

Henrique Prado Santos

**METODOLOGIA DE BUSCA DE SINGULARIDADES
CINEMÁTICAS EM MECANISMOS
RECONFIGURÁVEIS POR USO DE HELICOIDES**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica para obtenção do grau de “Mestre em Engenharia Mecânica”.

Orientador: Prof. Dr. Eng. Daniel Martins, POSMEC-UFSC.

Co-orientador: Prof. Dr. Eng. Henrique Simas, POSMEC-UFSC.

Florianópolis (SC)
2015

Henrique Prado Santos

**METODOLOGIA DE BUSCA DE SINGULARIDADES
CINEMÁTICAS EM MECANISMOS
RECONFIGURÁVEIS POR USO DE HELICOIDES**

Esta dissertação foi julgada aprovada para a obtenção do grau de “Mestre em Engenharia Mecânica” e aceita em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis (SC), 13 de Outubro de 2015.

Prof. Dr. Armando Albertazzi
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica

Prof. Dr. Eng. Daniel Martins – POSMEC-UFSC
Orientador

Prof. Dr. Eng. Henrique Simas – POSMEC-UFSC
Co-orientador

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Eng. Daniel Martins – POSMEC-UFSC
Presidente

Prof. Dr. Eng. Alexandre Campos – POSMEC-UFSC

Prof. Dr. Eng. Altamir Dias – POSMEC-UFSC

Prof. Dr. Eng. Rodrigo de Souza Vieira – POSMEC-UFSC

Resumo

Mecanismos reconfiguráveis, o mais recente ramo de estudos na ciência de mecanismos, podem apresentar singularidades cinemáticas, também chamadas *configurações singulares*, onde trazem, com efeito, vulnerabilidade estrutural. Porém, mecanismos cinemotrópicos, que estão contidos no contexto dos reconfiguráveis, em sua concepção, carregam configurações singulares para que sua topologia possa ser mudada. Logo, enumerar as configurações singulares é uma das problemáticas dentro do estudo e do projeto dos movimentos dos mecanismos. A análise cinemática que se utiliza da teoria de helicoides é uma ferramenta consolidada na literatura para solucionar matematicamente problemas de cinemática. Assim, este trabalho propõe uma metodologia sistemática de busca de todas as singularidades cinemáticas de mecanismos reconfiguráveis usando a teoria de helicoides. Essa dissertação detalha a metodologia revisando estudos recentes sobre a análise cinemática baseada em helicoides e a análise cinemática hierárquica, cria um método para eliminar linhas linearmente dependentes em matrizes jacobianas e aplica isso para analisar dois mecanismos reconfiguráveis.

Palavras-chave: Mecanismos reconfiguráveis, singularidades cinemáticas, teoria de helicoides, mecanismos cinemotrópicos.

Abstract

Reconfigurable mechanisms are the most recent branch of study in mechanism science. They can present kinematic singularities, also known as *singular configurations*, where they may become structurally vulnerable. However, the kinematotropic linkages, which has reconfigurable characteristics, carry singular configurations in its structure so their topology can be changed. Therefore, enumerating all the mechanism's singular configurations is one of the problems found in the mechanism motions' study and design. The kinematic analysis using screw theory is an adequate mathematical tool for this task. Hence, this work proposes a systematic methodology to search for all the kinematic singularities in reconfigurable mechanisms using screw theory. This master thesis describes this methodology by reviewing recent studies on screw based kinematic modeling, analysis and the hierarchical kinematic analysis, creates a method to eliminate linear dependent rows in jacobian matrices and applies it to analyse two reconfigurable mechanisms.

Keywords: Reconfigurable mechanisms, kinematic singularities, screw theory, kinematotropic linkages.

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de mecanismo reconfigurável que modifica o número de juntas de um modo de operação para outro. . .	2
1.2	Representação por mecanismos de sistema de empacotamento.	2
1.3	Exemplo de mecanismo: a) tradicional, e b) reconfigurável.	4
2.1	Exemplo de mecanismo reconfigurável que modifica o número de juntas de um modo de operação para outro. . .	10
2.2	Exemplo de junta que possui a capacidade de modificar seu tipo cinemático de prismático e rotativo para somente rotativo por meio de uma restrição geométrica.	10
2.3	Exemplo de trem de engrenagem reconfigurável onde a engrenagem 1: a) é movida pela engrenagem 2 formando um trem de quatro engrenagens em série, ou b) é movida pela engrenagem 3 em um trem de três engrenagens. . .	11
2.4	Mecanismo em forma de mão humana que possui a capacidade de fechar ou abrir sua palma para realocar a postura dos dedos [29].	11
2.5	Relação entre os mecanismos reconfiguráveis e os mecanismos de topologia variável por Kuo et al. [2].	12
2.6	Nova observação da relação entre os mecanismos reconfiguráveis e os mecanismos de topologia variável incluindo os mecanismos metamórficos e cinematomórficos e híbridos.	13
2.7	Mecanismo RRPP e a topologia do mecanismo representada no próprio desenho esquemático ou por meio de grafo.	13
2.8	Grafo de topologia de um mecanismo RRPP e um desenho esquemático de um mecanismo correspondente. . . .	14
2.9	Proposta de classificação dos mecanismos reconfiguráveis por [3].	15

2.10	Mecanismo planar de três pernas, redundante, que possui a capacidade de aumentar sua área de trabalho ao mudar a posição da juntas ativa prismática [32].	16
2.11	Conceito de Mecanismo-fonte [33].	17
2.12	Mecanismo cinematotrópico de cadeia simples [26].	17
2.13	Mecanismo de cadeado do tipo híbrido com botão de trava de quatro configurações [3].	18
2.14	Cadeia virtual para fechar o circuito do robô serial. As juntas P_v e R_v não existem de fato, mas somente na análise cinemática desse mecanismo.	20
2.15	Sistema de coordenadas de um robô SCARA. [22]	23
2.16	Grafo bipartido G da relação entre variáveis e equações da cinemática do robô SCARA.	23
2.17	Subgrafos do grafo bipartido da cinemática do robô Scara.	24
3.1	Análise das velocidades resultantes (setas partindo da origem) em um robô serial R3R onde a junta da base é a junta 1. a) Na origem, verificam-se as velocidades lineares resultantes \mathbf{v}_3 e \mathbf{v}_4 . As magnitudes \mathbf{w}_1 e \mathbf{w}_2 não geram componentes de velocidades lineares nesse ponto. b) O sistema de coordenadas rotacionado pela junta 1.	33
3.2	Fluxograma da metodologia proposta.	36
3.3	Topolo do mecanismo “3R3” serial metamórfico.	37
3.4	Mecanismo serial 4R na posição de referência.	37
3.5	Mecanismo serial de quatro juntas e cadeia virtual espacial 3R3P.	38
4.1	Mecanismo cinematotrópico de cadeia simples RPRP cinematotrópico, seu local de bifurcação e seus dois modos de operação: 1) prismático; 2) rotacional.	46
4.2	Mecanismo cinematotrópico de cadeia simples RPRP na configuração de referência.	47
4.3	Grafo de movimento do mecanismo RPRP cinematotrópico	47
4.4	Mecanismo 8-barras cinematotrópico no seu local de bifurcação no a) modos planar; e b) modo cilíndrico.	51
4.5	Grafo de movimento do mecanismo 8-barras cinematotrópico.	52
4.6	Mecanismo 8-barras cinematotrópico na configuração de referência.	53

4.7	Três singularidades cinemáticas do 8-barras cinemato- trópico: a) $\theta_{2;3} = \frac{\pi}{2} - \theta_{1;2}$, que bloqueia o movimento τ_p ; b) $\theta_{6;7} = 0$, que também bloqueia o movimento τ_p ; c) $\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} = 0$ identifica o modo de operação do mecanismo.	58
4.8	Eixos dos helicoides das juntas $\$4$ e $\$8$ no modo planar do mecanismo de oito barras cinematotrópico se encontram em um ponto A na coordenada y	59
4.9	Posição do ponto A em função das variáveis das juntas.	60
5.1	Mecanismo DYMO que é composto por quinze juntas e cinco modos de operação.	67
5.2	Modos de operação do mecanismo DYMO: a) tridimen- sional translacional; b) tridimensional translacional; a) planar; b) plataforma travada.	68

Lista de Tabelas

3.1	Características das juntas do mecanismo 3R3.	37
4.1	Características das juntas do mecanismo RPRP	47
4.2	Características das juntas do mecanismo 8-barras cinematotrópico	52
4.3	Características das matrizes de transformação rígidas para as juntas da base no mecanismo 8-barras cinematotrópico.	53

Lista de Símbolos

λ	Dimensão do espaço vetorial	19
n	Número de elos do mecanismo	19
i	Nomenclatura dos elos do mecanismo	19
j	Número de juntas do mecanismo	19
a	Número de cada junta do mecanismo	19
ν	Número de circuitos do mecanismo	19
$\hat{\mathcal{S}}_{i_1, i_2}$	Helicoide unitário entre os elos i_1 e i_2	19
$\mathbf{s}_{O_a}(0)$	Posição da junta a na posição referencial 0 do mecanismo	19
$\mathbf{s}_a(0)$	Orientação da junta a na posição referencial 0 do mecanismo	19
$\hat{\mathcal{S}}_a$	Helicoide da junta a transformada pela sucessão de juntas	19
$\mathbf{T}_{\mathcal{S}_a}$	Transformação homogênea que representa a posição e a orientação do helicoide da junta a pela sucessão de juntas no referencial inercial	19
B	Matriz de circuitos	20
$\hat{\mathbf{M}}_{N_{\lambda\nu;j}}$	matriz de helicoides unitários em rede	20
$\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$	matriz de helicoides unitários em rede secundária	21
$\hat{\Phi}_{sec}$	vetor de magnitudes secundário	21
$\hat{\mathbf{M}}_{N_{pri}}$	matriz de helicoides unitários em rede primária	21
$\hat{\Phi}_{pri}$	vetor de magnitudes primário	21
${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$	matriz de helicoides unitários em rede secundária permutada	21
k	Identificação do bloco \mathbf{U}_k	28
\mathbf{U}_k	Bloco k da diagonal em blocos da matriz jacobiana	28
a_{ij}	Coeficientes de sistema de equações	29
S	Matriz de coeficientes de sistema de equações	29
y	Vetor de incógnitas do sistema de equações	29
b	Vetor de quantidades constantes	29
x, y, z	Eixos cartesianos	31

\mathbf{T}_m	Tranformação linear do referencial absoluto para simplificação do jacobiano	31
$p:t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$	Matriz de helicoides unitários em rede transformada e permutada pela decomposição de Dulmage-Mendelsohn	34
R	Posto de matriz	39
O'	referencial absoluto transformado	40
$\$$	Helicoide de uma junta	46
Δ	Determinante de matriz	56
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais	56

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Mecanismos Reconfiguráveis	3
1.2	Configurações Singulares	5
1.3	Motivação	6
1.4	Objetivo	6
1.5	Organização do Trabalho	7
2	Mecanismos Reconfiguráveis	9
2.1	Condições para Reconfigurabilidade	9
2.2	Conceitos de Reconfigurabilidade	12
2.3	Classificação dos Mecanismos Reconfiguráveis	14
2.4	Análise Cinemática de Mecanismos Reconfiguráveis	18
2.4.1	Modelagem Cinemática Através da Teoria de Helicoides	19
2.4.2	Método de Davies	20
2.4.3	Análise Cinemática Hierárquica	21
2.5	Considerações Finais	25
3	Busca Sistemática de Singularidades Cinemáticas em Mecanismos	27
3.1	Análise dos Blocos do Jacobiano Decomposto	27
3.2	Método de Simplificação do Jacobiano	29
3.2.1	Análise de Dependência Linear	29
3.2.2	Transformação do Sistema de Coordenadas Absolutas	31
3.3	Fluxograma da Metodologia	34
3.4	Exemplo Ilustrativo da Aplicação da Metodologia	35
3.4.1	Mecanismo “3R3” Serial Metamórfico no Modo I	38
3.4.2	Resolução do Determinante Nulo dos Blocos	41
3.4.3	Mecanismo “3R3” Serial Metamórfico no Modo II	41
3.5	Considerações Finais	43

4	Aplicação da Metodologia	45
4.1	Mecanismo RPRP Cinematográfico	45
4.1.1	Modelagem Cinemática	46
4.1.2	Análise Cinemática Através do Método de Davies	48
4.1.3	Análise Cinemática Hierárquica e Singularidades Cinemáticas	49
4.2	Mecanismo de Oito-Barras Cinematográfico	50
4.2.1	Modelagem Cinemática	51
4.2.2	Análise Cinemática Através do Método de Davies	55
4.2.3	Modo Cilíndrico	55
4.2.4	Modo Planar	57
4.3	Considerações Finais	63
5	Conclusão	65
5.1	Trabalhos Futuros	66
	Referências	69
	Anexo I Algoritmo de Busca de Singularidades Cine- máticas para Matlab	75
I.1	Função para Matlab - main.m	75
I.2	Função para Matlab - askInput.m	78
I.3	Função para Matlab - blocos.m	79
I.4	Função para Matlab - dijkstra.m	79
I.5	Função para Matlab - rodrigues.m	80

Capítulo 1

Introdução

Em 1996, com o trabalho pioneiro de Wohlhart [1], a ciência dos mecanismos ganhou uma nova linha de estudo com o conceito de *reconfigurabilidade*. Esse ramo de estudo abrange a *análise* e a *síntese* dos *mecanismos reconfiguráveis* [2].

Diferentemente do tipo de mecanismo que é constituído de uma topologia ou de arranjo relativo entre juntas invariável, nesta dissertação chamado de *mecanismo tradicional*, o mecanismo reconfigurável apresenta uma concepção adequada para a realização de diferentes tarefas a depender da necessidade [3].

Rapidamente, os estudos em mecânicos reconfiguráveis estão sendo aplicados na indústria para suprir diversas necessidades, como por exemplo a concepção de máquinas reconfiguráveis e análise de sistemas de empacotamento. A Figura 1.1 mostra uma máquina carregadeira reconfigurável que possui dois modos de operação. As travas indicadas na figura permitem a mudança de função do mecanismo. As partes do mecanismo estão numeradas e as conexões entre elas esquematizadas representando o tipo rotativo (círculo) ou prismático (retângulo). A partir do movimento de um único corpo, o elo acionador, o operador pode fazer uso das seguintes funções: posicionar pá, rolar caçamba para fora, despejar, rolar caçamba para dentro e reiniciar fases da caçamba (contidas no modo 1) e levantar e a abaixar caçamba (contidas no modo 2). [4].

No caso do sistema de empacotamento de caixas, ele pode ser modelado por mecanismos reconfiguráveis como mostrado na Figura 1.2 [5].

Assim como os mecanismos tradicionais, que possuem apenas um modo de operação, esses novos, a depender do mecanismo, também contêm configurações singulares, ou seja, configurações que apresentam

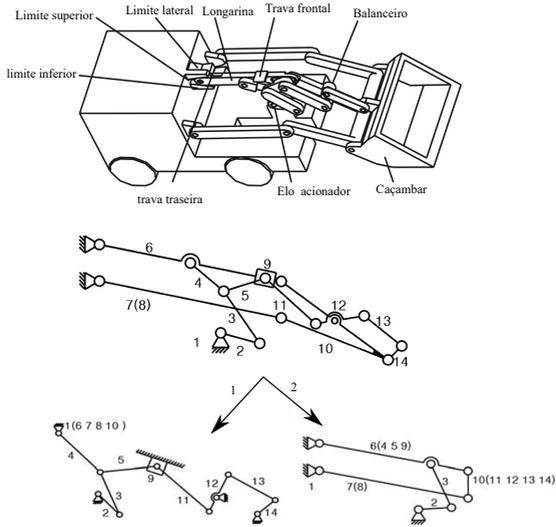


Figura 1.1: Exemplo de mecanismo reconfigurável que modifica o número de juntas de um modo de operação para outro.

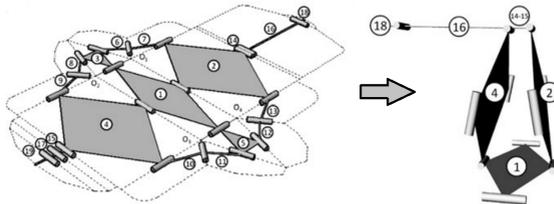


Figura 1.2: Representação por mecanismos de sistema de empacotamento.

singularidade cinemática [3], que podem ser identificadas através da análise cinemática do mecanismo.

1.1. Mecanismos Reconfiguráveis

Os conceitos da teoria de mecanismos utilizados nesta dissertação estão em concordância com a terminologia da federação internacional IFToMM (*International Federation for the Promotion of Mechanism and Machine Science*). A seguir estão enumerados os principais termos usados neste trabalho.

- *Cadeia Cinemática*: montagem de elos e juntas;
- *Elos*: Componente da cadeia cinemática que carrega elementos de pares cinemáticos;
- *Par cinemático*: Modelo mecânico da conexão de duas superfícies, linhas ou pontos de contato entre diferentes corpos sólidos possuindo movimento relativo de um certo tipo e grau de liberdade.
- *Juntas*: Realização física de um par cinemático, incluindo a conexão através de elementos mecânicos intermediários;
- *Mecanismo*: cadeia cinemática com um dos seus elos tomado como referencial;
- *Cadeia cinemática aberta*: Cadeia cinemática onde há no mínimo um elo que carrega um único par cinemático;
- *Cadeia cinemática fechada* ou *Cadeiacircuito*: Cadeia cinemática onde cada elo é conectado por no mínimo dois outros elos;
- *Grau de liberdade*: número de coordenadas independentes necessárias para descrever as posições relativas do par cinemático;
- *Mobilidade*: número de coordenadas independentes necessárias para definir a configuração de uma cadeia cinemática ou mecanismo;

Um mecanismo reconfigurável pode ter sua cadeia cinemática transformada, pois ela carrega as informações invariantes da topologia do mecanismo, por exemplo: número de juntas, de elos e de circuitos. [6, 7, 8]. Assim, ao nível de cada estrutura topológica que o mecanismo reconfigurável pode alcançar, o mecanismo pode ser considerado um mecanismo tradicional [2].

Em se tratando de reconfigurabilidade, Wohlhart [1], pioneiramente apresentou os chamados *mecanismos cinematosféricos* fazendo surgir a alternativa da reconfigurabilidade para mecanismos. Kuo et al. [2], descreveram os conceitos e definições do assunto e as principais estratégias aplicadas na literatura dedicada à reconfigurabilidade. Yan

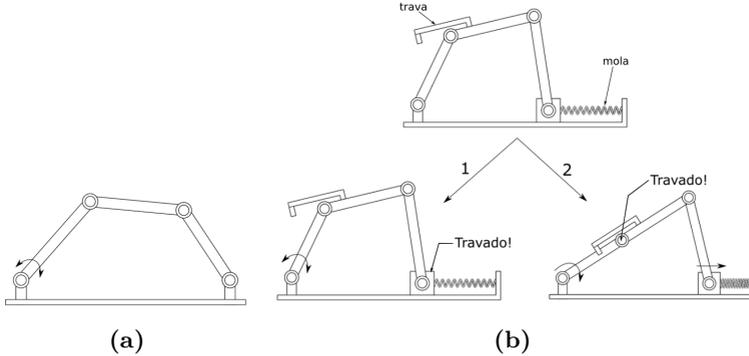


Figura 1.3: Exemplo de mecanismo: a) tradicional, e b) reconfigurável.

e Kuo [3], apresentaram um conjunto de abordagens da literatura que estudam a análise estrutural e a síntese de configurações para o projeto de mecanismos reconfiguráveis. E, além disso, Dai et al. [9, 10] compilaram uma grande gama de trabalhos internacionais, inclusive alguns dos citados acima, em livros editados em 2009 e 2012 cujo tema está inteiramente voltado à reconfigurabilidade em mecanismos.

