

Thaís Muraro

**ANÁLISE CINEMÁTICA E ESTÁTICA DE UM MECANISMO  
ESPACIAL ATUADO POR CABOS APLICADO À MOVIMEN-  
TAÇÃO DE PACIENTES**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Henrique Simas, Dr. Eng.

Coorientador: Prof. Daniel Martins, Dr. Eng.

Florianópolis  
2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Muraro, Thais

Análise cinemática e estática de um mecanismo espacial atuado por cabos aplicado à movimentação de pacientes / Thais Muraro ; orientador, Henrique Simas ; coorientador, Daniel Martins. - Florianópolis, SC, 2015.  
169 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Robô atuado por cabos. 3. Análise Cinemática e Estática. 4. Tecnologia Assistiva. I. Simas, Henrique. II. Martins, Daniel. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Thaís Muraro

**ANÁLISE CINEMÁTICA E ESTÁTICA DE UM MECANISMO  
ESPACIAL ATUADO POR CABOS APLICADO À MOVIMEN-  
TAÇÃO DE PACIENTES**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 02 de Outubro de 2015.

---

Prof. Henrique Simas, Dr. Eng. – Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng. – Coorientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Júnior, Dr. Eng.  
Coordenador do Curso

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Daniel Martins, Dr. Eng. – Presidente  
Universidade Federal de Santa Catarina



---

Prof. Antônio Renato Pereira Moro, Dr.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Carlos Rodrigo de Mello Roesler, Dr. Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D. Sc.  
Universidade Federal de Santa Catarina



À minha avó Julieta.  
(*in memoriam*)



## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a vida, ter me ajudado a chegar até aqui e ter colocado em meu caminho todas as pessoas as quais terei, aqui, a oportunidade de agradecer.

Quero agradecer primeiramente à minha família, em especial, aos meus pais, Gilda e Serafim, que proporcionaram a minha vinda a Florianópolis e posteriormente a minha permanência. Este trabalho também é fruto de todo amor, carinho, dedicação que eles tiveram e têm por mim.

Sou grata à minha irmã, Daniela, que sempre soube me aconselhar e me confortar mesmo de longe, sendo um exemplo de dedicação, estudo e organização. Agradeço também ao meu cunhado Marcelo, que é como um irmão, e me faz rir a cada encontro.

Agradeço ao meu namorado, Guilherme Moreno, pelas inúmeras refeições preparadas durante as minhas horas de estudo, pelos momentos de distração, pelo amor, carinho, amizade e compreensão dedicados a mim em todos esses anos.

Aos meus amigos e colegas de estudo Marcel Grando, Gonzalo Moreno, Estevan Murai e Leonardo Mejia, que sempre me ajudaram e me ensinaram, além de dividirem comigo momentos de alegria e distração e de RU. À Anelise Salvi e ao Paulo Boff, por me mostrarem este caminho, pela amizade, incentivo e por não deixarem que eu desistisse de tentar. Ao Julio Frantz, agradeço de coração por toda a amizade, incentivo e também ajuda, fruto de diversas conversas esclarecedoras sobre os conteúdos desta dissertação.

Sou grata aos amigos de Caxias do Sul, Cris, Tiara, Suelen, Vanessa, Letícia e também aos amigos do “Sítio Legal”: Dani, Ka, Doda, Fe, Paulinha e Tia Marlene, sem esquecer meus amigos da “Família Cortiço”: Chá (Maxi-Mim), Coração, Jeff e Ellen, por me apoiarem, me trazerem momentos de alegria e sempre lembrarem de mim. “Todos vocês são parte da minha família!!”

Agradeço aos meus Professores e Orientadores, Henrique Simas e Daniel Martins, por todo o conhecimento que adquiri, por toda a ajuda, e compreensão durante o Mestrado.

Finalmente, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro, pois sem ele, não teria sido possível chegar até aqui.



*O único lugar onde sucesso vem antes do  
trabalho é no dicionário.*  
(Albert Einstein)



## RESUMO

A falta de correção postural e de movimentação de pacientes acamados acarreta a eles e aos cuidadores uma série de complicações, inclusive quedas. A movimentação e a acomodação destes pacientes para exames regulares ou mesmo para a prática de atividades de higiene e alimentação também se tornam dificuldades. Escaras e complicações cardiovasculares são outros problemas que os acamados enfrentam devido à restrição da mobilidade. A solução aqui proposta é a utilização de um robô espacial atuado por cabos, o qual poderá ser facilmente manuseado e deslocado, proporcionando assim, maior autonomia e conforto aos pacientes necessitados e provocando significativas melhorias nas condições de trabalho dos profissionais da área da saúde. Os robôs atuados por cabos vêm despertando interesse nas últimas décadas e por serem estruturas paralelas são considerados descendentes da Plataforma de Stewart. A fim de apresentar o modelo do robô, a cinemática inversa analítica do mecanismo foi desenvolvida, obtendo assim o comprimento de cada cabo e as coordenadas do ponto de fixação de cada um à plataforma móvel, dada uma determinada posição e orientação. A partir destes dados foi possível analisar o modelo estático através do Método de Davies, a fim de avaliar os torques nos motores e as forças de tração nos cabos, fornecendo como variáveis de entrada algumas forças de interação com o meio que são conhecidas.

**Palavras-chave:** Análises Cinemática e Estática, Robôs atuados por cabos, Tecnologia Assistiva



## ABSTRACT

The lack of postural correction and handling of bedridden patients leads to a number of complications to themselves and to caregiver, including falls. The movement and accommodation of these patients for regular checkups or even to the practice of hygiene activities and eating also become difficulties. Scabs and cardiovascular complications are other problems that bedridden face due to restricted mobility. The solution proposed here is the use of a spatial cable-driven robot, which can be easily handled and moved around, thus providing greater autonomy and comfort to patients with needs and significant improvements in working conditions for health professionals. Robots actuated by cables have gained importance in recent decades and because they consist in parallel structures they are considered descendants of the Stewart Platform. In order to present the robot model, the mechanism's analytical inverse kinematics has already been developed, thus obtaining the length of each cable and the attachment of each point on the mobile platform, given a certain posture and orientation. From these data it is possible to analyze the static model using the Davies method in order to evaluate the torque on the motors and tension in the cables.

**Keywords:** kinematic and static analysis, cable driven robot, assistive technology.



## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1.1: Mecanismo atuado por cabos proposto neste trabalho. ....   | 33 |
| Figura 1.2: Mecanismo 4UPS. ....   | 33 |
| Figura 1.3: Modelo do carro-condutor. ....   | 34 |
| Figura 1.4: Conjunto mecanismo-carro-condutor. ....  | 34 |
| Figura 2.1: Linet Eleganza 3XC [18]. ....  | 40 |
| Figura 2.2: BTS ANYMOV [19]. ....  | 40 |
| Figura 2.3: VERTICA [20]. ....   | 41 |
| Figura 2.4: RoboticBed® - Panasonic [17]. ....   | 41 |
| Figura 2.5: Robô Auxiliar de Transferência de Pacientes [27]. ....   | 42 |
| Figura 2.6: Medirobot [25]. ....   | 42 |
| Figura 2.7: Hydraulic Deluxe Silver Vein Patient Lift [28]. ....   | 43 |
| Figura 2.8: Ceiling Track Lifts [26]. ....   | 43 |
| Figura 2.9: Suporte universal: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte; c) Configurações para a utilização [30]. ....                     | 44 |
| Figura 2.10: Suporte universal estilo maca: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte; c) Configurações para a utilização [33]. ....        | 45 |
| Figura 2.11: Suporte higiênico: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte; c) Configurações para a utilização [34]. ....                    | 46 |
| Figura 2.12: Stand-aid sling: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte [35]. ....  | 47 |
| Figura 2.13: Cinta para ficar em pé: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte [36]. ....   | 48 |
| Figura 2.14: Cinta para caminhar: a) Exemplo real de utilização; b) Configurações para a utilização; c) <i>Design</i> do suporte [37]. ....                  | 49 |
| Figura 2.15: Cinta para andar: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte [38]. ....   | 50 |
| Figura 2.16: Tri-Turner Sling: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte [39]. ....   | 51 |
| Figura 2.17: Suporte tipo maca para posicionamento: a) Exemplo real de utilização; b) <i>Design</i> do suporte; c) Configuração para a utilização [40]. .... | 52 |
| Figura 2.18: Suporte tipo banda [41]. ....   | 52 |
| Figura 3.1: Mecanismo serial: a) Robô ABB IRB 140 [43]; b) Estrutura cinemática com cadeia aberta. ....  | 55 |
| Figura 3.2: Mecanismo paralelo: a) Robô IRB 360 FlexPicker [44]; b) Estrutura cinemática com cadeia fechada. ....  | 55 |
| Figura 3.3: Mecanismo híbrido: a) Robô Tricepts T606 [45]; b) Estrutura cinemática com cadeia híbrida. ....  | 56 |
| Figura 3.4: Plataforma de Stewart [47]. ....   | 56 |
| Figura 3.5: Simulador automotivo [48]. ....  | 57 |
| Figura 3.6: Estrutura básica de um robô atuado por cabos. ....   | 58 |
| Figura 3.7: Spidercam® [53]. ....  | 59 |
| Figura 3.8: Robô IPAnema® [54]. ....   | 60 |
| Figura 3.9: Mecanismo para reabilitação dos movimentos do ombro [49]. ....   | 60 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 3.10: Classificação de acordo com o movimento da plataforma [58].....   | 63  |
| Figura 5.1: Sistema de referência posicionado no paciente para descrever os movimentos. ....   | 78  |
| Figura 5.2: Estrutura cinemática do mecanismo proposto. ....   | 79  |
| Figura 5.3: Representação vetorial do mecanismo proposto. ....   | 80  |
| Figura 5.4: Representação esquemática com posicionamento dos sistemas de coordenadas OB e OP. ....   | 88  |
| Figura 5.5: Rede de Acoplamentos do mecanismo proposto. ....   | 88  |
| Figura 5.6: Grafo de Acoplamentos, GC. ....  | 89  |
| Figura 5.7: Ações existentes em cada perna. ....   | 93  |
| Figura 5.8: Grafo GC com cordas e cortes-f. ....   | 95  |
| Figura 5.9: Posição inicial da plataforma móvel. ....  | 105 |
| Figura 5.10: Posturas da plataforma móvel: a) Posição intermediária com $\theta_x = 45^\circ$ ; b) Posição final, com $\theta_x = 90^\circ$ . ....       | 106 |
| Figura 5.11: Tração nos cabos 1 e 3 em função do ângulo $\theta_x$ . ....  | 106 |
| Figura 5.12: Tração nos cabos 2 e 4 em função do ângulo $\theta_x$ . ....  | 107 |
| Figura 5.13: Posturas da plataforma móvel: a) Posição intermediária com $\theta_y = 30^\circ$ ; b) Posição final, com $\theta_y = 90^\circ$ . ....       | 108 |
| Figura 5.14: Tração nos cabos 1 e 3 em função do ângulo $\theta_y$ . ....  | 108 |
| Figura 5.15: Tração nos cabos 2 e 4 em função do ângulo $\theta_y$ . ....  | 109 |
| Figura 5.16: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ considerando 1,2 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4. .... | 110 |
| Figura 5.17: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ considerando 0,8 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4. .... | 110 |
| Figura 5.18: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ considerando 0,6 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4. .... | 110 |
| Figura 5.19: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 30^\circ$ . ....   | 112 |
| Figura 5.20 Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 40^\circ$ . ....  | 112 |
| Figura 5.21: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 50^\circ$ . ....   | 113 |
| Figura 5.22: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y \leq 10^\circ$ , considerando $\theta_x = 50^\circ$ . ....                                   | 113 |
| Figura 5.23: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 60^\circ$ . ....   | 114 |
| Figura 5.24: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando $\theta_x = 60^\circ$ . ....                                   | 114 |
| Figura 5.25: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 70^\circ$ . ....   | 115 |
| Figura 5.26: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando $\theta_x = 70^\circ$ . ....                                   | 115 |
| Figura 5.27: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y$ , considerando $\theta_x = 80^\circ$ . ....   | 116 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 5.28: Tração nos cabos em função do ângulo $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando $\theta_x = 80^\circ$ .....          | 116 |
| Figura 5.29: Postura não pertencente ao espaço de trabalho determinada por $\theta_x = 30^\circ$ e $\theta_y = 40^\circ$ ..... | 117 |
| Figura 5.30: Postura não pertencente ao espaço de trabalho determinada por $\theta_x = 60^\circ$ e $\theta_y = 25^\circ$ ..... | 117 |



## LISTA DE TABELAS

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 3.1: Classificação dos mecanismos atuados por cabos em relação aos graus de liberdade controláveis [58]. | 63  |
| Tabela 5.1: Parâmetros de orientação, posição e passo das restrições da perna $i$ .                             | 92  |
| Tabela 5.2: Ações de interação como meio.   | 93  |
| Tabela 5.3: Construção do heliforça de interação com o meio.  | 96  |
| Tabela 5.4: Construção dos heliforças, com $i = 1,2,3,4$ .  | 97  |
| Tabela 5.5: Intervalos críticos do espaço de trabalho de acordo com a variação de $\theta_x$ e $\theta_y$ .     | 111 |



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|             |  |
|-------------|--|
| ABNT        | Associação Brasileira de Normas Técnicas   |
| AVCs        | Acidentes Vasculares Cerebrais   |
| C           | Junta Cilíndrica   |
| <i>C</i>    | Cosseno  |
| CAPES       | Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior  |
| CDS         | Centro de Desportos  |
| CRPM        | Manipulador Paralelo Completamente Restringido   |
| DoFs        | Graus de liberdade   |
| E           | Junta plana  |
| IFSP        | Instituto Federal de São Paulo   |
| IRPM        | Manipulador Paralelo Incompletamente Restringido   |
| LEBm        | Laboratório de Engenharia Biomecânica  |
| MEC         | Ministério da Educação   |
| P           | Junta prismática   |
| PROQUALIS   | Centro Colaborador para a Qualidade do Cuidado e Segurança do Paciente   |
| R           | Junta rotativa   |
| <i>rank</i> | Posto de uma matriz  |
| RRPM        | Manipulador Paralelo Redundantemente Restringido   |
| S           | Junta esférica   |
| <i>S</i>    | Seno   |
| U           | Junta universal  |
| UDESC       | Universidade do Estado de Santa Catarina   |
| UFSC        | Universidade Federal de Santa Catarina   |
| USP         | Universidade de São Paulo  |
| 1R2T        | Uma rotação e duas translações   |
| 1T          | Uma Translação   |
| 2R3T        | Duas rotações e três translações   |
| 2T          | Duas translações   |
| 3R3T        | Três rotações e três translações   |
| 3T          | Três translações   |
| <u>4UPS</u> | Manipulador paralelo com quatro pernas com uma junta universal, uma junta prismática atuada e uma junta esférica, nesta ordem, em cada perna |



## LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto latino:

|                       |     |  |
|-----------------------|-----|--|
| $[A_D]$               |     | Matriz das Ações   |
| $[\hat{A}_D]$         |     | Matriz das Ações Unitárias   |
| $[\hat{A}_N]$         |     | Matriz das Ações Unitárias em Rede   |
| $[\hat{A}_{N_P}]$     |     | Matriz das ações normalizadas das variáveis primárias                          |
| $[\hat{A}_{N_S}]$     |     | Matriz das ações normalizadas das variáveis secundárias                        |
| $B_i$                 |     | Ponto de fixação dos cabos à base fixa   |
| $C$                   |     | Grau bruto de restrição  |
| $C_N$                 |     | Grau de restrição líquido  |
| $[D_{\bar{\varphi}}]$ |     | Matriz diagonal das magnitudes dos heliforças                                  |
| $F_N$                 |     | Grau de liberdade líquido  |
| $G_A$                 |     | Grafo das ações  |
| $G_C$                 |     | Grafo de acoplamentos  |
| $I$                   |     | Número de cordas   |
| $I_3$                 |     | Matriz Identidade de ordem 3   |
| $M$                   |     | Mobilidade   |
| $M_x$                 | [m] | Dimensão da base fixa na direção $x$   |
| $M_y$                 | [m] | Dimensão da base fixa na direção $y$   |
| $N_x$                 | [m] | Dimensão da plataforma móvel na direção $x$                                    |
| $N_y$                 | [m] | Dimensão da plataforma móvel na direção $y$                                    |
| $O_B$                 |     | Referencial da base fixa   |
| $O_{B_x}$             |     | Vetor posição do ponto $P_a$ relativo à origem do sistema de coordenadas $O_B$ |
| $O_{B_y}$             |     | Vetor posição do ponto $P_a$ relativo à origem do sistema de coordenadas $O_B$ |
| $O_{B_z}$             |     | Vetor posição do ponto $P_a$ relativo à origem do sistema de coordenadas $O_B$ |
| $O_P$                 |     | Referencial da plataforma móvel  |
| $O_{P_x}$             |     | Direção $x$ do referencial $O_P$   |
| $O_{P_y}$             |     | Direção $y$ do referencial $O_P$   |
| $O_{P_z}$             |     | Direção $z$ do referencial $O_P$   |
| $O_x$                 |     | Direção $x$ do referencial $O$   |

|             |  |
|-------------|--|
| $O_y$       | Direção y do referencial $O$   |
| $O_z$       | Direção z do referencial $O$   |
| $P$         | Ponto do eixo helicoidal   |
| $P_a$       | Ponto de aplicação das forças externas   |
| $\vec{P}_a$ | Vetor posição do ponto $P_a$ relativo à origem do sistema de coordenadas $O_B$ |
| $P_{ax}$    | Componente de $\vec{P}_a$ na direção $x$                                       |
| $P_{ay}$    | Componente de $\vec{P}_a$ na direção $y$                                       |
| $P_{az}$    | Componente de $\vec{P}_a$ na direção $z$                                       |
| $P_i$       | Pontos de conexão dos cabos com a plataforma móvel                             |
| $\vec{P}_i$ | Vetor posição do ponto $P_i$ relativo à origem do sistema de coordenadas $O_B$ |
| $P_{ix}$    | Componente de $\vec{P}_i$ na direção $x$                                       |
| $P_{iy}$    | Componente de $\vec{P}_i$ na direção $y$                                       |
| $P_{iz}$    | Componente de $\vec{P}_i$ na direção $z$                                       |
| $[Q_A]$     | Matriz de Cortes-f   |
| $R$         | Matriz de rotação  |
| $\vec{R}$   | Vetor linha que representa a força de atuação ao longo do eixo helicoidal      |
| $R_x$       | Restrição de rotação em torno de $x$   |
| $R_y$       | Restrição de rotação em torno de $y$   |
| $R_z$       | Restrição de rotação em torno de $z$   |
| $\vec{S}$   | Vetor linha com a mesma direção do eixo helicoidal                             |
| $\vec{S}^A$ | Eixo helicoidal normalizado  |
| $S_0$       | Ponto do eixo helicoidal   |
| $\vec{S}_0$ | Vetor posição do ponto $S_0$ relativo à origem do sistema de coordenadas       |
| $\vec{T}_P$ | Binário que age sobre o corpo rígido   |
| $T_x$       | Restrição de translação na direção de $x$                                      |
| $T_y$       | Restrição de translação na direção de $y$                                      |
| $T_z$       | Restrição de translação na direção de $z$                                      |
| $a$         | Posto da Matriz das Ações Unitárias em Rede                                    |
| $\vec{b}_l$ | Vetores que conectam os cabos ao referencial $O_B$                             |
| $c_a$       | Número de restrições unitárias de movimento nas juntas ativas                  |

|               |     |   |
|---------------|-----|---|
| $c_i$         |     | Grau de restrição de cada junta                                     |
| $c_p$         |     | Número de restrições unitárias de movimento nas juntas passivas     |
| $e$           |     | Número de acoplamentos diretos                                      |
| $e_a$         |     | Número de acoplamentos diretos ativos                               |
| $f$           |     | Conectividade de juntas   |
| $f_i$         |     | Grau de liberdade de cada junta                                     |
| $h$           | [m] | Passo do helicóide  |
| $j$           |     | Número de juntas  |
| $k$           |     | Número de cortes-f  |
| $\vec{l}_i$   |     | Vetor que representa os cabos                                       |
| $m$           |     | Número de cabos   |
| $n$           |     | Número de graus de liberdade controláveis do robô                   |
| $n_e$         |     | Número de elos  |
| $n_v$         |     | Número de vértices do grafo das ações                               |
| $p$           |     | Número de equações cinemáticas independentes                        |
| $\vec{p}_i$   |     | Vetores que conectam os cabos ao referencial $O_P$                  |
| $\vec{p}_i^B$ |     | Vetor $\vec{p}_i$ escrito nas coordenadas de $O_B$                  |
| $\vec{r}$     |     | Vetor que conecta o referencial da base fixa ao da plataforma móvel |
| $r_x$         |     | Componente de $\vec{r}$ na direção $x$                              |
| $r_y$         |     | Componente de $\vec{r}$ na direção $y$                              |
| $r_z$         |     | Componente de $\vec{r}$ na direção $z$                              |
| $\$$          |     | Helicóide   |
| $\hat{\$}$    |     | Helicóide normalizado   |
| $\$^A$        |     | Heliforça   |
| $\hat{\$}^A$  |     | Heliforça normalizado   |

Alfabeto grego:

|                         |     |   |
|-------------------------|-----|---|
| $\{\overline{\Psi}\}$   |     | Matriz das magnitudes dos heliforças normalizados |
| $\{\overline{\Psi}_P\}$ |     | Matriz das variáveis primárias                    |
| $\{\overline{\Psi}_S\}$ |     | Matriz das variáveis secundárias                  |
| $\theta_x$              | [°] | Ângulo de rotação em torno de $O_{P_x}$           |

|                    |     |  |
|--------------------|-----|--|
| $\theta_y$         | [°] | Ângulo de rotação em torno de $O_{P_y}$      |
| $\theta_z$         | [°] | Ângulo de rotação em torno de $O_{P_z}$      |
| $\lambda$          |     | Dimensão do espaço e trabalho                |
| $v$                |     | Número de circuitos da cadeia cinemática     |
| $\underline{\tau}$ | [N] | Vetor das forças de tração mínimas nos cabos |
| $\bar{\tau}$       | [N] | Vetor das forças de tração máximas nos cabos |
| $\tau_i$           | [N] | Tração nos cabos                             |
| $\psi$             | [N] | Magnitude do heliforça                       |

## SUMÁRIO

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO</b> .....  | <b>31</b>  |
| <b>1.1</b> | <b>Motivação</b> .....   | <b>31</b>  |
| <b>1.2</b> | <b>Apresentação do problema</b> .....  | <b>32</b>  |
| <b>1.3</b> | <b>Objetivos</b> .....   | <b>35</b>  |
| 1.3.1      | Objetivos Específicos .....  | 35         |
| <b>1.4</b> | <b>Estrutura da Dissertação</b> .....  | <b>36</b>  |
| <b>2</b>   | <b>O PROBLEMA DA MOVIMENTAÇÃO E<br/>TRANSFERÊNCIA DE PACIENTES ACAMADOS OU COM<br/>MOBILIDADE REDUZIDA</b> ..... | <b>37</b>  |
| <b>2.1</b> | <b>O Problema da Falta de Movimentação</b> .....   | <b>37</b>  |
| <b>2.2</b> | <b>O Problema da Transferência e Movimentação de<br/>Pacientes</b> <b>38</b>                                     |            |
| <b>2.3</b> | <b>Tecnologias Assistivas</b> .....  | <b>39</b>  |
| 2.3.1      | Aparelhos Médicos.....   | 39         |
| 2.3.2      | Cintas e suportes .....  | 44         |
| <b>2.4</b> | <b>Modelo proposto</b> .....   | <b>53</b>  |
| <b>3</b>   | <b>REVISÃO SOBRE MECANISMOS</b> .....  | <b>55</b>  |
| <b>3.1</b> | <b>Mecanismos Paralelos de Estrutura Rígida</b> .....  | <b>56</b>  |
| <b>3.2</b> | <b>Mecanismos atuados por cabos</b> .....  | <b>58</b>  |
| 3.2.1      | Revisão geral .....  | 58         |
| 3.2.2      | Classificação .....  | 62         |
| 3.2.3      | Espaço de Trabalho .....   | 63         |
| 3.2.4      | Trabalhos desenvolvidos e/ou em desenvolvimento .....  | 64         |
| <b>4</b>   | <b>MODELAGEM DE MECANISMOS</b> .....   | <b>67</b>  |
| <b>4.1</b> | <b>Mobilidade</b> .....  | <b>67</b>  |
| <b>4.2</b> | <b>Teoria de helicoides</b> .....  | <b>70</b>  |
| <b>4.3</b> | <b>Estática</b> .....  | <b>71</b>  |
| 4.3.1      | Os helicoides na estática .....  | 72         |
| 4.3.2      | Método de Davies .....   | 73         |
| <b>4.4</b> | <b>Cinemática</b> .....  | <b>74</b>  |
| <b>5</b>   | <b>MODELO PROPOSTO</b> .....   | <b>77</b>  |
| <b>5.1</b> | <b>Requisitos do projeto</b> .....   | <b>77</b>  |
| <b>5.2</b> | <b>Mobilidade</b> .....  | <b>78</b>  |
| <b>5.3</b> | <b>Solução da Cinemática Inversa</b> .....   | <b>79</b>  |
| <b>5.4</b> | <b>Análise Estática</b> .....  | <b>86</b>  |
| <b>5.5</b> | <b>Espaço de Trabalho</b> .....  | <b>104</b> |
| 5.5.1      | Forças de Tração Positivas e Não-Positivas .....   | 104        |
| <b>5.6</b> | <b>Simulações</b> .....  | <b>105</b> |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>6</b>   | <b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>                | <b>119</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Conclusões .....</b>   | <b>119</b> |
| <b>6.2</b> | <b>Perspectivas para trabalhos futuros.....</b>                           | <b>120</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS .....</b>  | <b>121</b> |
|            | <b>APÊNDICE A - HELIFORÇAS .....</b>                                      | <b>129</b> |
|            | <b>APÊNDICE B – MATRIZ DOS CORTES .....</b>                               | <b>147</b> |
|            | <b>APÊNDICE C – MATRIZ DAS AÇÕES UNITÁRIAS .....</b>                      | <b>151</b> |
|            | <b>APÊNDICE D – MATRIZ DIAGONAL DAS MAGNITUDES ....</b>                   | <b>159</b> |
|            | <b>ANEXO A – CONFIGURAÇÕES DO APARELHO VERTICA ..</b>                     | <b>163</b> |
|            | <b>ANEXO B – CONFIGURAÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO APARELHO MEDIROBOT® .....</b> | <b>167</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

Esta dissertação apresenta uma proposta de mecanismo espacial atuado por cabos aplicado à movimentação e a transferência de pacientes em decúbito ou com déficit de mobilidade. O desenvolvimento do trabalho consiste principalmente nas análises cinemática e estática do aparelho proposto, bem como da simulação de posturas em ambiente computacional. A teoria de Helicoides e o Método de Davies também são apresentados e utilizados como ferramentas básicas no desenvolvimento da análise estática do mecanismo, enquanto sua análise cinemática é fundamentada na álgebra vetorial. Um estudo sobre robôs atuados por cabos também é apresentado, de forma a fundamentar a proposta.

## 1.1 Motivação

Segundo Radovanovic e Alexandre [1], os trabalhadores de enfermagem apresentam uma elevada ocorrência de dor lombar, na maioria das vezes relacionadas a fatores ocupacionais, sendo que os procedimentos que envolvem a movimentação de pacientes são considerados os mais danosos nesses casos [1]. Além disso, movimentar pacientes sem causar danos de qualquer espécie a eles ainda é uma tarefa árdua, delicada e que exige força e cuidados especiais, principalmente em se tratando de pessoas obesas e idosas. Visto que a maioria dos profissionais que realizam tal função são mulheres [2] e que há falta de tecnologia adequada [3], a tarefa se torna ainda mais complexa.

Um robô que movimenta os pacientes deve ser leve, de fácil transporte e que promova sua segurança e conforto, realizando movimentos suaves. Segundo Bruckmann [4], tais vantagens podem ser encontradas em robôs atuados por cabos, quando comparados aos robôs paralelos clássicos. Podem-se encontrar ainda outras vantagens em robôs guiados por cabos, como por exemplo, o reduzido custo de fabricação, a elevada capacidade de peso manipulado além da facilidade de transporte já mencionada [5].

Os robôs atuados por cabos tiveram seus estudos mais aprofundados apenas nas últimas décadas e, por este motivo, ainda há muitos aspectos que podem ser abordados em relação a este tipo de mecanismo. Em um estudo preliminar, os robôs atuados por cabos mostraram-se de grande versatilidade e com inúmeras aplicações, tanto no ramo industrial quanto no ramo médico, e em grandes ou pequenas escalas.

Ao mesmo tempo, de acordo com uma pesquisa realizada pela OSEC [6], o mercado dos aparelhos médicos foi avaliado, em 2001, em

3,5 bilhões de dólares, sendo que em torno de 70% foi importado (2,4 bilhões). Este fato leva a perceber que o mercado de aparelhos médicos brasileiros ainda é um pouco escasso, visto que apenas 30% dos equipamentos médicos utilizados em ambientes hospitalares são de fabricação nacional.

A proposta apresentada nesta dissertação garante melhorias em diversos aspectos. Enquanto pode-se promover uma inovação científica e tecnológica no país, ampliando-se a gama de equipamentos médicos brasileiros, pode-se também aprofundar os estudos no que diz respeito aos robôs atuados por cabos e ainda melhorar a qualidade de vida de pessoas acamadas ou com mobilidade reduzida além dos profissionais hospitalares e/ou cuidadores.

A ideia apresentada neste trabalho é uma solução unificada que atende aos problemas de transferência e mudança de orientação, além de executar a mobilidade subsequente à transferência para permitir o deslocamento do paciente fora da sala de repouso. Neste sentido, um único equipamento pode facilitar a vida do acamado e do profissional, trazendo ainda um considerável diferencial entre os produtos já existentes. Outro aspecto importante é a nacionalização dos produtos e a independência da importação.

## **1.2 Apresentação do problema**

Esta dissertação propõe um mecanismo espacial atuado por cabos aplicado à movimentação e ao transporte de pacientes acamados ou com mobilidade reduzida. Para tanto é necessário realizar um estudo detalhado sobre robôs atuados por cabos, que ainda é um assunto em desenvolvimento.

O foco principal deste trabalho é a resolução das análises cinemática e estática do mecanismo proposto. Por isso devem ser estudados também métodos e teorias que promovam esta atividade, como o método de Davies e a Teoria de Helicoides.

O mecanismo proposto consiste de uma plataforma fixa e outra móvel, conectadas por quatro cabos atuados que podem ser tracionados ou desenrolados através de motores posicionados na base fixa, como pode ser visto na Figura 1.1.

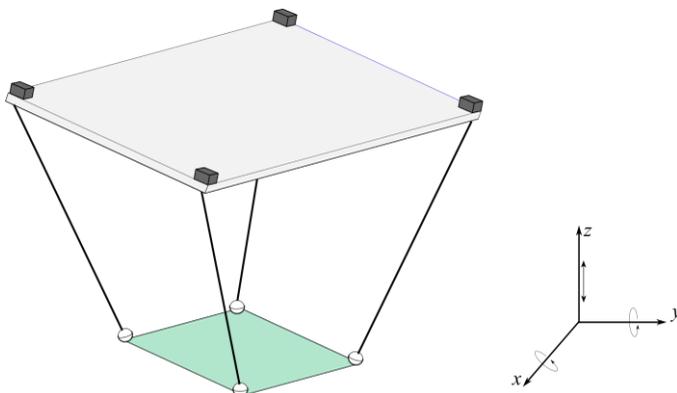


Figura 1.1: Mecanismo atuado por cabos proposto neste trabalho.

