

IVANETE BATISTA DOS SANTOS

**EDWARD LEE THORNDIKE E A CONFORMAÇÃO DE UM NOVO PADRÃO
PEDAGÓGICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
(ESTADOS UNIDOS, PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XX)**

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO: HISTÓRIA, POLÍTICA, SOCIEDADE

PUC / SP

2006

IVANETE BATISTA DOS SANTOS

**EDWARD LEE THORNDIKE E A CONFORMAÇÃO DE UM NOVO PADRÃO
PEDAGÓGICO PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA
(ESTADOS UNIDOS, PRIMEIRAS DÉCADAS DO SÉCULO XX)**

**Tese apresentada à Banca
Examinadora da Pontifícia
Universidade Católica de São Paulo,
como exigência parcial para obtenção
do título de Doutora em Educação:
História, Política, Sociedade, área de
concentração: História da Educação,
sob a orientação da Professora
Doutora Mirian Jorge Warde.**

**PUC / SP
2006**

Banca examinadora

Resumo

Neste trabalho, é examinada a produção de Edward Lee Thorndike relativa ao ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria que teve significativas implicações nas reformas do ensino de Matemática nos Estados Unidos, a partir das primeiras décadas do século XX. A hipótese adotada foi que autor conformou um novo padrão para o ensino de Matemática norte-americano nesse período. Foram analisadas as publicações de Thorndike relativas aos conteúdos matemáticos, à Psicologia e à Educação, com o objetivo de identificar o novo padrão pedagógico que conformou para o ensino de Matemática, bem como a singularidade da sua produção científica, considerando as transformações e debates que estavam ocorrendo, nos Estados Unidos, em relação ao ensino de Matemática nas primeiras décadas do século XX. No que se refere à Psicologia, foram verificados os conceitos que mobilizou para produzir manuais destinados ao aluno da *elementary school* e da *high school*. Foram investigados, também, os diferentes meios utilizados por Thorndike para se dirigir a alunos, professores, psicólogos e educadores matemáticos. Constatou-se que os manuais *The Thorndike Arithmetics* e *The Thorndike Algebra* são a expressão mais sistemática do esforço empreendido pelo autor para aplicar leis e princípios da Psicologia da Aprendizagem e da Educação Experimental por ele mesmo elaborados, que o inscrevem no movimento de modernização do ensino de Matemática dentro e fora dos Estados Unidos.

Palavras-chave: Edward Lee Thorndike; História do ensino de Matemática; Psicologia e ensino de Matemática; Testes e ensino de Matemática; Ensino de Matemática nos Estados Unidos.

Abstract

This study examines the production of Edward Lee Thorndike related to the teaching of Arithmetic's, Algebra, and Geometry, which had important implications in the restructuring of the teaching of Mathematics in the United States, beginning in the first decades of the Twentieth Century. The hypothesis adopted here was that the author came up with a new approach for the teaching of Mathematics in the United States in that period. The publications by Thorndike that were analyzed here were the ones related to the contents that deal with Mathematics, Psychology, and Education, with the objective of identifying the new pedagogical pattern that was developed for the teaching of Mathematics, as well as the singularity of his scientific production, considering the changes and debates that were occurring in the United States in regards to the teaching of Mathematics in the first decades of the Twentieth Century. As for what concerns Psychology, the concepts he adopted in the production of students' manuals designed for the elementary and high school levels were analyzed. Also investigated were the different means that were used by Thorndike to work with students, teachers, psychologists, and educators that taught Mathematics. It was found that the manuals *The Thorndike Arithmetics* and *The Thorndike Algebra* are the most systematic expression of the author's efforts in order to apply the laws and principles of the Psychology of Learning and the Experimental Education that were developed by him, which placed him in the movement of the modernization of the teaching of Mathematics within and without the United States.

Keywords: Edward Lee Thorndike; The History of the Teaching of Mathematics; Psychology and the teaching of Mathematics; Tests and the teaching of Mathematics; Mathematics Teaching in the United States.

Agradecimentos

Se seu nome não estiver na lista apresentada a seguir, peço desculpas e gostaria que soubesse que, em algum momento do processo de produção desta tese, lembrei de você como uma pessoa especial que, mesmo à distância torceu por mim. Mas, gostaria que entendesse o *stress* do final acaba por provocar lapsos de memória que limitam a razão e deixam apenas o que sobrou da emoção. Por conta disso, agradeço especialmente:

À Professora Mirian Jorge Warde, não apenas pela competência e paciência com que cumpriu a tarefa de orientadora. Mas, principalmente, por me permitir conhecer um traço de sua personalidade que não deixa transparecer e que pude constatar das formas mais “diferenciadas” possíveis, a generosidade, que só quem a possui são aquelas pessoas de alta capacidade moral e intelectual. No caso dela, em nenhum momento desse curso, seja nas diversas disciplinas, seja na orientação, omitiu-se em compartilhar hipóteses, coletar e disponibilizar fontes, e de instigar para que cada um acreditasse que podia fazer mais e melhor. Obrigada pelo carinho e por ter possibilitado e fornecido as condições materiais para que eu conhecesse um pouco de Thorndike.

Ao professor Odair, pelas sugestões durante o exame de qualificação e, principalmente porque, durante o primeiro semestre do curso, disse, com seu jeito seguro de quem sabe o que está fazendo, “envie uma mensagem para a sua orientadora, ela vai gostar de saber, que vai fazer o trabalho final da disciplina sobre Edward Lee Thorndike”. O senhor não sabe, mas essa sugestão mudou minha trajetória, ampliando as possibilidades para que aprendesse a estabelecer “conexões” entre Matemática, Inglês, Psicologia e história do ensino de Matemática no Brasil e nos Estados Unidos.

Aos professores do Programa, especialmente ao Professor Bruno, que tem sido um referente não só pela competência como ministrou os cursos dos quais participei, mas também pela forma segura, ética e, ao mesmo tempo, carinhosa com que trata os alunos. Obrigada ainda por controlar minhas “milhas”, toda vez que assistia a uma defesa.

À professora Sonia Iglioni, pelas sugestões apresentadas durante o exame de qualificação.

Aos colegas de doutorado, porque, durante o curso, tive constantes demonstrações de solidariedade e companheirismo. Por isso, agradeço especialmente a Valéria Medeiros, que sempre ligava para saber se eu estava bem e, na reta final, colocou-se à minha disposição para o que eu precisasse em Sampa. Agradeço ainda a Andrew Boyd, pela presteza e disponibilidade com que fez a revisão das “traduções”.

Aos companheiros de doutorado de Sergipe, particularmente a Eva que no primeiro momento contribuiu para que não me sentisse só em São Paulo. E no final, da primeira turma, sobramos eu e Luiz Eduardo, a quem agradeço pelos telefonemas.

À Conceição e Yolanda que, durante o curso e, principalmente, nos últimos dias, ligavam para saber como poderiam ajudar. Falar com vocês já era a grande contribuição. E a Josefa Eliana pelos e-mails para saber se estava tudo bem e desejar boa sorte.

À Itamar Freitas que, quando em São Paulo, foi companheiro daqueles que quando não vai a sua casa todos os dias, liga para saber se está tudo em paz. E a Fábio Alves, que herdou o costume do companheiro desde que chegou a Sampa e agora, no final, teve uma participação decisiva na formatação do texto.

À Suenilde Costa, a “menina” de Sergipe que eu não conhecia até quando chegou para fazer o mestrado na Puc, mas que, aos poucos, foi conquistando meu carinho e respeito, pois, em nenhum momento, se omitiu em abrir mão dos seus afazeres ou lazer para me ajudar em atividades acadêmicas ou não. Obrigada pelo esforço que fez para corrigir o texto da tese.

À Beti e a Corrales, companheiros de longa data e que, durante esses quatro anos, deram demonstrações constantes de carinho e atenção, e todas as vezes que vim em casa elaboraram uma agenda cultural para que eu não me sentisse excluída da turma.

À Soeli, por mais uma vez se fazer presente com o envio de mensagens positivas.

Aos meus colegas do Presidente Vargas e do Leandro Maciel, pelo incentivo e carinho demonstrados nesse período em que estive afastada. Destaque especial para Silvânia, que tomou para si a responsabilidade de não me deixar desatualizada das atividades da nossa famosa “agenda cultural”.

À minha família, sobrinhas, cunhadas e irmãos, particularmente a Ednaldo e Erivaldo, pelo apoio material e emocional. Eri, muito obrigada por me manter atualizada com seus telefonemas diários sobre “tudo” que acontecia com “nossa família”, de forma que, quando voltei, sabia de todos os detalhes, como se não tivesse saído um só minuto de casa. Obrigada, amo muito vocês.

Ao CNPq, pela bolsa concedida.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	01
Definição do tema e do problema	04
Hipótese	22
Corpus Documental	25
Organização dos capítulos	27
CAPÍTULO I	
Edward Lee Thorndike – a trajetória de formação e os debates sobre o ensino de Matemática nos Estados Unidos	30
1.1 – A trajetória de formação e a atuação profissional de Thorndike até 1917, época da publicação de <i>The Thorndike Arithmetics</i>	33
1.2 – O ensino de Matemática nos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX	48
CAPÍTULO II	
<i>The Thorndike Arithmetics e The Thorndike Algebra</i> : um novo padrão para o ensino de Matemática?	70
2.1 – <i>The Thorndike Arithmetics</i> : a organização dos conteúdos	72
2.2 – A organização dos conteúdos em <i>The Thorndike Algebra</i>	102
2.3 – As recomendações para o professor em <i>The Thorndike Arithmetics</i> e em <i>The Thorndike Algebra</i>	109
2.4 – As recomendações para o aluno	114
CAPÍTULO III	
Edward Lee Thorndike e as bases teóricas para a conformação de um novo padrão pedagógico	121
3.1 – O combate à teoria da disciplina mental	127
3.2 – A contribuição da Psicologia da aprendizagem	137
CAPÍTULO IV	
A natureza, a constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas	146
4.1 – A natureza das habilidades matemáticas	152
4.1.1 – A natureza das habilidades aritméticas	152
4.1.2 – A natureza das habilidades algébricas	162
4.2 – A constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas	172

4.2.1 – A constituição das habilidades aritméticas e a importância da formação de hábitos	173
4.2.2 – A constituição das habilidades algébricas	183

CAPÍTULO V

Edward Lee Thorndike e os “testes” utilizados para conformação de um padrão para o ensino de Matemática	190
5.1 – O aumento do uso de testes	201
5.2 – Os testes utilizados nos manuais destinados ao aluno	205
5.2.1 – O aluno da <i>high school</i>	226
5.2.2 – Os usos dos conteúdos algébricos	229

CONCLUSÕES	235
-------------------	------------

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	239
-----------------------------------	------------

ANEXO

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: Folha de rosto do livro <i>The Thorndike Arithmetics – Book one</i>	32
FIGURA 2: Capa do livro <i>The Thorndike Arithmetics – Book One</i>	75
FIGURA 3: Capa do livro <i>The Thorndike Arithmetics – Book Two</i>	94
FIGURA 4: Capa do livro <i>The Thorndike Arithmetics – Book Three</i>	110
FIGURA 5: Capa do livro <i>The Thorndike Algebra</i>	104

LISTA DE QUADROS

QUADRO 2.2: ATIVIDADES COM NÚMEROS MAIORES QUE 10	73
QUADRO 2.1: DISTRIBUIÇÃO DOS CONTEÚDOS EM <i>THE THORNDIKE ARITHMETICS</i>	90
QUADRO 4.1: PERIÓDICOS EM QUE CAPÍTULOS E OS APÊNDICES DE <i>THE PSYCHOLOGY OF ALGEBRA</i> FORAM PUBLICADOS	149
QUADRO 4.2: ESTRUTURA DOS LIVROS <i>THE PSYCHOLOGY OF ARITHMETIC</i> E <i>THE PSYCHOLOGY OF ALGEBRA</i>	151
QUADRO 5.1: ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA APRENDIZAGEM DE ESCRITA E DE LEITURA	196
QUADRO 5.2: ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA COMPREENSÃO DO SIGNIFICADO DE FUNÇÃO MENTAL	197
QUADRO 5.3: ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA APRENDIZAGEM DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS	198
QUADRO 5.4: ASSOCIAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, CONTEÚDOS E O TESTE DE “ESCALA” DA ADIÇÃO	208
QUADRO 5.5: TESTE SOBRE A CINCO HABILIDADES FUNDAMENTAIS	218
QUADRO 5.6: QUANTIFICAÇÃO DAS HABILIDADES ALGÉBRICAS PRESENTES EM LIVROS	232

LISTA DE TABELAS

TABELA 1.1: DISTRIBUIÇÃO DOS CONTEÚDOS ALGÉBRICOS NOS LIVROS DIDÁTICOS 1820 A 1928	61
---	-----------

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, é examinada a produção de Edward Lee Thorndike relativa ao ensino de Aritmética, de Álgebra e de Geometria. Tal opção se justifica pela relevância da intervenção desses estudos para as reformas do ensino de Matemática nos Estados Unidos, durante as primeiras décadas do século XX.

Quando começou a produzir manuais sobre o ensino de Matemática, Thorndike já era um psicólogo reconhecido por pares dentro e fora dos Estados Unidos; um defensor contumaz das provas experimentais, que observava, esmiuçava pequenos detalhes dos processos de aprendizagem, sistematizava e estabelecia leis da aprendizagem e que, por meio das pesquisas que realizou, contribuía tanto para a Psicologia quanto para a Educação.

No que diz respeito aos escritos sobre o ensino de Matemática, tem-se um quantitativo reduzido em relação ao conjunto da produção¹. Ainda assim, pode ser considerado um “educador matemático” em seu tempo, pois, com o objetivo de melhorar o processo ensino-aprendizagem, estabeleceu, nas pesquisas por ele realizadas, ligações entre a Psicologia, a Educação e o ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria, em particular².

Cabe destacar que, segundo Gates (1950), Thorndike teria contribuído para praticamente todos os ramos da Psicologia e da Educação.

Entre suas realizações estão as seguintes: fez o primeiro estudo científico sobre a inteligência e aprendizagem animal (sua dissertação de doutorado marcou o começo da psicologia animal); demoliu a teoria das faculdades e a teoria da disciplina formal, uma realização que revolucionou a educação; desenvolveu as

¹ Para Thorndike (1935, p. 507), Matemática significa “o estudo dos números, das medidas e do espaço. Matemática inclui aritmética, álgebra e geometria”.

² A expressão “educador matemático” só passou a ser utilizada com maior frequência, no Brasil, a partir dos anos 1980, quando foi instalado o primeiro curso de mestrado em Educação Matemática na Unesp de Rio Claro. Apesar de, nos anos 1970, grupos de professores de Matemática já desenvolverem estudo com enfoque no ensino, ainda não existia uma área de saber constituída que englobasse tais estudos (cf. histórico disponível em www.pucsp.br/pos/edmat, coletado em 16 de julho de 2005).

suas leis da aprendizagem, que marcaram o começo do fim do processo mental (memória, percepção, razão etc.) como era adotado na psicologia; formulou a “lei da prontidão e do efeito”, que forneceram a base para o movimento da educação progressiva e tornou-se um tema das mais vigorosa e persistente controvérsia na psicologia moderna; desenvolveu a sua teoria da “transferência de treinamento”, que formou a base da abordagem da utilidade pessoal e social para o estudo do currículo; introduziu os métodos estatísticos para educação e psicologia; inventou a “escala” para medir a qualidade da performance, como em escrita ou composição; iniciou o movimento dos testes; introduziu os métodos de determinar a frequência nos negócios e uso social de atividades e informações em aritmética, leitura, linguagem e outras áreas; desenvolveu métodos e material para ensinar aritmética, álgebra, ortografia, leitura, linguagem e outros conteúdos escolares; formulou uma teoria detalhada sobre “a natureza original do homem” que deu nova importância para a regra do interesse e “prontidão” na educação; desenvolveu um conceito compreensivo das diferenças sociais e inúmeros estudos sobre seu caráter e significado educacional; fez amplas explorações sobre as regras da hereditariedade e ambiente; descobriu aspectos relacionados à aprendizagem de adultos; estudou vocabulários; desenvolveu uma melhor estrutura para os dicionários; desenvolveu teorias sobre a natureza humana em relação à sociedade; estudou muitas instituições sociais, como a estrutura psicológica das grandes e pequenas cidades, negócios e indústrias; e estudou em muitas outras áreas como estética, semântica, interesses e atitudes, orientação vocacional, crianças dotadas, grupos minoritários, fadiga – aparentemente uma lista infinita de realizações (Gates, 1950, p. 29)³.

Por essa longa citação de Gates (1950), é possível verificar os temas que serviram de base para as pesquisas empreendidas por Thorndike, grande parte delas associadas à tentativa de modernizar padrões sociais e de escolarização. Iniciada no final do século XIX e intensificada nas primeiras décadas do século XX, essa produção estava associada às transformações econômicas e sociais norte-americanas e visava atender às demandas de uma população que vinha aumentando quantitativamente e diversificando a composição.

O aumento e a diversificação da população norte-americana decorriam, principalmente, das grandes levadas de imigrantes que estavam chegando ao país. Segundo Allen (1968, p. 176), a população norte-americana praticamente triplicou em 50 anos, “de 31,5 milhões, em 1860, para quase 92 milhões em 1910. Entre 1850 e 1909, a imigração acrescentou à população o espantoso total de aproximadamente 25 milhões de almas”.

Eram imigrantes de origem diversa – ingleses, alemães, irlandeses, asiáticos, russos, tchecos, húngaros, poloneses, sérvios, gregos, italianos. As diferenças

³ A maioria das fontes utilizadas neste estudo está em língua inglesa; a tradução para o português é de minha inteira responsabilidade.

lingüísticas, religiosas, de costumes e tantas outras trazidas pelos recém-chegados eclodiram em conflitos sociais, desde fins do século XIX, destacadamente em grandes centros urbanos, como Chicago e Nova York. A esses conflitos reagiram tanto o governo quanto segmentos da sociedade civil, com respostas de largo espectro, que iam desde as mais pacíficas e integradoras até as mais violentas e discriminatórias. Tiveram primazia as soluções pautadas no princípio de cessar os conflitos pela incorporação social do imigrante à população, até então, predominantemente branca e protestante. Ou seja, prevaleceram as estratégias de eliminação das diferenças pela conversão do imigrante em um “novo americano” (sobre a construção da identidade e da hegemonia norte-americanas ver, dentre outros, Gramsci, 2001; Sass, 2004; Warde, 2001).

Aliado à vultosa e diversificada imigração, o crescente desenvolvimento econômico, desde fins da Guerra Civil, passou a demandar um novo tipo de trabalhador para a indústria, comércio e gerenciamento dos negócios. Quer por um quer por outro fator, dirigentes das instituições públicas e privadas acionaram políticas de organização e pacificação das massas urbanas que clamavam por atendimento. É nesse contexto que a escola e a universidade norte-americanas foram estruturalmente reformadas em seus objetivos, cursos, currículos e duração. Cada componente curricular foi revisto de sorte a contribuir para a fabricação de um “homem novo”.

Nesse ambiente de “americanização” do imigrante e do norte-americano por meio da escola e do ensino, Thorndike mobiliza sua energia intelectual para produzir instrumentos, manuais e testes, que educassem sujeitos capazes de pensar, sentir e agir de forma eficiente e racional diante das transformações econômicas, sociais e políticas por que passavam os Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX.

Definição do tema e da problemática

Para definição do tema e da problemática, foram consultadas teses e dissertações produzidas no Brasil e nos Estados Unidos sobre o ensino de Matemática que tinham como marco cronológico, particularmente as primeiras décadas do século XX, a fim de identificar se e de que forma a produção de Thorndike sobre o ensino de Matemática já havia sido explorada em outros estudos.

No Brasil, os estudos sobre a história do ensino de Matemática são relativamente recentes e em quantidade reduzida. De um total de 692 pesquisas relacionadas à Educação Matemática, incluindo teses e dissertações, foram localizadas apenas 26 investigações⁴ que remetem à história do ensino de Matemática⁵.

Dos trabalhos examinados, apenas Miorim (1995) faz referência explícita a Thorndike. Diz a autora que a justificativa para o ensino de Matemática baseado na argumentação da teoria da disciplina mental foi

fortemente abalada pelos estudos psicológicos desenvolvidos por Edward Lee Thorndike, que questionavam a possibilidade de transferência do que era aprendido em Matemática para outros domínios. Essa posição de Thorndike geraria uma reação imediata por parte da comunidade de educadores matemáticos, que acabaria levando ao desenvolvimento de uma série de outros estudos psicológicos sobre a possibilidade da transferência, ao redirecionamento das justificativas utilizadas para o ensino de Matemática e a um longo debate sobre o valor da disciplina mental no ensino de Matemática, durante as primeiras décadas do século XX (Miorim, 1995, p. 117).

Mesmo destacando a importância dos estudos de Thorndike para uma alteração sobre o entendimento da teoria da disciplina mental, a autora não oferece informações detalhadas seja sobre ele, seja sobre como os estudos experimentais que produziu e que abalaram a “crença” nessa teoria como base da organização curricular. E, em nenhum momento, trata dos estudos, desenvolvidos por esse psicólogo, relacionados diretamente ao ensino de Matemática.

Verifica-se, em alguns dos trabalhos examinados, referência à teoria da disciplina mental, à teoria da disciplina formal ou à transferência de treinamento, mas sem associação ao nome de Thorndike. É o caso do estudo produzido por Martins (1984).

⁴ Trabalhos catalogados – Braga (2003), Bürigo (1989), Castardo (2001), Dassie (2001), Dias (2002), Duarte (2002), Machado (2002), Martino (2001), Martins (1984), Mauro (1999), Mendonça (1998), Miorim (1995), Miranda (2003), Oliveira (1997), Pavanello (1989), Prado (2003), Rocha (2001), Santos (2003), Silva (1992), Sorio (2004), Tavares (2002), Thiengo (2001), Valente (1997), Vitti (1998), Zacaron (1997), Werneck (2003). Cabe destacar que os escritos e pesquisas de Thorndike normalmente são explorados em investigação sobre a Psicologia, com é o caso de Rudolfer (1936), Costa (1993), Nyaradi (1998) e Portugal (2002). A maioria desses estudos mobiliza informações sobre as leis de aprendizagem, obras da Psicologia ou testes educacionais.

⁵ O inventário foi realizado em outubro de 2002 e atualizado em agosto de 2005, em bancos de dados das seguintes instituições: Universidade Estadual de Campinas (Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática – CEMPEM), Universidade de São Paulo (DEDALUS), Pontifícia Universidade Católica – São Paulo, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP. Estes *sites* foram privilegiados porque estão relacionados com instituições que possuem programas ou linhas de pesquisa em Educação Matemática, e que, entre outros objetivos, investigam a História do Ensino de Matemática.

O ensino de Matemática nos Estados Unidos estava sofrendo consideráveis alterações, notando-se duas linhas divergentes, que influenciaram o currículo de aritmética desde os fins do século XIX. São elas: primeira, os defensores da disciplina formal que pensavam que a aritmética, através de treinos intensivos, por meio de exercícios repetidos, poder-se-ia desenvolver certas faculdades mentais das crianças; segunda, os adeptos da experimentação (Martins, 1984, p. 80).

Ao que parece, as fontes que os pesquisadores utilizaram não dão o devido crédito à participação de Thorndike na mudança de entendimento sobre a teoria das faculdades e a teoria da disciplina mental que, no dizer de Gates (1950), foi demolida por esse psicólogo e que isso revolucionou a Educação.

Vale ressaltar ainda que é comum encontrar, em trabalhos que tratam de outras linhas de pesquisa em Educação Matemática, um capítulo ou uma seção onde se faz uma retrospectiva histórica⁶ e que, vez ou outra, tratam de aspectos da história do ensino de Matemática. Curi (2004), por exemplo, apresenta um capítulo denominado *A formação de professores polivalentes no sistema educativo brasileiro: trajetória e quadro atual*, no qual afirma que “a partir dos anos 20 do século XX a influência da Psicologia pode ser constatada nos livros de Thorndike” (Curi, 2004, p. 54).

Essa autora minimiza as informações sobre Thorndike e sobre a produção dele acerca do ensino de Matemática, ao afirmar que ele era um “psicólogo americano, trabalhou com animais e entendia que todo o comportamento de aprendizagem é regulado por punição e recompensa” (Curi, 2004, p. 54). Afirma ainda que a obra “*A nova metodologia da aritmética* de Thorndike foi traduzida no Brasil e teve grande repercussão” (Curi, 2004, p. 54), mas não mobiliza dados que justifiquem tal assertiva. Age da forma semelhante ao informar que Theobaldo de Miranda Santos (1960), no livro *Noções de didática especial*, dedica um capítulo à Didática da Matemática, onde faz referência a Thorndike, o que, segundo ela “permite inferir que, depois de 30 anos, era possível sentir ainda a influência das idéias desse autor no ensino brasileiro” (Curi, 2004, p. 57). A autora informa ainda, em uma nota, que o livro *Didática da Escola Nova*, de Aguayo, publicado em 1956, faz referência a Thorndike, porém, não tira, efetivamente, qualquer consequência desse dado.

⁶ A exploração de trabalhos vinculados a linhas que não estão associadas à história do ensino de Matemática não foi efetuada de forma exaustiva. Por isso, pode ser que existam outras informações sobre Thorndike que não estão aqui arroladas, mas, do que foi dado a perceber, nada que se assemelhe ao objetivo pretendido neste trabalho.

Se a referência a um nome for adotada como critério de “influência”, então, pode-se dizer que Thorndike exerceu “influência” no Brasil também em 1937, quando Euclides Roxo publicou o livro *A Matemática na educação secundária*. Nesse livro, ao tratar do “valor da transferência em educação matemática”, o autor afirma que Thorndike “define-a, mais precisamente, como ‘influência que um melhoramento ou mudança em uma função mental tem sobre outras funções mentais’” (Roxo, 1937, p. 85). Ou, quando diz que as pesquisas de Thorndike demonstram “a quantidade relativamente insignificante de transferência mensurável, resultante do estudo das matérias usuais da escola secundária. Assim, ele acha que, um ano de estudos, tanto em álgebra como de geometria, tais como se acham agora organizadas, aumenta a habilidade do indivíduo para pensar, mas em pequeno grau” (Roxo, 1937, p. 85).

Constata-se, nos trabalhos consultados, que são poucos os que apresentam dados sobre o ensino de Matemática nos Estados Unidos. As informações são esparsas e não permitem, a partir do que se expõe, que se tenha um quadro compreensivo a respeito seja de reformas, seja de intelectuais, seja de livros adotados ou mesmo da organização escolar e curricular dos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX⁷.

A informação mais recorrente sobre os Estados Unidos, na maioria desses estudos, deve-se ao fato de ter sido um professor norte-americano, David Eugene Smith – professor do *Teachers College* da Universidade de Columbia – o autor da proposta para a criação de uma comissão internacional para investigar o ensino de Matemática em diferentes países. A comissão, denominada de *International Commission on the Teaching of Mathematics*, foi instituída durante o IV Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, no período de 6 a 11 de abril de 1908, com dois objetivos: fazer o levantamento das principais tendências presentes no ensino de Matemática nos países participantes do congresso e preparar relatórios sobre as

⁷ Boa parte dos trabalhos examinados utiliza, como uma fonte para coleta das informações sobre os Estados Unidos, um texto de Jeremy Kilpatrick, em espanhol *Historia de la Investigación en Educación Matemática*, como é o caso de Miorim (1995), Tavares (2002), Miranda (2003). Há de se destacar que esse texto, embora trate de um tema mais amplo, ressalta a importância dos estudos empreendidos por Thorndike, ao afirmar que os textos sobre Aritmética, publicados em 1917, a *Psicologia da Aritmética* (1922) e a *Psicologia da Álgebra* (1923), produziram um efeito profundo sobre o ensino de Aritmética norte-americano. Kilpatrick (1992) destaca ainda que as investigações realizadas por Edward Lee Thorndike e Robert S. Woodworth, em 1900, mostraram as limitações de transferência de aprendizagem por meio do treinamento. “Aqueles educadores que consideravam as matemáticas como vitais para o treinamento do pensamento lógico viram as investigações de Thorndike sobre transferência de treinamento como um ataque mortal ao coração de sua disciplina” (Kilpatrick, 1992, p. 31).

informações coletadas para que fossem apresentados durante a realização do congresso seguinte, que aconteceria em Cambridge, em 1912⁸.

Verifica-se ainda, em parte desses trabalhos, que as informações sobre as reformas realizadas nos Estados Unidos e em outros países são acionadas para, de alguma forma, buscar sua “influência” no Brasil. A título de exemplo, o trabalho de Miranda (2003), *A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela educação Matemática brasileira*, apresenta como objetivo estudar “a experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua influência na Educação Matemática Brasileira” (Miranda, 2003, p.8).

Cabe ressaltar que não é intenção, neste estudo, identificar ou quantificar a “influência de Thorndike no Brasil”. No entanto, as informações apresentadas nos parágrafos anteriores servem de indicativo da necessidade de um investimento de pesquisa que permita compreender a contribuição desse psicólogo para o ensino de Matemática das primeiras décadas do século XX, dentro e fora dos Estados Unidos.

Destaque-se também que, em contraposição às pesquisas consultadas, não é objetivo deste estudo arrolar informações a respeito do ensino de Matemática nos Estados Unidos para fins de “comparação” ou ulteriores buscas sobre a “influência norte-americana” no ensino de Matemática no Brasil. Assume-se aqui que é necessário conhecer modelos pedagógicos ou escolares adotados em outros países; quando se tem como foco o ensino no Brasil, o conhecimento dos modelos estrangeiros é indispensável, não para se tecer comparações ou para se verificar “influências” ou, ainda, para se aferir as condições de realização de determinados modelos. O que importa é a identificação da singularidade do caso brasileiro seja pelas apropriações que aqui se fizeram de modelos estrangeiros seja pelos peculiares amálgamas que aqui se produziram de diferentes modelos (cf. Warde 2001 e 2003).

Do levantamento bibliográfico efetuado sobre estudos, que tratam sobre a produção de Thorndike relativa ao ensino de Matemática, nas primeiras décadas do século XX, produzidos nos Estados Unidos não foi localizada nenhuma referência de investigação que tivesse, como foco principal de análise, apenas a produção do autor sobre o ensino de Matemática. Foi possível, no entanto, examinar três trabalhos, Tompkins (1957), Sigurdson (1962) e de Murphy (1988), que, embora não tenham

⁸ Essas informações aparecem em estudos como os de Miorim (1995), Rocha (2001), Duarte (2002), Tavares (2002), Miranda (2003), Werneck (2003).

como foco da investigação os escritos de Thorndike sobre o ensino de Matemática, associam o nome desse psicólogo e à produção dele sobre o tema às reformas ocorridas nas primeiras décadas do século XX.

A tese de Tompkins (1957), intitulada *The development of Arithmetic as an Elementary School Subject since 1900*⁹, teve por objetivo investigar as mudanças na educação aritmética¹⁰ em termos de conteúdos, de objetivos, de métodos de ensino e do lugar da Aritmética no plano educacional durante a primeira metade do século XX, nos programas da *elementary school* norte-americana¹¹.

Destaque-se que a autora presta particular atenção à produção de Thorndike no capítulo denominado *The Thorndike era*, ao afirmar que, no final do século XIX, teriam surgido duas novas teorias na filosofia norte-americana: o pragmatismo e o conexionismo. Para a primeira teoria, a liderança indicada é John Dewey e, para o conexionismo, o nome mais representativo é o de Thorndike.

Segundo Tompkins (1957), Thorndike aplicou os preceitos dessa teoria para a educação aritmética em *The Psychology of Arithmetic*, datado de 1922. Como resultado da publicação desse livro, de acordo com Tompkins (1957), surgiram muitos outros sobre métodos de ensino, alguns adotando completamente a nova teoria e outros, apenas algumas idéias. O próprio Thorndike publicou *The new methods in Arithmetic*, no qual são enfatizados os procedimentos de ensino.

A contribuição de Thorndike também é destacada por ele ter produzido *The Thorndike Arithmetics*, destinado ao aluno. Tompkins (1957) afirma que essa obra tornou-se um padrão para os textos escolares que foram publicados nos anos 1920, pois a maioria dos livros escolares passou a apresentar estrutura semelhante à proposta por Thorndike (1917): publicação em três volumes, enfatizando, basicamente, três

⁹ Tompkins (1957) informa, na introdução de sua tese, que, em muitos aspectos, o trabalho por ele realizado é uma continuidade do estudo de Walter Scott Monroe, intitulado *Development of Arithmetic as School Subject*, que trata das mudanças ocorridas no ensino de Aritmética desde a América colonial até o final do século XIX. Esse livro foi publicado em 1917, pelo United States Bureau of Education.

¹⁰ A expressão educação aritmética é adotada por Tompkins (1957) em todo o trabalho, mas sem nenhuma definição ou mesmo associação com Educação Matemática.

¹¹ A estrutura da escola elementar americana varia de acordo com os regulamentos estaduais. Segundo Overn (1937), não existia uma definição única entre os limites da *elementary school* e da *high school*. A educação elementar e secundária podia variar, respectivamente, entre 9 – 4, 7 – 4, 8 – 3, 8 – 5 e 7 – 5 séries e que, mesmo a proposta apresentada no relatório produzido pelo *Committee of Ten*, em 1893, para a questão relativa à reorganização escolar, em que foi proposto um plano 6 – 6, ou seja, seis séries de *elementary school*, seguidos por seis de *high school*, não foi adotado por todos os estados (Cf. Overn, 1937).

conteúdos – a aprendizagem dos processos básicos de cálculo (operações fundamentais), frações e a aplicação dos fatos a situações da vida real.

Tompkins (1957) chama atenção para o fato de serem filósofos ou psicólogos os principais responsáveis pela criação das novas teorias da aprendizagem e pelo surgimento de novos programas para reforma da educação aritmética. Destaca também que as reformas, por sua vez, não eram aceitas, de pronto, pelos professores de Matemática. David Eugene Smith, por exemplo, que era professor de Matemática, defendia, entre outras coisas, que o ensino de Aritmética não devia se limitar ao que a criança necessita apenas para uso em atividades do dia-a-dia, mas que aprender os conteúdos aritméticos deveria ser a meta, e não apenas aqueles conteúdos que tivessem utilidade imediata. Críticas desse tipo, de acordo com Tompkins (1957), indicavam que os professores de Matemática reconheciam fragilidades nas teorias dos psicólogos, pois só conheciam os conteúdos matemáticos superficialmente.

Apesar de Tompkins (1957) destacar a efetiva participação de Thorndike na educação aritmética dos anos 20 e utilizar, como fonte, os três livros – *The Psychology of Arithmetic* (1922), *The new methods in Arithmetic* (1921), *The Thorndike Arithmetics* (1917) – ela não os explora como partes constitutivas de um padrão pedagógico, não estabelece uma ligação interna entre essas produções, não identifica se existem conceitos e temas tratados de forma articulada entre os três livros. Ressalte-se que esse não era o objetivo de Tompkins (1957), mas essa é uma possibilidade de exploração que talvez forneça elementos para entender a assertiva da autora de “que o padrão para a educação aritmética dos anos 1920 foi modelado por Thorndike” (Tompkins, 1957, p. 83).

A outra tese examinada foi *The development of the idea of unified Mathematics in the secondary school curriculum (1890 –1930)*, de autoria de Sigurdson (1962), e que teve por objetivo examinar a origem, o desenvolvimento e o declínio do movimento de unificação do ensino de Matemática. O marco cronológico tomado como limite, de 1890 a 1930, de acordo com ele, foi particularmente significativo na história do currículo de Matemática da *secondary school* norte-americana.

O autor destaca ainda que o ensino de Álgebra e Geometria da nona e décima séries da *high school* eram realizados separadamente. Muitos educadores, descontentes com essa organização, fizeram tentativas de ensinar, em conjunto, a Álgebra e a Geometria na *secondary school*, e a mais significativa dessas tentativas, de acordo com

Sigurdson (1962), foi feita na *University of Chicago High School*, por professores de Matemática como George W. Myers, Ernest E. Breslich e Releigh Schorling. Para Sigurdson (1962), os estudos de Chicago marcaram o início da proposta de unificação e gerou um movimento que afetou o currículo em várias partes do país.

Constata-se que, na tese de Sigurdson (1962), a produção de Thorndike é tratada a partir do momento em que o autor começa a abordar temas associados ao método científico aplicado à educação, a temas como transferência de elementos idênticos, ensino da álgebra e resolução de problemas. Sobre Thorndike, o autor informa tratar-se de um psicólogo do *Teachers College Columbia* que começou a se interessar pelo ensino de Matemática e, apesar de não justificar o porquê, complementa a informação afirmando que, em 1922, quando isso aconteceu, o autor já era bastante conhecido.

Sigurdson (1962) explora a produção de Thorndike, principalmente sobre temas que dizem respeito ao ensino de Álgebra, utilizando, de início, os artigos: *The Nature of algebraic abilities* (1922) e *The strength of mental connections formed in Algebra* (1932) e, depois, temas abordados no livro *Psychology of Algebra* (1923). Esses trabalhos foram utilizados para falar da desconfiança de Thorndike em relação à “disciplina mental”, e que o valor da Álgebra residia na habilidade para resolver problemas com enunciados relacionados a situações da vida real e, por isso, não devia se restringir a simples manipulação de dados. Pela importância para resolução de problemas, defendia que a Álgebra fosse ensinada mais cedo na escola.

Um aspecto que merece ser ressaltado na tese de Sigurdson (1962) é o destaque que o autor dá à existência de diferentes concepções dos temas tratados, embora ele só constate, sem fazer análise das possíveis consequências dessa diversidade. Em relação à resolução de problemas, por exemplo, o autor informa que, enquanto Thorndike apresentava a base psicológica para o tema, John Dewey era frequentemente referido por ancorar sua teoria na Filosofia. Informa ainda que as idéias de Thorndike já faziam parte dos cursos da *elementary school*, sem, no entanto, fornecer dados que comprovem tal assertiva.

A impressão que se tem, após o exame das duas teses, de Sigurdson (1962) e de Tompkins (1957), é que, mesmo se reportando a Thorndike, parece que tratam de autores distintos: um que produziu sobre o ensino de Aritmética e outro que produziu sobre o ensino de Álgebra. É possível, no entanto, identificar que a

produção de Thorndike apresenta temáticas comuns, como a negação do poder da disciplina mental e a importância da resolução de problemas. Explorar os trabalhos de Thorndike sobre o ensino de Aritmética e Álgebra, como partes de um projeto maior, é uma possibilidade que se apresenta, a partir do exame desses estudos, para a compreensão da produção desse psicólogo.

Já a investigação empreendida por Murphy (1988), *The contributions of Teachers College Faculty to selected movements significant in Mathematics Education (1914–1945)*, teve por objetivo examinar as contribuições de membros do *Teachers College Faculty* para diferentes movimentos, no período de 1914 a 1945, significativos para a Educação Matemática norte-americana.

Para selecionar os movimentos, essa autora utilizou, como fonte privilegiada, as edições do *Teachers College Record* e *The Mathematics Teacher*. Foi a partir de evidências empíricas identificadas nessas fontes que Murphy (1988) escolheu apenas três: o movimento da *junior high school*, o da psicologização da Matemática e o dos testes. Embora a autora tenha utilizado, como critério para a escolha, a importância desses movimentos para a Educação Matemática norte-americana, no período de 1914 a 1945, e o fato de estar o *Teachers College* como centro de formação, enfatiza que os efeitos exercidos sobre a Educação Matemática só ser entendidos no contexto social e educacional.

Verifica-se que, na tese de Murphy (1988), além de a autora destacar o papel desempenhado por Thorndike para a revisão do conceito de disciplina mental, como já havia sido feito por Sigurdson (1962) e de Tompkins (1957), o nome de Thorndike aparece associado aos vários movimentos e atividades desenvolvidas no *Teachers College*.

Observa-se, na seção intitulada *The research of Thorndike*, que a autora, mesmo ciente de que muitos dos trabalhos desenvolvidos por esse psicólogo tiveram implicação para a Educação Matemática, optou por privilegiar apenas os que tinham como foco principal o ensino de Matemática, e afirma que nenhum nome está mais associado à Psicologia da Matemática do que o de Thorndike.

Segundo Murphy (1988), em 1914, Thorndike contribuiu com seis artigos: *Some results of practice in addition under school conditions; An experiment in grading problems in Algebra, Means of increasing efficiency in Arithmetic; On the relation between speed and accuracy in addition; Effect of continuous exercise and rest upon difficult mental multiplication e Measurements of ability to solve Arithmetical.*

Dedicou-se também à produção de livros sobre o ensino de Aritmética, o que acabou resultando na publicação de trabalhos como *The Thorndike Arithmetics* (1917), *The new methods in Arithmetic* (1921) e *The Psychology of Arithmetic* (1922). A autora afirma que *The Thorndike Arithmetics* serviu como um guia para o professor, significando a presença de determinadas práticas em sala de aula, além de representar um primeiro passo na direção da “psicologização” da Matemática. Já *The new methods in Arithmetic* servia para auxiliar professores e alunos da *normal school* no entendimento dos novos métodos e *The Psychology of Arithmetic* era destinado a estudantes de educação, focalizando temas sobre a base psicológica dos novos métodos.

No ano de 1922, segundo essa mesma autora, Thorndike começa a investigar o ensino de Álgebra. Os resultados dessa investigação, publicados no mesmo ano, aparecem inicialmente sob a forma de artigos, como: *The abilities involved in algebraic computation and in problem solving*; *The uses of Algebra in study and reading*; *An experiment in learning an abstract subject*; *The nature of algebraic abilities*; *The Psychology of the equation*; *The psychology of problem solving*; *The strength of mental connections formed in Algebra*; *The constitution of algebraic abilities*.

De acordo com Murphy (1988), sete desses artigos formam a base do livro *The Psychology of Algebra*. Afirma também que essa obra foi produzida a partir de pesquisas desenvolvidas no *Institute of Educational Research*, com a colaboração de Margaret V. Cobb, Jacob S. Orleans, Percival M. Symonds, Elva Wald e Ella Woodyard. Esse livro, na opinião de Murphy (1988), teve grande repercussão porque, além de estar alicerçado em fortes evidências experimentais, Thorndike estabelece, ao referir-se a Nunn, Smith e Young, ligação com a comunidade dos matemáticos, que tinham escrito sobre a Pedagogia da Álgebra; com Rugg e Clark, que aplicaram a Psicologia para selecionar os conteúdos da Álgebra; e com o trabalho do *National Committee on Mathematical Requirements*.

Acredita-se que o destaque efetuado pela autora, para o que denomina de ligação com a comunidade matemática, não deva ser tomado como uma causa do sucesso da referida obra, mas sim como um indicativo que psicólogos e estudiosos do ensino de Matemática nem sempre partilharam as mesmas bases teóricas. E, Thorndike, provavelmente, ao fazer tal referência, estava buscando a chancela desses estudiosos para sua obra, porque, desde os seus primeiros escritos que produziu, quando colocou

em dúvidas a teoria da disciplina mental, Thorndike provocou debates e embates que afetaram também o ensino de Matemática.

Do trabalho de Murphy (1988) emerge um Thorndike que pode ser tomado como um referente significativo para todos os movimentos investigados pela autora. Claro que tem que se levar em consideração que ela estava falando de movimentos ligados ao *Teachers College of Columbia University*, local onde Thorndike esteve posicionado por quarenta anos e que era uma referência para o campo educacional nos Estados Unidos, ambiente, por isso mesmo, propício a detectar debates e embates.

Cabe ressaltar que a apresentação, um tanto longa, das teses de Tompkins (1957), Sigurdson (1962) e de Murphy (1988), deve-se ao fato de que esses pesquisadores, em maior ou menor grau, examinaram ou associaram Thorndike e os escritos por ele produzidos aos movimentos de reformas do ensino de Matemática que emergiam dos temas de pesquisa por eles escolhidos. A opção por fazer o exercício que se empreendeu, pinçando o tema de interesse, priorizando informações sobre Thorndike, acaba por apresentar, parcialmente, a investigação empreendida pelo outro, pois dados secundários adquirem maior relevância do que realmente tinham dentro dos estudos efetuados. Mesmo ciente desse risco metodológico, essa escolha deve-se ao entendimento de que ela possibilita ao pesquisador arrolar perguntas para uma nova exploração.

Constata-se, a partir das teses de Tompkins (1957), Sigurdson (1962) e de Murphy (1988), indicativos dos vários movimentos que visavam à reforma da organização escolar ou curricular norte-americana que, de forma direta ou indireta, afetaram o ensino de Matemática. Pragmatismo, conexionismo, o movimento da *junior high school*, o de psicologização da Matemática, o dos testes, o movimento de unificação do ensino de Matemática. E mais ainda que vários dos estudos produzidos por Thorndike estão associados a esses movimentos o que acaba por indicar a importância da produção dele para transformações ou debates realizados sobre o ensino de Matemática nos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX.

Verifica-se, no entanto, que, nos trabalhos examinados, Tompkins (1957), Sigurdson (1962) e de Murphy (1988), os escritos de Thorndike sobre o ensino de Matemática foram tratados isoladamente, ora Aritmética ora Álgebra, e, principalmente, sem relação com a produção do autor sobre Psicologia e Educação. O autor aparece

como um homem que só escreveu sobre o ensino de Matemática, como um indivíduo que não tem antecedentes. É como se tivesse nascido no momento da publicação, como um ser que sem sentimentos, sem relações de amizades, sem outros interesses e que não precisou travar lutas pessoais e políticas com outros intelectuais até conseguir publicar sua obra e adquirir reconhecimento dos pares.

Neste estudo, cujo tema é a produção de Thorndike relativa ao ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria, intentou-se, inicialmente, identificar a trajetória de formação do autor, a fim de compreender como ele constituíra o arsenal intelectual. Com isso, a tentativa foi superar uma limitação característica de alguns trabalhos que só examinam a obra sem levar em conta o autor, um procedimento que, na maioria das vezes, acaba por ocultar ou minimizar relações que poderiam dar visibilidade a aspectos distintivos da obra ou do autor. Foram examinadas também as regras internas que constituem a obra e que fornecem elementos de sua singularidade e, ao mesmo tempo, permitem associá-la ao conjunto da produção do autor sobre Psicologia e Educação.

Além disso, buscou-se, na medida do possível, evitar alguns equívocos de enquadramento. O primeiro deles diz respeito ao fato de que, neste estudo, com já sinalizado anteriormente, não se pretende identificar ou quantificar a “influência de Thorndike no Brasil”, mas buscar elementos que permitam uma compreensão da produção desse autor sobre o ensino de Matemática.

Ressalta-se ainda que este estudo está entre aqueles que ainda são minoria na área da Educação Matemática¹² que, ao invés de buscar solução para o hoje, olha para o passado em busca de elementos explicativos que permitam uma compreensão do ontem. Neste trabalho da Educação Matemática, o foco recairá sobre as contribuições da produção de Thorndike para a história do ensino de Matemática.

Outro enquadre a ser evitado está relacionado ao autor e ao tema aqui examinado. Neste trabalho, adota-se como ponto de partida para análise que Thorndike é um psicólogo e não um matemático no sentido *stricto sensu*¹³. Ele próprio confessou

¹² A área da Educação Matemática, no Brasil, tem sido alimentada por investimentos de pesquisa que buscam, com maior frequência, identificar elementos explicativos ou de superação para as dificuldades atuais existentes no processo ensino-aprendizagem em relação aos conteúdos matemáticos. Para isso, os pesquisadores procuram estabelecer diálogo entre o ensino de Matemática e outras áreas do conhecimento como a Epistemologia, a Psicologia Educacional, a Filosofia, a História das Ciências e a História das Disciplinas.

¹³ Edward Lee Thorndike nasceu em 31 de agosto de 1874, em Williamsburg – Massachusetts, e morreu em 9 de agosto de 1949, em Montrose – New York. Filho de Edward Roberts Thorndike e Abigail

limitação nessa área. Pode ser considerado, no máximo, um educador matemático do seu tempo, que procurou, por meio das pesquisas e escritos, estabelecer diálogo entre a Psicologia, a Educação e o ensino de Matemática.

Filho de um pastor metodista, só ouviu falar em Psicologia, pela primeira vez, quando entrou na Wesleyan University (1893-1894). O interesse pela Psicologia foi despertado a partir da leitura, como exigência para os exames, do livro *Principles of Psychology* (1891), de autoria de William James.

Segundo Thorndike (1936), mesmo tendo estudado, durante o primeiro semestre (1896-1897) em Harvard, um programa composto metade de Inglês, um quarto de Psicologia e um quarto de Filosofia, estudos filosóficos nunca o atraíram. Em 1897, pensou em si mesmo como um estudante de Psicologia e um candidato ao doutorado.

Em 1888, Thorndike solicitou uma bolsa de estudo em Columbia e fez seu doutorado sob a orientação de Professor James Mckeen Cattell.

O tema de sua tese, intitulada *Animal Intelligence: an experimental study of the associative processes in animal*, versou sobre a aprendizagem animal. O motivo para a primeira investigação de inteligência animal, segundo o próprio Thorndike (1936), foi satisfazer exigências do curso de doutorado. Confessou que alguns outros tópicos poderiam ter servido muito bem, mas trabalhou duro até conseguir o grau de doutor. Com esse trabalho, revolucionou, do ponto de vista do método, os estudos da Psicologia animal pois ele, ao criar e utilizar instrumentos que permitam descrever o comportamento animal em termos quantitativos, transformou esse campo de estudo. Ao utilizar galinhas, gatos, cachorros e macacos em experimentos, comprovou que os animais eram capazes de aprender pela formação de imagens mentais, pela observação e imitação, ou pelo processo indutivo dirigido para generalização de regras e princípios.

Na primavera de 1898, recebeu duas propostas de trabalho: uma, como professor de Psicologia na *normal school* e outra, como professor de Educação no *College for Women of Western Reserve University*. Aceitou a segunda e passou o verão estudando

Brewster Ladd Thorndike (Abbie), teve três irmãos: Ashley (nascido em 1871 – Professor de Língua Inglesa na Columbia University), Lynn (nascido em 1882 – Professor de História na Columbia University) e Mildred (nascida em 1890 – Professora da Evander Childs High School – New York City). Casou em 29 de agosto de 1900 com Elizabeth Moulton e teve quatro filhos: Elizabeth Frances (nascida em 1902, formada em Matemática), Edward Moulton (nascido em 1905, formado em Física, professor do Queens College), Alan Moulton (nascido em 1918, formado em Física), Robert Ladd (nascido em 1920, professor de Psicologia Educacional do Teachers College, Columbia). Essas informações foram coletadas em Goodenough (1950), Humphrey (1950), Russell (1950), Gates (1950), Lorge (1950) e Joncich (1968).

fatos e teorias sobre educação e ensino. Um ano depois (1899), ingressou no *Teachers College* como Instrutor de Psicologia Genética, onde permaneceu trabalhando por quarenta anos. Em poucos anos, mudou de cargo e de disciplina de ensino. Em 1901, tornou-se Professor Adjunto de Psicologia Genética; em 1902, passou a ser Professor Adjunto de Psicologia Educacional; em 1904, assumiu o cargo de Professor de Psicologia Educacional até 1923, quando se tornou Professor de Educação.

No ambiente do *Teachers College*, fez pesquisas sobre herança mental, diferença individual, diferença de sexos, memória, trabalho, fadiga, interesse, habilidades, organização do intelecto, e outros tópicos na Psicologia Educacional, porque, em cada caso, o conteúdo parecia importante para a teoria, para a prática ou para ambos.

Durante o período que ensinou no *Teachers College*, escreveu muito. Segundo o próprio Thorndike (1949), era melhor apresentar contribuições em “branco e preto” do que arriscar em reparar erros de anotações feitas pelos alunos. Depois da tese de doutorado, publicou, conforme levantamento apresentado por Gates (1950) no *Teachers College Record*, 507 trabalhos, entre livros, artigos e monografias.

Thorndike afirmou que a impetuosidade influenciou, em detalhes, os estudos que realizou. Frequentemente, fez correções e suplementou experimentos, descartou pesquisas por ter surgido outra melhor. Outro aspecto que permeou a produção desse autor foi a extrema incapacidade e aversão para usar maquinaria e instrumentos físicos. Segundo ele, seu trabalho poderia ter sido melhor se tivesse utilizado aparatos mecânicos para experimentar e registrar suas experiências.

Uma das coisas que sentiu falta, na formação que recebeu, foi de uma aprendizagem mais avançada em Matemática, conforme ele mesmo declara na citação que segue.

Eu consegui aprender o essencial do método estatístico de algum modo, e tenho manuseado problemas quantitativos razoavelmente complexos, sem cometer mais do que um engano (...). Eu me sinto incompetente e inseguro, portanto, no tratamento de um problema quantitativo de álgebra abstrata, e indefeso quando cálculos são necessários (Thorndike, 1949, p. 6).

É esse homem que afirmou ter limitações em aprender Matemática que acabou provocando alterações na prática pedagógica do ensino de Matemática na *elementary e secondary school* norte-americana. Essa assertiva, no entanto, não deve ser tomada de forma precipitada, no sentido de transformar o padrão pedagógico proposto por

Thorndike como sendo o “único” ou o “precursor”, o que seria um equívoco principalmente em se tratando dos Estados Unidos nos anos 1910.

Segundo Reeve (1929), o ensino de Matemática, a partir de 1910, tornou-se foco de grande interesse, e houve inúmeras tentativas de se descobrir melhores métodos de organização e ensino dos conteúdos matemáticos.

O ensino de Aritmética, por exemplo, era foco de várias investigações. Tal fato pode ser confirmado pela informação, no início do *Report of the Arithmetic Committee*¹⁴ (1914): “nenhum outro componente curricular, com a possível exceção da língua inglesa, tem recebido mais atenção que o ensino de Aritmética”. Existe uma variedade de livros sobre tópicos variados, bem como uma abundância de trabalhos pedagógicos e filosóficos, além de vários artigos publicados em periódicos sobre métodos de ensino de aritmética, utilização de testes educacionais etc. Segundo esse relato, era difícil avaliar corretamente os resultados apresentados nesse material e fazer deduções corretas e uso dos resultados alcançados.

O grande quantitativo de estudos sobre o ensino de Aritmética não significa que essa foi a única área de Matemática privilegiada com tais investigações. Cabe ressaltar que as transformações sociais, ocorridas nos Estados Unidos ao longo do século XIX, alcançaram uma crise social sem precedente nos anos 1890. O crescimento das cidades, o aumento da via férrea, que transformou comunidades isoladas em centros urbanos, o crescimento e desenvolvimento do número de periódicos e jornais, o crescimento industrial, são alguns dos fatores que, combinados, produziram uma demanda por mais escolarização. A necessidade não era só de uma maior quantidade de escolas para atender a uma população que tinha aumentado, mas também em termos de uma nova organização curricular (cf. Kliebard, 1986).

Em 1892, a *National Education Association* (NEA) organizou o *Committee of Ten*, com o propósito inicial de reformar o currículo da *secondary school* e tentar uniformizar os exames para o ingresso dos alunos no *college*¹⁵. Segundo Kliebard

¹⁴ Esse relatório foi adotado pela *Association of Teachers of Mathematics in the Middle States and Maryland at the New York Meeting*, realizado em 28 de novembro de 1914. O *Committee* foi formado pelos seguintes membros: Maurice J. Babb, University Pennsylvania – Philadelphia; J. C. Brown, Teachers’ College – New York; Arthur W. Curtis, State Normal School, Oneonta – New York; Charles C. Grove, Columbia University – New York; Emma Wolfenden, William Penn, High School – Philadelphia, e presidido por Jonathan T. Rorer, William Penn, High School – Philadelphia.

¹⁵ Optou-se, neste trabalho, por utilizar a nomenclatura *elementary school*, *secondary school*, *high school* e *college* utilizada à época nos Estados Unidos, por não haver, no caso do Brasil, cursos equivalentes em termos de duração e finalidades, porque, conforme já apresentado anteriormente, a estrutura da escola elementar americana varia de acordo com os regulamentos estaduais e não existia uma definição única entre os limites da *elementary school* e da *high school*, a educação elementar e secundária, podendo variar respectivamente, entre 9 – 4, 7 – 4, 8 – 3, 8 – 5 e 7 – 5 séries (Cf. Overn, (1937)).

(1995), cada *college* possuía exigências próprias relativas aos exames de ingresso e como, à época, houve um crescimento da população que freqüentava a *high school*, tornou-se cada vez mais difícil preparar os alunos que prestariam exames em diferentes instituições. A essa época, era comum que muitas *high schools* ofertassem cursos diferentes para seus alunos, estabelecendo, até mesmo, diferentes programas: um, para os que desejassem ir para o *college*; e outro, para os que não tivessem essa aspiração. Esse era um problema prático, pois afetava não só os conteúdos curriculares, mas o tipo de currículo que deveria ser adotado por cada escola.

O trabalho desenvolvido pelo *Committee of Ten*¹⁶ acabou extrapolando o objetivo inicial e fazendo um balanço de como estava acontecendo o ensino em diversas áreas de conhecimento. No caso do ensino de Matemática, os membros da *Mathematical Conference*¹⁷, escolhidos pelo *Committee of Ten*, produziram um relatório que versou sobre cinco tópicos: conclusões gerais, o ensino de Aritmética, o ensino de “Geometria concreta”, o ensino de Álgebra e o ensino de “Geometria formal e demonstrativa”. Nesse relatório, foram registradas recomendações para o ensino de Matemática, que serão exploradas nos próximos capítulos. É importante destacar que as sugestões apresentadas no relatório provocaram mudanças e debates que se prolongaram por décadas.

Depois do relatório do *Committee of Ten*, os movimentos de reformas e transformações do ensino foram arrolados e inventariados de maneira sistemática por volta de 1909, logo depois do *Fourth International of Mathematicians*, organizado com a finalidade de efetuar um levantamento das principais tendências presentes no ensino

16 O *Committee of Ten*, associado à *National Education Association* (NEA) e presidido por Charles W. Eliot, da Harvard University, procurou efetuar um levantamento das correntes educacionais que estavam em curso à época e sugerir recomendações para reestruturar a organização escolar norte-americana. Foram organizadas nove conferências, cada formada por dez representantes responsáveis por um determinado tema. As conferências foram organizadas baseadas nos seguintes temas: 1. Latim; 2. Grego; 3. Inglês; 4. Outras línguas modernas. 5. Matemática; 6. Física, Astronomia e Química; 7. História Natural (Biologia, incluindo Botânica, Zoologia e Fisiologia); 8. História, *Civil Government* e Economia Política; 9. Geografia (Geografia física, Geologia e Meteorologia). Cem educadores formam o Comitê Geral e as conferências. Foi o Comitê Geral que apresentou um relatório da situação do ensino norte-americano em 1893 – *Committee of Ten Report*, indicando a necessidade de alterações, que iam desde distribuição das séries escolares até organização dos conteúdos e dos métodos de ensino.

17 A *Mathematical Conference* era formada pelos seguintes membros: William E. Byerly (Harvard University, Cambridge, Mass.), Florian Cajori (Colorado College, Colorado Springs, Colo.), Arthur H. Cutter (diretor da Private School for Boys, New York City), Henry B. Fine (College de New Jersey, depois Princeton University), W. A. Greeson (diretor da High School, Grand Rapids, Michigan), Andrew Ingraham (Swain Free School, New Bedford, Massachusetts), Simon Newcomb (Johns Hopkins University, Washington D. C.), George D. Olds (Amherst College, Mass.), James L. Patterson (Lawrenceville School, Lawrenceville) e T. H. Safford (Williams College, Williamstown, Mass.).

de Matemática, preparar relatórios sobre as informações coletadas e apresentá-los durante o congresso seguinte, que aconteceria em Cambridge, em 1912¹⁸.

Uma descrição de como a comissão realizou o trabalho nos Estados Unidos foi efetuada por David Eugene Smith, no texto intitulado *The American work of the International Commission on the teaching of Mathematics*. O propósito inicial da comissão central, de acordo com Smith (1909), era investigar o ensino de Matemática nas escolas secundárias. Mas, como *secondary school* apresenta significados diferentes em cada país, a comissão optou por considerar o ensino de Matemática de forma mais ampla, iniciando desde o trabalho desenvolvido no *Kindergarten* até o *College*, incluindo os cursos concernentes à formação de professores.

Nos Estados Unidos, o trabalho foi organizado, segundo Smith (1909), em base diferente do desenvolvido nos países europeus. Uma das razões dessa diferença era a existência de cinquenta estados, cada um com seu próprio sistema educacional. Esse é um aspecto que precisa ser levado em conta, quando são mencionados padrões pedagógicos dos Estados Unidos, pois, muitas vezes, são tomados como se fossem referentes à totalidade e, na verdade, dizem respeito apenas a um determinado Estado. O fracasso ou o sucesso de uma prática pedagógica, ou a circulação de um autor ou livro, muitas vezes, não podem ser entendidos como um referente dos Estados Unidos e sim de uma localidade, apesar de haver casos que extrapolam fronteiras territoriais.

Por conta da diversidade de escolas, do tratamento que era dado aos conteúdos e para facilitar a condução dos trabalhos, foram eleitos comitês e subcomitês que teriam cerca de um ano para apresentar o relatório final. Para unificar e facilitar a produção dos relatórios, a comissão norte-americana optou também por elencar cinco tópicos que serviram de referência para todos os relatos: a organização das escolas e a relação de cada tipo de escola com as outras; o currículo de Matemática em cada tipo de escola; a

¹⁸ Muito do material coletado e organizado por essa comissão no formato de relatório, posteriormente, foi transformado em livro ou publicado em periódicos. Um exemplo é o livro de Suzzallo (1911), com introdução de David Eugene Smith, denominado *The Teaching of primary Arithmetic: a critical study of recent tendencies in method*, publicado primeiro no *Teachers College Record*, em março de 1911. Segundo o autor, o objetivo do estudo era apresentar algumas noções sobre os métodos de ensino empregados no ensino de matemática nas primeiras seis séries da *elementary school*. Nesse livro, o autor cita *Exercises in Arithmetic*, produzidos por Thorndike (1909), como uma fonte de mudanças na instituição da aplicação crítica da Psicologia moderna para o método de ensino. Cabe ressaltar que não foi possível examinar esse livro e o próprio Thorndike diz que muito do que está posto nele foi ampliado em *The Thorndike Arithmetics*.

questão da avaliação do ponto de vista da escola; os métodos empregados no ensino de Matemática; a formação dos professores de Matemática.

Smith (1909) afirma que a tarefa dessa comissão não foi fácil, mas que era preciso fazer o mundo conhecer exatamente o que estava sendo realizado, nos Estados Unidos, no ensino de Matemática, além de observar o que as outras nações estavam planejando e fazendo¹⁹. Acreditava-se que o efeito desse intercâmbio de conhecimento entre os indivíduos poderia melhorar o ensino de Matemática em todos os países²⁰.

Uma conseqüência desse movimento foi que, durante os anos 1910, se deu maior visibilidade a várias tentativas para descobrir melhores métodos para ensinar Matemática e dar organicidade aos programas da *elementary school*, *high school* e dos exames exigidos para ingresso no *college*.

Nesse ambiente de busca de uma nova organização escolar e curricular para atender a demanda de modernização do ensino de Matemática, interessa verificar como o psicólogo canalizou seus investimentos científicos na produção de manuais para o ensino dos conteúdos matemáticos, considerando, principalmente, que até 1917, ano da publicação de *The Thorndike Arithmetics*, não havia elaborado nenhum manual destinado ao aluno da *elementary school*.

¹⁹ Em um texto posterior, Smith (1933) informou que o período que precedeu o Congresso de Cambridge, realizado em 1912, foi permeado por estudos intensivos sobre a natureza do pensamento matemático em vários países do mundo. Na época do Congresso, já havia sido publicado um número considerável de relatos que acabou constituindo o primeiro grande *survey* mundial sobre o ensino de um dos maiores temas da instrução escolar: a Matemática. Para Smith (1933), esse trabalho não poderia ser subestimado, pois, por meio dele, cada país poderia conhecer, o que o outro país estava fazendo da *elementary school* ao *college*. Professores em suas escolas, por toda parte, deram início a mudanças em vários ramos da instrução matemática. Mas, durante a realização do Congresso de Cambridge, em 1912, o relato final da comissão não pôde ser concluído, porque muitos países não tinham conseguido conduzir as investigações a contento. O trabalho da comissão ficou, então, para ser concluído em 1916, o que acabou não acontecendo por conta da I Guerra Mundial.

²⁰ Segundo Reeve (1929), vários dos relatórios produzidos pela comissão tornaram-se publicações do *United States Bureau of Education*, no período de 1911 a 1918. Constata-se, pelo exame de vários periódicos que circulavam a época, que o ensino de Matemática, em outros países, foi foco de interesse de pesquisadores norte-americanos. Em 1912, o volume XIII, nº 2 do *Teachers College Record* foi denominado *The present teaching of mathematics in Germany*, coordenado por David Eugene Smith que, além de assinar o prefácio, escreveu um artigo denominado *German versus American conditions*. Os demais artigos eram de alunos do *Teachers College*. O *Fourth Yearbook of National Council of Teachers of Mathematics* (1929) é intitulado *Significant changes and trends in the teaching of Mathematics throughout the world since 1910*, os países tratados nesse volume são: Áustria, Tchecoslováquia, Inglaterra, França, Alemanha, Holanda, Hungria, Itália, Japão, Rússia, Escandinávia, Suíça e Estados Unidos. Em 1933 ainda eram sentidos os efeitos dessa produção, quando W. D. Reeve publicou um artigo, no *Teachers College Record*, intitulado *A comparative Study of the teaching of Mathematics in the United States and Germany*.

Por isso, tomando o livro *The Thorndike Arithmetics*, como o que inaugura a produção do autor voltada ao ensino de Matemática, buscou-se responder as seguintes indagações:

- Se Thorndike conformou um novo padrão para o ensino de Matemática, no que ele é distintivo? Ou melhor, qual é a singularidade da produção de Thorndike, considerando-se as transformações e debates que estavam ocorrendo em relação ao ensino de Matemática nas primeiras décadas do século XX?
- Quais os conceitos da Psicologia foram mobilizados por Thorndike para produzir manuais destinados ao ensino de conteúdos matemáticos e conformar um novo padrão de ensino?
- Quais os meios que utilizou para se comunicar com alunos, professores e estudiosos do ensino de Matemática, de forma a apresentar e controlar o uso dos manuais, bem como moldar uma nova e específica forma de pensar e agir dos indivíduos que estavam diretamente envolvidos com o processo ensino-aprendizagem?
- Que relações havia entre a produção de Thorndike e as propostas de modernização do ensino de Matemática que estavam aparecendo dentro e fora dos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX?

Hipótese

A hipótese adotada neste trabalho é que Edward Lee Thorndike conformou um novo padrão pedagógico para o ensino de Matemática nas primeiras décadas do século XX²¹. Desde o levantamento bibliográfico inicial, constatou-se que, entre os esforços

²¹ Não desconhecendo as implicações e o alcance do uso conceitual do termo padrão no ambiente em que esta pesquisa está sendo desenvolvida, optou-se, para fim estrito deste trabalho e nos limites das questões teóricas que o conduzem, pela adoção do sentido etimológico da palavra, como sinônimo de modelo, arquetipo. Isso não implica no desconhecimento que um padrão pedagógico se constitui pela prática. Difere de modelo, por exemplo, que pode orientar práticas, mas que apresenta um componente prescritivo e distingue um modelo daquilo que a prática consagra, ainda que guiada pelo modelo. Padrão se expressa, firma-se, na prática, com base em modelo ou não (cf. Warde, 2003).

realizados pelo psicólogo para aplicar a Psicologia à Educação, destacam-se seus empreendimentos em dois componentes curriculares: a Matemática e a Língua Inglesa²².

Supõe-se que, ao privilegiar esses dois componentes curriculares, o autor não o fez de forma ocasional ou por razões fortuitas. Por meio de investigações sobre o ensino de Matemática e de Língua Inglesa, Thorndike pretendeu alcançar um objetivo duplo: primeiro, por serem o ensino de Matemática e o ensino de Latim apontados como base do currículo organizado na teoria da disciplina mental, procurou tomar conteúdos correspondentes da Aritmética, Álgebra e da Língua Inglesa para quebrar a força e o controle dessa na organização curricular norte-americana. O segundo objetivo relaciona-se ao fato de Thorndike pretender, com a investigação dos dois conteúdos curriculares, mas especialmente do ensino da Língua Inglesa, equacionar as diferenças individuais no processo de ensino-aprendizagem, sobremaneira complexificado com o aumento e diversificação vertiginosos da população. Por meio do ensino de Matemática, tal como o entendia como o estudo dos números, das medidas e do espaço, poderia também fornecer instrumentos para a população escolar, imigrante ou não, tornar-se capaz de, por meio da contagem, medida e noções espaciais de distância e deslocamento, conhecer e dominar o ambiente inclusivo.

No caso dos conteúdos matemáticos, observa-se ainda que nas primeiras décadas do século XX, nos Estados Unidos, proliferaram investigações com vistas a uma nova organização curricular, por meio de levantamentos dos problemas, objetivos e métodos de ensino em voga. Thorndike participou intensamente de pesquisas do gênero; assim, é provável que esses fatores tenham contribuído também para que Thorndike identificasse

²² Apesar de não ser tema deste estudo, os dicionários elaborados e editados por Thorndike são peças fundamentais para a análise do modo como o autor usou e aplicou a Psicologia para o ensino da Língua Inglesa. Seu primeiro dicionário, *Thorndike Century Junior Dictionary*, publicado em 1935, depois de quase dez anos de trabalho, difere, na seleção, organização e apresentação de informações, radicalmente de todos os outros dicionários escolares (cf. Barnhart, 1950). Esse dicionário é iniciado com uma seção denominada “*To the Pupil*”, na qual o autor coloca uma mensagem: “esse livro foi escrito para você, para ajudar você a aprender o significado, a ortografia e a pronúncia das palavras. Se você encontrar alguma palavra que não seja útil, eu ficaria muito agradecido se você me escrevesse contando” (Thorndike, 1935, p. v). O propósito de um dicionário, para o autor, além de cumprir essas funções explicitadas, era fornecer ajuda com o mínimo de esforço visual e fadiga, e o máximo de conhecimento para ler, escrever e falar por minuto. “Para fazer um dicionário que atinja esse propósito não é necessário unicamente o conhecimento da língua inglesa, mas também conhecimento da mente da criança e de suas necessidades de leitura, audição, e uso das palavras. Também exige ingenuidade e cuidado para todos os detalhes sobre cada palavra” (Thorndike, 1935, vi). Para dar conta desse propósito, o autor contou a frequência com que as palavras apareciam na literatura normalmente usada por crianças e, por isso, excluiu termos técnicos e palavras que o aluno nunca teria necessidade, ao passo que ampliou a explicação sobre outras por ter verificado o aparecimento com maior frequência no cotidiano da criança (cf. Barnhart, 1950).

a possibilidade de transferir os instrumentos que já tinha domínio, da Psicologia para a Educação, de maneira que, pela mensuração e aplicação de instrumentos técnicos de controle da aprendizagem, tivesse uma base de argumentação científica para conformar um novo padrão de ensino.

Thorndike entendia que a palavra educação, apesar de poder ser utilizada com diversos significados, refere-se à “mudança”. No caso da educação humana, significa certas mudanças no intelecto, caráter e comportamento do homem. É nesse sentido que a Psicologia, por se tratar exatamente da “ciência do intelecto, caráter e comportamento dos animais, incluindo o homem” (Thorndike, 1910, p. 5), poderia contribuir para a Educação, definindo melhor os objetivos, o material, os meios e os métodos a serem utilizados para educar o homem.

Uma ciência completa da Psicologia pode contar cada fato sobre o intelecto, caráter e comportamento de todo ser humano, pode contar a causa de cada mudança na natureza humana, pode contar o resultado que cada força educacional – cada ato de cada pessoa que modifica o outro ou a si mesmo – pode ter. Pode nos ajudar, a usar os seres humanos para o bem estar do mundo com a mesma segurança dos resultados que agora temos quando usamos a lei da gravidade ou elementos químicos. Proporcionalmente, quanto mais nós compreendemos uma ciência, mais podemos nos tornar mestre de nossa própria alma como nós agora somos mestres do calor e da iluminação. Progresso em direção a uma ciência correta está sendo feito (Thorndike, 1910, p. 6).

Se educação é mudança, para Thorndike (1905, 1912) é mais que isso, “educação é a produção e o impedimento de mudanças” e o problema não estaria na escolhas de quais mudanças precisariam ser efetuadas e quais deveriam ser evitadas, não é apenas “o que?” ou “o por que?” mas “o como?”. Ensinar é para preservar e aumenta as qualidades desejáveis do corpo, intelecto e caráter e conseguir evitar as mudanças indesejáveis, para isso o professor precisa conhecer a natureza humana para poder adquirir condições de controlá-la, é fundamental conhecer as leis pelas quais as mudanças ocorrem.

A ciência da biologia, especialmente a fisiologia humana e higiene, fornece as leis da mudança na natureza do corpo. A ciência da psicologia fornece as leis de mudanças no intelecto e caráter. O professor estuda e aprende a aplicar as leis da psicologia ao ensino pela mesma razão que o fazendeiro progressista estuda e aprende para aplicar a botânica; o arquiteto, mecânica; ou o médico aprende a fisiologia e patologia (Thorndike, 1905, p. 7).