A título de ilustração, na Figura 1.3, pode-se observar dois exemplos de mecanismos: um tradicional (a) e um reconfigurável (b). Na Figura 1.3a, o mecanismo de quatro-barras possui uma estrutura topológica onde uma de suas juntas é ativa e o que gera a movimentação passiva das outras. Já na Figura 1.3b, em termos de concepção, o mecanismo, que possui cinco juntas, sendo quatro rotativas e uma translacional ou prismática com uma mola, possui dois modos de operação apesar de somente possuir uma junta ativa. Acontece que, no primeiro modo, o bloco quadrado não pode se mover pois a mola o impede. Assim, enquanto a trava não bloqueia a segunda junta rotativa, o bloco quadrado fica parado. Quando a trava bloqueia a segunda junta rotativa, a força da mola é vencida e o mecanismo passa para o segundo modo de operação, transformando-se em um clássico biela-manivela.

Para representar essas mudanças topológicas em mecanismos, existem, na literatura, diversas abordagens. As mais utilizadas são as que fazem uso de matrizes e de grafos. A exemplo, Dai e Jones [11], em seu trabalho, revisam algumas abordagens que buscam representar a reconfigurabilidade em *mecanismos metamórficos*, que se caracterizam pela capacidade de se reconfigurar através de restrições físicas para limi-

tar os parâmetros das juntas. Zhang Y. Fang e Dai [12] apresentam uma forma de representação da reconfigurabilidade através de uma matriz de elementos escritos em código binário. Liu [8] apresenta uma abordagem que aplica grafos variáveis para representar mudanças topológicas em mecanismos. Liu [13], em outra ocasião, expressa, em seu trabalho, o digrafo de transição de configuração que representa o mecanismo em uma forma simplificada. Li Y. Zhang e Wang [14] demonstram um modelo de representação através de sub-matrizes simbólicas que constroem a matriz simbólica representativa do mecanismo em dados modos de operação. Zhang e Ding [15], apresentam uma abordagem diferente que também usa matrizes simbólicas para representar mudanças topológicas em mecanismos metamórficos.

Por outro lado, a análise cinemática dos mecanismos reconfiguráveis deve ser feita para cada modo de operação, pois em cada modo as características cinemáticas são invariantes. Uma ferramenta bastante eficaz para analisar mecanismos é a baseada na teoria de helicoides [16]. Através dela, aplicam-se os conceitos de helicóide de deslocamento e de movimento para a análise cinemática. A teoria de helicoides pode ser aplicada, também, para sintetizar robôs manipuladores paralelos [17] ou mesmo para resolver a cinemática inversa de robôs manipuladores [18]. Uma explicação detalhada dessa abordagem pode ser encontrada no livro de Davidson e Hunt [19]. No trabalho de Cazangi e Martins [6], um método sistemático para análise cinemática de mecanismos, inicialmente desenvolvido por Davies [20], é aplicado para analisar um sistema de engrenagens planetárias.

O *método de Davies*, apresentado por Cazangi e Martins [6], sistematiza a análise cinemática de mecanismos proposta por Davies [20, 21] que utilizando a teoria de grafos e a teoria de helicoides [6, 7].

1.2. Configurações Singulares

Tanto em mecanismos tradicionais quanto nos reconfiguráveis, o conjunto de singularidades cinemáticas, que são características estruturais da própria geometria do mecanismo, são informações essenciais de projeto e análise. Uma singularidade cinemática, em geral, é responsável por alterar a mobilidade parcial ou total do mecanismo. Normalmente, essas alterações geram perda de controle no mecanismo e devem ser evitadas nesses casos. Esse conceito é explorado por Martins e Guenther [22], quando explica a hierarquia das singularidades cinemáticas em um mecanismo. Nos trabalhos de Gosselin e Angeles [23], Bohigas et al. [24] e Bonev et al. [25], as singularidades cinemáticas são

estudadas com foco em mecanismos paralelos.

Já nos mecanismos reconfiguráveis, mais especificamente no mecanismo chamados *cinematotrópicos* [1, 26, 27, 28], as singularidades podem indicar um *local de bifurcação* entre dois modos de operação. Os mecanismos cinematotrópicos são melhor explorados na Seção 2.3.

Para alterar o modo de operação, esse tipo de mecanismo deve acessar configurações singulares. Outros estudos sobre configurações singulares em mecanismos reconfiguráveis foram realizados por Gogu [28].

Por outro lado, com o objetivo de identificar os acoplamentos entre as juntas de um dado mecanismo, e, por consequência, identificar possíveis posições singulares, Martins e Guenther [22] propõem a *análise cinemática hierárquica*.

1.3. Motivação

Na literatura recente encontram-se alguns trabalhos dedicados a enumerar singularidades cinemáticas em mecanismos. Bohigas et al. [24], apresenta um método genérico para buscar os locais de singularidade em um mecanismo. Em seu trabalho, porém, não há a utilização de helicoides como ferramenta matemática. Por sua vez, Bonev et al. [25] identifica todas as singularidades cinemáticas em um tipo específico de mecanismo, o planar de três pernas, através do uso de helicoides de cinemática e seus recíprocos.

Observa-se, portanto, a ausência de em trabalho propondo uma metodologia genérica e sistemática de análise de mecanismos reconfiguráveis baseada em helicoides desde a sua modelagem cinemática à identificação das configurações singulares.

1.4. Objetivo

O objetivo desta dissertação é desenvolver uma metodologia de busca de todas as singularidades cinemáticas de mecanismo reconfigurável ou tradicional. A contribuição principal é uma abordagem sistemática que tem como propósito abarcar todas as informações cinemáticas aplicando principalmente métodos baseados na teoria de helicóides e um método desenvolvido para minimizar linhas dependentes de matrizes jacobianas.

Os objetivos específicos são:

1. Estudar as principais ferramentas da teoria de mecanismos reconfiguráveis;

2. Elaborar uma metodologia de busca de singularidades cuja cinemática do mecanismo é descrita através da teoria de helicóide;
3. Aplicar e avaliar a metodologia proposta analisando mecanismos reconfiguráveis da literatura recente identificando as suas configurações singulares;

1.5. Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado na seguinte sequência:

- No *Capítulo 2*, os conceitos relacionados com a teoria de reconfigurabilidade e a abordagem adotada para análise cinemática de mecanismos são apresentados;
- No *Capítulo 3*, a metodologia proposta nesta dissertação é desenvolvida;
- No *Capítulo 4*, a metodologia é aplicada para analisar mecanismos reconfiguráveis do tipo cinematoatrópicos;
- No *Capítulo 5*, as considerações e conclusões finais do trabalho são apresentadas e sugestões de trabalhos futuros são enumerados.

Capítulo 2

Mecanismos Reconfiguráveis

Mecanismos reconfiguráveis, podem ter suas suas características dimensionais e/ou topológicas transformadas para exercerem várias funções ou tarefas [2] [3]. Eles são concebidos para executar mais de uma tarefa através da mudança, por exemplo, dos modos de operação.

Em um determinado modo de operação, o mecanismo reconfigurável apresenta uma mecanismo de topologia e arranjo relativo entre juntas imutável, dentro de uma condição de trabalho, ou seja, esse mecanismo possui então propriedades como: topologia, dimensão dos elos, tipos de juntas, mobilidade, etc., que são imutáveis dentro de uma condição como, por exemplo, uma certa faixa de valores para parâmetros de juntas. Assim, quando o mecanismo reconfigurável muda de um modo de operação para outro, muda-se o mecanismo tradicional atual.

Nesse capítulo abordam-se as condições para que um mecanismo seja reconfigurável (Seção 2.1), alguns conceitos importantes desse ramo de estudo encontrados na literatura (Seção 2.2), a análise cinemática adotada neste trabalho (Seção 2.4) e, por último, a hierarquia dos mecanismos reconfiguráveis da literatura (Seção 2.3).

2.1. Condições para Reconfigurabilidade

Para um mecanismo ser reconfigurável, ele precisa atender a, no mínimo, uma das seguintes condições [2].

- *Mudança no número de juntas e/ou elos*: como visto na Figura 2.1, a mudança ocorre quando uma junta é bloqueada de um modo de operação para o outro;
- *Mudança no tipo cinemático de juntas*: na Figura 2.2 percebe-se que a junta pode alcançar um movimento restringido pela forma de seus elos;

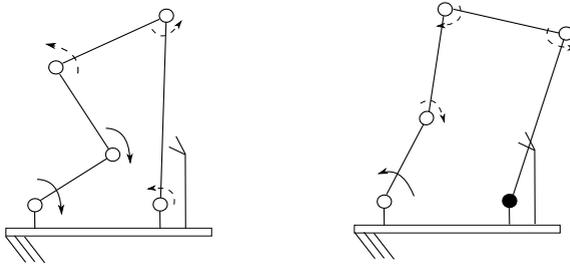


Figura 2.1: Exemplo de mecanismo reconfigurável que modifica o número de juntas de um modo de operação para outro.

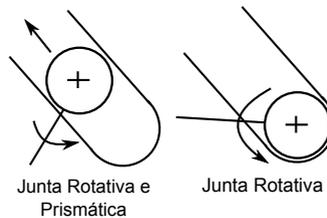


Figura 2.2: Exemplo de junta que possui a capacidade de modificar seu tipo cinemático de prismático e rotativo para somente rotativo por meio de uma restrição geométrica.

- *Mudança na adjacência*, e.g., *elos ou juntas contígua entre si*: na Figura 2.3 a adjacência entre os elos 1, 2 e 3 é permutada de um estado para o outro;
- *Mudança no arranjo relativo entre juntas*: na Figura 2.4, o mecanismo em formato de mão pode abrir ou fechar a palma da mão para rearranjar os planos onde se encontram os dedos 1 e 3.

Somente as três primeiras condições contribuem para modificar a topologia do mecanismo, porém todas asseguram reconfigurabilidade. A Figura 2.5 esquematiza a relação que há entre os mecanismo reconfiguráveis e os mecanismos de topologia variável proposta por Kuo et al. [2]. No esquema dessa figura, o conjunto que representa os mecanismos de topologia variável, *i.e.*, aqueles que estão em conformidade com uma das três primeiras condições para reconfigurabilidade, se intersecta com o dos mecanismos reconfiguráveis, que, segundo a figura, representam os mecanismos que atendem somente à quarta condição.

A partir de uma revisão crítica da literatura, observa-se que os mecanismos de topologia variável são um sub-conjunto dos mecanismos

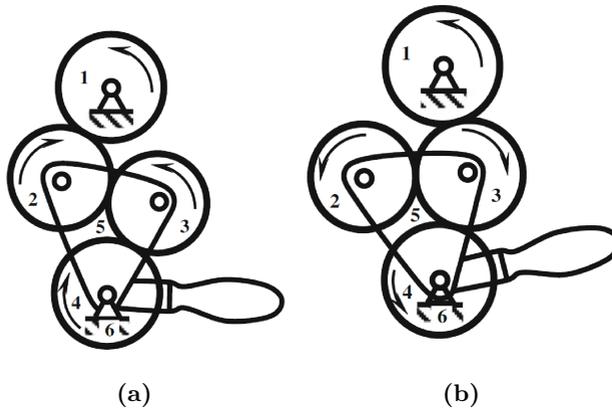


Figura 2.3: Exemplo de trem de engrenagem reconfigurável onde a engrenagem 1: a) é movida pela engrenagem 2 formando um trem de quatro engrenagens em série, ou b) é movida pela engrenagem 3 em um trem de três engrenagens.

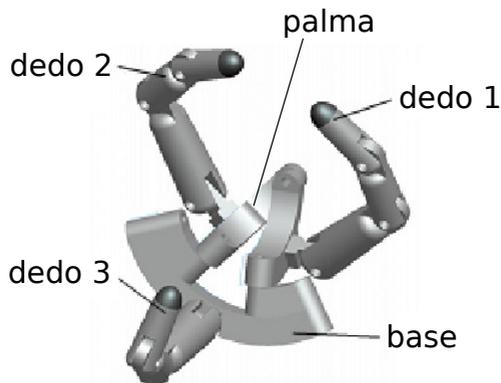


Figura 2.4: Mecanismo em forma de mão humana que possui a capacidade de fechar ou abrir sua palma para realocar a postura dos dedos [29].

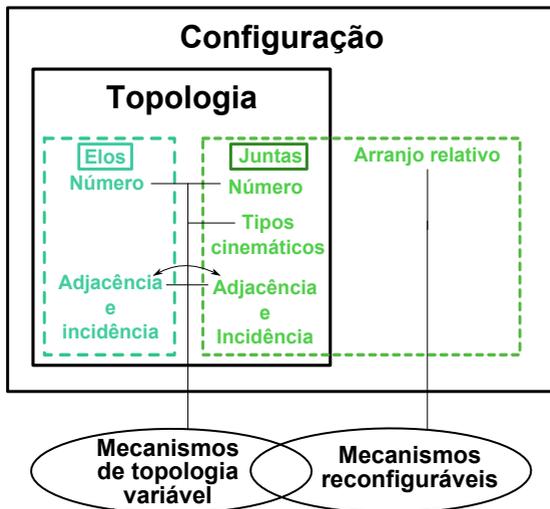


Figura 2.5: Relação entre os mecanismos reconfiguráveis e os mecanismos de topologia variável por Kuo et al. [2].

reconfiguráveis, já que para ser reconfigurável, o mecanismo precisa de ao menos uma das condições citadas para que seja reconfigurável. Para tanto, uma nova relação entre mecanismos reconfiguráveis e mecanismos de topologia variável é proposta na Figura 2.6.

2.2. Conceitos de Reconfigurabilidade

Dos conceitos mais importantes vistos com frequência na literatura dedicada a teoria de reconfigurabilidade, os utilizados nesse trabalho são: topologia, estrutura topológica, modo de operação e local de bifurcação. Segundo [2], a topologia, a estrutura topológica e a configuração de mecanismos têm as seguintes definições:

Topologia: Topologia, do grego "topos" (lugar) + "logos" (estudo), em uma definição, é o estudo matemático das propriedades que são preservadas quando se deforma, torce ou estica um objecto sem o romper. Na matemática, topologia é o estudo das características de um espaço específico, como por exemplo, o espaço das juntas. As juntas, nesse espaço específico podem ter diferentes classificações como: rotativa,

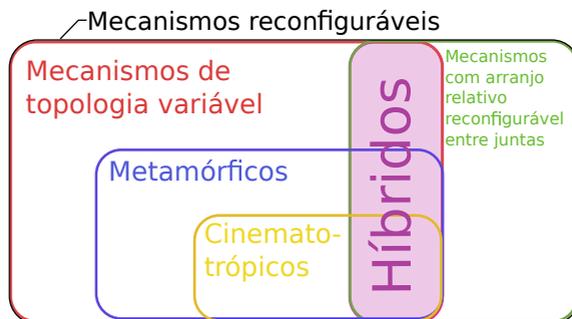


Figura 2.6: Nova observação da relação entre os mecanismos reconfiguráveis e os mecanismos de topologia variável incluindo os mecanismos metamórficos e cinematotrópicos e híbridos.

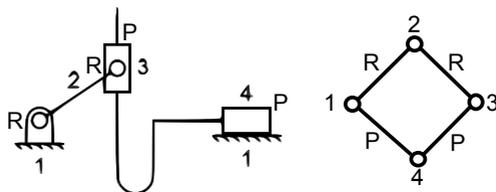


Figura 2.7: Mecanismo RRPP e a topologia do mecanismo representada no próprio desenho esquemático ou por meio de grafo.

prismática, entre outras. Assim, no estudo de mecanismo, a topologia é o conjunto de propriedades das partes do mecanismo como: número de junta, número de elos e tipos de juntas. Na Figura 2.7 é possível visualizar algumas informações topológicas do mecanismo identificadas através da estrutura topológica.

Estrutura topológica: A estrutura topológica é a forma de representação da topologia de um mecanismo. As formas mais simples de se representar mecanismos são por meio de grafos e matrizes. Na Figura 2.8, observa-se um mecanismo e sua representação topológica. "R" representa uma junta rotativa e "P" uma junta prismática. O grafo usado para representar o mecanismo é o mesmo da Figura 2.7. Vale ressaltar, que, para que a representação de um mecanismo o represente corretamente, é preciso que o processo de representação construa uma estrutura topológica do mecanismo que possua a capacidade de obter o mesmo mecanismo através do processo inverso, ou seja, construindo

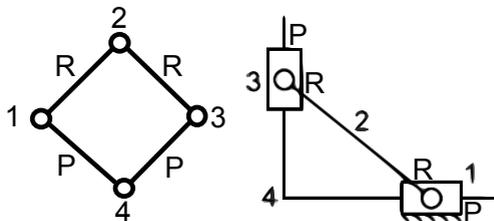


Figura 2.8: Grafo de topologia de um mecanismo RRPP e um desenho esquemático de um mecanismo correspondente.

o mecanismo através da representação. Logo, normalmente, além da estrutura topológica, a análise topológica se utiliza de, por exemplo, esquemas mais elaborados do mecanismo para um completo entendimento da suas características.

Modo de Operação: [30] O modo de operação do mecanismo reconfigurável é o mecanismo com topologia ou arranjo relativo entre juntas invariável assumido para exercer uma das funções a ele atribuídas. Na literatura, os modos de operação e as transformações envolvidas são representados por diversos métodos [31].

Local de Bifurcação: Alguns tipos de mecanismos reconfiguráveis apresentam um modo de operação específico chamado de *local de bifurcação*. O local de bifurcação é uma configuração singular onde o mecanismo tem acesso a modos de operação bastando ativar as juntas adequadas.

2.3. Classificação dos Mecanismos Reconfiguráveis

Diversos tipos de mecanismos reconfiguráveis surgiram com o tempo gerando, assim, a necessidade de classificá-los para entender as características que eles têm em comum.

Em geral, normalmente na literatura encontram-se: os cinematográficos, os metamórficos, as juntas metamórficas, os mecanismos de topologia variável, os mecanismos de geometria variável ou de rearranjo relativo entre juntas, os chamados “articulados de múltiplos graus-de-liberdade” (*multi-degree-of-freedom linkages*), os robôs modulares e os híbridos.

Nesta dissertação, na Figura 2.9, uma forma de classificação dos

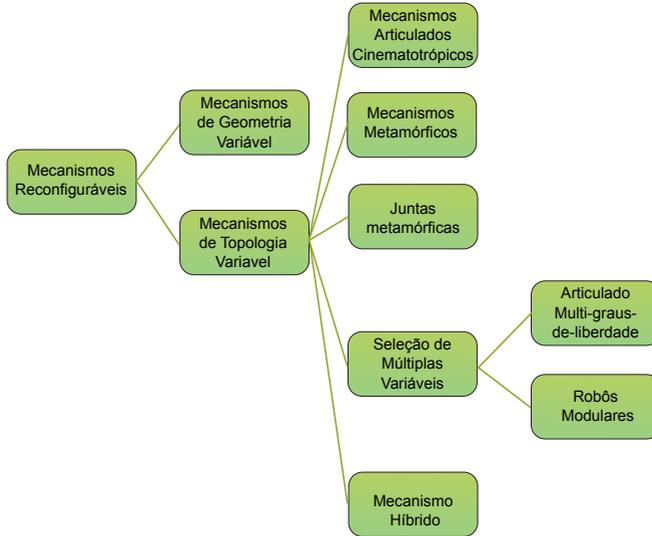


Figura 2.9: Proposta de classificação dos mecanismos reconfiguráveis por [3].

mecanismos reconfiguráveis pode ser construída utilizando a identificação das estratégias de síntese [3] e observando as características dos mecanismos da literatura.

Dentro dessa hierarquia, os mecanismos de geometria variável têm a capacidade de ter somente o arranjo relativo entre as juntas transformado, *e.g.*, atende à quarta condição enumerada na Seção 2.1. Os mecanismos de topologia variável atendem a uma ou mais das três primeiras dessas condições.

