UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

RECONFIGURAÇÃO E MATEMÁGICA: UM CAMINHO PARA A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Liza Santos de Oliveira

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação Científica e Tecnológica.
Orientador: Professor Dr. Méricles Thadeu Moretti

Florianópolis – SC
2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Oliveira, Liza Santos de Oliveira
Reconfiguração e matemágica:Um caminho para aprendizagem de Geometria / Liza Santos de Oliveira Oliveira ; orientador, Méricles Thadeu Moretti Moretti - Florianópolis, SC, 2015.
180 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.

Inclui referências

1. Educação Científica e Tecnológica. 2. Reconfiguração Matemática. 3. Teoria de Registros de Representação Semiótica. 4. Geometria. 5. Educação Matemática. I. Moretti, Méricles Thadeu Moretti. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. III. Título.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO
CENTRO DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
CURSO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

"RECONFIGURAÇÃO E MATEMÁGICA: UM CAMINHO PARA A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA"

Dissertação submetida ao Colegiado do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica em cumprimento parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação Científica e Tecnológica

APROVADA PELA COMISSÃO EXAMINADORA em 07 de abril de 2016.

Méricles Thadeu Moretti (Orientador - PPGECT/UFSC)______
Lisani Geni Wachholz Coan (Examinadora - IFSC)______
Cíntia Rosa da Silva (Examinadora - UFSC/Blumenau)______
Rogério de Aguiar (Examinador - DMAT/CCT/UDESC)______
José Pinho de Alves Filho (Suplente - PPGECT/UFSC)______

Carlos Alberto Marques
Coordenador do PPGECT

Liza Santos de Oliveira
Florianópolis, Santa Catarina, 2016

Dedico este trabalho aos meus pais e minha família, pelos seus incansáveis esforços ao longo de minha trajetória estudantil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me acompanhar em todos os momentos de minha vida, orientando meus passos e iluminando meu caminho.

Aos meus pais pelos incansáveis estímulos aos estudos e ao desenvolvimento profissional, e especialmente ao meu pai, o qual embora não nos acompanhe mais nesta vida, deixou como legado sua incessante busca por conhecimento, a qual levarei para sempre comigo.

À minha irmã Luciana, companheira inseparável de todas as horas, por ser a grande apoiadora ao meu ingresso neste curso, e por não me deixar esmorecer nos momentos difíceis estando sempre ao meu lado.

Ao professor Méricles, grande mentor intelectual de muitos, um verdadeiro e completo professor. Orientador competente, o qual nunca mediu esforços em compartilhar seu vasto conhecimento e sua sabedoria com seus alunos. Obrigada por acreditar em mim e me incentivar a cada passo.

A todos aqueles que de alguma forma me auxiliaram durante mais esta trajetória acadêmica.

Muito obrigada. Que Deus esteja sempre iluminando seus caminhos.

"A questão da natureza do trabalho matemático não é apenas uma questão cognitiva. É também uma questão metodológica"

Raymond Duval

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa acerca da Reconfiguração sob a ótica da Teoria de Registros de Representação Semiótica concebida por Raymond Duval. Na qual a reconfiguração enquanto operação de tratamento figural emerge como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria. Para tanto será explanada a Reconfiguração atrelada a conteúdos de Geometria do Ensino Fundamental. O estudo do tema desta pesquisa consistirá em uma intervenção didática direcionada aos alunos do quinto ano. Como a reconfiguração neste trabalho se apresenta como uma instrumentação auxiliar de ensino, a prática realizada absorveu como assunto principal o pentagrama, enquanto figura geométrica que permite inúmeras construções e reconstruções, e permite também inúmeras reconfigurações. Como abordagem do pentagrama, intuindo demonstrar especificamente o tratamento operatório de reconfiguração, utilizou-se nesta pesquisa o recurso de vídeo, inicialmente por meio da apresentação de um filme de curta duração chamado "Donald e a Matemágica", que contextualiza a formação e as propriedades do pentagrama. Posteriormente as imagens do vídeo foram separadas por quadros, e reapresentadas aos alunos para demonstrar pontualmente cada reconfiguração realizada. Tais escolhas formaram o objeto de estudo desta pesquisa, onde buscou-se analisar a positividade resultante dos processos de apreensão do conhecimento através da reconfiguração, o que se confirmou por meio de uma análise qualitativa do potencial de aplicabilidade desta instrumentação.

Palavras-chave: Reconfiguração, Semiótica, registros de Representação e cognição.

ABSTRACT

This paper presents a survey about the configuration from the perspective of Semiotics Representation Registers Theory conceived by Raymond Duval. In which the reconfiguration while figural processing operation emerges as a methodological instrumentation assist the processes of teaching and learning geometry. For this will be explained the Reconfiguration linked to the elementary school geometry content. The theme of this research study will consist of an educational intervention directed to fifth graders. How reconfiguration in this work is presented as a teaching aid instrumentation, practice performed absorbed as main subject the pentagram, while geometric figure that allows numerous constructions and reconstructions, and also allows numerous reconfigurations. As pentacle approach, intuiting specifically demonstrate the surgical treatment of reconfiguration, was used in this study the video feature, initially through the presentation of a short film called "Donald and Matemágica", which contextualizes the formation and properties the pentagram. Later images of the video were separated by frames, and restated students to demonstrate punctually each reconfiguration performed. Such choices have formed the object of study of this research, which sought to analyze the resulting positive apprehension of processes of knowledge through the reconfiguration, which was confirmed by a qualitative analysis of the potential applicability of this instrumentation.

Keywords: Reconfiguration, Semiotics, Registers of Representation and Cognition.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

TEMÁTICA E ASPECTOS DA PESQUISA

A Educação Matemática apresenta, desde os primórdios tempos, um grau de complexidade muito significativo no âmbito de aprendizagem. Esta complexidade remete à procura constante de metodologias de ensino que propiciem uma melhor compreensão do conteúdo matemático abordado. Nesta perspectiva o educador precisa compreender onde residem estas dificuldades para buscar formas de abordagens, por vezes diferenciadas das tradicionais, que preencham lacunas existentes no aprendizado do educando. Assim, este estudo apresentará a reconfiguração, não só como reflexão de ensino pontual de matemática, no caso, a Geometria, e sim como um enfoque metodológico aplicável em sala de aula.

A reconfiguração emerge como tema central desta pesquisa e estará embasada principalmente nas construções teóricas de Raymond Duval (1987, 1993, 1995, 2003, 2004, 2011, 2012, 2013), acerca deste tema e sua importância no desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático.

Raymond Duval apresenta a reconfiguração em sua obra, Semiosis y Pensamiento Humano (2004), como um tratamento próprio dos registros de figuras geométricas, inserido no contexto da apreensão operatória das possíveis modificações de uma determinada figura.

Tais construções teóricas embasaram inúmeros estudos como a tese de Sanches (1992), que aborda a influência de uma aquisição de tratamento puramente figural para a aprendizagem de matemática e outras pesquisas. As proposições apresentadas nos trabalhos referenciados ofereceram os subsídios que estimularam a abordagem de geometria sob a ótica da reconfiguração.

Para adentrar na esfera dos estudos de reconfiguração, é necessário introduzir inicialmente a base teórica deste tema, que são os registros de representação semiótica na Educação Matemática.

Os registros de representação semiótica e o funcionamento cognitivo do pensamento matemático, objetos principais dos estudos de Raymond Duval, envolvem estudos epistemológicos já abordados desde Descartes e Kant, os quais denotavam a noção de representação como centro de toda reflexão, voltada para a constituição de um conhecimento.

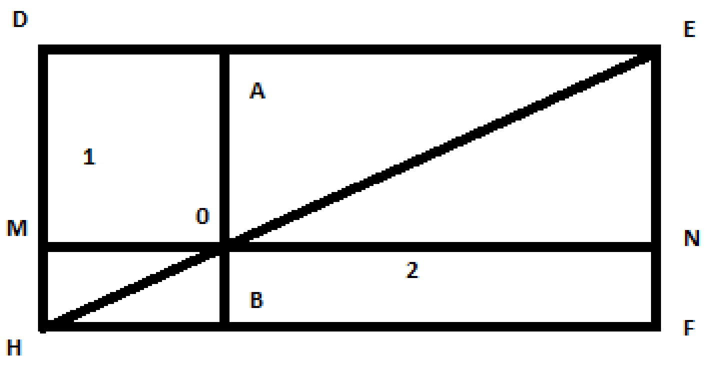
A representação semiótica direciona as especificidades do estudo de possibilidade de conversão de sistemas particulares de signos, linguagens, escrituras algébricas ou gráficos cartesianos, em representações equivalentes, ou seja, em outro sistema semiótico.

Considerando nesta pesquisa, a inserção na esfera dos estudos de reconfiguração, também se faz essencial introduzir a importância das figuras, como estruturação da aprendizagem de Geometria, pois através delas é possível obter uma melhor amplitude dos aspectos de um problema proposto, bem como, visualizar diferentes situações.

Estas visualizações podem implicar na visão de uma figura como uma sequência de subfiguras pertinentes a ela, as quais, embora não representem a figura separadamente, quando unidas, estas o farão, pois Duval assim define a reconfiguração: “É um tratamento que consiste na divisão de uma figura em subfiguras, em sua comparação e no seu reagrupamento eventual em uma figura de contorno global diferente”. (2004, p.165). E para um melhor entendimento apresenta-se a seguir um exemplo elementar.

Seja o retângulo DEFH abaixo. Seja 0 um ponto qualquer da diagonal HE. AB é a paralela à DH que passa por 0, e MN é a paralela a DE que passa por 0. Assim deve-se mostrar a igualdade das áreas 1 e 2, qualquer que seja a posição do ponto 0.

Figura 1- Exemplo do Problema de Euclides



Fonte: Duval (1995, p.199-202)

O exemplo do Problema de Euclides descrito da figura 1, sugere a comparação de várias subfiguras: as inscritas nos dois grandes triângulos AE0 e N0E, e as, não inscritas, formadas pela reunião dos triângulos incluídos respectivamente em HDE e EFH. Neste exemplo é possível observar que se deve reconhecer os paralelogramos possíveis a partir de DEFH, reconfigurando dois a dois os triângulos DEH e FEH, ou seja, trata-se do reconhecimento de unidades figurais elementares de dimensão 2. Estas operações de tratamento figural são nomeadas como reconfiguração, e serão apresentadas ao longo deste estudo, enfocadas em suas aplicabilidades no ensino de Geometria.

A reconfiguração enquanto operação de tratamento figural, será o objeto central desta pesquisa, e será denotada como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria. As análises dos resultados estarão voltadas para os processos de apreensão do conhecimento a ser trabalhado.

Os conteúdos principais de Geometria que serão abordados, foram escolhidos com base no público alvo a ser pesquisado, turmas de 5º ano do ensino fundamental, e abrangem principalmente conhecimentos de polígonos, uma vez que, serão enfatizadas as inúmeras propriedades do pentagrama e do retângulo de ouro.

A abordagem da reconfiguração será experimentada em sala de aula, através de uma sequência didática que fará uso de recurso áudio visual. Tal recurso trata-se de um vídeo descrito posteriormente que direciona a demonstração inicial da ideia do tema central desta pesquisa, a uma animação datada de 1959, dos estúdios Wall Disney, com o conhecido personagem Pato Donald. O filme chama-se “Donald no país da Matemágica”.

Dentre as justificativas para tal escolha está a ideia de Moraes e Torres (2004), de que o ensino deve privilegiar estratégias de aprendizagem que integre vários sentidos: imaginação, intuição, colaboração e impacto emocional. Acrescentando que, os aspectos estéticos representados pelo filme não agregam só uma sofisticação à relação ensino-aprendizagem, visto que proporcionam a vivência e a interatividade, conectando sentidos e razão, agregando também uma relevante otimização de tempo na explanação do conteúdo aos alunos.

Esta pesquisa está organizada em uma seção introdutória, não numerada, chamada Temática e Aspectos da Pesquisa e mais cinco capítulos, iniciados pela Justificativa, Objetivos e Questionamentos relevantes. Neste capítulo também é apresentada a metodologia utilizada.

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica da pesquisa. Esta fundamentação, cujo enfoque principal é a reconfiguração, enquanto instrumentação metodológica auxiliar ao ensino de Geometria, traz os subsídios teóricos do tema, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Para tal abordagem são apresentadas as principais concepções desta teoria. Este capítulo traz ainda breves abordagens sobre geometria e sobre as figuras, uma vez que sobre tais assuntos estará alicerçada a reconfiguração, a qual é abordada no capítulo 3.

Esse capítulo apresenta as principais concepções desta operação de tratamento figural e alguns exemplos de aplicabilidades. Este capítulo também traz alguns subsídios teóricos acerca do pentagrama, já que é o assunto escolhido para aplicabilidade da reconfiguração enquanto instrumentação metodológica.

O capítulo 4 por sua vez traz a sequência didática proposta para a pesquisa, os procedimentos adotados, os respectivos desenvolvimentos dos conteúdos, tal qual serão ministrados no decorrer da intervenção prevista pela metodologia utilizada, as objetivações específicas de cada momento de intervenção, e a descrição dos recursos e materiais utilizadas neste. Neste capítulo também são expostas as análises a priori e a posteriori de cada atividade realizada.

O capítulo 5 apresentará os resultados obtidos através das intervenções didáticas, e as análises dos mesmos.

O capítulo 6 trará as considerações finais da pesquisa.

CAPÍTULO 1: JUSTIFICATIVA, OBJETIVOS E QUESTIONAMENTOS.

Serão agora apresentadas a justificativa para a escolha do tema de pesquisa, as objetivações deste trabalho e os argumentos para a realização de uma pesquisa de caráter analítico, a qual se remete a aplicabilidade prática da reconfiguração à luz da Teoria de Registros de Representação Semiótica. A seguir serão apresentados, enquanto definição do problema, os principais questionamentos da pesquisa, e os alicerces metodológicos desta.

1.1 Justificativa de escolha do tema de pesquisa

A complexidade que permeia o universo do ensino e da aprendizagem de matemática está intimamente ligada à forma de assimilação do conteúdo abordado, não no sentido de um processo unidimensional no tocante ao aprendizado do educando, mas como um processo onde há reciprocidade entre educando e educador, entre a diversidade de metodologias de ensino e sua eficácia no processo de aprendizagem.

A constante procura por novas formas de ensino de matemática inspirou a elaboração deste trabalho e a aplicação de uma instrumentação metodologia diferenciada ao ensino de Geometria, baseada na reconfiguração, visando a melhor compreensão do conteúdo pelo educando.

Tal intenção impele a este trabalho, a relevância científica de se enriquecer o conjunto de saberes do universo educando-educador considerando que o uso de novas metodologias e a aplicação destes preceitos é um tema que exige esforços e questionamentos constantes, principalmente no contexto do ensino de matemática e seus assuntos. Pois todo tratamento referente a alteração de métodos deve ser meticulosamente estudado, e embasado em aplicações práticas e sequências didáticas, sendo estas, substabelecidas como alvo deste estudo.

Este trabalho oferecerá aos seus leitores mais subsídios teóricos e práticos, acerca da instrumentação metodológica a ser aplicada no âmbito das representações semióticas, através do estudo de aspectos cognitivos de aprendizagem inseridos nestas representações.

1.2 Principais questionamentos da pesquisa

O problema desta pesquisa consistiu em: “Como articular o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático do aluno com o uso da reconfiguração como instrumentação metodológica auxiliar ao ensino de Geometria? ”

Nesta pesquisa também surgiu o questionamento complementar ao problema principal, de que: “Como o estudo dos aspectos cognitivos de aprendizagem com enfoque na Teoria de Registros de Representação Semiótica pode no âmbito da matemática, auxiliar nos processos de ensino e aprendizagem? ”

1.3 Objetivos

Esta pesquisa tem como objetivo geral: “Desenvolver e aplicar a reconfiguração no ensino de Geometria, compreendendo-a como instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem. ”

E como objetivos específicos:

- Buscar através da experimentação em sala de aula, subsídios que fortaleçam a relação da reconfiguração com a prática do ensino de Geometria no Ensino Fundamental;
- Analisar em situações de práticas de ensino de Geometria, como a reconfiguração pode atuar no processo cognitivo do desenvolvimento do pensamento matemático do aluno;
- Estabelecer uma correlação do uso da reconfiguração como instrumentação metodológica no Ensino Fundamental de Geometria com as metodologias tradicionais.

1.4 Alicerces Metodológicos

Esta pesquisa é voltada para uma ação pedagógica investigativa, uma vez que consiste na avaliação de uma prática de ensino de Geometria, cujo embasamento teórico dos traços específicos da prática apresentada ultrapassa os moldes tradicionais de ensino de Matemática, emergindo na relevância da inserção da Teoria de Registros de Representação Semiótica nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

Como este trabalho enfatiza a Educação Matemática e práticas educativas inovadoras, a metodologia desta pesquisa alicerçou-se nos princípios da metodologia qualitativa, uma vez que nela está imersa a engenharia didática utilizada.

E assim como a colocação de Kuhn (1998, p.70) que considera "os trabalhos dos cientistas são influenciados pelos modelos adquiridos por meio da educação ou da literatura que são expostos", este trabalho possui como modelo a experimentação de Sanches (1992), e como tal, tem sua fundamentação nas premissas da teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.

Pode-se designar à metodologia de pesquisa qualitativa utilizada neste trabalho, à engenharia didática, modalidade esta, própria à tipologia de pesquisa em Educação Matemática.

A Engenharia Didática é uma metodologia de pesquisa que visa a análise de situações, cuja a aplicabilidade teve início nos estudos franceses de matemática.

A Engenharia Didática enquanto metodologia experimental tem caráter de validação inerente a determinação da influência nos resultados práticos de um tratamento didático específico. Tal caráter encaixa-se ao objeto desta pesquisa, a qual buscou através de análises qualitativas, validar a aplicabilidade da reconfiguração, como um instrumento metodológico auxiliar ao ensino de Geometria. E tal validação estará caracterizada através da análise a posteriori das atividades realizadas durante a intervenção didática aplicada, bem como serão explicitados quais aspectos atenderam as perspectivas iniciais propostas nas considerações finais.

No tocante aos critérios da engenharia didática, tem-se como fases desta metodologia, conforme Artigue (1994): as análises prévias, a concepção e análise a priori de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula, a implementação da experiência e a análise a posteriori e validação da experiência.

Neste contexto, este trabalho apresenta uma análise inicial, concebida em seu referencial teórico, o qual ofereceu os subsídios que justificaram a importância e necessidade de enriquecer o leque de experimentações das aplicações da teoria de Duval. Neste mesmo referencial estão inseridos exemplos e experiências didático-pedagógicas, realizados em pesquisas já publicadas.

Tal etapa também imbuiu a esta pesquisa, uma visualização das características do universo da Geometria, sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, e fora, em tal ótica, em que se delineou as abordagens da proposta de intervenção didática e as devidas perspectivas de efeitos.

No tocante a análise prévia prevista nas etapas da Engenharia Didática, o que Artigue (1994) distingue em três dimensões, a saber, Dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; Dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; Dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino, esta pesquisa apresentará parcialmente tal etapa.

Embora a apresentação da Teoria de Registros de Representação Semiótica seja inerente a dimensão epistemológica do tema, enquanto que a reconfiguração, foco principal da intervenção é inerente a dimensão didática do trabalho, ao mesmo tempo em que sua abordagem como instrumentação metodológica auxiliar aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria é inerente a dimensão cognitiva, tais dimensões são caracterizadas parcialmente.

A concepção, enquanto fase da engenharia didática, será abordada no capítulo 3 deste trabalho. Neste capítulo são explicitados os conteúdos específicos a serem utilizados na experimentação em sala de aula, atrelados ao tema central desta pesquisa, onde se esclarece a relação intrínseca da reconfiguração com a Geometria.

A implementação da experiência, a análise a priori e a análise a posteriori estão imersas no capitulo 4, denominado sequência didática e análises. Neste capítulo são explicitados todos os momentos da intervenção didática, sua aplicação e as análises das atividades realizadas, diferenciadas em momentos.

A validação da experiência estará também inserida nas considerações finais, uma vez que serão as considerações que elevaram os propósitos desta pesquisa a uma aplicabilidade real, embasado em dados qualitativos obtidos.

Outras metodologias utilizadas:

Pesquisa descritiva: cuja aplicabilidade ocorreu no decorrer do levantamento e da coleta de dados sobre o tema.

Pesquisa bibliográfica: cuja aplicabilidade ocorreu no decorrer do estudo da bibliografia exposta no referencial teórico.

CAPÍTULO 2: REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Breve Introdutório

A bibliografia de Duval será intensamente abordada nesta pesquisa, pois são os estudos e experimentações realizados por este autor, acerca dos Registros de Representação Semiótica, que formarão a base teórica deste trabalho dissertativo.

O processo de ensino-aprendizagem de Geometria emergirá correlacionado com uma abordagem específica da reconfiguração enquanto registro de representação semiótica, com ênfase à análise dos transcritos de Duval. Tais transcritos remetem à importância da pesquisa sobre as inúmeras diferenciações que há entre a língua natural e a língua figural e quais aspectos cognitivos do aprendizado de matemática estão envolvidos no desenvolvimento dos raciocínios adjacentes a este.

2.2. Iniciando à bibliografia de Duval

Em seu livro Semiosis y Pensamiento Humano, Duval (2004), expõe que a noção de representação se torna essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento, e após, o autor redefine a representação como codificação da informação. Seguindo este raciocínio, remete-se a representação semiótica como instrumento necessário à aquisição de conhecimentos matemáticos, apresentando esta como caminho viável à busca pela solução de problemas que a aprendizagem matemática origina.

Tal obra de Duval (2004) explora especificamente as figuras geométricas e o discurso matemático em capítulo próprio, enfocando assim a atividade matemática nos cursos de geometria ministrados na educação básica e secundária. Esta obra enfatiza que a atividade se realiza em dois registros: o das figuras e o da língua natural. Sendo que no contexto das figuras o autor aborda o tratamento operatório das modificações possíveis de uma figura geométrica, adentrando no campo da reconfiguração.

2.3. A revolução semiótica e o funcionamento cognitivo do pensamento matemático

Duval explora a revolução semiótica, suas transformações e a relação com a atividade matemática e seus registros do ponto de vista analítico do funcionamento cognitivo do pensamento em matemática, em seu livro “Ver Ensinar a Matemática de outra Forma, entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas ” (2011). Neste livro ele expõe o contexto epistemológico destas relações e análise dos conceitos envolvidos na aquisição de conhecimentos matemáticos com ênfase aos aspectos cognitivos dos processos de ensino e aprendizagem de matemática.

2.4. Representações

Para compreender de maneira mais abrangente tais aspectos, Duval (2011), explora muitos conceitos inerentes a semiótica, suas representações e as transformações destas representações.

Dentre as pontuações este autor introduz inicialmente os questionamentos: “O que é conhecimento matemático. E o que pode ter de diferente em relação a outros tipos de conhecimento” (Duval, 2011, p.15). Tais questões remetem a diversos aspectos de ordem epistemológica e cognitiva, os quais emergem interligadamente no âmbito da apreensão do conhecimento matemático. Pois para o autor: “A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. ” (Duval, 2011, p. 15).

O termo representação aparece na seguinte afirmação de Duval (2011, p.15) : “Não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem recorrer à noção de representação”, tal colocação ilustra a ideia de que todo conhecimento a ser mobilizado por um sujeito necessita de uma atividade de representação.

A representação, segundo Duval, estabelece três tipos de perspectivas: as mentais, que consistem em representações internas e conscientes do sujeito, as computacionais, que consistem em representações internas e não conscientes do sujeito e as semióticas, que consistem em representações externas e conscientes do sujeito. Assim, Duval (2011) concentra-se no contexto da semiótica, uma vez que para ele as representações semióticas são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento.

2.5. O acesso aos objetos, suas representações e a ideia de correspondência

A concepção de que as representações semióticas são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento, descreve o entrelaçamento de tais processos cognitivos ao pensamento matemático. O funcionamento cognitivo do pensamento, o qual Duval designa como esquema de análise do conhecimento, se remete à três questões: “temos acesso direto e imediato aos objetos – porque empregamos muitas vezes o termo geral e plurívoco, intuição? Quais são os sistemas, as estruturas, as capacidades do sujeito necessárias ou mobilizadas para ter acesso aos objetos, diretamente ou por uma sequência de processos, conscientes ou não conscientes? E, qual a natureza da relação cognitiva entre todos esses processos e os objetos?” (2011, p.16).

Tais questões demonstram a importância da representação para o conhecimento. A ideia de que o reconhecimento de um objeto pode ocorrer através de uma representação, interfere na ideia de apreensão direta ou indireta deste objeto, e traz à tona um paradoxo: Uma representação pode descrever ou mesmo informar mais sobre um objeto do que ele próprio?

Os conceitos de Geometria permitem visualizar melhor a proposição de Duval acerca da multiplicidade das representações possíveis de um mesmo objeto, o que para ele, tem caráter indefinido quanto a sua multiplicação, e diversidade quanto a sua tipificação.

Algumas figuras geométricas têm suas representações matemáticas diferenciadas das representações observadas através de instrumentações científicas. Estas diferenciações são classificadas por Duval como representações em função de sua origem, este apresenta ainda, enquanto proposição complementar, que “a diversidade de representações de um mesmo objeto tem origem na variedade dos sistemas físicos ou semióticos que permitem produzir tais representações” (2011, p.19). Portanto é a partir da caracterização das representações que surge a intrínseca diferença entre a representação e o próprio objeto.

Dentro da análise do conhecimento ressurge o aspecto cognitivo do acesso ao próprio objeto por meio das representações deste. Este aspecto cognitivo será apresentado no decorrer desta pesquisa, cujo o enfoque é a reconfiguração enquanto representação auxiliar ao aprendizado de Geometria.

No estudo das representações é necessário a compreensão do aspecto cognitivo que diferencia representação de signo, e para tal, Duval caracteriza que: “A relação dos signos com as coisas que eles significam é uma relação de referência e não uma relação de casualidade" (2011, p.22). Acrescentando que, é a referência que permite diferir o signo de sua representação.

A diferenciação entre as representações nos remete a ideia de correspondência, ou melhor, nos remete ao estudo específico desta operação. A qual, conforme os preceitos de Duval, "consiste em colocar em correspondência os elementos que não tem nada de comum ou são semanticamente diferentes" (2011, p.50). E como ele mesmo enfatiza, esta é a única operação de caráter fundamental do ponto de vista cognitivo e matemático. Esta operação emergiu com a revolução semiótica, já que, conforme Duval, do ponto de vista cognitivo, "é a única operação que permite retirar as propriedades ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nessas unidades de sentido dos conteúdos das representações semióticas" (2011, p. 51), embora este autor ressalte que a operação cognitiva de correspondência se difere da operação matemática de correspondência em razão de seu resultado não ser invariante de uma relação objetiva.

2.6. A semiótica

A semiótica emerge nos estudos de Duval, como um novo esquema de análise do conhecimento, inerente ao processo de ensino e aprendizagem de matemática.

A revolução semiótica para Duval emergiu com a busca por uma linguagem matemática, já que as representações semióticas descritas por ele como: "frases em linguagem natural, são as equações e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou traços." (Duval, 2011, p. 38). Ou seja, são produzidas intencionalmente pela língua natural, atribuindo o autor, como sendo o primeiro sistema semiótico. Ele ainda descreve uma representação não semiótica, como sendo uma produção automática, de forma não intencional, a despeito de instrumentações.

2.7. A representação semiótica

A representação semiótica pode ser compreendida como um processo controlado, bem como pode-se também compreender a aprendizagem de matemática enquanto processo cognitivo, uma vez que, sob a ótica da concepção de Sternberg (2008, p. 75):

> Os processos automáticos não envolvem o controle consciente, em geral ocorrem fora do controle consciente, exigem pouco ou nenhum

> esforço ou mesmo intenção. E os processos controlados ocorrem no controle consciente, ele é exigido e consomem tempo, pois eles são realizados por etapas, diferentemente dos automáticos, que não exigem decisões conscientes como qual músculo mexer ou que ações exercer." (p.75)

Tal concepção nos remete a entender os processos de aprendizagem de Geometria, como processos controlados conscientemente.

Estas concepções justificam a busca por abordagens metodológicas que aprimorem a apreensão do conhecimento matemático. A compreensão de que o funcionamento cognitivo influi diretamente consciente ou inconscientemente, na apreensão do conhecimento matemático, estimula à busca por tratamentos metodológicos inovadores, pois como preconiza Duval: "<u>A questão da natureza do trabalho matemático não é apenas uma questão cognitiva. É também uma questão metodológica</u>" (2011, p.41).

Para abordarmos representações semióticas, é imprescindível a inserção de concepções sobre o acesso aos objetos de conhecimento, já que estas ocorrem em razão do citado acesso. Assim Duval aponta que: "O modo de acesso aos objetos do conhecimento seria fundamentalmente o mesmo para todos os domínios do saber: primeiro a experiência com os próprios objetos, depois a elaboração de suas representações." (2011, p.37).

E sobre tais conceitos Duval (2011), adentra especificamente nas concepções das representações dos objetos, sua multiplicidade, sua função e sua natureza, já que o objeto é a referência para o reconhecimento de suas representações.

2.8. Os registros de representação semiótica e a congruência semântica

As dificuldades inerentes aos processos de ensino e aprendizagem de Geometria permeiam concepções sobre a abordagem cognitiva de problemas de Geometria em termos de congruência, uma vez que os objetos matemáticos possuem diversas formas de representação, suas operações requerem uma apreensão cognitiva mais complexa.

Assim a semiótica emerge em Geometria enquanto auxiliar na compreensão destes processos. As representações semióticas, neste contexto, reportam a seus tratamentos o papel de auxiliar nas elaborações e criações de novas formas de representação, os quais permitam uma melhor compreensão dos conteúdos abordados.

Para Duval (2012), o trânsito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental, uma vez que, o custo cognitivo deste está atrelado à congruência semântica. Pois para o autor, a importância das representações reside na busca pela compreensão do que representam a congruência semântica e o trânsito entre as representações na aprendizagem em matemática. Por sua vez, este denomina tal congruência como:

> Duas expressões podem ser sinônimas ou referencialmente equivalentes (elas podem "dizer a mesma coisa", elas podem ser verdadeiras ou falsas conjuntamente) e não serem semanticamente congruentes: neste caso há um custo cognitivo importante para a compreensão. (Duval, 2012A, p. 100).

Tais considerações remetem, segundo Duval (1993, p. 49), à concepção de que o que corresponde a existência de vários registros de representação e ao interesse de sua coordenação para o funcionamento do pensamento humano são a economia de tratamento, já que uma maior variedade de registros de representação possibilita mais trocas e um poder de escolha mais econômico.

A complementariedade dos registros advém das possibilidades de um sistema semiótico, já que, segundo Moretti (2002), do ponto de vista cognitivo, uma representação é parcial em relação aquilo que ela quer representar, e ainda de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são representados.

Duval, referindo-se a esta correspondência, complementa que "o desenvolvimento das representações mentais se efetua como uma interiorização das representações semióticas do mesmo modo que as imagens mentais são uma interiorização dos perceptos" (1993, p. 38-39).

As correspondências demonstram a pluralidade das representações, e neste contexto, Moretti (2002, p.348), complementa:

> A pluralidade de sistemas de representação permite uma diversificação de representação de um mesmo objeto o que aumenta as capacidades cognitivas do sujeito e consequentemente potencializa as suas representações mentais.

As concepções abordadas até então, permitem uma melhor compreensão da sua hipótese fundamental de Duval:

> A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. Duval (1993, p. 51).

A partir da apresentação de concepções sobre objetos e suas representações semióticas, pode-se estudar os conceitos necessários acerca do tratamento das representações, uma vez que a reconfiguração é considerada um tratamento de registros de representações semióticas.

2.9. Transformações enquanto tratamento de representações semióticas

A principal questão, sobre o qual pousa o objeto deste trabalho, a reconfiguração, é: Como ocorre o reconhecimento de um objeto em representações diferentes? Esta questão é devidamente ressaltada nas concepções de Duval, já que há preocupação em saber como diferenciar duas ou mais representações de um objeto, uma vez que cada representação traduz ao menos alguma característica ou parâmetro diferente deste objeto, o que consequentemente as diferencia mutuamente.

As transformações das representações semióticas são para Duval, o principal foco de análise do trabalho matemático, já estas representações transpõem o tratamento do objeto ou sobre o objeto, permitindo ainda a transformação da representação em outra representação.

2.10. Adentrando no universo da Geometria...

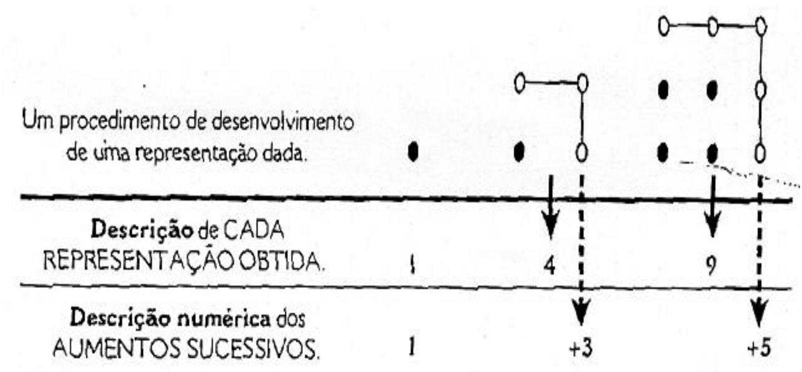
Adentrando no universo da Geometria no contexto da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, temos que a configuração e a reconfiguração inserem-se na concepção de transformações de representações semióticas, uma vez que a configuração além de definir a forma de algo, também é sinônimo de transformação. Da mesma forma que, reconfigurar significa dar nova forma a algo ou um objeto, podendo ser traduzida também por uma nova transformação da representação, logo uma nova representação.

