deve ser calculada por eixo. Sendo assim, a soma da rigidez dos dois pneus dianteiros é dada por C_{af} , e fazendo o mesmo para os pneus traseiros obtêm-se C_{ar} .

A dinâmica lateral de um pneu também pode ser modelada através de uma abordagem não linear. Um dos primeiros modelos não lineares de pneus foi desenvolvido por Bakker, Nyborg e Pacejka (1987).

Nesse trabalho foi implementado um modelo não linear de pneus apresentado por Whitehead (2005), conhecido como *Pacejka Tire Model* ou *Magic Formula*. A metodologia *Pacejka Tire Model* assume que as forças laterais agindo sobre cada um dos pneus são funções da carga vertical (F_z) e dos ângulos de deriva (α) aplicado aos pneus. Esse modelo utiliza dados provindos de um tipo genérico de pneu, o que é muito útil quando não há informações suficientes referentes à categoria utilizada no veículo em estudo.

O sistema conta com nove constantes, dispostas na Tabela 1. Os parâmetros de entrada para a análise são os ângulos de deriva nos pneus dianteiros ou traseiros em graus (α_f e α_r) e a carga normal aplicada sobre cada um dos pneus (F_{zfR} , F_{zfL} , F_{zrR} e F_{zrL}) em kN. Com isso, é possível determinar a carga lateral aplicada a cada pneu, indicada por F_{yfR} , F_{yfL} , F_{yrR} e F_{yrL} em N.

Tabela 1 - Constantes do *Pacejka Tire Model*.

a_1	-22,1	a_4	1,82	a_7	-0,354
a_2	1011	a_5	0,208	a_8	0,707
a_3	1078	a_6	0	C_1	1,3

Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2005, p. 26).

Os conjuntos de expressões dados pelas Equações (23), (24), (25), (26), (27) e (28) são a base do *Pacejka Tire Model* na determinação da carga lateral aplicada a cada pneu.

$$D_1 = a_1 \cdot F_z^2 + a_2 \cdot F_z \quad (23)$$

$$E_1 = a_6 \cdot F_z^2 + a_7 \cdot F_z + a_8 \quad (24)$$

$$B_2 = a_3 \cdot \text{sen}(a_4 \arctan(a_5 F_z)) \quad (25)$$

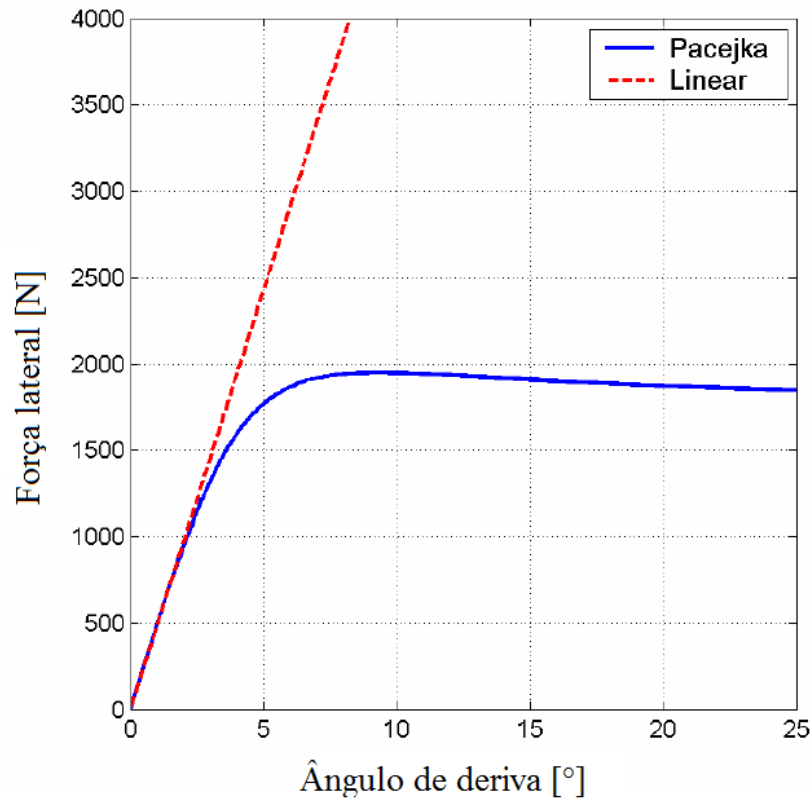
$$B_1 = \frac{B_2}{C_1 D_1} \quad (26)$$

$$\Phi_1 = (1 - E_1) \cdot \alpha + \left(\frac{E_1}{B_1} \right) \cdot \arctan(B_1 \cdot \alpha) \quad (27)$$

$$F = D_1 \text{sen}(C_1 \cdot \arctan(B_1 \Phi_1)) \quad (28)$$

Na Figura 6 é possível observar um comparativo entre um modelo linear e não linear de pneus. A abordagem linear se aproxima bem do comportamento de um pneu para pequenos ângulos de deriva. Na medida em que o pneu desenvolve grandes ângulos de deriva, a abordagem linear deixa de ser válida.

Figura 6 - Comparativo entre o modelo linear e não linear de pneus.



Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2005, p. 24).

Segundo Whitehead (2005), em ângulos de deriva de 2,5° a diferença entre o modelo linear e não linear é de 5,6%, enquanto para ângulos de deriva de 5,0° essa diferença ultrapassa os 37%. Dessa forma, o modelo não linear consegue demonstrar uma característica importante de pneus automotivos, ou seja, para grandes ângulos de deriva o pneu tende a não desenvolver maiores forças laterais, atingindo assim um ponto de saturação.

2.2. ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE

Nessa seção será apresentado um modelo simplificado e em regime permanente, apresentado por Penny (2004), que auxilia no entendimento dos principais parâmetros construtivos de um veículo automotivo que influenciam na sua dinâmica lateral e propensão ao capotamento. De acordo com Penny (2004), a estabilidade do veículo em curva pode ser descrita através de dois parâmetros de projeto, ou seja, pelo comprimento da bitola do veículo, que por simplificação é considerado como o mesmo para o eixo dianteiro e traseiro, e pela altura do centro de gravidade deste veículo. O mesmo modelo pode ser encontrado em publicações mais antigas, como Gillespie (1992) e Robertson e Kelley (1988).

Segundo Gillespie (1992), quanto maior for a altura do centro de gravidade de um veículo medida a partir do solo e menor for o comprimento das bitolas, menos estável será este veículo em curvas, sendo assim, mais propício ao capotamento. Desse modo, a sensibilidade de um veículo ao capotamento pode ser descrita por um índice de estabilidade, representado pela sigla *SSF*, que é uma função destes dois parâmetros de projeto discutidos anteriormente. O índice *SSF* pode também ser encontrado em outras literaturas como *Rollover Threshold (RT)*, como sugere Gillespie (1992).

Após diversas ocorrências envolvendo acidentes por capotamento nos Estados Unidos da América, uma agência filiada ao governo e incluída dentro do departamento de transportes, conhecida como *National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA)*, encarregou-se de ranquear diversos tipos de automóveis, como *Sedans*, *Wagons*, *Hatchbacks*, *Vans*, *SUVs* e *Pick-ups*, de acordo com um sistema de classificação de cinco estrelas que inclui o fator *SSF*. Os testes começaram a ser realizados com modelos de veículos de diversas montadoras do ano de 1990 e continuam sendo replicados até os dias de hoje. Esses testes práticos são conduzidos de acordo com o nível de segurança de cada veículo sob três condições básicas: colisão frontal, colisão lateral e capotamento (NHTSA, 2016).

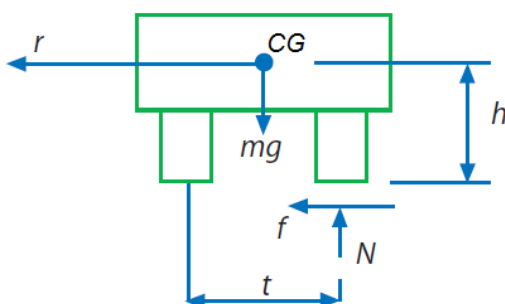
Existem basicamente dois tipos de capotamento, provindos dos termos em inglês, pode-se encontrar o capotamento do tipo *tripped* e *untripped*. O primeiro está associado aos

capotamentos que ocorrem devido aos obstáculos presentes na via como um buraco ou até mesmo pela colisão das rodas com o meio-fio. O segundo considera um veículo andando sobre um pavimento sem obstáculos no qual o capotamento ocorre unicamente devido às forças de atrito entre os pneus e o solo, também conhecido como *friction rollover* (PENNY, 2004).

Todos os modelos apresentados nesse trabalho levam em consideração uma pista sem irregularidades, categorizando um capotamento do tipo *untripped*.

Algumas considerações iniciais precisam ser levantadas para justificar a utilização da abordagem em regime permanente. O automóvel deve ser aproximado como um corpo rígido, como sugere a Figura 7, tal qual, o observador visualiza a traseira do veículo. Este veículo está realizando um desvio no sentido do raio da curva, dado por r . O comprimento médio das bitolas é dado por t e a altura do centro de gravidade é dada por h . O peso do veículo é indicado pelo produto da massa pela aceleração da gravidade, mg .

Figura 7 - Diagrama de corpo livre de um veículo realizando uma curva.



Fonte: Adaptado pelo autor de Penny (2004, p. 86).

Este modelo simplificado considera que o corpo rígido está na eminência do capotamento, logo surgem reações normais apenas nos pneus externos à curva. As reações normais nos pneus externos são simplificadas com uma única variável N , pelo mesmo motivo a força de atrito total nas duas rodas externas é representada por f .

Como se trata de um sistema idealizado, a condição de capotamento é identificada apenas quando as duas rodas internas, em relação à curva, perdem o contato com o solo, negligenciando situações na qual uma única roda fica totalmente suspensa no ar. Entretanto, é importante ter em mente que este último cenário também pode conduzir o veículo à perda de estabilidade (PENNY, 2004).

Utilizando uma abordagem quase estática ao redor do corpo rígido, e aplicando os conceitos de física Newtoniana, algumas equações podem ser derivadas de forma a obter a

constante SSF . Realizando o somatório de forças na direção da radial da curva, obtemos a expressão dada pela Equação (29).

$$f = \frac{mv^2}{r} \quad (29)$$

O termo que multiplica a massa na Equação (29) é representado pela aceleração centrípeta, sendo que a velocidade tangencial à curva é dada por v . Executando o mesmo procedimento demonstrado anteriormente, porém em relação à direção vertical e aplicando o somatório de momentos em torno do centro de gravidade são obtidas as Equações (30) e (31), respectivamente.

$$N = mg \quad (30)$$

$$N \frac{t}{2} - fh = 0 \quad (31)$$

Substituindo a Equação (29) e (30) dentro da Equação (31), é possível representar as condições necessárias para que o veículo se situe no limiar do capotamento, ou seja, com as duas rodas internas suspensas no ar, de acordo com a Equação (32). Os termos do lado esquerdo e direito da expressão apresentada abaixo se referem ao SSF , entretanto, costuma-se utilizar o termo do lado esquerdo da equação, já que esse é mais intuitivo, e pode indicar, de forma simplificada, quais parâmetros são mais relevantes numa abordagem elementar.

$$\frac{t}{2h} = \frac{v^2}{rg} \quad (32)$$

Por fim, o comportamento descrito anteriormente pode ser mais bem representado pela Equação (33). Analisando a equação abaixo, percebe-se que valores de SSF maiores estão associados a veículos mais estáveis em curvas. Dessa maneira, veículos com altos valores de SSF , podem realizar curvas em velocidades mais altas, sem correrem tanto risco de capotar. É importante perceber que os cálculos realizados até o momento consideram que o veículo se comporta como um corpo rígido e dessa forma os efeitos associados a rigidez do sistema de direção e de suspensão não são levados em consideração.

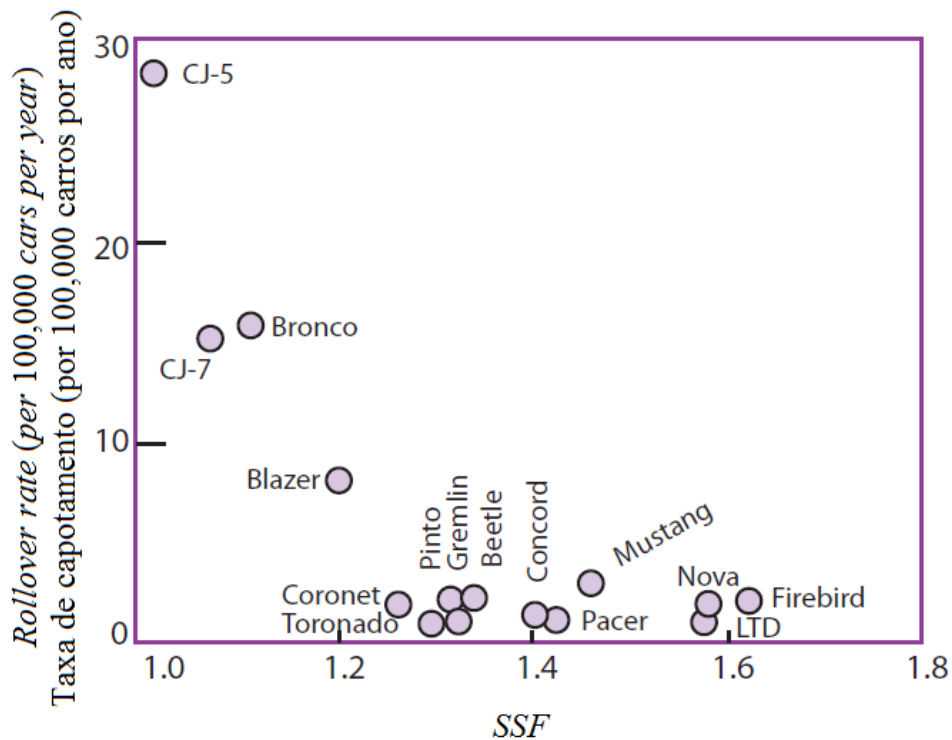
Quando um veículo realiza uma curva, seu centro de gravidade é deslocado para o lado de fora da curva, isso reduz significativamente a distância entre os pneus externos e o centro de gravidade do veículo, o que irá impactar diretamente no braço de alavanca ($t/2$), representado na Equação (31). Como se pode perceber pela Equação (33), com este braço de

alavanca reduzido, o veículo se torna mais sensível às cargas laterais. Pode-se ainda considerar o fato de que os pneus se deformam durante uma curva, com isso, o ponto de aplicação da força normal entre o pneu e a pista se desloca suavemente para dentro do veículo, e pelo mesmo motivo apresentado anteriormente, o mesmo braço de alavanca é reduzido (PENNY, 2004).

Segundo Gillespie (1992) quando os efeitos da suspensão e da rigidez dos pneus são levados em consideração, o valor do SSF é reduzido em 10%.

$$SSF = \frac{t}{2h} \quad (33)$$

Figura 8 - Taxa de acidentes por capotamento nos Estados Unidos da América.



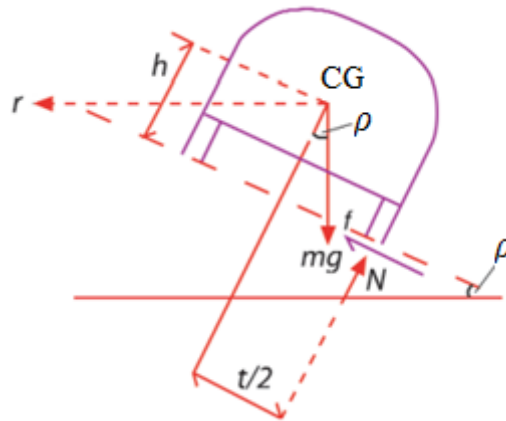
Fonte: Adaptado pelo autor de Penny (2004, p. 90).

Segundo os estudos realizados por Robertson e Kelley (1988), veículos com *SSF* menores que 1,2 estão associados a uma alta taxa de acidentes por capotamento, enquanto veículos com *SSF* superiores a 1,2 possuem um número ínfimo de ocorrências de acidentes por capotamento quando comparados com os anteriores. Esses dados foram novamente plotados por Gillespie (1992), readaptados por Penny (2004) e estão representados na Figura 8. Os dados apresentados na figura acima apresentam a taxa de acidentes por capotamento nos Estados Unidos da América, dado por 100.000 carros por ano, em função do índice *SSF*.

De acordo com Penny (2004), a elaboração matemática do índice *SSF* pode ser reformulada para levar em consideração o ângulo de inclinação da pista (ρ). Na Figura 9 é apresentado esse novo cenário. Nessa abordagem, as componentes de força devem ser decompostas nas direções apresentadas na Figura 9.

Aplicando os mesmos passos realizados anteriormente é possível obter as Equações (34), (35) e (36), através do somatório de forças na direção radial da curva, somatório de forças na direção vertical e somatório de momentos em torno do centro de gravidade, respectivamente.

Figura 9 - Diagrama de corpo livre do veículo realizando uma curva num plano inclinado.



Fonte: Adaptado pelo autor de Penny (2004, p. 87).

$$f \cos(\rho) - N \sin(\rho) = \frac{mv^2}{r} \quad (34)$$

$$N \cos(\rho) + f \sin(\rho) - mg = 0 \quad (35)$$

$$f = N \frac{t}{2h} \quad (36)$$

Substituindo a Equação (36) dentro da Equação (34) e (35), obtemos a Equação (37) e (38), respectivamente.

$$N = \frac{mv^2}{r} \cdot \left(\frac{t}{2h} \cos(\rho) - \sin(\rho) \right)^{-1} \quad (37)$$

$$N = mg \cdot \left(\frac{t}{2h} \sin(\rho) + \cos(\rho) \right)^{-1} \quad (38)$$

Por fim, igualando as Equações (37) e (38) obtêm-se a Equação (39). Para essa última expressão, espera-se que na medida em que a inclinação do plano aumente, o veículo fique cada vez mais propício ao capotamento. De forma análoga, ângulos de inclinação negativos auxiliam na estabilidade lateral do veículo, motivo pelo qual as rodovias estaduais e federais, assim como circuitos de competição, como a *National Association for Stock Car Auto Racing (NASCAR)* possuem este tipo de configuração de pista.

$$\frac{\frac{t}{2h} - \tan(\rho)}{\frac{t}{2h} \tan(\rho) + 1} = \frac{v^2}{rg} \quad (39)$$

A análise pode ser ainda mais simplificada considerando que a velocidade tangencial à curva é igual à zero, ou seja, que o veículo está em repouso. Este último passo resume a equação anterior para a Equação (40). Esta nova vertente representa as condições de capotamento para um veículo estacionado num plano inclinado, além de poder ser utilizada para medir de forma experimental o valor *SSF*. Esse teste é popularmente conhecido como *tilt-table test* ou *dolly rollover test*, no qual um determinado veículo é posicionado numa plataforma móvel, enquanto as rodas mais próximas ao chão são restringidas para o veículo não escorregar. No momento em que o veículo se encontra na eminência do tombamento, os cálculos são realizados experimentalmente, e o *SSF* pode ser obtido como um parâmetro experimental. De acordo com Penny (2004), apesar desse teste possuir caráter puramente estático, os efeitos dinâmicos da suspensão e da rigidez dos pneus são parcialmente reproduzidos.

$$\tan(\rho) = \frac{t}{2h} = SSF \quad (40)$$

Segundo Penny (2004) ainda é possível derivar um conjunto de equações similares às visualizadas nos dois modelos anteriores, a fim de obter uma relação direta entre o coeficiente de atrito dinâmico do conjunto pneu-pista com o índice *SSF*. De forma intuitiva, esta análise demonstra que quanto maior for o coeficiente de atrito dinâmico maior será a tendência de o veículo capotar, e quanto menor for o coeficiente de atrito maior será a propensão de o veículo deslizar sobre a pista.

2.3. TRABALHOS RELACIONADOS

Nessa seção serão mencionadas as principais referências que contribuíram para a elaboração desse trabalho e que possuem relação direta com os conceitos aqui apresentados.

Um estudo desenvolvido por Dahmani et al. (2015) apresenta um modelo de dinâmica veicular que pode auxiliar na previsão de eventos de capotamento. O equacionamento possui características transientes, inclui o ângulo de inclinação da pista e auxiliou o autor no entendimento de análises de dinâmica lateral. O sistema ainda introduz a transferência lateral de carga nos eixos do automóvel, como é apresentado nas Equações (4) e (5).

