

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE  
CURSO DE ENGENHARIA AUTOMOTIVA

STEFANY PATRICIA DUTRA

CONTROLE  $H_\infty$  DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR

Joinville

2016

STEFANY PATRICIA DUTRA

CONTROLE  $H_\infty$  DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva no Curso de Engenharia Automotiva da Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Orientador: Dr. Alexandro Garro Brito.

Joinville

2016

STEFANY PATRICIA DUTRA

CONTROLE  $H_\infty$  DE SISTEMAS DE SUSPENSÃO ATIVA VEICULAR

Esta Monografia foi julgada e aprovada como requisito parcial para obtenção do título de bacharel em Engenharia Automotiva na Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico de Joinville.

Joinville (SC), 30 de novembro de 2016.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Alexandro Garro Brito  
Orientador

---

Profa. Dra. Aline Durrer Patelli Juliani  
Membro

---

Prof. Dr. Jakerson Ricardo Gevinski  
Membro

---

Prof. Dr. Lucas Weihmann  
Membro

Dedico este trabalho a Deus e aos meus pais.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar a Deus por estar presente em minha vida e iluminar o meu caminho.

Aos meus pais, João Batista Barreto Dutra e Simone Siquela Dutra, pelo amor, apoio, suporte e, sem dúvida, pela educação que me proporcionaram.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Alexandro Garro Brito, pela amizade, confiança e ajuda constante no desenvolvimento deste trabalho. Agradeço também pelas oportunidades oferecidas e por incentivar meu desenvolvimento científico.

Aos integrantes da Equipe Fórmula CEM, pelo suporte e fornecimento dos dados do veículo necessários para a consecução deste estudo.

À Profa. Dra. Vanessa Aparecida Alves de Lima, pelas sugestões e paciente trabalho de revisão da monografia.

Aos membros da banca examinadora, Profa. Dra. Aline Durrer Patelli Juliani, Prof. Dr. Jakerson Ricardo Gevinski e Prof. Dr. Lucas Weihmann, pela disponibilidade, atenção e por contribuírem para a melhoria do trabalho.

*“Seja você quem for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.”*

(Ayrton Senna da Silva).

## RESUMO

Neste trabalho, a aplicação da técnica de controle  $H_\infty$  em sistemas de suspensão automotiva é estudada. Esta abordagem visa otimizar simultaneamente o conforto de condução e a segurança veicular. Além disso, uma discussão sobre os sistemas de atuação da suspensão é realizada. O desempenho do sistema ativo é comparado com o passivo, mediante simulações computacionais. As irregularidades da estrada são representadas pelas excitações do tipo lombada, senoidal e randômica. A aceleração vertical sobre os passageiros é utilizada para avaliar o conforto proporcionado pelo sistema, enquanto a segurança do veículo é medida através da força de contato entre o pneu e a pista. Os resultados demonstram que, de forma geral, o sistema de controle ativo melhora o comportamento global do veículo, proporcionando melhores margens de conforto e segurança.

**Palavras-chave:** Controle ativo. Suspensão automotiva. Controle  $H_\infty$ . Conforto de condução. Segurança veicular.

## ABSTRACT

In this work, the application of the  $H_\infty$  control technique in the automotive suspension system is studied. This approach aims to optimize both ride comfort and vehicle safety. In addition, a discussion about suspension actuation systems is performed. The performance of the active system is compared to the passive one, through computational simulations. The road irregularities are represented by spine, sinusoidal and random inputs. The vertical acceleration over the passengers is used to evaluate the comfort provided by the system, while the vehicle safety is measured through the contact force between the tire and the track. The results show that, in general, the active control system improves the overall vehicle behavior, providing better comfort and safety margins.

**Keyword:** Active control. Automotive suspension.  $H_\infty$  control. Ride comfort. Vehicle safety.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Movimentos verticais, longitudinais e transversais do sistema veicular.....  | 16 |
| Figura 2 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão passiva. ....   | 18 |
| Figura 3 – Sistema de suspensão passiva. ....   | 18 |
| Figura 4 – Sistema de suspensão ativa. ....   | 19 |
| Figura 5 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa: (a) eletro-hidráulica ou pneumática e (b) eletromagnética.....   | 20 |
| Figura 6 – Classificação das suspensões automotivas e seus elementos constituintes.....   | 20 |
| Figura 7 – Modelo do atuador eletro-hidráulico.....   | 21 |
| Figura 8 – Válvula de quatro orifícios.....   | 22 |
| Figura 9 – Modelo do atuador pneumático.....  | 24 |
| Figura 10 – Sistema de suspensão ativa eletromagnética.....   | 26 |
| Figura 11 – Vista em corte axial do atuador eletromagnético.....  | 28 |
| Figura 12 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pelos ímãs permanentes. ....   | 29 |
| Figura 13 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pelas bobinas.....   | 29 |
| Figura 14 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pela composição dos ímãs permanentes e pelas bobinas.....  | 30 |
| Figura 15 – Diagrama de blocos convencional de um sistema de controle.....  | 35 |
| Figura 16 – Relação entre as funções sensibilidade e sensibilidade complementar.....  | 38 |
| Figura 17 – Funções de ponderação. ....   | 39 |
| Figura 18 – Diagrama de blocos para o controle $H_{\infty}$ . ....  | 40 |
| Figura 19 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa. ....  | 43 |
| Figura 20 – Diagrama de corpo livre para o modelo de um quarto de carro.....  | 45 |
| Figura 21 – Projeto de controle privilegiando o conforto. Em (a) o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão. Em (b) o diagrama de blocos do sistema de controle.....  | 50 |
| Figura 22 – Projeto de controle privilegiando a segurança. Em (a) o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão. Em (b) o diagrama de blocos do sistema de controle..... | 51 |
| Figura 23 – Projeto de controle para otimização do conforto e da segurança.....   | 52 |
| Figura 24 – Diagrama de blocos dos sistemas de suspensão passiva e ativa. ....  | 59 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 25 – Processo de otimização do sistema de suspensão. ....   | 60 |
| Figura 26 – Excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura. ....  | 64 |
| Figura 27 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para o requisito de conforto. ....                            | 64 |
| Figura 28 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para o requisito de segurança. ....                           | 67 |
| Figura 29 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para os requisitos de conforto e segurança. ....              | 70 |
| Figura 30 – Excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura. ....  | 72 |
| Figura 31 – Resposta da aceleração vertical da carroceria ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura. ....       | 73 |
| Figura 32 – Resposta da força de contato entre o pneu e a pista ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura. .... | 74 |
| Figura 33 – Resposta do espaço de trabalho da suspensão ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura. ....         | 75 |
| Figura 34 – Resposta à excitação senoidal para $\omega = 13$ rad/s e amplitude de 0,05 m. ....   | 76 |
| Figura 35 – Resposta à excitação senoidal para $\omega = 99$ rad/s e amplitude de 0,01 m. ....   | 77 |
| Figura 36 – Perfil de estrada secundária pobre utilizada como estrada randômica. ....  | 78 |
| Figura 37 – Resposta à excitação randômica. ....   | 79 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Comparações entre as suspensões automotivas.....                                    | 31 |
| Tabela 2 – Escala de desconforto para padrões europeus. ....                                   | 49 |
| Tabela 3 – Valores recomendados por Dodds e Robson (1973), para algumas estradas. ....         | 56 |
| Tabela 4 – Parâmetros do veículo de competição Fórmula CEM. ....                               | 62 |
| Tabela 5 – Aceleração vertical da carroceria para o requisito de conforto. ....                | 65 |
| Tabela 6 – Força de contato para o requisito de conforto. ....                                 | 65 |
| Tabela 7 – Aceleração vertical da carroceria para o requisito de segurança.....                | 67 |
| Tabela 8 – Força de contato para o requisito de segurança. ....                                | 68 |
| Tabela 9 – Aceleração vertical da carroceria para os requisitos de conforto e segurança. ....  | 70 |
| Tabela 10 – Força de contato para os requisitos de conforto e segurança.....                   | 70 |
| Tabela 11 – Aceleração vertical da carroceria para os requisitos de conforto e segurança. .... | 73 |
| Tabela 12 – Força de contato para os requisitos de conforto e segurança.....                   | 74 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $A^*$                       | Complexo conjugado transposto da matriz $A$                  |
| $A^T$                       | Transposta da matriz $A$                                     |
| $\lambda_i(\cdot)$          | Autovalor $\lambda_i$ de $(\cdot)$                           |
| $\sigma_i(\cdot)$           | Valor singular $\sigma_i$ de $(\cdot)$                       |
| $\underline{\sigma}(\cdot)$ | Menor valor singular de $(\cdot)$                            |
| $\bar{\sigma}(\cdot)$       | Maior valor singular de $(\cdot)$                            |
| $ \cdot $                   | Módulo de $(\cdot)$  |
| $\ \cdot\ _2$               | Norma euclidiana de $(\cdot)$                                |
| $\ \cdot\ _\infty$          | Norma infinita de $(\cdot)$                                  |
| $\sup(\cdot)$               | Supremo de $(\cdot)$   |
| $G(j\omega)$                | Função de transferência                                      |
| $\bar{G}(j\omega)$          | Matriz de transferência                                      |
| $j$                         | Unidade imaginária $j = \sqrt{-1}$                           |
| $s$                         | Variável no domínio da transformada de Laplace $s = j\omega$ |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO .....</b>   | <b>14</b> |
| 1.1 OBJETIVOS .....   | 15        |
| <b>1.1.1 Objetivo geral.....</b>  | <b>15</b> |
| <b>1.1.2 Objetivos específicos.....</b>                                   | <b>15</b> |
| <b>2 SUSPENSÃO VEICULAR .....</b>   | <b>16</b> |
| 2.1 SUSPENSÃO PASSIVA.....  | 17        |
| 2.2 SUSPENSÃO ATIVA.....  | 19        |
| <b>3 ATUADORES PARA SUSPENSÃO ATIVA.....</b>                              | <b>21</b> |
| 3.1 ATUADOR ELETRO-HIDRÁULICO .....                                       | 21        |
| 3.2 ATUADOR PNEUMÁTICO .....  | 24        |
| 3.3 ATUADOR ELETROMAGNÉTICO .....   | 26        |
| 3.4 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS SISTEMAS DE SUSPENSÃO .....              | 31        |
| <b>4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE <math>H_{\infty}</math> .....</b> | <b>33</b> |
| 4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS E NORMA INFINITO.....                           | 33        |
| 4.2 RELAÇÕES FUNDAMENTAIS EM SISTEMAS DE CONTROLE.....                    | 35        |
| 4.3 CARACTERIZAÇÃO DOS REQUISITOS DE CONTROLE.....                        | 37        |
| <b>4.3.1 Requisitos de controle conflitantes.....</b>                     | <b>38</b> |
| 4.4 CONTROLE $H_{\infty}$ .....   | 40        |
| <b>5 PROJETO DO CONTROLADOR <math>H_{\infty}</math> .....</b>             | <b>42</b> |
| 5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA .....              | 42        |
| <b>5.1.1 Representação do modelo na forma de espaço de estado.....</b>    | <b>46</b> |
| 5.2 CONTROLE $H_{\infty}$ DO SISTEMA DE SUSPENSÃO .....                   | 48        |
| <b>5.2.1 Índices de desempenho de conforto e segurança veicular.....</b>  | <b>48</b> |
| <b>5.2.2 Projeto de controle privilegiando o conforto .....</b>           | <b>50</b> |
| <b>5.2.3 Projeto de controle privilegiando a segurança veicular.....</b>  | <b>51</b> |

|   |    |
|---|----|
| 5.2.4 Projeto de controle visando otimizar o conforto e a segurança veicular..... | 52 |
| 5.3 EXCITAÇÕES DO SISTEMA .....   | 53 |
| 5.3.1 Excitação senoidal .....  | 53 |
| 5.3.2 Excitação lombada.....  | 54 |
| 5.3.3 Excitação randômica .....   | 55 |
| 5.4 IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DO CONTROLADOR .....                                  | 56 |
| 5.4.1 Cálculo do controlador $H_{\infty}$ .....                                   | 56 |
| 5.4.2 Simulação do sistema .....  | 59 |
| 5.4.3 Fluxo de projeto e análise .....  | 60 |
| 6 ESTUDO DE CASO: VEÍCULO DE COMPETIÇÃO FÓRMULA CEM.....                          | 62 |
| 6.1 CONTROLE $H_{\infty}$ PARA OTIMIZAÇÃO DO CONFORTO .....                       | 63 |
| 6.2 CONTROLE $H_{\infty}$ PARA OTIMIZAÇÃO DA SEGURANÇA .....                      | 66 |
| 6.3 CONTROLE $H_{\infty}$ PARA OTIMIZAÇÃO DO CONFORTO E DA SEGURANÇA .....        | 68 |
| 6.3.1 Veículo sob excitação lombada.....  | 69 |
| 6.3.2 Veículo sob excitação senoidal.....   | 75 |
| 6.3.3 Veículo sob excitação randômica .....                                       | 78 |
| 7 CONCLUSÕES.....   | 80 |
| REFERÊNCIAS .....   | 83 |

## 1 INTRODUÇÃO

Em veículos automotores, a utilização de sistemas de suspensão teve início antes da virada do século XIX, sendo constituído, a princípio, por molas e aprimorado ao longo do tempo com a adição de elementos dissipativos, que garantiam aos passageiros uma considerável sensação de conforto. Com o desenvolvimento de veículos mais potentes e velozes, os sistemas de suspensão passaram a ser utilizados não apenas para absorver vibrações ou irregularidades da superfície da estrada, mas se tornaram cruciais para alcançar um compromisso entre conforto, segurança e estabilidade do veículo. (CRIVELLARO, 2008).

Segundo Senthilkumar (2012), uma suspensão rígida e amortecida é capaz de produzir boa movimentação e controle do veículo em várias condições de funcionamento pelo fato de garantir contato constante das rodas com o solo, mas transfere grande parte das irregularidades da estrada para o corpo do veículo. Por outro lado, uma suspensão suave e levemente amortecida garante alto nível de conforto, porém reduz significativamente a estabilidade do veículo em curvas e manobras de mudança de pista. Verifica-se, portanto, que em um projeto de suspensão automotiva, os conceitos conforto e segurança são conflitantes, uma vez que a otimização de um conceito gera a deterioração do outro. (PICADO, 1998).

Embora estudos teóricos e práticos tenham sido realizados no sentido de compreender o comportamento dinâmico dos veículos, a fim de alcançar as rigorosas especificações de desempenho, as suspensões passivas ainda são projetadas por oferecerem um compromisso razoável entre conforto e segurança, associado a um custo aceitável. Mas, devido ao fato das molas e amortecedores possuírem características fixas, um projeto com desempenho superior em uma ampla faixa operacional não é possível.

Como alternativa para solucionar este desafio, projetos de suspensões ativas têm sido amplamente analisados desde os anos de 1970. Segundo Andrade (2001), uma suspensão ativa possibilita modificar as características dinâmicas do sistema em tempo real através de forças de controle geradas pelos atuadores, e ao contrário da suspensão passiva que só pode armazenar ou dissipar energia, é possível modular o fluxo e prover de energia o sistema.

Nessa perspectiva, este trabalho propõe aplicar a técnica de controle  $H_\infty$  em sistemas de suspensão automotiva com o intuito de minimizar as perturbações transmitidas para a

carroceria do veículo, ao mesmo tempo em que garante um contato adequado entre o pneu e a pista. O estudo e implementação numérica do controlador  $H_\infty$  em sistemas de suspensão contribui, dessa forma, para a melhoria do conforto de condução e da segurança veicular. Para tanto, é necessário que os conceitos básicos do controle  $H_\infty$  sejam compreendidos para que seja possível utilizar ferramentas numéricas a fim de efetuar o cálculo do controlador, de acordo com os requisitos de projeto.

Neste trabalho, o projeto de controle é realizado para o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão. Considerando o veículo de competição Fórmula CEM como estudo de caso, os seus parâmetros são utilizados na simulação numérica do comportamento em malha fechada do sistema de suspensão quando excitados pelos perfis de estrada do tipo lombada, senoidal e randômica. Após a obtenção das respostas do veículo no domínio do tempo, a análise do desempenho é realizada com base nos movimentos que representam o conforto e a segurança veicular. Além disso, realiza-se também um estudo das estratégias de atuação para suspensão ativa.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo estudar e implementar, através de simulação numérica, o controlador  $H_\infty$  em sistemas de suspensão automotiva, visando otimizar simultaneamente o conforto de condução e a segurança veicular.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- ✓ Estudar os tipos de atuadores ativos aplicados nas suspensões veiculares;
- ✓ Compreender os conceitos básicos do controle  $H_\infty$  e como utilizar ferramentas numéricas para efetuar o cálculo do controlador;
- ✓ Realizar a modelagem matemática de um quarto do sistema de suspensão veicular;
- ✓ Utilizar dados do veículo de competição Fórmula CEM como estudo de caso;
- ✓ Simular numericamente o comportamento em malha fechada do sistema de suspensão ativa a partir de excitações do tipo lombada, senoidal e randômica;
- ✓ Obter as respostas do veículo no domínio do tempo e analisar os resultados com base na aceleração vertical da carroceria e na força de contato entre o pneu e a pista.



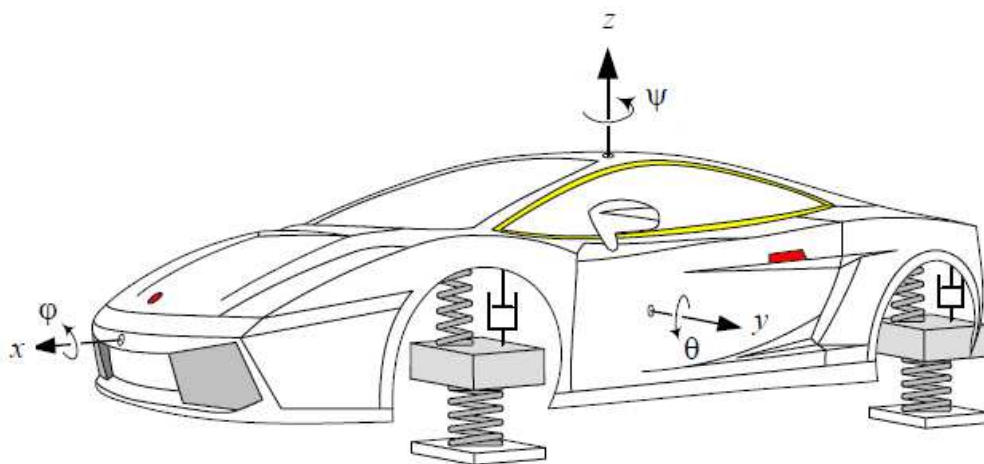
## 2 SUSPENSÃO VEICULAR

A suspensão veicular consiste em um mecanismo deformável que suporta o corpo do veículo sobre os eixos, assegurando a ligação flexível entre a carroceria e as rodas. O corpo do veículo faz referência à massa suspensa, que consiste na massa da carroceria, motor e outros componentes mecânicos. Os eixos referem-se à massa não suspensa, que consiste na massa da roda, pneu, cubo de roda, disco de freio, parte da massa dos semieixos e da suspensão. (YUE, 1988).

Os objetivos do sistema de suspensão são isolar os passageiros do veículo das vibrações e perturbações rodoviárias a fim de proporcionar boa qualidade de passeio e garantir boa aderência à estrada, mantendo as rodas em contato com o solo nas oscilações oriundas das irregularidades e conservando-as em posição favorável durante as curvas. (BASTOW, 1987 apud RAJAMANI, 2006).

Para cumprir sua função, a suspensão deve proporcionar uma distribuição de forças trocadas pelas rodas com o solo, em conformidade com as especificações de projeto em todas as condições de carga e movimentos, sejam estes movimentos verticais, longitudinais ou transversais, conforme ilustrado na Figura 1. (GENTA; MORELLO, 2009).

Figura 1 – Movimentos verticais, longitudinais e transversais do sistema veicular.



Fonte: Adaptado de Jazar (2008, p. 827).

Em relação aos movimentos verticais, a suspensão deve proporcionar o movimento de subida e descida das rodas quando submetidas a depressões ou elevações em função das irregularidades da pista, sem alterar bruscamente o movimento do chassi. (CORRÊA, 2016).

Além da dinâmica vertical, a estabilidade veicular também é influenciada pelos movimentos longitudinais e transversais. A estabilidade no sentido longitudinal é prejudicada quando há um desnivelamento ou frenagem brusca, o que acarreta várias oscilações para frente e para trás, enquanto que a estabilidade transversal é influenciada pela inclinação lateral sofrida pelo veículo durante as curvas e em pistas com sucessivos ziguezagues. (ALMEIDA, 2002).

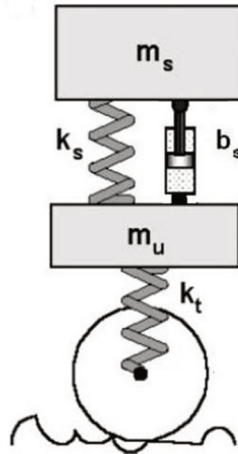
O sistema de suspensão é, portanto, essencial para definir o comportamento global dos veículos em termos de conforto e segurança veicular, sendo um dos subsistemas mais importantes dos automóveis. Atualmente, a maioria dos veículos faz uso de sistemas de suspensão passiva.

## 2.1 SUSPENSÃO PASSIVA

As suspensões passivas utilizam elementos convencionais como molas e amortecedores, trabalhando mecanicamente entre a massa suspensa e a massa não suspensa. As molas são responsáveis por armazenar a energia mecânica produzida pelos perfis de estrada desiguais e os amortecedores responsáveis por dissipar essa energia. Os amortecedores absorvem o excesso de energia acumulada pelas molas para impedir que continuem oscilando demasiadamente, evitando vibrações ou ressonância, o que causaria desconforto aos passageiros e perda de contato do pneu com a pista.

O modelo de suspensão passiva é apresentado na Figura 2, em que  $k_s$  representa o coeficiente de rigidez da mola da suspensão,  $b_s$  o coeficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão e  $k_t$  o coeficiente de rigidez do pneu. A massa suspensa  $m_s$  representa um quarto da massa da carroceria do veículo e a massa não suspensa  $m_u$  representa o conjunto eixo e roda. Os componentes passivos reagem a forças e irregularidades provenientes da estrada apenas armazenando e dissipando energia, sem nenhuma contribuição de energia externa. (GENTA; MORELLO, 2009).

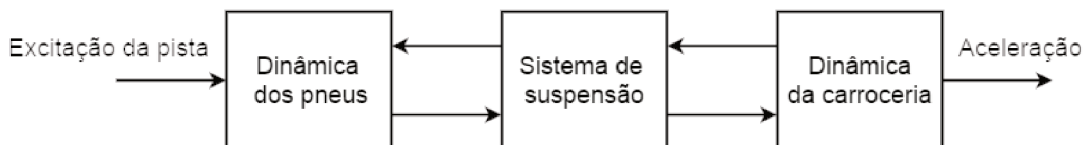
Figura 2 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão passiva.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

Em termos de controle, o sistema de suspensão passiva pode ser considerado um sistema em malha aberta. A partir da Figura 3, observa-se que o sinal de saída não é medido nem enviado para comparação com um sinal de referência na entrada. Sendo assim, o sistema de suspensão é afetado apenas pela excitação proveniente das irregularidades da estrada e pelos estados dinâmicos da carroceria, não realizando nenhuma força de atuação com intuito de controlar o sistema. (HYVÄRINEN, 2004).

Figura 3 – Sistema de suspensão passiva.



Fonte: Adaptado de Hyvärinen (2004, p. 20).

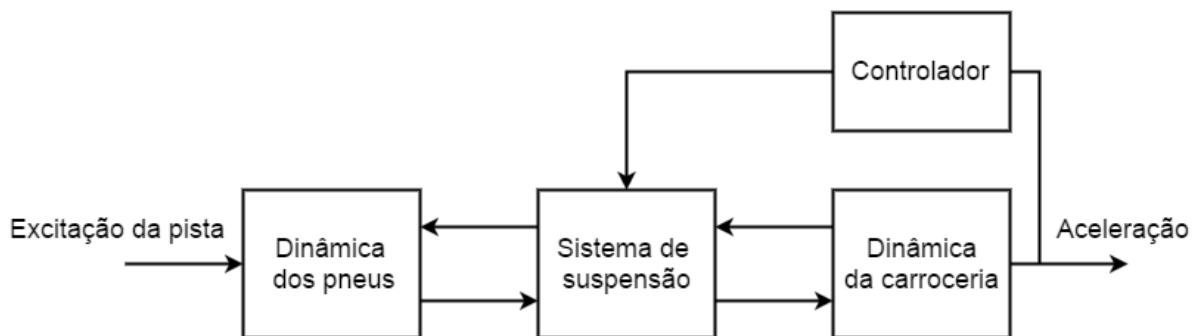
Dentro desse contexto, as características das suspensões passivas dependem das necessidades de cada veículo. Os carros esportivos tem suspensões duras que proporcionam estabilidade superior sob elevadas forças em curvas, não sendo adequadas para absorção significativa das irregularidades da estrada. Os veículos de passeio apresentam suspensões mais suaves, que permitem maior conforto com algum detrimento no desempenho dinâmico. (GENTA; MORELLO, 2009).