O movimento dos cabos impõe a movimentação da plataforma móvel, que deve ser capaz de realizar rotações em torno dos eixos horizontais e ainda transladar verticalmente.

Considera-se neste estudo que cada cabo está conectado a uma ponta da base fixa através de juntas universais, enquanto as outras pontas se conectam à plataforma móvel por juntas esféricas. Como o tamanho dos cabos aumenta ou diminui conforme o acionamento dos tambores de enrolamento, os cabos são considerados juntas prismáticas. Esta descrição pode ser vista na Figura 1.2. Desta forma, o mecanismo fica conhecido como  $4\text{UPS}$

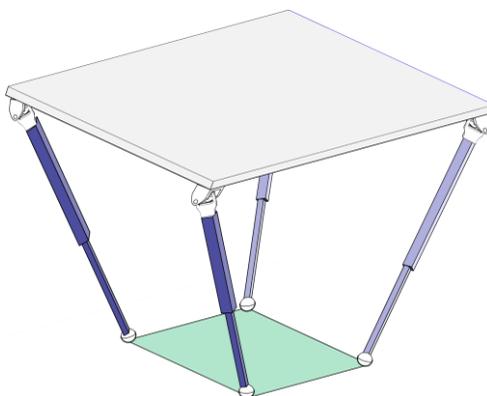


Figura 1.2: Mecanismo  $4\text{UPS}$ .

Este mecanismo atuado por cabos precisa ser suspenso para que realize os movimentos esperados, já que a plataforma móvel fica abaixo

da base fixa. Um carro-condutor, que pode ser automatizado ou não, serve de base para o mecanismo. O carro-condutor pode ser visto na Figura 1.3. Ele possui rodas e assim pode se movimentar livremente pelo ambiente, realizando todos os movimentos possíveis em um plano. Através de uma junta prismática, este carro-condutor também pode realizar o movimento de translação vertical.

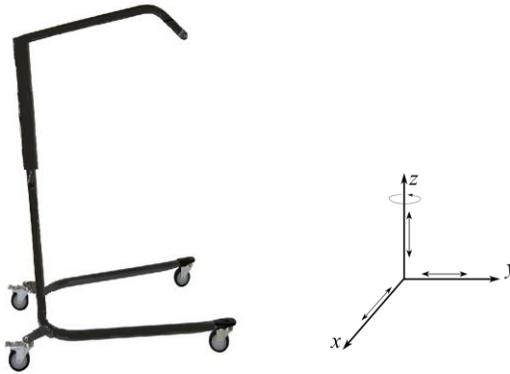


Figura 1.3: Modelo do carro-condutor.

O conceito do aparelho médico final é o conjunto mecanismo-carro-condutor, que pode ser visto na Figura 1.4.



Figura 1.4: Conjunto mecanismo-carro-condutor.

A ilustração não leva em consideração o *design*, nem os acabamentos finais e tampouco os suportes e cintas, uma vez que este trabalho não tem o propósito de construir o aparelho e sim de aprofundar os estudos sobre robôs atuados por cabos, principalmente no que diz respeito às análises cinemática e estática de um mecanismo espacial deste tipo.

O conjunto na Figura 1.4 é capaz de realizar todos os movimentos possíveis para um corpo no espaço, pois une a mobilidade do carro-condutor à mobilidade do mecanismo atuado por cabos, sem que um interfira no movimento do outro, ou seja, sem gerar restrições quanto à mobilidade.

Na prática, o mecanismo por cabos atua quando o carro está parado. Depois de colocar o paciente na posição desejada é que o carro-condutor entra em movimento, realizando o deslocamento para o local de destino. Desta forma, considera-se nesta dissertação um carro não motorizado, focando-se apenas no mecanismo atuado por cabos.

### 1.3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo desenvolver os modelos cinemático e estático de um robô espacial atuado por cabos aplicado à tecnologia assistiva, na movimentação e no transporte de pacientes, principalmente os que têm a mobilidade reduzida.

#### 1.3.1 Objetivos Específicos

De forma a alcançar o objetivo geral proposto, os seguintes objetivos específicos foram definidos:

- Identificar um conjunto de especificações técnicas e metodológicas para o desenvolvimento de um equipamento para a movimentação de pacientes acamados;
- Propor um modelo de mecanismo paralelo que seja atuado por cabos e que desempenhe funções de movimentação de pacientes, como as identificadas nas especificações técnicas;
- Realizar as análises cinemática e estática para tal mecanismo;
- Validar o modelo em ambiente de simulação.

## 1.4 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. Neste primeiro capítulo foi definido o problema que será estudado, apresentando a motivação para tal proposta. Também são mostrados os objetivos da dissertação.

O Capítulo 2 contempla uma revisão específica sobre os temas abordados que envolvem saúde. Nele discute-se sobre os problemas causados pela movimentação de pacientes aos profissionais da saúde e pela falta dela aos próprios pacientes acamados. Também são apresentados os aparelhos médicos já existentes bem como a proposta que será desenvolvida nesta dissertação.

No Capítulo 3 encontra-se uma revisão sobre robôs atuados por cabos, abordando também os mecanismos de estrutura rígida para possível comparação. Os trabalhos e estudos realizados envolvendo robôs por cabos também são apresentados.

O Capítulo 4 aborda a modelagem de mecanismos, trazendo uma breve seção sobre mobilidade e em seguida tratando da Teoria de Helicoides, do Método de Davies e das análises cinemática e estática de mecanismos.

No Capítulo 5 é apresentado o modelo proposto e estudado nesta dissertação. São definidos os requisitos do projeto e realizadas a análise cinemática analítica e a análise estática pelo Método de Davies. Além disso, algumas simulações da movimentação do aparelho proposto são realizadas e analisadas.

Pode-se encontrar os resultados e conclusões no Capítulo 6, no qual também há informações sobre os projetos em andamento e as perspectivas para trabalhos futuros.

## **2 O PROBLEMA DA MOVIMENTAÇÃO E TRANSFERÊNCIA DE PACIENTES ACAMADOS OU COM MOBILIDADE REDUZIDA**

O mecanismo proposto e estudado neste trabalho pode facilitar a vida tanto das pessoas acamadas quanto dos profissionais da saúde. Para os pacientes acamados, especialmente aqueles que devem ficar deitados por longos períodos, este mecanismo permite devolver parcialmente a mobilidade. Para os profissionais da saúde e cuidadores, auxilia diminuindo os esforços físicos que devem ser executados nas manobras para acomodar ou deslocar o paciente. O desenvolvimento de um aparelho médico deste tipo cria soluções que evitam ou ao menos minimizam possíveis danos, otimizando, desta forma, o período de internação dos pacientes. Além disso, melhora a qualidade de vida e as condições de trabalho dos profissionais da área da saúde.

### **2.1 O Problema da Falta de Movimentação**

A restrição da mobilidade é um grande problema para os pacientes acamados devido à necessidade de movimentar-se para atividades básicas do dia-a-dia como, por exemplo, comer, ir ao banheiro, vestir-se, etc. Escaras [7], [8] e complicações cardiovasculares são outros problemas que os acamados enfrentam devido à restrição da mobilidade. Também, a falta de correção postural e de movimentação dos pacientes acamados acarreta a eles uma série de complicações incluindo as quedas, segundo o protocolo de prevenção de quedas, elaborado pela equipe técnica do PROQUALIS em 2013 [9]. Tais complicações e quedas acabam, muitas vezes, por aumentar o tempo de internação hospitalar. A movimentação e acomodação postural para exames regulares como Raio X, Ressonância Magnética, Ultrassom, também se tornam problemas.

Acidentes (trânsito, trabalho, casa, etc.), AVCs (acidentes vasculares cerebrais), lesões na coluna vertebral, obesidade e senilidade são as principais causas que levam uma pessoa a ser acamada ou a ter a mobilidade diminuída. Entre estas causas, a senilidade é a maior delas. O número de pessoas idosas está aumentando devido ao aumento da qualidade da vida e ao alargamento da expectativa de vida [10].

Em 2011, a porcentagem da população mundial com idade maior que 60 anos era de 11%. A previsão é que em 2050 o dobro de pessoas, ou seja, 22% da população ultrapasse os 60 anos de idade [10].

Considerando-se apenas a população da América do Sul e do Caribe, os dados mostram que 10% das pessoas tinham idade superior a 60

anos em 2011, prevendo-se uma porcentagem de 25% para o ano de 2050, configurando o maior aumento em relação a outras partes do mundo [10].

Da mesma forma, estima-se um aumento de 33% na prevalência de obesidade e de 130% na prevalência de obesidade severa para as próximas duas décadas [11]. Tal situação também confirma a necessidade de se buscar soluções para o transporte e a acomodação de pacientes sem que se utilize a força humana.

## 2.2 O Problema da Transferência e Movimentação de Pacientes

Poucos locais de trabalho são tão complexos quanto um hospital, principalmente por oferecer riscos e danos aos profissionais que ali trabalham [12]. O risco de acidentes e doenças neste tipo de ambiente pode variar de acordo com o local específico em que o profissional trabalha ou também com a função que ele desempenha [12].

De acordo com o artigo 19 da Lei 8.213 de 24 de julho de 1991,

acidente do trabalho é o que ocorre pelo exercício do trabalho a serviço de empresa ou de empregador doméstico... provocando lesão corporal ou perturbação funcional que cause a morte ou a perda ou redução, permanente ou temporária, da capacidade para o trabalho [13].

Na prevenção de acidentes hospitalares, deve-se em primeiro lugar eliminar os riscos ou perigos, para que não haja interação direta entre perigo e pessoa [12]. Neste mesmo trabalho, foram analisados 1506 acidentes de trabalho no Hospital das Clínicas da USP e constatou-se que as maiores causas de afastamento do trabalho foram lacerações, ferimentos, contusões e torções e que um problema expressivo para os profissionais da enfermagem é a dor nas costas. Além disso, o transporte e a movimentação de pacientes foram considerados fatores de risco para as lombalgias, sendo que a execução da atividade de movimentação de pacientes acamados foi considerada a mais desgastante fisicamente.

O problema da movimentação de pacientes acamados está diretamente relacionado à força que deve ser realizada para erguê-los, principalmente por parte dos profissionais da enfermagem [14]. Esta dificuldade de movimentação também tem relação com os locais que podem ser tocados, principalmente em pacientes com integridade cutânea prejudicada, idosos (por serem muito frágeis) ou aqueles que são muito

obesos. Por este motivo a movimentação de pacientes é considerada de grande dificuldade de realização, visto também que a maioria dos profissionais de enfermagem que desempenha esta função é do sexo feminino [14].

## 2.3 Tecnologias Assistivas

Embora já existam muitos estudos científicos, equipamentos técnicos e ideias patenteadas que assistam o grande problema da mobilidade de pacientes acamados, tanto no que diz respeito a camas e cadeiras, [15] [16] [17] [18] [19] [20] [21], quanto a aparelhos de outra natureza, [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28], as dificuldades ainda estão presentes principalmente em dois âmbitos: na transferência e na mudança de orientação dos pacientes. A transferência tem relação com deslocamento do paciente da cadeira de rodas até a cama e vice-versa, enquanto a mudança de orientação dos pacientes está relacionada com movimentos desenvolvidos na cama, como virar para os lados quando deitado, sentar, deitar ou ficar de pé. Atualmente os problemas de transferência e a mudança de orientação dos pacientes são resolvidos mediante equipamentos diferentes, não existindo um equipamento unificado que dê solução a ambos os problemas.

Foi realizada uma busca por mecanismos que desempenham uma ou mais tarefas que se espera que o robô proposto neste trabalho também execute. Alguns dos aparelhos encontrados serão apresentados em seguida. Além dos aparelhos, os acessórios como cintas e suportes também são apresentados. A maioria destes aparelhos já estão disponíveis para comercialização.

### 2.3.1 Aparelhos Médicos

No Brasil, as camas elétricas são muito comuns para mudanças de orientação dos pacientes. Em 2012 o MEC, Ministério da Educação, comprou mais 9000 camas elétricas, como a que pode ser vista na Figura 2.1, com custo total maior que 88 milhões de reais, segundo Ata de Registro de Preços Nº 28/2012 [29].



Figura 2.1: Linet Eleganza 3XC [18]

Outra solução para mudar a orientação dos pacientes e também levantá-los pode ser vista na Figura 2.2. Mudanças das posições dos pacientes ajudam prevenir escaras, úlceras de pressão, e problemas cardiovasculares, degeneração de pele e ossos entre outros.



Figura 2.2: BTS ANYMOV [19].

Outro mecanismo também utilizado para mudar a orientação do paciente é o que pode ser visto na Figura 2.3. Mais posições e orientações deste aparelho são encontradas no ANEXO A desta dissertação.



Figura 2.3: VERTICA [20].

Para transferência dos pacientes, as atuais soluções só funcionam para transferi-los entre as camas e cadeiras de rodas. Já existem muitas patentes de camas que se transformam em cadeiras de rodas, no entanto, apenas um produto que oferece esta solução está disponível no mercado, o qual pode ser visto na Figura 2.4.



Figura 2.4: RoboticBed® - Panasonic [17].

Além destes, existem os mecanismos utilizados para transferência. Diferente da solução anterior, na qual a cama se transforma em uma cadeira de rodas, os equipamentos médicos apresentados em seguida servem para mudar o local de acomodação do paciente, ou leva-lo para

outro ambiente. Em outras palavras, utilizando-se os mecanismos mostrados na Figura 2.5, na Figura 2.6 e na Figura 2.7, é possível, por exemplo, tirar o paciente da cama e colocá-lo na cadeira de rodas, trocar o paciente de cama, ou mesmo levá-lo para outro ambiente, como banheiro, salas de cirurgias, etc.



Figura 2.5: Robô Auxiliar de Transferência de Pacientes [27].



Figura 2.6: Medirobot [25].

No ANEXO B é possível ver outras configurações do Medirobot, (Figura 2.6) nas quais ele executa três diferentes funções.



Figura 2.7: Hydraulic Deluxe Silver Vein Patient Lift [28].

Por outro lado, o aparelho mostrado na Figura 2.8 tem uma trajetória predefinida, uma vez que os trilhos que dão suporte ao mecanismo estão fixados ao teto do ambiente. Isto caracteriza uma desvantagem, pois cria restrições de movimento ao aparelho.



Figura 2.8: Ceiling Track Lifts [26].

O mecanismo proposto nesta dissertação é baseado principalmente nas soluções apresentadas na Figura 2.6, na Figura 2.7 e na Figura 2.8.

### 2.3.2 Cintas e suportes

Para os mecanismos como o da Figura 2.6, o da Figura 2.7 e o da Figura 2.8, ainda é possível que se tenha diversos tipos de suportes ou cintas. Estes suportes variam de acordo com o movimento que se deseja realizar, ou até mesmo com as partes onde o paciente pode ser tocado. Alguns exemplos são apresentados nas figuras que seguem.

Existem diversos tipos de suportes que são utilizados para deixar o paciente na posição sentado. A Figura 2.9, e a Figura 2.10, mostram exemplos deste tipo de suporte.

A Figura 2.9, por exemplo, apresenta o chamado Suporte Universal, mostrando-o em uso numa situação real. Ela expõe também a forma do suporte e as configurações em que ele pode ser utilizado.

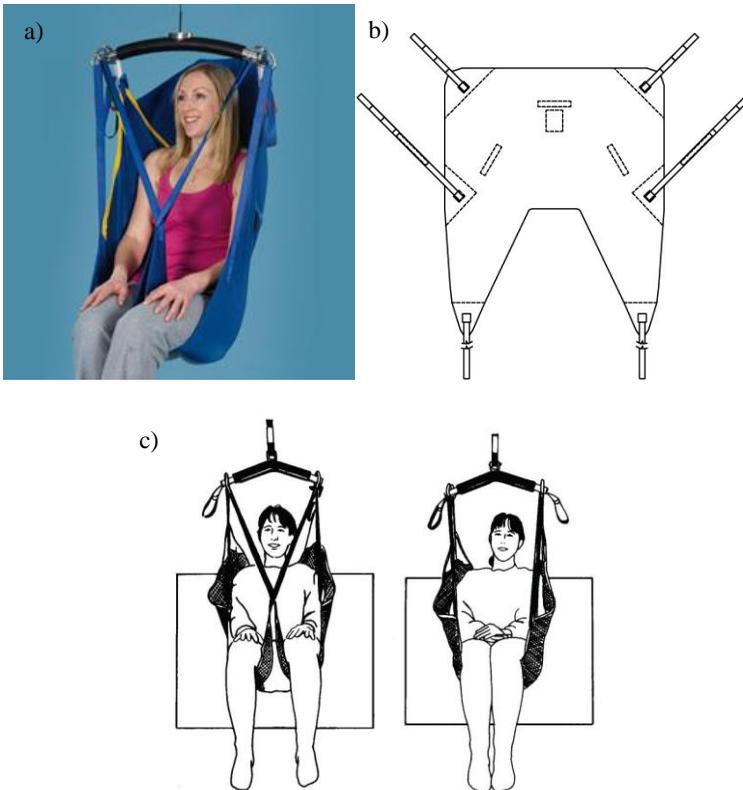


Figura 2.9: Suporte universal: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte; c) Configurações para a utilização [30].

O suporte visto na Figura 2.10 é uma variação do suporte Universal. Ele é denominado Suporte Universal Estilo Maca, justamente por causa da sua forma, que pode ser observada na mesma figura. É possível ver também, que ele possui mais configurações para utilização do que o anterior.

É importante ressaltar aqui que além destes suportes apresentados, ainda existem outros utilizados para o mesmo fim [31][32]. No entanto eles não foram apresentados neste trabalho por não apresentarem diferenças tão significativas.

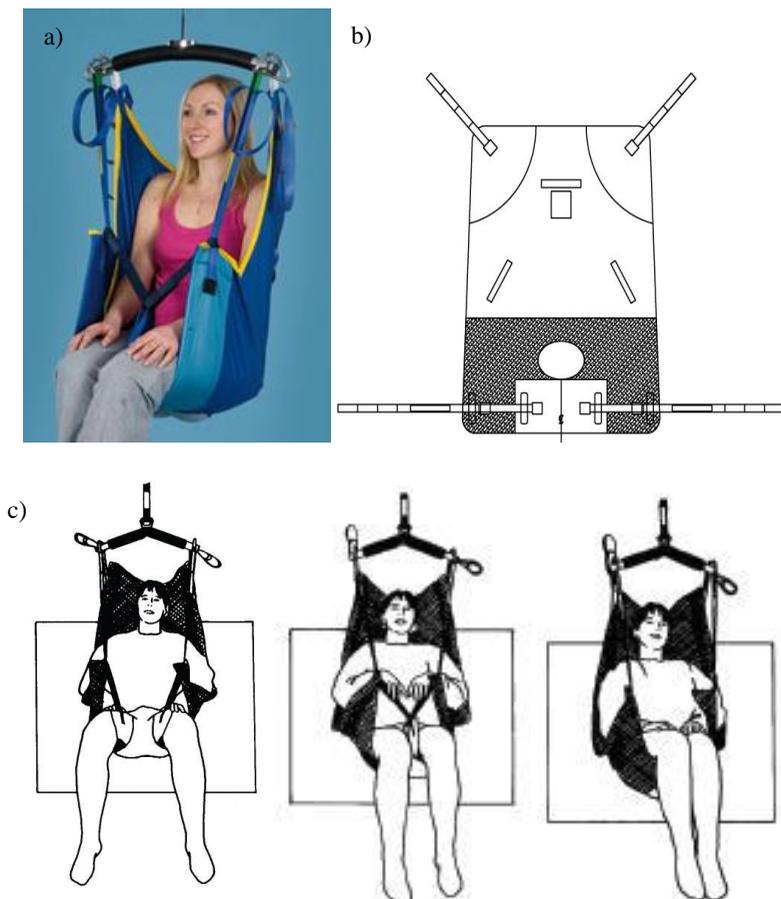


Figura 2.10: Suporte universal estilo maca: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte; c) Configurações para a utilização [33].

Já a Figura 2.11 assim como a Figura 2.12 apresentam soluções de suporte que auxiliam na promoção de cuidados e da higiene pessoal. Estes exemplos podem ser utilizados também em momentos que o paciente necessite realizar as suas necessidades fisiológicas [34].

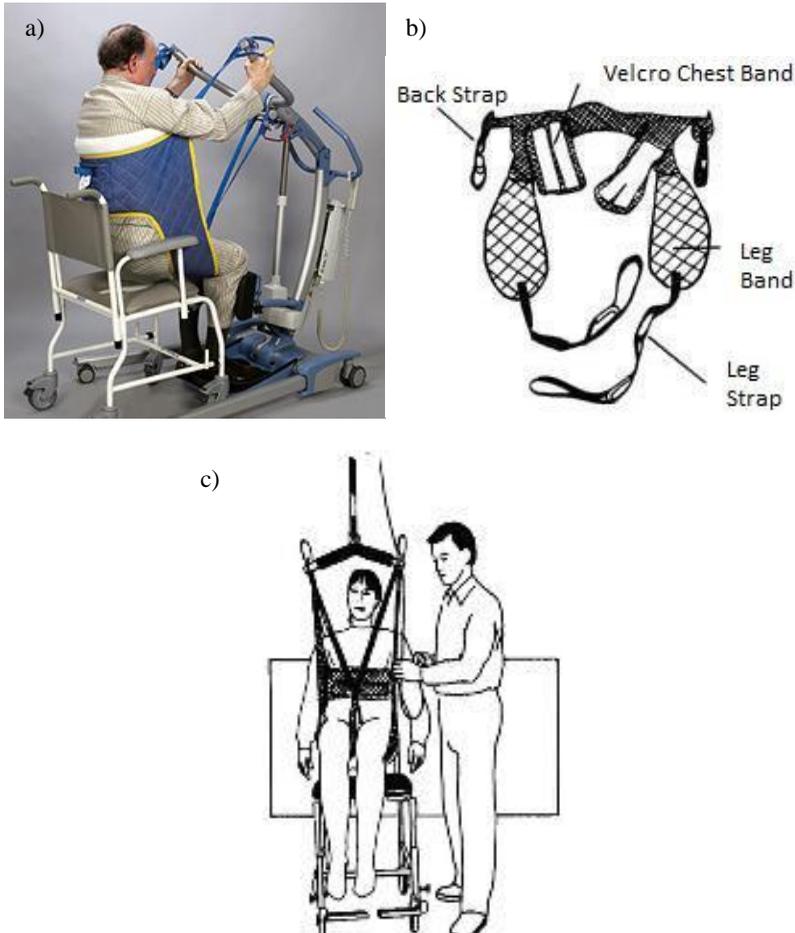


Figura 2.11: Suporte higiênico: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte; c) Configurações para a utilização [34].

É possível perceber que o suporte apresentado na Figura 2.12 possui menor área de contato com o corpo humano. Este fato possibilita sua utilização em pacientes que tenham a integridade cutânea prejudicada em locais específicos.



Figura 2.12: Stand-aid sling: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte [35].

As cintas mostradas na Figura 2.13, na Figura 2.14 e na Figura 2.15 permitem que o acamado fique em pé. Neste sentido elas podem ser muito úteis em casos de reabilitação dos membros inferiores, ou mesmo para evitar a degeneração de ossos e articulações devido à falta de movimentação possibilitar que o acamado fique em pé de forma segura também evita úlceras de pressão, escaras e insuficiência dos órgãos.

A diferença principal existente entre elas consiste em como cada uma se prende às pernas e ao abdômen do paciente, definindo dessa forma o ponto principal de sustentação do corpo. O *design* e a forma da amarração podem facilitar movimentos de caminhada, dando o suporte necessário para evitar a queda do usuário.

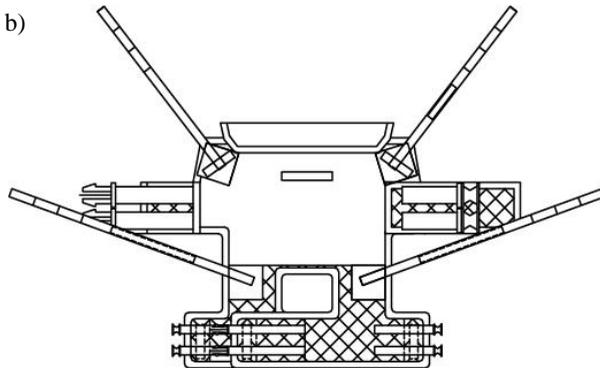
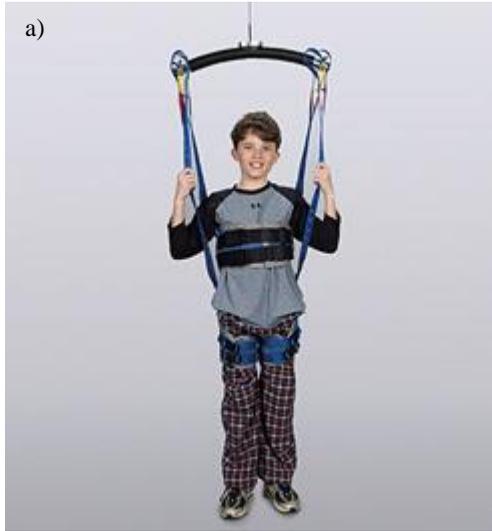


Figura 2.13: Cinta para ficar em pé: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte [36].

Em relação ao ponto de sustentação do corpo pode-se dizer que no modelo da Figura 2.14 o ponto de maior sustentação é entre as pernas e em baixo dos braços do paciente, enquanto na solução apresentada pela Figura 2.15 o ponto de maior sustentação está no abdômen e nas pernas, assim como no suporte mostrado na Figura 2.13.

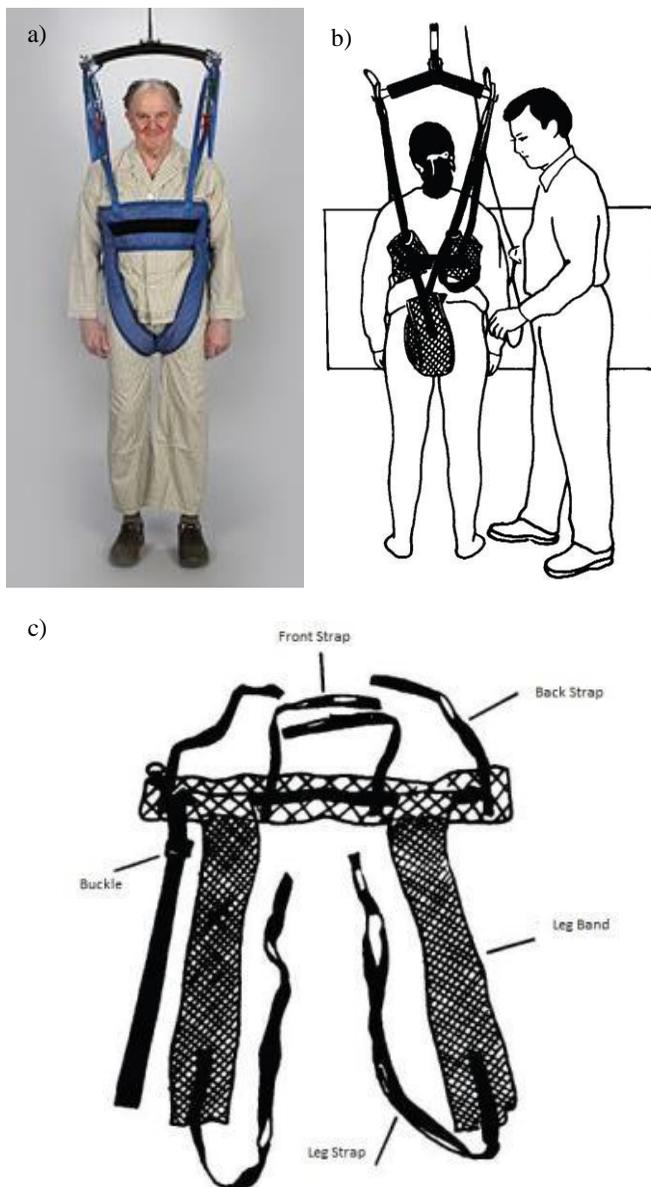


Figura 2.14: Cinta para caminhar: a) Exemplo real de utilização; b) Configurações para a utilização; c) *Design* do suporte [37].

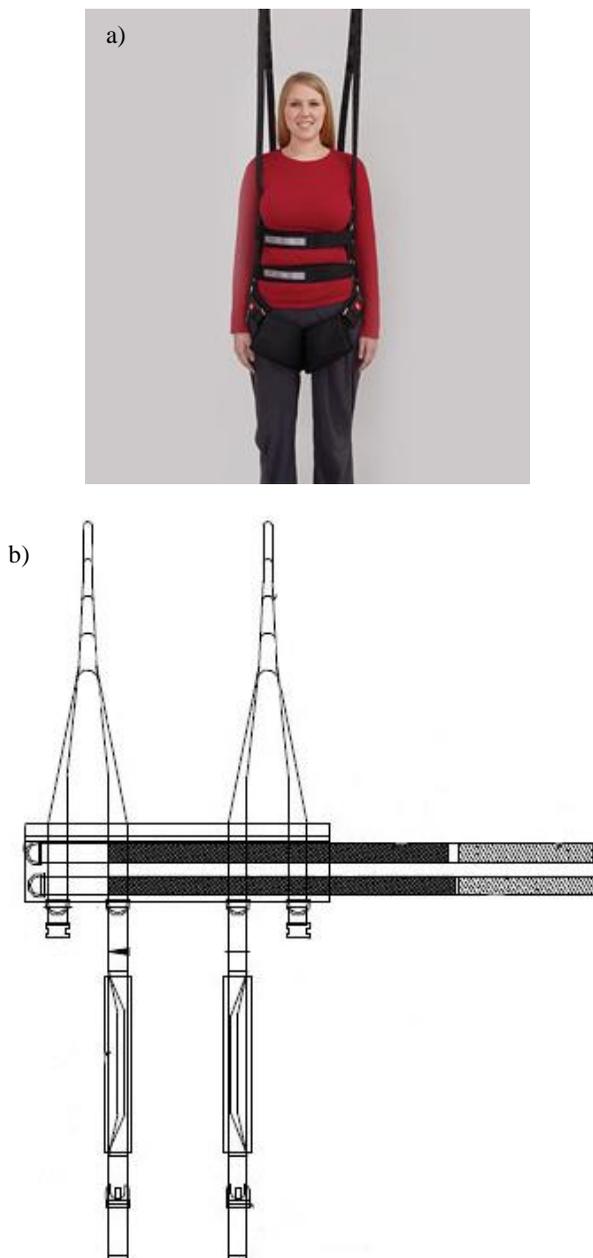


Figura 2.15: Cinta para andar: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte [38].

Os suportes estilo maca são mais utilizados para mudar a orientação dos pacientes, virando-os sobre o leito e permitindo alterar os pontos de contato do corpo com o colchão [39]. O modelo presente na Figura 2.16 é um exemplo de suporte para esse fim.