2.11. Configuração, subconfiguração e transformações

Para ilustrar a configuração enquanto transformação, e o quanto mínimas transformações estimulam a atividade cognitiva necessária para a formulação do raciocínio matemático, Duval (2011) analisa três situações de desenvolvimento de configurações poligonais, as quais serão demonstradas a seguir.

Na primeira situação, Duval (2011) analisa as transformações de representações envolvidas na única atividade de descrição numérica de configurações poligonais, tomando uma situação clássica elementar e a modificando, conforme a descrição da Figura 2, a seguir:

Figura 2- Descrição numérica de configurações poligonais

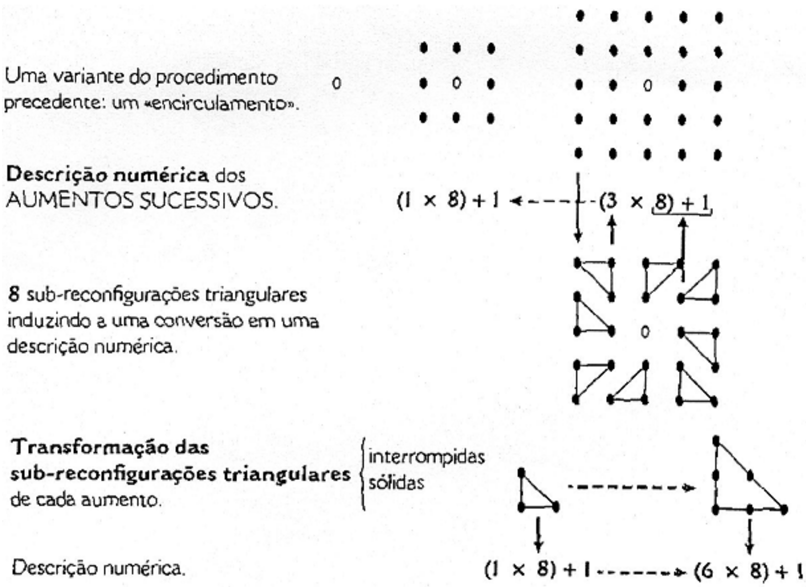


Fonte: Duval (2011, p.53)

Nesta situação Duval (2011) inicia mudando o procedimento de desenvolvimento, depois a forma da configuração poligonal, apresentando como primeira descrição as marcas de unidades de cada figura como as unidades contadas, já na segunda descrição ele apresenta as unidades contadas como as unidades necessárias para juntar na penúltima figura e assim formando a última.

Em continuidade, Duval (2011) expressa uma situação em que, conforme mostra a Figura 3 a seguir, pequenas modificações no procedimento das transformações ilustram a primeira variante da situação de desenvolvimento das configurações poligonais.

Figura 3 - Submontagens de configurações de um quadrado



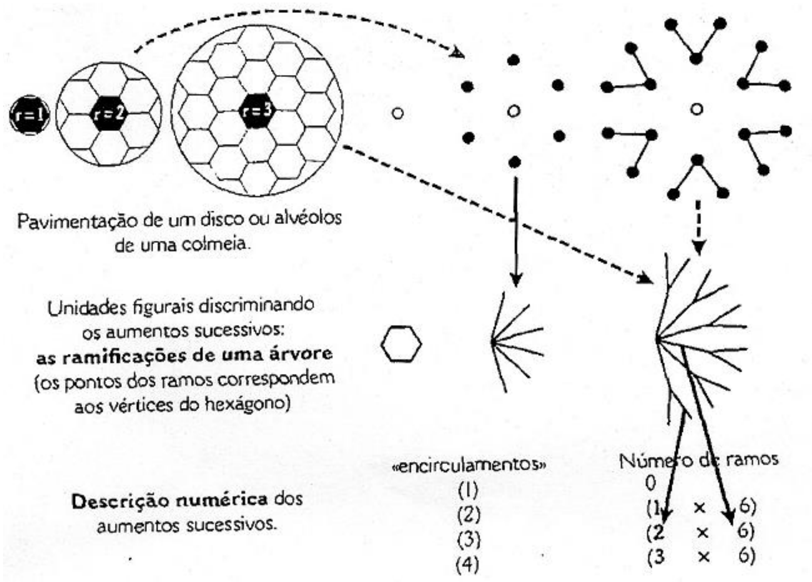
Fonte: Duval (2011, p.54)

A Figura 3, ilustra as submontagens de pontos cuja configuração global é um quadrado. Esta figura permitiu à Duval observar que: “Cada configuração poligonal dá lugar a distinção de múltiplas unidades figurais possíveis” (2011, p. 54), pois nela foi necessário tomar como unidades figurais as submontagens triangulares, cuja forma global é um quadrado, uma vez que não se pode mais contar duas bordas formando o novo quadrado. Ele então ressalta que “o reconhecimento de umas exclui o reconhecimento correlativo de outras” (2011, p. 54).

Duval conclui inicialmente sua análise questionando acerca do que escolher, dentre as múltiplas unidades figurais possíveis, e qual oferece pertinência em seu objetivo, uma vez que para ele “a atividade de contagem consiste sempre em colocar em correspondência as unidades figurais. ” (2011, p. 54), para então evidenciar que o conhecimento das propriedades geométricas do quadrado e dos triângulos não tem nenhuma utilidade no discernimento e escolha descritos.

Como terceira situação Duval (2011, p. 55), expõe a segunda variante de situação de desenvolvimento das configurações poligonais, descrevendo que o procedimento por ele utilizado é uma transformação de “encirculamentos sucessivos” onde não há mais a reunião de pontos, mas de hexágonos regulares, o qual devido à complexidade de figuração, são substituídos por pontos, conforme ilustra a Figura 4:

Figura 4 – Transformações de encirculamentos sucessivos



Fonte: Duval (2011, p.55)

Esta variante, segundo Duval se diferencia da primeira na atividade cognitiva desenvolvida, já que nesta figura é preciso introduzir uma representação auxiliar tradicional, a da árvore, objetivando estabelecer a correspondência entre a descrição numérica e a disposição hexagonal das unidades, uma vez que para esta variante não é uma reconfiguração geométrica, uma forma da configuração poligonal, ou mesmo uma subconfiguração que importam. Pois segundo Duval esta variante remete a relevância dos pontos de ramificações e o número de ramos de cada ponto.

Ainda podemos visualizar todas as transformações realizadas nas três situações expostas na figura 4, através das flechas pontilhadas e contínuas, as quais destacam a atividade cognitiva a ser utilizada pelo leitor na solução das situações. As flechas contínuas referem-se as correspondências a efetuar para que se possa compreender ou reconhecer a passagem de um tipo de representação a outro. As flechas pontilhadas referem-se a uma reorganização da disposição espacial das marcas de unidades de configuração.

Para as duas últimas situações, Duval aponta que foram realizadas pelo menos duas correspondências de unidade de sentido para passar de uma configuração poligonal a sua descrição numérica: são as duas flechas contínuas das oitos sub-reconfigurações triangulares ao produto de dois números na primeira variante e as duas flechas contínuas, partindo dos pontos de ramificações para um encirculamento dado e os ramos formam uma árvore na segunda variante. Assim, a primeira variante representa uma partição da configuração em unidades figurais triangulares, enquanto que a segunda variante representa a introdução de uma representação auxiliar transitória.

E afinal por que estes exemplos? Qual a concepção a ser adquirida, uma vez que, se não importam as configurações, subconfigurações ou reconfigurações? O que entender de tais representações então?

Duval interpreta tal exemplo como a tentativa de saber se um aluno consegue discriminar as diferentes unidades de sentido, através das representações semióticas, e as correspondências envolvidas nestas, já que para ele, “O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação” (2011, p.68), uma vez que, “distinguir e classificar os tipos de representação semiótica utilizados na matemática é a primeira etapa para elaborar uma ferramenta de análise cognitiva das atividades matemáticas” (2011, p.68).

2.12. As apreensões e os problemas de Geometria

As apreensões emergem nos processos de aprendizagem de Geometria enquanto classificação desenvolvida por Duval para as apreensões existentes nas resoluções de problemas, uma vez que, os problemas de aprendizagem de Geometria encontram explicação nas dificuldades de coordenação de tratamentos que se originam dos registros figurais e discursivos, sejam eles matematicamente pertinentes ou espontaneamente praticados. Neste contexto as colocações de Moretti (2013, p.4), introduzem os preceitos das apreensões de Duval:

> Os problemas em geometria tornam-se mais complexos, mesmo aqueles com aparência simples, pelo fato de existir até uma quádrupla apreensão na resolução desses problemas o que pode elevar ainda mais o grau de não congruência semântica. Dependendo do problema, a articulação, principalmente, entre dois ou mais tipos de apreensão pode ser requerida na sua resolução. Duval (1997) destaca quatro delas:
>
> (1) o que chamamos de figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir das hipóteses e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes. A apreensão discursiva é subordinada pela apreensão perceptiva;
>
> (2) o que chamamos de visualização é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e operatória. A visualização não exige nenhum conhecimento matemático, mas ela pode comandar a apreensão operatória;
>
> (3) A heurística e demonstração é o resultado da conexão entre as apreensões operatória (que é subordinada pela apreensão perceptiva) e discursiva;
>
> (4) a construção geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões discursiva e sequencial que também requerem a apreensão perceptiva.

Dentre os quatro tipos de apreensões destacados por Duval na resolução de problemas em geometria (apreensão perceptiva, apreensão operatória, apreensão discursiva e apreensão sequencial de figuras) a apreensão perceptiva tem maior destaque, pois dependendo do tipo de problema engloba as demais apreensões.

Especificamente nesta pesquisa a abordagem metodológica a ser experimentada vislumbrará a apreensão sequencial, uma vez que conforme Duval (2012), esta apreensão é explicitamente solicitada em atividades de construção ou em atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

A reconfiguração a ser abordada na intervenção didática, através da mídia utilizada, o filme: “Donald no País da Matemágica”, tem por foco construções e desconstruções geométricas e reproduções de figuras. Estas construções e desconstruções embasaram a análise da importância da reconfiguração enquanto instrumentação metodológica auxiliar ao aprendizado de Geometria.

2.13. Os códigos, os registros de representação semiótica e a atividade matemática

Para Duval a atividade matemática mobiliza sempre de maneira explícita ou implícita dois tipos de transformações denominadas tratamentos e conversões. As transformações enquanto tratamentos tem diferentes tipos de representação semiótica, os quais não oferecem as mesmas possibilidades internas de transformação, uma vez que, para o autor, “a distância cognitiva entre os conteúdos das duas representações de um mesmo objeto, mas que são de dois tipos diferentes varia de maneira considerável” (Duval, 2011, p.68).

Por outro lado, a conversão de uma representação em outra representação, ou a operação inversa, podem não serem reconhecidas. Tais colocações remetem à ideia de que, segundo Duval:

> A diversidade de tipos de representação semiótica e o modo de funcionamento próprio de cada tipo são as questões cruciais para a análise cognitiva da atividade matemática e, portanto, dos processos de compreensão e incompreensão na aprendizagem” (Duval 2011, p.68).

Para Duval, a noção de sistema semiótico não contempla esses dois tipos de transformações, embora eles constituam a dinâmica cognitiva de toda a atividade matemática, pois estes dois tipos de representação implementam as operações cognitivas próprias de cada tipo de representação utilizada, seja ela em língua natural, figuras geométricas, equações, esquemas gráficos cartesianos e outras, uma vez que o conteúdo destas representações recobre variados níveis de organização atrelados as unidades de sentidos.

No contexto da noção de sistema semiótico enquanto código, já que tal sistema visa a transmissão de uma informação, Duval (2011), coloca que as representações semióticas se opõem as representações mentais, sendo que, as representações semióticas servem para codificar as representações mentais, constituindo ambas ainda, os processos do pensamento. E neste contexto ele insere a concepção da noção de registro de representação semiótica como um sistema semiótico particular o diferenciando assim de código ou mesmo um sistema formal.

Para Duval (2011) os registros de representação e os códigos são sistemas semióticos radicalmente diferentes, enquanto os registros são sistemas cognitivamente produtores ou sistemas semióticos cognitivamente criadores, os códigos, por sua vez, são sistemas que permitem transmitir uma informação discretizada, ou que comutam a codificação de uma informação em função do modo físico de transmissão. Para ele, somente os registros abrem possibilidades de transformação do conteúdo das representações produzidas. E para ilustrar tais concepções temos o Quadro 1, a seguir, que mostra a comparação de registros e códigos de Duval.

Quadro 1 – Comparações de registros e códigos

		TIPO DE PRODUÇÃO SEMIÓTICA	POSSIBILIDADES DE TRANSFORMAÇÃO DAS PRODUÇÕES	MUDANÇA DE SISTEMA SEMIÓTICO
SISTEMAS *produtores de representações que se referem aos objetos* *(Continuum do sentido)*	**REGISTROS** Línguas, figuras, gráficos etc.	**um conteúdo** ARTICULANDO VÁRIAS UNIDADES DE SENTIDO conforme *dois ou três níveis de organização*	SUBSTITUIÇÃO por *equivalência referencial* OPERAÇÕES SEMIÓTICAS PRÓPRIAS DE CADA REGISTRO	CONVERSÕES por **correspondência das unidades de sentido** *não reversibilidade*
SISTEMAS *transmissores, ou conversores do modo físico de transmissão* *(Discretização da informação)*	**CÓDIGOS** *Código binário, alfabetos etc.*	SEQUÊNCIA DE CARACTERES cada caractere da sequência resulta de uma escolha de codificação dos **dados** (estados sucessivos, sons, ...) e não de regra de combinação	Somente a **programação externa de ações** sobre as sequências de valores binários (máquina de Turing)	CODIFICAÇÃO ⇔ DECODIFICAÇÃO

Fonte: Duval (2011, p.73)

Este quadro descreve a diferenciação entre os dois tipos heterogêneos de sistemas semióticos, os produtores e os transmissores, com ênfase as diferentes mobilizações de cada sistema semiótico. Para Duval (2011), o primeiro sistema consiste na codificação e decodificação de conteúdos mentais, enquanto que no segundo a mobilização consiste na execução das operações semióticas que o sistema torna possível.

Porque entender todos estes conceitos e concepções?

A compreensão destes conceitos e concepções reside, para Duval (2011), na premissa de que um registro só é um sistema semiótico quando é possível identificar quais são as operações de produção de representação que ele permite executar de maneira original e específica. E aqui pousa a necessidade de compreensão de que a língua, enquanto o primeiro registro de representação semiótica necessária para o funcionamento do pensamento, deve, nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, sobrepujar a simples função de comunicação privilegiando também todas as operações envolvidas nos processos de apreensão do conhecimento.

2.14. As figuras na Geometria

Para Duval, “a matemática é o único domínio em que o progresso dos conhecimentos está estreitamente ligado a invenção de novos sistemas semióticos.” (Duval, 2011, p.84). Assim, a invenção de novos sistemas semióticos remeteu ao desenvolvimento de novos objetos matemáticos, os quais limitaram o emprego da linguagem ao papel de explicações feitas a margem dos tratamentos matemáticos ou da produção final de enunciados, segundo ele.

As figuras emergem, como as representações produzidas cuja visualização permite mais facilmente a análise do funcionamento cognitivo, da atividade matemática, e em especial na geometria.

Tais preceitos são corroborados pela importância da visualização e segundo Duval (2003, p.13), “a diferença entre a atividade requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos”, mas sim na importância da visualização e na grande variedade de representações utilizadas em matemática. A representação e a visualização estão no núcleo de sua compreensão e o papel de ambas é fundamental no pensar e aprender matemática.

As figuras segundo Duval “apresentam três características que lhe conferem um poder cognitivo particular” (Duval, 2011, p. 84), e são eles: seu valor intuitivo, sua completude, e a sua capacidade de impor um reconhecimento quase imediato dos objetos representadas por elas.

Na Geometria, a utilização de figuras depende das duas primeiras características apresentadas, já que em um primeiro momento a apresentação se dá através de demonstrações ou de aplicação da geometria na realidade, e para tal o processo de “ver” é essencial. E após, quando ocorre o aprofundamento no ensino, se aplica então a terceira característica com o intuito de oferecer subsídios através das propriedades geométricas que permitam a organização destas figuras.

Sob o aspecto cognitivo, o poder “ver” a figura, ou sua imagem, permitem sua utilização na resolução de um problema ou mesmo o próprio reconhecimento da aplicação de propriedades geométricas em situação reais. O ensino de matemática hoje embasa-se nas hipóteses de que este “ver” é a forma comum de ver as imagens e perceber objetos reais, e de que é preciso subordinar este “ver” a um conhecimento conceitual do qual dependerá e que o guiará.

Neste contexto Duval (2011) alerta para as lacunas existentes nestas hipóteses de forma que tais lacunas remetem a dificuldades profundas de aprendizagem de geometria. Trazendo a hipótese de que a forma de “ver” depende das operações de reorganizações puramente visuais das figuras, que são próprias da maneira matemática de ver, isso é equivalente a assumir que as figuras formam um registro de representação semiótico específico.

Referindo-se a registro Duval aponta que, “para mostrá-lo é preciso descrever as operações figurais que permitem, independentemente ou mesmo antes, a utilização de uma propriedade matemática” (Duval, 2011, p. 84). Acrescentando que, “são estas separações figurais que permitem transformar qualquer figura em outra, com a finalidade de fazer aparecer uma solução ou de produzir um contraexemplo ou ainda de modelar uma situação” (2011, p.85). Duval (2011) conclui que para compreender a maneira matemática de ver a Geometria é preciso compreender estas operações figurais.

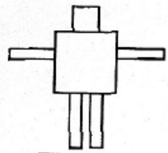
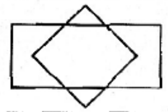
2.15. As formas de ver uma figura

Duval preconiza que, “ver uma figura é reconhecer imediatamente as formas, isto é, os contornos fechados justapostos, superpostos, separados.” Para ele:

> A figura é vista como uma imagem mais ou menos esquematizada. Uma configuração parece com um objeto da realidade à medida que as relações de vizinhança entre as formas que reconhecemos conservam as relações de vizinhança entre as partes deste objeto. (Duval, 2011, p.85)

Como exemplo, das maneiras de ver uma figura, Duval apresenta o Quadro 2, a seguir, auto-explicativo sobre três maneiras de ver uma figura geométrica plana.

Quadro 2 – Maneiras de ver uma figura geométrica plana.

Figuras 2D/2D *(Configuração global)*	**Duas decomposições VISUALMENTE INCOMPATÍVEIS** *em unidades figurais* **2D/2D** (= formas ou contornos fechados reconhecidos)		**E uma terceira** *em unidades figurais* **1D**/2D
	Acoplamento/decomposição por **JUSTAPOSIÇÃO**	Acoplamento por **SUPERPOSIÇÃO**	*construção instrumental*
	**6 formas,** cada uma sendo *uma parte do corpo humano.* **(*icônica*)**	**5 formas**, *cada uma sendo uma faixa retangular* mais ou menos larga.	**18** *segmentos* ou **12** *retas subjacentes*
	**5 formas poligonais** *(dois triângulos, dois pentágonos, um hexágono).* (***não icônica***)	**2 polígonos regulares** *(um quadrado e um retângulo).*	**8** ***ARESTAS*** *de unidades* ***2D/2D*** *(ou lados)*

Fonte: Duval (2011, p.87)

Neste exemplo Duval adentra na ideia que a maneira matemática de ver as figuras em geometria exige que se possa passar espontaneamente ou rapidamente de uma para outra, assim, a maneira matemática de ver requer que se possa reconhecer os pontos como unidades figurais de forma a completar uma visualização.

Ele ainda aponta que, entre a maneira normal de ver e a maneira matemática de ver, há um salto cognitivo considerável.

2.16. As unidades figurais e os elementos constitutivos de uma figura geométrica

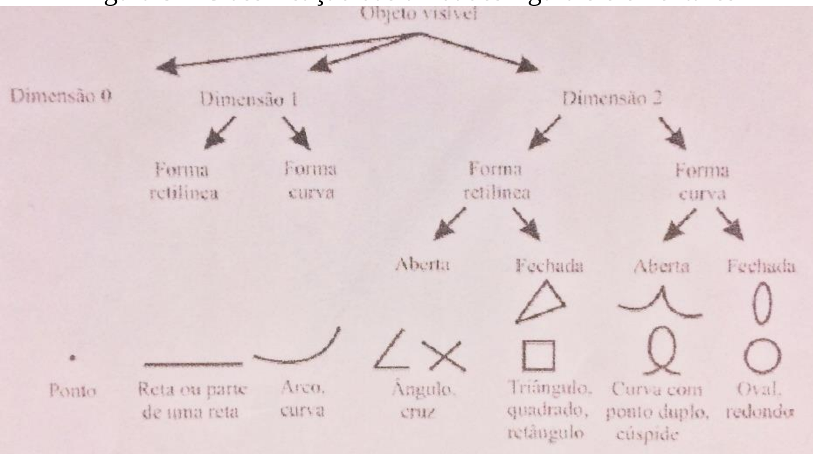
Para reconhecer as unidades figurais, é necessária também a determinação dos graus de iconicidade de uma configuração. Este grau de iconicidade introduz a diferenciação necessária entre as representações semióticas e as não semióticas, cuja produção é casual, já que para Duval,

> As figuras geométricas se distinguem de todas as outras pelo fato de que sempre existem várias maneiras de reconhecer as formas, ou as unidades figurais, mesmo que o fato de reconhecer umas exclui as possiblidades de reconhecer outras. Duval (2004, p.158)

Tais colocações remetem a análise do funcionamento cognitivo, nesta mudança de olhar, no qual se faz necessário o conhecimento das primeiras dimensões das unidades figurais, ou seja, é necessário conhecer um dos dois elementos constitutivos do Quadro 2, ou seja, a variação visual dimensional. Também é possível compreender esta concepção ao visualizar o exemplo exposto na figura anterior, onde se faz referência às variações dimensionais das figuras.

São as variações visuais de dimensões e as variações visuais qualitativas de ordem de forma, tamanho, orientação, granulação, cor e outras de uma figura que permitem definir os elementos constitutivos desta, já que para Duval (2004, p.159), “toda figura aparece como a combinação de valores para cada uma das variação visuais dos dois tipos, dimensional e qualitativo”, sendo que é a partir deles que se reconhece os elementos que vão funcionar como unidades de base representativa de uma figura, ou seja, como unidades figurais elementares. A seguir a Figura 5, mostra a classificação de Duval para as unidades figurais elementares.

Figura 5 – Classificação das unidades figurais elementares



Fonte: Adaptado de DUVAL (2004, p.159)

Para Duval toda figura combina os dois tipos de variação, sendo que o cruzamento dos valores destas variações é que permite a definição das unidades figurais elementares para o registro das representações geométricas.

O caráter heterogêneo das figuras, em razão de possíveis variações de dimensões, não apresenta ambiguidades na apreensão perceptiva das unidades figurais, já que são unidades elementares de registro das figuras geométricas. Logo, ao analisarmos as figuras geométricas em função de suas unidades elementares, podemos constatar a afirmação de Duval, “uma figura geométrica é sempre uma configuração de ao menos duas unidades figurais elementares. ” (Duval, 2004, p.159).

Em geral as figuras geométricas comportam numerosas unidades figurais elementares com valores de formas diferentes, e como exemplo a esta colocação, Duval cita as unidades elementares de dimensão 2, as quais na geometria são estudadas como configurações das unidades elementares de dimensão 1, complementando que, no registro do discurso da língua natural em que são definidos os objetos representados pelas figuras, predomina os objetos representados pelas unidades figurais de dimensão 1 ou 0. Logo a utilização imediata destas representações figurais para ilustrar uma definição é ambígua.

Neste contexto, Duval (2004, p.160), ao citar o clássico exemplo do paralelogramo, enfatiza,

> Uma sequência de representações onde cada uma as duas unidades figurais de dimensão 1 vinculadas à definição pela propriedade do paralelismo ou por igualdade, é uma representação semioticamente mais adequada do que apenas uma representação direta da imagem em dimensão 2.

Este exemplo pode ser considerado um caso geral e próprio da articulação do registro de figuras com o discurso matemático, já que por um lado a utilização de uma figura requer uma mudança contínua do número de dimensões, levando em consideração a necessidade de apreensão perceptiva das unidades figurais discerníveis. Por outro lado o tratamento da situação matemática representada pela figura requer, no âmbito da aplicação das definições ou dos teoremas, que se restrinja tal figura a unidades figurais de dimensão 0 ou 1, enquanto a percepção se focaliza automaticamente sobre as unidades figurais de dimensão 2. E para Duval é nesta lacuna que reside a complexidade da atividade geométrica ressaltando que a sobrepor é essencial para a aprendizagem.

2.17. Os tratamentos próprios do registro de figuras geométricas e a conduta da abdução

Admite-se comumente, conforme destaca Duval (1995), que as figuras formam um suporte intuitivo para as atividades de geometria, uma vez que mostram muito mais que os enunciados, permitindo também sua exploração e antecipações.

Elas permitem na resolução de um problema ou na busca por uma demonstração, a conduta descrita por Pierce como abdução, a qual consiste em limitar inicialmente a classe de hipóteses ou de alternativas a serem consideradas, limitando assim na figura a exploração de todos os caminhos possíveis, e focalizando a atenção nos caminhos susceptíveis de conduzir à solução ou conduzidos por ela.

A conduta de abdução neste contexto remete ao papel heurístico das figuras, uma vez que é a conduta de abdução segundo Duval (2004), que guia a dedução. Para ele, os tratamentos que embasam tal conduta devem ser específicos das figuras, não sendo assimilados pura e simplesmente ao tratamento matemático, pois se considerarmos assim, a conduta de abdução dependeria essencialmente dos conhecimentos matemáticos, limitando as figuras a meros acessórios. As assimilações dos tratamentos figurais aos tratamentos matemáticos também poderiam ocultar possíveis resistências que a figura pode opor a conduta de abdução ou as armadilhas que pode ter.

É essencial para Duval (2004), não confundir a possibilidade de tratamentos figurais com a legitimidade ou justificação matemática destes tratamentos do ponto de vista cognitivo e didático, uma vez que a conduta de abdução está ligada a interação entre uma pergunta de ordem matemática e a efetuação dos tratamentos figurais pertinentes a essa pergunta.

2.18. Encerrando esta fundamentação rumo a reconfiguração

As representações, o acesso aos objetos e a ideia de correspondência introduzem, conforme as concepções de Raymond Duval, a importância da semiótica, suas transformações e tratamentos. Utilizando a teoria descrita é que se adentra no universo da Geometria, inserindo a reconfiguração como tratamento figural, trazendo neste contexto sua importância para a apreensão operatória da figura e consequentemente, sua importância ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

CAPÍTULO 3: RECONFIGURAÇÃO

3.1. A relação heurística da reconfiguração

Iniciaremos este capítulo, destacando o papel heurístico das figuras nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria, uma vez que a visualização destas é reconhecidamente auxiliar aos métodos didáticos utilizados em sala de aula. Para Duval (1995), as figuras permitem analisar uma situação em conjunto, sendo assim, um meio mais direto para explorar os diferentes aspectos, antecipar os resultados e selecionar uma solução para o problema. Neste contexto, Flores e Moretti (2006, p. 6-7), complementam, destacando que:

> Normalmente trabalha-se com as figuras numa abordagem exclusivamente psicológica da percepção, aquela imediata, a qual não dá condições ao aluno para olhar a figura sob outros aspectos. Quer dizer, olha-la de outros modos, sob outras configurações, o que implica na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, a união destas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura e o texto, possibilitando, enfim, a exploração heurística.

A partir destas concepções introduzimos a reconfiguração, considerando esta como tratamento figural, necessário à apreensão operatória relacionada à busca por soluções de problemas geométricos, o qual, é induzido, sob a ótica de Flores e Moretti, pela necessidade de aplicações de tratamentos figurais, já que, para os autores: “A produtividade heurística de uma figura, para a resolução de problemas matemáticos, é dependente da possibilidade de se tomar esta figura sobre outras formas, ou seja, sobre a possibilidade de se aplicar nela tratamento figurais ” (2006, p.7).

Levando em conta a discussão precedente e com base nestas considerações, podemos compreender a relação heurística existente na operação de reconfiguração como um tratamento de caráter heurístico, cujas competências requeridas para sua operacionalização, ultrapassam o âmbito da visualização, permitindo percepções diferenciadas, complementando assim, o raciocínio matemático necessário a resolução do problema.

3.2. O que é a operação de reconfiguração

A operação de reconfiguração, conforme Duval, “é a operação que consiste em reorganizar uma ou várias subfiguras de uma figura dada em outra figura”. (Duval, 2004, p.165).

Para Duval a operação de reconfiguração se constitui como uma operação fundamental para a apreensão matemática das figuras, já que consiste em ver profundamente duas unidades figurais de mesma forma e orientação, mas tamanhos diferentes. Esta operação, segundo Duval, permite estabelecer a relação entre a reconfiguração e os mecanismos perceptivos que permitem a constância de tamanhos na percepção dos objetos ao redor do sujeito.

A reconfiguração foi objeto de pesquisas realizadas por autores como Duval, Moretti, Sanches e outros, os quais buscaram abordar demonstrações diversas em Matemática e compreensão de textos, bem como analisar os aspectos cognitivos envolvidos sob a ótica da Teoria de Registros de Representação Semiótica. Dentre estas pesquisas destaca-se, enquanto exemplo de reconfiguração neste trabalho, a pesquisa realizada por Sanches (1992).

Sanches (1992) abordou a reconfiguração enquanto tratamento puramente figural, para ela, a reconfiguração enquanto apreensão operatória é um tratamento puramente figural, que pode ser efetuado independentemente de toda interpretação discursiva das partes de uma figura. Também para Sanches, a reconfiguração enquanto tratamento puramente figural confia às figuras um papel heurístico ou seu poder intuitivo.

Sanches (1992) abordou em sua pesquisa a reconfiguração intermediária, enquanto operação que constitui a atividade heurística das figuras, uma vez que a modificação figural apresentada era mereológica, ou seja, fez surgir uma forma como um todo fracionado em partes homogêneas ou em partes heterogêneas. E o interesse do fracionamento de uma figura, segundo Duval (2012), é que ela origina a operação de reconfiguração intermediaria, uma vez que as unidades elementares obtidas pelo fracionamento podem ser reagrupadas em várias subfiguras.

Como ilustração tem-se a análise de um exemplo de Sanches (1992), realizada por Moretti e Brandt (2014), onde se trabalha a reconfiguração intermediária:

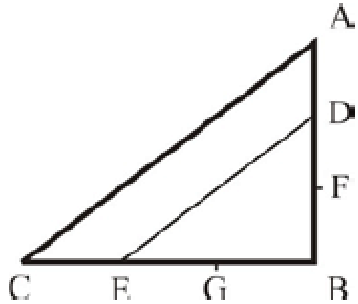
Exemplo: ABC é um triângulo retângulo em B.

AD = DF = FB = 1/3 AB

CE = EG = GB = 1/3 CB.

Comparar as áreas DEB e ACED. Justificar a resposta.

Figura 6 – Triângulo retângulo ABC

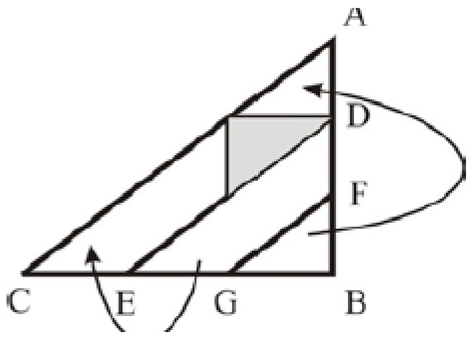


Fonte: Adaptado de Sanches (1992, p. 62)

Moretti e Brandt apresentam a seguir, as soluções fornecidas pelos alunos conforme a pesquisa de Sanches (1992).

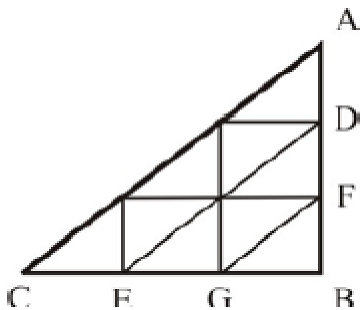
As Figuras 7 e 8 mostram dois exemplos de reconfiguração intermediária para a resolução do problema a ser solucionado.

Figura 7 – Reconfiguração intermediária do Triângulo retângulo ABC



Fonte: Adaptado de Sanches (1992, p. 66)

Figura 8 – Outra Reconfiguração intermediária do Triângulo retângulo ABC



Fonte: Adaptado de Sanches (1992, p. 67)

Conforme Moretti e Brandt (2014), em ambas soluções é utilizada essencialmente a reconfiguração intermediária. No caso da Figura 7, tem-se que cada subfigura do triângulo DEB é identificada, pelo aluno, com uma subfigura de ACED de mesma área para concluir que um triângulo não está relacionado e, deste modo, ACED tem área a mais do que o triângulo DEB.

Na Figura 8, o aluno preenche o triângulo com uma malha triangular do modo mostrado e conta o número de pequenos triângulos de mesma área para chegar à conclusão que ACED tem mais pequenos triângulos do que no triângulo DEB, são 5 contra 4. Portanto, ACED tem mais área do que o triângulo DEB.