E, para Thorndike, só a Psicologia poderia fornecer ao professor o completo conhecimento da natureza humana. Ensinar seria, portanto, aplicar a Psicologia. Por isso, defende-se que Thorndike possuía o arsenal mental necessário para conformar um padrão científico para o ensino de Matemática. Para efetuar essa tarefa utilizou, a Psicologia como uma tecnologia para propor, experimentar e controlar mudanças de aprendizagem e de comportamentos, sobretudo, em ambiente escolar.

Corpus documental

Para a efetivação deste estudo, foram explorados inicialmente artigos e livros, produzidos por Thorndike, sobre o ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria, por serem as peças fundamentais de análise eles estão apresentados a seguir²³.

Artigos

- *Testing the results of the teaching of science* (1910);
- *An experiment in grading problems in Algebra* (1914);
- *Some results of practice in addition under school conditions* (1914);
- *A note on failure of educated persons to understand simple geometrical facts* (1915);
- *The constitution of arithmetical abilities* (1921);
- *Correction formulae for addition tests* (1920);
- *The constitution of arithmetical abilities* (1921);
- *The psychology of drill in Arithmetic: the amount of practice* (1921);
- *The strength of the mental connections formed in algebra* (1922);
- *The constitution of algebraic abilities* (1922);
- *The psychology of problem solving* (1922);
- *The psychology of the equation* (1922);
- *The psychology of the equation* (continuação) (1922);
- *The nature of algebraic abilities* (1922);
- *The nature of algebraic abilities* (continuação) (1922);
- *An experiment in learning an abstract subject* (1922).

²³ Os livros e artigos tomados como fonte estão escritos em língua inglesa e foram coletados, em grande parte, nos Estados Unidos pela Prof^a. Dra. Mirian Jorge Warde.

Livros

- *The Thorndike Arithmetics (Book one, two, three, 1917)*;
- *The new methods in Arithmetic (1921)*. Esse livro traduzido e editado no Brasil, em 1936, com o título de *A Nova Metodologia da Aritmética*. A tradutora foi Anadyr Coelho, professora de Pedagogia da Escola Normal de Porto Alegre;
- *The Psychology of Arithmetic (1922)*;
- *The Psychology of Algebra (1923)* ;
- *The Thorndike Algebra (1927)*;
- *The Thorndike Series of Junior High school Mathematics Book One Grade Seven (1925)*;
- *Thorndike's Junior Mathematics Book Two – Grade Eight (1928)*.

No exame dessas fontes, buscou-se identificar os conceitos, os conteúdos, os temas que, implícita ou explicitamente, permitiam estabelecer uma conexão interna entre elas.

Para a compreensão da produção mais ampla, foram arrolados e examinados, inicialmente, os escritos biobibliográficos sobre Thorndike, produzidos nos Estados Unidos, como: Goodenough (1950) – *Edward Lee Thorndike (1874-1949)*; Humphrey (1950) – *Edward Lee Thorndike (1874-1949)*; Russell (1950) – *Edward Lee Thorndike (1874 - 1949)*; Gates (1950) – *Edward Lee Thorndike (1874-1949)*; Gates (1950) – *The writings of Edward Lee Thorndike*; Lorge (1950) – *Edward Lee Thorndike's publications from 1940 to 1949*; Joncich (1968) - *The sane positivist: A biography of Edward L. Thorndike*²⁴; Thorndike (1936) - *A History of Psychology in Autobiography (1936)*²⁵, Thorndike (1991), *A professional and personal appreciation*²⁶.

Foram examinados ainda artigos e livros de autoria de Thorndike sobre temas como Psicologia animal, Psicologia Educacional e Psicologia Social, tendo sido coletados trinta e oito livros e cento e quarenta e um artigos²⁷. A exploração desse

²⁴ O trabalho de Joncich (1968) é o de maior fôlego sobre o autor em foco e é, sem dúvida, o que fornece informações primorosas do percurso trilhado por Thorndike e pela família dele. A autora começa a investigação localizando Thorndike no tempo e no espaço, a partir da emigração de John Thorndike, [avô de Edward Lee Thorndike] provavelmente em 1630, de Lincolnshire, na Inglaterra, para Massachusetts. Ao utilizar publicações, textos, livros e entrevistas com familiares e amigos, a autora construiu uma biografia intelectual do autor.

²⁵ Essa autobiografia foi reimpressa com duas páginas de acréscimo em 1949, pelo próprio autor, e depois foi editada por Joncich (1962).

²⁶ Trata-se de Robert L. Thorndike, filho de Edward Lee Thorndike, que escreveu o texto intitulado *Edward Lee Thorndike: a professional and personal appreciation*, publicado em 1991, no qual também faz um balanço da contribuição do pai para a Psicologia e para a Educação.

²⁷ Ver anexo A.

material foi efetuada à medida que a análise dos temas relacionados ao ensino de Matemática necessitava de uma explicação que extrapolava os limites postos pelo autor no texto que estava sendo examinado, buscando elementos que contribuíssem para compreensão do padrão pedagógico produzido por ele.

A esses textos foram acrescidos artigos, livros e teses que tratam da Psicologia, Educação, medidas e testes educacionais, escritos por autores que dialogam, de alguma forma, com a produção a respeito do ensino de Matemática.

A opção não foi por explorar ou estabelecer relações entre todos os textos, seguindo uma cronologia, o periódico no qual foi publicado ou algo que o valha. Foram efetuados movimentos que nem sempre seguiram uma trajetória linear e única, mas que intentaram compreender o novo padrão produzido por Thorndike para o ensino de Matemática.

Organização dos capítulos

No primeiro, *Edward Lee Thorndike – a trajetória de formação e os debates sobre o ensino de Matemática nos Estados Unidos*, o objetivo inicial foi identificar, na trajetória de formação de Thorndike, aqueles professores e os laços que foram estabelecidos que ajudam compreender como o autor constituiu seu arsenal intelectual e que o permitiu, em 1917, produzir um manual de Aritmética, *The Thorndike Arithmetics*. Esse manual alcançou sucesso de vendas e inaugurou a produção do autor destinada ao aluno da *elementary school*. Para compreender a motivação para produzir esse tipo de material, algumas perguntas nortearam a investigação: quais os temas debatidos, à época, relativos ao ensino de Matemática, que o provocaram a depositar, em um manual, os resultados acumulados no âmbito da Psicologia? Para responder a essa indagação, buscou-se verificar que temas estavam sendo debatidos sobre o ensino de Matemática, de modo a elaborar um quadro compreensivo sobre questões relacionadas ao ensino de Matemática nos Estados Unidos, nas primeiras décadas do século XX.

O capítulo está apresentado em duas partes. Na primeira, é exposta uma trajetória de formação e atuação autor até 1917, na tentativa de compreender para onde o autor tinha

direcionado os esforços intelectuais antes de realizar tal produção; na segunda, é apresentado o que estava sendo debatido, à época, em relação ao ensino de Matemática, a fim de situar *The Thorndike Arithmetics* no momento da produção.

No segundo capítulo, *The Thorndike Arithmetics e The Thorndike Algebra: um novo padrão para o ensino de Matemática?*, foram apresentados os dois manuais produzidos por Thorndike. *The Thorndike Arithmetics*, publicado em 1917, e que tem como destinatário o aluno da *elementary school*, e *The Thorndike Algebra*, publicado em 1927 para alunos da *high school*. Ao considerar a diferença temporal entre as duas publicações, e as diferenças relacionadas aos conteúdos tratados, uma questão se coloca: em que medida esses dois manuais podem ser tomados como instrumentos de conformação de um novo padrão para o ensino de Matemática?

Buscou-se, portanto, examinar como os conteúdos estavam apresentados e identificar os meios que foram mobilizados e apresentados nesses dois manuais pelo autor para estabelecer uma nova forma de pensar e agir de alunos e professores. A hipótese que conduziu o exame desses manuais foi a de que, por meio deles, o autor estabeleceu as bases de um novo padrão para o ensino de Aritmética e Álgebra, ao propor práticas modeladoras para o comportamento do professor e do aluno.

Edward Lee Thorndike e as bases teóricas para a conformação de um novo padrão pedagógico, é o terceiro capítulo, no qual, estão apresentados conceitos e princípios, tomados pelo autor da Psicologia da Aprendizagem e da Educação experimental, e que foram considerados fundamentais para a conformação do novo padrão. Buscou-se, portanto responder a seguinte indagação: quais os conceitos e princípios mobilizados pelo autor para justificar a forma como nos manuais destinados ao aluno estão apresentados?

O quarto capítulo é intitulado - *A natureza, a constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas*. Nesse capítulo, estão apresentados conceitos e princípios aplicados por Thorndike tanto nos manuais destinados ao aluno da *elementary school* e da *high school*, quanto nos que tem como destinatário principal professores ou alunos do curso de educação ou psicologia. Em *The new methods in Arithmetic, The Psychology of Arithmetic e The Psychology of Algebra*, o autor apresenta uma aplicação dos conceitos por ele mobilizados para tratar das questões relacionadas a natureza, a constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas.

No quinto capítulo, *Edward Lee Thorndike e os “testes” utilizados para conformação de um padrão para o ensino de Matemática*, foram abordados temas relativos ao entendimento e usos de testes feitos por Thorndike. Para fazer a defesa de que tudo que existe, pode ser quantificado, e conhecer algo implica em saber tanto da qualidade, quanto da quantidade, Thorndike procurou elaborar instrumentos adequados, em termos de unidades e escalas, para efetuar a mensuração de fatos relacionados à natureza humana, à Educação e aos conteúdos escolares. Nesse capítulo, são apresentados testes que foram utilizados pelo autor nos manuais destinados ao ensino de Matemática, confirmando a suposição que por meio do uso desses garantiu aspectos distintivos do padrão que estava conformando para o ensino de Matemática, eles foram instrumentos utilizados para fornecer a base científica para o ensino dos conteúdos matemáticos.

A esse capítulo seguem as conclusões.

CAPÍTULO I

Edward Lee Thorndike – a trajetória de formação e os debates sobre o ensino de Matemática nos Estados Unidos

De acordo com Jonçich (1968), os três manuais *The Thorndike Arithmetics* e os vários dicionários de Inglês¹ elaborados por Thorndike, são as mais nítidas evidências da contribuição desse psicólogo para a educação; mais exato é dizer que foram essas as produções de Thorndike que tiveram efeitos mais diretos no ensino e no currículo escolar.

O êxito de *The Thorndike Arithmetics* ultrapassou as expectativas do autor e dos editores. O manual não só circulou por todo o território estadunidense, como foi adotado ou recomendado em muitos dos sistemas estaduais de ensino. Os editores haviam previsto boa repercussão e tiveram “considerável interesse de divulgá-lo nos encontros nacionais de profissionais realizados no início de 1918, em Atlantic City” (Jonçich, 1968, p. 398). Pouco depois, o Estado de Utah o incluiu entre as obras recomendadas para as escolas oficiais. Em 1919, Kansas City e Louisville o adotaram oficialmente; e, no final do mesmo ano, o comitê do *California State Board of Education* registrou que *The Thorndike Arithmetics* fora selecionado para as escolas de todo o Estado,

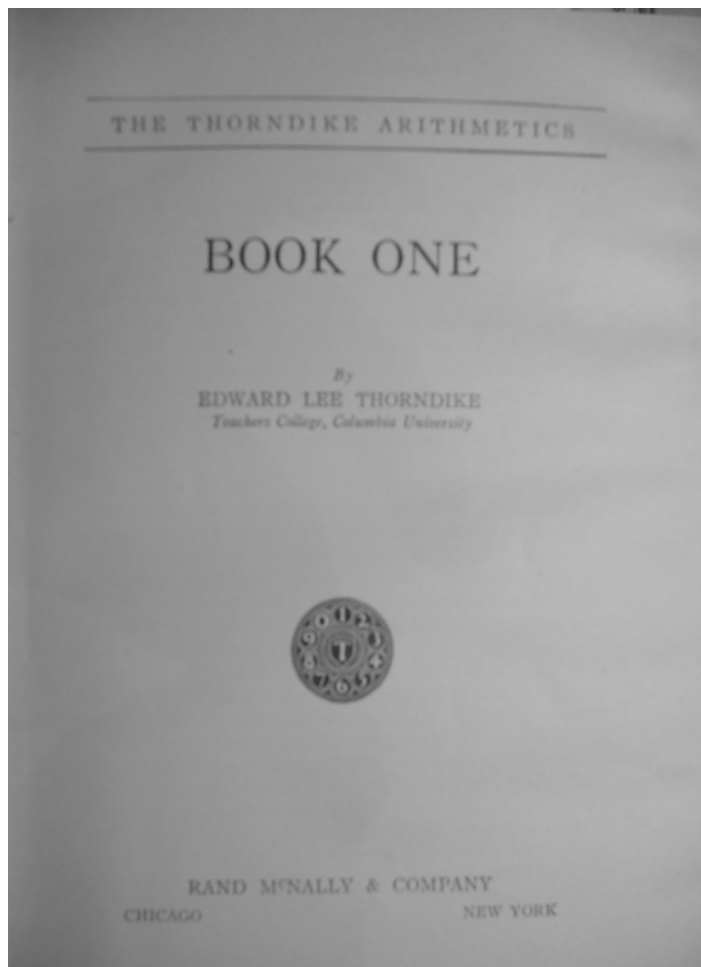
porque o processo de aprendizagem da criança, mais que o método de ensino dos professores, estava presente em todas as séries, do começo ao fim. (...) O professor que pensa na afetividade da criança, faz isso porque percebe certos propósitos que justificam serem inculcados com o valor das séries de Thorndike. Nós acreditamos que o livro poderia ser “bem utilizado” mais e mais se os professores reconhecessem seu valor como um agente não apenas para a fixação de fatos aritméticos, mas como um fator natural e saudável do

¹ Para Barnhart (1950), o “Dr. Thorndike” foi um dos principais lexicógrafos do seu tempo. Foi o primeiro a aplicar os princípios da Psicologia da aprendizagem e usar métodos estatísticos na produção de dicionários. Por meio do texto *The Psychology of the School Dictionary*, Thorndike apresentou para seus alunos os princípios necessários para a construção de um dicionário, os mesmos que ele utilizava. Esses princípios foram aplicados em dicionários como *Thorndike Century Junior Dictionary (1935)*; *Thorndike Century Senior Dictionary (1941)*, *Thorndike Century Junior Dictionary, Revised Edition (1942)*; *Thorndike Century Beginning Dictionary (1945)*. Um aspecto a ser destacado, nesses dicionários, segundo Barnhart (1950), era a contagem e a seleção das palavras efetuadas pelo autor, utilizando como base a ocorrência na literatura infanto-juvenil e revistas que circulavam à época. Com essa contagem, o autor excluía nomes bem conhecidos de todos, como Smith ou Jones, palavras de pouca importância e selecionava os significados que fossem de maior utilidade para a criança.

desenvolvimento mental (Fourth Biennial Report of the State Board of Education, State of California, 1918-1920 *apud* Jonçich, 1968, p. 399).

A adoção do livro *The Thorndike Arithmetics* em vários Estados colocou a obra no topo de vendas da editora Rand-McNally. O Estado da Califórnia, sozinho, comprou meio milhão de cópias no primeiro ano e, por uma década, a distribuição do livro excedeu as 100.000 cópias anuais (cf. Jonçich, 1968).

FIGURA 1: Folha de rosto do livro *The Thorndike Arithmetics* – Book one



Em 1921, o salário de Thorndike, no *Teachers College*, era de US \$10.000 e sua renda total era de US \$23.000, obtida, em grande parte, pela venda do *The Thorndike Arithmetics* e pelos *royalties* dos testes. Em 1922, depois do primeiro ano de adoção do

livro na Califórnia, a renda dele ultrapassou os US \$39.000. Em 1924, ano de adoção do manual em Indiana, a renda alcançou o montante de US \$68.000, cinco vezes o valor do salário que recebia como professor à época (cf. Jonçich, 1968, p. 400).

O sucesso de vendas de *The Thorndike Arithmetics* projetou o nome do autor para muito além do ambiente acadêmico, tornando-o familiar às escolas elementares e aos lares de famílias norte-americanas comuns. Esse acontecimento dá a pensar nas razões que teriam levado Thorndike, pesquisador e professor, estritamente dedicado às lidas científicas e acadêmicas, centrado nas emergentes questões de psicologia, a se dedicar à elaboração de um manual de Aritmética, bem como de outros materiais destinados ao ensino. Nesse sentido, vale perguntar: que nexos efetivos estabelecia entre as investigações em Psicologia e as práticas educacionais? Ainda, que debates ocorriam, à época, relativos ao ensino de Matemática que o provocaram a depositar em um manual destinado ao aluno da *elementary school* os resultados que havia acumulado no âmbito da Psicologia?

Nos próximos tópicos estão expostos os resultados obtidos no intento de responder a essas indagações.

1.1 – A trajetória de formação e a atuação profissional de Thorndike até 1917, época da publicação de *The Thorndike Arithmetics*

Na folha de rosto de *The Thorndike Arithmetics*, segue o nome do autor a referência ao *Teachers College, Columbia University*. Ao leitor é dado a saber de uma ligação indelével que teve início em 1899, quando Edward Lee Thorndike ingressou na instituição, como Instrutor de Psicologia Genética, e lá permaneceu por quarenta anos. Sobre o ingresso de Thorndike no *College* e a relevância da Instituição à época, diz Jonçich (1962, p. 2):

Quando Thorndike ingressou na faculdade em 1899, a instituição estava se tornando o centro mais influente da nação para treinamento de líderes sobre todos os aspectos da educação – ensino, administração escolar, Psicologia, Filosofia. Por meio de seus cursos, vários institutos de pesquisa e escritos de seus profissionais, *Teachers College* era uma referência no campo educacional.

Fundado em 1887 como uma escola de formação profissional, o *College* tinha por objetivo preparar profissionais competentes para todos os ramos de ensino, direção, planejamento curricular e administração. Segundo Kandel (1923), desde quando a educação passou a ser estudada de forma científica, o *Teachers College* tornou-se uma instituição pioneira e líder nesse campo. Muitos estudantes norte-americanos se sentiam atraídos pela oportunidade de freqüentar os cursos oferecidos, a fim de adquirir as técnicas modernas relacionadas às várias etapas do processo educacional, ou para desenvolver pesquisas voltadas à melhoria do ensino.

Em fins dos anos dez do século XX, o raio de atuação dos membros do *Teachers College* foi ampliado com a elaboração de uma agenda de relações internacionais da qual constavam: sistemática assessoria a outros países, atração e incorporação de estudantes estrangeiros² e, por fim, a criação de *International Institute* dentro do *College* (cf. Cremin, 1954). Ao término da década de vinte, o *Teachers College da Columbia University* havia se tornado “epicentro acadêmico do campo educacional nos Estados Unidos” (Warde, 2002, p. 8).

Assim, como não há como entender a projeção do *Teachers College* sem a presença de Thorndike, não há como entender a trajetória profissional e intelectual desse pesquisador fora daquele ambiente institucional: aquele foi o lugar de produção, por excelência, dele, onde desenvolveu o fundamental de suas pesquisas; formou os discípulos mais diretos. A partir do *Teachers College*, projetou-se nos meios científicos nacionais e internacionais, firmou laços profissionais mais centrais e duradouros, assim como nele foi envolvido em intrincadas, disputas acadêmicas e sofreu os mais diretos ataques intelectuais (cf. Jonçich, 1962; Warde, 2003).

Thorndike publicou, em 1936, uma esquemática e lacônica autobiografia, em que registra, basicamente, dados e informações relativas à sua formação e carreira profissional. Não é por esse relato de si que é dado a saber detalhes da formação familiar e escolar pregressa, conduzida pelo pai, pastor metodista. Nesse sentido, a fonte privilegiada é a minuciosa biografia intelectual elaborada por Geraldine Jonçich, e publicada pela primeira vez em 1968, pela Wesleyan University Press.

² Segundo Kandel (1923), o corpo de estudantes do *Teachers College*, em 1923, era formado por representantes de países como: Armênia, Áustria, Austrália, Bélgica, Índia, Canadá, Chile, China, Colômbia, Cuba, Tchecoslováquia, Dinamarca, Equador, Inglaterra, França, Alemanha, Grécia, Havaí, Holanda, Índia, Irlanda, Itália, Japão, Coréia, México, Nova Zelândia, Nicarágua, Palestina, Peru, Porto Rico, Rússia e Escócia.

Quanto à formação acadêmica, a autobiografia inicia com o ingresso de Thorndike na Wesleyan University (Middletown, Connecticut), em 1893. Assim como o irmão mais velho, Ashely Thorndike, o ingresso nessa universidade de orientação metodista estabelecia, como o horizonte provável, a carreira de pastor que, no entanto, foi frustrada por decisão de ambos³. Do período que passou na Wesleyan University, Thorndike faz referência a Andrew. C. Armstrong⁴, professor no ano letivo de 1893-1894. Foi durante esse primeiro ano do curso que teria ouvido, pela primeira vez, a palavra “psicologia”, ao ler *Outlines of Psychology*, de James Sully. No relato que faz, Thorndike dá pouco destaque para a leitura da obra. Jonçich (1968), por outro lado, destaca o subtítulo – *With special reference to the Theory of Education* – que remete à associação entre Psicologia e Pedagogia, que, posteriormente, seria de grande interesse para Thorndike.

Para a biógrafa, em todo o livro, Sully aplica os princípios e os resultados de pesquisas ainda recentes para o problema da escolarização e educação da criança. Diz ele: “acredito que essas partes do meu volume podem servir para estabelecer uma proposição que a ciência mental é capaz de fornecer aquelas verdades que são necessárias para uma condução inteligente e refletida ausentes do trabalho educacional” (Sully *apud* Jonçich, 1968 , p. 74).

A maneira como Sully vincula os resultados de pesquisas sobre a mente e as aplicações na prática educacional, segundo Jonçich (1968), não seria muito distinta daquela adotada por Thorndike nos vários livros pedagógicos que escreveu antes de 1912, assim como constata, em vários trabalhos posteriores de Thorndike, a presença de conceitos e problemas que já haviam sido abordados por Sully.

³ Ressalta-se, no que concerne ao trato da questão religiosa, que a saída, segundo Warde (2002, p. 8), encontrada por Thorndike “foi muito parecida com a que deram muitos dos outros membros do círculo mais direto de Darwin: em suas pesquisas, as teologias não instrumentavam para explicar a natureza humana, embora as escolhas religiosas devessem ser objeto de investigação, preferencialmente experimental; no que tange às soluções religiosas pessoais, ele seguramente responderia: sou um agnóstico, como os membros do círculo de Darwin resolveram fazer sob a pressão de terem que declarar publicamente suas escolhas religiosas, mesmo que nunca tivessem conseguido explicar exatamente o que queria dizer ‘ser agnóstico’”.

⁴ Andrew C. Armstrong – professor de Filosofia, estudou na Alemanha de 1885 a 1886, era mais um filósofo que um psicólogo. “Ele fez cursos com Edward Zeller e Friedrich Paulsen, o último dava grande atenção aos tópicos educacionais. Armstrong também assistiu Wundt e o conhecido Erdmann de Berlin, ambas as conferências sobre problemas e métodos de nova psicologia experimental (...). Armstrong tinha tendências expansionistas e promovia a adição de cursos sobre história intelectual, bem como introduzia e divulgava a nova psicologia de Wesleyan, um campo que ele deixava apenas quando havia jovens experimentalistas na faculdade, homens que ele mesmo trazia para o *college*”(Jonçich, 1968, p. 70).

Thorndike (1936) efetivamente não conferiu peso à obra de Sully, bem como aos ensinamentos do professor Armstrong, seja na atração inicial seja na trajetória posterior no âmbito da Psicologia. Todos os méritos e créditos, ele atribuiu à leitura de *Principles of Psychology*, de William James, quando ainda era aluno da Wesleyan University.

Sobre a obra de James, Thorndike (1949, p. 1) registra:

esse livro era estimulante, mais do que qualquer outro livro que eu tivesse lido antes, e, provavelmente, mais que qualquer um que eu tinha lido desde então. Essa evidência é tripla. Eu comprei os dois volumes (o único livro fora do campo da literatura que comprei voluntariamente durante os quatro anos de *college*) e li todo salvo os capítulos mais técnicos. Apesar de não ser, acho, mais impertinente que a média dos colegas, censurei Professor Armstrong por ele não ter nos dado James no lugar de Sully como nosso texto. Quando um ano depois, as circunstâncias permitiram-me estudar em Harvard, ansiosamente me matriculei no curso disponível ministrado por James.

Em setembro de 1895, Thorndike deu início aos estudos em *Harvard College*, com vistas a obter o (segundo) grau de *Bachelor of Arts*. Durante o primeiro ano, matriculou-se em três cursos: Literatura Inglesa, Psicologia e Filosofia.

A decisão de Thorndike, de seguir em Harvard aquelas três matérias do bacharelado – quando já havia obtido este grau na Wesleyan University – é indicativa de uns dos seus tantos interesses intelectuais que se afirmavam.

Seguiu o curso de Filosofia por sugestão ou exigência do professor Josiah Royce⁵; apesar de admirar o professor, em nenhum momento sentiu-se atraído pela Filosofia. “Sobre nenhuma circunstância, provavelmente, eu poderia ter feito da Filosofia minha opção” (Thorndike, 1949, p.2). O curso de maior interesse era o ministrado por William James.

⁵ Josiah Royce – (1855 – 1916) – Professor de Filosofia em Harvard, depois que se graduou na Universidade da Califórnia, viajou para a Alemanha para estudar filosofia por um ano. Aprendeu alemão e assistiu a conferências em Heidelberg, em Leipzig, e em Göttingen. Em seu retorno, entrou na Universidade de Johns Hopkins em Baltimore, Maryland, onde recebeu um Ph. D. em 1878. Ensinou Literatura na Universidade de Califórnia (1878-1882). Sua carreira profissional tomou outro rumo quando aceitou a proposta de ser substituto de William James, durante um ano, na Universidade de Harvard. Aceitou a nomeação por metade do salário de James, renunciou a nomeação da Califórnia e mudou com a família. Em 1885, recebeu a nomeação permanente em Harvard e, durante três décadas, Royce, ensinaria estudantes notáveis como T. S. Eliot, George Santayana, e W. E. B. Du Bois. (Informações disponível em www.geocities.com/cobra_pages, acessado em 3 de janeiro de 2006)

Em dias alternados, também ao meio-dia, Thorndike encontrava-se com os colegas para a aula de Filosofia (Psicologia Avançada), centrada sobre *Lecture Human and Animal Psychology*. Esse é o curso de William James e todos os outros fatos desse ano ficaram obscurecidos se comparado com essa experiência crítica. Com autorização, Thorndike também se organizou para fazer dois cursos de primavera com James – psicologia fisiológica e a segunda parte de um seminário psicológico. Não havia nenhum pensamento, depois disso, para um outro curso de Inglês; ao tempo que, ao iniciar o segundo semestre, a opção foi feita, e só poderia ser Psicologia (Jonçich, 1968, p. 86).

Segundo Jonçich (1968, p.87), esse era um momento especial na vida do jovem estudante, mas ele descreveu isso de forma simples: “eu era igualmente interessado em Literatura inglesa, mas meu irmão, Ashely, já estava estudando nesse campo, e o meu interesse em psicologia aumentou durante o ano em Harvard, quando estudei ambos, eu larguei o Inglês”. Ou, quando, em sua autobiografia, coloca: “estudar Língua Inglesa foi abandonado em favor da Psicologia no curso do primeiro ano, e, pelo outono de 1897, pensei em mim mesmo como um estudante de Psicologia e um candidato ao grau Ph.D.”

O reconhecimento da contribuição de William James para a formação de Thorndike é identificado não apenas na autobiografia, mas em vários dos escritos que produziu. O interesse despertado pela leitura do livro *Principles of Psychology*, a participação, em Harvard (1895-1897), nos cursos ministrados por James, a disponibilidade de James em deixar que ele utilizasse o porão de sua casa para concluir as investigações que realizava com as galinhas, depois que a dona do local onde ele morava protestou, por ele conduzir a experiência no próprio quarto, afirmando: “o professor William James era gentil e devotado aos perdedores e aos aspectos excêntricos da ciência, por isso abrigou minhas galinhas” (cf. Thorndike, 1949).

Em 1910, por ocasião da morte de James, Thorndike (1910b) escreveu um texto no qual descreve James como o mais eminente sábio norte-americano que, mesmo com formação em medicina e professor de Fisiologia, fez-se mestre em Psicologia e Filosofia. Afirma que a educação, assim como outras artes e ciências, tinha uma dívida para com o Professor James.

Segundo Thorndike (1910b), James tinha um maravilhoso senso para a realidade dos fatos mentais, pelos quais purificou a Psicologia do verbalismo da escola inglesa e selecionou, do trabalho experimental, o que realmente contava para explicar uma vida consciente. “Instinto, hábito, associação, imaginação, memória, concepção, raciocínio,

emoção”, esses ainda eram conceitos fundamentais para explicar a natureza humana, muitos anos depois de iniciadas as investigações por William James (cf. Thorndike, 1910b).

Explícita ou implicitamente, ele se referia ou agradecia ao mestre, como pode ser constatado em várias de suas obras. No prefácio do livro *The human nature club: an introduction to the study of mental*, encontra-se:

esse livro tem por objetivo introduzir o leitor para o estudo científico da inteligência e natureza humana. Ele pretende ser útil para pessoas inteligentes em geral e especialmente para jovens estudantes da *normal school* e iniciantes da *high school* no estudo de psicologia. (...) Pela forma não convencional e pela adoção de diálogos ficcionais, nenhuma desculpa é oferecida. (...) Isso significa dizer que o autor está em dívida com a literatura psicológica em geral, assim como ele a tem conhecido. Em particular, ele está em débito com os escritos e ensinamentos do Professor William James (...), quem é tão frequentemente parafraseado neste livro. O débito é tão evidente que parece desnecessário destacar os muitos lugares onde sua formulação tem sido aplicada (Thorndike, 1902, p. vi).

Já no volume I, do livro *Educational Psychology*, de 1913, indicado por comentadores como uma das maiores contribuições de Thorndike para a psicologia educacional, que tem como subtítulo *The original nature of man*, o autor destaca a importância dos professores William James, James McKeen Cattell e de Stanley Hall.

O leitor, para quem esse volume trouxe algum novo *insight* sobre a natureza humana, capacidade no tratamento quantitativo dos fatos mentais ou interesse na riqueza de detalhes da concreta natureza humana, poderá torna-se um parceiro em meu débito para com os meus professores, William James e James McKeen Cattell, e para aquele que é um intrépido devoto da natureza humana concreta, Stanley Hall, cujas doutrinas eu frequentemente ataco, mas que é um gênio e eu admiro (Thorndike, 1913a, vii).

A referência, na última parte da citação, a Stanley Hall⁶, parece confirmar o que diz Gates (1949) sobre as críticas que Thorndike efetuava, pois elas sempre eram

⁶ Granville Stanley Hall (1844-1924) – foi um pioneiro da Psicologia norte-americana, estudou com Wundt, em Leipzig, e dedicou-se a estudos sobre a Psicologia da criança. Fundou a American Psychological Association. Na Johns Hopkins University, organizou, em 1882, um laboratório de psicologia. Em 1887, fundou o *American Journal of Psychology*. Sua principal obra *Adolescence: Its Psychology and Its Relation to Physiology, Anthropology, Sociology, Sex, Crime, Religion, and Education*, foi publicada em 1904, em dois volumes. (Informações disponíveis em http://calliope.jhu.edu/demo/review_of_higher_education/20.1goodchild.html, coletada em 3 de janeiro de 2006)

destinadas às idéias e não às pessoas, sendo essa uma característica presente na conduta profissional que assumia.

Fisicamente, ele era, com freqüência, descrito como uma pessoa austera *bear of a man*. Ele era amigo das pessoas, generoso e bondoso, mesmo que rapidamente repreendesse um erro. Embora suas teorias fossem o centro de controvérsias por toda sua vida, ele tomava as críticas, mesmo quando estupidamente abusivas, com atenta boa vontade, e suas críticas eram dirigidas aos acontecimentos e não às pessoas. Seu bom humor leve e sabedoria brilhante fizeram dele uma companhia, um professor e orador público encantador (Gates, 1949, p. 243).

Em relação ao Professor James McKeen Cattell⁷, orientador da tese de doutorado de Thorndike, é descrito por este como uma pessoa que não era apenas bondosa, mas altamente eficiente e que sempre ofereceu conselhos sábios para os trabalhos que ele se dispunha a fazer.

Foi Cattell quem credenciou o ingresso de Thorndike no *Teachers College*, em 1899. Além do reconhecimento do orientador, foi também credencial a qualidade da tese produzida, *Animal Intelligence: an experimental study of the associative processes in animal*, que revolucionou, do ponto de vista do método, os alicerces da Psicologia animal, pois, para comprovação da tese, criou e utilizou instrumentos que possibilitaram a descrição do comportamento animal em termos quantitativos e isso transformou esse campo de estudo. Ao utilizar galinhas, gatos, cachorros e macacos em experimentos, Thorndike comprovou que os animais eram capazes de aprender pela formação de imagens mentais, pela observação e imitação, ou pelo processo indutivo dirigido para generalização de regras e princípios (c.f. Gates, 1949; Goodenough, 1950; Jonçich, 1968).

Em 1901, Thorndike tornou-se Professor Adjunto de Psicologia Genética. Em 1902, passou a ser Professor Adjunto de Psicologia Educacional. Em 1904, assumiu o cargo de professor de Psicologia Educacional. Como já referido por Gates (1949), era um encantador professor e orador público. Essa opinião é reforçada por outros depoimentos.

Thorndike foi um grande professor. Aqueles que entre nós tiveram o privilégio de assistir suas condutas nas aulas testemunharam a vivacidade e força de suas conferências, sua essencial imparcialidade e sua insistência que nenhuma teoria que não fosse sustentada em fatos tinha o direito de permanecer em pé. “Olhe

⁷ James McKeen Cattell (1860 – 1944) foi um estudante da Wilhelm Wundt, em Leipzig, nos anos 1880. Ensinou na University of Pennsylvania e em Columbia University, efetuou estudos sobre tempo de reação e os testes mentais (cf. Thorndike, 1936).

para as evidências” era sua constante advertência. Seus cursos eram freqüentemente fatigantes, mas nunca enfadonhos. Ele tinha um dom para a ilustração viva, para o ponto de vista bem espirituoso. Era grande a sua popularidade como um professor que trouxe centenas de estudantes para o *Teachers College* anos após anos (Goodenough, 1950, p. 301).

Look to the evidence, era a advertência constante que conduzia a atividade do cientista, exercida em conjunto com a de professor.

Thorndike era um cientista. Ele não defendia opiniões preconcebidas. Ele não acreditava que alguém pudesse aprender a verdade pela especulação ou observação do acaso. Ele acreditava que a mente humana poderia ser estudada e, dada uma experimentação adequada e utilização de instrumentos de medida precisos, nada necessitaria ser secreto. Para ele, diferenças qualitativas eram apenas diferenças quantitativas que o homem ainda não tinha aprendido a mensurar. O que a psicologia precisava era de menos especulação e mais experimentação. Exame, teste, mensuração; introdução de uma variável sobre condições controladas, exames, testes, mensuração de novo. (...) Para esse fim, desenvolveu seus estudos estatísticos e uma quantidade significativa de testes padronizados e material especial do currículo que eram revelados para o mundo por ele e por seus estudantes (Russell, 1950, p. 27).

Os experimentos com animais forneceram elementos importantes para a compreensão da aprendizagem humana. Depois do estudo com animais, Thorndike dedicou-se a pesquisas sobre criança, que constituíram as bases da Psicologia Educacional, para as quais elaborou testes e medidas educacionais.

Como já apontado rapidamente por Gates (1950), apesar da popularidade, Thorndike não era uma unanimidade e suas teorias causavam grandes controvérsias. Muitos dos contemporâneos discordavam e procuravam apontar equívocos ou fragilidades das propostas desse pesquisador. John Dewey⁸, Charles Judd foram alguns dos seus debatedores.

⁸ Sobre os litígios entre Edward Lee Thorndike e John Dewey, Warde (2002, p.7) expõe: “Dewey e Thorndike percorreram caminhos muito comuns, cujo entrecruzamento aqui sugerido é W. James. Nesses caminhos, enfrentaram temas comuns, transitaram pelas mesmas fronteiras disciplinares, assim como se inquietaram pelas mesmas questões que praticamente fizeram a vida intelectual norte-americana da segunda metade do século XIX em diante: o evolucionismo de Darwin, a filosofia alemã – dividida entre Kant e Hegel –, a religiosidade imanente à cultura norte-americana e a laicidade prometida quer tácita quer explicitamente pela ciência de base experimental. Vinte anos os separavam, mas a Guerra Civil havia baseado o ritmo das universidades e dos debates acadêmicos desencadeados por forças da leitura de *Origem das espécies*, de Darwin, publicada pela primeira vez, em 1859. Tudo que os uniu, porém os separou. No momento mesmo em que se colocaram frente a frente, afirmaram diferenças e crescentemente as radicalizaram. As ferramentas de que se utilizaram para a afirmação e para a radicalização são elementos centrais para o entendimento do que os separava. Não se trata, então, de entendê-los como Dewey e Thorndike, de um lado, e, de outro, as armas de que se utilizaram, posto que

O caso de Charles Judd merece ser destacado por ser bastante representativo do tipo de convivência e dos embates e debates que permeiam o campo intelectual. Ambos tiveram a formação acadêmica inicial comum, estudaram juntos em Wesleyan University. O jovem, sério e introvertido, E. L. Thorndike, e o peremptório, curioso, Charles Judd, foram alunos do professor Armstrong, mas, enquanto o primeiro dá créditos por seu direcionamento para a psicologia a William James, o segundo atribui os créditos pelo direcionamento para esse mesmo campo ao professor Armstrong, especialmente para a psicologia educacional (Cf. Jonçich, 1968).

Depois de Wesleyan University, trilharam caminhos diferenciados, defenderam pressupostos teóricos distintos, a ponto de serem considerados por comentadores como adversários⁹.

Juntos, nós estudamos James com nosso Professor Armstrong. Sob a orientação desse mesmo professor fomos apresentados ao fato de que a Alemanha era um grande centro mundial da produção intelectual sobre Fisiologia e Psicologia experimental. Quando nossos caminhos divergiram, Mr. Thorndike foi para Harvard (Judd, 1926, p. 776).

Enquanto Thorndike foi para Harvard, Judd foi estudar no laboratório de Wundt, na Alemanha¹⁰, à época, centro de referência para estudos de Psicologia. Se Thorndike, segundo Jonçich (1968, p. 79), “teve o sonho de fazer os estudos de pós-graduação na Europa, manteve secreto. Não existe nenhuma indicação que ele desejou imitar Charles Judd e estudar no laboratório de Wundt ou trabalhar com o muito admirado Ebbinghaus em Breslau ou com Galton em Londres”.

as suas armas faziam parte de seus arsenais mentais, eram ferramentas de sua mente. Ou seja, eram parte do que eles se tornaram. Está aqui em jogo uma teoria de lutas acadêmicas, bem como da constituição das redes de intelectuais que se forma e se desfazem. (...) Embora Dewey tenha ganhado destaque inicial nas primeiras associações de psicologia organizadas nos Estados Unidos, depois de Chicago, ele foi se distanciando crescentemente, não dessa ou daquela posição, mas dos parâmetros gerais compartilhados que formataram aquela nova disciplina. Em contrapartida, o nome de Thorndike foi sendo crescentemente consagrado, não só internamente mas pelas associações correlatas de outros países.”

⁹ A título de curiosidade, essa rivalidade é atribuída ao fato de que, quando ainda estudante de Wesleyan, Thorndike convidou uma jovem, para irem juntos a um dos raros eventos festivos que, à época, acontecia em Wesleyan, e a jovem recusou porque já tinha concordado em ir com Charles Judd. Um evento sem importância, mas, por isso, muitos afirmam que eles começaram suas vidas profissionais como rivais românticos (cf. Jonçich, 1968).

¹⁰ O primeiro laboratório de Psicologia foi criado em Leipzig, em 1879, pelo alemão Wilhelm Wundt (1852-1920), fisiologista e psicólogo, conhecido como pai da Psicologia experimental. O laboratório era, à época, a referência em termos de avanço em estudos experimentais. Por 46 anos, Wundt treinou psicólogos que se tornaram grandes lideranças em diversos ramos da Psicologia, como: James M. Cattell, Charles Judd, Stanley Hall, Titchener (cf. Sargent, 1959).

A opção por Harvard colocou Thorndike, segundo Jonçich (1968), na versão mais americanizada da universidade alemã. E ainda segundo essa autora, os grandes mestres de Thorndike, William James (*as an intellectual tourist*) e James Mckeen Cattell (*as a matriculant*), fizeram o circuito estrangeiro e rapidamente possibilitaram o ingresso do jovem no campo acadêmico norte-americano. Por meio dos seus mestres, Thorndike acabou tendo acesso aos grandes temas que, à época, eram tratados no primeiro laboratório coordenado por Wilhelm Wundt.

A resultante das trajetórias de formação diferenciadas é que, por volta da metade dos anos 1910, Thorndike e Judd dividiam opiniões em relação a um mesmo tema, a teoria da disciplina mental. Segundo Betz (1917, p. 62),

como a fumaça da batalha está desaparecendo, torna-se cada vez mais claro que a famosa doutrina da disciplina mental não tinha sido refutada e nunca poderá ser, e que ambos seus advogados e seus oponentes extremos estavam enganados. De qualquer forma uns preferem a concepção de Thorndike de “elementos idênticos” ou a convincente teoria de experiência generalizada de Judd.

Essas desavenças no campo teórico, no entanto, não impediram que Judd reconhecesse o valor do trabalho desenvolvido por Thorndike. Em discurso proferido a 19 de fevereiro de 1926, por ocasião do aniversário de vinte e cinco anos de docência de Thorndike no *Teachers College*, Judd (1926) afirma que, desde que Herbart escreveu *Letters Regarding the Application of Psychology to Pedagogy* em 1831, a educação, até os anos 1920, passou a utilizar os resultados obtidos no campo da Psicologia, a partir dos estudos empreendidos por homens como Herbart, Pestalozzi, Wundt, Cattell, William James, Dewey, J. M. Rice e Thorndike.

Por conta das discordâncias teóricas, não é insignificante o fato de Judd (1926) colocar o nome de Thorndike junto ao desses estudiosos que contribuíram de forma diferenciada para que as transformações ocorridas na organização curricular e escolar se efetivassem, principalmente quando afirma que o jovem psicólogo contribui para realização final da profecia de Herbart, de um sistema educacional baseado na ciência.

James ensinou a Thorndike, sem dúvida nenhuma, alguma Psicologia, mas ele ensinou alguma coisa diferente. Ele ensinou a Thorndike a ter uma mente questionadora. Ensinou também que onde houver fatos há o científico. James passou para seus alunos o espírito de Agassiz que, nos primeiros anos, tinha ensinado ao jovem James o significado e valor do pensamento

empírico. James tomou um interesse pessoal pelo jovem psicólogo. (...) Eu olho para os livros de Thorndike, algumas vezes, e vejo os traços da influência daquele grande líder da vida americana que adotou seu estudante. (...) De Harvard e da associação com James, Thorndike veio para o laboratório de Cattell. Aqui ele ficou sobre a influência indireta de Galton e, por meio do próprio trabalho de Cattell, foi levado a adotar métodos estatísticos para questionar a natureza humana (Judd, 1926, p. 777).

As informações apresentadas por Judd (1926) confirmam aqueles que foram os grandes mestres que contribuíram para a formação de Thorndike e conclui que, em todos os movimentos científicos na Psicologia e Educação, tem sido notável a contribuição de Thorndike.

Se mesmo quem discorda das concepções teóricas de Thorndike reconhece a contribuição dada por ele ao campo da Psicologia e da Educação, não causa nenhum estranhamento a admiração expressa por seus alunos e colaboradores.

Professor Thorndike era um homem maravilhoso para se trabalhar. Ele era um excelente administrador dele mesmo, cuidadoso com as finanças, considerava seus subordinados, e estava sempre pronto para uma emergência. Mas ele também era considerado pelo administrador com quem trabalhou. Ele olhava para a administração da instituição, como uma agência que rendia a ele certa consideração, permitindo-o responder pelo próprio trabalho (Russel, 1950, p. 28).

Mas, de acordo com Gates (1949, p. 243), ele freqüentemente dizia à socapa “o *College* me paga para fazer muitas coisas e eu gosto de fazer todas elas”. E, com isso, segundo Gates (1949), acabou por contribuir de forma efetiva para o desenvolvimento do *Teachers College*.

No desenvolvimento dos conteúdos da psicologia educacional e fazendo um estudo adequado para estudantes em todos os departamentos, professor Thorndike tem modelado o caráter do *College* no seu início como nenhum outro tem feito e como nenhum outro poderá ter a oportunidade de fazer (Russell, *apud* Jonçich, 1962).

A contribuição de Thorndike ao *Teachers College* se deu de diversas formas: por meio de cursos, de experimentos e de um método de trabalho peculiar. Para explicar o método adotado para a produção de seus trabalhos, o próprio Thorndike (1949), persuadido a falar em sua autobiografia sobre esse tema, afirma ter pouco ou quase nada de útil a declarar, porque, diante do avanço do conhecimento humano, três métodos podiam ser utilizados:

nós podemos observar e pensar sobre os fatos que surgem em nosso caminho; nós podemos, deliberadamente, coletar, pela observação ou experimentos, fatos que nos podemos considerar instrutivos; nós podemos colocar uma questão que sabemos ser importante então fazer nosso melhor para encontrar fatos para respondê-la. Eu tenho feito todas três; mas, freqüentemente, a última. O método mais frutífero freqüentemente vem à mente no desenvolvimento de uma investigação (Thorndike, 1949, p. 8).

Para aplicar o próprio método, além do ambiente propício onde atuava, o *Teachers College*, a disciplina e dedicação eram características da conduta profissional assumida por esse psicólogo. As opções teóricas que fez também foram explicitamente declaradas.

Embora um investigador mais que um sábio, provavelmente gastei mais de 20.000 horas na leitura e estudo de livros científico e jornais. E tenho feito duas listas, uma com todos os autores quase todos de quem os escritos eu li e outra de autores não incluídos na lista anterior para quem eu tenho dúvidas ou sugestões. Mas, a primeira lista de trinta e tantos nomes classifica nomes de muitos outros, muitos dos quais eu tenho lido os escritos; e, a segunda lista, muito longa, não pode ser precisa devido à falta de memória. Assim, eu posso notar que somente os escritos de James e Galton têm me influenciado. É que o material real parece-me mais benéfico do que o chamado de discussão ou crítica. Embora minha tendência tenha optado por dizer “sim” para as pessoas e dizer “não” para as idéias, tenho sido estimulado a estudar problemas para os quais Romanes, Wesley, Mills, Stanley Hall, Alexander Bain Kraepelin, Sperman, e outros parecem ter dado respostas insatisfatórias (Thorndike, 1949, p. 7).¹¹

Percebe-se, pois, que Thorndike, além da necessidade de procurar conhecer o que estava sendo produzido por seus referentes – William James, James M. Cattell, Francis Galton, não podia aceitar a aprendizagem como algo que não pudesse ser mensurado, testado. Para tanto, levar em conta as atividades desenvolvidas, as diferenças individuais e a experimentação, era, sem dúvida, o melhor caminho.

Segundo Goodenough (1950), de 1911 a 1915, a carreira profissional de Thorndike alcançou o *peak*, o ápice, visto que o volume de escritos, nesses cinco anos, foi espantoso.

Ele revisou e ampliou a sua primeira monografia sobre inteligência animal. Escreveu a segunda e ampliada edição de seu *Mental and Social Measurement*, na qual faz, pela primeira vez, a aplicação de métodos estatísticos para problemas práticos em educação e psicologia, mostrando-os de forma clara e

¹¹ Francis Galton (1822 – 1911) ficou conhecido por seus estudos pioneiros sobre inteligência humana e estudou o método estatístico para mensurar as diferenças individuais (cf. Sargent, 1959).

simples. Por muitos anos, esse foi o padrão de livro-texto sobre medidas educacionais. O grande trabalho desse período, entretanto, foram os três volumes de *Educational Psychology*, acompanhado *Brief Course* que, juntos, durante muitos anos, fizeram do nome de Thorndike praticamente sinônimo de campo da psicologia educacional (Goodenough, 1950, p. 295).

Os resultados das pesquisas empreendidas por Thorndike foram sendo apresentados por meio de livros, como *Notes on Child Study* (1903), *The Principles of Teaching based on Psychology* (1905), *An Introduction to the Theory of Mental and Social Measurements* (1904), *Empirical Studies in the Theory of Measurements* (1907), *Educational Psychology* (1913a, 1913b, 1914). Se observados apenas os títulos desses livros e os temas tratados em cada um, é possível afirmar, grosso modo, que eles são representativos do que Thorndike mobilizou e sedimentou, a partir do convívio direto ou com as obras daqueles que considerava seus mestres ou instigadores. De W. James, veio o interesse pela experimentação que permeia todas as suas obras, o *child study*, Stanley Hall e as mensurações e métodos estatísticos, sem dúvida nenhuma, tinha Cattell e Galton como mentores, só para citar os que mais freqüentemente são referidos por ele.

O exame da produção bibliográfica de Thorndike anterior a 1917 indica que as ferramentas mentais a que teve acesso acabaram contribuindo para que, desde as primeiras publicações, procurasse instituir o caráter científico ao estudo das questões relacionadas à educação, a partir dos conhecimentos adquiridos e desenvolvidos na Psicologia. Constatase, por exemplo, no livro *The Principles of Teaching based on Psychology*, que o objetivo do autor era exatamente fornecer ou estabelecer a base científica para o ensino.

O objetivo desse livro é fazer o estudo do ensino científico e prático – científico no sentido de procedimentos com fatos verificáveis mais do que de opiniões atrativas, prático, no sentido de fornecer conhecimentos, capacidades que poderão fazer diferença no atual trabalho do ensino. Se seguirmos os exemplos dos melhores livros sobre educação, baseando os princípios de ensino sobre as leis da psicologia; fazendo uso da psicologia científica moderna e especialmente das recentes investigações na genética e psicologia dinâmica; se procurarmos fazer uso também dos estudos diretos do próprio ensino que têm sido feito por *experts* qualificados; e se organizarmos como um manual para guiar o estudante na aplicação desses princípios mais do que uma série de discussão para se pensar a respeito, mais freqüentemente poderá ser absorvida (Thorndike, 1905, p. v).

Ao que parece, a formação como psicólogo contribuiu para que a atuação de Thorndike como professor e investigador fosse alimentada pelo arsenal intelectual adquirido com os seus mestres declarados, William James e Cattell, e com aqueles estudiosos que se dedicavam a temas que se apresentavam adequados a seu espírito de experimentação. Foi assim que indicou os trabalhos de Francis Galton e de Stanley Hall, o que, de certa forma, justifica o interesse em efetuar e criar instrumentos de mensuração e de desenvolver estudos sobre as crianças.

Mas, de posse dessas informações, algumas questões ganham relevo: por que, mesmo com as credenciais de que já dispunha, ele opta exatamente por conteúdos relacionados ao ensino de Matemática? O que exatamente o teria levado a escrever um manual de Aritmética para o aluno da *elementary school*? Do exame das fontes disponíveis não é possível extrair uma explicação. O fato é que Thorndike começou a apresentar artigos sobre conteúdos matemáticos no ano de 1914, quando publicou *Some Results in addition under school conditions* e *An Experiment in grading problems in Algebra*; e, em 1915, publicou *A note on failure of educated persons to understand simple geometrical facts*.

No primeiro artigo, é exposto o resultado de um experimento que foi aplicado a 192 alunos e que consistia em somar colunas, cada uma formada por dez números, o mais rápida e corretamente possível. Cada criança competia com seu próprio resultado. No total, o aluno precisava responder a sete séries impressas em páginas diferentes, cada página com diferente grau de dificuldade e contendo 48 colunas. Segundo Thorndike (1914), o resultado do experimento era significativo, porque fornecia: a quantidade de aperfeiçoamento da função de somar; a razão de aperfeiçoamento; a alteração da razão durante a prática; o efeito do tempo no aperfeiçoamento da função; as diferenças individuais na eficiência inicial e a relação entre o aperfeiçoamento em relação à habilidade inicial.

No segundo artigo, são apresentados os resultados de um experimento aplicado a duzentos professores de Matemática e consistia na classificação de vinte e cinco problemas sobre conteúdos algébricos por grau de dificuldade. Constata-se, pelo exame desse artigo, que, por meio desse experimento, o autor estava coletando dados quantitativos que serviriam de argumentação para propostas posteriores.

Assim, esse artigo pode ser considerado como a apresentação da primeira etapa de uma investigação sobre o tema.

O terceiro é distinto dos anteriores porque ele não foi proposto inicialmente apenas para coletar dados sobre conteúdos geométricos, como o título indica. Trata-se do relato de parte de um experimento maior, pelo qual o autor procurava verificar a habilidade de compreensão que as pessoas demonstravam a partir da leitura de parágrafos¹². No entanto, não são apresentadas informações sobre os temas que eram tratados nas demais atividades, apenas que essa era a terceira atividade de um conjunto de oito parágrafos para leitura. O experimento foi respondido por vinte e sete estudantes adultos em um curso sobre testes mentais.

Segundo o autor, as respostas para a maioria dessas questões, pela frequência, variedade e gravidade dos erros, poderiam ser instrutivas para professores de Matemática. Vale destacar que esse artigo serve também como um indicativo da opção de Thorndike em privilegiar temas relacionados ao ensino de Língua Inglesa e Matemática, e, nesse caso em particular, ele procurou associar os dois temas.

Ao que tudo indica, experimentos como esses serviam para que o autor identificasse problemas que afetavam a compreensão e aprendizagem dos conteúdos matemáticos e, ao mesmo tempo, servia como dado para alicerçar argumentação em favor de novos métodos de ensino. Provavelmente, esses e outros experimentos acabaram por instigar Thorndike a produzir os manuais destinados ao aluno, vislumbrando, com isso, uma possibilidade de mostrar que a Psicologia poderia ser aplicada para o desenvolvimento dos conteúdos em sala de aula. O fato de o manual *The Thorndike Arithmetics* ter alcançado sucesso indica que, de alguma forma, ele parece ter atendido a expectativa de professores, alunos ou mesmo dos dirigentes escolares. A questão a ser compreendida é em que medida essa produção correspondia ou respondia a questões debatidas à época em relação ao ensino de Matemática?

¹² Thorndike efetuou diversos estudos, utilizando como experimento a leitura de parágrafos. Segundo ele, “se uma pessoa é apresentada a um a parágrafo para ler e as questões são sobre informações contidas nele, as respostas fornecem um material útil para estudar alguns fatos e leis do pensamento” (Thorndike, 1917, p. 220). Uma descrição desse tipo de teste pode ser encontrada em artigos como: *An improved scale for measuring ability in reading (1915a)*; *An improved scale for measuring ability in reading - (concluded), (1916a)*; *The Psychology of Thinking in the case of reading (1917c)*; *The understanding of sentences: a study of errors in reading (1917b)*; *Reading as reasoning: a study of mistakes in paragraph reading (1917a)*.

1.2 – O ensino de Matemática nos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XX

Como e o que dos conteúdos matemáticos eram ensinados nas escolas elementares norte-americanas na década de 1910? O que estava sendo debatido ou proposto em relação ao ensino de Matemática que instigou Thorndike a depositar considerável tempo e energia na elaboração de um manual sobre o ensino de Aritmética? Para tentar responder a essas indagações, buscou-se, basicamente, identificar debates em relação ao objetivo, à forma como os conteúdos eram apresentados nos manuais utilizados e aos métodos de ensino de Matemática nas primeiras décadas do século XX nos Estados Unidos.

Artigos publicados no *Yearbook of The National Council of Teachers of Mathematics*, bem como em *The Mathematics Teacher*, *Journal of Educational Research*, *School and Society*, *The Journal of Educational Psychology*, *The Arithmetics Teacher*¹³, indicam que os principais temas de debate ou investigação incidiam sobre a necessidade de se definir os objetivos e os métodos a serem aplicados, que padeciam de comprovada falta de clareza e ineficácia.

Constata-se, ainda nesses artigos, que o marco cronológico apontado para o interesse em investigar o ensino de Matemática é, normalmente, o relatório do *Committee of Ten* e o trabalho desenvolvido pela Comissão Internacional, que fizeram com que os anos 1910 fossem apontados como os mais ricos em tentativas de se “descobrir os melhores métodos de organização de ensino dos conteúdos” (Reeve, 1929, p. 131).

Cabe ainda destacar que esses relatos ou balanços dos movimentos sobre os métodos de ensino ora tratavam de ensino de Matemática, ora das áreas em separado: ensino de Aritmética, de Álgebra ou de Geometria. Pelo que é dado a perceber, isso se deve ao fato de o autor estar mais próximo ou não do movimento de reforma do ensino de Matemática na *secondary school*, conhecido com uma das seguintes denominações: *fused mathematics*, *correlated Mathematics*, *integrated mathematics*, *fundamental mathematics* e *general mathematics* (cf. Reeve e Clark, 1951).

¹³ Esses periódicos foram privilegiados principalmente pelo fato de Thorndike ter neles publicado artigos.

Esse movimento, iniciado e promovido por um grupo de professores¹⁴ da região de Chicago durante as duas primeiras décadas do século XX, atacava a organização tradicional do currículo organizado em Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria, como não atendendo a uma demanda efetiva de aprendizagem e afirmava-se que “eles defendiam que a organização tradicional criava blocos, barreiras artificiais e dificultavam a aprendizagem. A organização atendia ao sábio e ao matemático, mas que não era uma organização sensata para o aluno iniciante” (Reeve e Clark, 1951, p. 81).

O fato é que, por conta desse e de outros movimentos que, à época, aconteciam nos Estados Unidos, se identifica uma indefinição em torno da nomenclatura, inclusive pelos próprios autores, no que diz respeito ao uso de Aritmética ou Matemática. É possível constatar, a partir das fontes utilizadas, que uma quantidade significativa de trabalhos trata principalmente de conteúdos relacionados ao ensino de Aritmética e ao ensino de Álgebra e poucos sobre o ensino de Geometria.

Em *The revolution in Arithmetic*, Brownell (1954) apresenta um quadro sucinto do ensino da Aritmética nos Estados Unidos, à época da publicação de *The Thorndike Arithmetics*. Segundo ele, essa disciplina teria, no início do século XX, duas características principais: a) era um ensino difícil; e, b) tinha pouca relação com aspectos práticos da vida – nas séries mais avançadas, os cálculos e problemas eram longos e complicados, com pouco ou nenhuma utilidade para as atividades diárias, até mesmo dos adultos.

Segundo Brownell (1954), a aprendizagem consistia em memorização e os programas do curso da Aritmética, assim como de outras disciplinas, eram baseados na teoria da “disciplina formal”. Por volta de 1910, era comum encontrar professores do *college* e superintendentes escolares incumbidos da tarefa de encontrar uma melhor maneira de ensinar os conteúdos aritméticos:

o método principal era perguntar, de uma forma ou de outra, a respeito da aritmética que os adultos, de fato, empregavam em situações além de seus trabalhos em seus cotidianos. Adultos eram questionados, por exemplo: quantas

¹⁴ Entre os membros do grupo estão os seguintes professores: George Myers of the School Education da Univesidade de Chicago, Ernest Breslich, R. M. Matthews, William D. Reeve e Releigh Scholing, da Univesity of Chicago High school, Harold Rugg da School of Education da University of Chicago e John R. Clark da Chicago Teachers College (cf. Reeve e Clark, 1951).

vezes, nas últimas duas semanas, você fez uso do terceiro caso da porcentagem? Ou, familiares eram convidados a enviar para a escola problemas que precisassem resolver durante o dia. O critério empregado para determinar se uma habilidade ou tópico deveria ser conservado ou descartado era o da utilidade social (Brownell, 1954, p. 2).

Um relatório elaborado pelos membros do *Arithmetic Committee*¹⁵ da *Association of Teachers of Mathematics in the Middle States and Maryland*, datado de 30 de novembro de 1912, confirma o quadro traçado por Brownell de que, à época, buscava-se a definição clara do objetivo para se ensinar Aritmética. Tanto é assim que àquele *Committee* havia sido delegada a tarefa de:

(1) apresentar uma cuidadosa e detalhada exposição dos conteúdos e objetivos do ensino de Aritmética. Esses conteúdos devem ser expressos em termos específicos e não em termos gerais; (2) considerar como esses conteúdos podem ser mais facilmente aprendidos. Utilizar experimentos para ver como eles poderiam ser desenvolvidos (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 154).

Os membros desse Comitê se dedicaram à elaboração de um questionário para coleta de opiniões a respeito do conteúdo e dos objetivos do ensino da Aritmética. O questionário foi enviado para 55 pessoas, incluindo *experts* no campo da Psicologia, Pedagogia e ensino de Matemática, contendo apenas duas questões:

a) qual é a razão principal para ensinar aritmética da 5ª à 8ª série, da forma como geralmente a *elementary school* americana estava organizada? b) o que é mais necessário para a reforma do ensino da Aritmética, ao serem consideradas as sugestões? (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 154).

Entre os *experts* que atenderam ao solicitado e responderam ao questionário estão: Edward Lee Thorndike, do Teachers College, New York; David Eugene Smith, do Teachers College, New York; Henry Suzzallo, do Teachers College, New York; F. M. McMurray, do Teachers College, New York; Julius Sachs, Teachers College, New York City; S. A. Courtis, Detroit, Mich; Edward O. Elliot, University of Wisconsin, Madison; Robt. J. Aley, University of Maine; A. B. Poland, Newark, N. J.; Walter W.

¹⁵ Esse *Committee*, presidido por Jonathan T. Rorer, da William Penn High School (Philadelphia), era composto pelos seguintes membros: M. J. Babb, University of Pennsylvania, Philadelphia; J. C. Brown, Horace Mann School, Teachers College, New York; A. M. Curtis, Normal School, Oneonta, New York; Charles C. Grove, Columbia University, New York; Emma Wolfenden, William Penn High School, Philadelphia.

Hart, University of Wisconsin, Madison; Albert H. Huntington, Central High School, St. Louis; H. E. Slaughter, University of Chicago; F. E. Downes, Harrisburg, Pa.; W. C. Bagley, University of Illinois, Urbana, Ill.; David Felmley, Normal, Ill.; Joseph V. Collins, State Normal School, Stevens Point, Wis.; G. W. Myers, University Chicago, Chicago; E. P. Sisson, Hamilton, New York; W. H. Metzler; Syracuse University, Syracuse, New York; Ellwood P. Cubberley, Leland Stanford University, California; J. G. Estill, Hotchkiss School, Lakeville, Conn.

Dois aspectos dessa listagem merecem destaques. O primeiro está relacionado à participação de vários profissionais ligados ao *Teachers College*. Isso corrobora com informações apresentadas anteriormente, de essa instituição está sendo constituída por profissionais que, atentos aos problemas educacionais, procuravam, de formas diferenciadas, promover mudanças no campo educacional. É, portanto, mais um indicativo da efetiva participação e disponibilidade dos membros da instituição com o desenvolvimento investigativo e científico da educação.

O outro aspecto que deve ser ressaltado é a participação de Thorndike como um dos *experts*. Se considerado que o questionário foi enviado para 55 pessoas, o dado é significativo, pois, a essa época, ele ainda não havia publicado manuais sobre o ensino de Matemática, mas já era uma referência em termos de Psicologia da Aprendizagem e com condições, de alguma maneira, de contribuir para o ensino de Matemática.

Mas, pela forma como as respostas estão expostas no relatório, denominado *Report of The Arithmetic Committee*, não é possível identificar a resposta de Thorndike para a primeira questão, porque o nome dele aparece em um grupo de outros *experts*, de outros professores. E, sobre o objetivo de se ensinar Aritmética, apresenta-se:

dominar as quatro operações fundamentais ensinadas antes da 5ª série da *elementary school* com precisão e rapidez e mostrar como essas operações podem ser aplicadas em problemas da vida cotidiana, ambos de interesse cívico e local. Familiarizar o aluno com o lado quantitativo das grandes indústrias e outros aspectos da vida social, como calcular apólice de seguros, operações bancárias (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 155).

Já a resposta de Thorndike para a questão relativa às reformas necessárias foi:

A grande necessidade parece ser o estudo científico do que exatamente agora está acontecendo nas últimas quatro séries, um estudo dos usos para o quais

Aritmética realmente está sendo colocada para o aluno que frequenta essas quatro séries e a organização dos conteúdos e métodos de ensino estabelecidos pela tradição (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 158).

Observa-se que, apesar da resposta curta, Thorndike indica a necessidade de um estudo científico, e esse, como já explicitado anteriormente, era um norte de conduta dele em relação ao ensino, pois defendia que era necessário alicerçar o trabalho escolar não em especulações, mas tratar com base em dados que pudessem ser quantificados e fornecesse argumentações seguras para o que estava ou poderia ser proposto.

As respostas dos demais *experts*, relativas à principal razão para o ensino de Aritmética, segundo o que está apresentado no relatório, podem ser resumidas nos seguintes termos:

- a) fortalecer nos alunos o entendimento e avaliação das atividades do mundo dos negócios pelo estudo das medidas mais utilizadas, juros, taxação, controle de estoque e tópicos similares, por ser igualmente importante para o aluno ter um entendimento dos ambientes de negócios como um ambiente natural – prática essencial para equipar cada indivíduo para a vida do trabalho;
- b) começar, na 7ª série, com álgebra e geometria, para aqueles que fossem para a *high school* e para o *college*. Para os alunos que não fossem para *high school*, poderia ser um curso (na 7ª e 8ª séries) de economia elementar e sociologia – compra e venda de mercadorias, seguros, taxas etc.;
- c) tornar consciente todos aqueles fatores e atividades mentais, controle com o quais o indivíduo tem o poder de atacar, com confiança e com mais sucesso do que a média, qualquer problema em qualquer campo que necessite resolver. Em outras palavras, desenvolver uma habilidade geral. Não existe, nesse caso, questão de transferência de treinamento específico. Experimentos têm provado que treinamento específico transfere pouco do todo, até no mesmo campo. No entanto, treinamento específico pode gerar idéias, ou ideais que podem influenciar transferências para todo campo. E, o ensino de Matemática pode tornar conscientes aqueles ideais, nos quais a influência é mais forte, provando efeitos de raciocínio em diferentes campos;
- d) aprender os rudimentos do pensamento matemático, aprender a somar, subtrair, multiplicar e dividir em situações problemas que exigem dois ou mais desses processos. O argumento usado é que isso ajuda a adquirir atenção e possibilitar o

- hábito, por exemplo, para outras questões, como limpeza, ordenação e precisão, ensinando a estabelecer conexão e unidade dos conteúdos aritméticos a partir do que é essencial, sem que seja de um modo teórico ou complexo;
- e) desenvolver e fortalecer a capacidade de raciocínio de moças e rapazes, dando a eles a habilidade para alcançar, assegurar e testar conclusões em seus afazeres cotidianos. Nisso está o valor disciplinar;
 - f) assegurar, através do próprio *drill*¹⁶, um completo e permanente domínio de operações com inteiros, frações ordinárias simples e decimais, operações simples com porcentagem e tabelas simples de medidas, junto com os conceitos iniciais de álgebra e relações elementares de geometria.

Observa-se que as respostas são de um teor um tanto diferente com relação ao objetivo do ensino de Aritmética, podendo, portanto, serem colocadas em chaves distintas de entendimento. Aprender para o trabalho pode significar que a pretensão era tratar os conteúdos aritméticos como um instrumento para o exercício profissional, indicando que, terminada a *elementary school*, terminava também a carreira escolar.

Em outras respostas, é possível perceber a existência de uma preocupação com o trabalho, mas também com a continuidade dos estudos. Cabe destacar que essa questão divide os estudiosos do ensino desde o final do século XIX, e, segundo Overn (1935), essa era uma questão, que também dividia os membros do *Committee of Ten* e os educadores norte-americanos: “preparar para o *college* ou preparar para a vida”. Segundo Overn (1935), Charles W. Eliot, de Harvard, presidente do Comitê Geral, expressava desagrado contra a tendência defendida por aqueles que colocavam tal antítese. A opinião de Charles W. Eliot era que todos os alunos deveriam ser preparados para a vida, com uma única diferença: alguns poderiam continuar a preparação, enquanto outros poderiam passar, logo depois da *high school*, a dedicar-se a atividades da vida – comércio e indústria¹⁷.

¹⁶ *Drill*, segundo Thorndike (1935, p. 253), significa “fazer uma atividade repetidas vezes para adquirir prática”.

¹⁷ Os membros do *Committee of Ten*, no entanto, não recomendaram um curso único para todos os alunos. Eles propuseram cursos paralelos como o clássico, o científico. Mas, também sugeriram que, nas escolas pequenas, onde fosse impossível oferecer vários cursos, um deveria ser escolhido e todos os estudantes teriam que fazê-lo.

Algumas respostas fornecem indicativos de que, mesmo identificando a possibilidade da utilização prática dos conteúdos aritméticos, os *experts* sugerem que se leve em consideração aspectos que, à época, já eram tomados como significativos pela Psicologia da aprendizagem: formação de hábito, desenvolvimento da habilidade geral, do raciocínio, de transferência de treinamento específico mesmo sem explicitar do que se trata.

Outro aspecto a ser destacado é a impressão que se tem, a partir dessas respostas, que cada um dos *expert* foi ao banco, à fábrica, à seguradora, à indústria e às lojas em geral, para identificar o que cada uma dessas instituições necessitava em relação aos conteúdos aritméticos. A partir do levantamento efetuado propuseram um currículo útil e necessário para o desenvolvimento econômico e social.

As respostas fornecidas por esses *experts* fornecem indicativos de que eles estavam diante de dois mundos diferentes que precisavam ser interligados. De um lado, a sala de aula, com conteúdos que não tinham significado prático para o aluno e, de outro lado, um crescente desenvolvimento econômico, que cobrava um novo tipo de mão-de-obra, com qualificação especializada. Os diversos profissionais ligados aos afazeres escolares, ao que tudo indica, optaram por sugerir tornar a sala de aula mais dinâmica, estabelecendo a ligação entre esses dois mundos.

Essa afirmação pode ser comprovada pelas respostas que foram apresentadas para a questão relacionada às reformas que precisavam ser efetuadas, que estão apresentadas, a seguir, de forma resumida. Para alcançar os objetivos definidos pelos *expert*, eram necessárias alterações em relação à distribuição dos conteúdos nas séries, aos conteúdos apresentados no livro-texto e à formação e prática do professor.

Os conteúdos aritméticos deveriam ser desenvolvidos atendendo a, basicamente, duas sugestões. A primeira, que o ensino da Aritmética deveria ir até a sexta série da *elementary school*, objetivando completar o trabalho formal dos primeiros seis anos, propondo outro conteúdo e método de instrução diferente para a 7ª e 8ª séries. Ou, ainda, terminar a *elementary school* no fim da 6ª série e começar a *high school* a partir da 7ª.

Como sugestões para se distribuir os conteúdos nos livros, foram apresentadas: redução de alguns tópicos, de modo que os problemas que não tivessem utilidade prática fossem eliminados. A Aritmética deveria passar a ser “Aritmética aplicada”, quer dizer:

aritmética, como ela ocorre em geral na vida do aluno, deveria ser modelar para o trabalho o trabalho social. Indiscutivelmente, problemas complexos são inúteis e absurdos. É possível introduzir muitas questões práticas em medidas, combinando desenho e cálculo simples de espaço e volume, conteúdos que podem ser associados aos aritméticos (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 154).

Em relação aos professores, uma recomendação era para que eles, acima de tudo, adquirissem domínio dos conteúdos, e se tornassem independentes do livro. Ou seja, o professor deveria saber ensinar mais do que havia em um livro. Este era para ser utilizado como um meio para um fim. Para isso, portanto, necessário se fazia uma melhor preparação dos professores pelas *normal schools*. Os professores, além dos conteúdos aritméticos, precisariam conhecer métodos científicos para ensinar o tema de forma satisfatória. Nesse caso, faltavam textos científicos com as características gerais sobre a educação para ajudar o professor a desenvolver a capacidade de escolher textos em Aritmética com um olhar voltado para o interesse educacional.

No que diz respeito à escolha dos livros, a recomendação mais recorrente, sem dúvida nenhuma, era para eliminar todo e qualquer material antiquado para o ensino da Aritmética, introduzindo, no programa, material mais atualizado, ajustando-o às atividades contemporâneas de negócios. O professor deveria ser convencido de que

o cálculo elementar da chamada aritmética das classes superiores é secundário, que o principal propósito do professor é familiarizar a criança com a variedade de negócios humanos, para os quais a aritmética pode ser aplicada. Muitos desses negócios podem ser remotos na vida de muitos desses alunos, mas existe um grande corpo de conhecimento comum que todos necessitam conectar com cálculo de áreas, volumes, gravidade específica e negócios da vida, que deveriam ser ensinados a todos (*Preliminary Report of The Arithmetic Committee*, 1912, p. 154).