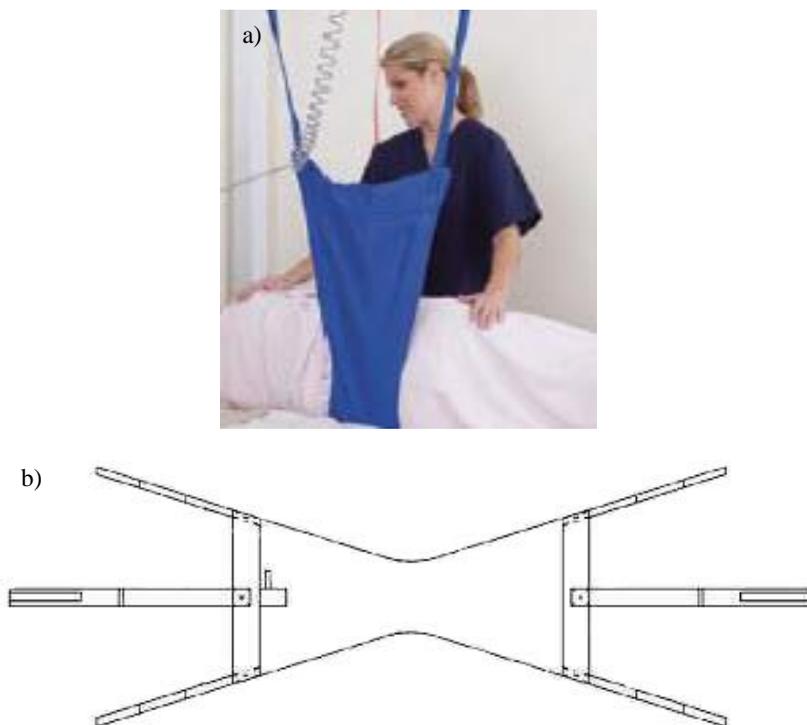


Figura 2.16: Tri-Turner Sling: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte [39].

Na Figura 2.17 o suporte visto é muito simples, porém de muitas funções. Tanto ele pode servir para reposicionar o paciente sobre o leito, quanto para realizar a transferência do acamado de uma cama para outra, possibilitando, nesta última função, funções de higienização, como a troca das roupas de cama [40].

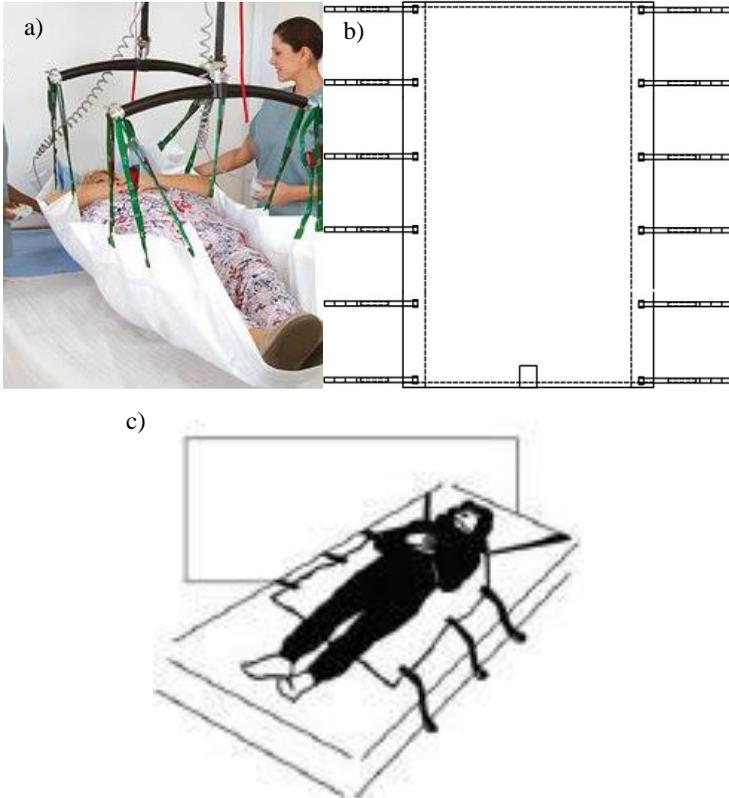


Figura 2.17: Suporte tipo maca para posicionamento: a) Exemplo real de utilização; b) *Design* do suporte; c) Configuração para a utilização [40].

Por fim, porém não menos importante, apresenta-se, na Figura 2.18, o suporte tipo banda.



Figura 2.18: Suporte tipo banda [41].

Uma banda deste tipo pode servir para fins fisioterapêuticos, realizando a movimentação de apenas um dos membros, inferiores ou superiores. Além disso, a elevação das pernas em acamados facilita a circulação sanguínea e em situações de lesão corporal é indispensável.

Observa-se que cada suporte aqui mostrado tem uma utilidade importante. No entanto, eles não podem ser usados todos no mesmo aparelho. Já, o que se espera do mecanismo proposto nesta dissertação é que ele permita a utilização de qualquer um deles. Isto se torna possível justamente pelo fato de os cabos serem móveis, ajustando desta forma, a posição ideal do aparelho para cada situação.

## **2.4 Modelo proposto**

O modelo proposto neste trabalho tenta reunir em um só mecanismo as várias funções desempenhadas por outros já existentes. Embora alguns aparelhos mostrados anteriormente também possuam quatro pontos distintos de fixação para as alças das cintas ou suportes, a grande diferença, que pode também ser considerada uma vantagem do ponto de vista da suavidade dos movimentos, é que as alças dos suportes têm tamanho fixo, enquanto no mecanismo aqui proposto estas alças dão lugar a cabos, os quais assumem tamanhos variados, de acordo com seu enrolar ou desenrolar. Também é possível variar as cintas e os suportes apenas para proporcionar maior conforto ao paciente movimentado.

A Figura 1.4 apresenta (no capítulo anterior) o conceito do mecanismo proposto neste trabalho.

Em um primeiro momento, o mecanismo da Figura 1.4 pode parecer muito com algum mostrado anteriormente. Por isto vale a pena lembrar que cabos atuados substituirão as alças dos suportes e cintas, proporcionando movimentos mais suaves, maior segurança e inclusive maior versatilidade na escolha dos tais suportes.

Para que o aparelho se adapte facilmente a diferentes ambientes, optou-se por um carro-condutor como suporte do mecanismo, que poderá ser motorizado ou não. Este carro pode se movimentar pelo ambiente e também possui um mecanismo de translação vertical, o que permite ajustar a altura adequada para cada operação. Uma vez que o robô atuado por cabos pode realizar as rotações em torno dos eixos horizontais, além de outros movimentos, a cooperação entre os dois produz todos os movimentos permitidos no espaço tridimensional.

Este robô deve ser constituído por um sistema de controle automatizado, o que permite um fácil deslocamento dos pacientes com déficit de mobilidade, diminuindo o esforço físico dos profissionais que

assistem estes pacientes. O mecanismo aplicado a este fim deve ser capaz de auxiliar e facilitar as seguintes funções:

- Transporte do paciente dentro e fora da sala de repouso;
- Mudança postural corporal para realização das necessidades fisiológicas básicas de alimentação, evacuação e micção;
- Mudança de decúbito;
- Alteração da posição do paciente entre “deitado” e “sentado”;
- Elevar o paciente;
- Movimentação e/ou reabilitação articular automatizada;
- Transporte e mudança postural para exames regulares como Raios X e/ou Ressonância Magnética;
- Suporte satisfatório da carga de um paciente com grande sobrepeso resguardando sua segurança durante a movimentação.

É importante observar que diferentes tipos de cintas e/ou suportes podem ser utilizados neste mesmo aparelho. Este fato também contribui para que as diversas funções especificadas anteriormente possam ser realizadas de maneira satisfatória. No entanto, a plataforma móvel, que substitui, neste estudo, as cintas e suportes, será considerada retangular.

### 3 REVISÃO SOBRE MECANISMOS

As estruturas robóticas estão cada vez mais presentes no dia-a-dia das pessoas, seja no trabalho, seja na vida particular. Elas vêm para auxiliar e facilitar tarefas que exigem maior esforço ou precisão, ou ainda que devem ser realizadas em ambientes insalubres ou de difícil acesso.

Os mecanismos robóticos são tradicionalmente classificados de acordo com sua estrutura topológica, ou seja, conforme as características da respectiva cadeia cinemática. Cadeia cinemática é um conjunto de elos conectados através de juntas. De acordo com esta classificação, um robô pode ser considerado serial, paralelo ou híbrido.

Um robô é dito serial quando sua cadeia cinemática é aberta, ou seja, se cada um dos elos é conectado a todos os demais elos por apenas um caminho [42]. Um exemplo pode ser visto na Figura 3.1.

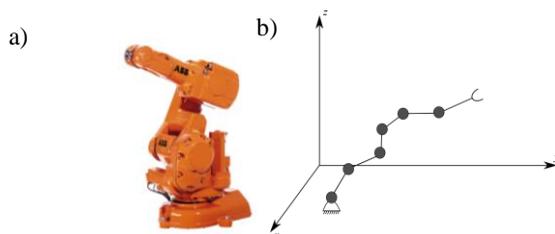


Figura 3.1: Mecanismo serial: a) Robô ABB IRB 140 [43]; b) Estrutura cinemática com cadeia aberta.

Já um robô que possui a cadeia cinemática fechada é chamado paralelo. Nesse caso, todos os elos conectam-se aos demais por pelo menos dois caminhos [42] como se pode ver na Figura 3.2.

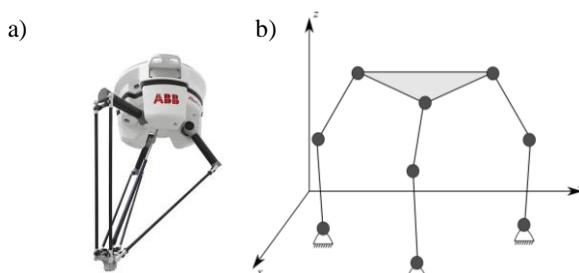


Figura 3.2: Mecanismo paralelo: a) Robô IRB 360 FlexPicker [44]; b) Estrutura cinemática com cadeia fechada.

E, finalmente, quando um mecanismo possui pelo menos uma cadeia fechada e uma aberta, diz-se que ele é híbrido [42], como é possível observar na Figura 3.3.

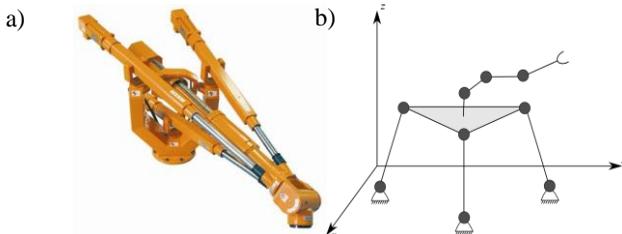


Figura 3.3: Mecanismo híbrido: a) Robô Tricepts T606 [45]; b) Estrutura cinemática com cadeia híbrida.

No que diz respeito a mecanismos, o foco deste trabalho são os atuados por cabos. A cadeia cinemática deste tipo de estrutura também é fechada, ou seja, eles são considerados paralelos. Sendo assim, os estudos presentes nesta dissertação são direcionados a eles.

### 3.1 Mecanismos Paralelos de Estrutura Rígida

Por volta dos anos 60, associados aos simuladores de voo, surgiram os manipuladores paralelos com estrutura rígida, que até hoje são utilizados como base em simuladores com vários graus de liberdade [46]. Stewart, em 1965 propôs uma estrutura paralela com seis graus de liberdade elaborada a partir da adaptação de um simulador de voo a uma estrutura conhecida desde 1947 como plataforma de Gough. Esta estrutura está ilustrada na Figura 3.4 é conhecida atualmente como plataforma de Stewart ou plataforma de Stewart-Gough.



Figura 3.4: Plataforma de Stewart [47].

Nas últimas décadas, os mecanismos paralelos vêm sendo muito estudados. Um dos motivos que os fazem ser alvo de estudos é o que se diz ser seu principal problema: o reduzido espaço de trabalho em comparação ao dos manipuladores seriais convencionais [46].

Um robô paralelo consiste em uma base fixa e uma plataforma móvel, as quais são conectadas através de um determinado número de atuadores. Tais atuadores geralmente são compostos por juntas cilíndricas, e ligados à plataforma e à base através de juntas esféricas e/ou universais. Assim, as ligações sofrem apenas a tração ou compressão, o que aumenta a precisão de posicionamento e permite uma construção mais leve, uma vez que não sofrem flexão [46].

Simuladores de avião e de automóveis e usinagem de peças são as principais aplicações dos robôs paralelos. Um exemplo aparece ilustrado na Figura 3.5.



Figura 3.5: Simulador automotivo [48].

Como vantagens em relação aos robôs seriais, os robôs paralelos apresentam maior agilidade e potência útil, além de economia de energia, e redução do erro final, ou seja, maior precisão. Isso se dá porque o erro final não é cumulativo, uma vez que os erros de cada efetuador não se somam como em um robô serial. No entanto, no que diz respeito ao espaço de trabalho, as desvantagens aparecem, pois os robôs paralelos de estrutura rígida não podem transpor obstáculos, fazendo com que eles trabalhem em uma área restrita. Além disso, os cálculos envolvidos na cinemática direta, ou seja, na execução de um movimento desejado são, normalmente, mais difíceis, podendo-se obter até 40 diferentes soluções [46].

## 3.2 Mecanismos atuados por cabos

Assim como os mecanismos paralelos de estrutura rígida, os atuados por cabos também têm sido alvo de muito interesse e estudo nas últimas décadas. Eles descendem dos manipuladores paralelos, mais especificamente da plataforma de Stewart (1965). Contudo, apresentam certas vantagens em relação aos clássicos robôs paralelos [4], uma vez que são mais leves, ou seja, de fácil deslocamento e que se pode ter um grande número de cabos, o que aumenta a carga suportada e, no caso específico, a segurança do paciente movimentado.

### 3.2.1 Revisão geral

Os robôs atuados por cabos descendem diretamente da plataforma paralela de Stewart, que data de 1965, uma vez que, em 1985, Landsberger e Sheridan propuseram a substituição dos atuadores lineares destas estruturas paralelas rígidas por cabos [49]. Dessa forma os robôs atuados por cabos também são estruturas paralelas, no entanto, cabos flexíveis tomam o lugar das pernas rígidas. Suas características construtivas são semelhantes às de uma plataforma de Stewart, como mostrado na Figura 3.6. De fato, um robô atuado por cabos é constituído por uma plataforma móvel, onde se posiciona o efetuator final, uma base ou plataforma fixa, cuja finalidade é sustentar a carga movimentada e dar a rigidez necessária ao robô, os cabos, que permitem a realização do movimento, e os motores ou atuadores que acionam a movimentação dos cabos.

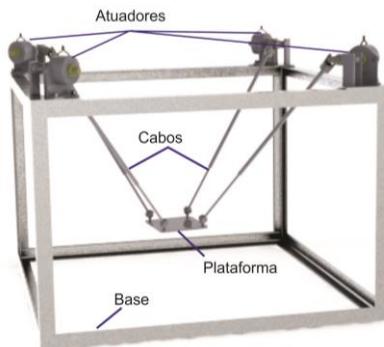


Figura 3.6: Estrutura básica de um robô atuado por cabos.

Este tipo de robô passou a ser mais estudado a partir das duas últimas décadas, principalmente no Japão, nos Estados Unidos e na Ale-

manha. Sua aplicação está mais voltada para situações em que manipuladores rígidos e pesados não são a melhor escolha ou para tarefas em que a precisão não é tão importante [50].

Embora este tipo de robô tenha características semelhantes aos clássicos robôs paralelos, existem certas diferenças importantes [4]. Algumas delas podem ser caracterizadas como vantagens, como o fato de os cabos poderem ser enrolados pelos tambores de uma forma muito rápida, enquanto a massa em movimento do robô é muito pequena. Isso permite que o robô atinja aceleração e velocidades muito altas no efetuador final [51]. Também pelo fato da massa das partes móveis do robô ser muito pequena, eles se tornam mais eficientes em termos energéticos e assim adequados para a movimentação de cargas mais pesadas, atuando até como guindastes. Além disso, aumentando-se o número de cabos, pode-se modificar o espaço de trabalho, aumentar a capacidade de carga ou até melhorar a segurança do que for transportado. Assim, é permitido o uso de um número maior de cabos do que o número de graus de liberdade do efetuador final. Se a posição destes cabos for favorável, o efetuador final do mecanismo ainda pode transpor alguns obstáculos. Ainda como vantagens, destacam-se a elevada capacidade de peso manipulado, a facilidade de transporte e o custo de construção [5], sem contar com o fato de que os pontos de conexão dos cabos podem ser reposicionados, alterando a configuração do mecanismo[52].

Estes robôs podem ser aplicados em diversas áreas, como construção naval, telescópios, sistemas de posicionamento de câmeras, estruturas para reabilitação muscular, em escalas gigantescas ou em microescala, conforme o tipo de tarefa que será executada. A Figura 3.7 traz uma imagem da Spidercam<sup>®</sup>, que é uma câmera suspensa, controlada por cabos.

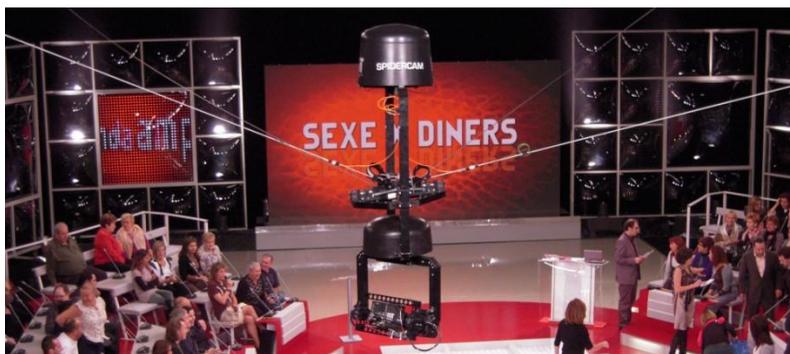


Figura 3.7: Spidercam<sup>®</sup> [53]

Esta câmara pode transladar em qualquer direção devido ao movimento dos cabos. A rotação, no entanto, se dá pela junta rotativa existente no suporte da câmara.

A Figura 3.8 apresenta o Robô IPAnema, do Instituto Fraunhofer para Engenharia de Manufatura e Automação (IPA), na Alemanha. A ideia é desenvolver um guindaste, do tamanho de um campo de futebol, que possa movimentar e reposicionar placas solares [54].

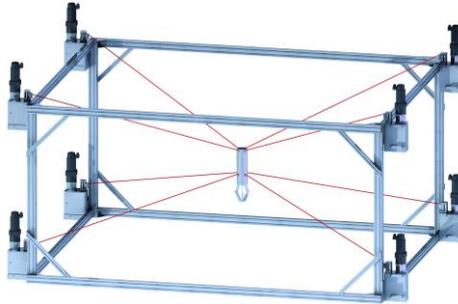


Figura 3.8: Robô IPAnema<sup>®</sup> [54]

Um exemplo de robô utilizado para a reabilitação aparece na Figura 3.9. Ele permite a movimentação tridimensional do braço a partir de uma trajetória desejada [49], proporcionando a reabilitação dos movimentos do ombro. Como se pode ver, ele é constituído de quatro cabos, com apenas dois pontos de fixação à plataforma móvel, no caso, a tala.

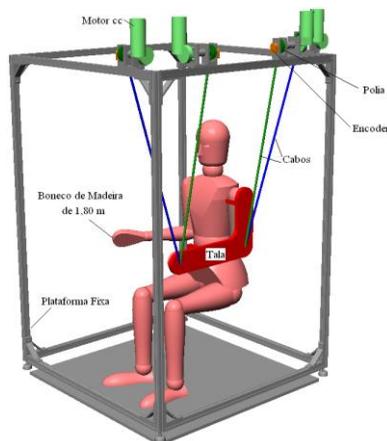


Figura 3.9: Mecanismo para reabilitação dos movimentos do ombro [49].

Por mais que este tipo de robô apresente inúmeras vantagens em relação aos clássicos robôs rígidos e convencionais, ele também apresenta alguns problemas em sua utilização. O principal destes problemas foi justamente herdado dos robôs paralelos rígidos: o espaço de trabalho restrito [46]. Pode-se dizer que esta desvantagem foi agravada, pois os cabos só podem ser tracionados. No entanto, é possível alterar o comprimento da cadeia cinemática através do tambor de enrolamento dos cabos, o que faz superar a limitação geométrica do espaço de trabalho de robôs paralelos clássicos [4]. Mas já existem critérios que podem ser utilizados para avaliar se uma determinada postura (posição e orientação) pertence ou não ao espaço de trabalho [55] [56].

O controle de movimento desse tipo de robô também não é trivial, uma vez que há redundância de tração e assim deve-se avaliar a distribuição da tração nos cabos [46] e a forma com que sua elasticidade influencia no movimento [4]. Além disso, a cinemática desses manipuladores também é complexa e para controlá-los é muito importante encontrar uma estratégia onde a computação em tempo real seja eficiente [46].

Em relação à análise cinemática dos mecanismos atuados por cabos, há indicações de que a cinemática direta exige maior esforço computacional, enquanto a cinemática inversa pode ser realizada de forma mais rápida e simples [46] e ainda fornecendo solução única e precisa para cada mecanismo [57]. Sendo assim, a cinemática direta de robôs paralelos tem sido alvo de muitos estudos da área. Alguns pesquisadores já apresentaram métodos para encontrar as soluções para este problema, demonstrando que o número máximo de soluções gerais para uma plataforma Stewart é de quarenta (40) e de seis (06) para uma plataforma planar [46].

Além da construção de robôs atuados por cabos, os estudos teóricos sobre os mesmos também se desenvolveram bastante. A teoria básica desses manipuladores vem sendo amplamente estudada por Verhoeven, Hiller e Bruckmann [4][55][58][59]. Ming e Higuchi [60] fornecem uma classificação básica para estes mecanismos, que posteriormente foi ampliada por Verhoeven [58]. Além disso, Bruckmann [4] também traz avanços no que diz respeito à análise e ao projeto cinemático de plataformas de Stewart acionadas por cabos, às suas classificações e à análise do espaço de trabalho.

### 3.2.2 Classificação

Os precursores da classificação dos robôs atuados por cabos, Ming e Higuchi, os separaram, em 1994, em CRPM (*Completely Restrained Parallel Manipulator*) e IRPM (*Incompletely Restrained Parallel Manipulator*) [60]. Dez anos mais tarde Verhoeven [58] divide a classe dos CRPM em duas, acrescentando a categoria RRPM (*Redundantly Restrained Parallel Manipulator*). A classificação é feita de acordo com a diferença entre o número de cabos  $m$  e o número de graus de liberdade  $n$  do robô.

- CRPM (Manipulador paralelo completamente restrito): Neste caso a posição da plataforma é determinada pela restrição cinemática definida pela tração dos cabos. O número de cabos é dado por

$$m = n + 1. \quad (3.1)$$

- IRPM (Manipulador paralelo incompletamente restrito): Neste caso, além da restrição cinemática definida pelo cabo, uma equação dinâmica é necessária para se posicionar a plataforma. O número de cabos é inferior ou igual ao número de graus de liberdade, ou seja,

$$m \leq n. \quad (3.2)$$

- RRPM (Manipulador paralelo redundantemente restrito): A posição da plataforma neste caso é completamente determinada pelo número de cabos, tendo-se

$$m > n + 1. \quad (3.3)$$

e, portanto, mais de um cabo redundante.

Verhoeven, em 2004 [58], também classificou os robôs atuados por cabos de acordo com o número de graus de liberdade controláveis, e com o tipo de movimento do efetuador final, como apresentado na Tabela 3.1. Tal classificação também é mostrada na Figura 3.10, que apresenta configurações dos cabos que proporcionam os movimentos descritos.

Tabela 3.1: Classificação dos mecanismos atuados por cabos em relação aos graus de liberdade controláveis [58].

| Classe | DoFs | Tipo de Movimento                |
|--------|------|----------------------------------|
| 1T     | 1    | Movimento linear de um ponto.    |
| 2T     | 2    | Movimento planar de um ponto.    |
| 1R2T   | 3    | Movimento planar de um corpo.    |
| 3T     | 4    | Movimento espacial de um ponto.  |
| 2R3T   | 5    | Movimento espacial de uma barra. |
| 3R3T   | 6    | Movimento espacial de um corpo.  |

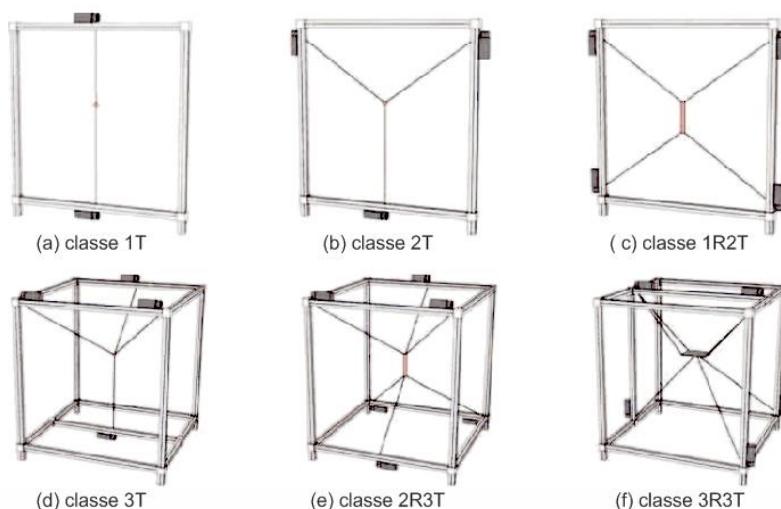


Figura 3.10: Classificação de acordo com o movimento da plataforma [58].

### 3.2.3 Espaço de Trabalho

Espaço de trabalho é o conjunto das posturas possíveis de serem alcançadas pelo atuador final, que neste caso é a plataforma móvel. O estudo do espaço de trabalho de um robô atuado por cabos ainda é um problema em desenvolvimento na área, no entanto é essencial para aplicações práticas [4]. Por mais que ele seja considerado restrito em relação aos robôs seriais [46], ele não é tão limitado quanto o de um robô paralelo clássico de estrutura rígida. De fato, é possível alterar o comprimento da cadeia cinemática através do tambor de enrolamento dos cabos e em diversas situações o robô pode também transpor obstáculos [4], ca-

racterísticas estas que não estão presentes nos robôs paralelos de estrutura rígida.

De qualquer forma, o espaço de trabalho de robôs atuados por cabos tem como principal fator limitante a capacidade dos motores [4], que sempre deve ser considerada no estudo. Além disso, uma característica importante de um robô deste tipo, é que, para seu correto funcionamento, os cabos devem sempre estar tensionados. Tal característica impõe restrições de tração, ou seja, deve ser tomada como tração mínima permitida, aquela que mantiver os cabos tracionados.

Sendo assim, uma postura da plataforma móvel pertence ao espaço de trabalho se a distribuição da tração nos cabos estiver compreendida entre uma tração mínima,  $\underline{\tau} \in \mathbb{R}^m$  e uma tração máxima,  $\bar{\tau} \in \mathbb{R}^m$ , em que  $m$  é o número de cabos do robô.

Adicionalmente outros critérios, tais como a rigidez dos cabos ou a colisão entre eles, podem ser considerados. Diferentes métodos para calcular a área de trabalho de um robô por cabos estão disponíveis na literatura. Em 2004, por exemplo, é apresentada por Bosscher e Ebert, uma metodologia em que os limites do espaço de trabalho são computados [61]. Já em 2008, são discutidos por Gosselin e Moore, métodos discretos e contínuos usando análise de intervalo, para determinar o espaço de trabalho [56]

### 3.2.4 Trabalhos desenvolvidos e/ou em desenvolvimento

Muitos estudos e projetos sobre robôs atuados por cabos já foram desenvolvidos ou encontram-se em desenvolvimento. Nesta seção são apresentados alguns exemplos das contribuições mais relevantes e mais citadas na literatura.

Como visto anteriormente, em 1994 Ming e Higuchi [60] classificaram as plataformas de Stewart acionadas por cabos em dois grupos: os mecanismos completos de posicionamento restrito e os mecanismos incompletos de posicionamento restrito, ou seja, os redundantemente atuados e os que precisam de esforços adicionais, como a força da gravidade, para a estabilização [46]. No ano de 2000, foi desenvolvido por Kawamura, juntamente com outros pesquisadores, um robô ultra veloz com sete cabos, conhecido como FALCON [62]. No mesmo ano, Verhoeven e Hiller apresentam critérios para a determinação do espaço de trabalho [55].

Uma década depois, Verhoeven introduziu mudanças nas classificações dos mecanismos atuados por cabos [58] e também estudou a otimização do espaço de trabalho dos manipuladores classificados. Um

ano depois disto, Kraft e Schäper [63][64] estudaram a cinemática da plataforma de Stewart acionada por cabos e algumas técnicas para o controle no espaço de trabalho. Já em 2008, Bruckmann fez avanços na parte de análise e projeto cinemático, na análise do espaço de trabalho e também na classificação. No mesmo ano, Gosselin e Moore também apresentaram contribuições para a determinação do espaço de trabalho de mecanismos atuados por cabos baseado em politopos [56]. Em um estudo muito recente (2015), Anson aponta modificações no espaço de trabalho devido à mudança do ponto de ancoragem dos cabos à plataforma fixa, realizando o estudo de um caso planar [65].

Além destes estudos, existem muitos robôs como os que estão mostrados na Figura 3.7, na Figura 3.8 e na Figura 3.9 também em desenvolvimento.



## 4 MODELAGEM DE MECANISMOS

A modelagem de mecanismos é composta pelas análises estática e cinemática. Através de tais análises é possível determinar na análise estática os esforços das juntas e na cinemática, posições e velocidades relacionadas aos movimentos das juntas. Além disso, para determinar completamente a configuração de um mecanismo, se faz necessário o estudo da sua mobilidade.

### 4.1 Mobilidade

A mobilidade de uma cadeia cinemática ou mecanismo é definida como o número de parâmetros independentes necessários para determinar completamente a configuração deste mecanismo [66].

O cálculo da mobilidade destes sistemas é feito a partir da determinação da mobilidade das cadeias cinemáticas que os constituem. Para tanto pode-se utilizar fórmulas desenvolvidas pela teoria dos mecanismos [67]. Os principais tipos de juntas utilizadas na construção de robôs seriais são a prismática ou de translação, representada pelo símbolo P, e a rotativa, representada pelo símbolo R [66]. Nos robôs paralelos espaciais utiliza-se, além da rotativa e da prismática, as juntas cilíndrica (C), esférica (S), plana (E) e universal (U), esta última formada por duas juntas rotativas conectadas em série [66]. Informações mais detalhadas e específicas sobre funcionalidade, restrições impostas e as liberdades permitidas foram abordadas por Carboni, em 2008 [68].

Para os mecanismos seriais o cálculo da mobilidade está diretamente associado ao número de juntas. Neles, todas as juntas devem ser atuadas, o que dificulta a utilização de juntas com mais de um grau de liberdade [66]. Nesse caso, a mobilidade é exatamente igual ao número de juntas. Por outro lado, ela também pode ser associada ao número de atuadores existentes no robô.

De forma geral, a mobilidade,  $M$ , de um robô serial que possui  $j$  juntas pode ser calculada através da equação

$$M = \sum_{i=1}^j f_i, \quad (4.1)$$

em que  $f_i$  é o grau de liberdade de cada junta  $i$ .