O trabalho desenvolvido por Whitehead (2005) apresenta uma abordagem extensa a respeito de dinâmica lateral de veículos automotivos. Além disso, o estudo pode contribuir para o entendimento de diversos parâmetros, abordagens, conceitos e equacionamentos relacionados à dinâmica lateral de automóveis. Essa obra engloba um modelo de dinâmica veicular onde são introduzidos submodelos como: o modelo de bicicleta; a transferência lateral de carga; o modelo não linear de pneus (*Pacejka Tire Model*). O estudo ainda buscou validar os modelos apresentados através da comparação dos resultados com dados de testes experimentais disponíveis na literatura. Por fim, a obra ainda introduz estudos relacionados a sistemas de controle de estabilidade e implementação de veículos em escala reduzida.

Uma avaliação da dinâmica lateral de veículos comerciais montados com multieixos esterçantes foi realizada por Pereira (2010). Esse estudo pode guiar o autor no entendimento de algumas variáveis e parâmetros que dificilmente são encontrados ou traduzidos para a língua portuguesa. O estudo em questão procura investigar o comportamento dinâmico de um ônibus equipado com eixos multiesterçantes, que tem como finalidade tornar o veículo mais estável em curvas. As análises foram elaboradas no programa de computador comercial *Matlab/Simulink*, e foram incluídas as não linearidades desenvolvidas pelos pneus do veículo.

A obra de Jang e Marimuthu (2006) apresenta um modelo matemático capaz de representar de forma acurada o comportamento dinâmico de dois veículos automotivos (*Chevrolet Blazer 2001* e *Ford Taurus GL 1994*). O estudo ainda buscou avaliar as tendências dos veículos ao variar algumas das suas propriedades construtivas. O trabalho de Jang e Marimuthu (2006) apresenta diversos parâmetros construtivos de veículos automotivos, e esses dados foram utilizados como referência nesse trabalho. Como será visto nas próximas seções, estudos de dinâmica lateral contam principalmente com as manobras que os veículos desempenham. A obra mencionada anteriormente agrega as manobras padronizadas *Fishhook*

Ia e *J-Turn* e os detalhes referentes às manobras foram implementados nesse trabalho com base nas curvas disponibilizadas por Jang e Marimuthu (2006).

A resposta de veículos automotivos às condições críticas de esterçamento e velocidade foi estudada por Dorohoff (2003). A pesquisa buscou criar um modelo matemático e comparar os resultados obtidos com simulações realizadas em outros programas de computador comerciais de dinâmica veicular, como o *CarSim*TM.

A *NHTSA* desenvolveu testes experimentais em diversos tipos de veículos automotivos (FORKENBROCK, 2002). Esses testes buscam avaliar o desempenho dinâmico desses automóveis em diversas manobras padronizadas. Esses relatórios ainda informam diversos parâmetros (e.g. momentos de inércia, massas, distância entre eixos, comprimento de bitolas, altura do centro de gravidade, dentre outros) construtivos dos veículos testados.

Os modelos de dinâmica veicular podem ser utilizados como base no desenvolvimento de sistemas de controle de estabilidade, como apresentado por Beal e Gerdes (2010). Esse artigo apresenta um modelo capaz de impor melhorias na estabilidade de veículos automotivos, por meio do esterçamento imposto nas rodas traseiras.

O trabalho desenvolvido por Kinjawadekar (2009) propõe o desenvolvimento de um sistema de controle de estabilidade, *Electronic Stability Control (ESC)*, utilizando modelos computacionais em programas de computador comerciais como *Matlab/Simulink* e *CarSim*TM. O objetivo desses trabalhos é demonstrar, para um modelo matemático validado, as vantagens do uso de sistemas de controle sobre o desempenho dinâmico de automóveis.

Schofield (2006) desenvolveu um estudo robusto relacionado à dinâmica lateral veicular. Nessa obra foram derivados diversos modelos matemáticos que representam a dinâmica de um automóvel, diferentes equacionamentos de pneus, análises em regime permanente, conceitos de transferência lateral de carga, metodologias para a detecção de eventos de capotamento e diferentes metodologias para sistemas de controle de estabilidade.

Diversos estudos relacionados a metodologias de sistemas de controle de estabilidade podem ser encontrados na literatura. O artigo desenvolvido por Geng et al. (2009) demonstra uma forma alternativa de aprimorar a dinâmica lateral de um automóvel elétrico, através do controle do momento de guinada do veículo, utilizando-se motores elétricos para esterçar as rodas.

A obra elaborada por Palmieri et al. (2008) aborda diversos temas relacionados a dinâmica veicular, como: sistemas de controle, modelo de bicicleta e transferência lateral de carga. O artigo mencionado anteriormente contribuiu no entendimento de algumas variáveis intrínsecas de modelos de dinâmica lateral.

Elmi, Ohadi e Samadi (2013) desenvolveram um estudo sobre um sistema de controle de estabilidade (e.g. *Active Front-Steering Control*) para *SUVs*. O estudo foi conduzido através de simulações computacionais. Os equacionamentos foram divididos em sistemas de dois, três e oito GDL com formulação linear e não linear de pneus. O objetivo foi direcionado para a comparação entre cada tipo de abordagem matemática. Um estudo desenvolvido por Shim e Ghike (2007) possui uma abordagem muito semelhante ao estudo anterior, onde diversos modelos de dinâmica veicular são comparados e analisados de acordo com suas capacidades.

Vários outros trabalhos voltados para questões de segurança veicular (i.e. sistemas de controle de estabilidade) foram utilizados para o desenvolvimento desse trabalho (BEAL, 2011; CONG; XINYE; HONGWU, 2014; SAFI; ENTEZARI, 2012). Apesar desse trabalho não propor o desenvolvimento de sistemas de controle de estabilidade, as ideias encontradas nesses referenciais puderam servir de base para o entendimento de conceitos e equações, visto que, os modelos simplificados são a base para o desenvolvimento de sistemas de controle.

Os estudos envolvendo comportamentos dinâmicos de automóveis podem ser reforçados com o uso de programas de computador comerciais específicos voltados para dinâmica veicular. Muitos estudos buscam comparar os dados obtidos nos modelos criados pelos próprios autores com os resultados obtidos em programas de computador robustos (e.g. *CarSimTM* ou *Adams/Car*) (DAHMANI et al., 2013; DAHMANI et al., 2015; TURNIP; FAKHRURROJA, 2013).

Certos trabalhos se preocupam em analisar o impacto que uma única variável impõe na dinâmica de um veículo, como o caso do artigo publicado por Sakai e Satoh (1994), onde o objetivo da obra foi direcionado para a análise do impacto da altura do centro de gravidade no comportamento dinâmico do automóvel.

Os modelos de dinâmica veicular geralmente necessitam de um submodelo de pneus. Esses sistemas costumam ser lineares ou não lineares. Os principais conceitos utilizados no desenvolvimento desse trabalho se basearam nas abordagens de Bakker, Nyborg e Pacejka (1987) e Whitehead (2005) para o sistema não linear de pneus, e Gillespie (1992) para o caso linear.

3. METODOLOGIA

Nesse capítulo será apresentada a metodologia empregada nesse trabalho, incluindo todos os parâmetros e conceitos necessários para obtenção dos resultados.

Inicialmente serão apresentados dois modelos em regime transiente com formulação linear e não linear de pneus. Esses dois sistemas foram utilizados na obtenção de todos os resultados contidos nesse trabalho.

3.1. ANÁLISE EM REGIME TRANSIENTE

As duas subseções a seguir trazem conceitos de modelos de dinâmica lateral em regime transiente, com equacionamento linear e não linear de pneus.

3.1.1 MODELO DE TRÊS GDL COM FORMULAÇÃO LINEAR DE PNEUS

Até o momento, a dinâmica lateral de um veículo foi descrita basicamente de acordo com a altura do centro de gravidade e o comprimento médio das bitolas. De acordo com Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), diversos parâmetros podem ser introduzidos numa análise de dinâmica lateral de veículos automotivos para avaliar suas respectivas influências.

O modelo apresentado nessa seção foi adaptado do desenvolvimento de Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), utiliza conceitos básicos de física Newtoniana, conta com um equacionamento em regime transiente, possui três GDL e uma formulação linear para os pneus.

Os graus de liberdade são dados pelo rolamento da carroceria, guinada da carroceria e deslocamento lateral. Os momentos de arfagem foram negligenciados, devido à consideração de que a transferência longitudinal de carga é muito pequena. A transferência longitudinal de carga passa ser mais expressiva quando ocorrem frenagens ou acelerações muito bruscas. Logo, o modelo passa a se aproximar mais dos fenômenos observados na prática quando o veículo desenvolve uma velocidade longitudinal constante.

Os dados de entrada para o modelo são os parâmetros construtivos do veículo, o perfil da manobra, que irá impactar diretamente no ângulo de esterçamento imposto nas rodas, e a velocidade longitudinal desenvolvida durante o percurso.

Os dados de saída são apresentados como funções do tempo, como o deslocamento longitudinal e vertical, velocidade lateral, aceleração lateral, ângulo de rolamento da carroceria, ângulo de deriva em relação ao CG do veículo, velocidade angular de guinada da carroceria, velocidade angular de rolamento da carroceria, forças normais aplicadas aos pneus, forças laterais aplicadas aos pneus, transferência lateral de carga nos eixos dianteiros e traseiros e ângulo de deriva desenvolvido pelos pneus dianteiros e traseiros.

O modelo leva em consideração a transferência lateral de carga, porém o cálculo foi realizado apenas no pós-processamento dos dados. O sistema ainda conta com o modelo de bicicleta. As equações que definem esse modelo são determinadas através dos três GDL mencionados anteriormente. De acordo com Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), utilizando o modelo de bicicleta, apresentado na Figura 5, pode-se realizar o somatório de forças na direção lateral (eixo Y), o somatório de momentos em torno do eixo Z e X , resultando nas Equações (41), (42) e (43), apresentadas abaixo. Os termos Y_β , Y_r , Y_φ , Y_δ , N_β , N_r , N_φ , N_δ , L_φ e L_p serão descritos em maiores detalhes mais adiante. O desenvolvimento das equações abaixo pode ser encontrado em maiores detalhes no trabalho de Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), e será negligenciado nas próximas etapas.

$$\sum F_y = m(\dot{V}_y + V_x \dot{\psi}) + m_s h_m \ddot{\phi} = Y_\beta \beta + Y_r \dot{\psi} + Y_\varphi \phi + Y_\delta \delta \quad (41)$$

$$\sum M_z = I_z \ddot{\psi} + I_{xz} \ddot{\phi} = N_\beta + N_r \dot{\psi} + N_\varphi \phi + N_\delta \delta \quad (42)$$

$$\sum M_x = I_x \ddot{\phi} + m_s h_m (\dot{V}_y + V_x \dot{\psi}) + I_{xz} \ddot{\psi} = L_\varphi \phi + L_p \dot{\phi} \quad (43)$$

Como próximo passo, as equações apresentadas acima foram reorganizadas na forma matricial, o que auxilia na implementação do sistema em um código para ser posteriormente solucionado em um programa de computador comercial. A dinâmica do veículo é representada pelo sistema matricial da Equação (44). As matrizes $[E]$ e $[F]$, e o vetor $\{G\}$ são determinados pelas Equações (45), (46) e (47), enquanto o vetor de respostas $\{x\}$ é determinado pela Equação (48).

$$[E]\{\dot{x}\} + [F]\{x\} = \{G\}\delta \quad (44)$$

$$[E] = \begin{bmatrix} mV_x & 0 & m_s h_m & 0 \\ 0 & I_z & I_{xz} & 0 \\ m_s h_m V_x & I_{xz} & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$[F] = \begin{bmatrix} -Y_\beta & mV_x - Y_r & 0 & -Y_\phi \\ -N_\beta & -N_r & 0 & -N_\phi \\ 0 & m_s h_m V_x & -L_p & -L_\phi \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\{G\} = \begin{Bmatrix} Y_\delta \\ N_\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (47)$$

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (48)$$

A solução do modelo, apresentado pela Equação (44), pode ser viabilizada através da inversão das matrizes. Logo, rearranjando o sistema obtêm-se a Equação (49).

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x\} + \{B\}\delta \quad (49)$$

A matriz $[A]$ e o vetor $\{B\}$ são definidos pelas Equações (50) e (51).

$$[A] = -[E]^{-1}[F] \quad (50)$$

$$\{B\} = [E]^{-1}\{G\} \quad (51)$$

Os termos de momentos de inércia contidos na matriz $[E]$ são descritos pelas Equações (52), (53) e (54). O sistema conta com diversos parâmetros de momentos inércia dados por I_x , I_{xxs} , I_{xz} , I_z , I_{zxs} e I_{zzu} . A descrição de cada termo é informada na Lista de Símbolos, e será omitida nessa seção. θ_R é dado pelo ângulo entre o eixo X e o eixo de rolamento da

massa suspensa, c indica a distância entre o CG da massa total e do CG da massa suspensa na direção X , enquanto e representa a distância entre o CG da massa suspensa e o CG da massa não suspensa na direção X . Todos os parâmetros informados abaixo são mantidos constantes durante toda simulação.

$$I_x = I_{xxs} + m_s h_m^2 - 2\theta_R I_{xz_s} + I_{zz_s} \theta_R^2 \quad (52)$$

$$I_{xz} = m_s h_m c - I_{xz_s} + \theta_R I_{zz_s} \quad (53)$$

$$I_z = I_{zz_s} + I_{zz_u} + m_s c^2 + m_u e^2 \quad (54)$$

Os termos contidos na matriz $[F]$ são descritos pelas Equações (55), (56), (57), (58), (59), (60), (61) e (62). A maior parte dos termos apresentados abaixo já foi introduzida nas seções anteriores. Assumindo que a velocidade longitudinal seja constante, todos os termos apresentados abaixo permanecem constantes durante toda simulação, incluindo as derivadas de primeira ordem. O parâmetro $\partial\delta_r/\partial\varphi$ relaciona o esterçamento das rodas traseiras com o ângulo de rolamento da carroceria, caso este parâmetro for unitário, para cada radiano que a carroceria rotacionar, as rodas traseiras irão esterçar um radiano como resposta. O mesmo vale para o termo $\partial\gamma_f/\partial\varphi$, que é dado pela relação entre o ângulo de *camber* dianteiro e o ângulo de rolamento da carroceria. O modelo ainda introduz a rigidez oferecida pelo sistema de *camber* dianteiro (C_{γ_f}) em N/rad.

Por fim, os termos do vetor $\{G\}$ são definidos de acordo com as Equações (63) e (64).

$$Y_\beta = -(C_{\alpha_f} + C_{\alpha_r}) \quad (55)$$

$$Y_r = \frac{(b \cdot C_{\alpha_r} - a C_{\alpha_f})}{V_x} \quad (56)$$

$$Y_\phi = C_{\alpha_r} \frac{\partial\delta_r}{\partial\varphi} + C_{\gamma_f} \frac{\partial\gamma_f}{\partial\varphi} \quad (57)$$

$$N_\beta = b \cdot C_{\alpha_r} - a C_{\alpha_f} \quad (58)$$

$$N_r = -\frac{(b^2 C_{\alpha_r} + a^2 C_{\alpha_f})}{V_x} \quad (59)$$

$$N_\varphi = -b \cdot C_{ar} \frac{\partial \delta_r}{\partial \varphi} + a \cdot C_{af} \frac{\partial \gamma_f}{\partial \varphi} \quad (60)$$

$$L_p = -C_\varphi \quad (61)$$

$$L_\varphi = m_s g h_m - K_\varphi \quad (62)$$

$$Y_\delta = C_{af} \quad (63)$$

$$N_\delta = a \cdot C_{af} \quad (64)$$

Após solucionar o modelo matricial dado pela Equação (49) algumas variáveis secundárias podem ser calculadas no pós-processamento de dados. Dentre essas variáveis pode ser obtida: a velocidade lateral isolando o termo V_y na Equação (18); derivada do ângulo de deriva em relação ao CG ($\partial\beta/\partial t$), derivando-se o próprio ângulo de deriva em relação ao CG (β); aceleração angular de rolamento da carroceria ($\partial^2\varphi/\partial t^2$) derivando a velocidade angular de rolamento da carroceria ($\partial\varphi/\partial t$); aceleração lateral total como sugere a Equação (3); transferência lateral de carga nos eixos dianteiros e traseiros de acordo com as Equações (4) e (5); ângulos de deriva nos pneus dianteiros e traseiros como sugerem as Equações (16) e (17); forças normais atuando nos pneus através do equacionamento apresentado nas Equações (12), (13), (14) e (15); forças laterais de acordo com o sistema linear apresentado nas Equações (19), (20) e (21); e os deslocamentos laterais e longitudinais integrando as velocidades laterais e longitudinais.

3.1.2 MODELO DE TRÊS GDL COM FORMULAÇÃO NÃO LINEAR DE PNEUS

Nessa subseção será introduzido um modelo baseado no equacionamento desenvolvido por Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014). O modelo conta com conceitos básicos de física Newtoniana, baseia-se num equacionamento em regime transiente, possui três GDL e uma formulação não linear para os pneus.

Os graus de liberdade são dados pelo rolamento da carroceria, guinada da carroceria e deslocamento lateral. Os momentos de arfagem foram negligenciados devido aos mesmos motivos mencionados na subseção anterior.

Os dados de entrada e saída para o modelo são os mesmos apresentados no modelo de três GDL com abordagem linear de pneus.

O modelo leva em consideração a transferência lateral de carga, porém nesse caso o cálculo é realizado durante a própria solução do sistema, ou seja, durante a solução da matriz que determina a dinâmica lateral do veículo. O sistema ainda conta com o modelo de bicicleta, porém como nesse momento a transferência de carga é introduzida dentro da solução do problema costuma-se chamar o sistema de modelo de bicicleta de quatro rodas (*four wheel bicycle model*) (WHITEHEAD, 2005).

De acordo com Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014), realizando o mesmo procedimento de cálculo feito anteriormente, pode-se obter o somatório de forças na direção lateral (eixo Y), o somatório de momentos em torno do eixo Z e X do veículo, assim obtendo-se as Equações (65), (66) e (67), apresentadas abaixo.

$$\sum F_y = m(\dot{V}_y + V_x \dot{\psi}) + m_s h_m \ddot{\phi} = F_{yf} + F_{yr} \quad (65)$$

$$\sum M_z = I_z \ddot{\psi} + I_{xz} \ddot{\phi} = a \cdot F_{yf} \cdot \cos(\delta) - b \cdot F_{yr} \quad (66)$$

$$\sum M_x = I_x \ddot{\phi} + m_s h_m (\dot{V}_y + V_x \dot{\psi}) + I_{xz} \ddot{\psi} = (m_s g h_m - K_\phi) \cdot \phi - C_\phi \dot{\phi} \quad (67)$$

As equações apresentadas acima foram reorganizadas para forma matricial. A dinâmica lateral do veículo é representada pelo sistema matricial da Equação (68). As matrizes $[K]$, $[L]$ e $[M]$ são determinadas pelas Equações (69), (70) e (71), enquanto o vetor de respostas $\{y\}$ é determinado pela Equação (72).

$$[K]\{y\} + [L]\{\dot{y}\} = [M] \cdot \begin{Bmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{Bmatrix} \quad (68)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} m & 0 & m_s h_m & 0 \\ 0 & I_z & I_{xz} & 0 \\ -m_s h_m & -I_{xz} & -I_x & -C_\phi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (69)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} 0 & m V_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_s h_m V_x & 0 & m_s g h_m - K_\phi \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

$$[M] = \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ a \cdot \cos(\delta) & -b \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad (71)$$

$$\{y\} = \begin{Bmatrix} V_y \\ \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (72)$$

A solução do modelo apresentado pela Equação (68) é obtida através da inversão das matrizes, e reorganizando o sistema obtêm-se a Equação (73).

$$\{\dot{y}\} = [N]\{y\} + \{O\} \begin{Bmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{Bmatrix} \quad (73)$$

A matriz $[N]$ e o vetor $\{O\}$ são definidos pelas Equações (74) e (75).

$$[N] = -[K]^{-1}[L] \quad (74)$$

$$\{O\} = [K]^{-1}[M] \quad (75)$$

O modelo apresentado nessa subseção possui os mesmos parâmetros já definidos até o momento e pode ser solucionado de forma numérica. A cada iteração os ângulos de deriva nos pneus dianteiros e traseiros (α_f e α_r) são obtidos de acordo com as Equações (16) e (17), seguido pelo cálculo da transferência lateral de carga atuando em cada eixo (ΔF_{zf} e ΔF_{zr}) apresentado nas Equações (4) e (5). Posteriormente é verificado se a transferência lateral de carga não ultrapassou o limite da própria carga estática atuando sobre cada eixo. Então, calculam-se as forças normais atuando sobre cada um dos pneus (F_{zfR} , F_{zfL} , F_{zrR} e F_{zrL}) como mostrado nas Equações (12), (13), (14) e (15). Com as forças normais e os ângulos de deriva dos pneus previamente calculados, utiliza-se o *Pacejka Tire Model*, demonstrado nas Equações (23), (24), (25), (26), (27) e (28) para calcular a força lateral atuando sobre cada um dos pneus (F_{yfR} , F_{yfL} , F_{yrR} e F_{yrL}). Com as forças laterais por pneus calculadas, obtêm-se as forças laterais por eixos (F_{yf} e F_{yr}) através das Equações (20) e (21). Por fim, o sistema, dado pela Equação (73), é realimentado com as forças laterais por eixo (F_{yf} e F_{yr}) e avança-se para a próxima iteração.