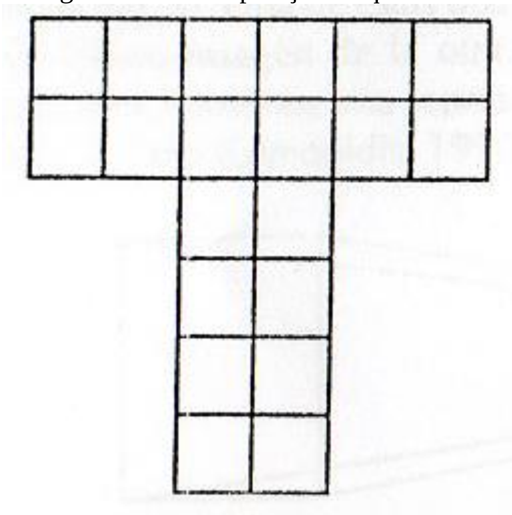
O caráter de transformação, resultante das operações de reconfiguração no âmbito da Geometria, está alicerçado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como abordado nos fundamentos teóricos.

Uma melhor compreensão das operações de reconfiguração se dá por meio de exemplos, que serão apresentados a seguir, os quais ilustram como ocorre as modificações das figuras, e o como esta apreensão operatória se diferencia de outras.

3.3. Exemplos de operações de reconfigurações

Um primeiro exemplo a ser apresentado é de Duval (1995), e descrito pela Figura 9, a qual é formada por cinco quadrados, subdivididos cada um em outros quatro quadrados menores. Neste exemplo busca-se responder a pergunta: “é possível decompor esta figura em quatro pedaços susceptíveis de serem sobrepostos? ”

Figura 9 – Decomposição de quadrados



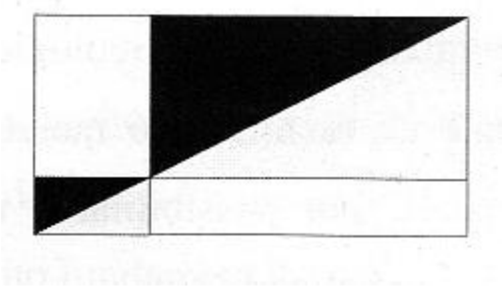
Fonte: Duval (2004, p.165)

Em sua análise, Duval (1995), considera que o uso de reconfiguração está explícito na figura, uma vez que, a divisão para tal, é um fracionamento quadricular, conforme a própria configuração demonstra.

O segundo exemplo analisado por Duval (1995), e já exposto na Figura 1, é o correspondente ao problema de Euclides. Neste exemplo apresenta-se o retângulo DEFH, onde 0 é um ponto qualquer da diagonal HE, e AB é o segmento paralelo ao segmento DH passando por 0, e ainda o segmento MN é a paralelo ao segmento DE passando também por 0. A partir desta configuração busca-se mostrar através das figuras abaixo, a igualdade das áreas 1 e 2, qualquer que seja a posição do ponto 0, ou seja do segmento AB.

A solução deste problema pode se dar através da supressão dos triângulos DEH e EHF de duas configurações não convexas iguais, tal qual mostra a Figura 10:

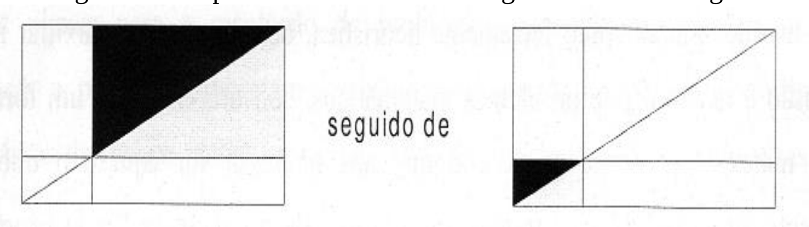
Figura 10 - Supressão de triângulos em um retângulo



Fonte: Flores, Moretti (2006, p.8)

Este problema também pode ser resolvido, conforme Duval, pela supressão sucessiva de duas partes elementares iguais, como mostra a sequência na Figura 11, a seguir:

Figura 11 - Supressão sucessiva de triângulos em um retângulo



Fonte: Flores, Moretti (2006, p.8)

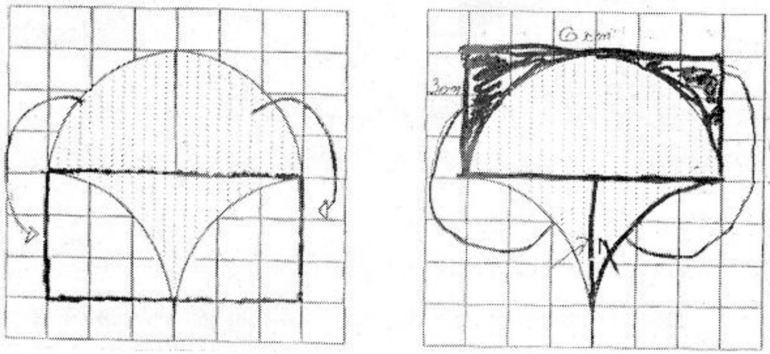
Este exemplo requer a comparação de várias subfiguras, as inscritas nos dois triângulos maiores, e as não inscritas, formadas pela reunião dos triângulos, inclusos respectivamente em HDE e EFH.

Duval (1995), ainda complementa que a solução deste problema se baseia essencialmente em uma operação de reconfiguração, onde é necessário reconhecer os paralelogramos, reconfigurando os triângulos dois a dois. Esta operação tem um importante papel no reconhecimento direto de unidades figurais elementares de dimensão 2, uma vez que tal figura, é formada por unidades figurais heterogêneas.

Outros dois exemplos, que ilustram a operação de reconfiguração foram apresentados na dissertação de Bolda (1997), os quais, constituíram-se no objeto de observação do uso deste tratamento.

Bolda (1997), propôs o cálculo da área da figura hachurada conforme Figura 12, sendo dada a figura em verdadeira grandeza em um quadriculado de 1cm por 1cm.

Figura 12 – Cálculo da área da figura hachurada



Fonte: Bolda (1997, p.122)

Neste exemplo, os alunos, a despeito da formulação tradicional, determinaram corretamente a área das figuras transformando-as em um retângulo de 3cm por 6cm.

Tal observação permitiu a autora concluir que o uso da reconfiguração torna os problemas bem mais simples, além de auxiliar no trato da visualização.

Flores e Moretti (2006, p.11), ressaltam, no âmbito da reconfiguração, que, “o tratamento operatório na figura deverá estar de acordo com aquilo que é solicitado no problema.”

No âmbito de tratamento operatório de figuras será abordado no próximo tópico deste capítulo o pentagrama. Tal figura, por suas características, apresenta uma variedade de construções e reconstruções em sua estrutura geométrica, estas, próprias de tratamentos operatórios de reconfigurações. O pentagrama surge como exemplo principal da mídia utilizada na intervenção didática. E é a partir desta figura geométrica que se demonstrou as primeiras reconfigurações propostas aos alunos.

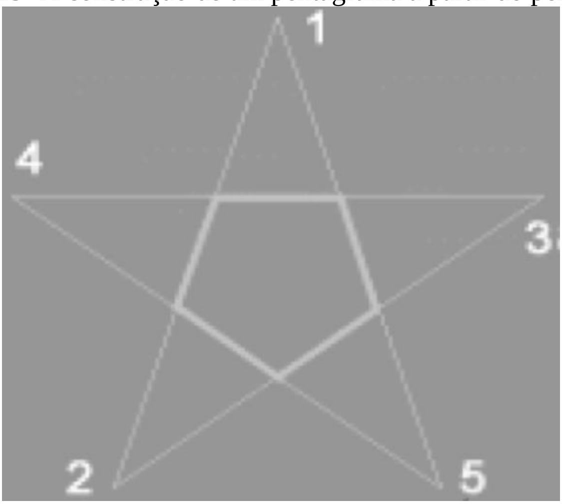
3.4. O pentagrama como exemplo do uso de reconfiguração

A palavra pentagrama é derivada do grego antigo e significa uma estrela composta por cinco pontas.

O pentagrama surgiu enquanto propriedade do pentágono regular e é descrito como uma estrela de cinco pontas, formada traçando-se as cinco diagonais de uma face pentagonal de um dodecaedro regular. Este pentágono estrelado – pentagrama, possui como característica, poder ser construído por uma linha única, fechada e entrelaçada, e por tal, é conhecido também por laço infinito, pois é possível fazer outro pentagrama menor dentro do pentágono regular do pentagrama maior, e assim sucessivamente.

No contexto da Geometria, os pitagóricos consideravam o pentagrama ou triângulo triplo como um símbolo, o qual para obtê-lo, eles estendiam as faces pentagonais até formar uma estrela. Tal qual podemos visualizar na Figura 13, ele é formado pela união das diagonais de um pentágono:

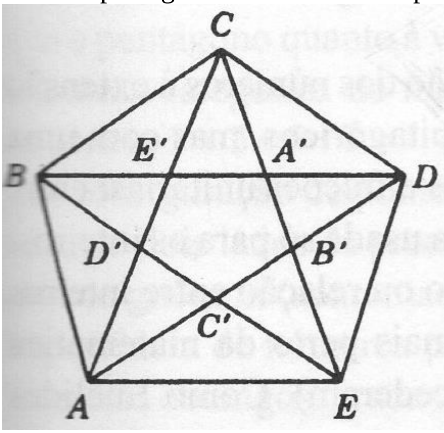
Figura 13- A construção de um pentagrama a partir do pentágono



Fonte: Pereira, Lopes e Andrade (2009, p.2)

A construção do pentagrama, segundo Boyer (2001), é uma das questões tantalizantes quanto à Geometria Pitagórica, sendo uma outra descrição, a construção de um polígono regular ABCDE, cujas as cinco diagonais traçadas se cortam nos pontos A'B'D'C'E', formando outro pentágono regular a se visualizar na Figura 14.

Figura 14 - Um pentagrama inscrito em um pentágono



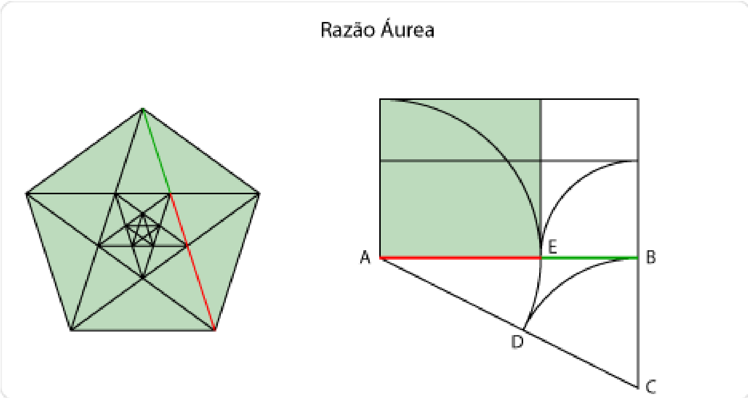
Fonte: Boyer (2001, p.35)

Para Boyer (2001), ao observarmos que o triângulo BCD' é semelhante ao triângulo isósceles BCE, e também os muitos pares de triângulos congruentes no diagrama, podemos notar que os pontos A'B'D'C'E' dividem as diagonais de um modo notável. E cada um destes pontos divide a diagonal em dois segmentos desiguais, nos quais a razão da diagonal toda para o maior é igual à deste para o menor. Esta subdivisão das diagonais, designada como um dos dois grandes tesouros da Geometria – à saber, o outro é o Teorema de Pitágoras – é conhecida como secção áurea de um segmento, ou como os gregos designavam, divisão de um segmento em média e extrema razão. A secção áurea, por sua vez, remete um vasto leque de aplicações geométricas e algébricas, e a Geometria do pentagrama por ser rica em razões áureas, é conhecida como A Proporção Divina.

Sobre a Razão Áurea:

A Razão Áurea consiste no contexto desta pesquisa em um sistema de proporcionalidade que é baseado no pentágono regular e seu pentagrama correlato. A razão áurea é representada matematicamente pela letra grega Φ (fi), em homenagem ao escultor grego Phidias, e corresponde ao número irracional 1,61803398. A Figura 15, a seguir, representa a relação da proporção ou razão áurea com o pentagrama.

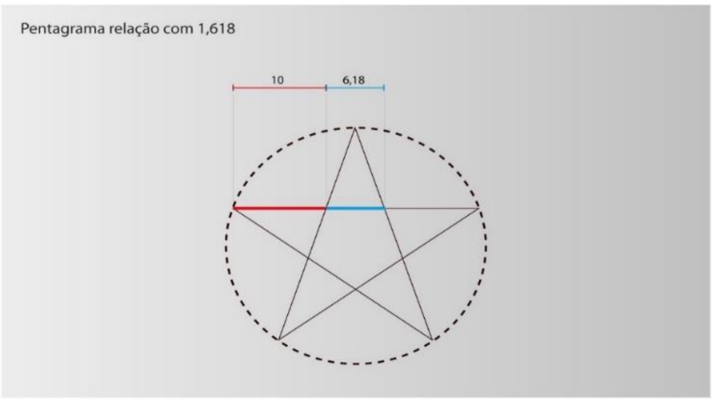
Figura 15 – Relação da Razão Áurea com um pentagrama – 1



Fonte: Site: http://www.idemdesign.net/pt/loja/16 acesso em 28/06/15

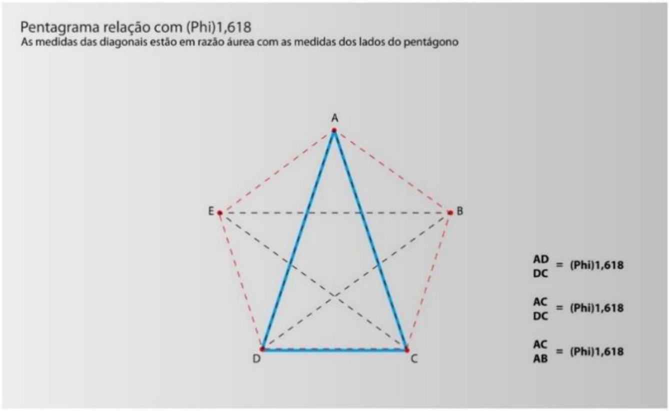
As demais figuras apresentadas a seguir, também ilustram a relação do pentagrama com a razão ou proporção áurea.

Figura 16 – Relação da Razão Áurea com um pentagrama – 2



Fonte: Site: http://www.designculture.com.br/2-a-regra-de-ouro-proporcao-aurea/ acesso em 28/06/15

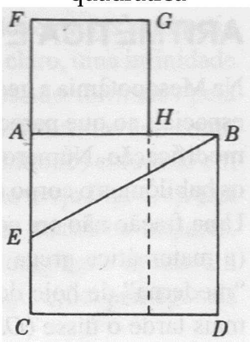
Figura 17 – Relação da Razão Áurea com um pentagrama - 3



Fonte: Site: [http://www.designculture.com.br/2-a-regra-de-ouro-proporcao-aurea/ acesso em 28/06/15](http://www.designculture.com.br/2-a-regra-de-ouro-proporcao-aurea/)

A secção Aurea, enquanto desconstrução do pentagrama, por sua vez pode ser considerada como uma reconfiguração do pentagrama, e a partir desta reconfiguração, é possível obter várias outras reconfigurações tais como a demonstrada na Figura 19, a seguir, na qual, Boyer (2001), conjectura ser o método geométrico utilizado pelos pitagóricos para a resolução de uma equação quadrática.

Figura 18 – Método geométrico de resolução de uma equação quadrática



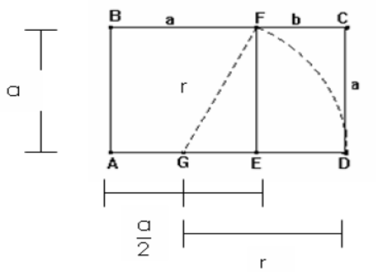
Fonte: Boyer (2001, p.35)

Na Figura 18, anterior, buscou-se dividir um segmento de reta AB em média e extrema razão, e para tal Euclides construía primeiro, sobre AB, o quadrado ABCD, e bissectando AC pelo ponto E, traçava EB e prolongava a reta CEA até F tal que EF=EB. Assim ao completar o quadrado AFGH, tem-se que o ponto H é o procurado, pois AB: AH = AH: HB.

Construção do retângulo Áureo com régua e compasso e sua relação com o número áureo:

Inicialmente constrói-se um quadrado ABFE de lado AE = a. a seguir marca-se o ponto médio G do segmento AE, e com a ponta seca do compasso em G e abertura GF, traça-se o arco FD, que finda na reta AE e E é interno ao segmento AD, como descrito na figura a seguir.

Figura 19 – Construção do triângulo retângulo



Fonte própria

Após, prolonga-se o segmento BF e traça-se CD perpendicular ao segmento AD. Assim GF=GD=r. E como o triângulo GEF é retângulo em E, ao aplicar o teorema de Pitágoras tem-se que:

$$r^2 = a^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = 5\frac{a^2}{4} \rightarrow r = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

A seguir constrói-se um retângulo de lados “a” e “(a/2)+r”, Onde o comprimento do retângulo C é:

$$C = \frac{a}{2} + r = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{5}a}{2} = \frac{a + \sqrt{5}\,a}{2}$$

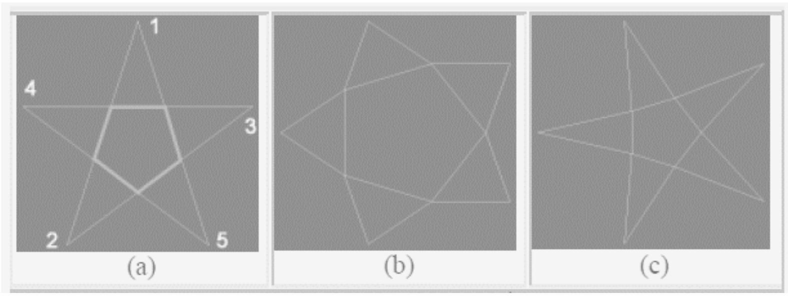
A largura do retângulo é L=a. Logo:

$$\frac{C}{L} = \frac{\frac{a + \sqrt{5}a}{2}}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \varphi$$

Onde φ é o número de ouro.

No contexto da reconfiguração vemos também que a construção do pentagrama exige certas competências.

Figura 20 – Exemplo de construções equivocadas de um pentagrama

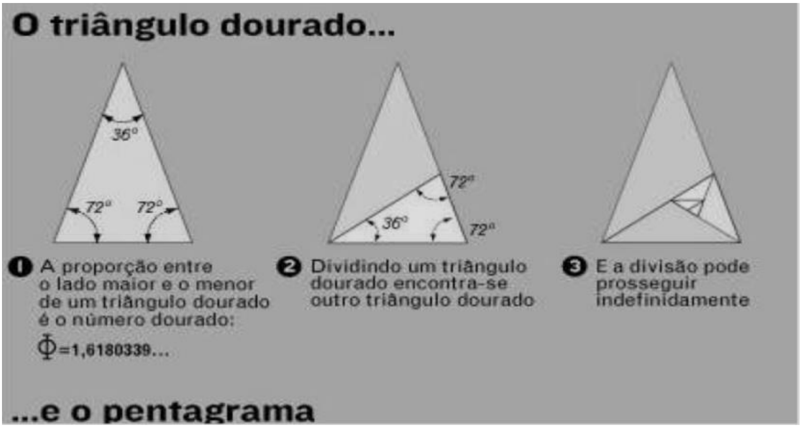


Fonte: Pereira, Lopes e Andrade (2009, p.5)

O desenho (a) da Figura 20, representa um pentágono regular comum rodeado por cinco triângulos isósceles iguais, os quais se obtém através do prolongamento dos lados do pentágono de partida ao centro, no qual também pode ser traçado e desenhado os cinco segmentos na seguinte ordem: de 1 a 2, de 2 a 3, de 3 a 4, de 4 a 5, d e 5 a 1. Entretanto isto ocorre porque os triângulos possuem altura certa. Esta altura certa é a característica determinante da construção do pentagrama, pois se fossem diferentes como mostram os desenhos (b) e (c) da figura acima, ao desenhar apenas cinco segmentos, não seria possível, obter a figura (a).

Uma das reconfigurações do pentagrama, também pode ser visualizada na Figura 21, a seguir:

Figura 21 – O triângulo dourado



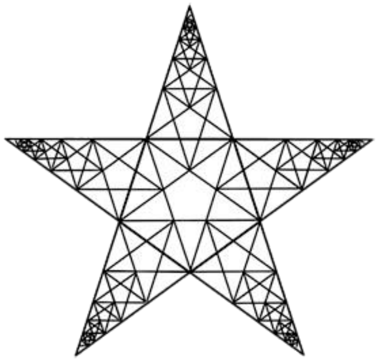
Fonte: Pereira, Lopes e Andrade (2009, p.7)

Ao unirmos em um pentagrama, uma ponta da estrela com as duas opostas podemos formar um triângulo isósceles, o qual possuirá dois ângulos de 72º e um terceiro de 36º, portanto metade de cada um dos maiores. Este polígono é também conhecido por triângulo dourado, pois se bissectarmos um dos ângulos maiores dividindo o triângulo original em dois, o triângulo menor resultante é semelhante ao original, ou seja, é de novo um triângulo dourado. E segundo Crato (2004, p.1), "Dividindo este triângulo pelo mesmo processo, pode construir-se uma sucessão infinita de triângulos dourados encaixados."

A Figura 22 a seguir, ilustra as colocações de Crato (2004, p.1):

> Outra sucessão geométrica curiosa pode ser construída notando que as pontas do pentagrama desenham um pentágono regular que envolve a estrela. Olhando o seu interior, voltamos a descobrir um pentágono regular. Isso significa que se pode construir uma sucessão infinita de pentágonos e pentagramas encaixados"

Figura 22 – Sucessão infinita de pentágonos e pentagramas encaixados.



Fonte: Desconhecida

Todos os subsídios teóricos, apresentados acima, enfatizaram o uso do pentagrama e suas reconfigurações para reportar a importância desta operação à luz dos registros de representação semiótica e sua complementariedade ao aprendizado de Geometria. Assim no capítulo posterior, o pentagrama enquanto enfoque, será o exemplo escolhido como demonstrativo do uso de reconfiguração.

CAPÍTULO 4: A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A ANÁLISE DOS MOMENTOS

4.1. Panorama, objetivos, procedimentos da sequência didática

Neste capítulo será apresentada a sequência didática aplicada para demonstrar o uso da operação de reconfiguração através do pentagrama.

Esta sequência integra a proposta de intervenção didática descrevendo seus objetivos, sua concepção e seu desenvolvimento, bem como seu projeto esquemático enquanto experimento. Também descreverá quais os procedimentos adotados, os materiais utilizados e as atividades realizadas.

A aplicação desta proposta de sequência didática visou analisar o comportamento dos alunos perante o conteúdo geométrico abordado com a reconfiguração, e como ocorrerá a apreensão do conhecimento, com a utilização desta abordagem enquanto alternativa metodológica.

Para tanto foram realizadas atividades conforme o panorama de objetivos apresentado a seguir:

- Introduzir a importância do aprendizado de Geometria e das figuras com um breve histórico.
- Debater com os alunos sobre qual é o papel das figuras na Geometria e na sociedade.
- Apresentar o conteúdo programado – o pentagrama e sua relação com o retângulo de ouro- na forma de vídeo.
- Debater os conhecimentos adquiridos pela apresentação do vídeo.
- Explicar as propriedades reconfigurativas do pentagrama, do retângulo de ouro, e outros exemplos.
- Demonstrar como ocorrem as operações de reconfiguração através do pentagrama.
- Expor figuras de outros polígonos e desenvolver atividades com operações de reconfiguração.

Esta sequência didática foi composta por dez momentos, aplicados em uma turma de 5º Ano do Ensino Fundamental a qual compôs o público alvo analisado nesta pesquisa. Os momentos foram diferenciados por etapas do conteúdo e ações e aplicados do decorrer de 10 horas aulas.

Destes momentos, os dois iniciais foram reservados para observação da pesquisadora e ocorreram antes das atividades de intervenção direta, e visaram a ambientação dos alunos com a interventora, o que, no âmbito da educação se faz essencial. Já os outros oito momentos, constituíram as práticas didáticas e foram apresentados pela própria pesquisadora com a presença da professora própria da turma, atuando na qualidade de observadora.

Considerando que a operação de reconfiguração não representa um conteúdo específico de Geometria, nesta pesquisa ela atua como uma instrumentação de caráter facilitador da apreensão dos conteúdos abordados. Assim sendo, as operações de reconfiguração foram abordadas nos conteúdos mencionados no capítulo 3, cujos os objetivos específicos se remeterão a apreensão dos respectivos conceitos.

Quanto aos procedimentos adotados nesta proposta de sequência didática temos:

- Realização de momento explicativo do texto impresso sobre Geometria disponibilizado aos alunos;
- Realização de debate, com mediação da professora pesquisadora e observação da professora da disciplina, e realização de atividade pertinente ao conteúdo;
- Reprodução do vídeo escolhido, com a utilização de Datashow e notebook, disponibilizados pela professora pesquisadora. Realização de momento explicativo das reconfigurações apresentadas no vídeo, com auxílio de recurso de informática e Datashow;
- Entrega de textos impressos contendo exercícios selecionados referentes ao conteúdo e texto contendo as atividades avaliativas do aprendizado do conteúdo;
- Disponibilização dos materiais utilizados para realização das atividades, tais como compassos, réguas, cola, papel quadriculado e papel em branco;
- Realização de atividade avaliativa do aprendizado;

Enquanto procedimento ainda, ocorreu a supervisão de todas as atividades programadas e a análise específica de cada atividade.

A seguir será apresentado o quadro descritivo das etapas dos momentos da sequência didática:

Quadro 3: Relação dos momentos com as atividades

MOMENTOS	DATAS	ATIVIDADE PROPOSTA
MOMENTO 1	14/12/2015	OBSERVAÇÃO DA TURMA E DA DIDÁTICA DA PROFESSORA DA DISCIPLINA
MOMENTO 2	14/12/2015	OBSERVAÇÃO DA TURMA E DA DIDÁTICA DA PROFESSORA DA DISCIPLINA
MOMENTO 3	15/12/2015	LEITURA DO TEXTO SOBRE GEOMETRIA
MOMENTO 4	15/12/2015	DEBATE SOBRE GEOMETRIA E A IMPORTANCIA DAS FIGURA
MOMENTO 5	15/12/2015	REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES ENQUANTO EXERCÍCIO
MOMENTO 6	15/12/2015	REPRODUÇÃO DO VÍDEO SOBRE O PENTAGRAMA E OS RETANGULOS DE OURO – A RAZÃO AUREA
MOMENTO 7	16/12/2015	APRESENTAÇÃO DA RECONFIGURAÇÃO RELACIONADA AOS QUADROS DO VÍDEO APRESENTADO
MOMENTO 8	16/12/2015	REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES ENQUANTO EXERCÍCIOS
MOMENTO 9	16/12/2015	REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES ENQUANTO EXERCÍCIOS
MOMENTO 10	16/12/2015	REALIZAÇÃO DE ATIVIDADE AVALIATIVA

Fonte: Autoria própria

4.2. Sobre os momentos: conteúdos abordados e as análises

4.2.1 Os dois momentos iniciais: A observação

Nestes dois momentos inicias, foram realizados os primeiros contatos com a turma. Tais contatos são relevantes no âmbito do estabelecimento da relação de direta com os alunos e com a professora.

A apresentação da interventora à turma, ocorreu nestes momentos. A professora da turma explicou aos alunos como ocorreria a intervenção, e quais assuntos seriam abordados pela professora pesquisadora. Foram descritas aos alunos as aulas a serem ocupadas durante a intervenção.

Em razão da abordagem escolhida, fora explanada pela professora da turma a necessidade de utilização de materiais próprios para uso em aulas de geometria, tais como régua e compasso. Esta explanação se fez necessária uma vez que a professora optou por revisar antes da aplicação da sequência como se usa adequadamente um compasso.

Nestes momentos ainda a professora pesquisadora pode visualizar o comportamento da turma com a finalidade de reconhecer possíveis adaptações no que tange ao tempo de respostas dos alunos às atividades.

Enquanto análise destes momentos, pode-se constatar a importância de se iniciar o trabalho de intervenção com um conhecimento prévio da turma, o que além de adiantar possíveis questões técnicas, também se revelou em ação facilitadora do tratamento pessoal em sala de aula da relação aluno-professor.

4.2.2 Momentos 3, 4 e 5: A introdução à Geometria

O momento 3, deu início a aplicação da sequência didática, e para este momento a priori, fez-se a escolha de abordar a Geometria de maneira teórica, aplicada através da apresentação de um texto explicativo sobre a importância da Geometria no contexto histórico da humanidade. Este texto foi disponibilizado individualmente aos alunos de forma impressa.

No decorrer deste momento trabalhou-se o texto explicativo em sala de aula na forma de leitura, conduzida pelos próprios alunos e teve como título a importância da Geometria e das figuras geométricas através da história.

Este texto, (vide anexo 1), traz em seu corpo alguns aspectos históricos, tais como referência a datas e fatos, que compuseram o surgimento da Geometria na história da humanidade.

No corpo deste texto também são abordadas as figuras geométricas e sua relação com o cotidiano das pessoas desde os primórdios tempos.

No momento 4 em continuidade ao desenvolvimento das atividades, foi realizado um debate com os alunos acerca do exposto no texto. Enquanto analise a posteriori, tem-se que as concepções sobre figuras geométricas, neste debate, emergiram para os alunos enquanto visualização destas em seu mundo circundante. Os alunos relataram suas ideias e experiências com as figuras geométricas, interligando a relação subconsciente, ou seja, o reconhecimento instintivo destas formas com a relação consciente, na qual o aluno ao visualizar tal forma a identifica como geométrica.

O momento 5 foi reservado a realização de uma atividade que consistiu na confecção em forma de desenho livre, de figuras geométricas, em papel quadriculado. Esta atividade buscou a priori, revisar o conhecimento prévio dos alunos sobre a identificação de figuras geométricas e suas características. O uso de papel quadriculado intuiu facilitar a produção de tais figuras.

Enquanto análise a posteriori, constatou-se que a apresentação de um breve histórico da Geometria permitiu aos alunos uma transposição de concepções subconscientes para concepções conscientes sobre as figuras geométricas.

4.2.3. Momento 6: Apresentação do vídeo

Neste momento foi utilizado como recurso áudio visual, puramente explicativo, o vídeo: Donald no País da Matemágica, e encontra-se em anexo em mídia exclusiva.

Este vídeo consiste em uma animação em que o curioso Pato Donald compreende a importância da matemática com os gregos da antiguidade, e compreende como a proporção áurea está presente no pentagrama, no retângulo áureo e em obras de arte, compreendendo assim o princípio da operação de reconfiguração através das inúmeras reconfigurações do pentagrama apresentadas ao longo do filme.

Ficha técnica do vídeo: (Donald in Mathmagic Land) Donald no País da Matemágica. Animação, EUA, 1959, 27 min, COR, Direção: Stan Jolley

A apresentação do filme objetivou demonstrar a concepção de Duval (2012) de que o transito entre as mais diversas representações possíveis de um mesmo objeto matemático em questão é que assume importância fundamental. Assim as representações foram mostradas de maneira diferenciada.

A análise da apreensão do conteúdo abordado no vídeo pode ser percebida após o momento posterior onde foi apresentado o vídeo quadro a quadro demonstrando as construções/desconstruções realizadas pelo personagem.

4.2.4. Momento 7: Apresentação das reconfigurações trabalhadas no vídeo

Neste momento foram reapresentados os tratamentos figurais visualizados no vídeo. Para tanto o vídeo foi dividido em quadros que explicitaram cada nuance geométrico perceptível.

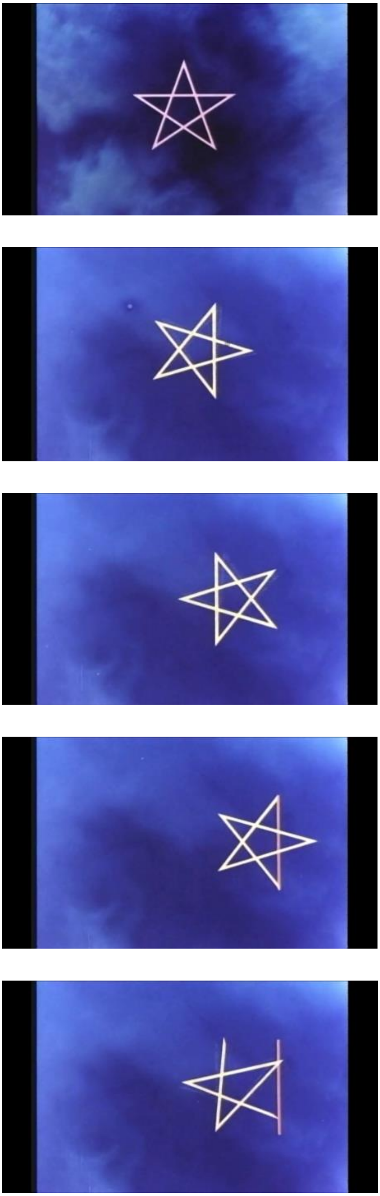
Tal separação teve, a priori, o intuito de demonstrar no próprio corpo do trabalho as reconfigurações apresentadas ao longo do filme e as explicações relevantes oferecidas às imagens. Este tratamento foi utilizado como apresentação, na forma de pdf em continuidade ao filme enquanto teor explicativo, uma vez que a reconfiguração atrelada ao reconhecimento de um objeto, em representações diferentes, é intrínseca a concepção de Duval de que a preocupação em saber como diferenciar duas ou mais representações de um mesmo objeto, sendo que cada representação traduz alguma característica ou parâmetro diferente deste objeto.