No entanto, o cálculo da mobilidade de robôs paralelos em geral não é feita de forma tão direta como a de robôs seriais [66]. Uma forma

segura de realizar este cálculo é determinar as equações de restrição que descrevem o comportamento cinemático do mecanismo e analisar a existência de dependência linear entre as equações [67]. Nesse caso, se  $p$  é o número de equações cinemáticas independentes, a mobilidade  $M$  é dada por

$$M = \sum_{i=1}^j f_i - p. \quad (4.2)$$

Um fato importante deste procedimento que deve ser considerado, é que ele fornece apenas a mobilidade para uma determinada configuração do robô [67]. Além disso, em configurações singulares, a mobilidade instantânea dos robôs, tanto seriais quanto paralelos pode ser alterada.

Uma desvantagem em relação a esse cálculo é a necessidade da obtenção das equações cinemáticas de restrição, principalmente pelo fato de que este estudo não é trivial para mecanismos paralelos. Sendo assim, o ideal é trabalhar com equações que forneçam, de forma simples, a mobilidade geral de um robô para qualquer configuração. Diversos autores apresentaram soluções para este problema [66] e uma revisão histórica sobre o desenvolvimento destas fórmulas é apresentada por Gogu, em 2005 [67].

O critério de Grübler (ou de Kutzbach) geralmente é aceito para calcular a mobilidade de mecanismos paralelos em que todos os mecanismos que o compõe tenham a mesma ordem mínima [66]. Tal ordem é a dimensão  $\lambda$  do espaço de trabalho do manipulador. Mecanismos planos são geralmente representados no espaço plano, que possui  $\lambda = 3$ . Já para os mecanismos espaciais, considera-se  $\lambda = 6$ , uma vez que são representados no espaço tridimensional.

A fórmula de Kutzbach para a mobilidade é dada por

$$M = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i. \quad (4.3)$$

em que  $n$  é o número de elos do mecanismo, incluindo o elo fixo de referência (a base).

Na verdade, em 1900 Ball já havia estabelecido esta fórmula, no entanto Grübler (1917) e Kutzbach (1929) desenvolveram a equação especificamente para mecanismos [42].

Se o mecanismo apresenta apenas juntas com um grau de liberdade ( $f_i = 1$ ), a equação 4.3 pode ser simplesmente escrita como

$$M = \lambda(n - j - 1) + j. \quad (4.4)$$

Ainda, considerando-se que o número de circuitos de um mecanismo ( $v$ ) é dado por

$$v = j - n + 1, \quad (4.5)$$

a equação 4.4 fica

$$M = j - \lambda v. \quad (4.6)$$

Se for conveniente, pode-se também utilizar o grau bruto de restrição do mecanismo ( $C$ ) para calcular a mobilidade. Nesse caso, sabendo-se que

$$C = \sum_{i=1}^j c_i, \quad (4.7)$$

em que  $c_i$  é o grau de restrição de cada junta, com

$$f_i = \lambda - c_i, \quad (4.8)$$

a equação da mobilidade fica

$$M = \lambda(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j (\lambda - c_i) \quad (4.9)$$

ou seja,

$$M = \lambda(n - j - 1) + \lambda j + \sum_{i=1}^j c_i. \quad (4.10)$$

E finalmente, pode-se escrever a mobilidade como

$$M = \lambda(n - 1) + C. \quad (4.11)$$

Apesar da equação de Kutzbach ter sido desenvolvida para mecanismos paralelos, ela também fornece resultados corretos para cadeias cinemáticas abertas [66]. Nestas últimas, o número  $\nu$  de circuitos é igual a zero.

## 4.2 Teoria de helicoides

A teoria de helicoides, formulada por Mozzi em 1763 e sistematizada por Ball em 1900, é uma importante ferramenta utilizada para representar o estado instantâneo dos movimentos (cinemática) e das ações (estática) de um corpo rígido no espaço [69].

Em meados do século XIX, Julius Plücker propôs coordenadas para uma linha (eixo), e assim, um helicóide pôde ser considerado um ente geométrico e passou a possuir coordenadas próprias: as coordenadas de Plücker [70].

Um helicóide, denotado por  $\mathcal{H}$ , é completamente determinado por uma reta direcionada, denominada eixo helicoidal, e por um passo, denotado por  $h$ . Diz-se que um helicóide é normalizado quando seu eixo está representado por um vetor unitário. Então ele passa a ser denotado por  $\hat{\mathcal{H}}$ .

Um helicóide representado através das seis coordenadas homogêneas de Plücker é escrito da seguinte forma:

$$\mathcal{H} = \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \text{-----} \\ \mathcal{P}^* = \mathcal{P} + h\mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} + h\mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} + h\mathcal{N} \end{array} \right\}, \quad (4.12)$$

em que  $\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*$  e  $\mathcal{R}^*$  são as coordenadas homogêneas de Plücker.

Seja  $\vec{S}$  o vetor linha que tem a mesma direção do eixo helicoidal e  $S_0$  um ponto deste eixo. Define-se  $\vec{S}_0$  como o vetor posição deste ponto relativo à origem do sistema de coordenadas, ou seja,

$$\vec{S}_0 = \overline{O_{xyz}}\vec{S}_0, \quad (4.13)$$

sendo  $\vec{S}_0$  também um vetor linha.

Desta forma, o helicóide é escrito como

$$\mathcal{S} = \begin{Bmatrix} \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \\ \hline \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{S}^T \\ \hline (\vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S})^T \end{Bmatrix}, \quad (4.14)$$

em que  $\vec{S}^T$  e  $(\vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S})^T$  indicam respectivamente os vetores  $\vec{S}$  e  $(\vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S})$  transpostos, ou seja, escritos na forma de colunas.

Quando o helicóide está escrito conforme a Equação 4.3, diz-se que ele está na forma axial. Por outro lado, se ele é escrito como

$$\mathcal{S} = \begin{Bmatrix} \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \\ \hline \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{S} + h\vec{S})^T \\ \hline \vec{S}^T \end{Bmatrix}, \quad (4.15)$$

então ele está na forma radial.

Um helicóide pode representar tanto o estado de movimentos, quanto o estado de ações de um corpo rígido, sendo denominado de heligiro e heliforça respectivamente. Um heligiro, utilizado na análise cinemática de mecanismos, é escrito na forma axial. Nesse caso, as três primeiras coordenadas representam a velocidade angular do corpo e as outras três coordenadas representam sua velocidade linear. Já o heliforça, utilizado na análise estática de mecanismos é escrito na forma radial, no qual as três primeiras componentes indicam os momentos e as três últimas, a força resultante.

### 4.3 Estática

Na análise estática de robôs paralelos, o principal objetivo é determinar o torque de cada motor que enrola e desenrola os cabos. Estes torques são dados em função da tração nos cabos que por sua vez é determinada de acordo com a força aplicada na plataforma móvel, para cada posição.

### 4.3.1 Os helicoides na estática

Na estática, um helicóide é denominado heliforça (*wrench*). Ele é escrito na forma radial e geralmente denotado por  $\$^A$ , por ser um helicóide de ação.

Dados um vetor linha  $\vec{R}$ , que representa a força de atuação ao longo do eixo helicoidal normalizado  $\vec{S}^A$  e  $\vec{T}_P$  um binário que age sobre o corpo rígido em um ponto  $P$ , um heliforça pode ser escrito como

$$\$^A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{T}_P^t \\ \dots \\ \vec{R}^t \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{P}^* = \mathcal{P} + h\mathcal{L} \\ \mathcal{Q}^* = \mathcal{Q} + h\mathcal{M} \\ \mathcal{R}^* = \mathcal{R} + h\mathcal{N} \\ \dots \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} (\vec{S}_0 \times \vec{R} + h\vec{R})^t \\ \dots \\ \vec{R}^t \end{array} \right\}, \quad (4.16)$$

em que  $h$  é o passo do helicóide.

É possível notar que

$$|\vec{T}_P| = \sqrt{\mathcal{P}^{*2} + \mathcal{Q}^{*2} + \mathcal{R}^{*2}}, \quad (4.17)$$

enquanto

$$|\vec{R}| = \sqrt{\mathcal{L}^2 + \mathcal{M}^2 + \mathcal{N}^2}. \quad (4.18)$$

Normalizando-se o heliforça, obtém-se um elemento geométrico  $\hat{\$}^A$ , sem nenhuma grandeza mecânica associada e uma magnitude,  $\psi$ , com unidade de força, ou seja,

$$\$^A = \psi \hat{\$}^A, \quad (4.19)$$

em que

$$\hat{\$}^A = \left\{ \begin{array}{c} (\vec{S}_0 \times \vec{S}^A + h\vec{S}^A)^t \\ \dots \\ \vec{S}^A{}^t \end{array} \right\} \quad (4.20)$$

é o heliforça normalizado, sendo neste, caso

$$\mathcal{L}^2 + \mathcal{M}^2 + \mathcal{N}^2 = 1, \quad (4.21)$$

e portanto,

$$\psi = |\vec{R}|. \quad (4.22)$$

Existem casos especiais de heliforças que precisam ser avaliados. Tais casos ocorrem quando o passo  $h$  do helicóide é nulo ( $h = 0$ ) ou quando ele é considerado infinito ( $h = \infty$ ).

No primeiro caso, quando  $h = 0$ , a Equação 4.16 fica

$$\$_A^A = \begin{Bmatrix} \mathcal{P} \\ \mathcal{Q} \\ \mathcal{R} \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{R})^t \\ \vec{R}^t \end{Bmatrix} = \psi \begin{Bmatrix} (\vec{S}_0 \times \vec{S}^A)^t \\ \vec{S}^A{}^t \end{Bmatrix}, \quad (4.23)$$

o que significa que existem apenas forças atuando no sistema.

No segundo caso, quando  $h = \infty$ , significa que a força resultante  $\vec{R}$  é nula, ou seja, o heliforça representa momento puro. Então o heliforça é escrito como

$$\$_A^A = \begin{Bmatrix} \mathcal{P}^* \\ \mathcal{Q}^* \\ \mathcal{R}^* \\ \mathcal{L} \\ \mathcal{M} \\ \mathcal{N} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \vec{T}_P{}^t \\ \vec{0}^t \end{Bmatrix} = \psi \begin{Bmatrix} \vec{S}^A{}^t \\ \vec{0}^t \end{Bmatrix}. \quad (4.24)$$

Na análise estática, as ações relativas entre corpos são representadas por um heliforça. Da mesma forma também são representadas as restrições unitárias presentes nas juntas dos mecanismos [69].

#### 4.3.2 Método de Davies

O método de Davies é fundamentado tanto na teoria de helicóides, quanto na teoria de grafos. As teorias dos cortes e das malhas de Kirchhoff-Davies também são utilizadas para determinar restrições de um manipulador. Este método gera os resultados na forma matricial, necessitando-se, desta forma, um prévio conhecimento sobre a álgebra matricial para aplicá-lo.

Esta metodologia pode ser empregada para realizar tanto estudos da cinemática quanto da estática de robôs. Para a realização da análise estática o método baseia-se na Lei dos Nós, enquanto que para os estudos da cinemática do mecanismo, fundamenta-se na Lei dos Circuitos [69].

Apesar do principal objetivo da análise estática de robôs atuados por cabos ser a determinação das trações nos cabos, o Método de Davies permite determinar de uma só vez todas as solicitações existentes em todas as juntas do mecanismo, configurando assim, uma vantagem desta metodologia. Enquanto as trações nos cabos podem ser utilizadas para analisar o espaço de trabalho, os esforços das outras juntas são necessários para o dimensionamento completo do mecanismo.

#### **4.4 Cinemática**

A análise cinemática compreende tanto o estudo da posição (cinemática de posição) como o da velocidade (cinemática diferencial) de mecanismos. Na cinemática direta de posição, a posição linear ou angular das juntas ativas é conhecida e o objetivo é obter a posição de um elo ou de um ponto específico do mecanismo. Em robôs seriais, este ponto em geral corresponde ao efetuador. Em robôs paralelos, este ponto também é chamado de efetuador e corresponde geralmente ao centro da plataforma livre do robô. Na cinemática direta diferencial, a velocidade linear ou angular das juntas ativas é conhecida e o objetivo é obter a velocidade de um elo ou de um ponto específico do mecanismo. Na cinemática inversa, a posição (ou velocidade) de um ponto específico do mecanismo é conhecida e o objetivo é encontrar a posição (ou velocidade) das juntas atuadas

A análise cinemática direta pode ser realizada a partir da determinação dos parâmetros de Denavit-Hartenberg ou através do Método dos Helicoides sucessivos [57]. Já a análise cinemática inversa pode ser resolvida na forma diferencial, integrando-se a velocidade das juntas, ou analítica, utilizando-se intuição geométrica e álgebra vetorial [57].

No entanto, para manipuladores paralelos, a resolução do modelo cinemático consiste apenas em determinar o comprimento dos cabos e sua relação com a postura da plataforma [46]. Nesse caso, considerando-se que os cabos estão sempre tensionados, pode-se representá-los por vetores e assim, conhecendo as dimensões das plataformas e impondo sua postura (posição e orientação) pode-se, facilmente determinar o comprimento dos cabos através da abordagem analítica.

Além disso, a cinemática inversa diferencial tem um custo computacional maior que a analítica, podendo gerar erros de aproximação pelo elevado número de iterações dos algoritmos envolvidos [57]. Como os resultados obtidos na análise cinemática são utilizados para determinar a solução estática do problema, erros de aproximação podem gerar maiores erros também nos resultados do problema estático.

Visto isso, o modelo cinemático é resolvido, nesta dissertação, através da cinemática inversa analítica.



## 5 MODELO PROPOSTO

Foram realizadas visitas ao Hospital Universitário da Universidade Federal de Santa Catarina, HU, para se ter uma ideia de como é, na realidade, o ambiente hospitalar e levantar mais alguns requisitos essenciais do projeto.

### 5.1 Requisitos do projeto

Na visita realizada ao HU verificou-se, por exemplo, que o teto dos quartos não é resistente o suficiente para suportar as cargas esperadas. Esse foi um dos principais motivos que levou a optar-se pelo carro-condutor como suporte para o mecanismo.

Além disso, a maior dificuldade de movimentação e transporte dos pacientes se dá quando o paciente é obeso. Nesse sentido entende-se que o mecanismo deve suportar uma carga de pelo menos 350 kg.

Especificações de dimensão podem ser obtidas através das medidas antropométricas, para a plataforma móvel e de acordo com as normas da ABNT para o conjunto mecanismo-carro-condutor, uma vez que ele deve ser itinerante e assim, precisa passar por portas para adentrar os ambientes. De qualquer forma, a plataforma fixa pode ter um mecanismo retrátil, permitindo a variação de suas dimensões, facilitando sua movimentação e adaptação a qualquer espaço.

De acordo com a pesquisa bibliográfica realizada e com as necessidades mencionadas por profissionais da área da saúde, o robô deve ser capaz de realizar diversos movimentos, entre eles, podem ser citados os seguintes:

- Movimentar o paciente estando ele a qualquer distância do chão (inclusive se estiver no chão).
- Elevar o paciente.
- Modificar a postura de deitado para sentado ou vice-versa;
- Quando o paciente estiver deitado deve ser capaz de virar o paciente de lado, mantendo-o deitado.
- Transportar o paciente de uma cama a outra.
- Transportar o paciente da cama para uma cadeira ou vice-versa.

Geometricamente estes movimentos podem ser descritos através das rotações em torno dos eixos  $O_x$ ,  $O_y$  e  $O_z$  e das translações em relação aos três eixos,  $O_x$ ,  $O_y$  e  $O_z$ , de acordo com o sistema de referência posicionado no paciente, como mostra a Figura 5.1.

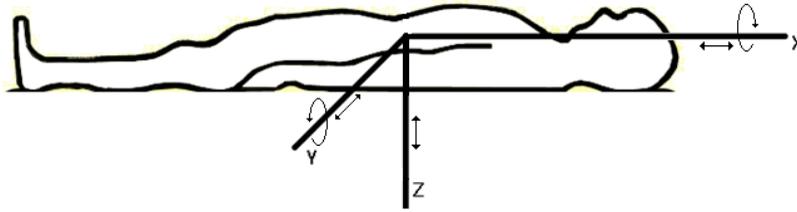


Figura 5.1: Sistema de referência posicionado no paciente para descrever os movimentos.

Para que o mecanismo consiga realizar todas as funções anteriormente descritas, faz-se necessário um estudo sobre a mobilidade do mecanismo. Tal estudo é feito a fim de verificar as possibilidades de movimentação validando a ideia proposta.

## 5.2 Mobilidade

De acordo com a Equação 4.3, é possível calcular a mobilidade do mecanismo. Para tanto, é necessário determinar as variáveis envolvidas no problema.

O mecanismo espacial ( $\lambda = 6$ ) proposto neste trabalho é paralelo e possui quatro cabos que conectam a base fixa à plataforma móvel e que podem ser enrolados ou soltos quando os motores forem acionados. Desta forma, considera-se que ele possui quatro pernas com estruturas idênticas, sendo que o movimento de cada cabo (perna) é representado por uma junta prismática atuada. Nos pontos de fixação dos cabos à plataforma móvel são consideradas juntas esféricas e as conexões dos cabos à base fixa são tomadas como juntas universais. Diz-se que as juntas universais e esféricas, neste caso, são passivas, pois seu movimento dependerá do movimento imposto pelos atuadores. Logo, tem-se  $j = 12$  e  $n = 10$ , como pode ser visto na Figura 5.2.

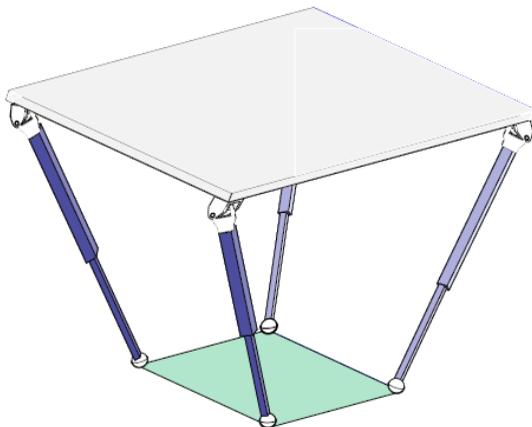


Figura 5.2: Estrutura cinemática do mecanismo proposto.

Além disso, uma junta prismática pode realizar apenas o movimento de translação, e portanto, possui um grau de liberdade de movimento. Já as juntas universais podem realizar duas rotações, possuindo, desta forma, grau de liberdade igual a dois. E por fim, cada junta esférica realiza três rotações, caracterizando grau de liberdade de movimento igual a três. Nestas condições,

$$\sum_{i=1}^j f_i = 4(1 + 2 + 3) = 24. \quad (5.1)$$

Logo, pela Equação 4.3,

$$M = 6(10 - 12 - 1) + 24 = 6 \quad (5.2)$$

### 5.3 Solução da Cinemática Inversa

Visto que o mecanismo proposto neste trabalho é atuado por cabos e, portanto, paralelo, a análise cinemática direta torna-se complexa [46]. Além disto, nesta etapa pretende-se apenas determinar o comprimento dos cabos e sua relação com a postura da plataforma móvel. Desta forma, será realizada a análise cinemática inversa.

Como visto anteriormente, na seção 4.4, existem duas formas de realizar a análise cinemática inversa [57]. Uma delas é a cinemática

diferencial, cujo modelo é complexo e de difícil solução analítica. Esta metodologia ainda pode gerar erros de aproximação, que resultam basicamente do número de iterações [57].

A última, e que será usada no desenvolvimento deste trabalho, é uma metodologia analítica, fundamentada no conhecimento sobre vetores, a qual é mais precisa e específica para cada manipulador, obtendo-se respostas em uma única sequência de operações [57].

A Figura 5.2 mostra a estrutura cinemática do mecanismo proposto. Pode-se perceber que cada cabo está representado por uma junta prismática, a qual é conectada à base fixa por uma junta universal, e à plataforma móvel através de uma junta esférica.

A representação vetorial utilizada para resolver a cinemática inversa do mecanismo está totalmente esquematizada na Figura 5.3. Nesta figura,  $O_B$  e  $O_P$  representam respectivamente o referencial da base fixa e o referencial da plataforma móvel, que podem ser conectados pelo vetor  $\vec{r}$ , que tem origem no centro  $O_B$ .  $M_x$  e  $M_y$  são as dimensões da base fixa e  $N_x$  e  $N_y$  são as dimensões da plataforma móvel. Cada um dos quatro cabos é representado por um vetor  $\vec{l}_i$ , com  $i = 1,2,3,4$ , sendo que o ponto de fixação deles à base fixa está representado pelo ponto  $B_i$ , com  $i = 1,2,3,4$  e os pontos de conexão dos cabos com a plataforma móvel correspondem aos pontos  $P_i$ , com  $i = 1,2,3,4$ . Ainda estão mostrados os vetores  $\vec{b}_i$  e  $\vec{p}_i$ , para  $i = 1,2,3,4$ , os quais conectam os cabos aos referenciais  $O_B$  e  $O_P$  respectivamente.

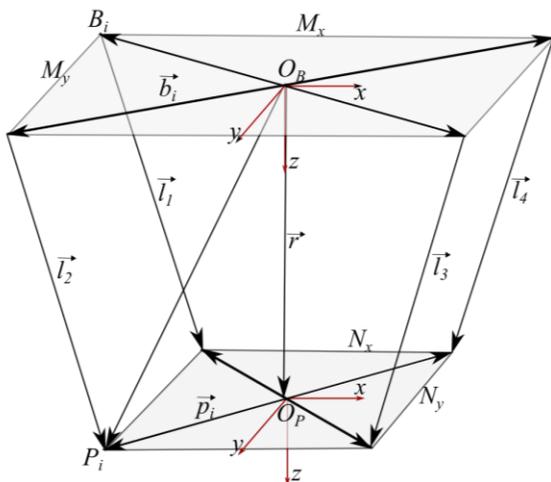


Figura 5.3: Representação vetorial do mecanismo proposto.

Também na Figura 5.3 é possível perceber que os vetores  $\vec{p}_i$ , com  $i = 1,2,3,4$ , que conectam o referencial  $O_P$  aos pontos de ancoragem dos cabos à plataforma móvel, estão escritos em relação às coordenadas do próprio referencial  $O_P$  do centro da plataforma móvel, enquanto todos os outros vetores estão escritos nas coordenadas do referencial  $O_B$  do centro da base fixa. Sendo assim, para fins de cálculos é necessário escrever os vetores  $\vec{p}_i$ , com  $i = 1,2,3,4$  em relação ao sistema de coordenadas

$O_B$ .

Nota-se que

$$\vec{p}_i^B = \overrightarrow{O_B P_i} \quad (5.3)$$

ou ainda, por simplicidade de notação,

$$\vec{p}_i^B = \vec{P}_i \quad (5.4)$$

com  $i = 1,2,3,4$ .

Os vetores que representam os cabos podem ser escritos como

$$\vec{l}_i = \vec{p}_i^B - \vec{b}_i \quad (5.5)$$

ou seja,

$$\vec{l}_i = \vec{P}_i - \vec{b}_i \quad (5.6)$$

para  $i = 1,2,3,4$ .

Fornecidos os ângulos  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$  da orientação da plataforma móvel e a posição do seu centro no espaço (através do vetor  $\vec{r}$ ) é possível obter o comprimento de cada cabo, que é dado por

$$|\vec{l}_i| = |\vec{P}_i - \vec{b}_i|, \quad (5.7)$$

para  $i = 1,2,3,4$ .

É importante notar que para o cálculo de  $\vec{P}_i$ , com  $i = 1,2,3,4$ , usa-se a matriz de rotação *Roll-Pitch-Yaw*, denotada por  $R$ , uma vez que dados os ângulos  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$  de orientação da plataforma móvel, cada vetor  $\vec{p}_i$  deve sofrer também a mesma rotação. Dessa forma, tem-se

$$\vec{P}_i^t = R \vec{p}_i^t + \vec{r}^t, \quad (5.8)$$

ou seja,

$$\vec{P}_i = \vec{p}_i R^t + \vec{r} \quad (5.9)$$

para  $i = 1,2,3,4$ , em que a matriz de rotação  $R_{3 \times 3}$  é dada por

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta_y \cos\theta_z & \cos\theta_z \text{sen}\theta_x \text{sen}\theta_y - \cos\theta_x \text{sen}\theta_z \\ \cos\theta_y \text{sen}\theta_z & \cos\theta_x \cos\theta_z + \text{sen}\theta_x \text{sen}\theta_y \text{sen}\theta_z \dots \\ -\text{sen}\theta_y & \cos\theta_y \text{sen}\theta_x \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{sen}\theta_x \text{sen}\theta_z + \cos\theta_x \cos\theta_z \text{sen}\theta_y \\ \dots \cos\theta_x \text{sen}\theta_y \text{sen}\theta_z - \cos\theta_z \text{sen}\theta_x \\ \cos\theta_x \cos\theta_y \end{array} \right\}$$

Então, ao substituir a Equação (5.9) na Equação (5.7), obtém-se o comprimento do  $i$ -ésimo cabo, que é dado por

$$|\vec{l}_i| = |\vec{p}_i R^t + \vec{r} - \vec{b}_i| \quad (5.11)$$

para  $i = 1,2,3,4$ .

Conhecendo as dimensões  $M_x$  e  $M_y$ , da base fixa e  $N_x$  e  $N_y$ , da plataforma móvel, é possível determinar as componentes dos vetores  $\vec{b}_i$  e  $\vec{p}_i$ , para  $i = 1,2,3,4$ , uma vez que os referenciais  $O_B$  e  $O_P$  encontram-se exatamente no centro da base e da plataforma móvel, respectivamente. De acordo com o que está posto na Figura 5.3, podem ser identificadas as componentes dos vetores  $\vec{b}_i$ , e dos vetores  $\vec{p}_i$ , para  $i = 1,2,3,4$ .

$$\vec{b}_1 = \left( -\frac{M_x}{2}, -\frac{M_y}{2}, 0 \right) \quad (5.12)$$

$$\vec{b}_2 = \left( -\frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \quad (5.13)$$

$$\vec{b}_3 = \left( \frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \quad (5.14)$$

$$\vec{b}_4 = \left( \frac{M_x}{2}, -\frac{M_y}{2}, 0 \right) \quad (5.15)$$

Vale lembrar que todos os vetores  $\vec{p}_i$ , estão escritos em relação ao referencial da plataforma móvel,  $O_p$ .

$$\vec{p}_1 = \left( -\frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) \quad (5.16)$$

$$\vec{p}_2 = \left( -\frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) \quad (5.17)$$

$$\vec{p}_3 = \left( \frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) \quad (5.18)$$

$$\vec{p}_4 = \left( \frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) \quad (5.19)$$

Sejam  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$  os ângulos de rotação da plataforma móvel e  $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$  o vetor que conecta o centro de referência da base fixa ao centro de referência da plataforma móvel, fornecendo a posição da mesma. Nestas condições, a Equação 5.11 fica

$$|\vec{l}_i| = |\vec{p}_i R^t + (r_x, r_y, r_z) - \vec{b}_i| \quad (5.20)$$

Então, utilizando-se a Equação 5.20 e componentes dos vetores  $\vec{b}_i$  e dos vetores  $\vec{p}_i$ , para  $i = 1, 2, 3, 4$ , pode-se determinar com exatidão o comprimento dos quatro cabos. Por simplicidade de notação,  $C$  e  $S$  representam respectivamente o cosseno e o seno do ângulo ao qual se refere.

Cabo 1:

$$|\vec{l}_1| = |\vec{p}_1 R^t + (r_x, r_y, r_z) - \vec{b}_1| \quad (5.21)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_1| = \left| \left( -\frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) R^t + (r_x, r_y, r_z) + \left( \frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| = \quad (5.22)$$

$$= \left| \begin{pmatrix} -\frac{N_x(C\theta_y C\theta_z)}{2} + \frac{N_y(C\theta_x S\theta_z - C\theta_z S\theta_x S\theta_y)}{2} + r_x + \frac{M_x}{2} \\ -\frac{N_x(C\theta_y S\theta_z)}{2} - \frac{N_y(C\theta_x C\theta_z + S\theta_x S\theta_y S\theta_z)}{2} + r_y + \frac{M_y}{2} \\ \frac{N_x(S\theta_y)}{2} - \frac{N_y(C\theta_y S\theta_x)}{2} + r_z \end{pmatrix}^t \right|$$

Cabo 2:

$$|\vec{l}_2| = |\vec{p}_2 R^t + (r_x, r_y, r_z) - \vec{b}_2| \quad (5.23)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_2| = \left| \left( -\frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) R^t + (r_x, r_y, r_z) + \left( \frac{M_x}{2}, -\frac{M_y}{2}, 0 \right) \right|$$

$$= \left| \begin{pmatrix} -\frac{N_x(C\theta_y C\theta_z)}{2} - \frac{N_y(C\theta_x S\theta_z - C\theta_z S\theta_x S\theta_y)}{2} + r_x + \frac{M_x}{2} \\ -\frac{N_x(C\theta_y S\theta_z)}{2} + \frac{N_y(C\theta_x C\theta_z + S\theta_x S\theta_y S\theta_z)}{2} + r_y - \frac{M_y}{2} \\ \frac{N_x(S\theta_y)}{2} + \frac{N_y(C\theta_y S\theta_x)}{2} + r_z \end{pmatrix}^t \right| \quad (5.24)$$

Cabo 3:

$$|\vec{l}_3| = |\vec{p}_3 R^t + (r_x, r_y, r_z) - \vec{b}_3| \quad (5.25)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_3| = \left| \left( \frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) R^t + (r_x, r_y, r_z) - \left( \frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| =$$

$$= \left| \begin{pmatrix} \frac{N_x(C\theta_y C\theta_z)}{2} - \frac{N_y(C\theta_x S\theta_z - C\theta_z S\theta_x S\theta_y)}{2} + r_x - \frac{M_x}{2} \\ \frac{N_x(C\theta_y S\theta_z)}{2} + \frac{N_y(C\theta_x C\theta_z + S\theta_x S\theta_y S\theta_z)}{2} + r_y - \frac{M_y}{2} \\ -\frac{N_x(S\theta_y)}{2} + \frac{N_y(C\theta_y S\theta_x)}{2} + r_z \end{pmatrix}^t \right| \quad (5.26)$$

Cabo 4:

$$|\vec{l}_4| = |\vec{p}_4 R^t + (r_x, r_y, r_z) - \vec{b}_4| \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow |\vec{l}_4| &= \left| \left( \frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) R^t + (r_x, r_y, r_z) + \left( -\frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| \\ &= \left| \begin{pmatrix} \frac{N_x(C\theta_y C\theta_z)}{2} + \frac{N_y(C\theta_x S\theta_z - C\theta_z S\theta_x S\theta_y)}{2} + r_x - \frac{M_x}{2} \\ \frac{N_x(C\theta_y S\theta_z)}{2} - \frac{N_y(C\theta_x C\theta_z + S\theta_x S\theta_y S\theta_z)}{2} + r_y + \frac{M_y}{2} \\ -\frac{N_x(S\theta_y)}{2} - \frac{N_y(C\theta_y S\theta_x)}{2} + r_z \end{pmatrix} \right| \end{aligned} \quad (5.28)$$

Quando a plataforma está na posição inicial, conforme Figura 5.3, não se consideram translações e assim, se  $\vec{r} = (r_x, r_y, r_z)$ , tem-se  $r_x = r_y = 0$ . Além disso, como a direção positiva do eixo  $O_z$  aponta para baixo, deve-se tomar  $r_z > 0$ , que neste caso é a distância entre as bases. Nesta posição, também não há rotação da plataforma móvel e, portanto, os ângulos  $\theta_x, \theta_y$  e  $\theta_z$  são todos nulos. Logo, a matriz  $R$  da Equação 5.10 é a matriz identidade de ordem 3. E como a transposta de uma matriz identidade de qualquer ordem é a própria matriz identidade, tem-se que

$$R^t = I_3^t = I_3. \quad (5.29)$$

Finalmente já se pode calcular o comprimento dos cabos do mecanismo em sua posição inicial, utilizando-se as Equações 5.22, 5.24, 5.26 e 5.28.