Dentre os mecanismos reconfiguráveis enumerados na Figura 2.9, destacam-se:

- Mecanismos com Rearranjamento de Juntas ou de geometria variável:
- Mecanismos de Topologia Variável
- Mecanismos Metamórficos
- Mecanismos Cinematotrópicos
- Mecanismos Híbridos

O mecanismo com rearranjo de juntas não modifica sua topologia, mas, sim, o arranjo entre as juntas [3]. Por esse motivo, considera-se esse o tipo o mais simples. Assim como a mão robótica da Figura 2.4, um outro exemplo que pode ser observado é o mecanismo

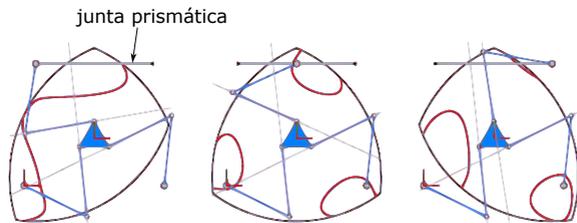


Figura 2.10: Mecanismo planar de três pernas, redundante, que possui a capacidade de aumentar sua área de trabalho ao mudar a posição da juntas ativa prismática [32].

paralelo planar redundante da Figura 2.10. Ele possui uma junta prismática conectando uma junta rotativa de uma perna à base. Com essa junta prismática adicionada à cadeia, a área de trabalho do mecanismo pode ser alterada. Com o movimento da junta prismática, a área de trabalho, representada pela figura do triângulo com arestas curvas é transformada de imagem a imagem na Figura 2.10. Em cada modo, novos locais tornam-se acessíveis.

Os mecanismos de topologia variável, como citados no início desta seção possuem uma ou mais das condições para reconfigurabilidade [3]. Um exemplo para este tipo de mecanismo é o do caso da Figura 2.1 [3]. Nele existe a mudança no número de elos e juntas e podemos perceber também que não há mudança no arranjo relativo entre as juntas.

Os mecanismos-metamórficos são um sub-grupo dos mecanismos de topologia variável. Suas principais características são a existência de um *mecanismo-fonte* e o uso de restrições físicas para acessar modos de operação diferentes.

O mecanismo-fonte é o mecanismo tradicional que contém todas as juntas não travadas de todos os modos de operação do mecanismo reconfigurável. Derivados desse mecanismo, através do bloqueio selecionado de suas juntas, os diversos modos de operação podem ser encontrados. Logo, a união desses modos de operação equivale ao mecanismo-fonte citado. A exemplo, como pode ser visto na Figura 2.11, faz-se uso das restrições geométricas nas juntas do mecanismo-fonte a fim de alcançar novas configurações, ou seja, novos modos de operação. No primeiro modo, o mecanismo "RRRPR", quando tem sua haste travada na base, ele alcança o modo de operação com a série de juntas "RRRP". Em contra-partida, o segundo modo de operação é alcançado ao girar a manivela para o sentido anti-horário travando a segunda junta rotativa

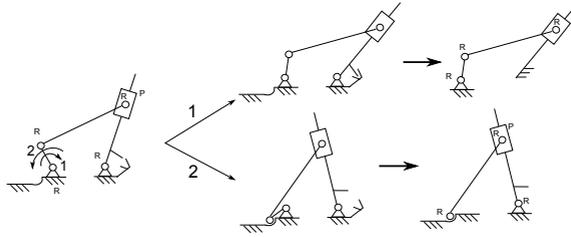


Figura 2.11: Conceito de Mecanismo-fonte [33].

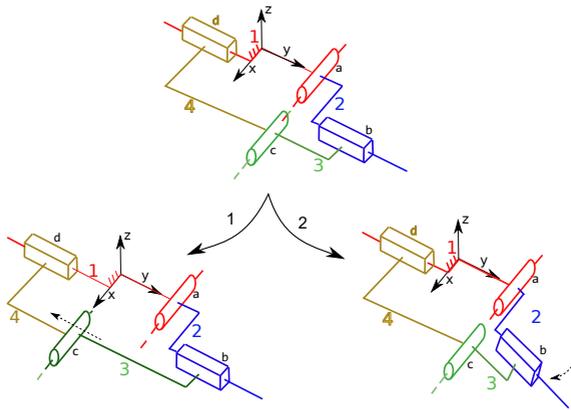


Figura 2.12: Mecanismo cinematotrópico de cadeia simples [26].

em formando um mecanismo "RRPR".

Os mecanismos articulados cinematotrópicos (termo adaptado da literatura citada na introdução dessa dissertação) fazem uso da variação de parâmetros de juntas (orientação e/ou posição) para atingirem configurações singulares dos mecanismos, chamadas de locais de bifurcação [27], aumentando a mobilidade do mecanismo somente nessa configuração, permitindo a seleção do modo de operação a partir desse local.

No mecanismo da Figura 2.12, quando as juntas rotativas “a” e “c” se alinham, o mecanismo encontra-se no seu local de bifurcação. A partir desse local, o mecanismo pode selecionar o modo de operação de um movimento linear para angular. Na teoria, essas configurações singulares são funcionais pois é através delas que o mecanismo cinematotrópico é capaz de se reconfigurar.

Por serem, na sua maioria, mecanismos de cadeia fechada e es-

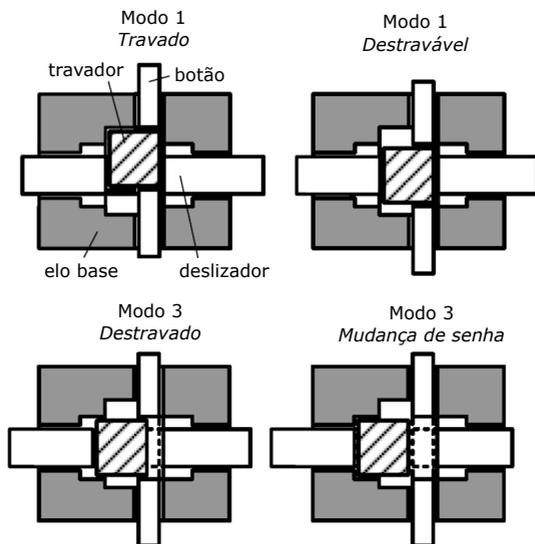


Figura 2.13: Mecanismo de cadeado do tipo híbrido com botão de trava de quatro configurações [3].

paciais, geralmente, seu projeto é mais complexo e limitado. Porém, existe uma gama bastante rica de modelos de mecanismos articulados cinematoatrópicos na literatura, correlatados em: [34] [35], além das referências citadas no capítulo de introdução.

Vale ressaltar que o conceito de mecanismo-fonte é explorado para analisar os mecanismos cinematoatrópicos no Capítulo 4.

Os mecanismos híbridos normalmente possuem características encontradas em dois ou mais tipos de mecanismos reconfiguráveis [3]. Na Figura 2.13, observa-se um exemplo de mecanismo híbrido que possui características de mecanismo-fonte (travamento e liberação de juntas) e de cinematoatrópico (local de bifurcação entre modos de operação).

2.4. Análise Cinemática de Mecanismos Reconfiguráveis

Para se buscar as configurações singulares dos mecanismos reconfiguráveis, a análise cinemática deve ser aplicada. A abordagem matemática utilizada para representar a cinemática dos mecanismos

reconfiguráveis estudados nesse trabalho está baseada na teoria de helicoides fundamentada por Davidson e Hunt [19] e estudada de forma exaustiva na literatura.

Para sistematizar a metodologia proposta, a análise cinemática do mecanismo pode ser realizada aplicando as seguintes abordagens em sequência:

1. *Modelagem por helicoides da cinemática do mecanismo;*
2. *Método de Davies;*
3. *Análise cinemática hierárquica.*

2.4.1. Modelagem Cinemática Através da Teoria de Helicoides

A modelagem cinemática objetiva representar os mecanismos-fonte e os modos de operação dos mecanismos reconfiguráveis baseando-se em técnicas consolidadas para análise de mecanismos tradicional como a teoria de helicoides. Considera-se, nesta dissertação, a abordagem apresentada por Tsai [16], Cazangi e Martins [6] e Carreto et al. [7] da Teoria de Helicoides para modelar mecanismos. Logo, as variáveis a serem utilizadas nos próximos capítulos são:

- Dimensão do espaço vetorial: λ ;
- Número de elos: n
- Nomenclatura dos elos: $i = 1, 2, \dots, n$;
- Número de juntas: J , nomeadas de $a = 1, 2, \dots, j$;
- Número de circuitos: ν ;
- Escolha do elo da base: elo 1;
- Nomenclatura para as juntas utilizando o conceito de *helicoides de movimentos* [6]:
 - Nomenclatura do helicóide unitário: $\hat{\mathcal{S}}_{i_1; i_2}$, sendo i_1 e i_2 os elos que fazem parte do par cinemático.
 - Posição da junta a na posição referencial 0 do mecanismo: $\mathbf{s}_{O_a}(0)$;
 - Orientação da junta a na posição referencial 0 do mecanismo: $\mathbf{s}_a(0)$;
 - Tipo: h_a , ou passo da junta a ;
 - Variável da junta a : θ_a , caso $h_a = 0$ (movimento angular), e d_a , caso $h_a = \infty$ (movimento linear).
- Helicóide da junta a em relação ao referencial absoluto transformado pela sucessão de juntas que levam a à base: $\hat{\mathcal{S}}_a = [\mathbf{s}_a, (\mathbf{s}_{O_a} \times \mathbf{s}_a + h_a \mathbf{s}_a)]^T$, sendo: $\mathbf{s}_a = \mathbf{T}_{\mathbf{s}_a} \cdot \mathbf{s}_{a0}$, $\mathbf{s}_{O_a} = \mathbf{T}_{\mathbf{s}_a} \cdot \mathbf{s}_{O_{a0}}$, onde $\mathbf{T}_{\mathbf{s}_a}$ é a transformação homogênea que representa a po-

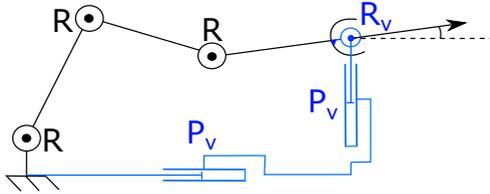


Figura 2.14: Cadeia virtual para fechar o circuito do robô serial. As juntas P_v e R_v não existem de fato, mas somente na análise cinemática desse mecanismo.

sição e a orientação do helicóide da junta a pela sucessão de juntas relativas ao sistema de coordenadas absoluto utilizando os parâmetros de Rodrigues [16].

Havendo os helicóides das juntas, torna-se possível a construção da matriz jacobiana do mecanismo que fornecerá as informações suficientes para o conhecimento da cinemática do mecanismo. Caso o mecanismo contenha cadeias cinemáticas abertas, se faz necessário o uso das cadeias virtuais [18]. Como visto na Figura 2.14, a cadeia virtual $P_v P_v R_v$ é incorporada ao mecanismo para fechar a cadeia cinemática. Essa técnica adequando o modelo do jacobiano de mecanismos de cadeia aberta ao método de *Davies*, é explicado na Seção 2.4.2.

2.4.2. Método de Davies

O método de *Davies*, apresentado por Davies [20] e sistematizado por Cazangi e Martins [6], possui as seguintes etapas:

1. Teoria de grafos: cada modo de operação do mecanismo reconfigurável é visualizado através de grafos. Representam-se os elos por vértices e as juntas de um grau de liberdade por arestas (juntas com mais graus de liberdade são desmembradas em série), primeiramente, para depois construir o dígrafo de acoplamentos que expõe a árvore e as cordas que indicarão o circuito para gerar a matriz de circuitos \mathbf{B} .
2. Cinemática instantânea: A partir dos grafos e das formulações necessárias, o sistema de equações da cinemática diferencial fica:

$$\hat{\mathbf{M}}_{N_{\lambda\nu;j}} \cdot \Phi_{j;1} = \mathbf{0}_{\lambda\nu;1}$$

onde $\hat{\mathbf{M}}_{N_{\lambda\nu;j}}$ é matriz de helicóides unitários em rede que é considerada a matriz jacobiana do sistema, $\Phi_{j;1}$ é o vetor de magnitudes e $\mathbf{0}_{\lambda\nu;1}$ o vetor nulo.

As informações do modo de operação do mecanismo selecionado e de entrada das juntas ativas geram informações de saída nas juntas passivas. Separando as informações citadas, o sistema de equações fica na seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} \cdot \Phi_{sec} = \hat{\mathbf{M}}_{N_{pri}} \cdot \Phi_{pri}$$

sendo $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ a matriz de helicoides unitários em rede secundária, Φ_{sec} o vetor de magnitudes secundário, $\hat{\mathbf{M}}_{N_{pri}}$ a matriz de helicoides unitários em rede primária e Φ_{pri} o vetor de magnitudes primário.

Em $\hat{\mathbf{M}}_{N_{pri}}$, além das colunas relativas às juntas ativas, estão também as juntas relativas às juntas bloqueadas, para o caso dos mecanismos-metamórficos. Neste trabalho, será utilizada apenas a matriz de helicoides unitários em rede secundária $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ para a busca das configurações singulares se dá considerando as juntas ativas.

2.4.3. Análise Cinemática Hierárquica

A análise cinemática hierárquica desenvolvida por Martins e Guenther [22] tem como proposta organizar as informações da matriz jacobiana, de forma a agrupar as variáveis dependentes entre si dos acoplamentos do mecanismo.

No presente trabalho, essa análise será aplicada à matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$. Permutam-se suas linhas e colunas, fazendo uso da Decomposição de Dulmage Mendelsohn para se obter a matriz diagonal superior em blocos ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$. A decomposição de Dulmage-Mendelsohn é apresentada no último parágrafo desta seção. A matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ informa as dependências entre as variáveis das juntas passivas em sub-matrizes notáveis, aprimorando o cálculo da cinemática inversa e a análise de singularidades.

Os blocos da matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ identificam os acoplamentos que são dependentes entre si no mecanismo. A disposição dos blocos na diagonal principal dessa matriz indica a hierarquia das configurações singulares apresentando o quanto elas influenciam nos outros movimentos do mecanismo. Quanto mais próximo um bloco está do topo da matriz, maior é influência das variáveis das juntas contidas nesse bloco na cinemática do mecanismo.

Os blocos podem ser classificados como constantes ou não-constantas. Os constantes não possuem variáveis de juntas contidos nos seus elementos, como por exemplo: uma sub-matriz unitária. Já os não-constantas possuem uma ou mais variáveis de juntas, contendo assim componentes de velocidades em seus elementos.

Decomposição Dulmage-Mendelsohn Conforme apresenta Carreto et al. [7], na Teoria de Grafos, um grafo bipartido é formado por dois conjuntos de vértices independentes, por exemplo V^+ e V^- , onde um conjunto de arestas E conectam vértices de um conjunto para outro. Os sistemas de equações apresentam um conjunto de variáveis e um conjunto de equações que se relacionam, o que pode ser representado através de um grafo bipartido. Na Figura 2.15, o robô Scara e as variáveis de suas juntas são apresentadas.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{12} & -a_2 s_{12} & 0 & 0 \\ x_{12} & -a_2 c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{d}_3 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde:

- \dot{x} : Vetor velocidade do efetuador final
- v_x, v_y, v_z e w_z : componentes de velocidade do efetuador final
- $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$ e $\dot{\phi}$: taxas de rotação sobre as juntas rotativas.
- \dot{d}_3 : taxa de deslocamento linear da junta prismática.
- a_i : é o comprimento do elo i .
- $y_{12} = -a_1 s_1 + a_2 s_{12}$
- $x_{12} = a_1 c_1 + a_2 c_{12}$
- $s_1 = \sin(\theta_1)$, $c_1 = \cos(\theta_1)$
- $s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2)$, $c_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$

Na forma matricial do sistema de equações da cinemática apresentada, as equações e_1, \dots, e_4 , correspondentes às linhas da matriz jacobiana, e as variáveis v_1, \dots, v_4 , correspondentes a $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{d}_3, \dot{\phi}$, respectivamente, se relacionam como segue:

- $e_{q1} : y_{12}v_1 - a_2 s_{12}v_2$;
- $e_{q2} : x_{12}v_1 - a_2 c_{12}v_2$;
- $e_{q3} : -v_3$;
- $e_{q4} : v_1 + v_2 - v_4$.

Na Figura 2.16, pode ser observado o relacionamento entre as variáveis através do grafo bipartido. Se todos os vértices de V^+ combinarem com todos os vértices de V^- , então o grafo bipartido possui uma associação ótima. Esta dissertação utiliza a decomposição de Dulmage-Mendelsohn implementada nos softwares GNU Octave e Matlab para obter uma forma triangular superior em blocos das informações da cinemática relacionadas nas matrizes jacobianas.

Para entender o processo de decomposição, considera-se o grafo bipartido resultante da relação entre variáveis e equações da cinemática do robô Scara. A decomposição de Dulmage-Mendelsohn retorna um

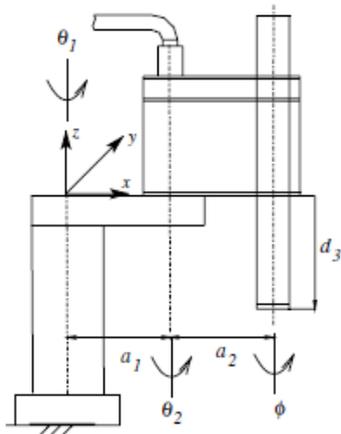


Figura 2.15: Sistema de coordenadas de um robô SCARA. [22]

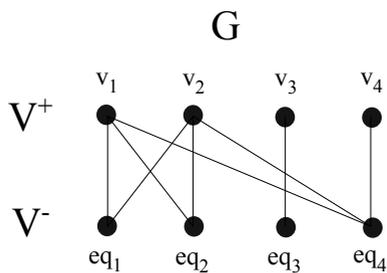


Figura 2.16: Grafo bipartido G da relação entre variáveis e equações da cinemática do robô SCARA.

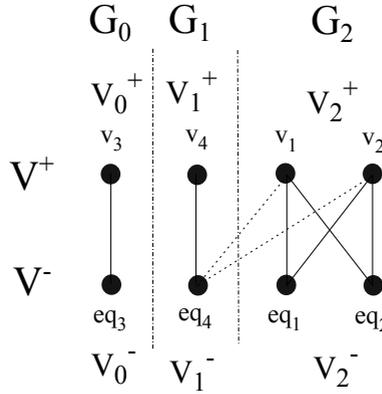


Figura 2.17: Subgrafos do grafo bipartido da cinemática do robô Scara.

família de subgrafos $G_k = V_k^+, V_k^+, E_k$, onde k pode ter qualquer valor entre 0 e ∞ . No caso do manipulador Scara, os subgrafos G_0, G_1 e G_2 retornados estão mostrados na Figura 2.17.

A matriz jacobiana permutada do robô Scara ${}^p\Omega$ na Equação 2.2 é a representação matemática onde os blocos na diagonal principal em blocos da matriz correspondem aos subgrafos de ótima associação. A decomposição de Dulmage-Mendelsohn implementada no GNU Octave retorna, a partir de uma dada matriz, quatro vetores linha. O primeiro e o segundo vetores indicam a permutação das linhas e das colunas, respectivamente. O terceiro e o quarto indicam os limites entre os blocos na matriz de ótima associação. Cada bloco do triângulo superior tem seu próprio posto. Esse posto coincide com o posto da matriz inteira se todos os elementos não nulos forem parâmetros independentes.

$${}^p\dot{x} = \begin{bmatrix} v_z \\ w_z \\ v_y \\ v_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & y_{12} & -a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & x_{12} & -a_2 c_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{d}_3 \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = {}^p\Omega {}^p\dot{q} \quad (2.2)$$

onde:

- ${}^p\dot{x}$: vetor de magnitudes do efetuador final do SCARA permutada.
- ${}^p\Omega$: matriz jacobiana do robô SCARA permutada.
- ${}^p\dot{q}$: vetor de magnitudes das juntas do SCARA permutado.

