

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

VINÍCIUS HAGEMEYER CHIUMENTO

**INSTABILIDADE DE TAYLOR-COUETTE VISANDO A TRANSFERÊNCIA DE
CALOR**

Joinville

2016

VINÍCIUS HAGEMEYER CHIUMENTO

**INSTABILIDADE DE TAYLOR-COUETTE VISANDO A TRANSFERÊNCIA DE
CALOR**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Bacharel em Engenharia Aeroespacial, da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Joinville.

Orientador: Professor Dr. Vinicius Malatesta

Joinville

2016

Vinícius Hagemeyer Chiumento

INSTABILIDADE DE TAYLOR-COUETTE VISANDO A TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Este trabalho de conclusão de curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Aeroespacial, aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Catarina.

Joinville, 14 de dezembro de 2016.

Professor Dr. Juan Pablo de Lima Costa Salazar
Coordenador

Banca Examidora:

Professor Dr. Vinicius Malatesta
Presidente da Banca

Professora Dr. Talita Sauter Possamai
Membro da Banca

Professor Dr. Juan Pablo de Lima Costa Salazar
Membro da Banca

Dedico este trabalho a minha mãe Laís, que não mediu esforços para eu chegar nessa etapa da minha vida e ao meu tio Laértes, que me inspirou a seguir a carreira de engenheiro.

Agradeço a meu orientador Vinicius Malatesta por toda a dedicação e atenção.

Agradeço aos professores por tudo o que eles me ensinaram.

Agradeço a todos os meu amigos que sempre estiveram presentes no decorrer da graduação.

Agradeço a minha família por todo o carinho que recebi.

“O que sabemos é uma gota; o que ignoramos é um oceano.”
Issac Newton (1687)

RESUMO

O escoamento de Taylor-Couette é um fenômeno de instabilidade centrífuga caracterizado pela presença de vórtices entre dois cilindros concêntricos, o que afeta o torque exercido entre os cilindros assim como a transferência de calor entre um cilindro e outro. O escoamento foi modelado utilizando o programa *Ansys Fluent*, que utiliza o método dos volumes finitos, com o método LES. Uma breve comparação entre o método LES e outros métodos foi realizada. Também foram realizadas várias simulações com o objetivo de conhecer o comportamento do escoamento, em respeito a dinâmica e a transferência de calor, em números de Reynolds diferentes. Os resultados obtidos foram validados através de experimentos encontrados na literatura, obtendo quantificação da precisão do modelo.

Palavras-chave: Instabilidade Hidrodinâmica, Transferência de Calor, Escoamento de Taylor-Couette .

ABSTRACT

The Taylor-Couette flow is a centrifugal instability phenomenon characterized by the presence of vortices between two concentric cylinders, which affects the torque exerted between the cylinders as well as the heat transfer from one cylinder to another. The flow was modeled using the software *Ansys Fluent*, which uses the finite volume method, with the LES method. A brief comparison between the LES method and other methods was performed. Various simulations were conducted in order to know the flow behavior in respect to dynamics and the heat transfer at different Reynolds numbers. The results were validated by obtaining quantification of model accuracy with experiments in the literature.

Keywords: Hydrodynamics Instability, Heat Transfer, Taylor-Couette flow

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustrações do experimento de Reynolds, a ilustração superior mostra o escoamento para baixos números de Reynolds, e a inferior mostra o escoamento para números de Reynolds altos.	18
Figura 2 - Instabilidade de Kelvin-Helmholtz sobre o monte Duval.....	19
Figura 3 - Instabilidade de Kelvin-Helmholtz formada por duas camadas da atmosfera de Júpiter.....	19
Figura 4 - (a)Escoamento de Taylor-Couette. (b) Escoamento em um canal com curvatura.(c) Escoamento sobre uma superfície concava.	20
Figura 5 - Ilustração dos vórtices de Görtler.....	21
Figura 6 - Contornos de isovelocidade (linhas tracejadas) e contornos de isotemperatura (linhas contínuas) em $Re = 3,32 \times 10^5$	21
Figura 7 - Regimes de escoamentos observados entre dois cilindros. Linhas tracejadas indicam regiões de transição e linhas pontilhadas indica o comportamento esperado porém não observado. O número de Reynolds referente ao cilindro externo é apresentado no eixo X e o número de Reynolds referente ao cilindro interno no eixo Y.	22
Figura 8 - Representação de dois cilindros concêntricos.	23
Figura 9 - Representação gráfica do experimento de (Martinez-Arias et al. 2014).	28
Figura 10- Malha com 800000 volumes.	30
Figura 11- Torque em função do número de volumes da malha, para $Re = 5000$, $\Gamma = 30$ e $\eta = 0,909$	30
Figura 12- Malha utilizada por Pirro(2008).	31
Figura 13- Perfil de velocidade para números de Reynolds entre 60 e 80, com raio interno igual a 0,1 m e externo igual a 0,2 m.	33
Figura 14- Contornos de temperatura.	34
Figura 15- Contornos de velocidade na direção Z, valores em metros por segundos.	34
Figura 16- Nu^ω em função do número de Reynolds.	35
Figura 17- Número de Nusselt em função do número de Reynolds.	36
Figura 18- Superfície de isotemperaturas para uma temperatura igual a 325°C a) $Re = 2500$ b) $Re = 3500$ c) $Re = 4500$ d) $Re = 6000$ e) $Re = 7000$ f) $Re = 8000$ g) $Re = 9000$ h) $Re = 10000$	37

Figura 19 - As setas indicam a magnitude e a direção da velocidade e os contornos a temperatura.....	39
Figura 20 - Camada limite térmica para regiões de upwash, downwash e através do vórtice para $Re = 7000$, $R_i = 0,05m$ e $R_e = 0,055m$	40
Figura 21 - Perfil de velocidade em $z = 5$ cm e $y = 0$	42

LISTA DE ABREVIATURAS

DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
LES	Large Eddy Simulation
QUICK	Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics
RANS	Reynolds Averaged Navier–Stokes equations
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SST	Shear Stress Transport

LISTA DE SÍMBOLOS

ω	Velocidade angular
R_i	Raio do cilindro interno
R_e	Raio do cilindro externo
η	Razão de raios ($\eta = R_i/R_e$)
d	Distância entre os cilindros ($d = R_e - R_i$)
D	Diâmetro
Ta	Número de Taylor
l	Comprimento dos cilindros
T	Torque
ρ	Densidade do fluido
ν	Viscosidade cinemática do fluido
G	Torque adimensional
Re	Número de Reynolds
k	Condutividade térmica
Pr	Número de Prandtl
\vec{u}	Vetor velocidade
\vec{x}	Vetor posição
Γ	Razão de aspecto ($\Gamma = L/R_e$)
Nu	Número de Nusselt
Nu^ω	Número de Nusselt para transporte de velocidade angular
λ	Comprimento de onda.
ϵ	Taxa de dissipação de energia cinética
σ	Espessura da camada limite.
J^ω	Taxa de transporte
J^ω_l	Taxa de transporte laminar
T_i	Temperatura no cilindro interno
T_e	Temperatura no cilindro externo
\dot{Q}	Fluxo de calor
p	pressão

ϕ propriedade escalar

t tempo

η_k Escala de Kolmogorov de comprimento

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	OBJETIVOS	17
1.1.1	Objetivo Geral	17
1.1.2	Objetivos Específicos	17
2	REVISÃO	18
2.1	INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA	18
2.2	INSTABILIDADE CENTRÍFUGA	19
2.2.1	Vórtices de Görtler	20
2.2.2	Instabilidade de Taylor-Couette	22
2.3	ESTIMATIVA DO TORQUE	23
2.4	TRANSFERÊNCIA DE CALOR	24
2.5	MÉTODO NUMÉRICO	25
2.5.1	Large Eddy Simulation (LES)	25
2.5.2	Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (RANS)	26
2.5.3	Detached Eddy Simulation (DES)	27
2.5.4	Direct Numerical Simulation (DNS)	27
3	INDEPENDÊNCIA DE MALHA	28
3.1	CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONDIÇÕES INICIAIS	28
3.2	ANÁLISE DA MALHA	29
4	VERIFICAÇÃO	31
5	RESULTADOS	35
5.1	TORQUE E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE	36
6	CONCLUSÃO	43

1 INTRODUÇÃO

A Instabilidade de Taylor-Couette consiste no escoamento entre dois cilindros rotativos com velocidades angulares diferentes onde pode ocorrer instabilidades causadas pelo efeito centrífugo na transição do escoamento laminar para turbulento. Em regime transiente, ocorre a formação de vórtices contra-rotativos entre os dois cilindros (MALATESTA, 2014). O fenômeno ocorre quando o cilindro interno tem velocidade angular maior do que o cilindro externo. Devido a presença de vórtices entre os cilindros, a transferência de calor entre eles é afetada.

Os escoamentos de Taylor-Couette popularmente são utilizados para estudar novos conceitos de mecânica dos fluidos, como a instabilidade e turbulência (OSTILLA et al. 2013). As razões do interesse pelo escoamento de Taylor-Couette incluem o fato do sistema ser bem definido pelas equações de Navier-Stokes, o fato do sistema ser fechado permitindo que relações de equilíbrio exatas possam ser derivadas e pelo fato da simplicidade de sua geometria facilitando experimentos e simulações numéricas.

Os estudos de instabilidade podem ser realizados por meio de experimentos ou simulações numéricas. O uso de simulações numéricas é importante, pois reduz o custo com experimentos e proporciona uma abordagem rápida em várias condições em que é possível realizar o experimento. No entanto, os resultados das simulações numéricas devem ser validados com experimentos para quantificar o erro devido a modelagem numérica (PATANKAR, 1980).

Existem diversos métodos de modelar fluidos e efeitos da turbulência. Métodos como o $K - \varepsilon$ aproximam as variações de velocidade por uma velocidade média o que pode causar erros em simulações de instabilidade hidrodinâmica. Porém, métodos como o *Reynolds Averaged Navier–Stokes equations* (RANS) ou *Large Eddy Simulation* (LES), *Detached Eddy Simulation* (DES) podem representar melhor o fenômeno físico estudado. Por causa da grande diversidade é importante saber qual método representa melhor o fenômeno estudado e também terá o menor custo computacional.

Tradicionalmente, o sistema é definido pelo número de Reynolds entre o cilindro externo e interno dado por $Re = R_i \omega_i d / \nu$, onde R_i é o raio do cilindro interno, d é o espaço entre os dois cilindros, ω_i é a velocidade angular do cilindro interno e ν é a viscosidade cinemática. As simulações podem ser feitas utilizando o método dos volumes finitos que consiste em resolver balanços de massa energia e quantidade de movimento em vários volumes pequenos que somados representam o volume de controle estudado.