Comprimento do cabo 1:

$$|\vec{l}_1| = \left| \left( -\frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) I_3 + (0, 0, r_z) + \left( \frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| \quad (5.30)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_1| = \sqrt{\frac{(M_x - N_x)^2}{4} + \frac{(M_y - N_y)^2}{4} + r_z^2} \quad (5.31)$$

Comprimento do cabo 2:

$$|\vec{l}_2| = \left| \left( -\frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) I_3 + (0, 0, r_z) + \left( \frac{M_x}{2}, -\frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| \quad (5.32)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_2| = \sqrt{\frac{(M_x - N_x)^2}{4} + \frac{(N_y - M_y)^2}{4} + r_z^2} \quad (5.33)$$

Comprimento do cabo 3:

$$|\vec{l}_3| = \left| \left( \frac{N_x}{2}, \frac{N_y}{2}, 0 \right) I_3 + (0, 0, r_z) - \left( \frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| \quad (5.34)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_3| = \sqrt{\frac{(N_x - M_x)^2}{4} + \frac{(N_y - M_y)^2}{4} + r_z^2} \quad (5.35)$$

Comprimento do cabo 4:

$$|\vec{l}_4| = \left| \left( \frac{N_x}{2}, -\frac{N_y}{2}, 0 \right) R^t + (r_x, r_y, r_z) + \left( -\frac{M_x}{2}, \frac{M_y}{2}, 0 \right) \right| \quad (5.36)$$

$$\Rightarrow |\vec{l}_4| = \sqrt{\frac{(N_x - M_x)^2}{4} + \frac{(M_y - N_y)^2}{4} + r_z^2} \quad (5.37)$$

Uma vez determinados os vetores que representam os cabos, é possível gerar, com precisão, as coordenadas de cada ponto de fixação dos cabos à plataforma móvel. Assim utiliza-se tais informações para modelar a estática do mecanismo, que não pode ser resolvida algebricamente, uma vez que os caracteres das equações geradas excedem o número de caracteres permitidos pelo programa Matlab<sup>®</sup>, no qual foram realizadas as simulações.

## 5.4 Análise Estática

Na análise estática de mecanismos, o objetivo é determinar as solicitações existentes nas juntas e, quando houver contato com o meio, os esforços existentes no atuador final. No caso específico, o principal

objetivo é avaliar a distribuição da tração nos cabos de acordo com a carga transportada, e com a postura da plataforma móvel.

Apesar de existirem outras maneiras de avaliar esta distribuição, como por exemplo, resolvendo um diagrama de forças, o Método de Davies permite a avaliação de todas as outras variáveis envolvidas, como a solitação das juntas esféricas e universais. Além disto, a solução estática através deste método para mecanismos atuados por cabos é, aparentemente, inovadora não sendo encontrada na literatura.

Por estes motivos, o modelo estático foi resolvido através do Método de Davies, abordagem esta, que também aparece em muitas outras publicações [69][70][71][72][73], como metodologia utilizada para resolver a estática de mecanismos com estruturas rígidas. Assim, pretende-se, além de tudo, validar a esta metodologia para mecanismos atuados por cabos. Sendo assim, neste trabalho foram seguidas as nove etapas sistematizadas por Cazangi em 2008 [73]. Tais etapas estão descritas a seguir, e enunciadas exatamente da forma como ele as enunciou.

## 1) Caracterização do mecanismo

Nesta etapa as representações geométricas do mecanismo são realizadas. Primeiramente faz-se um representação esquemática, posicionando os referenciais, em seguida representa-se em rede de acoplamentos e por fim a representação é feita através de grafo.

### a) Representação esquemática com posicionamento do sistema inercial de coordenadas $O_{xyz}$ .

Esta representação contém as informações topológicas e geométricas do mecanismo. O sistema de referência  $O_B$  foi escolhido convenientemente exatamente no centro da plataforma fixa. A direção positiva do eixo  $O_{B_z}$  foi determinada pela posição da plataforma móvel em relação à base fixa, e então, pela regra da mão direita foram definidas as direções positivas dos outros dois eixos, caracterizando um sistema de coordenadas dextrogiro.

Da mesma forma foi determinada a orientação do sistema de coordenadas  $O_P$ , que está localizado, por simplicidade, exatamente no centro da plataforma móvel. Tal representação pode ser vista na Figura 5.4.

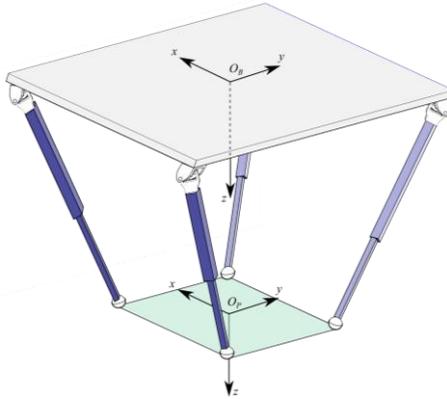


Figura 5.4: Representação esquemática com posicionamento dos sistemas de coordenadas  $O_B$  e  $O_P$ .

### b) Representação em Rede de Acoplamentos.

É possível ver na Figura 5.5 a rede de acoplamentos do mecanismo proposto.

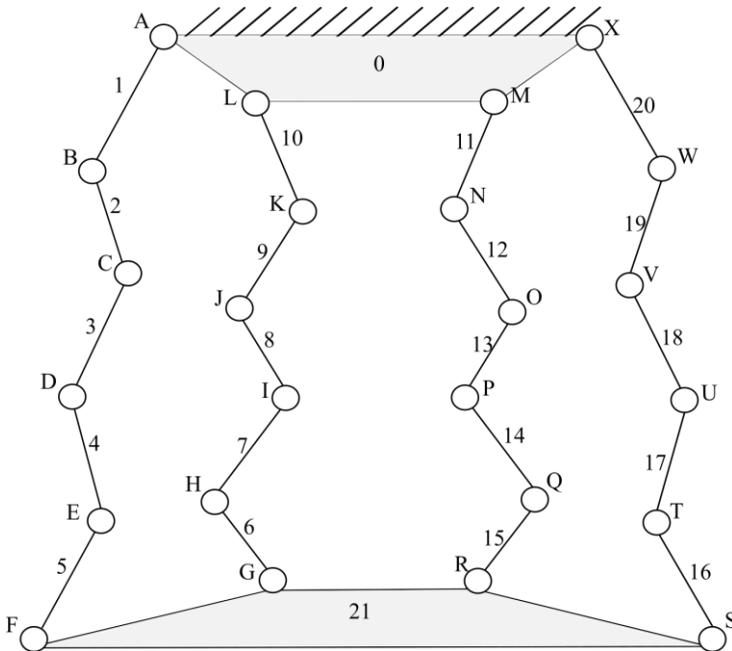


Figura 5.5: Rede de Acoplamentos do mecanismo proposto.

A rede de acoplamentos de um mecanismo é mais uma representação topológica, em que cada corpo é associado a uma aresta de um polígono, ou a um polígono, cujos vértices representam os acoplamentos.

**c) Representação do Grafo de Acoplamentos:  $G_C$ .**

A Figura 5.6 apresenta o grafo de acoplamentos  $G_C$ .

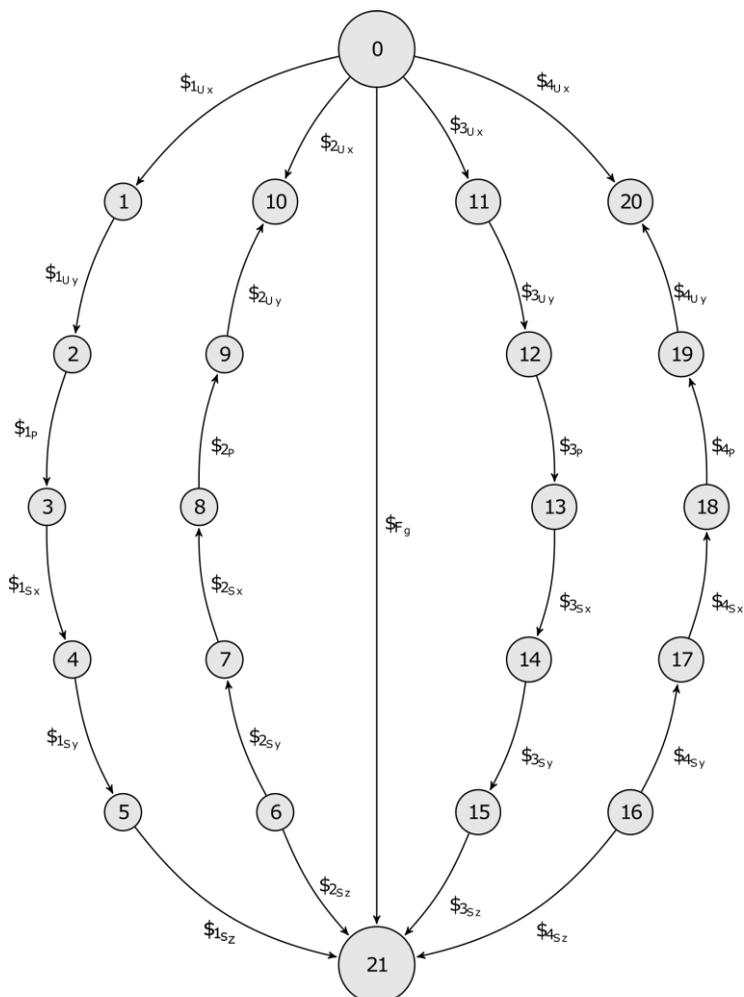


Figura 5.6: Grafo de Acoplamentos,  $G_C$ .

Agora, a rede de acoplamentos é representada através de um grafo, em que cada corpo e cada acoplamento direto do mecanismo está associado respectivamente a um vértice e a uma aresta do grafo. É fácil perceber que neste grafo está presente também a aresta que corresponde às forças de interação com o meio.

## 2) Caracterização dos acoplamentos

Todas as ações externas são apontadas nesta etapa. Além disso, as características dos acoplamentos são identificadas para que se possa construir os heliforças e o grafo das ações.

### a) Levantamento das características geométricas $(\vec{S}, \vec{S}_0, h)$ e de ação $(c_p, c_a)$ .

O mecanismo espacial proposto neste trabalho é paralelo e possui quatro cabos que conectam a base fixa à plataforma móvel e que podem ser enrolados ou soltos quando os motores forem acionados. Desta forma, considera-se que ele possui quatro pernas com estruturas idênticas, sendo que o movimento de cada cabo (perna) é representado por uma junta prismática atuada. Nos pontos de fixação dos cabos à plataforma móvel são consideradas juntas esféricas e as conexões dos cabos à base fixa são tomadas como juntas universais. Diz-se que as juntas universais e esféricas, neste caso, são passivas, pois seu movimento dependerá do movimento imposto pelos atuadores.

Para determinar as características dos acoplamentos se faz necessário expandir as juntas de forma que todas fiquem com conectividade de juntas  $f = 1$ , ou seja, o movimento relativo entre dois corpos deve ter apenas um grau de liberdade. Uma junta esférica, por exemplo, pode ser expandida em três juntas rotativas, cada uma rotacionando em torno de um dos eixos coordenados  $O_x, O_y$  e  $O_z$ . As juntas prismáticas já possuem conectividade de juntas  $f = 1$  e, portanto, não precisam ser expandidas. A junta universal, por outro lado, é vista como duas juntas rotativas, uma que rotaciona em torno do eixo  $O_x$  e a outra em torno de  $O_y$ .

É importante perceber que o mecanismo aqui estudado é espacial. Então,  $\lambda = 6$ , que é o número de graus de liberdade do espaço de trabalho, e portanto, o número máximo de restrições de movimento para cada acoplamento direto.

Nesse sentido, tem-se cinco juntas rotativas e uma prismática para cada perna, totalizando 20 juntas rotativas e 04 prismáticas, as quais atuam na direção positiva do eixo  $O_{B_z}$ . Assim, cada acoplamento prismático possui duas restrições unitárias de força (uma na direção de  $O_{B_x}$  e outra na direção de  $O_{B_y}$ ) e também as três restrições de torque, já que não há rotação. Da mesma forma, cada junta rotativa tem seu movimento em relação a um determinado eixo e por isso tem restrições de torque em relação aos outros dois eixos bem como restrições de força na direção dos três eixos coordenados. Segue então que cada um dos 24 acoplamentos possui cinco restrições unitárias de movimento, ou seja,  $c_p = 5$ . Apenas as juntas prismáticas contam com uma restrição a mais, já que, pelo fato de serem atuadas, o movimento que realizam é imposto. Assim, fica-se com  $c_a = 1$ , em que  $c_a$  é o número de restrições das juntas ativas geradas pelo atuador.

Ainda é necessário considerar que, colocado em funcionamento, o mecanismo deverá carregar em sua plataforma móvel um paciente, o qual poderá se mexer durante o movimento da plataforma. Sendo assim supõe-se que existe mais um acoplamento, que liga a plataforma móvel à base fixa e que contém o número máximo de restrições unitárias. Este suposto acoplamento é uma representação das forças do meio que atuam na plataforma móvel e que podem interferir no movimento da mesma, como é o caso da força peso gerada pelo paciente transportado.

Sendo  $e$  o número total de acoplamentos diretos e  $e_a$  o número de acoplamentos diretos ativos, calcula-se o grau de restrição bruto do mecanismo,  $C$ , que é dado por

$$C = \sum_{i=1}^e c_{p_i} + \sum_{j=1}^{e_a} c_{a_j} + 6 = \sum_{i=1}^{24} 5 + \sum_{j=1}^4 1 + 6 = 130. \quad (5.38)$$

Isto significa que existem 130 ações no mecanismo, as quais devem ser determinadas, identificando suas características geométricas  $\vec{S}$ ,  $\vec{S}_0$ , e  $h$ . Os parâmetros de posição, orientação e passo de cada ação estão descritos nas tabelas que seguem. Na Tabela 5.1, podem ser visualizadas as informações geométricas referentes às pernas do mecanismo. Já as informações referentes às ações de interação com o meio encontram-se na Tabela 5.2.

Tabela 5.1: Parâmetros de orientação, posição e passo das restrições da perna  $i$ .

| <i>Heliforça</i>   | <i>Restrição</i> | $\vec{S}_0$ | $\vec{S}$               | $h$      |
|--------------------|------------------|-------------|-------------------------|----------|
| $\hat{\$}_{iUx}^A$ | $R_y$            | $\vec{b}_i$ | (0,1,0)                 | 0        |
|                    | $R_z$            | $\vec{b}_i$ | (0,0,1)                 | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{b}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{b}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{b}_i$ | (0,0,1)                 | $\infty$ |
| $\hat{\$}_{iUy}^A$ | $R_x$            | $\vec{b}_i$ | (1,0,0)                 | 0        |
|                    | $R_z$            | $\vec{b}_i$ | (0,0,1)                 | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{b}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{b}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{b}_i$ | (0,0,1)                 | $\infty$ |
| $\hat{\$}_{iP}^A$  | $R_x$            | $\vec{b}_i$ | (1,0,0)                 | 0        |
|                    | $R_y$            | $\vec{b}_i$ | (0,1,0)                 | 0        |
|                    | $R_z$            | $\vec{b}_i$ | $\vec{l}_i/ \vec{l}_i $ | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{b}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{b}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{b}_i$ | $\vec{l}_i/ \vec{l}_i $ | $\infty$ |
| $\hat{\$}_{iSx}^A$ | $R_y$            | $\vec{P}_i$ | (0,1,0)                 | 0        |
|                    | $R_z$            | $\vec{P}_i$ | (0,0,1)                 | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{P}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{P}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{P}_i$ | (0,0,1)                 | $\infty$ |
| $\hat{\$}_{iSy}^A$ | $R_x$            | $\vec{P}_i$ | (1,0,0)                 | 0        |
|                    | $R_z$            | $\vec{P}_i$ | (0,0,1)                 | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{P}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{P}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{P}_i$ | (0,0,1)                 | $\infty$ |
| $\hat{\$}_{iSz}^A$ | $R_x$            | $\vec{P}_i$ | (1,0,0)                 | 0        |
|                    | $R_y$            | $\vec{P}_i$ | (0,1,0)                 | 0        |
|                    | $T_x$            | $\vec{P}_i$ | (1,0,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_y$            | $\vec{P}_i$ | (0,1,0)                 | $\infty$ |
|                    | $T_z$            | $\vec{P}_i$ | (0,0,1)                 | $\infty$ |

Tabela 5.2: Ações de interação como meio.

| <i>Heliforça</i>  | <i>Restrição</i> | $\vec{S}_0$ | $\vec{S}$ | <i>h</i> |
|-------------------|------------------|-------------|-----------|----------|
| $\hat{\$}_{FG}^A$ | $R_x$            | $\vec{P}_a$ | (1,0,0)   | 0        |
|                   | $R_y$            | $\vec{P}_a$ | (0,1,0)   | 0        |
|                   | $R_z$            | $\vec{P}_a$ | (0,0,1)   | 0        |
|                   | $T_x$            | $\vec{P}_a$ | (1,0,0)   | $\infty$ |
|                   | $T_y$            | $\vec{P}_a$ | (0,1,0)   | $\infty$ |
|                   | $T_z$            | $\vec{P}_a$ | (0,0,1)   | $\infty$ |

Estão apontadas na Figura 5.7, apenas as ações existentes em uma das pernas, já que para as outras pernas, as ações são idênticas, uma vez que a configuração do mecanismo é simétrica.

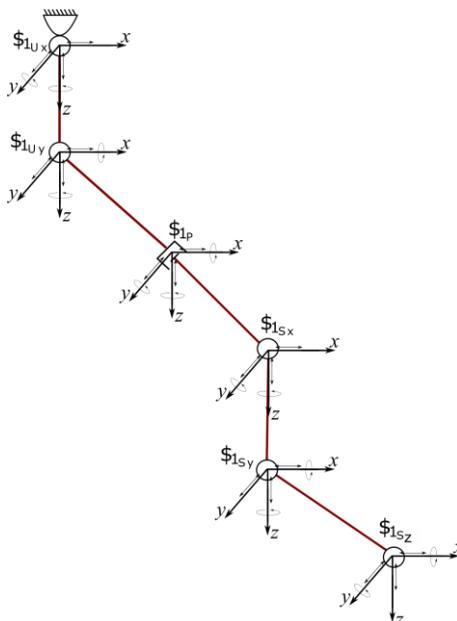


Figura 5.7: Ações existentes em cada perna.

Os vetores  $\vec{b}_i$  e  $\vec{M}_i$  podem ser visualizados na Figura 5.3. O vetor  $\vec{P}_a$ , por outro lado, pode variar de acordo com o local em que o paciente estiver posicionado sobre a plataforma móvel do mecanismo. Sendo  $P_a$  o ponto de aplicação das forças externas, o vetor  $\vec{P}_a$  escrito na Tabela 5.2 é dado por

$$\vec{P}_a = \overrightarrow{O_B P_a}, \quad (5.39)$$

sendo  $O_B$  o centro de referência da base fixa do mecanismo, como mostrado na Figura 5.3.

### 3) Topologia $\rightarrow$ Cortes

#### a) Representação do Grafo das Ações: $G_A$ .

Uma vez determinadas todas as ações e suas características, é possível construir o Grafo das Ações a partir do Grafo dos Acoplamentos. Agora, cada aresta representante de junta passiva é substituída por  $c_p$  arestas em paralelo, enquanto as representantes de juntas atuadas são substituídas por  $(c_p + c_a)$  arestas em paralelo. É importante notar que a aresta correspondente às ações de interação com o meio deve ser substituída por seis arestas em paralelo, visto que este é o número de restrições imposto a ela.

Dessa forma, o número de arestas que deve compor o Grafo das Ações é 130. Justamente por este motivo ele foi omitido desta dissertação.

#### b) Determinação da Matriz de Cortes-f: $[Q_A]_{k \times C}$ .

Esta é considerada uma das mais importantes etapas do método de Davies, pois é aqui que as informações são convertidas na forma matricial. Para construir tal matriz, é necessário determinar o número  $I$  de cordas e o número  $k$  de cortes-f. Os números  $I$  e  $k$  são dados por

$$I = e - n + 1 \quad (5.40)$$

e

$$k = n - 1, \quad (5.41)$$

em que  $e$  é o número de acoplamentos do mecanismo e  $n$  representa o número de vértices do grafo das ações.

Nesse caso, tem-se

$$I = 25 - 22 + 1 = 4 \quad (5.42)$$

e

$$k = 22 - 1 = 21, \quad (5.43)$$

i.e., no grafo das ações, deve-se escolher quatro cordas e ele terá um total de 21 cortes-f. Na Figura 5.8 estão mostradas as quatro cordas, e os 21 cortes-f. Nesta figura, as cordas são as arestas pontilhadas e os cortes-f são as linhas pontilhadas adicionais. É interessante lembrar também que, graficamente, um corte-f pode passar apenas pelas cordas e por uma única aresta (que não foi selecionada como corda). O corte-f recebe a mesma denominação da aresta pela qual ele passa, ou seja, diz-se que um corte-f é referente a uma aresta, ou vice-versa.

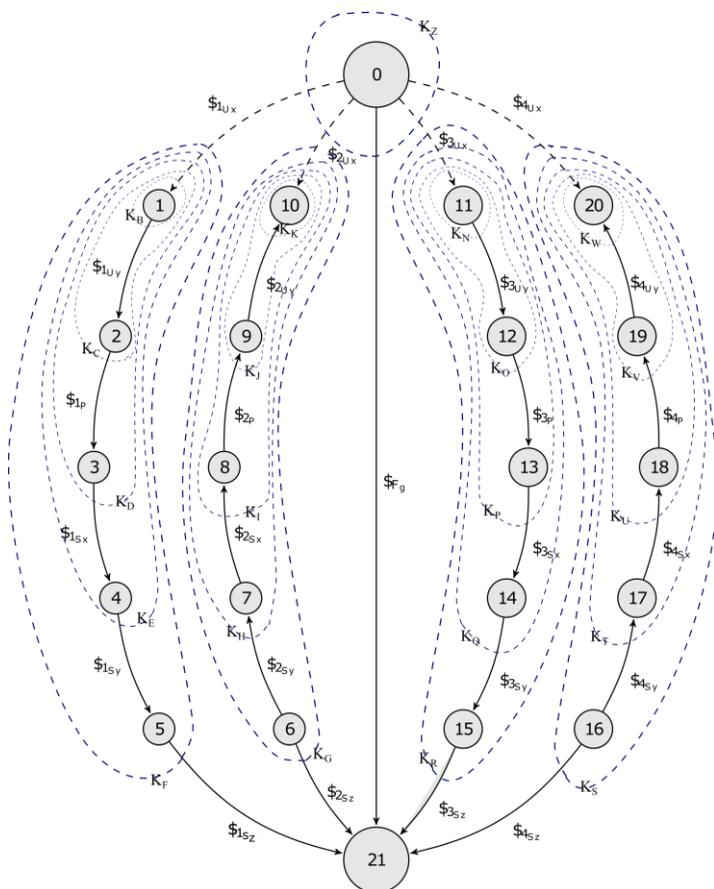


Figura 5.8: Grafo  $G_C$  com cordas e cortes-f.

A matriz dos cortes-f é de ordem  $k \times C$ , ou seja, ela tem 21 linhas que representam os cortes-f e 130 colunas que representam as restrições unitárias e as ações internalizadas de cada acoplamento. Cada elemento  $q_{ij}$  desta matriz informa se a restrição da  $j$ -ésima coluna pertence ou não ao corte-f  $k_i$  e ainda qual o seu sentido em relação à aresta referente ao corte-f. A construção obedece a seguinte regra:

- Se a  $j$ -ésima restrição não pertence ao corte-f  $i$ , então  $q_{ij} = 0$ .
- Se a  $j$ -ésima restrição pertence ao corte-f  $i$ , e a aresta referente ao corte-f tem o mesmo sentido que a aresta que representa a ação, então  $q_{ij} = 1$ .
- Se a  $j$ -ésima restrição pertence ao corte-f  $i$ , e a aresta referente ao corte-f tem sentido oposto à aresta que representa a ação, então  $q_{ij} = -1$ .

Nesse sentido, a visualização do grafo das ações com os cortes-f e cordas é de fundamental importância para a determinação desta matriz. É possível ver a matriz dos cortes-f no APÊNDICE B.

#### 4) Geometria $\rightarrow$ Heliforças

##### a) Construção dos Heliforças: $\$^A$ .

Agora, de acordo com a Teoria de Helicoides constroem-se os heliforças conforme as características geométricas descritas na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2. É possível ver o processo de construção do helicóide de interação com o meio e de todas as pernas do mecanismo na Tabela 5.3 e na Tabela 5.4 respectivamente.

Tabela 5.3: Construção do heliforça de interação com o meio.

| Ações       | Restrições | $h$      | $(\mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*, \mathcal{R}^*)$ | $(\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$ |
|-------------|------------|----------|---|---|
| $\$^A_{FG}$ | $R_x$      | 0        | $\vec{P}_a \times (1,0,0)$                      | (1,0,0)                                   |
|             | $R_y$      | 0        | $\vec{P}_a \times (0,1,0)$                      | (0,1,0)                                   |
|             | $R_z$      | 0        | $\vec{P}_a \times (0,0,1)$                      | (0,0,1)                                   |
|             | $T_x$      | $\infty$ | (1,0,0)   | (0,0,0)                                   |
|             | $T_y$      | $\infty$ | (0,1,0)   | (0,0,0)                                   |
|             | $T_z$      | $\infty$ | (0,0,1)   | (0,0,0)                                   |

Tabela 5.4: Construção dos heliforças, com  $i = 1,2,3,4$ .

| $Ações$                     | $Restrições$ | $h$      | $(\mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*, \mathcal{R}^*)$ | $(\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$ |
|-----------------------------|--------------|----------|---|---|
| $\hat{\mathcal{S}}_{iUx}^A$ | $R_y$        | 0        | $\vec{b}_i \times (0,1,0)$                      | $(0,1,0)$                                 |
|                             | $R_z$        | 0        | $\vec{b}_i \times (0,0,1)$                      | $(0,0,1)$                                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $(0,0,1)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
| $\hat{\mathcal{S}}_{iUy}^A$ | $R_x$        | 0        | $\vec{b}_i \times (1,0,0)$                      | $(1,0,0)$                                 |
|                             | $R_z$        | 0        | $\vec{b}_i \times (0,0,1)$                      | $(0,0,1)$                                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $(0,0,1)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
| $\hat{\mathcal{S}}_{iP}^A$  | $R_x$        | 0        | $\vec{b}_i \times (1,0,0)$                      | $(1,0,0)$                                 |
|                             | $R_y$        | 0        | $\vec{b}_i \times (0,1,0)$                      | $(0,1,0)$                                 |
|                             | $R_z$        | 0        | $\vec{b}_i \times \vec{l}_i /  \vec{l}_i $      | $\vec{l}_i /  \vec{l}_i $                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $\vec{l}_i /  \vec{l}_i $                       | $(0,0,0)$                                 |
| $\hat{\mathcal{S}}_{iSx}^A$ | $R_y$        | 0        | $\vec{P}_i \times (0,1,0)$                      | $(0,1,0)$                                 |
|                             | $R_z$        | 0        | $\vec{P}_i \times (0,0,1)$                      | $(0,0,1)$                                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $(0,0,1)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
| $\hat{\mathcal{S}}_{iSy}^A$ | $R_x$        | 0        | $\vec{P}_i \times (1,0,0)$                      | $(1,0,0)$                                 |
|                             | $R_z$        | 0        | $\vec{P}_i \times (0,0,1)$                      | $(0,0,1)$                                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $(0,0,1)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
| $\hat{\mathcal{S}}_{iSz}^A$ | $R_x$        | 0        | $\vec{P}_i \times (1,0,0)$                      | $(1,0,0)$                                 |
|                             | $R_y$        | 0        | $\vec{P}_i \times (0,1,0)$                      | $(0,1,0)$                                 |
|                             | $T_x$        | $\infty$ | $(1,0,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_y$        | $\infty$ | $(0,1,0)$                                       | $(0,0,0)$                                 |
|                             | $T_z$        | $\infty$ | $(0,0,1)$                                       | $(0,0,0)$                                 |

Para uma análise mais simples, faz-se com que o ponto  $P_a$  coincida com o centro de referência da plataforma móvel,  $O_p$ , considerando-se

assim, que o paciente está com seu centro de massa exatamente neste ponto.