Verifica-se que, nas respostas, para as duas questões propostas pelos membros do *The Arithmetic Committee*, a ênfase é dada à prática, como objetivo dos conteúdos aritméticos. Esses conteúdos atuariam como estímulos para o aluno adquirir precisão, rapidez e capacidade para identificá-los em situações práticas.

Ao que parece e com base nas informações contidas nos relatórios, o ensino de aritmética não abordava aspectos associados a situações práticas. No entanto, Monroe (1917) afirma que, no período colonial, o ensino de Aritmética tinha o propósito de

fornecer o instrumental necessário para que o aluno utilizasse os conteúdos aritméticos em transações comerciais¹⁸. Isso não seria aplicá-los a situações práticas?

Aparentemente, isso seria uma contradição em relação às respostas dadas pelos ditos *experts*, pois, se o ensino dos conteúdos aritméticos foi prático desde o começo, por que eles estariam reivindicando exatamente este perfil para o ensino de Aritmética? O exame das fontes, no entanto, indica que a expressão “situações práticas” e correlatas, como “situações do cotidiano” e, mais especificamente, “utilidade prática”, são expressões que, apesar de associadas ao ensino de Aritmética como uma disciplina escolar, desde o período em que os Estados Unidos eram uma colônia, ao longo do tempo foi adquirindo significados distintos. A utilidade pode estar associada a transações comerciais, ao desenvolvimento das faculdades mentais ou mesmo a uma exigência para ingressar no *college*.

A essa exigência está associado o desenvolvimento da Aritmética como uma disciplina. Como os conteúdos da Aritmética, até meados do século XVIII, não eram um requisito para ingressar nos *colleges*, esse ensino não era incluído oficialmente¹⁹. No ano de 1789, em Massachusetts e New Hampshire, o ensino de *reading, writing e arithmetic* passou a ser obrigatório e, aos poucos, ele foi se tornando oficial.

Para Monroe (1917), o reconhecimento da Aritmética como uma disciplina escolar aconteceu no século XIX, quando o controle sobre a escola passou da igreja para o Estado. Com a secularização da escola pública, o ensino deixou de ter como finalidade principal transmissão do catecismo e das doutrinas religiosas. Como consequência, a Aritmética passou a ocupar mais espaço na escola, apesar de não apresentar ainda objetivos bem definidos e explicitados, estando, em geral, norteadas por atividades rudimentares do comércio e negócios do período colonial.

¹⁸ Nos Estados Unidos da primeira metade do século XVII, o ensino de Aritmética não era considerado essencial, exceto para aqueles que tivessem interesse em exercer atividades ligadas ao comércio. Um *survey* das primeiras escolas da colônia americana fornece indícios que o ensino de Aritmética era explicitamente mencionado, juntamente com a leitura e a escrita, nos atos oficiais dos governantes coloniais. As atividades de negócios e comércio, centralizadas em cidades como New York, Massachusetts e Pensilvânia, criaram uma demanda por temas associados aos conteúdos aritméticos. E, por isso, na maioria das escolas públicas e instituições privadas, o ensino de aritmética era tratado principalmente como um instrumento para o comércio (cf. Monroe, 1917, p.12).

¹⁹ Em 1807, passou a ser exigido do aluno, que desejasse entrar na *Harvard College*, que fosse bem instruído em “sistema de numeração decimal, adição simples e composta, subtração, multiplicação e divisão, junto com redução a uma mesma unidade de medida, e regra de três simples” (Brown, *apud* Monroe, 1917, p. 13).

A alteração nesse objetivo, segundo Monroe (1917), só aconteceu em 1821, apontado como marco cronológico do período em que o ensino de Aritmética passa a preocupar-se, mais estritamente, com o desenvolvimento de conteúdos escolares em relação à criança. O passo inicial desse processo, de acordo com Monroe (1917), foi a publicação de *First Lessons in Arithmetic on the Plan of Pestalozzi*, de Warren Colburn, em 1821. O livro e o autor contribuíram, segundo Monroe (1917), para a ampliação da importância da Aritmética como um conteúdo escolar e para alteração dos objetivos de ensino, que passaram a incluir “treinamento mental” como um fator importante.

De acordo com Monroe (1917), Colburn, apesar de reconhecer o valor utilitário da Aritmética, defendia um valor quase igual para o tema como uma “disciplina da mente”. Em um discurso sobre *The teaching of Arithmetic*, Colburn fez a defesa desse ponto de vista.

Aritmética quando ensinada de forma apropriada, é reconhecida por todos como muito importante para a disciplina da mente; no entanto, mesmo se ela não tivesse aplicação prática que pudesse render uma avaliação positiva, ela ainda poderia ser bem avaliada por conferir uma considerável parte do tempo apenas para o próprio propósito. Essa é uma consideração muito importante, embora secundária se comparada à utilidade prática (Colburn, *apud* Monroe, 1917, p. 63).

No prefácio do livro *First Lessons in Arithmetic on the Plan of Pestalozzi*, Colburn defende o ensino da Aritmética como uma “disciplina da mente”.

Poucos exercícios fortalecem e amadurecem a mente tanto quanto os cálculos aritméticos, se os exemplos são construídos de forma suficientemente simples para serem entendidos pelo aluno; porque uma regularidade, pensamento simples, processo de raciocínio é requisito para efetuar-lo. E os resultados são alcançados com segurança (Colburn, *apud* Monroe, 1917, p. 63).

“Aritmética mental” não existia, de acordo com Monroe (1917), antes do livro de Colburn. Até então, o “mental” significava apenas que o aluno tinha que memorizar as regras, mas, a partir da publicação desse livro, grande parte da instrução em Aritmética passou a ser oral. As expressões “aritmética mental”, “aritmética intelectual” ou “aritmética oral” passaram a ser utilizadas para designar cálculos aritméticos que não

envolvessem a representação escrita²⁰. Até 1821, a solução dos exercícios era para ser apresentada, predominantemente, na forma escrita, por isso, os cálculos que envolviam conteúdos aritméticos eram freqüentemente chamados de *cyphering* [cálculo escrito].

Para Monroe (1917), depois de Colburn, não aconteceu nenhuma mudança no que diz respeito a objetivos, conteúdos ou métodos de ensino, que não fosse local ou meramente temporária. Mas, mudanças radicais no método de ensino começaram a ser necessárias. Por isso, Monroe (1917) escolhe o ano de 1893, quando foi publicado o relatório do *Committee of Ten*, como um novo marco para as alterações no ensino de Aritmética. Apesar de o relatório tratar desse tema em apenas um tópico, ele representa uma “declaração oficial dos professores dos Estados Unidos e marcou o engajamento de um grande número de grandes educadores em defesa da reforma do ensino de Aritmética” (Monroe, 1917, p.90).

O relatório produzido pelos membros do *Committee of Ten*, ao qual Monroe (1917) faz referência, resultou de uma providência adotada pelos membros *National Education Association*, a fim de encontrar mecanismos para responder a uma demanda da população por mais escolarização. A necessidade não era só aumentar o número de escolas para atender a população que tinha crescido, mas também contemplar uma nova organização curricular.

Como parte da tentativa de reorganizar o currículo, os membros da *National Education Association* elegeram o *Committee of Ten*, para uniformizar as exigências para ingresso no *college*. Segundo Kliebard (1995), cada *college* possuía exigências próprias relativas aos exames de ingresso e como, à época, houve um crescimento da população que freqüentava a *high school*, tornou-se cada vez mais difícil preparar os alunos que prestariam exames em diferentes instituições. Esse era um problema prático, pois afetava não só os conteúdos curriculares, mas o tipo de currículo que deveria ser adotado por cada escola.

O trabalho do *Committee of Ten* extrapolou os limites do propósito inicial e acabou fornecendo recomendações para várias áreas. O relatório denominado *Committee of Ten Report, publicado em 1893*, apresentado pelos membros da *Mathematical Conference*, já indicava recomendações sobre alterações para o ensino de Aritmética.

²⁰ Monroe (1917) informa que alguns autores criticam o uso da expressão “aritmética mental”, porque os cálculos que envolvem a escrita são que são verdadeiramente “mentais”.

No tópico do relatório que versava sobre esse tema, os membros foram unânimes em afirmar que a prática pedagógica, até então em vigor, precisava passar por mudanças radicais e recomendaram que o programa de Aritmética fosse, ao mesmo tempo, resumido e enriquecido.

Reduzido ao omitir totalmente esses temas (proporções compostas, raiz cúbica, medidas abstratas, quantidades denominadas obsoletas, e a maior parte da aritmética comercial) que deixam o aluno perplexo e exausto sem permitir nenhum valor real para a disciplina mental; e, enriquecido pela grande número de exercícios de cálculos simples em solução de problemas concretos (*Committee of Ten Report, apud Tompkins, 1957, p. 7*).

A recomendação para que os temas, que deixavam os alunos confusos e exaustos, sem contribuir para a “disciplina mental”, fossem resumidos, indica que os membros da *Mathematical Conference* reconheciam o valor disciplinar da Aritmética, mesmo que não fosse de forma irrestrita, já que apontavam outra possibilidade.

Embora os membros da Conferência admitam que, considerada em si mesma, essa disciplina tenha certo valor disciplinar, percebe-se que ele é inferior para aquele que pode ganhar com uma diferente classe de exercícios, e dá suporte à mesma relação para uma melhoria da aprendizagem (*Committee of Ten Report apud Tompkins, 1957, p. 7*).

Um aspecto a ser destacado, nas recomendações apresentada no *Committee of Ten Report*, para o ensino de Aritmética, é o fato de que os membros do Comitê, apesar de não terem rompido completamente com o objetivo de “disciplinar a mente”, reduziram o propósito de ser o principal objetivo a ser alcançado. Os membros da *Mathematical Conference* advogavam também a inserção de algumas expressões algébricas simples e de símbolos no curso de Aritmética.

Ressalta-se que, nas primeiras décadas do século XX, a organização curricular dos conteúdos algébricos também foi alterada por vários fatores, sendo que o principal deles estava associado ao crescimento de estudos que buscavam mudar o ensino baseado no caráter formal e mecânico com que tais conteúdos estavam sendo tratados na *secondary school*, e que tinham como objetivo principal preparar o aluno para prestar os exames de ingresso no *college*.

Segundo Overn (1937), as alterações no currículo da álgebra elementar nos Estados Unidos, desde 1900, foram em grande parte uma consequência das exigências dos exames para ingresso no *college*. Por ser essa uma instituição seletiva, cada *college* podia escolher as próprias questões e especificar as exigências para ingresso. Isso afetava, sobremaneira, a educação secundária. Na procura de corrigir essa situação, em maio de 1900, foi organizado o *College Entrance Examination Board*. No entanto, no primeiro exame realizado pelo *board*, as questões relativas ao ensino de álgebra foram difíceis e complexas. E, nas primeiras décadas do século XX, teve início uma reação contra o formalismo que caracterizava o ensino de Matemática.

De acordo com Overn (1937), quando, em 1900, foi organizado o *College Entrance Examination Board*, os conteúdos algébricos já vinham sendo ensinados nas *secondary school* americanas por mais de um século e meio. Esses conteúdos passaram a fazer parte da educação secundária americana em 1751, na Franklin Academia, na Filadélfia, e, inicialmente, não tinha por objetivo o ingresso no *college*.

A álgebra, bem como outros ramos das matemáticas foram originalmente introduzidos na educação secundária americana mais por seu valor prático do que pelo seu valor disciplinar, por causa de sua aplicação nas estatísticas e navegação do que pelo propósito de ser uma exigência para ingresso no *college*. Entretanto, depois que álgebra tornou-se uma parte regular do currículo da escola secundária, sua posição foi fortalecida pelo fato de que um *college* depois outro acrescentou álgebra elementar como exigência para admissão. O primeiro *college* a fazer essa exigência foi Harvard, em 1820. Esse exemplo foi seguido por Columbia no ano seguinte, por Yale, em 1846, e por Princeton, em 1848 (Overn, 1937, p. 372).

No período de 1820 a 1900, segundo Overn, (1937), o que era ensinado, nas escolas públicas e privadas norte-americanas, sob o título de álgebra, envolvia os seguintes conteúdos: potências e raízes, fatoração, operações fundamentais com expressões racionais, equações numéricas e problemas, equações literais e fórmulas e gráficos. O que variava era a quantidade de exercícios dedicados a cada tema nos livros utilizados, à época, como preparatórios para o exame do *college*²¹. Conforme pode ser constatado no quadro que segue.

²¹ Overn (1937) cita o trabalho de Any Olive Chateaufeuf, intitulado *Changes in the content of elementary algebra since the beginning of the high school movement by the textbooks of the period, 1929*. Nesse trabalho, segundo Overn (1937), a autora examinou 257 livros-texto sobre a álgebra elementar, dos

Tabela 1.1
Distribuição dos conteúdos algébricos nos livros didáticos
1820 a 1928

Período	Potências e raízes	Fatoração fatores e múltiplos	Operações com expressões racionais	Equações numéricas e problemas	Equações literais e fórmulas	Gráficos	Outros
1820- 1899	15,9	5,8	36,5	22,6	17,6	*	1,6
1900 -1909	17	13	32	20	14	2	2
1910-1919	10	12	36	20	15	3	4
1920-1928	10	9	36	16	21	4	4

Fonte: Dados coletados em Overn (1937).

* Nesse período a presença de gráfico nos livros didáticos era inferior a 2%.

Observa-se que a distribuição dos tópicos nos livros didáticos, em um período de 109 anos, não apresenta uma variação significativa em relação à distribuição dos conteúdos apresentados nos livros. Ainda segundo Overn (1937), os exercícios, principalmente os de 1880 a 1910, eram complicados, principalmente os relacionados à equação e fatoração com uso de parênteses. Um movimento em direção a simplificar o ensino de álgebra teve início na última década do século XIX.

Cabe destacar que, entre os fatores que contribuíram para a alteração do ensino de Álgebra, está a recomendação apresentada, no já citado relatório do *Committee of Ten* de passar a inserir, sistematicamente, para alunos de quatorze anos de idade, os conteúdos algébricos, com cinco ou seis horas no primeiro ano e com duas horas e meia nos próximos dois anos. No relatório da *Mathematical Conference*, são apresentadas as seguintes conclusões:

os membros da Conferência consideram que, completando o trabalho do primeiro ano com Álgebra, o curso deveria ser o mesmo, querendo os alunos se preparar para o *college*, para *scientific school*, ou se pretendessem que sua educação sistemática terminasse na *high school*. No caso daqueles que não pretendessem ir para o *college*, mas que intentassem seguir uma carreira de negócios, o resto do tempo poderia ser dedicado ao *book-keeping* e às partes técnicas da Aritmética Comercial. Os rapazes, que pretendessem ir para uma *scientific school*, poderiam aproveitar um ano estudando Álgebra avançada, depois de completar o curso regular de Álgebra e Geometria (*Committee of Ten Report, apud Overn, 1937, p. 381*).

quais 147 foram publicados antes de 1900. Os dados apresentados pelo autor sobre a distribuição dos conteúdos algébricos foram coletados do referido estudo.

Para Overn (1935), o argumento de que a melhor preparação para o *college* também era a melhor preparação para vida nunca foi uma unanimidade entre os educadores norte-americanos. Para os membros do *Committee of Ten*, a necessidade na *secondary school* era melhorar o tratamento dado aos temas oferecidos e não aumentar o número de temas para atender a diferentes necessidades. O entendimento era que a melhoria da instrução poderia ser mais bem efetivada se a atenção fosse centrada em uns poucos temas fundamentais. “A opinião do comitê parece ser a de que o valor do curso da *high school* não dependia de quais temas eram escolhidos para serem ensinados, mas sim como esses temas eram ensinados” (Overn, 1935, p. 378).

O autor estava inclinado a pensar que muitos alunos achavam os conteúdos algébricos (fatoração, potências e raízes; operações fundamentais com expressões racionais, equações numéricas e problemas, equações literais e fórmulas) desinteressantes e sem valor, pois, no tratamento dado a esses conteúdos, eram enfatizados os aspectos mecânicos e de manipulação. Os alunos encontravam um pequeno consolo nas declarações dos professores de que o ensino dos conteúdos algébricos era bom para desenvolver a mente.

Esse argumento, utilizado por professores para justificar o ensino dos conteúdos algébricos, era defendido em razão de uma possível contribuição deles para o desenvolvimento da faculdade do raciocínio. A defesa em favor da faculdade do raciocínio era efetuada como um objetivo que extrapolava o limite da aprendizagem dos conteúdos algébricos.

1. Rapidez e precisão na execução das quatro operações com números algébricos.
 2. Muita atenção na fatoração.
 3. Grande ênfase sobre a teoria dos expoentes fracionários e radicais.
 4. Ênfase na redução e solução de equações literais.
- Habilidade na manipulação mecânica dos símbolos é necessário, mas não é suficiente. O principal objetivo do estudo da álgebra é cultivar a faculdade do raciocínio. E aqui estar o real e duradouro valor, quer o aluno tenha o dever cívico ou *college* em vista (Hume *apud* Overn, 1937).

Destaca-se, nessa declaração, uma indicação da atitude que os professores deveriam ter em relação à natureza e ao propósito dos conteúdos algébricos, enfatizando a manipulação mecânica dos símbolos e a crença na transferência de treinamento recebido por meio de uma atividade para outra, automaticamente.

A teoria da disciplina mental também dava sustentação para o ensino de Geometria. Mas, segundo Metzler (1912), o ensino de Geometria passou a ter a presença no currículo questionada principalmente pelos psicólogos. Anteriormente, os conteúdos geométricos eram considerados como sendo de alto valor educacional e, por essa razão, tinham lugar assegurado no currículo sem muito questionamento.

O que Metzler (1912) denominou de alto valor educacional estava associado ao fato de que o ensino de Geometria era tido como um dos ramos da Matemática que mais garantiria o desenvolvimento do raciocínio, ou seja, tinha presença garantida por conta da teoria das faculdades mentais.

Esse fato também é confirmado por Bell e Stockard (1916), ao afirmarem, que durante a década de 1910, o ensino de Geometria era geralmente exigido do aluno da *high school* por, no mínimo um ano, e, de todos os argumentos utilizados para essa exigência, o mais forte era, sem dúvida, o da “disciplina formal”, pois, tradicionalmente, era aceito que o ensino de Geometria, mais que nenhum outro tema escolar, tinha como certo o “treinamento da faculdade do raciocínio”.

O ensino dos conteúdos geométricos, assim como o de outros conteúdos matemáticos, passou a ser debatido e grande parte dos psicólogos exigia provas experimentais para que eles continuassem a ter lugar garantido no currículo. Por conta disso, os métodos de ensino, em voga à época, alicerçados sobre uma teoria considerada especulativa – teoria da disciplina mental – e sobre resultados de experiências cumulativas dos professores, passaram a ser investigados. Psicólogos e estudiosos da educação começaram a realizar experimentos e observações sobre condições previamente estabelecidas e de maneira sistemática e científica (cf. Metzler, 1912).

Metzler (1912), Monroe (1917) e Reeve (1917) fornecem indicativos do arrefecimento da importância do valor da teoria da disciplina mental não apenas como um movimento interno ao ensino de Matemática, mas como reflexo de um movimento geral de reforma da educação que afetou a organização escolar e curricular. Todos são unânimes em apontar que um dos pilares dessa transformação foi o desenvolvimento da Psicologia.

O desenvolvimento da psicologia, de uma filosofia especulativa para uma ciência empírica, afetou os conteúdos materiais e os métodos de instrução em nossas escolas. O aluno, suas capacidades e suas necessidades começaram a

receber uma atenção nunca antes concedida a eles. Em outras palavras, nós estamos tentando considerar o ponto de vista das crianças. Embora a maior contribuição tenha sido feita no campo elementar, a influência de avançados pensadores, como o Professor E. L. Thorndike, tem sido sentida há muito tempo. Com certeza, os psicólogos têm nos mostrado como ensinar melhor algumas coisas, eles têm também nos ajudado a organizar sozinhos nosso material fundamental e mostrado que o psicológico é melhor que o lógico. Assim o tratamento dos conteúdos tem sido feito de forma mais concreta, o conteúdo material tem sido organizado em termos de que o aprendiz, em vez de receber os conteúdos passivamente, toda a atmosfera da situação da aprendizagem tem sido melhorada (Reeve, 1929, p. 147).

Os aspectos, apontados por Reeve (1929), como o crescimento da Psicologia, a participação de Thorndike na constituição desse campo, a tentativa de compreender as necessidades da criança, o deslocamento do aspecto lógico para o psicológico, servem de indicativos dos elementos que devem ser buscados para uma compreensão dos manuais produzidos por Thorndike.

Segundo Monroe (1917), uma análise dos métodos de ensino até 1821 revela como características: a) os conteúdos eram organizados sobre o princípio do “abstrato para o concreto”; b) valorização da memorização – o aluno deveria primeiro memorizar a regra, depois observar os exemplos ilustrativos, cada um devendo ser lido atentamente até ser memorizado; c) o professor não fazia explanações para o aluno – a principal função era manter a ordem e ouvir as lições; d) o princípio adotado era o dedutivo – apresentava-se a regra depois o problema; e) o trabalho era escrito e não oral, f) a instrução era individual g) resultado era o acúmulo da solução dos problemas que o aluno ia juntando. Era também característica do ensino da Aritmética o aluno não usar livro e aqueles que desejavam aprender as operações fundamentais, providenciavam seu *cyphering book*, que poderia ser comprado, se a família tivesse condição, ou feito com folhas de papel dobradas e costuradas juntas²². Para esse autor, esse período pode ser denominado *Cyphering Book Period*.

²² Como o ensino da Aritmética não era obrigatório, os alunos que desejassem aprender *cypher* comunicavam esse desejo ao professor. Esse, normalmente, possuía um *cyphering book* da época em que havia sido aluno. Como o professor explicava a *sum* [a soma] para o aluno no seu próprio *cyphering book* e explicava a regra de solução, o aluno recebia uma tarefa que, normalmente, era feita em um pedaço de papel e só seria copiada no *cyphering book* se, depois que ele resolvesse por sua própria conta, o resultado estivesse correto. Depois que o aluno terminava a *sum*, levava até a mesa do professor para ser avaliado. A avaliação, em geral, consistia em o professor comparar o trabalho do aluno com o seu próprio *cyphering book*. Se o trabalho estivesse correto, o aluno era ordenado a copiar a regra junto da “conta” para ser preservada (cf. Monroe, 1917).

Os livros, ainda segundo Monroe (1917), não eram escritos para crianças e, raramente, ensinava-se aritmética às menores de 10 anos, ou seja, não eram destinados aos alunos da *elementary school*. Os conteúdos neles abordados representavam o máximo em termos dos temas aritméticos da época e eram utilizados, principalmente, em academias e *colleges*. Um dos livros mais utilizados, à época, o de Pike, era vendido por \$ 2,50, excluindo-o do alcance de muitos alunos.

Com relação à maioria dos livros utilizados nos Estados Unidos até 1800, Monroe (1917) informa que grande parte era de autores ingleses. Cópias desses textos eram importadas e impressas em edições populares. O livro de Thomas Dilworth, *The Schoolmaster's Assistant*, originalmente publicado na Inglaterra em 1743, foi utilizado extensivamente no país, quase que exclusivamente até 1800. Os textos de autores norte-americanos, além de serem em um quantitativo reduzido, eram pouco utilizados. *Arithmetik, vulgar and decimal: with the applications thereof, to a variety of cases in trade and Commerce*, por exemplo, primeira obra sobre aritmética de um autor norte-americano, Isaac Greenwood, publicado em 1729, além de não ter alcançado grande circulação, logo foi esquecida.

Por isso, Monroe (1917) considera como o primeiro livro de um autor norte-americano, com uma circulação significativa, o de Nicolas Pike, publicado em 1788, *A New and Complete System of Arithmetic composed for the use of the citizens of the United States*²³. Composto de 512 páginas, das quais 408 dedicadas à aritmética, aproximando tópicos e problemas; 4 páginas de geometria plana; 11 de Trigonometria plana; 45 de medidas de superfície e volume de sólidos; 33 páginas de introdução à álgebra, destinadas para uso na academia e 10 páginas de uma introdução a secções cônicas. O plano de organização típico do período, segundo Monroe (1917), era: notação e numeração; operações fundamentais com inteiros; frações ordinárias e decimais; unidades de medidas de peso, de tempo, de comprimento, volume; regra de três; câmbio; juros; comissão etc. Os livros, normalmente, eram iniciados com uma definição de Aritmética.

²³ Depois de 1788, surgiram, com maior frequência, outros livros de autores norte-americanos. Dentre os amplamente utilizados: *The American Tutor's Assistant*, de Zacariah Jess, em 1789; *The Schoolmaster's Assistant*, de Natan Daboll, 1799; *A New System of Mercantile Arithmetic*, de Michael Walsh, 1800; *Scholar's Arithmetic*, de Jacob Willetts, 1917 (cf. Monroe, 1917, p. 18).

Aritmética é a arte de calcular com números, e tem cinco regras principais para numeração, adição, subtração, multiplicação e divisão. Numeração é a arte de contar. Ela ensina como expressar o valor de algum número pelo uso dos seguintes caracteres: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, – ou *cypher* (Daboll, *apud* Monroe, 1917, p. 36).

Aritmética é a arte ou ciência dos números, que trata dos números. Isso é feito de duas maneiras, teórica e prática. A teoria da aritmética explica a natureza e qualidade dos números, e demonstra as razões das operações práticas. Considerada nesse sentido, aritmética é uma ciência. Aritmética prática mostra os métodos de trabalhar com números; como eles podem ser úteis e eficientes para os negócios. Nesse sentido, aritmética é uma arte (Adams, *apud* Monroe, 1917, p. 36).

Cada tópico era organizado, basicamente, da seguinte forma: definição, regra(s), explicação e problema. Monroe (1917) apresenta um exemplo dessa situação extraído do texto de Pike (1788).

O ensino da técnica da regra de três direta, tendo sido dado três números, para encontrar o quarto, você deverá ter a mesma proporção do primeiro para o segundo assim como do terceiro para o quarto. Se mais exige mais, ou se menos exige menos, a questão pertence ao caso da regra de três direta. Mas, se mais exige menos e menos exige mais, a questão é de regra de três inversa. Regra 1. Estabeleça a questão, fazendo com que o número procurado seja o terceiro termo, ou coloque na terceira posição; aquele que é o nome ou qualidade procurada, o primeiro termo; aquele que é o mesmo nome ou qualidade procurada, na primeira posição; e, aquele que é o mesmo nome ou qualidade que a resposta exige, o segundo termo. 2. Multiplique o segundo e o terceiro números juntos, divida o produto pelo primeiro, e o quociente deverá ser a resposta da questão (...). Dois ou mais passos são algumas vezes necessários, que podem sempre ser conhecido pela natureza da questão. O método de prova é pela inversão da questão (Pike, *apud* Monroe, 1917, p. 37).

Uma das principais características dos livros dessa época era que a maioria das regras voltava-se ao uso direto de problemas ligados aos negócios e ao comércio, ou seja, consistia em textos, essencialmente, de aritmética comercial. Com a publicação, em 1821, de *First Lessons in Arithmetic on the Plan of Pestalozzi With some improvement*²⁴, segundo Monroe (1917), a alteração causada não foi só de objetivo, mas

²⁴ O livro, *First Lessons in Arithmetic on the Plan of Pestalozzi. With some improvement*, de Warren Colburn, publicado pela primeira vez em 1821, foi reeditado várias vezes. Em 1822, 1826, 1847, 1863, com alterações inclusive no título. Em 1826, passou a ser *Colburn's First Lessons*. O autor, Warren

da maneira de ensinar ao aluno. “À aritmética foi dado um lugar de grande relevância como um tema escolar; os conteúdos dos textos foram modificados para incluir treinamento mental como um fator importante e, a maior parte da instrução tornou-se oral” (Monroe, 1917, p. 53).

Warren Colburn (*apud* Monroe, 1917) defendia que esse livro começasse a ser utilizado por crianças de 5 ou 6 anos de idade e que fosse estudado por três ou quatro anos.

A habilidade para decidir que operações deveriam ser utilizadas pelo enunciado do problema era enfatizada. A ausência de regras e ênfase sobre os processos mentais, a permissão para o aluno resolver o problema, primeiro, a sua própria maneira e pensar sobre se essa maneira era melhor, são aspectos que representam a atitude de Colburn (Monroe, 1917, p. 63).

O livro é dividido em duas partes. A primeira contém exemplos e tabelas de unidades de medidas mais utilizadas, o sistema de numeração até 100 e umas poucas explicações e notas. A segunda parte é chamada *key*, principalmente voltada para uso do professor. O objetivo do livro era fornecer ao aluno, com exemplos práticos, aquilo que as operações aritméticas exigiam e apresentar exercícios para *drill* sobre as combinações que a criança descobre, atividades consideradas importantes para a resolução dos exemplos propostos. Os exemplos são relacionados a situações que aparecem na vida da criança ou que podem ser facilmente entendidas: são exemplos sobre compra de laranjas, provisões para a família e poucos sobre problemas ligados ao comércio. Na adição de exemplos práticos, há listas bem organizadas de exercícios abstratos para o *drill*, sendo três exemplos práticos para um abstrato.

Os exercícios, como já foi dito anteriormente, eram resolvidos inicialmente sem o uso do lápis, ou seja, oralmente. Os algarismos só começavam a serem escritos depois de quase metade do livro. Exercícios com números maiores, representando grandes quantidades, só aparecem em poucos dos problemas apresentados. Os conteúdos desenvolvidos são praticamente os mesmos do *cypering-book period*, a saber: sistema decimal; as quatro operações com inteiros; praticamente todas as unidades de medidas e as operações sobre elas; frações ordinárias; regra de três direta e inversa; empréstimos;

Colburn, nascido em 1793, morreu com a idade de 40 anos. Mas, em 1913, quase um século após a primeira edição, ainda estava sendo impresso, com significativas alterações de editores, só que as vendas tinham caído e a tiragem, a essa época, era de 1000 cópias pela editora Houghton Mifflin Co. (Cf. Monroe, 1917).

prática com associação simples de juros. Foram omitidos temas mais ligados à aplicação do mundo dos negócios, como: frações decimais, câmbio, cálculo de lucros e prejuízo, temas que para jovens crianças não faziam sentido.

O maior diferencial do livro de Colburn, segundo Monroe (1917), é que nele não há necessidade de regras. Depois desse livro, o método de ensino passou a ter a seguinte caracterização: um tópico é apresentado ao aluno a partir de um problema prático; o uso dos símbolos não é priorizado no começo do livro; a instrução é oral; a utilização de objetos como caroços de feijão, pêras, maçãs etc. era incentivada; valorização do processo indutivo; a instrução deixa de ser individual, mas voltada para o grupo de alunos.

Monroe (1917) justifica a opção, por escolher a publicação do manual de Colburn para pensar o desenvolvimento da Aritmética como uma disciplina escolar. Ao informar que, depois da publicação do manual de Colburn, seguiu um período de surgimento de novos textos, que freqüentemente passavam por revisões para manter-se atualizado em relação ao desenvolvimento das idéias da época. Mas, a partir de 1860, as revisões cessaram e nenhum novo tipo de proposta de ensinar os conteúdos aritméticos surgiu, de forma a marcar um período, como aconteceu com o livro de Colburn.

O exame de manuais publicados nesse período, na segunda metade do século XIX, nos Estados Unidos, indica que, mesmo Monroe (1917) tendo destacado a importância do manual de Colburn, é possível identificar a presença de padrões diferenciados de manuais. Por exemplo, o livro de Fish (1877), denominado *The Rudiments of written Arithmetic: containing slate and black-board exercises for beginners and designed for graded schools*, em que o autor afirma que o manual foi preparado para

fornecer um pequeno e simples *class-book* para iniciantes, que contém nem mais nem menos da teoria do que é necessário para ilustração e aplicação dos princípios elementares da aritmética escrita, e que poderá ser introdutório para um tratado completo sobre o tema. (...) Os princípios, definições, regras e aplicações, como até aqui desenvolvidas nesse trabalho coincidem com outros livros da mesma série (Fish, 1877, p. iii).

Os conteúdos abordados nesse manual são números inteiros, frações ordinárias, frações decimais, sistema monetário norte-americano e números compostos. O manual

começa com uma seção denominada *Rudiments of Arithmetic* na qual são apresentadas as seguintes definições:

1. **Quantidade** é alguma coisa que pode ser aumentada, diminuída, ou medida; como distância, espaço, peso, deslocamento, tempo.
2. **Unidade** é um, uma coisa simples ou uma quantidade definida.
3. Um **número** é uma unidade, ou uma coleção de unidades.
4. Um **número abstrato** é um número usado sem referência a uma coisa em particular ou quantidade, como 3, 24, 756.
5. Um **número concreto** é um número usado com referência a alguma coisa ou quantidade, como 21 horas, 4 centavos, 230 milhas.
6. Um **número simples** não é um número abstrato nem um número concreto, mas uma denominação; como 48; 52 *libras*.
7. Um **número composto** é um número concreto expresso em duas ou mais denominações; como 4 alqueires, 4 jardas e 3 pés .
- (...)
12. **Aritmética** é a ciência dos números, é a arte de calcular.
13. As **cinco operações fundamentais** da Aritmética são notação e numeração, adição, subtração, multiplicação e divisão (Fish, 1877, p. 7).

Os conteúdos são apresentados a partir das definições, leis gerais, regras e só depois são apresentados exercícios e exercícios mentais. Essas são características que, pelas informações apresentadas por Monroe (1917), já haviam desaparecido. Com isso, ressalta-se o fato relacionado à dificuldade de limitar, cronologicamente, o uso ou a circulação de um determinado padrão de manual escolar; assim, o que se pode considerar é a coexistência, em determinados casos, de diferentes padrões.

Portanto, o sucesso de *The Thorndike Arithmetics* não deve ser entendido como aceitação unânime (Jonçich, 1968), mesmo porque, pelo exposto, nos anos 1910, o ensino da Aritmética estava sendo debatido em várias associações de professores, preocupados em redefinir os objetivos e métodos dos conteúdos aritméticos. Essa redefinição, na maioria dos casos, confrontava a “teoria da disciplina mental” como base da organização curricular, e tinha como meta firmar a “utilidade” dos conteúdos aritméticos, procurando associá-los a atividades inerentes ao desenvolvimento econômico. Por isso, para compreender os motivos que justificam o sucesso do manual de Thorndike, necessário se faz examinar a forma como os seus conteúdos estão organizados e seqüenciados, bem como os princípios teóricos que lhe dão sustentação.

CAPÍTULO II

The Thorndike Arithmetics e The Thorndike Algebra: um novo padrão para o ensino de Matemática?

The Thorndike Arithmetics é um manual destinado ao aluno, formado por três volumes (*Book One, Two e Three*), que inaugura a produção de Thorndike voltada ao ensino de Matemática. Neste trabalho, ele está sendo tomado como um manual utilizado pelo autor para apresentar um novo padrão para o ensino de Aritmética da *elementary school* norte-americana.

O prefácio é comum aos três volumes e, logo nas primeiras linhas, o autor afirma que neles são aplicados os princípios descobertos na Psicologia da Aprendizagem, na Educação Experimental e pela observação de práticas escolares bem sucedidas.

Por isso, ele afirma que *The Thorndike Arithmetics* difere de seus antecessores em aspectos como: não inclusão de conteúdo meramente como ginástica mental; substituição da preparação efetuada pela descrição verbal dos problemas, antes retirados das folhas de exames, por enunciados relacionados a problemas reais; o raciocínio não é compreendido como uma faculdade mítica, mas como cooperação, organização e controle de hábitos; o interesse é assegurado pela própria matéria, a Aritmética, e pela aplicação desta em situações adequadas; e, nada do que é necessário para a educação da criança é omitido por ser difícil.

Esses são alguns indícios ao que Thorndike, em 1917, estava se opondo ao propor um novo manual. Para compreender exatamente o que significam essas assertivas do autor em relação ao que está posto no manual, é o que precisa ser averiguado, porque alguns desses aspectos, como já sinalizados no capítulo anterior, não são defendidos apenas por ele, como é o caso, por exemplo, da defesa por problemas reais ou que sejam úteis para o aluno mesmo fora do ambiente escolar feita por Rice (1902), Suzzalo (1912), Young (1924) só pra citar alguns. Por isso, necessário se faz examinar a forma como o manual foi composto, para que se possa entender, inclusive, as razões do sucesso que alcançou em termos de venda.

Além disso, também precisa ser analisado o manual *The Thorndike Algebra*, publicado uma década depois, em 1927, destinado ao aluno da *high school*,

principalmente porque, nele, o autor reapresenta a informação de que também são aplicados os princípios descobertos na área da Psicologia da Aprendizagem, da Educação Experimental e da observação de práticas escolares bem sucedidas.

Esse pode ser um indicativo de que os princípios adotados na constituição dos dois manuais eram semelhantes, e, se consideradas a diferença temporal entre as duas publicações e as diferenças relacionadas às características específicas dos conteúdos aritméticos e dos algébricos, pode-se ter o indício de que Thorndike, de fato, conformou, por meio desses dois manuais, um novo padrão para o ensino de Matemática.

Para apreender elementos que permitam averiguar essa suposição, serão examinadas as duas obras na tentativa de identificar os aspectos distintivos em relação à organização dos conteúdos e as recomendações para o professor e para o aluno.

2.1 – *The Thorndike Arithmetics*: a organização dos conteúdos

Em 1917, quando saiu a primeira edição de *The Thorndike Arithmetics*, foram apresentados, em três volumes de capa dura, os *Books One, Two e Three*, destinados a alunos da *elementary school* norte-americana¹.

Os três livros começam com um mesmo prefácio, seguido de notas referentes a cada volume² e de uma tabela dos conteúdos e das atividades propostas para desenvolvê-los.

Os conteúdos estão distribuídos da seguinte forma:

¹ Conforme já destacado anteriormente, nos Estados Unidos, não existia uma definição única entre os limites da *elementary school* e da *high school*, variando, respectivamente, entre 9 – 4, 7 – 4, 8 – 3, 8 – 5 e 7 – 5 séries (Cf. Overn, 1937). E, segundo Thorndike (1912), por não ser a organização escolar norte-americana controlada por uma autoridade central, um dos principais fatores, para determinar a organização, era a idade do aluno. Em muitas cidades, os *Kindergarten* são freqüentados por alunos de quatro a seis anos; a *elementary school*, por aluno de sete para quatorze anos; e, a *secondary* ou *high school*, por alunos de quinze a dezenove anos de idade.

² Na reedição do *Book I*, em 1924, o autor complementa o prefácio da edição anterior com outro, em que registra a elevação de preços como um problema decorrente da guerra. Afirma que dificilmente os preços voltariam para o valor anterior à Primeira Guerra Mundial e que, apesar do problema material ter sido alterado, outras mudanças continuavam sendo operacionalizadas por meio do trabalho científico e da prática dos professores com os métodos psicológicos em Aritmética. Apesar dessa informação o livro não sofreu nenhuma alteração ou acréscimo em relação a primeira edição.

QUADRO 2.1

DISTRIBUIÇÃO DOS CONTEÚDOS EM *THE THORNDIKE ARITHMETICS*

<i>Book One</i>		<i>Book Two</i>		<i>Book Three</i>	
Parte I	Parte II	Parte I	Parte II	Parte I	Parte II
Adição e subtração	Multiplicação com dois e três fatores	Adição e subtração de frações; teoria geral e técnica	Frações ordinárias e decimais: revisão e organização	Teoria geral e técnicas da Aritmética	Revisão
Primeiros passos da multiplicação e divisão	Significado das frações e usos simples	Multiplicação e divisão com frações e números mistos	Resolução de problemas: contas simples	Compras e vendas;	Negócios privados
Multiplicação e divisão. Divisão com divisores com um algarismo	Divisão longa	Adição subtração e multiplicação com decimais e as quatro operações com medidas	Porcentagem	Empréstimos; juros;	Negócios públicos
Aplicação das quatro operações	Primeiros passos na adição e subtração	Divisão com números decimais	Medidas	Domínio para a prática;	Aritmética na loja e na fábrica
Revisão			Porcentagem e razão	<i>Revisão</i> <i>Apêndices:</i> Aritmética especial para trabalho de escritório, escrituração; aritmética especial para o comércio; aritmética especial para raciocínio matemático.	
Index		Index		Index	

Fonte: Quadro elaborado a partir dos conteúdos abordados nos três volumes de *The Thorndike Arithmetics*.

Observa-se, na listagem dos conteúdos apresentados no quadro anterior, que o autor, além de tratar das operações fundamentais, denomina unidades, como: compras e vendas, negócios privados, negócios públicos, aritmética na loja e na fábrica, aritmética especial para trabalho de escrituração, aritmética para o comércio. Ao que parece, ao fazer isso, Thorndike (1917c) está contemplando um dos objetivos sugeridos para o ensino de aritmética no *Report of The Arithmetic Committee* (1912). O objetivo, como já explicitado no capítulo anterior, ao qual o nome dele está associado, é fornecer ao aluno condições para que ele adquira o domínio das quatro operações fundamentais com precisão e rapidez e aplique essas operações em problemas da vida cotidiana,

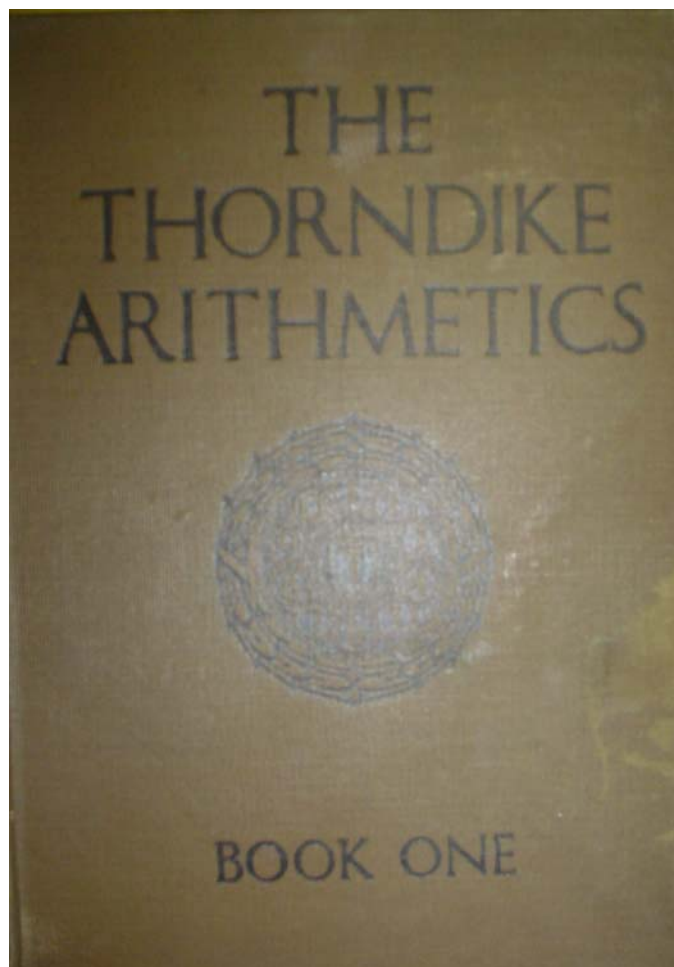
familiarizando-se com o lado quantitativo das grandes indústrias e outros aspectos da vida social, como calcular apólice de seguros e operações bancárias.

A organização dos conteúdos no manual *The Thorndike Arithmetics*, segundo o autor, era um tanto diferente da forma como vinham sendo apresentados em outros manuais destinados ao aluno. Afirma que nada do que era desejável para a educação do pensamento quantitativo da criança foi omitido apenas por ser difícil. Ao fazer essa afirmação, parece que o autor opta por rerepresentar conteúdos que tinham sido omitidos em outros manuais por terem sido considerados difíceis. Por exemplo, no livro de Fish (1877), denominado *The Rudiments of written Arithmetic: containing slate and black-board exercises for beginners and designed for graded schools*, o autor expõe que

aplicações especiais das regras, particularmente aquelas que são difíceis, foram omitidas. (...) Umas poucas e fáceis aplicações de cancelamento, análise, porcentagem e juros simples têm sido apresentadas, além de um grande número de exemplos fáceis (Fish, 1877, p. iii).

Ainda com relação à organização dos conteúdos, Thorndike (1917a, 1917 b, 1917c) informa que foram omitidos o raciocínio dedutivo e os problemas com enunciados fantasiosos, com cálculos absurdos e que não faziam sentido para o aluno. Os conteúdos desenvolvidos no *Book I* são abordados a partir de atividades ou problemas com enunciados relacionados à organização de festas, a compras por catálogo, à compra de presentes para o natal, ao planejamento de um piquenique, ao desenho de mapas, à utilização de um termômetro, ao planejamento de viagem de férias.

FIGURA 2: Capa do livro *The Thorndike Arithmetics – Book One*



A atividade que inicia o *Book One* é constituída por três passos: 1º) contar oralmente “one, two, three” e assim por diante; 2º) escrever as palavras “one, two, three”, e assim por diante; 3º) escrever 1, 2, 3 e assim por diante. Depois dessa atividade, o autor recorre à unidade de medidas de comprimento – polegada – para efetuar comparação e ao mesmo tempo desenvolver a contagem e as operações.

2. Construindo régua de seis e de dez polegadas



1. Qual dessas linhas é maior?
2. Qual linha é duas vezes maior?
3. Qual linha é quatro vezes maior?

As crianças na primeira série necessitam de algumas pequenas régua. Você pode fazer algumas?

4. Faça uma régua de duas polegadas de comprimento?
 5. Escreva “duas polegadas” sobre a régua.
 6. Faça uma régua de quatro polegadas de comprimento.
 7. O que você poderá escrever na régua de quatro polegadas?
 8. Faça uma régua de seis polegadas de comprimento.
 9. Coloque linhas e números sobre a régua de seis polegadas para indicar uma polegada, 2 polegadas, 3, polegadas, 4 polegadas e 5 polegadas.
 10. Faça uma régua de 10 polegadas de comprimento e a mantenha com você.
- (Thorndike, 1917a, p. 1).

A essa seguem duas outras atividades com enunciados que propõem medir e comparar comprimento de régua e de linhas que o aluno deveria desenhar. Além de efetuar comparações de comprimento das linhas, o autor utiliza o cálculo de comprimentos, para trabalhar fatos básicos das operações fundamentais.

Diga o número correto que deve ser colocado no lugar pontilhado:

- a. Duas polegadas mais duas polegadas são polegadas. 2 mais 2 são.....
- b. Quatro polegadas mais duas polegadas são polegadas. 4 mais 2 são.....
- c. Seis polegadas mais duas polegadas são polegadas. 6 mais 2 são.....
- d. Oito polegadas mais duas polegadas sãodez polegadas. 8 mais 10 são

(Thorndike, 1917a, p. 2).

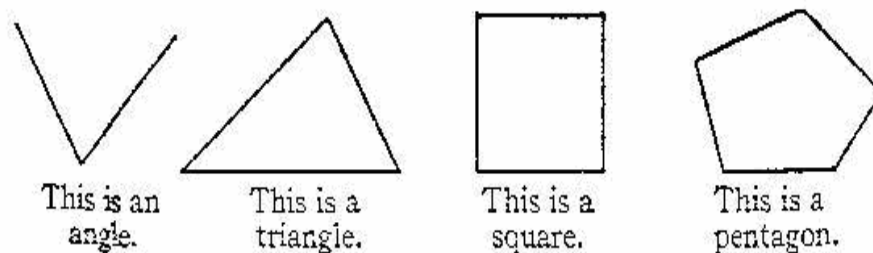
Essas atividades devem ser destacadas, porque elas são representativas da maneira escolhida por Thorndike (1917a) para tratar os conteúdos geométricos. Consta-se, pelo levantamento bibliográfico da produção de Thorndike, que ele não produziu nenhum manual que tivesse como tema o ensino de Geometria.

No que diz respeito a esse assunto, o exame dos escritos sobre o ensino dos conteúdos matemáticos não fornece nenhum indicativo explícito do que Thorndike compreende por Geometria. Mas, uma consulta ao dicionário *Thorndike Century Junior Dictionary*, indica que Thorndike (1942, p. 329) entendia Geometria como “o estudo que mede e compara linhas, ângulos, superfícies e sólidos; a matemática do espaço”.

Verifica-se que, tomando esse significado como referente, é possível identificar que, em *The Thorndike Arithmetics*, o autor mediu e comparou linhas, ângulos, superfícies e sólidos, com o intuito de ensinar o sistema de numeração decimal ou as operações fundamentais, ou seja, percebe-se claramente que o autor encontrou uma maneira de abordar conteúdos aritméticos e geométricos de forma integrada. A

utilização de unidades de medidas nos enunciados dos problemas também não foi utilizada de forma isolada. Na maioria das vezes, foram abordadas para tratar das operações fundamentais. E, aos poucos, o autor vai fornecendo informações sobre a nomenclatura das figuras geométricas, cálculo de área, de volume, ou seja, vai abordando os conteúdos geométricos.




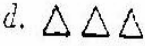




71. Triângulos, Quadrados e Pentágonos



As crianças constroem ângulos, triângulos, quadrados e pentágonos utilizando palitos. Conte quantos palitos são necessários para fazer quadrados separados como esses: □□□
(Thorndike, 1917a, p. 58).

Observa-se que, por exemplo, nessa atividade, o autor, além de apresentar para o aluno o que é um ângulo, triângulo, quadrado e pentágono utilizando palitos, pela contagem, o aluno vai ampliando a quantificação, com número superior a dez, quando precisa contar quantos palitos são necessários para construir os quadrados. Dessa forma, pela manipulação, o aluno vai ampliando a contagem e passa a identificar a nomenclatura adequada das figuras.

Na continuação dessa atividade, o autor aborda conteúdos sobre multiplicação, nomenclatura das figuras geométricas e unidades de comprimento, capacidade e volume. A tarefa é composta de três etapas. Na primeira, ele utiliza a contagem simples e a construção que o aluno pode fazer utilizando palitos.

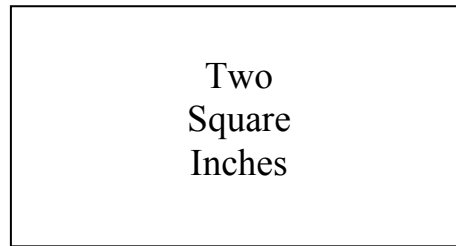
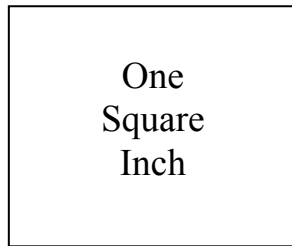
1.	2.	3.
Estabeleça quantos palitos você necessita para fazer:	Diga o número correto para ser colocado no lugar onde estão os pontos:	Diga o número que está faltando. Lembre que
a. 	Dois 2 vezes =	1 quart = 2 pints
b. 	Dois 3 vezes =	1 galão = 2 quarts
c. 	Dois 4 vezes =	1 jarda = 3 pés
d. 	Três 2 vezes =	1 quart =pints
e. 	Três 3 vezes =	3 qt. = pt.
f. 	Três 4 vezes =	5qt. =pt.
g. 	Três 5 vezes =	1 jarda = pés
h. 	Quatro 2 vezes =	4 jardas = pés
	Quatro 3 vezes =	3 jardas =pés
	Quatro 4 vezes =	1 galão = qt..
	Quatro 5 vezes =	2 gal. =qt.
	2 x 4 =	4 gal. = qt.
	3 x 5 =	4 nickels =
	4 x 4 =	7 nickels =
	3 x 3 = quart = 4 pt.
	5 x 5 =qt. = 6 pt.
	2 x 5 =jardas = 9 pés
	jarda = 6 pés.

(Thorndike, 1917a, p. 58).

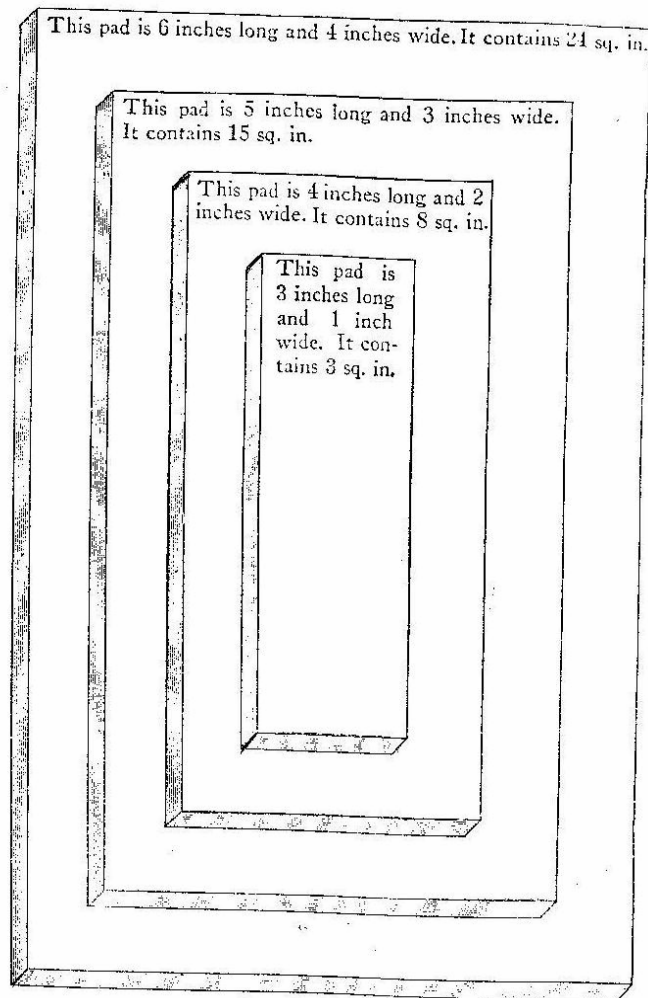
Verifica-se que, a partir da contagem dos palitos, o autor fornece elementos que posteriormente podem servir para o desenvolvimento formal das operações de multiplicação, além de fazer uso de unidades de medida para volume, comprimento, sistema monetário.

Outro aspecto a ser destacado é que Thorndike (1917a) não apresenta os conceitos para depois aplicar os cálculos. O procedimento adotado é exatamente oposto: primeiro, ele desenvolve várias tarefas em que os alunos efetuam cálculos. Só depois, trata da definição ou regra formal. Por exemplo, ele aplica o conceito de área por meio de várias atividades, para, só depois, informar ao aluno que ele estava calculando área. O tema começa a ser abordado a partir da seguinte atividade:

98. Polegada quadrada



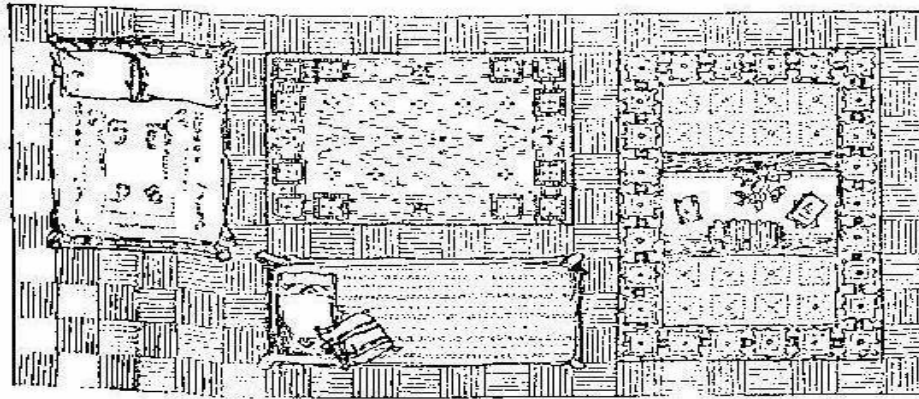
1. Estude os retângulos a seguir:



2. Desenhe um retângulo de 3 polegadas de comprimento e 2 polegadas de largura. Quantas polegadas quadradas ele tem?
3. Desenhe um quadrado de 2 polegadas de comprimento e 2 polegadas de largura. Quantas polegadas quadradas ele tem?
4. Desenhe um retângulo de 3 polegadas de comprimento e 2 polegadas de largura. Quantas polegadas quadradas ele tem?
5. Desenhe um quadrado de 3 polegadas de comprimento e 3 polegadas de largura. Quantas polegadas quadradas ele tem?
6. 4. Desenhe um retângulo de 5 polegadas de comprimento e 2 polegadas de largura. Quantas polegadas quadradas ele tem?

Aprenda essa regra: **para encontrar o número de polegadas quadradas no retângulo, multiplique o número de polegadas do comprimento pelo número de polegadas dos lados** (Thorndike, 1917a, p. 86-87).

Outro recurso muito utilizado pelo autor é o desenho de plantas para calcular comprimento e área.

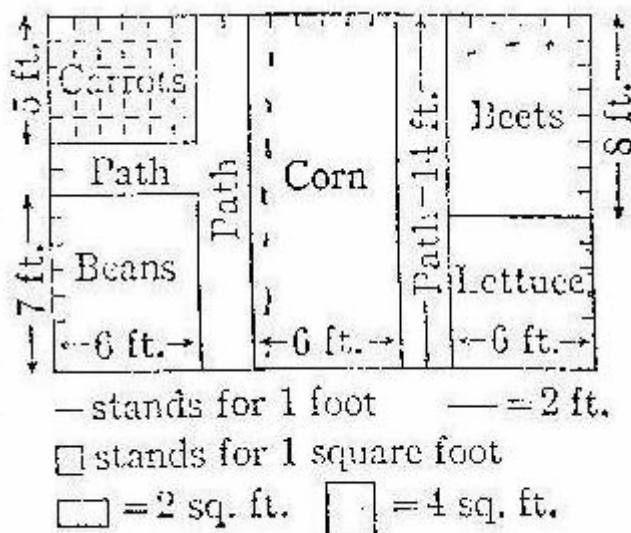


Essa é a planta de um apartamento. ___ para um pé de comprimento e para um pé quadrado. As questões que seguem são:

1. A cama é de 6 pés de comprimento e 4 pés de largura. Qual a área que ela cobre?
2. O sofá é de 7 pés de comprimento por 3 pés de largura. Quantos pés quadrados ele cobre?
3. O tapete grande é de 6 pés de comprimento por 9 de largura. Qual a área que ele cobre?
4. A mesa é de 3 pés de comprimento por 9 pés de largura. Qual a área que ela cobre?
5. O tapete pequeno é de 5 pés de comprimento por 7 pés de largura. Qual a área que ele cobre?

(Thorndike, 1917a, p. 89).

Na continuidade dessa atividade, é apresentada a planta de uma horta e a representação para calcular a área .



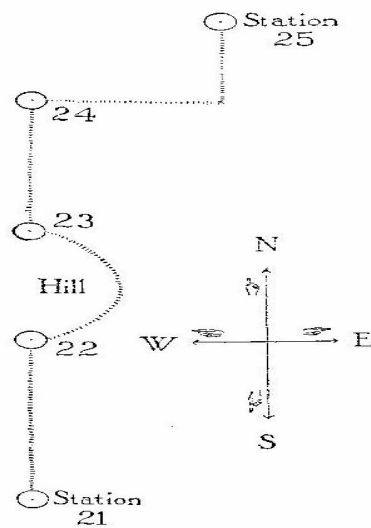
6. Essa é a planta da horta de Tom. Qual é a área destinada ao plantio das cenouras? Qual o comprimento e a largura do espaço reservado para o plantio de cenoura?
7. Qual o comprimento e a largura do espaço reservado para o plantio de feijão?
8. Qual o comprimento e a largura do espaço reservado para o plantio de milho?
9. Quantos pés quadrados são plantados com cenouras? Com feijão? Com beterraba? Com alface? Com milho?
10. Desenhe a planta de uma horta. Estabeleça uma polegada para quatro pés. Então $\frac{1}{2}$ polegada representa quantos pés? Uma polegada e meia representa quantos pés? Duas polegadas representarão quantos pés? E três polegadas? (Thorndike, 1917a, p. 89).

Depois da resolução de todos esses itens, o autor expõe a regra. “**Nós chamamos o número de pés quadrado de ÁREA**” (Thorndike, 1917a, p. 90, negrito do autor).

Verifica-se também que ele aplica, a segunda parte do significado que atribuiu para Geometria, “a matemática do espaço.” (Thorndike, 1942, p. 329), em uma série de problemas, de duas formas. Na primeira, a matemática do espaço oferece ao aluno, por meio de atividades associadas a análise de plantas de casa, de distribuição da área de um terreno para plantação, por exemplo, a possibilidade de adquirir e desenvolver o hábito de planejar, calcular e distribuir o espaço a sua volta seja o jardim, a horta, a casa, como já apresentado nas atividades anteriores.

A segunda forma que o autor utiliza, a Geometria como a matemática do espaço, parece indicar que ele procurava desenvolver no aluno o senso de orientação e de deslocamento pelo bairro, cidade, estado, país, tomando como orientação o norte, sul, leste e oeste.

Essa é a planta ou mapa de uma via férrea. Os pequenos círculos representam as estações. Cada quarto de uma polegada representa uma milha.

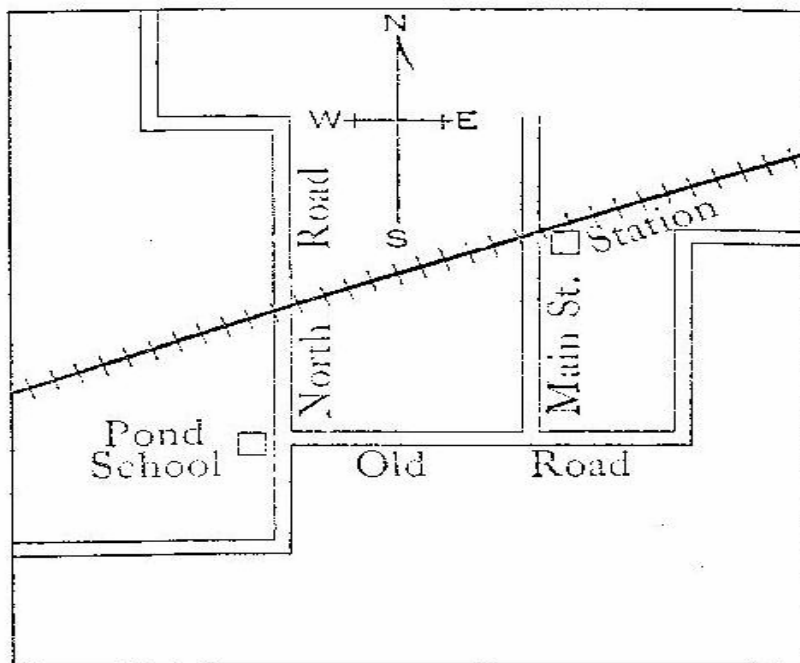


1. O que significa norte, sul, leste, oeste?
2. Quantas milhas a norte da *Station 21* está a *Station 22*?
3. A quantas milhas a norte da *Station 23* está a *Station 24*?
4. A quantas milhas está da estação 24 a estação 25 pelo trilho?
5. Medir e dizer quantas milhas existem em uma linha reta da *Station 24* para a *Station 25*.
6. Leia e complete os pontilhados com as palavras corretas. Um trem vai da *Station 24* para a *Station 25*, vai 4 milhas e depois 3 milhas

(Thorndike, 1917 a, p. 120).

Em outra atividade, o mapa é apresentado da seguinte forma:

135. Um mapa de uma cidade



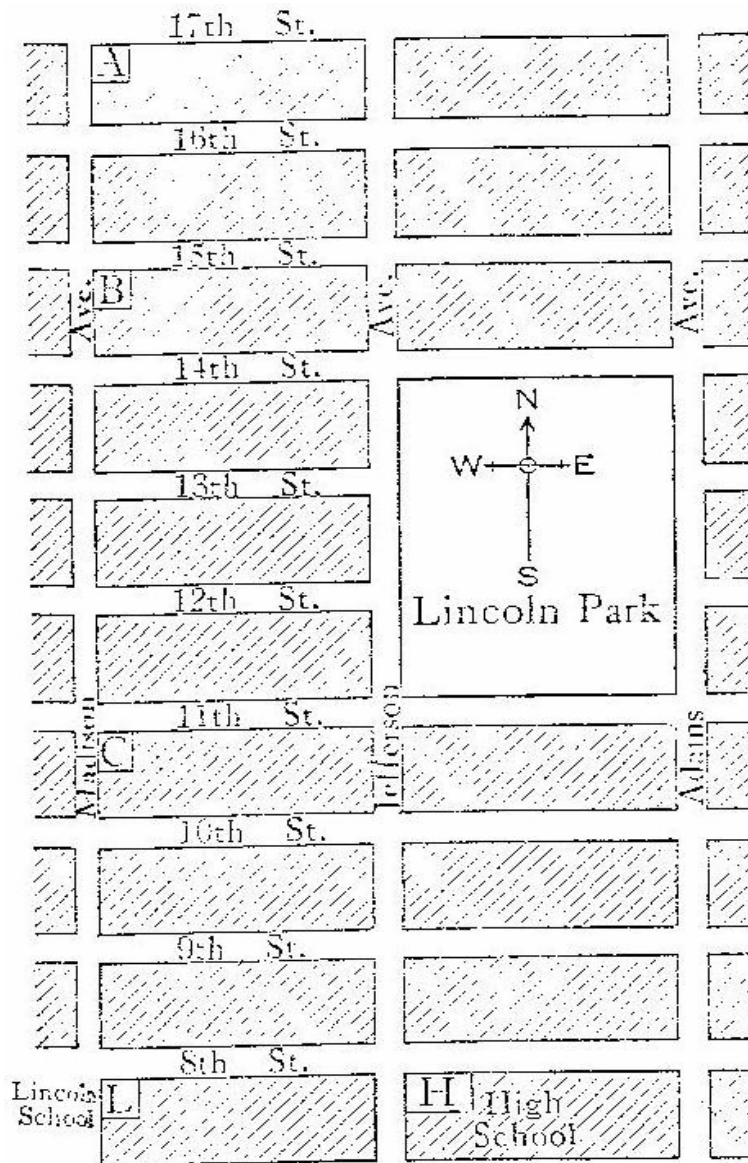
Nesse mapa, de uma cidade e de sua principal estrada, $\frac{1}{2}$ polegada representa 1 milha. _____ estabelece uma milha e estabelece uma milha quadrada.

1. Quantas milhas é a extensão da cidade de norte a sul?
2. Quantas milhas quadradas ela contém?
3. Se a estrada atravessa toda a cidade, qual a extensão da estrada?
4. Qual é a distância entre Pond School e a Station?
5. Elabore problemas sobre esse mapa ou sobre o mapa de sua própria cidade (Thorndike, 1917a, p. 121).

Ao aluno ainda é proposta atividade de desenhar mapas ou de efetuar cálculos de distância a partir de mapas já apresentados.

137. Distância na cidade

Esse é o mapa de parte de uma cidade.




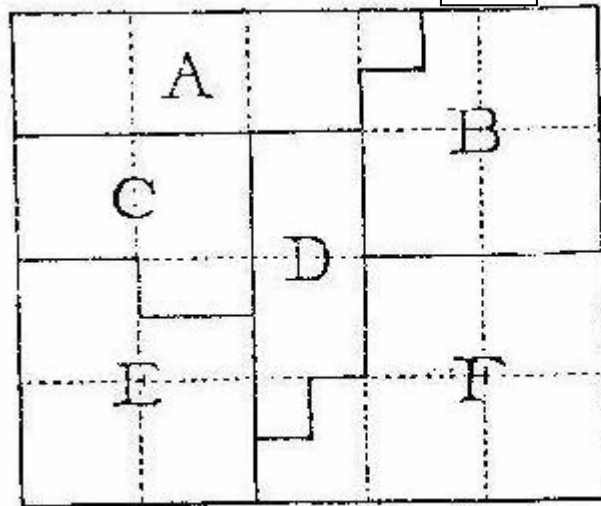
As partes sombreadas são as casas, lojas e outras construções. As partes brancas são as ruas e calçadas. Rapazes e moças nessas cidades medem as distâncias por quarteirões.

O comprimento de um quarteirão é 660 pés. A largura é 264 pés. .

1. Alice mora na esquina de *Madison Ave.* e 17th ST (A). Quantos quarteirões são de sua casa a *Lincoln School* (L)?
 2. Quantos pés são de sua casa para a *Lincoln School*? 2376 ft. significa dois mil trezentos e setenta e seis pés.
 3. Quantas centenas existem em um milhar?
 4. Bert mora na esquina da *Madison Ave.* e 15Th St. (B) Quantos quarteirões são de sua casa até a *Lincoln School*? E quantos pés?
 5. Quando Bert vai para a *High School* (H) ele poderá caminhar 7 quarteirões para o sul e o comprimento de um quarteirão para leste. Qual é a distância em pés?
 6. Charles mora em (C) a esquina da *Madison Ave.* e 11th St. qual é a distância em pés até a *Lincoln School*?
 7. E até a *High School*?
 8. Qual a distância da esquina da esquina da *Adams Av.* e 16th St?
- (Thorndike, 1917a, p. 122-123).

O autor utiliza ainda as formas geométricas e as medidas para desenvolver atividades relacionadas a frações. Em uma atividade denominada *medindo partes*, e entre outras questões ele coloca a seguinte:

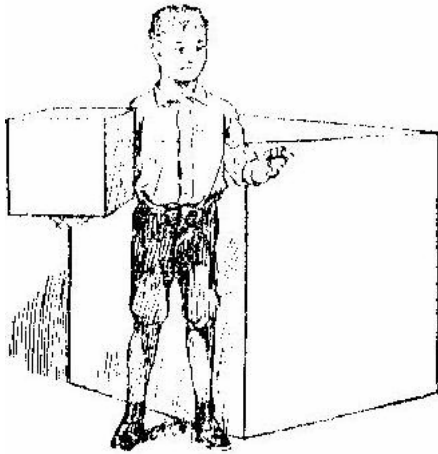
nessa figura um quadrado como esse , representa um acre.



9. Qual desses campos contém $2 \frac{1}{2}$?
10. Qual desses tem $3 \frac{1}{2}$?
11. Qual desses tem $3 \frac{1}{4}$?
12. Qual desses tem $3 \frac{1}{4}$?
13. Qual desses tem $3 \frac{3}{4}$?
14. Qual desses tem $4 \frac{3}{4}$?

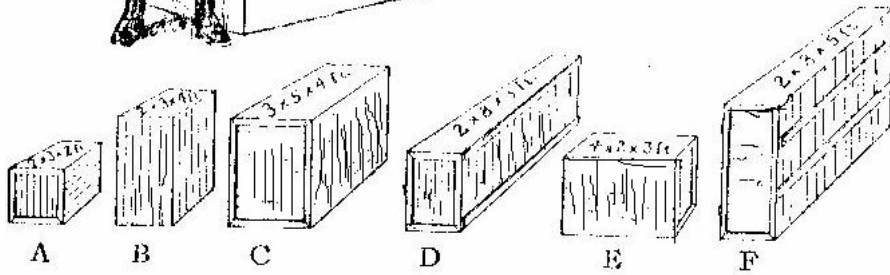
Números como $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{5}$ são chamados de fração (Thorndike, 1917 a, p. 229).

No *Book Two* o autor continua utilizando conteúdos geométricos, e continua colocando em prática o seu entendimento do que seja geometria, por exemplo, calcular volume.



Uma caixa de 1 pé de comprimento, 1 pé de altura, e um 1 pé de profundidade contem 1 pé cúbico(...)
 Uma caixa que tem 1 jarda de comprimento, 1 jarda de altura, e 1 jarda de profundidade contem 1 jarda cúbica.

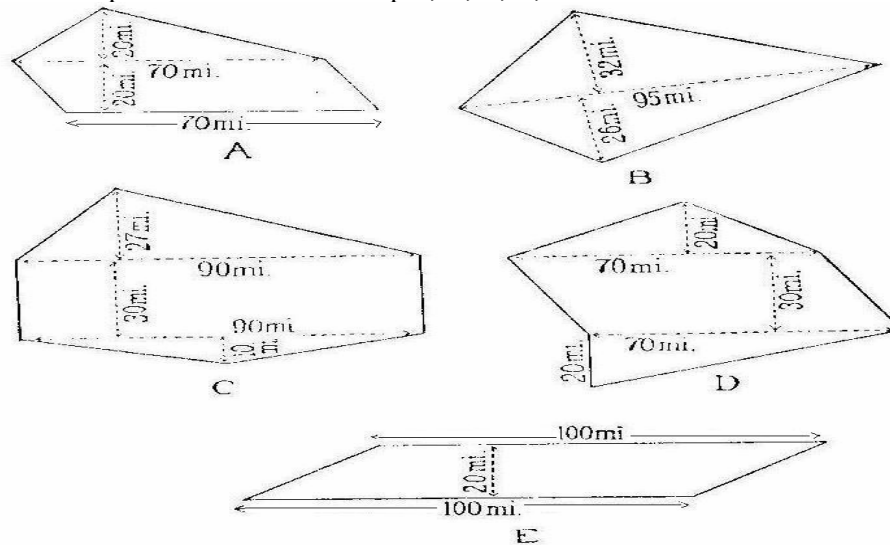
1. Conte quantos pés cúbicos cada uma dessas caixas contem.



Um atividade que se destaca, no segundo volume, é a que trata de estimativa de área, pelo fato de ser um tema que o autor considerava que seria útil na aula de geografia.