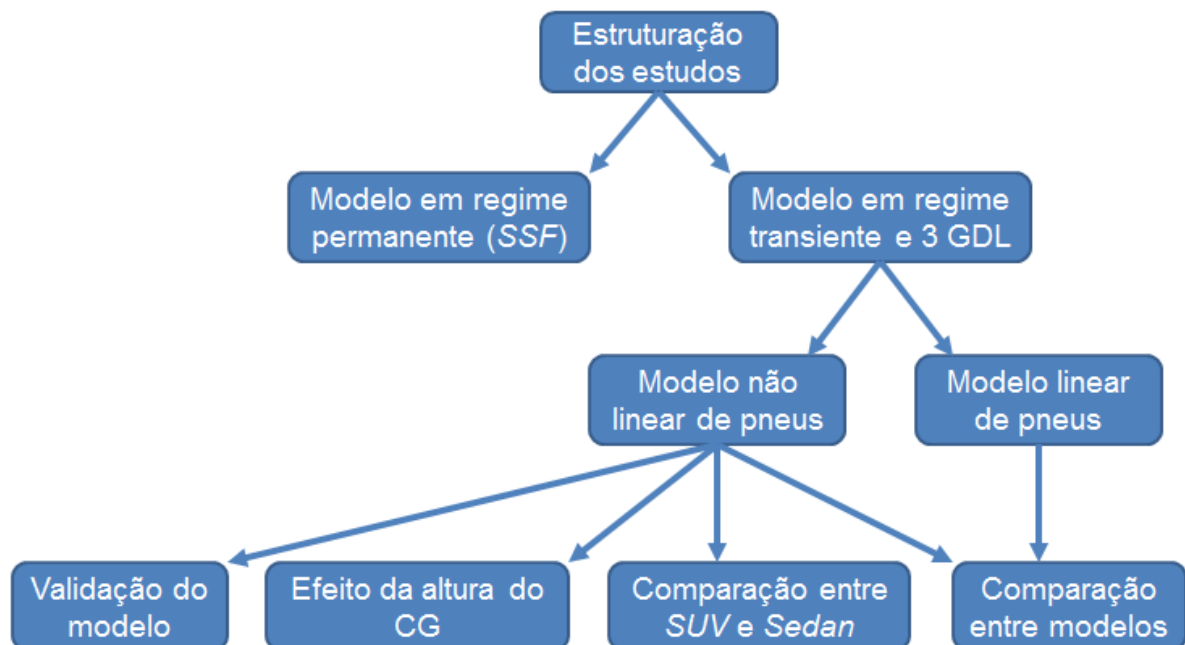
Após solucionar o modelo matricial dado pela Equação (73) algumas variáveis secundárias podem ser calculadas. Dentre essas variáveis pode ser obtida: a aceleração lateral devido ao deslocamento em Y (\dot{V}_y) derivando a velocidade lateral (V_y); aceleração angular de rolamento da carroceria ($\partial^2\phi/\partial t^2$), derivando a velocidade angular de rolamento da carroceria ($\partial\phi/\partial t$); ângulo de deriva em relação ao CG (β) de acordo com a formulação da Equação (18); aceleração lateral total como sugere a Equação (3); e os deslocamentos laterais e longitudinais integrando-se as velocidades laterais e longitudinais, sendo que foi adotada uma integração numérica trapezoidal.

3.2. APRESENTAÇÃO DOS ESTUDOS

As soluções de todos os sistemas que serão apresentados a seguir foram obtidas com o auxílio do programa de computador *Matlab*.

Na Figura 10 é possível observar a estruturação dos estudos desenvolvidos nesse trabalho.

Figura 10 - Estruturação dos estudos.



Fonte: O autor.

O modelo em regime permanente, apresentado na seção 2.2, foi usado com o intuito de introduzir os conceitos básicos de dinâmica lateral, e não será utilizado nos estudos

desenvolvidos nesse trabalho. Por outro lado, os modelos em regime transiente, apresentados nas subseções 3.1.1 e 3.1.2, foram utilizados na obtenção de todos os resultados contidos nesse trabalho.

Os sistemas em regime transiente com abordagem linear e não linear de pneus foram resolvidos através da solução das Equações (49) e (73), respectivamente. Para viabilizar a solução desses sistemas são necessários três conjuntos de variáveis, i.e. os parâmetros construtivos dos veículos, a velocidade longitudinal e o ângulo de esterçamento imposto nas rodas dianteiras.

Todos os sistemas simulados foram resolvidos com uma ferramenta de solução de equações diferenciais ordinárias conhecida como *ode15s*, disponível no *Matlab*. Os valores iniciais (i.e. no tempo inicial da análise) de todas as variáveis foram mantidos iguais a 0.

O tempo total das simulações foi regulado de forma que se visualize o veículo próximo ao regime permanente. A aceleração da gravidade foi configurada em $9,81 \text{ m/s}^2$.

Para auxiliar no entendimento das rotinas implementadas em *Matlab*, todas as análises foram disponibilizadas no sistema *Dropbox*, sendo essa uma plataforma para desenvolvimento e compartilhamento de dados. O link para o acesso dos códigos desenvolvidos pelo autor encontra-se no Apêndice A.

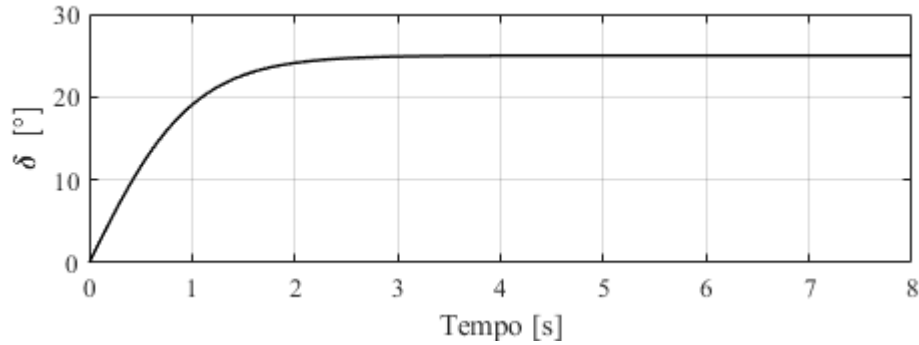
Os estudos foram divididos em quatro partes: comparação entre os modelos de pneus; análise do modelo de três GDL com abordagem não linear de pneus; análise do impacto da altura do CG do veículo em sua dinâmica lateral; e comparação entre o comportamento dinâmico de duas classes distintas de veículos.

3.3. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PNEUS

No primeiro estudo foi realizado um comparativo entre os modelos de três GDL com formulação linear e não linear de pneus. Para isso, foi assumida uma manobra intuitiva e simples, ou seja, um degrau apresentado na Figura 11.

No Apêndice B e C foram adicionados os códigos fonte referente aos modelos de três GDL com abordagem linear e não linear de pneus, respectivamente.

O esterçamento máximo nas rodas dianteiras foi configurado em 25° . Para tornar o movimento mais realístico, foi usado um filtro nos instantes iniciais da manobra. A velocidade longitudinal do veículo foi mantida constante no valor de 65 km/h. Foi percebido que a configuração adotada nesse estudo guiou os veículos simulados para condições de instabilidade, justificando assim os valores assumidos para cada variável de entrada.

Figura 11 - Ângulo de esterçamento das rodas dianteiras do veículo (δ).

Fonte: O autor.

A Tabela 2 apresenta os dados do veículo utilizado na comparação entre os dois modelos. Com os dados apresentados na tabela abaixo é possível determinar todas as outras variáveis do sistema de acordo com as equações apresentadas nas seções anteriores. Os parâmetros do veículo foram baseados em dados disponíveis na literatura (ULSOY; PENG; ÇAKMAKCI, 2014).

Tabela 2 - Veículo usado na simulação.

m_s [kg]	m_u [kg]	I_{zzu} [kg.m ²]	I_{zzs} [kg.m ²]	I_{xss} [kg.m ²]
1363,64	136,36	220,00	2200,00	400,00
h_m [m]	b [m]	a [m]	K_ϕ [N.m/rad]	C_ϕ [N.m.s/rad]
0,35	1,40	1,14	40107,05	1203,21
C_{ar} [N/rad]	C_{af} [N/rad]	$\partial\gamma_f/\partial\phi$ [rad/rad]	$\partial\delta_r/\partial\phi$ [rad/rad]	$C_{\gamma f}$ [N/rad]
94000,00	88000,00	0,80	-0,09	4000,00
e [m]	Tr [m]	Tf [m]	I_{xzs} [kg.m ²]	c [m]
1,40	1,40	1,40	75,00	0,14
$K_{\phi f}$ [N.m/rad]	$K_{\phi r}$ [N.m/rad]	$C_{\phi f}$ [N.m.s/rad]	$C_{\phi r}$ [N.m.s/rad]	θ_R [rad]
20053,52	20053,52	601,60	601,60	0,09

Fonte: Adaptado pelo autor de Ulsoy, Peng e Çakmakci (2014, p. 76).

3.4. ANÁLISE DO MODELO

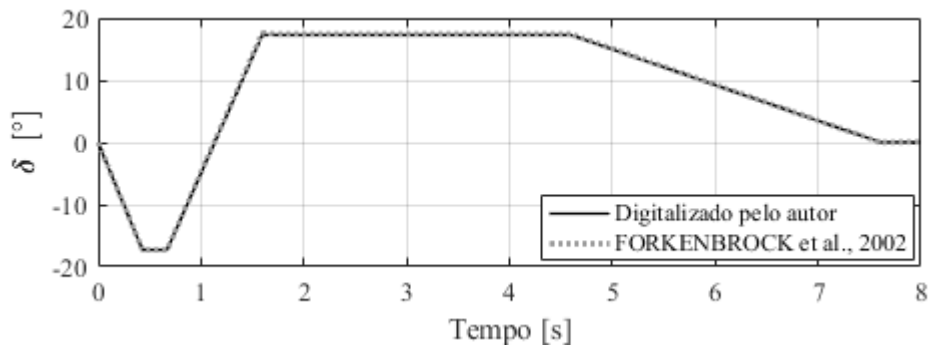
O segundo estudo trata da análise do modelo de três GDL com equacionamento não linear de pneus. O intuito do estudo é avaliar a capacidade do modelo em representar de forma adequada o real comportamento dinâmico de um veículo em uma manobra padronizada. Para isso, foram coletados dados experimentais de manobras realizadas por dois veículos, um *Chevrolet Blazer 2001* na configuração *Reduced Rollover Resistance (RRR)* (FORKENBROCK et al., 2002) e um *Ford Taurus GL 1994* (MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006).

Na configuração *RRR*, uma massa adicional é acoplada na parte superior do veículo, de forma que o índice *SSF* diminua em 0,05, tornando o automóvel mais propício ao capotamento. A adição da massa no teto do veículo não causa modificações na posição longitudinal e lateral do CG do veículo (FORKENBROCK et al., 2002).

A *Chevy Blazer* foi testada numa manobra conhecida como *Fishhook 1a*. O perfil da manobra, ilustrado na Figura 12, foi digitalizado e comparado com o experimento realizado por Forkenbrock et al. (2002).

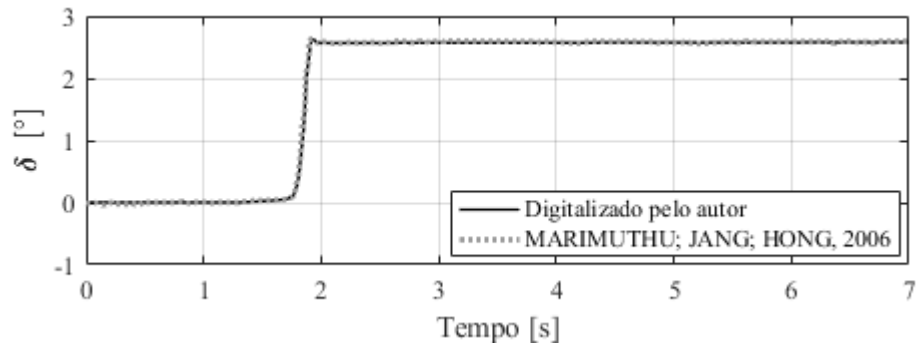
O *Ford Taurus* foi experimentalmente testado sobre uma manobra conhecida como *J-Turn*. Na Figura 13 é possível observar a manobra digitalizada pelo autor em comparativo com o dado experimental apresentado por Marimuthu, Jang e Hong (2006). Nas Figuras 12 e 13, δ representa o ângulo de esterçamento das rodas do veículo.

Figura 12 - Manobra *Fishhook 1a* usada no estudo com a *Chevy Blazer*.



Fonte: O autor.

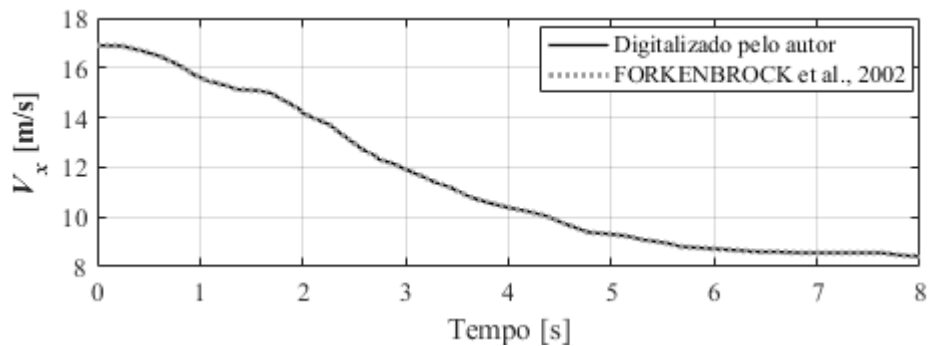
Figura 13 - Manobra *J-Turn* usada no estudo com o *Ford Taurus*.



Fonte: O autor.

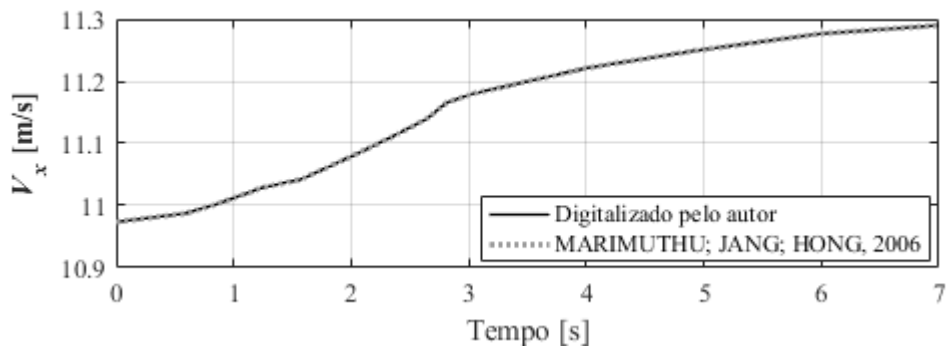
A velocidade longitudinal (V_x) de ambos os veículos não permanece constante durante a simulação, e estão representadas pelas Figuras 14 e 15. Nestas Figuras são apresentadas as comparações entre as curvas digitalizadas pelo autor e as experimentais.

Figura 14 - Velocidade longitudinal (V_x) usada no estudo com a *Chevy Blazer*.



Fonte: O autor.

Figura 15 - Velocidade longitudinal (V_x) usada no estudo com o *Ford Taurus*.



Fonte: O autor.

Tabela 3 - Dados da *Chevy Blazer*.

Parâmetro	Valor	Unidade	Referência
m	1966,32	[kg]	(FORKENBROCK et al., 2002)
m_s	1769,69	[kg]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
m_u	196,63	[kg]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
I_x	785,03	[kg.m ²]	(FORKENBROCK et al., 2002)
I_z	3750,22	[kg.m ²]	(FORKENBROCK et al., 2002)
I_{xz}	222,00	[kg.m ²]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
T_f	1,38	[m]	(FORKENBROCK et al., 2002)
T_r	1,38	[m]	(FORKENBROCK et al., 2002)
h_m	0,45	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
a	1,21	[m]	(WHITEHEAD, 2005)
b	1,50	[m]	(WHITEHEAD, 2005)
S_r	18,50	[rad/rad]	(FORKENBROCK et al., 2002)
K_f	75000,00	[N/m]	(WHITEHEAD, 2005)
K_r	70000,00	[N/m]	(WHITEHEAD, 2005)
b_f	5400,00	[N.s/m]	(WHITEHEAD, 2005)
b_r	4000,00	[N.s/m]	(WHITEHEAD, 2005)
S_{kf}	0,90	[m]	Parâmetro estimado pelo autor
S_{kr}	0,90	[m]	Parâmetro estimado pelo autor
S_{bf}	0,90	[m]	Parâmetro estimado pelo autor
S_{br}	0,90	[m]	Parâmetro estimado pelo autor

Fonte: O autor.

Os dados construtivos de ambos os veículos foram coletados de diferentes fontes, e estão representados nas Tabelas 3 e 4.

Alguns parâmetros referentes à suspensão dos veículos foram modificados pelo próprio autor, sendo que essa prática é muito comum em simulações de dinâmica veicular, devido à dificuldade de se mensurar algumas propriedades de alguns subsistemas.

Como o modelo não linear de pneus (i.e. *Pacejka Tire Model*) utiliza dados de entrada provindos de pneus genéricos, foi realizada uma alteração no parâmetro a_1 da *Chevy Blazer*. Esse parâmetro foi modificado de -22,1 para -36,0, a fim de obter um melhor resultado para o comportamento do veículo.

O parâmetro S_r representa a relação entre o esterçamento gerado no volante e nas rodas em rad/rad.

Tabela 4 - Dados do *Ford Taurus*.

Parâmetro	Valor	Unidade	Referência
m	1542,00	[kg]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
m_s	1356,00	[kg]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
m_u	186,00	[kg]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
I_x	670,00	[kg.m ²]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
I_z	2786,00	[kg.m ²]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
I_{xz}	166,00	[kg.m ²]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
T_f	1,55	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
T_r	1,55	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
h_m	0,45	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
a	0,92	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
b	1,77	[m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
S_r	16,00	[rad/rad]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
K_f	72500,00	[N/m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
K_r	72500,00	[N/m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
b_f	4500,00	[N.s/m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
b_r	4500,00	[N.s/m]	(MARIMUTHU; JANG; HONG, 2006)
S_{kf}	1,10	[m]	Dado estimado pelo autor
S_{kr}	1,10	[m]	Dado estimado pelo autor
S_{bf}	1,10	[m]	Dado estimado pelo autor
S_{br}	1,10	[m]	Dado estimado pelo autor

Fonte: O autor.