Sejam  $\vec{P}_a = (P_{ax}, P_{ay}, P_{az})$  e  $\vec{P}_l = (P_{lx}, P_{ly}, P_{lz})$ , para  $l = 1, 2, 3, 4$ . Considerando os vetores  $\vec{b}_l$  dados pelas Equações 5.12 até 5.15, determina-se todos os heliforças existentes. Assim, tem-se para a perna 1

$$\$_1^A U_x = \$_1^A U_x R_y + \$_1^A U_x R_z + \$_1^A U_x T_x + \$_1^A U_x T_y + \$_1^A U_x T_z. \quad (5.44)$$

$$\$_1^A U_y = \$_1^A U_y R_x + \$_1^A U_y R_z + \$_1^A U_y T_x + \$_1^A U_y T_y + \$_1^A U_y T_z. \quad (5.45)$$

$$\$_1^A P = \$_1^A P R_x + \$_1^A P R_y + \$_1^A P R_z + \$_1^A P T_x + \$_1^A P T_y + \$_1^A P T_z. \quad (5.46)$$

$$\$_1^A S_x = \$_1^A S_x R_y + \$_1^A S_x R_z + \$_1^A S_x T_x + \$_1^A S_x T_y + \$_1^A S_x T_z. \quad (5.47)$$

$$\$_1^A S_y = \$_1^A S_y R_x + \$_1^A S_y R_z + \$_1^A S_y T_x + \$_1^A S_y T_y + \$_1^A S_y T_z. \quad (5.48)$$

$$\$_1^A S_z = \$_1^A S_z R_x + \$_1^A S_z R_y + \$_1^A S_z T_x + \$_1^A S_z T_y + \$_1^A S_z T_z. \quad (5.49)$$

Para a perna 2, tem-se

$$\$_2^A U_x = \$_2^A U_x R_y + \$_2^A U_x R_z + \$_2^A U_x T_x + \$_2^A U_x T_y + \$_2^A U_x T_z. \quad (5.50)$$

$$\$_2^A U_y = \$_2^A U_y R_x + \$_2^A U_y R_z + \$_2^A U_y T_x + \$_2^A U_y T_y + \$_2^A U_y T_z. \quad (5.51)$$

$$\$_2^A P = \$_2^A P R_x + \$_2^A P R_y + \$_2^A P R_z + \$_2^A P T_x + \$_2^A P T_y + \$_2^A P T_z. \quad (5.52)$$

$$\$_2^A S_x = \$_2^A S_x R_y + \$_2^A S_x R_z + \$_2^A S_x T_x + \$_2^A S_x T_y + \$_2^A S_x T_z. \quad (5.53)$$

$$\$_2^A S_y = \$_2^A S_y R_x + \$_2^A S_y R_z + \$_2^A S_y T_x + \$_2^A S_y T_y + \$_2^A S_y T_z. \quad (5.54)$$

$$\$_2^A = \$_2^A_{SzRx} + \$_2^A_{SzRy} + \$_2^A_{SzTx} + \$_2^A_{SzTy} + \$_2^A_{SzTz}. \quad (5.55)$$

Para a perna 3, fica

$$\$_3^A = \$_3^A_{UxRy} + \$_3^A_{UxRz} + \$_3^A_{UxTx} + \$_3^A_{UxTy} + \$_3^A_{UxTz}. \quad (5.56)$$

$$\$_3^A = \$_3^A_{UyRx} + \$_3^A_{UyRz} + \$_3^A_{UyTx} + \$_3^A_{UyTy} + \$_3^A_{UyTz}. \quad (5.57)$$

$$\$_3^A = \$_3^A_{PRx} + \$_3^A_{PRy} + \$_3^A_{PRz} + \$_3^A_{PTx} + \$_3^A_{PTy} + \$_3^A_{PTz}. \quad (5.58)$$

$$\$_3^A = \$_3^A_{SxRy} + \$_3^A_{SxRz} + \$_3^A_{SxTx} + \$_3^A_{SxTy} + \$_3^A_{SxTz}. \quad (5.59)$$

$$\$_3^A = \$_3^A_{SyRx} + \$_3^A_{SyRz} + \$_3^A_{SyTx} + \$_3^A_{SyTy} + \$_3^A_{SyTz}. \quad (5.60)$$

$$\$_3^A = \$_3^A_{SzRx} + \$_3^A_{SzRy} + \$_3^A_{SzTx} + \$_3^A_{SzTy} + \$_3^A_{SzTz}. \quad (5.61)$$

E para a perna 4, tem-se

$$\$_4^A = \$_4^A_{UxRy} + \$_4^A_{UxRz} + \$_4^A_{UxTx} + \$_4^A_{UxTy} + \$_4^A_{UxTz}. \quad (5.62)$$

$$\$_4^A = \$_4^A_{UyRx} + \$_4^A_{UyRz} + \$_4^A_{UyTx} + \$_4^A_{UyTy} + \$_4^A_{UyTz}. \quad (5.63)$$

$$\$_4^A = \$_4^A_{PRx} + \$_4^A_{PRy} + \$_4^A_{PRz} + \$_4^A_{PTx} + \$_4^A_{PTy} + \$_4^A_{PTz}. \quad (5.64)$$

$$\$_4^A = \$_4^A_{SxRy} + \$_4^A_{SxRz} + \$_4^A_{SxTx} + \$_4^A_{SxTy} + \$_4^A_{SxTz}. \quad (5.65)$$

$$\$_{4Sy}^A = \$_{4SyR_x}^A + \$_{4SyR_z}^A + \$_{4SyT_x}^A + \$_{4SyT_y}^A + \$_{4SyT_z}^A. \quad (5.66)$$

$$\$_{4Sz}^A = \$_{4SzR_x}^A + \$_{4SzR_y}^A + \$_{4SzT_x}^A + \$_{4SzT_y}^A + \$_{4SzT_z}^A. \quad (5.67)$$

Finalmente, os heliforças referentes às ações de interação com o meio, são dados por:

$$\$_{FG}^A = \$_{FGR_x}^A + \$_{FGR_y}^A + \$_{FGR_z}^A + \$_{FGT_x}^A + \$_{FGT_y}^A + \$_{FGT_z}^A. \quad (5.68)$$

### b) Determinação da Matriz das Ações: $[A_D]_{\lambda \times C}$ .

Esta é uma matriz cujas colunas correspondem aos heliforças construídos na etapa anterior, sendo assim, o número de heliforças é o número de colunas desta matriz, que neste caso é 130. Já que se trata de ações no espaço tridimensional, cada helicóide possui seis coordenadas, que é exatamente o número de linhas desta matriz.

Pode-se facilmente separar as magnitudes dos heliforças, apenas escrevendo a matriz  $[A_D]_{6 \times 130}$  como o resultado de uma multiplicação de matrizes, ou seja,

$$[A_D]_{6 \times 130} = [\hat{A}_D]_{6 \times 130} \cdot [D_{\bar{\psi}}]_{130}, \quad (5.69)$$

em que  $[\hat{A}_D]_{6 \times 130}$  é a Matriz das Ações Unitárias (vide APÊNDICE C), cujas colunas são os heliforças normalizados e  $[D_{\bar{\psi}}]_{130}$  é uma matriz diagonal de ordem 130, cujos elementos são as magnitudes dos heliforças, exatamente na ordem em que elas aparecem, ou seja, ela contém todas as variáveis do problema e pode ser visualizada no APÊNDICE D.

## 5) Sistema de Equações

### a) Determinação da Matriz das Ações Unitárias em Rede: $[\hat{A}_N]_{\lambda, k \times C}$ .

A Matriz das Ações Unitárias em Rede é obtida através da Matriz dos Cortes-f. Lembrando que cada linha da Matriz dos Cortes-f repre-

sentam um corte-f e cada coluna está associada a uma aresta do grafo  $G_A$ , a qual representa uma restrição do mecanismo, deve-se substituir cada elemento da Matriz dos Cortes-f pela multiplicação deste elemento pelo heliforça normalizado correspondente. Neste caso, como cada heliforça possui seis linhas, o número de linhas da matriz resultante será o sêxtuplo do número de linhas da Matriz dos Cortes-f. Desta forma, a Matriz das Ações Unitárias em Rede é de ordem  $126 \times 130$ , fato que torna difícil a sua completa visualização, fazendo-a ser omitida deste trabalho.

$$\text{b) Lei dos Cortes: } [\hat{A}_N]_{\lambda,k \times C} \{\bar{\Psi}\}_{C \times 1} = \{\bar{0}\}_{\lambda,k \times 1}.$$

Nesta etapa monta-se o sistema de equações lineares que gera a solução do problema estático, utilizando-se a adaptação das leis de Kirchhoff para a estática, ou seja, aplica-se aqui a Lei dos Cortes. Como se pode notar, o sistema é homogêneo, cuja matriz dos coeficientes é a Matriz das Ações Unitárias em Rede, enquanto todas as incógnitas estão escritas na matriz coluna  $\{\bar{\Psi}\}_{130 \times 1}$ , (vide APÊNDICE D) que é a matriz das magnitudes dos heliforças normalizados na etapa (4.b). nesse caso, o sistema fica

$$[\hat{A}_N]_{126 \times 130} \{\bar{\Psi}\}_{130 \times 1} = \{\bar{0}\}_{126 \times 1}. \quad (5.70)$$

em que  $\{\bar{0}\}_{126 \times 1}$  é a Matriz Nula.

## 6) Sub Restrição (Liberdade Extra)

### a) Determinação das $F_N$ equações dependentes.

Sabe-se a consistência de um sistema de equações lineares depende do posto da matriz dos coeficientes. Assim, depois de escalonar a matriz  $[\hat{A}_N]_{126 \times 130}$  verifica-se que

$$\text{posto}([\hat{A}_N]_{126 \times 130}) = 126, \quad (5.71)$$

ou seja, a matriz dos coeficientes não possui linhas linearmente dependentes. Nesse caso, o grau de liberdade líquido,  $F_N$  é dado por

$$F_N = \lambda k - \text{posto}([\hat{A}_N]_{126 \times 130}) = 126 - 126 = 0. \quad (5.72)$$

Isto significa que não há liberdade extra no sistema, ou seja, não existe redundância.

**b) Eliminação das equações dependentes do sistema.**

Neste caso, como não existem equações redundantes, a ordem do sistema é mantida e, portanto, nenhuma equação deve ser excluída.

**7) Separação de variáveis**

**a) Seleção das  $C_N$  variáveis primárias do vetor  $\{\bar{\Psi}\}_{C \times 1}$ .**

Este é um passo importante na resolução do método. Para determinar o número de variáveis primárias do sistema, deve-se observar o Grau de Restrição Líquido,  $C_N$ , que é dado por

$$C_N = C - \text{posto} \left( [\hat{A}_N]_{126 \times 130} \right) = 130 - 126 = 4. \quad (5.73)$$

Isto significa que são necessárias apenas quatro variáveis primárias para determinar completamente o comportamento do sistema, através do cálculo das variáveis secundárias.

As variáveis primárias são as impostas pelo sistema, ou seja, as conhecidas. Neste caso, foram selecionadas como variáveis primárias algumas magnitudes das ações de interação com o meio, as quais são geradas pelo paciente que será transportado. Sendo assim, as variáveis primárias são as magnitudes dos seguintes heliforças:

$$\$_{FGRz}^A, \$_{FGTx}^A, \$_{FGTy}^A, \text{ e } \$_{FGTz}^A.$$

**b) Separação das variáveis primárias e secundárias no sistema de equações.**

Escolhidas as variáveis primárias do sistema, faz-se uma separação segundo as variáveis primárias e secundárias do sistema. Com isso a solução pode ser obtida através da resolução do sistema não homogêneo da forma

$$[\hat{A}_{N_S}]_{126 \times 126} \{\bar{\Psi}_S\}_{126 \times 1} = -[\hat{A}_{N_P}]_{126 \times 4} \{\bar{\Psi}_P\}_{4 \times 1}. \quad (5.74)$$

em que  $[\hat{A}_{N_S}]_{126 \times 126}$  é a matriz que contém apenas os heliforças normalizados cujas magnitudes são as variáveis secundárias,  $\{\bar{\Psi}_S\}_{126 \times 1}$  é a matriz das variáveis secundárias,  $[\hat{A}_{N_P}]_{126 \times 4}$  é a matriz que contém apenas os heliforças normalizados referentes às variáveis primárias, cujos elementos são todos conhecidos e  $\{\bar{\Psi}_P\}_{4 \times 1}$  é a matriz das variáveis primárias, também conhecidas.

## 8) Solução

- a) **Computar  $[\hat{A}_{N_S}]_{a \times a}^{-1}$ , atribuir valores à  $\{\bar{\Psi}_P\}_{C_N \times 1}$  e obter a solução  $\{\bar{\Psi}_S\}_{a \times 1}$ .**

É aqui que o sistema de equações lineares deve ser resolvido, gerando a solução estática do problema. Aqui,  $a$  é o posto da matriz  $[\hat{A}_N]_{126 \times 130}$ . Já que a matriz  $[\hat{A}_{N_S}]_{126}$  é quadrada e não contém linhas linearmente dependentes, ela é uma matriz não homogênea, e portanto, possui inversa. Dessa forma, obtém-se a solução fazendo

$$\{\bar{\Psi}_S\}_{126 \times 1} = -[\hat{A}_{N_S}]_{126}^{-1} [\hat{A}_{N_P}]_{126 \times 4} \{\bar{\Psi}_P\}_{4 \times 1}. \quad (5.75)$$

## 9) Estado Instantâneo de Ações

- a) **Aplicar as magnitudes  $\{\bar{\Psi}\}$  aos heliforças  $\$^A$  de cada acoplamento.**

Determinadas as magnitudes dos heliforças, basta atribuí-las a eles e assim, obter um resultado analítico para a análise estática.

Neste trabalho, não é possível visualizar tais equações analíticas, visto que existem muitas variáveis envolvidas, fazendo com que as equações geradoras da solução ultrapassem o número de caracteres permissíveis do laboratório de matrizes Matlab<sup>®</sup>, o qual foi utilizado como ferramenta de resolução. No entanto, alguns casos específicos foram analisados possibilitando a geração de gráficos para uma análise posterior.

## 5.5 Espaço de Trabalho

Os fatores limitantes do espaço de trabalho são principalmente a capacidade dos motores, o diâmetro e a resistência/flexibilidade dos cabos, o fato de os cabos precisarem estar sempre tracionados e a colisão entre eles. Dado o posicionamento dos quatro cabos proposto neste trabalho, é geometricamente impossível que os cabos colidam entre si [46]. Dessa forma, a distribuição da tração nos cabos é de extrema importância para que se possa analisar o espaço de trabalho de um manipulador paralelo atuado por quatro cabos, uma vez que podem aparecer tanto forças de tração positivas quanto forças que não são positivas em alguns cabos para determinadas posturas da plataforma móvel.

### 5.5.1 Forças de Tração Positivas e Não-Positivas

Atribuindo-se à plataforma móvel uma determinada postura e uma carga a ser transportada, podem eventualmente aparecer forças nos cabos que não são positivas. De fato, geometricamente, a plataforma móvel pode ser comparada a um plano e um plano pode sempre ser determinado por apenas três pontos não colineares (três pontos de fixação dos cabos à plataforma móvel). Sendo assim, o comprimento do quarto cabo deve ser dado em função dos outros três. Em outras palavras, o ponto de fixação do quarto cabo à plataforma móvel deve pertencer ao plano determinado pelos outros três pontos. Se isso não ocorrer, tal cabo não está tracionado, ou seja, considera-se que ele está solto, fazendo com que a plataforma móvel atue com menos cabos do que sua configuração permite. Assim, entende-se que estas posturas não pertencem ao espaço de trabalho e devem ser desconsideradas em tal estudo.

Da mesma forma, grandes trações podem aparecer em alguns cabos. O problema nestes casos é a capacidade suportada pelos motores, que não pode ser ultrapassada pelas forças de tração, bem como o diâmetro e a resistência dos cabos. Sendo assim, quando a força de tração no cabo é maior que a capacidade suportada pelo motor e/ou pelos cabos, diz-se que tal postura também não pertence ao espaço de trabalho.

Portanto, deve-se avaliar as posturas considerando-se uma tração mínima  $\underline{\tau} \in \mathbb{R}^m$  garantindo que o cabo estará tracionado e uma tração máxima  $\overline{\tau} \in \mathbb{R}^m$  assegurando que a capacidade dos motores não será ultrapassada, em que  $m$  é o número de cabos do robô.

É importante ressaltar que o estudo presente nesta dissertação não leva em conta a potência dos motores e tampouco as especificações dos cabos, pois apenas se pretende validar os modelos cinemático e estático

para o mecanismo. Sendo assim, valores específicos para  $\underline{\tau}$  e  $\bar{\tau}$  não serão calculados. No entanto, como se sabe que as forças de tração nos cabos devem ser sempre positivas, pode-se afirmar que quando pelo menos um cabo apresenta, para determinada postura, uma tração menor ou igual a zero, a postura não pertence ao espaço de trabalho.

## 5.6 Simulações

Através de um algoritmo desenvolvido para o Laboratório de Matrizes Matlab<sup>®</sup>, pode-se analisar algumas posturas da plataforma móvel, verificando os resultados obtidos na análise cinemática e na análise estática.

Para as simulações, considera-se, sem perda de generalidade, um paciente de 100 kg. Da mesma forma, as dimensões da plataforma fixa consideradas são de 1,5 por 2 metros e da plataforma móvel são de 0,9 por 1,8 metros. A distância estipulada entre os centros de referência é de 1 metro. De acordo com o que foi apresentado na seção anterior, pode-se considerar, sem perda de generalidade, que  $\underline{\tau} > (0,0,0,0)$ .

A Figura 5.9 apresenta a plataforma móvel na posição tomada como inicial, e com uma força de 1000 N aplicada no centro da plataforma móvel, ou seja, considera-se que um paciente de 100 kg está com seu centro de massa localizado exatamente neste ponto. Para esse caso, como todos os cabos deverão ter o mesmo comprimento, a tração será igualmente distribuída em todos eles, sendo  $\tau_1 = \dots = \tau_4$ .

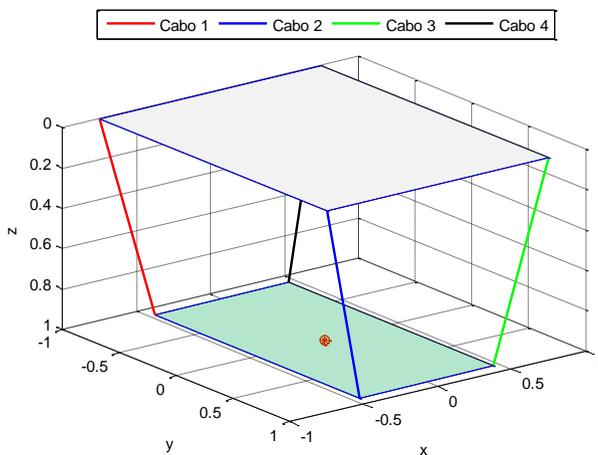


Figura 5.9: Posição inicial da plataforma móvel.

Tomando esta postura como inicial, varia-se o ângulo  $\theta_x$  de 0 a 90 graus para avaliar as forças de tração nos cabos. Tal variação deve acontecer nas ocasiões em que o paciente estiver deitado e precisar sentar. O que se pretende é analisar se todas as posturas pelas quais a plataforma móvel passa nesta situação pertencem ao espaço de trabalho.

A Figura 5.10.a) mostra uma posição intermediária da plataforma móvel, enquanto a Figura 5.10.b) apresenta a postura final do movimento proposto para execução pela plataforma.

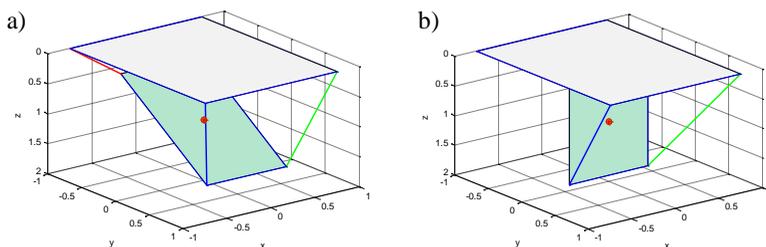


Figura 5.10: Posturas da plataforma móvel: a) Posição intermediária com  $\theta_x = 45^\circ$ ; b) Posição final, com  $\theta_x = 90^\circ$ .

O gráfico da Figura 5.11, relaciona as forças de tração existentes nos cabos 1 e 3 em com o ângulo  $\theta_x$  assumido pela plataforma móvel, mantendo-se fixo  $\theta_y = 0$ .

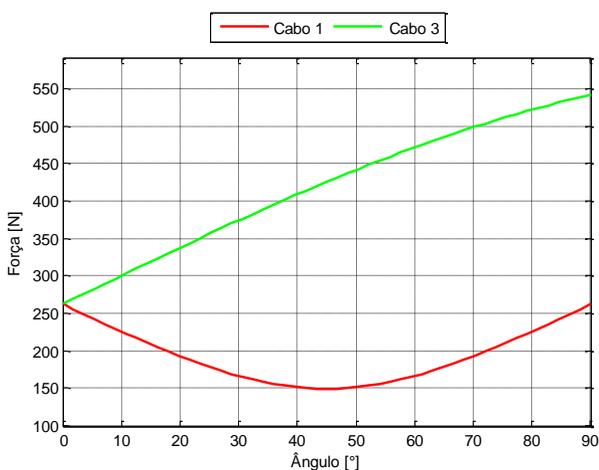


Figura 5.11: Tração nos cabos 1 e 3 em função do ângulo  $\theta_x$ .

Já na Figura 5.12, apresenta-se o gráfico que relaciona as forças de tração nos cabos 2 e 4 com o mesmo ângulo de rotação.

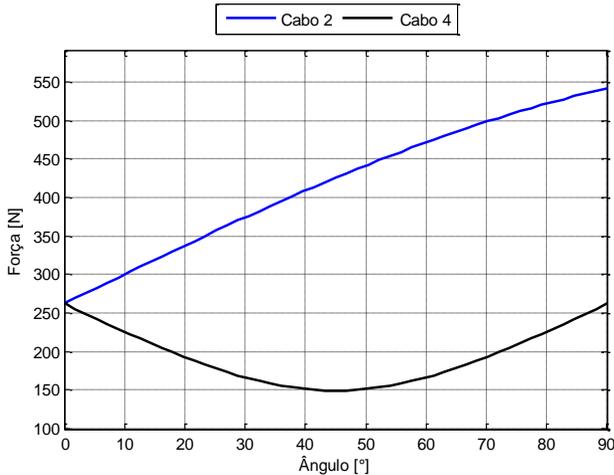


Figura 5.12: Tração nos cabos 2 e 4 em função do ângulo  $\theta_x$ .

Através de uma comparação entre os gráficos gerados na Figura 5.11 e na Figura 5.12 é possível perceber que nos cabos 1 e 4 as forças de tração ficaram iguais, da mesma forma que as forças de tração nos cabos 2 e 3. Tal situação decorre do fato de que a reta que passa pelos pontos de fixação dos cabos 1 e 4 à plataforma móvel é paralela ao eixo de rotação, assim como a reta que passa pelos pontos de conexão dos cabos 2 e 3 à plataforma móvel.

Uma simulação análoga pode ser realizada, apenas variando-se o ângulo  $\theta_y$  (de 0 a 90 graus) e mantendo-se fixo  $\theta_x = 0$ . Um movimento deste tipo deve ser efetuado em situações que se necessite mudar a orientação do paciente em decúbito, mas mantendo-o deitado. A Figura 5.13 apresenta uma postura intermediária pela qual a plataforma móvel precisará passar durante a variação do ângulo  $\theta_y$  e também a postura final imposta para a plataforma.

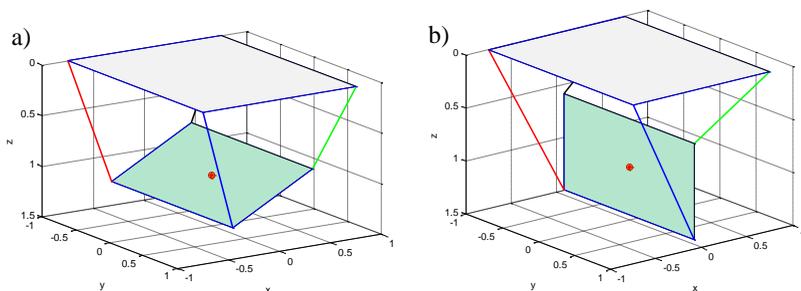


Figura 5.13: Posturas da plataforma móvel: a) Posição intermediária com  $\theta_y = 30^\circ$ ; b) Posição final, com  $\theta_y = 90^\circ$ .

Os gráficos da Figura 5.14 e da Figura 5.15 apresentam respectivamente as forças de tração geradas nos cabos 1 e 3 e as forças de tração nos cabos 2 e 4 em função do ângulo  $\theta_y$  dado.

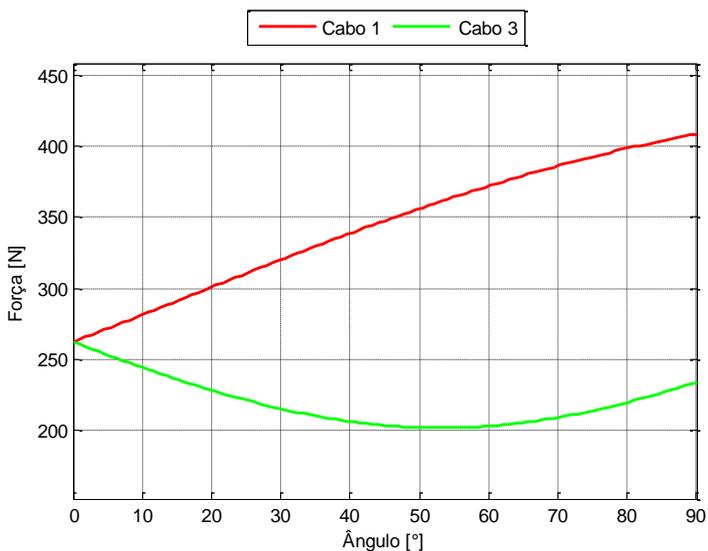


Figura 5.14: Tração nos cabos 1 e 3 em função do ângulo  $\theta_y$ .

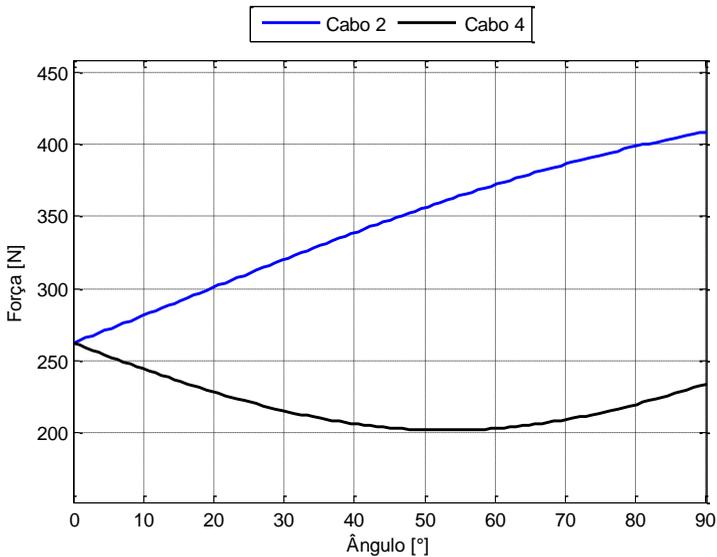


Figura 5.15: Tração nos cabos 2 e 4 em função do ângulo  $\theta_y$ .

Comparando-se os gráficos apresentados na Figura 5.14 e na Figura 5.15 observa-se, mais uma vez, que as forças de tração são iguais aos pares. Nesta situação, os cabos 1 e 3 ficaram com forças de tração iguais aos cabos 2 e 4 respectivamente. De fato, analogamente ao que foi observado anteriormente, pelos pontos de conexão dos cabos 1 e 2 passa uma reta que é paralela àquela que passa pelos pontos de fixação dos cabos 3 e 4 à plataforma móvel, sendo que as duas são paralelas ao eixo de rotação.

Além disso, pode-se perceber que posturas da plataforma móvel relativas a ângulos próximos de  $90^\circ$  fazem com que a tração nos cabos 1 e 2 aumentem. No entanto, durante a variação do ângulo  $\theta_y$ , as forças máximas são menores do que na variação de  $\theta_x$ , fato que decorre da diferença entre o comprimento dos cabos. De fato, ao diminuir a distância entre os centros de referência da base fixa e da plataforma móvel, o comprimento inicial dos cabos também diminui. Nas figuras que seguem estão apresentados exemplos deste fato. Na Figura 5.16 a distância considerada entre os referenciais é de 1,2 metros, na Figura 5.17 é de 0,8 metros e na Figura 5.18 é de 0,6 metros.

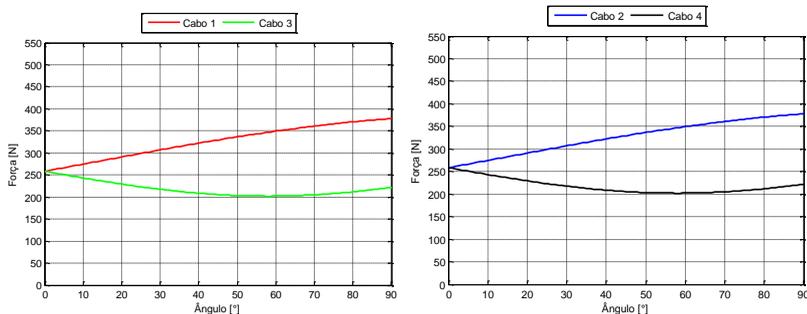


Figura 5.16: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$  considerando 1,2 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4.

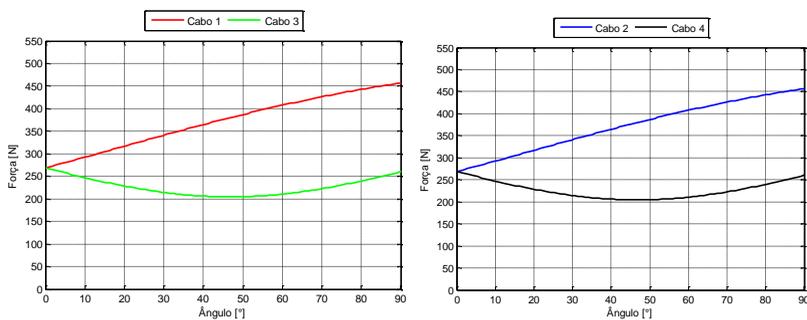


Figura 5.17: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$  considerando 0,8 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4.

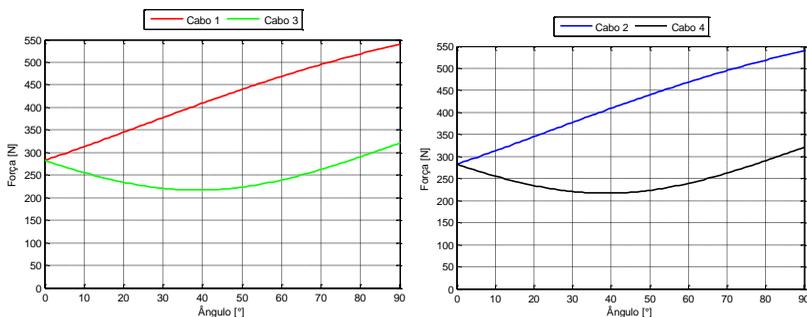


Figura 5.18: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$  considerando 0,6 m de distância entre os referenciais: a) Cabos 1 e 3; b) Cabos 2 e 4.

Como esperado, os gráficos da Figura 5.16, da Figura 5.17 e da Figura 5.18 têm comportamento similar, sendo que a diferença entre eles

é muito sutil. Nota-se que todas as curvas são suaves, sendo que conforme a distância entre os centros de referência diminui, as forças de tração nos cabos são maiores, considerando-se os mesmos ângulos de rotação.

Numa análise como esta, é necessário variar os ângulos de orientação  $\theta_x$  e  $\theta_y$  e avaliar todos os casos. Assim, pode-se, por exemplo, manter fixo  $\theta_x \neq 0$  e variar  $\theta_y$  de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .

É importante notar que para cada postura da plataforma a força de tração  $\tau$  é um vetor de quatro componentes em que cada componente representa a tração em um cabo, ou seja,

$$\tau = (\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4), \quad (5.76)$$

em que  $\tau_i$  é a tração no cabo  $i$  para  $i = 1, 2, 3, 4$  e  $\tau \in \mathbb{R}^4$ . Neste sentido, considera-se um intervalo crítico de  $\theta_y$  aquele no qual pelo menos um  $\tau_i$  não é positivo. Realizando simulações deste tipo obtiveram-se os resultados mostrados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5: Intervalos críticos do espaço de trabalho de acordo com a variação de  $\theta_x$  e  $\theta_y$ .

| $\theta_x$ | $\tau_{i_{min}}$ [N]              | $\tau_{i_{máx}}$ [N]             | <i>Intervalo Crítico</i>               |
|------------|-----------------------------------|----------------------------------|--|
| $10^\circ$ | $\tau_4 \cong 134,8$              | $\tau_1 \cong 485,1$             | --                                     |
| $20^\circ$ | $\tau_4 \cong 62,0$               | $\tau_1 \cong 565,8$             | --                                     |
| $30^\circ$ | $\tau_4 \cong -92,2$              | $\tau_1 \cong 662,4$             | $22^\circ \leq \theta_y \leq 68^\circ$ |
| $40^\circ$ | $\tau_2 \cong -594,8$             | $\tau_3 \cong 1,1 \times 10^3$   | $7^\circ \leq \theta_y \leq 90^\circ$  |
| $50^\circ$ | $\tau_3 \cong -431,9 \times 10^3$ | $\tau_2 \cong 511,0 \times 10^3$ | $1^\circ \leq \theta_y \leq 90^\circ$  |
| $60^\circ$ | $\tau_3 \cong -3,6 \times 10^6$   | $\tau_2 \cong 5,6 \times 10^6$   | $8^\circ \leq \theta_y \leq 90^\circ$  |
| $70^\circ$ | $\tau_2 \cong -233,8 \times 10^3$ | $\tau_3 \cong 128,9 \times 10^3$ | $14^\circ \leq \theta_y \leq 90^\circ$ |
| $80^\circ$ | $\tau_1 \cong -206,9 \times 10^3$ | $\tau_1 \cong 334,1 \times 10^3$ | $20^\circ \leq \theta_y \leq 90^\circ$ |

Também é importante lembrar (como visto na seção 5.5) que as forças de tração máxima e mínima que garantem que uma postura da plataforma móvel pertença ou não ao espaço de trabalho não foram determinadas neste trabalho, uma vez que elas dependem das características construtivas do robô. No entanto, sabe-se que todos os cabos devem estar tracionados e, portanto, nenhum deles deve ter uma tração menor ou igual a zero. Sendo assim, pode-se apenas afirmar que determinadas posturas não pertencem ao espaço de trabalho, sem garantir que todas as demais posturas, de fato, pertençam a ele.

Os gráficos que possuem algum intervalo crítico para  $\theta_y$  são apresentados em seguida, na Figura 5.19 até a Figura 5.28.

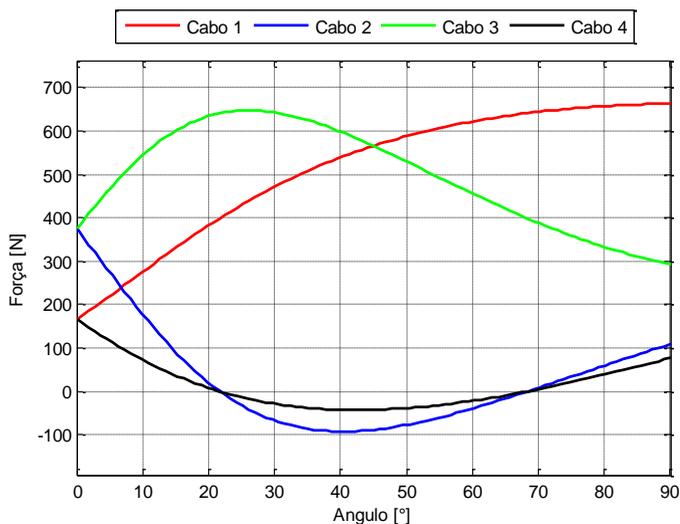


Figura 5.19: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 30^\circ$ .

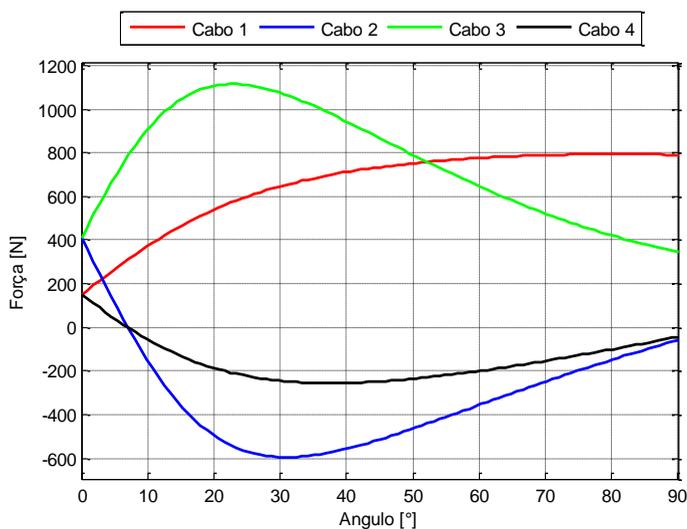


Figura 5.20 Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 40^\circ$ .

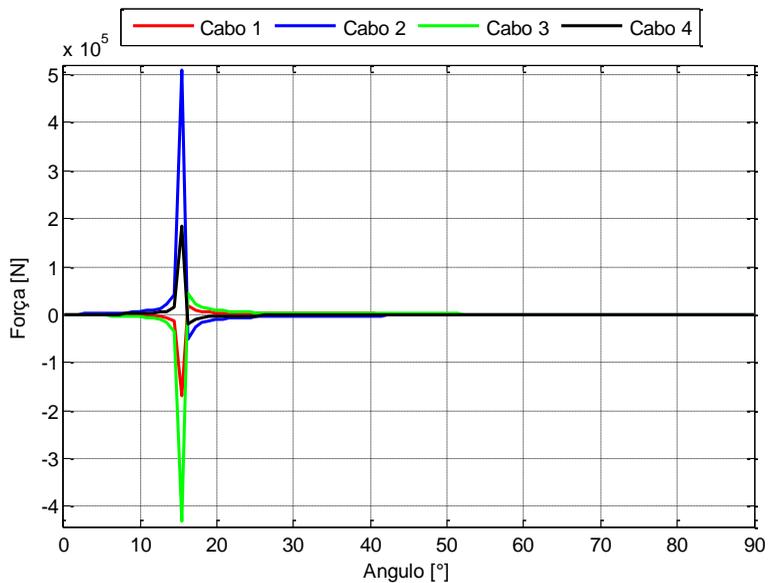


Figura 5.21: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 50^\circ$ .

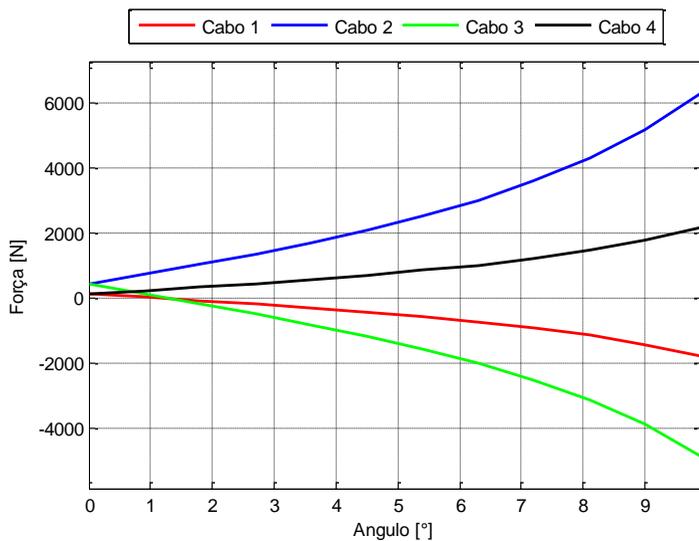


Figura 5.22: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y \leq 10^\circ$ , considerando  $\theta_x = 50^\circ$ .

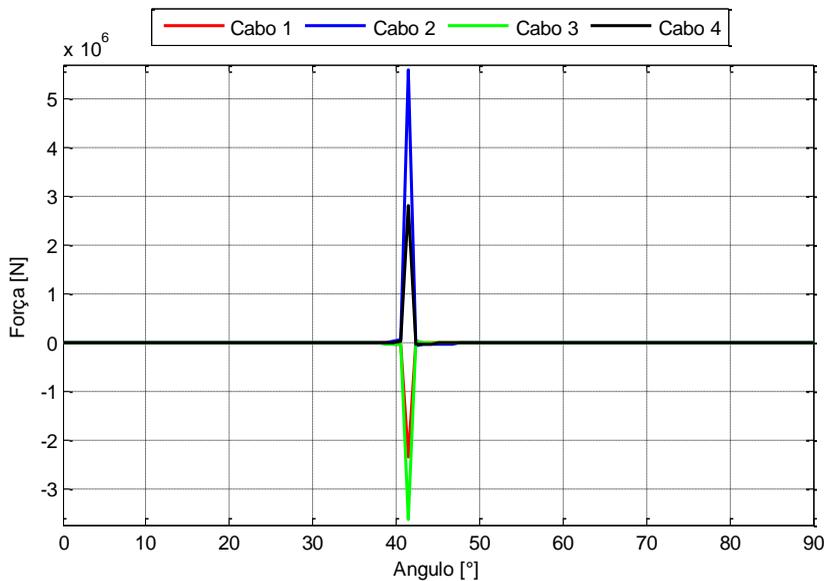


Figura 5.23: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 60^\circ$ .

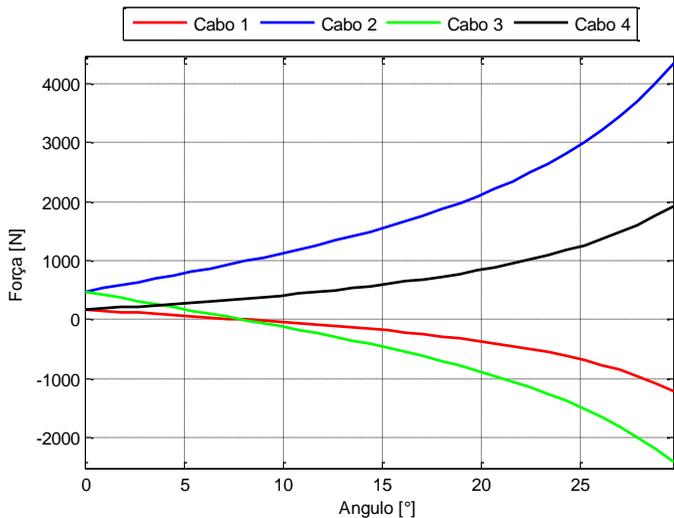


Figura 5.24: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando  $\theta_x = 60^\circ$ .

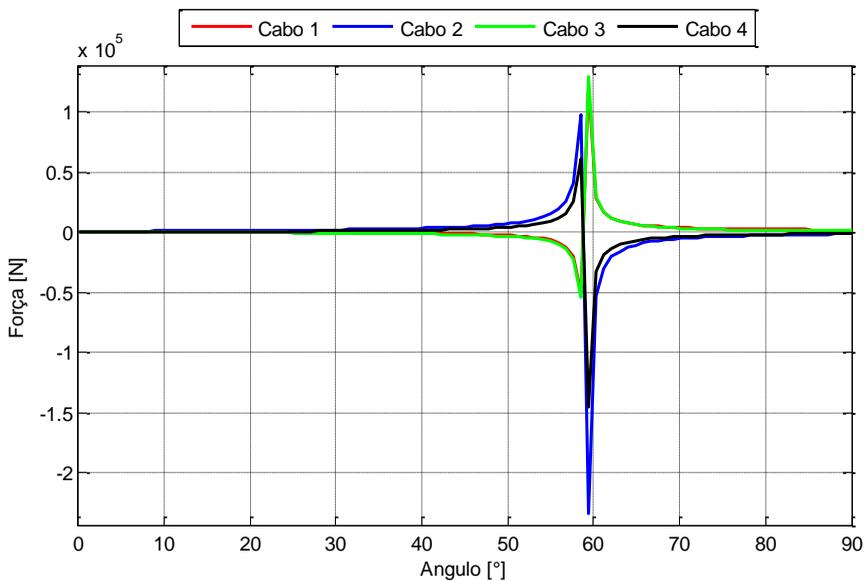


Figura 5.25: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 70^\circ$ .

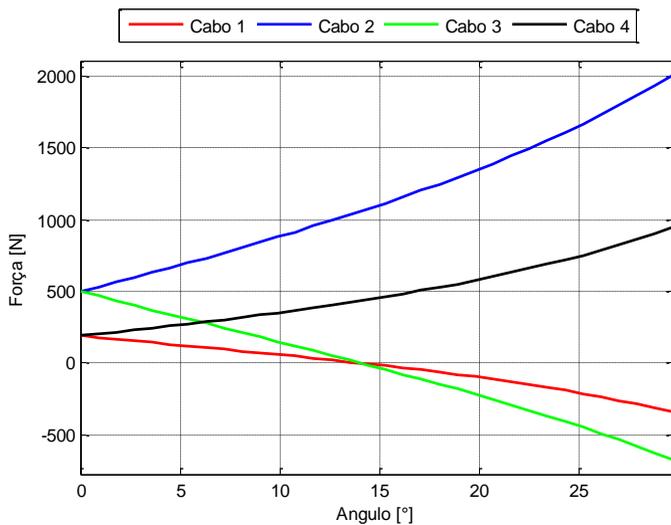


Figura 5.26: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando  $\theta_x = 70^\circ$ .

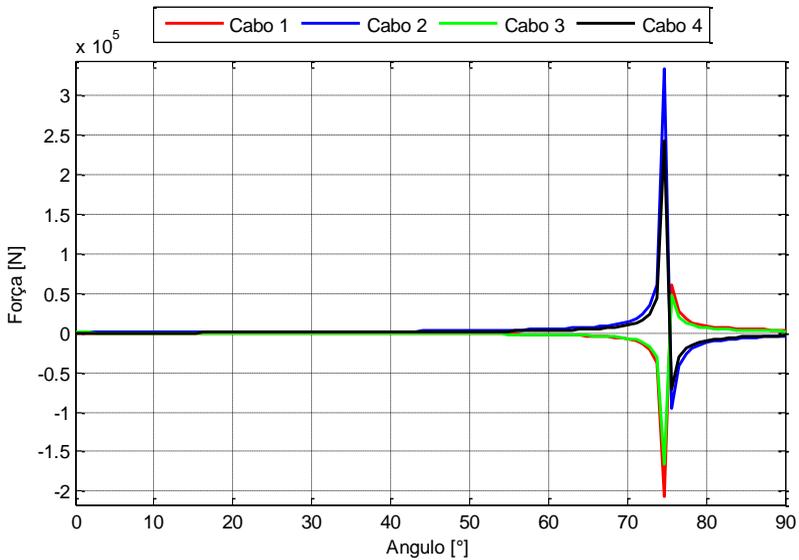


Figura 5.27: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y$ , considerando  $\theta_x = 80^\circ$ .

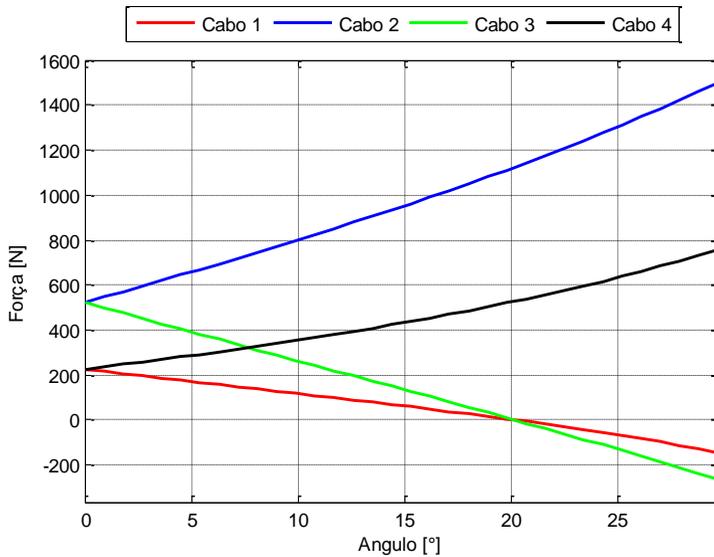


Figura 5.28: Tração nos cabos em função do ângulo  $\theta_y \leq 30^\circ$ , considerando  $\theta_x = 80^\circ$ .

De acordo com a Tabela 3.1, um postura não pertence ao espaço de trabalho se os ângulos de rotação pertencem a algum intervalo crítico. Assim, tomando arbitrariamente alguns destes ângulos, é possível visualizar exemplos de posturas que não pertencem ao espaço de trabalho. Dois exemplos são mostrados na Figura 5.29 e na Figura 5.30.

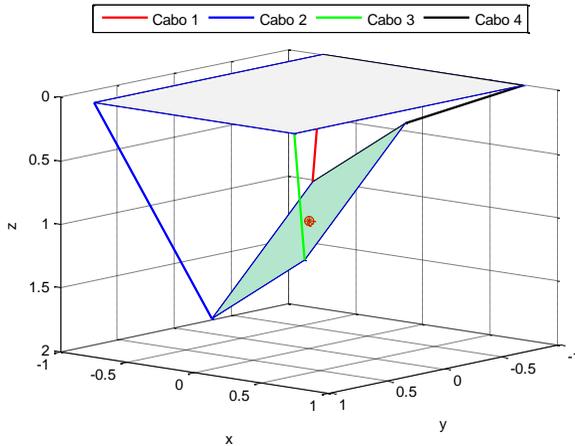


Figura 5.29: Postura não pertencente ao espaço de trabalho determinada por  $\theta_x = 30^\circ$  e  $\theta_y = 40^\circ$ .

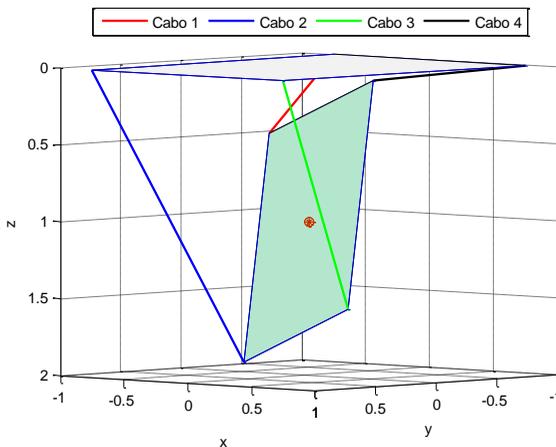


Figura 5.30: Postura não pertencente ao espaço de trabalho determinada por  $\theta_x = 60^\circ$  e  $\theta_y = 25^\circ$ .

Além das variações de ângulo e da distância entre os referenciais das plataformas móvel e fixa que foram realizadas, pode ser interessante variar também a carga transportada pela plataforma móvel, o que certamente gera forças de tração maiores nos cabos. Simulações e análises deste tipo também podem ser utilizadas tanto para determinar o espaço de trabalho quanto para definir características, como a potência dos motores que devem ser utilizados, ou mesmo as especificações técnicas dos cabos.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sendo este um dos primeiros trabalhos sobre robôs atuados por cabos do Laboratório e Robótica da UFSC, Raul Guenther, existem ainda muitos tópicos importantes que podem ser trabalhados ou mais aprofundados. O estudo sobre colisão entre cabos, por exemplo, é de extrema importância para o bom funcionamento de um robô espacial atuado por cabos. No entanto, a construção geométrica do modelo aqui proposto impede que tal desvantagem apareça e por isso não se fez necessário o estudo detalhado deste assunto.

Um estudo recente [65] mostra que variando o ponto de fixação dos cabos à base fixa, o espaço de trabalho de um mecanismo atuado por cabos pode ser alterado. Comparações entre robôs atuados pelo mesmo número de cabos, porém dispostos de formas variadas também pode ser um estudo interessante e de grande importância para a modelagem do mecanismo.

O material e o diâmetro dos cabos utilizados na construção de um mecanismo podem interferir no movimento do efetuator final, uma vez que os cabos apresentam alguma determinada elasticidade, a qual geralmente não é considerada na modelagem. Dessa forma, considerar a elasticidade dos cabos na modelagem também parece ser uma abordagem nova e motivadora para a área.

### 6.1 Conclusões

Este trabalho apresentou a análise cinemática e estática de um mecanismo espacial atuado por cabos, proposto como solução para o problema do transporte e da movimentação de pacientes acamados ou com a mobilidade reduzida. Para tanto, foi necessária uma pesquisa sobre os aparelhos médicos existentes para pelo menos uma destas aplicações, com o intuito de verificar suas características, vantagens, desvantagens e até mesmo possíveis aperfeiçoamentos para a proposta.

Além disso, realizou-se um estudo sobre robôs paralelos de estrutura rígida e os atuados por cabos, a fim de verificar as principais semelhanças e/ou diferenças entre eles. Além disso, foram feitas considerações sobre a análise estática e cinemática de mecanismos, para que fosse possível determinar a metodologia a ser seguida.

Foi, então, resolvida a análise cinemática inversa, pois os estudos demonstraram que a cinemática direta, além de ter um custo computacional maior, não teve os resultados esperados quando realizada por ou-

tros pesquisadores. Sendo assim, utilizou-se uma metodologia analítica, baseada na intuição geométrica e na álgebra vetorial, cuja solução é específica e mais exata, podendo ser obtida em poucos passos. Por outro lado, a cinemática inversa diferencial, que seria outra opção, precisaria de algoritmos computacionais para ser resolvida, necessitando de muitas iterações, o que poderia acarretar maiores erros de aproximação. Tais erros precisaram ser evitados para não comprometerem também os resultados da análise estática, já que os dados obtidos na cinemática foram utilizados para calcular sua solução.

O Método de Davies, baseado na Teoria de Helicoides, Teoria de Grafos e nas Leis dos Circuitos e dos Nós, foi empregado na resolução da estática. Dada a ordem do sistema gerador da solução ( $126 \times 126$ ), equações algébricas não puderam ser determinadas. Desta forma, apenas resultados numéricos e gráficos, oriundos de casos específicos analisados, foram apresentados.

Por fim, os resultados obtidos indicam o sucesso na aplicação tanto do método analítico para a resolução da cinemática de posição quanto do Método de Davies para a realização da análise estática do mecanismo proposto. Além disso indicam a viabilidade do robô espacial atuado por cabos proposto atender as funções necessárias para o transporte e para a movimentação de pacientes.

## 6.2 Perspectivas para trabalhos futuros

Tendo em vista que este trabalho está diretamente envolvido com o projeto “Plataforma Reconfigurável de Tecnologia Assistiva para Pacientes Acamados”, ele deverá ter continuidade para que se possa alcançar os objetivos propostos no projeto. A seguir, são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Estudo do espaço de trabalho de robôs atuados por cabos em relação ao ponto de fixação à plataforma fixa.
- Estudo da cooperação entre robôs atuados por cabos e robôs de estrutura rígida.
- Estudo da colisão entre cabos e a sua flexibilidade/elasticidade.
- Estudo da cinemática direta de manipuladores paralelos.

**REFERÊNCIAS**

- [1] RADOVANOVIC, C. A. T.; ALEXANDRE, N. M. C. Validação de um instrumento para avaliar a movimentação e transferência de pacientes. *Maringá*, v. 1, n. 2, p. 277-285, jul./dez. 2002.
- [2] CÉLIA, R. C. R. S.; ALEXANDRE, N. M. C. "Distúrbios osteomusculares e qualidade de vida em trabalhadores envolvidos com transporte de pacientes." *Revista Brasileira de Enfermagem* 5, p. 494-498, set./out. 2003.
- [3] CURIMBABA, R. G.; RIOLI, T. O.; PASCHOARELLI, L. C.; JÚNIOR, G. B.; SILVA, J. C. P. Movimentação e transferência de pacientes no ambiente hospitalar. 14º Congresso Internacional de Ergonomia e Usabilidade de Interface Humano-Tecnologia - ER-GOdesign. Disponível em:  
[http://www.researchgate.net/publication/272740683\\_HANDLING\\_AND\\_TRANSFER\\_OF\\_PATIENTS\\_IN\\_THE\\_HOSPITAL\\_ENVIRONMENT](http://www.researchgate.net/publication/272740683_HANDLING_AND_TRANSFER_OF_PATIENTS_IN_THE_HOSPITAL_ENVIRONMENT)
- [4] BRUCKMANN, T., MIKELSONS, L., BRANDT, T., HILLER, M., and SCHRAMM, D. Wire robots part I – kinematics, analysis & design. In Lazinica, A., editor, *Parallel Manipulators*, ARS Robotic Books. I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria, 2008. ISBN 978-3-902613-20-2.
- [5] BARRETTE, G., GOSSELIN, C. M. "Determination of the Dynamic Workspace of Cable Driven Planar Parallel Mechanisms", *Journal of Mechanical Design*, Transactions of the ASME, Vol. 127, No 2, pp. 242-248. 2005.
- [6] Business Network Switzerland; Medtech Products in Brazil, Dezembro de 2011.
- [7] GOMES, F.S.L., BASTOS, M.A.R., MATOZINHOS, F.P., TEMPONI, H. R., MELÉNDEZ, G. V. Fatores Associados à Úlcera por Pressão em Pacientes Internados nos Centros de Terapia Intensiva de Adultos, *Rev Esc Enferm USP*, 2010; 44 n. 4: 1070-6.
- [8] ROGENSKI NMB, SANTOS VLCG. Estudo Sobre a Incidência de Úlceras por Pressão em um Hospital Universitário, *Revista latino-americana de Enfermagem*, 2005; 13 n.4: 474-480.

- [9] PROTOCOLO PREVENÇÃO DE QUEDAS. Protocolo elaborado pela equipe técnica do PROQUALIS Ministério da Saúde/ Anvisa/ Fiocruz 03/05/2013.
- [10] United Nations Department of Economic and Social Affairs/Population Division - World Population Prospects: The 2010 Revision, Volume I. Comprehensive Tables.
- [11] FINKELSTEIN, E. A.; KHAVJOU, O. A.; THOMPSON, H.; TROGDON, J. G.; PAN, L.; SHERRY, B.; DIETZET, W. *Am J Prev Med* 2012;42(6):563-570.
- [12] NISHIDE VM, BENATTI MCC, ALEXANDRE NMC. Ocorrência de acidente do trabalho em uma unidade de terapia intensiva. *Ver Latino-am Enfermagem* 2004 março-abril; 12(2):204-11.
- [13] <http://www.jusbrasil.com.br/busca?q=Art.+19+da+Lei+8213%2F91> Acesso em 30/06/2015 as 16:32.
- [14] ZANON E.; MARZIALE, M. H. P. Avaliação da postura corporal dos trabalhadores de enfermagem na movimentação de pacientes acamados. *Rev.Esc.Enf.USP*, v. 34, n. 1, p. 26-36, 2000.
- [15] FINGER WH, ASADA HH. Design and Control of an Active Mattress for Moving Bedridden Patients, *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 1999: 2044-2050.
- [16] ROY B, BASMAJIAN A, ASADA HH. Maneuvering a Bed Sheet for Repositioning a Bedridden Patient, *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 2003: 2224-2229.
- [17] [http://news.panasonic.net/archives/2014/1003\\_29420.html](http://news.panasonic.net/archives/2014/1003_29420.html). Acesso em 15/06/2015 as 8:32.
- [18] <http://www.linnet.com/health-care/beds/intensive-care-beds/eleganza-3xc/>. Acesso em 15/06/2015 as 8:59.
- [19] <http://www.btsbioengineering.com/products/rehabilitation-aids/bts-anymov/?gclid=CIG4oozCwr4CFeUF7AodShoAqA> . Acesso em 15/06/2015 as 9:37.
- [20] [http://www.medicaexpo.com/prod/joh-stiegelmeyer-gmbh-co-kg/patient-transfer-chairs-adjustable-backrests-68959-448386.html#product-item\\_448274](http://www.medicaexpo.com/prod/joh-stiegelmeyer-gmbh-co-kg/patient-transfer-chairs-adjustable-backrests-68959-448386.html#product-item_448274). Acesso em 15/06/2015 as 9:48.

- [21] [tp://www.bartrams.net/productdetails.php?category\\_id=37&product\\_id=159](http://www.bartrams.net/productdetails.php?category_id=37&product_id=159). Acesso em 15/06/2015 as 11:41.
- [22] KASAGAMI F, WANG H, SAKUMA I, ARAYA M, DOHI T. Development of a Robot to Assist Patient Transfer, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004: 4383-4388.
- [23] SUZUKI N, MASAMUNE K, SAKUMA I, SUZUKI M, YAHAGI N, TUJI T, HADAL H, DOHI T. System Assisting Walking and Carrying Daily Necessities with an Overhead Robot Arm for In-home Elderlies, Proceedings of the 22<sup>nd</sup> Annual EMBS International Conference, 2271-2274. 2000.
- [24] TAKAHASHI Y, MANABE G, TAKAHASHI K, HATAKEYAMA T. Simple Self-Transfer Aid Robotic System, Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation, 2003: 2305-2310. 2003.
- [25] <http://www.tuvie.com/medirobot-medical-robot-assistant-lifts-and-transfers-patients-easily/>. Acesso em 18/06/2015 as 16:40.
- [26] <http://www.knueppels.com/What-We-Offer.aspx?section=WSRLCT>. Acesso em 18/06/2015 as 14:52.
- [27] <http://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2056835/Toyota-unveils-robot-nurses-help-disabled-patients-bed.html>. Acesso em 15/06/2015 as 14:22.
- [28] <http://www.rehabmart.com/product/hydraulic-deluxe-silver-vein-patient-lift-39948.html>. Acesso em 16/06/2015 as 13:31.
- [29] Ata de Registro de Preços Nº 28/2012. Disponível em <http://www.fnnde.gov.br/portaldecompras/index.php/editais/atas-de-registro-de-preco/atas-de-rpr-2012/item/183-ata-de-registro-de-precos-n-28-2012>. Acesso em 27/07/2015 as 12:15.
- [30] <http://www.prismmedical.ca/universal-patient-lift-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:39.
- [31] <http://www.prismmedical.ca/comfort-recline-amputee-lift-sling.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:45.
- [32] <http://www.prismmedical.ca/deluxe-support-patient-lift-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:49.

- [33] <http://www.prismmedical.ca/patient-hammock-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:28.
- [34] <http://www.prismmedical.ca/patient-higiene-lift-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:32.
- [35] <http://www.prismmedical.ca/stand-aid-sling.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:51.
- [36] <http://www.prismmedical.ca/standing-support-patient-lift-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:15.
- [37] <http://www.prismmedical.ca/patient-assisted-mobility-walking-sling.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:25.
- [38] <http://www.prismmedical.ca/rehab-walking-total-support-system.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16: 59.
- [39] <http://www.prismmedical.ca/tri-turner-repositioning-sling.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16: 57.
- [40] <http://www.prismmedical.ca/patient-positioning-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:43.
- [41] <http://www.prismmedical.ca/limb-support-and-positioning-band-slings.html>. Acesso em 06/08/2014 as 16:21.
- [42] TSAI, L. W. Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. New York: Jhon Wiley & Sons, 1999.
- [43] <http://www.mach.ro/abb-irb-140-en.html>. Acesso em 01/07/2015 as 17:37.
- [44] <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>. Acesso em 01/07/2015 as 17:40.
- [45] <http://www.pkmtricept.com/productos/index.php?id=en&Nproduct=1240238156> Acesso em 01/07/2015 17:12.
- [46] TRAVI, A. B.; Plataforma de Stewart Acionada por cabos. Dissertação (Dissertação de mestrado). IME, Instituto Militar de Engenharia, 2009.
- [47] [http://www.moog.com.br/subpage\\_14.html](http://www.moog.com.br/subpage_14.html). Acesso 01/07/2015 16:43.
- [48] <http://www.moog.com/products/simulation-tables/electric-simulation-table/>. Acesso em 01/07/2015, as 18:14.

