



Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras

curso → matemática

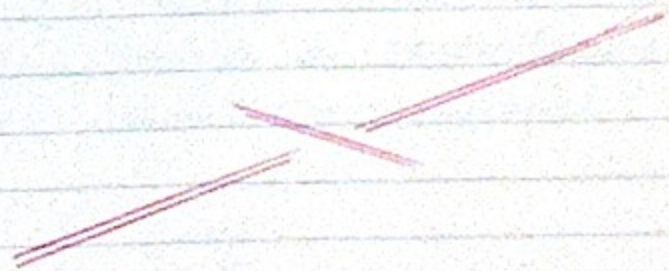
disciplina → Matemática Financeira

turma → 4º termo

professor → Ary

aluna → Neuza Bertoni Pinto - 223

ano → 1973



Porcentagem

P → Principal P → 100
p → percentagem p → i
i → taxa

- ① Calcular a percentagem de 500 com a taxa de 2%.

$$\begin{array}{r} 500 \quad 100 \\ \times \quad \times \\ \hline x \quad 2 \end{array}$$

$$x = \frac{2 \times 500}{100} = 10$$

- ② Sabendo-se que uma taxa de 5% encontramos a percentagem de R\$400,00. Qual é o principal?

$$\begin{array}{r} P \quad 100 \\ 400 \quad 5 \end{array}$$

$$P = \frac{400 \times 100}{5} = \boxed{\text{R\$8000,00}}$$

- ③ Qual é a comissão de $3\frac{3}{4}\%$ sobre R\$ 1.560,00?

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

$$100 - 1560$$

$$\frac{15}{4} - x$$

$$x = \frac{15 \times 1560}{4 \times 100} = \boxed{58,5}$$

- ④ Qual é a comissão de $5\frac{1}{2}\%$ de R\$ 5000,00

P	100
p	x

$$\begin{array}{l} 5000 \quad 100 \\ x \quad \quad 5\frac{1}{2} \end{array}$$

$$x = \frac{5000 \times 11}{100 \times 2} = \frac{5500}{2} = \boxed{275}$$

- ⑤ Cálculo da soma de um n° e sua porcentagem

Para se achar a soma de um n° qualquer e sua porcentagem, calcula-se inicialmente a porcentagem e adiciona-se ao número dado.

Problemas

- ① Por quanto se deve vender certa mercadoria R\$ 6.250,00 e sobre a qual se quer ganhar 25%?

$$x = \frac{6.250 \times 25}{100} = 1.562,50$$

$$6.250,00 + 1.562,50 = 7.812,50$$

Cálculo do valor inicial, sendo dadas a porcentagem e a taxa.

O valor inicial, isto é, sobre aquele que calculamos, uma per-

centagem acha-se pela seguinte fórmula

$$\text{Valor inicial} = \frac{\text{Porcentagem} \times 100}{L}$$

Um comerciante ganha R\$202,50 sobre o custo de certa mercadoria. O seu lucro é de 15%. Qual é o seu custo?

$$\text{Valor inicial} = \frac{202,50 \times 100}{15} = 1350,00$$

Cálculo do valor inicial sendo dada a soma adicionada a sua porcentagem e a taxa

fórmula:

$$\frac{\text{soma dada} \times 100}{100 + \text{taxa}}$$

Um comerciante vendeu certas mercadorias por R\$32.480,00 e ganhou 12%. Qual o preço de custo?

Qual é o custo?

$$\frac{32.400,00 \times 100}{100 + 12} = \frac{3.248.000,00}{112} = 29.000,00$$

30% sobre o preço de custo = lucro
+ o preço de custo = preço de venda

Problemas

$\frac{11}{08}$
 $\frac{73}{}$ ① Um comerciante ganhou sobre o custo de 32 m de tecidos 16%, ou R\$6,40. Qual o custo de cada metro?

$$\begin{array}{r} 16\% \quad 6,40 \\ 100 \quad x \end{array}$$

$$x = \frac{64000}{16}$$

$$40,00 \div 32 =$$

$$x = 40,00$$

$$\text{R\$1,25 } \frac{1}{m}$$

$$6,40 - 3,2 = 0,20 \rightarrow \text{lucro por metro}$$

$$\begin{array}{r} 16\% \quad - 0,20 \\ 100 \quad - x \end{array}$$

$$x = \frac{100 \times 0,20}{16} \quad x = 1,25$$

o custo por metro é de 1,25

② Um comerciante comprou 325 sacas de certa mercadoria a R\$42,50 por saca mais despesas de frete de 5%. A mercadoria foi vendida a R\$48,15 por saca com desconto de 3% sobre o preço de venda.

- I - Qual o lucro total da venda?
- II - Qual foi o lucro por saca?
- III - De quanto por cento foi o lucro?

$$\begin{array}{r} 42,50 \quad - 100 \\ x \quad - 105 \end{array} \quad x = \frac{42,50 \times 105}{100}$$

$$x = 44,625 \quad \text{custo}$$

$$\begin{array}{r} 48,15 \quad - 100 \\ x \quad - 97 \end{array}$$

$$x = \frac{48,15 \times 97}{100}$$

$$x = 46,7055 \rightarrow \text{venda}$$

$$\begin{array}{r} 46,7055 \\ - 44,625 \\ \hline R\ 2,1205 \end{array} \rightarrow \text{lucro pl saca}$$

$$\begin{array}{r} 44,625 \quad - 100 \\ 2,1205 \quad - x \end{array}$$

$$x = \frac{2,1205}{44,625} \dots x = 4,75\% \rightarrow \text{lucro}$$

Resposta do livro:

I - R\$676,17

II - 2,08

III - 4,66%

preço total do custo:

$$42,50 \times 325 = \text{R\$ } 13.812,50 \rightarrow \text{preço de custo}$$

$$13.812,50 \times 5 = \frac{690,625^+}{14.503,125} \rightarrow \text{preço total do custo}$$

preço total da venda:

$$48,15 \times 325 = 15.648,75 \text{ preço de venda}$$

$$15.648,75 \times 3\% = \frac{469,46^-}{15.179,29} \text{ preço total da venda}$$

lucro:

$$\begin{array}{r} 15.179,29 \text{ preço de venda} \\ - 14.503,12 \text{ preço de custo} \\ \hline 676,17 \text{ lucro} \end{array}$$

lucro pl. saca

$$676,17 \div 325 = 2,08$$

percentagem do lucro da venda:

$$\begin{array}{r} 100\% \text{ — } 14.503,12 \\ x \text{ — } 676,17 \end{array}$$

$$x = \frac{67617,00}{14503,12}$$

$$x = 4,66\% \rightarrow \text{percentagem do lucro}$$

- ② Uma duplicata que sofre o desconto de 5% deu o líquido de R\$ 25.550,00.
 1ºe quanto era seu valor?

$$\begin{array}{r} 25.550,00 \text{ — } 95 \\ x \text{ — } 100 \end{array}$$

$$x = \frac{25550,00 \times 100}{95}$$

$$x = 2555000,00 \div 95$$

$$x = \text{R\$ } 26.900,00 \text{ valor da duplicata.}$$

- ③ Uma pessoa comprou uma casa por R\$ 50000,00 e gastou 80% do custo em reparos.
 Mais

tarde rendeu por C\$120 000,00
 - de quanto por cento foi o lucro?
 - qual foi o lucro?

100 — 50.000,00
 80 — x

$x = 40.000,00$ *reparos*

50 000,00
 + 40 000,00
90 000,00 → *preço total do custo*

120 000,00
 - 90 000,00
30 000,00 → *lucro*

90 000,00 — 100%
 30 000,00 — x

$x = \frac{3000000,00}{90000,00} : x = 33,33\%$

Juros

$\frac{15}{8} / \frac{73}{73}$

→ Remuneração a quem se priva temporariamente de um capital para cedê-lo a terceiros.

→ Remuneração a favor do credor em caso da sobrevivência, da insolvência por parte do devedor.

→ A medida do juro é dada pela percentagem de tanto por cento. Essa taxa é representada por "i".

A representação: $i = 5\%$

C = capital

i = taxa

t = tempo

j = juros

$$j = C \cdot i$$

$$j = 1000 \cdot \frac{5}{100}$$

$$j = 50,00$$

$$f = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$$

$$f = \frac{1000 \times 5 \times 4}{100}$$

$$f = R\$200,00$$

Fórmulas de juros

$$f = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$$

Fórmula da taxa

$$i = \frac{100 \cdot f}{C \cdot t}$$

Fórmula do Capital

$$C = \frac{100 \cdot f}{i \cdot t}$$

Fórmula do tempo

$$t = \frac{100 \cdot f}{C \cdot i}$$

Obs: As fórmulas são dadas em tempos de ano

Tempo em meses

1 mês $\rightarrow \frac{1}{12}$ do ano

$$f = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$$

$$\therefore \underline{5 \text{ meses}} = f = \frac{C \cdot i \cdot \frac{5}{12}}{100}$$

$$f = \frac{C \cdot i \cdot m}{100 \times 12}$$

$$f = \frac{C \cdot i \cdot m}{1200}$$

Tempo em dias

1 dia $\rightarrow \frac{1}{360}$ do ano

$$f = \frac{C \cdot i \cdot \frac{d}{360}}{100}$$

$$\therefore f = \frac{C \cdot i \cdot d}{100 \times 360}$$

$$f = \frac{C \cdot i \cdot d}{36000}$$

\rightarrow Cálculo do tempo em dias exatos

365 dias ao ano

Cálculo do tempo comercial

ano: 360 dias de 12 meses de 30 dias

Cálculo na forma dos Banqueiros

O ano será de 360 dias, mas contando os dias exatos.