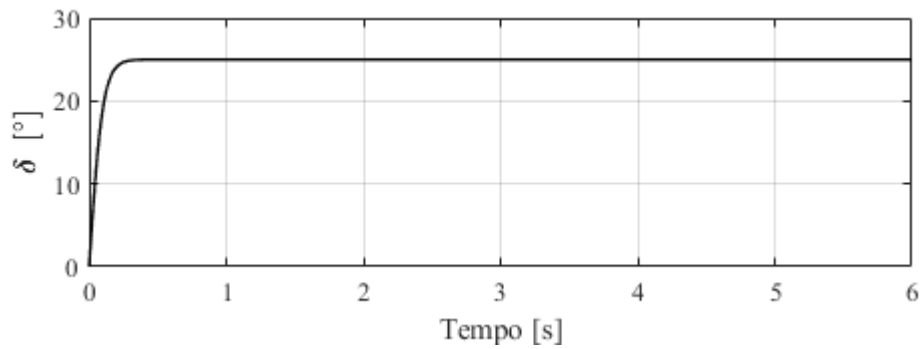
3.5. VARIAÇÃO DA ALTURA DO CG DO VEÍCULO

No terceiro estudo, o modelo de três GDL com formulação não linear de pneus foi novamente utilizado.

O objetivo é entender qual o efeito na dinâmica de um veículo quando a altura do CG é modificada. Para isso, foi utilizada uma manobra do tipo degrau apresentada pela Figura 16 e uma velocidade longitudinal constante de 80 km/h.

O veículo usado nesse estudo está representado pela Tabela 2. Na Tabela 5 são ilustradas as configurações do estudo, indicando as variações de altura de CG.

Figura 16 - Ângulo de esterçamento imposto nas rodas dianteiras do veículo (δ).



Fonte: O autor.

Tabela 5 - Configuração da análise de impacto da altura do CG do veículo.

Configurações	h_m [m]	Δh_m [m]
1 (Padrão)	0,350	0%
2 (Maior)	0,455	+30%
3 (Menor)	0,245	-30%

Fonte: O autor.

3.6. COMPARAÇÃO ENTRE OS VEÍCULOS

Por fim, no último estudo foi utilizado o modelo de três GDL com abordagem não linear de pneus para comparar o comportamento de duas classes de veículos, *SUV* e *Sedan*.

Nesse caso, os veículos foram representados pela *Chevy Blazer (SUV)* e *Ford Taurus (Sedan)* formulados de acordo com as Tabelas 3 e 4. A manobra utilizada no estudo foi a *J-Turn*, representada pela Figura 13. A velocidade desenvolvida por ambos os veículos está indicada pela Figura 15. Com esse estudo será observado o comportamento do veículo *SUV* ao desenvolver a mesma manobra e velocidade impostas no automóvel de classe *Sedan*.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados dos estudos. Para todas as figuras, as linhas sólidas se referem aos dados simulados ou digitalizados pelo autor, enquanto as linhas tracejadas representam dados experimentais disponíveis na literatura.

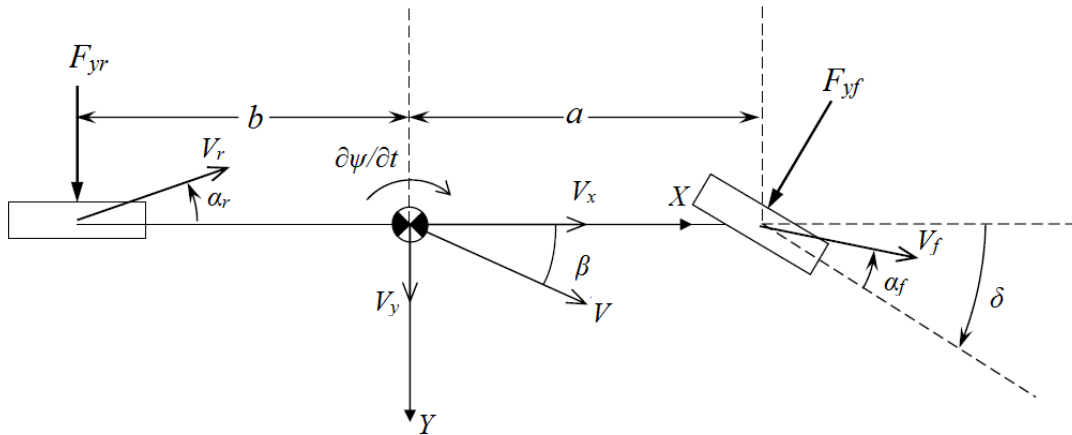
Nas Figuras 17, 18 e 19 estão apresentados os diagramas de corpo livre de um veículo realizando uma curva. Essas ilustrações podem auxiliar no entendimento de diversas variáveis e resultados que serão apresentados nesse capítulo. Na Figura 17 é retratado o diagrama de corpo livre que representam o movimento de guinada do veículo, de acordo com o modelo de bicicleta. Nas Figuras 18 e 19 são representados os diagramas de corpo livre da massa suspensa e não suspensa, respectivamente.

As três figuras mencionadas anteriormente foram encontradas e modificadas de estudos disponíveis na literatura, sendo que, esses estudos se diferenciam em alguns aspectos desse trabalho. Logo, os parâmetros S , V , V_r , V_f , M_{arb} , F_{bi} , F_{bo} , F_{ki} , F_{ko} , R_y e R_z (i.e. parâmetros presentes nas Figuras 17, 18 e 19) não foram incluídos em nenhum dos estudos propostos pelo autor.

As variáveis S , V , V_r , V_f , M_{arb} , F_{bi} , F_{bo} , F_{ki} , F_{ko} , R_y e R_z representam a distância entre os amortecedores ou molas, vetor de velocidade do centro de gravidade do veículo, vetor de velocidade das rodas traseiras, vetor de velocidade das rodas dianteiras, momento gerado pela barra estabilizadora, força exercida pelos amortecedores do lado interno da curva, força exercida pelos amortecedores do lado externo da curva, força exercida pelas molas das suspensões internas a curva, força exercida pelas molas das suspensões externas a curva, força lateral de reação atuando no centro de rolamento da carroceria e força vertical de reação atuando no centro de rolamento da carroceria, respectivamente.

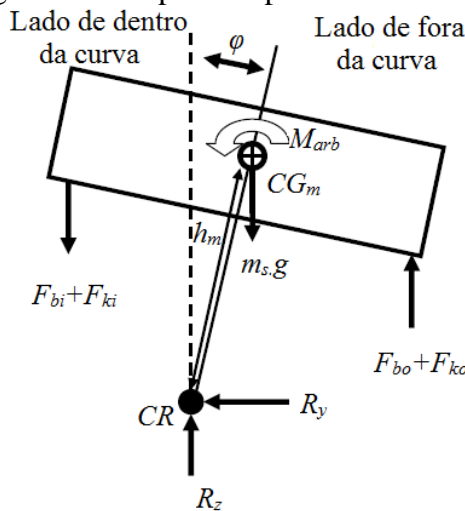
Os símbolos CG_m , CG_{mu} e CR representam o centro de gravidade da massa suspensa, centro de gravidade da massa não suspensa e o centro de rolamento da carroceria, respectivamente. Os outros parâmetros presentes nas Figuras 17, 18 e 19 foram introduzidos anteriormente, e suas definições podem ser encontradas em maiores detalhes na Lista de Símbolos.

Figura 17 - Diagrama de corpo livre para o movimento de guinada do veículo.



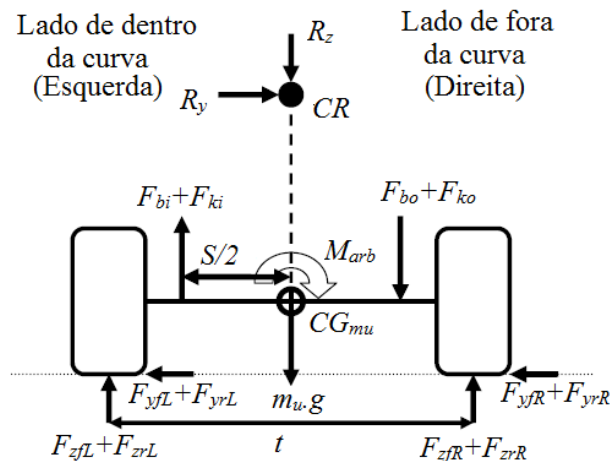
Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2015, p. 13).

Figura 18 - Diagrama de corpo livre para a massa suspensa do veículo.



Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2015, p. 16).

Figura 19 - Diagrama de corpo livre para a massa não suspensa do veículo.



Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2015, p. 16).

4.1. RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PNEUS

Inicialmente será apresentado o comparativo entre os modelos de três GDL com equacionamento linear e não linear de pneus.

Nas Figuras 20 e 21 é apresentado o comportamento dinâmico do veículo com os dados da Tabela 2, quando utilizado um modelo linear de pneus. Na Figura 20 são apresentadas seis janelas de dados. A primeira indica o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras (δ), de acordo com o modelo de bicicleta, em graus. A segunda e terceira janela apresentam os deslocamentos (X e Y) e as velocidades (V_x e V_y), respectivamente. A quarta janela é dada pela aceleração lateral total do veículo em unidades de gravidade (g). Na quinta e sexta janela é apresentado o ângulo de rolamento da carroceria (φ) e sua primeira derivada em relação ao tempo ($\partial\varphi/\partial t$).

Na Figura 21 é possível observar o ângulo de deriva em relação ao CG do automóvel (β), a velocidade angular de guinada ($\partial\psi/\partial t$), força lateral atuando no eixo dianteiro e traseiro (F_{yf} e F_{yr}), o ângulo de deriva dos pneus dianteiros e traseiros (α_f e α_r) e a força normal desenvolvida por cada um dos quatro pneus (F_{zFR} , F_{zFL} , F_{zRR} e F_{zRL}).

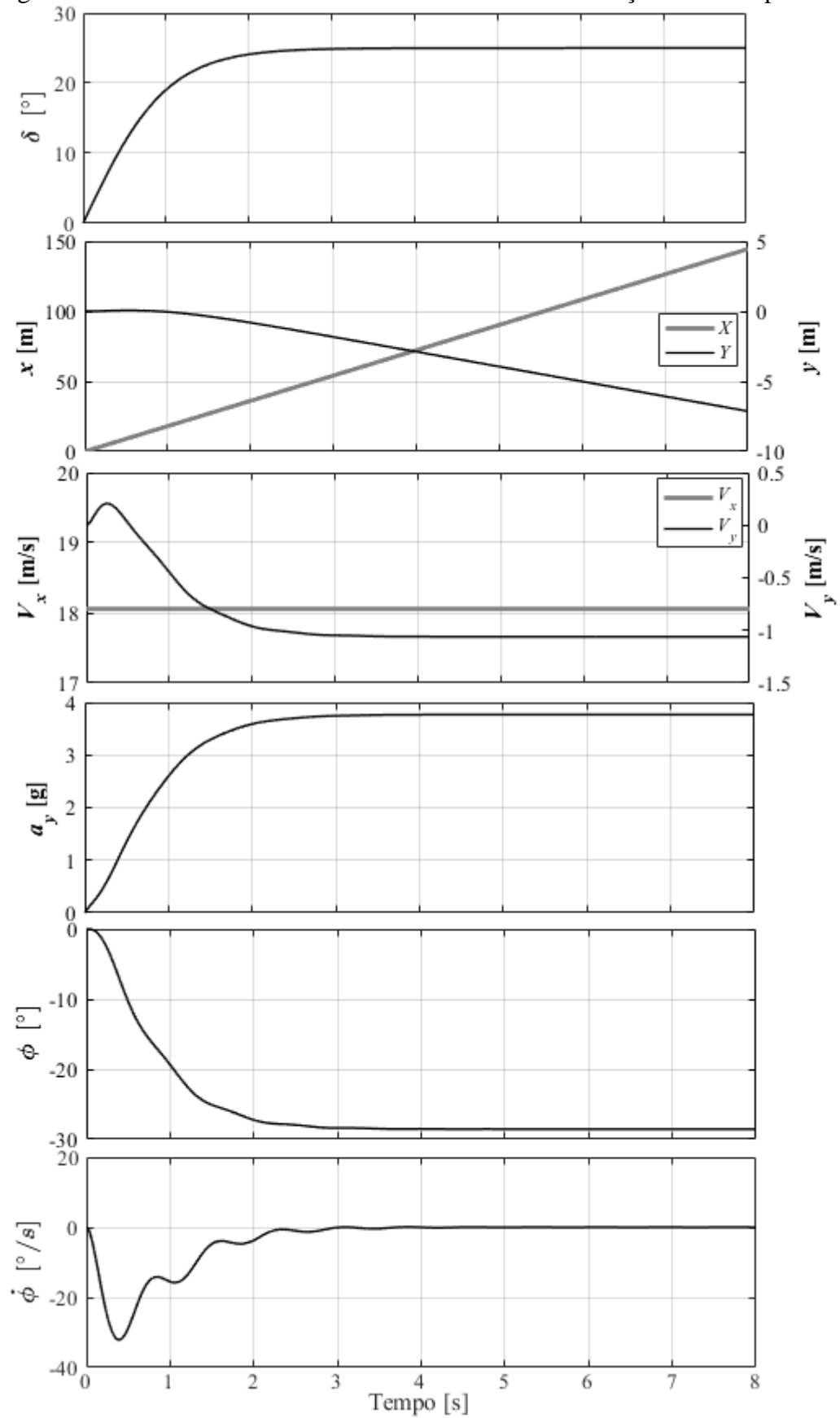
Nas Figuras 22 e 23 está ilustrado o desempenho do veículo quando modelado com um sistema de três GDL com equacionamento não linear de pneus, sendo que a disposição das figuras obedece ao mesmo padrão mencionado nas Figuras 20 e 21.

Como pode ser percebido nas Figuras 20 e 22, o perfil da manobra e a velocidade longitudinal utilizada nos dois modelos são as mesmas.

O deslocamento longitudinal (X) desenvolvido por ambos os casos são idênticos, enquanto o deslocamento lateral (Y) do modelo linear de pneus apresentou um valor ligeiramente menor quando comparado ao caso não linear.

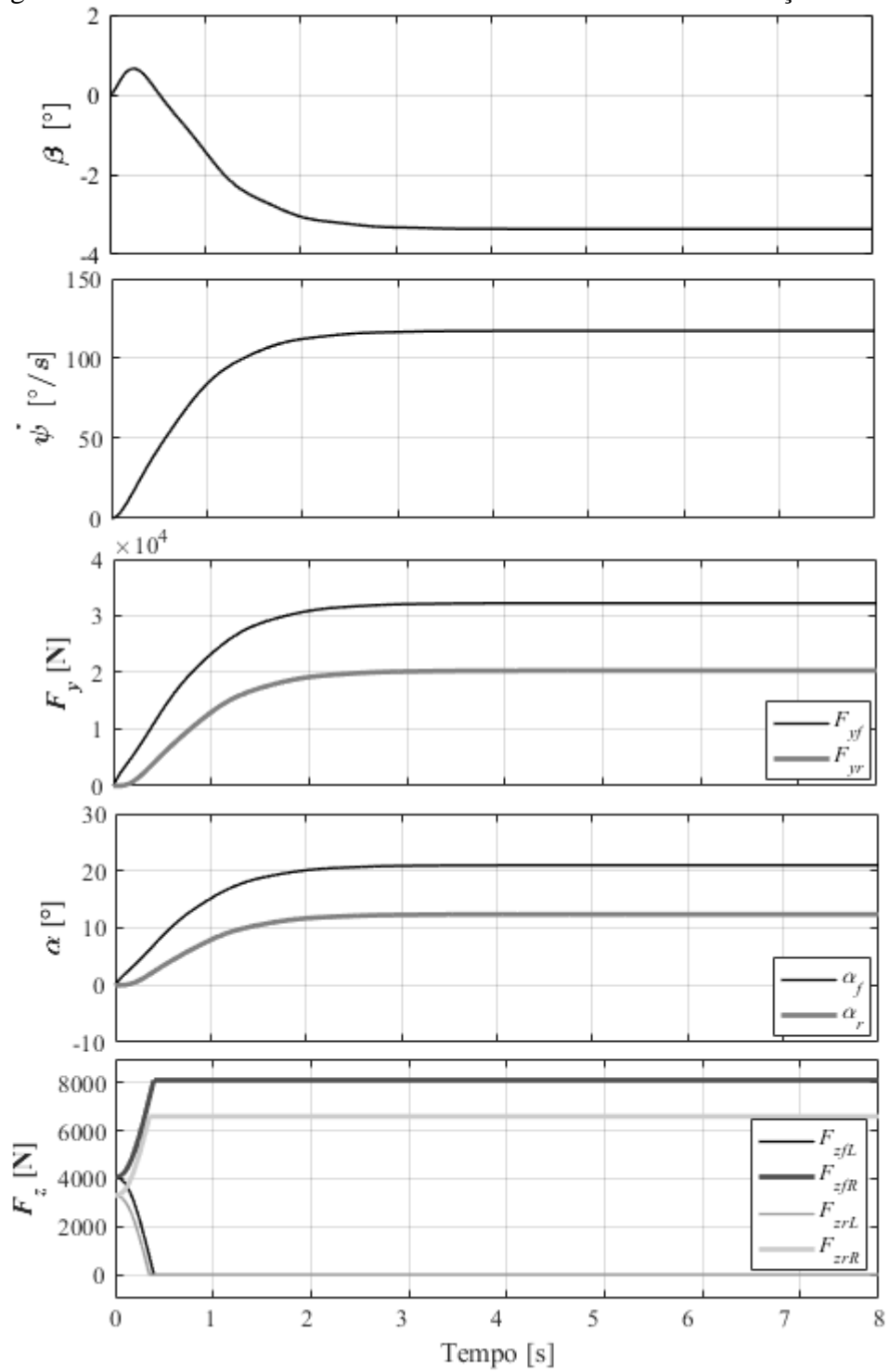
O comportamento da variável Y pode ser explicado ao analisar as forças laterais (F_y) de ambos os sistemas. Os valores de F_{yf} e F_{yr} do modelo linear de pneus apresentaram valores superiores quando comparados ao modelo não linear de pneus. Logo, a resistência lateral ao movimento é superior no modelo mais simplificado, como pode ser visto nas Figuras 21 e 23.

Figura 20 - Resultados do modelo de três GDL com formulação linear de pneus.



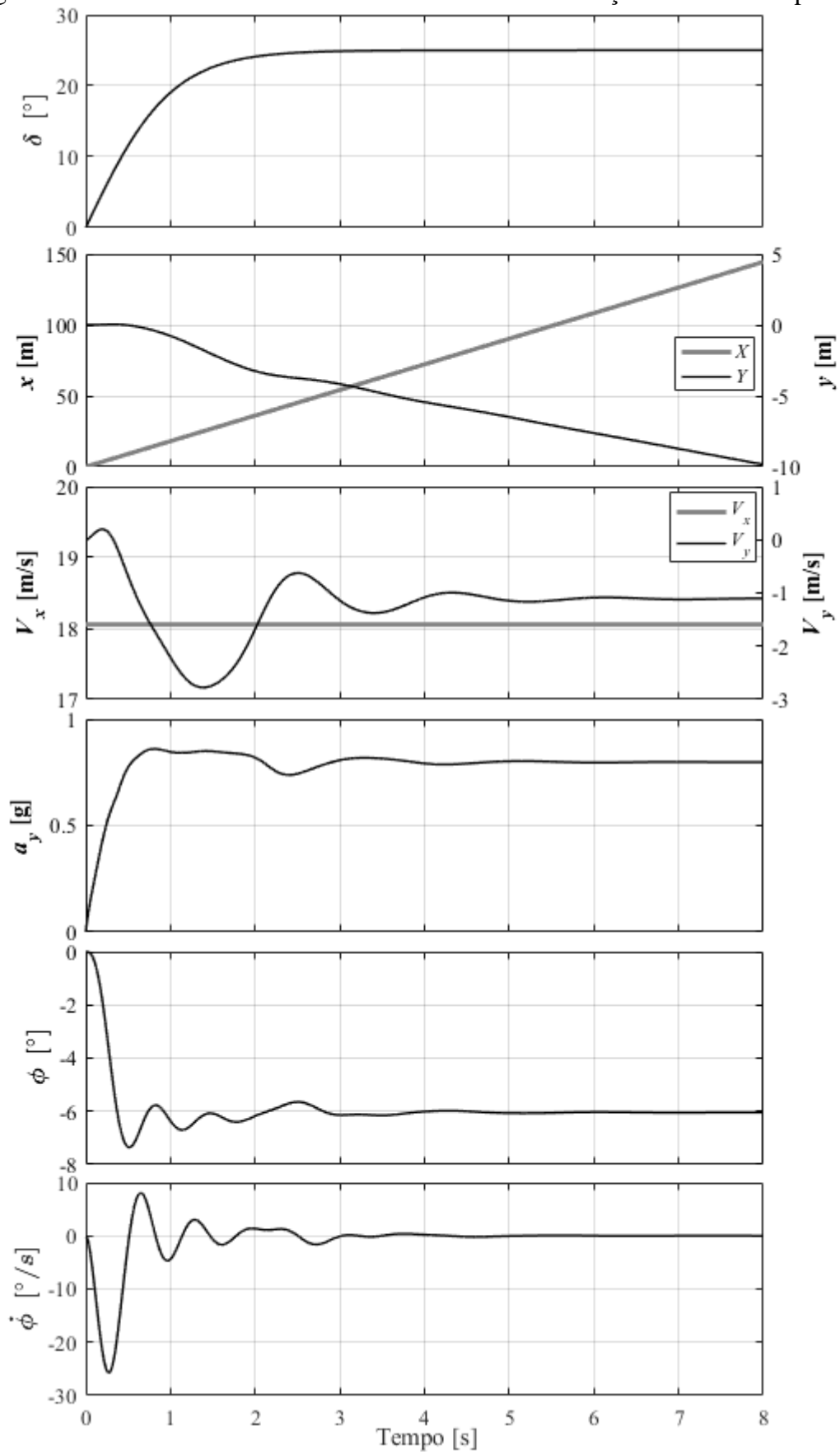
Fonte: O autor.