2.5. Considerações Finais

Os mecanismos reconfiguráveis formam um grupo recente de mecanismos que já possui classificação. As classificações mais aplicadas são mecanismos de topologia variável, metamórficos e cinematotrópicos. Em casos especiais são encontrados mecanismos híbridos e com rearranjo de junta.

A abordagem de análise cinemática descrita na Seção 2.4 pode ser aplicada em mecanismos reconfiguráveis, modelando seu mecanismo-fonte, ou seja, que possui todas as juntas destravadas, fechando todos os circuitos abertos, e selecionando o modo de operação do mesmo aplicando as juntas ativas e bloqueadas.

Capítulo 3

Busca Sistemática de Singularidades Cinemáticas em Mecanismos

Neste capítulo, a contribuição da dissertação é apresentada. Dois métodos resumem a metodologia: a *busca pelas singularidades cinemáticas* e a *simplificação do jacobiano*, que serão explicados nas seções do capítulo. Vale ressaltar que o primeiro método inicia com a análise cinemática descrita na Seção 2.4 e termina com a *análise dos Blocos do jacobiano decomposto*. O segundo método é uma ferramenta para casos especiais onde a matriz jacobiana apresenta dependência linear entre suas linhas.

Esste capítulo é dividido em três seções. Na Seção 3.1, detalha-se a busca das singularidades cinemáticas através da análise dos blocos de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$. Já na Seção 3.2, apresenta-se o método de simplificação do Jacobiano. A Seção 3.4 desenvolve um exemplo ilustrativo sobre a aplicação do método descrito neste capítulo. A Seção 3.3 apresenta um fluxograma da metodologia. Por fim, a Seção 3.5 discute pontos importantes sobre a metodologia proposta. A aplicação do método é realizada no Capítulo 4.

3.1. Análise dos Blocos do Jacobiando Decomposto

Como visto na Seção 2.4.3, a partir de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, sub-matrizes, chamadas blocos, são encontradas contendo informações da dependência entre as variáveis das juntas [22]. Uma vez identificados os blocos da diagonal principal em blocos de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, os seguintes passos devem ser seguidos.

Identificação dos Blocos da Diagonal Principal de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$: Um bloco contido na diagonal superior de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ e que possui tamanho $t \times c$, caso seja quadrado, então, $t = c$, é revelado quando há um conjunto de t linhas nulas direcionadas para a esquerda ou um conjunto de c colunas nulas abaixo do bloco.

É possível identificar os limites entre os blocos utilizando os vetores resultantes da decomposição de Dulmage-Mendelsohn implementada no software GNU Octave, como apresentado na Seção 2.4.3.

Expressão do Determinante dos Blocos de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$: Para cada bloco de ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, extrai-se a expressão do determinante:

$$\det(\mathbf{U}_k) = 0 \quad (3.1)$$

Sendo k a identificação de um dos blocos da matriz de helicoides unitários em rede permutada ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$. Cada bloco \mathbf{U}_k da matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ equivale a uma sub-matriz que está posicionada exatamente na diagonal de blocos.

Soluções da Equação (3.1): As singularidades cinemáticas, para um dado modo de operação do mecanismo, são as soluções da Equação 3.1.

Se um bloco não for quadrado ou não tiver solução determinada, conclui-se que existem linhas dependentes e/ou nulas no bloco ou a matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ não é quadrada. Os casos a seguir listados tratam-se de possíveis estados em que a matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ pode se encontrar e quais são os ajustes necessários a serem aplicados à matriz:

1. Caso 1: Se a matriz apresentar linhas nulas, basta-se eliminá-las para melhorar a identificação dos blocos.
2. Caso 2: Se a matriz apresentar linhas linearmente dependentes entre si, é preciso então aplicar o método de simplificação do Jacobiano (Seção 3.2).
3. Caso 3: Se o número de linhas da matriz for maior que o número de colunas, a matriz possui linhas linearmente dependentes entre si, logo, utiliza-se, também, o método de simplificação do Jacobiano.
4. Caso 4: Se o número de colunas da matriz for maior que o número de linhas, tem-se um sistema indeterminado com mais variáveis do que equações. Ou seja, as juntas ativas selecionadas não permitem a completa definição do sistema de equações. Assim, é preciso rever o número de juntas ativas, ou, no caso de mecanismo cinematográfico, retirar colunas referentes as juntas

passivas que não apresentem movimento, no dado modo de operação, de forma a obter uma a matriz quadrada.

3.2. Método de Simplificação do Jacobiano

Como visto, caso a matriz jacobiana do mecanismo apresente linhas dependentes entre si (ou seja, o posto da matriz for menor que seu número de linhas), a busca pela solução do determinante de alguns blocos de ${}^P\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ torna-se impedida.

Para tanto, o método aqui apresentado tem como objetivo eliminar as linhas linearmente dependentes da matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ antes da etapa de decomposição, para aumentar sua esparsidade.

Este método consiste em identificar as dependências entre as linhas através da análise de dependência linear entre as componentes das velocidades geradas pelas juntas e transformar o referencial absoluto para gerar uma nova matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ que não possua linhas linearmente dependentes entre si. Logo, o método proposto nesta seção é dividido em duas fases:

1. Análise de dependência linear;
2. Transformação do referencial absoluto.

3.2.1. Análise de Dependência Linear

De forma geral, na resolução de sistemas de equações, elementos dependentes aparecem quando existem mais variáveis desconhecidas do que equações. O sistema de equações em 3.2 mostra m equações e n variáveis. Os coeficientes a_{ij} e as quantidades constantes B_i são conhecidas no sistema de equações, as variáveis desconhecidas são os valores das componentes x_j , sendo $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= B_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= B_2 \\
 &\vdots \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= B_m
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Seja \mathbf{S} a matriz de coeficientes do sistema de equações, \mathbf{y} , o vetor de incógnitas do sistema de equações, e \mathbf{b} o vetor de quantidades constantes, o sistema de equação pode ser representado na forma de matriz como se vê na Equação 3.3, cuja notação vetorial está na

Equação 3.4 [36].

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

$$\mathbf{S}\mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (3.4)$$

Seguem informações sobre um sistema de equações lineares [36] [7]:

- O sistema de equações, caso $\mathbf{b} = \mathbf{0}$, possui a solução trivial ou nula;
- Caso $m < n$, o sistema tem mais incógnitas que equações, possuindo solução impossível.
- Caso $m > n$, o sistema tem mais equações que incógnitas, possuindo dependência linear entre equações e pode haver solução determinada ou não.
- Caso $m = n$, o sistema possui quantidade de equações igual a de variáveis. Caso $\det(\mathbf{S}) = 0$, a solução é possível porém indeterminada. Caso $\det(\mathbf{S}) \neq 0$, a solução é possível e determinada.

Verifica-se a dependência ou independência linear através das seguintes proposições:

- Seja \mathbf{S} um conjunto de vetores de um espaço vetorial V . O conjunto \mathbf{S} é linearmente dependente se, e somente se, existirem escalares c_1, c_2, \dots, c_n , não todos nulos, e um número finito de vetores $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in S$ tais que $c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + c_3\mathbf{v}_3 + \dots + c_n\mathbf{v}_n = \mathbf{0}$;
- O conjunto \mathbf{S} é linearmente independente se, e somente se, $c_1\mathbf{v}_1 + c_2\mathbf{v}_2 + c_3\mathbf{v}_3 + \dots + c_n\mathbf{v}_n = \mathbf{0}$ implicar em $c_1 = 0, c_2 = 0, \dots, c_n = 0$

O número de vetores independentes em um conjunto de vetores é considerado o posto da matriz que pode ser obtido usando um método de redução de linha ou de decomposição de matriz, como por exemplo, método de eliminação Gaussiana.

A análise de dependência linear pode ser aplicada sobre a matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, ao invés da matriz permutada ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, pois caso haja a existência de linhas linearmente dependentes, a etapa muda para a transformação do sistema de coordenadas absolutas.

3.2.2. Transformação do Sistema de Coordenadas Absolutas

Os helicoides das juntas que não estão posicionadas em um dos eixos de coordenada do sistema de coordenadas referenciais tem como característica a existência de componentes não-nulos. Dessa forma, linhas linearmente dependentes entre si aparecem na matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ com visto na Seção 3.2.1.

O objetivo da transformação do sistema de coordenadas absoluto é, através de uma mudança de postura (posição e orientação) desse sistema de coordenadas, obter componentes de velocidade nulos sobre os novos eixos e planos da base transformada, eliminando as componentes velocidade de algumas juntas e anulando assim alguns elementos da matriz do jacobiano do mecanismo.

Para tanto, uma vez que as linhas linearmente dependentes da matriz são identificadas, as três etapas seguintes devem ser contempladas:

Estudo da ordem do sistema de helicoides do mecanismo: Se o mecanismo possuir um sistema de helicoides de ordem menor que λ , isto acusará linhas linearmente dependentes e, possivelmente, linhas nulas na matriz jacobiana. A partir dele, estuda-se as direções no espaço das componentes das velocidades das juntas do mecanismo.

Vetores resultantes das componentes das velocidades: Em uma mesma coluna da matriz jacobiana, as linhas linearmente dependentes representam componentes de velocidade na origem. Faz-se necessário, assim, representar os vetores de velocidade resultante das componentes encontradas através de esquemas gráficos, por exemplo, para se identificar possíveis reposicionamentos para o referencial absoluto.

Nova origem do sistema referencial absoluto: O ponto de origem do sistema de coordenadas inercial deve ser reposicionado e, se necessário, rotacionado, de forma a anular a maioria das componentes de velocidade, de forma a:

- Anular as componentes dependentes.
- Alocar as resultantes para os eixos cartesianos x , y ou z ; ou
- Alocar as resultantes para os planos fundamentais: xy , xz ou yz .

Para isso, uma matriz de transformação \mathbf{T}_m do referencial absoluto deve ser gerada e utilizada para remodelar as juntas do mecanismo,

como será visto no próximo passo. A matriz T_m tem a forma:

$$\mathbf{T}_m = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & \mathbf{D} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right]$$

Onde \mathbf{R} é uma matriz de rotação, por exemplo, em função dos três ângulos de Euler [16], \mathbf{D} é um vetor de translação, contendo três coordenadas. Os elementos de T_m são encontrados, nesta dissertação, a partir da interpretação das dependências lineares entre as componentes de velocidades constadas na matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ e da dedução do melhor local para o novo referencial absoluto.

Para ilustrar isso, uma interpretação das dependências lineares entre as componentes de juntas e as coordenadas do referencial absoluto pode ser vista, na Figura 3.1. Nessa figura, há a identificação das velocidades resultantes das juntas de um mecanismo levantadas na origem das coordenadas. As velocidades \mathbf{v}_3 e \mathbf{v}_4 estão imersas no plano $y_r z$. Nas coordenadas do sistema xyz , os vetores ficam:

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} \times \\ \times \\ \times \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Onde \times representa um elemento não nulo. Quando considera-se a transformação da origem de xyz para $x_r y_r z$, na qual é realizada uma rotação sobre o eixo z alinhando com a rotação da junta ligada à base, os vetores \mathbf{v}_3 e \mathbf{v}_4 em $x_r y_r$, ficam:

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \times \\ \times \end{bmatrix}, \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ \times \\ \times \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

As componentes de velocidade em x_r de \mathbf{v}_3 e \mathbf{v}_4 foram anuladas com a transformação do referencial absoluto. Esse resultado fará com que $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ diminua o número de linhas dependentes e se torne mais esparsa.

Esta etapa da metodologia requer um estudo intuitivo das componentes de velocidades, semelhante ao explorado por Hun [37]. Assim, a interpretação da situação em que se encontra as dependências lineares das componentes dos helicoides é essencial para se encontrar uma transformação eficaz do referencial absoluto. Não há, portanto, uma forma geral para se encontrar essa transformação. Assim, a técnica aqui proposta terá soluções diferentes de um mecanismo para outro.

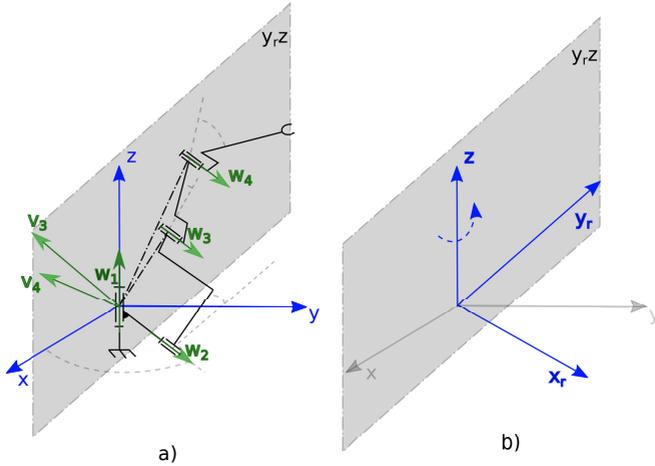


Figura 3.1: Análise das velocidades resultantes (setas partindo da origem) em um robô serial R3R onde a junta da base é a junta 1. a) Na origem, verificam-se as velocidades lineares resultantes \mathbf{v}_3 e \mathbf{v}_4 . As magnitudes \mathbf{w}_1 e \mathbf{w}_2 não geram componentes de velocidades lineares nesse ponto. b) O sistema de coordenadas rotacionado pela junta 1.

Aplicação da matriz de transformação do referencial absoluto: Considerando a base da origem O como uma matriz identidade $I_{[4 \times 4]}$, em coordenadas projetivas, \mathbf{T}_m se torna a base do novo referencial absoluto. Para aplicar a transformação do referencial no mecanismo, T_m é deve ser aplicada na obtenção dos helicoides das juntas na etapa de modelagem cinemática do mecanismo.

Assim, é preciso encontrar as formas \mathbf{s}_a^i e $\mathbf{s}_{O_a}^i$ que são as variáveis vetoriais das juntas a do mecanismo em questão transformadas. Para tanto, da álgebra linear, sabe-se que a transformação linear M entre duas bases A e B é dada pela fórmula:

$$M = B^{-1}A$$

Para se obter a transformação M do referencial absoluto da origem O , representado por uma matriz identidade $I_{[4 \times 4]}$, para outro referencial absoluto T_m , tem-se:

$$\begin{aligned} M &= \mathbf{T}_m^{-1} \mathbf{I}_{[4 \times 4]} \\ &= \mathbf{T}_m^{-1} \end{aligned}$$

Logo, a expressão T_m^{-1} representa a transformação dos vetores dos helicoides das juntas do mecanismo para o novo referencial absoluto. Para transformar os vetores unitários \mathbf{s}_a de três dimensões que representam a postura dos helicoides basta utilizar a parte rotacional da matriz \mathbf{T}_m , logo, a matriz de rotação \mathbf{R} . Considerando que, para matrizes de rotação, sabe-se que $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$, logo os novos vetores \mathbf{s}'_a e \mathbf{s}'_{O_a} seguem a forma:

$$\mathbf{s}'_a = \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{s}_a \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}'_{O_a} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_m^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{O_a} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Uma vez recalculados os vetores do eixo e de posição dos helicoides das juntas, o processo de análise cinemática deve ser aplicado novamente desde a obtenção dos helicoides, passando pelo método de Davies, e finalizando com a análise cinemática hierárquica.

Vale ressaltar que a transformação desenvolvida não aloca o referencial absoluto para outro corpo ou elo do mecanismo. Além disso, essa transformação traz apenas informações da cinemática do mecanismo em outro ponto de vista, *i.e.*, outro referencial absoluto adotado no mesmo corpo.

3.3. Fluxograma da Metodologia

A metodologia proposta nesse capítulo está resumida no fluxograma mostrado na Figura 3.2.

1. *Modelagem Cinemática* do mecanismo-fonte: produz os helicoides das todas as juntas do mecanismo, mesmo ativas ou passivas, bloqueadas ou não (Ver Seção 2.3 e Seção 2.4.1) para modelagem cinemática;
2. *Método de Davies*: produz o sistema de equações da cinemática, possuindo a etapa:
3. *Seleção do Modo de operação*: produz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ (Ver Seção 2.4.2);
4. *Método de Simplificação do Jacobiano*: composto por duas etapas:
 - (a) Análise de Dependência Linear (Ver Seção 3.2.1);
 - (b) Transformação do Sistema de Coordenadas Absolutas (Ver Seção 3.2.2);
5. Análise Cinemática Hierárquica: produz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ (Ver Seção 2.4.3) ou ${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$;

6. Análise dos Blocos do Jacobiano Decomposto: identificação das singularidades cinemáticas (Ver Seção 3.1).

3.4. Exemplo Ilustrativo da Aplicação da Metodologia

A Figura 3.3 apresenta um mecanismo “R3R” serial metamórfico. Uma trava, semelhante à trava do cotovelo humano, no elo 4, permite a mudança de topologia do mecanismo. No modo I, todas as juntas estão destravadas e portanto se assemelha ao mecanismo-fonte. No modo II, a terceira junta é travada alterando a topologia original do mecanismo. Logo o seu sistema de helicoides varia de ordem quatro para três a depender do modo de operação,

O mecanismo-fonte em questão, na Figura 3.4, se encontra em na posição referencial onde todas as variáveis das juntas são nulas. Começando pela etapa 1, as características das juntas estão listadas na Tabela 3.1. Nessa tabela, cada linha está relacionada a uma junta do mecanismo que deve ter um grau de liberdade somente. As colunas ordenam as seguintes características:

1. i_1 : elo componente da junta. No grafo de movimento, é o vértice de partida da aresta que representa a junta. Na análise cinemática, é o elo considerado fixo no movimento relativo entre os elos i_1 e i_2 ;
2. i_2 : segundo elo componente da junta. No grafo de movimento, é o vértice de chegada da aresta que representa a junta. Na análise cinemática, considera-se que é o elo que está em movimento relativo ao elo i_1 ;
3. S_x : componente do vetor \mathbf{s} na coordenada x ;
4. S_y : componente do vetor \mathbf{s} na coordenada y ;
5. S_z : componente do vetor \mathbf{s} na coordenada z ;
6. S_{O_x} : componente do vetor \mathbf{s}_O na coordenada x ;
7. S_{O_y} : componente do vetor \mathbf{s}_O na coordenada y ;
8. S_{O_z} : componente do vetor \mathbf{s}_O na coordenada z ;
9. h : passo do helicóide da junta. Por consequência, indica o tipo de junta.

O símbolo ef está relacionado com o elo representado pelo efetuidor final do mecanismo.

Continuando pela análise cinemática, para utilizar o método de *Davies* na análise cinemática do mecanismo R3R, que é serial, é preciso fazer uso da cadeia virtual de seis graus de liberdade como mostrado na Figura 3.5, transformando-o em um mecanismo 3R3-3R3P.