Cálculo prático para se encontrar o tempo.

Exemplos:

- ① Achar o tempo decorrido de 17 de março de 1969 a 5 de fevereiro de 1971.

1971	— 2	— 5
1969	— 3	— 17
1	— 10	— 18

- ② Calcular o tempo de:

17 de junho de 1969 a 5 de janeiro de 1970

1970	— 1	— 5
1969	— 6	— 17
0	— 6	— 18

- ③ Qual é o juro de G\$ 2.500,00 a 7% ao ano, em 3 anos?

$$j = \frac{Cit}{100}$$

$$j = \frac{2500 \times 7 \times 3}{100} = 525,00$$

- ④ Qual é o capital que empregado durante 4 anos a 5% rendeu de juros G\$ 7.200,00?

$$C = \frac{100j}{it}$$

$$C = \frac{100 \times 7200}{4 \times 5} = G\$ 36000,00$$

⑤ O capital de R\$ 1200,00 esteve empregado a juros simples à taxa de 5% ao ano, de 17 de março a 21 de junho do mesmo ano.

- I - Calcular os juros exatos
- II - Calcular os juros ordinários (comerciais)
- III - Calcular os juros pela regra dos banqueiros

I - Todos os dias ÷ 365

17 de março a 21 de junho = 96 dias

$$j = \frac{1200 \times 5 \times 96}{36500 \times 100} = 15,48$$

II - 30 dias — 360

$$j = \frac{1200 \times 5 \times 94}{36000 \times 100} = 15,66$$

$$III - j = \frac{1200 \times 5 \times 96}{36000 \times 100} = 16,00$$

⑥ Por quanto tempo se deve empregar o capital de R\$ 24000,00 a 6% ao ano para que produza os juros de R\$ 6892,00

$$t = \frac{100 \times 6892}{24000 \times 6} = 4 \text{ anos, } 9 \text{ meses, } 13 \text{ dias}$$

$\frac{18}{08}$
 $\frac{73}{}$

Montante

É o valor do capital mais seus juros produzidos em certo período.

$$M = \frac{C(100 + it)}{100} \rightarrow \text{tempo dado em anos}$$

① Qual é o montante de 300,00 aplicado em 3 anos e 8 meses, à taxa de 6%

$$M = C \frac{(100 \times 12 + it)}{1200}$$

$$M = \frac{300(1200 + 264)}{1200}$$

3 anos = 36 me

$$\frac{8}{44 \text{ me}} \times 67 = 264$$

$$M = \frac{300 \times 1464}{4} = \boxed{R\$366,00}$$

Redução da fórmula:

$$j = \frac{cit}{100}$$

$$C = 100$$

$$M = C \frac{[100 + it]}{100}$$

Fórmula dos Juros

$$j = \frac{cit}{100}$$

$$j = \frac{Mit}{100 + it}$$

→ p/ se achar juros qdo se conhece o Montante.

② Uma pessoa contraiu um empréstimo de R\$4000,00 para pagar em 2 anos a juros simples à taxa de 5%aa. Qual o total a pagar no final do prazo?

$$M = C \frac{(100 + it)}{100}$$

$$M = \frac{4000(100 + 5 \cdot 2)}{100}$$

$$M = \frac{4000 \cdot 110}{100} = \boxed{M = 4.400,00}$$

③ Se o montante de uma NP é R\$6900 no prazo de 2 anos, à taxa de 6%. Qual é o valor dos juros?

$$j = \frac{Mit}{100 + it}$$

$$j = \frac{690 \times 6 \times 2}{100 + 6 \times 2} =$$

$$j = \frac{690 \times 12}{112} = \frac{8280}{112}$$

$$j = 73,928$$

$$C = \frac{M \cdot 100}{100 + it}$$

$$c = \frac{100 \cdot j}{it}$$

$$C = \frac{100 \cdot M}{100 + it}$$

4) Qual o capital que empregado a 4% ao ano em 40 dias produz um montante de 7.232,00?

$$C = \frac{M \cdot 100 \cdot 360}{100 \cdot 360 + it}$$

$$C = \frac{M \cdot 36000}{36000 + it}$$

$$C = \frac{7.232 \cdot 36000}{36000 + 4 \cdot 40} = \frac{260.352.000,00}{36160}$$

$$C = R\$ 7.200,00$$

Fórmulas

Capital

$$C = \frac{M \cdot 100}{100 + it}$$

$$C = \frac{M \cdot 1200}{1200 + it}$$

$$C = \frac{M \cdot 36000}{36000 + it}$$

Juros

$$j = \frac{Mit}{100 + it}$$

$$j = \frac{Mit}{1200 + it}$$

$$j = \frac{Mit}{36000 + it}$$

Montante

$$M = \frac{C(100 + it)}{100}$$

$$M = \frac{C(1200 + it)}{1200}$$

$$M = \frac{C(36000 + it)}{36000}$$

- ⑤ Uma pessoa emprestou a juros certa importância durante 3 anos a 4% a.a. Depois empregou a soma do capital e dos juros na compra de uma casa.

A renda desta casa é R\$ 459,20 por mês o que equivale a 5% do preço de compra. Que havia emprestado essa pessoa?

$$\begin{array}{r} 5\% \text{ --- } 459,20 \\ 100 \text{ --- } x \end{array}$$

$$x = \frac{459,20 \times 100}{5} = \underline{9184,00} \rightarrow \text{preço da casa} \rightarrow M$$

$$C = \frac{M \cdot 100}{100 + it}$$

$$C = \frac{9184,00 \times 100}{100 + 4 \times 3} = \frac{918400,00}{112} =$$

$$\text{quantia emprestada} \rightarrow \boxed{R\$ 8200,00}$$

Divisor Fixo

- ① Qual é o tempo decorrido entre 5 de janeiro de 1968 a 1º de outubro de 1970

ano	mês	dia
1970	10	³⁰ 1
1968	1	5
2	8	26

Divisor fixo - é a divisão do ano pela taxa. $\frac{360}{i}$

$$j = \frac{ct}{100}$$

$$j = \frac{ct}{\frac{36000}{i}}$$

divisor fixo ou valor constante

- ② calcular os juros produzidos pelos seguintes capitais à taxa de 6% ao ano

R\$ 5000,00 em 56 dias
 R\$ 8000,00 em 100 dias
 R\$ 3000,00 em 80 dias

Qual o total dos juros?

$$j = \frac{c't' + c''t'' + c'''t'''}{36000 / 600}$$

$$j = \frac{5000 \cdot 56 + 8000 \cdot 100 + 3000 \cdot 80}{6000}$$

$$j = \frac{280000 + 800000 + 240000}{6000}$$

$$j = \text{R\$ } 220,00$$

3) Qual o juro de R\$ 18000,00 a 6% a.a. em 25 dias?

divisor fixo: $\frac{36000}{i} = \underline{6000}$

$$j = \frac{ct}{6000}$$

$$j = \frac{18000 \times 25}{6000}$$

$$j = \text{R\$ } 75,00$$

22/08/13

Método dos Multiplicadores Fixos

Capital \times tempo \times mult. fixo = juros

K = multiplicador fixo

$$K = \frac{j}{36000}$$

Para calcularmos os juros de um capital de R\$ 5000,00 em 54 dias, a taxa de 4%, teríamos

$$5000 \times 54 \times 0,000111 = 29,97 = 30,00$$

$$4\% \quad \left| \begin{array}{l} 36000 \\ 0,000111 \end{array} \right.$$

$$j = CKt$$

Cálculo de vários capitais colocados a diversas taxas em tempo diferentes.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Capital} \times \text{taxa} \times \text{tempo} = \text{produto} \\ \text{"} \times \text{"} \times \text{"} = \text{produto} \\ \text{"} \times \text{"} \times \text{"} = \text{produto} \end{array} \right\} +$$

$$\underline{\Sigma}$$

$$36000$$

Exemplo

Achar o juro total dos seguintes capitais aplicados conforme segue:

1450,00 em 72 dias a 4%

1800,00 " 96 dias a 4,5%

2160,00 " 144 dias a 5%

4000,00 " 200 dias a 6%

$$1450 \times 4 \times 72 = 417600,00$$

$$1800 \times 4,5 \times 96 = 777600,00$$

$$2160 \times 5 \times 144 = 1555200,00$$

$$4000 \times 6 \times 200 = 480000,00$$

$$\begin{array}{r} 7550400 \\ \hline 36000 \\ \hline 209,73 \end{array}$$

R = 209,73

Tempo necessário para um capital duplicar, triplicar, enfim, tomar p vezes o capital inicial.