91. Estimando áreas

As crianças na aula de geografia participam de uma competição sobre a estimativa de áreas de diferentes superfícies. Cada criança escreve sua estimativa para cada um desses mapas, A, B, C, D e E.

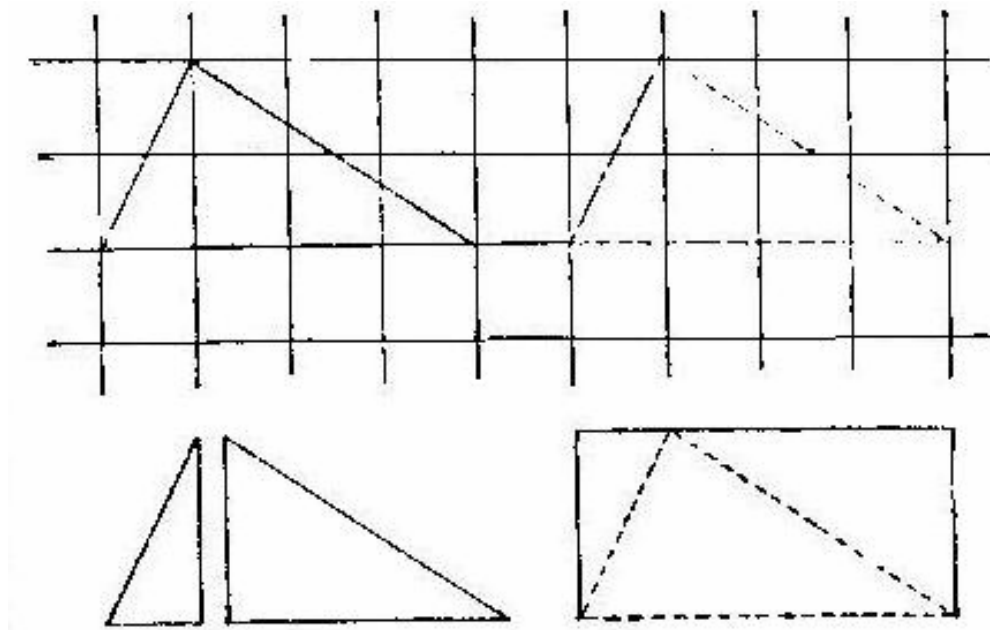


Na aula de aritmética eles aprendem como encontrar áreas exatas. Então eles comparam suas estimativas com as áreas exatas para ver que mais se aproximou.

Escreva suas estimativas para A, B, C, D e E. Quando estudar as próximas aulas vai aprender como calcular as áreas exatas (Thorndike, 1917b, p. 221).

Outra atividade que merece ser destacada é a que utiliza um recurso diferenciado para calcular a área de um triângulo.

96. Como calcular a área de um triângulo



1. Usando um papel quadriculado, corte um triângulo como esse com a base igual a 4, e altura igual a 2. Faça outro triângulo semelhante a esse. Corte um deles em dois triângulos como mostra o desenho. Coloque os dois pedaços e o triângulo inteiro juntos para fazer um retângulo com base igual a 4 e altura igual a 2.

2. Faça o mesmo com outros triângulos até que você esteja seguro que **a área de um triângulo = 1/2 do produto de sua base por sua altura.** (Thorndike, 1917b, p. 227).

Por meio de atividades desse tipo, o autor, além de proporcionar ao aluno a possibilidade de desenvolver o sentido de direção e deslocamento, parece também estar colocando em ação o denominado *fused mathematics*, *correlated Mathematics*, *integrated mathematics*, *fundamental mathematics* ou *general mathematics*. Ao invés de anunciar se era a favor ou contra esse movimento, desencadeado a partir de *University Chicago*, que procurava romper com a forma compartimentalizada como as diversas áreas da Matemática eram apresentadas em Aritmética, Álgebra e Geometria, Thorndike

(1917a, 1917b, 1917c) simplesmente demonstrou como era possível abordar conteúdos aritméticos e geométricos juntos, mesmo para os alunos da *elementary school*.³

Verifica-se ainda que Thorndike (1917a), no *Book One*, procurou também abordar, em conjunto, conteúdos algébricos e aritméticos, quando defende, nas notas referentes a esse livro, a utilização da forma de equação com um número faltando ou com uma quantidade para ser completada. Para o autor, o uso da forma de equação serve para prevenir a memorização de regras sem entendimento, como estímulo para o pensamento matemático e como meio para uma organização econômica do conhecimento aritmético. O tempo gasto com as equações reduzia, em até duas vezes, o tempo em trabalhos posteriores. E, desde as primeiras atividades, o autor recorre a exercícios do tipo:

a) Diga o número correto do lugar onde estão os pontilhados:

A	B	C
$9 + \dots = 13$	$7 + \dots = 14$	$9 + \dots = 18$
$5 + \dots = 12$	$9 + \dots = 14$	$8 + \dots = 16$
$7 + \dots = 15$	$7 + \dots = 16$	$3 + \dots = 12$
$9 + \dots = 15$	$9 + \dots = 12$	$8 + \dots = 17$
$8 + \dots = 10$	$8 + \dots = 15$	$6 + \dots = 14$

(Thorndike, 1917a, p. 34).

Pode-se considerar, portanto, que Thorndike (1917), por meio desses manuais, demonstrou ser possível abordar conteúdos aritméticos, algébricos e geométricos em conjunto, ou seja, sem fazer alarde, sem manifestar-se a respeito, atuou em prol do movimento de *fused mathematics*, mas defendendo sempre uma forma de contribuir efetivamente para a aprendizagem do aluno.

O exame dos três volumes do livro permite afirmar ainda que o autor também apresenta atividades relacionadas às operações fundamentais de forma gradativa,

³ Segundo Reeve et al (1951), em 1903-1904 foi feita uma tentativa de se instituir um programa de *correlated mathematics*, por George Myers da *School of Education* da *University Chicago*, que, juntamente com os professores William R. Wickes, Ernest R. Breslich, Harris f. McNeish e Ernest R. Wreidt, do departamento de matemática dessa mesma universidade, produziram um texto, que foi mimeografado e utilizado nas aulas do primeiro ano da *University of Chicago High School*, em 1904-1905. Em 1906, o material foi revisado e publicado como *First Year Mathematics*. Em 1910, a *University of Chicago press* publicou o segundo texto chamado *Second Year Mathematics for Secondary School*. Esses dois textos foram utilizados por quatro ou cinco anos na *University of Chicago High School*. Breslich, com o apoio de Charles H. Judd, Eliakim H. Moore e Franklin W. Johnson, e aprovação de Myers, revisou o material que já havia sido publicado e reescreveu, completamente, os dois volumes que, posteriormente, foram publicados apenas com o nome dele como autor: Breslich, E. R. *First Year Mathematics*, 1915, e *Second Year Mathematics*, 1916, *University of Chicago Press*. Em 1917, Breslich publicou ainda *Third Year Mathematics*. “Muitos professores foram a *University of Chicago High School* para observar as aulas de Breslich, Reeve, Schorling e Wright e trocar idéias com eles a respeito da nova organização dos conteúdos” (Reeve et al, 1951, p. 82).

utilizando, como instrumento para tanto, o conhecimento do sistema monetário norte-americano. As atividades sobre esse tema começam com o aluno aprendendo a somar centavos de dólar. Nessa atividade, é recomendado, inclusive, que o aluno faça, em papel cartão, o próprio “dinheiro de brinquedo” ou utilize fichas do jogo *play money* para representar “um centavo”. Depois, é desenvolvida uma atividade a partir de uma loja – *Playing store* – simulando a venda de doces, pão, bolo, laranja, caixa de fósforos. A partir dessas atividades, o aluno teria que responder vários problemas com enunciados que exigiam a utilização das operações. Por fim, é apresentada uma atividade intitulada “adição”.

8. Adição

Leia essas linhas. Diga o número correto que deve ser colocado no lugar pontilhado:

2 e 3 são....	5 e 3 são....	4 e 3 são....
1 e 3 são....	6 e 3 são....	7 e 3 são....
4 e 4 são....	5 e 4 são....	6 e 4 são....
3 e 1 são....	6 e 1 são....	2 e 1 são....
7 e 1 são....	4 e 1 são....	8 e 1 são....

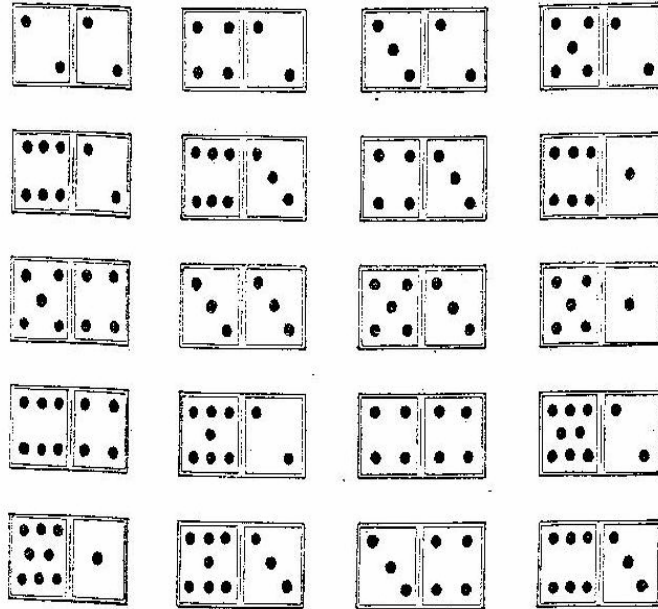
9.

Adicione e diga a soma:

2	3	4	2	1	4	1	2	4	4
3	4	2	1	6	3	5	7	4	1
1	2	2	4	1	3	3	3	3	5
<u>8</u>	6	2	5	4	3	1	6	2	1
3	3	1	2	4	2	1	2	1	4
5	7	2	4	6	8	3	5	1	2

10.

Diga o número de pontos de cada pedra do dominó o mais rápido que você puder.



(Thorndike, 1917a, p.5).

Pode-se identificar que, na distribuição dos conteúdos, nenhuma operação foi apresentada de uma única vez ou em uma seção ou capítulo separado, elas são propostas de forma intercalada. Por exemplo, as operações com números menores que 10 são iniciadas a partir da utilização de medidas de comprimento e tempo, e podem ser assim resumidas:

QUADRO 2.2

ATIVIDADES COM NÚMEROS MAIORES QUE 10

ATIVIDADE	OPERAÇÃO
Adicionando polegadas, centavos. Compras no <i>Playing store</i>	1º) Adicionando 1, 2, 3, 4.
Compras no <i>Playing store</i> . Utilização do dominó. Problemas envolvendo compras e cálculo de comprimento.	2º) Revisão da adição com resultados menores que 10.
Pagando as compras no <i>Playing store</i> . Qual o troco?	3º) Subtração de 9 ou de números menores (excluindo o zero). O significado da subtração.
Fazendo compras.	4º) Adicionando três números com somas iguais ou menores que 9.
A divisão de uma torta. 12 polegadas = 1 pé	5º) O significado de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ em casos muito simples. Polegadas e pés.
<i>Pints e quarts</i> .	6º) 2×2 , 3×2 , 4×2 , 5×2 , em casos muito simples.
“Pé” e “jarda”	7º) Múltiplos de 2 em casos muito simples em 4, 6, 8, 10.
Planejamento de uma festa.	10º) $10 + 1$, $10 + 2$, 6×2 , 4×3 , 3×4 em casos simples. O uso dos sinais de “+” e de “-”. Revisão.

Fonte: quadro foi elaborado a partir das atividades propostas em Thorndike (1917a, 1917b, 1917c).

Constata-se que, dessa forma, o autor não esgota todos os aspectos de uma operação de uma só vez. Só depois do desenvolvimento dessas atividades, tem-se início uma nova etapa com números até 100, em uma seqüência semelhante à descrita anteriormente. Nenhum conceito formal, regras, nomenclatura são enunciados antes que o aluno desenvolvesse atividades em face de situações extraídas da vida cotidiana.

Cabe destacar que Thorndike (1917) distingue em seu livro dois tipos de atividades: as denominadas de problemas (*problems*) e as que se referem como prática (*practice*). Em relação aos problemas, o autor recorre a enunciados de situações comuns, que podem acontecer na vida do aluno; por exemplo: um rapaz gastou dez centavos com uma laranja e vinte centavos com uma maçã. Quanto ele gastou com ambos? Ou, a enunciados que são gerados a partir de situações específicas, do tipo “organização de uma festa”.

Já as atividades do tipo *practice* são exatamente aquelas em que os números não estão associados a um significado específico, como no exemplo que segue.

Encontre as somas:

$$\begin{array}{cccccccc} 4 & 3 & 4 & 4 & 5 & 4 & 5 & 2 \\ \underline{3} & \underline{2} & \underline{4} & \underline{2} & \underline{3} & \underline{1} & \underline{2} & \underline{4} \end{array}$$

(Thorndike, 1917a, p. 8).

As primeiras são propostas de forma que o aluno responda sem precisar escrever, só oralmente. Na maioria das atividades, a orientação é *say* ou *tell* [fale ou conte]. Só não fica claro que procedimento deve ser adotado pelo professor para que todos os alunos da classe participem desse tipo de atividade. Depois de trinta e cinco atividades, cada uma contando com uma média de dez itens, é que o aluno começa a receber, mais freqüentemente, a orientação *with pencil* [com o lápis]. Essa orientação é dada para realizar a atividade denominada pelo autor de “adição com números grandes”. No primeiro item dessa atividade, o autor diz ao aluno como armar a conta e como resolver.

36. Adicionando números grandes

(Com o lápis)

1. O professor coloca 34 centavos de dólar na caixa do “play money” e depois acrescenta mais 12 centavos de dólar. Encontre quanto há de dinheiro na caixa sem contar.

Existe uma maneira fácil de você encontrar a resposta:

Escreva 34. Escreva 12 abaixo de 34

34

12

Olhe para 2 e 4, pense “2 e 4 são seis” escreva 6 abaixo de 2.

Olhe para 1 e 3, pense “1 e 3 são 4”, escreva 4 abaixo de 1

Existem 46 centavos de dólar na caixa do “play money” (Thorndike, 1917a, p. 21).

Depois desse item, seguem outros com enunciados semelhantes.

As outras operações seguem uma seqüência mais ou menos parecida com a descrita anteriormente, a partir da utilização de medidas de comprimento, capacidade, área, tempo e sistema monetário, a fim de enunciar os problemas e apresentar as operações fundamentais.

A introdução de multiplicação com números de dois e três algarismos, antes do produto por 6, 7, 8 e 9 serem aprendidos, fornecia, segundo o autor, o uso real para os fatos da multiplicação, organizando o conhecimento dos produtos por 5, 2, 3 e 4, de forma a evitar a monotonia da aprendizagem de tabelas – tabuada. Por exemplo, a partir de uma atividade de planejamento de um piquenique.

85. Planos para um piquenique

1. As crianças da terceira série estão planejando um piquenique. São 32 crianças. Quantos sanduíches serão necessários se cada criança comer quatro sanduíches?

Aqui está uma maneira rápida para você encontrar a resposta:

32 Pense “ 4×2 ”, escreva 8 abaixo 2 na coluna das unidades.

$\underline{\quad}4$ Pense “ 4×3 ”, escreva 12 abaixo do 3 na coluna das dezenas (Thorndike, 1917a, p. 74).

A esse item segue uma seqüência de oito com enunciados semelhantes. Só depois de desenvolver várias atividades, envolvendo a multiplicação com números formados com algarismo menor ou igual a 5, o aluno estaria capacitado para compreender as regras das operações, mais do que memorizar. Posteriormente, segundo Thorndike (1917a), os produtos por 6, 7, 8 e 9 seriam compreendidos com maior rapidez.

O autor defende que a racionalização de procedimentos pela própria experiência dos alunos na verificação dos resultados obtidos é superior ao uso formal de provas de validade de procedimentos, como por exemplo, utilizar a “prova dos nove” na verificação das operações. É possível encontrar, no *Book One*, uma série de atividades para que o aluno verifique o resultado. Exemplos:

- a) Prove que 128, 64 e 96 são o resultado da soma respectivamente de quatro vezes 32, duas vezes 32 e três vezes 32.
- b) Encontre os produtos. Verifique suas respostas pela soma.

41	33	42	44	53	43	34	22
$\underline{\quad}3$	$\underline{\quad}2$	$\underline{\quad}4$	$\underline{\quad}2$	$\underline{\quad}3$	$\underline{\quad}3$	$\underline{\quad}2$	$\underline{\quad}4$

(Thorndike, 1917a, p. 74).

Thorndike (1917a) defende que o melhor caminho para o entendimento dos princípios que norteiam as operações aritméticas é aprender a operá-las pela extensão de conhecimento anterior, verificando se a operação está correta pela utilização de princípios já conhecidos. As atividades são colocadas em uma seqüência que serve para que o aluno compreenda cada conceito, a propriedade e aprenda a nomenclatura correta.

Nos comentários relativos ao *Book II*, outra vez, o autor justifica que a lógica tradicional de organização dos tópicos foi abandonada:

a chamada organização lógica, tradicional, dos tópicos é abandonada em favor de uma seqüência que se ajusta às necessidades do aluno, o livro sendo um instrumental pelo qual as crianças adquirem um contorno, organizado,

trabalhando conhecimento como um adulto finalmente o processa. O método tradicional de assegurar habilidade com frações, decimais e porcentagens é também substituído no caso em que a ciência educacional tem encontrado um melhor caminho. A seleção, resultante dos tópicos e métodos pelo professor *expert* da aritmética, não precisa de explicação (Thorndike, 1917b, vi).

Nesse segundo volume, além de desenvolver atividades visando à aprendizagem de problemas com as quatro operações com números fracionários e números decimais, o autor inclui cálculo simples de áreas, volumes, pesos, medidas, descontos e reajustes. Mais uma vez, os enunciados se referem a situações que podem acontecer na vida do aluno. A primeira atividade, denominada *Summer earnings*, apresenta uma situação em que um rapaz anotou quanto e como ele conseguiu lucrar com um trabalho de férias. Depois da descrição, são colocados problemas para o aluno responder, envolvendo as quatro operações fundamentais.

No *Book II*, o autor recorre, com maior frequência, à apresentação de definições e explicação. As primeiras, destacadas do texto pelo uso de negrito, a exemplo de: “números como $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{5}{8}$ são chamados frações” (Thorndike, 1917b, p. 2). Já para as explicações, ele utiliza o itálico, como descrito na atividade que segue.

16. Adição

Escreva as somas:

$$\begin{array}{r} 1. \quad 2 \frac{1}{8} \\ \quad \quad 1 \frac{3}{4} \\ \hline \quad \quad 4 \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textit{Pense em } \frac{3}{4} \text{ como } \frac{6}{8} \\ \textit{Pense } 12 \text{ como } \frac{4}{8} \\ \textit{Escreva } \frac{3}{8}. \textit{ Adicione } 1 \textit{ na coluna das unidades.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad 3 \frac{1}{3} \\ \quad \quad 2 \frac{1}{6} \\ \hline \quad \quad 1 \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textit{Pense } \frac{1}{3} \textit{ como } \frac{2}{6}. \\ \textit{Pense } \frac{1}{2} \textit{ como } \frac{3}{6} \\ \textit{Não escreva } \frac{6}{6}, \textit{ mas acrescente } 1 \textit{ na coluna das unidades.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3. \quad 1 \frac{3}{8} \\ \quad \quad 2 \frac{1}{4} \\ \hline \quad \quad 2 \frac{1}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textit{Como você pensa } \frac{1}{4}? \\ \textit{Como você pensa } \frac{1}{2}? \\ \textit{Que fração você escreve?} \\ \textit{O que você deve acrescentar na coluna das unidades?} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4. \quad 1 \frac{5}{6} \\ \quad \quad 2 \frac{5}{6} \\ \quad \quad 2 \frac{1}{2} \\ \hline \quad \quad 3 \frac{2}{3} \end{array} \quad \begin{array}{l} \textit{Como você pensa } \frac{1}{2}? \\ \textit{Como você pensa } \frac{2}{3}? \\ \textit{Que fração você deve escrever?} \\ \textit{O que você acrescenta na coluna das unidades?} \\ \textit{(Thorndike, 1917b, p. 9).} \end{array}$$

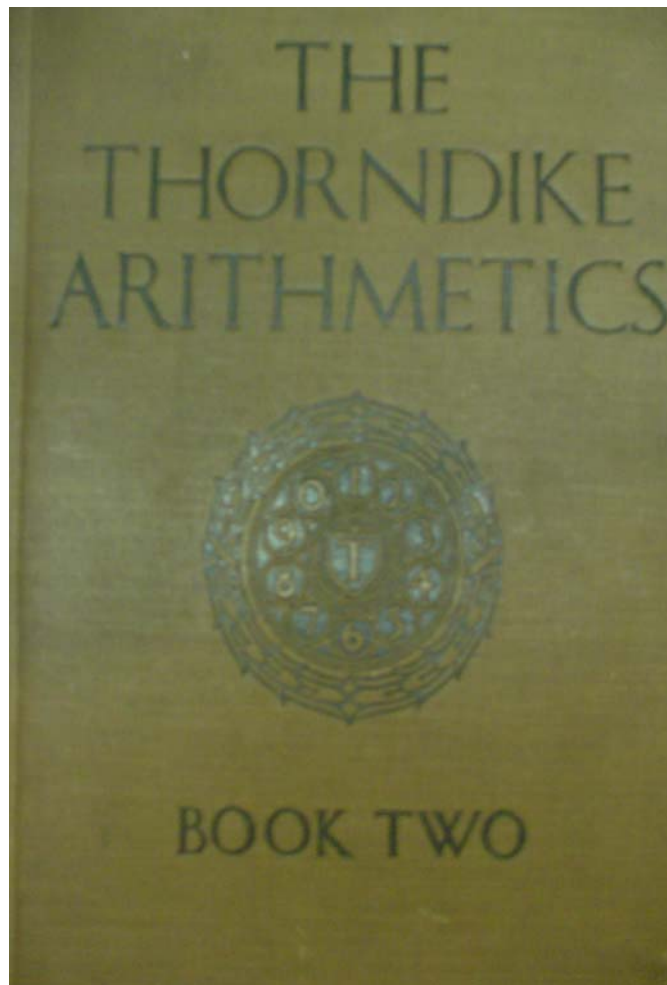
A esses itens, segue a seguinte atividade:

Escreva as seguintes somas:

- | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. |
| $2 \frac{1}{2}$ | $3 \frac{1}{3}$ | $1 \frac{5}{8}$ | $2 \frac{1}{2}$ | $1 \frac{1}{2}$ | $1 \frac{1}{3}$ | $3 \frac{1}{3}$ | $2 \frac{1}{2}$ | $2 \frac{1}{2}$ | $2 \frac{3}{4}$ |
| $2 \frac{1}{4}$ | $1 \frac{1}{2}$ | $4 \frac{3}{4}$ | $1 \frac{3}{4}$ | $3 \frac{3}{4}$ | $3 \frac{1}{4}$ | $2 \frac{2}{3}$ | $1 \frac{1}{2}$ | $1 \frac{1}{4}$ | $3 \frac{1}{8}$ |
| <u>$1 \frac{1}{8}$</u> | <u>$1 \frac{5}{6}$</u> | <u>$2 \frac{7}{8}$</u> | <u>$3 \frac{1}{2}$</u> | <u>$1 \frac{5}{8}$</u> | <u>$5 \frac{3}{8}$</u> | <u>$7 \frac{5}{6}$</u> | <u>$4 \frac{1}{2}$</u> | <u>$3 \frac{1}{2}$</u> | <u>$4 \frac{1}{2}$</u> |

(Thorndike, 1917b, p. 9).

FIGURA 3: Capa do livro *The Thorndike Arithmetics – Book Two*



Esse exemplo serve para ilustrar um dos tópicos para o qual Thorndike (1917b) apresenta explicação nas notas referentes a esse volume: adição e subtração de números fracionários. O autor defende que o aluno aprende a somar e subtrair frações, utilizando frações equivalentes (meios, quartos, oitavos), ao invés de iniciar com o tratamento formal do cálculo do menor múltiplo comum (m.m.c.). Isso serve para economizar tempo no tratamento de tarefas simples e, no fim, será o melhor caminho para introduzir a aprendizagem do menor múltiplo comum (m.m.c.), com o aluno compreendendo o princípio que serve de base para tal cálculo, de modo que possa optar por utilizá-lo quando e se for conveniente.

Os outros tópicos, para os quais o autor apresenta explicação na notas referentes a esse volume, são: divisão por fração, o significado dos números decimais e a colocação da vírgula na divisão por um número decimal.

A divisão por fração foi feita proporcionada pela sólida instrução geral relacionada à regra do inverso. Thorndike (1917b) afirma que se havia alguma regra ensinada na Aritmética com mérito é a que diz: “para dividir por um número é o mesmo que multiplicar por seu inverso”. Ele via nessa regra a ajuda para reduzir o número de procedimentos, por facilitar e diminuir o trabalho no cálculo técnico e comercial.

Apesar de apresentar essa informação nas notas referentes ao segundo volume, o autor não a aplica simplesmente. Ele recorre a várias atividades antes de apresentá-la para o aluno, fazendo-o, depois, de forma resumida, na seguinte atividade:

Atividade 80.

1. Compare o resultado de $12 : 3$ com o resultado de $12 \times \frac{1}{3}$.
2. Compare o resultado de $16 : 8$ com o resultado de $16 \times \frac{1}{8}$.
3. Compare o resultado de $10 : 2$ com o resultado de $10 \times \frac{1}{2}$.
 $\frac{1}{2}$ é o **inverso** de 2. $\frac{1}{3}$ é o **inverso** de 3, $\frac{1}{12}$ é o **inverso** de 12. $\frac{1}{16}$ é o inverso de 16.
4. Qual é o inverso de 8? E o de 6? E o de 4 e o de 10?
5. Aprenda essas linhas:
: 2 significa multiplicar por $\frac{1}{2}$.
: por 3 significa multiplicar por $\frac{1}{3}$.
: por 4 significa multiplicar por $\frac{1}{4}$.
: por 5 significa multiplicar por $\frac{1}{5}$.
: por 6 significa multiplicar por $\frac{1}{6}$.
: por 7 significa multiplicar por $\frac{1}{7}$.
Dividir por um número é o mesmo que multiplicar pelo inverso.
Encontre os quocientes. Expresse a divisão da forma: 4, ou por :5 por : 6, etc. como $\times \frac{1}{2}$ ou $\times \frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{6}$, etc. Cancele quando for possível.
6. $9/16 : 3$. Escreva $9/16 \times 1/3$. $3/16$ é o resultado correto.

7.	8.	9.	10.
$8/9 : 4$	$3/8 : 2$	$1/2 : 3$	$9/2 : 3$
11.	12.	13.	14.
$5/4 : 5$	$1/3 : 4$	$2/3 : 5$	$3/4 : 3$
15.	16.	17.	18.
$5/6 : 7$	$16/5 : 8$	$10/3 : 5$	$3/4 : 9$
19.	20.	21.	22.
$1\ 4/5 : 9$	$6\ 2/3 : 10$	$4\ 1/8 : 3$	$1\ 2/3 : 5$
Use $9/5$ como $1\ 4/5$.	Use $20/3$ por $6\ 2/3$.	Use $33/8$ por $4\ 1/8$.	Use $5/3$ como $1\ 2/3$.
Thorndike (1917b, p. 53).			

Em relação à utilização de equação com um número faltando para ser completada, Thorndike (1917b) indicava usá-la, freqüentemente, na forma verbal, para o aluno responder a problemas como “24 é que parte de 30?”, “quanto é dois terços de 18?”, “\$75 menos 10% dele mesmo é quanto?” e “quanto por cento 32 é de 40?”. O autor, em nenhum momento, faz uso da denominação para o número faltando como sendo “incógnita”. Para ele, esses exercícios na forma de equação são mais consistentes do que os rotineiros com questões e respostas. Considera os primeiros mais produtivos para formação de habilidades. Esse tipo de exercício também reduz a “memorização” e serve como um meio claro e breve para a formação de uma imagem mental de fatos aritméticos e de suas relações. Para o autor, a utilização de equações, desde o momento inicial de desenvolver os conteúdos aritméticos, é importante como preparação para o uso de fórmulas utilizadas para calcular o preço com juro em lojas, por exemplo, e, posteriormente, para o ensino da Álgebra. Assim, é comum encontrar atividades do tipo:

Atividade 4.

(Sem lápis)

“1 libra = 16 onças. 1 lb = 16oz.”

16. Que parte de uma libra é 4 onças? E 8 onças? E 2 onças?

17. Quantas onças é igual $3/8$ lb.? E $5/8$ lb/ $3/4$ de lb.? $7/8$ de lb.?

(...)

22. Quantos centavos é igual a $1/4$ de dólar?

23. Que parte de um dólar é 25 centavos?

(Thorndike , 1917b, p. 3).

Os significados dos números decimais são apresentados por meio direto da extensão de “milhares, centenas, dezenas” para “milésimos, centésimos, décimos”, bem como pela comparação com $1/10$, $1/100$ e $1/1000$. O último recurso é usado principalmente para enfatizar a pequena magnitude e comensurabilidade dos dois tipos de expressões, e para clarificar o conceito geral de fração pela experiência com frações com denominadores maiores. Segundo o autor, experiências mostravam que

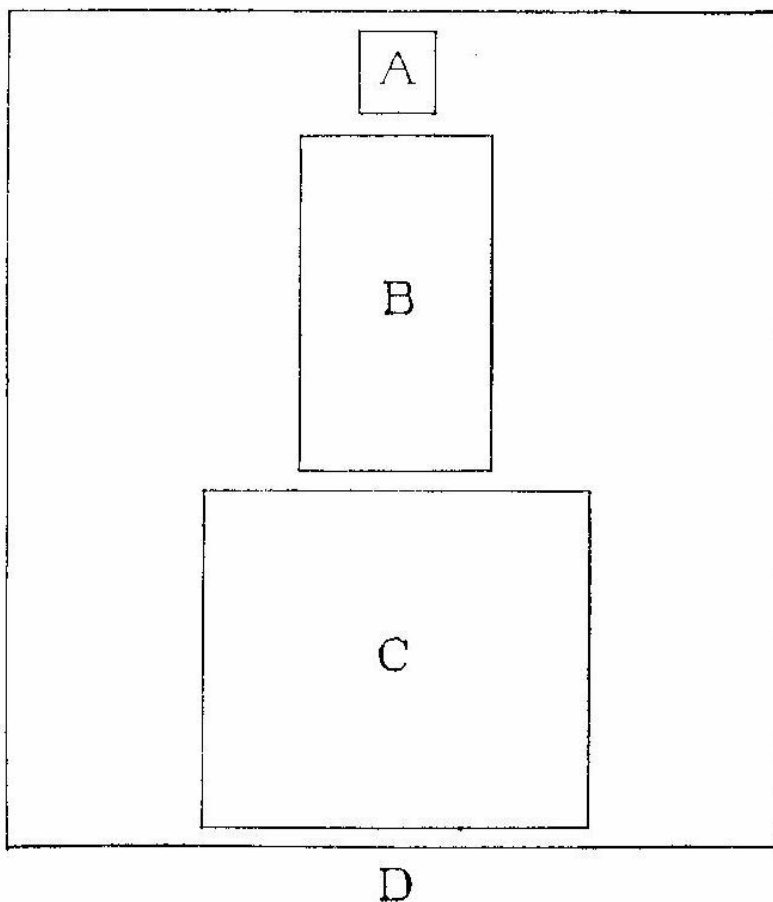
o valor posicional, o sistema monetário norte-americano e a tabela de distância entre cidades eram mais úteis para explicar os números decimais do que o pouco conhecido $1/10$, $1/100$ e $1/1000$.

99. Frações com denominadores grandes

Algumas vezes nós usamos frações com denominadores muito grandes como

$$5/32 \quad 11/64 \quad 7/50 \quad 19/100 \quad 37/1000$$

Esses quatro retângulos são $1/10$ pés quadrados. $1/50$ pés quadrado, $1/100$ de pés quadrados e $1/1000$ pés quadrado.



1. Qual deles é $1/10$ de pés quadrados? 2. Qual é $1/50$ de pés quadrado? 3. Qual deles é $1/100$ de pés quadrado? 4. Qual deles é $1/1000$ de pés quadrado?
Nós lemos $8/100$ como “oito centésimos”. Nós lemos $6/1000$ como “seis milésimos” (Thorndike, 1917b, p. 65).

Em relação às regras e princípios, o autor normalmente utiliza como dispositivo textual destacar pelo uso do negrito.

105.

O valor de um algarismo ou a quantidade que ele representa por um algarismo depende da posição ou lugar que ele ocupa.

7, em 6725,4 milhas, representa 700 milhas.

7, em 3872,6 milhas, representa 70 milhas

7, em 5217, 45 milhas, representa 7 milhas.

7, em 4963,7 milhas, representa 7 décimos de uma milha.

7, em 2865,47 milhas, representa 7 centésimos de uma milha.

Não falamos casa dos milhares, casa das centenas, casa das dezenas, casa das unidades, casa dos décimos e casa dos centésimos.

(Thorndike, 1917b, p. 69).

A última observação do autor em relação ao segundo volume é sobre o lugar do *decimal point*, na divisão por um número decimal, é ensinado como consequência geral de duas regras “Divisor x quociente = dividendo; (número de casas decimais no divisor) + (número de casas decimais no quociente) = (número de casas decimais no dividendo)”.

O processo especial com o qual os acertos podem ser assegurados é secundário para o total domínio do princípio geral e garantia na decisão de onde o ponto decimal deve estar em casos simples sem a ajuda de nenhum dispositivo. A justificativa para isto está no fato de que os suportes, por si só, são de pouca importância e o costume simples de tratar como o essencial no procedimento da divisão com números decimais, uma mera coleção de modelos (Thorndike, 1917b, p. viii).

Para estabelecer a regra de colocação da vírgula na divisão por número decimal, o autor utiliza a atividade que segue.

Atividade 148.

1. Quantos minutos são necessários para uma motocicleta percorrer 12,675 milhas com uma velocidade de 0,75 milhas por minuto?
2. Verifique a resposta, multiplicando 16,9 por 0,75.
3. Como você sabe que o quociente não pode ser menor como 1, 69?
4. Como você sabe que o quociente não pode ser maior como 169?
5. Encontre o quociente de $3,75 : 1,5$.
6. Verifique o seu resultado, multiplicando o quociente pelo divisor.
7. Como você sabe que o quociente não pode ser 0,25 ou 25?
8. Olhe para essa divisão: $0,25 : 7,5$
Como você sabe que 3,0 é o quociente errado?
Como você sabe que 300 é o quociente errado?
Estabeleça qual é o quociente correto para cada um desses itens:
0,021 ou 0,21 ou 2,1 ou 210 0,021 ou 0,21 ou 2,1 ou 210
9. $3,78 : 1,8$ 10. $37,8 : 1,8$
0,03 ou 0,3 ou 3 ou 30 ou 300 0,03 ou 0,3 ou 3 ou 30 ou 300
11. $37,5 : 1,25$ 12. $37,5 : 12,5$
0,05 ou 0,5 ou 5 ou 50 ou 500 0,05 ou 0,5 ou 5 ou 50 ou 500
13. $6,25 : 1,25$ 14. $6,25 : 12,5$
15. É essa regra verdadeira? Se é verdadeira, aprenda.

Em uma resposta correta, o número de casas decimais do divisor e quociente juntos é igual ao número de casas decimais do dividendo (Thorndike, 1917b, p. 103).

Observa-se ainda, nas notas referentes ao segundo volume, que o autor reapresenta aspectos citados no volume anterior. Thorndike (1917b) recomendava que fosse seguido o planejamento, exceto por mudanças autorizadas pelo supervisor da quinta e sexta séries, pois cada seção contribuía com alguma definição para o crescimento da habilidade aritmética. Em muitos casos, a atividade tinha como principal objetivo preparar para uma aquisição posterior, para reunir habilidades já adquiridas separadamente ou para a adaptação de uma habilidade de dificuldade especial. A habilidade e o interesse do aluno, bem como aqueles que ele poderia adquirir, eram também considerados na organização dos problemas e exercícios. Conseqüentemente, essa organização era mais sutil que nos textos em que o aluno aprendia primeiro a somar frações, para aplicar a adição de frações em problemas; a subtrair frações, para, em seguida, aplicar subtração em problemas, e assim por diante. A organização desse manual, embora menos óbvia para o professor que utilizava propostas anteriores, favorecia, mais efetivamente, segundo Thorndike (1917b), a aprendizagem e a integração de hábitos e mecanismos necessários à constituição das habilidades aritméticas.

Já nos comentários sobre o *Book III*, o autor começa afirmando que a seleção de temas do livro omite ou reduz informações sobre assuntos de negócios para uso do homem rico ou de empregados de bancos, cálculos usados por estatísticos e problemas que os alunos não utilizam no dia-a-dia ou que podem resolver sem treinamento prévio. O tempo economizado é usado para assegurar o domínio do conhecimento dos conteúdos aritméticos e para o desenvolvimento tanto de habilidades consideradas importantes, quanto de atividades realizadas na própria escola, casa, fábrica, loja, farmácia e em negócios públicos. Por exemplo, cálculos com capital, juros e taxas são substituídos por *drills* sistemáticos, a fim de assegurar o domínio dos cálculos requeridos pelos afazeres diários. Problemas de interesse apenas para *experts* em sociologia ou especialistas fiscais são substituídos por problemas que preparam para um entendimento da contabilidade moderna, sistema de salário, controle de vendas e economia familiar.

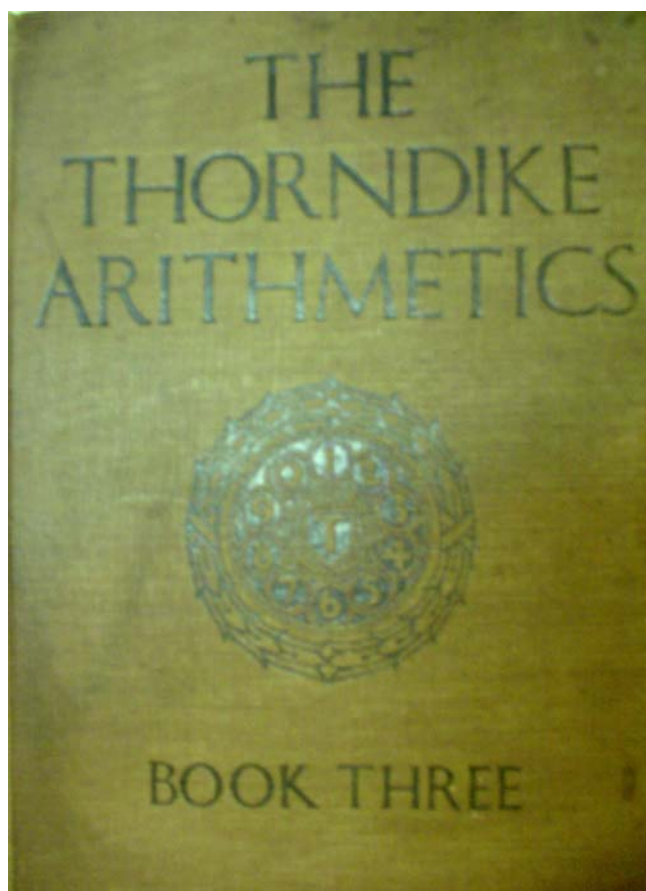
Por isso, ao ressaltar a organização dos conteúdos do terceiro volume, o autor afirma que há divergências, para alcançar dois objetivos, nas formas praticadas

anteriormente em outros manuais: “primeiro, o conhecimento e a habilidade adquiridos são para estar disponíveis para o uso. As necessidades da vida, mais do que a conveniência de um expositor, determinam a ordem dos tópicos e subtópicos” (Thorndike, 1917c, p. vii). Por exemplo, a combinação formal da aplicação de porcentagem com exemplos abstratos da operação é abandonada em favor de uma combinação que ensine os alunos a pensar e calcular em termos percentuais, como eles necessitam em compras, vendas ou trocas.

O outro propósito do autor, ao organizar os conteúdos do terceiro volume, foi

cuidar para organizar o conhecimento ou habilidade adquirida integrados a uma habilidade aritmética total. Cada hábito importante ou *insight* era conservado ativo para ser usado de novas maneiras e em cooperação com outros hábitos e pontos de vistas, de modo que pudesse ser uma parte do ativo intelecto dos alunos, não uma coisa aprendida apenas por si mesma e para ser usada apenas nas avaliações (Thorndike, 1917c, vii).

FIGURA 4: Capa do livro *The Thorndike Arithmetics – Book Three*



Nos comentários referentes ao *Book III*, Thorndike (1917c) já tinha afirmado que uma observação mais cuidadosa do livro revelaria que nenhum tópico do texto era tratado de forma secundária, cada tópico era definido, explorado a fundo e cientificamente. Ele informa que nenhum simples parágrafo do livro estava onde não foi planejado e que a divisão formal dentro dos capítulos foi evitada.

Um exame dos livros-texto mais eficientes de aritmética demonstrará que as unidades reais de instrução são organizadas sem levar em conta a divisão em capítulos. Essa divisão tem pouco efeito, e o pouco que tem é muito ruim. Um livro-texto não deveria ser um museu de belas classificações de tópicos para um professor examinar e admirar, mas um instrumento pelo qual são treinados para entender e usar aritmética. Cada seção, neste livro, contém o que deve ter e no lugar onde deve estar, sem se preocupar com uma boa aparência sobre o papel em um esquema de organização, mas para ajudar as crianças a adquirir e reter um conhecimento elaborado de aritmética (Thorndike, 1917c, p. viii).

Thorndike (1917a, 1917b, 1917c) chama atenção, nos três volumes, para a escolha feita em termos de revisão e testes. Segundo ele, uma revisão, por exemplo, deveria freqüentemente trabalhar um novo princípio, elemento da técnica ou da aplicação. Afirmar que, nos manuais por ele produzidos, não se tratava apenas de meros testes e revisões, mas passos planejados, de forma progressiva, na organização das habilidades e do progresso dos alunos, para que pudessem adquirir confiança na própria capacidade e no uso correto do pensamento aritmético.

Uma outra característica do conteúdo do terceiro volume é que, após o término do curso, o autor apresentou exercícios, para o entendimento e uso de tabelas, e um apêndice, fornecendo especial treinamento para trabalho no escritório, na farmácia, nas lojas e futuros estudos de matemáticos. Segundo Thorndike (1917c), com certeza, grupos de alunos poderiam ser encorajados para estudar convenientemente partes desse material para complementar o curso geral. Com essa observação, ao que tudo indica, o autor estava procurando não direcionar o ensino dos conteúdos aritméticos apenas para utilização na indústria, no comércio, no escritório, mas em indicar a possibilidade de que o aluno seguisse estudos sobre o tema. Esse aspecto é revelador, pois denota que ele não estava definido em relação à questão de preparar para afazeres da vida cotidiana ou para a continuidade dos estudos.

2.2 – A organização dos conteúdos em *The Thorndike Algebra*

Constata-se, pelo exame de *The Thorndike Algebra*, que na seção denominada *Notes for the Teacher*, colocada logo após o prefácio, diferentemente do que foi feito em *The Thorndike Arithmetics*, o autor não enfatiza a recomendação, apresentada reiteradas vezes no manual de 1917, de que o professor não devia alterar a seqüência dos conteúdos. As explicações versam basicamente sobre o tratamento dado aos conteúdos, em especial, sobre os aspectos que o diferenciavam dos outros livros que versavam sobre conteúdos algébricos com circulação à época, anos 1920.

Nessa obra, Thorndike (1927) apresenta o conteúdo por meio de atividades distribuídas em 354 páginas, tratando dos seguintes tópicos e na seguinte ordem: fórmulas e equações; números algébricos, expressões algébricas e fórmulas: adição e subtração; expressões algébricas e fórmulas: multiplicação e divisão, produtos e fatores; frações: equações fracionárias e fórmulas; potências e raízes: revisão; expressando relações por tabelas, gráficos e fórmulas; equações expressando importantes relações matemáticas; variação direta; variação inversa; equações lineares, conjunto de equações; resolução de equações quadráticas; razão e proporção, tangente, seno e co-seno; princípio geral da álgebra, revisão; logaritmos e outros esquemas de economizar trabalho⁴.

Os aspectos apresentados por Thorndike (1927), como distintivos em relação à distribuição e organização dos conteúdos, são:

- a) eliminação de cálculos desnecessários; de problemas fantásticos que poderiam nunca acontecer na realidade, porque as respostas podem ser conhecidas pela própria estruturação do problema; e de certos termos técnicos e regras que são mais um obstáculo a dificultar a aprendizagem;
- b) não apresentar vários métodos para resolver uma tarefa, quando apenas um é necessário. Por exemplo, para resolver uma equação quadrática, a sugestão apresentada era que apenas o método de completar os quadrados fosse enfatizado, porque, além de ser o

⁴ Segundo o autor informa no prefácio, o conteúdo é, em geral, o mesmo que foi desenvolvido nos capítulos dedicados à álgebra em *Thorndike Junior High School Mathematics*.

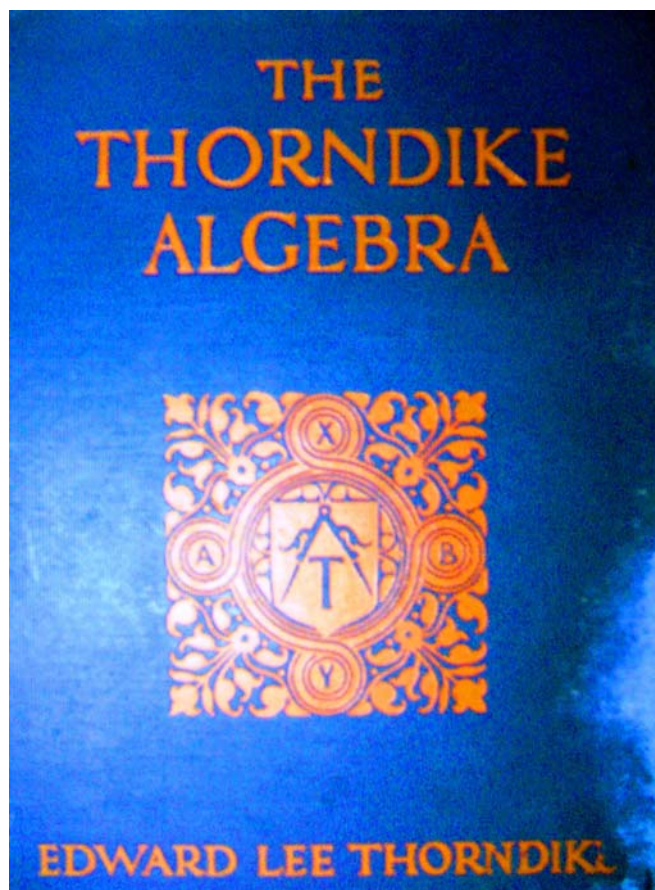
mais adequado para alunos da nona série, eles servem como *insight* matemático e para algumas atividades práticas;

- c) os processos fundamentais de operar com números literais e expressões algébricas são ensinados não como uma série de operações sem sentido, mas como uma verdadeira *general arithmetic*. Compreender o significado de derivar novas fórmulas de fórmulas já conhecida, segundo o autor, é a uma das maiores ferramentas do pensamento. Os exercícios, organização, uso, derivação das fórmulas, e a apresentação de procedimentos no cálculo literal, como significado da determinação de um resultado verdadeiro para qualquer número, tomado em conexão com os exercícios, com o próprio cálculo literal, poderão ser a origem do trabalho chamado de “formal”;
- d) cuidado especial para ensinar uma série de lições que estava sendo negligenciada, ou mesmo ensinada de forma equivocada no passado, principalmente, no que diz respeito à condução das operações. Muitas das regras eram ensinadas unicamente como um procedimento formal e acabavam por impedir o desenvolvimento do “senso algébrico” ou “intuição algébrica” e encorajavam um procedimento mecânico no desenvolvimento dos conteúdos algébricos;
- e) À relação de uma variável para outra são dados mais espaço e atenção do que de costume. O tratamento da tarefa comum de tabela construída com pares de valores, o gráfico de uma série de pontos relacionados para duas escalas, e a fórmula ou equações, guiam o aluno a aprender, pela cuidadosa graduação dos passos, e com um mínimo de interferência de irrelevâncias, complicações e terminologias inadequadas, desde um simples diagrama de barras até uma teoria geral e técnica de sistema de coordenadas;
- f) Os tópicos sobre potências e raízes são introduzidos mais cedo, permitindo a associação apropriada com outros fundamentos do cálculo e o tratamento dos gráficos. Os expoentes $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são usados bem como os sinais de $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[3]{\quad}$, por duas razões. Esses expoentes são utilizados em livros de ciências, economia e

estatísticas, além de que toda pessoa educada deve conhecer seu significado. O uso deles permite ao aluno empregar, de maneira racional, sistemática e coerente, técnica e cálculo, sem se perder muito tempo para ensiná-los. Ambas as formas devem ser ensinadas, já que ambas são amplamente utilizadas, mas $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ deve ser ensinada primeiro e depois $\sqrt{\quad}$, $\sqrt[3]{\quad}$;

- g) os fatos elementares relacionados à tangente seno e co-seno são ensinados como extensão do tópico geral sobre razão e com ênfase sobre os fatos essenciais para os quais eles são úteis, porque nós, freqüentemente, podemos descobrir o valor de uma razão, como a/b , para encontrar o valor de a ou b , mais facilmente do que encontrar a e b diretamente;
- h) no penúltimo capítulo, vários *insights*, hábitos e capacidades, que o aluno adquiriu durante o ano, são revistos e integrados dentro de uma ciência coerente e técnica, assegurando que cada aluno, de acordo com a capacidade, adquira um entendimento dos princípios gerais da álgebra.

FIGURA 5: Capa do livro *The Thorndike Algebra*



Observa-se, ainda no prefácio de *The Thorndike Algebra*, depois das explicações dirigidas ao professor, que o autor destaca a importância da Psicologia, afirmando ser ela fundamental para a melhoria do ensino. Por meio de uma investigação utilizando instrumentos adequados, particularmente teste e observação sistemática, como meio para a identificação de detalhes a serem aperfeiçoados e sugerir novas características gerais para a seleção e organização dos conteúdos do plano de ensino. E, ainda segundo o autor, um exame do livro *The Thorndike Algebra* demonstra as modificações do procedimento tradicional na redação das definições, na forma e motivação dos exercícios práticos, e na abordagem dos conteúdos algébricos, pois foram alicerçados nos fundamentos da psicologia e na observação da aprendizagem correta.

Verifica-se que, como no caso dos conteúdos aritméticos, nesse manual as definições e regras também são apresentadas de forma gradativa, por exemplo, no tópico sobre equação. A atividade que inicia o tópico é a seguinte:

1.Equações

Sentenças como

$\$15 + \$33 =$ salário de John

$\frac{4 + 6 + 5}{3} = \frac{1}{2}$ de 10

$(2 + 6) \times (5 - 2) = 20 + 4$, são equações.

Uma equação é uma sentença que expressa que duas quantidades são iguais (Thorndike, 1927, p. 1).

Constata-se que a definição foi apresentada sem a utilização de x , n ou qualquer outra letra, mas partindo de valores numéricos que, a essa altura, o aluno supostamente já deveria ter conhecimento. Depois dessa primeira informação, observa-se que em atividades posteriores são apresentados outros aspectos em que o autor vai ressaltando a importância e o uso das equações.

Thorndike (1927) afirma que algumas vezes é útil estabelecer um problema como uma equação e encontrar a resposta pela determinação de um número que torna a equação verdadeira. E exemplifica com o problema:

John comprou 10 dúzias de rojão por \$ 0,40 a dúzia e vendeu por \$0,05 cada rojão . Qual foi o lucro de John?

Lucro = (o que recebeu) – (o que pagou)

Ou número de centavos que ganhou = $(10 \times 12 \times 5) - (10 \times 40)$

Ou simplesmente $n = (10 \times 12 \times 5) - (10 \times 40)$

(Thorndike, 1927, p.2).

Na atividade seguinte, informa ao aluno que a resolução de problemas, por meio de uma equação, serve para mostrar a seqüência do que ele fez antes e do que fez depois. Por exemplo,

suponha que uma garota fez um vestido usando 7 jardas de tecido a \$0,68 a jarda, três jardas e meia de fita a \$1,29 a jarda e os outros materiais custaram \$1,27. Ela deseja determinar o custo total do material usado no vestido. Se ela usa n para representar o número de dólares que gastou ela escreve $n = (7 \times 0,68) + (3 \frac{1}{2} \times 1,29) + 1,27$ (Thorndike, 1927, p.3).

Ao introduzir as fórmulas para o cálculo de área e de volume, chama a atenção do aluno para o uso de letras para representar números.

9. Usando letras para representar números

Para economizar tempo, nós podemos usar uma letra, como n ou x ou uma linha pontilhada, ou “o número de dólares” ou “número de pés quadrados” ou “a soma de dinheiro paga como juros” ou algum outro número que precisamos encontrar.

1. Leia essas equações. Leia o número correto que você tem que colocar no lugar de “ n ” ou “ x ” ou “(...)”. Utilize um tempo para ter certeza que já sabe o valor que você vai dizer no lugar de “ n ” ou “ x ” ou “(...)”. Use lápis e papel se você necessitar.

I. (...) = $\frac{2}{3}$ de 24

II. $N = \frac{3}{4}$ de 12

III. $4 \times 9 = 30 + \dots$

(...)

XVI. $x - 20 = 5$

XVII. $n = (10/2 + 12/3)$

(Thorndike, 1927, p.11).

E, só depois de uma série de atividades, nas quais são intercalados o uso de equações com valores numéricos, fórmulas para calcular área, volume e juros e equações simples com a utilização de letras, o autor reinterpreta a definição de equação na atividade em que trata da resolução de equação.

16. Resolução de equações

Uma equação é uma sentença que expressa que duas quantidades são iguais.

Uma equação verdadeira é uma sentença em que as duas quantidades são realmente iguais. $n + 2 = 7$ é uma equação verdadeira se $n = 5$.

Uma equação é falsa ou incorreta se estabelece que duas quantidades são iguais quando elas não são iguais. $\sqrt{25} = 4 + 7$ é uma igualdade falsa ou uma sentença incorreta.

Estabeleça que número você deve colocar no lugar de “*n*” ou “*resp.*” ou “(...)” para fazer cada uma dessas sentenças uma equação verdadeira.

1. $n = 4 \times 200$
 2. $\dots = \frac{3}{4} \times 16$
 3. $n (7 + 9 + 8) / 3$
 4. $\text{Resp.} = 0,7 \times 800$
 5. $q = 3/8 + 1/4 + 1/2$
 6. $9n = 63$ ($9n$ significa $9 \times n$)
 7. $n + 3 = 10$
 8. $q - 4 = 5$
 9. $5/8 \times 40 = \text{Resp.}$
 10. $5n = 15 \frac{1}{2} + 4 \frac{1}{4}$
 11. $q = (3 + 4 = 5 = 6) : 4$
 12. $n = 1 \frac{3}{4} + 1 \frac{1}{2}$
- (Thorndike, 1927, p.20).

Observa-se, na seqüência de atividades, que, para apresentar, pela primeira vez, a definição de equação, ele partiu do suposto de que o aluno já tinha adquirido conhecimento sobre as operações com números inteiros e fracionários. Em seguida, foi apresentando exemplos de uso ou aplicação, destacou a utilização de letras para representar números e, por fim, reapresentou a definição de equação utilizando letras, mas sem utilizar a nomenclatura adequada, ou seja, sem denominar essas letras de incógnita.

No entanto, na hora de desenvolver o tópico em que trata dos logaritmos, isso não acontece. Enquanto os outros tópicos apesar de possuírem capítulos próprios, são reapresentados de formas diferenciadas e intercaladas, isso não ocorre com os logaritmos, que aparecem em um capítulo isolado.

Verifica-se que, no caso dos logaritmos, apesar de o autor procurar dar um tratamento semelhante aos dos outros conteúdos, acaba não conseguindo evitar de iniciar a apresentação da definição, seguida de regras que, na abordagem dos outros, conteúdos ficaram para a etapa final.

192. A natureza dos logaritmos

Logaritmos, régua de cálculo e máquinas de calcular são invenções que economizam enorme quantidade de tempo na multiplicação, divisão, cálculo de potências e de raízes, como a invenção da máquina a vapor economizou tempo no transporte de carvão e cereais ou como a invenção do telefone economizou tempo na comunicação.

Você pode aprender como usar logaritmo melhor aprendendo primeiro o que eles são e porque certas fórmulas e regras sobre eles são verdadeiras. Esse conhecimento também previne você de esquecer como e quando usá-los, e poderá ajudar você a relembrar rapidamente se você esquecer.

Examine essa tabela; log significa logaritmo.

Número	log	Número	Log	
100,0	2,0	3981	3,6	O logaritmo de um número é o expoente mostrando a potência de 10 que é igual ao número. 2 é o log de 100 porque $10^2 = 100$. 3 é o log de 1000 porque $10^3 = 1000$.
158,5	2,2	6310	3,8	
251,2	2,4	10000	4	
398,1	2,6	15849	4,2	
631,0	2,8	25119	4,4	
1000	3,0	39811	4,6	
1585	3,2	63093	4,8	
2512	3,4	100000	5	

(Thorndike, 1927, p. 328).

Percebe-se, a partir dessa citação e do exame do tema, que o autor não utiliza o procedimento adotado em relação aos outros conteúdos. Logo depois dessa apresentação são abordadas as propriedades dos logaritmos, a utilização da tabela de logaritmos e assim por diante. A recomendação enfática, que o autor fazia ao indicar a necessidade de verificação dos resultados, possível de ser identificada tanto nos conteúdos aritméticos, quanto em algébricos, nesse caso, fica minimizada por que a sugestão para verificar o resultado apresentada pelo autor é imprecisa: “em geral a única maneira útil de verificar os resultados com cálculos de logaritmos é fazer o trabalho uma segunda vez, mudando a ordem das operações onde é possível” (Thorndike, 1927, p. 344).

Outro aspecto a ser destacado em relação a *The Thorndike Algebra* é que, nesse manual, é possível identificar que, para a maioria dos conteúdos algébricos, o autor procurou desenvolver as atividades, dando especial atenção à resolução de problemas. Ainda no prefácio, recorreu a um argumento que utilizava freqüentemente, a eliminação de problemas fantasiosos e que poderiam nunca acontecer nos afazeres cotidianos do aluno. E, no corpo do livro, ao tratar de equações, fórmulas, gráficos, inseriu vários comentários sobre a utilidade ou importância da resolução de problemas, a exemplo de:

problemas que podem ser difíceis de ser resolvido por outros métodos são freqüentemente mais fáceis de serem solucionados pela colocação dos fatos necessários para responder o problema na forma de uma equação com n , ou p , ou r ou x ou alguma outra letra representando a resposta e solução (Thorndike, 1927, p. 39).

O destaque para a utilização da equação, como uma forma de resolver o problema, aparece, em seguida, da seguinte forma:

expressar um problema sobre um número como uma equação freqüentemente exige um alto grau de habilidade para entender a linguagem, e para pensar

muitos fatos juntos nas suas próprias relações, organizar números, símbolos, parênteses e frações de forma a expressar esses fatos em relações corretas. Os alunos melhoram muito nessa habilidade (Thorndike, 1927, p. 63).

Há de se destacar que, pelo exame de *The Thorndike Algebra*, assim como já havia acontecido em *The Thorndike Arithmetics*, a temática da resolução de problema se apresenta como um dos fundamentos para a conformação de um novo padrão para o ensino de Matemática.

2.3 – As recomendações para o professor em *The Thorndike Arithmetics* e em *The Thorndike Algebra*

Neste item, será apresentado o exame que se fez de *The Thorndike Arithmetics* e *The Thorndike Algebra*, na tentativa de identificar quais os meios utilizados pelo autor para orientar o professor na implantação do seu padrão pedagógico para o ensino de Matemática. A pergunta que orientou esse intento foi: como Thorndike procurou conformar um novo padrão de professor necessário à implantação e implementação dessa proposta?

Constata-se que, em *The Thorndike Arithmetics*, o professor recebe as primeiras orientações a partir do prefácio e das notas referentes a cada volume. Diante do que parece ser um ponto fundamental para a garantia da aprendizagem, qual seja, obedecer à seqüência de conteúdos, a primeira recomendação é para que o professor siga rigorosamente a ordem dos conteúdos apresentada no livro, fosse ele um especialista da área ou um professor inexperiente.

Segundo Thorndike (1917a), o professor experiente ou especialista poderia seguir a organização proposta no livro para os conteúdos aritméticos, adicionar exercícios suplementares, usar problemas da vida diária do aluno como fonte, mas não omitir nenhuma seção ou introduzir novos princípios, pois os conteúdos estavam organizados seguindo uma hierarquia de hábitos e ferramentas, cuja finalidade era o desenvolvimento e aprendizagem do aluno.

O autor completa a orientação, informando que o professor inexperiente deveria seguir a seqüência do livro, mesmo que alguns exercícios propostos não fossem claros para ele. Todas as seções tinham uma definição parcial para ser usada em algum ensinamento novo, revisando algum ensinamento anterior ou elementos ensinados

separadamente ou preparando algum avanço para as seções seguintes. Nas notas referentes a cada volume, o autor fez recomendações específicas ao professor. Em relação às peculiaridades do *Book I*, Thorndike (1917a) afirma:

professores experientes poderiam, pelo exame e uso deste livro, entender a razão da escolha dos exercícios e problemas, pela ordem na qual eles aparecem e os métodos utilizados, com três possíveis exceções: (1) o precoce, variado e amplo uso da forma de equação com um número faltando ou uma quantidade para ser completada; (2) a introdução de multiplicando com dois ou três algarismos antes dos produtos por 6, 7, 8 e 9 serem aprendidos; (3) a racionalização de procedimentos pela verificação dos fatos é mais correta do que os argumentos que mostram que eles podem ser corretos (Thorndike, 1917a, p. vi).

A recomendação constante para o professor não omitir nenhuma seqüência de atividades e só fazer alteração com a autorização do supervisor fornece indícios de que, quando produziu o livro, os conceitos aplicados não eram de conhecimento de todos os professores. Apesar de ganhar destaque as expressões “habilidades”, “interesse” “integração de hábitos”, como eixos norteadores do padrão proposto, o autor não fornece maiores esclarecimentos sobre os mesmos, a não ser que eles estavam ancorados nas principais descobertas da Psicologia.

Por conta disso, as orientações, fornecidas no prefácio e notas referentes a cada volume, que recomendam basicamente a aplicação das atividades na ordem em que foram organizadas, pareciam insuficientes para garantir a aplicação da proposta que, como afirmou Thorndike (1917a), diferia de todas as que existiam anteriormente.

Identifica-se que, no entanto, em cada volume, aparecem várias notas de rodapé, denominadas *To the teacher* [Para o professor]. Na análise inicial dos manuais, essas notas não receberam a devida atenção. Um exame posterior, no entanto, indicou que elas foram utilizadas pelo autor como um dispositivo para garantir que os professores executassem a proposta.

Constata-se que as recomendações *To the teacher* foram colocadas naqueles pontos em que o professor poderia cometer algum desvio, oriundo de práticas anteriores ou de desconhecimento das chamadas habilidades que estavam sendo desenvolvidas. Em outras palavras, as notas estavam postas exatamente onde o autor queria implantar uma nova forma de agir do aluno, mas que, para isso, era necessário o professor também alterar sua prática.

Thorndike (1917a) informou no prefácio que linguagem difícil, raciocínio dedutivo e cálculos desorganizados presentes nos cursos de aritmética deveriam ser

omitidos, pois era necessário que o aluno se percebesse capaz e pudesse alcançar aproximadamente cem por cento de eficiência na aprendizagem. Para garantir a execução desse propósito, o autor colocou oito *To the teacher* no *Book One*, do tipo:

nesses e em muitos dos exercícios escritos seguintes sobre adição e subtração, não é necessário que os alunos copiem os exemplos. Faça-os colocar o topo de uma folha de papel abaixo da fileira dos exemplos a serem feitos e escrever apenas as respostas. Então, oriente-os a dobrar o papel abaixo de uma polegada e colocar esse novo topo abaixo da próxima fileira a ser feita. Isto reduzirá o tempo exigido em mais de cinquenta por cento, aumentará a precisão das respostas, fará a correção do trabalho muito mais fácil. Ensine as crianças a escrever todas as respostas diretamente abaixo dos exemplos em questão e a manter as linhas dobradas (Thorndike, 1917a, pg. 25).

Observa-se, por essa orientação, que o autor a um só tempo estava propondo reduzir o tempo para execução da atividade, orientar o aluno a utilizar medida de comprimento e facilitar a tarefa do professor na hora da correção.

Tanto é assim que, para desenvolver os princípios das operações fundamentais, muitas vezes, as atividades foram organizadas de forma que o aluno não precisasse nem virar a página para colocar somas, diferenças, produtos, quocientes, produtos parciais. E, como a articulação entre as atividades pelo que foi dado a perceber era um aspecto fundamental no padrão pedagógico proposto por Thorndike, o professor, aos poucos, vai recebendo as sugestões por meio da seção *To the teacher*.

Também há recomendações que, em geral, significam alertas relativos não só ao controle psicofísico da criança, à medida que treinava os olhos e a mão para executar a atividade aprendendo a controlar o próprio tempo de execução, mas também para orientar o professor no momento de tratar de conceitos e conteúdos aritméticos, normalmente considerados problemáticos. Nesses momentos, o professor recebe uma orientação.

Segundo Thorndike (1917a), uma das primeiras dificuldades que o professor enfrentava ao trabalhar Aritmética era explicar ao aluno, no momento de adicionar números com dois dígitos, cuja soma parcial fosse igual ou superior a dez, a formação do sistema decimal. Antes de aprofundar tal questão, o autor, apresenta uma atividade para que o aluno sentisse necessidade de encontrar uma solução e coloca uma *To the teacher*, alertando o professor que “apenas poucos dos mais dotados alunos poderiam pensar em utilizar o ‘vai um’ por eles mesmos, mas era melhor para todas as crianças serem colocadas face a face a este problema para que sentissem a necessidade de encontrar sua solução antes de aprender a solução” (Thorndike, 1917a, p. 39).

Em outra nota, o professor é informado que existiam diferentes opiniões relativas à utilidade da nomenclatura dos termos relativos às operações: parcelas, soma, minuendo, subtraendo, dividendo, divisor, quociente e resto. Esses não eram termos necessários no primeiro volume de *The Thorndike Arithmetics*.

Ensinar o conceito de frações para o aluno, normalmente, segundo o autor, era uma tarefa que merecia cuidado. Nesse momento, mais uma vez, o professor recebe uma recomendação. Ao tratar de atividades sobre fração e números mistos, a *To the teacher* foi utilizada para recomendar ao professor não criticar os alunos que não respondessem corretamente, pois, em geral, as “pessoas dizem um meio ao invés de dois quartos, um terço ao invés de dois sextos”, e assim por diante. Ao mesmo tempo, indicava a continuidade desse conteúdo no livro seguinte. Recomendava ainda que o professor não introduzisse nenhuma explicação, prova ou exercício relacionado à redução de frações até iniciar o segundo livro, pois o trabalho proposto para o *Book One* era apenas para ensinar o significado das frações e os usos delas na divisão, não os métodos de simplificação de frações. Além disso, o professor deveria deixar a criança dizer um meio por dois quartos, três sextos ou quatro oitavos no estágio correspondente ao que ela aprende a dizer *Dick* por *Richard* ou *Ted* por *Edward* (cf. Thorndike, 1917a).

Um outro aspecto importante para Thorndike (1917a, 1917b, 1917c) era o tempo. Apesar de ser possível identificar que o autor o utilizava como um instrumento de controle, abria mão dessa prerrogativa, quando o que estava em jogo era a aprendizagem do aluno. Um exemplo desse fato pode ser identificado na atividade de divisão com números terminados em zero, por exemplo, dividir 76500 por 1500. O autor informou que uma prática poderia ser cancelar os dois zeros do dividendo e do divisor, mas ele alertava que essa provavelmente não era uma boa opção, exceto quando o quociente fosse óbvio. A economia de tempo, nesse caso, de acordo com o autor, era muito pequena e poderia causar confusão na hora que o aluno precisasse utilizar a mesma lógica para trabalhar com problemas que envolvessem o sistema monetário norte-americano.

Verifica-se ainda que um outro aspecto que ganhou relevo na análise empreendida diz respeito à importância, repetida reiteradas vezes pelo autor, em associar os conteúdos aritméticos a situações da vida cotidiana. No *Book III*, por exemplo, em uma atividade envolvendo pagamento com cheque ou com ordem de pagamento, o autor recomenda:

se for desejável que os alunos entendam os detalhes dessas formas e organizações, faça-os agir como em uma agência dos correios, em transportadora, em companhia de telégrafo, como bancários, vendedores e recepcionistas. Entender as formas atuais e pagar com dinheiro de brinquedo, usando-o como se estivesse na esquina de uma rua como em Nova York, em Chicago, em Nova Orleans e em São Francisco (Thorndike, 1917c, p. 45).

Observa-se que, mais uma vez, parece o autor ter a pretensão, com essa orientação, de instrumentalizar o aluno para que ele, posteriormente, pudesse desempenhar atividades correlatas fora do ambiente escolar. Por exemplo, o autor no *Book II*, quando apresentou uma atividade que consistia em adicionar uma bateria de exercícios formada por oito colunas, cada coluna com vinte números para serem adicionados. Nessa atividade, além das recomendações de praxe – não copiar, cobrir a coluna com uma folha de papel – o autor afirma que as duas páginas que compunham a atividade poderiam ser usadas durante todo o ano para prática de adição de colunas longas, porque, nos negócios, esse conteúdo fazia parte do trabalho mecânico. O foco dessa atividade era desenvolver no aluno a habilidade para obter resultados exatos.

A análise dessas notas indica que elas funcionavam como um meio de comunicação com o professor. Por meio da seção *To the teacher*, Thorndike (1917a, 1917b, 1917c), aos poucos, foi instituindo ou, ao menos, procurando alterar, para que a sua proposta fosse executada adequadamente, a prática cotidiana de ensinar os conteúdos aritméticos, à medida que o professor fosse adquirindo novos hábitos.

Com relação às recomendações dirigidas ao professor em *The Thorndike Algebra*, percebe-se, de imediato, que o autor inseriu poucas recomendações por meio do dispositivo *To the teacher* para orientar a prática pedagógica do professor.

Constata-se que, nesse manual, fez uso desse recurso apenas duas vezes. Na primeira nota, a recomendação é para que o professor

não exija que o aluno faça prontamente distinção entre os termos *fórmulas* e *equação*. Cientistas, engenheiros e muitos dos melhores matemáticos não o fazem. A fórmula é realmente uma equação generalizada. Uma equação é um caso especial de uma fórmula (Thorndike, 1927, p. 67).

A outra nota *To the teacher* está localizada na seção que trata de resolução de equações pelo método da substituição.

Essa seção não pretende cobrir o tópico geral de equações simultâneas (...) mas simplesmente fornecer ao aluno experiência sobre os fatos que a técnica de

estruturar equações, para a solução de um problema, é mais ampla do que o uso de uma equação apenas. E também direcionar a atenção para o axioma da substituição que tem sido usado intuitivamente na avaliação, fatoração e simplificação. Não ampliar o tratamento dessa vez mais do que é tratado aqui; e não use os termos “simultâneas”, “sistema”, “conjunto” ou “raiz” (Thorndike, 1927, p. 169).

As duas notas *To the teacher* são indicativas de uma opção do autor que defende, para a maioria dos casos, que os conteúdos não sejam iniciados por definições ou regras e nomenclaturas adequadas, mas que fossem apresentados de forma gradativa: primeiro, exemplo e uso; depois, a definição e nomenclatura adequada.

Supõe-se que o autor recorreu poucas vezes ao recurso *To the teacher* por ser o manual destinado a professores da *high school*, e que, provavelmente, tinham uma formação e conhecimento que lhes permitiam uma compreensão mais adequada para o uso do que, em termos de organização dos conteúdos e das atividades selecionadas, estava posto no manual. Uma outra possibilidade é que, depois de dez anos, só lembrando *The Thorndike Algebra* foi publicado em 1927 e *The Thorndike Arithmetics* em 1917, os conceitos e princípios aplicados na organização do livro já fossem de conhecimento de um maior contingente de professores.

Feitas essas considerações, não se pode perder de vista que, se Thorndike intentava produzir um novo padrão pedagógico para o ensino de matemática no período, não bastavam as recomendações para o professor, mas também para o aluno. A análise dessas recomendações foi realizada e será apresentada no item que segue.

2.4 – As recomendações para o aluno

Pelo exame dos dois manuais, observa-se que Thorndike (1917a, 1917b, 1917c, 1927) não colocou explicitamente nenhuma nota explicativa dirigida ao aluno sobre a organização e uso do manual, mesmo que, no caso de *The Thorndike Arithmetics*, tenha afirmado que a organização da obra visava à aprendizagem do aluno.

Mas, ao que tudo indica, e como afirma o próprio autor no prefácio, o propósito era que o aluno, pelo desenvolvimento das atividades propostas, “alcance aproximadamente 100 % de eficiência e adquira o pensamento de que eles são capazes” (Thorndike, 1917a, p. v). Para tanto, uma pergunta torna-se imperativa: como ele conseguiria que o aluno alcançasse 100% de aprendizagem?