No presente estudo foram realizados várias simulações numéricas utilizando o soft-

ware comercial *Ansys Fluent* para diversas condições do escoamento de Taylor-Couette visando estimar a transferência de calor e também o torque entre os cilindros. Para um determinado escoamento foram feitas varias simulações variando apenas o tamanho das malhas com o objetivo de descobrir em qual tamanho dos volumes os resultados não vão mais variar, independente do tamanho dos volumes. Foi também verificado a diferença dos resultados entre os métodos LES, RANS e DES e $K-\varepsilon$.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Estudar os efeitos da instabilidade hidrodinâmica sobre a transferência de calor em um escoamento de Taylor-Couette.

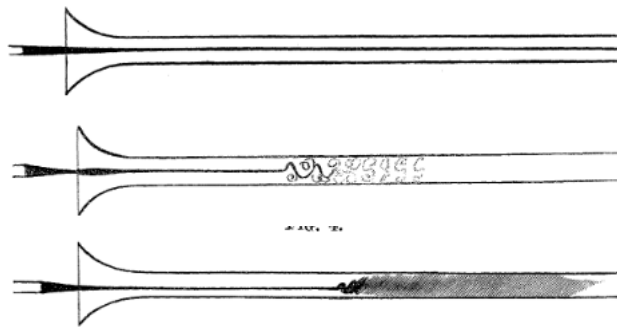
1.1.2 Objetivos Específicos

- Comparar a diferença entre os modelos de turbulência existentes e verificar com outros artigos a validade dos modelos;
- Verificar o sistema para diversos números de Reynolds comparando o torque com os resultados obtidos por um artigo experimental disponível na literatura;
- Analisar o fluxo de calor transferido obtido pelas simulações.

2 REVISÃO

O artigo de (REYNOLDS, 1883) marcou o início do estudo da instabilidade hidrodinâmica. Neste artigo Reynolds estudou a transição de escoamentos laminares para turbulentos em tubos e determinou um parâmetro adimensional em que a partir de um valor o escoamento laminar passa a ser turbulento. Este parâmetro ficou conhecido como número de Reynolds. O experimento consistia em liberar uma quantidade de tinta constante em um ponto a montante do escoamento de modo que a tinta é transportada pelo escoamento. Diferentes situações do experimento podem ser visualizadas na Figura 1, Note que para baixos números de Reynolds o fluxo de tinta forma uma linha contínua e estável.

Figura 1 – Ilustrações do experimento de Reynolds, a ilustração superior mostra o escoamento para baixos números de Reynolds, e a inferior mostra o escoamento para números de Reynolds altos.



Fonte: Reynolds(1883).

A principal característica de escoamentos em regime turbulento ou transiente é a presença de vórtices. Escoamentos em regimes transientes são resultados de uma instabilidade hidrodinâmica, portanto as instabilidades tem uma grande contribuição para que ocorra a mudança do estado laminar. É comum encontrar vórtices contra rotativos a partir de instabilidades centrífugas, os quais transicionam os escoamentos. Esses vórtices fazem com que o fluxo de baixa velocidade vá para longe da parede resultando em um perfil de velocidade inflexional.

2.1 INSTABILIDADE HIDRODINÂMICA

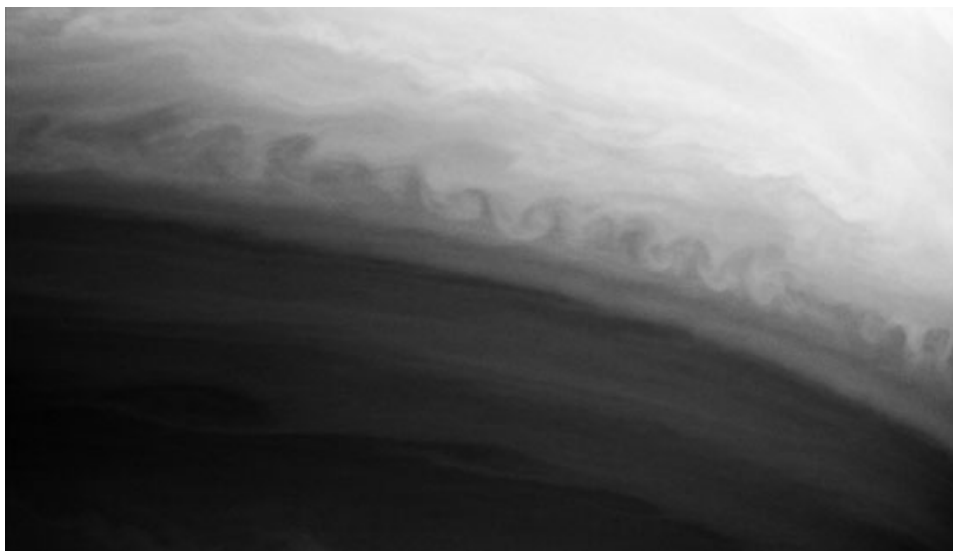
A instabilidade hidrodinâmica pode ocorrer entre camadas cisalhantes livres. O problema padrão deste caso consiste em duas camadas horizontais com velocidades diferentes em que na interface entre elas se desenvolve uma camada de mistura. Este perfil de velocidade é instável a pequenas perturbações e caracterizada pela presença de vórtices denominando o

Figura 2 – Instabilidade de Kelvin-Helmholtz sobre o monte Duval.



Fonte: Wikipédia (2006).

Figura 3 – Instabilidade de Kelvin-Helmholtz formada por duas camadas da atmosfera de Júpiter.



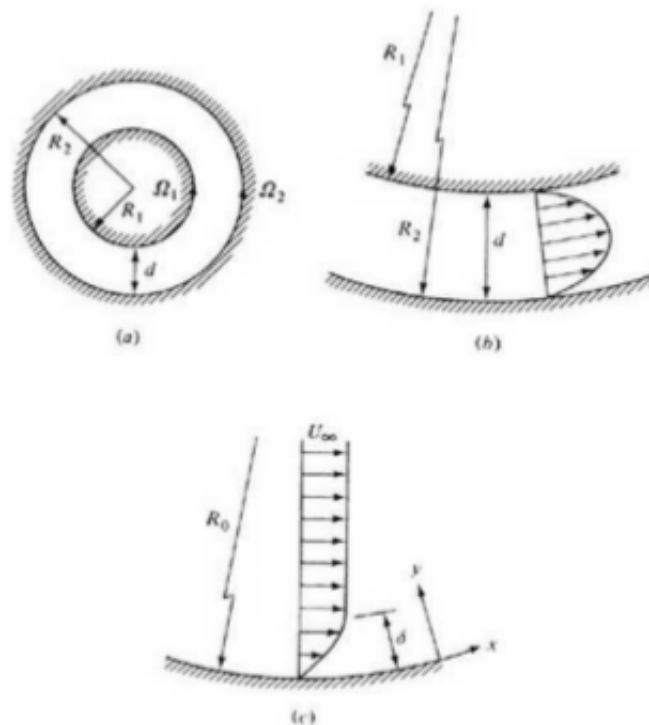
Fonte: Nasa (2004).

fenômeno de Kelvin-Helmholtz, nomeado em homenagem a seus criadores. As Figuras 2 e 3 ilustram a instabilidade de Kelvin-Helmholtz, onde a primeira mostra o fenômeno na atmosfera terrestre sobre o monte Duval na Austrália e a segunda imagem, obtida pela sonda Cassini, mostra a instabilidade de Kelvin-Helmholtz formada por duas camadas da atmosfera de Júpiter.

2.2 INSTABILIDADE CENTRÍFUGA

As causas da instabilidade centrífuga podem ser devido a rotações do escoamento ou superfícies com curvaturas e também pelo gradiente de pressão. A Figura 4 ilustra 3 casos em que podem ocorrer instabilidade centrífuga. No caso A, conhecido como escoamento de

Figura 4 – (a) Escoamento de Taylor-Couette. (b) Escoamento em um canal com curvatura. (c) Escoamento sobre uma superfície concava.



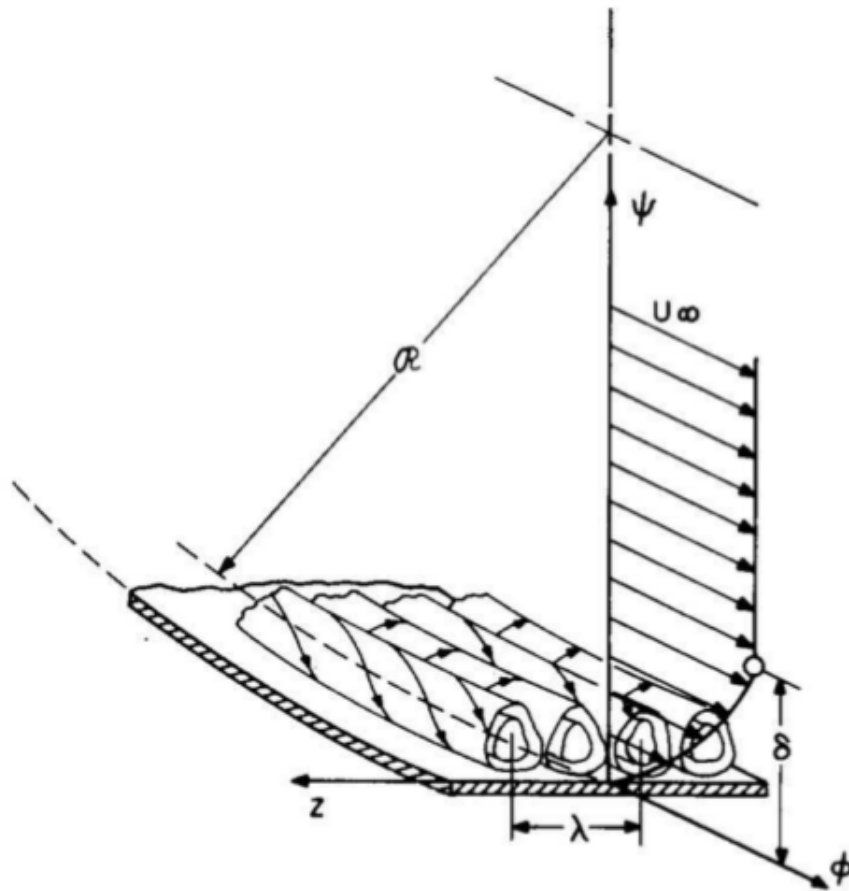
Fonte: Drazin e Reid (1981).

Taylor-Couette, o fluido é confinado entre dois cilindros com velocidades angulares diferentes, caso do presente estudo. No caso B o fluido escoava por um canal com curvatura (este caso pode ser visto em alguns trocadores de calor). No caso C o fluido escoava sobre uma placa concava.