$\frac{36000}{i}$ = tempo necessário em dias para que os juros sejam iguais ao capital dado.

$$t = (p-1) \times \frac{36000}{i}$$

Exemplo: Qual o tempo necessário para um capital empregado à taxa de 13% duplique.

$$36000 \begin{array}{l} \text{duplo} \\ \hline 13\% \\ \hline 2769 \end{array} \quad \begin{array}{l} t = (p-1) \times 2769 \text{ dias} \\ t = (2-1) \times 2769 \text{ "} \\ t = 2769 \text{ dias} \end{array}$$

transformando em anos, temos:

$$\begin{array}{r} 2769 \\ 249 \\ \hline 11 \\ \hline 498 \\ 249 \\ \hline 2988 \\ 108 \\ \hline 30 \\ \hline 3240 \end{array} \quad \begin{array}{l} \hline 360 \\ \hline 7 \text{ a } 8 \text{ m } 9 \text{ d} \end{array}$$

Qual o tempo necessário para um capital aplicado a taxa de 15% a.a. quadruplicar.

$$t = (p-1) \times \frac{36000}{i}$$

$$t = 3 \times \frac{36000}{18\%} = \frac{36000 \times 3}{18} = 7200$$

$t = 7200$ dias ou seja 20 anos

prova:	50000	150000
	x 15	50000
	7500,00	200000

Qual o tempo necessário para um capital que aplicado a 8% a.a. triplique

$$t = (p-1) \times \frac{36000}{i}$$

$$t = 2 \times \frac{36000}{8\%} = 9000$$

$R = 25$ anos

PRAZO MÉDIO

Sejam diversos capitais aplicados à mesma taxa em tempos diferentes chamamos prazo médio aquele em que unido esses capitais em um só, aplicado a mesma taxa num mesmo tempo, produza juros iguais a soma dos juros individuais.

$$C' + C'' + C''' \rightarrow m' n'' n''' \text{ (tempo)}$$

$$\frac{C' n' + C'' n'' + C''' n'''}{C' + C'' + C'''} =$$

$C =$ capital

$n =$ tempo

Exemplo

Empregando-se o capital de R\$2500,00 em 40 dias, 4000,00 em 30 dias e 3000,00 em 50 dias a uma taxa de 8% a.a. Calcular o tempo em que a soma desses

capitais à mesma taxa produza os mesmos juros.

$$\frac{C^1 n^1 + C^2 n^2 + C^3 n^3}{C^1 + C^2 + C^3} =$$

$$\frac{(2500 \times 40) + (4000 \times 30) + (3000 \times 50)}{2500 + 4000 + 3000}$$

$$\frac{100000 + 120000 + 150000}{9500} = \frac{370000}{9500} = 39$$

Prazo médio = 39 dias.

Obs. Se os capitais forem iguais a fórmula será:

$$\frac{n^1 + n^2 + n^3}{3} = \text{prazo médio}$$

Desconto Simples

25/08/73

Valor nominal: valor inscrito no título (V)

Desconto: diferença entre o valor nominal e o valor atual (D)

Ex: 5000,00 para ser pago - 25/11/73
foi pago - 25/08/73
400,00 desconto
4600,00 → quantia a ser paga

Valor atual: valor nominal, menos o desconto (a)

Taxa: (i)

Tempo: (t)

V: valor nominal
D: desconto
a: valor atual
i: taxa
t: tempo

Ha' 2 tipos de desconto: por fora e

por dentro.

Desconto por fora - no cálculo do desconto por fora, a taxa é calculada sobre o valor nominal, e que por sua vez paga-se juro sobre valor maior do que o recebido. É chamado também de desconto comercial ou bancário.

Desconto por dentro - no desconto por dentro, a taxa é calculada sobre o valor atual, e os juros são exatamente sobre o valor recebido. É chamado também de racional ou matemático.

Ex:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad V &= 100.000,00 \\ i &= 6\% \\ t &= 1 \text{ ano} \end{aligned}$$

$$6\% \times 100.000,00 = \underline{6.000,00}$$

$$a = \underline{94.000,00} \rightarrow (\text{desc. por fora})$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad C &= 94.000,00 \\ t &= 1 \\ j &= 6.000,00 \\ i &= ? \end{aligned}$$

$$i = \frac{100 \times 6.000}{94.000} \quad i = \frac{600}{94} \quad i = \underline{6,38\%}$$

*juro real

A relação entre a taxa do desconto por fora e por dentro se dá pela fórmula:

$$\underline{\text{desconto por fora}} = \frac{100 \times \overset{\text{taxa}}{\text{desconto}} \text{ por dentro}}{100 + \overset{\text{taxa}}{\text{desc.}} \text{ por dentro}}$$

taxa por fora

$$\frac{100 \times \text{taxa por dentro}}{100 + \text{taxa por dentro}}$$

$$\text{taxa por dentro} = \frac{100 \times \text{taxa por fora}}{100 - \text{taxa por fora}}$$

- ① Qual é a taxa por dentro que corresponde à taxa por fora de 6%.

$$\text{taxa p/dentro} = \frac{100 \times 6}{100 - 6} = \frac{600}{94} = 6,38\%$$

- ② N. Promissória = 5000,00
 Venamento = 90 dias (3 meses)
 taxa = 3% ao mês

valor líquido (a) 4.550,00

$$150,00 \times 3 = 450,00 \text{ (desconto) (taxa p/fora)}$$

Determinando a taxa por dentro:

$$\frac{100 \times 3}{100 - 3} = 3,093\% \text{ é a taxa real de valor real emprestado}$$

Comparação

- ③ Desconto de uma NP de 1.000,00 à taxa de 10% a.a. com prazo de um ano na base do desconto bancário ou comercial.

$$D = \frac{N \cdot i \cdot t}{100}$$

N = valor nominal (V)

$$D = \frac{V \cdot i \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{1000 \times 10 \times 1}{100} = 100,00 \text{ de desconto}$$

$$a = 900,00 \rightarrow \text{valor atual (líquido) (p/fora)}$$

Paga-se ao banco valor atual mais o valor dos juros montante

$$C = \frac{N \times 100}{100 + i \cdot t}$$

$$C = \frac{1000 \times 100}{100 + 10 \cdot 1}$$

$$C = \frac{100000}{110}$$

$$C = 909,09 \text{ (p/dentro)}$$

Fórmulas (desconto por fora)

$$D = \frac{V \cdot i \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{D \cdot 100}{V \cdot t}$$

$$V = \frac{D \cdot 100}{i \cdot t}$$

$$t = \frac{D \cdot 100}{V \cdot i}$$

$$a = \frac{V (100 - i \cdot t)}{100}$$

valor atual

Exercícios

- ① Um título de valor nominal de R\$ 24360,00 foi descontado em um banco a taxa de 6% ao ano, faltando 90 dias para o seu vencimento. Qual foi o valor líquido recebido?

$$D = \frac{V \cdot i \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{24360 \times 6 \times 3}{100 \cdot 200}$$

$$D = \frac{73080}{200} \therefore \underline{D = 365,40}$$

$$a = \frac{V (100 - i \cdot t)}{100} \Rightarrow a = \frac{V (1200 - i \cdot t)}{1200}$$

$$a = \frac{24360 (1200 - (6 \times 3))}{1200}$$

$$a = \frac{24360 \times 1187}{1200} \therefore \underline{a = 23.994,60}$$

- ② Qual é o desconto de uma letra de 5000,00 com o prazo de

6 meses a 10% a.a.

$$D = \frac{V \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{5000 \times 10 \times 6}{1200} =$$

$$D = 250,00$$

- ③ Uma duplicata de R\$24000,00 sofreu um desconto bancário à taxa de 6% a.a. faltando 30 dias p/ seu vencimento. Sabendo-se que o banco cobra uma comissão de $\frac{1}{6}\%$ sobre o valor nominal, pede-se calcular a que taxa de juros, o portador do título obteve o capital emprestado.

$$D = \frac{V \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{24000 \times 6 \times 3}{1000} = 360,00$$

$$6\% \text{ de } 24000 = 360,00$$

$$\frac{1}{6}\% \text{ de } " = 40,00$$

400,00 → desc. total

$$i = \frac{D \cdot 100}{V \cdot t}$$

$$i = \frac{400 \times 100}{24000 \times \frac{3}{12}} = 6,67\%$$

$$\frac{20 \cdot 3}{20 \cdot 6,66} = 6,67\%$$

Trabalho (25/9/73)

Elaborar três fichas de contas correntes para efeito de cálculo de juros pelos métodos Direto, Indireto e Hamburquês.

Comentário de cada tipo de cálculo com 8 lançamentos cada ficha. Vantagens e desvantagens.

Ex: Hamburguês

$i = 6\% \text{ a.a}$

6 de fevereiro com um depósito de: 5000,00
30 de março efetuou depósito de: 10.000,00
20 de abril retirou um valor de: 3000,00
10 de maio efetuou um depósito de: 15.000,00
30 de junho retirou um valor de 20.000,00
Calcular os juros em 05 de agosto.

Banco tal

Data	nome do Corrent				taxa: 6% início 5/2		
	Operação	Hot.	Crédito	Débito	Saldo	Dia	números
05/02	Dep.	-	5000,00	-	5000,00	52	260.000
30/03	"	-	10.000,00	-	15000,00	21	315.000
20/04	Ret.	cheque	-	3000,00	12000,00	20	240.000
10/05	Dep.	-	15000,00	-	27000,00	51	1377.000
30/06	Ret.	cheque	-	20.000,00	7000,00	36	252.000
05/08	juros	-	407,33	-	7.407,33		2444.000

2444000 - 6%

407,33 → crédito de juros

Desconto por Dentro

No desconto por dentro, teríamos o valor nominal com duas parcelas
→ uma com o capital ou valor atual
→ outra parte com os juros.

$$D = \frac{NIT}{100+i} \rightarrow \text{fórmula do desconto}$$

Fórmulas

Dado o valor nominal

$$D = \frac{NIT}{100+i}$$

$$a = \frac{100 \times N}{100+i}$$

Dado o valor atual

$$D = \frac{ait}{100}$$

$$a = \frac{100 \cdot d}{it}$$

$$N = \frac{D \times (100 + d)}{d}$$

$$N = a \frac{(100 + d)}{100}$$

$$i = \frac{100 - D}{t(N - D)}$$

$$i = \frac{100 \cdot d}{t \cdot a}$$

$$t = \frac{100 \cdot d}{i(N - D)}$$

$$t = \frac{100 \cdot d}{a \cdot i}$$

$$D = N - A$$

Desconto por dentro é idêntico ao cálculo de juros.