Um exame das atividades e das recomendações referentes a cada uma delas permite a identificação das estratégias desenvolvidas pelo autor para que o aluno começasse a desenvolver habilidades de raciocínio, precisão, rapidez e, principalmente, passasse a controlar a própria aprendizagem, mesmo em atividades simples, como as relacionadas à adição em situações de compra e venda e com números menores que dez, lembrando que, muitas dessas atividades deveriam ser respondidas apenas oralmente. Nelas, aos poucos, o autor começa a colocar recomendações para o aluno que servem para o controle da aprendizagem.

O tempo, aos poucos, vai sendo incorporado como um componente importante para o controle da aprendizagem. As atividades vão sendo alteradas de modo gradativo. Inicialmente, o enunciado era “adicione e diga a soma”. Depois passa para “diga o número de pontos de cada dominó o mais rapidamente que você conseguir” até que o tempo, finalmente, apareça como uma forma de controlar a aprendizagem.

A primeira atividade em que o tempo apareceu como uma variável de controle da aprendizagem foi a seguinte: “Estabeleça as somas. Veja quantas você pode dizer corretamente em um minuto” (Thorndike, 1917a, p. 8). Os alunos teriam que responder os seguintes itens:

Atividade de controle de tempo

<i>Linha A</i>									
3	6	1	5	5	4	2	2	9	1
<u>5</u>	<u>3</u>	<u>7</u>	<u>6</u>	<u>4</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>7</u>	<u>1</u>	<u>6</u>
<i>Linha B</i>									
2	3	5	4	5	2	4	2	3	8
<u>6</u>	<u>6</u>	<u>5</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>2</u>
<i>Linha C.</i>									
3	6	3	3	5	6	7	4	7	3
<u>7</u>	<u>2</u>	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>2</u>	<u>4</u>	<u>1</u>	<u>5</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<i>Linha D.</i>									
3	1	2	1	4	2	2	4	3	2
<u>3</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>6</u>	<u>8</u>	<u>2</u>	<u>5</u>	<u>2</u>
<i>Linha E.</i>									
3	1	2	1	4	2	2	4	3	2
<u>4</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>1</u>
<i>Linha F.</i>									
3	6	7	3	4	7	4	3	2	8
<u>4</u>	<u>1</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>2</u>	<u>6</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>1</u>

(Thorndike, 1917 a, p.08).

Em outra atividade em que o tempo é utilizado como um instrumento de controle, o enunciado apresenta maior complexidade. “Adicione e escreva as somas. Faça tantas quantas você conseguir em dez minutos” (Thorndike, 1917 a, p.23).

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7	8.	9.	10.
21	22	32	12	21	12	24	21	22	24
23	31	12	52	33	12	31	22	13	23
<u>14</u>	<u>33</u>	<u>24</u>	<u>11</u>	<u>15</u>	<u>65</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	<u>52</u>	<u>42</u>

11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
		21	21	12	23			22	23
14	32	15	32	11	22	34	33	12	21
62	32	22	12	42	32	42	11	32	12
<u>23</u>	<u>32</u>	<u>21</u>	<u>23</u>	<u>23</u>	<u>21</u>	<u>23</u>	<u>34</u>	<u>22</u>	<u>23</u>

(Thorndike, 1917 a, p.23).

E, aos poucos, as atividades são acrescidas de novas exigências. “Subtraia o menor número do maior e escreva as respostas. Quantas questões você pode fazer em dez minutos e quantas delas estão corretas?” (Thorndike, 1917a, p. 25).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
A	75	95	87	48	68	69	97	49
	<u>42</u>	<u>43</u>	<u>46</u>	<u>32</u>	<u>24</u>	<u>38</u>	<u>53</u>	<u>28</u>
B.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	88	96	68	39	76	86	99	78
	<u>65</u>	<u>73</u>	<u>23</u>	<u>13</u>	<u>24</u>	<u>55</u>	<u>25</u>	<u>37</u>
C.	17.	18.	19.	20	21.	22.	23.	24.
	75	94	89	97	96	75	68	89
	<u>54</u>	<u>32</u>	<u>31</u>	<u>62</u>	<u>74</u>	<u>11</u>	<u>44</u>	<u>62</u>
D.	25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.
	75	99	55	76	43	46	88	49
	<u>33</u>	<u>54</u>	<u>32</u>	<u>44</u>	<u>12</u>	<u>25</u>	<u>64</u>	<u>28</u>

(Thorndike, 1917 a, p.25).

Como já destacado, as instruções, aos poucos, incorporam novas condições. Em atividades seguintes, o aluno deve encontrar as diferenças, escrevendo apenas a resposta na folha de papel. A orientação é:

encontre as diferenças entre o número abaixo e o número acima. Coloque uma tira de papel sobre a página. Escreva as respostas nela. Pratique com esses exemplos até você conseguir fazer uma fileira ou aproximadamente uma fileira em um minuto e consiga todos corretamente. Teste as respostas pela adição. Então o professor poderá fazer uma competição entre meninos e meninas (Thorndike, 1917a, p. 51).

Verifica-se que, em atividades relacionadas à multiplicação, o autor recomenda que o aluno repetisse a atividade até que conseguisse responder todas as questões corretamente em dez minutos. Ou seja, passo a passo, o autor foi moldando as atividades que os alunos teriam que desenvolver, de forma que adquirisse a habilidade de controle e precisão.

Além disso, em algumas delas, poucas, no entanto, o aluno é orientado para que, depois que aprendesse todas as respostas corretamente, pedisse ao professor para fazer uma competição para ver quanto cada criança poderia fazer em um minuto ou em cinco. Esse tipo de atividade chama a atenção por sugerir que, de certa forma, o autor estava utilizando o aluno como um instrumento para modelar a ação do professor.

Outro momento em que o aluno recebe um balanço do que ele deveria já ter aprendido e de como interpelar o professor é em atividades denominadas “testes do que você pode fazer”. Conforme exemplo a seguir.

67. Testes do que você pode fazer

Agora você já deve saber:

O que significa um número de 0 a 999.

O que significa algum número de dólares entre 1 centavo de dólar e \$9,99.

Como escrever e ler números facilmente.

Como somar e subtrair com números como 5, 7, 32, 65, 284 e 410.

Como quantas polegadas fazem um pé; como quantos pés fazem uma jarda, como quantos *pints* fazem um *quart*, e o que significa dúzia, meio e um quarto.

Teste você mesmo com o teste I para verificar que, em 20 minutos, você pode obter um bom resultado. Conte 1 para cada resposta correta. Não copie os exemplos. Coloque a folha de papel sobre a linha A, e escreva as respostas nela. Depois dobre a folha de papel e faça a linha B. Dobre a folha e escreva as respostas da linha C. Faça o teste II da mesma forma.

Teste I							
Adicione. Escreva as somas.							
Linha A.							
	2	2	43	72	50		
2	3	<u>16</u>	<u>56</u>	<u>26</u>	<u>27</u>	6 + 2 =	3+1+4=
<u>4</u>	<u>5</u>						
Linha B.							
	30				200	7	
	10		13		33	24	
3	33	52	3	36	55	12	
20	31	19	1	24	403	26	
<u>25</u>	<u>25</u>	<u>37</u>	<u>42</u>	<u>27</u>	<u>34</u>	<u>28</u>	
Linha C.							
				\$9,00			
				6,25			
189				3,45	Copie e some		
184	\$ 0,75		\$ 3,50	5,27	35 + 22.		
182	2,25		5,74	0,82			
<u>279</u>	<u>0,48</u>		<u>7,86</u>	<u>5,24</u>			

(Thorndike, 1917a, p. 53-54).

Recomenda-se, no exemplo que segue, que o aluno pedisse orientação ao professor, e que verificasse se a própria pontuação estava dentro de um limite aceitável.

Peça ao professor para mostrar a você como fazer esse teste sem perder tempo copiando os números, se você não souber como fazê-lo. Teste você mesmo os Testes III, IV, V e VI. Veja que *score* você pode fazer em 20 minutos. A média para as terceiras séries de moças e rapazes, em 1920, foi de 15 corretas para o Teste III, 13 corretas para o Teste IV, 7 corretas para o Teste V e 7 corretas para o Teste VI. Muitos deles fizeram esses testes antes do fim do ano. Assim, eles tentarão fazer melhor depois. Teste você mesmo agora, depois da revisão das páginas 137 a 140, tente melhorar seu *score* (Thorndike, 1917a, p. 135).

Depois de fazer os testes que trazem questões semelhantes à apresentada anteriormente, acrescentando, além da adição, a subtração, multiplicação e divisão, o aluno recebe a recomendação para estudar os exemplos que não conseguiu fazer corretamente, encontrando o erro e corrigindo-o. E, se a pontuação fosse inferior a 40, deveria resolver outra séries de exercícios antes de tentar de novo. Se o resultado final tivesse sido bom, mas se o aluno quisesse melhorar, deveria pedir ao professor para dizer que páginas ele deveria praticar. Para esse teste, o professor também receberia uma orientação por meio da *To The Teacher*, para determinar aos alunos que tivessem

conseguido um resultado muito abaixo da média para que fizessem um trabalho individualizado, usando *Exercises in Arithmetic*, de autoria do próprio Thorndike (1909).

Em muitas atividades dos três volumes, o aluno recebe orientação explícita para não utilizar o lápis. Em outras, a recomendação é: “faça sem o lápis se você puder”. No terceiro volume, em algumas atividades, as recomendações são um pouco diferenciadas: “escreva as respostas e os números que você necessita para encontrá-las”; “use o lápis quando você achar necessário”; “escreva a resposta”; “não escreva nenhum outro número que você não necessita para responder a questão” (cf. Thorndike, 1917c).

Constata-se que, na segunda parte do *Book Three*, o autor parece ter compreendido que o aluno já tinha desenvolvido a capacidade de decidir quando deveria ou não fazer uso de respostas escritas.

Nessa parte, não será dada orientação sobre que atividades deverão ser respondidas de forma escrita ou não. A menos que o professor dê uma orientação especial, use seu próprio julgamento, escolha o método que é melhor para exatidão, economia de tempo e melhoria na aprendizagem dos conteúdos aritméticos (Thorndike, 1917c, p. 129).

Já uma análise do livro *The Thorndike Algebra* indica que autor adotou um procedimento diferenciado na forma de apresentar as recomendações aos alunos em relação aos usuários desse manual. Destaca-se que, por exemplo, para apresentar as atividades ao aluno, em vez de recomendações diretivas do tipo *write, copy, tell, say*, grande parte das atividades são iniciadas com explicações e justificativas. São esclarecimentos sobre a definição, a regra, a fórmula utilizadas na atividade. Repetidas vezes, o autor, antes de apresentar o procedimento formal, ressalta a importância e o uso dos conteúdos algébricos na resolução de problemas, como uma forma de economizar tempo em tarefas cotidianas.

Percebe-se que, no entanto, também nesse manual, os testes são utilizados de forma sistemática, e são utilizados pelo autor para “conversar” com um aluno de forma a desenvolver nele a capacidade de controlar a própria aprendizagem.

Cabe ressaltar que, do que foi dado a perceber da exploração dos três volumes de *The Thorndike Arithmetics* e de *The Thorndike Algebra*, o autor, aos poucos, procurou alterar a forma de agir do professor e a forma de aprender do aluno. Para o professor, além das recomendações contidas no prefácio, o autor recorreu às *To the teacher*, como um meio de interlocução.

Já no que diz respeito ao aluno, foi disponibilizando atividades que solicitavam uma gradação de esforços para resolvê-las, e as orientações para isto atuavam como um mecanismo de ir impondo concentração, autocontrole, para melhorar o próprio resultado durante o processo de aprendizagem.

Ou seja, com o exame dos manuais *The Thorndike Arithmetics e The Thorndike Algebra* é possível ainda afirmar que o autor procurava preparar, por meio dos conteúdos tratados, os alunos para futuras responsabilidades, desenvolvendo hábitos de organização, controle e aplicação da aprendizagem. Mesmo sem fazer referência explícita a outros estudos sobre o ensino de Aritmética, desenvolvidos por ele ou por outros psicólogos, professores, ou estudiosos do ensino de Matemática, o autor anuncia e fornece indicativos de que o propósito era colocar um conjunto de práticas em ação, por meio da conformação de um novo padrão de aluno e professor. Nesse sentido, uma indagação pertinente é: só o que está escrito, como diz o próprio Thorndike (1936), “o preto no branco”, era suficiente para a implantação desse novo padrão?

Apenas os aspectos apontados como distintivos por Thorndike nos dois manuais não são suficientes para que se afirme que um novo padrão de ensino havia sido conformado. Trata-se, assim, de buscar novos elementos que permitam a compreensão da aplicação dos princípios da Psicologia da Aprendizagem e da Educação Experimental.

CAPÍTULO III

**Edward Lee Thorndike e as bases teóricas para a
conformação de um novo padrão pedagógico**

Thorndike inicia os prefácios de *The Thorndike Arithmetics* e *The Thorndike Algebra* com uma sentença praticamente idêntica: nesses manuais, aplicara as principais descobertas da Psicologia da Aprendizagem, da Educação Experimental, bem como da observação de práticas escolares bem sucedidas (cf. Thorndike, 1917, 1927).

O que, exatamente, Thorndike havia extraído de cada um daqueles três pilares a que se refere nos prefácios? Como teria ele se utilizado daquelas “principais descobertas” para elaborar os seus manuais para o ensino de Matemática?

Uma análise de *The Thorndike Arithmetics*, *The Thorndike Algebra*, *The new methods in Arithmetic*, *The Psychology of Arithmetic* e *The Psychology of Algebra* fornece indicativos que corroboram com a hipótese de que, por meio desses manuais, o autor estava conformando um padrão para o ensino de Matemática, ou seja, que os cinco manuais faziam parte de um conjunto produzido pelo autor para sistematizar um padrão pedagógico para o ensino de Matemática.

Em relação ao ensino de Aritmética, quatro anos depois de ter publicado *The Thorndike Arithmetics*, o autor coloca em circulação o manual *The new methods in Arithmetic*, publicado em 1921, e destinado a professores e estudantes da *normal school*¹. O exame desse manual indica que Thorndike, ou seus editores, pretendia estabelecer relação entre essa obra e as demais produções dele destinadas ao ensino de Aritmética, pois, na folha de rosto, logo depois do nome do autor, está escrita a filiação institucional e a produção anterior sobre o tema: *Teachers College, Columbia University; Author of The Thorndike Arithmetics e Exercises in Arithmetic*².

A associação entre as obras do autor destinadas ao ensino de Aritmética é estabelecida, também, no primeiro parágrafo do prefácio de *The new methods in*

¹ *The new methods in Arithmetic* foi traduzido no Brasil, em 1936, com o título de *A nova metodologia da Aritmética*. A tradução foi realizada por Anadyr Coelho, professora da Escola Normal de Porto Alegre.

² *Exercices in Arithmetic* foi publicado em 1909, como um capítulo de livro. Os exercícios nele contidos foram ampliados e se encontram incorporados em *The Thorndike Arithmetics* (cf. Goodenough, 1950).

Arithmetic, em que são fornecidas informações sobre o manual *Psychology of Arithmetic*, que só seria posto em circulação um ano depois, ou seja, em 1922. Nesse manual o autor apresenta as aplicações da psicologia e da educação experimental para o ensino de Aritmética de forma acessível para o estudante que aborda os tópicos como parte de um estudo sistemático da educação na *elementary school*” (Thorndike, 1921, vii).

Pelo que consta em *The Psychology of Arithmetic*, destinado aos estudantes de Educação, em preparação para a docência na *elementary school*, o seu conteúdo era a sistematização da experiência de Thorndike como professor. No prefácio, o autor registra que, por meio dessa obra, apresenta as aplicações da nova Psicologia para o ensino de Aritmética. Também informa que os conteúdos abordados eram os mesmos daqueles que incluía nos cursos relativos à *elementary school* que, durante alguns anos, havia ministrado para estudantes de educação do *Teachers College*. Muitos desses alunos, depois de formados e exercendo o papel de supervisor de escolas elementares, cobravam que aqueles conteúdos fossem disponibilizados para professores em geral.

Para ilustrar as explicações em *The new methods in Arithmetic*, o autor recorre aos exemplos do livro *The Thorndike Arithmetics*. Justifica essa opção de tomar quase todo o material de um mesmo livro-texto, para exemplificar as práticas e os vários usos dos exercícios, por uma questão de cautela científica e de conveniência para o estudante, porque os detalhes apresentados eram partes de um mesmo plano; com isso, o aluno não precisaria consultar mais de um livro.

Para além da justificativa apresentada pelo autor, cabe compreender o recurso adotado em *The new methods in Arithmetic*, de extrair exemplos de *The Thorndike Arithmetics* para ilustrar as práticas, como ensejo para expor os fundamentos da arquitetura do manual destinado ao aluno da *elementary school*. Tal como exposto no capítulo anterior, as explicações e recomendações dirigidas ao professor em *The Thorndike Arithmetics* não seriam suficientes para que um novo padrão de ensino fosse estabelecido.

Com esse novo manual, Thorndike (1921) estaria colocando em circulação mais um dispositivo de treinamento e formação, tanto do professor em exercício quanto do estudante da *normal school*, tornando-os potenciais difusores do padrão pedagógico que estava constituindo para o ensino de Aritmética.

Já com relação ao ensino de Álgebra, Thorndike primeiro escreveu *The Psychology of Algebra*, em 1923, junto com colaboradores, Margaret V. Cobb, Jacob S. Orleans, Percival M. Symonds, Elva Wald e Ella Woodyard, e só quatro anos depois, levou a público *The Thorndike Algebra* – o manual destinado ao aluno da *high school*. Pela informação que consta no prefácio desse último, a explicação para os princípios adotados encontra-se em *The new methods in Arithmetic*, *The Psychology of Arithmetic* e *The Psychology of Algebra*, dado que serve para comprovar que o autor não estava produzindo os manuais de forma aleatória, mas como parte de uma produção conjunta.

Contudo, o exame dessas obras também não fornece explicações teóricas detalhadas a respeito dos conceitos e procedimentos adotados por Thorndike na organização dos manuais apenas fornece alguns indícios. Por exemplo, em *The Psychology of Arithmetic*, Thorndike (1922) afirma apresentar a aplicação, efetuada pela Psicologia, de três linhas significativas de avanço para o ensino nos últimos anos (anteriores a 1920). A primeira estava relacionada com o processo geral de aprendizagem, entendida, essencialmente, como a formação de conexão ou vínculo entre uma situação e uma resposta, e que a satisfação era a principal força para formar uma conexão.

O segundo grande avanço da Psicologia estava relacionado com o aumento do conhecimento de formas para quantificar a aprendizagem, estabelecendo regras para a quantificação e as condições necessárias para melhorar a organização de grupos ou hierarquia dos hábitos, chamada de habilidade, como a habilidade para somar ou habilidade para ler. Com esse avanço, teoria e prática não eram mais consideradas generalidades vagas, passaram a ser definidas e medidas por testes padronizados e escalas (*standard tests and scales*).

A terceira linha de avanço consistia em um melhor entendimento do chamado *higher processes* de análise, abstração, formação de noções gerais e raciocínio. Contrapunha-se à visão adotada anteriormente, de desenvolvimento do raciocínio independente do que estava sendo utilizado, ou seja, a já citada oposição à teoria da disciplina mental. Thorndike (1922) adotava como premissa a mesma “visão de James [William] de raciocínio como ‘seleção do essencial’ e de ‘pensamento de coisas em conjunto’, de uma forma revisada e clarificada, e isso era relevante na aplicação e no ensino de todos os conteúdos escolares” (Thorndike, 1922, p. vi).

Dessas três linhas de avanço, há que se prestar atenção, a partir do exame de outras produções de autor, ao conceito de aprendizagem, de raciocínio e dos instrumentos, utilizados por Thorndike para quantificação da aprendizagem, na tentativa de melhor compreender os elementos que podem ter sido tomados como referentes na constituição dos manuais.

Em *The Psychology of Algebra*, publicada em 1923, consta, no prefácio, a seguinte informação:

Nunn, Smith, Young, e outros homens de notável perspicácia e sabedoria escreveram manuais sobre a Pedagogia da Álgebra; Rugg e Clark e seus colaboradores aplicaram a Psicologia e experimentos psicológicos especialmente para os problemas da seleção dos conteúdos algébricos. O *National Committee on Mathematical Requirements* realizou importantes estudos sobre muitos temas relativos a alunos, conteúdos escolares e métodos (Thorndike et al, 1923, p. v).

Dois aspectos, nessa citação, são merecedores de destaque. O primeiro diz respeito ao fato de o autor e seus colaboradores iniciarem o livro, fazendo referências nominais a autores de outros trabalhos sobre os conteúdos algébricos. Isso parece indicar que o tema estava sendo investigado e produzindo resultados que, se não significativos, pelo menos que propiciavam debates³.

O outro destaque está no fato de que os trabalhos referidos são apresentados dentro de duas perspectivas distintas: a da Pedagogia e a da Psicologia, tomadas como duas áreas separadas. Os indicativos, no entanto, são de que a proposta apresentada em *The Psychology of Algebra* procura fazer a união da Psicologia e da Pedagogia, pois, ainda no prefácio, os autores informam que esse livro é superior em relação aos outros, porque, mesmo tendo compilado informações contidas nos estudos dos autores referidos, o conteúdo apresentado no livro difere dos tomados como referente. Esses livros tomados como referência foram complementados pela verificação dos resultados,

³ E, por conta dessas referências, Murphy (1988) sugere que esse livro alcançou sucesso, porque, além da ampla base de evidências experimentais nele contidas, o autor estabeleceu ligação, ao fazer referências a Nunn, Smith e Young; a Clark e Rugg; e ao *National Committee on Mathematical Requirements*, com a “comunidade matemática”. A autora só não fornece maiores esclarecimentos sobre o que chamou de “comunidade matemática”. Será que Thorndike estava tentando obter a chancela dessa chamada “comunidade matemática”? Será que esse intento devia-se ao fato de ser a Álgebra um tema trabalhado na *high school*, mais próxima do ambiente universitário e, por isso, ele precisava da chancela de professores e estudiosos das matemáticas? Essas são possibilidades que se apresentam para pensar esse livro como um meio de interlocução entre psicólogos e estudiosos do ensino de Álgebra.

pela experimentação e pelo acréscimo de detalhes, de forma que, por terem sido aplicados, para a pedagogia da álgebra, fatos e princípios que, à época, a psicologia da aprendizagem tinha estabelecido, o livro era inovador.

Os três aspectos distintivos do texto, de acordo com os autores, são:

ênfase no aspecto dinâmico da mente como um sistema de conexão entre situação e resposta; tratamento da aprendizagem como sendo a formação de certas conexões, vínculos ou hábitos elementares; e o entendimento de que pensamento e raciocínio – o assim chamado *higher powers*, não são forças opostas a esses hábitos, mas são esses hábitos organizados para trabalharem juntos e seletivamente (Thorndike et al, 1923, p. v).

Observa-se, pelo exame de *The Psychology of Arithmetic* e *The Psychology of Algebra*, que os pontos destacados no prefácio como distintivos dessas obras são semelhantes, mas que, em nenhuma das duas são tratados de forma detalhada no corpo do texto. Ao que parece, Thorndike e seus colaboradores não sentiram necessidade de defini-los ou de fornecer maiores explicações sobre eles, possivelmente devido à efetiva inserção e participação que tinham no desenvolvimento da Psicologia Educacional, devendo ser matérias que faziam parte dos estudos cotidianos, de forma que não precisavam de maiores explanações, só era necessário aplicá-los.

Como neste estudo esses manuais são tomados como instrumentos utilizados por Thorndike para, possivelmente, explicar um novo padrão pedagógico para o ensino dos conteúdos matemáticos, necessário se faz, então, buscar elementos explicativos que permitam compreender o que está sendo chamado de padrão pedagógico: um conjunto de saberes organizados, sistematizados e postos em circulação para uso do aluno e do professor. Portanto, para compreender como esse padrão pedagógico foi conformado, é preciso conhecer as regras internas que justifiquem a seleção, a ordenação, os conceitos que o embasam. Por isso, a opção adotada foi tomar alguns indícios fornecidos pelo autor e rastrear a produção mais ampla dele sobre Psicologia e Psicologia Educacional. Buscou-se identificar os princípios oriundos das linhas de avanço da Psicologia a que ele faz referência e os conceitos aplicados e que garantem, pelo que foi posto pelo próprio Thorndike, a singularidade de sua produção para o ensino de Matemática.

3.1 – O combate à teoria da disciplina mental

Em *The Thorndike Arithmetics*, o autor afirma que o que estava posto nesse manual diferia de todas as práticas anteriores. Um aspecto indicado como distintivo era que nenhum conteúdo havia sido, incluído meramente como “ginástica mental”, de modo que se impõe perguntar o que significa essa assertiva no momento da publicação do livro?

Constata-se que, pelo exame da produção de Thorndike anterior a 1917, no campo da psicologia da aprendizagem, ao propor esse distanciamento da “ginástica mental”, o autor estava marcando posição em relação ao “problema do valor disciplinar” ou ao “efeito disciplinar dos estudos” ou ainda ao “problema da disciplina formal” (cf. Thorndike, 1905), como base da organização curricular para o ensino de Aritmética. Cabe, no entanto, ressaltar que o autor combatia a teoria da disciplina mental como base de qualquer componente curricular.

De acordo com os defensores da teoria da “disciplina formal”, a mente era uma coleção de faculdades ou *powers* [potências] – observação, atenção, memória, raciocínio, exatidão, concentração, e que certos conteúdos tinham o poder de fortalecê-las. Para explicar o funcionamento das faculdades, recorria-se, por exemplo, à metáfora da mente como um músculo: assim como os músculos do corpo podem ser fortalecidos por meio de exercícios físicos, os músculos da mente, as faculdades, podem ser fortalecidos pela “ginástica mental”⁴.

Em muitos casos, a importância não estava no que deveria ser aprendido, mas sim na faculdade que estava sendo treinada. Acreditava-se que, pelo treino de uma faculdade, acontecia uma transferência ampla e geral na capacidade da mente. A Álgebra e o Latim eram defendidos como úteis no treinamento das faculdades como raciocínio, concentração e precisão.

Em 1901, Thorndike e Woodworth publicaram, como resultado de uma pesquisa experimental, o texto *The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions*, que alterou o entendimento da aprendizagem baseada na

⁴ Segundo Kliebard (1995), a origem da teoria da disciplina mental vem desde a época de Platão, pela noção de que o estudo de geometria era uma maneira de melhorar, de um modo geral, a inteligência. Mas, a versão, presente no século XIX e primeiras décadas do século XX, tinha origem em Christian Wolff (1740), um psicólogo alemão que elaborou uma detalhada hierarquia das faculdades que, presumivelmente, compunha a mente humana.

teoria das “faculdades”, fazendo com que o tema se tornasse foco de debate durante várias décadas⁵. O texto foi resultado da aplicação de experimentos, cujo objetivo era testar o aperfeiçoamento de uma função mental ou funções mentais depois de fornecer treinamento em outra função ou funções, verificando se atingira certo grau de aperfeiçoamento.

Os autores iniciam o texto esclarecendo as palavras que consideram importantes para o entendimento do experimento e que são citadas no título. A expressão “função mental”, segundo os pesquisadores, era utilizada sem qualquer rigor para se referir a coisas como falar, multiplicar, raciocínio, atenção etc., como se cada uma delas tivesse um único propósito. E isso, segundo os autores, era um equívoco, pois cada dessas funções poderia apresentar um significado vasto, e não deveria ser utilizada em sentido amplo. Por exemplo, a “função atenção” poderia significar “atenção à palavra fogo”, pronunciada em certo tom, ou “atenção a todos os tipos de coisa”. Ou seja, a “função atenção” pode significar não apenas uma função, mas um grande grupo de funções. O entendimento adotado por eles era de que cada uma das funções mentais tinha não apenas uma função mais um conjunto delas e que esse aspecto não era levado em consideração pelos estudiosos da aprendizagem.

Já a palavra “aperfeiçoamento” passou a ser utilizada pelos autores como mudança na aprendizagem. A palavra “eficiência” foi adotada pelos autores como mudança na função mental, utilizada para comparar indivíduos em diferentes momentos.

O experimento consistia em:

- 1º) testar a eficiência de uma função mental ou funções por uma estimativa;
- 2º) depois dar treinamento em uma função correlata, até que atingisse certo nível de aperfeiçoamento;

⁵ Em 1922, Thorndike publicou o artigo *Instruments for measuring the disciplinary values of studies*, no qual afirma que “transferência de treinamento mental e o valor disciplinar dos estudos são tópicos que mereciam muito mais investigações e experimentações do que tinha sido realizado até então” (Thorndike, 1922, p. 269). Ele, particularmente, continuou investigando o tema por muitos anos. Entre as pesquisas efetuadas e que foram publicadas na forma de artigo estão: a) em 1924, *Mental discipline in high school studies*, a primeira parte publicada em janeiro e a segunda em fevereiro e *The disciplinary values of studies in the opinion of students*; c) Em 1927, publicou *A second study of mental discipline in high school studies*.

3º) testar de novo a função ou conjunto de funções sobre a qual se fez a estimativa inicialmente. A influência do aperfeiçoamento era medida pela diferença entre o teste antes e depois do treinamento.

A pesquisa foi realizada, inicialmente, com três tipos de experimentos:

- a) a influência de treinamento na estimativa de medidas específicas sobre a habilidade para estimar medidas do mesmo tipo, em geral. Isto é, calcular comprimentos, áreas, pesos, diferindo a quantidade ou qualidades acessórias (como a forma, a cor, o contorno) ou ambos;
- b) a influência de treinamento na observação de palavras que contêm certa combinação de letras – “s” e “e”, por exemplo, ou mesmo outra característica geral;
- c) a influência que o treinamento especial de memorização exerce na capacidade geral de memorização⁶.

Segundo os autores, essas amostras foram escolhidas, entre outros motivos, por causa do caráter representativo das funções mentais e por serem adaptáveis para interpretações quantitativas.

Para estimar comprimentos de linhas, o experimento era executado da seguinte maneira:

1º) O sujeito estimava o comprimento de linhas, que variavam em cada uma das linhas de uma série.

2º) Em seguida, praticaria a estimativa de comprimentos dentro de certos limites, de 0,5 a 1,5 polegadas, até atingir certo grau de eficiência, cerca de 25%.

3º) Avaliava, outra vez, a série que foi utilizada no começo do experimento, com comprimento entre 6 e 12 polegadas. O resultado a que chegou foi que, após o treinamento, a melhoria foi pequena, quase nula.

No caso do experimento para calcular área, o material utilizado pode ser classificado em três séries: 125 pedaços de papel cortados na forma de quadrados, retângulos, triângulos, círculos, figuras irregulares – “série de teste de área”. No meio desse material, colocavam-se 13 retângulos da mesma forma, com área variando de 20cm² a 90cm². Estes formavam a “série 1”. Os demais, com mesma área e formas

⁶ Para uma descrição completa desses experimentos, ver o artigo *The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions*, de autoria de Thorndike e Woodworth, publicado em 1901, na *Psychological Review*.

diferentes – triângulos, círculos, trapezóides, sendo que 27 eram triângulos e com área entre 20 cm² a 90 cm², formavam a “série 2”.

O experimento foi aplicado da seguinte forma:

1º) o sujeito recebia toda a série de figuras e deveria escrever a área em cm² de cada uma. Como auxílio, tinha à frente um cartão com três quadrados desenhados com áreas respectivamente de 1 cm², 25 cm² e 100 cm², para o qual podia olhar mas não sobrepor. Não era apresentado qualquer outro recurso para ajudar a fazer uma estimativa da área,

2º) Depois disso, o sujeito recebia uma série de retângulos de papel de 10 a 100 cm² de área, com a mesma forma dos encontrados na série 1. Deveria ser calculada a área de cada retângulo, olhando para ver qual era a área correta e registrar o erro. Esse treinamento era realizado até que o sujeito apresentasse melhoria ou aperfeiçoamento.

3º) Depois de trabalhar com esse material e apresentar um aperfeiçoamento, seria testado novamente com a “série de teste de área”.

O resultado desse experimento, para Thorndike e Woodworth (1901), indica que o aperfeiçoamento na estimativa do cálculo de área de retângulos, de certa forma, não era igual no caso de estimativas de áreas de figuras com formas diferentes. A função de estimativa de áreas é realmente “um grupo de funções”, que varia de acordo com os dados – forma, tamanho. Mesmo depois da aquisição de certos padrões mentais para calcular áreas dentro de certo limite, a função de estimar, com esses padrões, se constantemente mantidos pela observação da área real, depois de cada julgamento, é uma função, em grande parte, independente da função de avaliar com os padrões adquiridos por meio de mil ou três mil tentativas, mas não renovada pela observação constante das áreas reais.

Segundo Thorndike e Woodworth (1901), a partir dos resultados dos experimentos, era possível efetuar as seguintes afirmações:

- a) era engano falar de faculdade mental – atenção, observação, precisão, rapidez etc., sem levar em consideração que cada uma exerce muitas funções individuais e separadas, mas que, na maioria das vezes, são indicadas por uma dessas palavras. Para eles, não existe razão para supor que ocorra uma mudança geral correspondente às expressões “aperfeiçoamento de atenção”, “poder de observação” ou de

“precisão”. Por exemplo, “atenção” ao sentido das palavras não implica igual “atenção” a sua ortografia;

- b) o aperfeiçoamento de qualquer função mental singular não aperfeiçoa a capacidade comumente designada pelo mesmo nome. Para esses pesquisadores, a operação de qualquer grupo de funções mentais é condicionada pela natureza dos dados em cada caso específico. A retenção ou perda dos efeitos da prática parecem tornar possível que o aperfeiçoamento da prática ocorra nos casos em que existam “elementos idênticos” na função que influi e na que recebe influência.

Os experimentos realizados por Thorndike e Woodworth (1901) foram utilizados para questionar as estruturas da crença na “disciplina mental” e provocaram alterações na organização curricular nela baseada, pois, não mais se podia defender, de forma irrestrita, que a capacidade geral de observação ou de percepção, por exemplo, uma vez treinada, melhoraria o nível dessas faculdades em todas as atividades perceptivas⁷.

A partir dessas constatações, Thorndike dá início a uma série de experimentos para combater a teoria da disciplina mental e para reforçar a defesa em favor da presença de “elementos idênticos”, principalmente nas situações que seriam apresentadas ao aluno e que tinham por objetivo a aprendizagem de um determinado conteúdo.

Em *The principles of teaching based on Psychology*, Thorndike (1905), retoma esses temas numa seção denominada “superestimação do treinamento geral”. Nesta seção efetua uma crítica à visão comum de alguns teóricos sobre a vida humana e sobre a educação. Esses entendiam que cada aquisição especial da mente, cada forma especial de treinamento melhoraria, direta e igualmente, a habilidade geral⁸.

⁷ Vale a pena ressaltar que, segundo Kliebard (1995), embora a “morte” da teoria da disciplina mental seja frequentemente associada a esses estudos desenvolvidos principalmente por Thorndike, o colapso e o efeito na reestruturação escolar estão associados também às mudanças sociais, que passaram a indicar uma concepção diferente de que conhecimento era mais adequado.

⁸ Nesse livro, o autor reapresenta, de forma resumida, na seção em que trata sobre o senso de discriminação, o trabalho realizado com Woodworth, afirmando que eles constataram que “adultos, que pela prática especial tinham melhorado a precisão na estimativa de linhas curtas, tinham apresentado nenhuma melhoria na estimativa de linhas longas; e que adultos que foram treinados no julgamento de áreas de certas formas e tipos, até terem feito um aperfeiçoamento decisivo, mostrou apenas um terço como melhoria no julgamento de áreas de diferentes formas e dimensões” (Thorndike, 1905, p. 241).

Professores acreditavam e agiam baseados na teoria que a mente era uma coleção de faculdades ou capacidade – observação, atenção, memória, raciocínio, sentimento e outras – e que o ganho em uma faculdade era o ganho para a faculdade como um todo. Melhorar atenção para gramática ou Latim poderia assim significar um aperfeiçoamento da melhoria da capacidade para prestar atenção em todas as tarefas (Thorndike, 1905, p. 236).

Thorndike (1905) reafirma que a observação dos resultados a que se chega pela utilização de testes experimentais controlados, por exemplo, provava que isso era falso. O treinamento da mente significa o desenvolvimento de milhares de capacidades particulares e independentes, a formação de inúmeros hábitos particulares, pois o funcionamento de qualquer capacidade mental depende dos dados concretos sobre os quais se trabalha. Assim, a melhoria de uma função mental ou atividade podia melhorar outras, na medida em que possuísse elementos comuns e, portanto, a mais segura fonte de aperfeiçoar uma capacidade geral era treinar muitas conexões particulares.

A tarefa do ensino não é desenvolver uma faculdade do raciocínio, mas muitas capacidades especiais de pensar sobre diferentes tipos de fatos. Não é para melhorar a capacidade geral de atenção, mas para construir muitas capacidades particulares de atender a diferentes tipos de fatos (Thorndike, 1905, p. 246).

Thorndike defende que uma função mental ou atividade melhora outras porque elas são idênticas ou porque contêm elementos comuns.

Adição melhora a multiplicação, porque a multiplicação é uma adição ampliada; conhecimento de Latim aumenta a habilidade para aprender Francês, porque muitos fatos aprendidos em um caso são necessários em outros. O estudo de Geometria pode conduzir um aluno a ser mais lógico em todas as circunstâncias (Thorndike, 1905, p. 243).

Constata-se, pelo exame dos manuais que tratam dos conteúdos matemáticos, que Thorndike não explicita esses aspectos detalhadamente, de forma a contribuir para que o leitor tenha uma compreensão adequada da efetiva participação dele na alteração do entendimento até então adotado da teoria da disciplina mental na organização curricular. Além disso, ele não dá visibilidade ao fato de que, ao defender, por exemplo, tão enfaticamente, a seleção adequada dos problemas a serem desenvolvidos pelo aluno, ele não está colocando em prática apenas o objetivo da “utilidade social” dos conteúdos

matemáticos, mas também está procurando garantir a presença de “elementos idênticos” entre a situação de sala de aula e a que acontece fora do ambiente escolar, para que a aprendizagem ocorra de maneira efetiva.

Por isso, para implantação de “novos métodos” para o ensino de Aritmética nas primeiras décadas do século XX, Thorndike (1921) defendia que fossem priorizados problemas que oferecessem ao aluno a oportunidade de desenvolver o raciocínio e aplicar os conhecimentos em situações reais, semelhantes às aquelas apresentadas pela vida, considerando os conteúdos aritméticos não só como uma “ginástica para a mente”, mas como um auxílio à vida prática, eliminando do enunciado elementos que tivessem pouca probabilidade de ocorrer.

Verifica-se, por exemplo, em *The new methods in Arithmetic*, que o autor ressalta a necessidade de uma mudança de entendimento sobre a relação resolução de problemas e a teoria da disciplina mental.

Professores, no passado, freqüentemente se contentavam com qualquer tipo de problema desde que fosse um problema. Eles assumiam que a *disciplina mental* era obtida a partir de treinamento para descobrir a solução de qualquer problema que exigisse pensamento e isso era tão válido que não importava se o tema do problema era real ou artificial, mal ou bem enunciado, comum ou raro. Para isso, eles tinham até alguma justificativa ou, no mínimo, alguma desculpa; a resolução de problemas aritméticos é uma das melhores formas de testar o intelecto que os psicólogos já encontraram; e que um problema pode ser um bom exercício para o intelecto, mesmo que seus dados fossem estranhos e contrários à experiência (Thorndike, 1921, p. 125).

Para alterar a forma e os temas como os problemas propostos eram enunciados para o aluno, o autor sugere que a seleção levasse em conta, ao mesmo tempo, a possibilidade de exercitar a capacidade intelectual e ser passível de aplicação a situações que o aluno pudesse encontrar na vida. Por isso, um problema deveria ter as seguintes características:

- a) Apresentar, no enunciado, situações com probabilidades de ocorrer freqüentemente na vida do aluno, dentro ou fora da escola;
- b) Ser resolvido de modo como é solucionado na vida prática;

- c) Ser descrito sob uma forma nem muito mais difícil, nem muito mais fácil para o entendimento do que realmente pode ser apresentado para a percepção do aluno;
- d) Despertar, de certo modo, o mesmo grau de interesse que acompanha a resolução dos problemas com os quais se deparam em suas ocupações.

Apesar dessa sugestão, o autor ressalta que eram as condições da sala de aula que deveriam nortear o trabalho, e essas eram sugestões e não exigências. Mas ao que parece essa é uma estratégia adotada por Thorndike, a fim de fazer com que os professores usassem o novo padrão não por se sentirem obrigados a fazê-lo, mas porque estavam convencidos de que era a melhor opção. Ele transfere para o outro a responsabilidade de fazer uma opção pelo novo, pelo mais avançado, pelo quantitativamente comprovado.

Para que a aplicação dos “novos métodos”, com vistas ao ensino bem sucedido de Aritmética, se efetivasse, era necessário que professores e autores de manuais levassem em consideração os seguintes aspectos:

- a) Observar a criança e seus afazeres, dentro e fora da escola, e procurar utilizá-los quando eles fossem úteis para o desenvolvimento dos conteúdos;
- b) Procurar, sempre que possível, problemas atraentes para dar início a novos princípios ou conteúdos;
- c) Aplicar aos conteúdos cada processo, para os quais a criança, no ambiente de sala de aula ou depois, pudesse aplicá-los.
- d) Usar jogos, competições e recursos semelhantes como um meio de motivação e de *drill*, pois alguns desses jogos e competições são mais instrutivos que o *drill* pelo *drill*.
- e) Associar o trabalho aos conteúdos aritméticos com humor, sociabilidade, variedade e ação sempre que possível e sem perder a ordem da classe.

A recomendação de Thorndike (1921) era que o professor procurasse evitar selecionar problemas entre aqueles que eram comumente encontrados nos manuais da

época, porque neles os números enunciados no problema tinham que ser utilizados na solução e o aluno não precisava raciocinar para encontrar dados fora das três ou quatro linhas impressas. Além disso, alguns problemas correntes já forneciam a dica, por meio de palavras como total, diferença ou produto, da operação que deveria ser utilizada. A proposta do “novo método” era, por exemplo, colocar uma série de dados ou preços de produtos de uma loja, seguidos de uma série de questões, para que o aluno selecionasse, entre os valores colocados, os que atenderiam a cada situação, pois era assim que, normalmente, as pessoas se comportam quando precisam escolher produtos para comprar.

Segundo Thorndike (1921), com os “novos métodos”, procurava-se: oferecer situações reais ou projetos em que os problemas surgissem naturalmente; estimular o aluno a identificar-se com a pessoa apresentada pelo problema em ação ou com a pessoa que o planejou; livrar os problemas das dificuldades de vocabulário, de construção e de situações que o aluno desconhecesse.

A associação entre resolução de problemas e teoria da disciplina mental e raciocínio é tratada também em *The Psychology of Algebra* no momento em que o autor defende um tratamento adequado do raciocínio que se deveria esperar de um aluno da *elementary school*.

“Raciocínio é essencialmente a organização e controle de hábitos de pensamento” (Thorndike, 1922, p. 20)⁹. Das obras examinadas sobre os conteúdos matemáticos, é nessa que o autor fornece indicativos para se compreender o que significa romper com a teoria da disciplina mental, ao afirmar que os cálculos e problemas não podem ser utilizados meramente como disciplina mental. Nessa teoria, a ênfase no treinamento do raciocínio era efetuada sem levar em consideração o valor do problema sobre o raciocínio. O entendimento era, nesse caso, de que “a mente era pensada como um conjunto de faculdades, habilidades ou capacidades, que eram

⁹ Esse mesmo entendimento Thorndike já havia apresentado para justificar a singularidade de *The Thorndike Arithmetics*, onde afirma que raciocínio não pode ser desenvolvido a partir de qualquer conteúdo ou de qualquer forma, como se fosse uma “faculdade mítica”. Na sua proposta, raciocínio é “cooperação, organização e controle dos hábitos” (Thorndike 1917a, p. v). Para o autor, a formação de hábitos úteis à aprendizagem não eram para ser o resultado de *drill* indiscriminados. Nenhum hábito era formado para posteriormente ser interrompido e sim para contribuir na formação de outros hábitos. Por conta disso, defendia ser necessário estabelecer, por exemplo, uma hierarquia na organização dos conteúdos aritméticos.

fortalecidas e capacitadas, sendo exercitada de certa maneira, sem a preocupação com que estava sendo exercitado” (Thorndike, 1922. pg. 20).

Nesse caso, mesmo o autor fazendo referência a esse entendimento, não ressalta a participação dele e a de Woodworth para justificar o que ele estava adotando e aplicando para o desenvolvimento do raciocínio.

Nós agora sabemos que o treinamento depende largamente dos dados particulares utilizados. Assim, a disciplina eficiente do raciocínio exige que o aluno reflita sobre assuntos de importância real. Não existia nenhuma essência mágica ou faculdade do raciocínio que trabalha no geral e sem levar em conta os fatos particulares e as relações pensadas sobre eles (Thorndike, 1922, p. 20).

Por isso, o autor defende que se deveria tentar encontrar problemas que não apenas estimulassem o aluno a raciocinar, mas que conduzissem o raciocínio a resultados com importância significativa em situações do cotidiano.

O que se observa, em vários tópicos abordados em *The Psychology of Algebra*, é que Thorndike et al (1923) faz referência à teoria da disciplina mental. Por exemplo, ao afirmar que os conteúdos pelos quais as habilidades aritméticas eram treinadas eram determinados pela inércia do costume. O resultado desta tendência, entre outros, foi manter a Álgebra paralela à Aritmética, usando aplicações concebidas fora ou à parte do crescimento do trabalho qualitativo das ciências físicas e sem levar em consideração os métodos gráficos para apresentar fatos e relações, como uma consequência da

crença no raciocínio indiscriminado e no *drill* que era um aspecto da crença generalizada da disciplina mental, o valor do pensamento matemático para o próprio pensamento e do cálculo para o próprio cálculo sendo que o que era pensado e o que era calculado era relativamente de pouca importância (Thorndike, 1923, p.97).

Identifica-se, mais uma vez, uma crítica à teoria da disciplina mental quando trata das dificuldades que podem ser encontradas no enunciado de um problema, por conta da

a velha visão de que o principal valor da resolução de problema era o valor disciplinar formal como uma ginástica mental, a distinção entre a habilidade com um problema, como ele ocorre na realidade, e a habilidade com um problema similar descrito em palavras, aproxima-se de zero. Nós podemos deliberadamente fazer a descrição verbal muito fácil ou muito difícil para

entender do que a situação real correspondente poderia ser (Thorndike et al, 1923, p. 110).

O autor defende o rompimento com toda e qualquer situação que mantivesse a resolução de problema apenas como uma ginástica da mente, principalmente porque, se escolhidas adequadamente, as situações poderiam ser enunciadas de forma similar a uma que acontece no cotidiano do aluno, procurando garantir com isso a presença de “elementos idênticos” com uma situação de sala de aula.

A regularidade com que o autor procura garantir a presença de elementos idênticos nos problemas apresentados, representa um aspecto distintivo do seu padrão pedagógico para o ensino de Matemática, pois, se estivesse propondo apenas um método conduzido por problemas extraídos da "vida", em nada estaria se diferenciando de muitos de seus contemporâneos que também defendiam essa posição.

Necessário se faz, portanto, reafirmar que a defesa do autor estava alicerçada principalmente na importância de que os enunciados dos problemas ou das atividades desenvolvidas pelo aluno contivessem “elementos idênticos” a situações que acontecessem fora do ambiente escolar. Era a presença de elementos idênticos que segundo Thorndike (1905, 1913) garantiria que uma conexão fosse estabelecida e a aprendizagem ocorresse, pois para o autor aprendizagem é conexão.

3.2 – A contribuição da Psicologia da aprendizagem

Antes de qualquer colocação, deve-se afirmar que Thorndike é um psicólogo conexionista. Mas, a compreensão do significado dessa afirmação e da contribuição que ele deu para Educação das primeiras décadas do século XX fica completamente minimizada, se tomado como referente apenas os manuais sobre o ensino de Matemática, pois neles, o autor expõe pouco a respeito. As informações acerca disso podem ser encontradas em *The Psychology of Arithmetic* quando afirma que um dos avanços para o ensino efetuado pela Psicologia estava associado ao entendimento de que a aprendizagem era um processo essencialmente de formação de conexão ou vínculo entre uma situação e uma resposta, e que a satisfação era a principal força para formar uma conexão.

Pela análise da bibliografia produzida pelo autor, percebe-se que o tema da aprendizagem como conexão acompanha os investimentos de pesquisa de Thorndike desde a época em que produziu a tese de doutoramento sobre a psicologia animal. Explicações sobre a psicologia conexionista podem ser encontradas em obras como: *The Principles of teaching based on Psychology* (1905), *Education – a first Book* (1912), e nos três volumes de *Educational Psychology – The original nature of man* (1913a), *The Psychology of learning* (1913b) e *Mental work and fatigue and individual differences and their cause*(1914)¹⁰.

Observa-se que, pelo exame dessas obras, para uma compreensão mínima do que seja a psicologia conexionista, como entendida por Thorndike, é necessário compreender o que é a natureza original do homem, as leis da aprendizagem e o papel da Educação e da Psicologia da educação para produzir o novo homem. Esses temas, na maioria dos casos, são tratados pelo autor de forma indissociável. Para Thorndike (1913a),

arte e a ciência servem para promover o bem-estar humano e ajudar o homem a mudar o mundo incluindo ele mesmo. A palavra educação refere-se especialmente àqueles elementos da ciência e arte que estão relacionados com a mudança do próprio homem. Sabedoria e economia estão na melhoria dos desejos do homem para fazê-lo mais capaz e, para satisfazê-lo, depende do conhecimento – primeiro, do que é sua natureza, independente da educação, e, segundo, das leis que governam essa mudança. Essa é a finalidade da Psicologia Educacional: fornecer certo conhecimento da natureza original do homem e das leis de modificabilidade ou aprendizagem, no caso do intelecto, caráter e habilidade (Thorndike, 1913a, p. 1).

Identifica-se, nessa citação, elementos fundamentais para o que posteriormente Thorndike propôs para o ensino dos conteúdos escolares. Educação, como mudança, e o objetivo da Psicologia Educacional, como fundamental para compreender o que é a natureza original do homem e as leis de aprendizagem. Provavelmente, é por essa razão que Thorndike (1922, 1923), nos manuais que tratam da psicologia da álgebra e psicologia da aritmética, apresenta, respectivamente, um capítulo intitulado “a natureza das habilidades algébricas” e a “natureza das habilidades aritméticas”. Com isso, possivelmente ele estava buscando apresentar os elementos básicos dos conteúdos

¹⁰ Os principais textos produzidos por Thorndike sobre a psicologia conexionista foram selecionados por ele antes de morrer e estão em *Selected writings from a connectionist's Psychology*, publicada em 1949.

matemáticos, sobre os quais deveriam se operar as transformações ou a aplicação das leis da aprendizagem.

Segundo Thorndike (1913a), a natureza e as mudanças que ocorrem no homem podem ser descritas em termos das respostas – de pensamento, sentimento, ação e atitude – que ele efetua e dos vínculos pelos quais elas são conectadas com as situações que a vida oferece. Um aspecto aceito, ainda segundo Thorndike, pela psicologia elementar, é que o homem, independente da educação, é equipado com tendências para sentir e agir de certo modo, em certas circunstâncias – que a resposta para uma determinada situação pode ser determinada pela organização inata do homem.

Contudo, o objetivo da educação é perpetuar algumas tendências originais, eliminar, modificar ou redirecionar outras. As tendências são: a) perpetuadas pela apresentação de estímulos adequados para provocá-los e exercitá-los, e pela associação de satisfação com suas ações; b) são eliminados pela retenção desses estímulos, que podem desaparecer pelo desuso ou pela associação com o desconforto de suas ações; c) são redirecionados ou substituídos na série situação-conexão-resposta, com outra resposta estabelecida no lugar da original indesejável, ou associando a resposta à outra situação.

Assim, por meio da educação, alguns elementos da natureza original do indivíduo são alterados com o objetivo de melhorá-los – a fim de produzir nele a informação, hábito, capacidade, interesse e ideais que são desejáveis. O comportamento do homem na família, nos negócios, na religião e em outras ocupações da vida surge no equipamento original de instintos e capacidades. Todos os esquemas de aperfeiçoamento da vida humana podem ser tomados a partir da natureza original do homem, mas, normalmente, a maioria dos primeiros instintos é eliminada ou reduzida.

No volume que trata da psicologia da aprendizagem, Thorndike (1913b) afirma que o

intelecto, o caráter e a habilidade adquirida pelo homem são o produto de certas tendências originais e do treinamento que ele recebe. Sua natureza eventual é o desenvolvimento da sua natureza original no ambiente em que ele vive. A natureza humana, em geral, é o resultado da natureza original do homem, das leis de aprendizagem e da força da natureza no meio da qual o homem vive e aprende (Thorndike, 1913b, p. 1).

As tendências originais do homem constituem enormes reservas de conexões ou vínculos de vários graus de direcionamento e força entre a situação fornecida pela força

física, plantas, animais e o comportamento de outros homens e a resposta que a criatura humana é capaz de fornecer. Muitas das tendências naturais são notavelmente modificáveis pela orientação, manipulação e curiosidade que, por exemplo, contribuem para a aprendizagem de novos hábitos.

As mudanças que são produzidas no intelecto, caráter e habilidade ocorrem, de acordo com Thorndike (1905, 1913a, 1913b), por meio de três leis:

a) lei da prontidão – quando uma unidade de condução está pronta para conduzir, ela causa satisfação; do contrário, ela causa aborrecimento. O estado de satisfação significa que o animal nada fará para evitá-lo quando ele ocorrer outra vez; e, pelo estado de aborrecimento, ele não preservará freqüentemente fazendo coisas que colocará um fim nele¹¹;

b) lei do exercício – é formada pela lei do uso e pela lei do desuso. A primeira corresponde ao estabelecimento de uma conexão entre uma situação e uma resposta, e é fortalecida ou ampliada se a situação ocorrer com certa freqüência. Já a lei do desuso ocorre quando na situação oposta;

c) lei do efeito – quando uma conexão é modificada entre uma situação e uma resposta. Quando acompanhada por um estado de satisfação, a conexão é fortalecida, aumenta; mas, quando acompanhada por um estado de aborrecimento, ela diminui¹².

Pela ação dessas três leis, segundo Thorndike (1913b), sobre as tendências originais, elas são fortalecidas, preservadas enfraquecidas ou completamente abolidas¹³.

¹¹ Segundo Hilgard (1972), Thorndike utilizou a expressão “unidades de condução” nos primeiros trabalhos, como se fossem neurônios reais, mas não prestou atenção, de fato, a detalhes neuroanatômicos. Ele mencionou neurônios para tornar claro que estava falando de impulsos direto para a ação e não sobre “consciência” ou idéias, pois o sistema por ele desenvolvido é anterior ao behaviorismo. Ainda segundo Hilgard (1972), se o termo unidade de condução for substituído por “tendências para agir”, o significado psicológico de prontidão de Thorndike torna-se mais claro. “Prontidão significa, assim, prontidão para a ação” (Hilgard, 1972, p. 23).

¹² Nos manuais que tratam dos conteúdos matemáticos, Thorndike (1922) faz referências explícitas a leis da aprendizagem, a exemplo de em *The new methods of Arithmetics*, ao afirmar que, para a efetivação da aprendizagem, é necessária a formação de “novos hábitos”. “Alguma coisa além da repetição é evidentemente trabalhada, alguma coisa pela qual nós chamamos de interesse, motivação ou satisfação. Esses vínculos ou conexões, que satisfazem alguma vontade ou desejo do aprendiz, são formados com poucas repetições” (Thorndike, 1921, p. 57). Ou seja, para garantir a aprendizagem dos conteúdos aritméticos, era necessário agregar algo mais além da repetição, para que o trabalho alcançasse êxito. Para justificar por que os vínculos ou as conexões que satisfazem ou atendem a um desejo do aluno não precisam de tantas repetições, Thorndike (1921) afirma que os psicólogos estabeleceram duas leis para a formação de conexão mental: a lei do exercício e a lei do efeito. A lei do exercício estabelece que, em condições iguais, o uso fortalece e o desuso enfraquece as conexões mentais. Já a lei do efeito estabelece que as conexões acompanhadas ou seguidas de satisfação tendem a fortalecerem-se, já as acompanhadas de aborrecimentos tendem a enfraquecer-se. Sugere ainda que a lei do efeito fosse aplicada ao ensino, para que a força da satisfação pudesse ser captada em favor da aprendizagem.

Assim, intelecto, caráter e habilidade de um homem são a soma dessas tendências para responder a situações e a elementos das situações.

O número de diferentes conexões, situação–resposta, que formam essa soma, em um adulto educado pode chegar a milhões. Conseqüentemente, no lugar de uma lista dessas detalhadas tendências e respostas r1, r2, r3, r4, etc., para cada situação particular, nós podemos resumir o homem em termos de características ou funções amplas como “conhecimento de alemão”, “honestidade”, “rapidez na escrita”, “amor pela música”, “memorização de algarismo”, “fidelidade a imagens visuais de fisionomias” e outras (Thorndike, 1913b, p. 5).

O autor destaca que, à época, as teorias educacionais da aprendizagem humana, e ainda mais, o controle existente sobre a prática escolar dessas amplas características ou funções – esses conhecimentos, capacidade, condutos, interesse e habilidade – mais do que conexões elementares e de prontidão, das quais elas são compostas, eram temas de discussão e experimentação.

Quanto a isso, Thorndike (1913b) afirma que a teoria psicológica e a experimentação vinham sendo empregadas e fatos relacionados à natureza de certas “características”, “funções” ou “habilidades” e os respectivos aperfeiçoamentos pela prática vinham sendo acumulados muito rapidamente nos últimos quinze anos (anteriores a 1913). A partir dessa informação, pode-se associar, sem dúvida, que o marco temporal a que o autor faz referência coincide exatamente com o período em que ele faz suas primeiras investigações sobre a aprendizagem animal, possibilitando, com isso, associar a atuação profissional que ele teve como pesquisador das leis da aprendizagem à contribuição para o desenvolvimento da Psicologia Educacional¹⁴.

Sobre o entendimento, adotado por Thorndike (1912, 1913b) de que aprendizagem humana, é uma conseqüência das leis do exercício e efeito, pode-se afirmar que, para ele, aprendizagem é conexão, e o homem é o maior aprendiz, por formar muitas conexões. Um homem, de capacidade média para aprender e dentro de determinadas condições da vida civilizada, está inserido em um intrincado sistema de conexão. Existem milhões de conexões, algumas com elementos abstratos e outras com

¹³ No livro *Education – a first book*, Thorndike (1912) faz referência apenas à lei do exercício e à do efeito e afirma ser esta a lei fundamental da aprendizagem e do ensino (cf. Thorndike, 1912).

¹⁴ Cabe ressaltar que, embora o autor não tenha efetuado nenhuma referência explícita a essa contribuição para o desenvolvimento dos estudos sobre psicologia animal, antes de tratar da aprendizagem humana, ele apresenta um capítulo sobre as leis de aprendizagem nos animais (cf. Thorndike, 1913b).

elementos concretos . Das conexões para ser estudadas na aprendizagem humana, uma grande maioria começa e termina com o mesmo estado de ocorrência, com o próprio cérebro do homem – são vínculos entre um fato mental e outro.

As leis, segundo Thorndike (1913b), por meio das quais as conexões são formadas, são significantes para a educação e para todos os ramos do bem-estar humano.

Aprendizagem é conexão; e ensinar é a organização de situações que poderão conduzir ou moldar vínculos desejáveis ou fazê-los satisfatórios. Um volume poderá ser escrito mostrando, em detalhes, que vínculos em exercícios de aritmética, ortografia, Alemão, filosofia e outros, certos costumes e leis, certa moral e ensino religioso tendem a ser formados em um homem de dada natureza original; ou mostrar como certos vínculos desejados podem ser formados de maneira racionalizada (Thorndike, 1913b, p. 55).

Para Thorndike (1930), a Psicologia da aprendizagem pode ter como finalidades: explanar como e onde começar, exatamente, esse processo a partir da definição do que é a natureza original do homem; prestar atenção nos vínculos que são formados e que causam no homem certas ações, devendo-se prestar mais atenção para esse aspecto do que para as características de certo objeto, tendo, dessa maneira, noção das respostas dadas a certo problema, pela satisfação ou rejeição dos mesmos; listar os vínculos e elementos dos vínculos que contam sobre os hábitos, associação de idéias, abstrações inferências etc.; medir a força de cada um dos vínculos, descobrir suas relações de facilitação e inibição; traçar a origem e prever possibilidade e efeitos delas na determinação de novos vínculos ou na modificação de velhos, formados por uma dada situação. Quanto a isso, são elucidativas as palavras de Thorndike (1913b):

como o geólogo que utiliza as leis da física e da química para explicar as modificações na superfície terrestre, o psicólogo pode utilizar as leis da prontidão, exercício e efeito para explicar as modificações na natureza do homem – seu conhecimento, interesse, hábitos, habilidade e capacidade de pensar ou estimar. Essa tarefa é, porém, ainda para o futuro (Thorndike, 1913b, p. 56).

Essa última parte da citação é um claro indicativo de que a Psicologia da aprendizagem ainda estava em fase de construção. O que já havia feito em Psicologia, segundo Thorndike (1913b), era considerar certos grupos definidos de tendências, descrevê-los aproximadamente e observar como eles mudavam em certos aspectos

importantes, notavelmente, no que diz respeito à eficiência na produção de resultados desejáveis.

O processo de formação de conexões no pensamento, sentimento e direcionamento, de acordo com Thorndike (1914), é complicado, porque existem milhões de possibilidades de formação. Por isso, a aprendizagem humana envolve uma complexa organização das tendências e uma hierarquização de hábitos.

Diante da complexidade dessas tendências, Thorndike (1914) sugere que a educação efetue três principais perguntas acerca do que pode ser chamado de “conhecimento”, “capacidade”, “direção”, “habilidade” e “interesse”, relacionados com a composição, aperfeiçoamento e relações de uma com a outra. As três perguntas são:

1) Qual é a natureza dessa habilidade? Como ela pode ser melhor? 2) Qual o alcance, de que maneira e sob que condições ela pode ser mais eficiente? 3) De que outras particularidades características ela depende; e como ela pode ajudar ou prejudicar outras habilidades com o seu aperfeiçoamento? (Thorndike, 1914, p. 104).

Parece que essas perguntas foram ampliadas e postas em *The Psychology of Arithmetic*, em uma introdução geral, intitulada “A Psicologia dos conteúdos da *elementary school*”. Nela, Thorndike (1922) afirma que a psicologia dos conteúdos está relacionada com as conexões, por meio das quais uma criança se torna capaz de responder, diante da visão de palavras impressas, o conceito dos seus significados, ou de pensar que seis mais oito é igual a quatorze, e assim por diante. Para ele, o objetivo da educação elementar, quando satisfatoriamente definido deveria ser

produzir mudanças na natureza humana, representada por uma lista quase incontável de conexões ou vínculos, por meio dos quais o aluno pensa, sente e age de certa forma em resposta para situações que a escola organiza e é influenciado a pensar, agir e sentir de forma similar em situações similares quando as encontra fora dela (Thorndike, 1922, p. xi).

Mesmo não definindo, de forma detalhada, as conexões que deveriam ser desenvolvidas na *elementary school*, o autor procura romper com uma prática do senso comum, adotada à época, que tomava a aprendizagem humana de forma imprecisa. Segundo Thorndike (1913b), o termo “funções mentais”, como “habilidade para ler o vernáculo”, “habilidade para soletrar palavras comuns”, “habilidade para somar, subtrair, multiplicar e dividir com inteiros”, não era definido de forma adequada. Cada

uma dessas funções poderia ser formada por partes menores que a constituíam, e a maioria dos psicólogos não levava isso em consideração, observava apenas o resultado geral, e não como as conexões específicas eram constituídas.

Para Thorndike (1922) a psicologia dos conteúdos escolares começava, quando o conhecimento do senso comum dessas funções deixava de existir, e buscava-se definir o conhecimento, o interesse, a capacidade, a prática ou as questões ideais e mais adequadas para:

- a) Medir o aperfeiçoamento das funções;
- b) Analisar a constituição interna das conexões;
- c) Decidir que conexões necessitam ser formadas e em que ordem, a fim de ser mais econômico para melhorias desejáveis;
- d) Identificar as tendências originais e as adquiridas antes de entrar para escola e quais dessas tendências ajudam ou impedem o progresso dos alunos em determinados temas da escola elementar;
- e) Examinar os motivos que eram ou podiam ser usados para satisfazer conexões desejadas, para examinar quaisquer outras condições especiais de melhoria;
- f) Para anunciar alguns fatos relacionados a diferenças individuais, que são de especial importância para a conduta do trabalho da *elementary school*.

As tarefas da Psicologia, em relação aos conteúdos da escola elementar, em termos de indagações, para Thorndike (1922), são:

- Qual é a “função” da habilidade tratada? Exemplo, o que é “habilidade de ler”?
- Como são obtidas ou graduadas as habilidades? Ou, como graduar o progresso ou aperfeiçoamento das funções medidas?
- O que poderia ser feito para reduzir a função em termos de uma conexão particular de situação-resposta? De que forma a conexão pode ser produzida corretamente e controlada mais facilmente?
- Qual é a melhor conexão? Quais as vantagens de cada conexão? Em quase todo caso, de acordo com o autor, certo desejo de mudança de conhecimento, de habilidade ou capacidade pode ser alcançado por um de vários conjuntos de conexões possíveis.

- O grau de intensidade adequado de uma conexão, em um dado estágio de aprendizagem de conteúdo, é o mais desejável para a aprendizagem como um todo? Uma conexão para ser formada pode acontecer em vários graus de intensidade.

- Qual era a melhor ordem das conexões? Quais as vantagens de cada uma das ordens? Qual o conjunto de conexões que poderia produzir a mudança desejada?

- Quais são as tendências originais e conhecimentos anteriores à escola que podem servir de base para a formação de uma conexão no ambiente escolar? Quais as tendências que poderiam fazer oposição?

- Quais as causas de satisfação e aborrecimentos, de interesse positivo e negativo, que podem servir de suporte para a formação de conexões e que estão relacionadas a desenhos e significados, exercícios numéricos e suas respostas, palavras e sua soletração ?

- Como fazer aplicação das condições gerais de aprendizagem, descritas em manuais de Psicologia educacional, no caso de cada tarefa da escola elementar?

- Ao lado de princípios gerais relacionados à natureza e à causa das diferenças individuais, deve existir, obviamente, um grande fundo de conhecimento de relevantes diferenças na aprendizagem da leitura, ortografia, geografia, Aritmética, entre outros. Quais são os fatos concernentes a esse conhecimento? Quais são as melhores formas de aprendê-los?

Buscar respostas para essas indagações em relação aos conteúdos aritméticos foi o objetivo apresentado pelo autor para a produção do livro *The Psychology of Arithmetic*. E, ao que tudo indica, esse também foi o propósito de *The Psychology of Algebra*.

CAPÍTULO IV

A natureza, a constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas

As obras produzidas por Thorndike sobre os novos métodos e sobre as aplicações dos princípios da Psicologia da Aprendizagem ao ensino de Matemática são apresentadas a partir da clara oposição entre “o velho” e “o novo”. A defesa enfática dos “novos métodos”, segundo o autor, fazia-se necessária porque, além dos “velhos métodos”, em certo sentido, não merecerem nenhuma defesa satisfatória, impunha-se romper com o padrão até então estabelecido, para que o “novo método” fosse compreendido e adotado. Diz ele:

mas, é preciso lembrar que os velhos métodos são aqueles pelos quais os leitores desse livro têm sido formados, pelos quais entendem os conteúdos e estão acostumados a ensinar, e pelos quais suas tendências não deliberadas ou controladas foram estabelecidas. Certa defesa dos novos métodos era assim necessária para conseguir alcançar uma real imparcialidade. De fato, mesmo uma defesa muito vigorosa dificilmente bastaria para balancear as proposições em favor dos métodos pelos quais aprendemos e que se tornaram parte de nós (Thorndike, 1921, p.viii).

Para advogar a favor do “novo” para o ensino de Matemática, constata-se que Thorndike defendeu o método “clássico” da ciência que adotava em suas pesquisas e que estava estendendo para a Pedagogia, por conta de defender a condução científica da educação em geral, e dos conteúdos matemáticos em particular. Em suas obras relativas aos conteúdos aritméticos, verifica-se que o autor estava adotando o mesmo método que conduzia suas pesquisas, qual seja: lançar uma hipótese para investigação, submeter ao teste empírico e depois estabelecer leis e princípios.

Identifica-se que o autor aplicou os princípios da Psicologia e da Educação experimental ao ensino de Aritmética; que testou uma hipótese ao elaborar o manual *The Thorndike Arithmetics*; e, submeteu o manual ao teste empírico: o uso por alunos e professores. Posteriormente, sistematizou e explicou os princípios aplicados a esse padrão pedagógico por meio das obras *The new methods in Arithmetic* e *The Psychology of Arithmetic*.

Em 1923 Thorndike escreveu, junto com colaboradores, *The Psychology of Algebra*; só quatro anos depois, levou a público *The Thorndike Algebra*. Uma possível explicação para esse fato é que, quando *The Psychology of Algebra* foi publicada em 1923, por Edward Lee Thorndike, Margaret V. Cobb, Jacob S. Orleans, Percival M. Symonds, Elva Wald e Ella Woodyard, muitos dos seus capítulos já haviam sido divulgados parcial ou integralmente na forma de artigo. Pois, para fundamentar as argumentações empreendidas, Thorndike e seus colaboradores foram utilizados como base estudos já desenvolvidos por outros pesquisadores e também de estudos experimentais aplicados principalmente pelos colaboradores de Thorndike.

Para realizar as investigações experimentais e comprovar ou refutar muitos dos estudos já existentes sobre os conteúdos algébricos, foi mobilizado um grande quantitativo de pessoas, a ponto de, no prefácio, ter sido inserido um agradecimento àqueles que ajudaram realizando os experimentos, fornecendo informações e contribuindo com conselhos. Na informação, consta que, se fosse para listar nome a nome dos colaboradores, a lista ultrapassaria o quantitativo de duzentas pessoas¹.

Os experimentos apresentados por Thorndike e seus colaboradores acabaram fornecendo indícios do não rompimento com o método por ele adotado, de fundamentar os princípios em dados coletados a partir de experimentação. No quadro a seguir, são apresentados os capítulos que já haviam sido divulgados integralmente ou em parte na forma de artigos antes de serem incorporados ao livro.

¹Vale ressaltar que as pesquisas foram desenvolvidas no *Institute of Educational Research, do Teachers College da Columbia University*, e no caso desse livro com a ajuda financeira da *Commonwealth Fund*. (cf. Thorndike, 1923). Mas, segundo Warde (2002), Thorndike carrou milhares de dólares da *Carnegie Corporation* para esse instituto, a fim de elaborar instrumentos de classificação de pessoal e testes.

QUADRO 4.1
PERIÓDICOS EM QUE CAPÍTULOS E OS APÊNDICES
DE *THE PSYCHOLOGY OF ALGEBRA* FORAM PUBLICADOS

CAPÍTULO	PERIÓDICO
I - O aluno da <i>high school</i> .	
A seção – mudanças na qualidade dos alunos que entram na <i>high school</i> .	<i>The School Review</i>
A seção – As ocupações de pessoas graduadas e não graduadas na <i>high school</i> .	<i>The School Review</i>
II - Os usos da Álgebra.	
A seção – os usos da Álgebra como mostra um inventário dos livros da <i>high school</i> .	<i>School Science and Mathematics</i>
III - A natureza das habilidades algébricas.	<i>Mathematics Teacher</i>
IV - A Psicologia da equação.	<i>Mathematics Teacher</i>
V – A Psicologia da resolução de problemas.	<i>The Mathematics Teacher</i>
VII - A constituição das habilidades algébricas: considerações gerais.	<i>The Mathematics Teacher</i>
XII – A força das conexões algébricas.	<i>The Mathematics Teacher</i>
XIII – A Psicologia do exercício em Álgebra: a quantidade de prática.	<i>The Journal of Educational Psychology</i>
Apêndice I: As habilidades envolvidas no cálculo algébrico e na resolução de problemas.	<i>School and Society</i>
Apêndice II: A permanência da aprendizagem escolar.	<i>School and Society</i>
Apêndice III: O efeito da mudança de dados sobre o raciocínio.	<i>Journal of Experimental Psychology</i>

Fonte: Quadro elaborado com base em informações contidas no livro *The Psychology of Algebra* (1923).

Nas primeiras décadas do século XX, os periódicos já eram um instrumento muito utilizado para veicular novos estudos sobre métodos e práticas escolares (cf. Brownll, 1954, Smith, 1934). E *The School Review*, *School and Society*, *Journal of Experimental Psychology*, *The Mathematics Teacher*, *The Journal of Educational Psychology*, *School Science and Mathematics*, utilizados por Thorndike para veicular os resultados das investigações que fazia, eram periódicos destinados não apenas a professores de Álgebra, mas também a psicólogos e a educadores ligados à escola.