As figuras que compuseram cada imagem, ilustraram as representações dadas, ou seja, em cada imagem, os alunos puderam visualizar tanto a nova representação, quanto cada tratamento operatório realizado.

A seguir nas Figuras 23 a 54 tem-se as 32 imagens expostas aos alunos no desenvolvimento da atividade, as quais foram produzidas através da separação citada e agrupadas em cinco figuras as quais minimizaram o tempo de abordagem em sala de aula. Cada agrupamento conta com as explicações das imagens e algumas observações interessantes ocorridas no decorrer do filme.

Enquanto análise a posteriori da apresentação deste filme, considerou-se o entusiasmo dos alunos durante o período, o encanto que transpareceu em seus semblantes, e a curiosidade visível, perceptível pela atenção concentrada nas imagens.

Figura 23 – Imagem em PDF de quadros do filme -1



DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS O PENTAGRAMA EM SUA FORMA ORIGINAL.

NA SEGUNDA, TERCEIRA E QUARTA IMAGENS, TEMOS O PENTAGRAMA SE MOVENDO EM RELAÇAO AO PLANO.

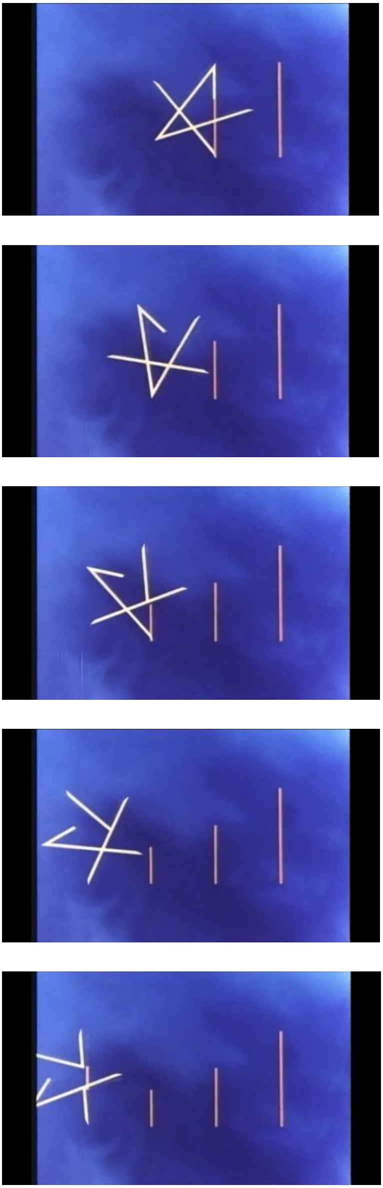
NA QUINTA IMAGEM SE INICIA A DESCONSTRUÇÃO DO PENTAGRAMA.

OBSERVA-SE QUE:

“FOI PITÁGORAS QUE DESCOBRIU QUE O PENTAGRAMA ESTA REPLETO DE MATEMÁGICA.

Fonte: Autoria própria

Figura 24 – Imagem em PDF de quadros do filme -2

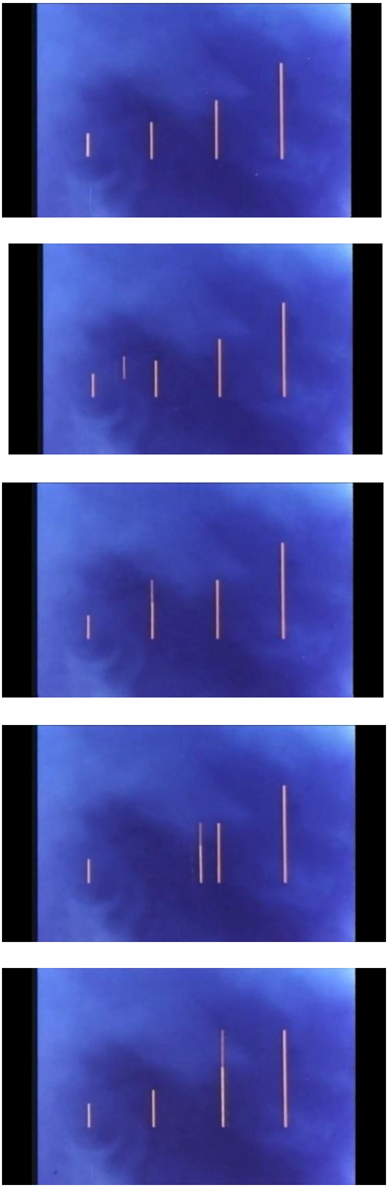


DONALD E A MATEMÁGICA

NESTAS CINCO IMAGENS É CONTINUADA A DESCONSTRUÇÃO DO PENTAGRAMA.

Fonte: Autoria própria

Figura 25 – Imagem em PDF de quadros o filme -3



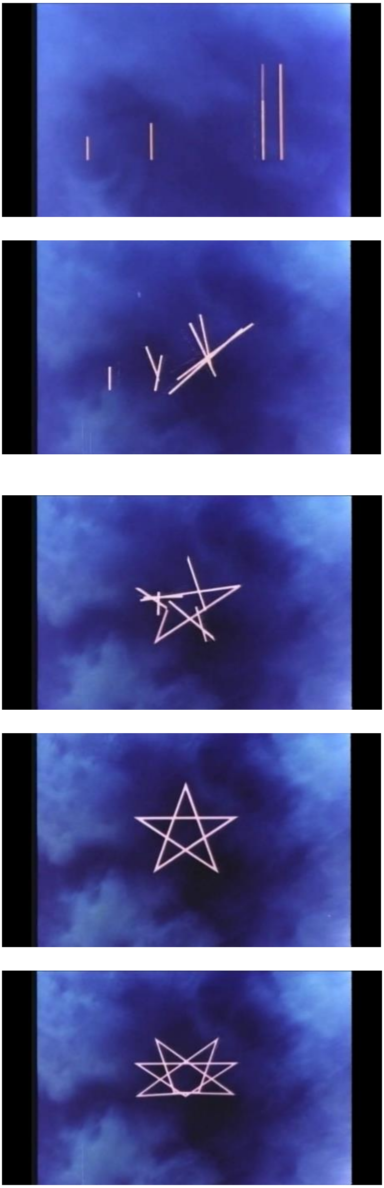
DONALD E A MATEMÁGICA

NESTAS CINCO IMAGENS AS SUBDIVISÕES DO PENTAGRAMA SÃO SOBREPOSTAS PARA PERMITIR A VISUALIZAÇÃO DAS PROPORÇÕES DA REGRA DE OURO.

OBSERVA-SE QUE: “AS DUAS PRIMEIRAS LINHAS MAIS CURTAS COMBINADAS SÃO EXATAMENTE IGUAIS A TERCEIRA, E ESTA LINHA MOSTRA AS PROPORÇÕES MÁGICAS DA REGRA DE OURO.

Fonte: Autoria própria

Figura 26 – Imagem em PDF de quadros do filme -4



DONALD E A MATEMÁGICA

A PRIMEIRA IMAGEM, É CONTINUAÇÃO DA VISUALIZAÇÃO DAS PROPORÇÕES DA REGRA DE OURO.

NA SEGUNDA E TERCEIRA IMAGENS, TEMOS O PENTAGRAMA SENDO RECONSTRUÍDO.

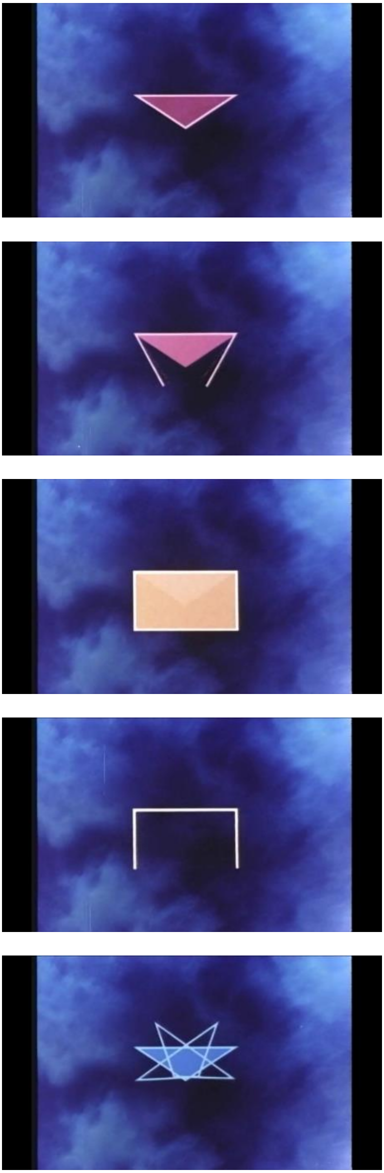
A QUARTA IMAGEM REAPRESENTA O PENTAGRAMA.

NA QUINTA IMAGEM SÃO SEPARADAS PARTES DO PENTAGRAMA (TRIÂNGULOS) E SOBREPOSTAS SOBRE OUTRAS PARTES (TRIÂNGULOS). FORMANDO ASSIM OUTRA FIGURA.

OBSERVA-SE QUE: “A 2ª E 3ª LINHA SOBREPOSTAS SÃO EXATAMENTE IGUAIS A 4ª, AQUI TEMOS NOVAMENTE A REGRA DE OURO. ”

Fonte: Autoria própria

Figura 27 – Imagem em PDF de quadros do filme -5



DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, REPORTA UM TRIÂNGULO FORMADO A PARTIR DO PENTAGRAMA.
NA SEGUNDA, ESTE TRIÂNGULO É RECONFIGURADO PARA A FORMAÇÃO DO RETÂNGULO DE OURO, O QUAL É DEMONSTRADO NA TERCEIRA IMAGEM.
NA QUARTA IMAGEM SE INICIA A DESCONSTRUÇÃO DESTE RETÂNGULO, CONSTRUINDO UMA NOVA FIGURA.

OBSERVA-SE QUE: “MAS ISTO É SÓ O COMEÇO, ESCONDIDO DENTRO DO PENTAGRAMA ESTÁ O SEGREDO DA CRIAÇÃO DO RETÂNGULO DE OURO, QUE OS GREGOS ADMIRAVAM POR SUAS PROPORÇÕES BELAS E SUAS PROPRIEDADES MÁGICAS. ”

Fonte: Autoria própria

Figura 28 – Imagem em PDF de quadros do filme -6

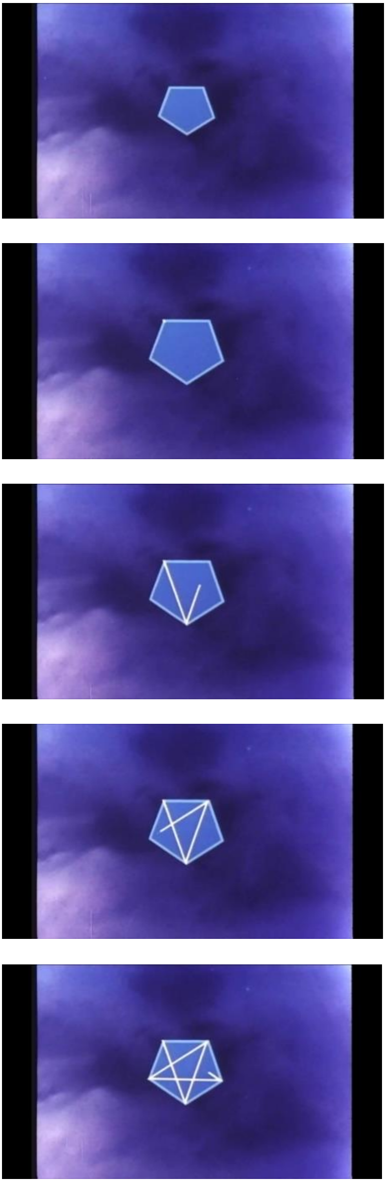
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS O PENTAGRAMA EM SUA FORMA ORIGINAL.
NA SEGUNDA E TERCEIRA IMAGENS, VISUALIZAMOS A SEPARAÇÃO DOS CINCO TRIÂNGULOS QUE ENVOLVEM O PENTÁGONO CENTRAL, DO PENTAGRAMA.
A QUARTA IMAGEM MOSTRA OS RETÂNGULOS DE OURO FORMADOS A PARTIR DOS TRIÂNGULOS.
A QUINTA IMAGEM MOSTRA EM SEPARADO O PENTÁGONO FORMADO A PARTIR DO CENTRO DO PENTAGRAMA.

OBSERVA-SE QUE: “A ESTRELA, CONTEM O RETÂNGULO DE OURO MUITAS VEZES. ”

Fonte: Autoria própria

Figura 29 – Imagem em PDF de quadros do filme -7



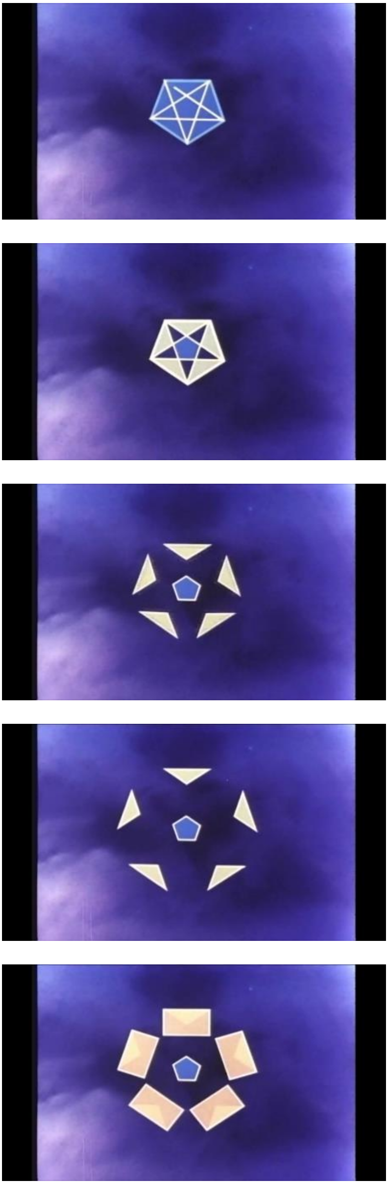
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA E SEGUNDA IMAGENS, VEMOS O PENTÁGONO EM PROPORÇÕES DIFERENTES.
NA TERCEIRA, QUARTA E QUINTA IMAGENS, VISUALIZAMOS A RECONSTRUÇÃO DO PENTAGRAMA DENTRO DO PENTÁGONO, A PARTIR DE SEUS VÉRTICES E DIAGONAIS.

OBSERVA-SE QUE: “É UMA FORMA FANTÁSTICA, ELA PODE SE REPRODUZIR MATEMATICAMENTE INFINITAS VEZES.

Fonte: Autoria própria

Figura 30 – Imagem em PDF de quadros do filme -8



DONALD E A MATEMÁGICA

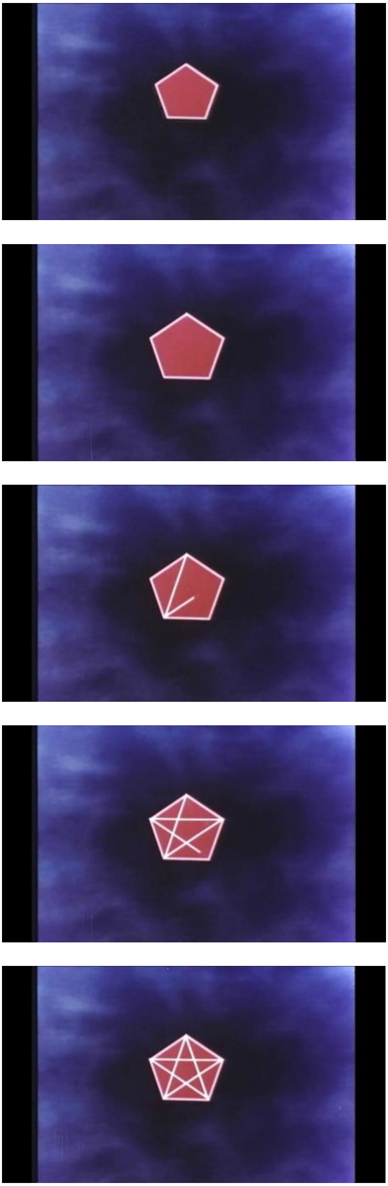
AS DUAS PRIMEIRAS IMAGENS MOSTRAM NOVAMENTE AS POSSÍVEIS CONSTRUÇÕES E DESCONSTRUÇÕES DO PENTAGRAMA A PARTIR DO PENTÁGONO.

A TERCEIRA E QUARTA IMAGENS MOSTRAM A SUPRESSÃO DO PENTAGRAMA INTERNO AO PENTÁGONO.

A QUINTA IMAGEM MOSTRA OS RETÂNGULOS DE OURO FORMADOS SOBRE OS TRIÂNGULOS RESULTANTES DA SEPARAÇÃO DESTES DO PENTÁGONO DA IMAGEM ANTERIOR.
DA SUPRESSÃO DO PENTAGRAMA QUE FORA INSCRITO NO PENTÁGONO.

Fonte: Autoria própria

Figura 31 – Imagem em PDF de quadros do filme -9



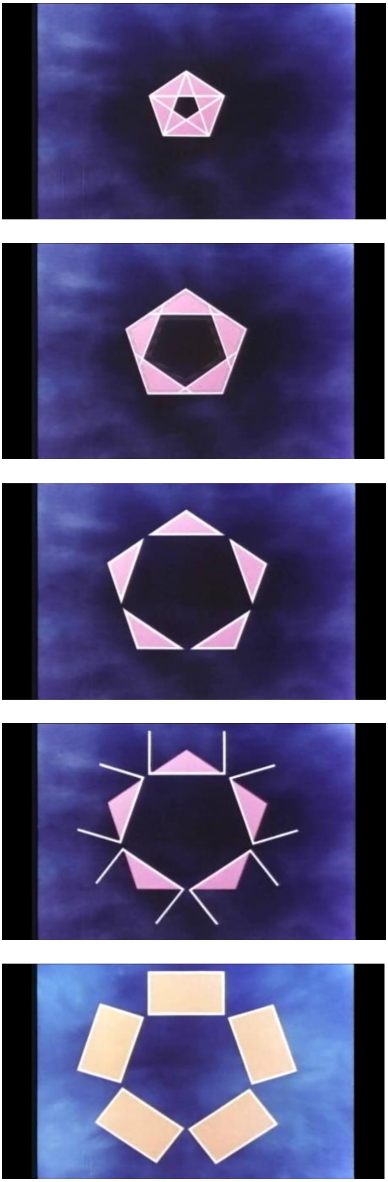
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA E SEGUNDA IMAGENS, VEMOS O PENTÁGONO EM SUA FORMA ORIGINAL.
NA TERCEIRA E QUARTA IMAGENS, TEMOS A RECONSTRUÇÃO DE UM NOVO PENTAGRAMA DENTRO DO PENTÁGONO.
NA QUINTA IMAGEM MOSTRO UM NOVO PENTAGRAMA INSCRITO NO PENTÁGONO.

OBSERVA-SE QUE: “FOI PITÁGORAS QUE DESCOBRIU QUE O PENTAGRAMA ESTA REPLETO DE MATEMÁGICA.

Fonte: Autoria própria

Figura 32 – Imagem em PDF de quadros do filme -10



DONALD E A MATEMÁGICA

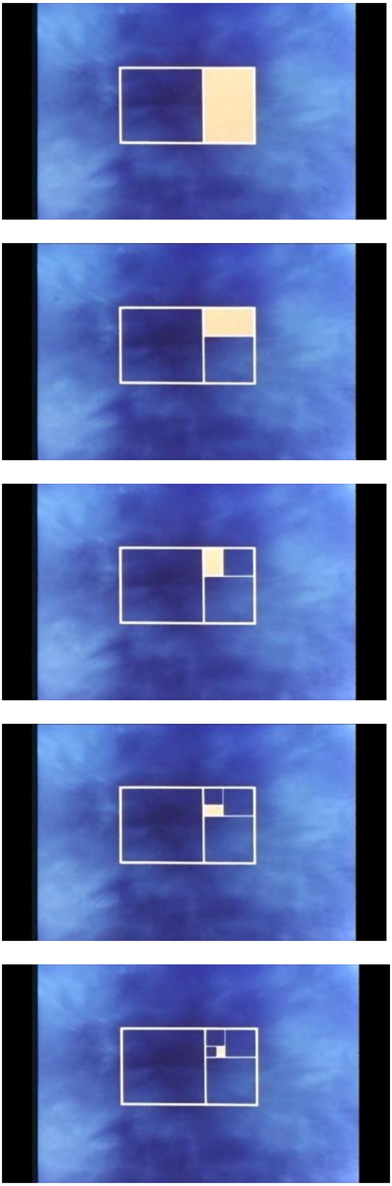
A PRIMEIRA, SEGUNDA E TERCEIRA IMAGENS MOSTRAM A CONSTRUÇÃO DE PENTÁGONOS INTERNOS A OUTRO PENTÁGONO COM DIFERENTES AREAS, DESENHADOS A PARTIR DAS DIAGONAIS DE UM PENTAGRAMA.
A QUARTA MOSTRA A CONSTRUÇÃO DE UM RETÂNGULOS DE OURO A PARTIR DE TRIÂNGULOS FORMADOS PELA SUPRESSÃO DE UM PENTÁGONO INSCRITO EM OUTRO PENTÁGONO.
A QUINTA MOSTRA ESTES RETÂNGULOS DE OURO JÁ CONSTRUÍDOS.

Fonte: Autoria própria

Figura 33 – Imagem em PDF de quadros do filme -11

Fonte: Autoria própria

Figura 34 – Imagem em PDF de quadros do filme -12



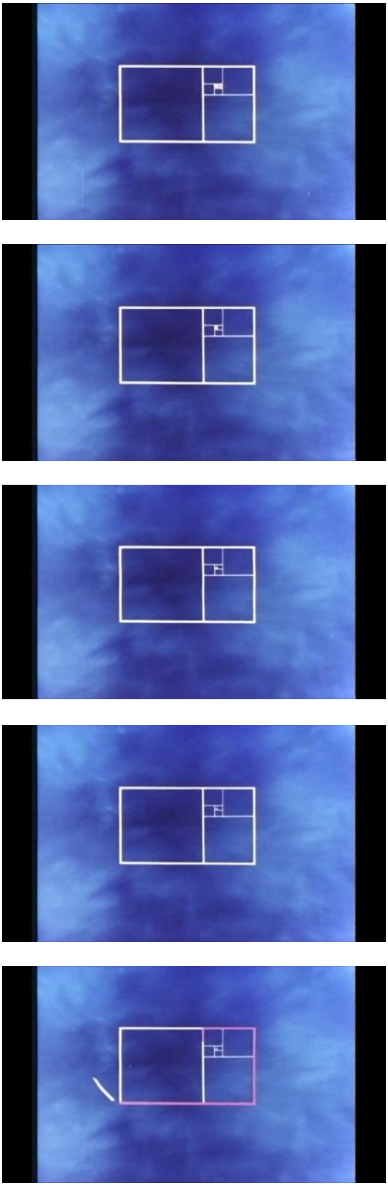
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, O RETÂNGULO É SUBDIVIDIDO FORMANDO UM NOVO RETÂNGULO.
AS QUATRO DEMAIS IMAGENS MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DOS RETÂNGULOS FORMANDO NOVOS RETÂNGULOS.

OBSERVA-SE QUE: "TODOS ESTES RETÂNGULOS TEM, EXATAMENTE AS MESMAS PROPORÇÕES. "

Fonte: Autoria própria

Figura 35 – Imagem em PDF de quadros do filme -13

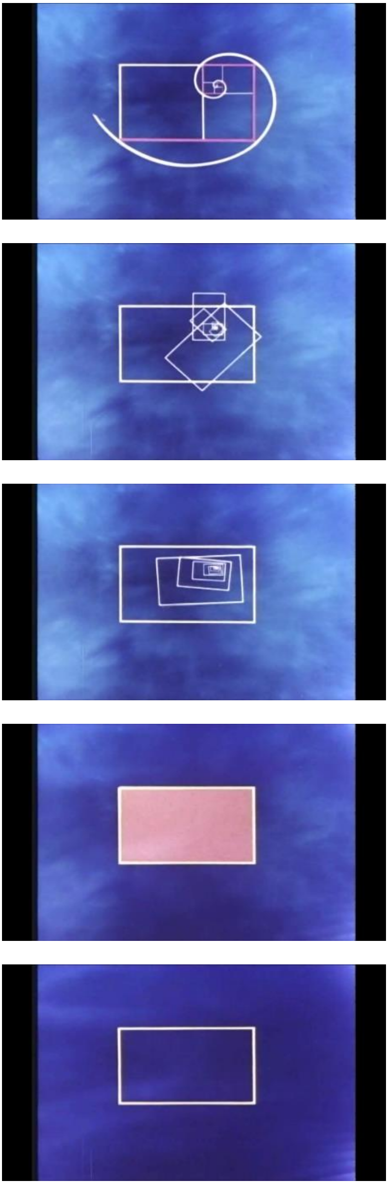


DONALD E A MATEMÁGICA

AS QUATRO PRIMERAS IMAGENS MOSTRAM A CONTINUIDADE DAS SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DOS RETÂNGULOS FORMANDO NOVOS RETÂNGULOS.
A QUINTA IMAGEM MOSTRA OS VÉRTICES PELO QUAL PASSARÁ INICIALMENTE A ESPIRAL MAGICA.

Fonte: Autoria própria

Figura 36 – Imagem em PDF de quadros do filme -14



DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS O CAMINHO PERCORRIDO PELA ESPIRAL MÁGICA. NOTANDO QUE ELA PERCORRE SEMPRE OS MESMOS VÉRTICES EM PROPORCIONALIDADE AOS RETÂNGULOS. NA SEGUNDA E TERCEIRA IMAGENS, TEMOS OS RETÂNGULOS SENDO ROTACIONADOS, AFIM DE PREENCHER FIGURALMENTE O RETÂNGULO MAIOR. A QUINTA IMAGEM RETORNA AO RETÂNGULO DE OURO.

OBSERVA-SE QUE A PRIMEIRA IMAGEM TEM UMA ESPIRAL MÁGICA QUE REPETE AS PROPORÇÕES DA REGRA DE OURO AO INFINITO.

Fonte: Autoria própria

Figura 37 – Imagem em PDF de quadros do filme -15

DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS O PENTAGRAMA EM SUA FORMA ORIGINAL.
NA SEGUNDA, TERCEIRA E QUARTA IMAGENS, TEMOS O PENTAGRAMA SE MOVENDO EM RELAÇÃO AO PLANO.
NA QUINTA IMAGEM SE INICIA A DESCONSTRUÇÃO DO PENTAGRAMA.

OBSERVA-SE QUE: “PARA OS GREGOS O RETÂNGULO DE OURO REPRESENTA A LEI DA BELEZA MATEMÁTICA. ELE ESTA EM SUA ARQUITETURA CLÁSSICA. O PARTENON, TALVEZ UM DOS PRÉDIOS MAIS FAMOSOS DA GRÉCIA ANTIGA, CONTÉM VÁRIOS RETÂNGULOS DE OURO.”

Fonte: Autoria própria

Figura 38 – Imagem em PDF de quadros do filme -16

DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS O RETÂNGULO DE OURO ENQUANTO PROPORÇÃO DO PARTENON.
A SEGUNDA IMAGEM, MOSTRA AS PROPORÇÕES ENVOLTAS NA OPERAÇÃO DE ROTAÇÃO DE UM RETÂNGULO INSCRITO NO RETÂNGULO DE OURO MAIOR E O QUANTO, A ARUITETURA DO PRÉDIO OBEDECEU A TAIS PROPORÇÕES.
A TERCEIRA, QUARTA E QUINTA IMAGENS MOSTRAM O QUANTO AS PROPRIEDADES DO RETÂNGULO DE OURO INFLUENCIARAM EM TAL ARQUITETURA, EM RAZÃO DE SUAS PROPRIEDADES MÁGICAS.

Fonte: Autoria própria

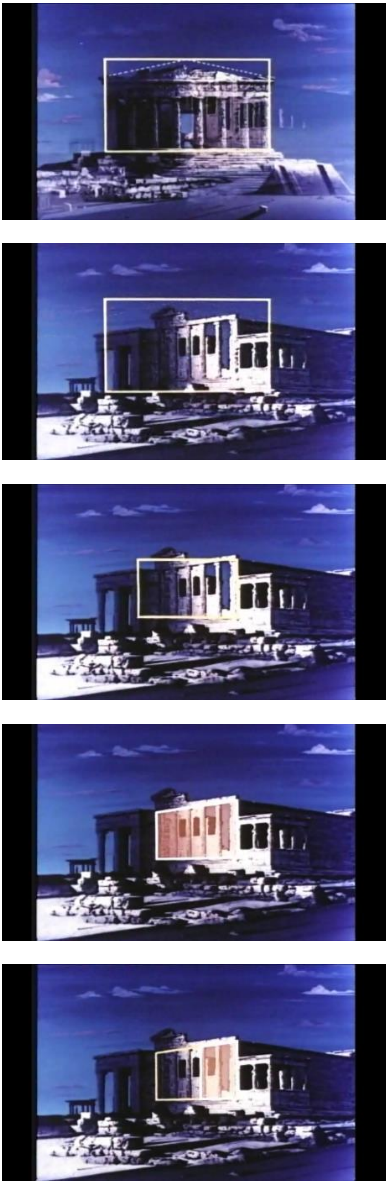
Figura 39 – Imagem em PDF de quadros do filme -17

DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS CINCO IMAGENS MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DO RETÂNGULO DE OURO ENCONTRADAS NA ARQUITETURA DO PRÉDIO.

Fonte: Autoria própria

Figura 40 – Imagem em PDF de quadros do filme -18

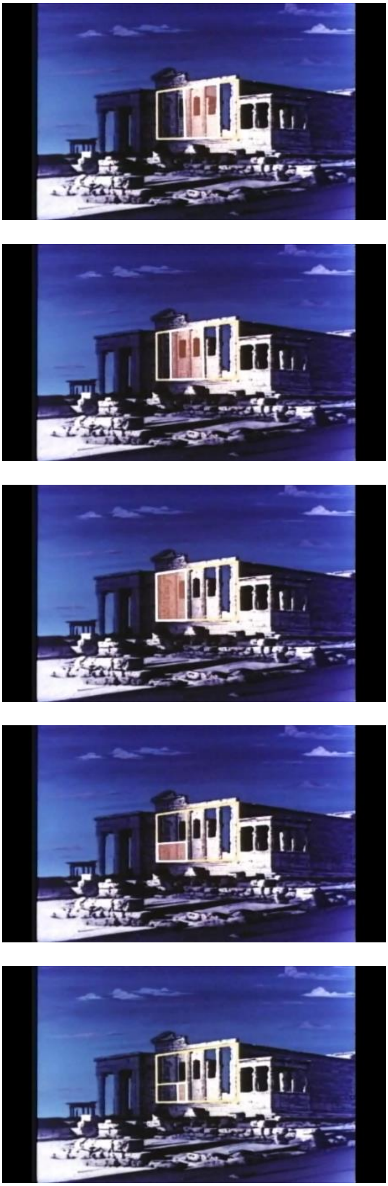


DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS CINCO IMAGENS MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DO RETÂNGULO DE OURO ENCONTRADAS NA ARQUITETURA DO PRÉDIO VISUALIZADAS EM ÂNGULOS DIFERENTES.

Fonte: Autoria própria

Figura 41 – Imagem em PDF de quadros do filme -19

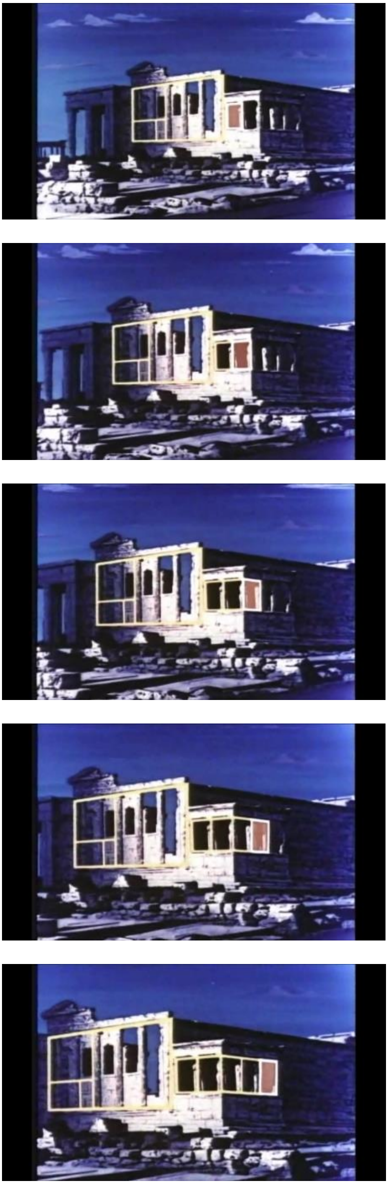


DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS CINCO IMAGENS MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DO RETÂNGULO DE OURO ENCONTRADAS NA ARQUITETURA DO PRÉDIO VISUALIZADAS EM ÂNGULOS DIFERENTES.