## 2.2 SUSPENSÃO ATIVA

O sistema de suspensão ativa é caracterizado por um atuador embutido que pode fornecer força ativa através de um algoritmo de controle usando dados de sensores ligados ao veículo. O atuador é o elemento fundamental no sistema de suspensão ativa. Ele é posicionado entre o corpo do veículo e o eixo, sendo responsável por exercer os movimentos verticais, elevando ou abaixando a carroceria do veículo.

A dinâmica do sistema de suspensão ativa é apresentada pelo sistema em malha fechada na Figura 4. No sistema de suspensão ativa, as condições motrizes monitoradas continuamente pelos sensores são processadas e comparadas com uma referência previamente comandada. Os erros entre o estado estimado e a referência são utilizados pelo algoritmo do controlador que aciona os atuadores de forma adequada para gerar as forças de controle, atenuando os movimentos desagradáveis impostos pelas irregularidades da estrada. (HYVÄRINEN, 2004).

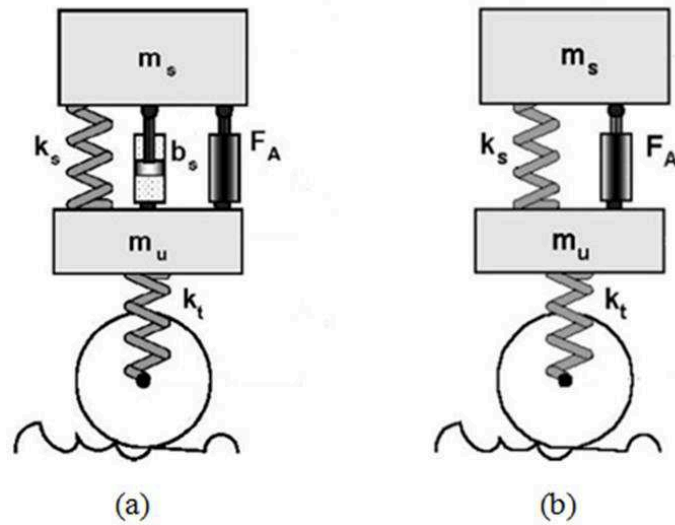
Figura 4 – Sistema de suspensão ativa.



Fonte: Adaptado de Hyvärinen (2004, p. 20).

Segundo Xue et al. (2011), as suspensões ativas podem ser classificadas, em relação ao tipo de componente de atuação, em: suspensão eletro-hidráulica, suspensão pneumática ou suspensão eletromagnética. A suspensão ativa eletro-hidráulica ou pneumática consiste de um atuador eletro-hidráulico ou pneumático em paralelo com um amortecedor e uma mola mecânica, conforme ilustrado na Figura 5(a). A suspensão eletromagnética é composta por um atuador eletromagnético e uma mola mecânica, ambos trabalhando mecanicamente em paralelo, conforme ilustrado na Figura 5(b).

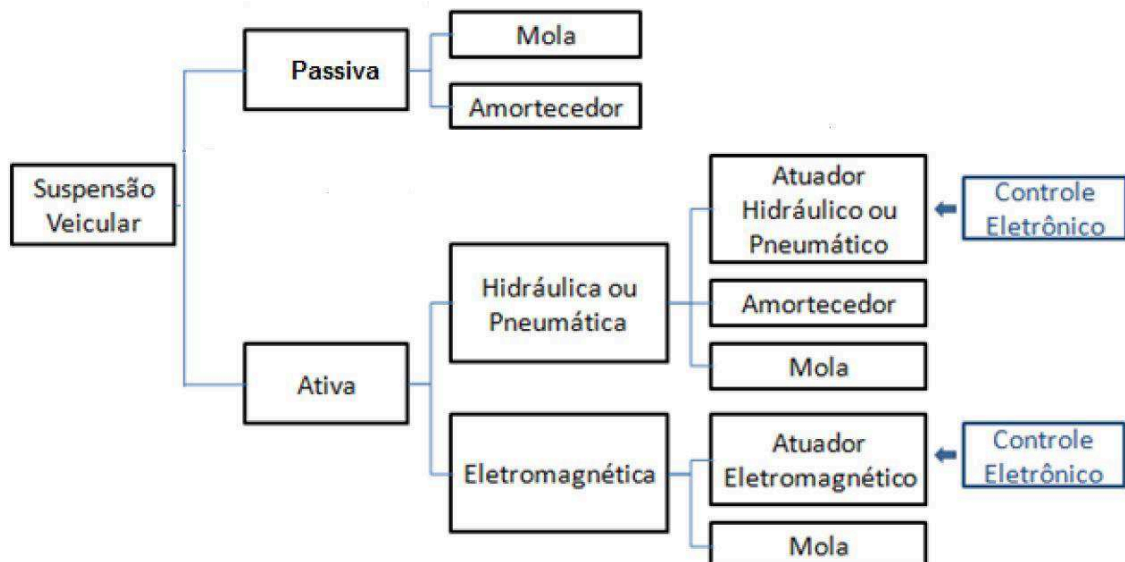
Figura 5 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa: (a) eletro-hidráulica ou pneumática e (b) eletromagnética.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

A Figura 6 sintetiza os diferentes tipos de suspensão apresentados e os respectivos elementos constituintes de cada sistema. Tendo os atuadores suma importância nos sistemas de suspensão ativa, eles serão descritos com mais detalhes no próximo capítulo.

Figura 6 – Classificação das suspensões automotivas e seus elementos constituintes.



Fonte: Adaptado de Eckert (2012, p. 34).

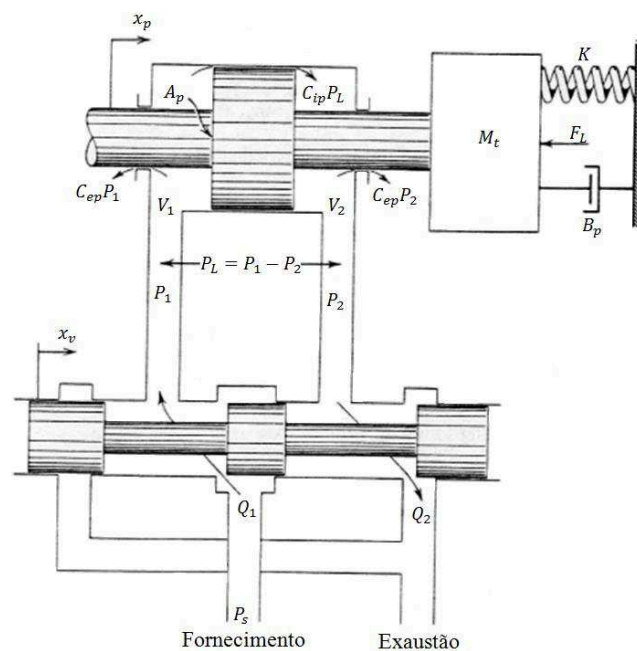
### 3 ATUADORES PARA SUSPENSÃO ATIVA

Em sistemas de controle, o atuador é o mecanismo que age diretamente na planta modificando seu comportamento. Os atuadores utilizados em sistemas de suspensão ativa podem ser eletro-hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos. Eles são os responsáveis em produzir a força de controle que atua amortecendo as oscilações entre a carroceria e as rodas.

#### 3.1 ATUADOR ELETRO-HIDRÁULICO

De acordo com Lopes (1997), o atuador eletro-hidráulico é um servossistema de posicionamento, no qual um fluido hidráulico à alta pressão é utilizado como mecanismo de transmissão de força. O modelo do atuador eletro-hidráulico acoplado a uma massa-mola-amortecedor viscoso é mostrado na Figura 7. Ele é composto basicamente de uma servoválvula, responsável por controlar as vazões do fluido, conectada ao cilindro hidráulico, que transforma a potência hidráulica em potência mecânica.

Figura 7 – Modelo do atuador eletro-hidráulico.



Fonte: Adaptado de Brito (2013, p. 172).

No atuador eletro-hidráulico o fluido é fornecido à válvula pela bomba hidráulica a uma pressão de suprimento  $P_s$ . Com o sinal de controle nulo, os ressaltos do carretel vedam completamente os pórticos da válvula, não existindo vazões da válvula para a câmara 1 do cilindro, ou da câmara 2 para a válvula, ou seja  $Q_1 = Q_2 = 0$ , e as pressões em ambas as câmaras são iguais. Um sinal elétrico de controle energiza as bobinas dos solenoides da válvula, produzindo o deslocamento  $x_v$  do carretel. Ao ser deslocado, o carretel gera orifícios de passagem, fornecendo fluido à alta pressão para uma das câmaras do cilindro permitindo que o fluido da outra câmara escoe para o reservatório. (FRACARO, 2011).

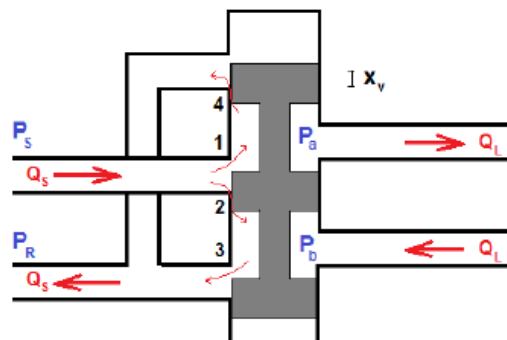
Quando o carretel desloca-se para a direita,  $x_v > 0$ , o fluido pressurizado entregue pela bomba hidráulica tende a passar para a câmara 1 do cilindro, já que  $P_1 < P_s$ , aumentando a pressão da câmara 1. Ao mesmo tempo, o fluido que se encontra na câmara 2 tende a escoar para a exaustão, pois  $P_2 > P_R$ , reduzindo a pressão da câmara 2. Como consequência, a diferença das pressões  $P_1$  e  $P_2$  nas câmaras do cilindro cria uma força que movimenta o pistão para a direita,  $x_p > 0$ . A força gerada pelo atuador é obtida através do produto da área transversal do êmbolo do cilindro pela diferença de pressão.

O movimento cessa ou de forma equivalente, a força do atuador é nula, quando o carretel da servoválvula retorna a posição central, interrompendo o fluxo de óleo e estabelecendo um novo equilíbrio entre as pressões  $P_1$  e  $P_2$ . Considerações semelhantes poderiam ser feitas se o deslocamento de entrada fosse para a esquerda. (LOPES, 1997).

A modelagem do atuador eletro-hidráulico envolve o domínio de diversos conceitos relacionados à dinâmica dos fluidos, sendo as relações básicas obtidas a partir do princípio da conservação de massa e do princípio da conservação de energia. A modelagem aqui apresentada baseia-se no estudo de Brito (2013).

Considere a válvula de quatro orifícios, conforme apresentado na Figura 8.

Figura 8 – Válvula de quatro orifícios.



Fonte: Brito (2013, p. 167).

A determinação da vazão de carga  $Q_L$  nos orifícios da válvula, mediante o deslocamento  $x_v$  do carretel, pode ser obtida a partir da equação de Bernoulli, resultando em:

$$Q_L = C_d A_i \frac{x_v}{|x_v|} \sqrt{\frac{1}{\rho} \left( P_s - \frac{x_v}{|x_v|} P_L \right)} \quad (1)$$

onde  $C_d$  é o coeficiente de descarga,  $A_i$  é a área da seção transversal do orifício 1 ou 2,  $x_v$  é o deslocamento do carretel,  $\rho$  é a densidade do fluido,  $P_s$  é a pressão de suprimento e  $P_L$  é a pressão de carga.

O cilindro hidráulico considerado na modelagem é simétrico e de dupla haste, conforme mostrado na parte superior da Figura 7. A descrição matemática deste componente parte da aplicação da equação da continuidade a cada uma das câmaras, resultando na equação da vazão de carga para o cilindro:

$$Q_L = A_p \dot{x}_p + C_{tp} P_L + \frac{V_t}{4\beta_e} \dot{P}_L \quad (2)$$

onde  $A_p$  é a área do pistão,  $x_p$  é o deslocamento do pistão,  $C_{tp}$  é o vazamento total do pistão,  $V_t$  é o volume total de fluido no interior do pistão e  $\beta_e$  é o módulo de Bulk<sup>1</sup>.

A força ativa produzida pelo atuador eletro-hidráulico é obtida a partir do equilíbrio de forças sobre o pistão, e é dada por:

$$F_A = A_p P_L = M_t \ddot{x}_p + B_p \dot{x}_p + K x_p + F_L \quad (3)$$

onde  $M_t$  é a massa combinada da carga e pistão,  $B_p$  é o coeficiente de atrito viscoso combinado da carga e pistão,  $K$  é a constante elástica da mola de carga e  $F_L$  é uma força de carga arbitrária sobre o pistão.

---

<sup>1</sup> Característico para cada fluido,  $\beta_e$  está inversamente relacionado à sua compressibilidade.

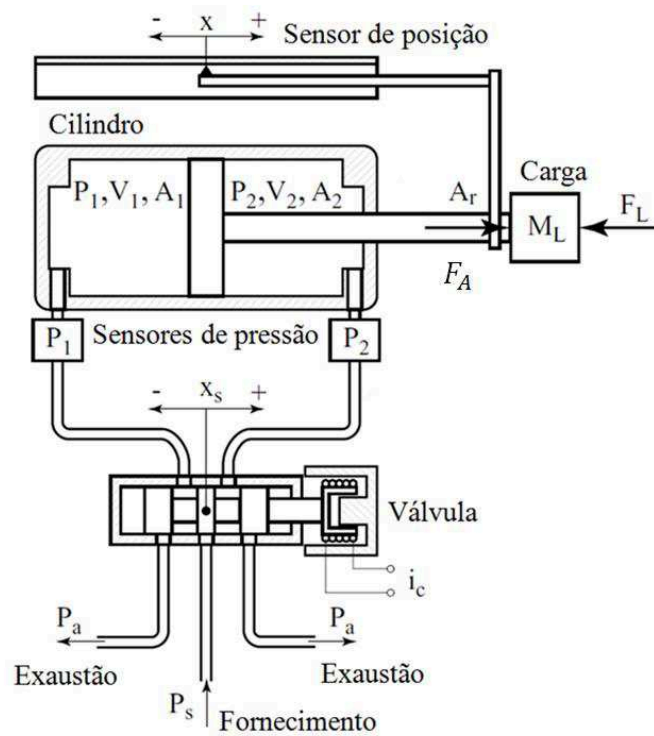


### 3.2 ATUADOR PNEUMÁTICO

O atuador pneumático é um servossistema de posicionamento que utiliza ar comprimido como mecanismo de transmissão de força. Um sistema pneumático típico inclui um dispositivo de comando, designado como servoválvula, conectado ao cilindro pneumático responsável em converter a potência pneumática em potência mecânica.

A representação esquemática do atuador pneumático acoplado a uma carga externa é mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Modelo do atuador pneumático.



Fonte: Adaptado de Richer e Hurmuzlu (2000b, p. 4).

O princípio de funcionamento do atuador pneumático é semelhante ao do atuador eletro-hidráulico. No atuador pneumático o ar pressurizado é fornecido à válvula pelo compressor a uma pressão de suprimento  $P_s$ . Um sinal elétrico de controle energiza as bobinas dos solenoides da válvula, produzindo o deslocamento  $x_s$  do carretel.

Ao ser deslocado, o carretel gera orifícios de passagem, fornecendo fluxo de ar pressurizado para uma das câmaras do cilindro permitindo que o ar da outra câmara escoe para o ambiente que está a uma pressão  $P_a$ . Como consequência, a diferença das pressões  $P_1$  e  $P_2$  nas câmaras do cilindro cria uma força que movimenta a massa  $M_L$  em um deslocamento  $x$ .

A força gerada pelo atuador é obtida através do produto da área transversal do êmbolo do cilindro pela diferença de pressão. (FRACARO, 2011).

A modelagem do atuador pneumático, assim como no atuador eletro-hidráulico envolve o domínio dos conceitos de mecânica dos fluidos. Para obtenção do modelo pneumático, além de utilizar o princípio da conservação de massa e o princípio da conservação de energia, ainda se faz uso da lei dos gases ideais. A modelagem aqui apresentada baseia-se nos estudos de Richer e Hurmuzlu (2000a, 2000b).

A servoválvula pneumática é o elemento de comando que deve permitir ajustes rápidos e precisos da área do orifício da válvula, proporcionando fluxos de ar precisamente controlados para dentro e para fora dos cilindros. Considere a válvula de controle direcional acionada por bobinas apresentada na Figura 9. Se a válvula é deslocada no sentido positivo, ou seja,  $x_s > 0$ , uma câmara será ligada ao tanque de pressão através do caminho de alimentação e o ar comprimido irá fluir para dentro ( $\dot{m}_e > 0, \dot{m}_s \approx 0$ ). A outra câmara vai ser ligada à atmosfera através do percurso de escape, e o ar irá fluir para fora ( $\dot{m}_e \approx 0, \dot{m}_s > 0$ ).

As expressões para o fluxo de massa através de um orifício de área  $A_v$  são dadas por:

$$\dot{m}_v = \begin{cases} C_f A_v C_1 \frac{P_u}{\sqrt{T}} & , \quad \frac{P_d}{P_u} \leq P_{cr} \\ C_f A_v C_2 \frac{P_u}{\sqrt{T}} \left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{1/k} \sqrt{1 - \left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{(k-1)/k}} & , \quad \frac{P_d}{P_u} > P_{cr} \end{cases} \quad (4)$$

onde  $\dot{m}_v$  é o fluxo de massa através do orifício da válvula,  $C_f$  é o coeficiente de descarga adimensional,  $P_u$  é a pressão a montante,  $P_d$  é a pressão a jusante,  $T$  é a temperatura do ar,  $k$  é a razão de calores específicos, e  $C_1, C_2$  e  $P_{cr}$  são constantes para um dado fluido.

A Equação (4) mostra que se a razão entre a pressão a jusante e a pressão a montante é menor ou igual um valor crítico, o fluxo mássico depende linearmente da pressão a montante. Se a razão entre as pressões for maior que a pressão crítica, o fluxo mássico depende não linearmente de ambas as pressões.

A taxa de variação da pressão nas câmaras do cilindro é expressa por:

$$\dot{P}_i = \frac{RT}{V_i} (\alpha_e \dot{m}_e - \alpha_s \dot{m}_s) - \alpha \frac{PA_i}{V_i} \dot{x} \quad (5)$$

onde  $i = 1,2$  é o índice da câmara do cilindro,  $V_i$  é o volume em cada câmara,  $A_i$  é a área do pistão,  $x$  é o deslocamento do pistão,  $R$  é a constante do gás ideal. Os valores de  $\alpha$ ,  $\alpha_e$  e  $\alpha_s$  dependem da transferência de calor durante o processo, se estabelecendo entre 1 e  $k$ .

A força ativa produzida pelo atuador pneumático é obtida a partir do equilíbrio de forças sobre o pistão, e é dada por:

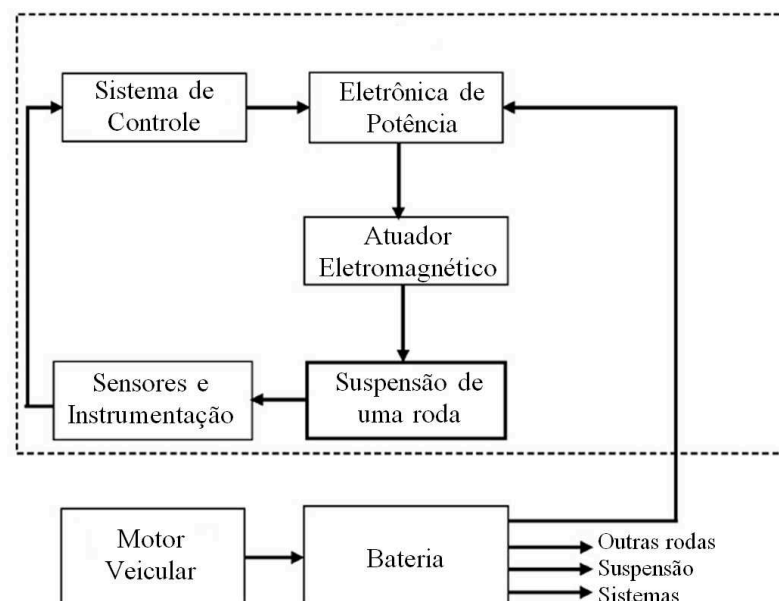
$$F_A = P_1 A_1 - P_2 A_2 - P_a A_r - \beta \dot{x} - F_f \quad (6)$$

onde  $P_1$  e  $P_2$  são as pressões nas câmaras do atuador,  $P_a$  é a pressão do ambiente,  $A_1$  e  $A_2$  são as áreas eficazes do pistão,  $A_r$  é a área da haste,  $\beta$  é o coeficiente de atrito viscoso e  $F_f$  é a força de atrito de Coulomb.

### 3.3 ATUADOR ELETROMAGNÉTICO

Segundo Aguillar (2007), atuadores eletromagnéticos são dispositivos que utilizam energia magnética como um meio para transformar energia elétrica em movimento mecânico, ou seja, eles recebem um sinal elétrico capaz de criar campos magnéticos em seu interior, que produzem forças mecânicas, movimentando as cargas. O diagrama de blocos de uma suspensão ativa eletromagnética com um atuador linear é mostrado na Figura 10.

Figura 10 – Sistema de suspensão ativa eletromagnética.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

O atuador eletromagnético é impulsionado pelo conversor de eletrônica de potência e controlado pela unidade de controle com base em sinais adquiridos e algoritmos de controle. A potência do atuador é fornecida por uma bateria, que pode ser alimentado pelo gerador elétrico acionado pelo motor veicular. (MARTINS et al., 2006; XUE et al., 2011).

A suspensão eletromagnética pode ser implementada com atuadores rotativos ou lineares. O uso dos atuadores rotativos requer engrenagens para converter a rotação em movimento linear e aumentar o valor da força de atuação. A adição das engrenagens implica em maior volume do mecanismo e resposta dinâmica do sistema mais lenta devido à conversão do movimento rotativo em linear. Assim sendo, atuadores lineares são mais adequados para utilização em suspensões automotivas, pois exercem atuação direta no eixo de movimentação. (MARTINS et al., 2006; GYSEN et al., 2009, ECKERT, 2012).

A força ativa  $\vec{F}_A$  produzida pelo atuador eletromagnético é a força gerada pelas bobinas em relação aos ímãs permanentes, e pode ser calculada através da força de Lorentz,

$$\vec{F}_A = \int \vec{J}_{bob} \times \vec{B}_{ímã} dv \quad (7)$$

sendo  $\vec{B}_{ímã}$  a indução magnética do ímã permanente e  $\vec{J}_{bob}$  a densidade de corrente, que quando aplicada no enrolamento da bobina, produz uma indução magnética  $\vec{B}_{bob}$ , dada pela Equação (8):

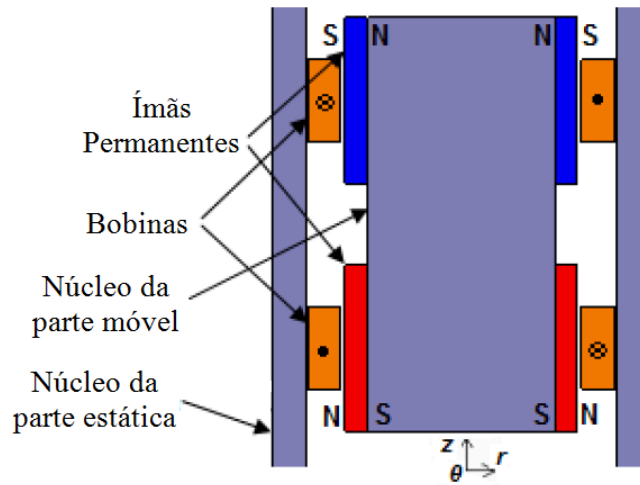
$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{B}_{bob}}{\mu} = \vec{J}_{bob} \quad (8)$$

onde  $\mu$  é a permeabilidade magnética do meio.

A interação entre o fluxo magnético proveniente da bobina com o fluxo já existente dos ímãs permanentes produz a força magnética que movimentará a parte móvel do atuador, exercendo a força de controle.