Exemplo

- ① Qual é o desconto por dentro de R\$ 19.200,00 a 6% a.a. em 1 ano, 1 mês e 10 dias?

$$N = 19.200,00$$

$$i = 6\%$$

$$t = 400 \text{ dias}$$

$$D = \frac{N \cdot i \cdot t}{100 + d}$$

$$D = \frac{19.200 \times 6 \times 400}{36.000 + 6 \times 400}$$

$$D = \frac{19.200 \times 6 \times 400}{36.000 + 2.400}$$

$$D = \frac{19.200 \times 6 \times 400}{38.400}$$

$$D = 1.200,00$$

② Por quanto tempo se calculou o desconto por dentro de R\$3050,00 a 5% a.a., sabendo-se que o desconto é de 170,00?

$$N = 3050,00$$

$$D = 170,00$$

$$i = 5\%$$

$$t = ?$$

$$t = \frac{100 \cdot D}{i(N-D)}$$

$$t = \frac{100 \cdot 170}{5(3050-170)}$$

$$t = \frac{100 \cdot 170}{14400} = 1 \text{ a } 2 \text{ m } 5 \text{ d}$$

Desconto de diversos títulos de valores diferentes a mesma taxa, em prazo diferente.

Bordêrô de Desconto

Exemplo

No dia 10 de março de 1973, remetemos ao Banco do Brasil as seguintes duplicatas para desconto = R\$150,00, com vencimento para 30/07/73;

3.000,00	com	vencimento	em	10/04/73
2.000,00	"	"	"	15/04/73
5.000,00	"	"	"	30/04/73

Calcular o desconto, à taxa de 6% a.a., mais comissão de 0,5% sobre o valor do Bordêrô. Qual o valor líquido a receber?

(Vide resolução pq seguinte)

01/09/73

Remetemos ao Banco do Brasil as seguintes duplicatas para desconto (10/03/73)

R\$ 1500,00	com vencimento para	30.03.73
3000,00	" " "	10.04.73
2000,00	" " "	15.04.73
5000,00	" " "	30.04.73

Calcular o desconto à taxa de 6%aa e mais comissão de 0,5% sobre o valor do Boleto.
Qual o valor líquido a receber?

$$D = \frac{M \cdot t}{36000}$$

$$D = \frac{N \cdot t}{\Delta}$$

Δ → divisor fixo

c x tempo

$$1500 \times 20 d = 30000,00$$

$$3000 \times 31 d = 93000,00$$

$$2000 \times 36 d = 72000,00$$

$$5000 \times 51 d = \underline{255000,00}$$

$$11.500$$

$$450.000,00$$

↳ boleto

$$\Delta = \frac{36000,00}{6\%} \quad \Delta = 6000,00$$



$$450000,00 \div 6000 = \boxed{75,00} \rightarrow \text{desconto de } 6\%$$

total das dupl. remetidas:

$$\begin{array}{r} 11500,00 \\ \times 5\% \\ \hline 57,50 \end{array} \rightarrow \text{TOTAL DO BORDERO}^1$$

$$\begin{array}{r} \text{Desconto} = 75,00 \\ \text{Comissão} = 57,50 \\ \hline 132,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} N = 11.500,00 \\ - 132,50 \\ \hline 11.367,50 \end{array}$$

Líquido. 11.367,50

Dedução de Fórmulas

Desconto por fora

$N = 100$
$D = it$
$A = 100 - it$

$$D = \frac{N \cdot IT}{100}$$

(quando é dado o valor nominal)

$$D = \frac{A \cdot IT}{100 - it}$$

(quando é dado o valor atual)

Valor (atual) nominal (dado)

$$D = \frac{N \cdot IT}{100}$$

$$N = \frac{D \cdot 100}{IT}$$

(dado o desconto)

$$N = A + D$$

Valor nominal = valor atual mais desconto

$$N = \frac{A \cdot 100}{100 - IT} \quad (\text{dado o valor atual})$$

Valor Atual

$$A = N - D$$

$$A = \frac{N - NIT}{100} \Rightarrow A = \frac{100N - NIT}{100} \Rightarrow$$

$$A = \frac{N(100 - IT)}{100} \quad \text{dado o valor nominal}$$

$$A = \frac{D(100 - IT)}{IT} \quad \text{dado o desconto}$$

Taxa

$$D = \frac{NIT}{100}$$

$$I = \frac{D \cdot 100}{NT}$$

Tempo

$$T = \frac{D \cdot 100}{NI}$$

Desconto por dentro

No desconto por dentro consideramos o valor nominal formado por duas parcelas:

a) capital (a)

b) juros (d) $N = a + D$

Desconto por dentro

$$A = \frac{100}{N} + \frac{D}{100 + IT}$$

$$D = \frac{AIT}{100} \quad (\text{dado o valor atual})$$

$$D = \frac{NIT}{100 + IT} \quad (\text{dado o valor nominal})$$

Valor Atual

$$A = \frac{D \cdot 100}{IT} \quad (\text{dado o desconto})$$

$$A = \frac{N \cdot 100}{100 + iT} \quad (\text{dado o valor nominal})$$

Desconto

$$N = 100 \rightarrow A = 100 - it$$

$$A = 100 \rightarrow N = 100 + it$$

Valor Nominal (desconto p/dentro)

$$N = A + D$$

$$N = A + \frac{AiT}{100} \Rightarrow N = \frac{100A + AiT}{100}$$

$$N = \frac{A(100 + iT)}{100} \quad (\text{dado o valor atual})$$

$$N = \frac{D(100 + iT)}{iT} \quad (\text{dado o desconto})$$

Cálculo da Taxa

$$i = \frac{D \cdot 100}{at} \quad (\text{dado o desconto e o valor atual})$$

$$i = \frac{D \cdot 100}{t(N-D)} \quad (\text{dado o valor nominal e o desconto})$$

Cálculo do Tempo

$$D = \frac{AI(T)}{100}$$

$$T = \frac{D \cdot 100}{AI} \quad (\text{dado o valor atual e o desconto})$$

$$T = \frac{D \cdot 100}{i(N-D)} \quad (\text{dado o valor } N \text{ e } D)$$

Desconto por fora $\rightarrow 100 \rightarrow N$
" " dentro $\rightarrow 100 \rightarrow A$

Exercícios

05
09
73
① Qual foi o desconto bancário sofrido por um capital que, pago em 5 anos antes do vencimento a 4% ao ano, deu o líquido de R\$ 7.400,00?

D = ?

$$\begin{aligned} t &= 5 \text{ anos} & D &= \frac{N \cdot i \cdot t}{100} & N &= 100 \\ i &= 4\% & & & D &= \text{it} \\ A &= 7.400 & D &= \frac{A \cdot i \cdot t}{100 - i \cdot t} & a &= a \end{aligned}$$

$$D = \frac{7400 \times 4 \times 5}{100 - 4 \times 5} = \frac{7400 \times 20}{100 - 20} = \boxed{1850,00}$$

② Para receber uma conta de R\$ 7.500,00 para saldá-la o devedor emitirá uma promissória cujo valor inclui as despesas de desconto bancário de 2,5% ao mês, com prazo de pagamento

de 2 meses. Qual será o valor nominal do título?

$$\begin{aligned} A &= 7500 & N &= \frac{D \times 100}{IT} \rightarrow \\ i &= 2,5\% & & \\ t &= 2 \text{ meses} & N &= \frac{A \times 100}{100 - i \cdot t} \\ N &= ? & & \end{aligned}$$

$$N = \frac{7500 \times 100}{100 - 5} = \frac{750000}{95}$$

$$N = \frac{7500}{95} = \boxed{7894,73}$$

③ Calcular o desconto por fora de R\$ 5.000,00 descontado em 30 anos a taxa de 10% ao ano.

$$D = \frac{N \cdot i \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{5000 \times 10 \times 30}{100} = \boxed{5000,00}$$

⑤ Um comerciante deve R\$3.500,00 a prazo de 7 meses e R\$2.500,00 a prazo de 12 meses. Querendo converter os dois débitos num só, qual será o prazo médio?