É importante ressaltar que esse tipo de divulgação, por meio de veículos que tinham destinatários diferenciados, pode ser um indicio de um recurso utilizado por Thorndike para ampliar o raio de circulação dos temas que abordava, e com isso gerar debates e principalmente novas investigações.

Apesar de não ser objetivo deste estudo um investimento no sentido de identificar o alcance e circulação da produção de Thorndike, constata-se, pelo levantamento dos artigos publicados, que o autor divulgava o resultado de suas pesquisas em periódicos que tinham não apenas destinatários diferenciados, mas que, em princípio, pertenciam a campos distintos do conhecimento e que adotavam concepções teóricas, algumas vezes, diametralmente opostas.

No caso do ensino de Matemática, esse tipo de divulgação pode também ter contribuído para que a proposta de um novo padrão pedagógico chegasse a um quantitativo maior de destinatários e que tivesse sido também, por exemplo, uma das causas do sucesso, segundo Murphy (1988), do manual que trata da psicologia da álgebra.

Mesmo com a incorporação de artigos ao texto de *The Psychology of Algebra*, o formato final é semelhante ao *The Psychology of Arithmetic*, exceto nos aspectos específicos de cada tema, conforme pode ser comprovado no quadro a seguir.

QUADRO 4.2

ESTRUTURA DOS LIVROS *THE PSYCHOLOGY OF ARITHMETIC E THE PSYCHOLOGY OF ALGEBRA*

<i>The Psychology of Arithmetic</i> (1922)	<i>The Psychology of Algebra</i> . (1923)
Introdução: a Psicologia dos conteúdos escolares.	I – O aluno da High School.
I – A natureza das habilidades aritméticas.	II – Os usos da Álgebra.
II – A mensuração das habilidades aritméticas.	III - A natureza das habilidades algébricas.
III – A constituição das habilidades aritméticas.	IV – A Psicologia da equação.
IV – A constituição das habilidades aritméticas (continuação).	V – Resolução de problemas.
V – A Psicologia do <i>drill</i> em Aritmética: a força dos vínculos.	VI – A medida das habilidades algébricas.
VI – A Psicologia do <i>drill</i> na Aritmética: quantidade de práticas e a organização das habilidades.	VII - A constituição das habilidades algébricas: considerações gerais.
VII – A seqüência de tópicos: a ordem da formação de vínculos.	VIII – A constituição das habilidades algébricas: procedimentos e significado da aprendizagem algébrica.
VIII - A distribuição de práticas.	IX-A constituição das habilidades algébricas: a seleção de uma conexão mental particular ou vínculos a ser formado.
IX - A Psicologia do pensamento: idéias abstratas e noções gerais em Aritmética.	X - Novos tipos de exercícios na Álgebra.
X – A Psicologia do pensamento: raciocínio em Aritmética.	XI – A organização de tópicos na Álgebra.
XI – Tendências originais e aquisições anteriores à escola.	XII – A força das conexões algébricas.
XII – Interesse em Aritmética.	XIII - A Psicologia do exercício na Álgebra: a quantidade de prática.
XIII - As condições da aprendizagem.	XIV – A Psicologia do exercício na Álgebra: a distribuição da prática.
XIV - As condições da aprendizagem: o problema da atitude.	XV – O interesse dos alunos em Álgebra em comparação com outros conteúdos escolares.
XV - Diferenças individuais.	XVI – O interesse dos alunos em várias características da aprendizagem algébrica.
	XVII - Diferenças individuais e de sexo em atividades algébricas.
	XVIII - Sugestões para pesquisa em Psicologia da Álgebra.
	Apêndices:
	I – As habilidades envolvidas em cálculo e resolução de problemas.
	II - A permanência da aprendizagem escolar.
	III – O efeito da mudança de dados sobre o raciocínio.

Fonte: Quadro elaborado com informações contidas nos livros *The Psychology of Arithmetic* (1922) e *The Psychology of Algebra* (1923).

Observa-se, pelo exposto no quadro, que as duas obras abordam basicamente os mesmos conteúdos. E mais, que esses conteúdos foram organizados procurando

responder questões que o autor apontou como importantes para que a Psicologia fosse aplicada a Educação ou ao ensino dos conteúdos escolares. São temas associados a questões relacionadas à natureza, à constituição, à eficiência de cada uma delas e, como elas poderiam contribuir ou prejudicar outras habilidades formando conexões e com isso contribuindo para a aprendizagem. Transformado a natureza original do homem por meio da educação (cf. Thorndike, 1914). Por serem esses temas do “coração” da Psicologia da Aprendizagem, como já apresentado no capítulo anterior, nos próximos tópicos eles serão examinados na tentativa de identificar como Thorndike (1922, 1923) aplicou esses elementos em relação ao ensino de Matemática. As principais fontes utilizadas para coleta de informações são naturalmente *The Psychology of Arithmetic* e *The Psychology of Algebra*, sendo que nos temas relacionados ao ensino de Aritmética, foram tomados também informações ou dados complementares que o autor apresentou em *The new methods in Arithmetic*.

4.1 – A natureza das habilidades matemáticas

Por conhecer a afirmação de Thorndike (1913a) de que uma das finalidades da Psicologia da Aprendizagem é conhecer a natureza original do homem e as leis de aprendizagem para que, por meio da educação, possa perpetuar algumas tendências, eliminar ou redirecionar outras, pode-se supor que ao tratar da natureza das habilidades matemáticas, ele está identificando aquilo que era inato ou que mais caracterizava o ensino desses conteúdos e que pela aplicação das leis da aprendizagem poderia ser modificado, eliminado ou perpetuado no ensino de Aritmética ou Álgebra. Cabe esclarecer que se considera aqui que o ensino de Geometria também está incluído, à medida que nos manuais destinados ao aluno Thorndike (1917a, 1917b, 1917c, 1927) optou por abordar os conteúdos sobre esse tema em conjunto com os conteúdos aritméticos e algébricos.

4.1.1 – A natureza das habilidades aritméticas

Para Thorndike (1922), a finalidade do ensino de Aritmética na *elementary school*, nas primeiras décadas do século XX de acordo com o senso comum, era

ensinar o significado dos números, as características do sistema de notação decimal, o significado da adição, subtração, multiplicação e divisão, a natureza e relação de certas medidas comuns para assegurar a habilidade para somar, multiplicar e dividir com inteiros, frações e decimais, a habilidade para resolver problemas relacionados com as operações fundamentais com números inteiros e fracionários e habilidades específicas para resolver problemas envolvendo porcentagem, juros e outras ocorrências comuns no mundo dos negócios.

A declaração dessas funções, segundo Thorndike (1922), não tornava a tarefa do professores inteiramente clara. Se os professores não tivessem um guia das mudanças que deveriam proporcionar aos seus alunos, poderiam, freqüentemente, deixar de lado aspectos importantes do treinamento aritmético.

Em *The new methods in Arithmetic* o autor expõe alguns dos equívocos cometidos pelos professores e autores sobre a prática dos “velhos métodos” adotados à época:

- a) adotar a premissa que a única finalidade do ensino de Aritmética era somar, subtrair, multiplicar e dividir, utilizando, na maioria das vezes, valores que normalmente não apareciam na vida real. Como por exemplo: efetuar operações como as que seguem, quando cerca de noventa por cento dos cálculos aritméticos necessários nas atividades dos alunos são inferiores a cem;

Somar	Subtrair	Multiplicar	Dividir
46793	68750	7295	43695 / <u>217</u> _____
128516	<u>31925</u>	<u>31925</u>	
9138			
20769			
8665			
<u>73600</u>			

- b) propor problemas que só poderia acontecer em um hospital de alienados, como é o caso de: “Alice tinha $\frac{3}{8}$ de dólar, Berta $\frac{11}{16}$, Maria $\frac{3}{35}$ e Nena $\frac{3}{4}$. Quanto possuíam juntas?” Ou problema que dificilmente aconteceria, como o que segue: “em uma lição de leitura, Susie aprendeu dez colunas de palavras novas, cada coluna com 32

palavras. Quantas palavras Susie aprendeu?” (cf. Thorndike, 1921). Esse problema só seria possível de acontecer, segundo o autor, se existisse uma escola onde a exigência fosse que, em uma única lição, o aluno aprendesse 320 palavras novas;

- c) o ensino das unidades de medidas de comprimento, peso, área, volume etc., era dividido em um capítulo e as tabelas de divisão e multiplicação – as tabuadas, em outro. Com isso, de acordo com Thorndike (1921), perdia-se a oportunidade de trabalhar os dois conteúdos de forma coordenada, um colaborando para o entendimento do outro. A nova proposta procurava dar vitalidade aos exercícios, de modo a economizar o tempo gasto em sala de aula para a aprendizagem. Problemas em que os alunos relacionassem que “três pés formam uma jarda, que sete dias formam uma semana, que um níquel é igual a cinco centavos e um *dime* é igual a dez centavos de dólar”, poderiam ser proveitosos para a compreensão da multiplicação e divisão;
- d) o ensino de algarismos romanos exercitava a aprendizagem por meio de exercícios do tipo: “quanto é CXVI e XIV? Subtraia CCXIV de MCII. Eliza encontrou XVI ovos numa semana e XIV na semana seguinte. Quantos ovos ela achou?” Segundo Thorndike (1921), esses problemas são fantasiosos e considerados desnecessários nos “novos métodos”, o importante, segundo ele, é ensinar apenas o significado de I a XII, porque comumente usados nos relógios; de XIII a XXX, porque servem para indicar a numeração de capítulos de livros; e, em seguida, explicar L, C, D e M, pois o que o aluno necessita é saber como interpretá-los, como entendê-los, jamais precisariam somar, subtrair, multiplicar ou dividir números romanos;
- e) a explicação das regras e procedimentos em aritmética como “vai 1” na adição, a colocação da vírgula na divisão por decimais, de forma dedutiva como uma consequência de axiomas e da natureza do nosso próprio sistema de numeração;

Esses equívocos eram cometidos porque, segundo Thorndike (1922), a visão comum da natureza da aprendizagem aritmética era obscura ou inadequada em quatro aspectos:

- a) não definia o que era conhecimento dos significados dos números;
- b) não aproveitava o ensino da linguagem realizado na escola, como uma parte do ensino de aritmética;
- c) não distinguia a diferença entre a habilidade para resolver problemas quantitativos oferecidos pelas atividades cotidianas e a habilidade para solucionar problemas apresentados apenas nos livros didáticos e programas de curso;
- d) deixava a habilidade para aplicar conhecimento e capacidade aritmética como uma faculdade geral e mística para ser melhorada por alguma mágica educacional.

Considera-se, portanto, que “conhecimento do significado dos números”, “linguagem aritmética”, “resolução de problemas” e “raciocínio aritmético”, são as habilidades ou funções sobre os quais devem ser envidados esforços para que, pelas leis da aprendizagem se opere as mudanças necessárias para a garantia da aprendizagem.

Sobre o conhecimento do significado dos números, Thorndike (1922) apresenta quatro significados diferentes:

- a) o entendimento do número como uma seqüência, adotando que “um” é apenas uma coisa do tipo nomeada, que dois é um mais um, que três é dois mais um, e assim por diante;
- b) o número podia ser trabalhado por meio do entendimento de uma coleção de maçãs, rapazes, bonecas e outros objetos para serem associados às quantidades discretas que, normalmente, segundo o autor, compunham as coleções trabalhadas na escola elementar;
- c) o número como razão. O conhecimento que dois é duas vezes tudo que chamamos de um, três é três vezes tudo que chamamos de um e assim por diante;

- d) já o quarto significado é chamado pelo autor de “núcleo de fatos” ou “significado relacional”. Deveria ser conhecido que seis é maior que quatro ou cinco e menor que oito ou nove, que é igual a duas vezes três ou a três mais três e que é dois a menos que oito, que, com quatro, forma dez e que dez é metade de vinte e assim por diante.

Apesar dessas quatro possibilidades, segundo Thorndike (1922), a prática mais comum e utilizada, à época, era a de coleção, como a tarefa a ser desenvolvida na escola, mas cada um dos outros significados já vinham sendo apontados como importantes. Por exemplo, a idéia de seqüência foi defendida no estudo de D. E. Phillips, em *Number and Its application Psychologically considered*. O significado de razão foi adotado, segundo o autor, por J. A. McLellan e J. Dewey, em *Psychology of number and its applications to methods of teaching Arithmetic*, e por W. W. Speer, em *Arithmetic: elementary for pupils*. Já para exemplificar a idéia de relação, Thorndike (1922) indicou o trabalho de um seguidor de Grube, citando um deles: *New elementary Arithmetic*, de autoria de E. E. White.

“A diversidade de visões relacionadas à função a ser melhorada, no caso da aprendizagem do significado dos números de um a dez, não é um tema de definição insignificante, mas produz grandes diferenças na prática escolar” (Thorndike, 1922, p. 3).

Constata-se, portanto que, para esse estudioso, para quem mesmo o conteúdo mais elementar deveria ser tratado com cuidado, que mesmo na abordagem e no que diz respeito à apresentação dos números inteiros de um a dez, os quatro significados poderiam ser levados em consideração durante o desenvolvimento dos conteúdos na *elementary school*. Por exemplo, quatro, em uma seqüência de números, é uma coisa entre três e cinco; é o nome para certa coleção de objetos discretos; é também razão de uma determinada medida: quatro quartos de um litro de leite é igual a um litro; e também, se bem trabalhado, um mais três é igual a quatro, subtraindo dois de seis tem-se quatro, dois multiplicado por dois é igual a quatro, ou quatro é metade de oito. Saber o significado de um número quer dizer conhecer todos esses aspectos.

Mas, a dificuldade identificada pelo autor em relação ao antigo método estava em uma visão extremista que ora priorizava a contagem interminável, ora restringia os exercícios, a objetos de uma coleção ou ao trabalho com medidas, variando as

unidades, pés, jardas, polegadas. Ou ainda, enfatizava o fato de que dezoito é onze mais sete ou doze mais seis, ou ainda vinte e um menos três, e assim por diante. Para Thorndike (1922), essas disputas entre um ou outro significado, eram desnecessárias; e os fatos aritméticos, quando necessários, eram convenientemente aprendidos pela adição e subtração em colunas.

O segundo aspecto que precisava ser melhorado na *elementary school*, segundo Thorndike (1922), era incluir, entre as funções, o conhecimento de certas palavras. O entendimento de palavras como *ambos, todo, ao todo, menos, diferença, soma, parte, igual, medida, está contido em* e outras, era necessário para a aprendizagem dos conteúdos aritméticos. O autor defende que o significado de palavras como essas poderia ser explorado mais adequadamente em conexões com o ensino da Aritmética do que com o ensino de Inglês.

Para reforçar seus argumentos, Thorndike (1922) examinou as primeiras cinquenta páginas de oito manuais utilizados, à época, para iniciantes em Aritmética e detectou pouca ou nenhuma atenção dada à linguagem. Três dos manuais não faziam uso da palavra soma e um usava apenas uma vez nas cinquenta primeiras páginas. Em todas as quatrocentas páginas analisadas, a palavra diferença foi utilizada apenas vinte vezes. E, quando as palavras eram utilizadas, constatou que não havia cuidado com o uso do significado e como ela estava sendo empregada. A principal razão para isso, de acordo com Thorndike (1922), era que, até então, o entendimento da função dos conteúdos aritméticos era desenvolver respostas em termos quantitativos. Mas, para esse estudioso, o conhecimento da linguagem era um elemento necessário para a aquisição da habilidade aritmética e posteriormente para a resolução de problemas.

Ao fazer a defesa do uso conjunto do ensino de Aritmética e da linguagem ou mais precisamente da utilização de palavras que fossem significativas para o aluno, apresenta outro tema que foi fonte constante de seus estudos e pesquisas, a ponto de ser indicado por alguns de seus comentadores como um dos maiores lexicógrafos do seu tempo.

Verifica-se que o terceiro aspecto, que a natureza da habilidade aritmética precisava ter definido claramente, a resolução de problemas, pode ser considerado um dos pilares do padrão pedagógico proposto por esse psicólogo para o ensino não só de Aritmética, mas de todos os conteúdos matemáticos, pois é por meio da defesa enfática da resolução de problemas que o autor, como já explicitado no capítulo anterior, advoga

em favor de problemas com enunciados que apresentem elementos idênticos aos que se apresentam em situações do cotidiano do aluno dentro e fora do ambiente escolar. E, dessa forma, busca romper com a teoria da disciplina mental.

Além disso, segundo o autor, um objetivo da *elementary school* era fornecer respostas econômicas e rápidas para problemas autênticos como: cálculo de áreas, de preços reais, porcentagem, descontos e outros que poderiam aparecer na vida cotidiana, em uma situação real, como quando se faz compras, cálculos de custos, descontos etc.

Apesar de defender os enunciados de problemas com base em situações reais, não excluía a possibilidade de apresentar uma situação imaginária. Ou seja, o problema poderia ser em parte real e em parte imaginário, descrito oralmente ou impresso. O que Thorndike (1922) propunha é que essa não fosse a única forma de abordar os problemas, pois, anteriormente, em sala de aula, o aluno era preparado, quase que exclusivamente, para resolver problemas descritos por outra pessoa, fosse o professor ou o autor do manual.

Professores e autores de manuais pensam que a função de resolver problema como idêntica com a função de descrever problemas que eles encontram na escola, nos manuais, nas provas etc. Se eles não pensam explicitamente sobre o que é isso, continuam agindo dessa forma, treinando e testando aluno como se só existisse essa possibilidade. E não só isso. Problemas podem ser resolvidos na escola com a finalidade de que o aluno possa resolvê-los quando aparecem nos seus afazeres fora da escola. Para saber que troco ele vai receber depois de efetuar uma compra, para resolver uma conta com precisão, para adaptar uma receita para seis pessoas quanto for descrita para quatro, estimar a quantidade de semente exigida para um lote de um dado tipo, quantidade exigida de semente por acre, para fazer com segurança a aplicação que a família, a pequena loja e os negócios comuns exigem – essa é a habilidade que a *elementary school* pode desenvolver. A escola pode estabelecer problemas que aparecerão na vida, mais cedo ou mais tarde, deve favorecer situações que os afazeres cotidianos oferecem e as repostas que ela requer (Thorndike, 1922, p, 11).

O princípio geral a ser seguido, segundo o autor, é que, no ambiente escolar fossem fornecidas ao aluno situações reais ou apresentar problemas com enunciados relacionados aos afazeres da vida fora da escola. Ressalta, ainda o autor, que o tempo em sala de aula ou na escola poderia ser utilizado de forma mais produtiva e contribuir para a aprendizagem, se os problemas fossem selecionados e direcionados de forma adequada. Por exemplo, normalmente, seria impraticável realizar na escola operações envolvendo os gastos financeiros pessoal de cada um, primeiro porque as crianças não

têm salário e algumas nem mesmo mesada, e segundo, a tarefa de supervisionar a atividade de cada criança com um problema diferente pode ser difícil para o professor. Mas, problemas envolvendo situações domésticas e situações de compra e vendas poderiam ser desenvolvidos, principalmente quando o programa da escola incluísse artes domésticas e educação industrial.

Para Thorndike (1922), havia situações que, à época, eram recomendáveis para desenvolver a habilidade de aplicar o conhecimento e a capacidade representada pela aritmética pura ou abstrata – os chamados fundamentos – na resolução de problemas. Entre as situações desejáveis para aplicar os conteúdos em problemas do cotidiano do aluno em parte ou em todo: realizar jogos em sala de aula e manter os *scores* para decidir que lado ganhou; calcular custos efetuando mudanças, fazendo levantamento de preços em situações reais de uma loja; mapear o jardim da escola, dividindo em lotes, planejando mudanças etc.; medir o próprio progresso nos testes de conhecimento de palavras, oralidade, adição, subtração, rapidez na escrita etc.; estimar custos para prepara comidas, calcular custos para enviar telegramas, cartas encomendas com base nas tarifas utilizadas, calcular custos de compras efetuadas por catálogos.

O autor também explicita o que seriam situações indesejáveis para a aplicação dos conteúdos aritméticos. Por exemplo, Will tinha XXI bolinha de gude, XII carrinhos, XXXVI pedaços de corda. Quantos objetos ele tinha?; Se de DCIV nós retirarmos CCIV o resultado pode ser um numero IV vezes maior que a quantidade de dólares que Mr. Dane pagou por seu cavalo. Quanto ele pagou por seu cavalo? Um homem economiza $3 \frac{17}{80}$ de dólar por semana. Quanto ele economiza por mês? (cf. Thorndike, 1922).

Problemas desse tipo deveriam, segundo o autor, ser evitados. A recomendação constante dele é que a resolução de problema fosse utilizada de forma a fornecer ao aluno o máximo possível de preparação para aplicar os conteúdos aritméticos na vida, fazendo o possível para evitar o desperdício de tempo e dinheiro.

Com apenas trinta ou quarenta dólares ao ano para gastar com educação de um aluno, dos quais talvez oito dólares sejam gastos com a melhoria das habilidades aritméticas, a orientação imediata para uma situação real e pessoal, era que os problemas fossem descritos em palavras, diagramas, quadros. (...) Como uma consequência, o entendimento das palavras utilizadas nessas descrições tornava-se uma parte da habilidade exigida na aritmética. Como palavras, conhecimento é também exigido quando um problema é para ser

resolvido na vida real, algumas vezes eles são descritos, como em uma propaganda, cartas de negócios e outros (Thorndike, 1922, p. 19).

O quarto aspecto da natureza da habilidade aritmética, que precisava ser mais bem definido, de acordo com Thorndike (1922), era o raciocínio aritmético. Um tratamento adequado do raciocínio, que se esperava dos alunos da *elementary school*, e do caminho mais eficiente para encorajá-los a melhorá-los, não deveria ser fornecido até que se estudasse a formação dos hábitos.

Para Thorndike (1922), raciocínio é essencialmente a organização e controle de hábitos de pensamento e com esse entendimento ele mobiliza elementos para diminuir a força e utilização da teoria da disciplina mental. E esse quarto aspecto na proposta de Thorndike é indissociável do anterior, pois a defesa apresentada pelo autor é que os problemas selecionados não apenas estimulassem o aluno a raciocinar, mas que conduzissem o raciocínio a resultados com importância significativa em situações do cotidiano. Nesse sentido, o autor questiona o mérito do *catch problem*, para o qual o aluno tinha que raciocinar contra hábitos costumeiros de pensamento, e que poderiam ser chamados *routine problems*. Como é o caso dos seguintes exemplos:

1. Um homem comprou 10 dúzias de ovos por \$2,50 e vendeu por trinta centavos a dúzia. Quantos centavos ele perdeu?
2. Entrei na loja Smith às 9 horas e permaneci até as 10 horas. Comprei seis jardas de tecido por quatro centavos a jarda e três jardas de musselina por vinte centavos a jarda e a compra deu \$ 5, 00. Quanto tempo eu permaneci na loja?
3. Como você pode dividir 48 para conseguir a metade de duas vezes 6?
4. Quanto você deve acrescentar a 19 para obter 30?

Segundo Thorndike (1922), esse tipo de problema não contribuía para o desenvolvimento do raciocínio porque exigia hábitos diferenciados daqueles que eram necessários para situações cotidianas. Identifica-se nesse tipo de crítica empreendida pelo autor que mesmo sem fazer citação ele está cobrando a presença de elementos idênticos nos enunciados dos problemas desenvolvidos em sala de aula.

As discussões sobre o significado dos números, a necessidade da linguagem aritmética, a distinção entre aplicação escolar e real da Aritmética e a possibilidade de restrição de treinamento do raciocínio serviam, de acordo com Thorndike (1922, p. 23), como ilustração dos significados da questão: “quais são as funções que a *elementary school* deveria tentar melhorar no ensino de Aritmética?”.

Para ele, apesar de outros conteúdos poderem ser considerados em conexão com esses, o trabalho que a *elementary school* deveria desenvolver em relação às funções ou habilidades aritméticas, são:

- a) o conhecimento dos significados dos números, como nome de certos tipos de coleção e de certos tipos de medidas (com unidades conhecidas) e de certos núcleos ou centros de relações para outros números;
- b) o conhecimento da notação do sistema decimal;
- c) o conhecimento do significado da adição, subtração, multiplicação e divisão;
- d) o conhecimento da natureza e relação de certas medidas comuns;
- e) a habilidade para somar, subtrair, multiplicar e dividir com inteiros, frações e frações decimais, todos os números reais positivos;
- f) o conhecimento de palavras, de símbolos, de diagramas e equivalentes, como exige a vida cotidiana ou o desenvolvimento da economia;
- g) e, por fim, desenvolver a habilidade para aplicar tudo o que foi descrito anteriormente, como exigia a vida simples e a preparação econômica, incluindo habilidades específicas para resolver problemas que envolvessem cálculo de áreas de retângulos, volume de sólidos retangulares, porcentagem, interesse e certas outras ocorrências na casa, fábrica e negócios da vida.

Observa-se que só nesse último item Thorndike (1922) faz referência a conteúdos que são próprios do ensino de Geometria. No entanto, vale ressaltar que, como já exposto em outros momentos deste texto, no manual *The Thorndike Arithmetics* ele utilizou os conteúdos geométricos para tratar das habilidades relacionadas ao

sistema de numeração decimal e as operações fundamentais tanto de números inteiros quanto de número fracionários.

Sobre a natureza das habilidades aritméticas constata-se que dos aspectos destacados pelo autor apenas um se apresenta diretamente relacionado ao ensino dos conteúdos aritméticos, a indefinição do conhecimento do significado dos números; os outros três aspectos dizem respeito aos instrumentos mobilizados por Thorndike para combater a teoria da disciplina mental. Destacando-se ainda a tentativa do autor em diferentes momentos de procurar estabelecer relação entre o ensino dos conteúdos aritméticos e o ensino de língua inglesa, destacando a utilização dos dois como uma ferramenta útil e viável para a resolução dos problemas.

4.1.2 – A natureza das habilidades algébricas

Para tratar da natureza das habilidades algébricas, Thorndike et al (1923) também apresentam a argumentação a partir da oposição “velho x novo”. Segundo os autores, com a popularização da *high school* americana durante o período de 1880 a 1910 os conteúdos algébricos, passaram a ser uma exigência no primeiro ano de estudo, com um conteúdo que chamou de “velho conteúdo” ou “velha álgebra”. Esses conteúdos correspondem ao que à época nos Estados Unidos era denominada de álgebra elementar.

Os métodos adotados pela “velha Álgebra”, segundo Thorndike et al (1923), procurava criar e melhorar as seguintes habilidades: ler, escrever, somar, subtrair, multiplicar, dividir, manejar razões e proporções, números negativos e expressões literais para resolver equações e conjuntos de equações lineares e quadráticas e usar essas técnicas para responder problemas. Essas habilidades foram interpretadas muito largamente em certos aspectos e muito estreitamente em outros. Por exemplo, o aluno somava números negativos e expressões literais que nunca usaria fora da escola e nunca somavam ângulos que, no entanto eram necessários para o ensino de Geometria.

Os conteúdos com os quais as habilidades algébricas eram treinadas, segundo os autores, eram determinados por duas forças. A primeira era a convicção na prática e pensamento indiscriminados, cuja tendência resultante era o aluno somar, subtrair, multiplicar e dividir qualquer coisa que pudesse ser somada, subtraída, multiplicada e

dividida, como se isso capacitasse o aluno a resolver qualquer problema proposto pelo professor. A segunda força era a inércia do costume. O resultado desta tendência, entre outros, foi manter a Álgebra paralela à Aritmética, usando aplicações concebidas fora ou à parte do crescimento do trabalho qualitativo das ciências físicas e sem levar em consideração os métodos gráficos para apresentar fatos e relações.

Aliado a esses fatores destacados pelo autor estava a forte presença da álgebra, como já indicada em outros momentos; os conteúdos algébricos eram tomados como uma poderosa ferramenta para a teoria da disciplina mental. O ensino dos conteúdos da “velha álgebra” sobreviveu como disciplina mental, no todo ou em parte, nos programas dos cursos e provas de exames, tal como aceitavam os líderes no ensino de Matemática e na teoria geral da educação. Por isso Thorndike (1923) recomendava que alguns conteúdos fossem suprimidos e outros acrescidos.

A sugestão dos tópicos a serem omitidos do programas da “velha álgebra”:

- a) adição, subtração, multiplicação e divisão de frações com polinômios muito longos, exceto $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $(a + b) \times (a - b)$, $(ax + b)(cx + d)$ e a correspondente fatoração;
- b) frações com polinômios no denominador mais difícil que $a/(a + b)$ e ninhos de parênteses;
- c) simplificações elaboradas envolvendo ninhos de colchetes, frações etc;
- d) racionalização de denominadores que não fossem \sqrt{a} , $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$, $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$, e máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum.

Já os conteúdos que deveriam ser acrescidos, para que metade do tempo gasto com a “velha Álgebra” passasse a ser mais bem utilizado são:

- a) o entendimento de fórmulas, para que fosse possível avaliá-las pela substituição de números e quantidades por símbolos, para reorganizar uma fórmula para expressar diferentes relações;
- b) o cálculo com ângulos, razões importantes e coeficientes decimais;
- c) o uso de gráficos simples, e a construção de certos gráficos a partir de tabelas;

- d) as coordenadas cartesianas, bem como para usá-las como relações entre x e y graficamente.

Após arrolar esses itens os autores colocam a seguinte afirmação:

As discussões empreendidas por Nunn (1914), Rugg e Clarck (1918) e os relatos da *Central Association of Science and Mathematics Teacher* (1919), da *National Education Association* (N.E. A), da *Commission on the Reorganization of Secondary Education* (1920), da comissão apontada pelo *Committee of Review of The College Entrance Examination Board* (1921) e do *National Committee on Mathematical Requirements* (anunciado para publicação) poderiam ser combinados dentro de um consenso médio, ficar bem próximas com a declaração precedente² (Thorndike et al, 1923, p. 99).

A partir dessa declaração, é possível constar que os autores, mesmo citando e tomando como referência esses trabalhos, sentem necessidade de destacar e reafirmar o aspecto diferencial da proposta que está sendo apresentada. Ao que parece, ao fazer essas referências, eles procuravam se aproximar e demonstrar conhecimentos dos estudos produzidos por órgãos oficiais ligados à melhoria do ensino das matemáticas. E mesmo dispondo de informações produzidas por esses órgãos que ainda não haviam sido publicadas, destacavam a superioridade do que estavam propondo em relação ao ensino dos conteúdos algébricos.

Vale reiterar que a superioridade, constantemente indicada em todas as produções de Thorndike em relação aos conteúdos matemáticos está associada ao rompimento com a teoria da disciplina mental. No caso dos conteúdos algébricos, romper com a “velha álgebra” significava a essa época não tratar esse tipo de conteúdo apenas esperando que com o uso houvesse uma melhoria generalizada da capacidade da mente. A álgebra, de acordo com Thorndike et al (1923), era seletiva e a expectativa era melhorar a mente pela extensão e refinamento da capacidade de análise, generalização, simbolismo, vendo e utilizando relações, organizando dados a partir de uma situação proposta ou questão.

A expectativa é melhorar em muito a análise algébrica, a generalização, o simbolismo, e a organização de um conjunto de fatos quantitativos e as relações

² Os textos a que Thorndike et al (1923) fazem referência ao autor sem citar são: P. Nunn - *The teaching of Algebra including a Trigonometry e Exercises in Algebra*; de David Eugene Smith - *The teaching of Elementary Mathematics*; J. W. A. Young - *The teaching of Mathematics in the elementary and secondary schools*; E Rugg e Clark *Standardized tests in First Year Algebra*.

como uma equação ou um conjunto de equações, e auxiliar para que houvesse uma melhor quantidade de transferência para a análise, generalização, simbolismo, pensamento relacional e organização fora da álgebra. A expectativa é promover uma melhor preparação para ser possível perceber, tanto quanto possível, a ampla necessidade da álgebra no cotidiano, e para saber fazer uso de seus conteúdos de forma efetiva quando encontrá-los (Thorndike et al, 1923, p.100).

Para que o programa de álgebra adquirisse esse novo entendimento, de acordo com Thorndike et al (1923), era necessário estabelecer, de forma mais exata a natureza das habilidades algébricas e o uso dessas habilidades nas matemáticas, nas ciências, nos negócios e na indústria.

Em particular, nós necessitamos clarear o conhecimento do que é, e do que pode ser entendido por “habilidade para entender fórmulas”, “habilidade com equações”, “habilidade para resolver problemas”, “habilidade para entender, fazer, e usar gráficos”. Ainda mais necessário é clarear o conhecimento do que significa “análise”, “generalização”, “simbolismo”, “pensamento relacional” e “organização” (Thorndike et al, 1923, p.100).

Constata-se, portanto, que, no caso dos conteúdos algébricos, essas seriam as habilidades que deveriam ser foco de atenção, para que as mudanças necessárias à aprendizagem desses conteúdos ocorressem de forma satisfatória. Identificando-se, de pronto, que a habilidade para resolução de problemas e aspectos relacionados ao entendimento do que seja raciocínio foram, ao que tudo indica, os princípios da psicologia que o autor continuou aplicando.

A habilidade para entender e organizar fórmulas era o primeiro aspecto a ser mais bem compreendido. Segundo os autores, habilidade para entender fórmulas poderia significar, simplesmente, o entendimento dos valores dos símbolos apresentados na fórmula. Como é o caso do exemplo $A = p + prt$ (o aluno pode memorizar que o “montante é igual ao capital mais o produto do capital pela taxa e pelo tempo”, sendo que A - significa quantidade em dinheiro resultante, p - quantidade em dinheiro aplicado, r - porcentagem paga por ano de uso do dinheiro e t tempo em ano).

Entretanto, para Thorndike et al (1923), habilidade para entender fórmula deveria significar também a habilidade para entender o valor numérico dos símbolos, completar com a unidade adequada e fazer a interpretação do problema e encontrar o resultado utilizando a fórmula para se chegar à resposta correta. O fundamental seria saber quando e como usar a fórmula. Por exemplo, um aluno pode ter a fórmula $A =$

p + prt e não saber utilizá-la, como na seguinte questão: “Qual o montante de \$ 74 libras a 1% ao mês depois de 8 anos, o juro sendo pago a cada dois anos e que deixou de ser investido?”

Ler uma fórmula, saber quando é possível aplicá-la e quando não é, e escolher a unidade de medida adequada para apresentar a resposta requer a necessidade de buscar um equilíbrio entre a teoria e prática, porque, se, por um lado as fórmulas são passíveis de interpretações como um conteúdo da física, geometria, negócios práticos, por outro, elas precisam também obedecer a princípios e regras. Em certos casos, a mistura de certas interpretações com o rigor do pensamento matemático acabava não sendo instrutiva para a aprendizagem. Mas, por outro lado, a técnica algébrica dissociada de aplicações resulta em uma aprendizagem nem sempre proveitosa.

Por isso, Thorndike et al (1923) defendem que, do ponto de vista da Psicologia não se deveria adotar uma posição extremista. Ao aluno pode ser ensinado que cada símbolo em uma fórmula é definido por uma quantidade expressa como um número em certa unidade, e depois que as operações forem empregadas, a resposta do problema deve ser expressa na unidade adequada.

Na estruturação da fórmula, a indicação dos autores era que era melhor ensinar ao aluno a ter rigor no momento de adequar as condições apresentadas no problema a uma fórmula. Essa tarefa exigia que a transformação das palavras que descreviam a situação para símbolos, fosse realizada de forma organizada. Já na leitura da fórmula, a recomendação era para que o aluno fizesse uma leitura entre as linhas pelo trabalho cuidadoso e selecionar as unidades e os outros aspectos que a fórmula sugerisse. Segundo os autores, poderia ser proveitoso o aluno entender do momento em que começa a operar com a fórmula até completá-la e que, a operação ao encontrar o resultado ou a resposta todos os símbolos são números, nesse momento não é necessário polegadas, dólar, ano, etc. A unidade adequada ao problema pode ser considerada antes da operação, na escolha e estruturação da fórmula, e depois da operação realizada, na hora de interpretar a resposta.

Fórmulas úteis à matemática, à ciência, à indústria e ao comércio são recomendáveis para treinar o entendimento, avaliação, transformação e estruturação de outras fórmulas. Essa assertiva, de acordo com os autores, no entanto, não deve ser

tomada como a única possibilidade, pode ser que, no livro, seja possível encontrar fórmulas matemáticas que envolvam relações necessárias à prática.

A segunda habilidade que os autores recomendavam, prestar atenção, era a habilidade com equações³. Essa habilidade envolve, de acordo com Thorndike et al (1923), dois grupos de habilidades que, pelo menos psicologicamente, são muito diferentes. Manipular a equação, obtendo um valor numérico para o elemento literal ou obtendo um valor literal em relação aos outros, devendo, nesse caso, a equação ser resolvida. Já o segundo grupo está relacionado à equação como uma expressão de certa relação, por meio da qual se poderia corretamente profetizar que valor certo elemento assumiria de acordo como os valores que um ou mais elemento tivessem. Essa segunda habilidade era negligenciada pela “velha álgebra”, porque manuais, cursos e exames privilegiavam a primeira habilidade, e no entendimento dos autores, a segunda habilidade era de igual ou maior importância.

O autor destaca três casos de resolução de equações:

- a) o aluno é ensinado a organizar todos os dados necessários para assegurar a resposta para o problema na forma de equação, sendo que o valor procurado poderia ser representado por um “ x ” ou “ n ” ou “*resp.*” ou “?” ou “(...)”. “A habilidade para organizar ou coordenar essa organização e manipulação de dados é útil. Os problemas do cotidiano, quando desse tipo, quase nunca apresentam equações do segundo grau. Os cálculos raramente são literais” (Thorndike et al, 1923, p. 106);

³ Nesse mesmo livro é apresentado um capítulo intitulado *The Psychology of the equation*, no qual são rerepresentados com outras palavras os dois usos da equação. O primeiro uso é para organização dos dados, de maneira a indicar as operações exigidas para obter certo resultado, esse resultado sendo a resposta para uma questão que conduz o trabalho para estruturação da equação. O segundo uso é para expressar a relação entre uma ou mais variáveis, sendo importante, nesse caso, entender a relação ou lei que a constitui. Segundo Thorndike e seus colaboradores a álgebra, de uma geração anterior ao período por ele abordado, era livre dessa confusão, porque não tentava ensinar a equação como expressão de uma relação geral entre uma variável e outra ou outras, e não fazia a introdução gráfica de coordenadas cartesianas. A equação era uma coisa para ser resolvida e nada mais. Quando professores das matemáticas começaram a introduzir a fórmula, o conceito de uma relação geral ou função e seu tratamento gráfico, dois cursos foram abertos. Eles tentaram aliar o novo aspecto ao velho, insistindo no novo tratamento, como se ele fosse, unicamente, uma extensão e enriquecimento do anterior. Os professores poderiam fazer uma clara distinção, quase um contraste, entre a equação como uma organização de fatos para encontrar certos valores desconhecidos ou escondidos e a equação como uma expressão de uma relação entre variáveis. De quase todas as maneiras, o novo aspecto foi utilizado como um crescimento ou extensão do velho ou, em último caso, como parte aliada do velho ensino de álgebra. A equação, segundo Thorndike, poderia ser ensinada de duas formas diferentes: como o ensino de equações particulares, por exemplo, “ $5 + \dots = 9$ ” ou como ensino de equações gerais (custo em centavos = custo em real $\times 100$).

- b) o aluno é ensinado a resolver a fórmula ou a equação já organizada. Por exemplo, como quando deriva a fórmula para encontrar o raio de um círculo da uma circunferência a partir da fórmula $C = 2\pi r$;
- c) O aluno é ensinado a resolver equações do tipo $y = ax + b$ ou $y = x^2 + ax + b$, sendo fornecidos pares de valores para x e y e para descobrir valores de y correspondente para um determinado valor de x ⁴.

A descrição dos três casos de resolução de equações serve para fortalecer a defesa que Thorndike (1917) já havia apresentado, no sentido que as equações começassem a ser ensinadas como parte dos conteúdos aritméticos, principalmente se a esse argumento for agregado o seguinte:

o entendimento de equação como a expressão de relações, serve direto para toda matemática aplicada, mostrando a fórmula e a equação como o relato de uma regra ou lei que representa um evento da natureza ou próximo a ela; introduz a mais importante idéia da matemática que é a dependência quantitativa ou de funcionalidade; é vital o princípio que a álgebra conta o que acontece com um número sobre certas condições; fornece o princípio da organização de gráficos; fornece o triplo paralelismo entre importantes relações, certos gráficos e certas equações que dizem respeito à álgebra (Thorndike et al, 1923, p. 107).

Sobre a terceira habilidade Thorndike et al (1923) acrescentam sobre a resolução de problemas o que segue:

uma das mais importantes características dos conteúdos algébricos é treinar o aluno para a organização um conjunto de fatos dados em um problema descrito em palavras, colocando as informações dentro de uma equação ou de um conjunto de equações tal que a resolução produza a resposta desejada (Thorndike et al, 1923, p.108).

Mais uma vez, como em outras produções de Thorndike, é indicado, como fundamental para a aprendizagem, a habilidade de resolver problemas. Esse pode ser considerado o ponto principal de estranhamento entre a “velha álgebra” e o ensino

⁴ Segundo o autor, esse terceiro tipo é valioso se prestar atenção ao domínio do “entendimento da relação”, mas por outro lado pode ser perigoso se o objetivo for só a “ginástica mental”. O velho método, segundo ele, só resolvia o caso onde $y = 0$ e para Thorndike (1923) esse era um propósito que não merecia defesa.

dos conteúdos algébricos baseado em princípios da Psicologia. A esse respeito, são destacados dois aspectos. O primeiro aspecto a ser observado na resolução de problemas, segundo Thorndike et al (1923) estava relacionado a seleção e organização dos problemas que não deveriam levar em conta apenas o ponto de vista da utilização da técnica algébrica.

A maioria de professores e autores de manuais selecionava os problemas de modo a aplicar as técnicas relacionadas ao tópico que está sendo tratado. Por exemplo, se o conteúdo abordado fosse equação fracionária, os problemas selecionados versariam exatamente sobre equações fracionárias. Para Thorndike et al (1923), com isso outras características eram tratadas como de menor importância e, do ponto de vista funcional, isso era prejudicial para a aprendizagem.

Do ponto de vista funcional, enfatizar a habilidade para usar a álgebra na resolução de problemas que a vida oferece, parece desejável considerar a vida de rapazes e moças e homens e mulheres como estudantes, pais, mães, advogados, médicos, homens de negócios ou enfermeiras e selecionar problemas que sejam úteis para eles resolverem e que sejam apropriados para serem resolvidos pelos métodos algébricos. Os problemas podem ser organizados para envolver a técnica desejada; mas do ponto de vista funcional muito é para ser dito em favor de uma organização que leve em consideração também as suas conexões naturais no mundo de fato e sua conexão lógica na mente. Problemas sobre saúde pública, por exemplo, pode muito bem ser resolvido em uma mesma página que envolva uma equação simples com fração, uma equação fracionária, um radical e uma equação quadrática (Thorndike et al, 1923, p. 109).

O segundo aspecto ressaltado pelos autores é que os problemas quantitativos da vida cotidiana vêm em conexão com coisas reais, eventos e relações. Por exemplo, são planos para construir uma casa, remédios para serem diluídos, circuitos elétricos para serem conectados, etc. E, como essas situações não podem ser apresentadas na escola, o recurso pode ser o da descrição verbal, com o alerta que esse recurso não era a garantia que a habilidade para organizar o mesmo problema em situação real fosse acontecer. Principalmente porque a descrição, normalmente, envolve dificuldades lingüísticas, que poderiam tornar o problema difícil, se fosse utilizada uma linguagem desconhecida ou de significado nulo para o aluno. Esse era um aspecto que sobrevivia da teoria da disciplina mental, em que o problema era visto apenas pelo seu valor disciplinar, como “ginástica mental”, que pela descrição verbal muito fácil ou muito difícil em nada

contribuía para garantir a presença de elementos idênticos em situações reais. A recomendação dos autores era que os problemas apresentassem enunciados que retratassem situações similares as que acontecessem no cotidiano do aluno mesmo depois que ele terminasse o curso escolar⁵.

Alerta ainda que *genuine problems*, aqueles que o aluno tem que resolver fora do ambiente escolar não fazem uso de expressões fracionárias, equações quadráticas, ou de denominadores que precisam ser racionalizados, ou de seqüências onde o x aparece três ou quatro vezes, como eram apresentados na maioria dos manuais utilizados à época.

A defesa é que só seja chamada, de forma merecida, de problema apenas aquela situação em que "uma equação é formada, organizando os dados sobre alguma ocorrência, de modo a assegurar a resposta de uma ou mais questões quantitativas sobre aquela ocorrência em particular" (Thorndike et al, 1923, p. 136).

A quarta habilidade, focalizada por Thorndike et al (1923), é a habilidade com gráficos. A necessidade de compreender e construir gráficos foi um dos objetivos definidos pelos autores a partir de dados coletados no estudo sobre uso dos conteúdos algébricos. No entanto, segundo eles a habilidade para entender, construir e usar gráficos necessitava de definição em pelo menos dois aspectos:

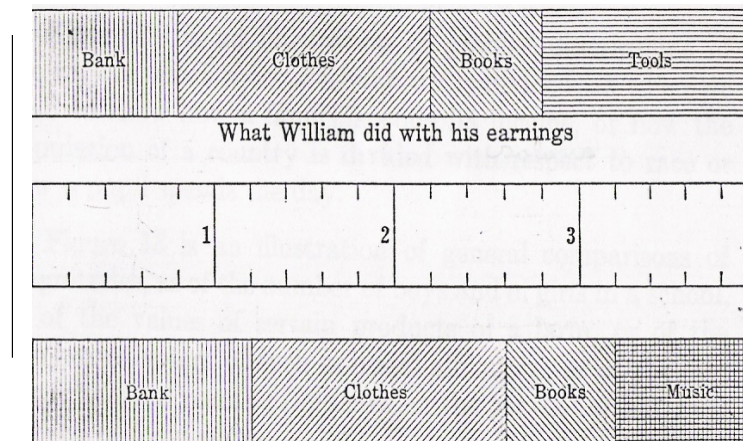
- a) deve a álgebra tratada na escola apresentar fatos elementares relacionados a todos os gráficos simples e importantes, ou deve se limitar à apresentação de gráficos de uma relação de duas variáveis apresentadas no plano de coordenadas cartesianas e introduzir a matéria com mais facilidade?

⁵ No capítulo intitulado *The psychology of problem solving*, o autor expõe mais uma vez o tema "resolução de problemas" e reapresenta muitos dos aspectos já tratados tanto em relação aos conteúdos aritméticos quanto aos algébricos. Aborda-se o tema, separando os conteúdos nos seguintes tópicos: a originalidade dos problemas; a importância dos problemas; as técnicas que poderiam ser aplicadas na resolução dos problemas; identificação dos pontos em que os problemas poderiam ser trabalhados como originais e delimitação dos procedimentos que resolvessem certos tipos de problemas imaginados; a superestimação do valor educativo dos problemas verbais; o uso de problemas, começando por um tópico para mostrar a necessidade de certas técnicas e para facilitar seu domínio, bem como o fim para testar a habilidade para aplicar a técnica; critério para seleção de problemas; problemas como testes; situações reais *versus* situações descritas; problemas isolados e problemas agrupados; problemas que exigem a seleção de dados, bem como sua organização; problemas que exigem a descoberta de dados, bem como a sua seleção e organização; problemas que exigem soluções gerais; problemas de quebra-cabeça e mistério; problemas escolhidos pelos estudantes. (cf. Thorndike et al, 1923).

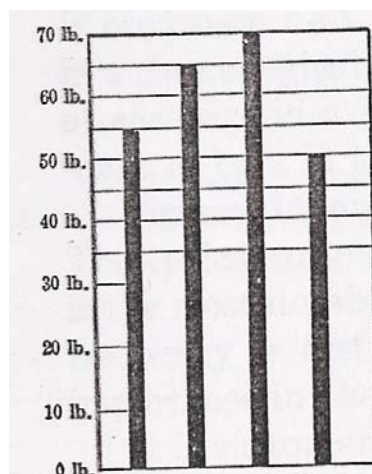
- b) assumindo a segunda resposta da questão anterior, deve tratar com gráficos de relações irregulares, que não representam nenhuma equação, ou deve se restringir as retas, parábolas e hipérbole por exemplo?

Ou, em outras palavras, os gráficos a seguir quais devem ser ensinados para entendimento, construção e uso do aluno? Os gráficos que são:

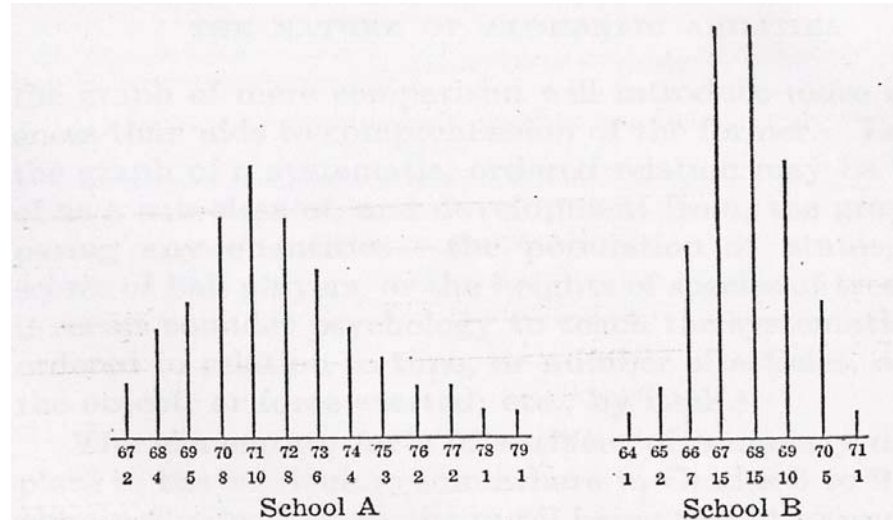
- a) descrição da maneira como certa quantidade é dividida, como quando desejamos apresentar as despesas de uma família ou como quando dividimos a população de um país por raça ou como um aluno distribui suas atividades durante o dia;



- b) comparação geral de duas ou mais grandezas, como por exemplo, compara a altura ou peso dos alunos de uma escola, ou o numero de votos de cada político em uma eleição:



- c) comparação de duas ou mais grandezas que são elas mesmas freqüência de ocorrência e são colocadas na ordem por sua relação com a grandeza de mesma característica.



Ao que parece, o tratamento das habilidades sobre gráfico ainda não tinha sido investigado de forma adequada por Thorndike et al (1923), pois apesar de fazer a defesa do uso de gráfico, ao invés de fazer recomendações sistematizadas, como no caso da resolução de problemas, a opção nesse caso foi conduzir a apresentação do tema por meio de questionamentos, que ficaram a cargo do leitor tomar a decisão.

4.2 – A constituição e a hierarquização das habilidades matemáticas

Pelo que está exposto por Thorndike (1922, 1923), assim como as tendências naturais do homem constituem milhares de possibilidades de conexões, as habilidades próprias dos conteúdos matemáticos também apresentam variadas possibilidades. Por isso a recomendação do autor, era que se buscasse identificar de forma detalhada qual a composição dessas habilidades, para que fosse possível estabelecer uma hierarquização dessas habilidades, e possibilitar a formação de novos hábitos.

4.2.1 – A constituição das habilidades aritméticas e a importância da formação de hábitos

Para a compreensão das funções elementares da aprendizagem aritmética, Thorndike (1922) declara que poderia ser útil tentar analisar a aprendizagem por meio das habilidades unitárias que a compõem. Procurando identificar de forma detalhada o que o que a mente havia feito para ordenar essas habilidades unitárias de forma a garantir a aprendizagem da habilidade aritmética. Essas unidades poderiam constituir uma lista longa.

Segundo Thorndike (1922) o exame de um manual bem planejado a época poderia mostrar que a habilidade de multiplicação era tratada como composta da seguinte forma:

- a) conhecimento da multiplicação acima de 9×9 ;
- b) habilidade para multiplicar números, com dois ou mais algarismos, por 2, 3, 4, quando o “vai 1” não fosse exigido e não aparecesse nenhum zero no multiplicando; habilidade para multiplicar por 2, 3, 4,..., 9 com “vai 1”;
- c) habilidade para manejar com zero no multiplicador; habilidade para multiplicar com números com três ou mais algarismos, sem incluir o zero;
- d) habilidade para multiplicar com números com três ou mais algarismos, com o zero no segundo ou no terceiro algarismo, bem como no último algarismo;
- e) e habilidade para economizar tempo, anexando apenas os zeros.

E, assim, a lista continuaria para as habilidades que exigiam a multiplicação com o sistema monetário americano, frações decimais, frações ordinárias e números mistos e unidades de medidas.

As unidades ou *steps* [passos], organizadas de forma cuidadosa, poderiam formar uma longa lista, que se tornaria maior se a habilidade aritmética fosse pensada como uma hierarquia de hábitos mentais ou conexões.

Observa-se a grande quantidade de conexões inclusive em relação à operação de adição. A maioria dos professores poderia pensar, segundo o autor, que uma adição em

coluna tratava apenas de uma amostra da aplicação da adição até “9 + 9” e do entendimento de adição com reserva. Mas, ao contrário, essa atividade envolvia, segundo Thorndike (1922), sete processos ou funções menores na adição de números com dois algarismos, que eram psicologicamente distintos e exigia tratamento educacional também diferente.

No caso da adição, os processos ou funções poderiam ser assim arrolados:

- a) aprendizagem para manter o algarismo na mesma coluna somada;
- b) aprendizagem para manter na mente o resultado de cada adição até o próximo número ser somado;
- c) aprendizagem para somar o número todo;
- d) aprendizagem para somar com colunas números que não apresentavam a mesma quantidade de algarismo, ou seja, para ignorar espaços vazios nas colunas;
- e) aprendizagem para desprezar os zeros nas colunas;
- f) aprendizagem para aplicação das combinações na soma de dezenas maiores que necessitavam de um trabalho prévio, como a aprendizagem de todas as tabelas da adição. Para que o aluno pudesse entender que “7 + 8 = 15 e que 38 + 7 = 45 e que 18 + 7 = 25”, envolvia-se uma hierarquia de conexões;
- g) aprendizagem para escrever algarismos significando unidades mais do que a soma de uma coluna. Em particular, aprendizagem para escrever zero na coluna em que a soma fosse 10, 20 etc. e o “vai 1”.

A tarefa de listar e descrever as funções elementares que constituem a aprendizagem aritmética era difícil, segundo Thorndike (1922), porque elas não são completamente conhecidas e, particularmente porque, em muitos casos, elas são constituídas de forma diferenciada que pode tornar a descrição longa e tediosa. No caso da constituição do significado de fração e das tabelas de subtração e de divisão, e para quase todos os conteúdos aritméticos, o cuidado deve ser evitar a mera memorização dos fatos ou princípios. A aprendizagem eficiente depende da formação de uma conexão e do uso em uma ordem que ajude à formação de outras.

Para a constituição da habilidade aritmética, era de especial interesse da Psicologia, o método de explicação, que poderia ser dedutivo ou indutivo. E esse é um

aspecto que, segundo Thorndike (1922), faz diferença para o raciocínio envolvido no entendimento da manipulação de números com dois ou mais algarismos na adição, subtração, multiplicação e divisão, por exemplo.

A explicação dedutiva sobre o entendimento das regras deve ser aceita e seguida como dedução de propriedades do sistema decimal. Por exemplo, uma multiplicação sem reserva, começa com a definição de multiplicação e da nomenclatura dos termos que a compunham: multiplicando, multiplicador e produto. Por exemplo, multiplicar 623 por 3.

$$\begin{array}{r} 623 \text{ Multiplicando} \\ \underline{3} \text{ Multiplicador} \end{array}$$

A explicação dada era que, por conveniência, fosse inscrito o multiplicador em baixo do multiplicando e se começasse a multiplicar com as unidades: três vezes três, nove. Esse valor deveria ser colocado abaixo das unidades. Depois, multiplicar-se-ia três vezes dois. O resultado deveria ser colocado no lugar das dezenas e assim continuaria a explicação até a obtenção do produto final, no caso 1896.

$$\begin{array}{r} 623 \text{ Multiplicando} \\ \underline{3} \text{ Multiplicador} \\ 1896 \quad \text{Produto} \end{array}$$

Já no caso da explicação indutiva, parte-se do entendimento originado em experiências particulares como promotoras de respostas corretas que, em geral, podem ser verificadas pelo próprio aluno por meio de uma contagem, no caso da adição; pela adição, no caso da subtração e da multiplicação; e pela multiplicação, no caso da divisão. O professor pode tomar como ponto de partida uma situação em que 32 alunos iriam participar de um piquenique. Tendo como proposta essa atividade, as questões são elaboradas, do tipo: se cada aluno comesse quatro sanduíches, quantos seriam necessários no total? E se cada um comesse três doces, quantos seriam necessários? A orientação era para que o aluno pensasse quanto era quatro vezes dois e onde ele deveria escrever o resultado. Além disso, o aluno seria instigado a provar, pela adição, que 128, era a soma de 32 quatro vezes, 64 era a soma de 32 duas e 96 era a soma de 32 três

vezes. Em seguida, o aluno faria exercícios de completar: se você somasse 3 a 32, a soma seria Se subtraísse 3 de 32, a diferença seria... . Já se você multiplicasse 3 por 32 ou 32 por 3, você encontraria ... como produto.

Thorndike (1922) defende que as crianças poderiam raciocinar sobre atividades desse tipo, entender a manipulação dos números e verificar seus próprios resultados de forma mais proveitosa do que pelo método dedutivo. O autor defende que a Aritmética como deveria ser ensinada e aprendida amplamente uma ciência indutiva.

Quais os vínculos elementares ou conexões que constituíam as funções mentais envolvidas na aprendizagem aritmética? Essa é a questão que deve orientar a análise das funções mentais envolvidas na aprendizagem aritmética, segundo Thorndike (1922), pois, para ele, o problema do ensino de Aritmética,

quando considerado à luz da Psicologia, pode ser pensado como um problema de desenvolvimento de uma hierarquia de hábitos intelectuais e torna-se, em grande medida, uma questão de escolha dos vínculos a serem formados e da descoberta da melhor ordem na qual eles deveriam ser formados e do melhor significado de formação em cada ordem (Thorndike, 1922, p. 70).

A importância da formação de hábitos ou construção de conexões era subestimada pela maioria dos professores e autores de manuais, segundo Thorndike (1922), pelo menos por dois motivos. O primeiro, pelo domínio do raciocínio dedutivo na explicação dada aos conteúdos, como o “vai um” na adição e “tomar emprestado” na subtração. Essas e outras regras aritméticas não eram deduzidas da manipulação de atividades que envolvessem conhecimentos da notação decimal. Os alunos teriam que aprender simplesmente pela visualização da ação empregada.

O segundo motivo era que os autores e a maioria das pessoas já tinham formado e usado hábitos que constituíam uma “miscelânea infeliz de conexões mentais” e, por conta disso, conseguiam até realizar operações determinando resultados corretos, mas sem compreender as regras que as alicerçavam.

O fato é que o aprendiz raramente podia e quase nunca fazia a verificação e análise de uma situação aritmética e justificava o que estava fazendo pela articulação dos princípios da dedução. Ele usualmente sentia a situação mais ou menos vaga e a respondia como tinha que ser respondido, tal qual uma situação semelhante no passado. Aritmética é, para ele, não uma doutrina lógica que poderia ser aplicada em várias situações especiais, mas um conjunto

especializado de hábitos de comportamento que serviam para obter certos tipos de quantidades e relações (Thorndike, 1922, p. 73).

Os psicólogos, à época, estavam procurando reverter esse quadro, segundo Thorndike (1922), pois não desejavam fazer da aprendizagem aritmética uma mera aquisição de hábitos desconectados, nem raciocínio como uma força mágica que trabalhava independente de hábitos comuns do pensamento. O autor, mais uma vez, reforça que o raciocínio é constituído pela organização e cooperação de vários hábitos.

A isso se opunha a velha pedagogia da Aritmética, que estabelecia uma lei geral, ou verdade, ou princípio e ordenava o aluno para aprendê-lo, dando tarefas de que ele poderia não aproveitar para entender o princípio. Já a nova pedagogia cuidava para ajudá-lo a construir conexões ou vínculos para que mais na frente, pudesse entender os princípios e analisar cada elemento do conhecimento, fazendo conexão com a mente do aprendiz, escolhendo aqueles que apresentassem experiências mais instrutivas, ordenando e racionalizando o sistema do pensamento sobre números e fatos quantitativos.

A nova pedagogia da aritmética não empregava um exemplo para servir apenas a um princípio e sim para ajudar a revisar e consolidar hábitos já adquiridos ou para facilitar a aquisição de novos hábitos. Cada detalhe do trabalho do aluno procurava fazer o máximo pela aprendizagem aritmética. Eram os princípios dessa nova pedagogia que Thorndike (1922) defendia.

Quais as principais conexões elementares a serem formadas? Segundo o autor, ao invés de tentar fornecer uma lista completa de vínculos elementares que um curso de estudo em Aritmética deveria ministrar, o melhor meio seria preparar o estudante sobre esse tema, ajudando-o a desenvolver a criatividade, deixando que ele examinasse alguns casos representativos de perda de tempo e de pouco efeito sobre a aprendizagem. Entre as conexões desejáveis e que eram frequentemente negligenciadas, Thorndike (1922) aponta:

- a) número como medida de quantidades contínuas;
- b) adições com dezenas;
- c) divisão desigual;
- d) a forma de equação;
- e) adição e subtração, no caso das frações;
- f) frações equivalentes;

- g) hábitos preventivos na divisão e multiplicação com frações;
- h) hábitos de verificação de resultados.

Para o autor, esses são exemplos de conexões recomendáveis, porque poderiam contribuir para melhorar e desenvolver aspectos que a psicologia ensina e que poderiam ser melhorados pelo estudo dos conteúdos aritméticos.

Havia para Thorndike et al (1922) vínculos estabelecidos pelo professor em sala de aula de pouco ou nenhum valor para a aprendizagem, e que, psicologicamente, eram injustificáveis, como:

- a) utilização de unidades arbitrárias;
- b) multiplicação por 11;
- c) diferenciação entre números concretos e números abstratos;
- d) cálculo de máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum;
- e) utilização de palavras raras e sem importância;
- f) utilização de problemas em que suas respostas na vida real jamais seriam conhecidas ou necessárias.

Um bom guia, para o professor ou autor de manual, de acordo com Thorndike (1922), era selecionar os vínculos, que deveriam ser formados por meio de sete regras:

- a) considerar a situação em relação ao aluno;
- b) considerar a resposta que queria conectar;
- c) formar o vínculo, sem esperar que ele surgisse por milagre;
- d) não formar dois ou três vínculos, quando um fosse suficiente;
- e) formar vínculos que depois fossem necessariamente utilizados;
- f) depois do vínculo formado, não deveria ser quebrado;
- g) favorecer as situações que a vida poderia oferecer e as respostas que exigiria.

Observa-se, portanto que para dotar os princípios sugeridos por Thorndike (1922) era necessário romper com a organização anteriormente adotada pelos “velhos” manuais, que, obedecia mais ou menos à mesma seqüência conforme apresentada pelo autor em *The new methods in Arithmetic*.

Segundo Thorndike (1921), a organização utilizada pelos “velhos métodos” só era bonita para ser vista, mas acarretava uma série de dificuldades para o aluno. Os tópicos eram distribuídos obedecendo à seguinte ordem:

Ler, escrever e entender números inteiros;
Adicionar com inteiros;
Subtrair com inteiros;
Multiplicar com inteiros;
Dividir com inteiros e moeda nacional;
Ler, escrever e entender o sistema monetário norte-americano;
Adicionar com a moeda norte-americana;
Subtrair com a moeda norte-americana;
Multiplicar com a moeda norte-americana;
Dividir com a moeda norte-americana;
Ler, escrever e entender frações;
Reduzir a fração a expressões mais simples;
Encontrar o mínimo múltiplo comum;
Adicionar frações ordinárias e números mistos;
Subtrair frações ordinárias e números mistos;
Multiplicar frações ordinárias e números mistos;
Dividir frações ordinárias e números mistos;
Ler, escrever e entender números decimais;
Transformar frações ordinárias em decimais e vice-versa;
Adicionar números decimais e números decimais mistos;
Subtrair números decimais e números decimais mistos;
Multiplicar números decimais e números decimais mistos;
Dividir números decimais e números decimais mistos;
Entender números complexos;
Reduzir números complexos em ordem ascendente e descendente;
Adicionar com medidas;
Subtrair com medidas;
Multiplicar com medidas;
Dividir com medidas;
Ler escrever e entender porcentagem;
Manipular os três casos de porcentagem: multiplicação por porcentagem;
Dividir um número por outro e expressar o resultado em porcentagem; Dividir um número por uma porcentagem para encontrar que número ele é daquela porcentagem;
Usar porcentagem no cálculo de prêmios, taxas, dividendos, etc.
Calcular raiz quadrada e raiz cúbica;

Calcular áreas de certas superfícies e o volume de certos sólidos ou da capacidade de certos recipientes (Thorndike, 1921, p.83).

Essa organização, para Thorndike (1921), não considerava a aprendizagem do aluno, ao propor que, por exemplo, fossem desenvolvidas todas as regras e princípios relacionados com a operação de adição antes de iniciar a operação de subtração. Além disso, cada operação normalmente era desenvolvida utilizando a representação de grandes quantidades, associadas a centenas, milhares e milhões, valores que não fazem parte dos afazeres cotidianos do aluno⁶.

Observa-se que a proposta para os “novos métodos” era romper com essa sistematização e ordenação aparentemente lógica e levar em consideração os princípios psicológicos. Um tópico que constituía uma unidade de ensino poderia ser separado em várias subunidades, para que fosse inserido um tipo de atividade que exercitasse habilidades já adquiridas, para que as novas conexões fossem estabelecidas. Por exemplo, Thorndike (1921) afirma que, para o aluno aprender a adição com somas até 9, o professor poderia desenvolver atividades com adição em colunas, a exemplo:

3	2	3	2	3	2	2
1	3	2	1	2	1	2
<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>4</u>

e mesmo adições como

⁶ Segundo Thorndike (1921), alguns professores começaram a discordar dessa seqüência lógica e buscaram alternativas que não resultaram em melhoria efetiva da aprendizagem. Uns organizaram os conteúdos tomando como base o sistema de numeração, de modo que os alunos deveriam aprender, por exemplo, todas as combinações possíveis de soma, subtração, multiplicação e divisão com o número 4, depois com o número 5, e assim por diante. Outros professores, para superar a distribuição dos conteúdos que iniciavam com operações difíceis e depois voltavam para conteúdos simples, exageraram na tentativa de correção, ao adotar o novo sistema em “espiral”, pelo qual o aluno aprenderia primeiro um pouco de adição, depois de subtração, multiplicação e divisão, depois um tanto mais e assim sucessivamente. A artificialidade e as restrições desse programa, para esse psicólogo, eram quase tão perturbadoras para o aluno quanto às dificuldades da primeira proposta, acrescida da perda do mérito principal do velho sistema, que era o de conduzir cada parte do aprendizado a um objetivo definido.

23	22	12	21	12
12	31	52	33	12
<u>14</u>	<u>33</u>	<u>11</u>	<u>15</u>	<u>65</u>

antes de desenvolver atividades que envolvessem operações como $5 + 5$, $6 + 4$, $4 + 6$, $7 + 3$, $3 + 7$, etc., até $9 + 9$.

Dessa forma, o aluno aplicaria um conhecimento que já possuía para a aquisição de um novo.

Parte de um tópico pode ser deslocada do lugar que ocupava, no chamado sistema “lógico”, para ser colocada em uma seqüência que facilitasse ou auxiliasse outra capacidade. Essa é uma das razões para duas mudanças dos velhos sistemas. São elas: (1) ensinar a subtração combinada com a adição e (2) ensinar cada conjunto da divisão em combinação com “tabuada” da multiplicação. Dessa forma, o aluno é auxiliado para utilizar um conhecimento já adquirido e ganhar novos conhecimentos, e também aproveita para verificar o resultado por esse novo processo (Thorndike, 1921, p. 89).

O objetivo principal dos “novos métodos” de ensino deveria ser facilitar o aprendizado, auxiliar a fixação do aprendido e sua aplicação em atividades encontradas, mesmo quando o aluno deixasse de freqüentar a escola. Por isso, a proposta era organizar o ensino em torno de situações freqüentes que exigissem solução numérica, sem prejuízo do aprendizado dos fatos e princípios aritméticos.

A preocupação do professor ou autor de livro-texto deveria ser ensinar cada princípio gradativamente, à medida que o aluno fosse colocando em prática e só, muito tempo depois, explicá-lo e justificá-lo, assegurando assim o entendimento real das regras e dos princípios. Thorndike (1921) destaca que, nesse sentido, seria fundamental que o professor ou autor de manual desenvolvesse a habilidade para selecionar, organizar e apresentar os fatos básicos, para que o aluno adquirisse confiança por meio de uma orientação segura e, pela experiência na execução das atividades propostas em sala de aula, ficasse convencido da veracidade daquilo que estava sendo anunciado.

O cuidado com a formação e fortalecimento de conexões, defende Thorndike (1922), deveria ser observado por professores na distribuição da prática em sala de aula e nos livros utilizados. A quantidade de práticas e a organização das habilidades, de

acordo com o referido autor, deveria ser foco de atenção do professor, ao verificar a distribuição das práticas.

Depois que a conexão a ser formada for escolhida, o próximo passo deveria ser a organização mais econômica de sua formação, de modo que cada um ajudasse a outros de todas as formas possíveis. No entanto, essa não era uma tarefa fácil, pois, segundo o autor, ainda era difícil jogar fora práticas anteriores relacionadas ao ensino de Aritmética. Por exemplo, tinha sido herdado, por convenção, estudar a adição de inteiros, depois a subtração, multiplicação e divisão, sem que ninguém tivesse provado que essa era a melhor ordem para a aprendizagem aritmética. Herdada também era a proposta de estudo em espiral: um pouco de adição, subtração, multiplicação e divisão, depois um pouco mais de cada, e muitos seguiam esse costume, acreditando que a mudança de um processo para o outro fosse melhor.

Segundo Thorndike (1922), certas convenções eram muito fortes e ilustravam a tendência de manter costumes que não se podiam mais justificar. A Psicologia não oferecia um caminho simples e fácil de uma melhor ordem, o que podia fazer era examinar o vínculo, pensar o que ele demandava como pré-requisito e oferecer, como ajuda para o futuro, recomendações de certas seqüências por tentativa e mensurando a eficiência de cada ordem como um meio de atingir o fim desejado.

A Psicologia poderia também oferecer, segundo esse estudioso, dados sólidos e construtivos, em muitos exemplos, pela recomendação de melhores ordenações que as que estavam em uso, propondo ordens por tentativas, que poderiam ser justificadas ou rejeitadas por testes.

Para Thorndike (1922), a distribuição da prática poderia ocorrer dentro de várias possibilidades. Mas, a melhoria na distribuição da prática só poderia ocorrer, se fosse considerada a observação feita em uma classe durante um ano, por instrumentos padrões de instrução, que poderiam revelar nova forma de distribuição sem nenhum sacrifício do interesse do aluno e com um ganho de funcionar integrado com a capacidade aritmética. No entanto, o autor afirmou que não havia ainda um instrumento que garantisse uma distribuição perfeita da prática, pois deveriam ser levadas em consideração diferenças individuais, de classes, de limite, de tempo, entre outras.

4.2.2 – A constituição das habilidades algébricas

Para a constituição das habilidades algébricas, Thorndike et al (1923) consideram que as habilidades mais significativas para um ano de curso de álgebra são:

- a) habilidade para entender fórmulas;
- b) habilidade para traduzir, dentro de uma fórmula, relações quantitativas;
- c) habilidade para “avaliar” se uma letra ou outra significava unidade na fórmula;
- d) habilidade para “resolver por” ou “mudar o conteúdo para” outra letra ou outra unidade de medida significativa de acordo com certas fórmulas;
- e) habilidade para estruturar uma equação ou conjunto, expressando problemas quantitativos que, graduados da *high-school*, encontravam, em média, uma vez em cinco anos, apresentando a situação-problema ou descrevendo claramente seu entendimento e adequação de dados;
- f) habilidade para resolver certas equações ou conjunto de equações, se são lineares ou quadráticas;
- g) habilidade para entender e representar gráfico por meio de coordenadas cartesianas, a relação de uma variável para outra; entender os fatos elementares relacionados a relações expressas por $y = ax$; $y = ax + b$; $y = x^2$; $y = ax^2 + b$; $y = ax^2 + bx + c$ e outras;
- h) habilidades para encontrar as constantes em certas equações, onde são dados os valores de x e y de dois pontos sobre a curva;
- i) habilidade para entender cálculo algébrico necessário para fórmulas e equações;
- j) habilidade para entender e usar expoentes negativos e fracionários;
- k) habilidade para usar logaritmo com multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;

- 1) habilidade para adquirir certas idéias dentro do uso da Álgebra para fórmulas que expressão relação numérica ($a \times 0 = 0$, $0 : a = 0$, etc.), certas habilidades sobre informações, especialmente o conhecimento do significado de razão, constante, variável, seno, co-seno, tangente.