Tendo definido a origem da força ativa nos atuadores eletromagnéticos, será realizada uma análise qualitativa acerca de seu princípio de funcionamento. Para isso, considere a representação esquemática do atuador eletromagnético de topologia tubular proposto por Eckert (2012), ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Vista em corte axial do atuador eletromagnético.



Fonte: Adaptado de Eckert (2012, p. 45).

O atuador tubular consiste em dois conjuntos de ímãs permanentes com magnetização oposta<sup>2</sup>, duas bobinas ligadas em série com forças em sentidos opostos entre si, o núcleo da parte móvel e o núcleo da parte estática. Este modelo foi projetado para que a parte estática seja fixada na carroceria do veículo, enquanto que a parte móvel seja fixada na roda. (ECKERT, 2012).

O princípio de funcionamento pode ser descrito da seguinte maneira: inicialmente o atuador encontra-se na posição central. Essa posição é a de equilíbrio, que deve ser ajustada quando o veículo estiver parado com a mola sustentando a sua massa. Tal posição é garantida pela ação dos fluxos magnéticos produzidos pelos ímãs permanentes, já que em repouso não há corrente circulando pelas bobinas. (AGUILLAR, 2007).

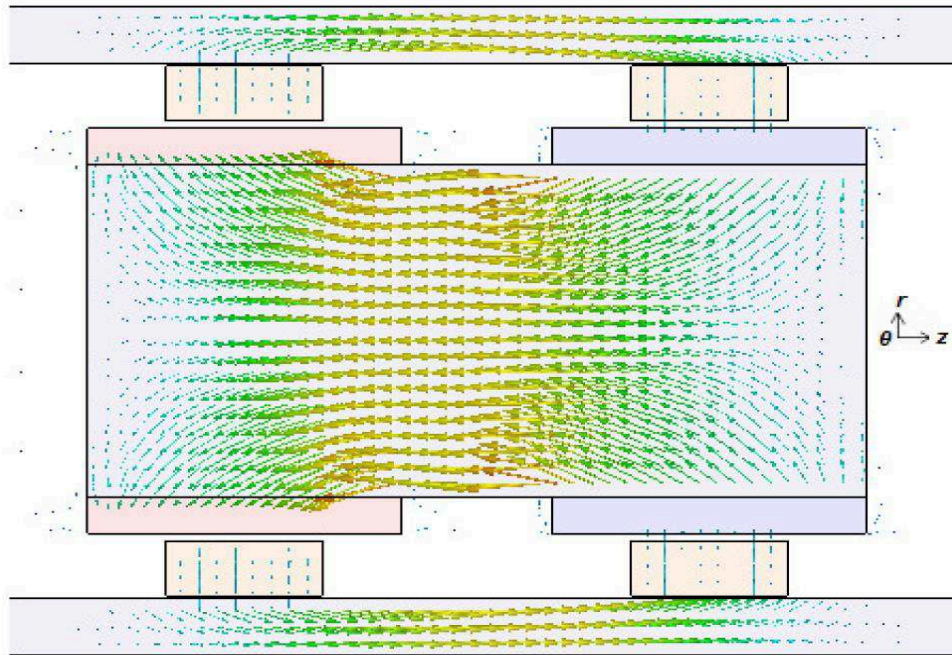
A direção das linhas de fluxo magnético produzido apenas pelos ímãs permanentes é mostrada na Figura 12. Nesta figura pode-se observar que o fluxo magnético criado no núcleo da parte móvel parte do conjunto de ímãs com polo norte interno, indo em direção ao conjunto de ímãs com polo sul interno. O fluxo magnético criado no núcleo da parte estática parte do conjunto de ímãs com polo norte externo, indo em direção ao conjunto de ímãs com polo sul externo.

Para que haja movimento é necessário que se faça circular pelo enrolamento das bobinas uma corrente elétrica em determinado sentido. Com a aplicação de uma tensão contínua nos terminais das bobinas e o surgimento de corrente elétrica nos seus enrolamentos,

<sup>2</sup> Um conjunto tem polo norte interno e polo sul externo (ímãs em azul) e o outro conjunto tem polo sul interno e polo norte externo (ímãs em vermelho).

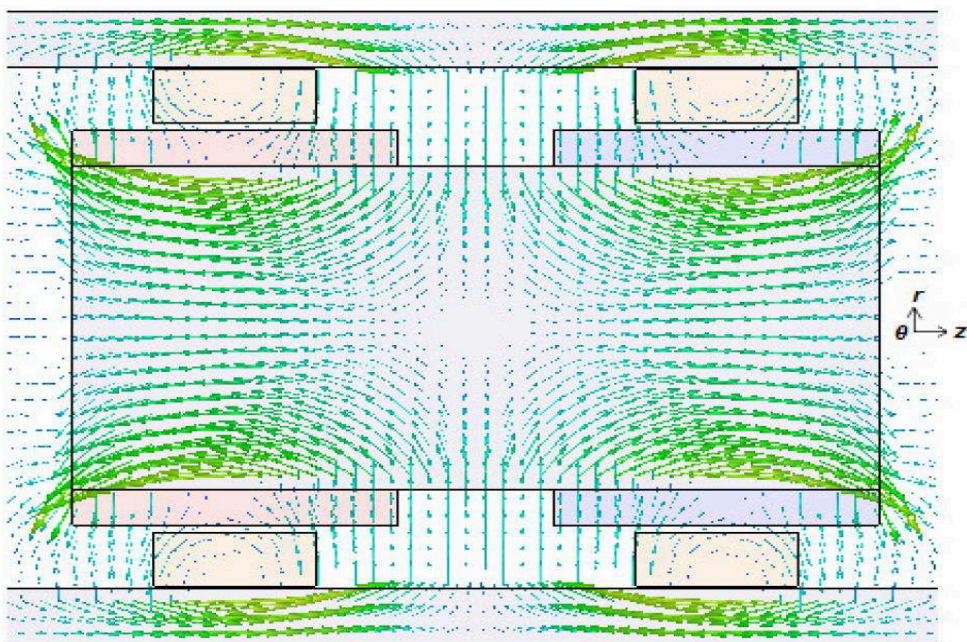
haverá o estabelecimento de um fluxo magnético nas partes constituintes do atuador. (AGUILLAR, 2007; ECKERT, 2012). Na Figura 13 é observada a direção das linhas de fluxo magnético produzido apenas pelas bobinas.

Figura 12 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pelos ímãs permanentes.



Fonte: Eckert (2012, p. 46).

Figura 13 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pelas bobinas.

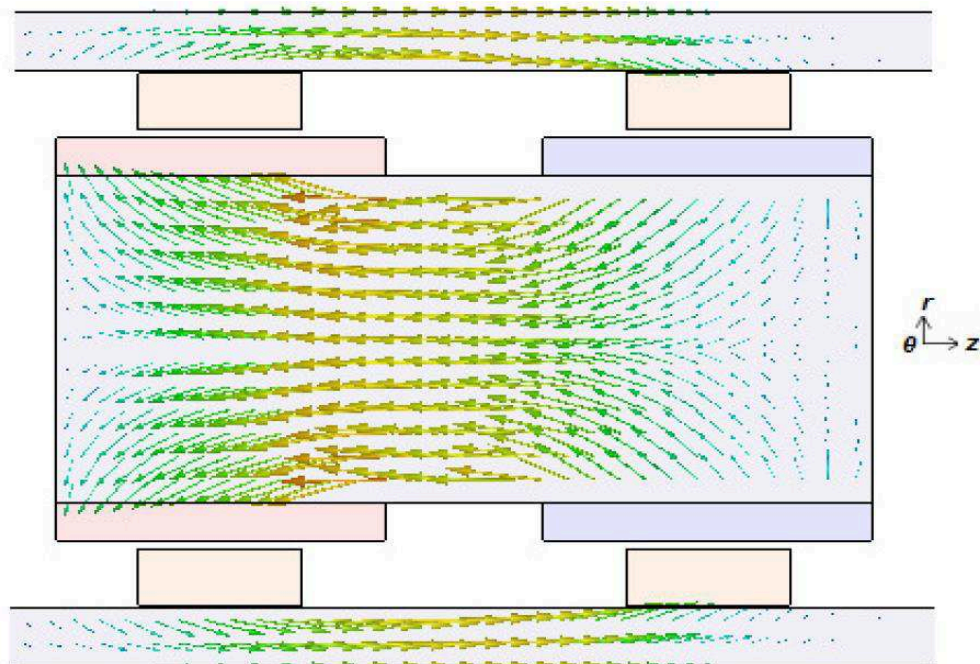


Fonte: Eckert (2012, p. 47).



De acordo com a Figura 13, o fluxo localizado à direita do atuador encontra-se em sentido oposto ao criado pelo ímã. Já no lado esquerdo do atuador, os fluxos da bobina e do ímã encontram-se no mesmo sentido. O fluxo magnético proveniente da bobina vai interagir com o fluxo já existente dos ímãs permanentes, sendo somados do lado esquerdo do atuador e subtraídos do lado direito. (AGUILLAR, 2007; ECKERT, 2012). O resultado dessa interação é ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Vetor densidade de fluxo magnético produzido pela composição dos ímãs permanentes e pelas bobinas.



Fonte: Eckert (2012, p. 49).

Pode-se notar um fluxo magnético de baixa intensidade no lado direito do atuador, e um fluxo intenso no lado esquerdo, resultando em uma força magnética que agirá de forma a atrair a parte móvel para o lado esquerdo. No momento em que o movimento se conclui, o atuador estará novamente em posição de equilíbrio. A corrente da bobina é então suprimida e o ímã manterá a peça móvel estabilizada. Para movimentar a parte móvel para o lado direito é necessário aplicar uma corrente no campo magnético com o sentido oposto ao aplicado anteriormente. (AGUILLAR, 2007; ECKERT, 2012).

### 3.4 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS SISTEMAS DE SUSPENSÃO

A Tabela 1 apresenta uma análise comparativa entre os diferentes tipos de sistemas de suspensão, levando em consideração os seguintes parâmetros: estrutura, peso ou volume, custo, conforto, segurança e desempenho dinâmico.

Segundo Xue et al. (2011), o parâmetro estrutura do sistema de suspensão consiste em todos os componentes que o sistema possui, por exemplo, os atuadores, molas, amortecedores, bem como os meios utilizados para acionar estes componentes, por exemplo, a bombas hidráulica, compressor de ar, bateria. O sistema completo possui um peso ou volume, que dependendo dos componentes será maior ou menor, sendo este outro parâmetro a ser analisado.

O parâmetro custo está relacionado ao próprio custo dos componentes do sistema de suspensão, que dependendo da tecnologia podem ser muito caros e complexos.

Os parâmetros conforto e segurança são os requisitos das suspensões veiculares. O conforto está associado ao isolamento das vibrações do ambiente interno do veículo e a segurança está associada com a capacidade do veículo em manter o contato constante das rodas com a pista. O desempenho dinâmico está relacionado à capacidade do sistema de suspensão de proporcionar os requisitos de conforto e segurança veicular simultaneamente.

Tabela 1 – Comparações entre as suspensões automotivas.

| Parâmetros          | Suspensão Passiva | Suspensão Ativa Eletro-hidráulica ou Pneumática | Suspensão Ativa Eletromagnética |
|---------------------|-------------------|---|---------------------------------|
| Estrutura           | Mais simples      | Mais complexa                                   | Simple                          |
| Peso ou Volume      | Mais baixo        | Alto  | Mais alto                       |
| Custo               | Mais baixo        | Mais alto                                       | Alto                            |
| Conforto            | Ruim              | Bom   | Melhor                          |
| Segurança           | Ruim              | Bom   | Melhor                          |
| Desempenho Dinâmico | Ruim              | Média   | Bom                             |

Fonte: Adaptado de Xue et al. (2011).

Tendo definido os parâmetros, parte-se para a comparação propriamente dita. O sistema de suspensão passiva consiste basicamente de uma mola e um amortecedor, possuindo dessa forma, a estrutura mais simples e de menor custo. Por se tratar de uma



estrutura com poucos componentes, apresenta pequeno volume e baixo peso. Como não há nenhuma contribuição de energia externa, as características de rigidez e amortecimento das suspensões passivas afetam ambos o conforto e a segurança. Dessa maneira a otimização de um requisito acaba deteriorando o outro. Isso faz com que este tipo de suspensão apresente o pior desempenho dinâmico. (XUE et al., 2011).

A estrutura da suspensão ativa eletro-hidráulica ou pneumática é a mais complexa, pois além dos componentes passivos e dos respectivos atuadores, ainda necessita do sistema de fornecimento de fluido. Sendo assim, o espaço total ocupado pela suspensão eletro-hidráulica ou pneumática, incluindo os equipamentos de acionamento, é alto quando comparado com a suspensão passiva. Além disso, devido ao maior número de componentes, o custo da suspensão eletro-hidráulica ou pneumática é o mais elevado.

Na suspensão ativa eletro-hidráulica ou pneumática a otimização do conforto e da segurança ocorre em determinadas faixas de frequência, dessa forma, o desempenho dinâmico desse tipo de suspensão pode ser considerado médio. (ANDRADE, 2001; XUE et al., 2011).

A estrutura da suspensão ativa eletromagnética é simples quando comparada com a suspensão ativa eletro-hidráulica ou pneumática, pois tem menos dispositivos. Entretanto, a desvantagem é o aumento de volume e peso, uma vez que a densidade de força ativa do sistema eletro-hidráulico ou pneumático é maior. Ainda, pelo fato de não ter maturidade comercial apresenta custo elevado. (XUE et al., 2011).

A suspensão ativa eletromagnética é um sistema de largura de banda alta, no qual o atuador substitui o amortecedor convencional da suspensão passiva, sendo posicionado entre o corpo do veículo e o eixo, em paralelo com uma mola para equilibrar a carga estática. De acordo com Andrade (2001), o objetivo desse sistema é melhorar a resposta da suspensão ao redor dos seus dois modos principais de ressonância, a vibração da carroceria que ocorre geralmente entre 1 Hz e 2 Hz e a frequência de ressonância do pneu, que ocorre geralmente entre 10 Hz e 12 Hz.

Devido ao sistema de suspensão ativa eletromagnética poder produzir forças ativas sob diversas situações, como exposto acima, ele mantém boa qualidade de passeio e desempenho de manipulação em todas as condições de trabalho. Dessa forma a suspensão ativa eletromagnética apresenta o melhor desempenho dinâmico. (GYSEN et al., 2010; XUE et al., 2011).

#### 4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE $H_\infty$

O projeto  $H_\infty$  é empregado quando se deseja que um sistema mantenha um determinado desempenho em condições adversas. Em termos gerais, deseja-se, através de um método de otimização no domínio da frequência, reduzir os efeitos de perturbações externas e ruídos de sensores no processo tendo em vista o pior caso. (SARRACINI JÚNIOR, 2006).

A solução para este problema é minimizar a norma  $H_\infty$  da função de transferência das entradas de perturbações para as saídas controladas. A norma  $H_\infty$  está associada ao maior ganho que pode existir de alguma das entradas para alguma das saídas, ao longo de todo o espectro de frequência. Dessa forma, a minimização da norma  $H_\infty$  de uma função de transferência consiste em abordar o problema de rejeição de perturbações analisando-se o pior caso possível do ganho entre a entrada e a saída para este sistema. (FISCHMAN, 1993).

O termo  $H_\infty$  faz referência ao espaço de Hardy, onde as funções de transferência devem ser assintoticamente estáveis<sup>1</sup> e próprias<sup>2</sup>. (SARRACINI JÚNIOR, 2006).

##### 4.1 CONCEITOS MATEMÁTICOS E NORMA INFINITO

Seja um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO)<sup>3</sup> escrito como:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\bar{Y}(s) = \bar{G}(s)\bar{U}(s) \quad (10)$$

Os valores singulares,  $\sigma_i$ , são as raízes quadradas positivas dos autovalores de  $\bar{G}^*(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ , onde  $\bar{G}^*(j\omega)$  é o complexo-conjugado transposto da matriz  $\bar{G}(j\omega)$ , isto é (SKOGESTAD; POSTLETHWAITE, 1996 apud SARRACINI JÚNIOR, 2006):

<sup>1</sup> Função de transferência com polos no semiplano esquerdo do eixo imaginário.

<sup>2</sup> Função de transferência com grau do polinômio do numerador menor ou igual ao grau do polinômio do denominador.

<sup>3</sup> Multiple Input Multiple Output (MIMO).

$$\sigma_i(\bar{G}(s)) = \sqrt{\lambda_i(\bar{G}^*(j\omega)\bar{G}(j\omega))} \quad (11)$$

Definindo, respectivamente, o menor e o maior valor singular como:

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= \min\{\sigma_i\} \\ \bar{\sigma} &= \max\{\sigma_i\} \end{aligned} \quad (12)$$

tem-se que:

$$\underline{\sigma} \leq \|\bar{G}(s)\| \leq \bar{\sigma} \quad (13)$$

ou seja, os ganhos de um sistema multivariável são limitados pelo maior e menor valor singular do sistema, e estes valores podem ser usados para análise do sistema. (MACIEJOWSKY, 1989).

A norma  $H_\infty$  da matriz de transferência  $\bar{G}(s)$ , denotada  $\|\bar{G}(s)\|_\infty$ , é calculada como sendo o maior valor singular de  $\bar{G}(j\omega)$  para todos os valores de frequência  $\omega$ :

$$\|\bar{G}(s)\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(\bar{G}(j\omega)), \quad 0 < \omega < \infty \quad (14)$$

onde  $\bar{\sigma}(\cdot)$  denota o maior valor singular do argumento.

No caso em que se tem apenas uma única entrada e uma única saída, a norma  $H_\infty$  é o valor de pico no diagrama de Bode da amplitude (OGATA, 2000):

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_\omega |G(j\omega)|, \quad 0 < \omega < \infty \quad (15)$$

Para compreender o significado de  $\|G(s)\|_\infty$  em um sistema monovariável, suponha o sinal de entrada  $u(t)$  e defina:

$$\|u(t)\|_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^T(t)u(t)dt \quad (16)$$

se o sinal de entrada é limitado em energia,  $\|u\|_2 < \infty$ , o sinal de saída  $y(s) = G(s)u(s)$ , e

$G(s)$  uma função de transferência assintoticamente estável, própria e não tem polo no eixo imaginário, então:

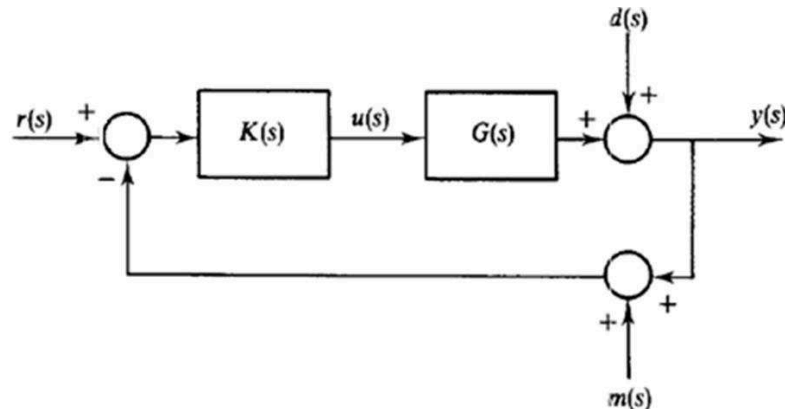
$$\|G(s)\|_{\infty} = \sup_{u(t)} \frac{\|y(t)\|_2}{\|u(t)\|_2} \quad (17)$$

isto é,  $\|G(s)\|_{\infty}$  representa o maior aumento de energia que pode ocorrer entre a entrada e a saída para um dado sistema.

#### 4.2 RELAÇÕES FUNDAMENTAIS EM SISTEMAS DE CONTROLE

Considere o diagrama de blocos do sistema de controle com realimentação negativa representado na Figura 15.

Figura 15 – Diagrama de blocos convencional de um sistema de controle.



Fonte: Adaptado de Maciejowsky (1989, p. 81).

Os sinais e sistemas presentes na Figura 15 são os seguintes:

|        |  |
|--------|--|
| $G(s)$ | Função de transferência da planta a ser controlada |
| $K(s)$ | Função de transferência do controlador             |
| $r(s)$ | Sinal de entrada de referência                     |
| $u(s)$ | Sinal do atuador                                   |
| $y(s)$ | Sinal de saída                                     |
| $d(s)$ | Sinal de perturbações externas                     |
| $m(s)$ | Sinal de ruídos de medição                         |

Conforme demonstrado em Maciejowsky (1989), para o sistema realimentado da Figura 15, obtêm-se a relação para a saída da planta em função das entradas:

$$y(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} d(s) + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} r(s) - \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} m(s) \quad (18)$$

Definindo-se a função sensibilidade:

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \quad (19)$$

e a função sensibilidade complementar ou função de transferência de malha fechada:

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} \quad (20)$$

a Equação (18) pode ser escrita como:

$$y(s) = S(s)d(s) + T(s)r(s) - T(s)m(s) \quad (21)$$

Conforme Maciejowsky (1989), outra relação importante para o sistema realimentado da Figura 15 é o sinal de controle, definido como:

$$u(s) = \frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)} r(s) - \frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)} m(s) - \frac{K(s)}{1 + G(s)K(s)} d(s) \quad (22)$$

Das equações (19) e (20) observa-se que as funções sensibilidade  $S(s)$  e sensibilidade complementar  $T(s)$  estão vinculadas pela relação:

$$S(s) + T(s) = 1 \quad (23)$$

### 4.3 CARACTERIZAÇÃO DOS REQUISITOS DE CONTROLE

No âmbito da teoria de controle ótimo  $H_\infty$  os objetivos de controle vão além da estabilidade do sistema, devendo-se ainda satisfazer um conjunto de especificações relacionadas ao desempenho. Em termos gerais, considera-se que o sistema controlado tem bom desempenho quando sua capacidade de recuperação frente a perturbações externas é boa, quando ele apresenta boa rejeição a ruídos de medida na saída, quando ele é capaz de seguir um sinal de referência com bastante proximidade e quando a energia de controle necessária para que o sistema apresente boas características de resposta é pequena. (LUQUE, 2007).

Uma forma de verificar se as especificações de desempenho foram satisfeitas é através da magnitude de alguns sinais ou funções de transferência. Fazendo uso da Equação (23), os requisitos de projeto são estabelecidos (MACIEJOWSKY, 1989):

1. Sensibilidade – o objetivo é fazer com que a saída  $y(s)$  se mantenha no ponto de equilíbrio desejado a despeito da presença de perturbações  $d(s)$ . A função de transferência entre  $d(s)$  e  $y(s)$  é a função sensibilidade  $S(s)$ , definida em (19). Deste modo devemos manter  $\bar{\sigma}[S(s)]$  pequeno para que as perturbações externas interfiram minimamente na saída do sistema, ou seja:

$$\min \|S(s)\|_\infty \quad (24)$$

2. Rejeição a ruídos – o objetivo é fazer com que os ruídos de medição sejam atenuados. Supondo que  $r(t) = 0$  e  $d(t) = 0$ , e sabendo que a função de transferência entre  $m(s)$  e  $y(s)$  é dada por (20), devemos manter  $\bar{\sigma}[T(s)]$  pequeno, isto é:

$$\min \|T(s)\|_\infty \quad (25)$$

3. Acompanhamento do sinal de referência – o objetivo é fazer com que a saída rastreie a entrada de referência, isto é,  $y(s) = r(s)$ . Supondo que  $d(t) = 0$  e  $m(t) = 0$ , a função de transferência entre  $r(s)$  e  $y(s)$ , dada por (20), deve ser igual a 1. Dessa maneira devemos manter  $\underline{\sigma}[T(s)] \approx 1$  e  $\bar{\sigma}[T(s)] \approx 1$ . Fazendo uso da relação (23), temos que  $S(s) = 1 - T(s)$ , sendo o requisito expresso como:

$$\min \|S(s)\|_{\infty} \quad (26)$$

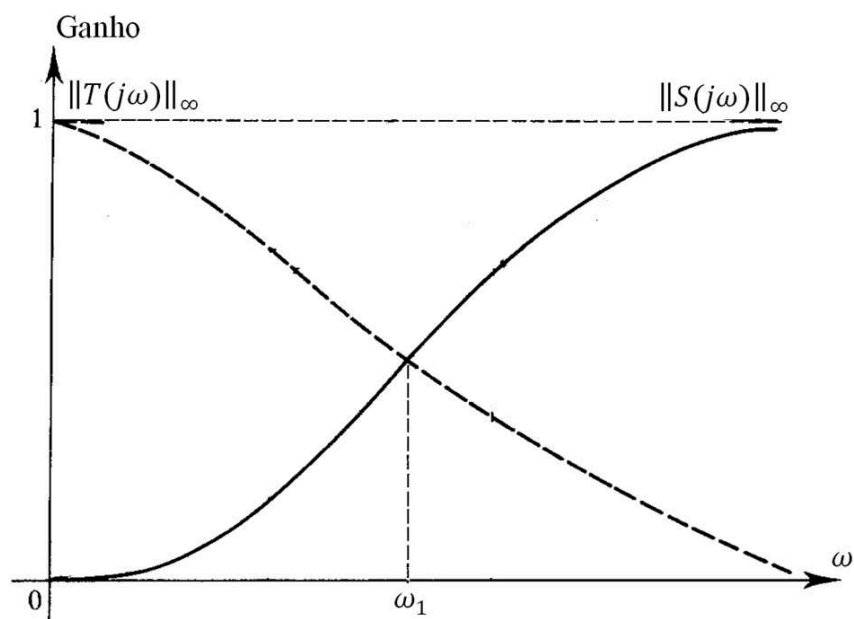
4. Minimizar a energia de controle – o objetivo é fazer com que a energia de controle necessária para adequada operação do sistema se mantenha em níveis aceitáveis. Pela Equação (22) vemos que para isso devemos manter  $\bar{\sigma}[K(s)]$  pequeno.