2.2.1 Vórtices de Görtler

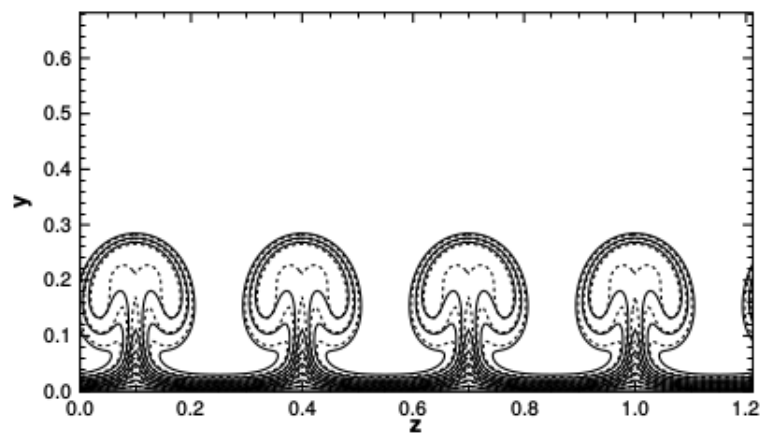
Görtler fez um estudo de camada limite sobre superfícies concavas em 1940 onde demonstrou a presença de vórtices longitudinais contra-rotativos que atualmente são denominados de vórtices de Görtler, ilustrados na Figura 5 (GÖRTLER, 1954). Os vórtices modificam a estrutura da camada limite de modo que a velocidade na direção do escoamento seja alterada, em gráficos de velocidade os contornos possuem forma de cogumelos conforme ilustrado na Figura 6. As regiões onde o fluido de baixa velocidade é impelido longe da parede (base do cogumelo) são chamadas de upwash e as regiões onde o fluido de alta velocidade é impelido na região próxima a parede são chamadas de downwash.

Figura 5 – Ilustração dos vórtices de Görtler.



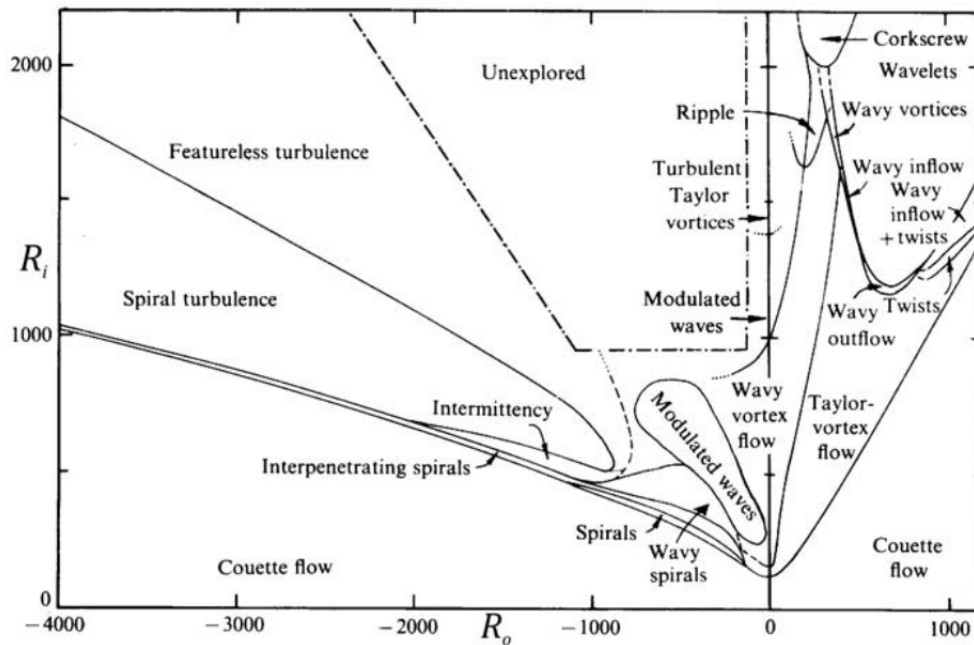
Fonte: Floryan (1982).

Figura 6 – Contornos de isovelocidade (linhas tracejadas) e contornos de isotemperatura (linhas contínuas) em $Re = 3,32 \times 10^5$.



Fonte: Malatesta (2014).

Figura 7 – Regimes de escoamentos observados entre dois cilindros. Linhas tracejadas indicam regiões de transição e linhas pontilhadas indica o comportamento esperado porém não observado. O número de Reynolds referente ao cilindro externo é apresentado no eixo X e o número de Reynolds referente ao cilindro interno no eixo Y.



Fonte: Arjang Alidai (2011).

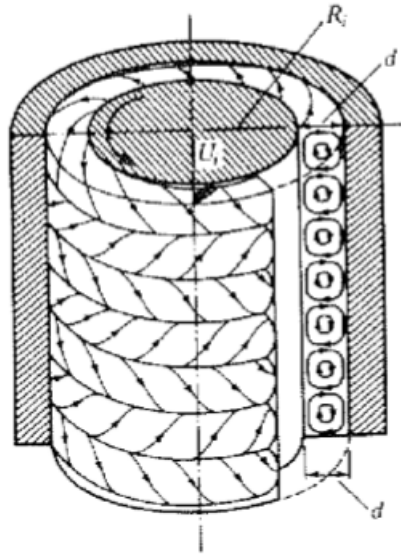
2.2.2 Instabilidade de Taylor-Couette

Nos escoamentos de Taylor-Couette o fluido é confinado entre dois cilindros concêntricos, onde o cilindro externo está parado e o cilindro interno com uma velocidade angular. Em determinados casos, são formados vórtices contra-rotativos, no presente estudo é analisada a taxa de transferência de calor na presença destes vórtices. Os possíveis regimes de escoamento com diferentes velocidades entre os cilindros são ilustrados na figura 7.

A Figura 8 mostra a representação dos cilindros de Taylor-Couette onde D_1 representa o diâmetro interno e D_2 representa o diâmetros externo, R_1 e R_2 representa o raio interno e externo respectivamente. O espaço entre dois cilindros é denominado por d e pode ser obtido pela diferença dos dois raios de modo que $d = R_2 - R_1$ e a largura é denominada por l . A geometria pode ser descrita por alguns parâmetros adimensionais como a razão de raios $\eta = R_1/R_2$ e a razão de aspecto $\Gamma = l/d$.

Os estudos de (TAYLOR, 1923) para dois cilindros contra-rotativos, onde $\omega_1 > 0$ e $\omega_2 > 0$, mostram que a instabilidade ocorre a partir de algum valor, denominado número de Taylor (Ta), que depende de ω_1 , ω_2 , R_1 , R_2 e ν . O número de Taylor é dado pela equação 1

Figura 8 – Representação de dois cilindros concêntricos.



Fonte: Drazin e Reid (1981).

onde σ é obtido pela equação 2. O número de Reynolds é definido de acordo com a equação 3. Em alguns casos pode ser conveniente definir o número de Reynolds de acordo com a velocidade angular do cilindro externo.

$$Ta = \frac{1}{4} \sigma d^2 (\omega_2 - \omega_1)^2 (R_2 - R_1)^2 \nu^{-2} \quad (1)$$

$$\sigma = \left(\frac{(1 + \eta)}{2\sqrt{\eta}} \right)^4 \quad (2)$$

$$Re = \frac{\omega R_i d}{\nu} \quad (3)$$

$$Re = \frac{\omega R_e d}{\nu} \quad (4)$$

2.3 ESTIMATIVA DO TORQUE

O escoamento de Taylor-Couette tem uma certa similaridade com a transferência de calor entre duas placas planas, conhecido como convecção de Rayleigh-Bénard, onde neste caso a propriedade transportada é a energia térmica ao invés da quantidade de movimento. (ECKHARDT et al. 2007) propôs uma analogia entre Taylor-Couette e Rayleigh-Bénard baseada na taxa de dissipação por convecção turbulenta ε_ω e a taxa de transporte J_ω , Baseando-se

nas equações de Navier-Stokes é possível derivar o dimensionamento do torque utilizando um número análogo ao de Nusselt para quantidade de movimento.

O escoamento de Taylor-Couette contém transferência difusiva e convectiva de momento, levando a uma perda de momento angular em um dos cilindros. O torque adimensional é definido pela equação 5 onde T é o torque exercido em um dos cilindros, que é uma função do número de Reynolds do cilindro interno $G \propto Re_1^\alpha$, onde α é o expoente de escala.

$$G = \frac{T}{2\pi l \rho \nu^2} \quad (5)$$

A variável adimensional Nu^ω , definida pela equação 6, mensura a efetividade do transporte de velocidade angular convectivo em termos do transporte de velocidade angular difusivo. J_{lam}^ω pode ser obtido por meio de uma correlação em função do número de Reynolds e de η .

$$Nu^\omega = \frac{J^\omega}{J_{lam}^\omega} = \frac{J^\omega(1+\eta)(1-\eta)^2}{2\eta Re} \quad (6)$$

2.4 TRANSFERÊNCIA DE CALOR

A presença de vórtices afeta a transferência de calor na superfície de forma a comprimir a camada limite térmica e aumentar a transferência de calor. O incremento do calor transferido ocorre por causa do acréscimo no calor transferido por convecção devido aos vórtices (FIEBIG, 1997). No caso dos escoamentos sobre placas côncavas, a presença dos vórtices contra-rotativos pode resultar em uma transferência de calor maior do que o que seria transferido em regime turbulento (MALATESTA, 2015). É esperado que um efeito similar ocorra no escoamento de Taylor-Couette.

Em escoamentos laminares o fluxo de calor é dominado pela condução. Desta forma, em regimes laminares, a quantidade de calor transferido não depende da velocidade de rotação dos cilindros. Em regimes laminares com a camada limite térmica completamente desenvolvida o fluxo de calor total pode ser calculado pela equação 7. Em escoamentos turbulentos ou transientes o fluxo por convecção é maior resultando em $Nu > 1$.

$$\dot{Q} = \frac{2\pi Lk(T_i - T_e)}{\ln(R_e/R_i)} \quad (7)$$

O número de Nusselt é um número adimensional que relaciona a quantidade de calor transferida por convecção e a quantidade de calor transferida por condução (BERGAN, 2011).

Este valor adimensional pode ser definido pela equação 8, onde $\dot{Q}_{laminar}$ pode ser obtido por equações teóricas, como a equação 7 para o caso do escoamento de Taylor-Couette. A quantidade de calor total transferida (\dot{Q}_{total}) pode ser obtida por meio de experimentos ou então através de simulações numéricas. Em muitos casos o número de Nusselt para diversos tipos de escoamentos são obtidos por meio da correlações empíricas em função do número de Reynolds e do número de Prandtl, deste modo é possível estimar a quantidade total de calor transferida em diversos casos.

$$Nu = \frac{\dot{Q}_{total}}{\dot{Q}_{laminar}} \quad (8)$$

2.5 MÉTODO NUMÉRICO

Os sistema será modelado por meio de volumes finitos utilizando o programa Ansys fluent, alguns métodos serão analisados e comparados entre eles o SST , DES e o LES, descritos nas subsecções seguintes para fluidos incompressíveis sem considerar forças externas.