3.500,00 — 7 meses
2.500,00 — 12 meses

$$3500 \times 7 = 24500$$

$$2500 \times 12 = \underline{30000}$$

$$54500$$

$$\frac{c't' + c'' \cdot t''}{c' + c''} = \frac{54.500}{6000} = 9 \text{ m. } 2 \text{ dias.}$$

Exercícios

12/03/73 ① Uma pessoa assumir o compromisso dos seguintes dos seguintes ter pagamentos:

6.000,00 no fim de 30 dias
4.000,00 no fim de 60 dias
8.000,00 no fim de 92 dias
10.000,00 no fim de 72 dias

no fim de quantos dias poderá saldar essa dívida com um único pagamento de R\$28.000,00?

$$6000 \times 30 = 180000$$

$$4000 \times 60 = 240000$$

$$8000 \times 92 = 736000$$

$$10000 \times 72 = \underline{720000}$$

$$1.176.000$$

$$\frac{180000 + 240000 + 736000 + 720000}{6000 + 4000 + 8000 + 10000} =$$

$$\frac{1.176.000}{28000} = \frac{1176}{28} = \boxed{48 \text{ dias.}}$$

② Foi descontada uma N.P. num banco pelo prazo de 65 dias

a 8%, cujo valor nominal é de R\$ 7.300,00. Qual foi o desconto?

$$D = \frac{N \cdot i \cdot t}{100}$$

$$D = \frac{7300 \times 65 \times 8}{36000} = \frac{520 \times 73}{360}$$

$$D = 105,44 \rightarrow \text{desconto}$$

3) Uma pessoa tem R\$ 10.000,00 empregados em títulos que lhe dão a renda anual de 3%; R\$ 27.000,00 com renda de 5%; R\$ 40.000,00 que lhe dão renda de 6%. Qual é a renda média desse capital?

$$10000,00 \times 3 = 300.000,00$$

$$27000,00 \times 5 = 135.000,00$$

$$40000 \times 6 = 240.000,00$$

$$77000 \times \quad = 675.000,00$$

$$= 5,35\%$$

4) Qual é o capital que pago 9 meses antes do vencimento, produziu, a 4% (desc. por fora) o desconto de R\$ 933,00?

$$N = ?$$

$$t = 9m$$

$$i = 4\%$$

$$D = 933,00$$

$$N = \frac{D \cdot 100}{i \cdot t}$$

$$IT$$

$$N = \frac{933 \times 100}{36} = 31.100,00$$

$$N = 31.100,00$$

5) Dos dados do problema anterior achar a taxa real de desconto

$$N = 31.100,00$$

$$- 933,00$$

$$30.167,00$$

$$C = 30.167,00$$

$$t = 9m$$

$$D = 933,00$$

$$i = ?$$

$$j = \frac{ct}{100} = i = \frac{j \cdot 100}{ct}$$

$$i = \frac{933 \times 12000}{30167 \times 9} = 4,12\%$$

Para calcular a taxa real usa-se o valor atual (N-9).

Regra de Sociedade

$\frac{15}{09}$
 $\frac{23}{}$

A divisão dos resultados são proporcionais ao tempo e ao capital.

- I - Capitais iguais - tempo igual
- II - Capitais iguais - tempos diferentes
- III - capitais diferentes - tempos iguais
- IV - capitais diferentes - tempos diferentes

1º Caso $c = t =$

A distribuição do lucro será feita, dividindo-se o resultado (lucro ou prejuízo) pelo número de sócios.

Ex. Em 1/10/73, A, B, C, constituíram uma sociedade; em 31/12/73 apurou-se um resultado positivo de R\$ 16.240,00. Quanto cabe a cada sócio.

Solução: $16.240,00 \div 3 =$

R\$ 5.413,33 → a cada sócio.

2º Caso:

$$C =, T \neq$$

A distribuição do resultado será proporcional ao tempo

Exemplo:

Uma sociedade deu um lucro de R\$ 45.320,00. Quanto cabe a cada sócio sendo que o primeiro tem 18 meses de sociedade, o 2º 16 meses, e o 3º 12 meses?

1º sócio - 18 meses

2º sócio - 16 -

3º sócio - 12

46 meses

46 m _____ 45.320

18 m _____ x

$$x = \frac{45.320 \times 18^9}{46} = x = 17.733,91 \quad \text{1º sócio}$$

46 m _____ 45320

16 m _____ y

$$y = \frac{45320 \times 16^8}{46} = y = 15763,48 \quad \text{2º sócio}$$

46 m _____ 45320

12 m _____ z

$$z = \frac{45320 \times 12^6}{46} = z = 11822,61 \quad \text{3º sócio}$$

17.733,91

15.763,48

11.822,61

45.320,00 → total do lucro

Outro modo de resolver:

Coefficiente de Proporcionalidade

Dividindo-se o lucro pelo número

de meses, teremos o lucro correspondente a 3 meses.

$$\begin{array}{r} 45320,00 \quad | \quad 46 \\ 392 \\ 240 \\ 100 \\ 080 \\ 340 \\ 180 \\ \hline 985,2173 \rightarrow \text{lucro de 3 meses} \end{array}$$

$$985,2173 \times 18 = 17.733,91$$

$$985,2173 \times 16 = 15.763,48$$

$$985,2173 \times 12 = 11.822,61$$

3º caso

$$c \neq, t =$$

A distribuição dos resultados será proporcional aos capitais empregados.

Exemplo: Numa sociedade em que A, participa com R\$200.000,00, B, com R\$150.000,00 e C, com

R\$100.000,00. Apurou-se um lucro de R\$120.000,00; distribuir proporcionalmente aos sócios.

$$A = 200.000,00$$

$$B = 150.000,00$$

$$C = 100.000,00$$

$$450.000,00$$

$$450.000 \rightarrow 120.000,00$$

$$200.000 \rightarrow x$$

$$x = \frac{200.000 \times 120.000}{450.000} = 53.333,33 \quad A$$

$$450.000 \rightarrow 120.000$$

$$150.000 \rightarrow x$$

$$x = \frac{150.000 \times 120.000}{450.000} = 40.000,00 \quad B$$

$$450.000 \rightarrow 120.000$$

$$100.000 \rightarrow x$$

$$x = \frac{400000 \times 120000}{450000} = 26.666,67$$

$$A = 53.333,33$$

$$B = 40.000,00$$

$$C = 26.666,67$$

$$120.000,00$$

4º caso

$$c \neq t \neq$$

A distribuição será feita, tendo como produto a multiplicação do capital pelo tempo.

Exemplo Três pessoas A, B e C, combinaram em 1/01/63 organizar uma sociedade. Neste dia A entrou com R\$ 150.000,00 de capital; 3 meses depois B figurou na sociedade com R\$ 260.000,00 e no dia 1º/10/63, C entrou na sociedade com R\$ 440.000,00

O balanço realizado em 31/12/63 apresentou um lucro de 218.400,00. Qual a parte de cada sócio?

$$A = 150.000 \times 12 m = 1.800.000$$

$$B = 260.000 \times 9 m = 2.340.000$$

$$C = 440.000 \times 3 m = 1.320.000$$

$$5.460.000$$

Para um produto de 5.460.000 corresponde um lucro de 218.400

$$A \left\{ \begin{array}{l} 5.460.000 \quad 218.400 \\ 1.800.000 \quad x \end{array} \right.$$

$$x = \frac{1800000 \times 218400}{5460000} = 72000,00$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} 5.460.000 \quad 218.400 \\ 2.340.000 \quad x \end{array} \right.$$

$$x = \frac{2340000 \times 218400}{5460000} = 93600,00$$

$$C \begin{cases} 5460.000 & 218400 \\ 1320.000 & x \end{cases}$$

$$x = \frac{1320000 \times 218400}{5460000} =$$

52.800,00

- A = 72000,00
- B = 93600,00
- C = 52800,00
- 218.400,00

Outra solução

Reduzindo à unidade, teremos

$$\begin{array}{r} 5460000,00 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 218400,00 \\ x \end{array}$$

x = 0,04

Para achar o lucro de cada sócio →

$$\begin{aligned} 1800000 \times 0,04 &= 72000,00 \\ 2340000 \times 0,04 &= 93600,00 \\ 1320000 \times 0,04 &= \underline{52800,00} \\ &218400,00 \end{aligned}$$

Exercícios - Regra de Sociedade:

Início 1º de janeiro

29/09/13

① Três pessoas constituíram uma sociedade. A primeira se obrigou por R\$12000,00, integralizando no ato R\$8000,00 e R\$4000,00 em 1º de maio do mesmo ano. A segunda se obrigou por R\$6000,00 integralizando no ato, porém em 1º de julho retirou R\$2000,00. A terceira se obrigou por R\$12000,00 que se realizou no ato, mas retirou-se da sociedade em 1/10 do mesmo ano. No dia 1/4 do mesmo ano entrou para a sociedade, uma quarta pessoa, com o capital de R\$10000,00. No balanço de 31/12, deu um lucro de R\$2.316,00. Quanto cabe a cada

sócio?

Resolução:

I - $8000 \times 12 = 96.000$		
$4000 \times 8 = 32.000$		
	128.000	128.000
II - $6000 \times 6 = 36.000$		60.000
$4000 \times 6 = 24.000$		108.000 +
	60.000	90.000
III - $12.000 \times 9 = 108.000$		386.000 →
		<u>Ext.</u>
V - $10.000 \times 9 = 90.000$		

Lucro: $231600 = 386000 = 0,006$

$128.000 \times 0,006 = 768,00$

$60.000 \times 0,006 = 360,00$

$108.000 \times 0,006 = 648,00$

$90.000 \times 0,006 = 540,00$

386.000
2316,00

② Constituiu-se uma sociedade anônima com o capital de G\$300.000,00 dividido em 300.000 ações de G\$1,00 cada uma. No 1º ano de atividade verificou-se o lucro de G\$24.000,00 que de acordo com os estatutos devem ser assim distribuído:

6% à Diretoria

4% aos incorporadores

2% aos empregados

8% como reserva.

9 restante aos acionistas como dividendo.