#### 4.3.1 Requisitos de controle conflitantes

Note que os requisitos 1, 2 e 3 requerem que  $\|S(s)\|_{\infty}$  e  $\|T(s)\|_{\infty}$  sejam minimizadas. De acordo com a Equação (23) temos que a minimização simultânea de  $\|S(s)\|_{\infty}$  e  $\|T(s)\|_{\infty}$  é conflitante, pois ao tornar  $\|S(s)\|_{\infty} \ll 1$ , temos que  $\|T(s)\|_{\infty} \rightarrow 1$  e vice-versa. A solução para este problema é fazer com que  $\|S(s)\|_{\infty}$  e  $\|T(s)\|_{\infty}$  sejam grandes ou pequenas em determinadas faixas de frequência.

Sabe-se que, geralmente, o espectro do sinal de perturbações  $d(s)$  e do sinal de referência  $r(s)$  restringe-se a baixas frequências, sendo conveniente fazer  $S(s)$  pequena e  $T(s)$  grande nessa faixa. Os ruídos de medição  $m(s)$  em geral se fazem mais relevantes em altas frequências dada a relação sinal-ruído mais baixa nesta faixa. Então é conveniente que  $\|T(s)\|_{\infty}$  seja pequena acima de certa frequência. (MACIEJOWSKY, 1989). A Figura 16 ilustra a situação descrita acima, onde  $\omega_1$  delimita a separação entre a baixa e alta frequência.

Figura 16 – Relação entre as funções sensibilidade e sensibilidade complementar.



Fonte: Adaptado de Maciejowsky (1989, p. 82).

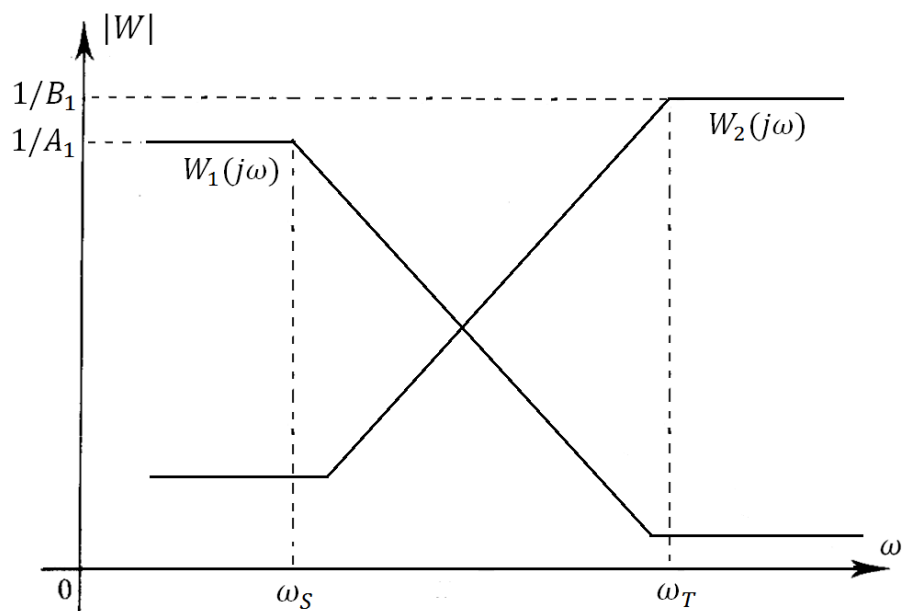
Dessa forma, são introduzidas funções de ponderação  $W_1(s)$  e  $W_2(s)$  nos problemas de otimização de modo a penalizar as faixas de frequência de interesse, em função dos requisitos considerados. (SARRACINI JÚNIOR, 2006). Assim, para manter ambos  $\|S(s)\|_\infty$  e  $\|T(s)\|_\infty$  de pequena magnitude, deve-se enfatizar um ou outro objetivo em cada frequência.

Por exemplo, suponha um requisito onde a função sensibilidade  $S(s)$  deva ter um ganho menor que  $A_1$  na região de baixa frequência e a função sensibilidade complementar  $T(s)$  deva ter um ganho menor que  $B_1$  na região de alta frequência, isto é (MOREIRA, 1998):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}(S(j\omega)) &\leq A_1; & \omega < \omega_S \\ \bar{\sigma}(T(j\omega)) &\leq B_1; & \omega > \omega_T \end{aligned} \quad (27)$$

Para isso, definem-se as funções de ponderação no domínio da frequência  $W_1(s)$  com ganho alto na região  $\omega < \omega_S$  e ganho muito pequeno para  $\omega > \omega_S$  e  $W_2(s)$  com ganho baixo na região  $\omega < \omega_T$  e ganho alto para  $\omega > \omega_T$ . De acordo com Moreira (1998), as funções  $W_1(s)$  e  $W_2(s)$  são selecionadas de tal maneira que  $S(s)$  e  $T(s)$  são moldadas para assumir a forma inversa dessas funções, conforme mostrado na Figura 17.

Figura 17 – Funções de ponderação.



Fonte: Adaptado de Moreira (1998, p. 21).

A especificação dada em (27) torna-se (MOREIRA, 1998):



$$\begin{aligned} \|W_1(s)S(s)\|_\infty &\leq 1 \\ \|W_2(s)T(s)\|_\infty &\leq 1 \end{aligned} \quad (28)$$

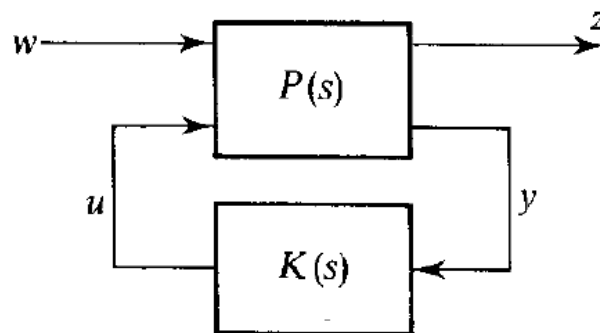
Verifica-se que a norma  $H_\infty$  de  $S(s)$  vezes  $W_1(s)$  deve ser menor que o valor unitário. Como  $W_1(s)$  tem um ganho alto na região  $\omega < \omega_S$ ,  $S(s)$  será forçado a ter um ganho baixo nessa região já que o valor de pico de  $S(s)$  vezes  $W_1(s)$  não deve ultrapassar o valor unitário. Quando  $\omega > \omega_S$  o ganho de  $W_1(s)$  cai para um valor pequeno, e assim  $S(s)$  será forçado a ter um ganho alto nessa região.

A norma  $H_\infty$  de  $T(s)$  vezes  $W_2(s)$  deve ser menor que o valor unitário. Como  $W_2(s)$  tem um ganho baixo na região  $\omega < \omega_T$ ,  $T(s)$  será forçado a ter um ganho alto nessa região. Na região  $\omega > \omega_T$ , o ganho de  $W_2(s)$  torna-se alto forçando um ganho pequeno de  $T(s)$ , já que o valor de pico de  $T(s)$  vezes  $W_2(s)$  não deve ultrapassar o valor unitário. (SARRACINI JÚNIOR, 2006).

#### 4.4 CONTROLE $H_\infty$

O diagrama de blocos geral para o sistema de controle  $H_\infty$  é mostrado na Figura 18, onde  $P(s)$  representa a planta do sistema a ser controlado e  $K(s)$  o controlador a ser projetado.

Figura 18 – Diagrama de blocos para o controle  $H_\infty$ .



Fonte: Maciejowsky (1989, p. 267).

Neste modelo, as entradas são divididas em dois sinais: o sinal do atuador e o sinal de entrada exógena, denotados  $u$  e  $w$ , respectivamente. O sinal  $u$  consiste das entradas do modelo que podem ser manipuladas pelo controlador, ou seja, é exatamente o sinal gerado

pelo controlador. O sinal  $w$  consiste das entradas indesejáveis do sistema, tais como sinais de perturbação e ruídos de medição. Essas entradas são inacessíveis ao controlador, ou seja, o controlador não pode atuar sobre elas de forma direta, porém, através de um sistema em malha fechada, o controlador age minimizando ou eliminando o efeito delas na saída do modelo que se deseja controlar, isto é, na saída de desempenho do modelo. (BOYD; BARRATT, 1991).

A saída do modelo consiste em dois sinais: o sinal do sensor e o sinal das saídas reguladas, denotados  $y$  e  $z$ , respectivamente. O sinal  $y$  consiste das saídas da planta acessíveis ao controlador, ou seja, é exatamente o sinal de entrada para o processador de controle, que é utilizado para realimentar o sistema. Sendo assim, este sinal deve ser uma grandeza física mensurável. O sinal  $z$  consiste do sinal utilizado para avaliar o desempenho do sistema face às entradas  $w$ , podendo ou não ser uma grandeza física mensurável. (BOYD; BARRATT, 1991).

A planta  $P(s)$  do sistema mostrado na Figura 18 com entradas denotadas  $w$  e  $u$ , e duas saídas denotadas  $z$  e  $y$ , possui a seguinte realização em espaço de estado:

$$P(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (29)$$

Quando o sistema de controle está em operação, o controlador  $K(s)$  processa o sinal  $y$  proveniente dos sensores para produzir o sinal de controle  $u$  que será exercido sobre a planta  $P(s)$  através do atuador. Para esta conexão entre a planta e o controlador dá-se o nome de sistema em malha fechada.

No projeto  $H_\infty$  deseja-se encontrar um controlador  $K(s)$  de modo a minimizar a norma  $H_\infty$  da função de transferência entre a entrada de perturbação  $w$  e a saída de desempenho  $z$ . Isso faz com que o caminho entre os sinais  $w$  e  $z$  seja o de maior resistência, permitindo assim que a perturbação de entrada interfira minimamente na saída de desempenho. A norma  $\|T_{wz}(j\omega)\|_\infty$  deve ser menor que um dado valor  $\gamma$  real e maior que zero, isto é (SARRACINI JÚNIOR, 2006):

$$\|T_{wz}(j\omega)\|_\infty = \sup_{w(t)} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} < \gamma, \quad \gamma > 0 \quad (30)$$

## 5 PROJETO DO CONTROLADOR $H_\infty$

A suspensão automotiva tem duas principais funcionalidades. Uma delas é isolar o corpo do veículo das irregularidades da estrada a fim de maximizar o conforto dos passageiros. A outra é produzir o contato contínuo entre o pneu e a pista para garantir boa aderência à estrada. (GILLESPIE, 1992).

Neste trabalho foi realizado o projeto de controle  $H_\infty$  do sistema de suspensão ativa visando otimizar o comportamento dinâmico dos veículos, de forma a garantir ambos os requisitos, conforto e segurança veicular. Para a realização do projeto de controle foi obtido o modelo dinâmico do sistema de suspensão ativa com dois graus de liberdade, utilizando a segunda lei de Newton para formular as equações diferenciais de movimento. De forma equivalente, o modelo foi representado na forma de espaço de estado segundo a metodologia apresentada em Zago (2010).

O cálculo do controlador  $H_\infty$  foi efetuado de forma iterativa através da função *hinfsyn* definida no software científico para computação numérica *Matlab*. O desempenho do sistema de suspensão passiva e do sistema de suspensão ativa foi analisado através de simulações utilizando como entrada diferentes tipos de excitações. Foram impostas, ao modelo do sistema veicular, excitações do tipo lombada, senoidal e randômica. Foram obtidas as respostas no domínio do tempo e a partir dos gráficos dos movimentos que representam o conforto e a segurança do sistema veicular, foram feitas as análises e comparações entre os sistemas de suspensão passiva e ativa.

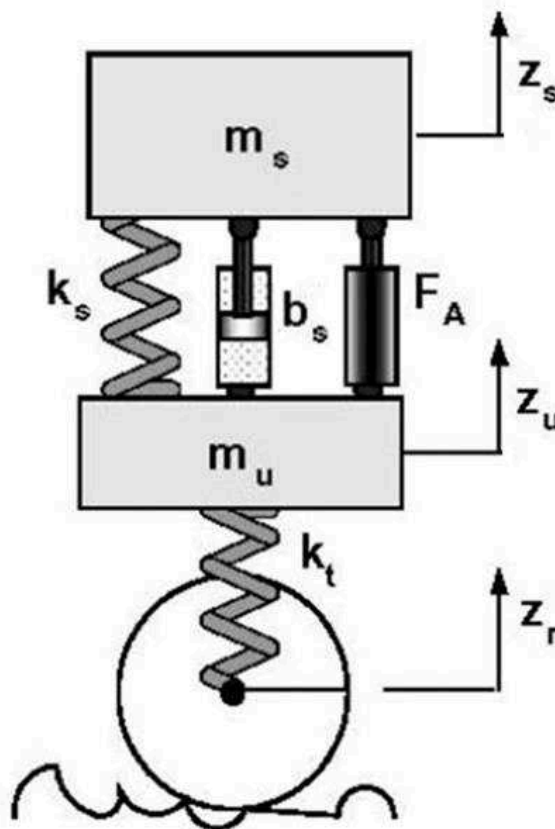
### 5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA DE SUSPENSÃO ATIVA

O modelo matemático da suspensão veicular deve representar as características dinâmicas da mesma, ou pelo menos, aquelas de vital importância, de modo a permitir o estudo das características de conforto e segurança veicular. Segundo Chantranuwathana e Peng (2004), o modelo de um quarto de carro é amplamente utilizado para análise do sistema de suspensão, pois mostra nitidamente o movimento vertical da carroceria, da roda e as

relações entre o sistema e a estratégia de controle proposta e, dessa maneira permite estudar a correlação entre o conforto, segurança e o sistema de controle.

Assim sendo, adotou-se para este trabalho o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa com dois graus de liberdade, conforme ilustrado na Figura 19, em que os únicos graus de liberdade estão relacionados ao movimento vertical da massa suspensa e da massa não suspensa. A massa suspensa  $m_s$  representa um quarto da massa da carroceria do veículo, e a massa não suspensa  $m_u$  representa a massa do conjunto eixo e roda. (MARTINS et al., 2006).

Figura 19 – Modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão ativa.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

Neste modelo, a mola e o amortecedor da suspensão são funções lineares do deslocamento e da velocidade, respectivamente. A área de contato entre o pneu e a pista é considerada como sendo pontual, produzindo forças unicamente na direção vertical, proporcionais à deformação do pneu. O pneu é modelado através de uma mola, de constante

$k_t$  equivalente à sua rigidez. O atuador é posicionado entre o eixo e a carroceria, produzindo a força de controle  $F_A$ , que atua em ambas as massas. O sinal de entrada do sistema é a excitação de amplitude  $Z_r$  devido às irregularidades da pista. (PICADO, 1998; SANTOS, 1998).

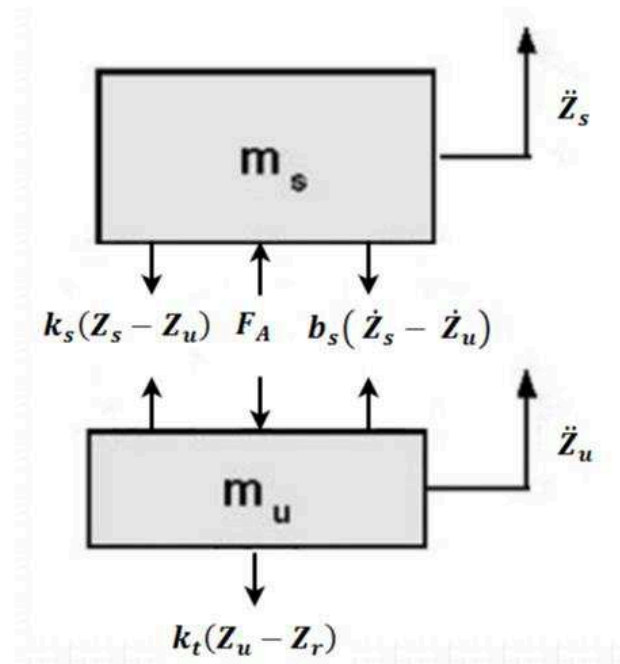
Para o modelo apresentado na Figura 19, têm-se os seguintes parâmetros:

|       |   |
|-------|---|
| $m_s$ | Massa referente à 1/4 da carroceria do veículo (massa suspensa) |
| $m_u$ | Massa referente ao conjunto eixo e roda (massa não suspensa)    |
| $k_s$ | Coefficiente de rigidez da mola da suspensão                    |
| $b_s$ | Coefficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão       |
| $k_t$ | Coefficiente de rigidez do pneu                                 |
| $F_A$ | Força aplicada pelo atuador no sistema de suspensão             |
| $Z_s$ | Deslocamento vertical da carroceria do veículo                  |
| $Z_u$ | Deslocamento vertical do eixo                                   |
| $Z_r$ | Irregularidade da pista   |

O diagrama de corpo livre é formulado, conforme ilustra a Figura 20, considerando como ponto de referência de coordenadas a posição da massa da carroceria e da massa do eixo. Para fins de controle, a modelagem da mola consiste em uma constante de deformação multiplicada pela diferença da sua posição inicial e a posição analisada, e a modelagem do amortecedor consiste em um coeficiente de atrito viscoso multiplicado pela diferença de velocidade da sua posição inicial e a posição analisada. (OGATA, 2000).

Os deslocamentos e a velocidade dos elementos da suspensão são dados pelo movimento relativo entre os corpos e a pista. O deslocamento relativo da mola da suspensão é dado pela diferença entre os deslocamentos verticais da carroceria e do eixo ( $Z_s - Z_u$ ), a velocidade do amortecedor é dada pela diferença entre as velocidades destas massas ( $\dot{Z}_s - \dot{Z}_u$ ) e o deslocamento relativo do pneu é dado pela diferença entre o deslocamento vertical do eixo e a amplitude da pista ( $Z_u - Z_r$ ). Assim, no diagrama de corpo livre, o termo  $k_s(Z_s - Z_u)$  representa a força na mola da suspensão,  $b_s(\dot{Z}_s - \dot{Z}_u)$  representa a força no amortecedor da suspensão e  $k_t(Z_u - Z_r)$  representa a força devido à rigidez do pneu.

Figura 20 – Diagrama de corpo livre para o modelo de um quarto de carro.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87).

O modelo dinâmico do sistema é obtido por meio da aplicação da segunda lei de Newton a cada uma das massas. De acordo com a segunda lei de Newton dada pela Equação (31), o somatório das forças atuando em um determinado corpo é igual à massa do corpo multiplicada pela aceleração do corpo.

$$\sum F = ma \quad (31)$$

Dessa forma, o modelo de um quarto de carro, ilustrado na Figura 19, pode ser descrito a partir das equações diferenciais do movimento dadas pelas Equações (32) e (33), referentes ao somatório de forças da carroceria e do eixo, respectivamente.

$$m_s \ddot{z}_s + b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) = F_A \quad (32)$$

$$m_u \ddot{z}_u - b_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s(z_s - z_u) + k_t(z_u - z_r) = -F_A \quad (33)$$

### 5.1.1 Representação do modelo na forma de espaço de estado

Para o projeto de controle, as equações do modelo dinâmico do sistema são representadas na forma de espaço de estado, sendo as equações diferenciais escritas como um sistema de equações diferenciais de primeira ordem. Para isso, são definidas as seguintes variáveis de estado (ZAGO, 2010):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= Z_s && \text{Deslocamento vertical da carroceria do veículo} \\
 x_2 &= \dot{Z}_s && \text{Velocidade vertical da carroceria do veículo} \\
 x_3 &= Z_u && \text{Deslocamento vertical do eixo} \\
 x_4 &= \dot{Z}_u && \text{Velocidade vertical do eixo}
 \end{aligned}$$

As derivadas das variáveis de estado se relacionam com as variáveis originais de velocidade e aceleração, conforme a Equação (34):

$$\begin{aligned}
 x_1 &= Z_s & \dot{x}_1 &= \dot{Z}_s = x_2 \\
 x_2 &= \dot{Z}_s & \dot{x}_2 &= \ddot{Z}_s \\
 x_3 &= Z_u & \dot{x}_3 &= \dot{Z}_u = x_4 \\
 x_4 &= \dot{Z}_u & \dot{x}_4 &= \ddot{Z}_u
 \end{aligned} \tag{34}$$

Substituindo as variáveis de estado nas Equações (32) e (33), resulta o seguinte sistema de equações de estado:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -\frac{k_s}{m_s}x_1 - \frac{b_s}{m_s}x_2 + \frac{k_s}{m_s}x_3 + \frac{b_s}{m_s}x_4 + \frac{1}{m_s}F_A \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= \frac{k_s}{m_u}x_1 + \frac{b_s}{m_u}x_2 - \frac{(k_s + k_t)}{m_u}x_3 - \frac{b_s}{m_u}x_4 - \frac{1}{m_u}F_A + \frac{k_t}{m_u}Z_r
 \end{aligned} \tag{35}$$

A equação de estado em forma matricial é expressa por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_A F_A(t) + B_r Z_r(t) \quad (36)$$

onde:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_s/m_s & -b_s/m_s & k_s/m_s & b_s/m_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ k_s/m_u & b_s/m_u & -(k_s + k_t)/m_u & -b_s/m_u \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B_A = [0 \quad 1/m_s \quad 0 \quad -1/m_u]^T \quad (39)$$

$$B_r = [0 \quad 0 \quad 0 \quad k_t/m_u]^T \quad (40)$$

A saída  $y(t)$ , dada pela Equação (41), poderá mudar em função das variáveis de estado mensuráveis.

$$y(t) = Cx(t) \quad (41)$$

Supondo todas variáveis acessíveis, obtém-se:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$



## 5.2 CONTROLE $H_\infty$ DO SISTEMA DE SUSPENSÃO

Nesta seção é apresentado o projeto de controle para o sistema de suspensão, que consiste em calcular o controlador  $H_\infty$  visando a otimização do conforto e da segurança veicular. É preciso ressaltar que a melhoria desses requisitos está de certa forma limitada pelo espaço de trabalho da suspensão, que permite que o curso da suspensão de veículos de grande porte seja de 175 a 200 *mm* e veículos de pequeno porte de 125 a 150 *mm*.

Para realização do projeto de controle, foram definidas quais as variáveis são utilizadas para avaliar o desempenho dos requisitos de conforto e segurança.

### 5.2.1 Índices de desempenho de conforto e segurança veicular

A definição de conforto e segurança veicular é muito subjetiva já que trata da interação do motorista e dos passageiros em relação ao veículo e a pista. (BASTOW, 1987 apud RAJAMANI, 2006; DREHMER, 2012). O que algumas pessoas consideram bom pode ser inaceitável por outras. As pessoas que preferem dirigir carros esportivos sentirão insegurança ao dirigir carros de luxo, enquanto que proprietários de veículos de luxo sentirão insatisfeitos com o conforto ao dirigir um carro esportivo. (CRIVELLARO, 2008).

Diversos fatores são levados em consideração quando se avalia o conforto ao dirigir um veículo, sendo que alguns não estão diretamente relacionados com o sistema de suspensão, como por exemplo, a qualidade acústica e o controle de clima do veículo. Neste estudo, o conforto está associado ao isolamento das vibrações do ambiente interno do veículo. No sistema de suspensão veicular, o isolamento da vibração é o grau em que a carroceria é isolada a partir das irregularidades da estrada. (CRIVELLARO, 2008).