Percebe-se, a partir do que expõe, depois que lista aspectos sobre a constituição das habilidades algébricas, a clara distinção que Thorndike et al (1923) faz entre o tratamento dado ao tema por matemáticos e psicólogos. Segundo ele, o “matemático pode pensar o aluno, adquirindo essas habilidades pela aprendizagem de um poucos princípios de notação, das leis dos sinais, a teoria de expoentes, o axioma e a regra geral para poder operar com números literais como opera com números naturais” (Thorndike et al, 1923, p. 226).

Já o psicólogo, mesmo ainda na tendo encontrado ainda a maneira otimizada para a constituição das habilidades pela experimentação ele pode buscar e melhorar essas habilidades.

Para o psicólogo que tenta seguir por meio das operações mentais do aluno para sua primeira solução do problema de fórmulas simples, para sua compreensão a relação parabólica, do teorema binomial, e outro, há muitos convites para experimentação, e mesmo muitos caso de melhoria podem ser realizados pela aplicação das leis da aprendizagem (Thorndike et al, 1923, p. 229).

A defesa de Thorndike (1923) pela utilização de testes experimentais é uma constante em todo o trabalho, porque, segundo ele, por meio de pesquisas era possível preencher muitas das lacunas existentes no conhecimento da psicologia da álgebra, identificando hábitos negligenciados, eliminando hábitos desnecessários e na medida do possível adaptando hábitos às “regras inflexíveis” que sustentavam os conteúdos algébricos. O entendimento adotado pelo autor é que

aprendizagem de cálculo algébrico é, e pode ser em grande medida a formação e organização de uma hierarquia de conexões mentais ou vínculos. A ciência de ensinar álgebra pode considerar quais são esses vínculos, a quantidade de prática que cada um deve ter, como essa prática poderá ser distribuída, como a ordem e os métodos de formação desses vínculos podem apresentar o máximo de facilidade e o mínimo de interferência entre eles (Thorndike et al, 1923, p. 229).

É possível identificar, em todo o trabalho de Thorndike, uma crítica à forma como as regras eram tratadas no ensino de álgebra. Segundo o autor, apesar dos conteúdos algébricos serem um caso mais favorável da aprendizagem por meio das definições, as investigações sobre a aprendizagem dos conteúdos algébricos demonstravam que o aluno aprendia com mais facilidade por meio de suas experiências concretas com letras, coeficientes, expoentes, etc. do que pelo exame das definições. “Eles aprendem mais pelo que fazem com os fatos algébricos, e pelo resultado do que eles são, do que pelo que contam a eles sobre esses fatos” (Thorndike et al, 1923, p. 242).

Por isso, para que a aprendizagem pudesse acontecer de forma mais eficiente recomendava que as atividades fossem escolhidas e organizadas de forma graduada, trabalhando com noções parciais que são aos poucos ampliadas e refinadas.

Aprendizagem de cálculo algébrico não é apenas, ou principalmente, aprendizagem de regras e como aplicá-las; aprendizagem é também a construção de uma hierarquia de hábitos ou conexões ou vínculos que clarificam, reforçam e em parte criam o entendimento de que as regras significam e quando devem ser aplicadas (Thorndike, 1923, p. 246).

Para a constituição de uma hierarquia de hábitos, conexões ou vínculos destaca-se então como fundamental, depois da escolha daquelas que devem formadas, a ordenação dos tópicos. A organização anteriormente adotada pelos “velhos” livros, segundo os autores, obedecia mais ou menos à mesma seqüência.

I
Fórmulas.
Equação.
Números positivos e negativos.;
Adição e subtração de expressões literais.
Multiplicação e divisão de números literais.
Equações lineares: problemas.
Fatores. Múltiplos. Equações resolvidas por fatoração.
Frações.
Equações fracionárias. Problemas. Fórmulas.
Proporções. Variáveis.
Sistema de equações lineares.
Raiz quadrada.
Equações quadráticas.
Sistema envolvendo equações quadráticas Expoentes.

II
Números negativos.

Expressões algébricas.
Adição.
Subtração.
Multiplicação.
Divisão.
Equações simples com uma quantidade desconhecida.
Produtos e quocientes especiais.
Fatores. Equações resolvidas por fatoração.
Frações.
Equações fracionárias simples.
Gráficos.
Potenciação e radiciação.
Equações quadráticas.
Equações quadráticas simultâneas.
Completando raízes e potências.
Progressões.
Teorema binomial.
Logaritmos.
(Thorndike et al, 1923, p. 305).

De acordo com os autores, seqüências desse tipo serviam mais para a contemplação do que para o desenvolvimento das habilidades. Os conteúdos, nesse caso são divididos em tópicos, e esses em subtópicos. Cada tópico desses normalmente obedecia a uma seqüência lógica dos significados de todos os novos conceitos que aparecem. Por exemplo, a seqüência para tratar equações a primeira vez que esse conteúdo aparecia nos velhos livros, segundo o autor, era a seguinte: a) equação; b) identidade, c) equações sob condições; d) quantidade desconhecidas; e) raízes de uma equação; f) membro direito e esquerdo; g) solução de uma equação; g) axioma; i) declaração formal dos quatro primeiros axiomas das equações.

Para Thorndike et al (1923) com seqüência desse tipo a mente do aluno ficava sobrecarregada com novos conceitos que ele, realmente não entendia até que tivessem sido apresentados exemplos sobre o tópico. Por exemplo, provavelmente informar ao aluno que $3ab^2$ é um monômio não faz nenhum sentido até que ele tenha que utilizar cálculos envolvendo polinômios.

Para superar situações desse tipo, o autor e seus colaboradores propõem que professores e autores de livros-texto utilizassem as ferramentas, os princípios da psicologia para efetuar experimentações e encontrar uma seqüência mais adequada para apresentar os tópicos ao aluno. E como existe a possibilidade de que várias organizações tenham um resultado efetivo sobre a aprendizagem, é necessário que cada uma delas

seja submetida à experimentação para que a eficácia seja comprovada ou não por meio de instrumentos de medidas.

O exemplo que segue é uma proposta de organização dos conteúdos, apresentada pelos autores, levando em consideração os princípios da Psicologia.

Divisão A: A fórmula

(Com certos conceitos e cálculos de manipulação que são necessários)

1. Fórmulas fáceis.
 - a. Compreensão.
 - b. Avaliação.
 - c. Construção.
2. Fórmulas com parênteses e frações complexas. (como descrito anteriormente)
3. Fórmulas contendo radicais (como descrito anteriormente)
4. Fórmulas com quantidades abstratas (como descrito anteriormente)
5. Fórmulas com números negativos (como descrito anteriormente).
6. Fórmulas: “mudando o tema”.

Divisão B: o problema

Problema quantitativo pode ser resolvido pela estruturação de fórmulas especiais ou conjunto de fórmulas e resolvê-lo.

7. Problemas originais com um valor desconhecido.
8. Problemas originais com dois ou mais valores desconhecidos.
 - a. Solução por substituição.
 - b. Solução por adição e subtração.

Divisão C: relação entre variáveis

9. Gráficos estatísticos.
 - a. compreender e interpretar o gráfico sobre problemas reais, por exemplo, com custo de vida, crescimento populacional, curvas práticas apenas no quadrante + +.
 - b. Construir gráfico.
10. Gráficos matemáticos.
 - a. Sistema de coordenadas cartesianas com extensão para os quadrantes -+, --, =-
 - b. curvas importantes, e.g, $y = Kx$, $y = k\%$ de x , $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = x^3$, $y = \sqrt[3]{x}$.
11. proporção direta e inversa.
 - a. equação $y = Kx$ e gráfico.
 - b. equação $y = k/x$ e gráfico.
12. O gráfico linear geral.
 - a. equação $y = kx + b$.
13. Equações lineares simultâneas.
 - a. Para encontrar constantes para uma equação linear geral $y = kx + b$, dados dois conjuntos de valores para x e y .
14. raiz quadrada.
 - a. de números.
 - b. de trinômios.
15. Razão trigonométrica.
 - a. tangente, seno, co-seno de ângulos localizado no primeiro quadrante.

16. Logaritmos
a de teoria dos logaritmos. Base para o gráfico $y = 10^x$
17. Equação quadrática com um valor desconhecido.
 - a. Por gráfico.
 - b. Pela complementação dos quadrados.Pela fórmula
18. A noção geral de variação: resumo e sistematização.

Divisão D: Fórmulas abstratas.

- 19 As progressões:
 - a. aritméticas.
 - b) geométricas.
20. Expoentes fracionários e negativos.
21. O teorema binomial.
- 22 . Fórmulas abstratas.
(Thorndike et al, 1923, p. 309).

A justificativa dos autores para essa proposta é que ela difere das organizações até então em voga, principalmente pelos seguintes aspectos:

- a) simbolismo e cálculo são utilizados como um instrumento para o entendimento, avaliação, estruturação e transformação das fórmulas;
- b) frações e radicais são introduzidos mais cedo, avaliação das fórmulas tomam o lugar de resolução de muitas equações numéricas e colocam o tópico sobre fórmulas no lugar de uma equação literal abstrata;
- c) aos gráficos lineares seguem uma seqüência de gráficos com outras curvas;
- d) o principal uso da equação simultânea de primeiro grau é determinar as constantes na equação linear de duas variáveis, $y = ax + b$, com dois conjuntos de valores conhecidos para x e y ;
- e) o principal uso de expressão quadrática é para resolver expressões do tipo $ax^2 + bx + c$ não é para resolver a equação $ax^2 + bx + c = 0$, mas para determinar as constantes em $y = ax^2 + bx + c$, quando três pares de valores de x e y já fornecidos. Dessa forma a solução de equações simultâneas com três valores desconhecidos torna-se importante;

- f) a simplificação de radicais é uma tentativa para dominar partes úteis da álgebra, e a utilização de radicais simples pode substituir a manipulação de polinômios complicados, como se fazia anteriormente. Esses exemplos são úteis porque permitem aplicação original de técnicas algébricas, por exemplo para encontrar o valor da diagonal de um quadrado retângulo, a altura de um triângulo e facilita o cálculo de razões trigonométricas quando é fornecido o ângulo.

Ainda segundo Thorndike et al (1923), não foram apresentados os fatos psicológicos que justificavam a ordem proposta, mas a opção se justifica porque em muitos envolve um balanço anterior do que era bom e do que não era. Além disso, a época existia muitos estudiosos engajados em descobrir os méritos e deméritos dessa proposta pela experimentação. Ao que parece, esse pelo menos foi um dos motivos pelo qual só depois de quatro anos foi publicado *The Thorndike Álgebra*, manual que, pelo que é dado a perceber pela apresentação efetuada em capítulo precedente, Thorndike aplicou os resultados de sua experimentação tanto em relação à organização dos conteúdos algébricos quanto na elaboração das atividades.

Para uma compreensão da natureza, constituição e hierarquização das habilidades matemáticas Thorndike efetuou mensuração por meio do uso de testes.

Capítulo V

Edward Lee Thorndike e os “testes” utilizados para conformação de um padrão para o ensino de Matemática

“Tudo que existe, existe em alguma quantidade. Conhecer algo completamente inclui conhecer sua quantidade bem como sua qualidade”. Essa sentença proferida por Edward Lee Thorndike em 1918, é segundo Robert L. Thorndike, representativa da opção do pai, pelos estudos quantitativos. Segundo Thorndike (1991), muito da carreira profissional do pai, tinha sido dedicada à tarefa de reunir e analisar dados baseados na quantificação e hierarquização.

Mesmo quando foi para Harvard sua expectativa ainda era tornar-se um professor de Literatura Inglesa. William James o converteu em um psicólogo, mas James não era um quantificador. Só como um estudante de doutorado em Columbia é que meu pai conseguiu desvendar as estatísticas e converte-se em um devoto dos métodos estatísticos. Um relato completo do seu movimento dentro dessa nova fase pode ser encontrado na publicação de 1904, *Introduction to a theory of mental measurement*, volume que se tornou uma bíblia da psicometria e estatística para uma geração de estudantes de graduação em educação, e com algum grau de extensão para a psicologia (Thorndike, 1991, p. 140).

Verifica-se, pelo exame do livro *An introduction to the theory of mental and social measurements*, publicado em 1904, que nos primeiros anos do século XX, ainda era precário tanto o uso quanto os instrumentos utilizados para efetuar a mensuração de fatos relacionados à natureza humana. Segundo Thorndike (1904), a experiência tinha mostrado que os fatos da natureza humana podiam ser objeto da ciência quantitativa, mas a utilização direta dos métodos transferidos das ciências físicas ou da aritmética comercial para procedimentos relacionados a aspectos da vida humana resultava freqüentemente em procedimento falacioso.

Ainda segundo o autor, era difícil ensinar estudantes a utilizarem os instrumentos de medidas de forma adequada para coletar evidências quantitativas, porque os livros, que poderiam tomar como referência, aplicavam fórmulas que exigiam conhecimento de álgebra abstrata e muito especializada. A maioria dos livros não apresentavam informações sobre como efetuar medidas mentais, tema necessário a maioria dos estudantes de educação e psicologia.

No livro citado, Thorndike (1904) critica também a bibliografia disponível sobre métodos de mensuração por apresentar o conteúdo de forma a que apenas poucos estudantes

de Psicologia, Sociologia, Economia ou Educação poderiam compreendê-lo; supunha que, provavelmente, desses estudantes, alguns ainda precisariam da ajuda de um matemático para compreender as fórmulas utilizadas. Os estudos existentes sobre a teoria geral da mente acrescentavam vários temas sobre o tratamento quantitativo da natureza humana, mas segundo Thorndike (1904), serviam para professores experientes; ou seja, não eram estudos adequados para os estudantes aplicarem e desenvolverem suas próprias pesquisas.

Advoga que era mais importante o senso de saber quando e como utilizar os métodos estatísticos do que conhecer o método por ele mesmo. Por isso, era fundamental que, em associação com os princípios estabelecidos pelo método, fossem apresentados casos concretos que pudessem demonstrar como esses princípios poderiam ser aplicados. A utilização de exemplos oriundos da economia, educação, biologia ou da antropometria poderia ser feita para a mensuração em geral por meio da utilização de procedimentos técnicos similares.

Percebe-se, no entanto, que o autor destaca que os instrumentos de mensuração não deveriam ser utilizados apenas para tabular dados, era necessário que a partir das evidências coletadas sobre qualquer tema, fossem construídos argumentos claros e enfáticos. “Estatística é, ou deveria ser, alguma coisa mais do que tabulação e cálculo” (Thorndike, 1904, p. 4).

Além desses aspectos já destacados, Thorndike (1904) apresenta como uma das maiores dificuldades relacionada a mensuração mental, a inexistência ou imperfeição de unidade para efetuar a mensuração. Pois, da mesma forma que o físico necessita medir quantidades, estabelecer diferenças e relações, o psicólogo também precisa, por exemplo, medir acuidade visual, mudanças na acuidade devido à idade e a relação entre acuidade visual e habilidade para soletrar.

O problema em relação à utilização de mensuração por parte do psicólogo residia na ausência ou imperfeição das unidades de medidas; na falta de frequência dos fatos medidos e na extrema complexidade das medidas realizadas. Por exemplo, como medir a habilidade de uma criança de dez anos de idade para escrever? Qual o instrumento adequado para mensurar habilidades desse tipo?

Para solucionar o problema da indefinição de unidades adequadas nos estudos quantitativos da ciência da mente, Thorndike (1904) apresenta a definição de unidades e escalas. O autor adverte que, para o uso científico de tal recurso, uma primeira providência deveria ser tomada: definir o significado da unidade adotada como referente e o que

representava o marco “zero” a partir do qual os demais cálculos seriam efetuados. Dessa forma, todos que analisassem os dados sistematizados a partir do uso da escala saberiam exatamente “o que” e em “relação a que” uma determinada “habilidade” estava sendo medida. “A série de fatos utilizados, como uma escala, devem apresentar a variação ou qualidade de algo de um mesmo tipo” (Thorndike, 1904, p. 13).

Para Thorndike (1904), o tempo disponível para efetuar a mensuração, e a habilidade necessária para comparar ou igualar um fato com a escala pela qual algo estava sendo medido, variava grandemente, de acordo com a escala utilizada. Por exemplo, medir o comprimento da cabeça de um homem com régua é mais difícil do que com uma trena, ou ainda medir a beleza de uma série formada por desenhos de um águia pode ser mais fácil se a série analisada representar o desenho de uma mesma águia do que se a série for formada por desenhos de águias diferentes.

Medir pela quantificação de uma mesma unidade tem sido tema de grande desenvolvimento para auxiliar a ciência física, enquanto que medidas pela posição relativa têm sido comparativamente negligenciadas, embora para a ciência mental elas sejam de máxima importância. O uso que já tem sido feito por Galton, Cattell e outros fornecem indicativos de que o valor de uma medida para a qual a mais simples e a mais complexa característica semelhante poderiam no futuro ser mais apreciada (Thorndike, 1904, p. 24).

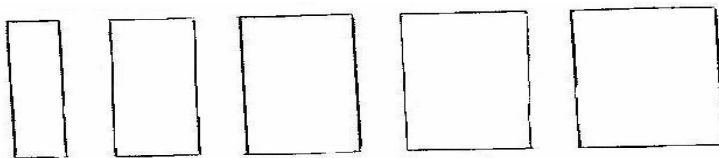
Nessa citação dois aspectos merecem destaque. O primeiro diz respeito a referência aos trabalhos desenvolvidos por Cattell e Galton, que, como já apresentados anteriormente pelo próprio Thorndike (1949) e por seus biógrafos, esses são os principais responsáveis ou os que mais contribuíram pela opção dele em fazer investimentos de pesquisas associados à mensuração.

O segundo aspecto que merece destaque é a menção ao tipo de escala mais adequado à ciência da mente. Para elaboração de uma escala o fundamental é que a unidade escolhida fosse bem definida de modo que fosse compreensiva e de significado. Por exemplo, no teste de apreciação estética, a exemplo do que está exposto no artigo *Tests of esthetics appreciation* (1916) o autor afirma ser

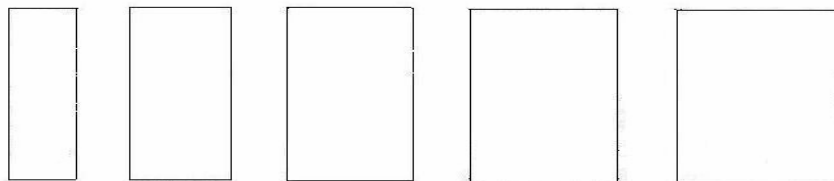
desejável ter o significado para medir avaliação estética com conteúdos variados, para estudos teóricos de sua natureza e correlação, e para certos propósitos práticos como testes de instrução ou orientação vocacional. Um dos significados mais

adequados para certas medidas é a classificação em séries graduadas do mérito estético para ser ordenado, a habilidade pessoal sendo mensurada inversamente pela soma dos desvios da ordem correta. Mesmo certas séries graduadas são apresentadas juntas com o que é conhecido do mérito estético de cada espécie em cada série (Thorndike, 1916, p. 209).

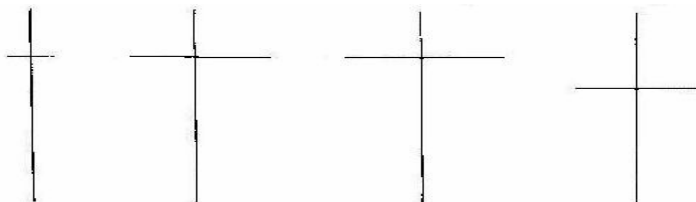
Segundo o autor, o uso de conteúdos como os que haviam sido utilizados para construir as séries poderia ser proveitoso até que algo melhor fosse construído. As séries são seqüenciadas e formadas por retângulos, cruzes e desenhos e a orientação fornecida ao aluno era “Examine os retângulos (cruzes, desenhos). Marque com um (1) aquele desenho que você pensa ser o melhor de olhar, marque com 2 o que você pensar ser o segundo melhor de olhar e assim por diante para 3 e 4 e 5” (Thorndike, 1916, p. 512).



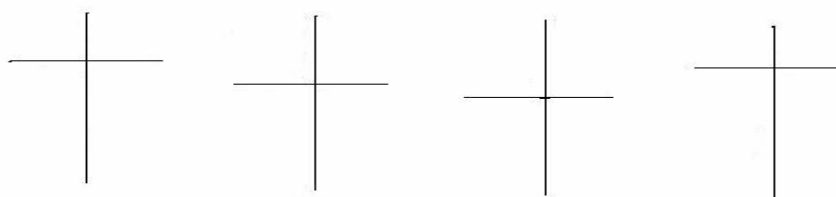
Chamando os retângulos da esquerda para a direita de 1, 2, 3, 4, 5, a ordem correta pelo consenso é 3, 4, 2, 5, 1.



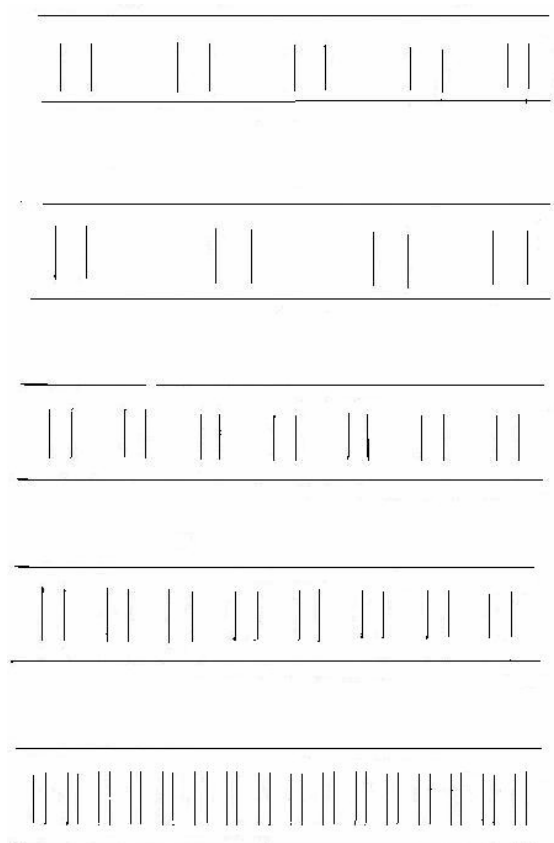
Chamando os retângulos da esquerda para a direita de 1, 2, 3, 4, 5, a ordem correta pelo consenso é 3, 2, 4, 1. 5.



Chamando as cruces da esquerda para a direita de 1, 2, 3, 4 a ordem correta pelo consenso é 3, 2, 4, 1.



Chamando as cruces da esquerda para a direita de 1, 2, 3, 4, a ordem correta pelo consenso é 4, 1, 2, 3.



Chamando os desenhos de cima para baixo de 1, 2, 3, 4, 5, a ordem correta pelo consenso é 3, 4, 1, 2, 5,

Segundo o autor, a contagem dos resultados da soma dos deslocamentos da ordem correta poderia ser adequada para vários dos propósitos se esses testes fossem utilizado como testes de instrução ou orientação vocacional. Para um resultado mais exato os experimentos poderiam ser

tratados como se fossem uma serie de comparações de pares e os resultados avaliados como um experimento regular de “casos corretos e errados” (cf. Thorndike, 1916, p.513)¹.

Thorndike (1916) não fornece explicações do motivo pelo qual desenvolveu testes sobre habilidades estéticas, mas Metzler (1912) coloca que um dos objetivos do ensino de Geometria é desenvolver a habilidade estética não apenas porque a Geometria possui belas formas, mas pela idéia e método, ela poderia cultivar o senso de organização e precisão.

Constata-se, pelo exame da bibliografia produzida por Thorndike até 1930, que ele elaborou, produziu e aplicou testes para mensuração aspectos relacionados a variados temas como leitura e escrita, conteúdos matemáticos e principalmente sobre aqueles relacionados à função mental, como pode ser constatado na pequena amostra apresentadas nos quadros que seguem.

QUADRO 5.1

ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA APRENDIZAGEM DE ESCRITA E DE LEITURA

<i>Temática</i>	<i>Ano</i>	<i>Título</i>
Escrita	1911	<i>A scale for merit in English writing by young people.</i>
Escrita	1914	<i>Teacher's estimates of the quality of specimens of Handwriting.</i>
Escrita	1922	<i>Handwriting.</i>
Leitura	1914	The measurement of ability in reading – preliminary scales and tests.
Leitura	1914	<i>The measurement of ability in reading.</i>
Leitura	1915	<i>An improved scale for measuring ability in reading.</i>
Leitura	1916	<i>An improved scale for measuring ability in reading.</i>
Leitura	1917	<i>Reading as reasoning: a study of mistakes in paragraph reading.</i>
Leitura	1917	<i>The psychology of thinking in the case of reading.</i>
Leitura	1917	<i>The understanding of sentences: a study of errors in Reading.</i>

Fonte: Bibliografia de Thorndike.

¹ Em *Individual differences in judgments of the beauty of simple forms* (1917) o autor utiliza basicamente as mesmas séries com o acréscimo de uma formada por triângulos.

QUADRO 5.2
ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA
COMPREENSÃO DO SIGNIFICADO DE FUNÇÃO MENTAL

<i>Temática</i>	<i>Ano</i>	<i>Título</i>
Função mental	1908	<i>The effect of practice in the case of a purely intellectual function.</i>
Função mental	1914	<i>Repetition versus recall in memorizing vocabularies.</i>
Função mental	1916	<i>Notes on practice, improvability, and the curve of Work.</i>
Função mental	1920	<i>Intelligence examinations for college entrance.</i>
Função mental	1920	<i>The Reliability and significance of tests of Intelligence.</i>
Função mental	1922	<i>The effect of changed data upon reasoning.</i>
Função mental	1922	<i>Practice effects in intelligence tests.</i>
Função mental	1923	<i>On the improvement in intelligence scores from fourteen to eighteen.</i>
Função mental	1923	<i>The variability of an individual in repetitions of the same task.</i>
Função mental	1924	<i>The selection of tasks of equal difficulty by a consensus of opinion.</i>
Função mental	1924	<i>Mental discipline in high school studies.</i>
Função mental	1924	<i>The disciplinary values of studies in the opinion of students.</i>
Função mental	1924	<i>On the form of distribution of intellect in the ninth grade.</i>
Função mental	1925	<i>The improvement of mental measurements.</i>
Função mental	1927	<i>A theory of the action of the after-effects of a connection upon.</i>
Função mental	1927	<i>A second study of mental discipline in High School studies.</i>
Função mental	1928	<i>The testing movement in the light of recent research.</i>
Função mental	1928	<i>The influence of repetition of a series upon the omission of its intermediate terms.</i>

Fonte: Bibliografia de Thorndike.

QUADRO 5.3

ARTIGOS QUE TRATAM SOBRE USO DE TESTE PARA APRENDIZAGEM DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

<i>Temática</i>	<i>Ano</i>	<i>Título</i>
Conteúdos matemáticos	1914	<i>An experiment in grading problems in algebra.</i>
Conteúdos matemáticos	1914	<i>Some results of practice in addition under school conditions.</i>
Conteúdos matemáticos	1915	<i>A note on failure of educated persons to understand simple geometrical facts.</i>
Conteúdos matemáticos	1916	<i>Tests of Esthetic appreciation.</i>
Conteúdos matemáticos	1917	<i>Individual differences in judgments of beauty of simple forms.</i>
Conteúdos matemáticos	1917	<i>On the function of visual imagery and its measurement from individual reports.</i>
Conteúdos matemáticos	1921	<i>The constitution of arithmetical abilities.</i>
Conteúdos matemáticos	1921	<i>The psychology of drill in Arithmetic: the amount of practice.</i>
Conteúdos matemáticos	1922	<i>The psychology of problem solving.</i>
Conteúdos matemáticos	1922	<i>The strength of the mental connections formed in algebra.</i>
Conteúdos matemáticos	1922	<i>The constitution of algebraic abilities.</i>
Conteúdos matemáticos	1922	<i>The psychology of the equation.</i>
Conteúdos matemáticos	1922	<i>The nature of algebraic abilities.</i>

Fonte: Bibliografia de Thorndike.

Observa-se, pelos exames desses e de outros artigos, que Thorndike não se contentava em pesquisar o tema uma vez e depois tomar suas constatações como princípios imutáveis. Muitas vezes ele mesmo põe em dúvida seus resultados, por exemplo, em 1924 ele fez um experimento sobre disciplina mental na *high school*, em 1927 ele trata de mais uma vez de examinar o tema. E, essa é uma constante em sua conduta como investigador da ciência da mente. A busca por instrumentos para mensurar o valor disciplinar dos conteúdos pode ser

identificada em quase todos os seus estudos, afinal herdeiro de Willian James ele procurou tratar dos temas que o interessava por meio da identificação de evidências.

Pois, segundo Thorndike (1922, p. 269) a “transferência de treinamento mental e o valor disciplinar dos tópicos que eram estudados mereciam muito mais investigação e atenção do que o que eles vinham recebendo”. Essa declaração, segundo ele seria ponto de concordância entre profissionais da psicologia e em educação e muitos argumentos poderiam ser apresentados para comprová-la. No entanto, ele tomava com ponto de partida o fato de que o direcionamento prático a utilidade e o valor como informação de certos estudos escolares apresentava pouco retorno quando comparado com o que seria esperado do seu valor disciplinar. O ensino de Álgebra, por exemplo, não apresentava quando examinado por instrumento de medida a eficiência que lhe era atribuída como valor disciplinar.

Em álgebra, certas habilidades como a habilidade para entender fórmulas simples, ou ler um gráfico expressando a relação de uma variável e outra, são freqüentemente úteis na leitura em geral e nos estudo das ciências, (...) mas a utilidade diminui muito rapidamente com o aprofundamento do conhecimento algébrico (Thorndike, 1922, p. 269).

Verifica-se, que o autor busca por meio de investigações sobre o ensino dos conteúdos algébricos não apenas buscar meios para facilitar a aprendizagem dos mesmos, mas também em identificar de que forma esses conteúdos podem contribuir para outras ciências. O autor dedica especial atenção aos conteúdos algébricos para reunir argumentos, cada vez mais argumentos contra a teoria da disciplina mental. Por isso, ele afirma que procurava construir instrumentos para medir aquelas habilidades, relacionadas ao simbolismo, generalização, relação, seleção e organização, com os dados algébricos e com dados diferentes de números, letras, fórmulas, equações e curvas da álgebra (cf. Thorndike, 1922, p. 269).

Não só sobre os conteúdos algébricos, mas sobre os conteúdos escolares verifica-se que ele tem uma preocupação em elaborar testes que permitam instituir uma psicologia da leitura, ou da resolução de problemas ou da equação. Essa preocupação de Thorndike em constituir uma psicologia, deve-se ao entendimento dele, de que a Psicologia poderia contribuir com a Educação, e de forma científica.

No texto *The contribution of Psychology to Education*, publicado em 1910, Thorndike (1910) destaca a contribuição que a Psicologia podia fornecer à Educação, auxiliando na definição dos objetivos e na forma de alcançá-los, no material, nos meios e métodos utilizados. Sobre os métodos, por exemplo, a Psicologia, segundo ele, poderia contribuir de três maneiras:

1. os métodos poderiam ser deduzidos diretamente da natureza humana. Por exemplo, a psicologia pode inferir que a dificuldade que o aluno tem em aprender a dividir por uma fração deve-se, em grande parte, a hábito anterior, estabelecido por todas as vezes que fez ou viu uma divisão ser realizada. O hábito formado é que, em uma divisão, o resultado diminui ou o é menor do que o que foi dividido anteriormente. Nesse caso, o método pode ser selecionado de forma a reduzir essa interferência do velho hábito sem, no entanto, enfraquecê-lo;
2. os métodos poderiam ser escolhidos da experiência atual de trabalho, sem levar em consideração a psicologia, como um ponto de partida. Verificar que, na *elementary school*, uma classe com quinze alunos para um professor atinge melhor resultado que uma classe com três ou com trinta alunos; que a vida familiar é melhor que a vida institucional nos efeitos sobre o caráter e senso de iniciativa; que aprender uma língua estrangeira a partir de uma discussão simples é melhor do que traduzir obra-prima que trata de subtítulos e tópicos complexos. Mesmo nesses casos, a psicologia pode explicar porque um método pode ser bem sucedido ou não.
3. em todos os casos, a psicologia, pelo método de medir conhecimento e capacidade, pode sugerir significados para testar e verificar ou refutar a alegação de um determinado método. “Psicologia que ensina como medir mudanças na natureza humana, ensina-nos como decidir exatamente o que o resultado de um método de ensino significa” (cf. Thorndike, 1910, p. 7).

Verifica-se, pelo exame da bibliografia produzida por Thorndike, que vários de seus estudos são dedicados a explicitar formas de como a Psicologia poderia contribuir para o aperfeiçoamento ou superação de problemas relacionados à Educação.

Utilizar medidas em educação é uma bandeira de luta o autor reapresenta em vários outros estudos. No artigo denominado *Quantitative investigations in education: with special reference to co-operation within this association*, Thorndike (1911) reapresenta a ausência de unidade própria e escala como uma dificuldade de utilizar métodos quantitativos em educação. Mas, ressalta e aponta a contribuição que os métodos quantitativos poderiam fornecer se tomados como investimentos de pesquisas experimentais para classificar os problemas relacionados: a) ao material, ou sujeitos, ou indivíduos que precisam ser mudados ou educados; b) aos objetivos da educação, ou a natureza e quantidade de mudança a serem produzidas nesses indivíduos; c) aos agentes, professores e outros; d) aos meios - construções, livros, laboratórios etc. e) aos métodos, pelos esses agentes usam os meios e f) as mudanças resultantes de cada combinação de agentes, meios e métodos agindo sobre cada tipo de indivíduo a ser educado.

Reiteradas vezes Thorndike (1911) defende que a educação poderia ser mais eficiente se todos esses aspectos a ela relacionados fossem temas de investigações, não apenas uma vez, mas tantas vezes quanto fosse necessário para identificar os problemas associados a cada tema e as possibilidades de superá-los por meio de novos experimentos.

5.1 – O aumento do uso de testes

A recomendação de Thorndike sobre a necessidade de se efetuar mensuração nos vários aspectos relacionados à educação parece ter surtido algum efeito. Constata-se, pelo que está exposto no *Report The Arithmetic Committee*, adotado como sugestão para o ensino de aritmética pela *The Association of Teachers of Mathematics in the Middle States and Maryland at the New York Meeting*, em novembro de 1914, que durante os últimos anos

as palavras mais utilizadas nos círculos profissionais e negócios são “efficiency” [eficiência] e “standardization” [padronização]. O mais antigo padrão profissional é o da eficiência da engenharia. Se sua atividade é focalizada sobre uma cidade ou sobre uma universidade, é dito para fazer um *survey*. Menos pretensiosos são as numerosas investigações e experimentos, muitos dos quais envolvem grande gasto de tempo,

pensamento, atenção, e estão aumentando em periódicos pedagógicos (*Report f The Arithmetic Committee*, 1914).

Pelo que consta no relatório mesmo nos periódicos era possível encontrar um balanço de testes adotados por programas de curso e livro, para verificar a rapidez e precisão na aprendizagem dos conteúdos, e essa é uma prática que não estava afetando todos os setores da sociedade norte-americana.

Os membros desse *Committee* chegaram à conclusão de que, diante da diversidade de propostas já existentes, de testes para medir rapidez e precisão na aprendizagem, e diante da impossibilidade de conseguir inaugurar um novo tipo de experimentação, optaram por chamar atenção dos membros da associação em termos de indicar alguns estudos experimentais já existentes.

No referido relatório, os membros do comitê destacam que, à época, os programas dos cursos tinham sido planejados com a hipótese de que as operações elementares eram completamente dominadas nas primeiras quatro séries da escola elementar, só que as investigações realizadas indicavam que isso não estava acontecendo. Existia uma ampla divergência sobre a habilidade para somar, subtrair, multiplicar e dividir em todas as séries mais avançadas e na *high school*. Por isso, os membros do comitê fizeram sugestões do tipo:

- a) Pedagogia experimental deveria ser incentivada e os professores poderiam investigar, de maneira científica, muitas das questões relacionadas ao ensino de Aritmética;
- b) *standards* em muitas escolas para calcular velocidade e precisão nas operações fundamentais, como o teste de Courtis, são úteis para medir a habilidade individual do aluno e a capacidade pedagógica do professor;
- c) como, embora já fosse possível identificar grande avanço no desejo de melhorar a rapidez e precisão nas escolas americanas, ainda existia muitos professores que conservavam na mente, que a capacidade mecânica em Aritmética era apenas uma parte complexa do treinamento que o bom ensino dos conteúdos aritméticos deveria fornecer. Entre as muitas qualidades desejadas, estavam a capacidade de análise e dedução lógica, a distinção entre causa e efeito, clareza e precisão de pensamento e padronização, sempre como objetivos de todo professor;

- d) existiam, sem dúvida, muitos fatores no ensino de Aritmética que não era possível de ser separados e tabulados numericamente. Outros fatores envolviam medidas complexas. Por isso, a recomendação dos membros do *Committee* para os professores, individualmente e em sistemas escolares, era para que aplicassem testes, amplamente, e comparassem com os resultados já existentes.

O relatório é concluído com a afirmação de que os testes já aplicados haviam identificado graves problemas técnicos, no que diz respeito ao ensino de Aritmética, em muitas escolas. Além disso, muitos tipos de testes poderiam ser utilizados como uma ferramenta para identificar os problemas e tornar possível a correção dos defeitos no ensino, supervisão e organização das escolas.

Em relação ao crescente uso de testes, Thorndike (1924c), um defensor contumaz da utilização desse recurso, fez a seguinte advertência:

O movimento dos testes está sendo atrapalhado por seu próprio sucesso. Pessoas não qualificadas pela experiência ou treinamento estão produzindo, administrando, avaliando e interpretando testes. Cautela nas conclusões e verificação cuidadosa contra critérios já estabelecidos é necessária quando o resultado dos testes é utilizado para mudar métodos e procedimentos ou para decidir a classificação do aluno (Thorndike, 1924c, p. 93).

Thorndike (1924c) afirma ainda que, pelo grande quantitativo de testes já existentes, a época, melhor que criar novos instrumentos de medidas, era aperfeiçoar o que já havia.

Normas precisam de revisão por causa de mudanças nas condições escolares e nas técnicas de ensino. Itens dos testes necessitam de reavaliação e revisão. Elementos ambíguos e inválidos poderiam ser descartados e substituídos por elementos cuidadosamente *standardized* [padronizados] e testados por rigorosa experimentação. Isso exige tempo, trabalho e dinheiro, bem como perspicácia, para acompanhar de forma satisfatória, e necessariamente, a capacidade de *experts* treinados (Thorndike, 1924c, p. 93).

Outro aspecto destacado como negativo e que indicava que os testes estavam sendo utilizados de forma inadequada é, para Thorndike (1924c), que o uso dos testes estava sendo mais útil para administradores e supervisores escolares do que para o professor e o aluno. Os testes eram aplicados, os dados tabulados, as conclusões sistematizadas e utilizadas por supervisores e os métodos eram revistos pelos professores por causa dos resultados. Mas o

aluno, que escreveu o teste, não era informado dos resultados, exceto em alguns casos em que os resultados não haviam sido satisfatórias. Segundo Thorndike (1924c), os testes deveriam ser utilizados como uma forma para que o aluno tivesse conhecimento de sua eficiência pessoal pelo conhecimento da posição que eles tinham alcançado nos vários tipos de testes escolares e das mudanças que efetivamente tinham ocorrido.

A necessidade por meio da mensuração de se definir as mudanças proporcionadas pela educação, já havia sido tema também no artigo *Measurement in Education*, no qual Thorndike (p. 371, 1921) afirma que a

tarefa da educação é fazer mudanças nos seres humanos. Nós, professores e aprendizes poderíamos utilizar nosso tempo esse ano para fazer a nós mesmos e os outros diferentes, pensando e sentindo e agindo de uma maneira nova e melhor. Essas salas de aula, laboratórios, e bibliotecas são ferramentas para ajudar na mudança da natureza humana para melhor em relação ao conhecimento, sentimentos e capacidade. Para o domínio dessa tarefa é necessário definir quais as mudanças a serem feitas e de que maneira elas poderão ocorrer. De forma a torná-la definida com exatidão, esse conhecimento do produto educacional e os propósitos educacionais podem torna-se quantitativos, tomando a forma de mensuração.

Observa-se, que mais uma vez Thorndike (1921) advogava em favor da necessidade de mensurar as mudanças ocorridas na educação e um aspecto que se destaca nessa citação é que ele toma todos os ambientes da escola como instrumentos para que a tarefa da educação fosse cumprida. Mas, segundo o autor, para que essas mudanças se efetivassem era necessário conhecer exatamente quais as mudanças que deveriam ser efetuadas e como elas eram compostas. E principalmente utilizar medidas adequadas.

O primeiro passo para estabelecer certas unidades dos produtos educacionais, e para projetar instrumentos adequados para medi-los com precisão racional foram tomados doze anos atrás [1909]. O trabalho começou naturalmente muito simples com conteúdos como relacionados à leitura, escrita, ortografia e aritmética, que era em grande parte a tarefa de quinze milhões de crianças nesse país [Estados Unidos] em todos os anos. As hipóteses e experimentos envolvidos para estabelecer certas unidades e escalas são algumas vezes intrincados e elaborados, para apresentação técnica e oral, mas a própria natureza da escala deve ser prontamente ilustrada (Thorndike, 1921, p. 373).

Observa-se, nessa citação além do marco cronológico indicado pelo autor para utilização dos instrumentos – testes, de forma racional, a necessidade de que as unidades e escalas fossem passíveis de serem entendidas prontamente por todos que a ela tem acesso.

Segundo o autor essas unidades e escalas poderiam ser aperfeiçoadas pelo trabalho conjunto de psicólogos e profissionais da educação. “As duas ciências estão também cooperando no planejamento de testes sobre várias capacidades escolares, como as capacidades para aprender aritmética, a capacidade para aprender ortografia, ou a capacidade para aprender Latim” (Thorndike, 1921p. 374).

Ainda segundo o autor, mensurar a capacidade do aluno em unidades mais ou menos padronizadas em unidades psicológicas e educacionais, a época já havia se tornado uma característica da escola elementar. E que o número de mensuração efetuada durante um ano sobre leitura, escrita, ortografia, aritmética, história e geografia provavelmente excedia a dois milhões². Talvez por isso Thorndike (1924) tenha alertado para o fato de que o movimento dos testes estava sendo prejudicado, pois para que esse quantitativo fosse atingido muito provavelmente necessitava de pessoas para elaborar, aplicar e avaliar os resultado dos testes e essas tarefas nem sempre estava sendo efetuada de forma adequada.

5.2 – Os testes utilizados nos manuais destinados ao aluno

Pelo exame dos manuais destinados aos conteúdos matemáticos, pode-se afirmar que em *The Thorndike Arithmetics* e *The Thordike Algebra* o autor fez uso dos testes e em *The new methods of Arithmetic*, *The Psychology of Arithmetic* e *The Thorndike Algebra* o autor fez a defesa do uso dos testes em relação aos conteúdos matemáticos. Segundo Thorndike (1922, p. 27)

uma das melhores maneiras de ter a clara noção de quais funções a escola poderia desenvolver e melhorar era conseguir medi-las. Se algum conhecimento ou habilidade ou capacidade ideal existe, existe em alguma quantidade. A série de quantidades variando para mais ou para menos, define a habilidade por ela mesma de uma maneira que nenhuma descrição verbal pode fazer.

Nas obras destinadas ao ensino de Matemática, constata-se que Thorndike fez farto uso dos testes. A seleção, a ordenação e a utilidade dos conteúdos; o vocabulário utilizado; o

² Thorndike (1924) destaca que a época não tinha conhecimento que medidas de capacidades relacionadas a matemática e a linguagem, tivesse sido efetuada em alunos que continuavam seus estudos depois da *high school*. Mas, nas universidades já estavam sendo efetuadas, medidas sobre inteligência abstrata (cf. Thorndike, 1921).

interesse do aluno sobre o tema tratado e apresentados nos manuais, foram temas investigados por Thorndike antes de estruturar o manual.

No caso dos conteúdos aritméticos, por exemplo, o uso do teste do tipo “escala” era considerado por Thorndike (1922) como importante porque apresenta as questões em série de dificuldades graduadas, para que o aluno se habitue a identificar o ponto em que tem dificuldade. Para o professor, a utilização desse tipo de teste é um recurso útil por ser facilmente adaptáveis às diferenças individuais. O aluno mais hábil não ficaria limitado a repetições cansativas, pois é permitido que ele inicie dos passos mais avançados e os alunos com dificuldade começam pelas atividades mais simples até ir adquirindo confiança e melhorando a própria aprendizagem.

O teste do tipo “escala” para a adição compreende seis passos.

6º passo – aparecem casos em que o zero é um dos algarismos e tem quantidades que representam apenas a unidade.

			25	17	16
14	48	7	6	10	
9	19	19	30	9	
20	15	6	18	17	
<u>27</u>	<u>34</u>	<u>13</u>	<u>15</u>	<u>8</u>	

5º passo – exige conhecimento do “vai 1”, mas sem nenhum caso em que o zero devesse ser escrito na coluna das unidades.

			16	27
16			28	19
27	38	19	17	15
19	49	37	26	28
<u>49</u>	<u>65</u>	<u>23</u>	<u>18</u>	<u>24</u>

4º passo – requer conhecimento de combinações para 9 + 9.

	8	6	8	6
7	7	9	3	9
5	9	6	7	8
8	6	8	7	9
<u>7</u>	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>5</u>	<u>4</u>

3º passo – requer a habilidade de lidar com zero como um algarismo presente nas parcelas.

10	40	30	30	30
21	30	10	10	12
20	25	20	20	27
<u>14</u>	<u>12</u>	<u>20</u>	<u>13</u>	<u>30</u>

2º passo – compreensão dos elementos e a capacidade de somar até nove.

34	43	22	12	5
2	5	31	43	62
<u>51</u>	<u>41</u>	<u>6</u>	<u>23</u>	<u>21</u>

1º passo – exige apenas a compreensão dos elementos dos métodos e a capacidade de somar até nove.

21	21	12	54	32
32	51	25	12	14
<u>15</u>	<u>24</u>	<u>21</u>	<u>33</u>	<u>42</u>

O professor, pelo simples exame dos resultados obtidos por cada aluno, depois da aplicação de um teste desse tipo, identificaria em que ponto cada aluno precisava de atenção e ao mesmo tempo saberia em que aspectos a classe toda precisava melhorar (cf. Thorndike, 1921).

Verifica-se pelo exame da organização dos conteúdos propostos em *The Thorndike Arithmetics*, que o autor fez uso dos passos do teste do tipo escala no momento de graduar as atividades associadas a conteúdos relacionados à operação de adição.

QUADRO 5.4

ASSOCIAÇÃO ENTRE AS ATIVIDADES, CONTEÚDOS E O TESTE DE “ESCALA” DA ADIÇÃO

Atividade	Conteúdo	Etapas do teste tipo “escala” da adição
<ul style="list-style-type: none"> • Desenhando linhas de 6 a 10 polegadas • Medidas. Somando polegadas. • Somando centavos de dólar. • Adição. Dominó • Problemas • Fazendo compras 	<ul style="list-style-type: none"> • Significado dos números. Polegadas • Medidas. Adicionando 2 • Adicionado 1, 2,3 e 4. • Revisão da adição com soma até 10 • Apresentação de adição em contas simples. Adicionando 5, 6, 7,8 com soma até 10 ou menos. • Adicionando três números, com soma até 10 ou menos. 	1ª e 2ª etapas – compreensão dos elementos da adição e segurança para somar combinações com resultado até 9.
<ul style="list-style-type: none"> • A regra de calcular usando como unidade de medida pés. Planejamento para uma festa. Problemas. • Contando e medindo (altura dos alunos). Somando números grandes. Comprando de um catálogo. 	<ul style="list-style-type: none"> • $10 + 1$, $10 + 2$, 6×2, 4×3, 3×4 em casos simples. O uso dos sinais $+$ e $-$. Revisão. • O significado de números até 100. Adicionando número com dois algarismos sem “vai 1” e sem zeros. 	3ª etapa – trabalha a habilidade de somar parcelas com zero como um dos dígitos.
A 123456789 Cent Store.	<ul style="list-style-type: none"> • Adição com soma que resulta em 18 ou mais. 	4ª etapa - exige a soma de combinações ate $9 + 9$.
<ul style="list-style-type: none"> • Presentes de natal. 	<ul style="list-style-type: none"> • Adição com “vai 1” 	5ª etapa – atividades que envolvem o “vai 1”.
<ul style="list-style-type: none"> • Zero. Jogando “bean bag” 	O tratamento do zero na adição e de números com um ou mais dígitos na mesma adição.	6ª etapa – aparecem os zeros na coluna e espaços vazios.

Fonte: A primeira e segunda coluna do quadro foram elaboradas com base na descrição detalhada dos conteúdos e atividades sumariadas pelo autor em *The Thorndike Arithmetics* (1917a) na página x. A terceira coluna foi elaborada para associar as atividades com as “etapas” do teste do tipo escala da adição utilizada pelo autor para organizar o livro.

Os dados postos nesse quadro fornecem indicativos de que Thorndike (1921), ao efetuar a defesa de uma alteração na organização lógica dos conteúdos, estava fazendo com conhecimento de causa, pois ele já havia posto em prática uma a uma cada uma das propostas, ao produzir, em 1917, o livro *The Thorndike Arithmetics*. Tal defesa altera a proposta de uma organização lógica para uma organização que leva em conta uma das linhas de desenvolvimento da psicologia, que utiliza os testes como uma forma de mensurar a aprendizagem³.

Nas orientações apresentadas em *The Thorndike Arithmetics* que o autor, afirma que são para o desenvolvimento das atividades, aplicou procedimentos para que o aluno atingisse alcance aproximadamente 100 % de eficiência na aprendizagem das habilidades aritméticas. O instrumento utilizado foram testes do tipo escala que serviam também para o aluno desenvolver a habilidade de controlar a própria aprendizagem.

Como já foi destacado anteriormente, o tempo gradativamente foi incorporado como um componente fundamental para o controle da aprendizagem⁴. Thorndike (1917) havia afirmado que o interesse para aprender os conteúdos aritméticos deveria ser assegurado pela própria Aritmética e por aplicações desejáveis e não poderia ser apenas um antídoto. Essa assertiva só é melhor explicada em *The new methods in Arithmetic*, o autor informa:

Aritmética faz um apelo muito forte a dois importantes interesses: o interesse na atividade mental e o interesse prático. Muitas crianças gostam da Aritmética da mesma maneira e pelas mesmas razões que gostam de quebra-cabeça, adivinhações, *checkers*, jogo de xadrez e outros jogos intelectuais. Quase todas as crianças gostam de receber as tarefas bem definidas, para saber o que elas têm que fazer e quando devem fazer, e se divertem com a possibilidade de agir, superar as dificuldades e fazer progresso (Thorndike, 1921, p. 14).

Para tornar o ensino dos conteúdos aritméticos um jogo mais atrativo para o aluno, era necessário eliminar dificuldades e despertar o interesse. Como despertar o interesse? O que significa interesse para um aluno da *elementary school*?

³ No texto *Measurement in Education*, Thorndike (1921) afirma que em sendo a tarefa da educação efetuar mudanças nos seres humanos, professores e alunos poderiam passar um ano letivo fazendo a si mesmo e ao outros diferentes, pensando, sentindo e agindo de um modo novo e melhor. Para efetuar essa tarefa, era necessário definir quais as mudanças a serem feitas. Por isso, os produtos e propósitos educacionais tornam-se quantitativos, tomam a forma de medida. “O primeiro passo para estabelecer certas unidades do produto educacional e planejar instrumentos para medir com razoável precisão foram iniciados há doze anos atrás. O trabalho começou naturalmente empregando conteúdos simples do ler, escrever, falar e conteúdos aritméticos, que são a tarefa necessária para grande parte dos quinze milhões de crianças no país que a cada ano ingressam na escola” (Thorndike, 1921, p. 373).

⁴ Conforme foi tratado no capítulo II, na seção sobre as recomendações dirigidas ao aluno.

Uma possibilidade de resposta para a última pergunta pode ser encontrada no livro *The principles of teaching based on Psychology*, publicado em 1905, Thorndike indica seu entendimento de interesse.

Quando alguma situação desperta a atenção, ou seja, conduz a mente para ocupá-la com a coisa ou idéia ou sentimento, essa situação é chamada interessante. A tendência para dedicar pensamento e atenção para um fato é denominada interesse. O sentimento de excitação, de prazer mental, de ser atraído para o fato, é chamado sentimento de interesse (Thorndike, 1905, p. 51).

O interesse, para Thorndike (1905), poderia ser utilizado no processo de ensinar de dois modos: como um meio e como um fim. Para ele muitos equívocos são cometidos no processo de ensinar por que não se faz essa distinção. Como um fim, quando o objetivo fosse criar interesses desejáveis e desencorajar interesses indesejáveis. Como um meio, se a situação de interesse for utilizada para fornecer ao aluno os motivos para aquisição do conhecimento e para formação de hábitos corretos de pensar e agir.

Thorndike (1921) utiliza os testes de forma sistemática, como um meio para despertar o interesse do aluno para o ensino de Aritmética. Com os “novos métodos”, além de fazer uso de jogos, de situações variadas, que implicavam em ação física e de sociabilidade, procurava-se também despertar o interesse do aluno por meio do uso de “testes”.

O interesse do aluno poderia ser despertado, segundo Thorndike (1921), se ele fosse informado da meta que deveria atingir. De posse dessa informação o aluno aprenderia a identificar os próprios erros e acertos efetuados durante a execução do teste e em uma segunda tentativa poderia melhorar o resultado, e assim poderia controlar o próprio progresso. Por isso, ao invés de dizer vagamente para que estude certo tema, é necessário orientar o aluno dizendo: “faça o trabalho desta página. Faça-o outra vez, e marque o tempo que gastou nessa atividade. Pratique até conseguir responder todos corretamente em 12 minutos” (Thorndike, 1921, p. 17).

Atividades desse tipo, além de ensinar a criança a calcular, permitem-na verificar o próprio desempenho até conseguir cem por cento de precisão se assim o desejar. Se o professor explicar, como resolver com exatidão e rapidez certos casos específicos, pode comprovar os resultados obtidos em uma semana, um mês.

Para Thorndike (1921), os testes e exames devem servir a no mínimo sete finalidades:

1. informar ao professor da habilidade relativa de cada aluno, de modo a saber quem fez o mínimo, quem fez o máximo e assim por diante, nas habilidades testadas;
 2. informar ao aluno sua habilidade relativa;
 3. informar ao professor da habilidade absoluta de cada aluno, ajudando-o a identificar o que cada estudante sabia sobre a atividade, e a precisão e rapidez ou com ambos;
 4. informar ao aluno sobre sua habilidade absoluta;
 5. estimular o professor a ajudar sua turma, fazendo o trabalho melhor;
 6. incentivar o aluno a fazer seu trabalho melhor;
 7. aprender como ensinar aos alunos.
- (Thorndike, 1921, p. 242).

Para atingir esses propósitos, com os “novos métodos” procura-se algo mais que uma coleção de testes que só fornecessem ao aluno apenas um *score* total. Para o autor, era mais importante medir a habilidade absoluta do que a relativa, pois era melhor que ele soubesse a sua posição medida em relação a uma situação anterior – habilidade absoluta – do que em relação à outra pessoa – habilidade relativa.

Os testes do tipo “escala” eram considerados importantes porque apresentavam as questões em série de dificuldades graduadas, para que o aluno se habitue a identificar o ponto em que tem dificuldade. Para o professor, a utilização desse tipo de teste era um recurso útil por serem facilmente adaptáveis às diferenças individuais. O aluno mais hábil não fica limitado a repetições cansativas, pois é permitido que ele inicie dos passos mais avançados e os alunos com dificuldade começam pelas atividades mais simples até ir adquirindo confiança e melhorando a própria aprendizagem. O professor, pelo simples exame dos resultados obtidos por cada aluno, identifica em que pontos a classe toda precisava melhorar.

Em relação a habilidades aritméticas, Thorndike (1922) afirma que uma das melhores maneiras de ter a clara noção de quais funções mentais a escola poderia desenvolver e melhorar era conseguir medi-las. A descrição quantitativa e a identificação das variações poderiam servir para que a habilidade pudesse ser definida de forma que nenhuma descrição verbal poderia fazer.

Para medir a habilidade de somar números inteiros, o autor apresentou algumas propostas de testes. Uma delas foi a de C. W. Stone.

	596	4495
	428	872
2375	94	7948
4052	75	6786
6354	304	567
260	645	858
5041	984	9447
<u>1543</u>	<u>897</u>	<u>7499</u>

O teste consiste em somar essas colunas corretamente. O resultado do teste era medido pelo crédito de 1, para cada coluna somada corretamente. C. W. Stone, segundo Thorndike (1922), combinava medir outras habilidades com o resultado pela quantidade feita corretamente em 12 minutos e também media as repostas corretas da adição em certos trabalhos de multiplicação.

Já S. A. Curtis utilizava, de acordo com Thorndike (1922), uma folha com vinte e quatro tarefas ou exemplos, cada uma contendo a adição de números com três algarismos. O tempo para realização da prova era de oito minutos e o *score* era determinado pela quantificação dos exemplos feitos e também pelos feitos corretamente, embora não sugerisse nenhuma combinação dos dois resultados para avaliar o *score* geral de eficiência.

927
379
756
837
924
110
854
965
344

C. Woody construiu seus testes sobre o princípio de aumentar a dificuldade passo a passo. Segundo Thorndike (1922), C. Woody não forneceu, no relatório inicial do uso do teste, nenhum esquema para resultados de um indivíduo. Assumiu que, com uns poucos exemplos de cada grau de dificuldade, o diagnóstico individual poderia ser incerto. Considerou que esse teste era confiável para uma classe e estabelecia a fração da classe que podia trabalhar corretamente, se vinte minutos eram permitidos para somar trinta e oito exemplos do teste.

Medir a eficiência de um aluno em relação à adição de inteiros era complexo por dois motivos, segundo Thorndike (1922). Primeiro, combinar rapidez e precisão, porque isso significa que ainda não se tinha uma noção adequada de qual era a habilidade que a *elementary school* poderia melhorar. A outra dificuldade estava relacionada a utilização da adição com colunas longas ou colunas curtas.

Para Thorndike (1922), a habilidade de calcular poderia ser medida de duas maneiras:

- a) com testes de rapidez e precisão na realização de algumas tarefas, como o teste de Curtis;

- b) com teste do tipo escala, de forma que a tarefa fosse feita corretamente (ou com uma precisão específica), com um tempo determinado, como o teste de Woody, que inclui operações com inteiros, fração ordinária e decimal, ou teste do tipo escala como já apresentado nas aritméticas do próprio Thorndike.

Os testes sistemáticos e de escala eram considerados como possivelmente úteis para definir a habilidade que se queria estabelecer e melhorar, e muito úteis para medir *status* de aperfeiçoamento de um indivíduo ou de uma classe, assim como o efeito do método de instrução ou de estudo. Eles são úteis para orientar o trabalho do aluno, do professor, do supervisor e das investigações científicas⁵.

Já na escala da multiplicação, são apresentados onze passos com o objetivo de mostrar, de modo geral, as dificuldades que o aluno poderia dominar e, em determinados passos, identificar e remover dificuldades, tais como: colocar a vírgula (3º passo), lidar com zeros (4º e 5º passos), multiplicar frações simples por cancelamento (6º passo), multiplicar frações que implicam na escolha de métodos e no uso de partes alíquotas ou em trabalho complexo (7º, 8º e 9º passos), e casos mais difíceis de multiplicação de decimais (10º e 11º passos). A orientação, nessa atividade, é que o aluno comece pelo passo nº 1 e fosse subindo até o passo nº 11. “Encontre os produtos. Quando o resultado for uma fração ordinária ou um número misto, a expressão deve ser reduzida o mais simples possível” (Thorndike, 1921, p. 24).

11º Passo.	a) 65 x 104,7 mi.	b) 0,625 x \$10,50	c) 0,0325 x \$103,25	d) 3 5/8 x 4,6	e) 0,0426 x 10904
10º Passo.	a) 90,04 x \$ 925,00	b) 0,35 x \$103,50	c) 0,75 x \$1,20	d) 0,15 x 39,37	e) 0,06 x \$5
9º Passo .	a) 12 x \$ 5/6	b) 24 x 16 2/3 \$	c) 36 x 12 1/2 \$	d) 8 x 87 1/2 \$	e) 3/4 x 1 2/3
8º Passo.	a) 9 x 1 1/8	b) 5 1/2 x 3 1/2	c) 25 1/2 x \$120	d) 16 3/4 x \$ 500	e) 7 1/2 x 11 3/4
7º Passo.	a) 3 1/2 x \$ 1,50	b) 7 1/4 x \$1,25	c) 5 3/8 x \$1,00	d) 4 3/4 x 144	e) 2 1/3 x \$1,00

⁵ O autor lista alguns trabalhos que, à época, já existiam e que estabeleciam testes e como utilizar os resultados dos testes. *Courtis - Manual of Instructions for giving and scoring the Courtis Standard Tests in the Three R's*; *Starch - Educational Measurement*; *Chapman e Rush - Scientific measurement of classroom products*; *Monroe, DeVoss e Kelly - Educational Testes and Measurement*, *Wilson e Hoke - How to measure* e *McCall - How to measure in Education*.

6º Passo.	a) $\frac{3}{4} \times 10$	b) $\frac{2}{3} \times 8$	c) $\frac{7}{8} \times 5$	d) $15 \times \frac{2}{3}$	e) $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$
5º Passo.	a) $\begin{array}{r} 3,07 \\ \underline{60} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 57,5 \\ \underline{40} \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 6,14 \\ \underline{5,03} \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 530 \\ \underline{4,6} \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 30,9 \\ \underline{40,7} \end{array}$
4º Passo.	a) $\begin{array}{r} 605 \\ \underline{20} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 225 \\ \underline{20} \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 214 \\ \underline{102} \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 850 \\ \underline{27} \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 908 \\ \underline{506} \end{array}$
3º Passo.	a) $\begin{array}{r} 9,3 \\ \underline{2,1} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} \$ 2,47 \\ \underline{16} \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 74 \\ \underline{0,32} \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 1,24 \\ \underline{1,7} \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 3,18 \\ \underline{5} \end{array}$
2º Passo.	a) $\begin{array}{r} 43 \\ \underline{15} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 27 \\ \underline{29} \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 52 \\ \underline{38} \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 75 \\ \underline{17} \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 84 \\ \underline{46} \end{array}$
1º Passo.	a) $\begin{array}{r} 62 \\ \underline{7} \end{array}$	b) $\begin{array}{r} 94 \\ \underline{8} \end{array}$	c) $\begin{array}{r} 73 \\ \underline{6} \end{array}$	d) $\begin{array}{r} 85 \\ \underline{9} \end{array}$	e) $\begin{array}{r} 48 \\ \underline{5} \end{array}$

Se o professor utilizasse testes desse tipo, de acordo com Thorndike (1921), teria condições de identificar as dificuldades dos alunos e ajudá-los a superá-las. Ele defende ainda que a utilização desse tipo de teste traz um efeito benéfico para o interesse e pensamento do aluno, no sentido de ajudá-lo a aprender mais facilmente e conhecer melhor os conteúdos. Apesar da raiva que os alunos sentem pelos erros cometidos, o aluno pode alcançar 100 % de eficiência, pois, se em uma primeira tentativa acertou apenas três itens, na segunda tentativa já é capaz de identificar onde errou e, com mais atenção e cuidado na verificação, pode acertar os cinco itens.

Além dos testes de escala, Thorndike (1921) sugere outros tipos de teste, como:

- a) teste de inventário – utilizado normalmente para fazer revisão e trata de questões relacionadas a um mesmo tema. Exemplo: “somar 296 a cada um dos seguintes números: 231, 509, 625, 474, 382, 528, 189 e 398.” (Thorndike, 1921, p. 245);
- b) teste de rapidez – aplicado em condições especiais e com finalidades especiais. As condições funcionam como uma regra, pois servem para medir um tipo de conexão específica e o sistema de erros e acertos do cálculo do resultado. O objetivo é conseguir informações sobre um conjunto de conexões específicas.

A rapidez por si mesma não é importante, mas como um indicativo do domínio do conteúdo é importante. Assim, nós frequentemente determinamos um *drill*

como: “Diga os números que faltam. Pratique com eles até você conseguir dizer todos corretamente em três minutos” (Thorndike, 1921, p. 246).

- c) teste padronizado – permite conhecer: o grau de dificuldade de cada passo, os *scores* feitos por alunos em séries diferentes, o *score* feito por alunos em certas atividades específicas na escola ou fora dela, se dois ou mais desses fatos são conhecidos.

Por fim, Thorndike (1921) destaca o “teste da vida”. Nos “novos métodos”, dedica-se atenção para esses testes, que são aqueles que o “aluno encontra ou poderá encontrar em casa, na fábrica, no balcão de uma loja, e em qualquer outro lugar, em conexão com sua carreira como trabalhador, cidadão e pensador” (Thorndike, 1921, p. 251). Embora o autor advirta que não se pode reproduzir, em sala de aula, exatamente as mesmas condições que o aluno encontra em suas atividades fora da escola, defende que professores e autores de livros podem produzir testes com enunciados muito semelhantes a essas situações.

Sobre a utilização de testes no caso em *The Thorndike Algebra*, constata-se que os testes foram utilizados de forma sistemática. Um exame desse livro permite afirmar que o autor passou a fazer uso de testes mais refinados dos que os aplicados no caso dos conteúdos aritméticos. Aos poucos, os instrumentos de controle da aprendizagem adquiriram outro formato, o aluno passou a receber informações e explicações sobre cada um dos testes utilizados, inclusive sobre os resultados médios de aplicações anteriores desses instrumentos com outros alunos. Na maioria das vezes os testes foram utilizados em atividades que tinham como objetivo a revisão.

Na primeira atividade em que o autor recorre ao recurso do teste ainda é semelhante aos utilizados na abordagem dos conteúdos aritméticos. As recomendações dirigidas ao aluno são em relação ao desenvolvimento das habilidades de raciocínio, precisão, rapidez e controle de tempo. Provavelmente por se tratar ainda dos conteúdos aritméticos, é uma atividade de revisão das operações fundamentais com a utilização de parênteses.

5. Prática com parênteses

Pratique com essa página até obter todos os resultados corretos em mais ou menos 15 minutos. Isso poderá auxiliar você a recordar como usar parênteses e também para trabalhar com precisão e rapidez com muitos cálculos importantes.

Faça quantas você puder “na sua cabeça” sem usar o lápis e o papel.

$$\begin{array}{ll} 1. (9 \times 8) - (1/2 \times 10) = & 21. (8 \times 12) + (1/5 \text{ de } 20) - (7 \times 9) \\ & = \\ 2. (56 : 7) + (17 - 9) = & 22. (25 : 8) + (1/2 \times 1/4) = \end{array}$$

(...)	(...)
19. $10 + \frac{1}{2}$ de $(5 \times 12) =$	39. $(54 : 6) + (63 : 9) - (25 : 2) =$
$20(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$	40. $(50 : 12) + (\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}) =$
+	
(Thorndike , 1917, p. 5).	

Outros exemplos semelhantes são utilizados em atividades de revisão, e com enunciados com poucas diferenças, como pode ser identificado no seguinte exemplo:

55. Revisão

Efetue as operações indicadas ou resolva por n ou p , ou x ou y ou z como indicados. Pratique até você conseguir encontrar os resultados de cada coluna em dessa página em 10 minutos ou menos.

Coluna A	Coluna B	Coluna C
1. $(-3 + 4 + 8) / 3$	16. $-n = -6$	31. $4 + p = 7$
2. $6 - 5 =$	17. $2(4 - n) = 6$	32. $3 - p = 11$
3. $7 - (2 \times 9)$	18. $2n = 13 - (4 - 9)$	33. $8 - p = 11$
(...)	(...)	(...)
14. $5 - ((7 - 15) / 2)$	29. $4y + 20 = 0$	44. $z + 11 = 6$
15. $10 + ((5 - 4) / 3)$	30. $6 - 3z = 21$	45. $z - 7 = (z + 3) / 2$

(Thorndike, 1927, p. 68).

O enunciado da atividade seguinte é:

efetue as operações indicadas ou resolva para n ou p como indicado. Determine seu próprio tempo para resolver cada coluna. Se sua média de tempo for superior a 30 minutos, ou se sua média for maior do que dois erros por coluna, pratique fazendo as atividades novamente (Thorndike, 1927, p. 68).

Um enunciado um pouco diferente orienta o aluno para fazer dois testes; Teste A e Teste B. No primeiro a orientação é da seguinte forma: “Teste você mesmo, conceda-se 50 minutos. Calcule sua pontuação contando 3 para cada resultado correto nos Ex. de 1 a 30 e 5 para cada item de 31 a 32” (Thorndike, 1927, p. 72). Já no teste B a recomendação é “somente se sua pontuação for 100 no Teste A, faça o Teste B e tente bater seu próprio resultado. Conceda-se 50 minutos” (p. 73).

Um diferencial em termos de teste é apresentado na seção denominada *Tests of fundamental abilities*,

93. Teste de cinco habilidades fundamentais

Testes como esses (...) têm sido realizados por muitos alunos. O aluno normal no fim do primeiro ano de estudo de álgebra em uma boa escola obtém resultados como mostrados na tabela de Rugg-Clark standards abaixo. Os problemas são apresentados em folhas de papel impresso e ele escreve apenas a resposta e aquilo que for necessário para obter a resposta..

Rugg-Clark standards

	Tempo concedido	Numero de questões corretas
Teste A	4 min.	20
Teste B	4 min.	8
Teste C	2 min.	10
Teste D	3 min.	20
Teste E	2 min.	20

Teste você mesmo ou aguarde o professor testá-lo. Se não for possível escrever suas respostas e trabalhar no próprio livro, corte pedaços de papel do tamanho da página do livro e coloque sobre a página do livro, assim você não perde tempo.

Depois faça as atividades como em um teste de rapidez, fazendo eles outra vez, concedendo-se todo o tempo necessário para você fazer seu trabalho melhor. Rapidez em álgebra é importante, principalmente como um indicativo de domínio do conteúdo. Precisão é ainda um sintoma melhor. Se você cometer alguns erros na segunda tentativa, encontre onde foi que você errou e corrija (Thorndike, 1927, p. 125).

Depois dessa explicação é que são propostos os cinco testes que são apresentados de forma resumida no quadro que segue.

QUADRO 5.5
TESTE SOBRE A CINCO HABILIDADES FUNDAMENTAIS

Teste	Enunciados e questões:
Teste A	<p>Combine os termos que são semelhantes, exceto por seus coeficientes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $3a + b - 5a - 7b - 5b$ 2. $4b^2 + 3 - 2b^2 - b - 9b^2 - 5$ (...) 23. $-ab + a + b + 2ab + 3a - 4b$ 24. $5x^2 + 6 - x^2 - 7 - 8x^2 - 12$
Teste B	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se $a = 3$ e $b = 2$, qual é o resultado de $3a^2 + 4ab$? 2. Se $c = 4$ e $d = 2$, qual é o resultado de $c^2 - 3cd$? (...) 9. Se $v = 6$ e $w = 1$, qual é o valor de $3v^2 - 4vw$? 10. Se $x = 4$ e $y = 2$ qual é o resultado de $xy + xy^2$?
Teste C	<p>Subtraia como indicado:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. De $3^a + 4b$ retire $6^a + 5b - 2c$ 2. Retire de $3c + 2d$ de $2c - d + 7e$. 3. Subtraia de $2f - 6g + 5h$ de $f + g + 2h$. (...) 11. Retire $8h + 6k$ de $5h - 2k + 7l$. 12. Subtraia $3m - 2n + 7p$ de $m + n + 6p$.
Teste D	<p>Resolva para n, ou x ou p ou para qualquer valor desconhecido.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $3n + 2 = 14$. 2. $4x = 7x + 18$ (...) 22. $10z = 13z + 6$ 23. $13n - 6 = 5n + 6$ 24. $\frac{q}{7} = 5$
Teste E	<p>Escreva o produto como mostrado nas primeiras duas linhas.</p> <p>$7(2a + 6) = 14a + 42$ $-3(6b + 5) = -18b - 15$</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $5(4a + 7) =$ 2. $6(3b - 2) =$ 3. $-2(7c + 9) =$ (...) 20. $6(4a^a - 5) =$ 21. $-3(6b + 2) =$

Fonte: quadro elaborado a partir de informações disponíveis em Thorndike (1927, p.126 – 131).

A orientação fornecida antes dos testes indica que, embora o tempo seja um fator importante, à precisão da resposta é que deveria ser buscada como prioridade. Outro aspecto, que merece ser destacado nessa utilização do resultado de Rugg-Clark, é que o aluno quando vai fazer o teste já tem um tempo e uma quantidade de resposta corretas como meta para saber do sucesso ou não no desenvolvimento da atividade.