Pede-se: a) repartir o lucro conforme o indicado nos estatutos

b) qual o dividendo da ação e

c) quanto por cento rendeu o capital, sabendo-se que no ato da subscrição foi realizado $\frac{2}{5}$ do capital e os $\frac{3}{5}$ restantes foram realizados $\frac{1}{5}$ de 2 em 2 meses.

Início: 1/1

Resolução:

a)

6%	1440,00	
4%	960,00	
2%	480,00	dividendo
8%	<u>1.920,00</u>	
	4.800,00	
		<u>19.200</u>

dividendo 19.200,00 $30.000 - 19.200 = 0,064$
24.000,00 → lucro a ser dividido

b)

300.000	—	19.200
1	—	x

$x = 19.200 \div 300.000$

$x = 0,064$

c)

120.000 x 12 =	1440.000
60.000 x 10 =	600.000
60.000 x 8 =	480.000
60.000 x 6 =	<u>360.000</u>
	2880.000

$$i = \frac{7,100}{ct}$$

$$i = \frac{19.200 \times 1200}{2880000}$$

144
72
<u>34</u>

$i = 8\% \text{ a.a.}$

36/9/33 Qual o valor atual racional de um título de Cr\$ 57.400,00 descontado a 10% a.a. em 3 meses antes do vencimento.

$$D = \frac{AIT}{100} \quad N \frac{1200}{1200 + IT}$$

$$A = \frac{D \cdot 100}{IT}$$

$$A = \frac{N \cdot 100}{100 + IT} = \frac{57400 \times 1200}{1230} = 56.000,00$$

30 A que taxa foi descontada uma duplicata num banco, cujo valor nominal era de 8500,00, pagável em um ano, e reduziu a 7990,00 (P.F.)

P/for

$$I = \frac{D \cdot 100}{NT}$$

$$I = \frac{510 \times 100}{8500 \times 1} = 6\%$$

Q Por uma propriedade foram feitas duas propostas

a) 100.000,00 a vista e 50.000,00 no fim de 2 meses

b) 120.000,00 a vista e 30.000,00 no fim de 6 meses.

Qual a proposta mais vantajosa para o vendedor sabendo-se que a taxa de juros corrente é de 6% a.a. (D.D)

$$A = \frac{D \cdot 100}{IT}$$

$$A = \frac{50000 \times 100}{100 + IT}$$

$$A = \frac{50000 \times 1200}{1200 + 6 \times 2} = \frac{50000 \times 1200}{1212}$$

$$49.504,95$$

$$\begin{array}{r} 100.000 \\ + 49.504,95 \\ \hline 149.504,95 \end{array}$$

$$A = \frac{30000 \times 1200}{1200 + 36} = \frac{30000 \times 1200^{100}}{1236^{103}} =$$

$$\frac{30000000}{103} = 29.126,2$$

$$120000 + 29.126 = \boxed{149.126,00}$$

$$J = \frac{50000 \times 6 \times 2}{1200 + 12}$$

$$J = \boxed{495,00}$$

R → A primeira seria mais vantajosa.

Q Empréstimo certa quantia a 4% a.a., e no fim de 40 dias recebi o montante de 7232,00. Qto recebi de juros?

$$J = ?$$

$$r = 4\%$$

$$n = 7232$$

$$t = 40 \text{ dias}$$

$$J = \frac{C \cdot I \cdot T}{100}$$

$$J = \frac{7232 \times 4\% \times 40}{36000 + 4 \times 40}$$

$$J = \frac{M \cdot I \cdot T}{100 + r \cdot t}$$

$$J = \frac{7232 \times 4 \times 40}{36160}$$

$$J = \boxed{C\$ 32,00}$$

Revisão

24
9
73

$D = \frac{N \cdot IT}{100}$ (dado o valor nominal)
→ fórmula fundamental

$D = \frac{A \cdot IT}{100 - IT}$ (dado o valor atual)

$N = \frac{D \cdot 100}{IT}$ (dado desc.) D.F. = $N \rightarrow 100$
 $D \rightarrow it$

$N = \frac{A \cdot 100}{100 - IT}$ (dado atual) $A \rightarrow 100 - it$

Valor Atual

$A = N - D$

$A = N - \frac{N \cdot IT}{100}$

$A = \frac{100N - N \cdot IT}{100}$

$A = \frac{N(100 - IT)}{100}$ (dado o valor nominal)

Dado o desconto em vez do Valor Nominal.

$A = \frac{D(100 - IT)}{IT}$ (dado o desconto)

Partindo da fórmula geral de desconto:

$i = \frac{D \cdot 100}{NT}$

$D = \frac{N \cdot IT}{100}$

$t = \frac{D \cdot 100}{NI}$

← Juros

Tres sócios formaram uma empresa com o capital de R\$20.000,00. Calcular a participação de cada um, sabendo que o 1º, ganhou R\$400,00; o 2º, R\$3.600,00 e o 3º, R\$3.000,00.

20.000,00 — 8.000,00
x — 2.400,00

$\frac{20.000 \times 2.400}{8.000} = x = 60000$

$$\begin{array}{r} 20.000,00 \\ x \\ \hline 8.000,00 \\ \hline 3600,00 \end{array}$$

$$x = \frac{20.000 \times 3600}{8000}$$

$$\begin{array}{r} 20.000,00 \\ x \\ \hline 8.000,00 \\ \hline 2000,00 \end{array}$$

$$x = \frac{20.000 \times 2000}{8000}$$

Juros Compostos

13/
10/
73

C = capital inicial

i = taxa (nos problemas de juros compostos, usa-se a taxa unitária $\frac{5}{100} = 0,05$)

t = tempo decorrido desde início até o final do investimento

C_n = montante (cap. + juros)

Nos juros compostos o Montante é o capital inicial mais os juros do capital inicial mais juros de juros

Fórmula do Montante

Se o capital C colocado a juros compostos a taxa unitária i durante n períodos de tempo, capitalizando anualmente, temos que os juros produzidos no primeiro período serão:

$$C + C \cdot i (\text{juros}) = C(1+i) = C_n = C_t$$

fator de capitalização

no 2º período:

$$C_1 + C_{1+i} = C(1+i)^2 \text{ ou } C(1+i)(1+i)$$



$$M = C(1+i)^n$$

$$M = Cx^n$$

Taxa unitária $\frac{5}{100} = 0,05$

Adicionando-se a taxa unitária a unidade de capital, e multiplicando essa soma por si mesma tantas vezes quantos forem os períodos dados, teríamos a quanto se eleva uma unidade neste tempo.

Por exemplo

A quanto se eleva o capital 1 durante 3 anos, à taxa de 6%

$$(1+0,06) \times (1+0,06) \times (1+0,06) = 1,06 \times 1,06 \times 1,06$$

$$1,1236 \times 1,06 = 1,191016$$

$$M = Cx^n$$

$x =$ fator de capitalização $\left(1 + \frac{i}{100}\right)$
taxa unitária $= (1+0,06)$

$$x^3 = (1,06)^3$$

$C(1+i)$ (taxa unitária)

$$Cx^n$$

$$1 \times 1,191016 = 1,191016$$

As táboas financeiras fornecem a quanto se eleva 1 (uma) unidade de capital a vários períodos e diversas taxas. Procuramos na coluna da taxa aquela que é solicitada e no cruzamento da linha do tempo encontramos o fator capitalização ou seja que

$$x = (1+i)^n$$

Multiplicando-se o valor pelo

capital dado termos o montante
no problema anterior.

Quanto se eleva o capital
de R\$ 50.000,00 colocado a juros
compostos, capitalizado anualmente,
a taxa de 6% durante 3 anos.

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{---} \quad 1,191016 \\ 50.000 \quad \text{---} \quad x \end{array}$$

$$x = \frac{50.000 \times 1,191016}{1} = 59.550,80$$

Problemas

1) Colocando-se R\$ 18.000,00 a juros
compostos capitalizando anualmente,
à taxa de 6% ao ano, no
final de 3 anos qual será o
montante?

$$6\% \text{ em } 3 \text{ anos} = 1,593849 \rightarrow \text{veja}$$

$(1,06)^3$ \rightarrow na tabela

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{---} \quad 1,593849 \\ 18.000 \quad \text{---} \quad x \end{array}$$

$$x = 18.000 \times 1,593849$$

$$x = 28689,282000$$

2) Qual os juros que se obtém ao
aplicar o capital de R\$ 12.000,00 a
juros compostos durante 4 anos e 4 meses
a 5% ao ano.

$$4 \text{ anos a } 5\% = 1,21550625 \rightarrow \text{na tabela}$$

$$x = 12.000 \times 1,21550625 = 14.586,07$$

Em separado calculamos os juros
simples referente a 4 meses.

$$J = \frac{14.586,07 \times 5 \times 4}{12.000 \times 60} = \frac{14.586,07}{60} = 243,10$$

$$\begin{array}{r}
 14.586,07 \\
 - 12.000,00 \\
 \hline
 2.586,07 \rightarrow 4 \text{ anos} \\
 + \quad 243,10 \rightarrow 4 \text{ meses} \\
 \hline
 2.829,17
 \end{array}$$

$$\text{juros} = 2.829,17$$

Cálculo do Capital

Qual o capital que colocado a (taxa) juros compostos capitalizados anualmente, a taxa de 5% a.a. produz no fim de 7 anos o montante de R\$28.142,00

Procurando na tabela financeira quanto nos rende uma unidade a taxa de 5% durante 7 anos

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \text{---} \quad 1,407100 \\
 x \quad \text{---} \quad 28.142,00
 \end{array}$$

$$x = \frac{1 \times 28.142,00}{1,407100} = 20.000,00$$

Cálculo do Tempo

No fim de quanto tempo o capital de R\$6.750,00 se transforma em R\$10.000,00 a taxa de 3% a.a?