A avaliação da tolerância do ser humano quando exposto a vibrações é estudada por diversas entidades. Na norma ISO 2631 (1985), o nível de conforto é expresso como um limite de tempo para o qual uma longa exposição a certo nível de vibração pode ser permitida sem que ocorra risco de redução de saúde e desconforto. De acordo com esta norma, a região de maior sensibilidade à vibração vertical situa-se entre 4 e 8 *Hz*, que inclui a ressonância dos órgãos internos do corpo humano. (TSENG; HROVAT, 2015).

Conforme Drehmer (2012), a norma britânica BS 6841 (1987) utiliza critérios numéricos para relacionar a aceleração (*RMS*)<sup>1</sup> ponderada pela frequência como um indicador de conforto, o que pode ser vislumbrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Escala de desconforto para padrões europeus.

| Índice de desconforto                              | Escala                      |
|--|-----------------------------|
| Menor do que $0,315 \text{ m/s}^2$                 | Confortável                 |
| Entre $0,315 \text{ m/s}^2$ a $0,63 \text{ m/s}^2$ | Levemente confortável       |
| Entre $0,5 \text{ m/s}^2$ a $1,0 \text{ m/s}^2$    | Pouco confortável           |
| Entre $0,8 \text{ m/s}^2$ a $1,6 \text{ m/s}^2$    | Desconfortável              |
| Entre $1,25 \text{ m/s}^2$ a $2,5 \text{ m/s}^2$   | Muito desconfortável        |
| Maior do que $2,5 \text{ m/s}^2$                   | Extremamente desconfortável |

Fonte: Drehmer (2012).

De acordo com Tseng e Hrovat (2015), uma das mais populares e apropriadas medidas de conforto baseia-se no valor *RMS* da aceleração vertical da carroceria. Redfield e Karnopp (1988 apud STOREY 2011) também utilizam, em seu trabalho, o valor eficaz ou *RMS* da aceleração vertical da carroceria como a principal medida de isolamento de vibração. Dessa maneira, esta medida pode ser considerada como indicativo numérico para fins de conforto.

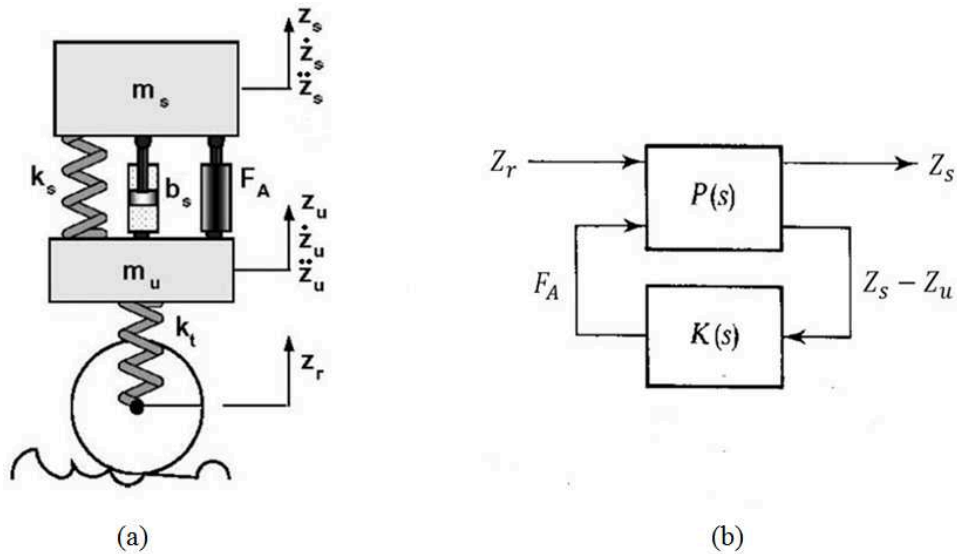
Neste trabalho, a segurança veicular está associada com o desempenho de aderência à estrada. Segundo Hönlinger e Glauch (2000 apud STOREY, 2011) a perda de tração ocorre durante períodos de baixa força de contato entre o pneu e a superfície da estrada. Dessa forma, a força normal do pneu é muitas vezes utilizada como indicador do comportamento em estrada. (STOREY, 2011). A deformação vertical do pneu também pode ser usada como indicador de segurança veicular, uma vez que uma grande variação na deformação do pneu pode conduzir a perda de contato com o solo. (TSENG; HROVAT, 2015).

<sup>1</sup> Root Mean Square (RMS).

### 5.2.2 Projeto de controle privilegiando o conforto

A Figura 21 ilustra o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão e o diagrama de blocos com as respectivas variáveis utilizadas no sistema de controle considerando apenas o requisito de conforto.

Figura 21 – Projeto de controle privilegiando o conforto. Em (a) o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão. Em (b) o diagrama de blocos do sistema de controle.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87) e Maciejowsky (1989, p. 267).

As suspensões ativas, quando privilegiando o conforto, fazem com que a oscilação da carroceria seja a menor possível, não importando a oscilação da roda. (ZAGO et al., 2010). Neste caso, o requisito de controle para o sistema de suspensão ativa é fazer com que as irregularidades da pista  $Z_r$  sejam minimamente transmitidas para a carroceria do veículo, minimizando dessa forma o deslocamento vertical da carroceria  $Z_s$ .

Em outras palavras, deseja-se encontrar um controlador  $K(s)$  de modo a minimizar, tanto quanto possível, a norma  $H_\infty$  da função de transferência entre a entrada de perturbação  $Z_r$  e a saída a ser controlada  $Z_s$ , de modo que:

$$\left\| \frac{Z_s(s)}{Z_r(s)} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (43)$$

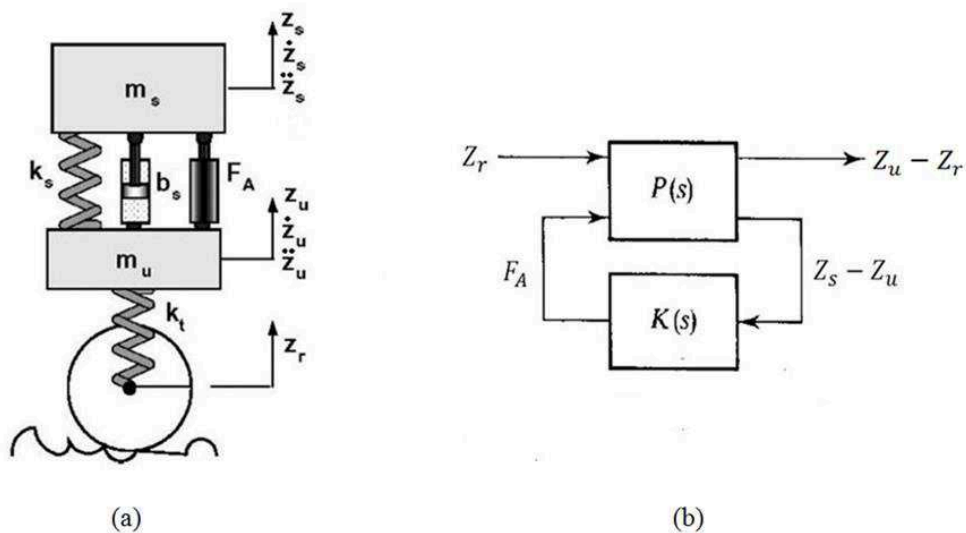
onde  $\gamma$  é o valor a ser minimizado.

Neste projeto, a saída de controle  $y$  utilizada para realimentar o sistema é a diferença entre o deslocamento da carroceria e do eixo ( $Z_s - Z_u$ ). A razão disso é que esta variável corresponde exatamente à extensão/compressão do atuador, grandeza esta que pode ser facilmente medida pelos sensores. A saída controlada  $z$  é o deslocamento vertical da carroceria  $Z_s$ , que ao ser derivado duas vezes nos dá informação da aceleração vertical da carroceria  $\ddot{Z}_s$ , utilizada para verificar o desempenho do sistema. A entrada exógena  $w$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a entrada de controle  $u$  é a força do atuador  $F_A$ .

### 5.2.3 Projeto de controle privilegiando a segurança veicular

O modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão é ilustrado na Figura 22, juntamente com o diagrama de blocos do sistema de controle considerando apenas o requisito de segurança veicular.

Figura 22 – Projeto de controle privilegiando a segurança. Em (a) o modelo de um quarto de carro do sistema de suspensão. Em (b) o diagrama de blocos do sistema de controle.



Fonte: Adaptado de Martins et al. (2006, p. 87) e Maciejowsky (1989, p. 267).

As suspensões ativas, quando privilegiando a segurança veicular, fazem com que a roda fique o máximo possível em contato com o solo, permitindo a oscilação da carroceria. (ZAGO et al., 2010). Assim sendo, o requisito de controle para o sistema de suspensão ativa é fazer com que a diferença entre o deslocamento do eixo  $Z_u$  e a irregularidade da pista  $Z_r$ , que

é exatamente a deflexão do pneu, seja insensível a variações de  $Z_r$ , minimizando dessa forma, a variação da força normal no pneu.

Deseja-se, portanto, encontrar um controlador  $K(s)$  de modo a minimizar, tanto quanto possível, a norma  $H_\infty$  da função de transferência entre a entrada de perturbação  $Z_r$  e a saída a ser controlada  $Z_u - Z_r$ , de modo que:

$$\left\| \frac{Z_u(s) - Z_r(s)}{Z_r(s)} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (44)$$

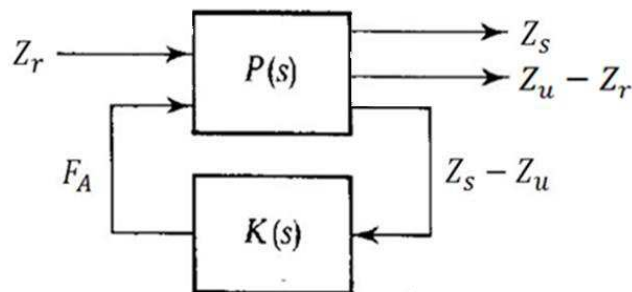
onde  $\gamma$  é o valor a ser minimizado.

A saída de controle  $y$  utilizada para realimentar o sistema é a diferença entre o deslocamento da carroceria e do eixo ( $Z_s - Z_u$ ), pela mesma razão discutida no caso anterior. A saída controlada  $z$  é a deflexão do pneu, ou seja, a diferença entre o deslocamento do eixo e a irregularidade da pista ( $Z_u - Z_r$ ). A entrada exógena  $w$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a entrada de controle  $u$  é a força do atuador  $F_A$ .

#### 5.2.4 Projeto de controle visando otimizar o conforto e a segurança veicular

A Figura 23 ilustra o diagrama de blocos com as respectivas variáveis utilizadas no sistema de controle considerando os requisitos de conforto e segurança.

Figura 23 – Projeto de controle para otimização do conforto e da segurança.



Fonte: Adaptado de Maciejowsky (1989, p. 267).

O requisito de controle para este caso é fazer com que as irregularidades da pista  $Z_r$  sejam minimamente transmitidas para a carroceria do veículo e que a diferença entre o deslocamento do eixo  $Z_u$  e a irregularidade da pista  $Z_r$  seja insensível a variações de  $Z_r$ .

Dessa forma, deseja-se encontrar um controlador  $K(s)$  de modo a minimizar, tanto quanto possível, a norma  $H_\infty$  da matriz de transferência entre a entrada de perturbação  $Z_r$  e as saídas a serem controladas  $Z_s$  e  $Z_u - Z_r$ , de modo que:

$$\left\| \frac{Z_s(s)}{Z_r(s)} \right\|_\infty \leq \gamma \quad \text{e} \quad \left\| \frac{Z_u(s) - Z_r(s)}{Z_r(s)} \right\|_\infty \leq \gamma \quad (45)$$

onde  $\gamma$  é o valor a ser minimizado.

A saída de controle  $y$  utilizada para realimentar o sistema é a diferença entre o deslocamento da carroceria e do eixo ( $Z_s - Z_u$ ), pela mesma razão dos casos anteriores. A saída controlada  $z$  é a combinação ponderada do deslocamento vertical da carroceria  $Z_s$  e da diferença entre o deslocamento do eixo e a irregularidade da pista ( $Z_u - Z_r$ ). A entrada exógena  $w$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a entrada de controle  $u$  é a força do atuador  $F_A$ .

### 5.3 EXCITAÇÕES DO SISTEMA

O projeto do controlador  $K(s)$  é um procedimento numérico de otimização que independe da entrada  $Z_r$  aplicada. Mas para simulação dos sistemas de suspensão é necessário o uso de algum tipo de excitação externa predefinida, que é uma expressão representativa da condição à qual o modelo será submetido. (PICADO, 1998). Nesta seção as entradas utilizadas para excitar o sistema são apresentadas e discutidas.

#### 5.3.1 Excitação senoidal

A excitação senoidal é dada por:

$$Z_r(t) = h \sin(\omega t) \quad (46)$$

onde  $h$  representa a amplitude da irregularidade e  $\omega$  representa a frequência angular. A escolha das frequências de excitação dos sinais senoidais tem como objetivo a imposição do sistema a condições críticas, isto é, a frequência de ressonância da carroceria e a frequência de ressonância da roda, dada pelas Equações (47) e (48), respectivamente. (CORRÊA, 2011).

$$\omega_{carroceria} = \sqrt{k_s/m_s} \quad (47)$$

$$\omega_{roda} = \sqrt{k_t/m_u} \quad (48)$$

### 5.3.2 Excitação lombada

A excitação lombada, com altura e largura definidas, representando um obstáculo à frente do veículo, é um tipo de entrada a qual o sistema real está sujeito frequentemente. Segundo a resolução 39/98 do conselho nacional de trânsito CONTRAN (1998), existem dois tipos de ondulações transversais ou lombadas:

I. TIPO I – somente poderão ser instaladas quando houver necessidade de serem desenvolvidas velocidades até um máximo de  $20 \text{ km/h}$ , em vias locais, onde não circulem linhas regulares de transporte coletivo, com as seguintes dimensões:

- a) largura: igual à da pista, mantendo-se as condições de drenagem superficial;
- b) comprimento:  $1,50 \text{ m}$ ;
- c) altura: até  $0,08 \text{ m}$ .

II. TIPO II – só poderão ser instaladas nas vias rurais (rodovias) em segmentos que atravessam aglomerados urbanos com edificações lindeiras, em vias coletoras ou em vias locais, quando houver necessidade de serem desenvolvidas velocidades até um máximo de  $30 \text{ km/h}$ , com as seguintes dimensões:

- a) largura: igual à da pista, mantendo-se as condições de drenagem superficial;
- b) comprimento:  $3,70 \text{ m}$ ;
- c) altura: até  $0,10 \text{ m}$ .

Sabendo que a lombada é representada pela parte positiva de uma função seno, a expressão matemática é dada por:

$$Z_r(t) = \frac{h}{2}(1 - \cos(\omega t)) \quad (49)$$

onde  $h$  representa a altura da lombada,  $t$  representa o tempo de passagem do veículo pela lombada e  $\omega$  representa a frequência angular, dada pela Equação (50):

$$\omega = \frac{2\pi V}{L} \quad (50)$$

em que  $V$  é a velocidade na qual o veículo se move e  $L$  é o comprimento da lombada.

### 5.3.3 Excitação randômica

No sistema veicular real a pista consiste de uma superfície rugosa com defeitos localizados (buracos) e distribuídos (trincas) por trechos em toda a sua extensão. Assim, as irregularidades que constituem um pavimento alteram-se de forma randômica ao longo do seu comprimento. Então, para realizar simulações que façam com que o modelo apresente respostas mais realísticas, coerentes ao sistema real, é necessário excitá-lo com um perfil típico de estrada. (MOURA, 2003).

Uma metodologia para a modelagem de estradas, atendendo ao caráter aleatório de suas irregularidades foi proposto por Dodds e Robson (1973). O modelo, baseado num espectro obtido através de um grande número de medições, é:

$$Z_r(n) = \begin{cases} c \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-r_1}, & n \leq n_0 \\ c \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-r_2}, & n \geq n_0 \end{cases} \quad (51)$$

onde  $r_1$  e  $r_2$  recebem valores específicos em função do tipo de estrada. A variável  $c$  é obtida em função da estrada segundo os valores apresentados por Dodds e Robson (1973), na Tabela 3. A variável  $n_0$  é o comprimento de onda especificado, comumente igual a  $1/(2\pi)$  ciclos/m. A variável  $n$  é o número de onda, calculado através da Equação (52):

$$n = \frac{\omega}{2\pi V} \quad (52)$$

em que  $\omega$  é a frequência angular e  $V$  é a velocidade na qual o veículo se move.



Tabela 3 – Valores recomendados por Dodds e Robson (1973), para algumas estradas.

| Tipo de Estrada      | Qualidade da Estrada | $c [x10^{-6} m^3/ciclo]$ | $r_1$ | $r_2$ |
|----------------------|----------------------|--------------------------|-------|-------|
| Autopistas           | Muito boa            | 2 – 8                    | 1,945 | 1,36  |
|                      | Boa                  | 8 – 32                   |       |       |
| Rodovias             | Muito boa            | 2 – 8                    | 2,05  | 1,44  |
|                      | Boa                  | 8 – 32                   |       |       |
|                      | Média                | 32 – 128                 |       |       |
|                      | Pobre                | 128 – 512                |       |       |
| Estradas secundárias | Média                | 32 – 128                 | 2,28  | 1,428 |
|                      | Pobre                | 128 – 512                |       |       |
|                      | Muito pobre          | 512 – 2048               |       |       |
|                      |                      |                          |       |       |

Fonte: Adaptado de Dodds e Robson (1973).

#### 5.4 IMPLEMENTAÇÃO E ANÁLISE DO CONTROLADOR

Nesta seção são apresentados o procedimento adotado para implementação do controle  $H_\infty$  ao sistema de suspensão, incluindo explicações acerca do cálculo do controlador de forma numérica, da simulação do sistema em malha aberta e fechada e análise do controlador a partir de comparações do desempenho do sistema passivo com o desempenho do sistema ativo.

##### 5.4.1 Cálculo do controlador $H_\infty$

Numericamente, o projeto do controlador  $H_\infty$  é um processo de otimização que conduz a uma solução subótima. No caso do *Matlab* tal processo é implementado pela função *hinfsyn*, enquanto no *Scilab* é implementado pela função *hinf*.

Tanto a função *hinfsyn* quanto a função *hinf* iteram automaticamente o valor de gama, visando à minimização do mesmo, em função dos requisitos de controle do sistema utilizado. Ou seja, o programa, através do processo de otimização, calcula o controlador  $K(s)$  que estabiliza o sistema e torna a norma  $H_\infty$  da matriz de transferência entre a entrada de perturbação e a saída de desempenho pequena, proporcionando o custo garantido  $\|T_{wz}(j\omega)\|_\infty < \gamma$ .

No *Matlab* a sintaxe do comando para efetuar o cálculo do controlador é dada pela seguinte relação:

$$[K, CL, GAM, INFO] = \text{hinfsyn}(P, NMEAS, NCON) \quad (53)$$

De acordo com a Equação (53), a função *hinfsyn* recebe como dados de entrada: a planta em malha aberta  $P$ , o número de medições enviadas ao controlador  $NMEAS$  (sinal do sensor) e o número de entradas de controle geradas pelo controlador  $NCON$  (sinal do atuador). E retorna como dados de saída: o controlador subótimo  $K$ , o sistema em malha fechada com controlador implementado  $CL$ , o valor de gama  $GAM$  (custo ou valor mínimo encontrado) e, se necessário, alguma informação adicional  $INFO$ .

Para a implementação da função *hinfsyn*, a planta em malha aberta do sistema de controle  $H_\infty$ , dada pela Equação (54), tem suas matrizes definidas de acordo com a dinâmica do sistema a ser controlado e os requisitos de controle.

$$P(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (54)$$

As matrizes  $A_p$ ,  $B_w$  e  $B_u$  são definidas de forma a representar a dinâmica do sistema a ser controlado. A entrada para  $B_w$  é o sinal de perturbação  $w(t)$  e a entrada para  $B_u$  é o sinal de controle  $u(t)$ . As matrizes  $C_z$ ,  $D_{zw}$  e  $D_{zu}$  são definidas de acordo com os requisitos de controle, para que a saída  $z(t)$  represente o sinal de desempenho a ser mantido pequeno. As matrizes  $C_y$ ,  $D_{yw}$  e  $D_{yu}$  são definidas com base no sinal de medições  $y(t)$  que deverá ser fornecido ao controlador.

Após esta etapa, deverão ser definidos  $NMEAS$  e  $NCON$  de acordo o número de medições enviadas ao controlador e o número de entradas de controle geradas pelo controlador, respectivamente. Vale ressaltar que  $NMEAS$  tem o mesmo número de linhas de  $C_y$  e  $NCON$  tem o mesmo número de colunas de  $B_u$ . Mais detalhes a respeito da implementação da função *hinfsyn* são encontrados no help do *Matlab*.

No *Scilab* a sintaxe do comando para efetuar o cálculo do controlador é dada pela seguinte relação:

$$[AK, BK, CK, DK] = \text{hinf}(A, B, C, D, ncon, nmeas, gamma) \quad (55)$$

De acordo com a Equação (55), a função *hinf* recebe como dados de entrada: a matriz de estado do sistema  $A_{n \times n}$ , a matriz de entrada do sistema  $B_{n \times m}$ , a matriz de saída do sistema  $C_{p \times n}$ , a matriz do sistema  $D_{p \times m}$ , o número de entradas de controle geradas pelo controlador  $ncon$  (sinal do atuador), o número de medições enviadas ao controlador  $nmeas$  (sinal do sensor) e o parâmetro  $gamma$  usado no projeto  $H_\infty$ . E retorna como dados de saída: a matriz de estado do controlador  $AK_{n \times n}$ , a matriz de entrada do controlador  $BK_{n \times nmeas}$ , a matriz de saída do controlador  $CK_{ncon \times n}$  e a matriz do controlador  $DK_{ncon \times nmeas}$ .

Na forma matricial, o controlador subótimo  $K$  é expresso como:

$$K = \begin{bmatrix} AK & BK \\ CK & DK \end{bmatrix} \quad (56)$$

Para a implementação da função *hinf*, a planta em malha aberta do sistema de controle  $H_\infty$ , dada pela Equação (54), tem suas matrizes definidas de acordo com a dinâmica do sistema a ser controlado e os requisitos de controle. A matriz  $A_{n \times n}$  é formada pela matriz  $A_p$ , a matriz  $B_{n \times m}$  engloba as matrizes  $B_w$  e  $B_u$ . A entrada para  $B_w$  é o sinal de perturbação  $w(t)$  e a entrada para  $B_u$  é o sinal de controle  $u(t)$ . A matriz  $C_{p \times n}$  engloba as matrizes  $C_z$  e  $C_y$  e a matriz  $D_{p \times m}$  engloba as matrizes  $D_{zw}$  e  $D_{zu}$ ;  $D_{yw}$  e  $D_{yu}$ .

Após esta etapa, deverão ser definidos  $ncon$  e  $nmeas$  de acordo com o número de entradas de controle geradas pelo controlador e o número de medições enviadas ao controlador, respectivamente. Supõe-se que o valor de  $gamma$  é suficientemente grande para que o controlador seja admissível. Mais detalhes a respeito da implementação da função *hinf* são encontrados no help do *Scilab*.

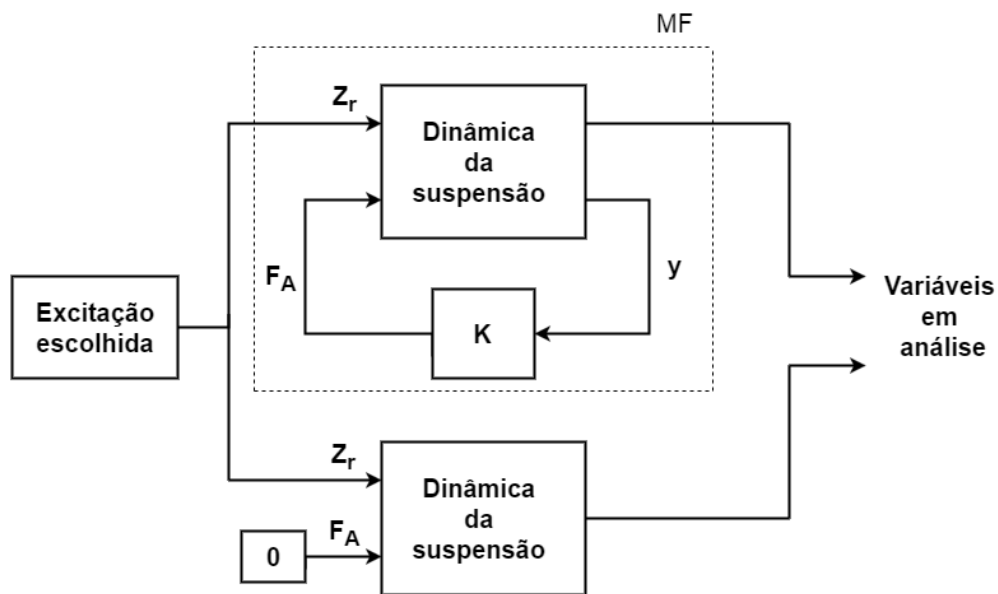
Neste trabalho, o cálculo do controlador  $H_\infty$  foi efetuado de forma iterativa através da função *hinfsyn* definida no software *Matlab*.