Figura 21 - Outros resultados do modelo de três GDL com formulação linear de pneus.



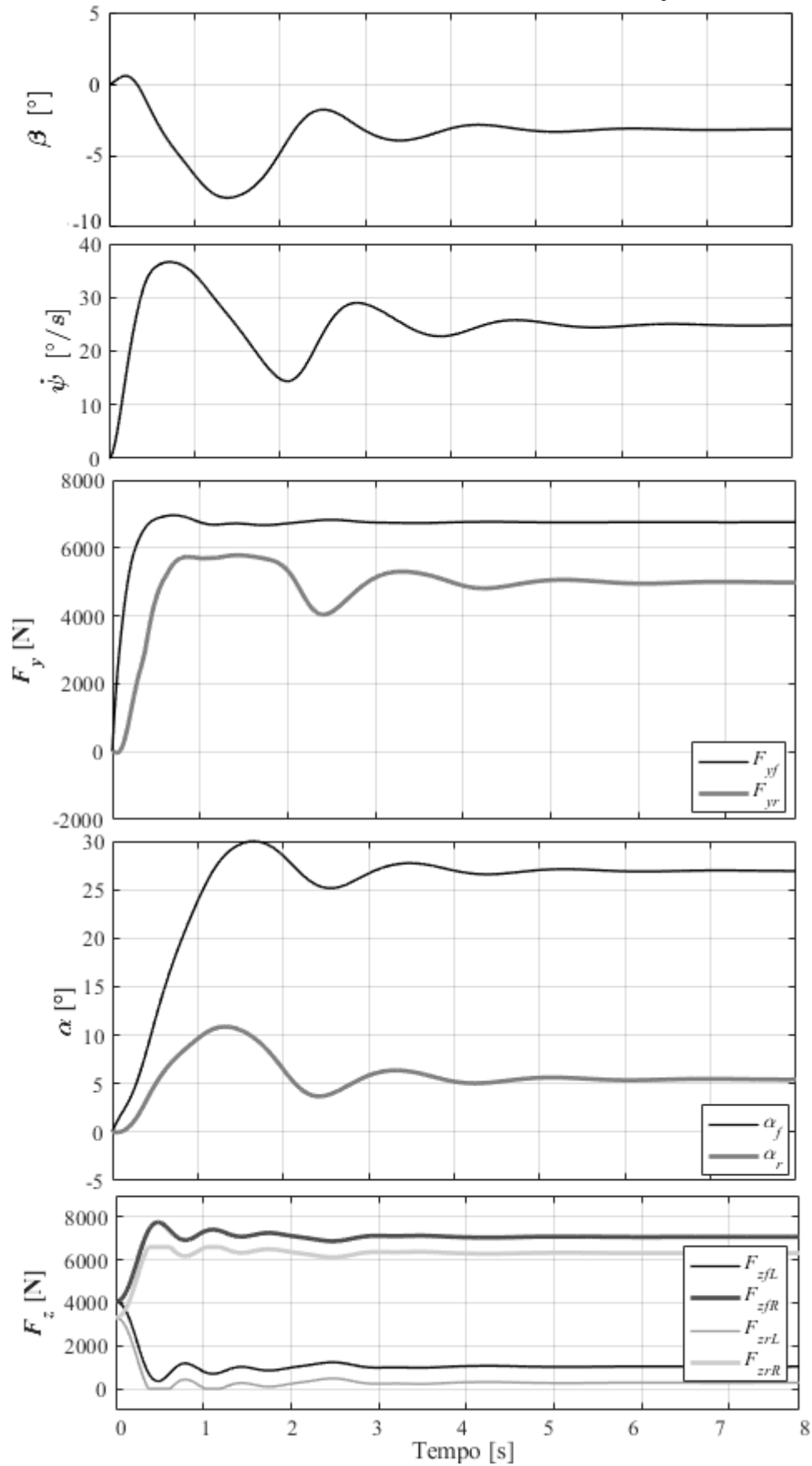
Fonte: O autor.

Figura 22 - Resultados do modelo de três GDL com formulação não linear de pneus.



Fonte: O autor.

Figura 23 - Outros resultados do modelo de três GDL com formulação não linear de pneus.



Fonte: O autor.

A velocidade lateral (V_y) da abordagem não linear de pneus apresentou um comportamento mais oscilatório em comparação ao modelo linear, porém o valor em regime permanente foi praticamente igual para os dois casos.

A aceleração lateral total (a_y) indicada no modelo linear de pneus alcançou valores altíssimos (i.e. próximos de $4g$), distanciando-se dos valores observados na prática. Isso ocorre, pois a força lateral atuando nos pneus desenvolve-se proporcionalmente ao ângulo de deriva. Como não há um valor de corte ou saturação, para a força lateral agindo nos pneus, essa força tende a aumentar de forma indiscriminada, influenciando diretamente na aceleração lateral sofrida pelo veículo.

A análise não linear de pneus conseguiu obter uma estimativa mais realística para a aceleração lateral total do veículo, com um pico próximo de $0,8g$.

O ângulo de rolamento da carroceria observado na análise linear de pneus também apresentou valores que se distanciam da prática (i.e. valor de pico próximo de 30°).

O modelo não linear de pneus indicou valores de ângulos de rolamento próximos de 7° , estando assim mais próximos do real comportamento de um veículo.

O ângulo de deriva em relação ao CG, para os dois modelos, atingiu valores próximos em regime permanente, porém o equacionamento não linear de pneus apresenta grandes oscilações e um pico inicial de aproximadamente 8° .

A velocidade angular de guinada, do modelo linear de pneus, alcançou valores superiores a $100^\circ/s$, enquanto o outro caso atingiu um pico próximo de $37^\circ/s$ e um comportamento mais oscilatório.

As velocidades angulares de rolamento, em ambos os casos, possuíram valores de pico muito próximos, entretanto o modelo não linear de pneus assumiu valores alternados de $\partial\phi/\partial t$.

No modelo linear de pneus o veículo capotou nos instantes iniciais da manobra, enquanto no outro modelo o mesmo não foi observado. Esse último cenário pode ser constatado de acordo com os históricos de forças normais atuando sobre cada um dos pneus. Nos instantes em que dois pneus do mesmo lado (direito ou esquerdo) do veículo desenvolvem cargas normais nulas, toda carga atuando nos eixos do veículo é transferida dos pneus internos para os pneus externos à curva. Isso indica que os pneus internos à curva perderam contato com a pista, podendo desestabilizar o veículo, levando-o para uma condição de capotamento. É importante notar que a perda de contato com o solo de um único pneu também pode desestabilizar o veículo, porém como mencionado nas seções anteriores, esse caso não foi considerado como um evento de capotamento.

Esse último raciocínio informa que o veículo modelado com uma abordagem não linear de pneus consegue entrar em curvas com maiores velocidades ou maiores ângulos de esterçamento sem capotar.

Como pode ser visto na Figura 21, as forças laterais e os ângulos de deriva possuem curvas com o mesmo formato, indicando que ambos os parâmetros variam de forma proporcional, concordando com os conceitos abordados nas seções anteriores. Por outro lado, para a análise não linear de pneus o mesmo não acontece, como pode ser visto na Figura 23.

As forças laterais exibidas no sistema linear de pneus atingem valores muito altos, i.e. próximos de 30 kN por eixo, enquanto no outro modelo os valores de pico ficam próximos de 7 kN.

Ambas as abordagens indicam que os ângulos de deriva atuando nos pneus dianteiros são superiores quando comparados aos dos pneus traseiros, representando o comportamento esperado, já que os pneus dianteiros são esterçados e acabam se deformando lateralmente mais que os pneus traseiros.

Os resultados ainda indicam que os ângulos de deriva visualizados no modelo não linear de pneus atingem picos maiores do que os vistos na abordagem mais simplificada.

É importante notar que o veículo modelado com o equacionamento linear de pneus capotou nos primeiros instantes da manobra.

Nas análises, quando é constatada uma situação de capotamento, todos os eventos que precedem o capotamento deixam de ser válidos. Isso ocorre, pois o modelo não pode prever o que ocorre nos instantes após o capotamento e todos os equacionamentos consideram que o veículo está posicionado paralelamente ao solo, com um comprimento de bitola constante, altura do centro de gravidade constante, dentre outros parâmetros que não se alteram durante toda a simulação. Dessa forma, isso retira a credibilidade dos valores e as tendências observadas no pós-capotamento. Apesar disso, esse estudo auxilia a identificar como o veículo se comporta com duas abordagens matemáticas distintas sobre as mesmas condições de entrada.

Como foi observado na seção 2.1, a dinâmica de um pneu representada de forma linear pode gerar resultados próximos dos observados na prática para pequenos ângulos de esterçamento nas rodas (i.e. inferiores a $2,5^\circ$). Nesse estudo os ângulos de esterçamento nas rodas foram propositalmente configurados com um pico de 25° , para auxiliar na diferenciação de ambos os modelos. Sendo assim, fica claro que o modelo de três GDL com sistema linear de pneus não consegue representar bem a dinâmica lateral de um veículo com grandes ângulos de esterçamento.

4.2. RESULTADOS DA ANÁLISE DO MODELO

Os resultados apresentados abaixo estão relacionados à análise da capacidade do modelo de três GDL com equacionamento não linear de pneus em representar de forma satisfatória a dinâmica lateral de veículos automotivos.

A Figura 24 apresenta a dinâmica lateral da *Chevy Blazer* com comparativos entre os dados experimentais e simulados.

Esse modelo foi alimentado com o perfil da manobra (δ) e com a velocidade longitudinal (V_x) de entrada de 37,8 mph (60,8 km/h). Como pode ser visto, esse sistema consegue demonstrar de forma coerente a tendência da dinâmica lateral da *Chevy Blazer* quando submetida à manobra *Fishhook 1a*.

Na Figura 24, percebe-se que o veículo capotou no instante de 1,7 s, pois as forças normais atuando nos pneus externos a curva tendem a zero no mesmo intervalo de tempo.

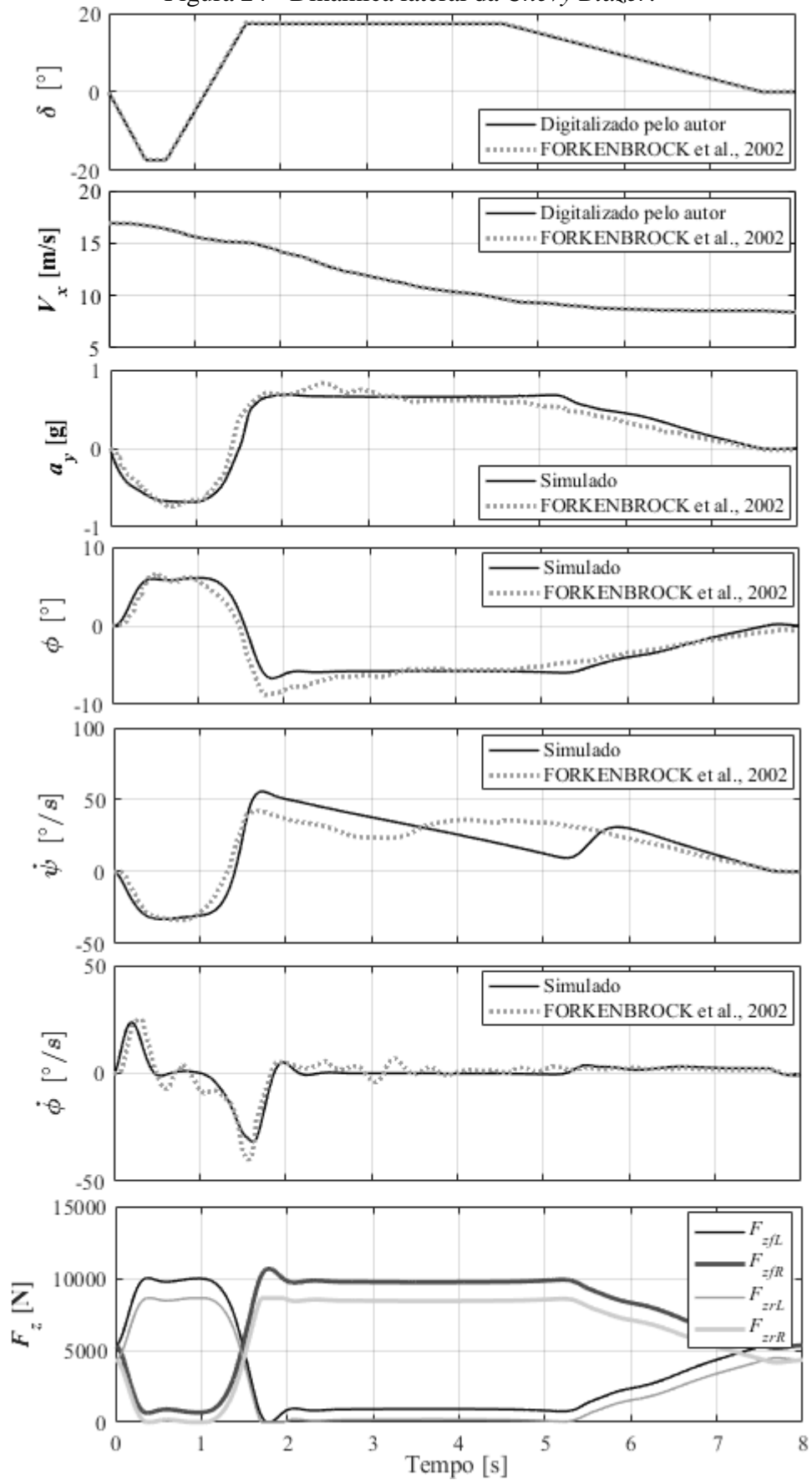
De acordo com Forkenbrock et al. (2002), a *Chevrolet Blazer 2001 RRR* capota na manobra *Fishhook 1a* com uma velocidade de entrada mínima de 36,2 mph (58,2 km/h). As simulações conduzidas pelo autor indicaram que o veículo capota nessas mesmas condições com uma velocidade mínima de 34,2 mph (55 km/h), assim demonstrando que o estudo pode prever com boa capacidade a velocidade mínima de capotamento do veículo.

Para avaliar a velocidade de capotamento da *Chevy Blazer*, a curva de velocidade longitudinal apresentada pela Figura 24 foi ajustada manualmente. O ajuste consistiu na soma ou subtração de uma constante de velocidade, elevando ou descendo a curva no sentido do eixo vertical, modificando-se a velocidade de entrada na manobra.

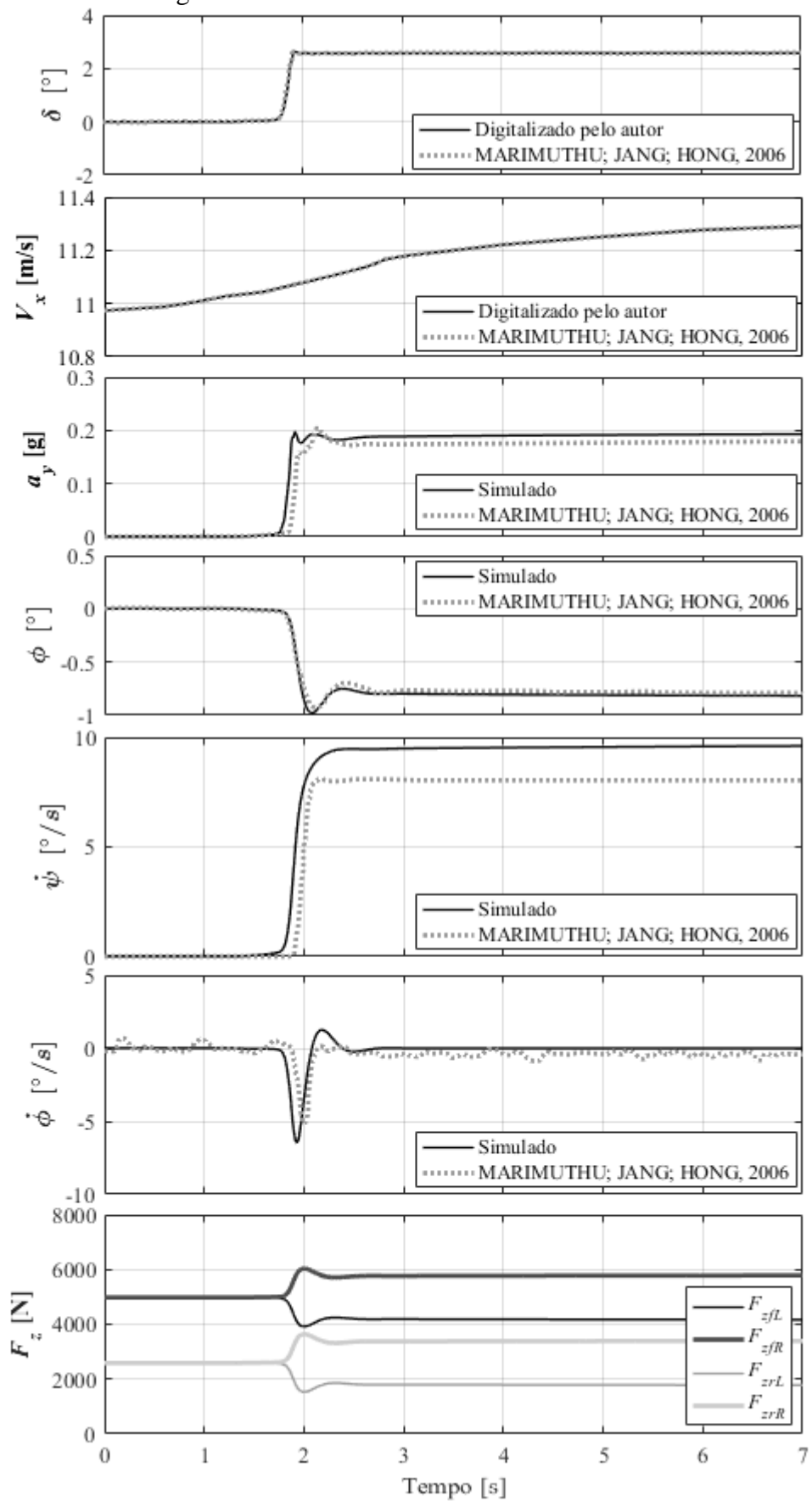
É importante notar que a velocidade longitudinal desenvolvida pela *Chevy Blazer* na manobra *Fishhook 1a* não permanece constante durante toda simulação.

Os modelos apresentados nesse trabalho consideram em suas formulações que o veículo desenvolve uma velocidade longitudinal constante durante todo o percurso, desprezando assim a transferência longitudinal de carga, ou seja, o momento de arfagem.

A *Chevy Blazer* desenvolve um perfil não constante de velocidades longitudinais na manobra em questão, o que pode ter influenciado no resultado de algumas variáveis. Entretanto, o modelo de três GDL com formulação não linear de pneus pôde prever com boa capacidade a dinâmica lateral do veículo.

Figura 24 - Dinâmica lateral da *Chevy Blazer*.