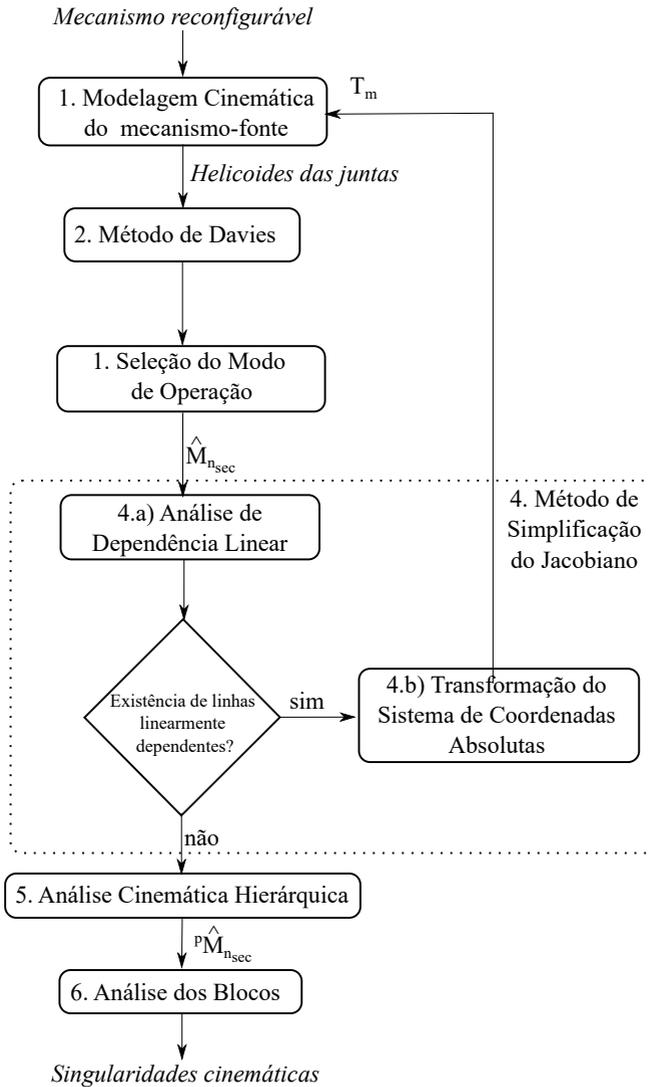


Figura 3.2: Fluxograma da metodologia proposta.

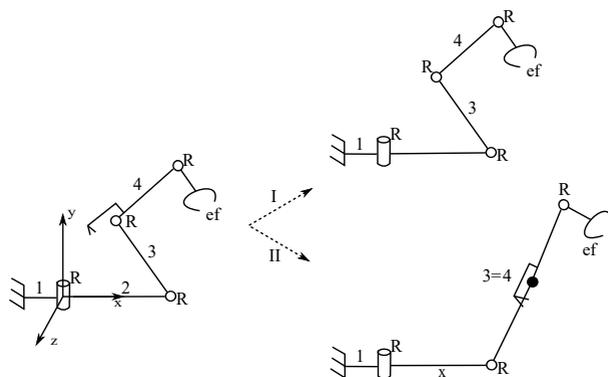


Figura 3.3: Topolo do mecanismo “3R3” serial metamórfico.

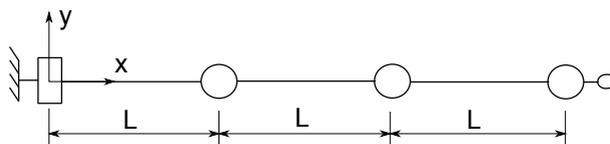


Figura 3.4: Mecanismo serial 4R na posição de referência.

Junta	i_1	i_2	S_x	S_y	S_z	S_{ox}	S_{oy}	S_{oz}	h
$\$1;2$	1	2	0	1	0	0	0	0	0
$\$2;3$	2	3	0	0	1	L	0	0	0
$\$3;4$	3	4	0	0	1	$2L$	0	0	0
$\$4;ef$	4	ef	0	0	1	$3L$	0	0	0

Tabela 3.1: Características das juntas do mecanismo 3R3.

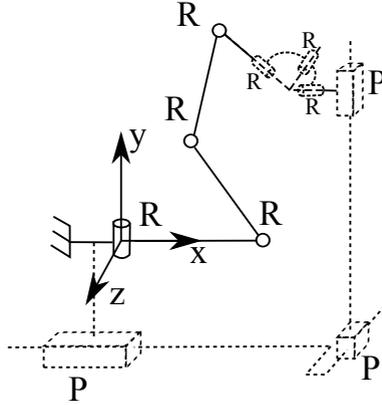


Figura 3.5: Mecanismo serial de quatro juntas e cadeia virtual espacial 3R3P.

3.4.1. Mecanismo “3R3” Serial Metamórfico no Modo I

Considerando a cinemática inversa, as juntas virtuais são as juntas ativas do mecanismo no modo I. Assim, não é preciso listar as características cinemáticas das juntas virtuais pois as colunas referentes a elas são retiradas da matriz. Fazendo todas as juntas virtuais ativas, a matriz de helicoides em rede secundária $\hat{M}_{N_{sec}}$ é:

$$\hat{M}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} 0 & -s_1 & -s_1 & -s_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & -c_1 & -c_1 \\ 0 & 0 & -Lc_1s_2 & -Lc_1(s_{23} + s_2) \\ 0 & L & L(c_2 + 1) & L(c_{23} + c_2 + 1) \\ 0 & 0 & Ls_1s_2 & Ls_1(s_{23} + s_2) \end{bmatrix}$$

onde:

- $s_1 = \sin(\theta_{1;2})$ e $c_1 = \cos(\theta_{1;2})$;
- $s_2 = \sin(\theta_{2;3})$ e $c_2 = \cos(\theta_{2;3})$;
- $s_{23} = \sin(\theta_{2;3} + \theta_{3;4})$ e $c_{23} = \cos(\theta_{2;3} + \theta_{3;4})$

O algoritmo desenvolvido para Matlab utilizado para calcular as equações neste capítulo e no Capítulo 4 pode ser encontrado no Anexo I.

3.4.1.1. Aplicação da Análise de Dependência Linear

A análise de dependência das linhas é realizada usando os critérios enumerados na Seção 3.2.1. Assim, fazendo $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}^T$ o conjunto \mathbf{S} e \mathbf{K} o vetor de escalares k_1, k_2, \dots, k_n e \mathbf{O} o vetor nulo, aplica-se a expressão $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}^T \cdot \mathbf{K} = \mathbf{O}$ para encontrar a solução para os escalares. A solução para o vetor \mathbf{K} de escalares no sistema de equações, após realizado cálculo com auxílio do computador, é:

$$\begin{aligned} k_1 &= -\frac{Z_1 c_1}{s_1} & k_2 &= 0 \\ k_3 &= Z_1 & k_4 &= \frac{Z_2 s_1}{c_1} \\ k_5 &= Z_2 & k_6 &= 0 \end{aligned}$$

onde Z_1 e Z_2 são constantes quaisquer.

Assim, nesse conjunto de soluções, observam-se linhas linearmente dependentes entre si, correspondentes aos escalares k_1 e k_3 , referentes às componentes de velocidades angulares em x e z e linhas, correspondentes aos escalares k_4 e k_5 , referentes às componentes de velocidades lineares em x e y.

Para confirmar a existência de dependência linear na matriz, basta calcular o seu posto R . O estudo das soluções \mathbf{K} juntamente com o cálculo do posto R da matriz finaliza a etapa presente passando para a etapa seguinte: a transformação do referencial absoluto.

3.4.1.2. Transformação do Referencial Absoluto

A identificação da nova postura do referencial absoluto depende dos fatores levantados na análise de dependência linear. Observa-se que as linhas da matriz referentes as componentes angulares dos helicoides em x e z possuem dependência linear. Percebe-se também que, originalmente, os vetores de velocidade angular $\mathbf{w}_{2;3}$, $\mathbf{w}_{3;4}$ e $\mathbf{w}_{4;ef}$ estão direcionados em z, porém todo o mecanismo é rotacionado pela $\mathcal{S}_{1;2}$ que está apontado em y. Por essa razão, componentes surgem no eixo de coordenada x. Com efeito, essa rotação causada pela junta $\mathcal{S}_{1;2}$ influencia nas componentes de velocidades lineares das demais juntas.

Assim, os vetores de velocidade das juntas do mecanismo R3R-3R3P se manifestam de forma semelhante ao que é mostrado na Figura 3.1. Essa interpretação elucida o fato de que, se o referencial absoluto rotacionasse conforme a variável da junta $\mathcal{S}_{2;1}$, isso anularia uma componente de velocidade em cada helicóide rebatendo todas as

componentes em um plano. Assim, a cada instante, teria-se um novo sistema de coordenadas, rotacionado do anterior em $\theta_{1;2}$.

Para tanto, a seguinte transformação para o referencial absoluto \mathbf{T}_m do mecanismo é estabelecida:

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

que corresponde a uma rotação de $\theta_{1;2}$ do novo referencial absoluto O' ao redor do eixo y .

Seguindo o método, as Equações 3.7 e 3.8 são utilizadas para recalcular os vetores posição e direção dos eixos dos helicoides das juntas. Uma vez reconstruídos os helicoides das juntas, o processo de análise cinemática é prossegue novamente a partir do método de Davies.

Com isso, finalmente, a Matriz de Helicoides Unitários em Rede ${}^t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ deve ser reconstruída. Logo, tem-se:

$${}^t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -Ls_2 & -L(s_{23} + s_2) \\ 0 & L & L(c_2 + 1) & L(c_{23} + c_2 + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Eliminando-se as linhas nulas da matriz, tem-se:

$${}^t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -Ls_2 & -L(s_{23} + s_2) \\ 0 & L & L(c_2 + 1) & L(c_{23} + c_2 + 1) \end{bmatrix}$$

Na prática, nesse caso, $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ é uma matriz jacobiana que representa a cinemática do mecanismo R3R com a condição de que o referencial absoluto está sendo rotacionado pela junta $\mathcal{S}_{1;2}$ através do parâmetro $\theta_{1;2}$.

Além disso, não é necessário a aplicação da permutação de Dulmage-Mendelson pois a matriz naturalmente apresenta uma forma diagonal superior em blocos com dois blocos na diagonal em blocos principal:

$$\mathbf{U}_1 = -1 \quad \text{e} \quad \mathbf{U}_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & -Ls_2 & -L(s_{23} + s_2) \\ L & L(c_2 + 1) & L(c_{23} + c_2 + 1) \end{bmatrix}$$

3.4.2. Resolução do Determinante Nulo dos Blocos

Uma vez que se tem uma matriz ${}^t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ que não possui linhas linearmente dependentes entre si, o método de busca de singularidades cinemáticas pode ser aplicado. O único bloco diferente de 1 ou -1 é o U_2 . Logo, o determinante desse bloco é:

$$\det(\mathbf{U}_2) = -L^2 (c_2 s_{23} - c_{23} s_2) = 0$$

Fazendo uso das relações trigonométricas, tem-se:

$$\begin{aligned} c_2 s_{23} - c_{23} s_2 &= \cos(\theta_{2;3})\sin(\theta_{2;3} + \theta_{3;4}) - \cos(\theta_{2;3} + \theta_{3;4})\sin(\theta_{2;3}) \\ &= \sin(\theta_{2;3} + \theta_{3;4} - \theta_{2;3}) \\ &= \sin(\theta_{3;4}) \end{aligned}$$

Quando $\det(\mathbf{U}_2) = 0$, para $n = 0, 1, 2, \dots$, a solução fica:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_{3;4}) &= 0 \\ \theta_{3;4} &= n\pi \end{aligned}$$

3.4.3. Mecanismo “3R3” Serial Metamórfico no Modo II

Nesse modo, além de retirar de $\hat{\mathbf{M}}_N$ as colunas referentes às juntas virtuais, retira-se também a coluna referente à junta bloqueada $\mathcal{S}_{3;4}$ para formar $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, logo:

$$\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} 0 & -s_1 & -s_1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & -c_1 \\ 0 & 0 & -Lc_1(s_{23} + s_2) \\ 0 & L & L(c_{23} + c_2 + 1) \\ 0 & 0 & Ls_1(s_{23} + s_2) \end{bmatrix}$$

O próximo passo consiste na aplicação do Método de Simplificação do Jacobiano, iniciando-se com a análise de dependência linear. Observa-se em $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ uma diferença grande entre o número de colunas e de linhas, sendo o posto é três, surgindo então a necessidade de eliminação de linhas linearmente dependentes através da transformação do referencial absoluto.

Além disso, percebe-se que o bloqueio da junta $\mathcal{S}_{3;4}$ não altera o movimento do mecanismo no mesmo plano que gira em função da junta

$\S_{1;2}$. Assim, a mesma transformação T_m possa ser usada para realocar o sistema de coordenadas absoluto do mecanismo no modo II.

Aplicando-se a matriz T_m utilizado para o mecanismo no modo I a todos os vetores dos helicoides das juntas, executando-se o método de Davies, eliminando-se as juntas ativas e bloqueadas e as linhas nulas, tem-se a matriz de helicoides unitários em rede secundária transformada:

$${}^t\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -L(s_{23} + s_2) \\ 0 & L & L(c_{23} + c_2 + 1) \end{bmatrix}$$

Nessa matriz, ainda há dependência linear entre a segunda e a quarta linha resultando em um posto igual a três. Para determinar em que posições singulares basta eliminar uma linha linearmente dependente.

Eliminando-se a segunda linha, e aplicando-se a decomposição de Dulmage-Mendelsohn tem-se a seguinte matriz:

$${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & L & L(c_{23} + c_2 + 1) \\ 0 & 0 & -L(s_{23} + s_2) \end{bmatrix}$$

Nessa matriz, a diagonal principal apresenta os blocos, sendo que o único não-constante é o $L(s_{23} + s_2)$ ou $L(\sin(\theta_{2;3} + \theta_{3;4}) + \sin \theta_{2;3})$. o determinante nulo desse bloco de um elemento é;

$$L(\sin(\theta_{2;3} + \theta_{3;4}) + \sin \theta_{2;3}) = 0$$

A solução dessa expressão é: $2\theta_{2;3} = -\theta_{3;4}$. Como no modo II $\theta_{3;4} = 0$, logo: $\theta_{2;3} = 0$.

De outra forma, ao invés da segunda linha, pode-se eliminar a quarta linha. Fazendo-se isso e aplicando-se a decomposição de Dulmage-Mendelsohn tem-se a seguinte matriz:

$${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & L(s_{23} + s_2) \end{bmatrix}$$

Tem-se, na diagonal principal um único bloco, composto por um elemento, que é não-constante. Para o determinante nulo desse bloco tem-se a mesma solução: $\theta_{2;3} = 0$.

3.5. Considerações Finais

O fluxo da metodologia proposta é aplicado no exemplo ilustrativo da Seção 3.4. Dentro da sequência de passos, a etapa de transformação do referencial absoluto é um processo dependente da existência ou não componentes de velocidade não-nulas. É necessário encontrar os pontos de aniquilação das componentes das velocidades para conceber a transformação necessária a ser aplicada. A implementação de um algoritmo de computador para encontrar a matriz T_m se tornou computacionalmente custosa em termos de processamento.

Capítulo 4

Aplicação da Metodologia

Esse capítulo apresenta a análise cinemática de dois mecanismos reconfiguráveis aplicando a metodologia proposta. Essa análise será feita para cada modo de operação dos mecanismos. O primeiro mecanismo é um mecanismo de quatro-barras RPRP cinematotrópico [27], que possui dois modos de operação e um local de bifurcação. Esse mecanismo será chamado *RPRP cinematotrópico*. O segundo é um mecanismo de oito-barras, relativamente mais complexo que o anterior [26], chamado nesta dissertação de *8-barras reconfigurável*, que possui oito juntas rotativas, sendo duas delas não consecutivas e perpendiculares às demais, possui dois modos de operação e um local de bifurcação. Para as duas aplicações considera-se $\lambda = 6$ pois os movimentos dos mecanismos se desenvolvem no espaço. O *Algoritmo de Busca de Singularidades Cinemáticas para Matlab* encontrado no Anexo I foi utilizado para auxiliar a calcular os resultados apresentados neste capítulo de aplicação da metodologia.

4.1. Mecanismo RPRP Cinematotrópico

O mecanismo RPRP cinematotrópico pode ser concebido através dos métodos desenvolvidos em [27]. Ele possui dois modos de operação, um rotacional e um translacional, e um local de bifurcação que podem ser visualizados na Figura 4.1. Ele é formado por quatro juntas, duas rotativas e duas prismáticas, alternadas uma a uma, que formam um circuito simples com mobilidade variável de 1 para 2 a depender do posicionamento das juntas. O seu local bifurcação é encontrado quando as juntas rotacionais se alinham e as juntas prismáticas estão no mesmo plano e, nele, o mecanismo possui mobilidade igual a dois.

Seus elos são numerados de um a quatro. O elo fixado na base é o

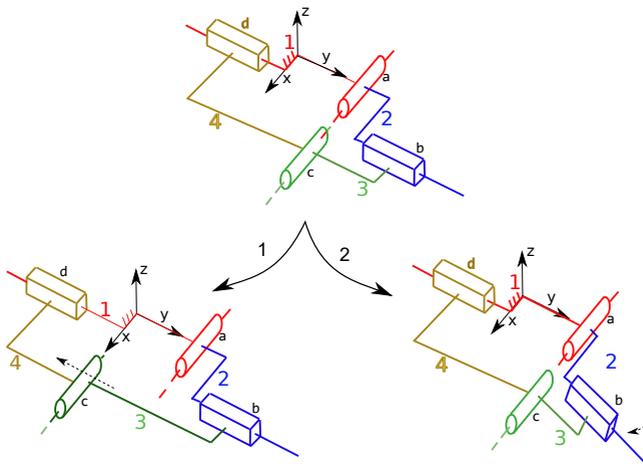


Figura 4.1: Mecanismo cinemático de cadeia simples RPRP cinemático, seu local de bifurcação e seus dois modos de operação: 1) prismático; 2) rotacional.

de número um. As juntas rotativas são perpendiculares às prismáticas e são paralelas entre si.

4.1.1. Modelagem Cinemática

A posição de referência do mecanismo, utilizado para a análise, é mostrada na Figura 4.2. Nessa posição, todas as variáveis das juntas têm valor nulo.

A árvore e a corda que compoem o grafo de movimento adotado para o mecanismo são construídas segundo a Teoria de Grafos. A árvore está em traçado contínuo e a corda em linha tracejada. As arestas são direcionadas e recebem a nomenclatura: \$.

A Tabela 4.1 contém as informações das juntas do mecanismo na posição de referência onde todas as variáveis das juntas têm valor nulo. As componentes dos vetores de posição s_O e orientação s são indicados conforme a posição referencial do mecanismo apresentado na Figura 4.2. Por exemplo, a junta $\$_{1;4}$, que tem passo infinito, pois se trata de uma junta prismática, está na posição $S_{Ox} = L$ e $y = -a$, no plano cartesiano indicado pela figura. Além disso, a orientação da junta é está na direção y , e como o vetor é unitário, tem-se o valor $y = 1$.

Seguindo o método detalhado na Seção 2.4, tem-se os helicoides

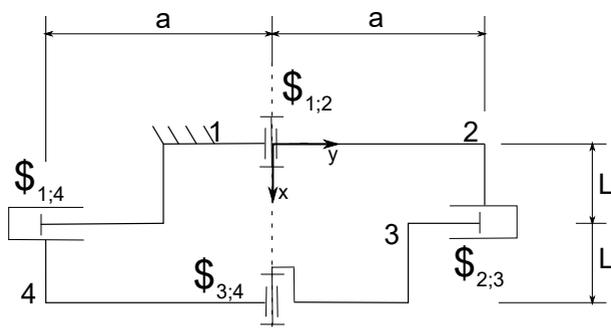


Figura 4.2: Mecanismo cinematotrópico de cadeia simples RPRP na configuração de referência.

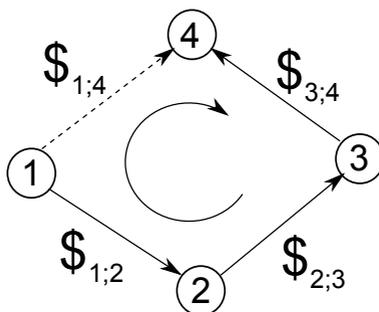


Figura 4.3: Grafo de movimento do mecanismo RPRP cinematotrópico .