### 5.4.2 Simulação do sistema

A simulação do sistema em malha aberta e do sistema em malha fechada, suspensão passiva e ativa, respectivamente, pode ser realizada tanto no *Matlab*, através do pacote matemático *Simulink*, quanto no *Scilab* através do pacote matemático *Xcos*. Estes pacotes matemáticos permitem representar equações dinâmicas em forma de diagrama de blocos (DB), que realizam análises no domínio do tempo e da frequência. Neste trabalho as simulações foram realizadas no *Simulink*.

A Figura 24 apresenta a versão simplificada do DB do sistema de suspensão passiva e do sistema de suspensão ativa.

Figura 24 – Diagrama de blocos dos sistemas de suspensão passiva e ativa.



Fonte: Autora (2016).

As equações dinâmicas desenvolvidas na forma de espaço de estado são representadas pelos blocos nomeados dinâmica da suspensão, da Figura 24. Estes blocos têm como entrada a força do atuador  $F_A$ , que é nula no sistema passivo, e a excitação que pode ser escolhida, neste trabalho, como sendo o perfil de estrada do tipo lombada, senoidal ou randômica. As saídas dos blocos consistem nas variáveis em análise, que podem ser as variáveis de estado, suas derivadas ou qualquer outra saída que se deseja controlar, e no sistema ativo tem-se também como saída o sinal do sensor, o qual é enviado para efetuar o cálculo do controlador.

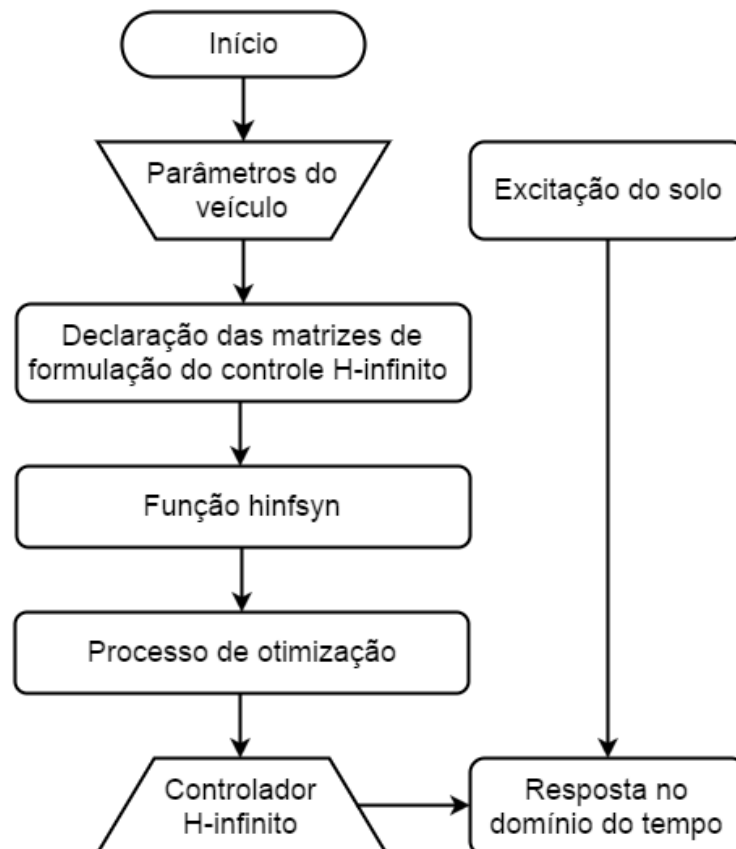
Para que se proceda à simulação é necessário que um arquivo de dados, com as equações dos sistemas de suspensão e todas as variáveis obtidas nas seções anteriores com os respectivos valores utilizados, seja elaborado e executado no ambiente principal *Matlab* disponibilizando todos os dados para uso pelo *Simulink*. (MOURA, 2003).

De acordo com os requisitos de controle, o controlador recebe o sinal do sensor  $y$  e comanda uma força do atuador  $F_A$  sobre a dinâmica da suspensão, para que as variáveis em análise se mantenham em níveis aceitáveis. Para análise do controlador, os sistemas de suspensão passiva e ativa recebem do *Matlab* os dados do perfil de excitação  $Z_r$  e retornam as variáveis em análise, que são as saídas que se deseja controlar, em gráficos no domínio do tempo.

### 5.4.3 Fluxo de projeto e análise

A Figura 25 apresenta o procedimento adotado neste trabalho para realizar o projeto de controle  $H_\infty$  e analisar o seu desempenho.

Figura 25 – Processo de otimização do sistema de suspensão.



Fonte: Autora (2016).

A primeira etapa do projeto de controle é a descrição dos dados de entrada, que consiste dos parâmetros do veículo e da excitação do solo. A partir dos requisitos de controle do sistema de suspensão, são definidas as matrizes de formulação do controle  $H_{\infty}$ . A planta do sistema com as matrizes definidas são então enviadas para a função *hinfsyn*, que através de um processo de otimização calcula o controlador em função dos requisitos de controle do sistema utilizado.

Os dados do controlador  $H_{\infty}$ , juntamente com o perfil de estrada definido inicialmente, são enviados para o *Simulink*, que realiza as simulações do sistema em malha aberta e do sistema em malha fechada e retorna as respostas do veículo no domínio do tempo. Através dos gráficos os sistemas são avaliados e comparados em relação ao conforto e a segurança veicular.

Neste trabalho, o conforto é representado pela aceleração vertical da carroceria, mais especificamente pelo valor *RMS* da aceleração segundo os critérios definidos pela norma britânica, os quais foram apresentados na Tabela 2, e a segurança é representada pela força de contato entre o pneu e a pista.

Na obtenção da força de contato entre o pneu e a pista, o valor da força dinâmica  $f_{din}$  é somado com a força estática  $f_{est}$ , resultando em (LAJQI; PEHAN, 2012):

$$F_z = f_{din} + f_{est} = k_t(Z_u - Z_r) + g(m_s + m_u) \quad (57)$$

onde  $F_z$  indica a força vertical do pneu. Caso o resultado da Equação (57) seja negativo, significa que o veículo perdeu contato com a pista e conseqüentemente a segurança do veículo está afetada.

Embora tenham sido apresentados os aspectos técnicos sobre os atuadores eletro-hidráulicos, pneumáticos e eletromagnéticos, a formulação de nenhum destes modelos de atuação foi utilizada para fins de simulação, visando a simplificação do modelo.

## 6 ESTUDO DE CASO: VEÍCULO DE COMPETIÇÃO FÓRMULA CEM

Neste capítulo o desempenho do sistema de suspensão passiva e do sistema de suspensão ativa implementada com o controlador  $H_\infty$  é analisado para o modelo matemático de um quarto de carro.

Para fins de estudo de caso utiliza-se o veículo de competição Fórmula CEM, com seus parâmetros definidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros do veículo de competição Fórmula CEM.

| Variável | Descrição   | Valor  | Unidade     |
|----------|---|--------|-------------|
| $m_s$    | Massa referente à 1/4 da carroceria do veículo            | 58     | <i>kg</i>   |
| $m_u$    | Massa referente ao conjunto eixo e roda                   | 25     | <i>kg</i>   |
| $k_s$    | Coefficiente de rigidez da mola da suspensão <sup>1</sup> | 11000  | <i>N/m</i>  |
| $b_s$    | Coefficiente de amortecimento do amortecedor da suspensão | 3759   | <i>Ns/m</i> |
| $k_t$    | Coefficiente de rigidez do pneu                           | 249174 | <i>N/m</i>  |

Fonte: Autora (2016).

Sabe-se que os objetivos das suspensões dos veículos esportivos são garantir boa aderência à estrada e proporcionar estabilidade sob elevadas forças em curvas. O requisito de absorção das irregularidades da estrada não é relevante neste caso. Desta forma, as suspensões ativas dos veículos esportivos não são projetadas para garantia do conforto, mas sim para melhorar a estabilidade e a segurança veicular.

Visto que neste trabalho a implementação do controlador  $H_\infty$  em sistemas de suspensão automotiva visa otimizar simultaneamente o conforto de condução e a segurança veicular, seria adequado fazer uso de um veículo de passeio no estudo de caso. Porém, devido à dificuldade na obtenção dos parâmetros dos automóveis de pequeno e grande porte, o veículo de competição Fórmula CEM foi selecionado, uma vez que os seus parâmetros estavam acessíveis, sendo os mesmos disponibilizados pelos integrantes da equipe.

<sup>1</sup> O parâmetro refere-se ao elemento isoladamente, o mais correto seria considerar o coeficiente de rigidez equivalente do sistema (mola, amortecedor, braço de alavanca).

## 6.1 CONTROLE $H_\infty$ PARA OTIMIZAÇÃO DO CONFORTO

Para a otimização do conforto, o controlador  $H_\infty$  é projetado para reduzir o efeito das perturbações da estrada sobre a carroceria do veículo, fazendo com que o deslocamento e a aceleração da carroceria sejam mínimos. Neste caso, a saída controlada é selecionada como sendo o deslocamento vertical da carroceria  $Z_s$ . No entanto, devido à limitação do espaço de trabalho da suspensão, houve a necessidade de incluir também esta variável como saída a ser controlada. A saída de controle utilizada para realimentar o sistema é o espaço de trabalho da suspensão  $Z_s - Z_u$ .

A partir dessas considerações, definem-se as matrizes da formulação de controle  $H_\infty$  do sistema de suspensão ativa para otimização do conforto:

$$P(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (58)$$

onde  $A_p = A$ ,  $B_w = B_r$  e  $B_u = B_A$ , definidas nas Equações (38) à (40), respectivamente. A entrada exógena  $w(t)$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a entrada de controle  $u(t)$  é a força do atuador  $F_A$ . As matrizes relacionadas com a saída a ser controlada e com a saída de controle são dadas respectivamente por:

$$C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$C_y = [1 \quad 0 \quad -1 \quad 0]; \quad D_{yw} = 0; \quad D_{yu} = 0 \quad (60)$$

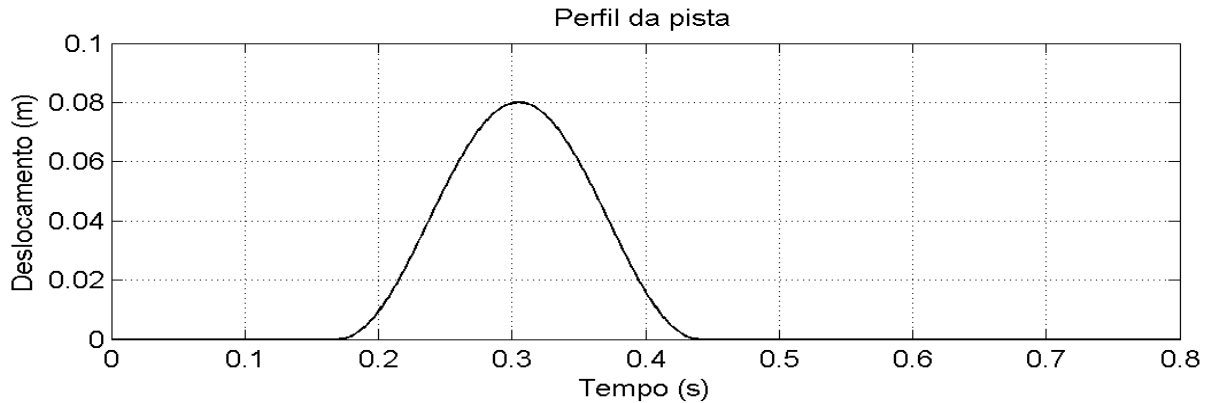
Na Equação (59) as saídas a serem controladas têm pesos iguais, no entanto, deseja-se ter maior controle sobre o deslocamento da carroceria do que sobre o espaço de trabalho da suspensão. Dessa maneira, os pesos para cada requisito a ser controlado foram estabelecidos e a Equação (59) é reescrita como:

$$C_z = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0,012 & 0 & -0,012 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (61)$$



Para análise comparativa do desempenho entre os sistemas passivo e ativo considera-se o veículo passando pela excitação lombada tipo I, de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura, a uma velocidade de 20 km/h, conforme ilustrado na Figura 26.

Figura 26 – Excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura.

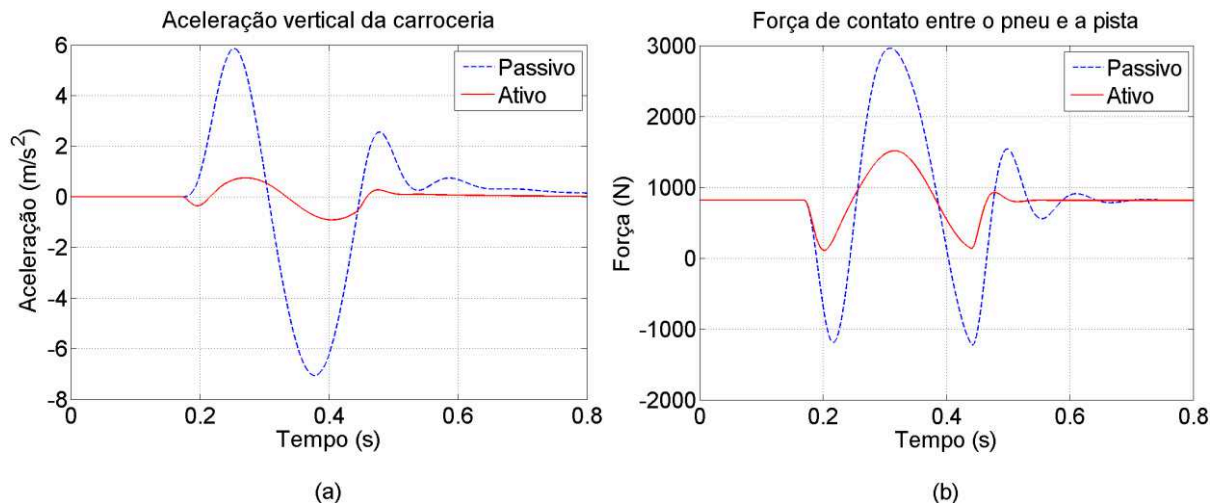


Fonte: Autora (2016).

Como parâmetros de comparação são utilizados a aceleração vertical da carroceria e a força de contato entre o pneu e a pista, conforme apresentado nas Figuras 27(a) e (b), respectivamente.

Vale ressaltar que o valor inicial da força de contato entre o pneu e a pista, igual a 814,2 N (mostrado na Figura 27(b)) é referente à força estática, pois antes da perturbação a parcela da força dinâmica da Equação (57) é nula.

Figura 27 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para o requisito de conforto.



Fonte: Autora (2016).

Nas Tabelas 5 e 6 são mostrados, respectivamente, os valores da aceleração vertical da carroceria e da força de contato entre o pneu e a pista, para o sistema passivo e o ativo.

Tabela 5 – Aceleração vertical da carroceria para o requisito de conforto.

| Aceleração [ $m/s^2$ ] | Pico Máximo | Pico Mínimo | RMS     |
|------------------------|-------------|-------------|---------|
| Sistema Passivo        | 5,8525      | -7,0634     | 2,6557  |
| Sistema Ativo          | 0,7466      | -0,9136     | 0,34777 |

Fonte: Autora (2016).

Analisando-se os resultados da Figura 27(a) e os valores da Tabela 5, observa-se que o sistema ativo apresenta valores de aceleração vertical da carroceria inferiores ao do sistema passivo. O valor *RMS* da aceleração da carroceria no caso ativo é classificado pela norma britânica como sendo um sistema levemente confortável, enquanto que no caso passivo é classificado como sendo um sistema extremamente desconfortável.

Tabela 6 – Força de contato para o requisito de conforto.

| Força de contato [ $N$ ] | Pico Máximo | Pico Mínimo |
|--------------------------|-------------|-------------|
| Sistema Passivo          | 2961        | -1226       |
| Sistema Ativo            | 1514        | 108         |

Fonte: Autora (2016).

Os resultados da Figura 27(b) e os valores da Tabela 6 demonstram que no sistema passivo houve momentos de perda de contato com a via, enquanto que no sistema ativo o pneu manteve contato constante com a pista. No entanto, como observado, a melhoria do conforto foi mais significativa do que a melhoria da segurança.

Embora não mostrado sob a forma de gráfico, a resposta do espaço de trabalho da suspensão para excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura, considerando o requisito de conforto, ficou dentro do limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte, que é de  $\pm 0,075$  metros.

## 6.2 CONTROLE $H_\infty$ PARA OTIMIZAÇÃO DA SEGURANÇA

Para a otimização da segurança, o controlador  $H_\infty$  é projetado para reduzir o efeito das perturbações da estrada na deflexão do pneu, fazendo com que a variação da força normal no pneu seja mínima, proporcionando dessa forma contato constante do pneu com a pista. Neste caso, seleciona-se como saída a ser controlada a diferença entre o deslocamento do eixo e a irregularidade da pista  $Z_u - Z_r$ . No entanto, devido à limitação do espaço de trabalho da suspensão, houve a necessidade de incluir esta variável como saída a ser controlada. A saída de controle utilizada para realimentar o sistema é o espaço de trabalho da suspensão  $Z_s - Z_u$ .

A partir dessas considerações, definem-se as matrizes da formulação de controle  $H_\infty$  do sistema de suspensão ativa para otimização da segurança:

$$P(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (62)$$

onde  $A_p = A$ ,  $B_w = B_r$  e  $B_u = B_A$ , definidas nas Equações (38) à (40), respectivamente. A entrada exógena  $w(t)$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a entrada de controle  $u(t)$  é a força do atuador  $F_A$ . As matrizes relacionadas com a saída a ser controlada e com a saída de controle são dadas respectivamente por:

$$C_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$C_y = [1 \quad 0 \quad -1 \quad 0]; \quad D_{yw} = 0; \quad D_{yu} = 0 \quad (64)$$

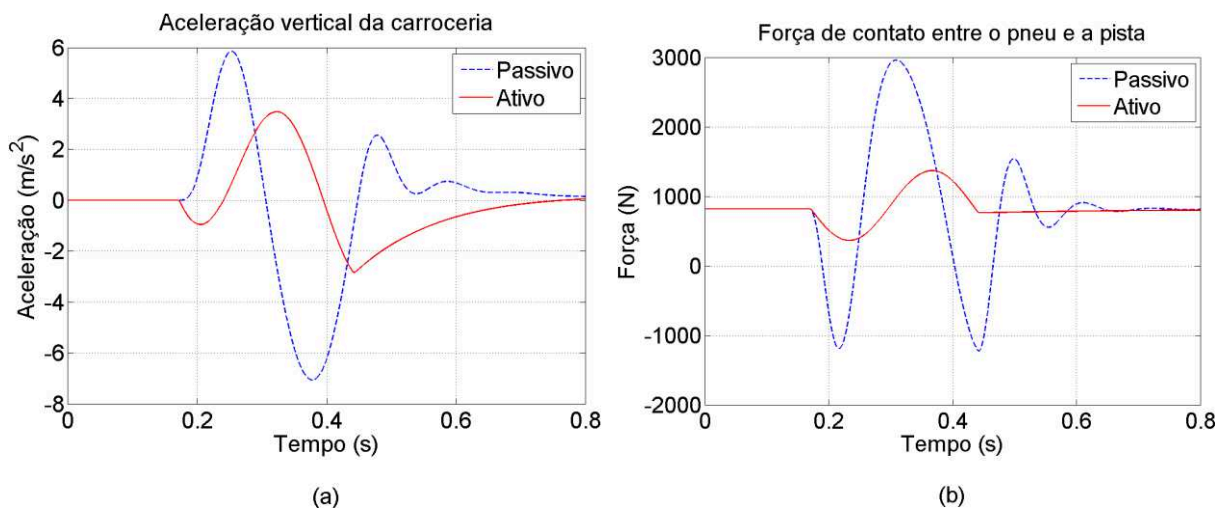
Na Equação (63) as saídas a serem controladas têm pesos iguais, no entanto, deseja-se ter maior controle sobre a diferença entre o deslocamento do eixo e a irregularidade da pista do que sobre o espaço de trabalho da suspensão. Dessa maneira, os pesos para cada requisito a ser controlado foram estabelecidos e a Equação (63) é reescrita como:

$$C_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1,21 & 0 & -1,21 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (65)$$

Para fins de comparação com o projeto desenvolvido na seção 6.1, na simulação considera-se o veículo passando pela excitação lombada tipo I, de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura, a uma velocidade de 20 km/h, conforme foi ilustrado na Figura 26.

Como parâmetros de comparação são utilizados a aceleração vertical da carroceria e a força de contato entre o pneu e a pista, conforme apresentado nas Figuras 28(a) e (b), respectivamente.

Figura 28 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para o requisito de segurança.



Fonte: Autora (2016).

Nas Tabelas 7 e 8 são mostrados, respectivamente, os valores da aceleração vertical da carroceria e da força de contato entre o pneu e a pista, para o sistema passivo e o ativo.

Tabela 7 – Aceleração vertical da carroceria para o requisito de segurança.

| Aceleração [ $m/s^2$ ] | Pico Máximo | Pico Mínimo | RMS    |
|------------------------|-------------|-------------|--------|
| Sistema Passivo        | 5,8525      | -7,0634     | 2,6557 |
| Sistema Ativo          | 3,4768      | -2,8384     | 1,5074 |

Fonte: Autora (2016).

A partir da Figura 28(a) e Tabela 7 observa-se que apesar do sistema ativo apresentar valores de aceleração vertical da carroceria inferiores ao do sistema passivo, o valor *RMS* da aceleração da carroceria no caso ativo é classificado pela norma britânica como sendo um sistema desconfortável.

Tabela 8 – Força de contato para o requisito de segurança.

| Força de contato [N] | Pico Máximo | Pico Mínimo |
|----------------------|-------------|-------------|
| Sistema Passivo      | 2961        | -1226       |
| Sistema Ativo        | 1369        | 364         |

Fonte: Autora (2016).

Assim como apresentado na seção 6.1, os resultados da Figura 28(b) e Tabela 8 demonstram que no sistema passivo houve momentos de perda de contato com a via, enquanto que no sistema ativo o pneu manteve contato constante com a pista. Neste caso, a otimização da segurança foi melhor, porém isso fez com que o conforto fosse consideravelmente prejudicado.

Embora não mostrado sob a forma de gráfico, a resposta do espaço de trabalho da suspensão para excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura, considerando o requisito de segurança, ficou dentro do limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte, que é de  $\pm 0,075$  metros.

### 6.3 CONTROLE $H_\infty$ PARA OTIMIZAÇÃO DO CONFORTO E DA SEGURANÇA

Visando otimizar o conforto de condução e a segurança veicular, o controlador  $H_\infty$  é projetado para reduzir o efeito das perturbações da estrada sobre a carroceria do veículo e simultaneamente reduzir o efeito das perturbações da estrada na deflexão do pneu. Neste caso, como saídas a serem controladas tem-se o deslocamento vertical da carroceria  $Z_s$  e a diferença entre o deslocamento do eixo e a irregularidade da pista  $Z_u - Z_r$ . A saída de controle utilizada para realimentar o sistema é o espaço de trabalho da suspensão  $Z_s - Z_u$ .