2.5.1 Large Eddy Simulation (LES)

O escoamento turbulento é caracterizado pela presença de vórtices de tamanhos variados e com durações variadas onde os vórtices menores são responsáveis pela dissipação da energia cinética. É possível resolver diretamente todas as escalas de vórtices, sendo este modelo conhecido no inglês como *direct numerical simulation* (DNS), porém normalmente o custo computacional é muito elevado o que inviabiliza a sua utilização em problemas práticos da engenharia. No LES os vórtices maiores são resolvidos diretamente e os menores são modelados por outros modelos de turbulência. Deste modo é possível resolver os vórtices maiores utilizando uma malha mais grossa do que a utilizada pelo DNS porém mais fina do que a utilizada pelo RANS. Quantidade de movimento, massa, energia e outras propriedades são transportadas majoritariamente pelos vórtices maiores. Neste estudo foi adotado o modelo Smagorinsky-lilly para a sub-malha. As variáveis filtradas são denotadas com uma barra. Considerando a densidade constante a equação da continuidade e as equações de Navier-Stokes podem ser escritas de acordo com as equações 9 e 10

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (10)$$

Aplicando o filtro nas equações 9 e 10, obtemos as equações abaixo.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (12)$$

subtraindo $\frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j}$ de ambos os lados e substituindo $\tau = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ obtemos a equação 13.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (13)$$

2.5.2 Reynolds-averaged Navier–Stokes equations (RANS)

Neste modelo as equações de Navier-Stokes são modeladas utilizando a decomposição de Reynolds onde a velocidade é separada em velocidade média ($\langle u \rangle$) e velocidade flutuante (u') de modo que $u(\vec{x}, t) = \langle u \rangle(\vec{x}) + u'(\vec{x}, t)$, onde x é o vetor posição. Do mesmo modo a pressão e outras quantidades escalares como energia e concentração de espécies podem ser decompostas como $\phi = \langle \phi \rangle + \phi'$, onde ϕ denota uma propriedade escalar. A equação de Navier-Stokes com a velocidade instantânea dividida em velocidade média e velocidade flutuante pode ser escrita de acordo com a equação 15. A integração no tempo remove a dependência com o tempo, resultando na equação 16

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \left\langle u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \langle u_i \rangle}{\partial x_j \partial x_j} \quad (15)$$

Integrando em t e rearranjando os termos é obtida a equação abaixo.

$$\rho \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \rho \langle u'_i u'_j \rangle \right) \quad (16)$$

2.5.3 Detached Eddy Simulation (DES)

Detached Eddy Simulation (DES) é um modelo híbrido que combina aspectos do RANS e do LES. Este modelo trata as regiões próximas às paredes como RANS e o restante do fluido como LES. Este método é recomendado para grandes números de Reynolds e em casos que a parede é um condição de contorno.

2.5.4 Direct Numerical Simulation (DNS)

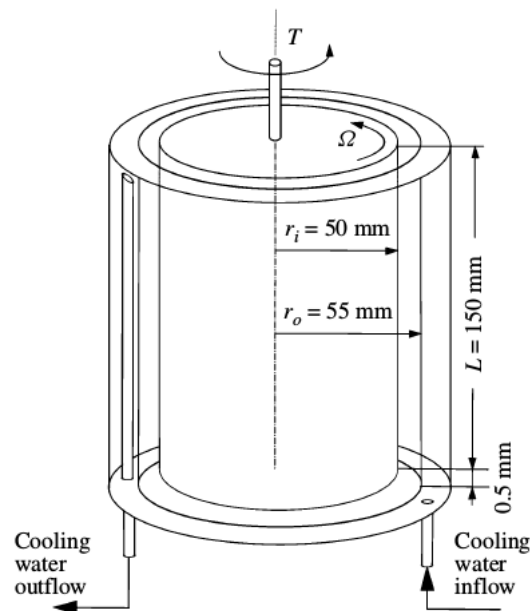
Este método resolve as equações de Navier-Stokes diretamente sem usar nem um modelo de turbulência. Para isso é preciso abranger toda a escala temporal e espacial da turbulência. Geralmente é obtido utilizando uma malha computacional em que os volumes tem dimensões menores do que as menores escalas dissipativas (Escala de Kolmogorov). A escala de Kolmogorov pode ser obtida pela equação 17 onde ϵ é a energia cinética dissipada.

$$\eta_k = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4} \quad (17)$$

3 INDEPENDÊNCIA DE MALHA

A geometria utilizada para os resultados no regimes de transição e turbulento é semelhante a geometria utilizada nos experimentos de (MARTINEZ-ARIAS et al. 2014). Uma representação do caso estudado é ilustrado na Figura 9. O cilindro interno tem raio de 50 mm enquanto o externo tem raio de 55 mm. O comprimento dos cilindros é de 150 mm. Estes valores resultam em uma razão de aspecto $\Gamma = 30$ e razão de raios $\eta = 0,909$. Esta geometria foi modelada pelo *Ansys*.

Figura 9 – Representação gráfica do experimento de (Martinez-Arias et al. 2014).



Fonte: Martinez-Arias (2014).

3.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONDIÇÕES INICIAIS

Na extremidade do cilindro externo a condição de fronteira utilizada foi de parede adiabática. A mesma condição de contorno foi utilizada no cilindro interno porem rotacionando com uma velocidade definida. Foi utilizada uma condição de contorno periódica radial dividindo o cilindro em duas partes simétricas.

- $u(r, z, \theta) = 0(r = R_i, R_e)$;
- $v(r, z, \theta) = 0(r = R_i, R_e)$;

- $w(r, z, \theta) = V_1(r = R_i) \text{ e } 0(r = R_e)$.

As propriedades do fluido utilizado foram próximas as da água, com $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $\nu = 0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

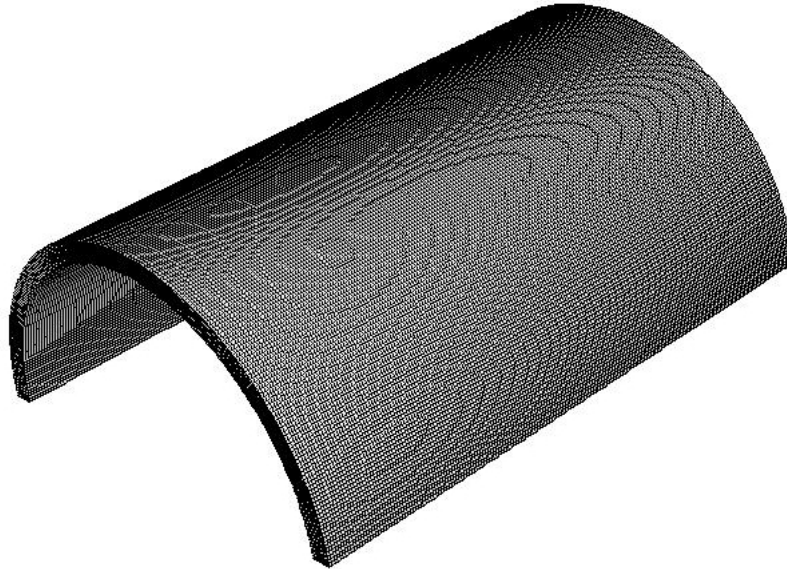
3.2 ANÁLISE DA MALHA

Devido a simetria do escoamento é possível dividir o volume entre os cilindros em várias partes menores, utilizando como condição de contorno escoamento periódico. A divisão em volumes menores resulta em um tempo computacional menor pois apenas uma fração do volume é simulado. Caso sejam feitas muitas divisões é possível que não se formem os vórtices. Os resultados apresentados foram obtidos simulando um quarto ou metade do volume interno dos cilindros. As malhas utilizadas foram geradas pelo programa Ansys.

A malha foi determinada de modo que não fique muito grossa, resultando em grandes erros, ou então muito fina, resultando em um tempo computacional muito grande. Para a análise foi calculado o torque sobre o cilindro interno, por se tratar de um caso transiente onde pode ocorrer pequenas variações no torque estimado, foi utilizado a média dos últimos valores obtidos após alcançar o regime estacionário.

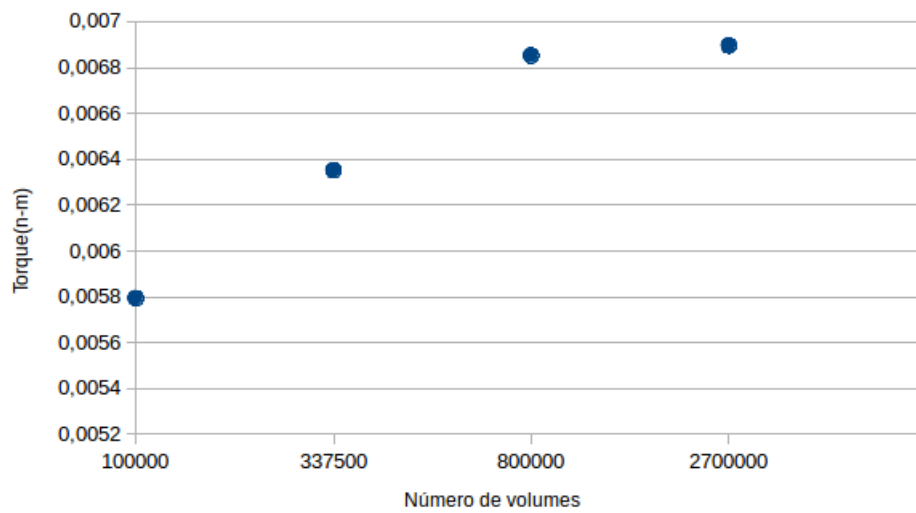
Foram comparadas 4 malhas utilizando LES, com 100 mil volumes, 337,5 mil volumes, 800 mil volumes que é ilustrada na figura 10 e com 2,7 milhões de volumes, todas as malhas utilizam volumes hexagonais e modelam metade do volume adotando um critério de convergência de 10^{-6} . A variável comparada para as 4 malhas foi o torque exercido no cilindro interno pelo fluido. É possível observar que conforme o número de volumes aumenta o resultado tende a convergir para um valor. Analisando a Figura 11 é possível concluir que devido a pequena diferença entre as malhas com 800 mil e 2,7 milhões de volumes, o acréscimo de volumes não resulta em uma grande diferença no resultado. para esta caso, o ideal é utilizar a malha com 800 mil volumes pois obtêm um resultado próximo a malha com 2,7 milhões de volumes e o custo computacional é significativamente melhor.