- [49] GONÇALVES, R. S.; CARVALHO, J. C. M. Desenvolvimento de uma estrutura paralela robótica atuada por cabos para reabilitação dos movimentos do ombro. VI Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM. Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2010.
- [50] VERHOEVEN, R., HILLER, M., and TAKODORO, S. Workspace, stiffness, singularities and classification of tendon-driven Stewart platform. in Jadran Lenarcic and Manfred L. Husty (editors), *Advanced in Robot Kinematics: Analysis and Control*, pp. 105-114, Strobl/Salzburg, Austria, Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [51] MELCHIORRI C., “Design and application of advanced haptic interface: soft contact, multi point, and multimodal integration (AIDA)” (in Italian), Progetto dell’Unità di Ricerca dell’Università degli Studi di Bologna. 2005.
- [52] MERLET, J-P. “Analysis of the Influence of Wires Interference on the Workspace of Wire Robots”, *On Advances in Robot Kinematics*, Kluwer Academic Publishers. pp. 211-218. 2004.
- [53] <http://dev.spidercam.org/#products>. Acesso em 31/07/2015 as 23:41.
- [54] [http://www.eu-nited.net/robotics/upload/images\\_news/images\\_press\\_room/2011\\_05\\_01\\_Soruce\\_Fraunhofer\\_IPA\\_-cable\\_robot\\_model\\_.jpg](http://www.eu-nited.net/robotics/upload/images_news/images_press_room/2011_05_01_Soruce_Fraunhofer_IPA_-cable_robot_model_.jpg). Acesso em 01/08/2015 as 00:32.
- [55] VERHOEVEN, R. and HILLER, M. Estimating the controllable workspace of tendon-based Stewart platforms. In *Proc. Of the ARK ’00 “7th Int. Symposium on Advances in Robot Kinematics”*., pp. 277-284, Portoroz, Slovenia, 2000.
- [56] GOSSELIN, S. B. C.; MOORE, B. “On the ability of a cable-driven robot to generate a prescribed set of wrenches”. *ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. August 3–6, Brooklyn, New York, USA, 2008.
- [57] SIMAS, H. Planejamento de trajetórias e evitamento de colisão em tarefas de manipuladores redundantes operando em ambientes confinados. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2008.

- [58] VERHOEVEN, R. Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms. Ph.D. dissertation. University Duisburg-Essen. Duisburg, Germany, 2004.
- [59] HILLER, M. Modeling, Simulation and Control design for large and heavy manipulators. *Mechanism and Machine Theory* 19. pp. 167-177. 1996.
- [60] MING, A. and HIGUCHI, T. Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires (part1)- concept, design and control. *Int. Journal of the Jap. Soc. for Precision Engineering* 28 (2): pp 131-138. 1994.
- [61] BOSSCHER, P. AND EBERT-UPHOFF, I. "Wrench-based analysis of cable-driven robots," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol. 5, pp. 4950–4955, New Orleans, USA, 2004.
- [62] KAWAMURA, S., KINO, H. and WON, C. High-speed manipulation by using parallel tendon-driven robots. In *Robotica*. vol. 18, pp. 13-21. 2000.
- [63] SCHÄPER, E.: Simulation komplexer parallel kinematischer Maschinen. In: *Futur, FhG Berlin*. Nr. 2/2005, S. 6-7. 2005.
- [64] SCHÄPER, E.; KRAFT, M.: Simulation and Optimisation of Tendon-Based Stewart Platform. In: D.T. Pham; E.E. Eldukhri; A.J. Soroka: *Intelligent Production Machines and Systems*, Elsevier. S. 405-410. 2005
- [65] ANSON, M. Cable-driven parallel manipulators with base mobility - A planar case study. Thesis (Master of Science) Faculty of the Graduate School of the University at Buffalo, State University of New York, 2015.
- [66] WEIMANN, L. Modelagem e otimização de forças aplicadas por robôs com redundância cinemática e de atuação em contato com o meio. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2011.
- [67] GOGU, G. Mobility of mechanisms: a critical review. *Mechanism and Machine Theory*, v. 40, p. 1068–1097, 2005.
- [68] CARBONI, A. P. Análise Conceitual de Estruturas Cinemáticas Planas e Espaciais. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2008.

- [69] DAVIES, T. Freedom and constrain in coupling networks. In: Proceedings IMechE. v. 220 Part C, p. 989–1010. 2006.
- [70] WEIHMANN, L.; MARTINS, D.; COELHO, L. S. Force capabilities off kinematically redundant planar parallel manipulators. 13<sup>th</sup> World Congress in Mechanism and Machine Science, Guanajuato, México, p. 483, 2011.
- [71] MEJIA, L.; SIMAS, H.; MARTINS, D. Force capability in general 3 dof planar mechanisms. Accepted for publication in Mechanism and Machine Theory, p. 1-15, 2015.
- [72] FRANTZ, J.C. Análise Estática de Sistemas Robóticos Cooperativos. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2015.
- [73] CAZANGI, H. R. Aplicação do método de Davies para análise cinemática e estática de mecanismos com múltiplos graus de liberdade. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2008.



## **APÊNDICE A - HELIFORÇAS**

Para a perna 1, os heliforças ficam

$$\begin{aligned}
 \$_{1UxRy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_x}{2} \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UxRy}', & \$_{1UxRz}^A &= \begin{Bmatrix} -\frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{2} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{1UxRz}', & \$_{1UxTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UxTx}', \\
 \\ 
 \$_{1UxTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UxTy}', & \$_{1UxTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UxTz}',
 \end{aligned}$$

sendo

$$\$_{1Ux}^A = \$_{1UxRy}^A + \$_{1UxRz}^A + \$_{1UxTx}^A + \$_{1UxTy}^A + \$_{1UxTz}^A. \quad (A.1)$$

$$\begin{aligned}
 \$_{1UyRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_y}{2} \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UyRx}', & \$_{1UyRz}^A &= \begin{Bmatrix} -\frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{2} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{1UyRz}', & \$_{1UyTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UyTx}', \\
 \\ 
 \$_{1UyTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UyTy}', & \$_{1UyTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{1UyTz}',
 \end{aligned}$$

sendo

$$\$1_{Uy}^A = \$1_{UyRx}^A + \$1_{UyRz}^A + \$1_{UyTx}^A + \$1_{UyTy}^A + \$1_{UyTz}^A. \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} & \$1_{PRx}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_y}{2} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{1PRx}' \\ & \$1_{PRy}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_x}{2} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{1PRy}' \\ & \$1_{PRz}^A = \begin{pmatrix} -\frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_1|} \\ \frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_1|} \\ \hline \frac{M_y l_x - M_x l_y}{2|\vec{l}_1|} \\ \frac{l_x}{|\vec{l}_1|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_1|} \\ \frac{l_z}{|\vec{l}_1|} \end{pmatrix} \psi_{1PRz}' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \$1_{PTx}^A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{1PTx}' \\ & \$1_{PTy}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{1PTy}' \\ & \$1_{PTz}^A = \begin{pmatrix} \frac{l_x}{|\vec{l}_1|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_1|} \\ \hline \frac{l_z}{|\vec{l}_1|} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{1PTz}' \end{aligned}$$

sendo

$$\$1_P^A = \$1_{PRx}^A + \$1_{PRy}^A + \$1_{PRz}^A + \$1_{PTx}^A + \$1_{PTy}^A + \$1_{PTz}^A. \quad (\text{A.3})$$





$$\$2_{Ux}^A = \$2_{UxRy}^A + \$2_{UxRz}^A + \$2_{UxTx}^A + \$2_{UxTy}^A + \$2_{UxTz}^A. \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} \$2_{UyRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_y}{2} \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{UyRx}}, & \$2_{UyRz}^A &= \begin{Bmatrix} \frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{2} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{2_{UyRz}}, & \$2_{UyTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{UyTx}}, \\ \$2_{UyTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{UyTy}}, & \$2_{UyTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{UyTz}}, \end{aligned}$$

sendo

$$\$2_{Uy}^A = \$2_{UyRx}^A + \$2_{UyRz}^A + \$2_{UyTx}^A + \$2_{UyTy}^A + \$2_{UyTz}^A. \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} \$2_{PRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_y}{2} \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{PRx}}, & \$2_{PRy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_x}{2} \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2_{PRy}}, & \$2_{PRz}^A &= \begin{Bmatrix} \frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_2|} \\ \frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_2|} \\ \frac{-M_y l_x - M_x l_y}{2|\vec{l}_2|} \\ \dots \\ \frac{l_x}{|\vec{l}_2|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_2|} \\ \frac{l_z}{|\vec{l}_2|} \end{Bmatrix} \psi_{2_{PRz}}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\$_{2SyRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{2z} \\ -P_{2y} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SyRx}, & \$_{2SyRz}^A &= \begin{Bmatrix} P_{2y} \\ -P_{2z} \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{2SyRz}, & \$_{2SyTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SyTx}, \\
\$_{2SyTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SyTy}, & \$_{2SyTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SyTz},
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{2Sy}^A = \$_{2SyRx}^A + \$_{2SyRz}^A + \$_{2SyTx}^A + \$_{2SyTy}^A + \$_{2SyTz}^A. \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned}
\$_{2SzRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{2z} \\ -P_{2y} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SzRx}, & \$_{2SzRy}^A &= \begin{Bmatrix} -P_{2z} \\ 0 \\ P_{2x} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SzRy}, & \$_{2SzTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SzTx}, \\
\$_{2SzTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SzTy}, & \$_{2SzTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{2SzTz},
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{2Sz}^A = \$_{2SzRx}^A + \$_{2SzRy}^A + \$_{2SzTx}^A + \$_{2SzTy}^A + \$_{2SzTz}^A. \quad (\text{A.12})$$

E para a perna 3, fica

$$\begin{aligned}
 \$_{3UxRy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_x}{2} \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UxRy}' &
 \$_{3UxRz}^A &= \begin{Bmatrix} \frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{-2} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{3UxRz}' &
 \$_{3UxTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UxTx}'
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \$_{3UxTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UxTy}' &
 \$_{3UxTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UxTz}'
 \end{aligned}$$

sendo

$$\$_{3Ux}^A = \$_{3UxRy}^A + \$_{3UxRz}^A + \$_{3UxTx}^A + \$_{3UxTy}^A + \$_{3UxTz}^A. \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned}
 \$_{3UyRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_y}{-2} \\ \dots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UyRx}' &
 \$_{3UyRz}^A &= \begin{Bmatrix} \frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{-2} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{3UyRz}' &
 \$_{3UyTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UyTx}'
 \end{aligned}$$

$$\$A_{3UyTy} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UyTy}, \quad \$A_{3UyTz} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3UyTz},$$

sendo

$$\$A_{3Uy} = \$A_{3UyRx} + \$A_{3UyRz} + \$A_{3UyTx} + \$A_{3UyTy} + \$A_{3UyTz}. \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} & \$A_{3PRx} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_y}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3PRx}, & \$A_{3PRy} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_x}{2} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3PRy}, & \$A_{3PRz} = \begin{Bmatrix} \frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_3|} \\ -\frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_3|} \\ \frac{M_x l_y - M_y l_x}{2|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_x}{|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_z}{|\vec{l}_3|} \end{Bmatrix} \psi_{3PRz}, \\ & = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{M_y}{2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3PRx}, & = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_x}{2} \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3PRy}, & = \begin{Bmatrix} \frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_3|} \\ -\frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_3|} \\ \frac{M_x l_y - M_y l_x}{2|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_x}{|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_3|} \\ \frac{l_z}{|\vec{l}_3|} \end{Bmatrix} \psi_{3PRz}, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
\$_{3SyRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{3z} \\ -P_{3y} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SyRx}' &
\$_{3SyRz}^A &= \begin{Bmatrix} P_{3y} \\ -P_{3x} \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{3SyRz}' &
\$_{3SyTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SyTx}' \\
\$_{3SyTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SyTy}' &
\$_{3SyTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SyTz}'
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{3Sy}^A = \$_{3SyRx}^A + \$_{3SyRz}^A + \$_{3SyTx}^A + \$_{3SyTy}^A + \$_{3SyTz}^A. \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned}
\$_{3SzRx}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{3z} \\ -P_{3y} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SzRx}' &
\$_{3SzRy}^A &= \begin{Bmatrix} -P_{3z} \\ 0 \\ P_{3x} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SzRy}' &
\$_{3SzTx}^A &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SzTx}' \\
\$_{3SzTy}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SzTy}' &
\$_{3SzTz}^A &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{3SzTz}'
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{3Sz}^A = \$_{3SzRx}^A + \$_{3SzRy}^A + \$_{3SzTx}^A + \$_{3SzTy}^A + \$_{3SzTz}^A. \quad (\text{A.18})$$

Para a perna 4, tem-se

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} \$_{4UxRy}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_x}{2} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UxRy}' & \begin{matrix} \$_{4UxRz}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} -\frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{2} \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_{4UxRz}' & \begin{matrix} \$_{4UxTx}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UxTx}' \\
& \begin{matrix} \$_{4UxTy}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UxTy}' & \begin{matrix} \$_{4UxTz}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UxTz}'
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{4Ux}^A = \$_{4UxRy}^A + \$_{4UxRz}^A + \$_{4UxTx}^A + \$_{4UxTy}^A + \$_{4UxTz}^A. \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned}
& \begin{matrix} \$_{4UyRx}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_y}{2} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UyRx}' & \begin{matrix} \$_{4UyRz}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} -\frac{M_y}{2} \\ \frac{M_x}{2} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \psi_{4UyRz}' & \begin{matrix} \$_{4UyTx}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UyTx}' \\
& \begin{matrix} \$_{4UyTy}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UyTy}' & \begin{matrix} \$_{4UyTz}^A \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4UyTz}'
\end{aligned}$$

sendo

$$\begin{aligned} \$4_{Uy}^A = & \$4_{UyRx}^A + \$4_{UyRz}^A + \$4_{UyTx}^A + \$4_{UyTy}^A \\ & + \$4_{UyTz}^A. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} & \$4_{4PRx}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_y}{2} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4PRx}', & & \$4_{4PRy}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{M_x}{2} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4PRy}', & & \$4_{4PRz}^A = \begin{pmatrix} \frac{-M_y l_z}{2|\vec{l}_4|} \\ \frac{-M_x l_z}{2|\vec{l}_4|} \\ \frac{M_x l_y + M_y l_x}{2|\vec{l}_4|} \\ \hline \frac{l_x}{|\vec{l}_4|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_4|} \\ \frac{l_z}{|\vec{l}_4|} \end{pmatrix} \psi_{4PRz}', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \$4_{4PTx}^A = & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4PTx}', & & \$4_{4PTy}^A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4PTy}', & & \$4_{4PTz}^A = \begin{pmatrix} \frac{l_x}{|\vec{l}_4|} \\ \frac{l_y}{|\vec{l}_4|} \\ \hline \frac{l_z}{|\vec{l}_4|} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \psi_{4PTz}', \end{aligned}$$

sendo

$$\$4_P^A = \$4_{4PRx}^A + \$4_{4PRy}^A + \$4_{4PRz}^A + \$4_{4PTx}^A + \$4_{4PTy}^A + \$4_{4PTz}^A. \quad (\text{A.21})$$



$$\begin{aligned}
\begin{aligned}
& \$_{4SzRx}^A \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{4z} \\ -P_{4y} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{4SzRx}, \\
& \$_{4SzRy}^A \\
& = \begin{Bmatrix} -P_{4z} \\ 0 \\ P_{4x} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{4SzRy}, \\
& \$_{4SzTx}^A \\
& = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{4SzTx}, \\
& \$_{4SzTy}^A \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{4SzTy}, \\
& \$_{4SzTz}^A \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{4SzTz},
\end{aligned}
\end{aligned}$$

sendo

$$\$_{4Sz}^A = \$_{4SzRx}^A + \$_{4SzRy}^A + \$_{4SzTx}^A + \$_{4SzTy}^A + \$_{4SzTz}^A. \quad (\text{A.24})$$

E, finalmente, os heliforças referentes às ações de interação com o meio, são dados por:

$$\begin{aligned}
& \$_{FGRx}^A \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_{az} \\ -P_{ay} \\ \hline 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{FGRx}, \\
& \$_{FGRy}^A \\
& = \begin{Bmatrix} -P_{az} \\ 0 \\ P_{ax} \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{FGRy}, \\
& \$_{FGRz}^A \\
& = \begin{Bmatrix} P_{ay} \\ -P_{ax} \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \psi_{FGRz},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \$A_{FGTx} &= \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{FGTx}, &
 \$A_{FGTy} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{FGTy}, &
 \$A_{FGTz} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \psi_{FGTz},
 \end{aligned}$$

sendo

$$\$A_{FG} = \$A_{FGRx} + \$A_{FGRy} + \$A_{FGRz} + \$A_{FGTx} + \$A_{FGTy} + \$A_{FGTz}. \quad (\text{A.25})$$



## **APÊNDICE B – MATRIZ DOS CORTES**





e

$$[M_3] = \begin{bmatrix} O_{5 \times 5} \\ U_{1 \times 5} \\ -U_{4 \times 5} \end{bmatrix}_{10 \times 5}, \quad (\text{B.4})$$

endo  $U_{p \times q}$  a matriz de  $p$  linhas e  $q$  colunas cujos elementos são todos iguais a 1,  $O_{p \times q}$  a matriz nula de  $p$  linhas e  $q$  colunas e ainda  $\vec{0}$  um vetor linha de zeros de ordem compatível com os outros blocos da matriz  $M_2$ .

## **APÊNDICE C – MATRIZ DAS AÇÕES UNITÁRIAS**



A Matriz das Ações Unitárias é da forma

$$\begin{aligned}
 [\hat{Q}_A]_{6 \times 130} = & \begin{bmatrix}
 \hat{\$}_{1UxRy}^A & \hat{\$}_{1UxRz}^A & \hat{\$}_{1UxTx}^A & \hat{\$}_{1UxTy}^A & \hat{\$}_{1UxTz}^A & \hat{\$}_{1UyRx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{1UyRz}^A & \hat{\$}_{1UyTx}^A & \hat{\$}_{1UyTy}^A & \hat{\$}_{1UyTz}^A & \hat{\$}_{1PRx}^A & \hat{\$}_{1PRy}^A & \hat{\$}_{1PRz}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{1PTx}^A & \hat{\$}_{1PTy}^A & \hat{\$}_{1PTz}^A & \hat{\$}_{1SxRy}^A & \hat{\$}_{1SxRz}^A & \hat{\$}_{1SxTx}^A & \hat{\$}_{1SxTy}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{1SxTz}^A & \hat{\$}_{1SyRx}^A & \hat{\$}_{1SyRz}^A & \hat{\$}_{1SyTx}^A & \hat{\$}_{1SyTy}^A & \hat{\$}_{1SyTz}^A & \hat{\$}_{1SzRx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{1SzRy}^A & \hat{\$}_{1SzTx}^A & \hat{\$}_{1SzTy}^A & \hat{\$}_{1SzTz}^A & \hat{\$}_{2UxRy}^A & \hat{\$}_{2UxRz}^A & \hat{\$}_{2UxTx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{2UxTy}^A & \hat{\$}_{2UxTz}^A & \hat{\$}_{2UyRx}^A & \hat{\$}_{2UyRz}^A & \hat{\$}_{2UyTx}^A & \hat{\$}_{2UyTy}^A & \hat{\$}_{2UyTz}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{2PRx}^A & \hat{\$}_{2PRy}^A & \hat{\$}_{2PRz}^A & \hat{\$}_{2PTx}^A & \hat{\$}_{2PTy}^A & \hat{\$}_{2PTz}^A & \hat{\$}_{2SxRy}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{2SxRz}^A & \hat{\$}_{2SxTx}^A & \hat{\$}_{2SxTy}^A & \hat{\$}_{2SxTz}^A & \hat{\$}_{2SyRx}^A & \hat{\$}_{2SyRz}^A & \hat{\$}_{2SyTx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{2SyTy}^A & \hat{\$}_{2SyTz}^A & \hat{\$}_{2SzRx}^A & \hat{\$}_{2SzRy}^A & \hat{\$}_{2SzTx}^A & \hat{\$}_{2SzTy}^A & \hat{\$}_{2SzTz}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{3UxRy}^A & \hat{\$}_{3UxRz}^A & \hat{\$}_{3UxTx}^A & \hat{\$}_{3UxTy}^A & \hat{\$}_{3UxTz}^A & \hat{\$}_{3UyRx}^A & \hat{\$}_{3UyRz}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{3UyTx}^A & \hat{\$}_{3UyTy}^A & \hat{\$}_{3UyTz}^A & \hat{\$}_{3PRx}^A & \hat{\$}_{3PRy}^A & \hat{\$}_{3PRz}^A & \hat{\$}_{3PTx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{3PTy}^A & \hat{\$}_{3PTz}^A & \hat{\$}_{3SxRy}^A & \hat{\$}_{3SxRz}^A & \hat{\$}_{3SxTx}^A & \hat{\$}_{3SxTy}^A & \hat{\$}_{3SxTz}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{3SyRx}^A & \hat{\$}_{3SyRz}^A & \hat{\$}_{3SyTx}^A & \hat{\$}_{3SyTy}^A & \hat{\$}_{3SyTz}^A & \hat{\$}_{3SzRx}^A & \hat{\$}_{3SzRy}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{3SzTx}^A & \hat{\$}_{3SzTy}^A & \hat{\$}_{3SzTz}^A & \hat{\$}_{4UxRy}^A & \hat{\$}_{4UxRz}^A & \hat{\$}_{4UxTx}^A & \hat{\$}_{4UxTy}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{4UxTz}^A & \hat{\$}_{4UyRx}^A & \hat{\$}_{4UyRz}^A & \hat{\$}_{4UyTx}^A & \hat{\$}_{4UyTy}^A & \hat{\$}_{4UyTz}^A & \hat{\$}_{4PRx}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{4PRy}^A & \hat{\$}_{4PRz}^A & \hat{\$}_{4PTx}^A & \hat{\$}_{4PTy}^A & \hat{\$}_{4PTz}^A & \hat{\$}_{4SxRy}^A & \hat{\$}_{4SxRz}^A & \dots
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{cccccccc}
 \dots & \hat{\$}_{4SxTx}^A & \hat{\$}_{4SxTy}^A & \hat{\$}_{4SxTz}^A & \hat{\$}_{4SyRx}^A & \hat{\$}_{4SyRz}^A & \hat{\$}_{4SyTx}^A & \hat{\$}_{4SyTy}^A & \dots \\
 \dots & \hat{\$}_{4SyTz}^A & \hat{\$}_{4SzRx}^A & \hat{\$}_{4SzRy}^A & \hat{\$}_{4SzTx}^A & \hat{\$}_{4SzTy}^A & \hat{\$}_{4SzTz}^A & \hat{\$}_{FGRx}^A & \dots \\
 & & \dots & \hat{\$}_{FGRy}^A & \hat{\$}_{FGRz}^A & \hat{\$}_{FGTx}^A & \hat{\$}_{FGTy}^A & \hat{\$}_{FGTz}^A & \dots
 \end{array} \quad (C.1)$$

Assim, a Matriz das Ações Unitárias fica:

$$[\hat{Q}_A]_{6 \times 130} =$$

$$\begin{bmatrix}
 0 & -\frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-M_y l_z}{2|\vec{l}_1|} & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_1|} & -P_{1z} & P_{1y} & 1 & 0 & 0 & 0 & P_{1y} & 1 & 0 & 0 & 0 & -P_{1z} & 1 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_1|} & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_1|} & 0 & -P_{1x} & 0 & 1 & 0 & P_{1z} & -P_{1x} & 0 & 1 & 0 & P_{1z} & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 -\frac{M_x}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{M_y}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{M_y}{2} & -\frac{M_x}{2} & \frac{M_y l_x - M_x l_y}{2|\vec{l}_1|} & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_1|} & P_{1x} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{1y} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{1y} & P_{1x} & 0 & 0 & 1 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_1|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_1|} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_1|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \\
 -P_{2z} & P_{2y} & 1 & 0 & 0 & 0 & P_{2y} & 0 & -P_{2z} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_2|} & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_2|} & 1 & 0 & 0 & \frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -P_{2x} & 0 & 1 & 0 & P_{2z} & -P_{2x} & P_{2z} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_x l_z}{2|\vec{l}_2|} & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_2|} & 0 & 1 & 0 & \frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \dots & P_{2x} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{2y} & 0 & -P_{2y} & P_{2x} & 0 & 0 & 1 & -\frac{M_y}{2} & -\frac{M_x}{2} & \frac{-M_y l_x - M_x l_y}{2|\vec{l}_2|} & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_2|} & 0 & 0 & -\frac{M_x}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{M_y}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_2|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_2|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_2|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc}
0 & \frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{M_y l_z}{2|\vec{l}_3|} & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_3|} & -P_{3z} & P_{3y} & 1 & 0 & 0 & 0 & P_{3y} & 1 & 0 & 0 & 0 & -P_{3z} & 1 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-M_x l_z}{2|\vec{l}_3|} & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_3|} & 0 & -P_{3x} & 0 & 1 & 0 & P_{3z} & -P_{3x} & 0 & 1 & 0 & P_{3z} & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\dots & \frac{M_x}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{M_y}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{M_y}{2} & \frac{M_x}{2} & \frac{M_x l_y - M_y l_x}{2|\vec{l}_3|} & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_3|} & P_{3x} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{3y} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{3y} & P_{3x} & 0 & 0 & 1 & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_3|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_3|} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_3|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\\
-P_{4z} & P_{4y} & 1 & 0 & 0 & 0 & P_{4y} & 1 & 0 & 0 & 0 & -P_{4z} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-M_y l_z}{2|\vec{l}_4|} & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_4|} & 0 & -\frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{M_y}{2} & 1 & 0 & 0 \\
0 & -P_{4x} & 0 & 1 & 0 & P_{4z} & -P_{4x} & 0 & 1 & 0 & P_{4z} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-M_x l_z}{2|\vec{l}_4|} & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_4|} & 0 & -\frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{M_x}{2} & 0 & 1 & 0 \\
\dots & P_{4x} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{4y} & 0 & 0 & 0 & 1 & -P_{4y} & P_{4x} & 0 & 0 & 1 & \frac{M_y}{2} & \frac{M_x}{2} & \frac{M_x l_y + M_y l_x}{2|\vec{l}_4|} & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_4|} & \frac{M_x}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{M_y}{2} & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{l_x}{|\vec{l}_4|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{l_y}{|\vec{l}_4|} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_z}{|\vec{l}_4|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc}
 0 & -P_{az} & P_{ay} & 1 & 0 & 0 \\
 P_{az} & 0 & -P_{ax} & 0 & 1 & 0 \\
 -P_{ay} & P_{ax} & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 \dots & & & & & \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{array} \Bigg] . \quad (\text{C.2})$$



## **APÊNDICE D – MATRIZ DIAGONAL DAS MAGNITUDES**



A matriz diagonal cujos elementos são as magnitudes dos heliforças é a matriz  $[D_{\bar{\psi}}]_{130}$  tal que

$$[D_{\bar{\psi}}]_{130} \{U\}_{130 \times 1} = \{\bar{\psi}\}_{130 \times 1} \quad (D.1)$$

em que  $\{U\}_{130 \times 1}$  é um vetor coluna cujos elementos são todos iguais a 1 e  $\{\bar{\psi}\}_{130 \times 1}$  é o vetor das magnitudes dos heliforças, que contém todas as variáveis envolvidas no problema.

O vetor  $\{\bar{\psi}\}_{130 \times 1}$  transposto é da forma

$$\begin{aligned} \{\bar{\psi}\}_{130 \times 1}^t = & \left[ \begin{array}{cccccccc} \psi_{1UxRy} & \psi_{1UxRz} & \psi_{1UxTx} & \psi_{1UxTy} & \psi_{1UxTz} & \psi_{1UyRx} & \dots & \\ \dots & \psi_{1UyRz} & \psi_{1UyTx} & \psi_{1UyTy} & \psi_{1UyTz} & \psi_{1PRx} & \psi_{1PRy} & \psi_{1PRz} & \dots \\ \dots & \psi_{1PTx} & \psi_{1PTy} & \psi_{1PTz} & \psi_{1SxRy} & \psi_{1SxRz} & \psi_{1SxTx} & \psi_{1SxTy} & \dots \\ \dots & \psi_{1SxTz} & \psi_{1SyRx} & \psi_{1SyRz} & \psi_{1SyTx} & \psi_{1SyTy} & \psi_{1SyTz} & \psi_{1SzRx} & \dots \\ \dots & \psi_{1SzRy} & \psi_{1SzTx} & \psi_{1SzTy} & \psi_{1SzTz} & \psi_{2UxRy} & \psi_{2UxRz} & \psi_{2UxTx} & \dots \\ \dots & \psi_{2UxTy} & \psi_{2UxTz} & \psi_{2UyRx} & \psi_{2UyRz} & \psi_{2UyTx} & \psi_{2UyTy} & \psi_{2UyTz} & \dots \\ \dots & \psi_{2PRx} & \psi_{2PRy} & \psi_{2PRz} & \psi_{2PTx} & \psi_{2PTy} & \psi_{2PTz} & \psi_{2SxRy} & \dots \\ \dots & \psi_{2SxRz} & \psi_{2SxTx} & \psi_{2SxTy} & \psi_{2SxTz} & \psi_{2SyRx} & \psi_{2SyRz} & \psi_{2SyTx} & \dots \\ \dots & \psi_{2SyTy} & \psi_{2SyTz} & \psi_{2SzRx} & \psi_{2SzRy} & \psi_{2SzTx} & \psi_{2SzTy} & \psi_{2SzTz} & \dots \\ \dots & \psi_{3UxRy} & \psi_{3UxRz} & \psi_{3UxTx} & \psi_{3UxTy} & \psi_{3UxTz} & \psi_{3UyRx} & \psi_{3UyRz} & \dots \\ \dots & \psi_{3UyTx} & \psi_{3UyTy} & \psi_{3UyTz} & \psi_{3PRx} & \psi_{3PRy} & \psi_{3PRz} & \psi_{3PTx} & \dots \\ \dots & \psi_{3PTy} & \psi_{3PTz} & \psi_{3SxRy} & \psi_{3SxRz} & \psi_{3SxTx} & \psi_{3SxTy} & \psi_{3SxTz} & \dots \\ \dots & \psi_{3SyRx} & \psi_{3SyRz} & \psi_{3SyTx} & \psi_{3SyTy} & \psi_{3SyTz} & \psi_{3SzRx} & \psi_{3SzRy} & \dots \end{array} \right. \end{aligned}$$

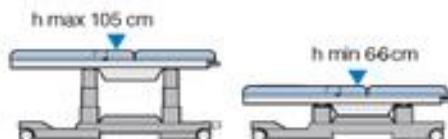


## **ANEXO A – CONFIGURAÇÕES DO APARELHO VERTICA**



## Movements

### Up & down movement



### Backrest lifting

### Vertical stand position

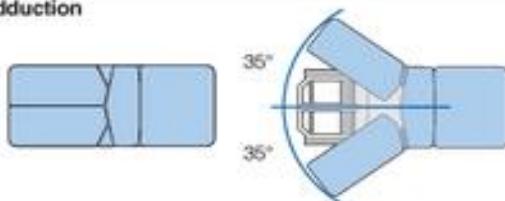


### Lateral bending

### Trendelenburg movement



### Hip abduction-adduction



### Knee flex-extension

### Foot dorsi-plantar flexion





**ANEXO B – CONFIGURAÇÕES DE UTILIZAÇÃO DO APARELHO MEDIROBOT®**



## Pick-Up Situations