A partir dessas considerações, definem-se as matrizes da formulação de controle  $H_\infty$  do sistema de suspensão ativa para otimização do conforto e da segurança:

$$P(s): \begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (66)$$

onde  $A_p = A$ ,  $B_w = B_r$  e  $B_u = B_A$ , definidas nas Equações (38) à (40), respectivamente. A entrada exógena  $w(t)$  é a perturbação  $Z_r$  proveniente das irregularidades da estrada e a

entrada de controle  $u(t)$  é a força do atuador  $F_A$ . As matrizes relacionadas com a saída a ser controlada e com a saída de controle são dadas respectivamente por:

$$C_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$C_y = [1 \quad 0 \quad -1 \quad 0]; \quad D_{yw} = 0; \quad D_{yu} = 0 \quad (68)$$

Na Equação (67) as saídas a serem controladas têm pesos iguais, no entanto, para otimizar simultaneamente o conforto e a segurança, tem-se a necessidade de ponderar os requisitos. Após várias tentativas, estabeleceram-se os pesos para os requisitos a serem controlados, conforme a Equação (69), os quais obtiveram resultados aceitáveis em termos de aceleração vertical da carroceria e força de contato entre o pneu e a pista.

$$C_z = \begin{bmatrix} 1,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,1 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (69)$$

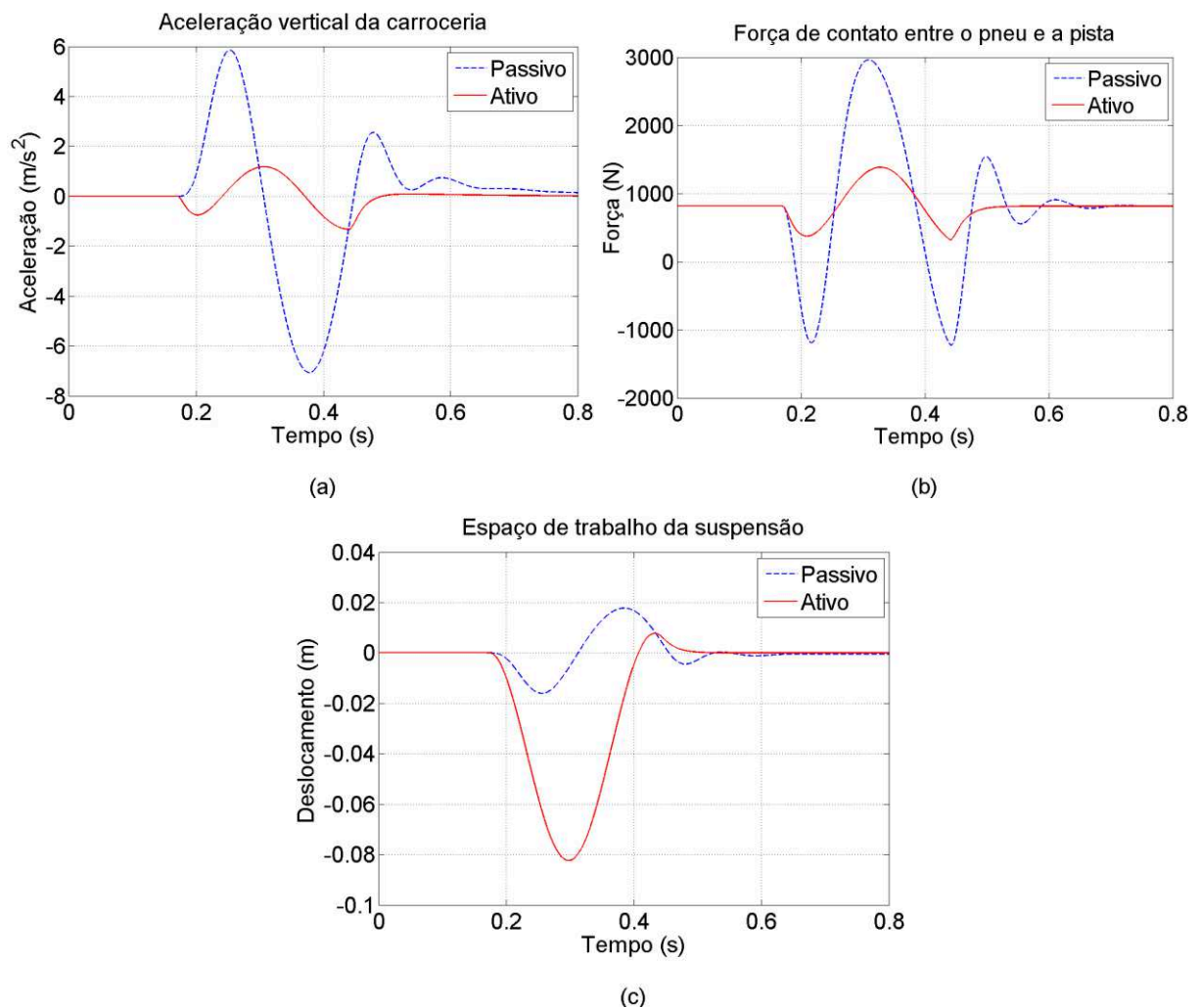
### 6.3.1 Veículo sob excitação lombada

Para fins de comparação com os projetos desenvolvidos nas seções 6.1 e 6.2, na simulação considera-se o veículo passando pela excitação lombada tipo I, de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura, a uma velocidade de 20 km/h, conforme foi ilustrado na Figura 26.

Como parâmetros de comparação são utilizados a aceleração vertical da carroceria e a força de contato entre o pneu e a pista, conforme apresentado nas Figuras 29(a) e (b), respectivamente. Ainda, é apresentado na Figura 29(c) o espaço de trabalho da suspensão.

Nas Tabelas 9 e 10 são mostrados, respectivamente, os valores da aceleração vertical da carroceria e da força de contato entre o pneu e a pista, para o sistema passivo e o ativo.

Figura 29 – Resposta à excitação lombada de 1,50 m de comprimento e 0,08 m de altura para os requisitos de conforto e segurança.



Fonte: Autora (2016).

Tabela 9 – Aceleração vertical da carroceria para os requisitos de conforto e segurança.

| Aceleração [ $m/s^2$ ] | Pico Máximo | Pico Mínimo | RMS    |
|------------------------|-------------|-------------|--------|
| Sistema Passivo        | 5,8525      | -7,0634     | 2,6557 |
| Sistema Ativo          | 1,1870      | -1,3252     | 0,5259 |

Fonte: Autora (2016).

Tabela 10 – Força de contato para os requisitos de conforto e segurança.

| Força de contato [N] | Pico Máximo | Pico Mínimo |
|----------------------|-------------|-------------|
| Sistema Passivo      | 2961        | -1226       |
| Sistema Ativo        | 1385        | 319         |

Fonte: Autora (2016).

Os resultados demonstram que considerando os requisitos de conforto e segurança simultaneamente, a aceleração vertical e a força de contato apresentam valores intermediários aos valores apresentados para o requisito de conforto e de segurança separadamente.

Apesar de obter pior desempenho em aceleração quando comparado com o projeto desenvolvido na seção 6.1 e pior desempenho em força de contato quando comparado com o projeto apresentado na seção 6.2, o projeto de controle considerando a otimização do conforto e da segurança fornece bons resultados em termos de aceleração e força de contato considerados simultaneamente. O valor *RMS* da aceleração da carroceria é classificado pela norma britânica como sendo um sistema levemente confortável e a força de contato forneceu sempre valores positivos, demonstrando que o pneu manteve contato constante com a pista.

No entanto, pelo fato de não especificar o espaço de trabalho da suspensão como saída a ser controlada, esta variável ultrapassou o limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte, como ilustrado na Figura 29(c).

Uma alternativa para solucionar este problema é incluir o espaço de trabalho da suspensão como saída a ser controlada, juntamente com o deslocamento vertical da carroceria e com a deflexão do pneu. Outra alternativa é modificar a ponderação das duas saídas a serem controladas. As duas possibilidades foram analisadas e optou-se em utilizar a segunda alternativa, que consiste em modificar os pesos das saídas a serem controladas, deslocamento vertical da carroceria e deflexão do pneu, pois ela fornece menores valores para a aceleração da carroceria e para variação da força no pneu.

Com estas considerações, a Equação (69) é reescrita como:

$$C_z = \begin{bmatrix} 4,3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_{zw} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,01 \end{bmatrix}; \quad D_{zu} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (70)$$

Nesta situação, para ilustrar o efeito do controlador, serão calculadas as reduções no tempo de acomodação e do maior valor de pico das respostas temporais da aceleração da carroceria e da força de contato entre o pneu e a pista.

“O tempo de estabilização [!] <sup>2</sup> de um sistema é o tempo necessário para que sua resposta temporal possua um valor de amplitude dentro de uma faixa de tolerância de  $x\%$  em relação ao valor da amplitude de estabilização.” (SANTOS, 2010).

---

<sup>2</sup> O termo tempo de estabilização colocado pelo autor não está tecnicamente correto, sendo melhor definido como tempo de acomodação.



Neste trabalho será utilizado o tempo de acomodação de 5%, conforme sugerido por Santos (2010). A comparação entre os tempos de acomodação dos sistemas passivo e ativo é dada pela Equação (71):

$$\Delta_t = \frac{t_p - t_a}{t_p} \times 100 \quad (71)$$

onde  $\Delta_t$  é a diferença percentual dos tempos de acomodação dos sistemas passivo e ativo,  $t_p$  é o tempo de acomodação do sistema passivo e  $t_a$  é o tempo de acomodação do sistema ativo.

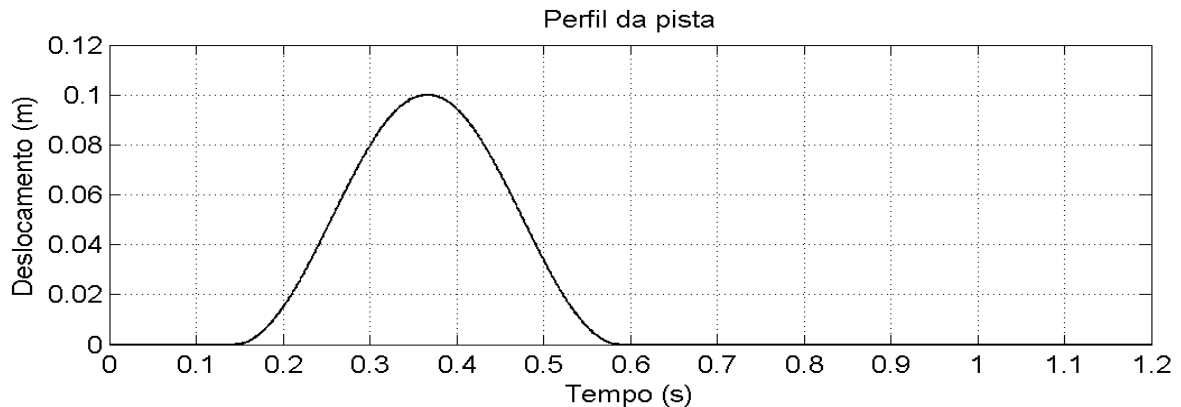
O maior valor de pico é a máxima amplitude que o sistema atinge em sua resposta temporal. A comparação entre as máximas amplitudes dos sistemas passivo e ativo é dada pela Equação (72):

$$\Delta_p = \frac{p_p - p_a}{p_p} \times 100 \quad (72)$$

onde  $\Delta_p$  é a diferença percentual dos maiores picos nas respostas temporais dos sistemas passivo e ativo,  $p_p$  é o maior pico na resposta temporal do sistema passivo e  $p_a$  é o maior pico na resposta temporal do sistema ativo.

Na simulação considera-se o veículo passando pela excitação lombada tipo II, de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura, a uma velocidade de 30 km/h, conforme ilustrado na Figura 30.

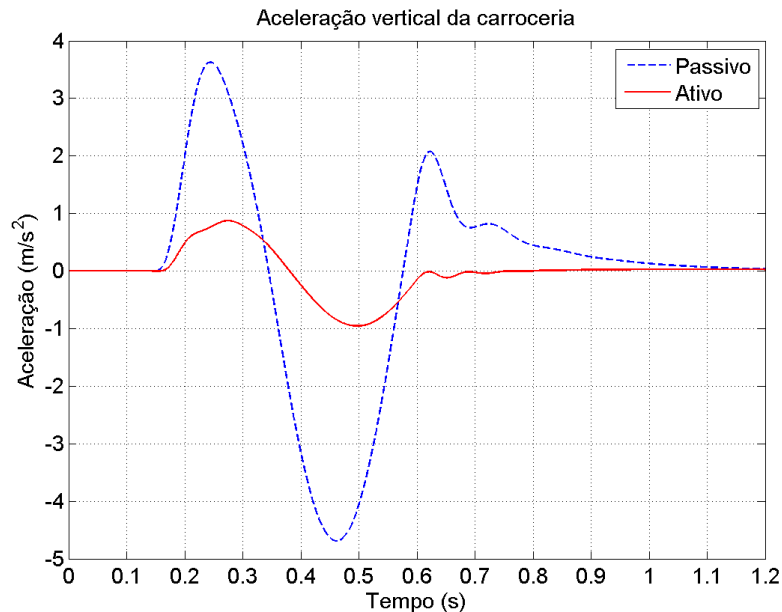
Figura 30 – Excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura.



Fonte: Autora (2016).

A Figura 31 mostra o comportamento da aceleração vertical da carroceria ao passar pela excitação lombada. Os valores da aceleração vertical para o sistema passivo e o ativo são apresentados na Tabela 11.

Figura 31 – Resposta da aceleração vertical da carroceria ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura.



Fonte: Autora (2016).

Tabela 11 – Aceleração vertical da carroceria para os requisitos de conforto e segurança.

| Aceleração [ $m/s^2$ ] | Pico Máximo | Pico Mínimo | RMS    |
|------------------------|-------------|-------------|--------|
| Sistema Passivo        | 3,6290      | -4,6917     | 1,6195 |
| Sistema Ativo          | 0,8743      | -0,9552     | 0,3535 |

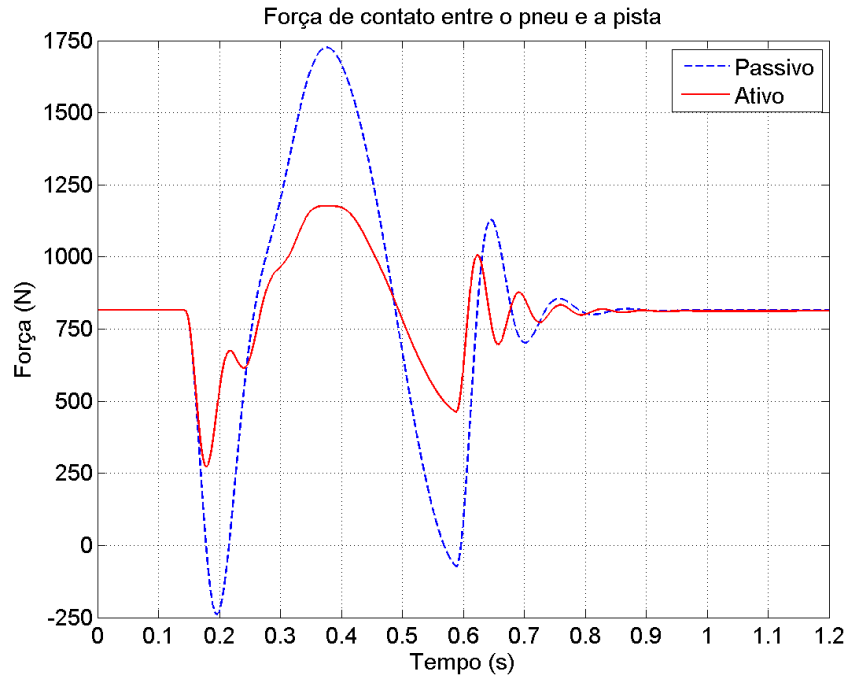
Fonte: Autora (2016).

A partir dos valores da Tabela 11 e fazendo uso da Equação (72), verifica-se que o sistema ativo reduz em 79,6% o maior valor de pico da resposta temporal da aceleração. A partir da Figura 31 e fazendo uso da Equação (71), nota-se que além da redução no maior valor de pico, houve também uma redução de 41,2% no tempo de acomodação.

O valor *RMS* da aceleração da carroceria no caso ativo é classificado pela norma britânica como sendo um sistema levemente confortável, enquanto que no caso passivo é classificado como sendo um sistema muito desconfortável. Conclui-se que o controlador projetado reduz a aceleração vertical da carroceria, melhorando o conforto dos passageiros.

A Figura 32 mostra o comportamento da força de contato entre o pneu e a pista quando o veículo é submetido à excitação lombada. Os valores da força de contato para o sistema passivo e o ativo são apresentados na Tabela 12.

Figura 32 – Resposta da força de contato entre o pneu e a pista ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura.



Fonte: Autora (2016).

Tabela 12 – Força de contato para os requisitos de conforto e segurança.

| Força de contato [N] | Pico Máximo | Pico Mínimo |
|----------------------|-------------|-------------|
| Sistema Passivo      | 1725        | -238        |
| Sistema Ativo        | 1177        | 272         |

Fonte: Autora (2016).

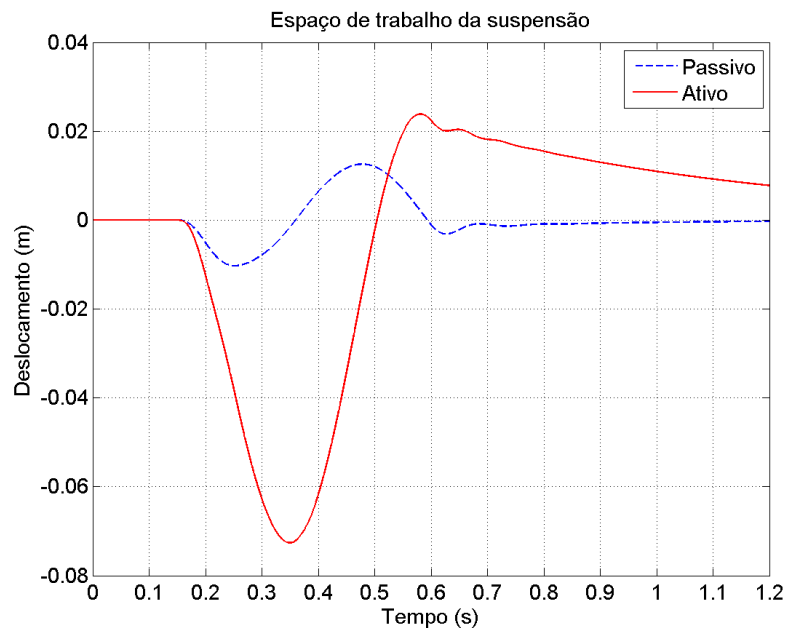
A partir dos valores da Tabela 12 e fazendo uso da Equação (72), verifica-se que o sistema ativo reduz em 14,3% o maior valor de pico da resposta temporal da força de contato entre o pneu e a pista. A partir da Figura 32 e fazendo uso da Equação (71), nota-se que além da redução no maior valor de pico, houve também uma redução de 8% no tempo de acomodação.

Os resultados mostram que o sistema passivo teve dois momentos de perda de contato do pneu com a pista, enquanto que, no sistema ativo a força de contato forneceu

sempre valores positivos, demonstrando que o pneu manteve contato constante com a pista. Conclui-se que o controlador projetado reduz a variação da força de contato entre o pneu e a pista, contribuindo para a melhoria da segurança veicular.

A Figura 33 mostra o comportamento do espaço de trabalho da suspensão quando o veículo é submetido à excitação lombada.

Figura 33 – Resposta do espaço de trabalho da suspensão ao passar pela excitação lombada de 3,70 m de comprimento e 0,10 m de altura.



Fonte: Autora (2016).

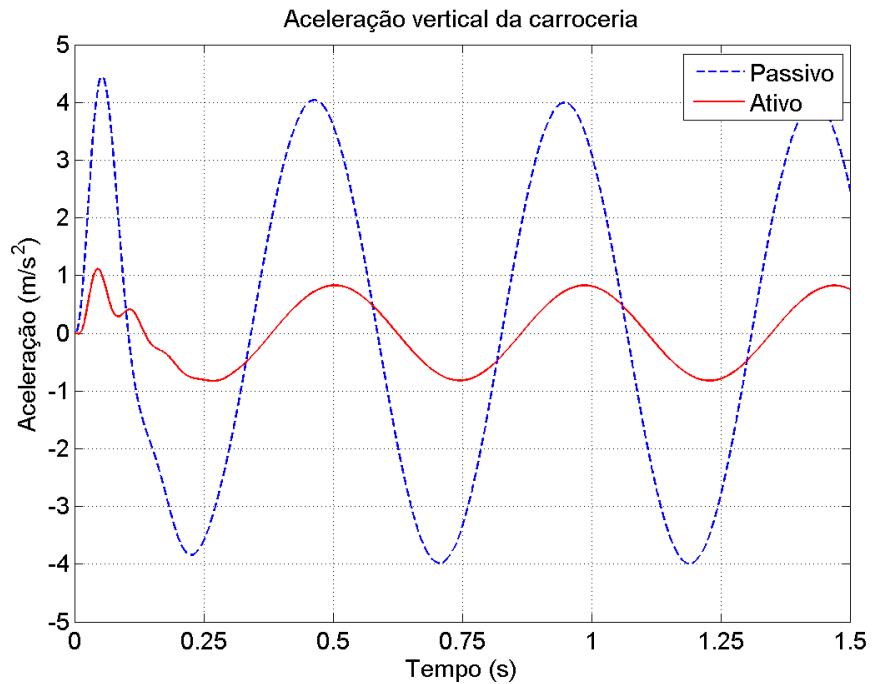
A partir da Figura 33 verifica-se que apesar do sistema ativo necessitar maior espaço de trabalho da suspensão para alcançar os requisitos de conforto e segurança, esta variável não ultrapassou o limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte, que é de  $\pm 0,075$  metros.

### 6.3.2 Veículo sob excitação senoidal

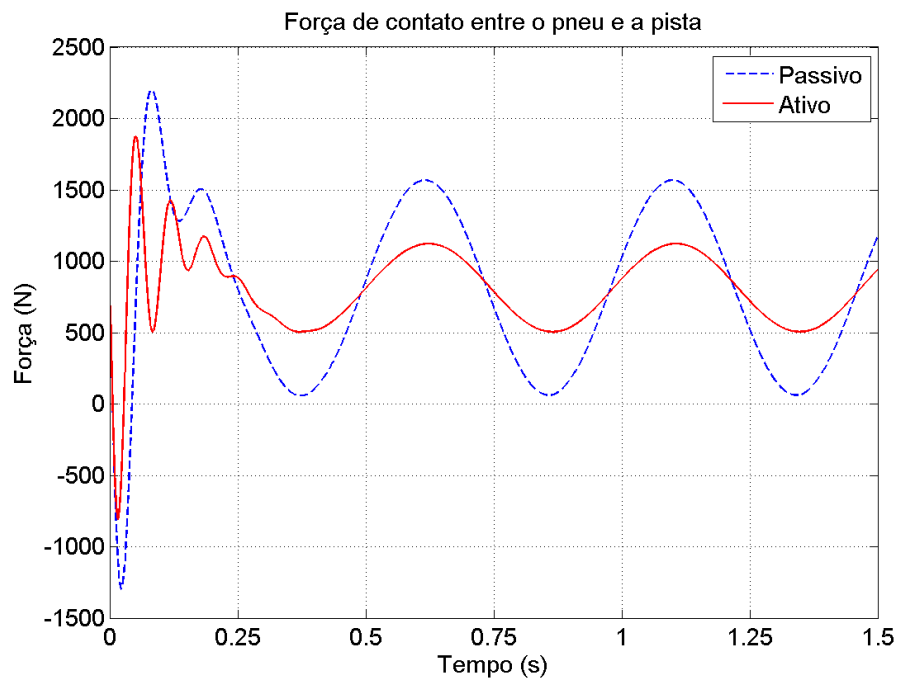
O veículo é excitado para dois valores diferentes de frequência, tendo sido selecionados os valores de  $\omega = 13 \text{ rad/s}$ , que é próxima ao valor da frequência da carroceria ( $\omega_{\text{carroceria}} = 13,77 \text{ rad/s}$ ) e  $\omega = 99 \text{ rad/s}$ , que é próxima ao valor da frequência da roda ( $\omega_{\text{roda}} = 99,83 \text{ rad/s}$ ). No primeiro caso considera-se a amplitude da onda senoidal igual a  $0,05 \text{ m}$  e no segundo caso igual a  $0,01 \text{ m}$ .

Os resultados em termos de aceleração vertical da carroceria e força de contato entre o pneu e a pista são mostrados nas Figuras 34(a) e (b) e Figuras 35(a) e (b).

Figura 34 – Resposta à excitação senoidal para  $\omega = 13$  rad/s e amplitude de 0,05 m.