Obs: $C_n = C_u \cdot (1+i)^n$ C_n = montante

$$\frac{C_n}{C_u} = (1+i)^n$$

$$\frac{10.000}{6.750} = 1,481481$$

$$13 \text{ anos} = 1,468532$$

$$14 \text{ anos} = 1,512588$$

A diferença de 13 anos pl. 14 anos = 360d.

$$1,512588$$

$$- 1,468532$$

$$0,044056$$

Diferença do menor ano encontrado

para o valor procurado é:

$$\begin{array}{r} 1,481481 \\ - 1,468532 \\ \hline 0,012949 \end{array} \quad \therefore 360 \text{ dias}$$

$$\begin{array}{r} 360 \text{ d} \quad \text{---} \quad 0,044056 \\ x \quad \quad \quad \text{---} \quad 0,012949 \end{array}$$

$$x = \frac{360 \times 0,012949}{0,044056} = \boxed{105 \text{ dias}}$$

Acrescentamos aos 13 anos a diferença do tempo procurado.

$$\begin{array}{l} 13 \text{ anos} + 105 \text{ dias} \\ = \underline{13 \text{ anos } 3 \text{ meses e } 15 \text{ dias}} \end{array}$$

Empregou-se (alguém) a juros compostos de 4% a a capitalizados anualmente a importância de R\$ 15.000,00 e rendeu o montante de R\$ 35.000,00. Qual o tempo que esteve empregado esse capital?

$$C \times r^n = C_n \quad \frac{35000}{15000} = \underline{2,333333}$$
$$r^n = \frac{C_n}{C}$$

$$21 \text{ anos} = 2,278764$$

$$22 \text{ anos} = 2,369914$$

A diferença de 21-22 anos = 360 dias

$$2,278764$$

$$\underline{2,369914}$$

$$0,091150 \rightarrow 360 \text{ dias}$$

$$21 \text{ anos} \quad \text{---} \quad 2,278764$$

$$x \quad \quad \quad \text{---} \quad 2,333333$$

$$\text{ou} \quad 2,333333$$

$$\underline{2,278764}$$

$$0,054569$$

$$360 \text{ dias} \quad \text{---} \quad 0,091150$$

$$x \quad \quad \quad \text{---} \quad 0,054569$$

$$x = \frac{360 \times 0,054569}{0,091150} = 215 \text{ dias}$$

$$21 \text{ anos} + 215 \text{ dias} = \boxed{21 \text{ anos } 7 \text{ meses } 5 \text{ dias}}$$

Cálculo da Taxa

Colocando-se R\$50.000,00 num banco a juros compostos, no fim de 22 anos apresentou um montante de R\$146.263,00, qual a taxa? Capitalizados anualmente

$$C_n = C_0 r^n$$

$$r^n = \frac{C_n}{C_0}$$

$$r^n = \frac{146.263,00}{50.000,00}$$

$$r^n = 2,9252$$

$$r = 5\% \quad (\text{na tabela})$$

A que taxa se deve empregar o capital de R\$50.000,00 para que em 8 anos obtenha-se o montante de R\$90.000,00? a juros compostos, capitalizados anualmente

Temos: montante
capital inicial
nº de períodos
 $i = ?$
 $r^n = ?$

$$r^n = \frac{90.000}{50.000} = 1,8 \quad (\text{tabela}) \rightarrow 1,783479$$

7,5%	—	1,783479
7,75%	—	1,816931 ↑
0,25%	—	0,033452

Para uma diferença de 0,25% temos uma dif. de 0,033452

1,800000	0,25%	—	0,033452
- 1,783479	0,25%	—	0,016521
0,016521			

$$x = \frac{0,25 \times 16521}{33452}$$

$$x = 0,123$$

$$i = 7,50 \text{ menor taxa}$$
$$\frac{0,123}{7,623\%}$$

$$i = 7,623\%$$

Calcular o montante de R\$1000,00 à taxa de 5% a.a. capitalizados anualmente, durante 56 anos.

Obs: Caso a taxa não nos forneça esse valor correspondente, calculamos da seguinte forma:

$$(1+i)^{56} = (1+i)^{30} \times (1+i)^{26}$$

$$= 4,321943 \times 3,555672 = 15,367411$$

$$1000,00 \times 15,36741 = 15.367,41$$

O capital de R\$1000,00 colocado a juros compostos durante 10 anos à taxa de 5% a.a. capitalizados semestralmente, representará que montante no fim deste período?

$$10 \text{ anos} = 20 \text{ períodos}$$

$$5\% \text{ ao ano} \div 2 \text{ semestres} = 2,5\%$$

$$(\text{tabela}) \quad 1,638619$$

Cx o produto encontrado na tabela

$$C_n = 1000,00 \times 1,638619$$

$$C_n = 1.638,61$$

tabela

Taxa	Período
...	20
2,5	*
...	

Pl Sistema de Logaritmos

$$C_n = C_0 r^n$$

$$\log C_n = \log c + n \cdot \log r$$

r : fator de capitalização $r = (1+i)$

Ex: taxa 6% a.a.

$$r(1+i)$$

$$r(1+0,06) = \boxed{1,06}$$

Exemplo

① capital inicial de 10.000,00 foi colocado a juros compostos à taxa de 5% a.a. durante 10 anos. Calcular o montante, sabendo-se que os juros são capitalizados anualmente.

$$\log C_n = \text{logaritmo montante}$$

$$\log C_n = \log 10.000 + 10 + \log 1,05$$

$$\log C_n = 4 + 10 \times 0,02118930$$

$$\log C_n = 4,2118930$$

procura-se na tabela o nº correspondente a 4,2118930.

94
10
43

9 capital inicial de R\$ 10.000,00 colocado a juros compostos à taxa de 5% a.a durante 10 anos calcular o montante sabendo-se que os juros se capitalizam anualmente.

$C_n = C_n^n$ $r = 1 + i$
 $i =$ taxa unitária

$\log C_n = \log C + n \log r$
 $\log C_n = \log 10.000 + 10 \times \log 1,05$
 $\log C_n = 4 + 10 \times 0,02118930$
 $\log C_n = 4 + 0,2118930$
 $\log C_n = 4,2118930$

16 29	2116 544	2118 930
16 29	2119 211	2116 544
1	2667	2386

1 — 2667
x — 2386

$x = \frac{2386}{2667} = 0,894$

$\log C_n = 1628 + 0,894$
 $\log C_n = 16288,94$

Solução do problema pela tabela financeira:

1 = 1628894
 $1,628894 \times 10000 = 16288,94$

Cálculo do Capital

fórmula do montante $\log C_n = \log C + n \log r$

$C_n = C_n^n$

$\log C = \log C_n - n \log r$

X Colocando-se certa quantia a juros compostos à taxa de 6% a.a capitalizado anualmente produz um montante de R\$ 25648,00 no fim de 10 anos.

Qual o capital empregado?

$$\log C = \log 25648,00 - 20 \times \log 1,06$$

$$\log C = \log 4,1$$

2564		4089180
2565		4090874
1		1964

diff $\rightarrow 0,8$

$$x = 1,355,2$$

4089180
1355,2
4090535

$$\log C = \log 4,4090535 - 20 \times 0,02530587$$

$$\log 4,4090535 - 0,50611740$$

$$\log C = 3,9029364$$

4,4090535
0,5061174
3,9029364

Aprox: 8000,00

Cálculo da Taxa

37
10
73

1) O capital de R\$50.000,00 colocado a juros compostos durante 10 anos capitalizados anualmente, deu-se no fim desse prazo a R\$83.404,00. Calcular a taxa.

$$\log C_n = \log C + n \log r \quad (n=1+i)$$

montante capital tempo (1+i)

$$\log r = \frac{\log C_n - \log C}{n}$$

$$\log r = \frac{\log 83404,00 - \log 50000}{10}$$

$$\log r = 4,92119$$

8340 = 92117
8341 = 92122

dif. 1 - 5

1 aumenta 5
0,48 aumenta x

92117
240
92119,40

$$x = \frac{0,48 \times 5}{1} = 2,40$$

→ case (5.1)

$$\log x = \frac{4,921194 - 4,69897}{10}$$

$$\log x = \frac{0,22222}{10}$$

$$\log x = 0,22222$$

Acha-se o nº. correspondente na tábuá.

n =

$$1052 = 0,22022$$

$$1053 = 0,2243$$

$$\frac{1}{41} = \frac{1}{41}$$

$$0,2222$$

$$- 0,2202$$

$$\hline 20$$

↓ aumenta 41

x aumenta 20

$$x = \frac{20}{41}$$

$$x = 0,5$$

$$1052 + 0,5$$

$$i(u) = 0,05$$

$$n = 1052,5 \quad (\text{caract muda a vírgula})$$

$$n = 1,0525$$

$$n = 1 + i$$

$$i = n - 1$$

$$i = 0,0525 \times 100$$

$$i = 5,25\%$$

$$i = 5,25\%$$

Cálculo do tempo

Em quantos anos ^(tempo) o capital de R\$ 10.000,00, a juros compostos, capitalizados anualmente a taxa de 8% ao ano, se transforma em R\$ 45000,00?