Fonte: O autor.

Figura 25 - Dinâmica lateral do *Ford Taurus*.

Fonte: O autor.

Para reforçar o estudo, o mesmo procedimento foi repetido com um veículo *Ford Taurus*.

Na Figura 25 é apresentada a dinâmica veicular do *Ford Taurus*, com os comparativos entre os dados simulados e dados experimentais contidos na literatura. Nessa manobra o veículo sofre um esterçamento do tipo degrau, com um pico de esterçamento nas rodas próximo de 3° e uma velocidade de entrada de 39,6 km/h.

Novamente, todos os dados obtiveram grande concordância com os visualizados na literatura, com exceção da velocidade angular de guinada que se distanciou ligeiramente da curva experimental. Apesar disso, a análise se demonstrou satisfatória como uma abordagem inicial.

4.3. RESULTADOS DA VARIAÇÃO DA ALTURA DO CG DO VEÍCULO

Nessa subseção será apresentado o impacto da altura do centro de gravidade (h_m) de um automóvel em sua dinâmica lateral.

Toda análise foi realizada utilizando-se os equacionamentos relacionados ao sistema de três GDL com formulação não linear de pneus.

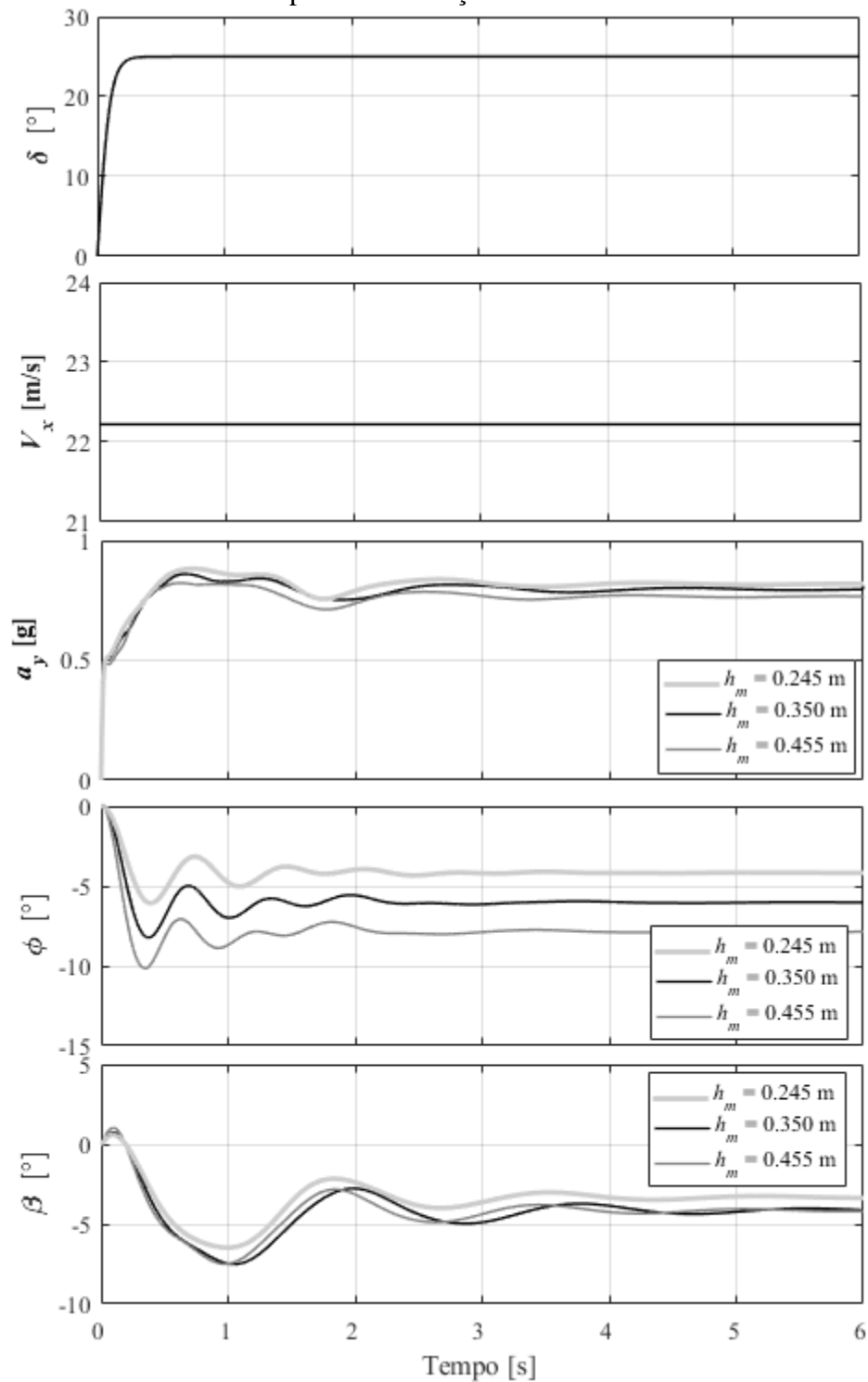
O resultado da análise para alguns parâmetros é intuitivo, ou seja, ao aumentar a altura do centro de gravidade espera-se que o veículo desenvolva maiores ângulos de rolamento. Entretanto, com esse estudo pode-se avaliar o impacto dessas variações em outros parâmetros não tão intuitivos como ângulos de deriva, velocidade angular de guinada, dentre outros parâmetros.

Nas Figuras 26 e 27 está apresentado o resultado da análise do impacto da altura do CG do automóvel. Cada variável analisada possui três curvas representadas por uma legenda. As curvas estão associadas aos resultados do mesmo veículo com alturas de CG de 0,245, 0,350 e 0,455 m, com exceção das duas primeiras curvas da Figura 26, que representam os dados de entrada para o sistema.

A aceleração lateral (a_y) tende a aumentar suavemente na medida em que o valor de h_m se torna cada vez menor. Por outro lado, o ângulo de rolamento e a variação angular de rolamento da carroceria tendem a aumentar na medida em que o valor de h_m aumenta.

A velocidade angular de guinada aparenta não possuir uma correlação muito clara com a variável h_m como é visto na Figura 27.

Figura 26 - Resultados do impacto da variação da altura do CG na dinâmica veicular.

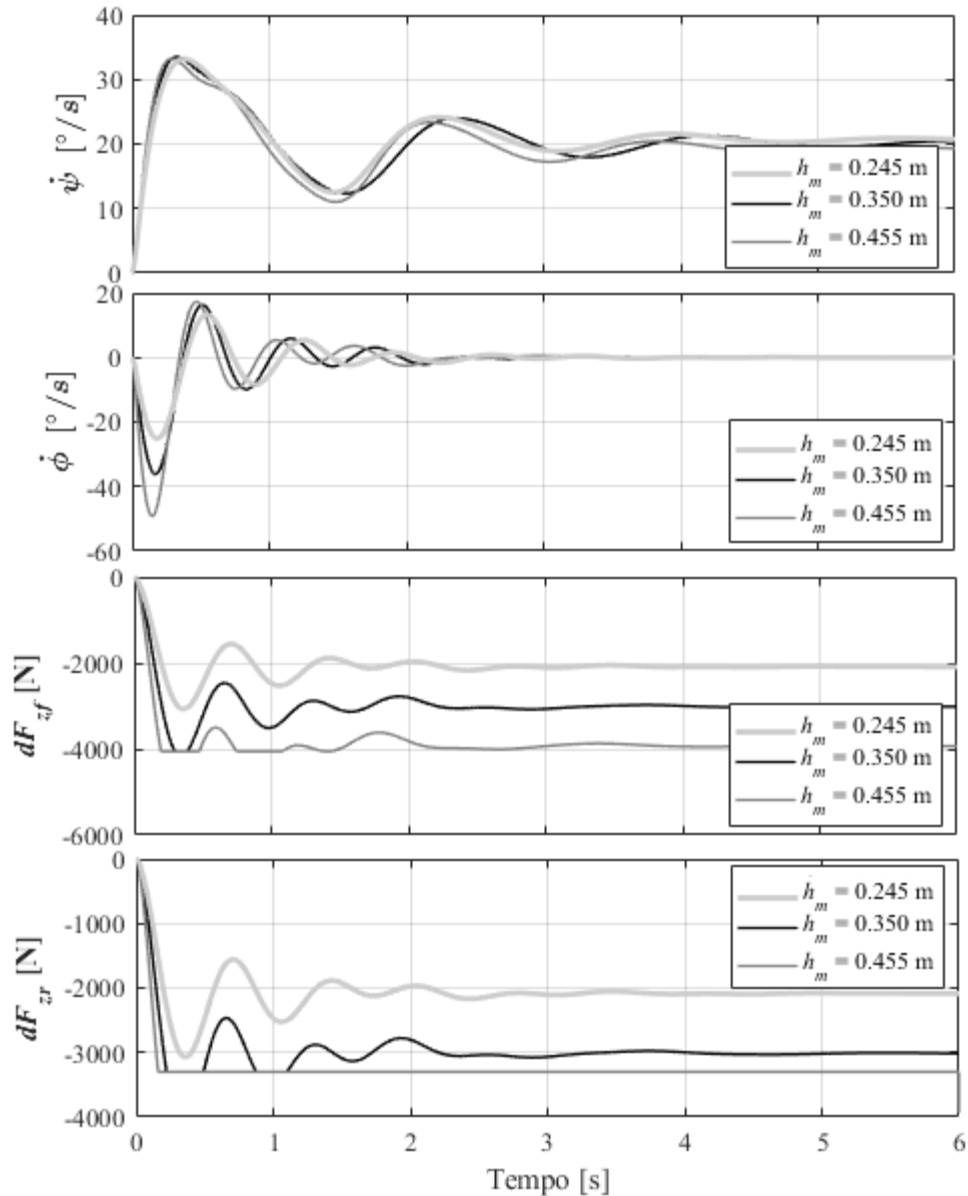


Fonte: O autor.

O ângulo de deriva em relação ao CG (β) do veículo também não possui uma relação muito clara com a variação de h_m , entretanto o menor valor de pico de β foi visualizado com o menor valor de h_m . As curvas de ângulo de deriva em relação ao CG com as configurações de

h_m de 0,350 e 0,455 ficaram praticamente sobrepostas, dificultando-se uma correlação clara entre as duas variáveis.

Figura 27 - Outros resultados do impacto da variação da altura do CG na dinâmica veicular.



Fonte: O autor.

Esse último cenário pode ser justificado devido ao fato das configurações de h_m de 0,350 e 0,455 m terem capotado nos instantes iniciais da manobra, logo toda a simulação que precede o capotamento deixa de ser representativa.

Na Figura 27 é ilustrada a transferência lateral de carga nos eixos dianteiro e traseiro (dF_{zf} e dF_{zr}). Para essas últimas variáveis, quanto menor for a altura do centro de gravidade, menor será a transferência lateral de carga em ambos os eixos do veículo.

As curvas de transferência lateral de carga revelam que os veículos representados pelas configurações de h_m de 0,350 e 0,455 m sofreram capotamento. Isso pode ser constatado nos instantes em que dF_{zf} e dF_{zr} ficam achatados simultaneamente, indicando que o veículo transferiu o máximo de carga em ambos os eixos. Esse cenário não ocorreu para o veículo com a menor altura de CG.

4.4. RESULTADOS DA COMPARAÇÃO ENTRE VEÍCULOS

Por fim, o último estudo procurou avaliar o desempenho de duas classes distintas de veículos (i.e. *SUV* e *Sedan*) quando ambas as classes foram submetidas às mesmas condições dinâmicas (i.e. manobra *J-Turn* e velocidades longitudinais idênticas).

O modelo utilizado nesse estudo foi o de três GDL com abordagem não linear de pneus.

Dessa forma, espera-se que a *SUV* possua um comportamento ligeiramente mais instável quando comparada a um veículo *Sedan*. Isso é esperado, visto que, as *SUVs* geralmente possuem grandes valores de h e pequenos valores de t , e os veículos *Sedan* comumente possuem menores alturas de CG e bitolas maiores.

Na Figura 28 é demonstrado o comparativo entre as duas classes de automóveis. As curvas em preto estão associadas a *SUV* e as curvas em tom de cinza estão relacionadas ao veículo *Sedan*, com exceção das duas primeiras curvas apresentadas na Figura 28, que indicam os dados de entrada para o problema.

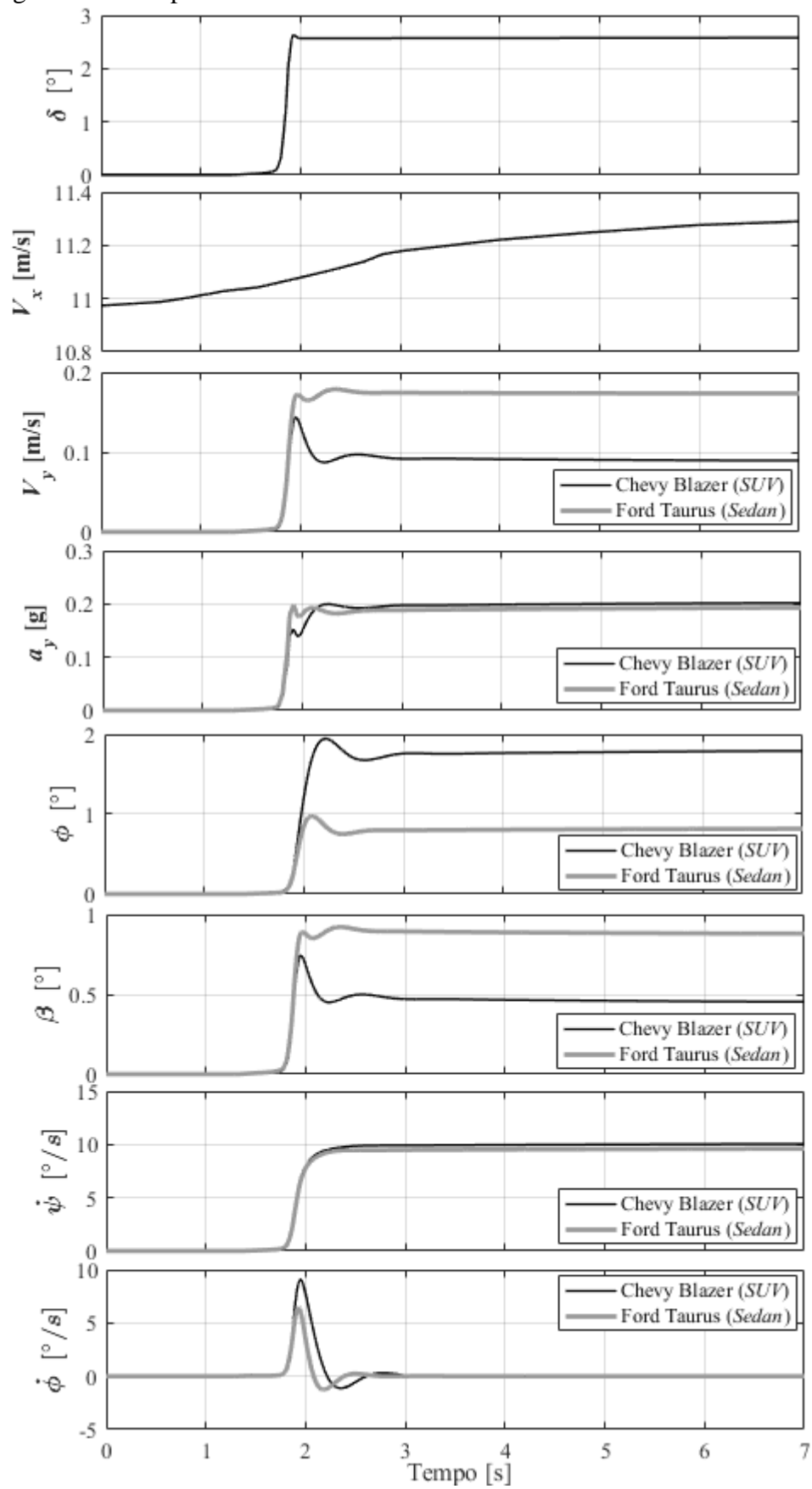
A velocidade lateral desenvolvida pela classe *Sedan* resultou praticamente no dobro da visualizada pela *SUV* e ambos os veículo desempenharam acelerações laterais semelhantes.

O ângulo de rolamento e a velocidade angular de rolamento da carroceria experimentados pela *SUV* foram consideravelmente maiores quando comparados ao *Sedan*.

O ângulo de deriva em relação ao CG desempenhado pelo veículo *Sedan* obteve um valor em regime permanente maior do que a *SUV*.

A velocidade angular de guinada de ambos os veículos ficaram muito próximas, mostrando-se um parâmetro pouco expressivo na comparação entre ambos os veículos.

Figura 28 - Comparativo entre a dinâmica lateral de um veículo *SUV* e *Sedan*.



Fonte: O autor.

Com esse último estudo pode-se verificar que o veículo *SUV* tende a apresentar uma característica ligeiramente mais instável em curvas, indo de encontro com os conhecimentos abordados nas seções anteriores.

Para auxiliar no comparativo entre os parâmetros construtivos de ambos os veículos que podem ter influenciado na análise foi construída a Tabela 6. Na Tabela abaixo, as células obedecem ao padrão informado pela legenda, indicando que o parâmetro em questão é superior, igual ou inferior para cada veículo.

Tabela 6 - Comparação entre as propriedades do veículo *Sedan* e *SUV*.

Parâmetros	Sedan	SUV	Sedan	SUV
m [kg]			1542,00	1966,32
m_s [kg]			1356,00	1769,69
m_u [kg]			186,00	196,63
I_x [kg.m ²]			670,00	785,03
I_z [kg.m ²]			2786,00	3750,22
I_{xz} [kg.m ²]			166,00	222,00
T_f [m]			1,55	1,39
T_r [m]			1,55	1,39
h_m [m]			0,45	0,45
a [m]			0,92	1,22
b [m]			1,77	1,50
L [m]			2,69	2,72
S_r [°/°]			16,00	18,50
K_f [N/m]			72500,00	75000,00
K_r [N/m]			72500,00	70000,00
b_f [N.s/m]			4500,00	5400,00
b_r [N.s/m]			4500,00	4000,00
S_{kf} [m]			1,10	0,90
S_{kr} [m]			1,10	0,90
S_{bf} [m]			1,10	0,90
S_{br} [m]			1,10	0,90

Legenda

Maior que	
Próximo ou Igual a	
Menor que	

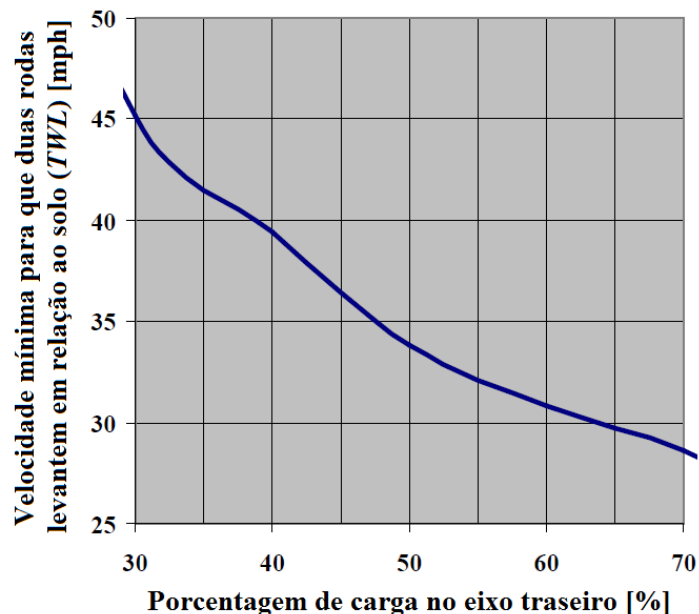
Fonte: O autor.

Com a Tabela 6 percebe-se que os parâmetros referentes à massa e inércia da classe *Sedan* são inferiores a *SUV*. O veículo *Sedan* ainda possui bitolas dianteiras e traseiras maiores do que a *SUV* em 11,72%, o que pode ter auxiliado na maior estabilidade fornecida pelo *Ford Taurus*.

A distância entre o centro de gravidade da massa suspensa e o centro de rolamento (h_m) mostrou-se um parâmetro muito influente na análise de impacto da altura do CG, apresentada anteriormente. Apesar disso, ambos os veículos foram configurados com o mesmo valor de h_m , visto que esses dados foram extraídos de outros estudos disponíveis na literatura.