Verifica-se que, em *The Thorndike Algebra* o autor ainda faz uso dos seguintes tipos de teste:

- a) teste do tipo escala – são aqueles testes graduados, em que a cada passo as dificuldades vão aumentando;
- b) teste geral de informações algébricas e *insight* e cuidado – segundo o autor em Matemática é importante o aluno ser capaz de identificar os próprios erros cometidos ou os erros que outras pessoas cometeram por falta de cuidado; desconhecimento; deslize da caneta ou um equívoco na leitura do problema. Esse teste era formado por questões em que o aluno teria apenas que colocar C, se a sentença estivesse correta ou X se estivesse errada. A recomendação era que se o trabalho do aluno não tivesse perfeito, ele marcasse aqueles que tinham se equivocado e estudasse até estar certo que já sabia e testasse outra vez. Nesse teste, as questões eram do seguinte tipo:
 $3a + 2b = 5ab$; $2c \times 3d = 6cd$; $n : n = 0$; $x : x = 1$;
- c) teste de rapidez – o autor ressalta que rapidez não é importante no trabalho algébrico, mas que é um importante sinal de domínio do conteúdo. A recomendação era que o aluno fizesse o trabalho o mais rápido que pudesse sem cometer equívocos e, na maioria dos casos, ele estabelece um tempo limite;
- d) teste de domínio – foram utilizados para identificar domínio dos procedimentos e princípios da álgebra. O autor dividiu em dois tipos. O primeiro era uma miscelânea de testes com cálculo com expressões algébricas, compreensão uso e estruturação de fórmulas; resolução de problemas, interpretação de gráficos e expressão de uma relação entre duas variáveis. O propósito, desse primeiro tipo de teste formado por exercícios semelhantes aos que o aluno tinha realizado durante o ano, era verificar a aprendizagem. O segundo tipo de teste era para verificar a habilidade do aluno em usar hábitos e capacidades para o domínio de um novo tópico, o

autor alertava que, nesse segundo tipo de teste, muitos alunos precisariam da ajuda do professor, mas recomendava que ele verificasse quantos podiam ser feitos sem ajuda.

Destaca-se entre os testes propostos pelo autor, um denominado “teste; linguagem algébrica”. Antes de iniciar o teste propriamente dito, ele coloca a seguinte explicação:

Aprendizagem em álgebra é em parte aprender novas idéias e novos conceitos e seus nomes. Examine cada uma dessas palavras ou frase e pense o que elas significam. Se você não tiver certeza, encontre a página onde ela foi utilizada (você pode localizar pelo índice) Depois faça o teste (...) Você pode omitir os nomes marcados com uma estrela, se seu professor e a classe decidir omiti-lo.

Abscissa*	Gráfico	Radical
Valor absoluto de um número	Eixo horizontal	Raiz de um número
Aproximado e aproximação	Hipotenusa	Raiz de uma equação
Eixo das coordenadas	Equação linear	Satíf
Axiomas	Número literal	Seno *
Binomial	Membros de uma equação	Simplificação
Coefficiente	Monômio	Equações simultâneas
Fator comum	Número negativo	Resolução por substituição
Constante	Ordenada *	Tangente *
Cosseno *	Polinômio	Termos
Coordenadas	Numero positivo	Trinômio
Equação expoente	Potencia	Valor desconhecido
fator	Proporção	Variável
fórmula	proporcional	Varição
	Equação quadrática	Eixo vertical
		Eixo de x
		Eixo de y

(Thorndike, 1927, p. 288).

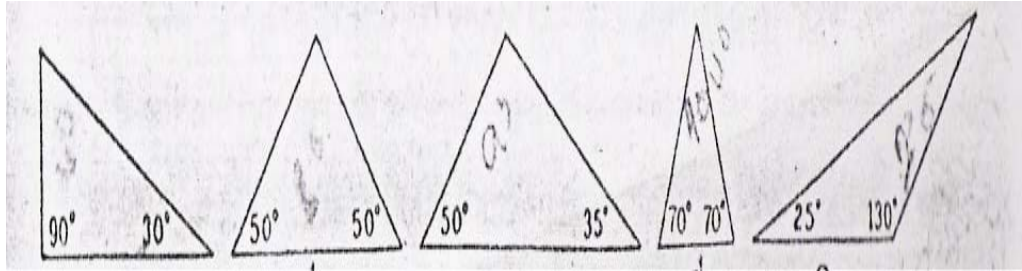
O destaque para essa explicação antes do teste é porque, por meio dela, parece que o autor estava apresentando o que parece considerava ser um dicionário para a aprendizagem da linguagem algébrica. Como já foi tratado em outro momento deste texto, Thorndike era um defensor de que o aluno aprendesse palavras que fossem úteis e significativas. Vale lembrar, ao calcular a frequência com que as palavras apareciam ,excluíram-se termos técnicos e palavras que o aluno nunca teria necessidade. No caso das palavras listadas na atividade anterior, no entendimento do autor, são as mais importantes para a aprendizagem dos conteúdos algébricos.

Sobre os conteúdos geométricos Thorndike (1917) apresenta a seguinte atividade:

6. Teste de ângulo, área e volume.

Comece com o passo 1. Veja quantos você pode fazer em 30 minutos sem cometer equívocos. Expresse alguns em fração ordinária ou em números mistos os seus resultados.

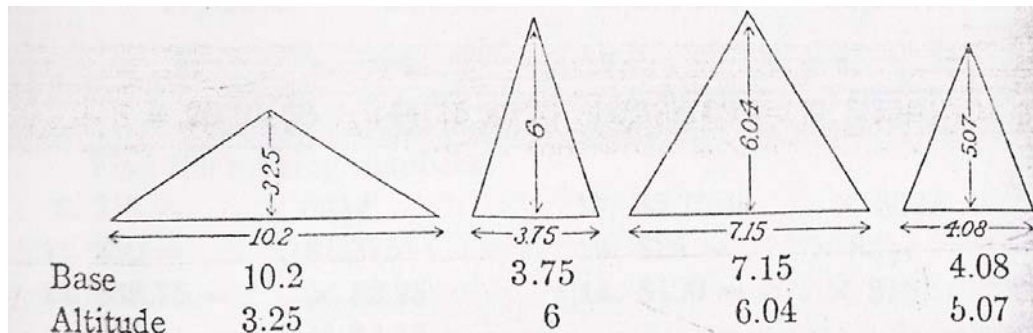
Passo 1. Encontre os números de grau do ângulo superior de cada um desses triângulos. Lembre que a soma dos três ângulos de um triângulo é igual a 180° .



Passo 2. Encontre a área de

- De um retângulo de 3,2 polegadas por 10,4 polegadas
- De um retângulo de 3,582 polegadas por 16,5 polegadas
- De um retângulo de 6 pés por 4,19 pés.
- De um retângulo de 7,4 milhas por 2,63 milhas.
- De um retângulo de 2 jardas e 9 polegadas por 3 jardas e 4 polegadas.

Passo 3. Encontre a área desses triângulos. (Lembre que área de um triângulo = $\frac{1}{2}$ altura x base). A unidade utilizada é milha.



Passo 4. Encontre o volume em pés cúbicos de cada caixa;

Caixa A é $3\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2} \times 5$

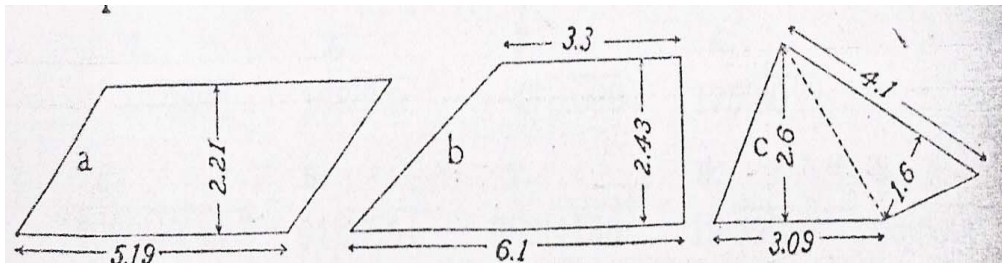
Caixa B é $2,4 \times 4,9 \times 2,1$

Caixa C é $2\frac{3}{4} \times 4\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$

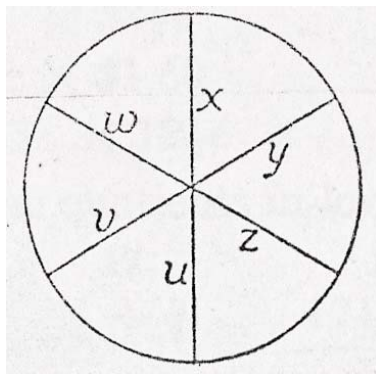
Caixa D é $2\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2}$

Caixa E é $2\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2}$

Passo 5. Encontre a área dessas superfícies.



Passo 6. Quantos graus são formados quando o ponteiro de um relógio move-se para:



- a. 3 horas
- b. $4\frac{1}{2}$ horas
- c. 15 minutos
- d. quantos graus são formados pela linha x e linha y?
- e. quantos graus são formados pelas linhas y e u?

Verifica-se que, no conjunto da produção mais ampla desse psicólogo, os conteúdos geométricos foram utilizados como um recurso para realizar testes sobre compreensão de leitura, percepção, memória, estimativa. Em artigos como: *The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions* (1901), *A note on the failure of educated persons to understand simple geometrical facts* (1915), *Tests of esthetic appreciation* (1916) e *Individual differences in judgments of the beauty of simple forms* (1917) é possível identificar a utilização de alguns conteúdos geométricos.

Conforme já exposto anteriormente, Thorndike foi um dos primeiros a questionar a teoria da disciplina mental, não causa estranhamento o fato de que no estudo relatado em *The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions* ele juntamente com Woodworth (1901), tenham tomado conteúdos geométricos como um dos experimentos para medir a “influência” de treinamento na estimativa de medidas específicas sobre a habilidade para estimar medidas do mesmo tipo em geral. Isto é, calcular comprimentos, áreas diferindo a quantidade ou qualidades acessórias (como a forma, a cor, o contorno). Segundo os autores, esse tipo de amostra foi escolhido, entre outros motivos, por

causa do caráter representativo das funções mentais, e porque eram adaptáveis para interpretações quantitativas. Justifica ainda a utilidade desse tipo de experimento:

isso é aparentemente o tipo de coisa que acontece no caso de um comprador de tabaco, experimentador de chá ou carpinteiro, quem adquire capacidade no julgamento de medidas ou, como nós ambigualmente dizemos, na delicadeza de discriminar certos dados. Isso é assim como casos comuns de treinamento do senso na vida atual (Thorndike & Woodworth, 1901, p.249).

Vale destacar que o uso justificado para a utilização das formas geométricas e medidas de comprimento, área e volume por serem úteis apenas para tarefas básicas do cotidiano não deve ser tomado de forma simplificadora, ao contrário é um indicativo de que Thorndike produzia seus experimentos com o objetivo não só de compreender o processo de desenvolvimento das funções mentais, mas também de fornecer ao aluno elementos que facilitassem a aprendizagem e que pudessem ser empregados para realizar atividades simples do cotidiano escolar ou em atividades do mundo do trabalho.

Ao fazer uso desses conteúdos geométricos e se referir a utilidade deles para o experimentador de chá ou para o carpinteiro, os autores estavam estabelecendo a base empírica, dos princípios que abalaram a teoria da disciplina mental, como já foi exposto em capítulo anterior.

Não é pouco significativo, portanto o uso que os autores fazem de aspectos relacionados aos conteúdos geométricos, um dos temas usados anteriormente para justificar a teoria da disciplina mental. Os autores demonstram quantitativamente que tais crenças não se sustentam utilizando para isso experimentos simples e provas quantitativas.

Outro uso que o autor fez de conteúdos geométricos e que merece ser destacado pode ser identificado no artigo intitulado *A note on the failure of educated persons to understand simple geometrical facts* (1915). Um exame desse artigo permite de imediato afirmar que nele o autor tratou dos conteúdos geométricos não apenas pelos próprios conteúdos, mas como uma parte de um teste que procurava verificar a habilidade de compreensão que as pessoas demonstravam a partir da leitura de parágrafos⁶. Nesse texto em particular o autor

⁶ Thorndike efetuou diversos estudos utilizando como base empírica a leitura de parágrafos. Segundo ele “Se uma pessoa é apresentada a um a parágrafo para ler e a questões sobre informações contidas nele, as respostas fornecem um material útil para estudar alguns fatos e leis do pensamento (1917, p. 220). Uma descrição desse tipo de teste pode ser encontrada em artigos como: *An improved scale for measuring ability in reading* (1915); *An improved scale for measuring ability in reading- (concluded)*, (1915); *Thorndike’s reading scale alpha2 adapted to individual testing* (1917), *The Psychology of Thinking in the case of reading* (1917); *The*

não apresenta informações sobre os temas que eram tratados nas demais atividades, refere-se apenas que essa é a terceira atividade de um conjunto de oito parágrafos para leitura, respondido por vinte e sete estudantes adultos em um curso sobre testes mentais.

Em uma atividade sobre leitura, foi inserido um parágrafo que trata de conteúdos geométricos e, além disso, vendo que os resultados poderiam servir de norteadores ou de alerta para o professor de Geometria, imediatamente destacou e disponibilizou os aspectos das respostas que poderiam ser úteis para o professor pensar sobre a própria prática pedagógica. A tarefa orientava o aluno da seguinte forma:

Leia esse parágrafo. Em seguida, leia as questões. Responda as questões, leia o parágrafo tantas vezes quanto for necessário.

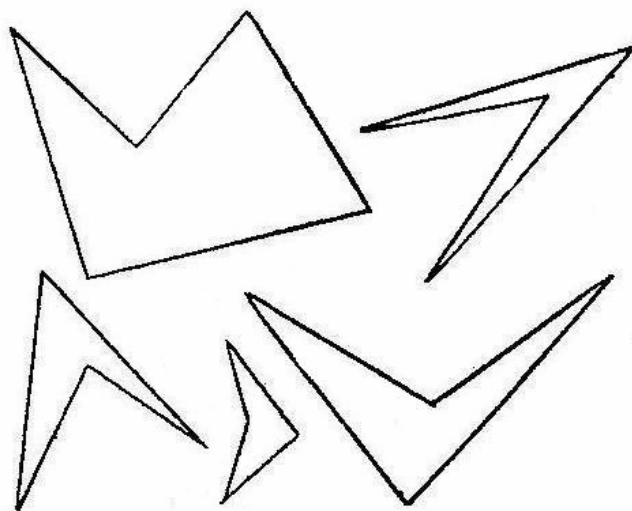
Polígono significa, em geometria, uma figura fechada por um número de linhas – os lados – que se interceptam em pares nos cantos ou vértices. Se os lados são coplanares, o polígono é dito “plano”; se não, então é um polígono “assimétrico” ou “irregular”. Se a figura entrar para cada uma das linhas a figura é convexa; se não é “côncavo”. Um polígono regular tem todos os lados e ângulos iguais; se os lados e ângulos não são iguais, o polígono é “irregular”. Dos polígonos inscritos em um círculo, uma figura equilátera é necessariamente formada por equiângulos, mas ao contrário é verdade apenas quando o número de lados é ímpar. O termo polígono regular é usualmente restrito a polígonos “convexos”.

1. (a) O que significa “coplanar”?.....
(b) Todos os polígonos regulares são convexos?.....
 2. (a) São todos os polígonos planos ou irregulares?.....
(b) São todos os polígonos côncavos ou convexos?.....
 3. (a) São todos os polígonos regulares inscritos em um círculo regular?.....
(b) São todos os polígonos regulares equiangular?.....
 4. Desenhe um polígono irregular côncavo que é um quadrilátero com lados aproximadamente de 2, 2, 1 ½ e 1 ½ polegada de comprimento.
 5. Como nós comumente chamamos um polígono regular de quatro lados?
 6. (a) Que figura pode ser formada colocando seis polígonos regulares de três lados e de áreas iguais juntos pelo vértice. Cada polígono se encontra apenas nos vértices, não existe, assim, coincidência de área?
(b) que figura pode ser aproximada por um polígono regular de n lados como n é acrescido?.....
- (Thorndike, 1915, p. 451).

Thorndike (1915) destaca, para tecer comentários, as respostas fornecidas para a 1, 4, 5 e 6 tarefas, a segunda questão foi respondida corretamente por 20 dos estudantes e a terceira por 21 dos 27 estudantes. Os comentários sobre as repostas dadas as questões são:

a) sobre o que significa coplanar e o que são polígonos convexos, 7 alunos simplesmente se omitiram e 12 responderam “plano”, “polígono plano”, “polígono com lados planos”, “paralelos”, “regular”, “todos os ângulos retos”, “lados interceptados em pares nos cantos”, “regular, oposto ou paralelo” em conjunto como um plano. Conforme Thorndike (1915, p. 452), essa era uma indicação de que mais de um terço do grupo não tinha uma noção clara do que era um plano, estando ausente de suas mentes o que era um plano, em condições de usar prontamente como um instrumento de pensamento;

b) a quarta questão, desenhar um polígono côncavo com medidas previamente estabelecidas, não foi respondida por onze dos alunos e onze desenharam como convexo (retângulos, hexágonos, trapézio e até um cubo). Dos cinco alunos que desenharam um polígono côncavo, um usou cinco lados e dois desenharam os lados menores do que as especificações fornecidas, conforme figura a seguir;



Para o autor, essa resposta era um indicativo de que, mesmo nesse grupo de cinco, poucos tinham a habilidade para ler e aplicar prontamente a definição de um polígono côncavo que tinha sido apresentada no parágrafo;

d) a quarta questão sobre o que era um polígono regular de quatro lados, treze alunos responderam corretamente. Outros deram respostas como “quadrilátero”,

“cubo”, “paralelogramo”, “trapézio”, “convexo”, “retângulo”, e “lados opostos por iguais”. Segundo o autor, isso sugere que apenas metade do grupo tinha sido preparada por seus estudos sobre os conteúdos geométricos com a habilidade para entender e aplicar prontamente que “um polígono regular tem todos os seus lados e ângulos iguais”; e isso poderia significar que o conhecimento desenvolvido sobre linha, ângulo, lado e polígono era muito fraco;

e) a sexta questão foi respondida corretamente por 14 alunos. Dois outros mostraram alguma apreciação pela resposta pirâmide. Os outros onze omitiram a resposta 6a ou responderam “retângulo”, “círculo”, “prisma”, ou “triângulo equilátero”. A questão 6b foi respondida corretamente por 12 alunos, treze omitiram-se e dois escreveram “retângulo”.

Segundo Thorndike (1915, p. 453), “a conclusão, que parece inevitável, é que a expectativa comum do estudo de geometria é lançada para o alto. Se isso é devido a um ensino inadequado ou pela dificuldade dos conceitos, termos e relações envolvidas. ‘Eu não tentaria decidir’”.

Tendo em vista o destaque dado pelo autor para esse artigo ao publicá-lo em separado do resto do experimento, parece que, mesmo dizendo não tomar uma decisão se os problemas detectados nas respostas dos alunos eram pelo método de ensino inadequado ou pelas dificuldades inerentes ao próprio conteúdo, é possível afirmar que ele já dá mostras da necessidade de investigações sistemáticas sobre o ensino dos conteúdos geométricos. Isso significa que, mesmo Thorndike não tendo produzido um manual específico sobre os conteúdos geométricos, ele estava atento aos problemas associados ao ensino de Geometria.

É possível identificar que os conteúdos geométricos foram tomados como uma das questões fundamentais dos testes mentais produzidos por Thorndike, pelo menos nesses experimentos foram utilizados não pelo seu valor formativo para o ensino de geometria, mas como uma constitutiva da base empírica para a psicologia.

5.2.1 – O aluno da *high school*

O fato de Thorndike et al (1923) apresentarem informações sobre o aluno da *high school* é significativo por dois motivos. Primeiro, porque é na *high school* que os dirigentes

das instituições escolares sentem o efeito do aumento da população americana. São nessas instituições, acima de tudo, que se identifica a diversidade agora não de origem, mas de destinação, entre aqueles que pretendiam ingressar no *college* e aqueles que se destinavam às atividades ligadas ao mundo do trabalho.

O segundo motivo é que pela quantidade de estudos, citados por Thorndike (1923), que a época, estavam sendo empreendidos sobre o aluno da *high school*, significa que pouco se sabia sobre a origem, destinação e capacidade intelectual desses alunos. Segundo Thorndike (1923) as informações que ele estava apresentando sobre os alunos que estavam chegando à *high school* americana nos anos 1920, não tinham sido coletadas em livros de Psicologia, tratava-se de dados relacionados a rapazes e moças de quatorze ou quinze anos baseados em relatos de pesquisa que acrescentavam novas informações sobre a clientela que entrava nas *high schools*, particularmente sobre a mudança na qualidade desses alunos; a ocupação dos graduados e dos não graduados; e o quociente de inteligência dos alunos dessa modalidade de ensino.

O aumento do número de alunos que passaram a ingressar na *high school* norte-americana, nos anos de 1920, exigiu, segundo Thorndike (1923), que professores do *college*, particularmente das matemáticas, passassem a prestar maior atenção no ensino de Álgebra, porque eles tendiam a continuar pensando nos alunos como se fossem iguais àqueles do período em que eles próprios freqüentavam a escola.

Autores de manuais e professores da época, não atentavam para esse fato, continuavam escrevendo manuais ou selecionando conteúdos que só poderiam estar adequados para alunos de vinte e cinco ou trinta anos atrás. Nos anos de 1920, o perfil dos alunos era diferente dos de 1890 não apenas no que diz respeito a experiências, mas também às habilidades naturais.

Com base nos dados disponibilizados no censo americano de 1910 e no boletim do *Bureau of Education* de 1918, o autor afirma que o número de alunos da *high school*, em 1918, era seis vezes maior do que o número de 1890. Em 1890, o número de alunos em todas as *secondary school* era 298.000. Em 1918, chegava à soma de 1.804.000. No que diz respeito ao total de graduados, as cifras são 30.000, para o primeiro ano, e 248 para o segundo. Isto para uma população que variou de 62.622.000 para 105.253.000 entre 1890 e 1918. (Cf. Thorndike, 1923).

Em relação à quantidade de alunos que ingressaram no primeiro ano da *high school* americana nesse período, o crescimento da matrícula foi de 40% e, para cada grupo de três crianças que alcançaram a idade entre treze e dezenove anos, pelo menos uma ingressou na *high school*, correspondendo a aproximadamente 650.000 matrículas. “Esse é um fato que deve ser lembrado. Nada semelhante tinha ocorrido antes na história do mundo” (Thorndike, 1923, p. 3).

Constata-se que o número de graduados aumentou oito vezes nesse período. A destinação desse contingente passou a ser tema de investigação de vários pesquisadores. Os estudos desenvolvidos por Shallies (1913), Mitchell (1914), Counts (1915), Ingliss (1915), Koons (1917) e o Elyria Survey (1918), citados por Thorndike (1923), tinham por objetivo identificar a carreira que o aluno seguia depois da *high school*. Shallies (1913) constatou que “de 734 estudantes graduados de 75 escolas do estado de New York em junho de 1908, 33,6 foram para o *college*; 16,6 % dedicaram-se ao ensino; 11,7 aos negócios, 8,5 % ao comércio; 5,6 às atividades domésticas; e de 2,6 % não foi possível identificar a carreira seguida” (Shallies *apud* Thorndike, 1923).

Os resultados constatados por esse e por outros estudos citados permitiram a Thorndike (1923) afirmar que os alunos graduados pela *high school* se direcionavam para carreiras mais intelectuais e refinadas, como negócios, indústria, continuação dos estudos em instituições de educação superior, professores, médicos, advogados, raramente se tornavam trabalhadores de fábrica, serventes doméstico, motoristas ou vendedores.

Ainda segundo Thorndike (1923) apesar desses estudos serem valiosos para definir o tipo de carreira a que os estudantes poderiam se engajar depois de graduados, apresentavam duas limitações: não exploravam o caminho que cada indivíduo trilhara para alcançar seu status e a classificação empregada era muito geral, por exemplo, “homem de negócio” poderia ser um mensageiro ou um presidente de banco, podia ser a pessoa que trabalhava como funcionário ou o dono da fazenda.

Em relação ao aluno de *high school*, Thorndike (1923) destacou também a “*intelligence*” (“*amount of intelligence*”, “*degree of intelligence*” ou “*intelligence score*”), ou seja, o quociente de inteligência (Q.I). Utilizou como base de análise o *score* obtido na primeira aplicação do teste *Army Alpha*, composto de 212 itens, no qual uma resposta correta contava um ponto, a incorreta zero, e menos um quando o aluno tentava adivinhar a resposta correta. A aplicação desse teste, segundo Thorndike (1923), para um grupo de adultos nativos brancos, indicava que metade alcançava um *score* de 65 ou mais, e um terço deles atingia

score acima de 85. Quando aplicado em alunos da *high school*, o autor constatava três ocorrências claras: a média era muito maior do que em relação à população em geral; a média crescia da primeira para a segunda série, da segunda para a terceira e da terceira para a quarta série, e existia um aumento no limite da variação.

Destacam-se, no estudo apresentado por Thorndike (1923), duas conclusões quanto aos conteúdos algébricos: a primeira, os “alunos que escolheram álgebra ou um curso que a incluía são, em geral, mais inteligentes do que aqueles alunos que não passaram por um curso de álgebra e do que o grupo que tentou e falhou” (Thorndike, 1923, p. 31).

A segunda conclusão a que chegou Thorndike foi alvo de controvérsia porque, a partir do uso de “testes”, estabeleceu que alunos com QI abaixo de 100 eram incapazes de entender o simbolismo, a generalização e as provas de teoremas utilizando conteúdos algébricos.

Sem dúvida, interesse e esforço podem compensar qualquer habilidade, e, sem dúvida, especialmente habilidade para matemática pode ser compensada pelas deficiências nas habilidades medidas pelo teste *Army Alpha*. Em geral, no entanto, um aluno que, na primeira tentativa do *Army Alpha*, conseguisse uma quantidade de acertos inferior a 100, seria incapaz de entender simbolismo, generalização e provas da Álgebra. Ele pode ser aprovado no curso, mas não aprenderá Álgebra realmente (Thorndike, 1923, p. 37).

Em vista dessa conclusão, pode-se compreender as razões das controvérsias que provocou: Thorndike passou a utilizar os “testes” não apenas para determinar as leis da aprendizagem, como também para selecionar os alunos que poderiam ou não estudar os conteúdos algébricos.

5.2.2 – Os usos dos conteúdos algébricos

Constatou-se, pela exploração dos trabalhos de Thorndike (1912, 1922) destinados ao ensino dos conteúdos aritméticos, sua preocupação constante com a utilidade desses conteúdos não só durante o período que o aluno freqüentava a escola, mas também depois que terminava o curso. Essa preocupação continua em relação aos conteúdos algébricos, mas com um diferencial: praticamente todas as informações são alicerçadas em argumentos de autoridade; Thorndike (1923) se refere freqüentemente a outros estudos para justificar

algumas possibilidades concretas de uso de conteúdos algébricos, ainda que essas referências sejam introduzidas em meio à exposição dos seus próprios resultados de pesquisa.

Para o autor, poucos professores das matemáticas ou estudantes de Educação em geral eram capazes de avaliar a contribuição ou o uso das habilidades algébricas nos seus estudos e trabalhos; podiam até conferir algum valor disciplinar àquelas habilidades, mas pouco ou nenhum para a utilidade. Por isso, para mensurar a utilidade de cada habilidade adquirida com a álgebra elementar para cada pessoa, Thorndike optou por investigar principalmente dois aspectos das habilidades, o uso da Álgebra como preparação para o trabalho em ciências no *college* ou *professional school* e o uso da álgebra na leitura e estudo em geral. Quanto a isso, o autor ressalta que

álgebra como uma ferramenta hoje é principalmente uma ferramenta para o trabalho científico, para pensar sobre relações gerais. Apenas um pouco de suas habilidades são utilizadas pelos trabalhadores da agricultura, manufatura, transportes, medicina, advocacia, exceto se eles se tornassem estudantes das ciências. (Thorndike, 1923, p. 47)

Esse entendimento, segundo ele, que poderia causar algumas objeções, pois oferece uma impressão distorcida de que alguns tópicos da Álgebra só interessariam a uma minoria. Apesar disso, entendia que existia alguma justiça nessas objeções, uma vez que dificilmente, o leitor seria capaz de transferir alguma quantidade dos usos feitos no relato sobre a utilidade da Álgebra para uma sala de aula do primeiro ano sem fazer correções.

Para identificar quais as habilidades algébricas úteis como preparação para o trabalho de ciências no *college* e *professional school*, o autor examinou, entre outros estudos, o realizado pelo *National Committee on Mathematical Requirements*⁷. Esse trabalho investigou, junto aos professores do *college* de ciências físicas (astronomia, física, química) e de ciências sociais (história, economia, sociologia, e ciências políticas), quais os tópicos de Álgebra que tinham algum valor em seus respectivos campos. Os tópicos sobre os quais os entrevistados foram consultados: números negativos; números complexos; fórmulas simples; representação gráfica de dados estatísticos; gráficos (matemáticos e empíricos); função linear; função quadrática; equações; equações literais; razão e proporção; variação; cálculo numérico; teoria dos exponenciais; teoria dos logaritmos;

⁷ O *National Committee on Mathematical Requirements* utilizou o resultado dessa investigação para apresentar uma lista dos tópicos considerados essenciais – “*Topics in order of value as preparation for elementary college course*”.

progressão aritmética; progressão geométrica; teorema binomial; probabilidade; estatística; trigonometria; geometria demonstrativa; trigonometria plana; geometria analítica.

Os entrevistados teriam que graduar os temas, seguindo uma escala: (E) para essencial, (C) para considerável valor, (S) para algum valor e (O) para pouco ou nenhum valor. Como resultado desta investigação, constatou-se uma grande variação das opiniões em relação a cada tópico, por exemplo, enquanto alguns professores consideravam números negativos, fórmulas simples, e equações com um termo desconhecido como essencial, outros entendiam que esses conteúdos tinham pouco valor nos cursos que ministravam. O autor detectou também que a utilidade da Álgebra diminuía à proporção que a aplicação era complicada pela elaboração e utilização de dados raros, ou ainda pela necessidade de fatoração e percepção de relações entre os termos. Professores de física desejavam o domínio de cálculo algébrico, já os de biologia e ciências sociais faziam pouco uso das técnicas algébricas em seus cursos. Segundo o autor, o resultado da avaliação dos tópicos como essencial, considerável valor, algum valor e pouco ou nenhum valor defendiam uma combinação de julgamento sobre as diferentes habilidades incluídas no tópico. Uma avaliação pode ser de algum uso para o tópico como um todo e essencial para alguma característica desse tópico, mas de pouco ou nenhum uso para outras característica.

Por conta dessa constatação, o autor a partir dos resultados apresentados pelo *National Committee on Mathematical Requirements*, elaborou e aplicou outro questionário com características mais detalhadas dos temas, na qual apresenta uma tabela de cinquenta e seis atividades que foram enviadas para professores de ciências do *college* com o seguinte enunciado:

em conexão com uma investigação da psicologia com o ensino de álgebra, necessito conhecer como é complexa e difícil a tarefa de um estudante que ingressa no *college* poder ter o domínio de uma ordem para fazer certos usos da álgebra como é desejável no curso elementar no *college*. Peço que você ajude tomando alguns minutos do seu tempo para verificar a lista e classificar cada tarefa como segue:

se a habilidade trata de uma tarefa essencial para o curso elementar escreva E.
Se não é essencial, mas de valor considerável, escreva C.
Se for de pouco valor, mas ainda assim de algum valor, escreva S
Esse não é de nenhum valor, escreva O.

(Thorndike, 1923, p. 64).

O resultado dessa nova investigação, segundo o autor, comprovou que havia uma tendência em confundir a habilidade de uma tarefa com a habilidade para aprender a tarefa ou com a habilidade geral da qual a tarefa é uma parte. A tendência mais geral é que “a utilidade de uma técnica algébrica diminua em proporção como sua aplicação é complicada pela elaboração e dados raros, ou pela necessidade de engenhosas reorganizações, fatoração e percepção acurada das relações” (Thorndike, 1923, p. 65).

O outro uso dos conteúdos algébricos investigado pelo autor e seus colaboradores diz respeito à utilização dos conteúdos algébricos em inventário de livros-texto da *high school*.

Do inventário realizado foram examinados 42 livros-texto, utilizados nas ciências físicas e biológicas, nas ciências sociais e nas artes práticas (culinária, desenho mecânico, costura e carpintaria), para identificar que habilidades algébricas o aluno necessitava para efetuar a leitura. A quantificação geral do material examinado foi a seguinte:

QUADRO 5.6
QUANTIFICAÇÃO DAS HABILIDADES ALGÉBRICAS PRESENTES
EM LIVROS

Conteúdo	Total de linha examinadas - em polegadas	Total de linhas em polegadas que álgebra é utilizada	Percentual de linhas em que álgebra é utilizada	Numero separado de vezes que álgebra foi utilizada
Ciências sociais	24500	410	1,7	109
Ciências físicas e biológicas	56170	1856	3,3	7780
Artes práticas	17960	98	0,5	189

Fonte: Dados coletados em de Thorndike et al (1932, p. 71). Segundo o autor nos textos normais utilizados na *high school* 100 polegadas correspondem a aproximadamente dezoito páginas.

Constata-se pelos dados apresentados que o autor examinou aproximadamente 17753 páginas para identificar os possíveis usos da álgebra. Os principais pontos de identificação utilizada pelos autores foram: manipulação de polinômios complicados; formação e solução de igualdades e equações; formação e avaliação de fórmulas; desenvolvimento e uso de funções; construção e interpretação de gráficos por estatísticas ou funções.

A partir da identificação do uso da álgebra o autor chegou as seguintes conclusões:

- a) as partes da Álgebra que o aluno realmente necessitava na leitura da maioria dos conteúdos das diversas áreas eram os gráficos, particularmente os estatísticos, e as fórmulas;
- b) a álgebra elementar não era suficiente para capacitar o aluno a ler artigos de enciclopédias que empregam termos técnicos em física, engenharia, astronomia, química, matemática; mas do que falar em geral, deve-se ter conhecimento como a matemática geralmente apresentada para o estudante em um curso parcelado de três, quatro ou cinco anos consecutivos de álgebra elementar.
- c) a importância das matemáticas para um entendimento de conteúdos de interesse geral é muito maior que a frequência do seu uso, desde que mantida a razão de cerca de 1 para 11 entre o percentual do número de artigos e a porcentagem do espaço que eles ocupam (Thorndike et al, 1923, p. 88).

Com base nessas constatações, Thorndike et al (1923) recomendavam que na organização do curricular dos conteúdos algébricos do primeiro ano da *high school*, se prestasse mais atenção às fórmulas e aos gráficos estatísticos, porque a Álgebra era útil, mas sua utilidade variava enormemente. Alertava também para que aqueles alunos com desejo e capacidade para campos como a física, engenharia, psicologia, química, educação, economia, aeronáutica, ciências sociais, balística, navegação, recebessem uma preparação mais ampla não apenas em Álgebra, mas em muitos outros ramos das matemáticas para os quais os conhecimentos algébricos eram um pré-requisito e ferramenta. Isso, segundo o autor, poderia contribuir para que as pessoas em geral e autores de livros em particular, que normalmente perdiam muito tempo fazendo descrições verbais porque não tinham a habilidade e o hábito de estruturar uma fórmula, passasse a descrever os dados e estabelecer relações entre os dados do problema.

Do que foi dado a perceber tanto em relação à habilidade da natureza aritmética quanto algébrica percebe a partir das evidências apresentadas pelo autor, que elas podem ser classificadas em dois tipos aquelas que são intrínsecas ao conteúdo matemático e aquelas que dizem respeito e alicerçam um “novo padrão de ensino” que tem basicamente como característica a transferência de uma organização lógica para uma organização psicológica e que o procedimento adotado para isso é a resolução de problemas como uma forma de combater a teoria da disciplina mental.

Diante do exposto, sobre o uso que Thorndike fez dos testes em relação ao ensino dos conteúdos matemáticos, não é precipitação afirmar foi por meio da utilização dos testes que ele garantiu aspectos distintivos do padrão que estava conformando para o ensino de Matemática. Pela utilização de instrumentos de mensuração identificou a natureza das habilidades matemáticas, a constituição de cada uma delas e utilizá-las de forma a produzir mudanças, ou seja, eles foram os instrumentos utilizados para fornecer a base científica para o ensino dos conteúdos matemáticos.

CONCLUSÕES

O manual *The Thorndike Arithmetics*, publicado em 1917, foi considerado, neste estudo, como a evidência de que Edward Lee Thorndike conformou, nas primeiras décadas do século XX, um padrão peculiar para o ensino de Matemática.

Com esse manual, Thorndike enfrentou questões postuladas à época relativas ao ensino da Matemática, mobilizando, de modo singular, princípios da Psicologia da Aprendizagem e da Educação Experimental, estabelecidos, em sua quase totalidade, nas pesquisas desenvolvidas por ele mesmo ou sob sua orientação.

O exame do livro permite afirmar que Thorndike respondeu de forma positiva ao movimento que buscava ensinar os conteúdos aritméticos, geométricos e algébricos de forma integrada, conferindo-lhes utilidade ao remetê-los a situações de vida. Não precisou, para tanto, proferir uma palavra se quer em defesa do movimento fusionista dos conteúdos matemáticos, diferentemente do que alguns dos seus contemporâneos o fizeram.

O caráter distintivo da produção de Thorndike se confirma, no manual *The Thorndike Algebra*, destinado ao aluno, lançado em 1927, ou seja, dez anos depois. Nesse novo livro-texto, o autor aplica, mais uma vez, os princípios da Psicologia da Aprendizagem e da Educação Experimental.

Destacou-se, neste trabalho, que a mudança efetuada por Thorndike na organização lógica dos conteúdos, tal como eram dispostos nos manuais até então em circulação, constitui um primeiro traço distintivo da sua produção. Trata-se de um reordenamento de conteúdos que rompe com a ordenação lógica alicerçada e justificada pela teoria da disciplina mental.

Evidenciou-se que a ruptura com a teoria da disciplina mental foi desencadeada pelo procedimento de identificação da natureza das “habilidades matemáticas”. Thorndike buscou identificar as habilidade matemática e a constituição de cada uma

delas, para então hierarquizá-las. Hierarquizou tanto os conteúdos aritméticos quanto os algébricos.

A focalização da atenção de Thorndike no enunciado e na resolução de problemas, para o que encarecia equivalente atenção dos professores e autores de manuais, representa mais um aspecto distintivo da sua produção. Na apresentação dos problemas e dos dados em seu enunciado, o autor sustenta a mudança da organização de conteúdos, até então baseada na lógica e fundamentada na teoria da disciplina mental.

A defesa de problemas com enunciados semelhantes às situações do cotidiano do aluno representa, no caso de Thorndike, um diferencial em relação aos seus contemporâneos. Sua justificativa não está baseada nem na teoria da disciplina mental, nem em uma suposta necessidade interna aos conteúdos matemáticos; está sustentada na tese de que aprendizagem é conexão; daí a indispensável presença de elementos idênticos para garantir a efetiva aprendizagem.

Fundamental, também, é a relevância por ele atribuída à utilização de situações para o desenvolvimento do raciocínio, entendido como organização e controle de hábitos. Por isso, Thorndike conferiu equivalente importância à seleção dos problemas e à hierarquia de conexões mentais ou hábitos a serem formados.

É com base nessa compreensão de raciocínio como organização e controle de hábitos que Thorndike reclama, em *The Thorndike Arithmetics*, o respeito rigoroso da ordem dos conteúdos tal como se apresenta no manual, fosse o professor um especialista na área ou um inexperiente.

Nesta pesquisa, foi constatado que, para Thorndike, a aplicação de testes lhe teria garantido o tratamento quantitativo e a sustentação científica de cada um dos assuntos tratados no manual. Dos testes também se utilizou para despertar o interesse do aluno e nele desenvolver o hábito de controle da própria aprendizagem. Uma vez informado da meta a ser atingida, o aluno seria treinado a identificar seus erros e acertos, bem como a medir o próprio progresso. Com isso, o professor poderia identificar o progresso de cada aluno e de toda a turma pela simples consulta dos resultados do teste.

Destaque-se, ainda, a constatação de que, por meio dos seus manuais de Aritmética e Álgebra, Thorndike procurou alterar, de modo controlado, as formas de atuar do professor e as de aprender do aluno.

Ao professor, destinou recomendações por meio das notas colocadas nos itens em que pudesse cometer algum desvio. À medida que o professor seguisse as recomendações, modificaria a própria prática pedagógica e se transformaria em colaborador da mudança nos modos de agir do aluno. Esse, por sua vez, passaria a desenvolver o autocontrole físico – respeitando, por exemplo, os limites espaciais da página do livro – e mental a ser incorporado aos poucos, por meio de atividades hierarquizadas destinadas ao desenvolvimento de habilidades de raciocínio, precisão, rapidez e, principalmente, o domínio da própria aprendizagem pelo uso dos testes.

Diante da constatação que Thorndike conformou um padrão ao mobilizar os princípios da Psicologia para combater a disciplina mental, algumas indagações se apresentam como fundamentais: o que fizeram os defensores da teoria da disciplina mental? Quais os instrumentos que eles mobilizaram para refutar as acusações de Thorndike? Ou, ainda, quais as características de outros manuais que também circulavam a época?

Buscar respostas para essas indagações é uma possibilidade que se apresenta como instigante a partir do exame da produção de Thorndike. Pois examinar os manuais produzidos por ele em relação a outros elaborados por contemporâneos, que adotavam bases teóricas distintas, possibilitará a compreensão das singularidades de cada um deles, bem como a identificação de regras que possibilitava a coexistência de padrões diferenciados.

Por fim, cabe ressaltar que esses nexos que Thorndike estabeleceu entre a Psicologia e o ensino de Matemática traz possibilidades de novos investimentos de pesquisas para a História da Educação em geral e do Ensino de Matemática em particular. Espera-se, no entanto que os novos estudos adotem o método científico de Thorndike para que as argumentações sejam elaboradas a partir da utilização de instrumentos científicos e da análise de situações concretas.

REFERÊNCIAS
BIBLIOGRÁFICAS

FONTES

Livros

THORNDIKE, Edward Lee. 1917a. *The Thorndike Arithmetics. Book One*. Chicago: Rand McNally & Company. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1917b. *The Thorndike Arithmetics. Book Two*. Chicago: Rand McNally & Company. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1917c. *The Thorndike Arithmetics. Book Three*. Chicago: Rand McNally & Company. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1921. *The new methods in Arithmetic*. New York: Chicago: San Francisco : Rand McNally & Company.

_____. 1922. *The Psychology of Arithmetic*. New York: Macmillan Company.

THORNDIKE, Edward Lee et al. 1923. *The Psychology of Algebra*. New York: Macmillan Company.

THORNDIKE, Edward Lee. 1925. *The Thorndike Series of Junior High School Mathematics - Book One*. Chicago: New York: Rand McNally & Company.

_____. 1927. *The Thorndike Algebra*. Chicago: New York: Rand McNally & Company.

_____. 1928. *Thorndike's Junior Mathematics – Book Two*. Toronto: W.J. Gage & Company, Limited.

Artigos

THORNDIKE, Edward Lee. 1910. Testing the results of the teaching of science. *The Mathematics Teacher*. Vol. X.

THORNDIKE, Edward Lee e HAHN, H. H. 1914. Some results of practice in addition under school conditions. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. V, n. ° 2.

THORNDIKE, Edward Lee. 1914. An experiment in grading problems in algebra. *The Mathematics Teacher*. Vol. VII, n.º 2.

_____. 1915. A note on failure of educated persons to understand simple geometrical facts. *The Mathematics Teacher*. Vol. VII, n.º 2.

_____. 1916. Tests of esthetic appreciation. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. VII, n.º 10.

_____. 1917 Individual differences in judgments of the beauty of simple forms. *Psychological Review*, volume XXIV, n.º2.

_____. 1921a. The constitution of arithmetical abilities. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. XII, January, n.º 1.

_____. 1921b. The psychology of drill in Arithmetic: the amount of practice. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. XII, April, n.º 4.

_____. 1921c. The constitution of arithmetical abilities. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. XII, n.º 19.

_____. 1922a. The nature of algebraic abilities (continued). *The Mathematics Teacher*. Vol. XV.

_____. 1922b. The nature of algebraic abilities. *The Mathematics Teacher*. Vol. XV,.

_____. 1922c. The psychology of the equation (continued). *The Mathematics Teacher*. Vol. XV, n.º 3.

_____. 1922d. The psychology of problem solving. *The Mathematics Teacher*. Vol. XV, .º 5.

_____. 1922e. The constitution of algebraic abilities. *The Mathematics Teacher*. Vol. XV.

_____. 1922f. The strength of the mental connections formed in algebra. *The Mathematics Teacher*. Vol. XV, n.º 6.

_____. 1922g. The psychology of the equation. *The Mathematics Teacher*. Vol. XV, n.º 3.

_____. 1922h. The psychology of problem solving. (Continued). *The Mathematics Teacher*. Vol. XV, n.º 5.

BIBLIOGRAFIA

ALLEN, H. C. 1968. *História dos Estados Unidos da América*. Tradução Ruy Jungmann. Rio de Janeiro: Companhia Editora Forense.

BARNHART, Clarence L. 1950. Contributions of Dr. Thorndike to Lexicography. *Teachers College Record*. Volume 51.

BELL, Carleton J. & STOCKARD, L. V. 1916. A preliminary study of the measurement of abilities in Geometry. *The Journal of Educational Psychology*. Volume VII, n.º 10.

BETZ, William. 1917. The teaching of Mathematics in the Junior High School (A discussion of the Rochester Plan). *The Mathematics Teacher*. Volume XI .

BRAGA, Ciro. 2003. *O processo inicial de disciplinarização de função na Matemática do ensino secundário brasileiro*. Dissertação de mestrado. São Paulo: Puc/SP.

BROWNELL, William A. 1954. The revolution in Arithmetic. *The Arithmetic Teacher*. Volume I, n.º 1.

BÜRIGO, Elizabete Zardo. 1989. *Movimento da Matemática Moderna no Brasil – estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60*. Dissertação de mestrado. Porto Alegre: FE – UFRGS.

CASTARDO, Cleide Ferraro. 2001. *A matemática na Polytechnica de São Paulo: uma análise do curso preliminar (1894-1931)*. Dissertação de mestrado (História da Ciência). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

COSTA, Maria Luiza Andreozzi da. 1993. *Psicologia da Educação: origens em Edward Lee Thorndike*. Tese de doutorado. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CREMIN, Lawrence A. 1954. *A History of Teachers College*. Columbia University. New York: Columbia University Press.

CURI, Edda. 2004. *Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e as crenças e atitudes que interferem na constituição desse conhecimento*. Tese de doutorado. São Paulo: PUC/SP.

DASSIE, B. A. 2001. *A Matemática do curso secundário na Reforma Gustavo Capanema*. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: PUC-RJ.

DIAS, André Luís Mattedi. 2002. *Engenheiros, Mulheres, Matemáticos interesses e disputas na profissionalização da Matemática na Bahia (1896-1968)*. Dissertação de mestrado. São Paulo: USP.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva. 2002. *Henri Poincaré e Euclides Roxo: subsídios para a história das relações entre Filosofia da Matemática e Educação Matemática*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC/SP.

FISH, Daniel W. 1877. *The Rudiments of written Arithmetic: containing slate and black-board exercises for beginners, and designed for graded schools*. New York: Cincinnati: Chicago : American Book Company.

GATES, Artur I. 1949. Edward Lee Thorndike – 1874- 1949. *Psychological Review*. Volume 56, Nº5.

_____. 1950. The writings of Edward Lee Thorndike. *Teacher College Record*. Volume 51.

GOODENOUGH, Florence L. 1950 Edward Lee Thorndike, 1874-1949. *The American Journal of Psychology*. Volume LXIII, n.º 2.

HILGGARD, Ernest R. 1966. *Teorias da Aprendizagem*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.

HUMPHREY, George. Edward Lee Thorndike, 1874-1949. *The British Journal of Medical Psychology*. Volume XL.

JONÇICH, Geraldine M. 1962. Science: touchstone for a New Age in Education. In: THORNDIKE, Edward Lee. *Psychology and the science of education. Selected writings of Edward Lee Thorndike*. Editado por Geraldine M. Joncich. New York: Bureau of Publications Teachers College , Columbia University.

_____. 1968. *The sane positivist: a biography of Edward L. Thorndike*. Middletown: Connecticut: Wesleyan University Press.

JUDD, Charles H. 1926. A century of applications of Psychology to Education. *Teachers College Record*. Volume XXVII, nº 9.

KANDEL, I. L. 1923. The International Institute of Teachers College. *Teachers College Record*. Volume XXIV, nº 4.

KILPATRICK, Jeremy. 1992. Historia de la investigacion en Educación Matematica. In: *Educación Matemática e Investigacion*. Madrid: Editorial Síntesis S. A.

KLIEBARD, Herbert M. 1986. *The struggle for the American curriculum, 1893-1958*. New York: Routledge.

LORGE, Irving. 1950. Edward Lee Thorndike's publications from 1940 to 1949. *Teacher College Record*. Volume 51.

MACHADO, Rita de Cássia Gomes. 2002. *Uma análise dos Exames de Admissão ao Secundário (1930-1970): subsídios para a História da Educação Matemática no Brasil*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC/SP.

MARTINO, Márcio Constatino. 2001. *O ensino de geometria na formação do oficial do Exército Brasileiro*. Dissertação de mestrado. Paraná: UFPR.

MARTINS, Maria Antonieta Meneghini. 1984. *Estudo da Evolução do Ensino no Brasil e no Paraná, com ênfase na disciplina de Matemática*. Dissertação de mestrado. Curitiba: FE-UFPR.

MAURO, Suzeli. 1999. *A história da faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Rio Claro e suas contribuições para o movimento de Matemática*. Dissertação de mestrado. Rio Claro: UNESP.

MAY, Mark A. 1950. Selected writings from a Connectionist's Psychology. *Teachers College Record*, Volume 51.

MENDONÇA, Margarida. 1998. *A participação da mulher na Matemática e na Educação Matemática brasileira*. Dissertação de mestrado. Rio Claro: UNESP.

METZLER, William H. 1912. Problems in the experimental pedagogy of geometry. *The Journal of Educational Psychology*. Volume III, nº. 10.

MIORIM, Maria Ângela. 1995. *O Ensino de Matemática: evolução e modernização*. Tese de doutorado. Campinas: FE/UNICAMP.

MIRANDA, Marilene Moussa. 2003. *A experiência norte-americana de fusão da Aritmética, Álgebra e Geometria e sua apropriação pela educação matemática brasileira*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC.

MONROE, Walter Scott. 1917. *Development of Arithmetic as a school subject*. Chicago: Illinois: The University of Chicago Libraries.

MURPHY, Anne Marie Qu 1988. *The contributions of Teachers College Faculty to selected movements significant in Mathematics Education - 1914 – 1945*. Degree of Doctor. New York: Teachers College, Columbia University.

NYARADI, Neidi de Oliveira. 1998. *Capacidade geral e inteligência social: delimitando domínios*. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Gama Filho.

OLIVEIRA, Marco Antonio G. 1997. *O ensino da álgebra elementar: depoimentos e reflexões daqueles que vêm fazendo sua história*. Dissertação de mestrado. Campinas: FE/UNICAMP.

OVERN, Orlando E. A. 1937. Changes in curriculum in elementary algebra since 1900 as reflected in the requirements and examinations of the College Entrance Examination Board. *The Journal of Experimental Education*. Volume V, n. ° 4.

PAVANELLO, R. M. 1989. *O abandono da geometria: uma visão histórica*. Dissertação de Mestrado. Campinas: DEME – FE - UNICAMP.

PORTUGAL, Francisco Teixeira. 2002. *O homem diante dos animais – uma história das relações entre homens e animais na psicologia*. Tese de doutorado. PUC/RIO.

PRADO, Rosimeiry de Castro. 2003. *Do engenheiro ao licenciado: os concursos a cátedra do Colégio Pedro II e as modificações do saber do professor de Matemática do ensino secundário*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC – SP.

PRELIMINARY Report of The Arithmetic Committee. 1912. *The Mathematics Teacher*. Volume 5, nº3.

REEVE, W. D. 1917. Student teaching in Mathematics. *The Mathematics Teacher*. Volume 12, nº4.

_____. 1929. United States. *The Fourth Yearbook - Significant changes and trends in teaching of Mathematics throughout the world since 1910*. New York: Bureau of Publications Teachers College , Columbia University.

_____. 1932. A comparative study of the teaching of Mathematics in the United States and Germany. *The Mathematics Teacher*. Volume 25.

_____. CLARK, John R. 1951. The general Mathematics Movement and releigh scholing's significant contribution to it. *Teachers College Record*. Volume 44.

REPORT of the Arithmetic Committee. 1914. *The Mathematics Teacher*. Volume.

REPORT of The Committee on elementary school, of the Association of Mathematics Teachers of the Middle Stats and Maryland. 1917. *The Mathematics Teacher*. Volume X.

RICE, J. M. 1903. Educational Research:causes of success and failure in schools. *Forum*. Volume 34.

ROCHA, José Lourenço da. 2001. *A matemática do curso secundário na Reforma Francisco Campos*. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: PUC-RJ.

ROXO, Euclides. 1937. *A Matemática na Educação Secundária*. São Paulo: Cia. Editora Nacional.

RUDOLFER, Noemy da Silveira. 1936. *A evolução da Psychologia Educacional através de um historico da Psychologia moderna*. São Paulo: Empreza graphica da Revista dos Tribunaes.

RUSSELL, William F. 1950. Edward Lee Thorndike, 1874-1949. *Teacher College Record*. Volume 51.

SANTOS, Vera Cristina Machado. 2003. *A matemática escolar nos anos 1920: uma análise de suas disciplinas através das provas dos alunos do Ginásio da capital do Estado de São Paulo*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP.

SARGENT, S. Stansfeld. 1944. *Great Psychologists: their theories, discoveries, and experiments*. New York: Barnes & Noble Inc.

SASS, Odair. 2004. *Crítica da razão solitária: a Psicologia Social segundo George Herbert Mead*. Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco.

SIGURDSON, Solberg Einar. 1962. *The development of the idea of unified mathematics in the secondary school curriculum. (1890 – 1930)*. Tese. Wisconsin: University of Wisconsin

SILVA, Clovis Pereira da Silva. 1992. *A Matemática no Brasil: uma história do seu desenvolvimento*. Curitiba: Ed.UFPR.

SMITH, David Eugene. 1909. The American work of the International Commission on the teaching of Mathematics. *The Mathematics Teacher. Volume II*.

_____. 1912. *The Present teaching of mathematics in Germany*. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1933. An retiring President of the International Commission on the teaching of Mathematics. *The Mathematics Teacher*. Volume 26.

SMITH, David Eugene, GINSBURG, Jekuthiel. 1934. *A History of Mathematics in America before 1900*. Chicago: Illinois: The Mathematical Association of America.

SÓRIO, WALTER Fernandes. 2004. *Um estudo do Curso de Mathematica Elementar de Euclides Roxo: contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC/SP.

SUZALLO, Henry. 1912. *The teaching of primary Arithmetic: a critical study of recent tendencies in method*. Boston: New York: Chicago: Dallas: San Francisco: Houghton Mifflin Company.

TAVARES, Jane Cardote. 2002. *A Congregação do Colégio Pedro II e os debates sobre o Ensino de Matemática*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC/SP

THIENGO, Edmar Reis. 2001. *A Matemática de Ary Quintella e Osvaldo Sangiorgi: um estudo comparativo*. Dissertação de mestrado. Espírito Santo: Universidade Federal do Espírito Santo.

THORNDIKE, Edward Lee & WOODWORTH, R. S. 1901. The influence of improvement in one mental function upon the efficiency of other functions. *Psychological Review*. Volume 8.

_____. 1902. *The Human nature Club – an introduction to the study of mental life*. (Third edition). New York: London: Bombay: Longmans, Green, and Co.

_____. 1903. *Notes on Child Study*. (Second edition). New York: The Macmillan Co.

_____. 1904. *An introduction to the theory of mental and social measurements*. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1905. *The Principles of Teaching Based on Psychology*. New York: A. G. Seiler.

_____. 1907. *Empirical studies in the theory of measurement*. New York: The Science Press.

_____. 1908. The effect of practice in the case of a purely intellectual function. *The American Journal of Psychology*. Vol. XIX, January, n° 1.

_____. 1910a. The contribution of Psychology to Education. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. I, January, n° 1.

_____. 1910b. William James. *The Journal Educational Psychology*. Volume I, n° 8.

_____. 1911a. A scale for merit in English writing by young people. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. XII.

_____. 1911. Quantitative investigations in education: com special reference to co-operation within this association. *Research within the Field of Education, Its Organization and Encouragement*. Chicago: Illinois: The University of Chicago Press.

_____. 1912. *Education, A First Book*. New York: Macmillan Company.

_____. 1913a. *Educational Psychology - The original nature of man*. Volume I. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1913b. *Educational Psychology - The Psychology of learning*. Volume II. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1914. *Educational Psychology – mental work and fatigue and individual differences and their causes..* Volume III. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1914b. *The measurement of ability in reading – preliminary scales and tests*. New York: Teachers College, Columbia University.

_____. 1914c. The measurement of ability in reading. *Teachers College Record*. Vol. XV, n° 4.

_____. 1914d. Teacher's estimates of the quality of specimens of handwriting. *Teachers College Record*. Vol. XV, November, n° 5.

_____. 1915a. An improved scale for measuring ability in reading. *Teacher College Record*. Vol. XVI, November, n° 5.

_____. 1916a. An improved scale for measuring ability in reading. (concluded). *Teacher College Record*. Vol. XVII, n° 1.

_____. 1916b. Notes on practice, improvability, and the curve of work. *Teacher College Record*. (Reprint from the American Journal of Psychology, 1916, vol. XXVII).

_____. 1917a. Reading as reasoning: a study of mistakes in paragraph reading. *Journal of Educational Psychology*. Volume VIII, n° 6.

_____. 1917b. The understanding of sentences: a study of errors in reading. *Elementary School Journal*. Volume XVIII, n° 2.

_____. 1917c. The psychology of thinking in the case of reading. *Psychology Review*. Volume 24, n° 2.

_____. 1920a. Intelligence examinations for college entrance. *Journal of Educational Research*. Volume I, n° 5.

_____. 1920b. The Reliability and significance of tests of intelligence. *The Journal of Educational Psychology*. (pp. 284 – 326)

_____. 1921. Measurement in education. *Teachers College Record*. Vol. XXII, n° 5.

_____. 1922. Instruments for measuring the disciplinary values of studies. *Journal of Educational Research*. Volume V, n° 4.

_____. 1922b. The effect of changed data upon reasoning. *Psychological Review Publications*. Volume V, n° 1. (pp. 33 - 38)

_____. 1922c. Practice effects in intelligence tests. *Journal of Experimental Psychology*, V. 5, n° 2.

_____. 1923a. On the improvement in intelligence scores from fourteen to eighteen. *Journal of Experimental Psychology*, V. 14, n° 6.

_____. 1923b. The variability of an individual in repetitions of the same task. *The Journal of Experimental Psychology*. Volume VI, n° 1.

_____. 1924a. Mental discipline in high school studies. *The Journal of Educational Psychology*. Vol. XV January, n° 1.

_____. 1924b. The disciplinary values of studies in the opinion of students. *Teachers College Record*. Volume XXV.

_____. 1924c. Tests and their use. *Teachers College Record*. Volume XXVI, n° 2.

_____. 1924d. *The selection of tasks of equal difficulty by a consensus of opinion*. *Teachers College Record*. Volume XXV.

_____.; BREGMAN, Elsie O . 1924. On the form of distribution of intellect in the ninth grade. *Journal of Educational Research*. Volume 10, n° 4.

THORNDIKE, Edward Lee. 1925. The improvement of mental measurements. *Journal of Educational Research*. Volume XI, n° 1.

_____ et al. 1926. *The Measurement of Intelligence*. New York: Bureau of Publications Teachers College, University Columbia.

THORNDIKE, Edward Lee. 1927. *A second study of mental discipline in high school studies*. *Journal of Educational Research*. Volume XI.

_____. 1927b. The influence of primacy. *Journal of Experimental Psychology*. Volume IX N.° 1

_____. 1928. A theory of the action of the after-effects of a connection upon It. *Psychological Review*. Volume 40, n.° 5.

_____. 1928b. The testing movement in the light of recent research. *Journal of Educational Research*. Volume 17, n° 6.

_____. 1932. *The Fundamentals of Learning*. New York: Bureau of Publications, Teachers College, Columbia University.

- _____. 1935. *Thorndike Century Junior Dictionary*. New York: Scott Foresman and Company.
- _____. 1942. *Thorndike Century Junior Dictionary*. (Edição revisada). London: New York: D. Appleton- Century Company.
- _____. 1949. *Selected writings from a connectionist's Psychology*. New York: Appleton-Century-Crofts, Inc.
- _____. 1962. *Psychology and the science of education. Selected writings of Edward Lee Thorndike*. Editado por Geraldine M. Joncich. New York: Bureau of Publications Teachers College , Columbia University.
- _____. 1991. Edward L. Thorndike: a professional and personal appreciation. *Portraits of pioneers in Psychology*. Washington: American Psychological Association.
- TOMPKINS, Sydney Winans. 1957. *The development of Arithmetic as an elementary school subject since 1990*. Degree of Doctor. New York: Teachers College, Columbia University.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. 1997. *Uma historia da matemática escolar no Brasil 1730 -1930*. Tese de doutorado. São Paulo: USP.
- VITTI, Catarina Maria. 1998. *Movimento da Matemática moderna: memória, vaias e aplausos*. Tese de doutorado. Piracicaba: Universidade Metodista de Piracicaba.
- WARDE, Mirian Jorge. 2001. *Americanismo e Educação: A Fabricação do "Homem Novo"*. São Paulo: convenio Capes/Procad.
- _____. 2002. Estudantes Brasileiros no Teachers College da Universidade de Columbia: do aprendizado da comparação. *II Congresso da Sociedade Brasileira de História da Educação*, Natal (no prelo).
- _____. 2003. *Internacionalização-Nacionalização de padrões pedagógicos e escolares do ensino secundário e profissional (Brasil, meados do século XIX ao pré-Segunda Guerra Mundial)*. São Paulo.

WERNECK, Arlete Petry Terra. 2003. *Euclides Roxo e a reforma Francisco Campos: a gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC.

YOUNG, J. W. A. 1924. *The teaching of Mathematics*. New York: Longmans.

ZACARON, Carlos Roberto Araújo. 1997. *A influência norte-americana no desenvolvimento acadêmico brasileiro através do PABAE: área de Matemática*. Dissertação de mestrado. Rio de Janeiro: Universidade Santa Úrsula.

ANEXO

Bibliografia de Edward Lee Thorndike coletada durante a pesquisa

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1902	Instrutor de Psicologia Genética do Teachers Colege, Columbia University, New York.	The Human nature Club – an introduction to the study of mental life.	Livro
1903	Instrutor de Psicologia Genética do Teachers Colege, Columbia University, New York.	Notes on Child Study.	Livro
1905	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University.	What instruction in educational psychology should be given in a professional course for teachers?	Artigo
1907	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University.	Empirical studies in the theory of measurement.	Livro
1908	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University.	The effect of practice in the case of a purely intelectual function.	Artigo
1910	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University.	The contribution of Psychology to Education.	Artigo
		Testing the results of the teaching of science.	Artigo
		William James (Communications and discusions).	Artigo
1911	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University.	Individuality.	Livro

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Quantitative investigations in education: with special reference to co-operation within this association.	Capítulo
		A scale for merit in English writing by young people.	Artigo
1913	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Educational Psychology - The Psychology of learning.	Livro
		The original nature of man.	Livro
		Educational Psychology - The original nature of man.	Livro
1914	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Education, A First Book.	Livro
		Mental work and fatigue and individual differences and their causes.	Livro
		The measurement of ability in reading – preliminary scales and tests.	Livro
		An experiment in grading problems in algebra.	Artigo
		Some results of practice in addition under school conditions.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Repetition versus recall in memorizing vocabularies. (Communications and discussions).	Artigo
		Teacher's estimates of the quality of specimens of handwriting.	Artigo
		The measurement of ability in reading.	Artigo
		Some results of practice in addition under school conditions.	Artigo
1915	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	A note on failure of educated persons to understand simple geometrical facts.	Artigo
		An improved scale for measuring ability in reading.	Artigo
1916	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Notes on practice, improvability, and the curve of work.	Artigo
		An improved scale for measuring ability in reading. (concluded).	Artigo
		Tests of Esthetic appreciation.	Artigo
1917	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do comitê de classificação do pessoal do United States Army.	The Thorndike Arithmetics - Book three.	Livro

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		The Thorndike Arithmetics. - Book one.	Livro
		A preliminary study of the inheritance of arithmetical abilities.	Artigo
		The Thorndike Arithmetics - Book two.	Livro
		Individual differences in judgments of beauty of simple forms.	Artigo
		On the function of visual imagery and its measurement from individual reports.	Artigo
		Magnitude and rate of alleged changes at adolescence.	Artigo
		Reading as reasoning: a study of mistakes in paragraph reading.	Artigo
		The understanding of sentences: a study of errors in reading.	Artigo
		Notes on Practice, improvability, and the curve of work.	Artigo
		The psychology of thinking in cthe case of reading.	Artigo
1920	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Reliability and significance of tests of intelligence.	Artigo
		Intelligence examinations for college entrance.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1921	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Correction formulae for addition tests.	Artigo
		Intelligence examinations for college entrance.	Artigo
		Measurement in education.	Artigo
		The new methods in arithmetic.	Livro
		Intelligence and its measurement: a symposium.	Artigo
		Word knowledge in the elementary	Artigo
		The constitution of arithmetical abilities.	Artigo
1922	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The psychology of drill in Arithmetic: the amount of practice.	Artigo
		The constitution of arithmetical abilities.	Artigo
		An Introduction to the Theory of Mental and Social Measurements.	Livro
		The psychology of the equation.	Artigo
		An instrument for measuring certain aspects of intelligence in relation to growth, practice, fatigue, and other influences.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Practice effects in intelligence tests.	Artigo
		The effect of changed data upon	Artigo
		The nature of algebraic abilities (Continued).	Artigo
		The nature of algebraic abilities.	Artigo
		The psychology of the equation (continuação).	Artigo
		The psychology of problem solving.	Artigo
		The costitution of algebraic abilities.	Artigo
		The strength of the mental connections formed in algebra.	Artigo
		Instruments for measuring the disciplinary values of studies.	Artigo
		An experiment in learning na abstract subject.	Artigo
		The psychology of problem solving. (Continued).	Artigo
		Handwriting.	Artigo
1923	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Psychology of Algebra.	Livro

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		The construction and interpretation of correlation tables.	Artigo
		The variability of an individual in repetitions of the same task.	Artigo
		On the improvement in intelligence scores from fourteen to eighteen.	Artigo
		The diversity of High-school students programs.	Artigo
1924	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Thorndike Arithmetics - Book one.	Artigo
		Mental discipline in high school studies.	Artigo
		Mental discipline in high school studies. (Continued from January).	Artigo
		On the form of distribution of intellect in the ninth grade.	Artigo
		The disciplinary values of studies in the opinion of students.	Artigo
		Tests and their use.	Artigo
		The selection of tasks of equal difficulty by a consensus of opinion.	Artigo
		On the form of distribution of intellect in the ninth grade.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1925	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The selection of tasks of equal difficulty by a consensus of opinion.	Artigo
		Mental discipline in high school studies.	Artigo
		The improvement of mental mensuraments.	Artigo
1926	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Thorndike series of junior higj school mathematics.	Livro
		The Measurement of Intelligence.	Livro
		Educational Psychology - Mental work and fatigue and Individual Differences and Their causes. Volume III.	Livro
1927	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	On the improvement in intelligence scores from thirteen to nineteen.	Artigo
		The Principles of Teaching Based on Psychology.	Livro
		The law of effect.	Artigo
		A second study of mental discipline in High School studies.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Education for initiative and originality.	Artigo
		The influence of primacy.	Artigo
		The influence of primacy.	Artigo
1928	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Adult Learning.	Livro
		Junior Mathematics - Book two	Livro
		A theory of the action of the after-effects of a connection upon.	Artigo
		The testing movement in the light of recent research.	Artigo
		Adult Learning.	Livro
1929	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Psychology of Arithmetic.	Livro
		The influence of repetition of a series upon the omission of its intermediate terms.	Artigo
1930	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Psychology of learning.	Livro

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1931	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Human Learning.	Livro
		The new methods in Arithmetic.	Livro
		The results of the work of the division of psychology.	Artigo
1932	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Fundamentals of Learning.	Livro
		The diversity of High-school students programs.	Artigo
		The value of research in education.	Artigo
1933	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The comparative strengthening of a connection by one or more occurrences of it in cases where the connection was punished and was neither punished nor rewarded.	Artigo
		The influence of increase and decrease of the amount of reward upon the rate of learning.	Artigo
		The influence of irrelevant rewards.	Artigo
		A theory of the action of the after-effects of a connection upon It.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1934	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Learning without awareness of what is being learned or intent to learn It.	Artigo
		The influence of the repetition of a situation.	Artigo
		Primitive forms of belief and knowledge.	Artigo
		Improving the ability to read. II.	Artigo
		Improving the ability to read. I.	Artigo
		The influence of the relative frequency of successes and frustrations upon intellectual achievement.	Artigo
		Improving the ability to read. Concluded.	Artigo
1935	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Psychology of wants, interests and attitudes.	Livro
		Thorndike Century Junior Dictionary.	Livro
		The influence of delay in the after-effect of a connection.	Artigo
		The direct action of rewards upon mental connections and their indirect action via the stimulation of inner equivalents of the connections.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Measurements of the influence of	Artigo
		The influence of relevance and belonging.	Artigo
		The variability of an individual in repetitions of the same task.	Artigo
		The direct action of rewards upon mental connections and their indirect action via the stimulation of inner equivalents of the connections.	Artigo
		A further note on learning without awareness of what is being learned.	Artigo
		The interests of adults. I.	Artigo
		The interests of adults. II.	Artigo
1936	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Principios elementares de educação.	Livro
		Adult learning.	Livro
		A nova metodologia da Aritmética.	Livro
		The relation between intellect and morality in rulers.	Artigo
1937	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The Teaching of controversial subjects.	Livro

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		A note on assimilation and interference.	Artigo
		On correlations between measurements which are not normally distributed.	Artigo
		Measurements of the influence of regency.	Artigo
1938	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Individual differences in valuation.	Artigo
		Heredity and environment.	Artigo
		The law of effect.	Artigo
1939	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Education as cause and as symptom.	Livro
		Your City.	Livro
		On the fallacy of imputing the correlations found for groups to the individuals or smaller groups composing	Artigo
1940	Professor de Psicologia Educacional Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	Expectation.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
1941	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University e Diretor do Institute of Educational Research.	The value of the responses in a free-association test as indicators of personal traits.	Artigo
		The value of the responses in a completion test as indications of personal traits.	Artigo
		Gifted children in small cities.	Artigo
1942	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	Human nature and the social order.	Artigo
		Thorndike Century Junior Dictionary. Revised Edition.	Livro
		Gifted Children in small cities.	Artigo
		The validity of age at entrance to college as a measure of "intelligence".	Artigo
		Differences within and between communities in the intelligence of the children.	Artigo
		Is the doctrine of instincts dead? A symposium. III – Human instincts and doctrines about them.	Artigo
		The relation between a person's intelligence quotient and his rate of progress in school.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Further contributions, twentieth anniversary of the psychological Corporation and to Honor its founder James McKeen Cattell – A few words.	Artigo
1943	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	Why study animal psychology?	Capítulo de livro
		Some complications of associative processes.	Artigo
		The relation between the aesthetic status of a community and its status in other respects.	Artigo
		Some complications of associative processes.	Artigo
1944	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	The psychology of invention in a very simple case.	Artigo
		The Psychology of invention in a very simple case.	Artigo
		Interests and Abilities.	Artigo
		The influence of differences in the amount of practice in causing differences in achievement.	Artigo
1945	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	The association of certain sounds with pleasant and unpleasant meanings.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		Charles Edward Spearman: 1863- 1945.	Artigo
		On Orr's hypotheses the front and back vowels.	Artigo
1946	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	Expectation.	Artigo
		The Psychology of semantics.	Artigo
1947	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	Semantic changes.	Artigo
1948	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	The influence of differences in the amount of practice in causing differences in achievement.	Artigo
		The Psychology of punctuation.	Artigo
		On the frequency of semantic changes in modern English.	Artigo
		On methods of memorizing poems and vocabularies.	Artigo
		The future of measurements of abilities.	Artigo
1949	Professor Emeritus of Education, Teachers College, Columbia University.	Selected writing from a connectionist's Psychology.	Livro
		Opinions concerning fair prices.	Artigos
		The American Journal of Psychology.	Artigo

Ano	Cargo/Função	Publicações	Tipo
		New data on the influence of frequency and of mind set.	Artigo
		Note on the shifts of interest with age.	Artigo
		Personal expenditures and changes in them with rising prices.	Artigo
		The psychology of invention in a very simple case.	Artigo
1950		The organization of a person.	Artigo
		Traits of personality and their intercorrelations as shown in biographies.	Artigo