Fonte: Autoria própria

Figura 42 – Imagem em PDF de quadros do filme -20

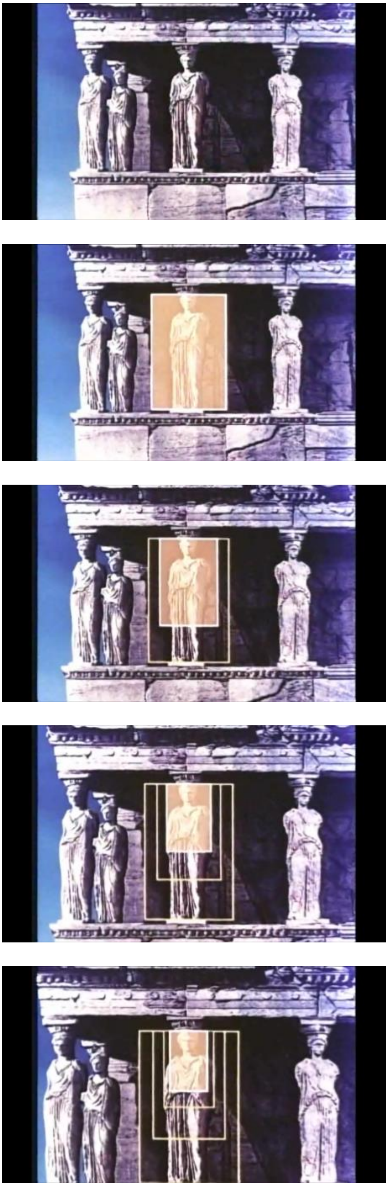


DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS CINCO IMAGENS MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DO RETÂNGULO DE OURO ENCONTRADAS NA ARQUITETURA DO PRÉDIO VISUALIZADAS EM ÂNGULOS DIFERENTES, E O QUANTO A PROPRIEDADE DAS SUBDIVISÕES DO RETÂNGULO DE OURO DEVEM TER TODAS AS MESMAS PROPORÇÕES.

Fonte: Autoria própria

Figura 43 – Imagem em PDF de quadros do filme -21



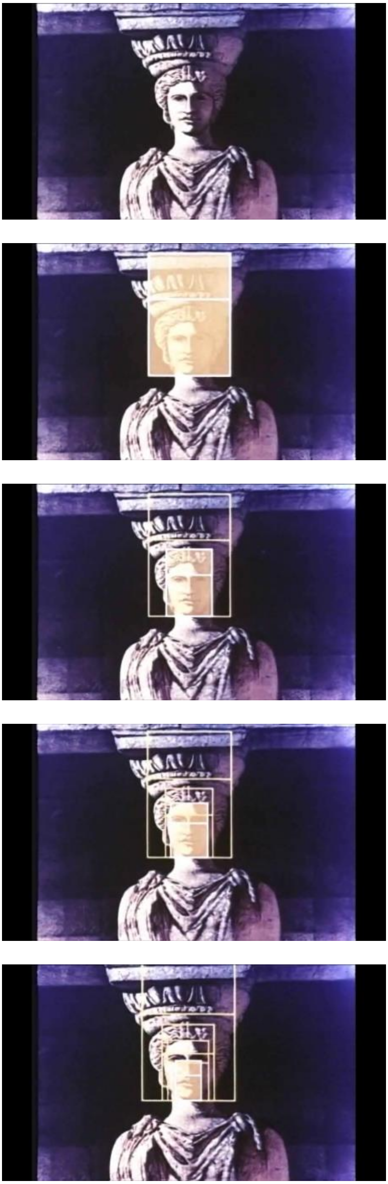
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS A ESCULTURA ENCONTRADO NA ARQUITETURA DO PRÉDIO.
AS DEMAIS QUATRO IMAGENS, MOSTRAM O QUANTO A PROPORCIONALIDADE DO RETÂNGULO DE OURO E SUAS SUBDIVISÕES INFLUENCIARAM NA CONSTRUÇÃO DAS ESCULTURAS.

OBSERVA-SE QUE: “AS PROPORÇÕES DA REGRA DE OURO TAMBÉM SE ENCONTRAM EM SUAS ESCULTURAS.”

Fonte: Autoria própria

Figura 44 – Imagem em PDF de quadros do filme -22

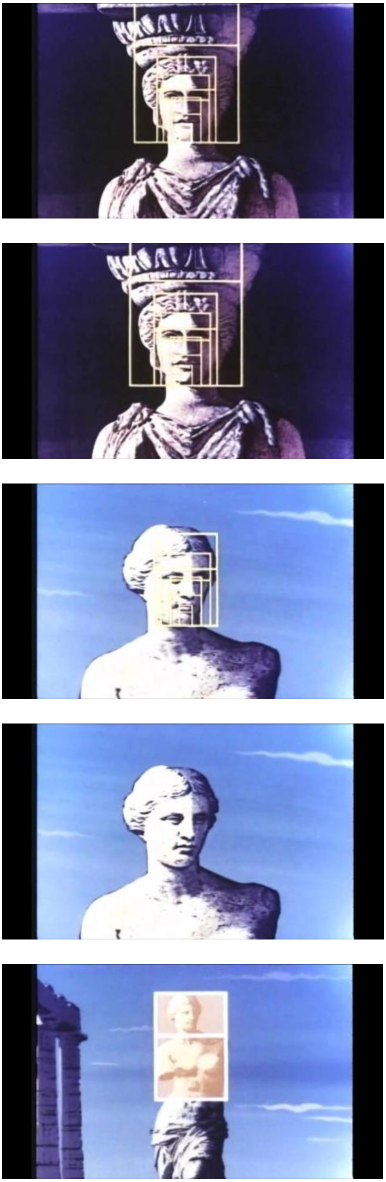


DONALD E A MATEMÁGICA

AS CINCO IMAGENS, MOSTRAM O QUANTO A PROPORCIONALIDADE DO RETÂNGULO DE OURO E SUAS SUBDIVISÕES INFLUENCIARAM NA CONSTRUÇÃO DAS ESCULTURAS, EM CADA DETALHE, UMA VEZ QUE QUE TAIS ESCULTURAS SERVEM DE SUSTENTAÇÃO A PARTES DO PRÉDIO COMPONDO SUA ARQUITETURA.

Fonte: Autoria própria

Figura 45 – Imagem em PDF de quadros do filme -23

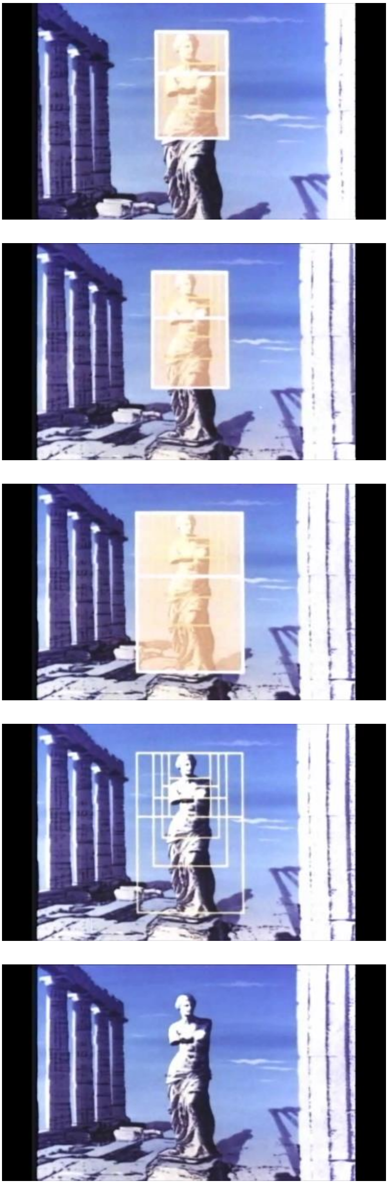


DONALD E A MATEMÁGICA

A PRIMEIRA E A SEGUNDA IMAGEM MOSTRAM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS ENCONTRADAS NAS ESCULTURAS
A TERCEIRA, QUARTA E QUINTA IMAGENS, MOSTRAM TAMBÉM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DOS RETÂNGULOS DE OURO, NAS ESCULTURAS DA GRÉCIA ANTIGA.

Fonte: Autoria própria

Figura 46 – Imagem em PDF de quadros do filme -24

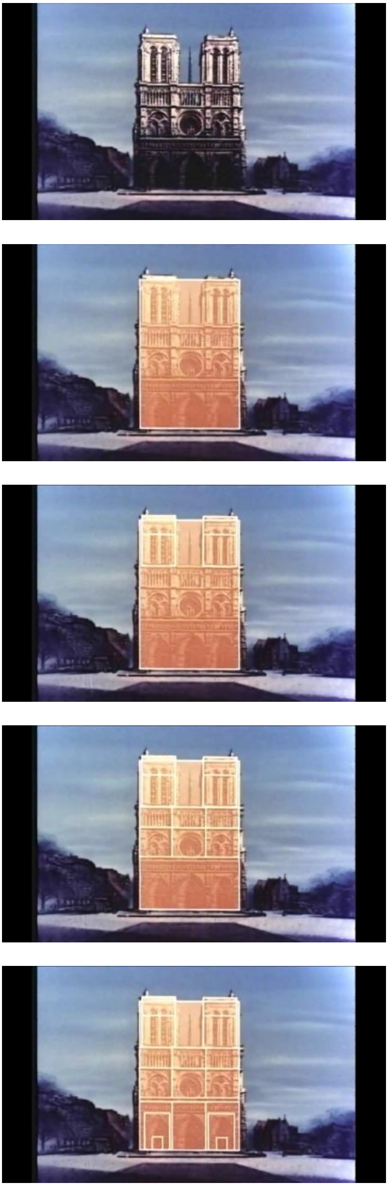


DONALD E A MATEMÁGICA

A QUATRO PRIMEIRAS IMAGENS, MOSTRAM TAMBEM SUBDIVISÕES SUCESSIVAS DOS RETÂNGULOS DE OURO, NAS ESCULTURAS DA GRÉCIA ANTIGA.
A QUINTA MOSTRA A ESCULTURA.

Fonte: Autoria própria

Figura 47 – Imagem em PDF de quadros do filme -25



DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS A CATEDRAL DE NOTRE-DAME. NAS DEMAIS IMAGENS, VEMOS A INFLUÊNCIA DO RETÂNGULO DE OURO E SUAS SUBDIVISÕES NA ARQUITETURA DA CATEDRAL.

OBSERVA-SE QUE: “NOS SÉCULOS SEGUINTES O RETÂNGULO DE OURO DOMINOU OS CONCEITOS DE BELEZA NA ARQUITETURA EM TODO O MUNDO OCIDENTAL. A CATEDRAL DE NOTRE-DAME É UM EXEMPLO NOTÁVEL.”

Fonte: Autoria própria

Figura 48 – Imagem em PDF de quadros do filme -26

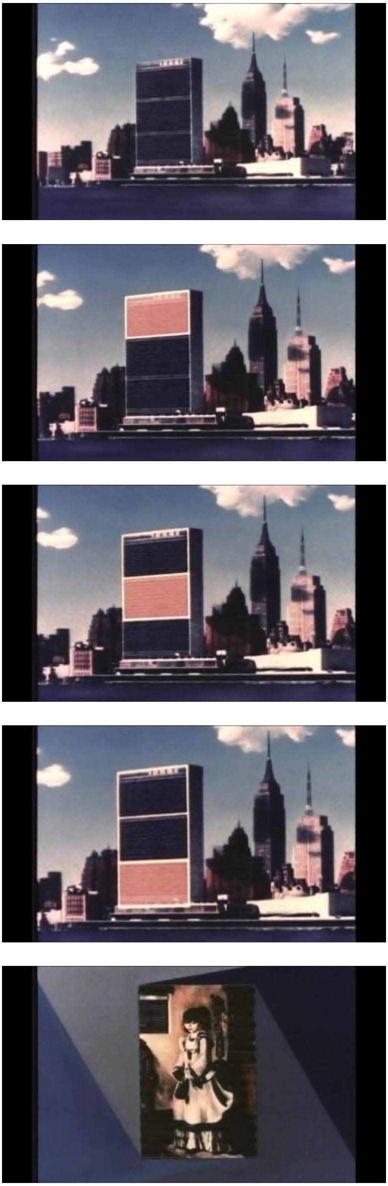
DONALD E A MATEMÁGICA

NA PRIMEIRA IMAGEM, VEMOS A PINTURA DA MONALISA.
NAS DEMAIS IMAGENS, VEMOS A INFLUÊNCIA DO RETÂNGULO DE OURO E SUAS SUBDIVISÕES NOS TRABALHOS DOS PINTORES RENASCENTISTAS.

OBSERVA-SE QUE: “OS PINTORES RENASCENTISTAS CONHECIAM BEM ESTE SEGREDO.

Fonte: Autoria própria

Figura 49 – Imagem em PDF de quadros do filme -27



DONALD E A MATEMÁGICA

AS QUATRO PRIMEIRAS IMAGENS MOSTRAM A INFLUÊNCIA DO RETÂNGULO DE OURO E SUAS SUBDIVISÕES NA ARQUITETURA MODERNA.
A QUINTA IMAGEM MOSTRA UM QUADRO DE PINTURA MODERNA.

OBSERVA-SE QUE: “HOJE EM DIA O RETÂNGULO DE OURO FAZ PARTE DO MUNDO MODERNO.”

Fonte: Autoria própria

Figura 50 – Imagem em PDF de quadros do filme -28

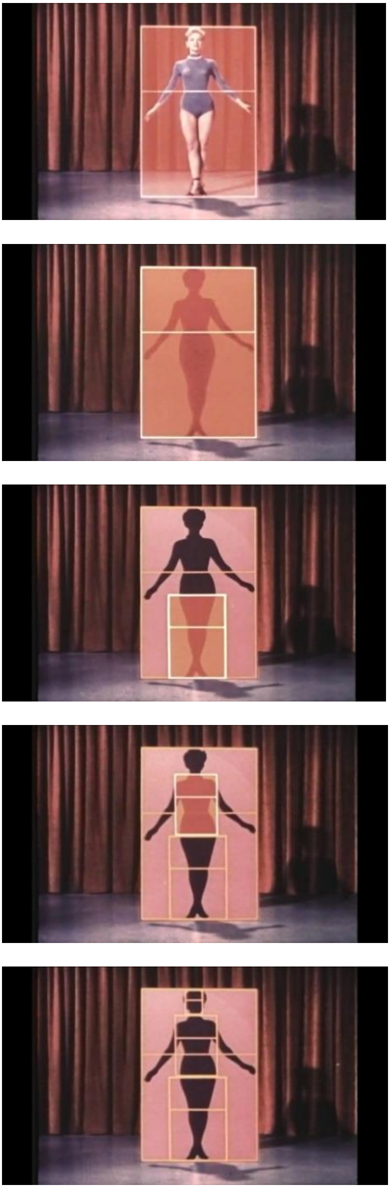
DONALD E A MATEMÁGICA

NAS TRÊS PRIMEIRAS IMAGENS, VEMOS INFLUÊNCIA DO RETÂNGULO DE OURO NAS PINTURAS MODERNAS.
A QUARTA E QUINTA IMAGENS, MOSTRAM UMA DANCARINA, PARA POSTERIOR COMPARAÇÃO DE SUAS MEDIDAS COM O RETÂNGULO.

OBSERVA-SE QUE: PARA AS TRÊS PRIMEIRAS: “OS PINTORES MODERNOS REDESCOBRIRAM A MAGIA DESTAS PROPORÇÕES.”

Fonte: Autoria própria

Figura 51 – Imagem em PDF de quadros do filme -29



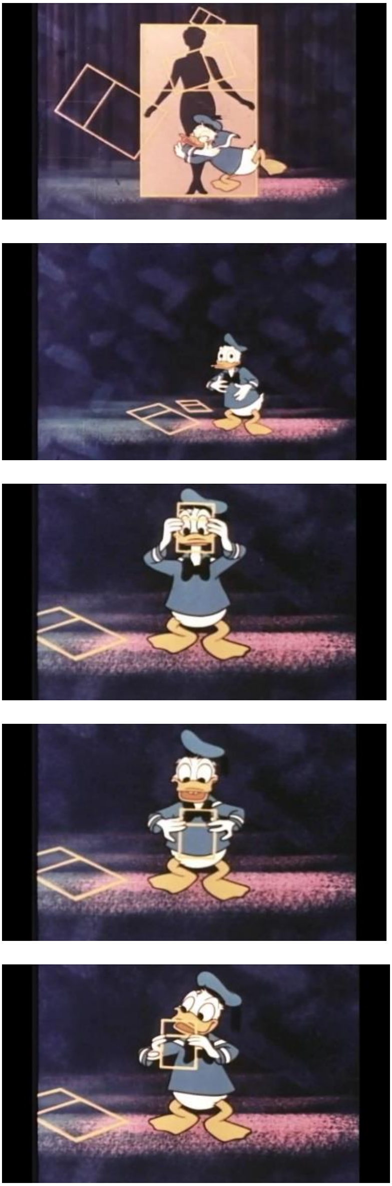
DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS IMAGENS MOSTRAM O QUANTO O RETÂNGULO DE OURO PODE TER CORRELAÇÃO COM A ESTRUTURA CORPÓREA DO HOMEM.

OBSERVA-SE QUE: “NA VERDADE ESTA PROPORÇÃO IDEAL, ENCONTRA-SE NA PRÓPRIA VIDA.”

Fonte: Autoria própria

Figura 52 – Imagem em PDF de quadros do filme -30

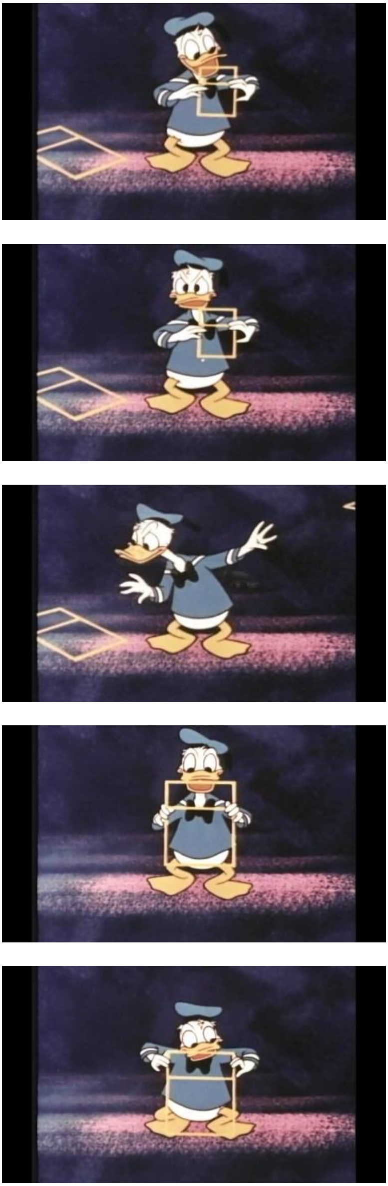


DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS IMAGENS MOSTRAM O ENCANTO DO PERSONAGEM COM AS PROPRIEDADES DO RETÂNGULO DE OURO.

Fonte: Autoria própria

Figura 53 – Imagem em PDF de quadros do filme -31



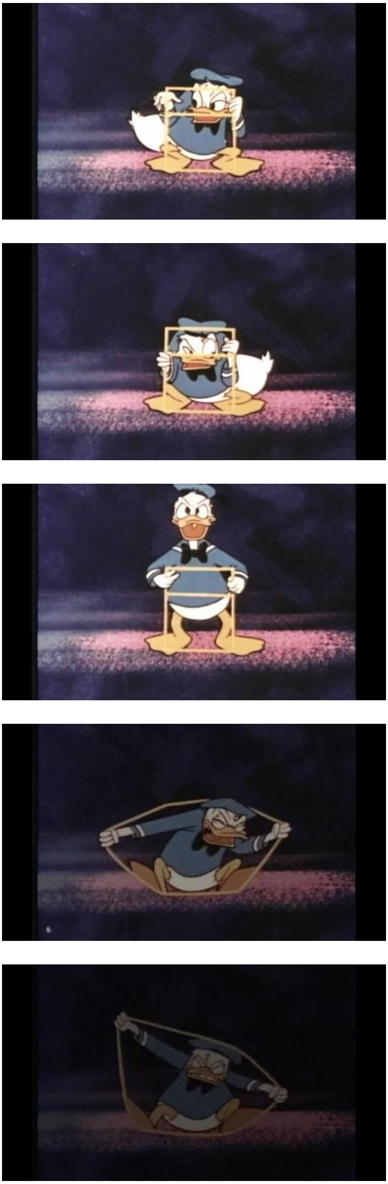
DONALD E A MATEMÁGICA

TODAS AS IMAGENS MOSTRAM O ENCANTO DO PERSONAGEM COM AS PROPRIEDADES DO RETÂNGULO DE OURO.

A ESTAS IMAGENS O PERSONAGEM DIZ: PUXA, PUXA, PUXA, ISSO É MATEMÁTICA, ADORO FIGURAS DESTE TIPO.

Fonte: Autoria própria

Figura 54 – Imagem em PDF de quadros do filme -32



DONALD E A
MATEMÁGICA

ESTAS IMAGENS DENOTAM A CURIOSIDADE DO PERSONAGEM EM SABER SE É POSSÍVEL COMPARAR SUAS PROPORÇÕES ATRAVÉS DO RETÂNGULO DE OURO.

A ESTAS IMAGENS O PERSONAGEM DIZ QUE QUER EXPERIMENTAR... PROPORÇÃO IDEAL, ENQUANTO O LOCUTOR OBSERVA, SE DIRIGINDO A ELE E DIZENDO: “ORA, NÃO PODEMOS SER TODOS MATEMATICAMENTE PERFEITOS.”

Fonte: Autoria própria

Este momento delineou a análise a priori de como a reconfiguração pode influir nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria.

Os quadros representam as reconfigurações implícitas nas imagens que aparecem ao longo do filme. Assim elas representam de forma pontual as transformações das representações, contextualizando a concepção de Duval (2004), de que as representações transpõem o tratamento do objeto ou sobre o objeto, permitindo ainda a transformação da representação em outra representação. Pois conforme Duval (2011, p. 68), "O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação".

É importante ressaltar ao desenvolvimento da atividade que, em razão dos conhecimentos do público alvo envolvido, optou-se por enfatizar as explicações geométricas das construções e desconstruções visualizadas. Uma vez que o foco desta pesquisa é a compreensão da importância das reconfigurações e seu envolvimento no processo de apreensão do conteúdo, as explicações embora estivessem voltadas para os conhecimentos geométricos advindo do conteúdo abordado, as propriedades da reconfiguração foram devidamente ressaltadas.

Enquanto análise a posteriori, observou-se que a reapresentação das imagens do vídeo, na forma das Figuras 23 a 54, propiciaram aos alunos a visualização de cada reconfiguração específica ilustrada no filme. Tais imagens visaram retomar as regras e construções geométricas envolvidas no contexto do conteúdo, separadamente.

Aqui pode-se atribuir a importância de cada separação figural apresentada nos quadros, como registro que permite transformar tal figura em outra, com a finalidade de produzir ou modelar uma situação. Assim este momento atende a concepção de Duval (2011), onde este conclui que para compreender a maneira matemática de ver a Geometria é preciso compreender as operações figurais.

As regras geométricas embora não tenham sido amplamente abordadas durante a intervenção pela professora pesquisadora, em razão do tempo de aplicação, ficaram implícitas no conteúdo, uma vez que já haviam sido repassadas pela professora da turma durante o ano letivo.

Para a elaboração deste momento vislumbrou-se a transmissão do conhecimento do conteúdo de forma diferenciada. Esta diferenciação consistiu na busca pela compreensão de que as figuras e formas geométricas podem ser construídas a partir de outras, ou mesmo partes de outras. E ainda que existem inúmeras construções que podem ser realizadas em Geometria, para que se possa obter os resultados desejados.

4.2.5 Momentos 8, 9 e 10: Atividades aplicadas nas intervenções

Nestes momentos, foram aplicadas as atividades 1 e 2, que consistiram em exercícios com reconfigurações. A intenção a priori de tais aplicações foi a de introduzir aos alunos a concepção de que se pode construir uma nova figura ou forma geométrica a partir de outras.

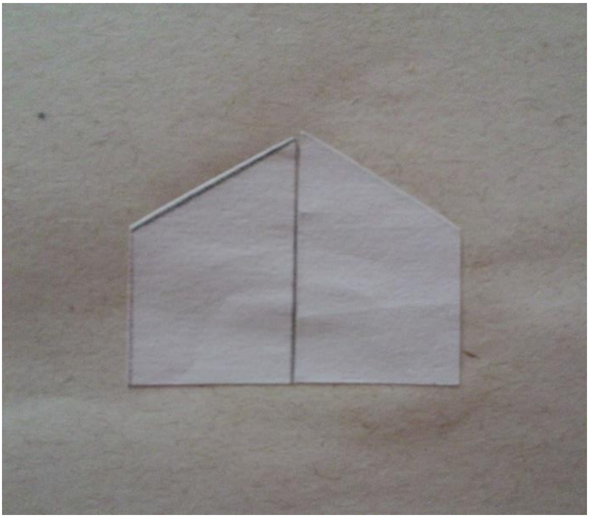
Na Atividade 1, denominada Construindo Figuras Geométricas, cujo texto encontra-se no Anexo 2, foram apresentadas aos alunos as figuras de um trapézio retângulo, outro isósceles e um paralelogramo e lhes foi solicitado a construção com pelo menos duas destas figuras, de outras três figuras ou formas geométricas, e suas devidas identificações.

Para tal atividade, em seu desenvolvimento, as referidas figuras foram expostas no quadro da sala, e também disponibilizadas aos alunos na forma de recorte, para colagem em folha, lhes sendo entregue um número suficiente para a realização da mesma.

É importante ressaltar aqui, que a confecção das figuras em forma de recorte, buscou além da otimização do tempo de realização da atividade, propiciar um grau de liberdade para os alunos trabalharem com elas, em termos de proporção e áreas das figuras. Este grau de liberdade foi explicitado nas instruções da mesma, as quais trouxeram como observações que, os três paralelogramos estavam repetidos seis vezes para a utilização na confecção das figuras, que poderiam ser utilizadas repetidamente cada figura, que as mesmas poderiam ser utilizadas na forma de novo recorte e que estas deveriam ser devidamente coladas na folha ou mesmo redesenhadas se assim os alunos o desejassem.

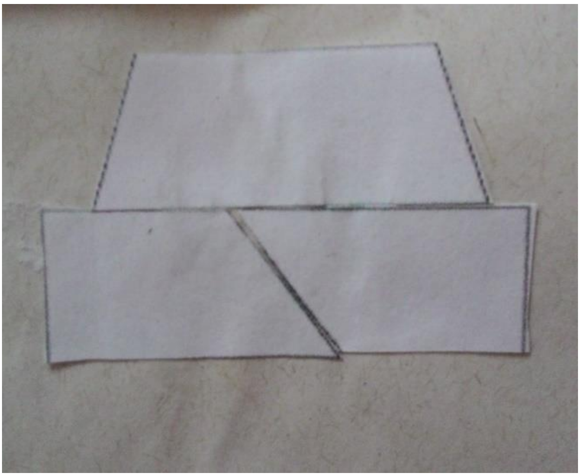
Esta atividade foi realizada por 16 alunos cujas reprografias das atividades encontram-se no Anexo 3. Algumas imagens serão expostas a seguir, uma vez que ilustram as análises das construções dos alunos.

Figura 55 - Produção de aluno – 1



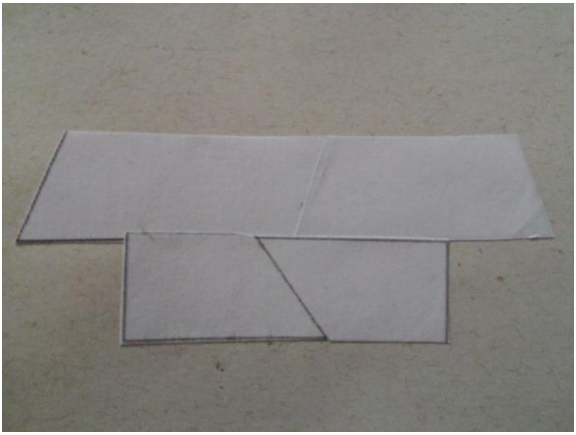
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 56 - Produção de aluno – 2



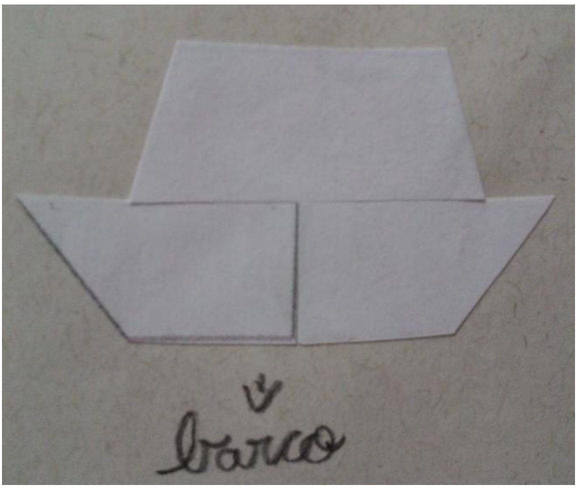
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 57 - Produção de aluno – 3



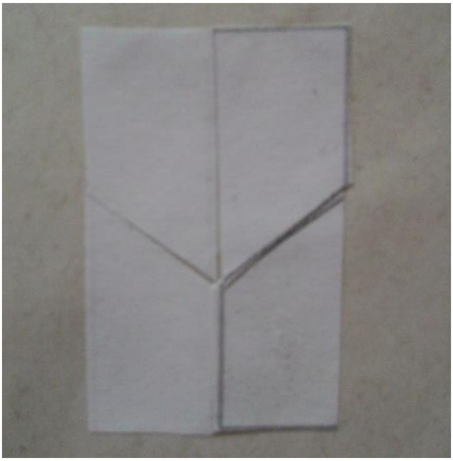
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 58 - Produção de aluno – 4



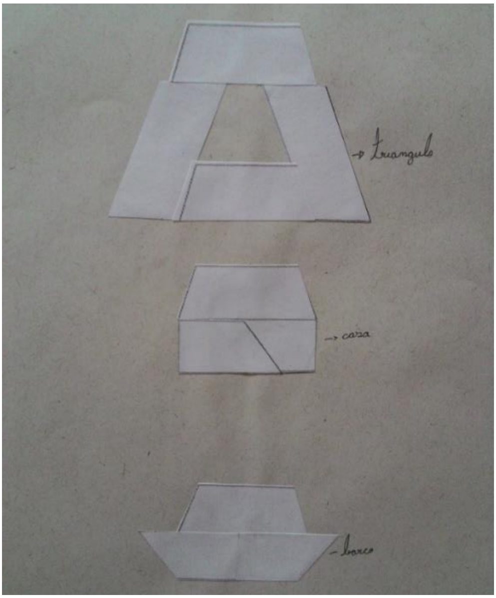
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 59 - Produção de aluno – 5



Fonte: Foto de autoria própria

Figura 60 - Produção de aluno – 6



Fonte: Foto de autoria própria

Na análise a posteriori da atividade 1 constatou-se peculiaridades nas diversas produções dos alunos e algumas estão expostas nas Figuras 55 a 60 a seguir. Por meio destas construções pode-se inicialmente verificar que quase a totalidade dos alunos buscou fazer construções geométricas próximas as visualizadas no filme, voltadas para a arquitetura de casas.

A Figura 55 reproduz a construção de um templo. Nela o aluno atendeu ao solicitado no enunciado da atividade, identificando a nova forma geométrica como um templo construído com dois dos paralelogramos disponibilizados.

A Figura 56 não possui uma reprodução definida, embora nela o aluno tenha atendido ao solicitado no enunciado da atividade, construindo uma nova forma geométrica com três dos paralelogramos disponibilizados.

A Figura 57 reproduz a construção de uma casa. Nela o aluno atendeu ao solicitado no enunciado da atividade, identificando a nova forma geométrica como uma casa construída a partir de quatro dos paralelogramos disponibilizados.

A Figura 58 reproduz a construção de um barco. Nela o aluno atendeu ao solicitado no enunciado da atividade, identificando a nova forma geométrica como um barco construído com três paralelogramos disponibilizados.

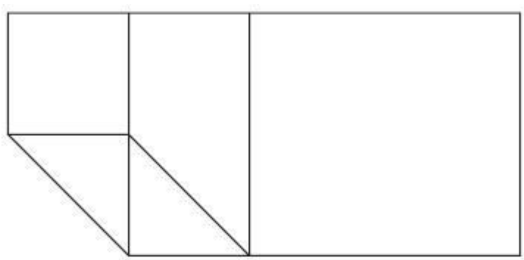
A Figura 59 reproduz a construção de um retângulo. Nela o aluno atendeu ao solicitado no enunciado da atividade, identificando a nova forma geométrica como um retângulo construído com quatro paralelogramos disponibilizados.

A Figura 60 reproduz toda a atividade realizada por um aluno, e foi assim exposta para demonstrar que na segunda e terceira construção deste aluno o mesmo atendeu ao solicitado e identificou corretamente as novas formas geométricas, entretanto sua primeira construção mostrou um equívoco quanto a figura de um triângulo, já que sua construção não representa tal figura geométrica. Através deste equívoco pode-se verificar que a ideia de figura geométrica vinculada a elementos do mundo circundante traduz uma melhor compreensão do aluno, se traduzindo em um aprendizado significativo de geometria.

Enquanto análise a posteriori, tem-se que esta atividade permitiu aos alunos a elaboração e realização de inúmeras construções geométricas com base em figuras sugeridas. As construções ilustram visivelmente as transformações de configurações previamente propostas realizadas pelos alunos. Tais transformações estimularam a atividade cognitiva necessária para a formulação do raciocínio matemático.