Figura 10 – Malha com 800000 volumes.



Fonte: Autor.

Figura 11 – Torque em função do número de volumes da malha, para $Re = 5000$, $\Gamma = 30$ e $\eta = 0,909$.

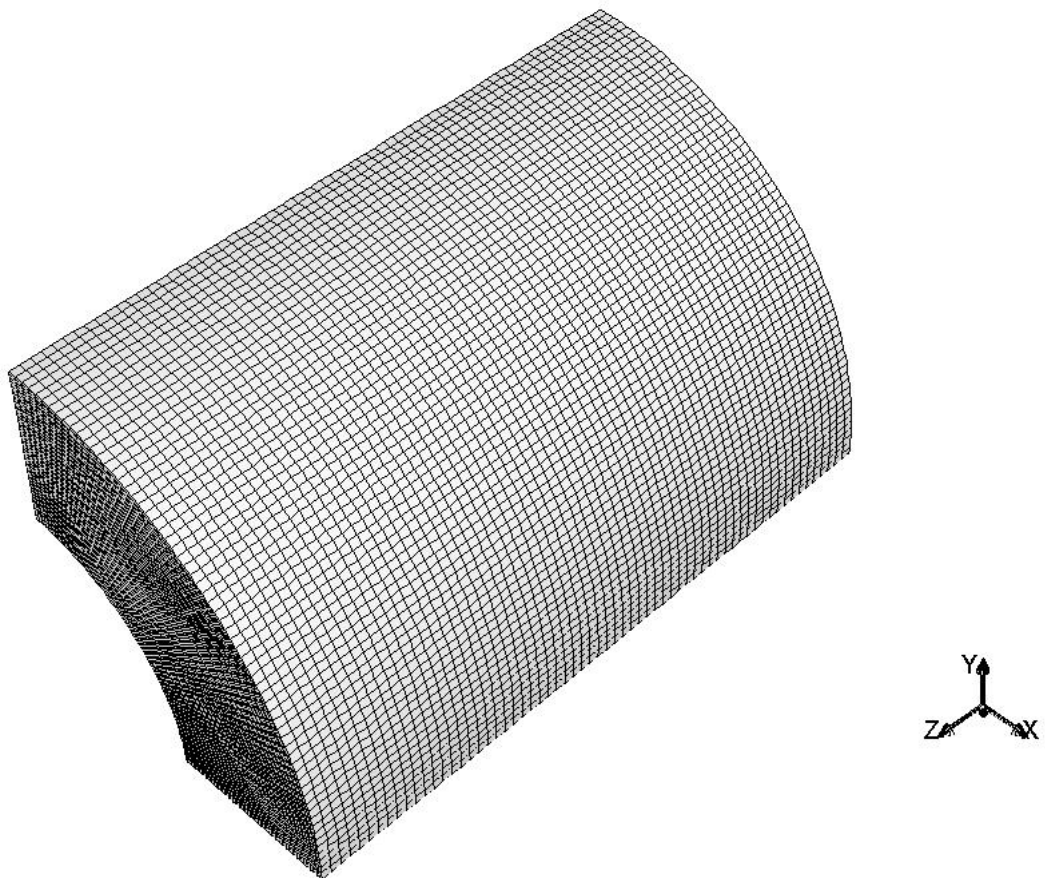


Fonte : Autor.

4 VERIFICAÇÃO

Os resultados obtidos pelo programa *Ansys Fluent* foram verificados com resultados numéricos obtidos por (FASEL E BOOZ, 1984), (PIRRÒ E QUADRIO, 2008) e (OSTILHA et al. 2013), comparando Nu^ω . A simulação foi executada utilizando baixos números de Reynolds no cilindro interno com $\Gamma = 2$ e $\eta = 0,5$. Estes parâmetros são diferentes dos outros utilizados no restante do trabalho. A malha utilizada possui a mesma resolução do (PIRRÒ E QUADRIO, 2008), com 32 volumes na direção θ e 64 na direção x e também z, resultando na malha da figura 12. Os resultados são apresentados na Tabela 1 e foram obtidos utilizando o modelo LES adotando um critério de convergência de 10^{-6} .

Figura 12 – Malha utilizada por Pirro(2008).



Fonte: Autor.

As simulações foram feitas com um passo de tempo de 20 segundos, simulando um total de 40000 segundos, A energia e quantidade de movimento foram discretizadas utilizando o método QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics), que realiza

Tab. 1 – Nu^ω para baixos números de Reynolds , $\Gamma = 2$ e $\eta = 0,5$.

Re	Nu^ω (Estudo presente)	Nu^ω (Ostilla)	Nu^ω (Pirrò)	Nu^ω (Fasel)
60	0.9962	1,0005	1,0000	1,0000
68	0.9972	1,0006	1,0000	1,0000
70	0.9972	1,0235	1,0237	1,0238
75	0.9976	1,0835	1,0833	1,0834
80	0.9970	1,1375	1,1371	1,1372

Tab. 2 – Comparação entre Nu^ω para os modelos de turbulência LES , DES e SST.

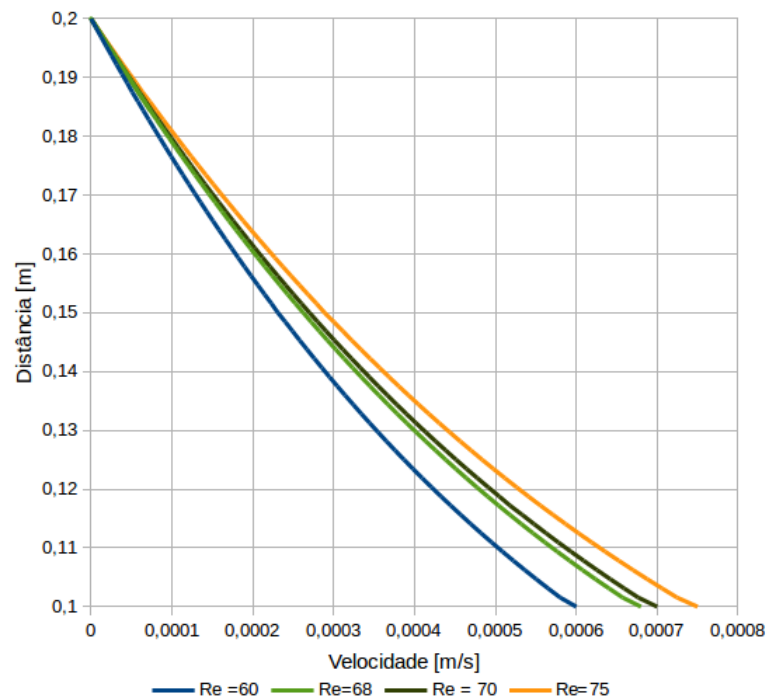
Re	LES	DES	SST
60	0,99615	0,95435	0,63202
68	0,99718	0,84207	0,41925
70	0,99717	0,95451	1,02288
80	0,99695	0,57141	0,83268

uma interpolação quadrática de quarta ordem. As equações de Navier-Stokes foram resolvidas utilizando o algoritmo SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Foram estudados 3 modelos de turbulência, LES , DES e SST. A mesma malha foi utilizada em todos os casos. Devido as características dos escoamento foi simulado apenas um quarto do cilindro, nas faces laterais a condição de contorno adotada foi simetria translacional, de modo que é possível interpretar como uma continuação do cilindro. A face externa do cilindro foi considerado como uma parede fixa e a interna como uma parede móvel. O número de Reynolds foi definido conforme a equação 3 onde a velocidade tangencial no cilindro interno $U = \omega R_i$. Foram utilizados valores fixos para a densidade e a viscosidade, $1000kg/m^3$ e $0,001kg/ms$ respectivamente , variando apenas a velocidade para obter o número de Reynolds desejado.

A Tabela 1, descreve o Nu^ω para escoamentos laminares comparando com os dados obtidos por (OSTILHA et al. 2013), (PIRRO E QUADRIO, 2008) e (FASEL E BOOZ, 1984). Estes resultados foram obtidos por meio de simulações utilizando DNS e comparados com as simulações utilizando LES deste presente estudo. A Tabela 2 mostra a comparação entre os resultados obtidos neste estudo pelos modelos LES, DES e SST, verificando que o modelo LES é o mais adequado se comparado os estudos de (OSTILHA et al. 2013), (PIRRO E QUADRIO, 2008) e (FASEL E BOOZ, 1984).

Alguns casos utilizando os modelos de turbulência DES e SST não foram bem resolvidos, algumas simulações divergiram e em outras estão no regime transiente, com um tempo de escoamento menor que 40000 s. É esperado que após um número de Reynolds crítico a camada limite obtenha um perfil diferente da laminar. Em escoamentos com um número de Reynolds

Figura 13 – Perfil de velocidade para números de Reynolds entre 60 e 80, com raio interno igual a 0,1 m e externo igual a 0,2 m.



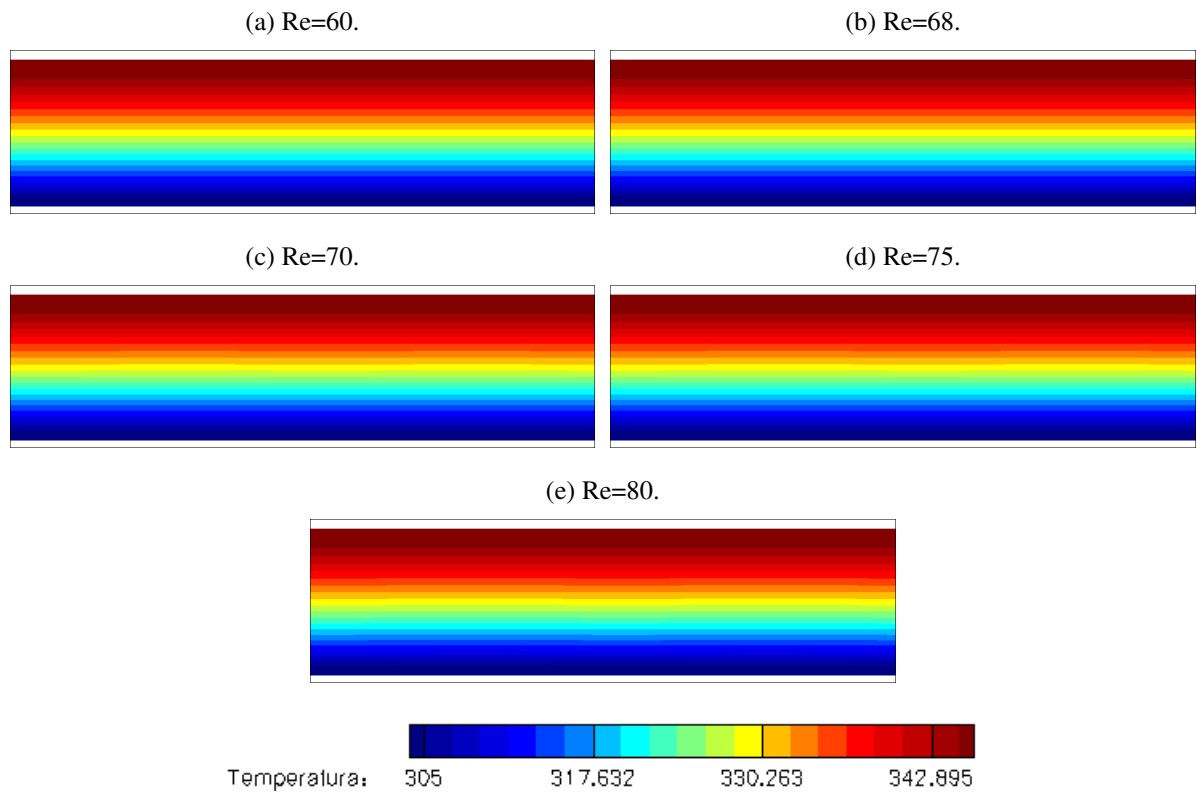
Fonte: Autor.

logo após o número de Reynolds crítico o perfil de velocidade possui a mesma característica de um perfil de velocidade laminar, é possível observar este fenômeno na figura 13. Já a figura 14 mostra os contornos de temperatura para os casos laminares. É verificado que a diferença entre o fluxo de calor no cilindro interno para o cilindro externo foi menor que 1% para todos os casos.