Junta	$i_1 \rightarrow$	$\rightarrow i_2$	S_x	S_y	S_z	S_{ox}	S_{oy}	S_{oz}	h
$\$1,2$	1	2	1	0	0	0	0	0	0
$\$2,3$	2	3	0	1	0	L	a	0	∞
$\$3,4$	3	4	1	0	0	$2L$	0	0	0
$\$1,4$	1	4	0	1	0	L	$-a$	0	∞

Tabela 4.1: Características das juntas do mecanismo RPRP

de cada junta, representados através das transformações por helicoides sucessivos:

$$\mathbb{S}_{1;2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbb{S}_{2;3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ c_1 \\ s_1 \end{bmatrix} \quad \mathbb{S}_{3;4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -d_{1;4} \end{bmatrix} \quad \mathbb{S}_{1;4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.1.2. Análise Cinemática Através do Método de Davies

No método de *Davies*, propõe-se como primeiro passo a construção da matriz de helicoides unitários diretos $\hat{\mathbf{M}}_D$, que é a matriz cujas colunas representam os helicoides de movimento unitários das juntas, sem considerar as magnitudes das velocidades, fica:

$$\hat{\mathbf{M}}_D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 1 \\ 0 & s_1 & -d_{1;4} & 0 \end{bmatrix}$$

Para se obter a matriz de helicoides em rede $\hat{\mathbf{M}}_N$, constroi-se a matriz de circuitos \mathbf{B} com base no grafo de movimento do mecanismo (Ver Figura 4.3). Logo, respeitando o sentido do circuito, a matriz B de circuitos é:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Assim, tem-se a matriz de helicoides unitários em rede $\hat{\mathbf{M}}_N$ resultante:

$$\hat{\mathbf{M}}_N = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & 0 & 1 \\ 0 & -s_1 & d_{1;4} & 0 \end{bmatrix}$$

Ou, retirando-se as linhas nulas, tem-se, simplesmente:

$$\hat{\mathbf{M}}_N = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -c_1 & 0 & 1 \\ 0 & -s_1 & d_{1;4} & 0 \end{bmatrix}$$

Como $\hat{\mathbf{M}}_N$ apresenta três linhas linearmente independentes, seu posto é três. Observa-se um sistema de equações com três equações (linhas) e quatro variáveis (colunas). Por tanto, uma coluna, correspondente à junta ativa do mecanismo, deve ser retirada para se ter um sistema determinado.

4.1.3. Análise Cinemática Hierárquica e Singularidades Cinemáticas

Uma vez que a matriz de helicoides em rede do mecanismo RPRP cinematotrópico é construída, é possível então selecionar o seu modo de operação e aplicar a análise cinemática hierárquica.

4.1.3.1. Modo Translacional

No modo translacional, qualquer uma das duas juntas prismáticas pode ser usadas como ativa. Para ativar o modo translacional, a partir do local de bifurcação do mecanismo, que pode ser considerado o mecanismo-fonte do RPRP cinematotrópico por possuir todas as juntas livres, seleciona-se uma das juntas prismáticas.

Logo, retirando-se a coluna correspondente à junta $\$_{1;4}$, por exemplo, e aplicando-se a permutação de Dulmage-Mendelson, tem-se:

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[\$_{1;4}] = \begin{bmatrix} \boxed{-1} & -1 & 0 \\ 0 & \boxed{d_{1;4}} & -s_1 \\ 0 & 0 & \boxed{-c_1} \end{bmatrix}$$

Observam-se dois blocos não-constantos: $\mathbf{U}_1 = d_{1;4}$ e $\mathbf{U}_2 = -c_1$. Impondo a condição $\theta_{1;2} = n\pi$, tem-se como resultado que $\mathbf{U}_2 = -c_1 = -\cos\theta_{1;2} = -1$, tornando esse bloco constante. Assim, a solução para o determinante nulo do bloco restante é: $d_{1;4} = 0$.

De forma diferente, retira-se a coluna correspondente à junta $\$_{2;3}$:

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[\$_{2;3}] = \begin{bmatrix} \boxed{-1} & -1 & 0 \\ 0 & \boxed{d_{1;4}} & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} \end{bmatrix}$$

Tem-se um único bloco não-constante: $\mathbf{U}_1 = d_{1;4}$

Assim, a solução para o determinante nulo do bloco é: $d_{1;4} = 0$. Portanto, esse é local de singularidade característico do modo translacional.

4.1.3.2. Modo Rotacional

No modo rotacional, qualquer uma das duas juntas R pode ser usada como ativa. Uma vez o mecanismo posicionado no local de bifurcação, basta-se ativar uma das juntas rotativas para ativar no modo rotacional.

Retirando-se, assim, a coluna correspondente à junta $\$1$, aplicando-se a condição $d_4 = 0$ e realizando-se a decomposição de Dulmage-Mendelsohn, obtém-se.

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[\$1;2] = \begin{bmatrix} \boxed{1} & -c_1 & 0 \\ 0 & \boxed{-s_1} & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} \end{bmatrix}$$

Tem-se um único bloco não-constante: $U_1 = s_1$.

A solução para o determinante nulo do bloco é: $\theta_{1;2} = n\pi$, onde $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Diferentemente, retira-se a coluna correspondente à junta $\$3;4$:

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[\$3;4] = \begin{bmatrix} \boxed{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & -c_1 \\ 0 & 0 & \boxed{-s_1} \end{bmatrix}$$

Tem-se um único bloco não-constante: $U_1 = -s_1$.

A solução para o determinante nulo do bloco é: $\theta_{1;2} = n\pi$, onde $n = 0, 1, 2, 3, \dots$. Sendo esse, então, o local de singularidade característico do modo rotacional.

A partir da análise dos blocos do jacobiano, *i.e.*, ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, as configurações singulares para cada modo de operação do mecanismo RPRP cinematoatrópico são elucidados e, quando combinados, formam o local de bifurcação pré-estabelecido para o mecanismo, como se vê na combinação: $\theta_{1;2} = n\pi$ e $d_{1;4} = 0$.

4.2. Mecanismo de Oito-Barras Cinematoatrópico

O mecanismo reconfigurável estudado nesta seção é proposto por Galletti e Fanghella [26] e será chamado neste trabalho de 8-barras cinematoatrópico. Ele possui dois modos de operação: planar, com mobilidade igual a três (Figura 4.4-a) e cilíndrico, com mobilidade igual a dois (Figura 4.4-b) e um local de bifurcação que será elucidado mais adiante. Oito juntas rotativas que formam seu circuito fechado.

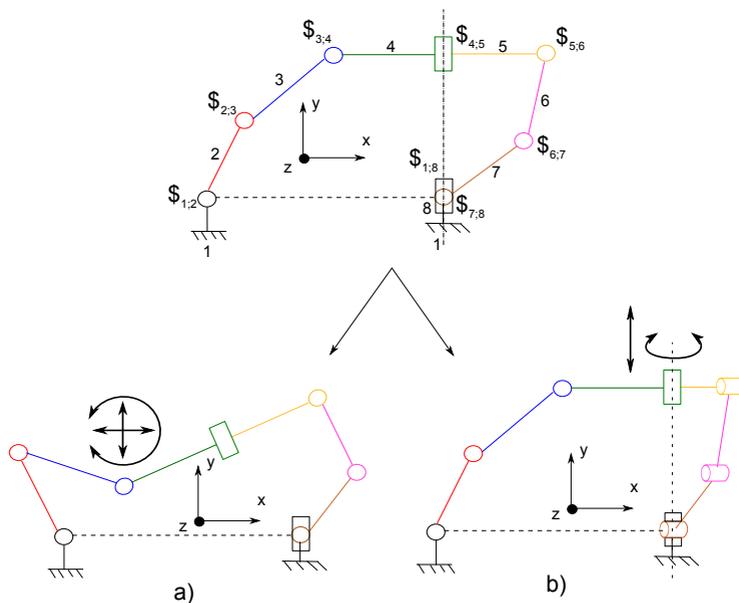


Figura 4.4: Mecanismo 8-barras cinematotrópico no seu local de bifurcação no a) modos planar; e b) modo cilíndrico.

Os elos são numerados de um a oito sendo o elo 1 fixado na base. As juntas rotativas $S_{1,2}$, $S_{2,3}$, $S_{3,4}$, $S_{6,5}$, $S_{6,7}$ e $S_{7,8}$ são paralelas entre si no modo planar e direcionadas no eixo z como mostrado na Figura 4.4. As juntas rotativas $S_{4,5}$ e $S_{1,8}$, não consecutivas, são perpendiculares às demais. O elo 8 tem dimensão nula e conecta as juntas $S_{7,8}$ e $S_{1,8}$. O local de bifurcação é encontrado quando todas as juntas estão no mesmo plano e as juntas $S_{4,5}$ e $S_{1,8}$ se alinham.

4.2.1. Modelagem Cinemática

O grafo de movimento desse mecanismo considera todas as juntas e suas conexões. Como mostrado na Figura 4.5, a árvore e a corda que compõem o grafo de movimento adotado para o mecanismo, respectivamente, são compostas por setas contínuas e tracejadas. As arestas também recebem a seguinte nomenclatura: \$.

De maneira semelhante à da análise do mecanismo RPRP cinematotrópico, o posicionamento de referência do mecanismo 8-barras cinematotrópico é mostrado na Figura 4.6. Nessa posição, todas as

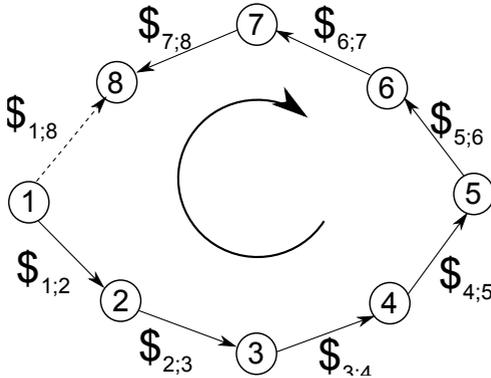


Figura 4.5: Grafo de movimento do mecanismo 8-barras cinemático.

Junta	$i_1 \rightarrow$	$\rightarrow j_2$	S_x	S_y	S_z	S_{ox}	S_{oy}	S_{oz}	h
$\$1,2$	1	2	0	0	1	$-2L$	0	0	0
$\$2,3$	2	3	0	0	1	$-2L$	L	0	0
$\$3,4$	3	4	0	0	1	$-2L$	$2L$	0	0
$\$4,5$	4	5	0	1	0	$-L$	$2L$	0	0
$\$5,6$	5	6	0	0	1	0	$2L$	0	0
$\$6,7$	6	7	0	0	1	0	L	0	0
$\$7,8$	7	8	0	0	1	0	0	0	0
$\$1,8$	4	1	0	1	0	0	0	0	0

Tabela 4.2: Características das juntas do mecanismo 8-barras cinemático.

variáveis das juntas têm valor nulo.

Além disso, na Tabela 4.2, observa-se as informações das juntas do mecanismo nessa posição de referência.

Já que existem juntas rotativas fixadas no solo distantes da origem, faz-se necessário desenvolver transformações rígidas para atualizarem as representações helicoidais das juntas. Para isso, as transformações rígidas impostas às juntas da base são construídas a partir das características de ângulo e eixo de rotação e vetor de posicionamento conforme a Tabela 4.3

Com base nas características das juntas encontradas nas Tabelas

4.2 e 4.3, define-se os helicoides de cada junta:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{S}_{1;2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathcal{S}_{2;3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ L c_1 \\ L s_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathcal{S}_{3;4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ L (c_{12} + c_1) \\ L (s_{12} + s_1) \\ 0 \end{bmatrix}; \\
 \mathcal{S}_{4;5} &= \begin{bmatrix} -s_{123} \\ c_{123} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ L (s_{23} + s_3 + 1) \end{bmatrix}; \mathcal{S}_{5;6} = \begin{bmatrix} s_8 \\ 0 \\ c_8 \\ L c_8 (c_{67} + c_7) \\ L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) \\ -L s_8 (c_{67} + c_7) \end{bmatrix}; \\
 \mathcal{S}_{6;7} &= \begin{bmatrix} s_8 \\ 0 \\ c_8 \\ L c_8 c_7 \\ -L (2 c_8 - s_7) \\ -L c_7 s_8 \end{bmatrix}; \mathcal{S}_{7;8} = \begin{bmatrix} s_8 \\ 0 \\ c_8 \\ 0 \\ -2 L c_8 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathcal{S}_{1;8} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 L \end{bmatrix};
 \end{aligned}$$

Para simplificar e enquadrar as equações dentro da folha deste trabalho, as letras c e s representam coseno e seno, respectivamente. Os números de 1 a 8, subscritos em c e s , representam as variáveis das juntas de que c e s são função, da maneira que segue:

$$\begin{array}{lll}
 \theta_{1;2} \rightarrow 1 & \theta_{2;3} \rightarrow 2 & \theta_{3;4} \rightarrow 3 \\
 \theta_{4;5} \rightarrow 4 & \theta_{5;6} \rightarrow 5 & \theta_{6;7} \rightarrow 6 \\
 \theta_{7;8} \rightarrow 7 & \theta_{1;8} \rightarrow 8 &
 \end{array}$$

Quando houver cosseno ou seno da soma de variáveis, representar-se-ão os índices subscritos de forma acumulada, assim: $s_{23} = \sin(\theta_{1;2} + \theta_{2;3})$. Por outro lado, assume-se também a seguinte representação simplificada para os helicoides:

$$\begin{array}{lll}
 \mathcal{S}_{1;2} \rightarrow \mathcal{S}_1 & \mathcal{S}_{2;3} \rightarrow \mathcal{S}_2 & \mathcal{S}_{3;4} \rightarrow \mathcal{S}_3 \\
 \mathcal{S}_{4;5} \rightarrow \mathcal{S}_4 & \mathcal{S}_{5;6} \rightarrow \mathcal{S}_5 & \mathcal{S}_{6;7} \rightarrow \mathcal{S}_6 \\
 \mathcal{S}_{7;8} \rightarrow \mathcal{S}_7 & \mathcal{S}_{1;8} \rightarrow \mathcal{S}_8 &
 \end{array}$$

4.2.2. Análise Cinemática Através do Método de Davies

Ao se aplicar as formulações resumidas na Seção 2.4.1, os helicoides das juntas são construídos tornando possível a aplicação do método de Davies. Logo, seguindo o método de Davies, a matriz de helicoides unitários diretos do mecanismo fica:

$$\hat{\mathbf{M}}_D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -s_{123} & s_8 & s_8 & s_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{123} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & c_8 & c_8 & c_8 & 0 \\ 0 & L c_1 & L (c_{12} + c_1) & 0 & L c_8 (c_{67} + c_7) & L c_8 c_7 & 0 & 0 \\ 0 & L s_1 & L (s_{12} + s_1) & 0 & L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) & -L (2 c_8 - s_7) & -2 L c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L (s_{23} + s_3 + 1) & -L s_8 (c_{67} + c_7) & -L c_7 s_8 & 0 & 2 L \end{bmatrix}$$

A partir de então, constrói-se a matriz de circuitos com base no grafo de movimento do mecanismo (Ver Figura 4.5). A matriz \mathbf{B} de circuitos desse mecanismo é, então:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Logo, a matriz de Helicoides Unitários em Rede do mecanismo 8-barras cinematotrópico fica:

$$\hat{\mathbf{M}}_N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & s_{123} & -s_8 & -s_8 & -s_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{123} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & -c_8 & -c_8 & -c_8 & 0 \\ 0 & -L c_1 & -L (c_{12} + c_1) & 0 & -L c_8 (c_{67} + c_7) & -L c_8 c_7 & 0 & 0 \\ 0 & -L s_1 & -L (s_{12} + s_1) & 0 & -L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) & L (2 c_8 - s_7) & 2 L c_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -L (s_{23} + s_3 + 1) & L s_8 (c_{67} + c_7) & L c_7 s_8 & 0 & 2 L \end{bmatrix}$$

4.2.3. Modo Cilíndrico

No modo cilíndrico, o mecanismo possui seis graus de liberdade nesse modo de operação. É chamado de cilíndrico pois, observa-se um movimento cilíndrico do elo 5, que contém a junta $\$4$. As juntas da base: $\$1$ e $\$8$, podem ser selecionadas como ativas para realizar esse movimento.

Para obter $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$, é necessário retirar as colunas referentes a essas duas juntas selecionadas a partir do local de bifurcação do mecanismo. A matriz de helicoides em rede secundária decomposta através do método de Dulmage-Mendelson para o modo cilíndrico ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[C]$ resulta em:

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[C] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -c_8 & -c_8 & -c_8 & 0 \\ -L c_1 & -L (c_{12} + c_1) & -L c_8 (c_{67} + c_7) & -L c_8 c_7 & 0 & 0 \\ -L s_1 & -L (s_{12} + s_1) & -L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) & L (2 c_8 - s_7) & 2 L c_8 & 0 \\ 0 & 0 & L s_8 (c_{67} + c_7) & L c_7 s_8 & 0 & -L (s_{23} + s_3 + 1) \\ 0 & 0 & -s_8 & -s_8 & -s_8 & s_{123} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_{123} \end{bmatrix}$$

Seu posto é seis possuindo, assim, somente linhas linearmente independentes entre si. Logo, são observados dois blocos na matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[C]$: \mathbf{U}_1 é a submatriz cujo elementos estão contidos nas cinco primeiras linhas e cinco primeiras colunas e \mathbf{U}_2 é a sub-matriz que contém o elemento da sexta linha com a sexta coluna.

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -c_8 & -c_8 & -c_8 \\ -L c_1 & -L (c_{12} + c_1) & -L c_8 (c_{67} + c_7) & -L c_8 c_7 & 0 \\ -L s_1 & -L (s_{12} + s_1) & -L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) & L (2 c_8 - s_7) & 2 L c_8 \\ 0 & 0 & L s_8 (c_{67} + c_7) & L c_7 s_8 & 0 \\ 0 & 0 & -s_8 & -s_8 & -s_8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}_2 = -c_{123}$$

Os determinante Δ_1 e Δ_2 dos blocos \mathbf{U}_1 e \mathbf{U}_2 são, respectivamente:

$$\Delta_1 = L^3 c_{12} \sin(\theta_{6;7}) \left(\frac{\cos(2\theta_{1;8})}{2} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta_2 = -c_{123}$$

As soluções para o determinante nulo desses blocos são:

1. Bloco \mathbf{U}_1 :

- Quando $c_{12} = \cos(\theta_{1;2} + \theta_{2;3}) = 0$, tem-se: $\theta_{2;3} = \frac{\pi}{2} + n\pi - \theta_{1;2}$, sendo: ($n = 0, 1, 2, \dots$) (I) e $\theta_{6;7} \in \mathbb{R}$ e $\theta_{1;8} \in \mathbb{R}$
- Quando $\sin(\theta_{6;7}) = 0$, tem-se: $\theta_{1;2} \in \mathbb{R}$, $\theta_{6;7} = n\pi$ (II), ($n = 0, 1, 2, \dots$) e $\theta_{1;8} \in \mathbb{R}$
- Quando $\frac{\cos(2\theta_{1;8})}{2} - \frac{1}{2} = 0$, tem-se: $\theta_{1;2} \in \mathbb{R}$, $\theta_{6;7} \in \mathbb{R}$ e $\theta_{1;8} = n\pi$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) (III)

2. Bloco \mathbf{U}_2 :

- Única solução: $\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} = 0$ (IV).

A Figura 4.7 ilustra as seguintes configurações singulares referente a: a) Configuração I; b) Configuração II e c) Configuração IV. Combinando-se as soluções I e IV, observa-se que elas correspondem à restrição para que seja possível o modo cilíndrico através do alinhamento das juntas \mathcal{S}_4 e \mathcal{S}_8 .

Na configuração III, observa-se que a variável $\theta_{1,8}$ posiciona o mecanismo em um plano fazendo ele entrar no seu local de bifurcação.

4.2.4. Modo Planar

Nesse modo, como o mecanismo é planar, as juntas a serem ativas podem ser três das seguintes juntas: $\$1$, $\$2$, $\$3$, $\$5$, $\$6$ e $\$7$. Foram selecionadas, a partir do local de bifurcação, as seguintes juntas para serem as ativas (colunas a serem retiradas da matriz \hat{M}_N): $\$1$, $\$2$ e $\$3$.