Na atividade 2, denominada começando a reconfigurar, cujo texto encontra-se no Anexo 4, foi apresentada aos alunos, como exemplo, a união de cinco figuras geométricas, como mostra a Figura 61 a seguir. Tal figura contém um quadrado, dois triângulos, um trapézio retângulo e um retângulo. Lhes foi então solicitado o desenho em papel quadriculado do contorno desta figura e o desenho de ao menos quatro figuras geométricas que a cobrisse bem como as suas devidas identificações. Esta atividade objetivou a priori, trazer o contexto de reconfiguração em sua definição. Ao reconfigurar o aluno realiza o tratamento figural necessário a apreensão operatória relacionada à busca por soluções de problemas geométricos.

Figura 61 – União de figuras geométricas

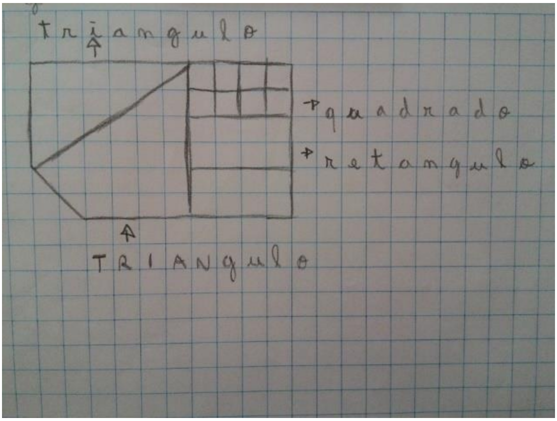


Fonte: Autoria própria

No desenvolvimento desta atividade, a referida figura foi reproduzida no quadro da sala, e também disponibilizadas aos alunos na forma impressa, entretanto tal atividade foi realizada em papel quadriculado, o qual buscou facilitar a visualização das áreas para o desenho.

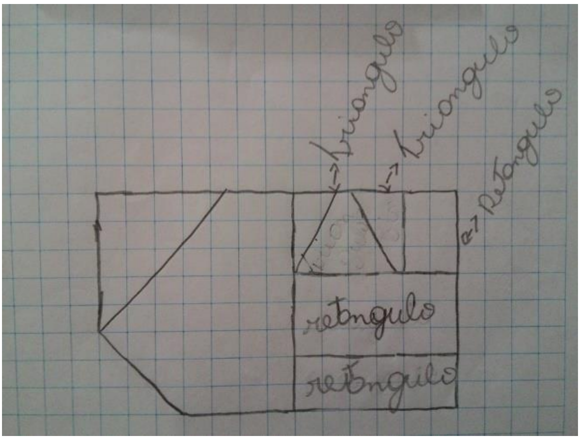
Esta atividade foi realizada por 16 alunos, cujas reprografias das atividades encontram-se no Anexo 5. Algumas imagens serão expostas a seguir, uma vez que ilustram as análises das produções dos alunos.

Figura 62 - Produção de aluno – 7



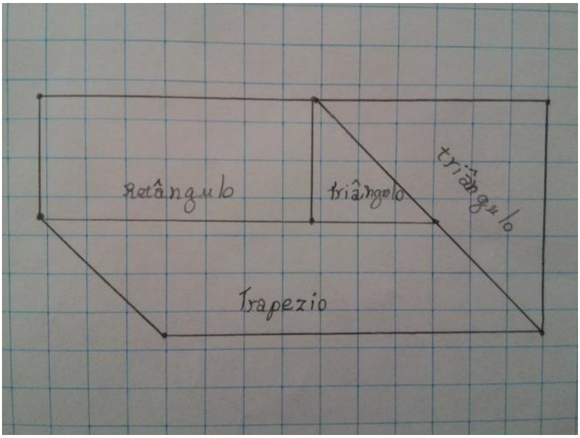
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 63 - Produção de aluno – 8



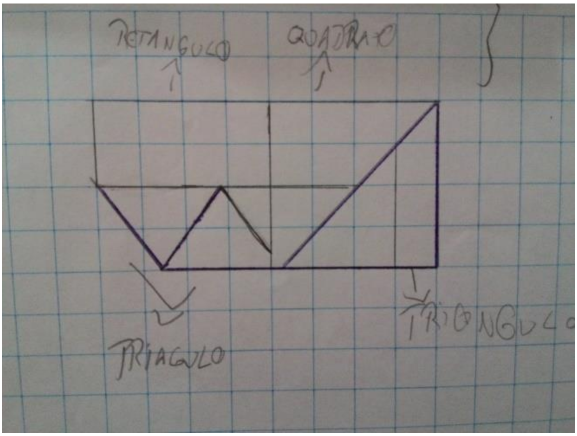
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 64 - Produção de aluno – 9



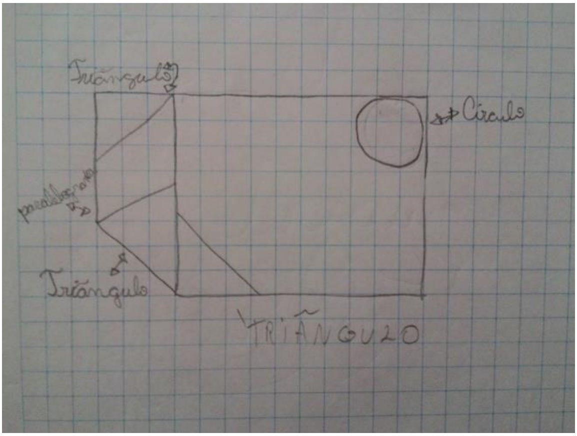
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 65 - Produção de aluno – 10



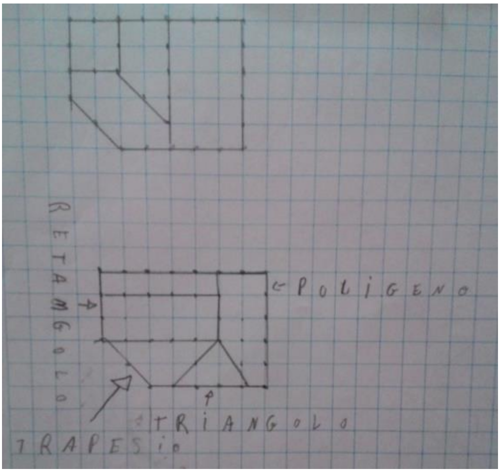
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 66 - Produção de aluno – 11



Fonte: Foto de autoria própria

Figura 67 - Produção de aluno -12



Fonte: Foto de autoria própria

Na análise a posteriori desta atividade destacaram-se algumas das construções dos alunos como mostram as Figuras 62 a 67 a seguir observando-se que, para a realização desta, inicialmente os alunos precisaram redesenhar o contorno da figura. Este desenho não representou muita dificuldade para os mesmos uma vez que não lhes fora solicitada a manutenção das medidas do contorno.

A Figura 62 a 65 e a Figura 67 reproduz as reconfigurações realizadas pelos alunos. Todas atenderam ao solicitado na atividade, sendo que em apenas algumas houve um equívoco na construção de triângulos. Algumas das tentativas de desenho dos triângulos, acabaram se transformando em trapézios, uma vez que possuíam nova face.

A figura 66, assim como poucas outras, igualmente atendeu ao solicitado, entretanto incluiu um círculo na construção da nova figura. A inserção do círculo permitiu a esta análise, a observação de que a ideia desta figura geométrica está presente no pensamento geométrico do aluno, talvez por sua relação intima com o cotidiano.

Esta atividade permitiu aos alunos visualizar a figura dada sob outras configurações, o que implicou na correspondência entre a visão de uma sequência de subfiguras pertinentes, e na união destas subfiguras formando um todo, conforme Flores e Moretti (2013).

Ao tratamento figural realizado pelos alunos, deve-se atribuir o conceito de operação de reconfiguração de Duval (2004), pois em sua maioria, os alunos foram capazes de reorganizar várias subfiguras diferentes de uma figura em outras figuras.

O momento 10 foi reservado a realização da atividade avaliativa, cujo texto encontra-se no Anexo 6. Esta atividade retomou alguns dos conceitos repassados aos alunos através do vídeo. Esta atividade foi denominada como “Construindo o Retângulo de Ouro”. Ela teve por objetivo, através de seu roteiro, fazer com que os alunos construíssem de maneira livre quanto as medidas primarias um esboço do retângulo de ouro.

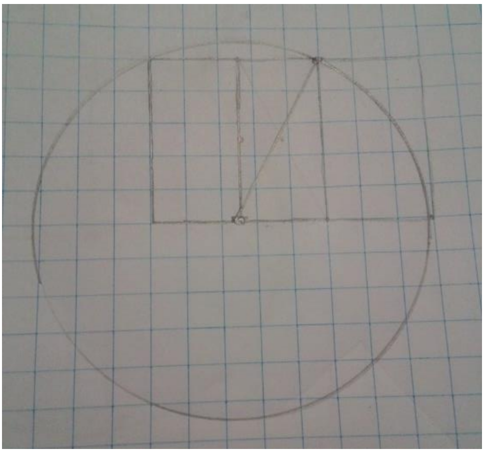
Esta atividade vislumbrou a priori, a compreensão de como ocorre a apreensão sequencial, já que esta, conforme Duval (2012) é explicitamente solicitada em atividades de construção ou atividades de descrição, tendo por objetivo a reprodução de uma dada figura.

Para a realização desta atividade os alunos utilizaram papel quadriculado, para facilitar o trabalho com as dimensões. O roteiro da atividade solicitou que os alunos desenhassem um quadrado em folha quadriculada, indicando que o lado deste quadrado seria a largura do retângulo de ouro, também lhes foi solicitado a indicação dos pontos centrais dos lados de cima e de baixo dos quadrados. Para então traçar uma reta passando por tais pontos, lhes indicando que o quadrado havia sido subdividido em dois retângulos.

Após, lhes foi solicitado que se traçasse a diagonal de um dos retângulos desenhados, partindo do ponto central de baixo do quadrado. Então lhes foi solicitado o desenho de uma circunferência com o auxílio de um compasso, cujo raio seria esta diagonal desenhada. E para finalizar a construção, foi solicitado o prolongamento do lado de baixo do quadrado até encontrar a circunferência, indicando que este prolongamento do quadrado formará o retângulo de ouro.

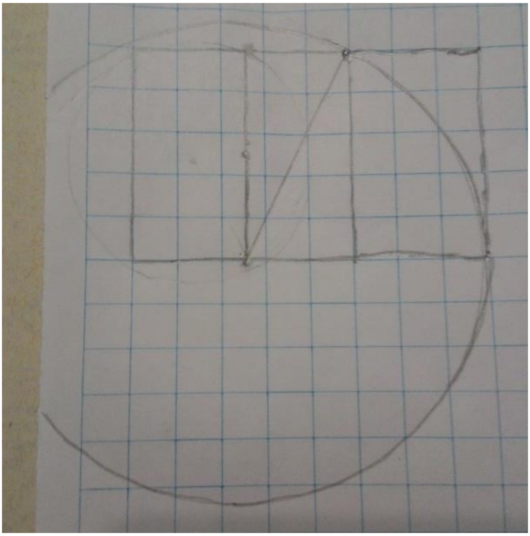
Esta atividade foi realizada por 16 alunos, cujas reprografias das atividades encontram-se no Anexo 7. Algumas imagens serão expostas a seguir, uma vez que ilustram as análises das construções dos alunos.

Figura 68 - Produção de aluno – 13



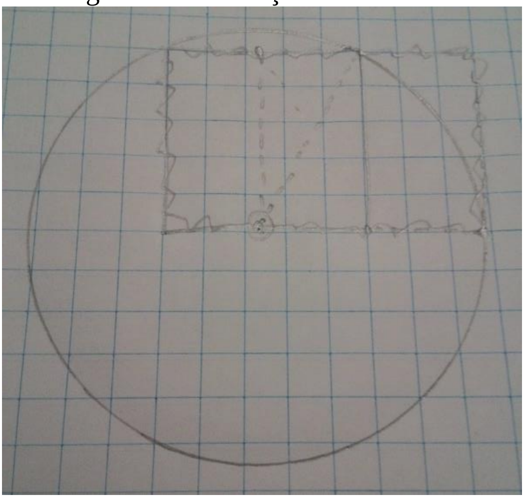
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 69 - Produção de aluno – 14



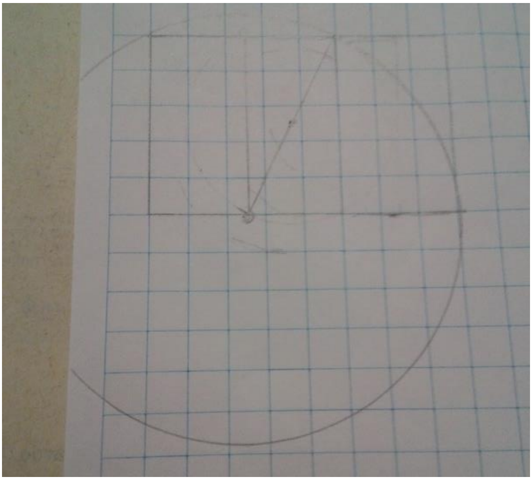
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 70 - Produção de aluno - 15



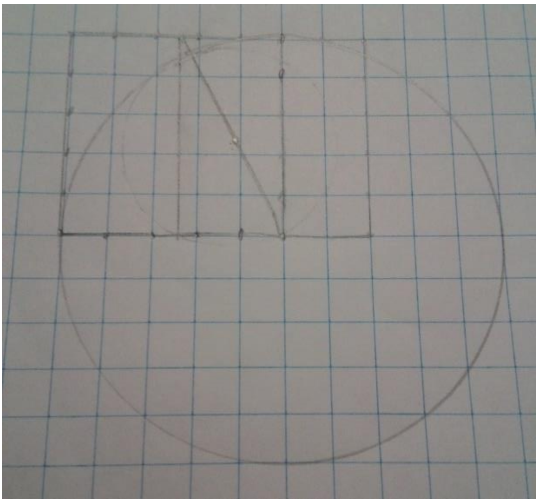
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 71 - Produção de aluno – 16



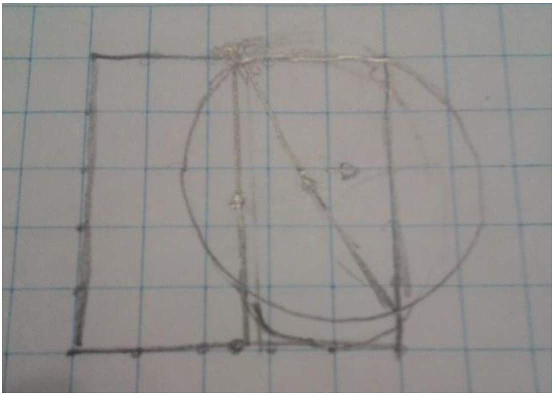
Fonte: Foto de autoria própria

Figura 72 - Produção de aluno – 17



Fonte: Foto de autoria própria

Figura 73 - Produção de aluno – 18



Fonte: Foto de autoria própria

As Figuras 68 a 71, mostram produções nas quais, os alunos obtiveram êxito na construção do Retângulo de Ouro. Elas demonstram também que os alunos não tiveram grandes dificuldades quanto a utilização do compasso.

Entretanto, durante realização da atividade, foi constatada uma certa dificuldade no desenho da diagonal solicitada se fazendo necessário uma breve explicação, por parte da professora pesquisadora, sobre diagonal de um retângulo, e diagonal de uma circunferência.

Embora o roteiro disponibilizasse as informações básicas para a construção do Retângulo de Ouro, em razão da pouca ambientação dos alunos com o tema, foram explicitados dados como o de que, a diagonal do retângulo deveria partir do ponto central do lado de baixo do quadrado. Entretanto alguns alunos não se ativeram a tal detalhe, traçando diagonais contrárias a especificada, como mostram as Figuras 72 e 73.

A Figura 72, embora não represente o retângulo de ouro, em razão do equívoco citado, manteve-se fiel as demais instruções do roteiro, reproduzindo um raio de circunferência compatível com a diagonal escolhida.

A Figura 73, mostra uma construção onde, além da escolha equivocada da diagonal do retângulo, o aluno tomou tal diagonal como também diagonal da circunferência traçada.

As construções realizadas pelos alunos nesta atividade, mostrou como foi possível a construção de um retângulo a partir de um quadrado e uma circunferência, demonstrando o quanto a reconfiguração é relevante ao ensino de Geometria.

Enquanto análise a posteriori desta atividade, pode-se retomar inicialmente a colocação de Duval (2003, p.13), de que, a diferença entre a atividade requerida pela matemática e aquela requerida em outros domínios do conhecimento não deve ser procurada nos conceitos, mas sim na importância da visualização e na grande variedade de representações utilizadas em matemática. E como já observado, a representação e a visualização estão no núcleo de sua compreensão e o papel de ambas é fundamental no pensar e aprender matemática.

No contexto das apreensões esta atividade mostrou em sua resolução, o quanto os problemas de aprendizagem de Geometria encontram explicações nas dificuldades de coordenação de tratamentos que se originam dos registros figurais e discursivos.

As dificuldades analisadas, durante e após a realização do exercício, permeiam não só a apreensão prevista, mas sim uma articulação da apreensão discursiva com a sequencial, e ainda, implicitamente com a apreensão perceptiva, considerando que no contexto da reconfiguração, a construção do retângulo de ouro exigiu certas competências próprias de tratamentos operatórios.

CAPÍTULO 5: CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Geometria é nata ao homem já que este a observa, compara e reconhece em seu mundo circundante. Desde seu nascimento, o ser humano convive consciente ou inconscientemente com primitivas concepções geométricas. Estas são sinalizadas como noções de distância, formas e figuras geométricas simples, noções primárias de paralelismo e perpendicularismo. E é a partir destas noções que a Geometria Científica tem seu limiar no pensamento humano.

A medida em que o aluno cria a consciência científica de que todos os desenhos que integram seu mundo estão regidos por um conjunto de regras e leis matemáticas, a Geometria flui através de seu desenvolvimento cognitivo, passando inicialmente por um processo intuitivo até atingir os processos de raciocínio científico.

Esta e inúmeras outras pesquisas, cujo foco é o processo de ensino e aprendizagem de matemática, alicerçado na teoria de Duval, tendem a ser um marco da evolução de muitas concepções metodológicas de matemática. E embora os sistemas de ensino vigentes no Brasil estejam arraigados ao modo de ensino tradicional, suas lacunas estão sempre em evidência. Tais lacunas remetem às constantes reflexões sobre quais mudanças nestes sistemas não só se fazem necessárias, mas essenciais.

Ao considerar que ainda hoje a maioria dos conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental possuem abordagens arraigadas nos processos de ensino e aprendizagem tradicionais, impele-se à esta pesquisa a necessidade de experimentação em sala de aula.

A reconfiguração abordada como método de instrumentação aplicado ao ensino de figuras geométricas e assuntos afins, já no Ensino Fundamental, traduz a importância que há em se desenvolver as competências básicas de Geometria no âmbito das figuras, tais como as habilidades de visualização e representação, estas tão significativas no desenvolvimento cognitivo do pensamento do aluno.

As análises realizadas nesta pesquisa estão imbuídas da necessidade constante de apresentação de novos produtos profissionais que modifiquem positivamente os processos educativos, no âmbito da matemática. Elas visam esclarecer os efeitos do ensino de Geometria sob a abordagem da reconfiguração em contraponto aos métodos tradicionais, intuindo cada vez mais minimizar as dificuldades natas às cognições dos alunos.

Os processos de ensino e aprendizagem de Geometria são complexos, bem como os demais processos no âmbito da Educação Matemática, mas com peculiaridades próprias, como a necessidade de discernimento do aluno de identificação e visualização das figuras para as corretas construções e desconstruções inerentes as representações geométricas. Tais considerações remetem ao que preconiza Duval (2011, p. 37): “A questão da natureza do trabalho matemático não é apenas uma questão cognitiva, é também uma questão metodológica” (2011, p. 37)

Há de se incluir nestas considerações finais, a concepção de que o conhecimento em matemática se diferencia do conhecimento pedagógico direcionado para esta ciência. Para tanto remetemos tal diferenciação a necessidade de se examinar minuciosamente cada ação ou prática de ensino a ela aplicável, para então, vir a demonstrar novos caminhos didáticos e/ou metodológicos aos assuntos específicos abordados, os quais propiciem possibilidades reais de mudanças no ensino usual desta disciplina.

Esta pesquisa é centrada na experiência didática realizada, possuindo como foco principal a experimentação da reconfiguração, como instrumentação metodológica durante o trabalho de intervenção na classe escolhida.

O público alvo da intervenção didática abrangeu alunos do 5º Ano do Ensino Fundamental. Para tal público se faz essencial a apresentação articulada dos conteúdos. Essa articulação ocorreu entre o conhecimento científico e o pensamento logico envolvido nas atividades especificadas.

Os critérios de importância e necessidade da reconfiguração estão imersos nesta articulação, uma vez que ela traz à luz a cientificidade do tratamento operatório dos registros de representações semióticas, interligado a logicidade e aos processos cognitivos natos dos alunos.

Foram as características da teoria de Raymond Duval que desenharam o contorno peculiar de articulação desta pesquisa. Assim a ação didática apresentada se diferencia da tradicional por trazer em seu escopo aspectos inovadores as práticas educativas em matemática.

Tais aspectos permitiram uma análise qualitativa do processo de ensino e aprendizagem, considerando também o reconhecimento de nuances quantitativos inerentes ao processo de ensino.

Ao longo dos momentos foram realizadas também análises subjetivas de como a reconfiguração pode influir nos processos de ensino e aprendizagem de Geometria. A aplicação então demonstrou o quanto a prática pedagógica é vital na fundamentação dos saberes. As formas didáticas específicas no âmbito da Matemática de se conceber conhecimento propiciam sua construção de forma sólida alicerçada em significações que transpõe a barreira do tecnicismo usual, atingindo aspectos do desenvolvimento cognitivo do aluno.

Nesta pesquisa a intervenção didática teve sua perspectiva atingida e consolidada através de estudos e análises de apreensão do conhecimento repassado. Os objetos geométricos abordados transpuseram as barreiras do conhecimento comum infligindo ao aluno um determinado poder de discernimento diferenciado, o qual o permitiu a compreensão de que um tratamento figural adequado pode transpor barreiras de aprendizagem.

Em conformidade com a objetivação desta pesquisa, espera-se que a experiência realizada sirva aos seus leitores como roteiro de prática de ensino e como texto reflexivo a outras abordagens e ações didáticas em matemática, em razão das dimensões epistemológicas e cognitivas do tema, tão inerentes aos processos de ensino e aprendizagem de matemática.

Assim pode-se compreender o material aqui exposto como possível norteador a práticas de ensino de Geometria, uma vez que sua aplicação mostra não só uma otimização do tempo de no decorrer dos momentos de ensino de Geometria em sala de aula, mas também a influência direta de tal aplicabilidade no processo de desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático do aluno, uma vez que permite uma aprendizagem mais abrangente e rápida no tratamento do conteúdo.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. *Didactical Engineening as framework for the conception of teaching products.* In: BIEHLER, R.; SCHOLZ, R.; STRÃSSER, R.; WINKLEMANN, B. *Didatics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, Recherches en Didactique des Mathématiques, 1994.

BOYER, C. B. *História da Matemática***.** Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo. 2ª ed. Editora Edgard Blücher Ltda, 2001.

CRATO, N. *O Homem de Vitrúvio*. Disponível em http://pascal.iseg.utl.pt/~ncrato/Expresso/HomemVitruvio_Expresso_20041023.Acessado em 12/09/2015.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. *Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.* "Revista Paranaense de Educação Matemática", v. 2, p. 10-34, 2013

DUVAL, R. ;*Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives.* p. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993.

__________. *Sémiosis et penseé humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang, 1995.

__________. *La notion de registre de représentation sémiotique et l'analyse du fonctionnement cognitif de la pensée*. Curso dado à PUC/SP, 1997.

__________. *Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking.* Basic issues for learning, 1999.

__________. *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.* In: Machado, S. D. A. (Org.) *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica.* São Paulo: Papirus, 2003.

__________. *Semiosis e Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Traducción de Myriam Veja Restrepo. 1ª ed. Santiago de Cali, Colombia. Castellano, 2004.

__________. *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.*

Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011

__________. *Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.* Tradução de Méricles Thadeu Moretti. In: REVEMA: Revista Eletrônica de Educação Matemática. Florianópolis,

v. 07, n. 2, 2012, p.266-297.

__________. *Diferenças semânticas e coerência matemática*. Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis:

UFSC/MTM/PPGECT,2012A. (Disponível em http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat)

__________.*Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência.* Trad. Méricles T. Moretti. REVEMAT, v.7, n.1, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012B. (Disponível em http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat).

BOLDA, Claudia Regina Flores. *Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurísitica através da reconfiguração*. 152 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1997.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. *O papel heurístico de uma figura geométrica: o caso da operação de reconfiguração*. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (VIII ENEM), 2004, Recife. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/02/1CC88890589949.pdf>. Acesso em 12/09/2015.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. *As Figuras Geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em geometria: um estudo sobre a heurística e a reconfiguração*. In: REVEMAT- Revista eletrônica de Educação Matemática. V1.1, p.5-13, UFSC:2006.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

KUHN, Thomas S. *A estrutura das revoluções científicas*.5 ed. São Paulo/SP: Perspectiva, 1998.

MORAES, Maria Cândido; TORRES, Saturnino de La. 2004, apud VICENTINI, Gustavo Wuergers; DOMINGUES, Maria José Carvalho de Souza. *O uso do vídeo como instrumento didático e educativo em sala de aula*. XIX ENANGRAD, 2008, outubro, Curitiba, PR. Anais eletrônicos. Curitiba, PR.

MORETTI, Méricles T. *O Papel dos Registros de Representação na Aprendizagem da Matemática*. Revista Contra Pontos, Ano 2, número 6, Univali, Itajaí, 2002.

________. Méricles T. *Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria*. Acta Scientiæ, v. 15, n. 2, p. 289-303. Canoas, 2013.

MORETTI, M. T. ; THIEL, A. A. *O ensino de matemática hermético: um olhar crítico a partir dos registros de representação semiótica*. *Práxis Educativa* UEPG, v. 7, p. 379-396, 2012.

MORETTI, M. T., BRANDT, C. F. *A confluência de ideias para criar um espaço de aprendizagem da geometria. 2014.* Disponível em: < http://www.pucsp.br/IIIpesquisaedmat/download/resumos/GD10-Geo-mericles-celia-fim.pdf

PEREIRA, P. S., LOPES, A.R. L. V., ANDRADE, S. V. R.. *Pentagrama: Qual a sua História?,* Publicado em X-EGEM- Encontro Gaúcho de Educação Matemática, Ijuí, RS, 2009.

SANCHES, Virginia P. *L'influence d'une acquisitian de traitements purement figuraux pour l'apprentissage des mathématiques*. Thèse ULP, Strasbourg, 1992.

STERNBERG, J Robert. *Psicologia cognitiva*. 4ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

Anexos

Anexo 1

A IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA E DAS FIGURAS GEOMÉTRICAS ATRAVES DA HISTÓRIA

A Geometria é a parte da Matemática que estuda as figuras ou formas geométricas, ela surgiu na história da humanidade aproximadamente 3.000 a. C., e é considerada a área da matemática mais antiga.

As figuras geométricas podem facilmente serem reconhecidas em todos os lugares, objetos e seres que estão ao nosso redor. Este reconhecimento ocorre através da verificação de seu formato, seu tamanho, seu peso e muitas outras características da figura ou forma. E foi a necessidade do homem, de reconhecimento destas características, para a resolução de muitos problemas, que estimularam seu estudo. Assim seu estudo foi essencial para a evolução da vida do homem na terra.

Foram os diversos estudos realizados sobre as formas dos objetos bem como suas comparações, que permitiram as descobertas sobre as figuras geométricas. Estas formas ganharam nomes como quadrado, triângulo, retângulo, círculo e outros, hoje denominados figuras próprias da geometria.

A geometria já integrava o subconsciente do homem primitivo, tal afirmação é verificada através dos desenhos realizados por estes.

A palavra Geometria, veio do grego geometrein, e significa "medir a terra", ela surgiu em decorrência da necessidade de resolução de problemas na medição de terras, na construção de casas e tantas outras como a observação dos astros, o que deu lugar a astronomia.

Antes do desenvolvimento da noção de figuras, houve o desenvolvimento da noção de distância, que era essencial para civilizações antigas na medição de terras.

As primeiras figuras geométricas descobertas foram o retângulo, o quadrado e o triângulo, seguidos da noção de paralela, perpendicular e vertical, descobertas a partir das construções das casas. Tais conhecimentos permitiram a evolução da arquitetura, uma vez que, as construções se tornavam cada vez complexas.

Outros estudos específicos da geometria, como as curvas, superfícies e sólidos, foram descobertas posteriormente através de observações sobre o cotidiano do homem.

Ate, por volta do século III a.C., a geometria tinha um caráter mais intuitivo, sendo a partir deste período iniciado seu desenvolvimento. Este desenvolvimento começou com a organização dos conhecimentos já adquiridos na forma de axiomas, postulados e definições. Esta primeira organização foi realizada por Euclides, com base nas deduções de Tales de Mileto.

Os problemas de geometria eram inicialmente resolvidos através de desenhos, nos quais se utilizavam, papel, lápis, esquadro, régua, e foi com a evolução da geometria que as figuras se transformaram em fórmulas. A partir daí foram sendo construídos raciocínios cada vez mais complexos sobre as figuras geométricas. E hoje demais áreas da matemática como a aritmética e a álgebra tem explicações geométricas, ou seja, objetos e suas variadas relações se interligam.

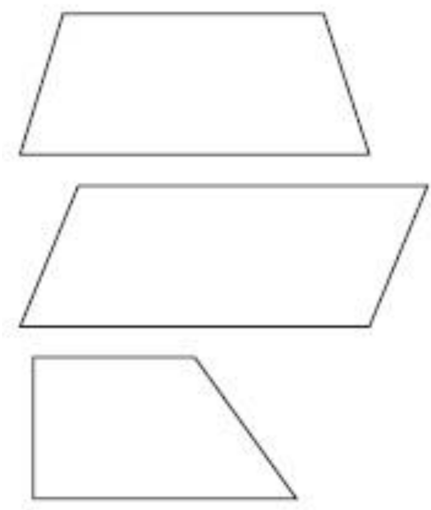
Anexo 2

Escola:
Turma:
Aluno:

Atividade 1: CONSTRUINDO FIGURAS GEOMÉTRICAS

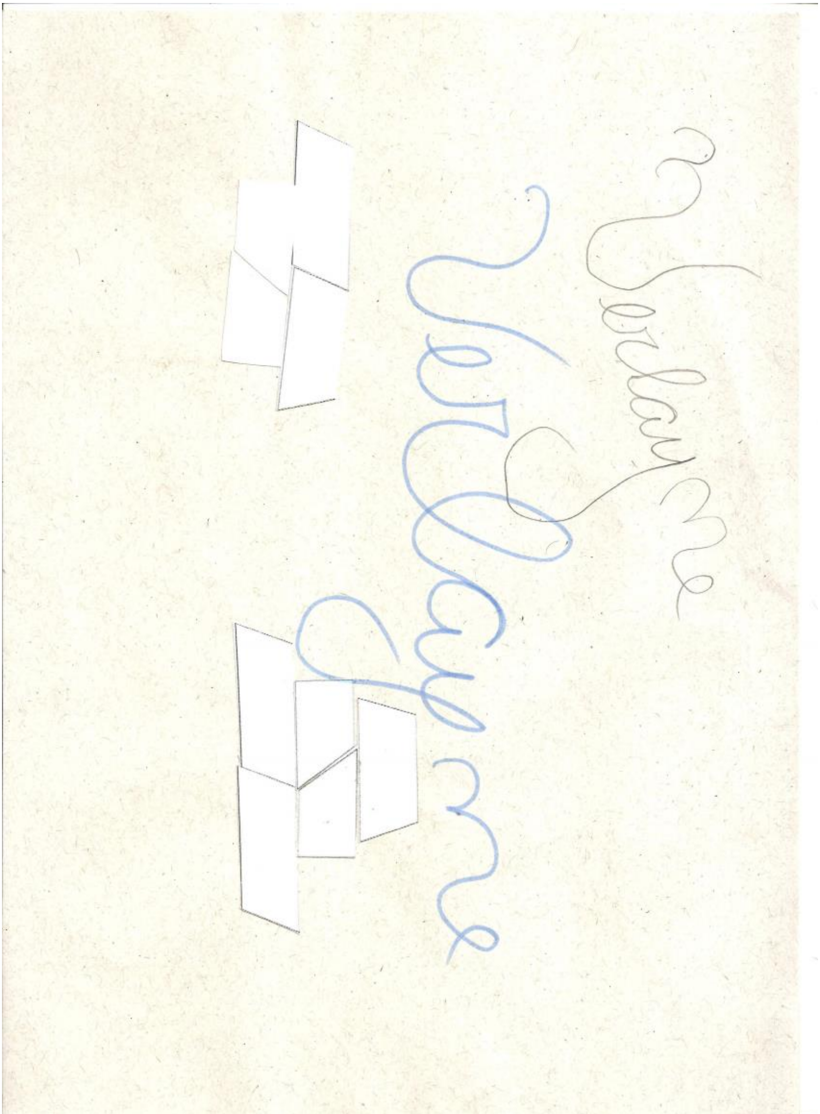
Através das figuras dadas, paralelogramo, um retângulo e um trapézio isósceles, construa com pelos menos duas destas figuras, outras três figuras geométricas, e as identifique.