De acordo com (FASEL E BOOZ, 1984), o número de Reynolds crítico para este caso é 68, os resultados para este caso indicam uma velocidade na direção z muito pequena, da ordem de 10^{-9} . Conforme a velocidade do cilindro interno aumenta, a velocidade na direção Z também aumenta, este fenômeno pode ser observado na figura 15 onde todas as figuras estão na mesma escala.

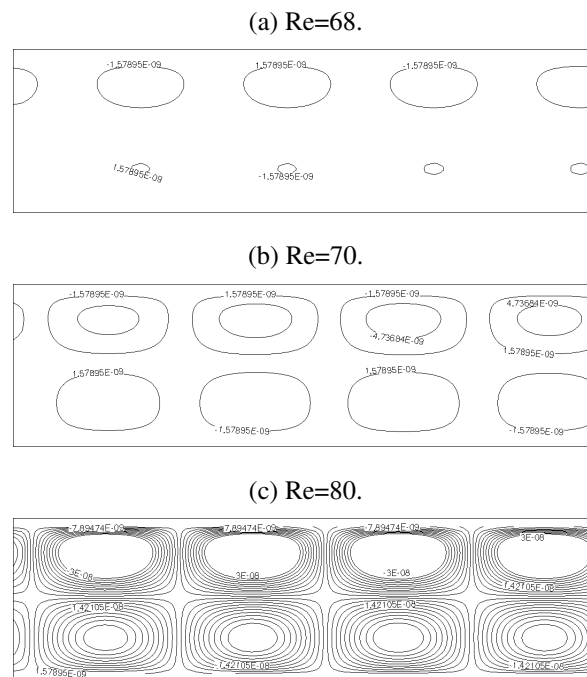
Do mesmo modo que a distribuição de velocidade apresenta um perfil laminar com pequenas variações na direção Z, a distribuição de temperatura no fluido é semelhante ao de escoamentos laminares. Nos 5 casos simulados o número de Nusselt é próximo de 1.

Figura 14 – Contornos de temperatura.



Fonte: Autor.

Figura 15 – Contornos de velocidade na direção Z, valores em metros por segundos.

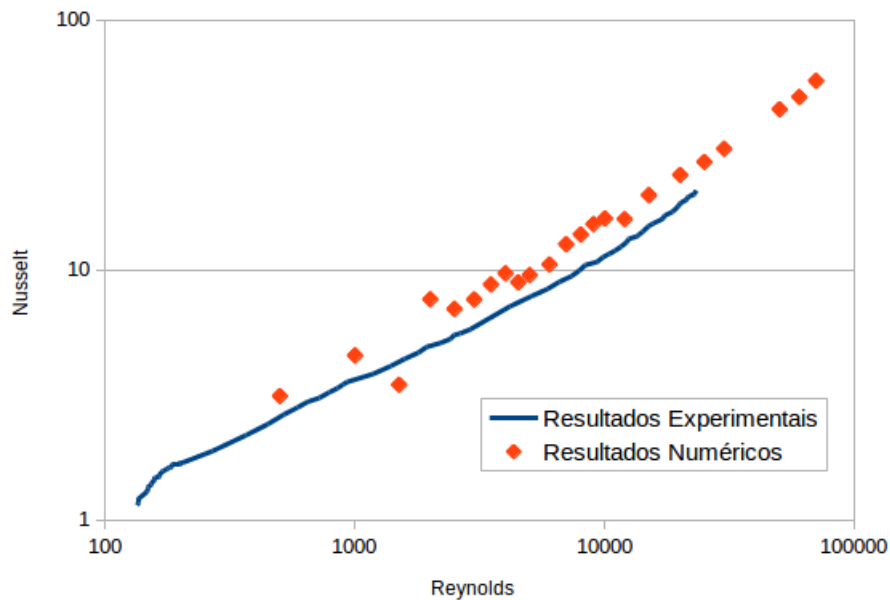


Fonte: Autor.

5 RESULTADOS

Os resultados obtidos são comparados com resultados experimentais com o objetivo de observar se os resultados estão coerentes com os fenômenos físicos estudados. Os resultados experimentais obtidos por (MARTINEZ-ARIAS et al. 2014) e os resultados numéricos obtidos por este trabalho são apresentados na figura 16. É possível observar que os resultados ficaram um pouco abaixo dos resultados obtidos por experimentos, apesar disto, os resultados apresentam um comportamento assintótico com o experimento.

Figura 16 – Nu^{ω} em função do número de Reynolds.



Fonte : Autor.

Os 5 casos utilizados para verificar, também foram utilizados para calcular a transferência de calor entre os dois cilindros. As condições de contorno utilizados foram temperatura constante nos cilindros interno e externo com temperaturas de 300 K e 350 K respectivamente. A Tabela 3 mostra o fluxo de calor em 1/4 do cilindro para escoamentos laminares comparando o fluxo de calor através do cilindro interno e através do cilindro externo. A Tabela 4 mostra a magnitude do fluxo de calor que passa pelo cilindro interno e também pelo cilindro externo, os resultados foram obtidos utilizando LES.

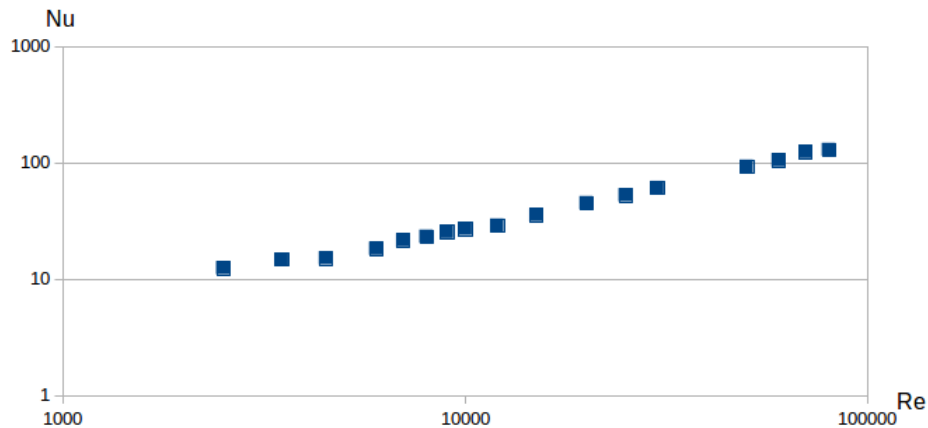
Foram realizadas várias simulações com a mesma malha utilizada por (FASEL E BOOZ, 1984) porém com modelos de turbulência diferentes com o objetivo de analisar a diferença entre os modelos LES, DES e RANS. Além de utilizar a mesma malha para todas as simulações também foi utilizado um passo de tempo de 2 segundos para todas as simulações,

Tab. 3 – Fluxo de calor em 1/4 do cilindro, os resultados foram obtidos pelo método LES.

Re	fluxo de calor pelo cilindro interno [w]	fluxo de calor pelo cilindro externo [w]	Diferença
60	27,2451	27,2298	0,0153
68	27,2131	27,2822	0,0691
70	27,1157	27,3340	0,2183
75	27,2750	27,2072	0,0677
80	27,2577	27,2409	0,0168

Fonte: Autor.

Figura 17 – Número de Nusselt em função do número de Reynolds.



Fonte : autor.

simulando um total de 2500 segundos.