Os dois veículos possuem comprimentos de entre eixos (L) muito próximos, i.e. aproximadamente 2,7 m. A posição longitudinal do CG do *Sedan* está muito mais próxima do eixo dianteiro (i.e. 66% da carga do veículo está no eixo dianteiro, enquanto 34% está no eixo traseiro, comumente representado pela notação 66:34) em relação a *SUV*. A configuração da *SUV* é dada por 55:45 (i.e. 55% e 45% da massa total do veículo estão posicionadas nos eixos dianteiros e traseiros, respectivamente). De acordo com Whitehead (2005), quanto maior a carga posicionada no eixo traseiro do automóvel, mais instável é o veículo em curva (i.e. menor a velocidade necessária para esse veículo capotar), como demonstrado na Figura 29. Sendo assim, esse raciocínio pode explicar, sobre outro ponto de vista, o motivo pelo qual a *SUV* apresentou maior instabilidade que o *Sedan* na manobra *J-Turn*.

Figura 29 - Relação entre a velocidade de capotamento do veículo com a porcentagem da carga total atuando no eixo traseiro do veículo.



Fonte: Adaptado pelo autor de Whitehead (2005, p. 69).

Na figura apresentada anteriormente o termo *Two-Wheel-Lift (TWL)* se refere à ação do veículo em levantar as duas rodas externas a curva, representando um possível evento de capotamento. Logo, quanto maior for a porcentagem de carga atuando no eixo traseiro, menor será a velocidade necessária para fazer com que o veículo capote em uma curva. A curva ilustrada da Figura 29 foi simulada por Whitehead (2005) com a manobra *Fishhook 1a* e o veículo *Chevrolet Blazer 2001* em sua configuração nominal (i.e. *nominal configuration*).

O parâmetro S_r representa a relação entre o esterçamento realizado nas rodas com o esterçamento aplicado no volante, e não influencia no comparativo entre a dinâmica lateral dos veículos, já que a manobra de ambos os veículos é idêntica.

Os parâmetros apresentados na Tabela 6, entre as variáveis K_f e S_{br} , são utilizados na determinação da rigidez e no amortecimento de rolamento do sistema das suspensões dianteiras e traseiras ($K_{\phi f}$, $K_{\phi r}$, $C_{\phi f}$ e $C_{\phi r}$). De forma global, os parâmetros $K_{\phi f}$, $K_{\phi r}$, $C_{\phi f}$ e $C_{\phi r}$ foram superiores para o veículo *Sedan*, sendo essa, mais uma justificativa para a maior estabilidade do veículo *Sedan* em curva, visto que, o seu sistema de suspensão oferece maior resistência ao movimento.

5. CONCLUSÕES

Nesse trabalho foram apresentados os principais conceitos relacionados a um estudo de dinâmica veicular. O principal objetivo desse trabalho foi direcionado para a construção de modelos matemáticos capazes de prever possíveis eventos de capotamento, além de auxiliar na construção de conhecimentos voltados para dinâmica lateral de veículos de passeio.

Inicialmente foi apresentado o conceito e o equacionamento da variável SSF . Esse parâmetro pode contribuir no entendimento das principais variáveis envolvidas nos estudos de dinâmica veicular.

Os estudos foram separados em quatro partes: comparação entre os modelos de dinâmica lateral de três GDL com formulação linear e não linear de pneus; análise da capacidade do modelo de três GDL com equacionamento não linear de pneus, análise do impacto na dinâmica de um veículo quando a altura do seu centro de gravidade é modificada e o comparativo da dinâmica lateral de duas classes distintas de automóveis submetidas às mesmas condições de velocidade e esterçamento.

O primeiro estudo indicou que a formulação linear de pneus não consegue prever com boa precisão o comportamento de um automóvel em curva, para grandes ângulos de esterçamento nas rodas, estando de acordo com outros trabalhos disponíveis na literatura (WHITEHEAD, 2005). Na abordagem linear de pneus, os pneus tendem a desenvolver forças laterais de forma indiscriminada, sem apresentar nenhum ponto de saturação.

Para avaliar a capacidade do sistema mais complexo, o modelo foi comparado com dados experimentais presentes na literatura. Foram realizadas duas análises com dois veículos, uma *Chevrolet Blazer 2001 RRR* e um *Ford Taurus GL 1994*. A análise se mostrou satisfatória, visto que os perfis das curvas obedeceram ao mesmo padrão dos dados experimentais.

Alguns pontos precisam ser mencionados em relação ao modelo: a formulação leva em consideração que velocidade longitudinal do veículo deve permanecer constante durante todo o percurso e isso não foi respeitado em ambas as simulações, logo os momentos de arfagem do veículo foram totalmente desprezados em todas as análises; os pneus de ambos os veículos

não são conhecidos dificultando a utilização do *Pacejka Tire Model*, visto que cada tipo de pneu possui suas próprias constantes (e.g. $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ e C_1); a altura do centro de gravidade da massa suspensa (h_m) medida em relação ao centro de rolamento da carroceria sofre um leve acréscimo quando o veículo é lançado no sentido do raio da curva, devido a ação da aceleração centrípeta, entretanto o valor de h_m permanece constante durante toda simulação; a bitola do veículo é levemente reduzida quando o veículo entra na curva, devido ao deslocamento do CG da massa suspensa e da deformação sofrida pelos pneus, porém os valores de T_f e T_r foram mantidos constantes; a cinemática e dinâmica do sistema de suspensão foi simplificada nesse estudo, visto que durante a operação desse sistema a altura do centro de rolamento pode variar impactando diretamente no valor de h_m ; além disso, a movimentação do sistema de suspensão pode influenciar nas distâncias entre molas e amortecedores (S_{kf}, S_{kr}, S_{bf} e S_{br}), afetando também na rigidez e no amortecimento de rolamento total do sistema; os sistemas foram baseados no modelo de bicicleta, que considera que os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros são simétricos, e essa abordagem só é válida para grandes velocidades e zero efeito Ackerman; a rigidez e o amortecimento dos sistemas de suspensão são constantes durante uma determinada faixa de operação, e nesse trabalho foram considerados constantes para quaisquer movimentações da carroceria do veículo; os automóveis ainda contam com sistemas de auxílio em sua dinâmica lateral, como as barras estabilizadoras que integram uma rigidez e um amortecimento de rolamento adicional no sistema. Todas essas considerações abordadas anteriormente fazem com que a análise se distancie dos fenômenos observados na prática. Apesar disso, o modelo conseguiu prever com boa acurácia a velocidade mínima de capotamento da *Chevy Blazer* na manobra *Fishhook 1a*, além de capturar as tendências da dinâmica lateral de ambos os veículos.

Foi realizado um terceiro estudo, onde a altura do CG do automóvel foi modificada, a fim de investigar os efeitos na dinâmica do veículo. Algumas tendências são intuitivas, porém outras nem tanto. Dessa forma, esse estudo pôde quantificar essas tendências e avaliar o impacto em diversas variáveis referentes à dinâmica do automóvel.

Por fim, foi realizada uma comparação entre duas classes de veículos (i.e. *SUV* e *Sedan*). Os dados de entrada do problema foram baseados em dados experimentais, a fim de tornar a análise mais confiável. Como esperado, a *SUV* desenvolveu um comportamento mais instável na manobra *J-Turn*, com uma velocidade de entrada de 39,6 km/h, quando comparada ao veículo *Sedan*. A instabilidade lateral do veículo se refletiu principalmente no ângulo de rolamento da carroceria (φ) e na taxa com a qual esse ângulo varia ($\partial\varphi/\partial t$).

Esse trabalho contribui no entendimento de diversos conceitos de dinâmica veicular, na construção de novos modelos nessa área, além de poder servir de base para o desenvolvimento de sistemas de controle de estabilidade.

Baseado no desenvolvimento contido nesse trabalho e resultados obtidos nas análises recomendam-se alguns trabalhos futuros:

Refinar o modelo de três GDL com abordagem não linear pneus, introduzindo novos conceitos de dinâmica veicular, a fim de gerar resultados melhores dos quais foram apresentados nesse trabalho.

Desenvolver estudos experimentais em veículos em escala reduzida comparando os resultados com modelos de dinâmica veicular.

Modelar sistemas de controle de estabilidade de veículos automotivos, utilizando como base os modelos aqui apresentados, e demonstrar que automóveis que utilizam esses sistemas tornam-se mais estáveis em curvas.

Propor soluções construtivas para viabilizar os sistemas de controle de estabilidade modelados no passo anterior. Elaborar os mecanismos, realizar testes práticos e comparar os resultados experimentais com os modelos matemáticos.

Realizar comparações entre os modelos analíticos propostos nesse trabalho com modelos elaborados em programas de computador de dinâmica veicular (e.g. *CarSimTM* ou *Adams/Car*).

REFERÊNCIAS

- ABBAS, M. A. **Non-linear model predictive control for autonomous vehicles**. 2011. 125 p. Thesis (Master of Applied Science), University of Ontario Institute of Technology, Ontario, 2011.
- BAKKER, E.; NYBORG, L.; PACEJKA, H. B. **Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies**. Detroit: International Congress and Exposition. 20 p. (SAE Paper, No. 870421). 1987.
- BEAL, C. E. **Applications of model predictive control to vehicle dynamics for active safety and stability**. 2011. 155 p. Dissertation (Doctor of Philosophy), Stanford University, Stanford, 2011.
- BEAL, C. E; GERDES, C. Predictive control of vehicle roll dynamics with rear wheel steering. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2010, Baltimore. **Proceedings...** Baltimore: p. 1489-1494. jul. 2010.
- CHERIAN, V. et al. **Model-based design of SUV anti-rollover control system**. Detroit: SAE World Congress & Exhibition. 6 p. (SAE Technical Paper 2008-01-0579). 2008.
- CONG, L.; XINYE, W.; HONGWU, H. Sliding mode control of bus stability based on LMI. **Journal of chemical and pharmaceutical research**. p. 1319-1325. 2014.
- DAHMANI, H. et al. Road curvature estimation for vehicle lane departure detection using a robust Takagi-Sugeno fuzzy observer. **Vehicle system dynamics**. vol. 51, p. 581-599. nov. 2013.
- DAHMANI, H. et al. Detection of impending vehicle rollover with road bank angle consideration using a robust fuzzy observer. **International journal of automation and computing**. vol. 12, p. 93-101. fev. 2015.
- DICKERSON, C. P. et al. **Effects of outrigger design on vehicles dynamics**. Detroit: International Congress & Exposition. 18 p. (SAE Technical Paper 940226). 1994.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (DNIT). **Quadro 0102 - Número de acidentes por tipo e gravidade**. Dados obtidos pelo Departamento de Polícia Rodoviária Federal (DPRF) nas rodovias federais sob jurisdição do DNIT. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/download/rodovias/operacoes-rodoviaras/estatisticas-de-acidentes/qquadro-0102-numero-de-acidentes-por-tipo-e-gravidade-ano-de-2011.pdf>>. Acesso em: 28 ago. 2016.
- DOROHOFF, M. D. Jr. **A study of vehicle response asymmetries during severe driving maneuvers**. 2003. 209 p. Thesis (Master of Science), The Ohio State University, Ohio, 2003.
- ELMI, N.; OHADI, A.; SAMADI, B. Active front-steering control of a sport utility vehicle using a robust linear quadratic regulator method, with emphasis on the roll dynamics. **Journal of automobile engineering**. p. 1636-1649. jul. 2013.

FEDERAÇÃO NACIONAL DA DISTRIBUIÇÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES (FENABRAVE). **Anuário de 2015**. Dados da indústria automotiva no Brasil. Disponível em: <<http://www3.fenabreve.org.br:8082/plus/modulos/listas/?tac=download&file=/listas/plusfiles/Anuario2015.pdf>>. Acesso em: 28 ago. 2016a.

FEDERAÇÃO NACIONAL DA DISTRIBUIÇÃO DE VEÍCULOS AUTOMOTORES (FENABRAVE). **Emplacamentos**. Informativo sobre emplacamentos. Disponível em: <http://www3.fenabreve.org.br:8082/plus/modulos/listas/?tac=download&file=/listas/plusfiles/2016_07_2.pdf>. Acesso em: 28 ago. 2016b.

FORKENBROCK, G. J. et al. A comprehensive experimental evaluation of test maneuvers that may induce on-road, untripped, light vehicle rollover. Washington, D.C.: National Highway Traffic Safety Administration. 297 p. (Technical Report Documentation, DOT HS 809 513). 2002.

GENG, C. et al. Direct yaw-moment control of an in-wheel-motored electric vehicle based on body slip angle fuzzy observer. **IEEE transactions on industrial electronics**. p. 1411-1419. 2009.

GILLESPIE, T. D. **Fundamental of vehicles dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers. 495 p. 1992.

JANG, B. C.; MARIMUTHU, R. P. Sensitivity analysis of SUV parameters on rollover propensity. **International journal of automotive technology**. vol. 7, p. 703-714. maio 2006.

KINJAWADEKAR, T. S. **Model-based design of electronic stability control system for passenger cars using CarSim and Matlab-Simulink**. 2009. 87 p. Thesis (Master of Science), The Ohio State University, Ohio, 2009.

LEAL, L. da C. M.; ROSA, E. da; NICOLAZZI, L. C. **Uma introdução à modelagem quase-estática de automóveis**. Florianópolis: GRANTE Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC. 355 p. 2012.

MARIMUTHU, R. P.; JANG, B. C.; HONG, S. J. **A study on SUV parameters sensitivity on rollover propensity**. Detroit: SAE World Congress & Exhibition. 12 p. (SAE Technical Paper 2006-01-0795). 2006.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race car vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers. 918 p. 1995.

NATIONAL HIGHWAY TRAFFIC SAFETY ADMINISTRATION (NHTSA). **Classificação de segurança de cinco estrelas desenvolvida pela agência NHTSA**. Disponível em: <<http://www.safercar.gov/Safety+Ratings>>. Acesso em: 28 ago. 2016.

PALMIERI, G. et al. **A preliminary study on the effects of roll dynamics in predictive vehicle stability control**. Cancun: 47th IEEE Conference on Decision and Control. 6 p. (ThC09.1). 2008.

PENNY, D. N. Rollover of sport utility vehicles. **The Physics Teacher**, Cedar City. vol. 42, p. 86-91. 16 jan. 2004.

PEREIRA, D. R. **Avaliação da dinâmica lateral de veículos comerciais equipados com multieixos esterçantes**. 2010. 150 p. Dissertação (Mestrado), Centro Universitário da FEI, São Bernardo do Campo, 2010.

POPP, K.; SCHIEHLEN, W. **Ground vehicle dynamics**. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 348 p. 2010.

PORSCHE. **Vídeo de demonstração do sistema rear-axle steering do Porsche 911 Carrera**. Vídeo disponível no canal oficial da Porsche no YouTube. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=bjb9iQv1p54>>. Acesso em: 28 ago. 2016.

ROBERTSON, L. S.; KELLEY, A. B. Static stability as a predictor of overturn in fatal motor vehicles crashes. **The journal of trauma**. vol. 29, p. 313-319. mar. 1988.

SAFI, P.; ENTEZARI, M. M. Fuzzy controller design for a novel vehicle rollover prevention system. **International journal of machine learning and computing**. vol. 2, p. 544-547. out. 2012.

SAKAI, H.; SATOH, Y. The impact of roll center height on vehicle dynamic behavior. **Elsevier science**. p. 329-333. fev. 1994.

SHIM, T.; GHIKE, C. Understanding the limitations of different vehicle models for roll dynamics studies. **Vehicle system dynamics**. vol. 45, p. 191-216. mar. 2007.

SCHOFIELD, B. **Vehicle dynamics control for rollover prevention**. 2006. 111 p. Thesis (Licentiate), Lund University, Lund, 2006.

TRAVIS, W. E. et al. Using scaled vehicles to investigate the influence of various properties on rollover propensity. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2004, Boston. **Proceedings...** Boston: IEEE. vol. 4 p. 3381-3386. 2004.

TURNIP, A.; FAKHRURROJA, H. Estimation of the wheel-ground contact forces using extended kalman filter. **International journal of instrumentation science**. p. 34-40. 2013.

ULSOY, A. G.; PENG, H.; ÇAKMAKCI, M. **Automotive Control Systems**. Cambridge: Cambridge University Press. 408 p. 2014.

WHITEHEAD, R. J. et al. **A study of the effect of various vehicle properties on rollover propensity**. Detroit: SAE Automotive Dynamics, Stability & Controls Conference and Exhibition. 10 p. (SAE Paper No. 2004-01-2094). 2004.

WHITEHEAD, R. J. **A Study of properties that influence vehicle rollover propensity**. 2005. 180 p. Thesis (Master of Science), Auburn University, Auburn, 2005.

APÊNDICE A - MODELOS DESENVOLVIDOS PELO AUTOR

DROPBOX. Plataforma para compartilhamento de fotos, documentos, vídeos e outros arquivos. Códigos disponibilizados pelo autor referentes aos quatro estudos realizados.

Disponível em:

<<https://www.dropbox.com/sh/bwirp266akc2bli/AADu6UpSXom1Imt88iG8qWw-a?dl=0>>.

APÊNDICE B - CÓDIGO FONTE DO MODELO LINEAR DE PNEUS

Nesse Apêndice é apresentado o código fonte referente ao modelo de três GDL com formulação linear de pneus. O sistema foi usado na obtenção dos resultados do primeiro estudo apresentado nesse trabalho (i.e. seção 4.1.).

O código foi subdividido em nove arquivos, a fim de facilitar o entendimento do problema e a implementação no programa *Matlab*. O arquivo *plot.m* não foi adicionado nesse Apêndice, pois agrega conhecimento apenas em relação ao manuseio do sistema. Os nove arquivos estão apresentados abaixo.

Um comentário ao lado de todas as variáveis foi introduzido nos códigos, para facilitar o entendimento de cada linha de comando.

O arquivo *Main.m* organiza todas as rotinas e a chamada ordenada de funções e blocos de variáveis. Inicialmente, é chamado o arquivo *Velocity.m* que importa dados referentes a velocidade longitudinal desenvolvida pelo veículo durante toda manobra. O arquivo *Vehicle.m* define os parâmetros construtivos do veículo a ser simulado. Todas as variáveis referentes ao tempo de simulação estão incluídas dentro do arquivo *Time.m*. O arquivo *Solver.m* configura o sistema de solução de equações diferenciais ordinárias, chamando outra função definida como *ODE.m*. A função *ODE.m* fica encarregada de solucionar o modelo, acessando a cada iteração os parâmetros referentes a velocidade longitudinal (*Velocity.m*), aos parâmetros construtivos do veículo (*Vehicle.m*) e ao perfil da manobra (*Maneuver.m*). Após solucionar o modelo o bloco *Maneuver.m* é novamente chamado, visto que a sua chamada inicial foi realizada dentro da função *ODE.m* (i.e. a variável manobra é uma variável local da função *ODE.m*) impossibilitando seu uso no arquivo *Main.m*. Por fim é realizado o pós processamento de dados com o arquivo *Variables.m* e a construção de todas as figuras com o bloco *Plot.m*.