Observação 1: Os três paralelogramos estão repetidos seis vezes para a utilização na confecção das figuras. Observação 2: Podem ser utilizadas repetidamente cada figura Observação 3: Podem ser sobrepostas Observação 4: Podem ser utilizadas as figuras na forma de recorte, devidamente coladas em outra folha ou elas podem ser redesenhadas em uma nova folha.

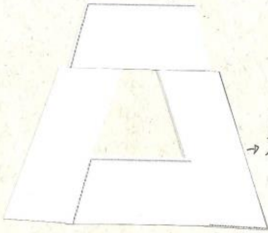


Anexo 3

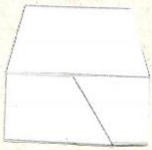
Construções dos alunos para a primeira atividade



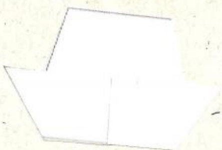
Luciana [illegible]



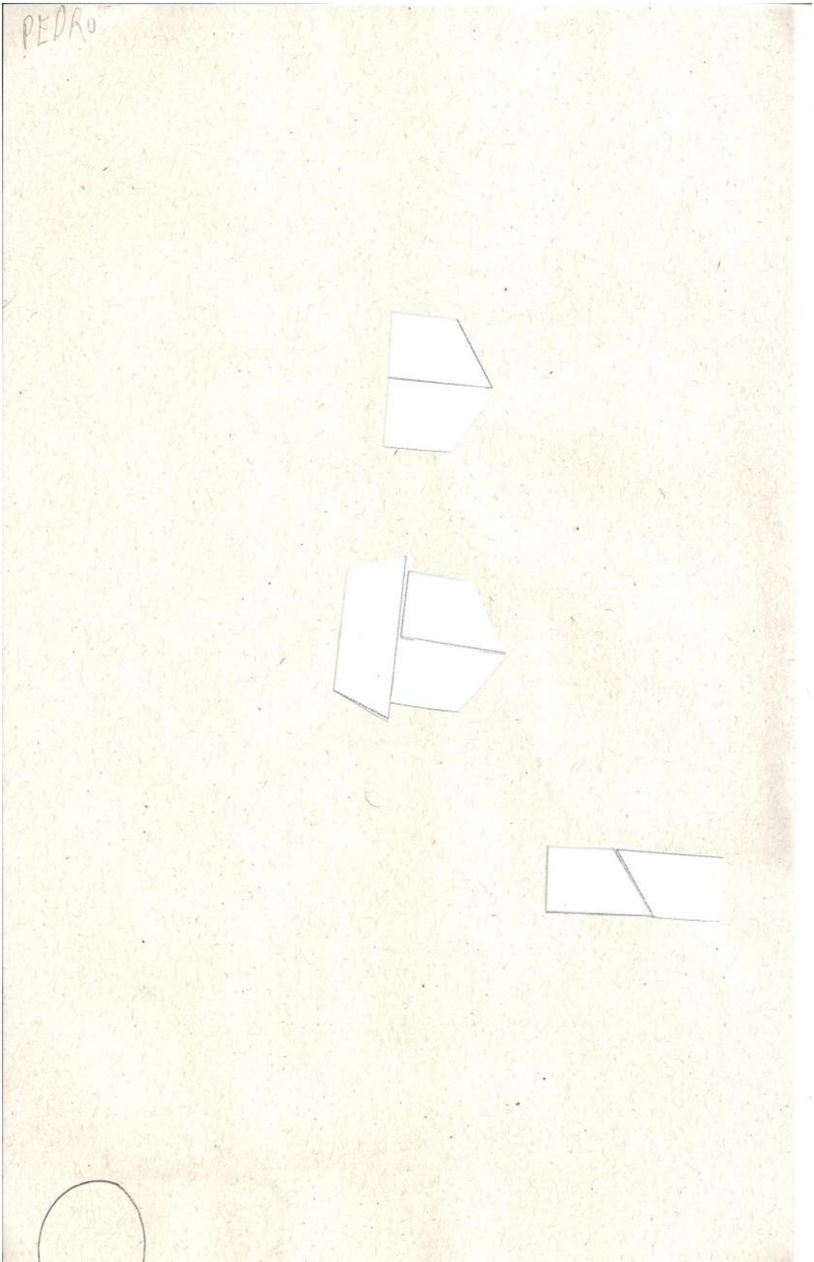
→ triangulo

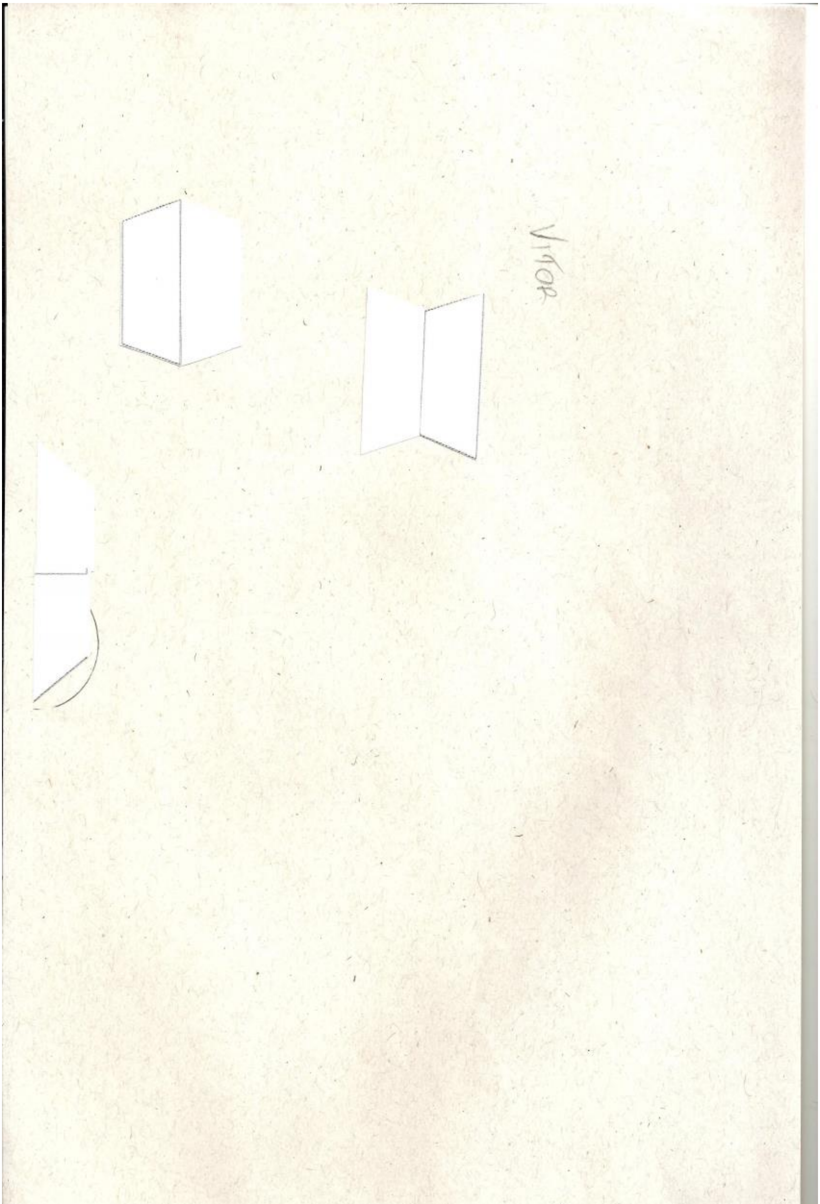


→ casa

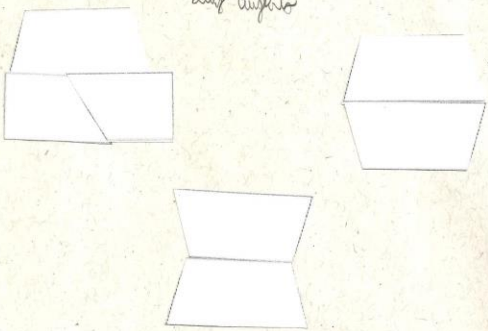


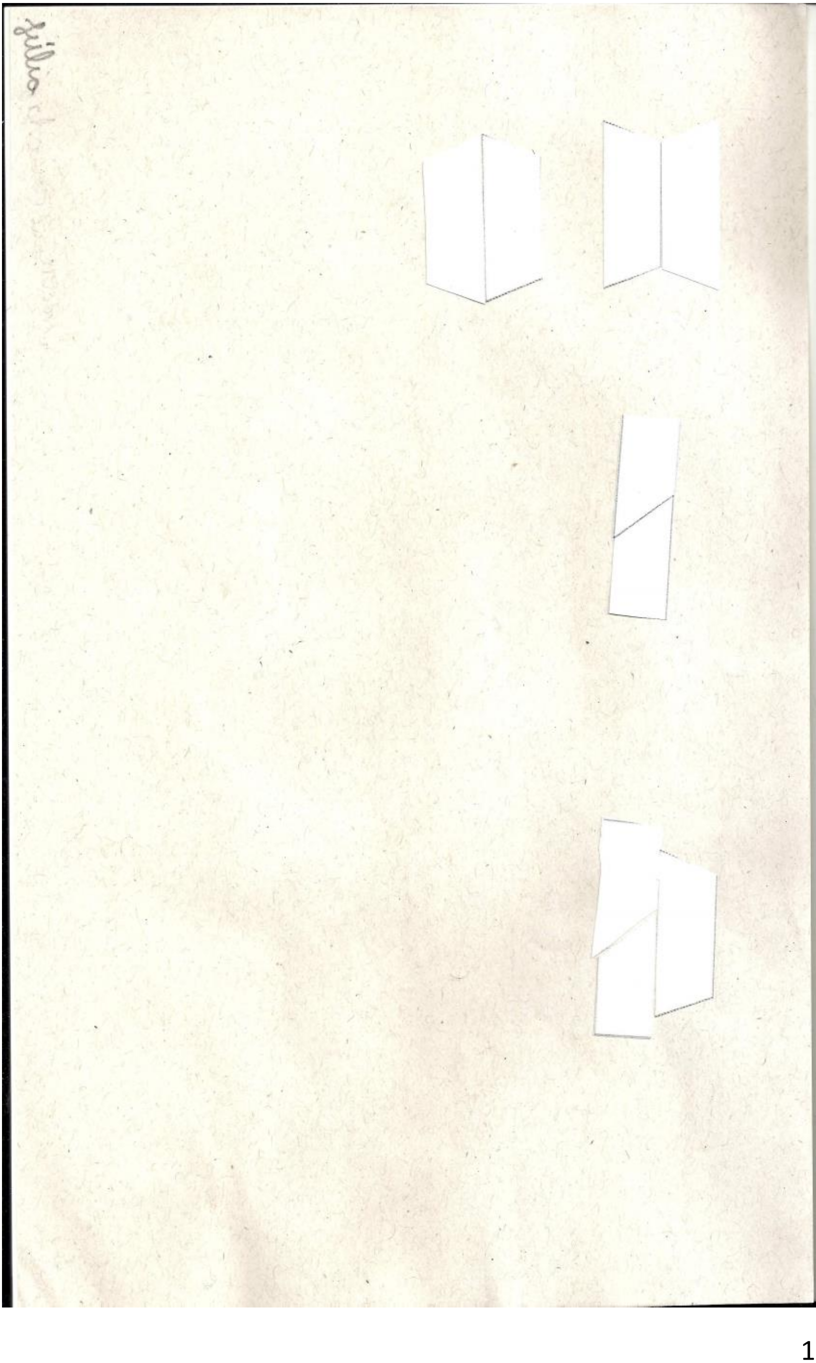
– barco

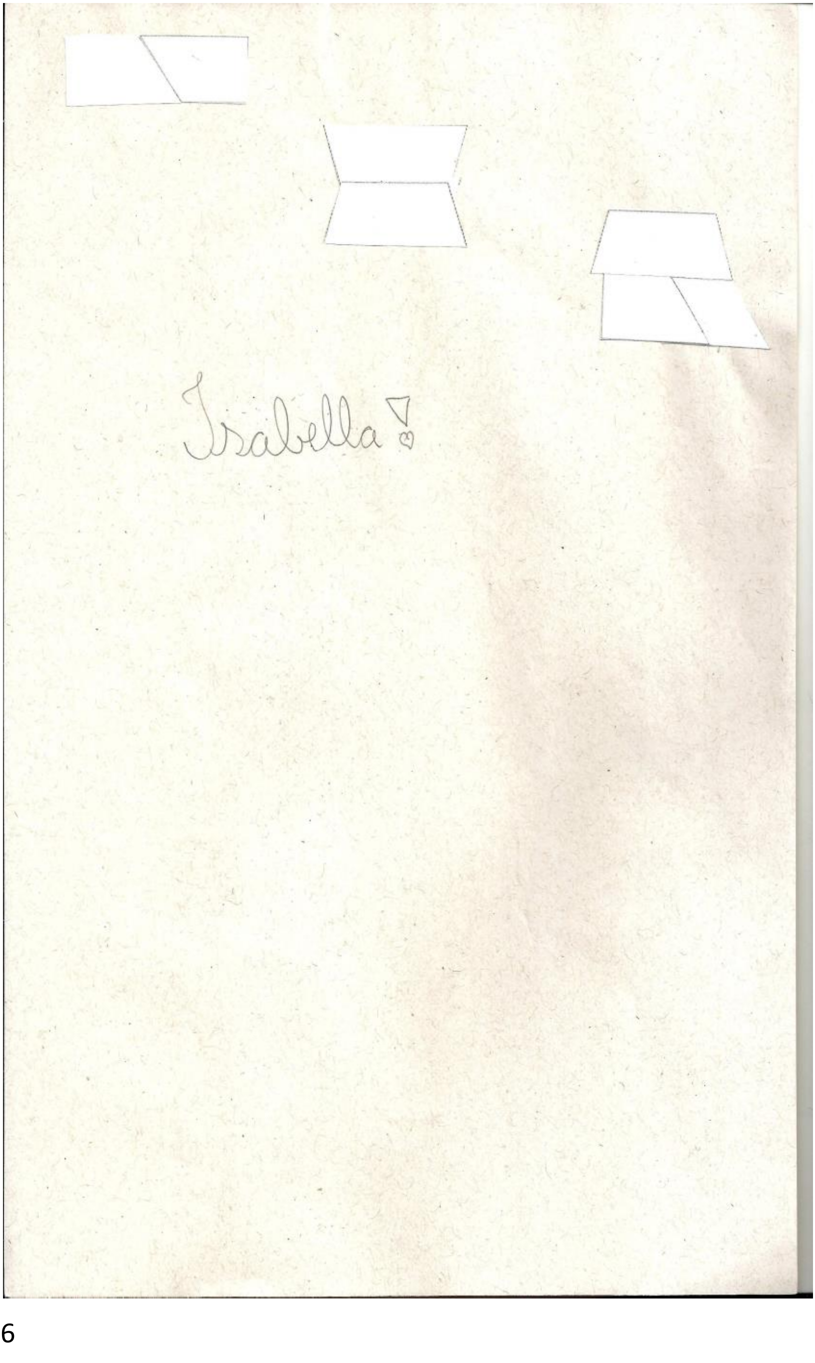

PEDRO

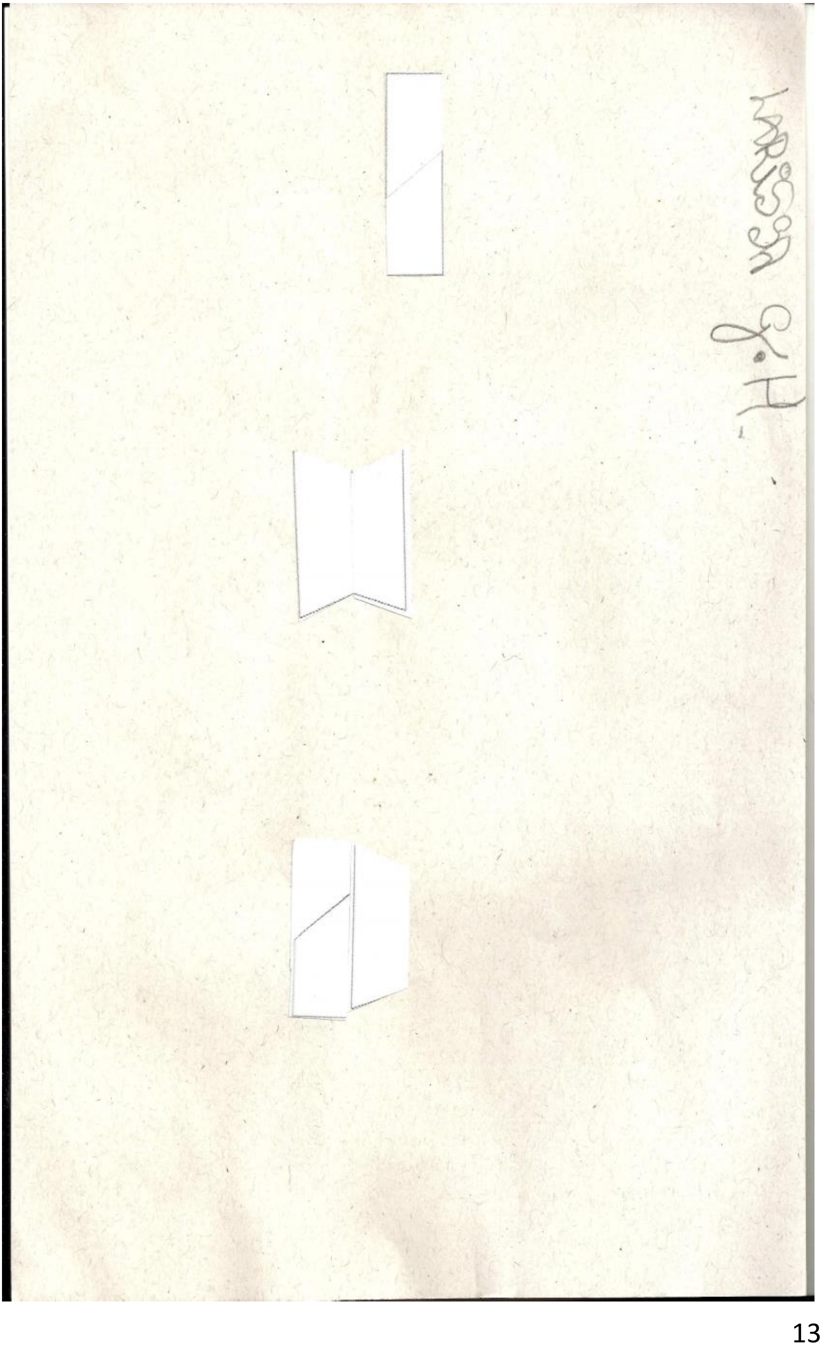

Vitor

Luiz Augusto

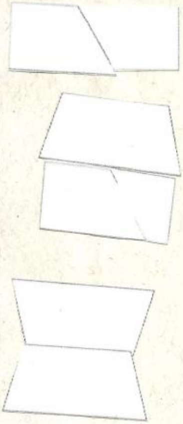


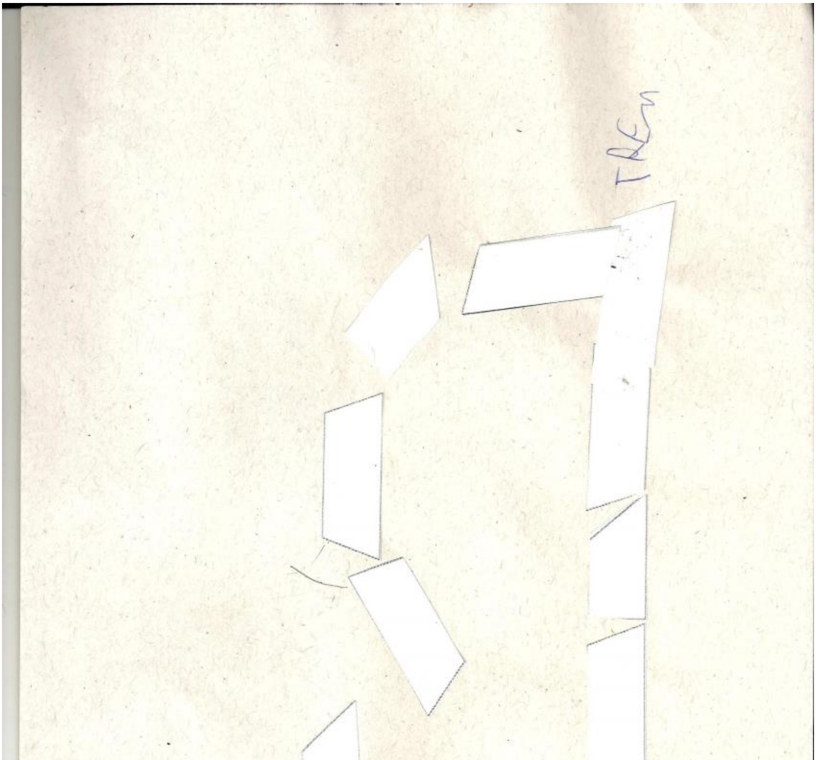

Júlia


Isabella

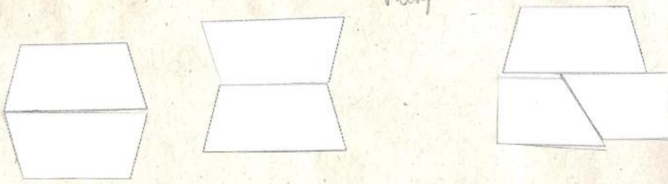

LARISSA G.H.

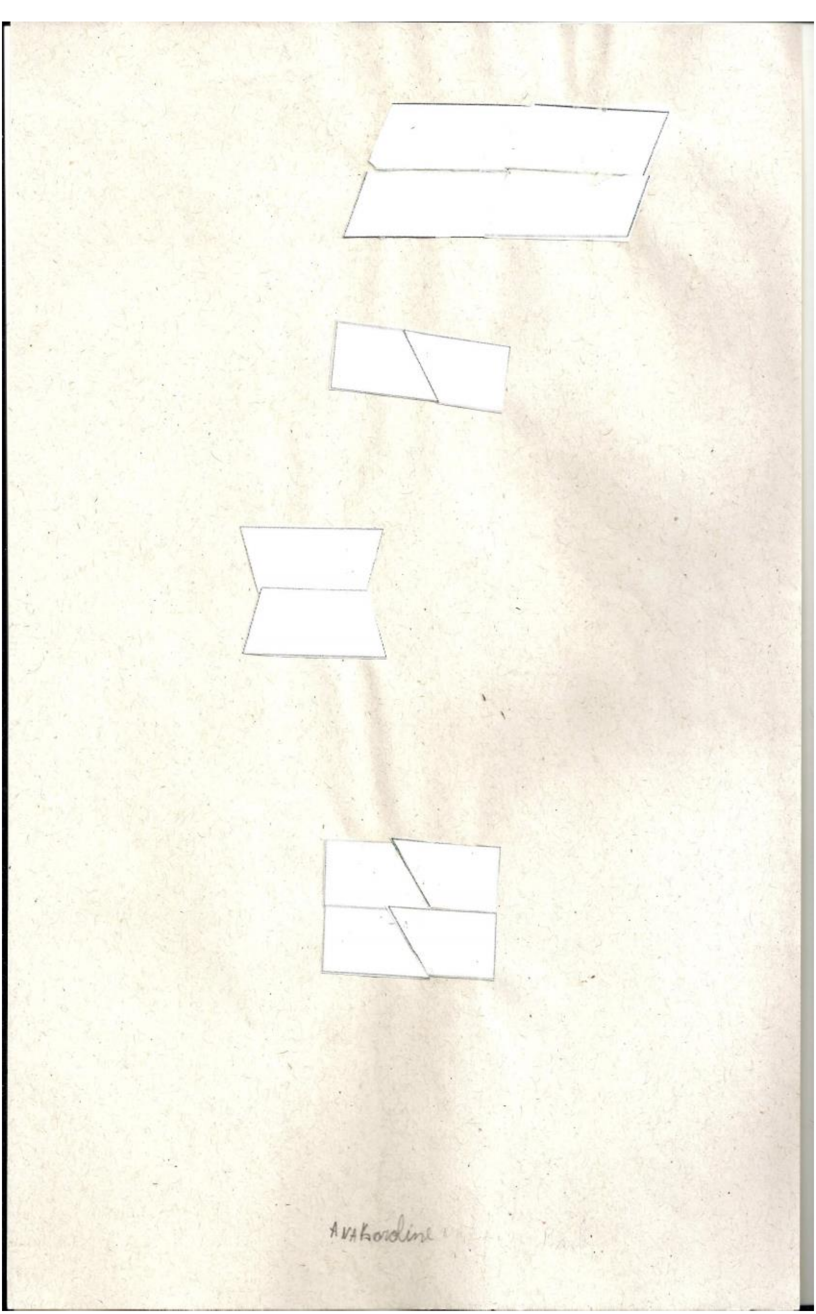
Luciely

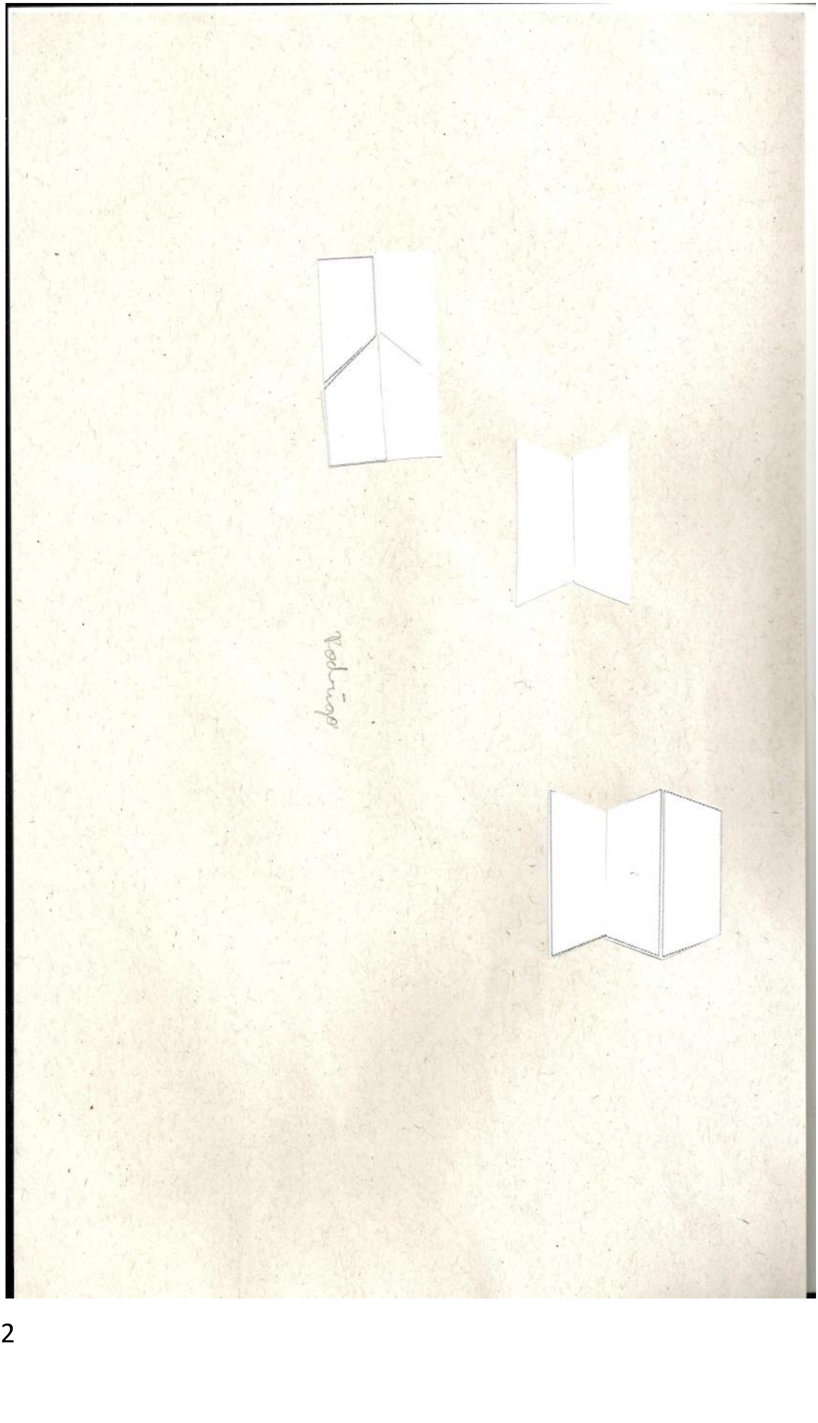



RYAN
disco voador
TREM

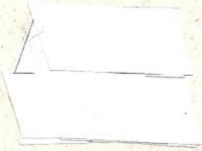
Wagner



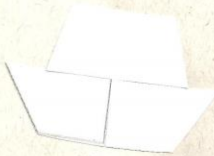



Rodrigo

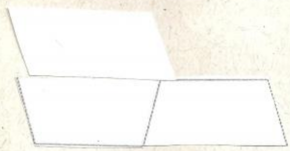
Raphael



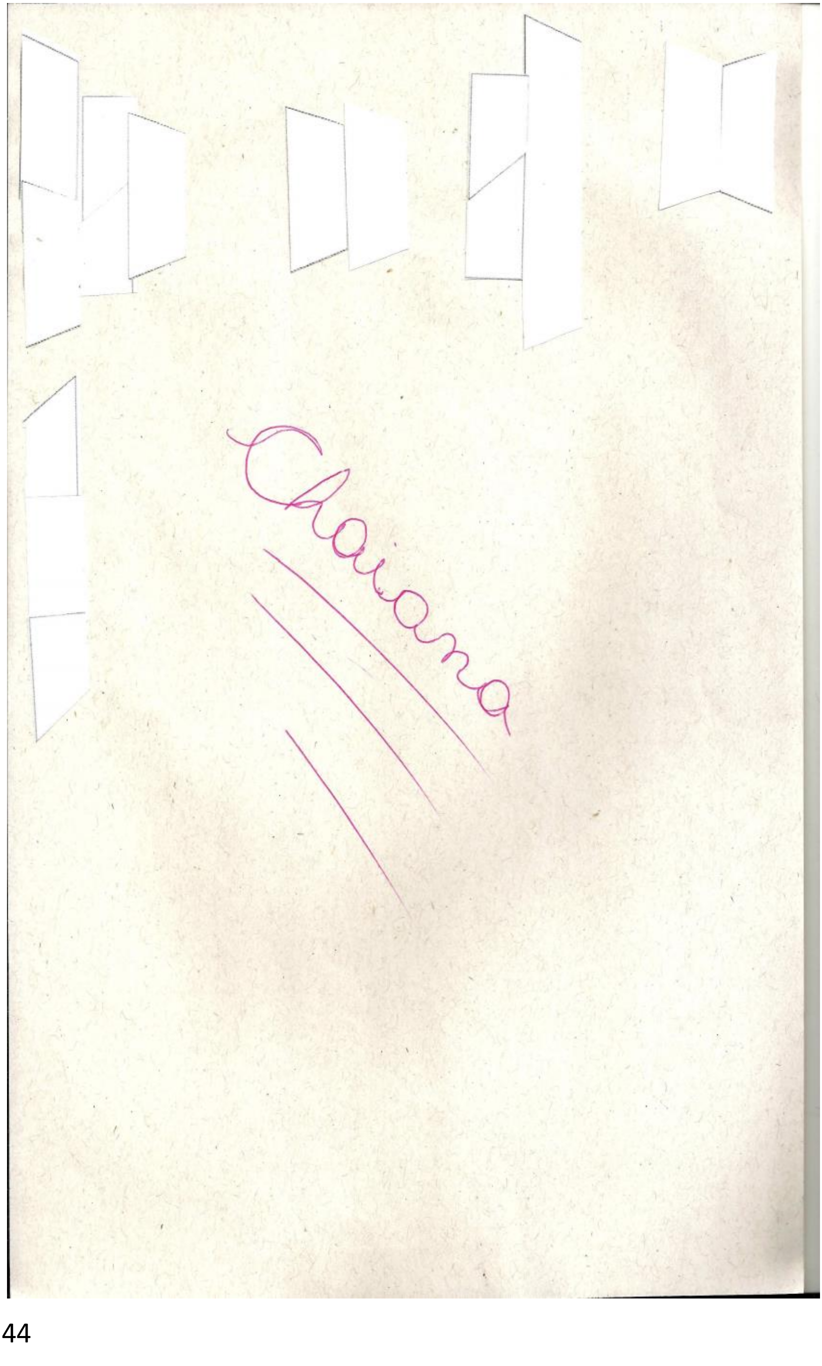
caixa

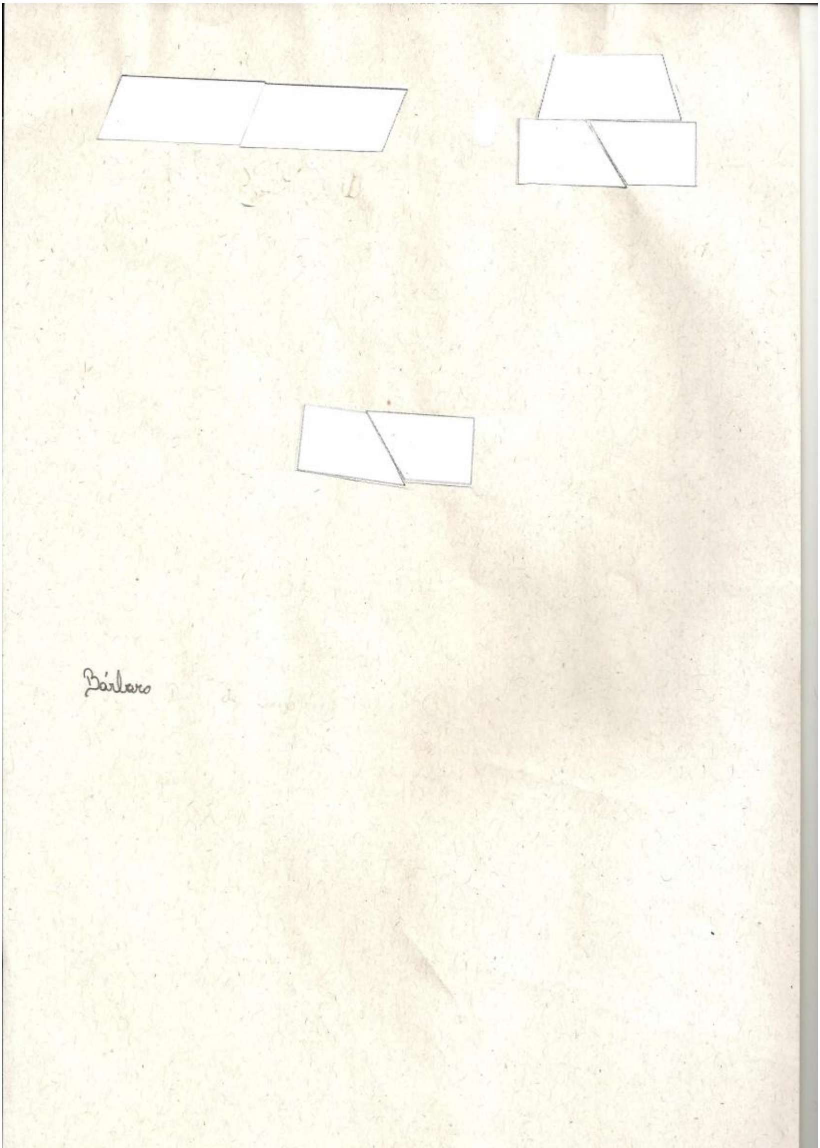


barco



lancha


Chaiana

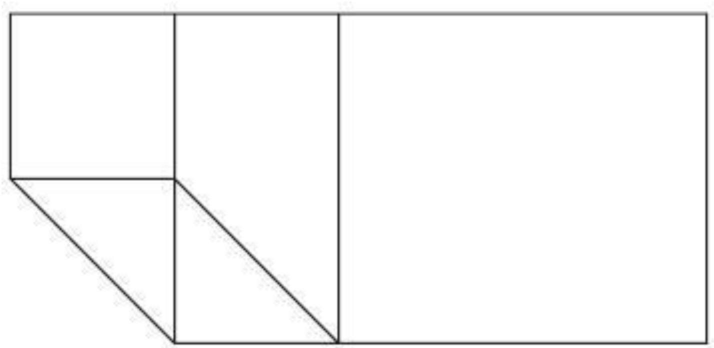

Bárbara

Anexo 4

Escola:
Turma:
Aluno:

ATIVIDADE 2
COMEÇANDO A RECONFIGURAR
(Confeccionada em papel quadriculado)

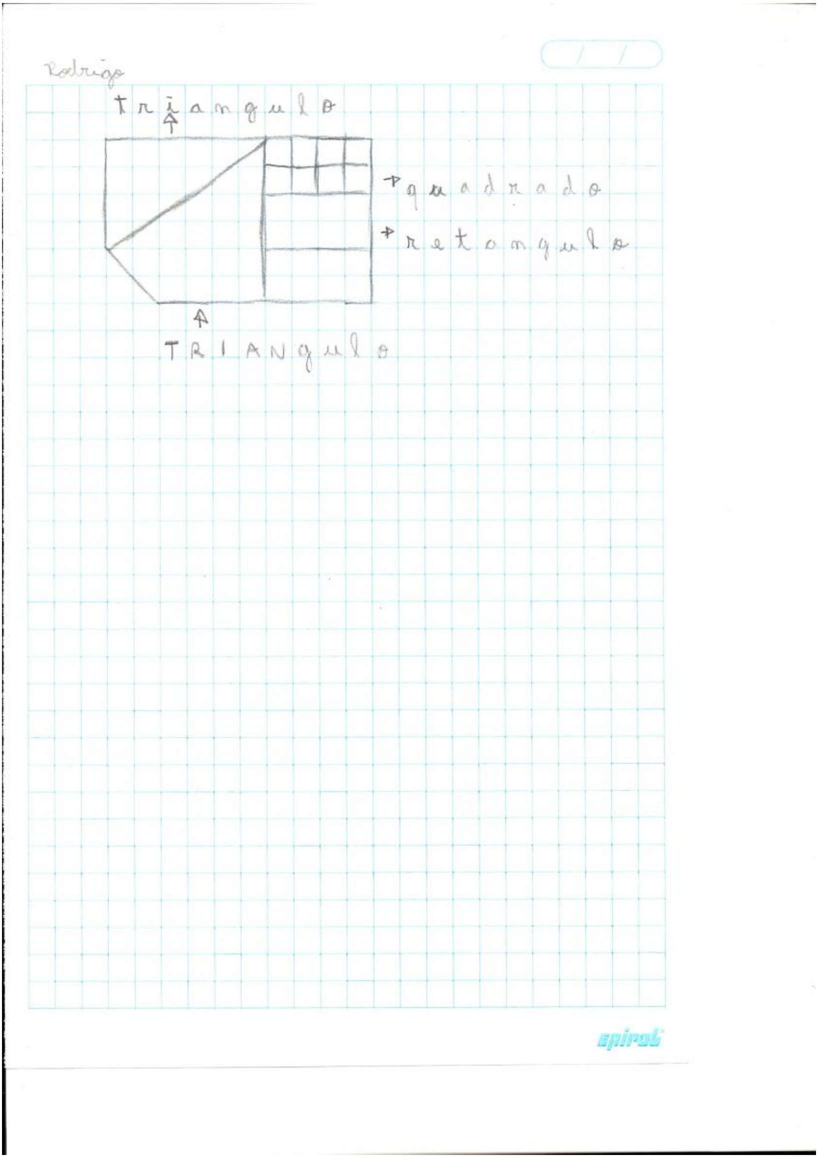
Redesenhe o contorno da figura abaixo no papel quadriculado, e desenhe ao menos quatro figuras, que cubram a figura abaixo. Identifique cada figura geométrica utilizada.

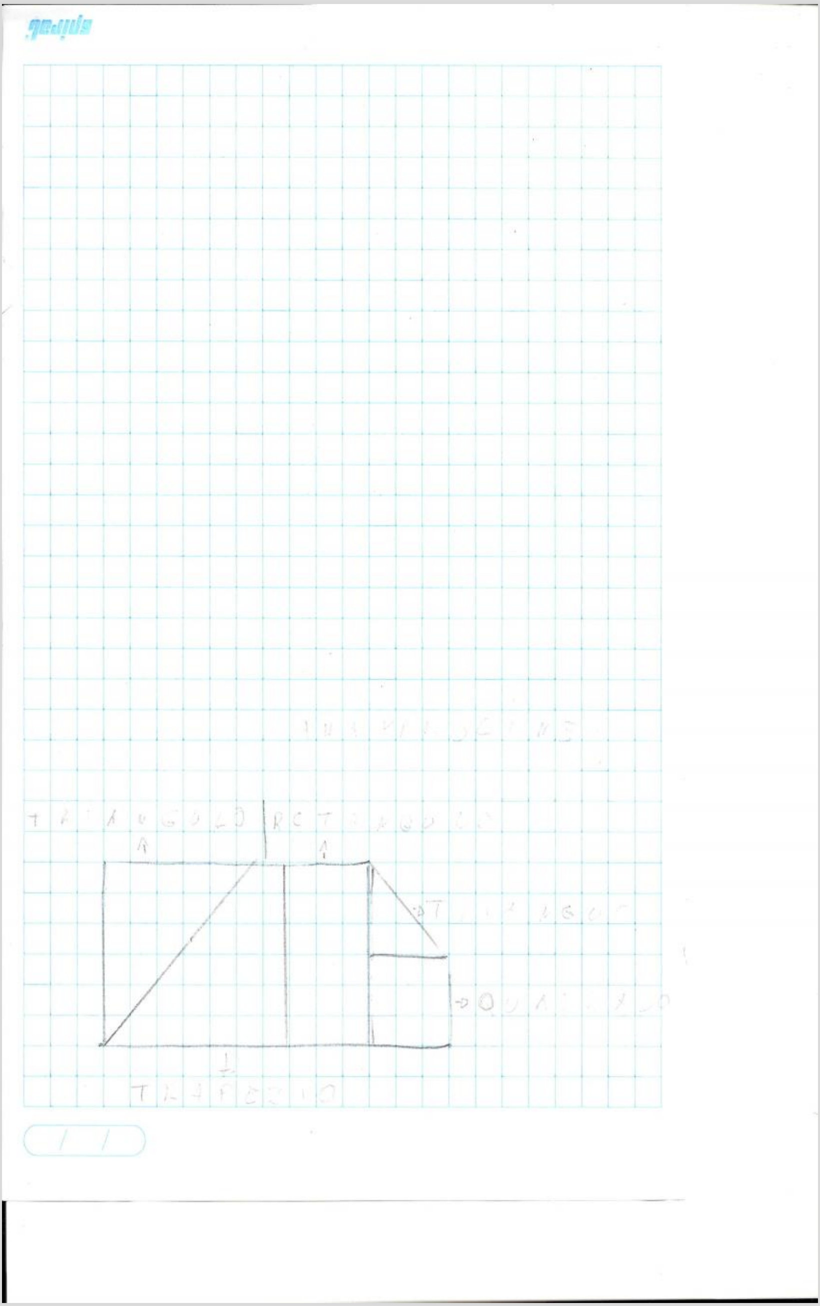


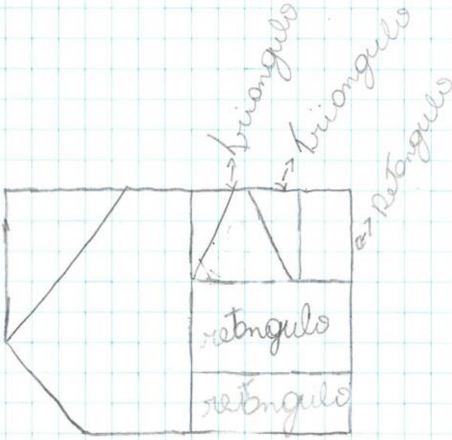
Observação 1: Podem ser utilizadas quaisquer figuras geométricas de seu conhecimento;
Observação 2: Devem ser utilizadas ao menos duas figuras diferentes;
Observação 3: Podem ser utilizadas figuras iguais de áreas diferentes;
Observação 4: As figuras podem ser medidas através das subdivisões do papel quadriculado.

Anexo 5

Construções dos alunos para a atividade 2:



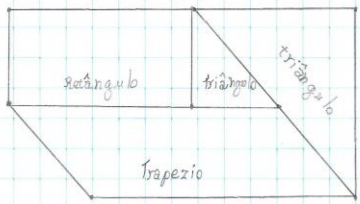

TRIANGOLO
RETTANGOLO
TRIANGOLO
QUADRATO
TRAPEZIO



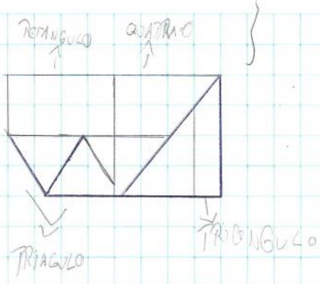
triangulo
triangulo
Retangulo
retangulo
retangulo

11 / 12 / 15

L u c i a n o

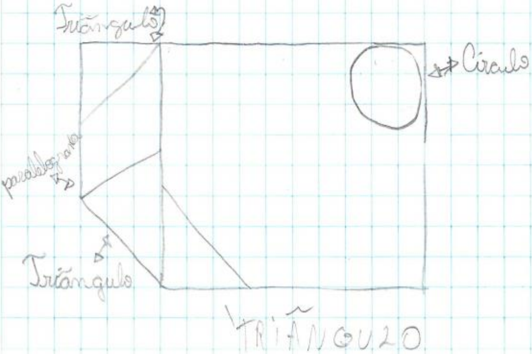


Isabella

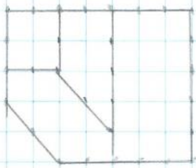


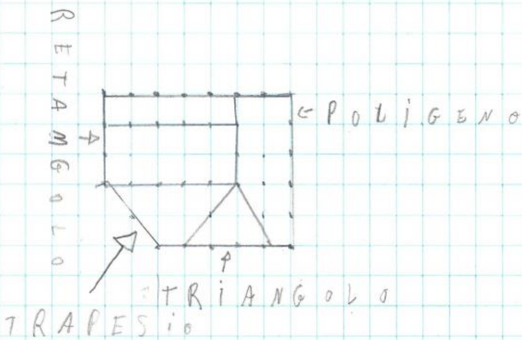
spiral

11/12/15

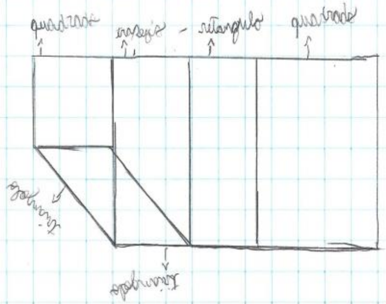


Verlayne



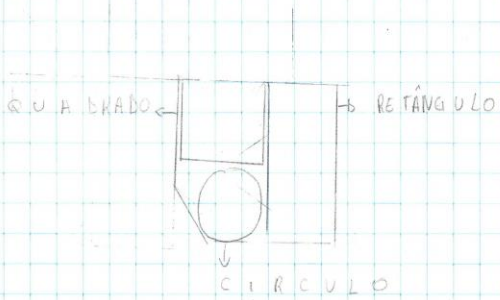


NOME: PEDRO

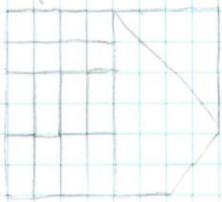


Luiz Enrique

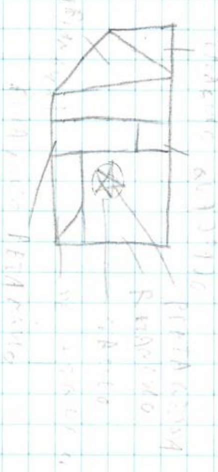
Lucely

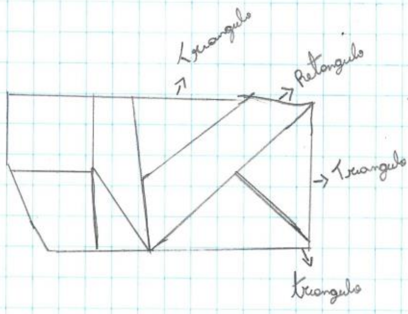


11/12/1[illegible]



RYAN

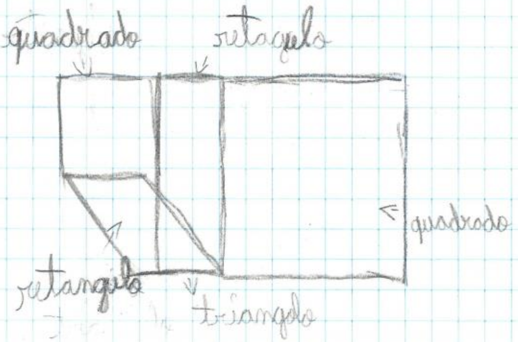


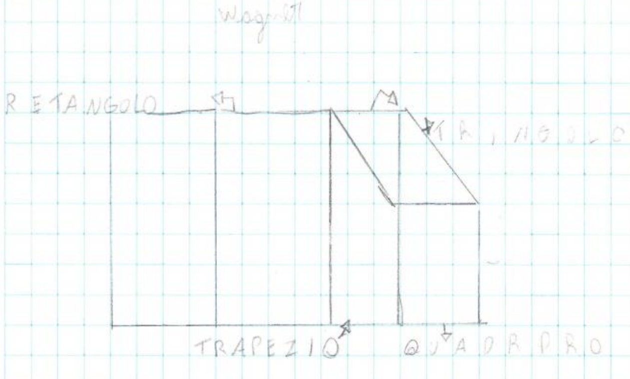


Nome: Barbara

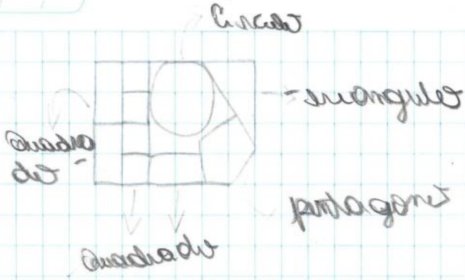
spiral

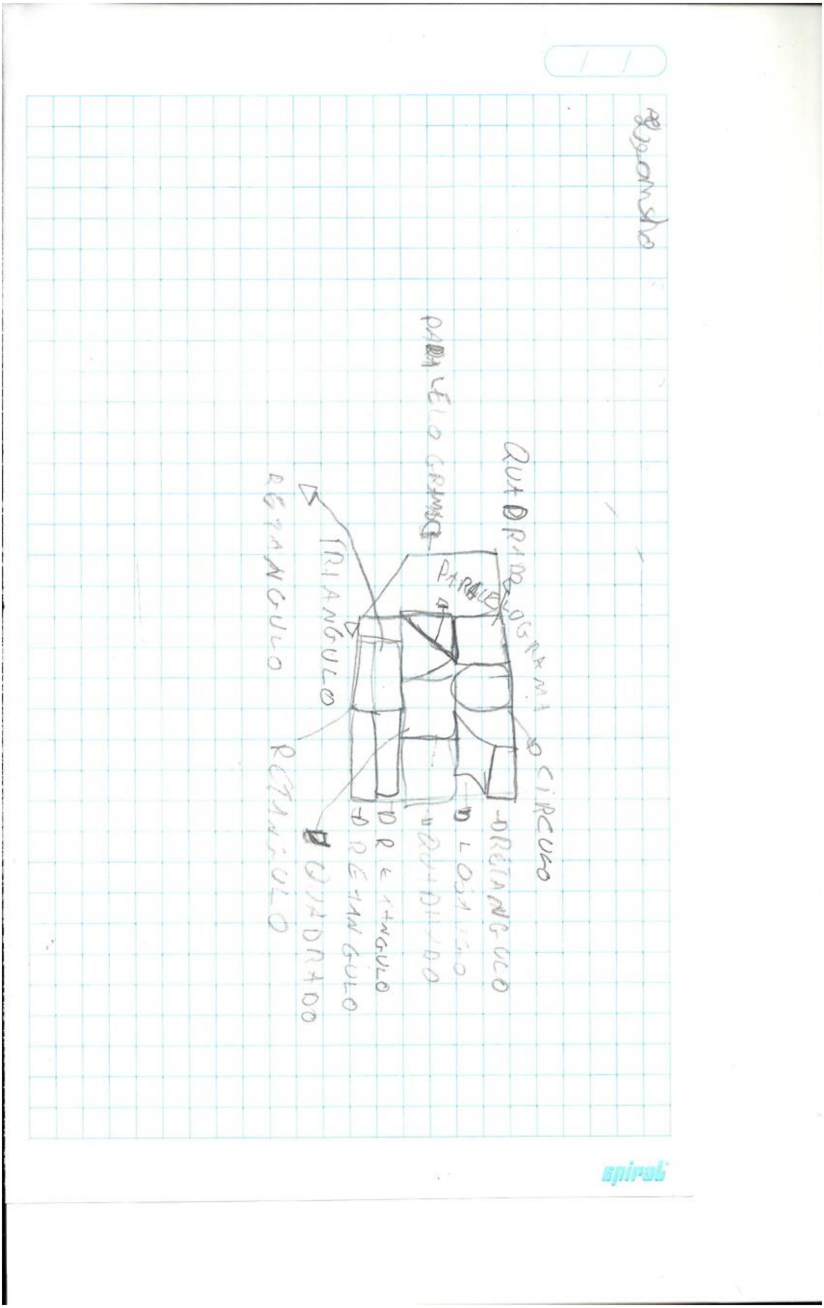
Raphael




RETANGOLO
TRIANGOLO
TRAPEZIO
QUADRADRO

Larissa H. G




Desenho
QUADRADO
PARALELOGRAMA
CIRCULO
RETANGULO
LOSANGO
QUADRADO
PARALELO GRAMO
RETANGULO
RETANGULO
TRIANGULO
QUADRADO
RETANGULO
RETANGULO

Anexo 6

Escola:

Turma:

Aluno:

ATIVIDADE AVALIATIVA

(Confeccionada em papel quadriculado)

1. Comece desenhando um quadrado de lado qualquer na folha quadriculada (o lado do quadrado será a largura do retângulo de ouro); 2. A seguir destaque os pontos centrais dos lados de cima e de baixo do quadrado; 3. Agora trace uma reta passando pelos pontos centrais destacados (o quadrado foi subdividido em dois retângulos); 4. Trace agora a diagonal do retângulo à direita, partindo do ponto central do lado de baixo do quadrado; 5. Desenhe uma circunferência com o auxílio de um compasso, cujo o raio é esta diagonal desenhada; 6. Prolongue o lado de baixo do quadrado até encontrar a circunferência. E complete os segmentos até formar um novo retângulo.

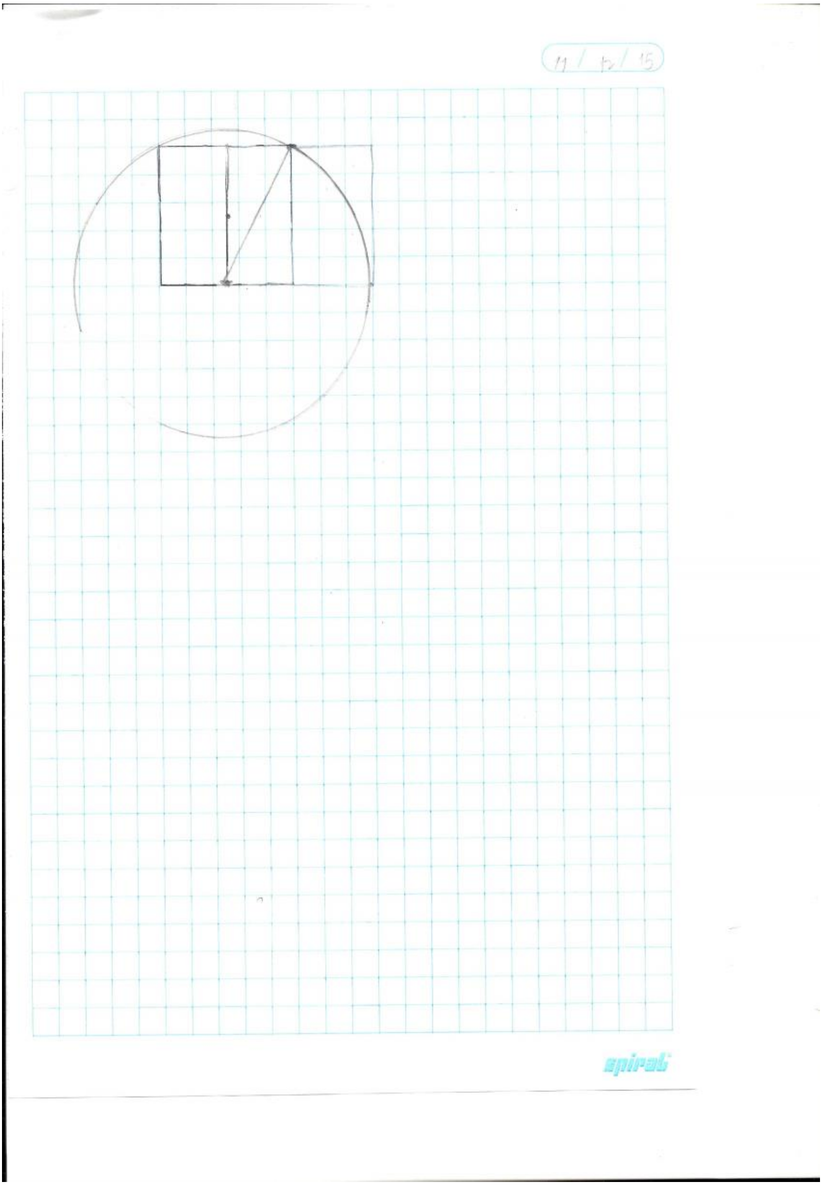
Observações:

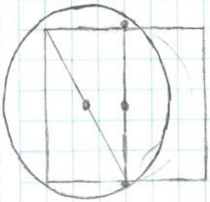
Procure não desenhar um quadrado com lado grande.

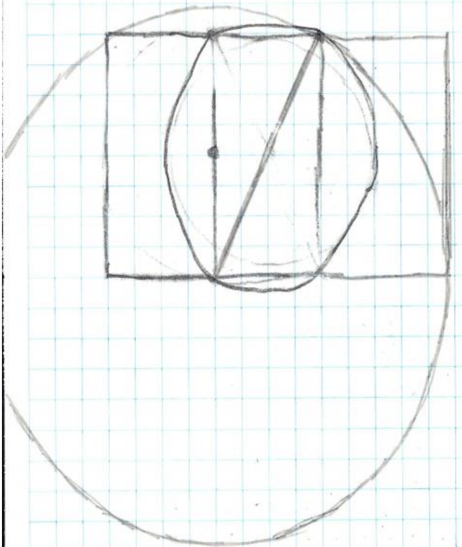
Fique atento aos desenhos indicados.

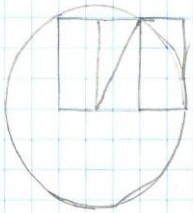
Anexo 7

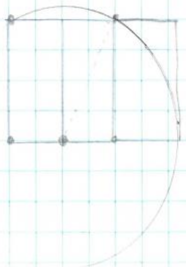
Construções dos alunos para a atividade avaliativa

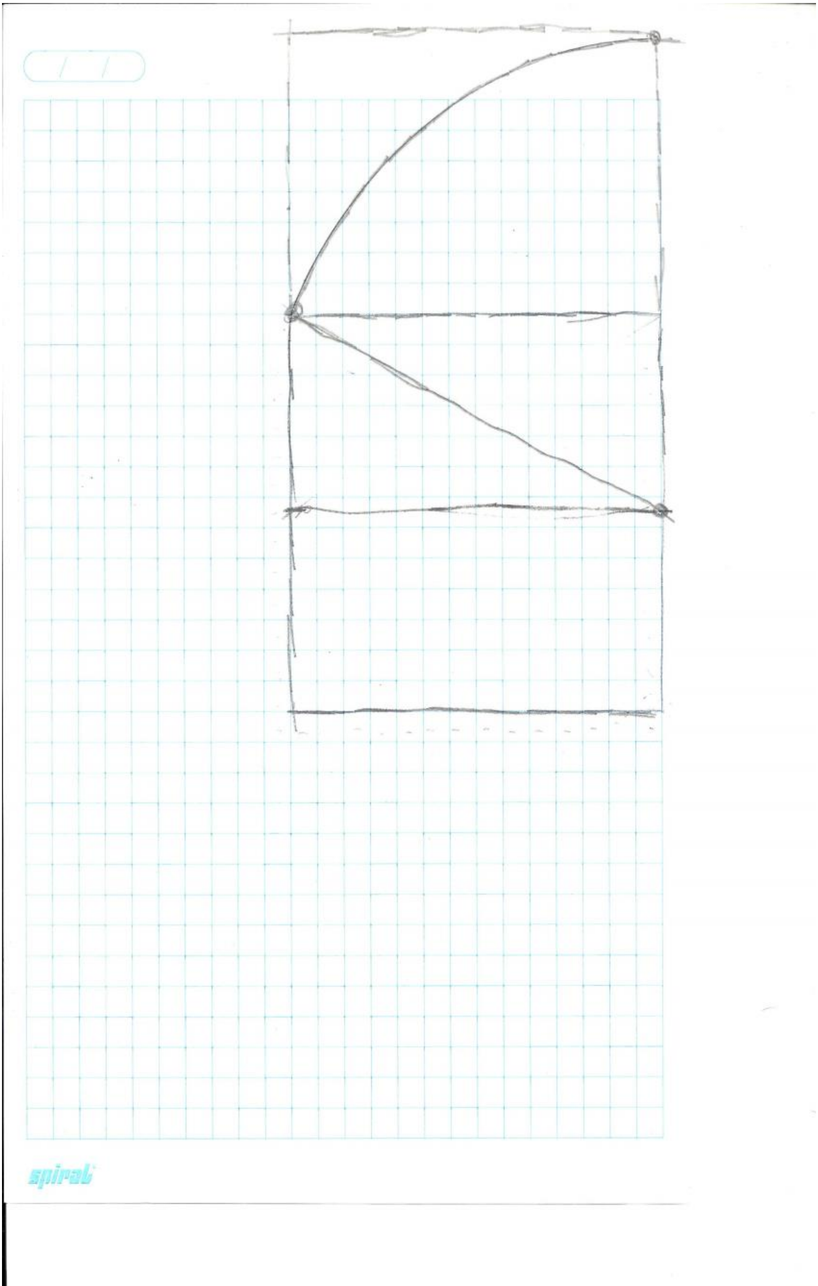






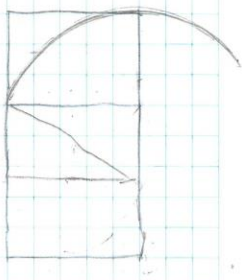


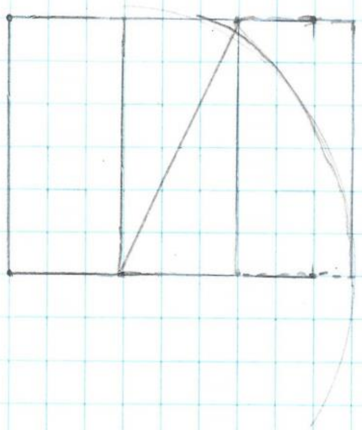




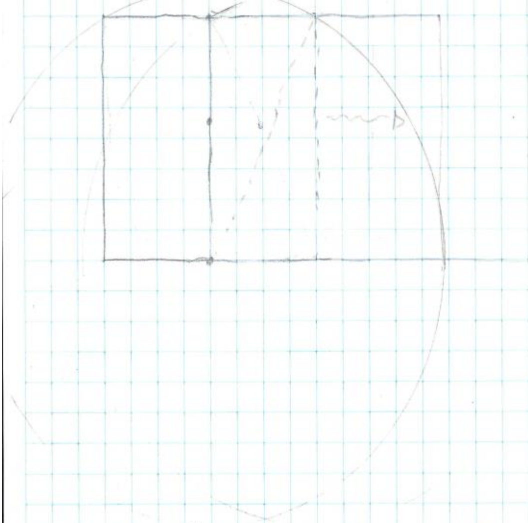
11/12/15

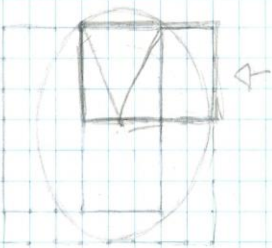
Leandre





11/12/15

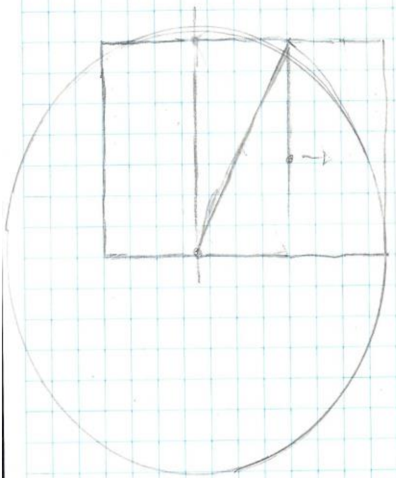




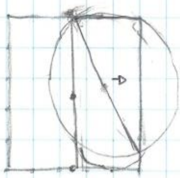
Curthan

spiral

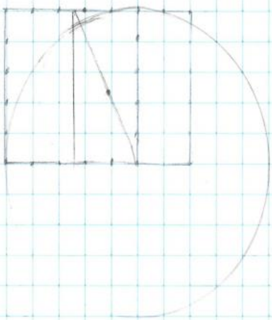
11 / 12 / 15



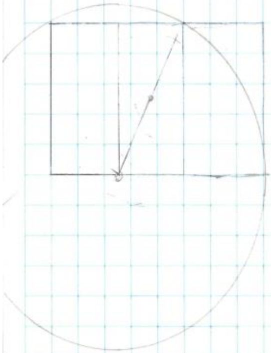
spirab

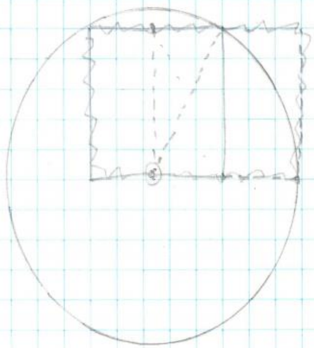


Bárbara



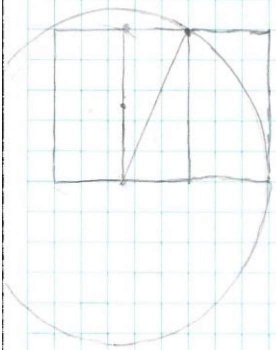
Lancely





verlayne

11/12/2013



spiral