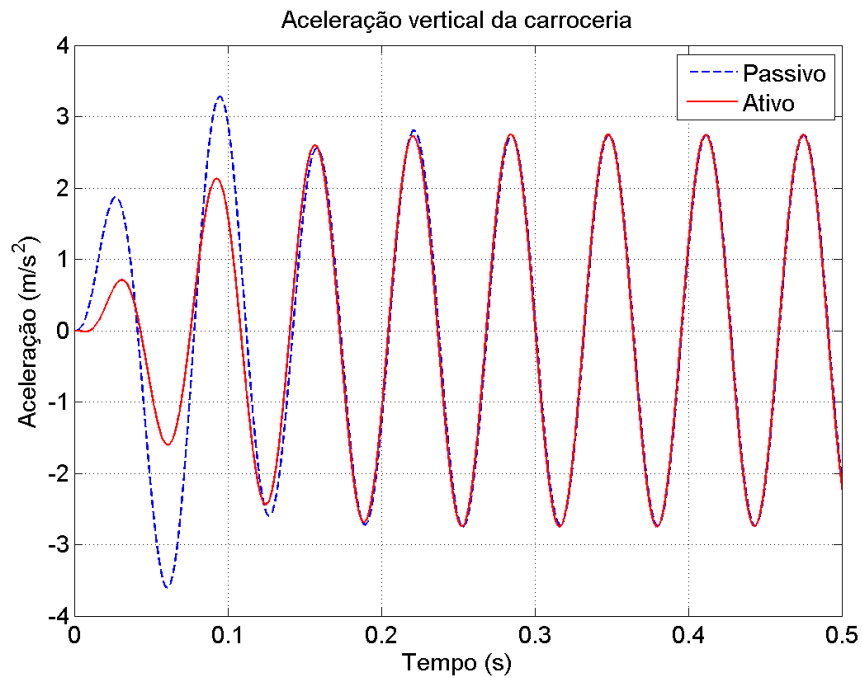
(a)



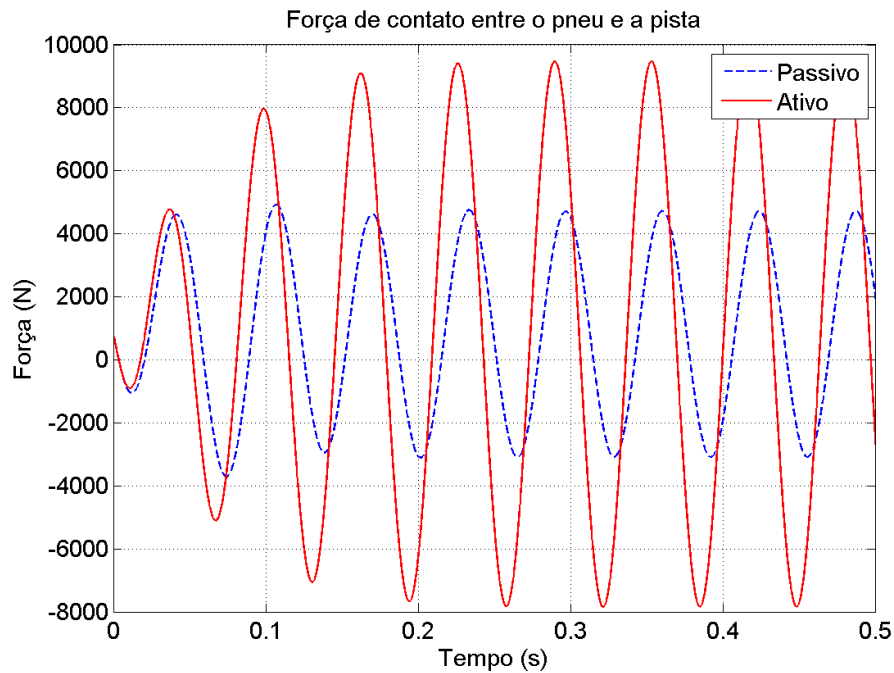
(b)

Fonte: Autora (2016).

Figura 35 – Resposta à excitação senoidal para  $\omega = 99$  rad/s e amplitude de 0,01 m.



(a)



(b)

Fonte: Autora (2016).

A partir da Figura 34(a) e Figura 35(a), observa-se que a suspensão ativa melhora a aceleração vertical na frequência de ressonância da carroceria, porém no valor de frequência da roda não houve melhorias significativas, o que concorda com o observado por Corrêa (2011).

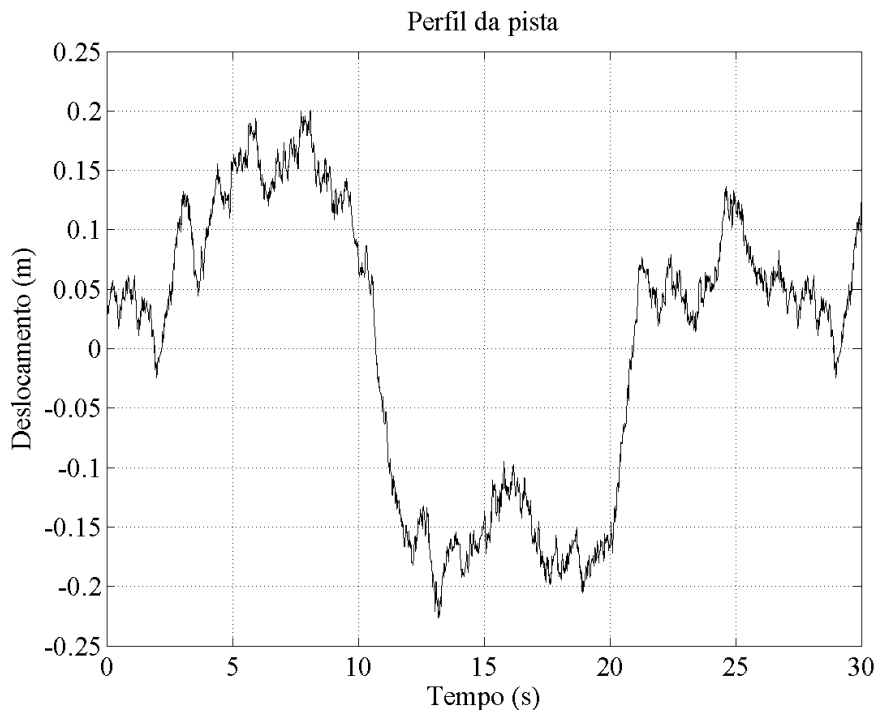
Em relação à segurança, observa-se através da Figura 34(b) que o sistema ativo apresenta valores de força de contato entre o pneu e a pista inferiores ao do sistema passivo, porém nos dois sistemas houve um pico de resposta negativa, indicando a perda de contato do pneu durante um período pequeno de tempo.

Pela Figura 35(b) observa-se que o sistema ativo piora o comportamento do veículo considerando o requisito de segurança. Sendo assim, para a frequência de excitação próxima da frequência da roda, a suspensão ativa não ofereceu nenhuma vantagem com relação à suspensão passiva. (CORRÊA, 2011).

### 6.3.3 Veículo sob excitação randômica

Na simulação consideram-se os dados da Tabela 3 para o perfil de estrada secundária pobre. Faz-se uso da rotina de geração do perfil de estrada apresentada em Moura (2003). A Figura 36 mostra esta entrada considerando um tempo de simulação de 30 segundos que corresponde a um trecho de 500 metros quando o veículo está sob uma velocidade de 60 km/h.

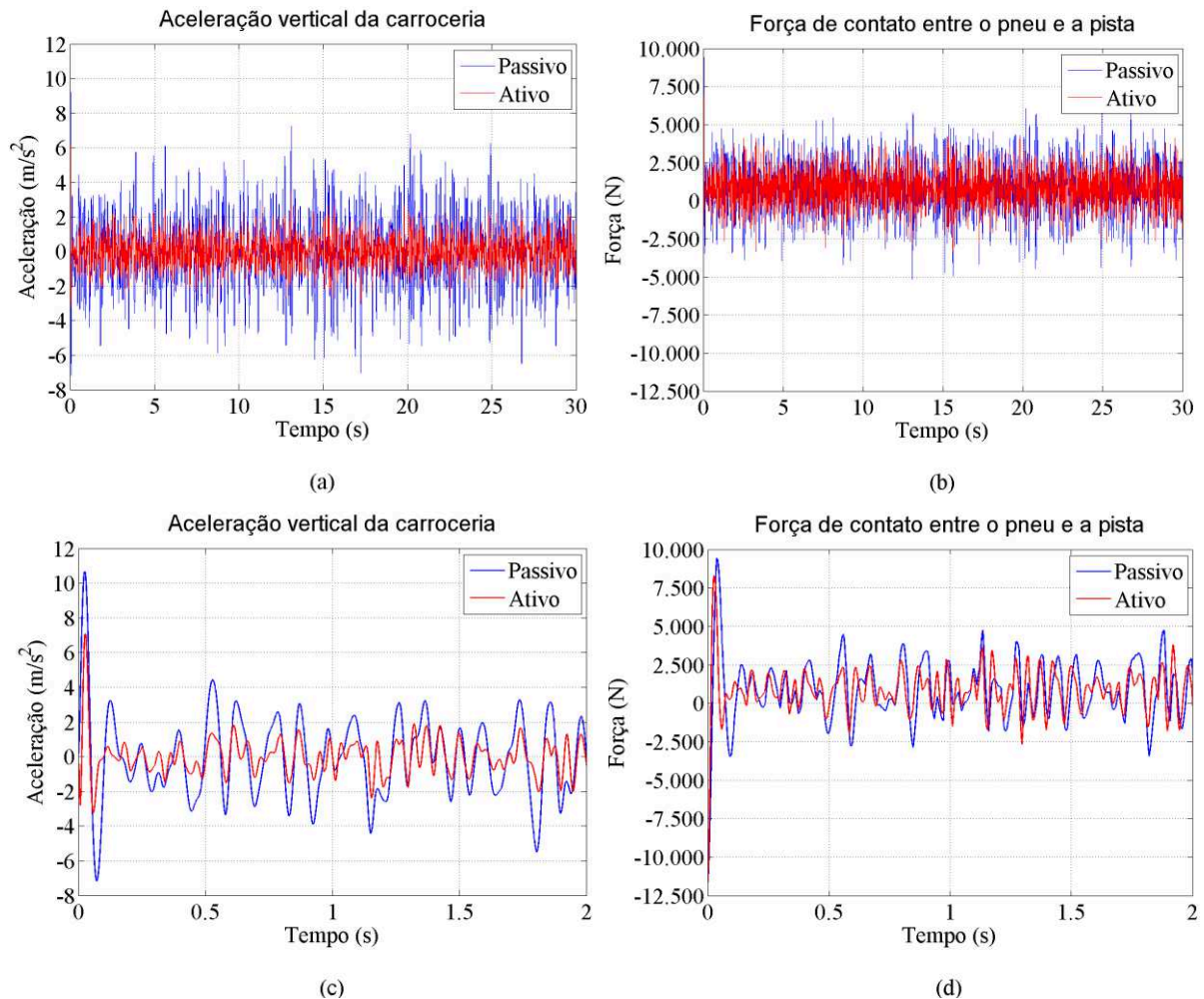
Figura 36 – Perfil de estrada secundária pobre utilizada como estrada randômica.



Fonte: Autora (2016).

Os resultados em termos de aceleração vertical da carroceria e força de contato entre o pneu e a pista considerando o trecho de 500 metros são mostrados nas Figuras 37(a) e (b), respectivamente. Para melhor visualização dos resultados, os gráficos foram ampliados e mostrados nas Figuras 37(c) e (d), respectivamente.

Figura 37 – Resposta à excitação randômica.



Fonte: Autora (2016).

A partir das Figuras 37(a) e (c), observa-se que o sistema ativo apresenta valores de aceleração vertical da carroceria inferiores ao do sistema passivo, contribuindo para melhoria do conforto.

Em relação à segurança, observa-se através das Figuras 37(b) e (d) que tanto o sistema passivo quanto o sistema ativo apresentaram perda de contato do pneu, pois a força de contato em ambos os sistemas assumiu valores negativos. No entanto, a variação da força de contato no sistema ativo foi menor, contribuindo dessa forma, para melhoria da segurança.



## 7 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi realizado o estudo do projeto de controladores para sistemas de suspensão ativa usando a técnica de controle  $H_\infty$ . Considerando os requisitos de conforto e segurança do veículo, foram obtidas as matrizes de ponderação da formulação de controle  $H_\infty$  representando-se o deslocamento vertical da carroceria do veículo e a deflexão do pneu. Além disso, em alguns casos, considerou-se também a ponderação do espaço de trabalho da suspensão, para permitir que o curso da suspensão se mantivesse dentro das especificações.

O cálculo dos controladores  $H_\infty$  foi efetuado de forma iterativa através da função *hinfsyn* definida no software *Matlab*. Foram definidas excitações do tipo lombada, senoidal e randômica para analisar o comportamento do sistema passivo e do sistema ativo. Os sistemas foram comparados em relação à resposta temporal dos movimentos que representam o conforto e a segurança do sistema veicular, os quais foram, respectivamente, a aceleração vertical da carroceria e a força de contato entre o pneu e a pista.

No projeto visando a otimização do conforto, exposto na seção 6.1, o sistema ativo manteve os níveis de aceleração abaixo dos considerados desconfortáveis pela norma britânica, e dessa forma, contribuiu para a melhoria do conforto dos passageiros. Também contribuiu para o aumento da segurança do veículo, mantendo contato constante das rodas com a pista, porém a melhoria do conforto foi mais significativa do que a melhoria da segurança.

No projeto visando a otimização da segurança, exposto na seção 6.2, apesar do sistema ativo apresentar valores de aceleração vertical da carroceria inferiores ao do sistema passivo, ele não manteve os níveis de aceleração abaixo dos considerados desconfortáveis pela norma britânica. Neste caso, houve melhoria na segurança veicular, porém isso fez com que o conforto fosse consideravelmente prejudicado.

No primeiro projeto desenvolvido na seção 6.3, visando a otimização do conforto e da segurança, o sistema ativo manteve os níveis de aceleração abaixo dos considerados desconfortáveis pela norma britânica e também contato constante das rodas com a pista. Apesar de contribuir para melhoria do conforto e da segurança, este projeto não é viável, pois

o espaço de trabalho da suspensão ultrapassou o limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte.

O desempenho do segundo projeto desenvolvido na seção 6.3, visando a otimização do conforto e da segurança, foi analisado através de algumas simulações.

Em relação à excitação lombada tipo II, exposta na subseção 6.3.1: o controle ativo manteve os níveis de aceleração abaixo dos considerados desconfortáveis pela norma britânica, e dessa forma, contribuiu para a melhoria do conforto dos passageiros. O controle ativo também contribuiu para o aumento da segurança do veículo, mantendo contato constante das rodas com a pista. O controle ativo necessitou de maior espaço de trabalho da suspensão para alcançar os requisitos de conforto e segurança, porém esta variável não ultrapassou o limite disponível para o curso da suspensão dos veículos de pequeno porte.

Em relação à excitação senoidal, exposta na subseção 6.3.2: na frequência de ressonância da carroceria, a suspensão ativa contribuiu para a melhoria da aceleração vertical e da força de contato entre o pneu e a pista. Porém, na frequência de excitação próxima da frequência da roda, a suspensão ativa não ofereceu nenhuma vantagem em relação à suspensão passiva.

Em relação à excitação randômica, exposta na subseção 6.3.3: o controle ativo apresentou valores de aceleração vertical da carroceria inferiores ao do sistema passivo, contribuindo para melhoria do conforto. Apesar dos dois sistemas apresentarem perda de contato do pneu com a pista, a variação da força de contato no sistema ativo foi menor, contribuindo dessa forma, para melhoria da segurança.

Os resultados demonstram que o segundo projeto desenvolvido na seção 6.3 obteve a melhor solução para o problema de controle visando a otimização do conforto e da segurança veicular. De modo geral, a suspensão ativa apresentou melhorias em termos de conforto e segurança, em relação ao sistema passivo. Entretanto, algumas dificuldades foram encontradas.

O projeto do controlador consistiu em um procedimento numérico de otimização que não dependeu da entrada de excitação aplicada. Dessa forma, o cálculo do controlador foi efetuado considerando apenas os requisitos de controle estabelecidos e as excitações externas foram impostas ao sistema durante as simulações para avaliar o desempenho do controle. Isso

acarretou que nas excitações senoidal e randômica não foi encontrada a melhor solução para otimização do conforto e da segurança.

Ainda em relação às excitações externas, houve a dificuldade em utilizar entradas do tipo degrau, impulso ou alguma outra entrada retangular, pois ao simular o sistema com tais entradas o pico de aceleração vertical da carroceria resultava em valores elevados.

A relação entre otimizar simultaneamente o conforto de condução e a segurança veicular e não deteriorar o espaço de trabalho da suspensão também foi uma das dificuldades. No entanto, ainda se conseguiu neste trabalho otimizar o conforto e a segurança e manter em níveis aceitáveis o espaço de trabalho da suspensão. Fazer um estudo mais aprofundado da técnica para compreensão das causas e soluções para estas dificuldades faz parte de estudos futuros.

Além disso, como propostas para trabalhos futuros pode-se sugerir a consideração da excitação da pista na obtenção da lei de controle. Propõem-se ainda utilizar o modelo completo, que permite estudar os principais graus de liberdade do veículo. Seria interessante aplicar diferentes estratégias de controle para identificar aquela que proporciona o melhor resultado em termos de conforto e segurança. Outra proposta seria a construção de um protótipo para experimentos em bancada, o que permitiria validar os resultados experimentais com os obtidos nas simulações.

Na prática, a suspensão ativa pode ser aplicada em diversos veículos, sejam estes veículos de passeio, de luxo ou até mesmo de competição. No entanto, devido ao custo elevado e baixa disponibilidade de peças no mercado os sistemas de suspensão ativa ainda são pouco difundidos. Atualmente, os veículos disponíveis no mercado que fazem uso de sistemas de suspensão ativa são equipados com atuadores eletro-hidráulicos, porém a possibilidade da utilização de atuadores lineares eletromagnéticos vem sendo amplamente estudada pelo fato de apresentarem uma série de vantagens em relação aos atuadores eletro-hidráulicos, conforme apresentado na seção 3.4.

## REFERÊNCIAS

- AGUILLAR, A. K. **Desenvolvimento de um sistema computacional para projetos de um atuador magnético biestável mono-bobina**. 2007. 65 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2007.
- ALMEIDA, A. C. R. **Simulação e controle de um sistema de suspensão simplificado**. 2002. 74 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2002.
- ANDRADE, A. F. A. de. **Controle de suspensões utilizando redes neurais**. 2001. 155 p. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2001.
- BOYD, S.; BARRATT, C. **Linear controller design: limits of performance**. New Jersey: Prentice-Hall, 1991.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION. **Measurement and evaluation of human exposure to whole-body mechanical vibration and repeated shock BS 6841**. London: British Standards Institution, 1987.
- BRITO, A. G. **Seleção de estrutura de modelos autorregressivos não-lineares no domínio da frequência**. 2013. 218 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica e Computação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP. 2013.
- CHANTRANUWATHANA, S.; PENG, H. Adaptive robust force control for vehicle active suspensions. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, v. 18, p. 83-102, 2004.
- CONSELHO NACIONAL DE TRÂNSITO 1998. Resolução 39/98. **Art. 12 da lei n 9.503 de 23 de set. de 1997**. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/LEIS/L9503.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L9503.htm)>. Acesso em: 30 out. 2016.
- CORRÊA, J. L. **Comportamento dinâmico de um veículo implementado com suspensões ativas**. 2011. 104 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2011.
- CORRÊA, W. R. **Modelagem, simulação, controle e implementação de um sistema de suspensão ativa veicular simplificado**. 2016. 118 p. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) – Curso de Engenharia de Automação, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande. 2016.

CRIVELLARO, C. **Controle robusto de suspensão semi-ativa para caminhonetes utilizando amortecedores magneto-reológicos**. 2008. 439 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica. São Paulo. 2008.

DODDS, C. J.; ROBSON, J. D. The description of road surface roughness. **Journal of Sound and Vibration**, v. 31, n. 2, p. 175-183, mar. 1973.

DREHMER, L. R. C. **Otimização de parâmetros concentrados de suspensão para conforto e segurança veicular**. 2012. 98 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2012.

ECKERT, P. R. **Estudo e desenvolvimento de um atuador linear para suspensão eletromagnética ativa**. 2012. 143 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2012.

FISCHMAN, A. **Controle robusto de sistemas lineares incertos – teoria e aplicações**. 1993. 106 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1993.

FRACARO, A. R. **Modelagem matemática do acionamento hidráulico de uma bancada de vibração**. 2011. 95 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, RS. 2011.

GENTA, G.; MORELLO, L. **The automotive chassis**. New York: Springer, 2009. Vol. 1.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992.

GYSEN, B. L. J. et al. Design aspects of an active electromagnetic suspension system for automotive applications. **IEEE Transactions on Industry Applications**, New York, v. 45, n. 5, p. 1589-1597, set. 2009.

GYSEN, B. L. J. et al. Active electromagnetic suspension system for improved vehicle dynamics. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, New York, v. 59, n. 3, p. 1156-1163, mar. 2010.

HYVÄRINEN, J. P. **The improvement of full vehicle semi-active suspension through kinematical model**. 2004. 159 p. Dissertação (Mestrado) – Faculty of Technology, Department of Mechanical Engineering. University of Oulu, Oulu, Finland. 2004.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **Evaluation of human exposure to whole-body vibration ISO 2631**. Geneva: International Organization for Standardization, 1985.

JAZAR, R. **Vehicle dynamics theory and application**. New York: Springer, 2008.

LAJQI, S.; PEHAN, S. Designs and optimizations of active and semi-active non-linear suspension systems for a terrain vehicle. **Journal of Mechanical Engineering**, v. 58, n. 12, p. 732-743, out. 2012.

LOPES, L. G. C. O. **Controle a estrutura variável aplicado a um atuador hidráulico**. 1997. 95 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1997.

LUQUE, J. C. C. **Controle robusto multivariável para um veículo submersível autônomo**. 2007. 113 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia Mecânica, São Paulo. 2007.

MACIEJOWSKY, J. M. **Multivariable feedback design**. Cambridge: Addison-Wesley, 1989.

MARTINS, I. et al. Permanent-magnets linear actuators applicability in automobile active suspension. **IEEE Transactions on Vehicular Technology**, New York, v. 55, n. 1, p. 86-94, jan. 2006.

MOREIRA, F. J. de O. **Um controlador  $H_{\infty}$  de banda limitada para o controle ativo de vibração estrutural**. 1998. 247 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 1998.

MOURA, E. D. A. **Estudo de suspensões passiva, semi-ativa MR e ativa**. 2003. 143 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, MG. 2003.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicas Editora S.A., 2000.

PICADO, R. M. **Controle semi-ativo em suspensões automotivas**. 1998. 101 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 1998.

RAJAMANI, R. **Vehicle dynamics and control**. New York: Springer, 2006.

RICHER, E.; HURMUZLU. Y. A high performance pneumatic force actuator system: part I - nonlinear mathematical model. **ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control**, v. 122, n. 3, p. 416-425, set. 2000a.

RICHER, E.; HURMUZLU. Y. A high performance pneumatic force actuator system: part 2 - nonlinear controller design. **ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control**, v. 122, n. 3, p. 426-434, set. 2000b.

SANTOS, J. F. C. dos. **Análise de suspensões veiculares utilizando técnicas de controle robusto**. 1998. 116 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 1998.

SARRACINI JÚNIOR, F. **Síntese de controladores  $H_\infty$  de ordem reduzida com aplicação no controle ativo de estruturas flexíveis.** 2006. 178 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2006.

SANTOS, M. M. dos. **Controle H-infinito em suspensões ativas aplicando técnicas baseadas em desigualdades matriciais lineares.** 2010. 200 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. 2010.

SENTHILKUMAR, M. Design and development of PID controller - based active suspension system for automobiles. In: VAGIA, Marialena. (Ed.), **PID controller design approaches - theory, tuning and application to frontier areas.** Coimbatore, India: InTech, 2012, p. 71-99.

STOREY, I. **Performance measures and control laws for active and semi-active suspensions.** 2011. 462 p. Thesis (Doctoral) – The School of Aerospace, Mechanical & Manufacturing Engineering, The Royal Melbourne Institute of Technology, Melbourne. 2011.

TSENG, H. E.; HROVAT. D. State of the art survey: active and semi-active suspension control. **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, v. 53, n. 7, p. 1034-1062, maio. 2015.

XUE, X. D. et al. Study of art of automotive active suspensions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS SYSTEMS AND APPLICATIONS, 4., 2011, Pittsburgh. **Proceedings...** New York: IEEE, 2011, p. 1-7.

YUE, C. **Control law designs for active suspensions in automotive vehicles.** 1987. 135 p. Thesis (Master) – Massachusetts Institute of Technology, Department of Mechanical Engineering, Cambridge. 1988.

ZAGO, F. et al. Modelagem matemática e simulações computacionais do controle ótimo de um quarto do sistema de suspensão automotiva. In: 9<sup>th</sup> Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications, p. 1172-1178, **Proceedings...** jun. 2010.