A matriz de helicoides unitários em rede secundária para o modo planar, apelidado com a letra “E”, resultante é:

$$\hat{M}_{N_{sec}}[E] = \begin{bmatrix} s_{123} & -s_8 & -s_8 & -s_8 & 0 \\ -c_{123} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -c_8 & -c_8 & -c_8 & 0 \\ 0 & -L c_8 (c_{67} + c_7) & -L c_8 c_7 & 0 & 0 \\ 0 & -L (s_{67} - 2 c_8 + s_7) & L (2 c_8 - s_7) & 2 L c_8 & 0 \\ -L (s_{23} + s_3 + 1) & L s_8 (c_{67} + c_7) & L c_7 s_8 & 0 & 2 L \end{bmatrix}$$

Ela possui seis linhas e cinco colunas, o que resulta em seis equações e cinco variáveis. Com o apoio computacional, através do método de escalonamento de linhas, encontra-se uma linha nula e conclui-se que o posto dessa matriz é cinco. Assim, tem-se a presença de dependência linear nessa matriz.

4.2.4.1. Método de Simplificação do Jacobiano

Aplica-se, então, o método proposto na Seção 3 para eliminar a dependência linear encontrada na matriz $\hat{M}_{N_{sec}}[E]$.

Já que, neste caso, considera-se o mecanismo no modo planar, as juntas $\$4$ e $\$8$ são travadas naturalmente. Por isso, simplifica-se a matriz adotando que $\theta_{1;8} = 0$. Realizando-se a decomposição de Dulmage-Mendelson, tem-se:

$${}^p\hat{M}_{N_{sec}}[E][\theta_{1;8} = 0] = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -L (s_{67} + s_7) & -L s_7 & 0 & 0 \\ 0 & -L (c_{67} + c_7) & -L c_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -c_{123} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{123} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L (s_{23} - 2 c_{123} + s_3 + 1) \end{bmatrix}$$

Análise de Dependência Linear: Observa-se que existem duas linhas completas com zeros, exceto por um elemento cada, na mesma coluna, o que faz diminuir o posto da matriz. Tratam-se da quinta e

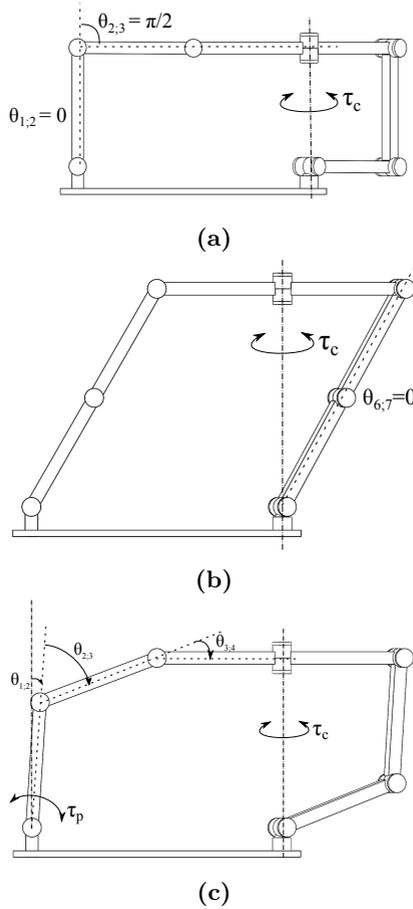


Figura 4.7: Três singularidades cinemáticas do 8-barras cinematotrópico: a) $\theta_{2;3} = \frac{\pi}{2} - \theta_{1;2}$, que bloqueia o movimento τ_p ; b) $\theta_{6;7} = 0$, que também bloqueia o movimento τ_p ; c) $\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} = 0$ identifica o modo de operação do mecanismo.

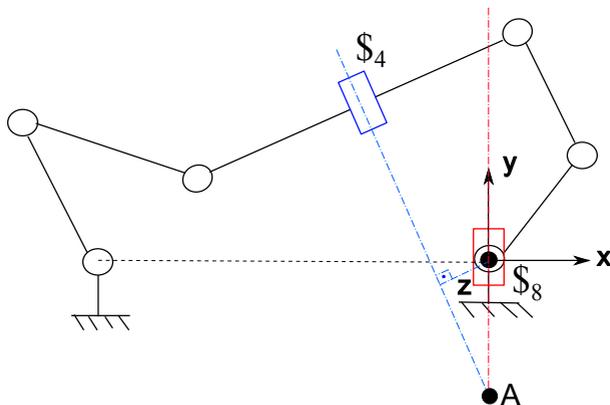


Figura 4.8: Eixos dos helicoides das juntas $\$4$ e $\$8$ no modo planar do mecanismo de oito barras cinemotrópico se encontram em um ponto A na coordenada y .

da sexta linhas, que são linearmente dependentes entre si. O coeficiente $-L(s_{23} - 2c_{123} + s_3 + 1)$ de uma das componentes de velocidade é linearmente dependente do coeficiente s_{123}

Método de Transformação do Referencial Absoluto: Para determinar o novo ponto de origem do sistema de coordenadas absoluto, o sistema de helicoides que se encontra o mecanismo deve ser estudado. Apesar de considerar as variáveis das juntas $\$4$ e $\$8$ nulas, pelo fato do mecanismo está no modo planar, os helicoides representantes dessas juntas estão presentes na matriz jacobiana em questão.

A junta $\$4$, representada na Figura 4.8, gera suas componentes de velocidade linear apontadas no eixo z , mas no ponto A , sobre o eixo y , essas componentes desaparecem.

O novo ponto de origem deve coincidir exatamente no ponto A onde as componentes de velocidade linear das juntas travadas se anularam. Para identificar o vetor de posição \mathbf{a} do ponto A , consideram-se a reta r , correspondente ao eixo da junta $\$4$ e s , correspondente ao eixo da junta $\$8$. O ponto B , onde se está localizada a junta $\$4$, é utilizado gerar a expressão da reta r . Logo, tem-se as seguintes expressões das retas r e s :

- $r : y - (Lc_1 + Ls_{12} + Ls_{123}) = \tan(\theta_1 + \theta_2\theta_3 + \pi/2)(x - (Ls_1 + Lc_{12} + Lc_{123}))$;
- $s : x = 0$;

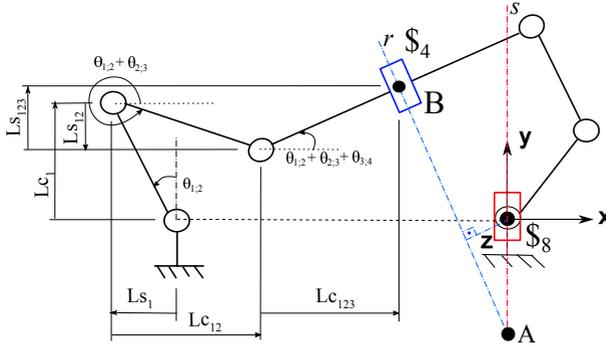


Figura 4.9: Posição do ponto A em função das variáveis das juntas.

Logo, o sistema de equações para encontrar o valor de y do ponto de encontro entre as duas retas, referentes ao ponto A , resulta em:

$$y = (Lc_1 + Ls_{12} + Ls_{123}) + \tan(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \pi/2)(x - (-2L - Ls_1 + Lc_{12} + Lc_{123}))$$

Logo, o vetor posição \mathbf{a} é:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ (Lc_1 + Ls_{12} + Ls_{123}) + \tan(\theta_{123} + \pi/2)(2L + Ls_1 - Lc_{12} - Lc_{123}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde $\theta_{123} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3$.

Assim, considerando o vetor apresentado na Equação 4.1, a matriz de transformação \mathbf{T}_m correspondente à translação da origem de coordenadas absoluta ao ponto A resulta em:

$$\mathbf{T}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L(c_1 + s_{12} + s_{123}) + L \tan(\theta_{123} + \pi/2)(2L + s_1 - c_{12} - c_{123}) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O próximo passo é transformar todas as variáveis vetoriais, \mathbf{s}_a e s_{O_a} , das juntas a do mecanismo utilizando as Equações 3.7 e 3.8 para reconstruir os helicoides das juntas. Todo o processo de análise cinemática da Seção 2.4.1 à partir da análise de Davies deve ser realizado novamente.

Com isso, finalmente, é preciso refazer toda a etapa de análise cinemática hierárquica, como previsto na Seção 3. A matriz de helicoides em rede secundária permutada transformada ${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E]$ então resulta em:

$${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E] = \left[\begin{array}{c|cc|cc} 1 & -c_{123} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{123} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -L(s_{67} + s_7) & -L s_7 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1 & Z_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

sendo:

$$\begin{aligned} Z_1 = & -L(2 \cot_{123} - c_{123} - c_{12} + c_{67} - c_1 \\ & + c_7 + \cot_{123} s_{12} + \cot_{123} s_1 \\ & - \frac{\cos(2\theta_{1;2} + 2\theta_{2;3} + 2\theta_{3;4}) + 1}{2c_{123}}) \end{aligned}$$

$$Z_2 = -\frac{L(2c_{123} + Z_3 - s_{23} - s_3 + Z_4 - 1)}{\sin(\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4})}$$

$$Z_3 = \frac{\sin(\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} + \theta_{7;8})}{2}$$

$$Z_4 = \frac{\sin(\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} - \theta_{7;8})}{2}$$

Ao se analisar a matriz ${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E]$, é possível observar que a última linha foi anulada e que três blocos se formaram. O primeiro, na ordem descendente, correspondente a ao elemento da primeira linha com a primeira coluna de ${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E]$, sendo assim constante e igual a um.

O segundo bloco é o elemento da segunda linha com a segunda coluna de ${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E]$. Logo, $U_2 = s_{123}$ cujo determinante é:

$$\Delta_2 = s_{123}$$

O terceiro bloco é o:

$${}^{p;t}\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E] = \begin{bmatrix} -L(s_{67} + s_7) & -L s_7 & 0 \\ Z_1 & Z_2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

e seu determinante é:

$$\Delta_3 = -L^2 \sin(\theta_{6;7})$$

As soluções para o determinante nulo dos blocos 2 e 3, respectivamente são:

$$\theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4} = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.2)$$

$$\theta_{6;7} = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Por outro lado, observa-se também em ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E][\theta_{1;8} = 0]$, a existência de dois elementos, em uma mesma coluna, dependentes de $\theta_{123} = \theta_{1;2} + \theta_{2;3} + \theta_{3;4}$. Porém, ao se aplicar a solução expressa na Equação (4.2), reduz-se uma linha da matriz ${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E][\theta_{1;8} = 0]$ em uma linha nula. Retirando-se essa linha nula, tem-se:

$${}^p\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}[E][\theta_{1;8} = \theta_{123} = 0] = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -L(s_{67} + s_7) & -Ls_7 & 0 \\ 0 & 0 & -L(c_{67} + c_7) & -Lc_7 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & -L(s_{23} + s_3 - 1) \end{array} \right]$$

Logo, percebe-se a existência de dois blocos não-constantos. O primeiro bloco não nulo corresponde a \mathbf{U}_1 que contém os elementos frutos da intersecção entre as linhas 3 e 4 e as colunas 3 e 4. O segundo bloco não nulo corresponde a \mathbf{U}_2 que contém elemento da linha 5 e coluna 5. O determinante dos blocos \mathbf{U}_1 e \mathbf{U}_2 são, respectivamente:

$$\Delta_1 = L^2 s_6$$

$$\Delta_2 = s_{23} + s_3 - 1$$

As soluções para o determinante nulo dos blocos (singularidade) são:

1. \mathbf{U}_1 : $\theta_{6;7} = n\pi, n = 0, 1, 2, 3, \dots$
2. \mathbf{U}_2 : $s_{23} + s_3 - 1 = 0$

Assim, a solução para o determinante do bloco \mathbf{U}_2 no item 2, combinado com a restrição $\theta_{123} = n\pi$, sendo $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ refere-se ao local de bifurcação dos modos de operação do mecanismo.

4.3. Considerações Finais

A metodologia desenvolvida neste trabalho, através de métodos que abordam desde a modelagem cinemática à análise do jacobiano do mecanismo e de suas dependências lineares, permite a identificação das configurações singulares em dado modo de operação.

Através da identificação dos locais de bifurcação de mecanismos cinematotrópicos, foi possível propor a metodologia foco deste trabalho.

Nota-se que o método de simplificação permite que o processo a metodologia avance mesmo quando matriz $\hat{\mathbf{M}}_{N_{sec}}$ apresente dependências lineares entre as linhas.

Capítulo 5

Conclusão

Esta dissertação propôs uma metodologia para se buscar todas singularidades cinemáticas em mecanismos tanto reconfiguráveis como tradicionais através de ferramentas matemáticas em um processo sistemático.

Além disso, sugeriu um novo esquema de relacionamento entre os tipos de mecanismos reconfiguráveis através da Figura 2.6 que classifica os mecanismos reconfiguráveis em, principalmente: mecanismos de topologia variável e mecanismos com rearranjo de juntas. A classificação proposta foi concebida a partir de uma análise das características topológicas de diversos tipos de mecanismos reconfiguráveis criados até hoje.

Em se tratando da metodologia proposta, foco deste trabalho, ela foi elaborada principalmente a partir do conceito de modos de operação de mecanismos, da Teoria de Helicoides [16], do método de Davies [6, 7] e da análise cinemática hierárquica [22].

Pelo método de Davies se alcança o jacobiano do modo de operação do mecanismo e pela análise cinemática hierárquica, suas singularidades cinemáticas, como mostrado no fluxograma da Figura 3.2. Para os casos em que o jacobiano manifesta um posto menor que o número de linhas, uma técnica de redução de linhas dependentes ou nulas é necessária, como por exemplo, o método de simplificação do jacobiano proposto.

O método de simplificação consiste em deslocar estrategicamente o referencial absoluto para eliminar algumas informações de componentes de velocidades de juntas auxiliando na eliminação das linhas linearmente dependente da matriz jacobiana do mecanismo.

No Capítulo 4, a metodologia foi aplicada em dois mecanismos cinematográficos, encontrados na literatura: um de quatro juntas e dois

modos de operação, e outro de oito juntas e dois modos de operação.

Através do estudo realizado, verificou-se que o fato de mecanismos poderem apresentar juntas com inter-dependência linear exige o uso do método de simplificação.

De forma mais abrangente que métodos propostos nos trabalhos de Bohigas et al.[24] e de Bonev et al.[25], a metodologia proposta nesta dissertação contempla: a modelagem da cinemática de mecanismos reconfiguráveis por meio de helicoides, análise cinemática e identificação de configurações singulares sistematicamente.

5.1. Trabalhos Futuros

Há três temas para trabalhos futuros que podem ser indicados:

- *Sistematização do método de simplificação de matrizes jacobianas:*

Esse método precisa de um estudo prévio dos helicóides de movimento gerados por cada junta do mecanismo para identificar o local do novo sistema de coordenadas instantâneo. Por depender da cinemática específica do mecanismo, ainda não foi identificada uma forma genérica de se encontrar esse ponto instantâneo. Um estudo genérico do sistema de helicóides de cada perna do mecanismo em um dado modo de operação pode ser um importante ponto de partida para esse fim.

- *Uso da metodologia proposta para concepção de mecanismos cinematotrópicos:*

Como esse tipo de sistema mecânico ainda é uma novidade na literatura, a metodologia proposta nesse trabalho pode ser utilizada para identificar as singularidades dos novos mecanismos cinematotrópicos a serem concebidos em futuros projetos.

- *Aplicar a metodologia a mecanismos de cadeia complexa:*

Foram encontrados na literatura atual, mecanismos reconfiguráveis complexos que possuem várias juntas e características semelhantes aos cinematotrópicos. Tratam-se de mecanismos paralelos com um grande número de juntas, complexos, como por exemplo o chamado *DYMO* [38], observado na Figura 5.1.

Ele é composto por quinze juntas rotativas e que contém aspectos relacionados aos cinematotrópicos em cada perna. Isso se dá pois existem juntas rotativas em cada perna que quando alinhas, transformam o completamente o seu modo de operação.

O local de bifurcação do *DYMO* é a configuração em que o centro

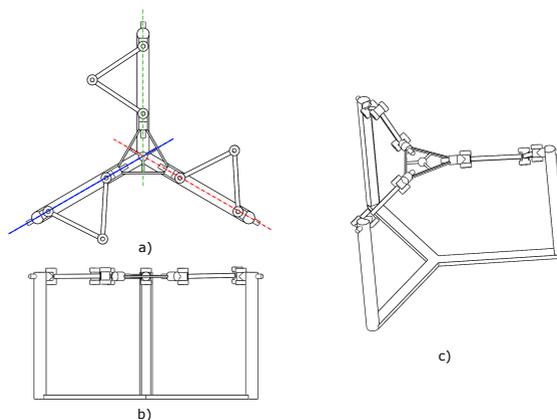


Figura 5.1: Mecanismo DYMO que é composto por quinze juntas e cinco modos de operação.

da plataforma se encontra no centro da base e as juntas estão alinhadas nos eixos coloridos como mostrado nas vistas frontal, superior e isométrica do mecanismo na Figura 5.1. Alguns dos seus modos de operação são: plataforma travada (Figura 5.2(a)), planar (Figura 5.2(b)), tridimensional translacional (Figura 5.2(c)) e tridimensional rotacional (Figura 5.2(d)). Esses modos são atingidos ao se realizar determinados movimentos a partir do local de bifurcação.

Logo, a aplicação da metodologia em mecanismos desse porte de complexidade poderia fornecer uma grande contribuição.

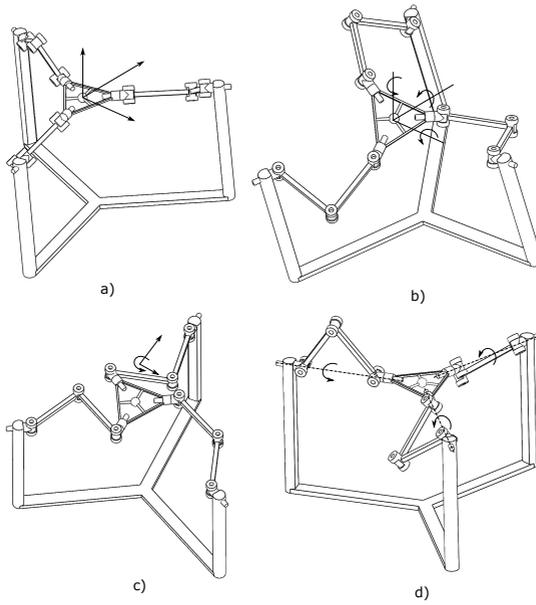


Figura 5.2: Modos de operação do mecanismo DYMO: a) tridimensional translacional; b) tridimensional translacional; a) planar; b) plataforma travada.

Referências

- 1 WOHLHART, K. Kinematotropic linkages. **Recent Advances in Robot Kinematics**. Springer Netherlands., p. 359–368., 1996.
- 2 KUO, C.-H.; DAI, J. S.; YAN, H.-S. Reconfiguration principles and strategies for reconfigurable mechanisms. In: **Reconfigurable Mechanisms and Robots. ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–7.
- 3 YAN, H.-S.; KUO, C.-H. Structural analysis and configuration synthesis of mechanisms with variable topologies. In: **Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009. ReMAR 2009. ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 23–31.
- 4 CAI, G.; PAN, Y.; WANG, H.; DAI, J. Biological modeling representations and configuration evolution analysis of a novel metamorphic loading mechanism. In: DAI, J. S.; ZOPPI, M.; KONG, X. (Ed.). **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I**. Springer London, 2012. p. 63–71. ISBN 978-1-4471-4140-2. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4471-4141-9_7>.
- 5 DAI, J.; CANNELLA, F. Stiffness characteristics of carton folds for packaging. **Journal of Mechanical Design**, v. 130, n. 2, 2008.
- 6 CAZANGI, H. R.; MARTINS, D. Kinematic analysis of automotive gearbox mechanisms using davies' method. **Proceedings 19th International Congress of Mechanical Engineering-COBEM**, 2007.