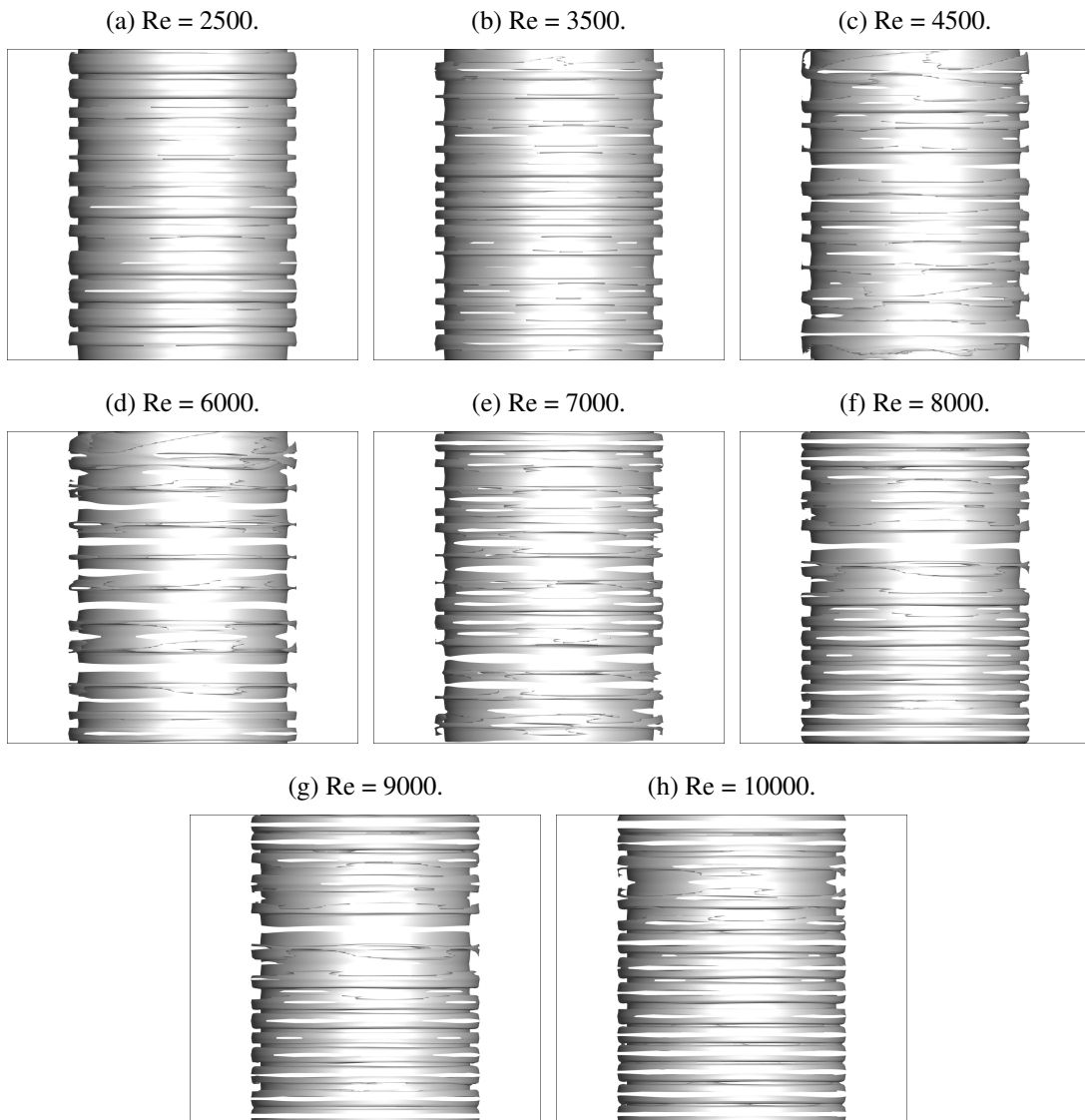
Tab. 4 – Comparação entre o número de Nusselt térmico interno (Nu_i) e externo (Nu_e) pelos métodos LES, DES e SST.

Re	LES		DES		SST	
	Nu_i	Nu_e	Nu_i	Nu_e	Nu_i	Nu_e
60	1,0013	1,0019	0,49357	0,50908	0,85138	1,33027
68	1,0032	1,0007	0,46232	0,57931	1,06794	1,06286
70	1,0028	1,0004	0,49948	0,50076	1,06100	0,75596
80	1,0023	1,0017	0,73904	1,22160	0,53852	0,50721

5.1 TORQUE E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGIME TRANSIENTE

O número de Nusselt pode ser calculado por duas formas, utilizando o fluxo de calor através cilindro interno (Nu_i) ou utilizando do fluxo que passa pelo cilindro externo (Nu_e). Pela conservação de energia ambas as formas de obter o número de Nusselt deveriam resultar no mesmo valor, porem devido a característica transiente do problema e erros numéricos ocorre uma pequena diferença entre esses dois valores. A Figura 17 mostra o comportamento no número de Nusselt em função do número de Reynolds, o comportamento pode ser aproximado

Figura 18 – Superfície de isotemperaturas para uma temperatura igual a 325°C a) $\text{Re} = 2500$ b) $\text{Re} = 3500$ c) $\text{Re} = 4500$ d) $\text{Re} = 6000$ e) $\text{Re} = 7000$ f) $\text{Re} = 8000$ g) $\text{Re} = 9000$ h) $\text{Re} = 10000$.



Fonte : Autor.

por uma função linear. A figura 18 ilustra os contornos de isotemperatura para um temperatura de 325°C , que é a média da temperatura entre os dois cilindros.

O número de vórtices também varia de acordo com o número de Reynolds, os vórtices formados são sempre contra-rotativos, o que resulta sempre em números pares de vórtices. A Tabela 5 apresenta o número de Nusselt obtido para os casos simulados, a última coluna mostra a diferença entre os Nusselt para o cilindro interno e externo.

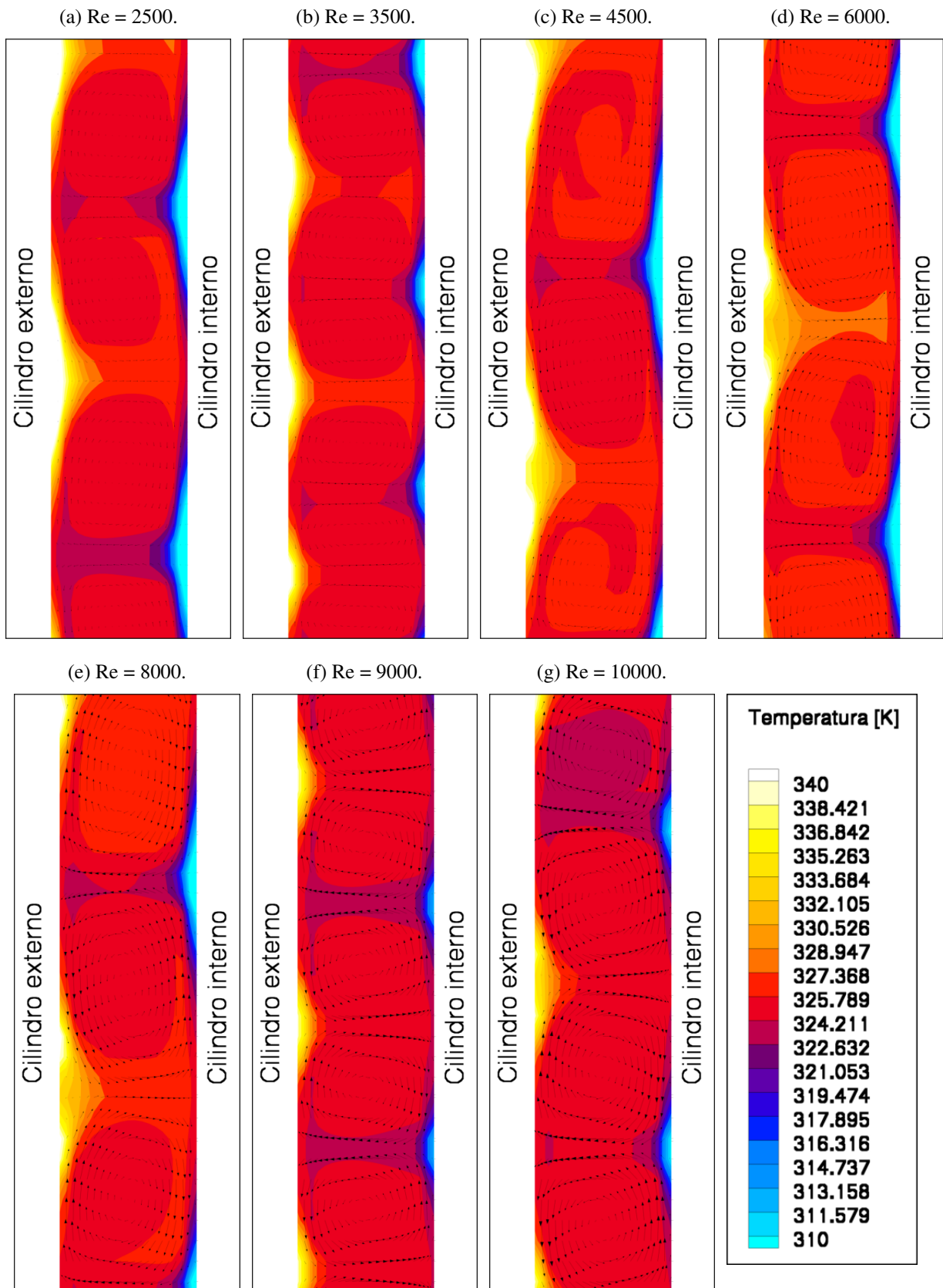
Tab. 5 – Diferenças entre o número de Nusselt calculado pelo fluxo interno(Nu_i) e pelo fluxo externo(Nu_e).

Re	Nu_i	Nu_e	Diferença
2500	12,4140909572	12,3490290609	0,0650618963
3500	14,731139891	14,7785011492	0,0473612582
4500	15,1004511839	15,1058480077	0,0053968238
5000	11,5751346415	21,5220903547	9,9469557132
6000	18,2228093776	18,2338308986	0,011021521
7000	21,5260194852	21,5235749026	0,0024445825
8000	23,086485635	23,0886261616	0,0021405266
9000	25,3880459204	25,3879569284	0,000088992
10000	27,0019760203	27,0021465883	0,0001705679
12000	28,8634534724	28,417497843	0,4459556294
15000	35,5609482071	35,5447361619	0,0162120452
20000	44,9994078338	44,9653306501	0,0340771837
25000	52,6946286536	52,6911269543	0,0035016993
30000	60,7898461422	60,7918336296	0,0019874874
50000	92,5339070696	92,5346554112	0,0007483416
60000	105,1152213594	105,1785944308	0,0633730714
70000	123,8801968015	123,8820979937	0,0019011921
80000	129,0290565995	129,0356770629	0,0066204634

A distribuição de calor ao longo do escoamento é intensamente afetada pela presença dos vórtices, reduzindo as regiões de upwash e downwash, com isto a temperatura nos vórtices não variam muito, conforme é possível observar na Figura 19. Ocorreu pouca variação da temperatura no interior dos vórtices, deste modo existe uma grande variação de temperatura entre a parede e a temperatura de alguns volumes computacionais a frente. A Figura 20 ilustra a camada limite térmica através de regiões de upwash, downwash e através dos vórtices. Quando o perfil de temperatura é obtido em uma linha que passa por um vórtice é possível observar grandes variações de temperatura nas regiões próximas à parede, no interior do escoamento as variações são pequenas.