$$\log C_n = \log C + n \log r$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C}{\log r}$$

$$C_n = 45000,00$$

$$C = 30000,00$$

$$i = 8\%$$

$$r = \left(1 + \frac{i}{100}\right) = 1,08$$

$$n = ?$$

$$\log C_n = \log C + n \log r$$

$$n = \frac{\log C_n - \log C}{\log r}$$

$$n = \frac{\log 45000 - \log 30000}{\log 1,08}$$

$$n = \frac{4,65321 - 4,00000}{0,03342}$$

$$n = \frac{0,65321}{0,03342}$$

$n = 65321 \mid 3342$
 $31901 \quad 19 \text{ anos } 6 \text{ meses } 16 \text{ dias}$
 1823
 $\times 12$
 3646
 1823
 21876
 1824
 $\times 30$
 54720
 21900
 1248

$$n = 19 \text{ anos } , 6 \text{ m. } , 16 \text{ d}$$

Juros compostos quando o tempo não é número inteiro de período

Calcular o montante de R\$20000,00 a juros compostos de 5% a a em 5 anos e 8 meses.

$$\log C_n = \log C + n \log r$$

$$x = (1 + 0,05)$$

$$\log C_n = \log 20.000 + 5 \frac{2}{3} \times \log 1,05$$

$$\log C_n = 4,3010300 + \frac{17}{3} \times 0,021189$$

$$\log C_n = 4,3010300 + 0,1200727$$

$$\log C_n = 4,3010300 + 0,1200727$$

$$\log C_n = \frac{0,1200727}{4,4211027}$$

2636	-	42095	42110
2637	-	42112	42095
1		16	15
x		15	

$$x = 150 \mid 16$$

$$\begin{array}{r} 060 \\ 120 \\ 08 \end{array} \quad 0,937$$

$$2636 + 0,937$$

$$26369,37$$

Pela tabela :

$$M = C_0^n$$

$$M = 20.000 \times 1,31882428$$

$$5a - 5\% = 127628156 \rightarrow 5$$

$$\frac{6a - 5\%}{1} = \frac{134009564}{0,06381408}$$

$$\frac{2}{3}$$

x

$$x = 0,04254272 + 8m$$

$$x^n = 1,31882428 \quad \begin{array}{r} 1,34009564 \\ 127628156 \\ \hline 0,06381408 \end{array}$$

$$x^n = 20.000 \times 1,31882428 =$$

$$\underline{\underline{26.376,4856}}$$

Sistema Exponencial \rightarrow tábua

logaritmo e exponencial

Sistema Linear

$$n = m \frac{p}{q} \quad (r)$$

$m =$ número de períodos

$\frac{p}{q}$ = fração do período

$$C_m = C(1+i)^m \left(1 + \frac{p \cdot 0,05}{q}\right)$$

$$C_m = 20.000,00 \times 1,27628156 \times 1,0333$$

$$0,100 \frac{13}{0,0333...}$$

Desconto Composto

$\frac{10}{11}$
 $\frac{43}{43}$ Desconto Composto é calculado à taxa de juros, chamamos desconto composto **Racional**, quando é calculado à taxa de desconto chamamos desconto composto **Bancário**.

Valor Atual

$$C_m = Cx^n$$

$$C = \frac{C_m}{x^n}$$

(tábua I → dos juros compostos)

Exemplo

A Cia X firmou um contrato pela venda de um terreno pela quantia de R\$86.000,00 pagável no fim de 7 anos, sabendo-se que a taxa de juros é de 6% a.a. Qual o valor atual do contrato?

$$C_m = 86000,00$$

$$C = \frac{C_m}{x^n}$$

$$x^n = 1,503631$$

(tábua financeira)

$$C = \frac{86000}{1,503631}$$

1. tábua I (direta)

$$C = R\$57.195,00$$

Pela tábua II: valor atual de um Cap.

da fórmula do montante (tábua I)

$$C = \frac{C_m}{x^n} \text{ (tab II)}$$

$$C = C_m (1+i)^{-m} \quad (i \text{ e inverso})$$

$C = C_m \frac{1}{(1+i)^m}$	"Quanto uma unidade futura vale atualmente"
-----------------------------	---

Pela tábua IV, uma unidade i e valor futuro a pagar em uma data determinada.

i = menor do que 1

Chamamos $(1+i)^{-m}$ de fator de desconto cujo símbolo será v^m cujo fator de desconto encontramos na tábua IV.

$t = 7$ anos 0,6650568

taxa = 6%

$m = 86000$

fator de desc = 0,6650568

$C = C_m v^m$

$$e = 86.000 \times 0,6650568$$

$$C \text{ (ou valor atual)} = \underline{57.195,00}$$

Obs: Pela tábua IV (multiplica)
Pela " I (divide)

29 Um título de R\$25937,42 que representa o montante pelo capital de R\$10000,00, atingido em 10 anos a 10% a.a., foi descontado à mesma taxa quando faltavam 4 anos para seu vencimento. Qual foi o valor líquido recebido?

pela tábua IV. (só calcula os 4) procuramos o fator de desconto à taxa de 10% pl 4 períodos.

Pode-se fazer pela tábua (I) a qto se leva em (6 anos) vai o mesmo resultado.

10% = 4 anos = Pl tábua IV
 $10\% = 4 \text{ anos} = 0,68301346$

$$C_t = C_n \times v^n$$

$$C_t = 25.937,42 \times 0,68301346$$

$$C_t = \underline{17.715,61}$$

O capital que se leva em 6 anos.



Pela tabela I

Por esta tabela temos:

$$6a \text{ a } 10\% = 1 \text{ un} \rightarrow 1,771561$$

$$C_n = 10000 \times 1,771561$$

$$C_n = \underline{17.715,61}$$

2) Sabendo-se que:

$$C_n = 25.937,42$$

$$i = 10\%$$

$$t = 10 \text{ anos}$$

$$C_t = ?$$

$$\rightarrow v^n = 0,38554329$$

$$C_t = 25.937,42 \times 0,38554329$$

$$C_t = 10.000,00 \text{ (pela tabela IV, fator de desc. valor atual)}$$

Desconto

$$C_n = C_t = D$$

$a =$ Capital atual

$$a = C_n v^n$$

$$D = C_n - C_n v^n$$

$$D = C_n (1 - v^n)$$

Calcular o desconto sofrido por um título de R\$2.000,00 negociado a 10% a.a. quando faltavam 3 anos para o vencimento (tabela IV)

$$10\% \text{ em 3 anos} \quad \begin{array}{r} 100\,000\,000 \\ - 0,75\,131\,480 \\ \hline 0,2486520 \\ \times 2 \\ \hline 497,37040 \end{array}$$

$$D = 2000 \times 0,241868520$$

$$R = 497,37$$

Valor Atual unificado

v^n = fator desconto (tábua IV)

0 1 2 3 4 5

$$D = \overbrace{Cn}^n - \overbrace{Cn}^a \cdot v^n$$

Quanto pagarei hoje adiantando, se a taxa de 10% de desconto ao ano de uma só vez pela liquidação dos seguintes débitos:

Gr 1.000,00 faltando 2 anos pla & vencimento

4.000,00 faltando 3 anos pla & venc.
10.000,00 " 1 ano pla & venc.

10% em 3 anos

$$S = Cn_1 v^n + Cn_2 v^{n^2} + Cn_3 v^{n^3}$$

$$10\% \text{ em 3 anos} \quad \begin{array}{r} 10\,000\,000 \\ - 0,75131480 \end{array}$$

$$1000 \times 0,82644628 + 4000 \times 0,75131480 + 10.000 \times 0,90909091$$

$$\begin{array}{r} 826,44628 \\ 3005,25920 \\ 9090,90910 \\ \hline 12922,61458 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,75131480 \\ \cdot 4 \\ \hline 3005,25920000 \end{array}$$

tábua III - Wiger que prestaças anual amortiza um empréstimo de 10000 em 5 anos a taxa de 10% ao ano.

$$10\% \text{ — 5 anos} \Rightarrow 0,26379748$$

$$10000 \times 0,26379748 = 2.637,97$$

Ano	Anuidade	Juro	A. Am.	Total A.	Saldo den
0	—	—	—	—	10000,00
1	2.637,97	1000,00	1637,97	1637,97	8362,03
2	2.637,97	836,20	1801,77	1801,77	

Amortização

17
51
73

A extinção gradual de uma dívida através de pagamentos parcelados. Cada anuidade contém parte como juro e parte a amortização do capital.

Tabela III (M.E.C) - Anuidade capaz de amortizar um cruzeiro num certo número de períodos.

Para acharmos uma parcela que amortiza uma dívida, multiplicamos o capital inicial pelo coeficiente.

Exemplo:

Qual a anuidade capaz de amortizar um empréstimo de R\$8000,00 à taxa de 10% em 3 anos.

(Pela tabela III)

coeficiente 0,40211480 (tabela)

$$a = 8000 \times 0,40211480$$

$$a = 3.216,91$$

Plano de Amortização

Anos	Anuidade	Juro	Quota Am	Total Anu	Saldo Devido
0	-	-	-	-	8000,0
1	3.216,92	800,00	2.416,92	3.216,92	5583,08
2	3.216,92	558,30	2.658,62	6.075,54	2924,46
3	3.216,92	292,44	2.924,48	8.000,02	-0-