- 7 CARRETO, V. et al. **Estudo de mecanismos auto-alinháveis usando análise de dependências estáticas e cinemáticas.** Dissertação (Mestrado), 2010.
- 8 LIU, C.-H. The variable graph of metamorphic mechanisms or variable topology mechanisms. **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I , 2012, ReMAR 2012 : The Second ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 161–176, 2012.
- 9 DAI, J.; ZOPPI, M.; KONG, X. (Ed.). **Reconfigurable Mechanisms and Robots.** [S.l.]: KC Edizioni, 2009.
- 10 DAI, J.; ZOPPI, M.; KONG, X. (Ed.). **Advances in Mechanisms and Robots I.** [S.l.]: Springer, 2012.
- 11 DAI, J. S.; JONES, J. R. Matrix representation of topological changes in metamorphic mechanisms. **Journal of Mechanical Design**, v. 127, p. 837–840, 2005.
- 12 ZHANG Y. FANG, G. W. K.; DAI, J. S. Structural representation of reconfigurable linkages. **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I , 2012, ReMAR 2012 : The Second ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 127–138, 2012.
- 13 LIU, C.-H. The configuration-function transition digraphs of metamorphic mechanisms or variable topology mechanisms. **Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009. ReMAR 2009. ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 110–117, 2009.
- 14 LI Y. ZHANG, S. S.; WANG, H. Joint-gene based variable topological representation and configuration. **Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009. ReMAR 2009. ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 340–346, 2009.
- 15 ZHANG, W.; DING, X. A method for configuration representation of metamorphic mechanisms with information of component variation. **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I , 2012, ReMAR 2012 : The Second ASME/IFToMM International**

Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots, v. 1, p. 13–24, 2012.

16 TSAI, L.-W. **Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1999.

17 KONG, X.; GOSSELIN, C. M. **Type synthesis of parallel mechanisms**. [S.l.]: Springer Publishing Company, Incorporated, 2007.

18 SIMAS, H.; CRUZ, D. da; GUENTHER, R.; MARTINS, D. A collision avoidance method using assured virtual chains. In: **ABC symposium series in mechatronics, of ABCM symposium series**. [S.l.: s.n.], 2007. v. 3, p. 316–325.

19 DAVIDSON, J.; HUNT, K. **Robots and Screw Theory: Applications of Kinematics and Statics to Robotics**. [S.l.]: Oxford University Press, 2004.

20 DAVIES, T. Freedom and constraint in coupling networks. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications, v. 220, n. 7, p. 989–1010, 2006.

21 DAVIES, T. Kirchhoff's circulation law applied to multi-loop kinematic chains. **Mechanism and Machine Theory**, v. 16, n. 3, p. 171–183, 1981.

22 MARTINS, D.; GUENTHER, R. Hierarchical kinematic analysis of robots. **Mechanism and machine theory**, Elsevier, v. 38, n. 6, p. 497–518, 2003.

23 GOSSELIN, C.; ANGELES, J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. **Robotics and Automation, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 6, n. 3, p. 281–290, 1990.

24 BOHIGAS, O.; ZLATANOV, D.; ROS, L.; MANUBENS, M.; PORTA, J. M. A general method for the numerical computation of manipulator singularity sets. **Robotics, IEEE Transactions on**, IEEE, v. 30, n. 2, p. 340–351, 2014.

25 BONEV, I. A.; ZLATANOV, D.; GOSSELIN, C. M. Singularity analysis of 3-dof planar parallel mechanisms via screw theory. **Journal**

of **Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 125, n. 3, p. 573–581, 2003.

26 GALLETTI, C.; FANGHELLA, P. Single-loop kinematotropic mechanisms. **Mechanism and Machine Theory**, v. 31, p. 743–761, 2001.

27 GIANNOTTI, E.; GALLETTI, C. Synthesis of single-loop kinematotropic mechanisms.

28 GOGU, G. Branching singularities in kinematotropic parallel mechanisms. In: **Computational Kinematics**. [S.l.]: Springer, 2009. p. 341–348.

29 WEI, W. A. G.; DAI, J. S. Prehension analysis and manipulability of an anthropomorphic metamorphic hand with a reconfigurable palm. **International Conference on Robotics and Biomimetics**, v. 1, p. 609–619, 2011.

30 KONG, X. Type synthesis of partially decoupled 2-dof parallel mechanisms with two 1t1r operational modes. **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I , 2012, ReMAR 2012 : The Second ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 245–257, 2012.

31 CHANG, L.-Y.; KUO, C.-H. On the matrix representation methods for variable topology mechanisms. In: . [S.l.]: Springer, 2012. v. 1, p. 73–81.

32 KOTLARSKI H. ABDELLATIF, T. O. J.; HEIMANN, B. Enlarging the useable workspace of planar parallel robots using mechanism of variable geometry. **Reconfigurable Mechanisms and Robots, 2009. ReMAR 2009. ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 94–103, 2009.

33 ZHANG, L.; DAI, J. S. An overview of the development on reconfiguration. **Advances in Reconfigurable Mechanisms and Robots I , 2012, ReMAR 2012 : The Second ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**, v. 1, p. 8–11, 2012.

- 34 YE, W.; FANG, Y.; ZHANG, K.; GUO, S. A new family of reconfigurable parallel mechanisms with diamond kinematotropic chain. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 74, p. 1–9, 2014.
- 35 ZENG, Q.; EHMANN, K. F. Design of parallel hybrid-loop manipulators with kinematotropic property and deployability. **Mechanism and Machine Theory**, Elsevier, v. 71, p. 1–26, 2014.
- 36 BRONSON, R. **Matrix methods: an introduction**. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 1991.
- 37 HUN, K. Robot kinematics — a compact analytic inverse solution for velocities. **Journal of Mechanical Design**, American Society of Mechanical Engineers, v. 109, n. 1, p. 42–49, 1987.
- 38 ZLATANOV, D.; BONEV, I. A.; GOSSELIN, C. M. Constraint singularities as c-space singularities. In: **Advances in Robot Kinematics**. [S.l.]: Springer, 2002. p. 183–192.

Anexo I

Algoritmo de Busca de Singularidades Cinemáticas para Matlab

I.1. Função para Matlab - main.m

```

% AUTOR: Henrique Prado Santos

% Informacoes de entrada do mecanismo sao colhidas atraves de
% perguntas feitas ao usuario.
% As informacoes do determinante dos blocos da matriz jacobiana
% estao no vetor mec.MnSecPerBloDet

% Fornecimento e tratamento das informacoes de entrada do mecanismo

mec = askInput();
writeInput(mec);
mec = readInput( '3R3' );
%%
mec.mS = sym(mec.tableData(:,3:5)).';
mec.mSo = sym(mec.tableData(:,6:8)).';
mec.mh = sym(cell2mat(mec.tableData(:,9))).';
mec.mHij = double(cell2mat(mec.tableData(:,[1 2]))).';

mec.mI = zeros(mec.nLinks, mec.nJoints); % matriz de incidencia
%do mecanismo
mec.mA = zeros(mec.nLinks, mec.nLinks); % matriz de adjacencia
%do mecanismo
mec.toFrameJ = cell(mec.nJoints, 1); % vetor com informacoes
%para transformacao rigidas das juntas da base
mec.nS = sym(zeros(3, mec.nJoints)); % vetor eixo do helicoides
mec.nSo = sym(zeros(3, mec.nJoints)); % vetor posicao do helicoides
mec.mD = sym(zeros(6, mec.nJoints)); % matriz de helicoides diretos
mec.v = sym(zeros(1, mec.nJoints)); % vetor de variaveis

for i = 1:mec.nJoints
    if mec.mHij(1,i) > mec.mHij(2,i)
        a = -1;
    else
        a = 1;
    end

    mec.mI(mec.mHij(1,i),i) = a;
    mec.mI(mec.mHij(2,i),i) = -a;
end

mIe = rref(mec.mI);
id = eye(mec.nJoints-mec.nV+1);
b = 0;
co = [];
nco = [];

for i = 1:mec.nJoints
    a = sum(mIe(:,i) .* id(:,i-b));
    if a

```

```

        co = [co i];
        b = b+1;
    else
        nco = [nco i];
    end
end
mec.mB = [mle(1:(end-1), co).', eye(mec.nV)];
mec.mS = mec.mS(:, [nco co]);
mec.mSo = mec.mSo(:, [nco co]);
mec.mh = mec.mh(:, [nco co]);
mec.mHij = mec.mHij(:, [nco co]);

for i = 1:mec.nJoints
    if mec.mh(i) ~='inf'
        str = 'q_%d_%d';
    else
        str = 'd_%d_%d';
    end
    mec.v(1,i) = sym(sprintf(str, mec.mHij(1,i), mec.mHij(2,i)));

    mec.mA(mec.mHij(1,i),mec.mHij(2,i)) = 1;
    mec.mA(mec.mHij(2,i),mec.mHij(1,i)) = 1;
end

toFrame = cell(mec.nLinks, 1);
for i = 1:mec.nLinks
    toFrame{i, 1} = dijkstra(mec.mA, mec.frameLink, i);
end

% Transformacao dos helicoides em relacao a base em funcao da
%sucessao de juntas
for i = 1:mec.nJoints

    a = toFrame{mec.mHij(1,i),1};
    b = toFrame{mec.mHij(2,i),1};
    if length(a) >= length(b)
        mec.toFrameJ{i} = b;
    else
        mec.toFrameJ{i} = a;
    end

    AA = sym(eye(4));
    T = sym(eye(4));

    for j = 2:length(mec.toFrameJ{i,1})

        for k = 1:mec.nJoints
            a = mec.toFrameJ{i,1}(1,j);
            b = mec.toFrameJ{i,1}(1,j-1);
            c = mec.mHij(1,k);
            d = mec.mHij(2,k);
            if ( c == a && d == b ) || ( d == a && c == b )
                break
            end
        end

        h = mec.mh(k);
        if h == inf
            q = 0;
            d = mec.v(1,k);
        else
            q = mec.v(1,k);
            d = h*q;
        end

        AA = AA*rodrigues(mec.mS(:,k),mec.mSo(:,k),q,d);

        if j == 2
            T(1:3,4) = mec.mSo(:,k);
        end
    end

end

mec.nS(:,i) = simplify(AA(1:3,1:3)*mec.mS(:,i));
nSo = T*AA*[mec.mSo(:,i); 1];
mec.nSo(:,i) = simplify(nSo(1:3,1));

if mec.mh(i) == inf
    mec.mD(:,i) = [zeros(3,1); mec.nS(:,i)];
else

```

```

        mec.mD(:,i) = [mec.nS(:,i);...
                    cross(mec.nSo(:,i), mec.nS(:,i)) + mec.mh(i)*mec.nS(:,i)];
    end
end

% Atualizacao da matriz de helicoides diretos
mec.mD = simplify(mec.mD);

mec.MnBoo = zeros(6*mec.nV, mec.nJoints);
mec.Mn = sym(mec.MnBoo);

for i = 1:mec.nV
    mec.Mn((6*i-5):6*i, :) = mec.mD*diag(mec.mB(i,:));
end

% Matriz de helicoides unitarios em rede
mec.Mn = simplify(mec.Mn);

%% Variaveis primarias e secundarias
if ~isfield(mec, 'ivp') || ~isfield(mec, 'ivs');
    disp('Variaveis ');
    disp([sym(1:mec.nJoints); mec.v])
    disp(' ');
    str = input('Quais os indices das variaveis primarias? ', 's');

    mec.ivp = cell2mat(textscan(str, '%d')).';

    mec.ivs = zeros(1, mec.nJoints-length(mec.ivp));
    a = 1;

    for i = 1:mec.nJoints
        if ~sum(find(mec.ivp == i))
            mec.ivs(1,a) = i;
            a = a+1;
        end
    end
end

%% Matriz de helicoides unitarios em rede secundaria
mec.MnSec = mec.Mn(:, mec.ivs);

for i = 1:6*mec.nV;
    for j = 1:mec.nJoints;
        if mec.Mn(1,j) ~= sym(0)
            mec.MnBoo(i,j) = 1;
        end
    end
end

mec.MnSecBoo = mec.MnBoo(:, mec.ivs);

% Matriz de helicoides unitarios em rede secundaria decomposta por
%Dulmage-Mendelsohn
[p, q, r, s] = dmperm(mec.MnBoo);
mec.MnPer = mec.Mn(p,q);
mec.MnPerBoo = mec.MnBoo(p,q);
mec.MnPerBlo = blocos(r, s, mec.MnPer);

[p, q, r, s] = dmperm(mec.MnSecBoo);
mec.MnSecPer = mec.MnSec(p,q);
mec.MnSecPerBoo = mec.MnSecBoo(p,q);
mec.MnSecPerBlo = blocos(r, s, mec.MnSecPer);

mec.MnSecPerBloDet = sym(zeros(size(mec.MnSecPerBlo, 1),1));
for i = 1:size(mec.MnSecPerBlo, 1)
    mec.MnSecPerBloDet(i,1) = det(mec.MnSecPerBlo{i,i});
end

% Vetor dos determinantes dos blocos de mec.MnSecPer
mec.MnSecPerBloDet = simplify(mec.MnSecPerBloDet);

% Calculo das restricoes e liberdades do mecanismo
dim = 6;

ran = double(rank(mec.Mn));
cn = dim*mec.nV - ran;

```

```

fn = mec.nJoints - ran;

% Calculo das restricoes e liberdades do mecanismo com juntas ativas
%bloqueadas
ranS = double( rank(mec.MnSec) );
cnS = dim*mec.nV - ranS;
fnS = length(mec.ivs) - ranS;

```

I.2. Função para Matlab - askInput.m

```

% Autor: Henrique Prado Santos

% Funcao inclusa no main.m para colher informacoes do mecanismo
%atraves de perguntas ao usuario

function mec = askInput()

flag = 1;

while flag

    disp(' ');
    disp('Qual o nome do mecanismo?')
    name = input(':: ','s');

    disp('Quantos elos tem o mecanismo?')
    nLinks = input(':: ');

    disp('Quantas juntas tem o mecanismo?')
    nJoints = input(':: ');

    % numero de Circuitos
    nV = nJoints - nLinks + 1;

    disp('Quantos sao as dimensoes do espaco?')
    nSysDim = input(':: ');

    % numero de graus de liberdade do mecanismo
    nDoF = nJoints - nSysDim*nV;

    if nDoF < 0
        disp('Mecanismo inviavel !!!')
        disp('Tente Novamente.')
        disp(' ')
    else
        flag = 0;
    end

end

disp('Qual o elo base do sistema?')
frameLink = input(':: ');

disp(' ')
disp('Preencha a tabela e pressione OK.')
disp(' ')

% figure
hfig = figure('Position', [100, 100, 900+80*nV, 300],...
    'Name', 'Tabela - Caracteristicas das Juntas');

% table
tab_colname(1,:) = {'i->', '->j', 'Sx', 'Sy', 'Sz', 'Sox', 'Soy', 'Soz', 'Passo'};
nCol = length(tab_colname);
tab_colformat(1,:) = {'numeric', 'numeric', ...
    'char', 'char', 'char', 'char', 'char', 'char', ...
    'numeric'};
tab_coledit = true(1,nCol);
tab_dat = repmat({0, 0, '0', '0', '0', '0', '0', 0}, nJoints, 1);

htab = uitable('Units', 'normalized', 'Position', [0.1 0.1 0.9 0.9], ...
    'Data', tab_dat, ...
    'ColumnName', tab_colname, ...
    'ColumnFormat', tab_colformat, ...
    'ColumnEditable', tab_coledit, ...
    'RowName', []);

```

```

% button
uicontrol('Style','pushbutton','String','OK',...
    'Position',[20 20 50 20],...
    'Callback',@buttonPressed);

tab_data = cell(nJoints,nCol);

% wait for callback to read table
flag = 1;
while flag,
    drawnow;
end
close(hfig);

mec.tableData = tab_data;
mec.nLinks = nLinks;
mec.nJoints = nJoints;
mec.nV = nV;
mec.nDoF = nDoF;
mec.frameLink = frameLink;
mec.nSysDim = nSysDim;
mec.name = name;

function buttonPressed(~,~) % [source,event]
    tab_data = get(htab, 'Data');
    flag = 0;
end
end

```

I.3. Função para Matlab - blocos.m

```

% Autor: Henrique Prado Santos

% Funcao inclusa no main.m para identificar os
%blocos da matriz jacobiana decomposta por DM e
%separa-los dentro de uma variavel tipo celula.

function blo = blocos(r, s, mn)

lr = length(r)-1;
ls = length(s)-1;

if r(end) == r(end-1)
    lr = lr-1;
end
if s(end) == s(end-1)
    ls = ls-1;
end

blo = cell(lr, ls);

for i = 1:lr
    for j = 1:ls
        blo{i,j} = mn(r(i):r(i+1)-1,s(j):s(j+1)-1);
        if rank(blo{i,j}) == 0
            blo{i,j} = 0;
        end
    end
end
end

```

I.4. Função para Matlab - dijkstra.m

```

function [sp, spcost] = dijkstra(costmatrix, s, d)

% For information about this algorithm
% http://en.wikipedia.org/wiki/Dijkstra%27s_algorithm

% This implementatios is based on

```

```

% http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/
%14661-dijkstra-very-simple

n = size(costmatrix,1);
vn = zeros(1,n);
dist = inf(1,n);
dist(s) = 0;
prev = ones(1,n)*(n+1);

while sum(vn) ~= n
    can = [];
    for i=1:n
        if vn(i) == 0
            can = [can dist(i)];
        else
            can = [can inf];
        end
    end
    [~, u] = min(can);
    vn(u) = 1;
    for i = 1:n
        if costmatrix(u,i) > 0
            if (dist(u) + costmatrix(u,i)) < dist(i)
                dist(i) = dist(u) + costmatrix(u,i);
                prev(i) = u;
            end
        end
    end
end

spcost = dist(d);

sp = d;

while sp(1) ~= s
    if prev(sp(1)) <= n
        sp = [prev(sp(1)) sp];
    else
        error;
    end
end

```

I.5. Função para Matlab - rodrigues.m

```

%Autor: Henrique Prado Santos

% Funcao do main.m usado para construir a matriz de
%transformacao dos vetores das juntas que estao
%ligadas a base por meio de uma sucessao de juntas.
% Usa-se o conceito de helicoides sucessivos e parametros de
%Rodrigues

function Ar = rodrigues(S,So,q,d)

Ar = sym(eye(4));

Ar(1,1) = (S(1,1)^2-1)*(1-cos(q))+1;
Ar(1,2) = S(1,1)*S(2,1)*(1-cos(q))-S(3,1)*sin(q);
Ar(1,3) = S(1,1)*S(3,1)*(1-cos(q))+S(2,1)*sin(q);
Ar(1,4) = d*S(1,1)-So(1,1)*(Ar(1,1)-1)-So(2,1)*Ar(1,2)-So(3,1)*Ar(1,3);

Ar(2,1) = S(1,1)*S(2,1)*(1-cos(q))+S(3,1)*sin(q);
Ar(2,2) = (S(2,1)^2-1)*(1-cos(q))+1;
Ar(2,3) = S(2,1)*S(3,1)*(1-cos(q))-S(1,1)*sin(q);
Ar(2,4) = d*S(2,1)-So(1,1)*Ar(2,1)-So(2,1)*(Ar(2,2)-1)-So(3,1)*Ar(2,3);

Ar(3,1) = S(1,1)*S(3,1)*(1-cos(q))-S(2,1)*sin(q);
Ar(3,2) = S(2,1)*S(3,1)*(1-cos(q))+S(1,1)*sin(q);
Ar(3,3) = (S(3,1)^2-1)*(1-cos(q))+1;
Ar(3,4) = d*S(3,1)-So(1,1)*Ar(3,1)-So(2,1)*Ar(3,2)-So(3,1)*(Ar(3,3)-1);

```