Main.m

```
clear all           % Limpeza de dados
clc                % Limpeza de dados
close all          % Limpeza de dados
format compact     % Formatação dos dados

Velocity;         % Velocidade longitudinal do veículo
Vehicle;          % Parâmetros do veículo
Time;             % Variáveis de tempo
Solver;           % Método de solução das EDO (Equação Diferencial Ordinária)
Maneuver;         % Perfil da manobra desenvolvida pelo veículo
```

```

Variables;    % Calculando outras variáveis
Plot;        % Plotando as variáveis

```

Velocity.m

```
Vx = 65/3.6; % Velocidade longitudinal do veículo [m/s]
```

Vehicle.m

```

% CGm: Centro de gravidade da massa total
% CGs: Centro de gravidade da massa suspensa
% CGu: Centro de gravidade da massa não suspensa

g = 9.81;           % Aceleração da gravidade [m/s2]
ms = 1363.64       % Massa suspensa [kg]
mu = 136.36;       % Massa não suspensa [kg]
m = ms + mu;       % Massa total [kg]
Izzu = 220.0;      % Momento de inércia de guinada da massa não suspensa (kg.m2)
Izss = 2200.0;     % Momento de inércia de guinada da massa suspensa (kg.m2)
Ixxs = 400.0;      % Momento de inércia de rolamento da massa suspensa (kg.m2)
Ixzs = 75.0;       % Produto do momento de inércia da massa suspensa (kg.m2)
Tf = 1.4;          % Bitola dianteira [m]
Tr = 1.4;          % Bitola traseira [m]
c = 0.14;          % Distância entre o CGm e CGs na direção X [m]
e = 1.4;           % Distância entre o CGm e CGu na direção X [m]
h = 0.35;          % Distância entre o CGs e o eixo de rolamento da massa [m]
b = 1.4;           % Distância entre o eixo traseiro e o CGm [m]
a = 1.14;          % Distância entre o eixo dianteiro e o CGm [m]
L = a + b;         % Comprimento do entre eixos [m]
thetaR = 5.0*pi/180; % Ângulo: eixo X e o eixo de rolamento da massa suspensa [rad]
Caf = 44000*2;     % Rigidez lateral dos dois pneus dianteiros [N/rad]
Car = 47000*2;     % Rigidez lateral dos dois pneus traseiros [N/rad]
Cyf = 2000*2;      % Rigidez do camber das duas rodas dianteiras [N/rad]
dyfdf = 0.8;       % Variação angular do camber dianteiro [rad/rad]
ddrdf = -0.095;    % Esterçamento introduzido nas rodas traseiras [rad/rad]
kphi = 700*180/pi; % Rigidez total do sistema de suspensão [N.m]
cphi = 21.0*180/pi; % Amortecimento total do sistema de suspensão [N.m.rad/sec]

% Outros parâmetros importantes

kphif = kphi/2;    % Rigidez do sistema de suspensão [N.m]
kphir = kphi/2;    % Rigidez do sistema de suspensão [N.m]
cphif = cphi/2;    % Amortecimento do sistema de suspensão dianteira [N.m.rad/sec]
cphir = cphi/2;    % Amortecimento do sistema de suspensão traseira [N.m.rad/sec]
Wr = a*m*g/(a+b); % Carga atuando no eixo traseiro [N]
Wf = (m*g)-Wr;     % Carga atuando no eixo dianteiro [N]

% Coeficientes das matrizes 'A' e 'B'

Ix = Ixxs + ms*h^2 - 2*thetaR*Ixzs + Izss*thetaR^2;
Ixz = ms*h*c - Ixzs + thetaR*Izss;

```

```

Iz = Izzs + Izzu + ms*c^2 + mu*e^2;
Yb = -(Caf + Car);
Yr = (b*Car - a*Caf)/Vx;
Yphi = Car*ddrdf + Cyf*dyfdf;
Ydel = Caf;
Nb = b*Car - a*Caf;
Nr = -(Caf*a^2 + Car*b^2)/Vx;
Nphi = a*Cyf*dyfdf - b*Car*ddrdf;
Ndel= a*Caf;
Lp= -cphi;
Lphi = (ms*g*h - kphi);

```

Time.m

```

to = 0;           % Tempo inicial [s]
tf = 8;          % Tempo final [s]
ts = 1e-5;       % Passo de tempo [s]
tv = to:ts:tf;   % Vetor de tempo
tvv = to:ts:(tf-ts); % Vetor de tempo
NN = tf/ts+1;    % Tamanho dos vetores
xo = [0,0,0,0];  % Chutes iniciais para solução da ODE

```

Solver.m

```
[t,x] = ode15s(@ODE, tv, xo);
```

ODE.m

```

function x_dt = ODE(t,x)

Velocity; % Velocidade longitudinal
Maneuver; % Perfil da manobra
Vehicle; % Parâmetros do veículo

E = [m*Vx      , 0      , ms*h , 0 ;
      0         , Iz     , Ixz  , 0 ;
      ms*h*Vx  , Ixz    , Ix    , 0 ;
      0         , 0      , 0    , 1];

F = [-Yb , m*Vx-Yr , 0 , -Yphi;
      -Nb , -Nr     , 0 , -Nphi;
      0  , ms*h*Vx , -Lp , -Lphi;
      0  , 0       , -1 , 0  ];

G = [Ydel;
      Ndel;
      0 ;
      0 ];

```

```

A = -E\F;
B = E\G;

x = [x(1); % Ângulo de deriva em relação ao CG do veículo [rad]
     x(2); % Velocidade angular de guinada [rad/s]
     x(3); % Velocidade angular de rolamento [rad/s]
     x(4)]; % Ângulo de rolamento da carroceria [rad]

x_dt = A*x + B*del;

end

```

Maneuver.m

```

% Nome da manobra: Esterçamento senoidal

Amp = 25; % Amplitude do sinal [deg]
del = (pi/180)*Amp*tanh(t); % Função do ângulo de esterçamento [rad]

```

Variables.m

```

Ay(1:int64(NN)) = 0; % Aceleração lateral [m/s]
af(1:int64(NN-1)) = 0; % Ângulo de deriva dos pneus dianteiros [rad]
ar(1:int64(NN-1)) = 0; % Ângulo de deriva dos pneus traseiros [rad]
B_dt(1:int64(NN)) = 0; % Derivada do ângulo de deriva em relação ao CG [rad/s]
dFzf(1:int64(NN)) = 0; % Transferência lateral de carga no eixo dianteiro [N]
dFzr(1:int64(NN)) = 0; % Transferência lateral de carga no eixo traseiro [N]
phi_ddt(1:int64(NN)) = 0; % Aceleração angular de rolamento [rad/s2]
Fyf(1:int64(NN-1)) = 0; % Soma das forças laterais nos pneus dianteiros [N]
Fyr(1:int64(NN-1)) = 0; % Soma das forças laterais nos pneus traseiros [N]
Fzf_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu dianteiro esquerdo [N]
Fzf_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu dianteiro direito [N]
Fzr_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu traseiro esquerdo [N]
Fzr_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu traseiro direito [N]
Vxx(1:int64(NN)) = Vx; % Vetor de velocidade longitudinal [m/s]
Vy(1:int64(NN)) = 0; % Velocidade lateral [m/s]
X_pos(1:int64(NN-1)) = 0; % Deslocamento em X [m]
Y_pos(1:int64(NN-1)) = 0; % Deslocamento em Y [m]

for i=1:1:(tf/ts)-1
    B_dt(i) = (x(i+1,1)-x(i,1))/(t(i+1,1)-t(i,1));
    phi_ddt(i) = (x(i+1,3)-x(i,3))/(t(i+1,1)-t(i,1));
end

B_dt(int64(tf/ts)) = 0;
B_dt(int64(tf/ts+1)) = 0;
B_dt = B_dt(:);

phi_ddt(int64(tf/ts)) = 0;
phi_ddt(int64(tf/ts+1)) = 0;

```



```

phi_ddt = phi_ddt(:);

Vy = tan(x(:,1))*Vx;
Ay = Vx*x(:,2)+B_dt*Vx+ms*h*phi_ddt/m;

dFzf = (2/Tf)*((cphif*x(:,3))+(kphif*x(:,4)));
dFzr = (2/Tr)*((cphir*x(:,3))+(kphir*x(:,4)));

af = del -atan(Vy/Vx) -atan(a*x(:,2)/Vx);
ar = -atan(Vy/Vx) + atan(b*x(:,2)/Vx);

for i=1:1:(tf/ts)
    X_pos(i+1)=X_pos(i)+ts*0.5*(Vxx(i+1)+Vxx(i));
    Y_pos(i+1)=Y_pos(i)+ts*0.5*(Vy(i+1)+Vy(i));

    if abs(dFzf(i)) >= Wf/2
        dFzf(i)=sign(dFzf(i))*Wf/2;
    end

    if abs(dFzr(i)) >= Wr/2
        dFzr(i)=sign(dFzr(i))*Wr/2;
    end

    Fzf_L(i)=(Wf/2)+dFzf(i);
    Fzf_R(i)=(Wf/2)-dFzf(i);
    Fzr_L(i)=(Wr/2)+dFzr(i);
    Fzr_R(i)=(Wr/2)-dFzr(i);

    Fyf(i)=Caf*af(i);
    Fyr(i)=Car*ar(i);
end

X_pos(int64(tf/ts+1)) = X_pos(int64(tf/ts));
Y_pos(int64(tf/ts+1)) = Y_pos(int64(tf/ts));

X_pos = X_pos(:);
Y_pos = Y_pos(:);

```

APÊNDICE C - CÓDIGO FONTE DO MODELO NÃO LINEAR DE PNEUS

Nesse Apêndice será apresentado o código fonte referente ao modelo de três GDL com formulação não linear de pneus. O sistema foi usado na obtenção dos resultados do primeiro estudo apresentado nesse trabalho (i.e. seção 4.1.).

O código foi subdividido em dez arquivos, a fim de facilitar o entendimento do problema e a implementação no programa *Matlab*. O arquivo *plot.m* não foi adicionado nesse Apêndice, pois agrega conhecimento apenas em relação ao manuseio do sistema. Os nove arquivos estão apresentados abaixo.

Um comentário ao lado de todas as variáveis foi introduzido nos códigos, para facilitar o entendimento de cada linha de comando.

A disposição dos arquivos é idêntica da mencionada no Apêndice B, com exceção da inclusão da função *Pacejka.m*, que representa o modelo não linear de pneus.

Main.m

```
clear all           % Limpeza de dados
clc                % Limpeza de dados
close all          % Limpeza de dados
format compact     % Formatação dos dados

Velocity;         % Velocidade longitudinal do veículo
Vehicle;          % Parâmetros do veículo
Time;             % Variáveis de tempo
Solver;           % Método de solução das EDO (Equação Diferencial Ordinária)
Maneuver;         % Perfil da manobra desenvolvida pelo veículo
Variables;        % Calculando outras variáveis
Plot;             % Plotando as variáveis
```

Velocity.m

```
Vx = 65/3.6; % Velocidade longitudinal do veículo [m/s]
```

Vehicle.m

```
% CGm: Centro de gravidade da massa total
% CGs: Centro de gravidade da massa suspensa
% CGu: Centro de gravidade da massa não suspensa

g = 9.81; % Aceleração da gravidade [m/s2]
ms = 1363.64; % Massa suspensa [kg]
mu = 136.36; % Massa não suspensa [kg]
m = ms + mu; % Massa total [kg]
```

```

Izzu = 220.0; % Momento de inércia de guinada da massa não suspensa (kg.m2)
Izss = 2200.0; % Momento de inércia de guinada da massa suspensa (kg.m2)
Ixxs = 400.0; % Momento de inércia de rolamento da massa suspensa (kg.m2)
Ixzs = 75.0; % Produto do momento de inércia da massa suspensa (kg.m2)
Tf = 1.4; % Bitola dianteira [m]
Tr = 1.4; % Bitola traseira [m]
c = 0.14; % Distância entre o CGm e CGs na direção X [m]
e = 1.4; % Distância entre o CGm e CGu na direção X [m]
h = 0.35; % Distância entre o CGs e o eixo de rolamento [m]
b = 1.4; % Distância entre o eixo traseiro e o CGm [m]
a = 1.14; % Distância entre o eixo dianteiro e o CGm [m]
L = a + b; % Comprimento do entre eixos [m]
thetaR = 5.0*pi/180; % Ângulo entre o eixo X e o eixo de rolamento [rad]
kphi = 700*180/pi; % Rigidez total do sistema de suspensão [N.m]
cphi = 21.0*180/pi; % Amortecimento total do sistema de suspensão [N.m.rad/sec]

% Outros parâmetros importantes

kphif = kphi/2; % Rigidez do sistema de suspensão dianteira [N.m]
kphir = kphi/2; % Rigidez do sistema de suspensão traseira [N.m]
cphif = cphi/2; % Amortecimento do sistema de suspensão dianteira [N.m.rad/sec]
cphir = cphi/2; % Amortecimento do sistema de suspensão traseira [N.m.rad/sec]
Wr = a*m*g/(a+b); % Carga atuando no eixo traseiro [N]
Wf = (m*g)-Wr; % Carga atuando no eixo dianteiro [N]

% Coeficientes das matrizes 'A' e 'B'

Ix = Ixxs + ms*h^2 - 2*thetaR*Ixzs + Izss*thetaR^2;
Ixz = ms*h*c - Ixzs + thetaR*Izss;
Iz = Izss + Izzu + ms*c^2 + mu*e^2;
Lp= -cphi;
Lphi = (ms*g*h - kphi);

```

Time.m

```

to = 0; % Tempo inicial [s]
tf = 8; % Tempo final [s]
ts = 1e-5; % Passo de tempo [s]
tv = to:ts:tf; % Vetor de tempo
tvv = to:ts:(tf-ts); % Vetor de tempo
NN = tf/ts+1; % Tamanho dos vetores
xo = [0,0,0,0]; % Chutes iniciais para solução da ODE

```

Solver.m

```
[t,x] = ode15s(@ODE, tv, xo);
```

ODE.m

```

function x_dt = ODE(t,x)

Velocity; % Velocidade longitudinal
Maneuver; % Perfil da manobra
Vehicle; % Parâmetros do veículo

E = [m      , 0      , ms*h ,      0;
     0      , Iz     , Ixz  ,      0;
    -ms*h   , -Ixz  , -Ix   , -cphi;
     0      , 0      , 0    ,      1];

F = [0 , m*Vx      , 0 ,      0;
     0 , 0         , 0 ,      0;
     0 , -ms*h*Vx , 0 , (ms*g*h-kphi);
     0 , 0         , -1 ,      0];

A = -E\F;

H = [1      , 1;
     a*cos(del) , -b;
     0      , 0;
     0      , 0];

Bw = E\H;

af = del -atan(x(1)/Vx) -atan(a*x(2)/Vx);
ar = -atan(x(1)/Vx) + atan(b*x(2)/Vx);

dFzf = (2/Tf) * ((cphif*x(3))+(kphif*x(4)));
dFzr = (2/Tr) * ((cphir*x(3))+(kphir*x(4)));

if abs(dFzf) >= Wf/2
    dFzf=sign(dFzf)*Wf/2;
end

if abs(dFzr) >= Wr/2
    dFzr=sign(dFzr)*Wr/2;
end

Fzf_L=(Wf/2)+dFzf;
Fzf_R=(Wf/2)-dFzf;
Fzr_L=(Wr/2)+dFzr;
Fzr_R=(Wr/2)-dFzr;

Fyf_L=Pacejka(Fzf_L,af);
Fyf_R=Pacejka(Fzf_R,af);
Fyr_L=Pacejka(Fzr_L,ar);
Fyr_R=Pacejka(Fzr_R,ar);

Fyf = Fyf_L + Fyf_R;
Fyr = Fyr_L + Fyr_R;

```

```

Fy = [Fyf;Fyr];

x = [x(1); % Velocidade lateral [m/s]
     x(2); % Velocidade angular de guinada [rad/s]
     x(3); % Velocidade angular de rolamento [rad/s]
     x(4)]; % Ângulo de rolamento da carroceria [rad]

x_dt = A*x + Bw*Fy;

end

```

Pacejka.m

```

function [Fy] = Pacejka(Fz,alpha)

if Fz <=0
    Fy = 0;

else
    Fz = Fz/1000; % Fz [kN]
    alpha = alpha*180/pi; % aplha [deg]

    a1 = -22.1;
    a2 = 1011;
    a3 = 1078;
    a4 = 1.82;
    a5 = 0.208;
    a6 = 0;
    a7 = -0.354;
    a8 = 0.707;

    C = 1.30;
    D = (a1*(Fz^2))+(a2*Fz);
    E = (a6*(Fz^2))+(a7*Fz)+a8;
    BCD = a3*sin(a4*atan(a5*Fz));
    B = BCD/(C*D);
    phi = (1-E)*alpha+(E/B)*atan(B*alpha);
    Fy = D*sin(C*atan(B*phi));

end

end

```

Maneuver.m

```

% Nome da manobra: Esterçamento senoidal

Amp = 25; % Amplitude do sinal [deg]
del = (pi/180)*Amp*tanh(t); % Função do ângulo de esterçamento [rad]

```

Variables.m

```

Ay(1:int64(NN)) = 0; % Aceleração lateral [m/s]
af(1:int64(NN-1)) = 0; % Ângulo de deriva dos pneus dianteiros [rad]
ar(1:int64(NN-1)) = 0; % Ângulo de deriva dos pneus traseiros [rad]
beta(1:int64(NN)) = 0; % Ângulo de derivada em relação ao CG [rad/s]
dFzf(1:int64(NN)) = 0; % Transferência lateral de carga no eixo dianteiro [N]
dFzr(1:int64(NN)) = 0; % Transferência lateral de carga no eixo traseiro [N]
phi_ddt(1:int64(NN)) = 0; % Aceleração angular de rolamento [rad/s2]
Fyf(1:int64(NN-1)) = 0; % Soma das forças laterais nos pneus dianteiros [N]
Fyr(1:int64(NN-1)) = 0; % Soma das forças laterais nos pneus traseiros [N]
Fyf_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força lateral no pneu dianteiro esquerdo [N]
Fyf_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força lateral no pneu dianteiro direito [N]
Fyr_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força lateral no pneu traseiro esquerdo [N]
Fyr_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força lateral no pneu traseiro direito [N]
Fzf_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu dianteiro esquerdo [N]
Fzf_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu dianteiro direito [N]
Fzr_L(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu traseiro esquerdo [N]
Fzr_R(1:int64(NN-1)) = 0; % Força vertical no pneu traseiro direito [N]
Vy(1:int64(NN)) = 0; % Vetor de velocidade lateral [m/s]
Vxx(1:int64(NN)) = Vx; % Vetor de velocidade longitudinal [m/s]
X_pos(1:int64(NN-1)) = 0; % Deslocamento em X [m]
Y_pos(1:int64(NN-1)) = 0; % Deslocamento em Y [m]

for i=1:1:(tf/ts)-1
    Vy_dt(i) = (x(i+1,1)-x(i,1))/(t(i+1,1)-t(i,1));
    phi_ddt(i) = (x(i+1,3)-x(i,3))/(t(i+1,1)-t(i,1));
end

Vy_dt(int64(tf/ts)) = 0;
Vy_dt(int64(tf/ts+1)) = 0;
Vy_dt = Vy_dt(:);

phi_ddt(int64(tf/ts)) = 0;
phi_ddt(int64(tf/ts+1)) = 0;
phi_ddt = phi_ddt(:);

beta = atan(x(:,1)/Vx);
Ay = Vx*x(:,2)+Vy_dt+ms*h*phi_ddt/m;

dFzf = (2/Tf)*((cphif*x(:,3))+(kphif*x(:,4)));
dFzr = (2/Tr)*((cphir*x(:,3))+(kphir*x(:,4)));

af = del -atan(x(:,1)/Vx) -atan(a*x(:,2)/Vx);
ar = -atan(x(:,1)/Vx) + atan(b*x(:,2)/Vx);

Vy = x(:,1);

for i=1:1:(tf/ts)
    X_pos(i+1)=X_pos(i)+ts*0.5*(Vxx(i+1)+Vxx(i));
    Y_pos(i+1)=Y_pos(i)+ts*0.5*(Vy(i+1)+Vy(i));

    if abs(dFzf(i)) >= Wf/2
        dFzf(i)=sign(dFzf(i))*Wf/2;
    end
end

```

```
if abs(dFzr(i)) >= Wr/2
    dFzr(i)=sign(dFzr(i))*Wr/2;
end

Fzf_L(i)=(Wf/2)+dFzf(i);
Fzf_R(i)=(Wf/2)-dFzf(i);
Fzr_L(i)=(Wr/2)+dFzr(i);
Fzr_R(i)=(Wr/2)-dFzr(i);

Fyf_L(i)=Pacejka(Fzf_L(i),af(i));
Fyf_R(i)=Pacejka(Fzf_R(i),af(i));
Fyr_L(i)=Pacejka(Fzr_L(i),ar(i));
Fyr_R(i)=Pacejka(Fzr_R(i),ar(i));

Fyf(i) = Fyf_L(i) + Fyf_R(i);
Fyr(i) = Fyr_L(i) + Fyr_R(i);

end

X_pos(int64(tf/ts+1)) = X_pos(int64(tf/ts));
Y_pos(int64(tf/ts+1)) = Y_pos(int64(tf/ts));

X_pos = X_pos(:);
Y_pos = Y_pos(:);

X_pos = X_pos(:);
Y_pos = Y_pos(:);
```