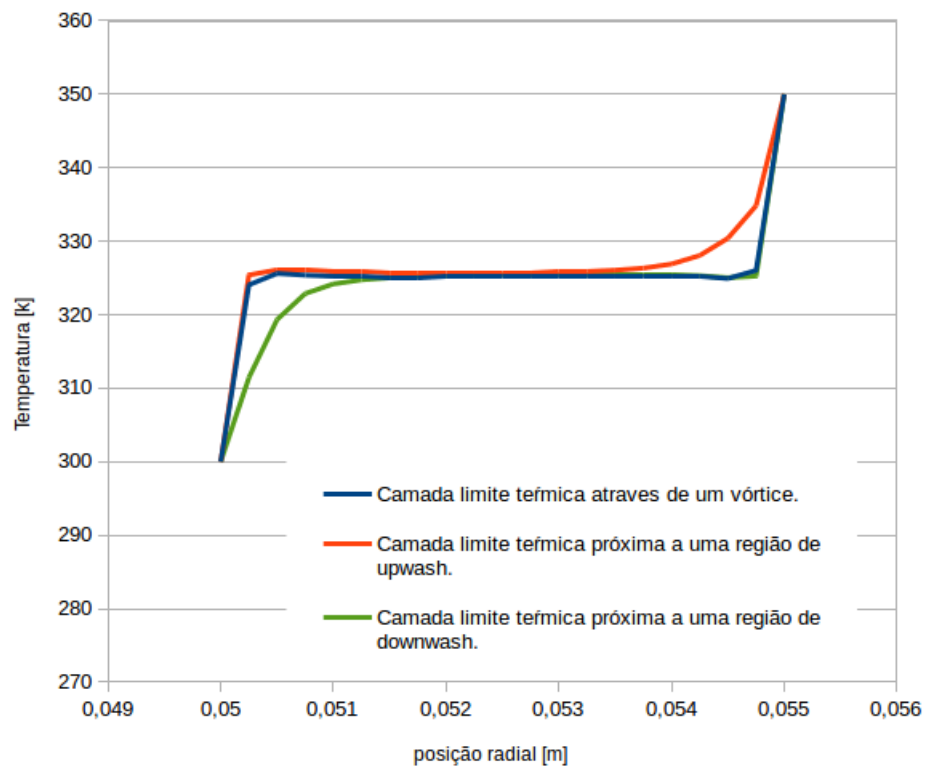
O perfil de temperatura se mostrou muito parecido para diversos números de Reynolds, os resultados são apresentados na Figura 21. Em cada caso as posições assim como o número

Figura 19 – As setas indicam a magnitude e a direção da velocidade e os contornos a temperatura.



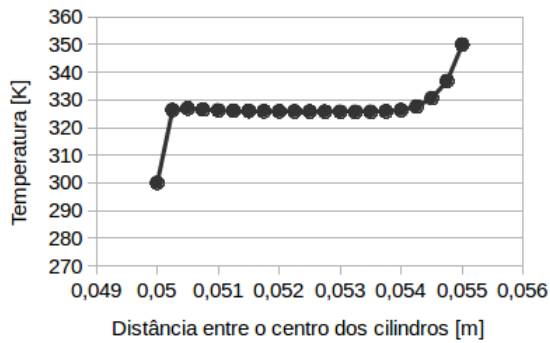
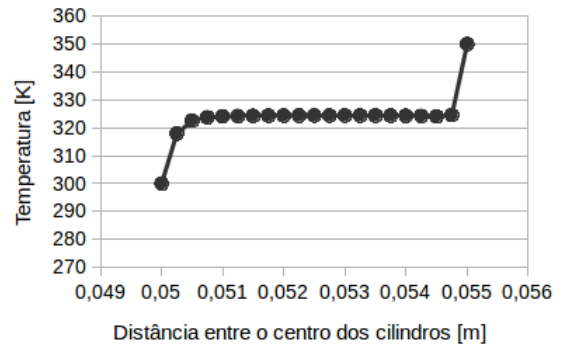
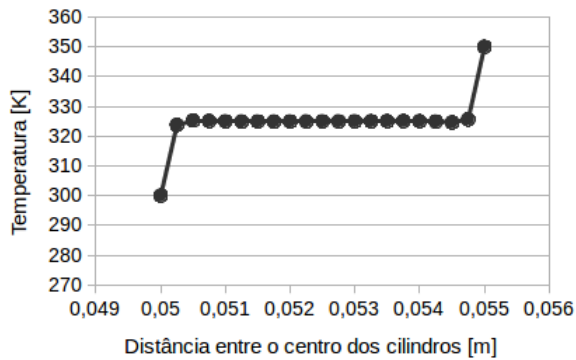
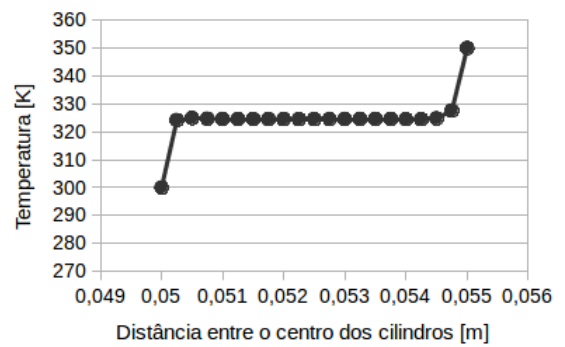
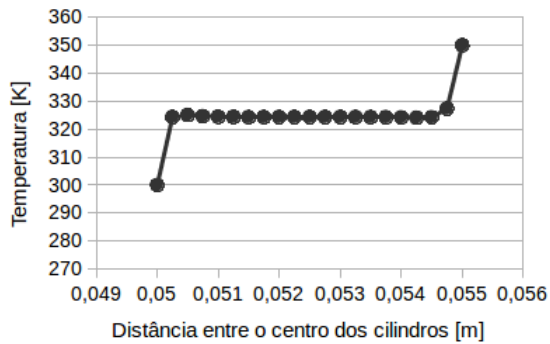
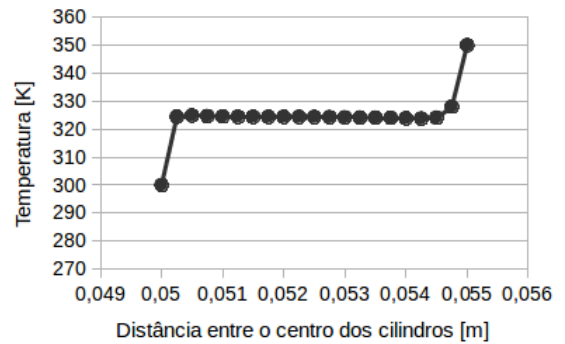
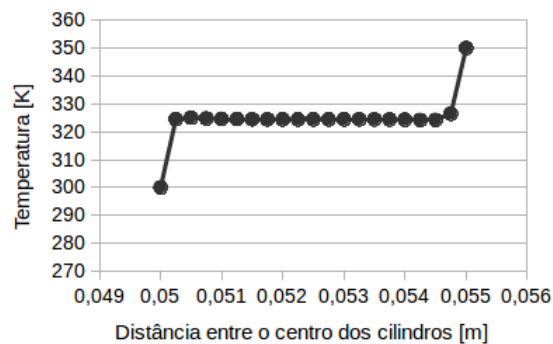
Fonte: Autor.

Figura 20 – Camada limite térmica para regiões de upwash, downwash e através do vórtice para $Re = 7000$, $R_i = 0,05m$ e $R_e = 0,055m$.



Fonte: Autor.

de vórtices podem variar, deste modo em um caso, o perfil obtido pode ser de upwash enquanto em outro na mesma posição o perfil obtido pode ser de uma região de downwash.

Figura 21 – Perfil de velocidade em $z = 5$ cm e $y = 0$.(a) $re = 6000$.(b) $re = 8000$.(c) $re = 9000$.(d) $re = 10000$.(e) $re = 12000$.(f) $re = 15000$.(g) $re = 20000$.

Fonte: Autor.

6 CONCLUSÃO

Entre os métodos estudados, os LES foi o que representou melhor o fenômeno estudado, porém os resultados obtidos foram ligeiramente diferente dos obtidos por DNS e por experimentos. Os modelos foram comparados em regime laminar de modo que comprovando que os métodos DES e SST não são eficazes nesta condições.

No caso com escoamento na região de transição, os resultados com o LES foram satisfatórios, obtendo o comportamento assintótico com o experimento. Também foi observado que a quantidade de calor transferida entre os cilindros cresce linearmente de acordo com o número de Reynolds. Isso mostra que a presença dos vórtices afeta drasticamente a taxa de calor transferido por convecção. Também foi observado que a temperatura no interior do escoamento pouco varia, e que existe um grande gradiente de temperatura próximo as regiões de upwash e downwash.

Devido ao grande gradiente de temperatura próximo a parede é possível analisar a influência de uma malha com volumes menores próximos a parede em um próximo estudo. Também seria interessante analisar os efeitos da transferência de calor de fluidos com números de Prandtl diferentes.

Referências

- ALIDAI, A. **Transient turbulence in taylor couette flow**. Tese em engenharia mecânica (Mestrado) - Delft University of Technology, 2011.
- BERGAN, T. L. et al. **Fundamentals of heat and mass transfer**. John Wiley & Sons, 2011.
- DRAZIN, P. G.; REID, W. H. **Hydrodynamic stability**. [S.l.]: Cambridge university press, 1981.
- ECKHARDT, B.; GROSSMANN, S.; LOHSE, D. **Torque scaling in turbulent taylor–couette flow between independently rotating cylinders**. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 581, p. 221–250, 6 2007.
- FASEL, H.; BOOZ, O. **Numerical investigation of supercritical Taylor-vortex flow for a wide gap**. *Journal of Fluid Mechanics* v. 138 p. 21-52. 1984.
- FIEBIG, M. **Vortices and heat transfer**. *ZAMM-Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, Wiley Online Library, v. 77, n. 1, p. 3–18, 1997.
- FLORYAN, J. M.; SARIC, W. S. **Stability of Gortler vortices in boundary layers**. *AIAA journal* (1982).
- GÖRTLER, H. **On the three-dimensional instability of laminar boundary layers on concave walls**. 1954.
- MALATESTA, V. **Simulação numérica direta de escoamentos sobre superfícies côncavas com transferência de calor**. Tese em Ciências de Computação e Matemática Computacional (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014.
- MALATESTA, V. et al. **Heat transfer analysis in a flow over concave wall with primary and secondary instabilities**. *Procedia IUTAM*, Elsevier, v. 14, p. 487–495, 2015.
- MARTÍNEZ-ARIAS, B.; et al. **Effect of the number of vortices on the torque scaling in Taylor–Couette flow**. *Journal of Fluid Mechanics* 748 (2014).
- OSTILLA, R. et al. **Optimal taylor–couette flow: direct numerical simulations**. *Journal of fluid mechanics*, Cambridge Univ Press, v. 719, p. 14–46, 2013.
- PATANKAR, S. **Numerical heat transfer and fluid flow**. CRC press, 1980.
- PIRRÒ, D.; QUADRIO, M. **Direct numerical simulation of turbulent Taylor–Couette flow**. *European Journal of Mechanics-B/Fluids* 27.5 (2008).
- REYNOLDS, O. **An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels**. *Proceedings of the royal society of London*, The Royal Society, v. 35, n. 224-226, p.

84–99, 1883.

TAYLOR, G. I. **Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders**. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, JSTOR, v. 223, p. 289–343, 1923.

WIKIPEDIA.ORG **A KH instability rendered visible by clouds over Mount Duval in Australia** disponível em https://en.wikipedia.org/wiki/Kelvin-Helmholtz_instability#/media/File:Wavecloudsduval.jpg acessado em: 17/06/2016.

NASA.ORG **PIA06502: Rough Around the Edges** disponível em <http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA06502> acessado em: 17/06/2016.