

Didática da matemática



IF-SC 1813

MEC - ETEFESC

Nº. 07298.

- PATRIMONIO -

Prof. Mello e Souza

Catedrático da Faculdade Nacional de Arquitetura — Catedrático do Instituto de Educação do Rio de Janeiro — Docente, por concurso, do Colégio Pedro II — Diretor do Colégio Além Paraíba.

DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

A MATEMÁTICA;
SEU CONCEITO
E SUA IMPORTÂNCIA

FINALIDADES DA MATEMÁTICA
NO CURSO SECUNDÁRIO

Ponto n.º 1 do Programa de Didática Especial da Matemática aprovado pela CADES:

1 — A Matemática; seu conceito; sua importância.

A Matemática na escala dos conhecimentos humanos — O vocábulo Matemática e sua origem — Matemática ou Matemáticas? — Porque devemos condenar a forma Matemáticas para designar a ciência — A suposta aridez da Matemática — O algebrismo e o algebrista — Inconvenientes que decorrem do algebrismo — Como definir a Matemática — Finalidades da Matemática no Curso Secundário.

1957

Gráfica Editora Aurora, Ltda.
Rua Vinte de Abril, 16
Rio de Janeiro

79374
5524

OBRAS DE MALBA TAHAN

A ARTE DE LER E DE CONTAR HISTÓRIAS.
A LUA NA POESIA BRASILEIRA.
A SOMBRA DO ARCO-IRIS (9.^a edição).
O HOMEM QUE CALCULAVA (15.^a edição).
SELEÇÕES (os melhores contos) (4.^a edição).
MAKTUB (estava escrito (6.^a edição).
CÉU DE ALLAH (9.^a edição).
MIL HISTÓRIAS SEM FIM, 1.^o vol. (8.^a edição).
MIL HISTÓRIAS SEM FIM, 2.^o vol. (4.^a edição).
MINHA VIDA QUERIDA (9.^a edição).
LENDAS DO DESERTO (9.^a edição).
LENDAS DO CÉU E DA TERRA (12.^a edição).
LENDAS DO POVO DE DEUS (6.^a edição).
SOB O OLHAR DE DEUS (2.^a edição).
O GUIA CARAJÁ (lenda sertaneja) (3.^a edição).
AMIGOS MARAVILHOSOS (novela infantil (6.^a ed.)
PACA, TATU... (contos infantis) (5.^a edição).

A SAIR:

A CAIXA DO FUTURO.
O TERCEIRO MOTIVO.
NOVAS LENDAS CRISTÁS.
AMOR DE BEDUINO.
MIL HISTÓRIAS SEM FIM (3.^o vol.).
CONTOS E LENDAS DA MATEMÁTICA.
UMA AVENTURA DE AMOR EM T.T.N.

EM CASTELHANO:

EL HOMBRE QUE CALCULABA.

EM INGLÊS (a sair):

TALES OF MALBA TAHAN.

Tradução:

A DIVINA COMÉDIA, de Dante — Com ilustrações
de Calmon Barreto. Notas e comentários de
Malba Tahan.

Ao Professor

Anísio Teixeira

— o insigne educador brasileiro —

homenagem do autor

MALBA TAHAN

Rio de Janeiro, 23 de Novembro de 1957





E T E F E S C	
BIBLIOTECA Dr. Hercílio Luz	
Nº. DO REG. FND	DATA
1813	23/1/78

Doc. 1903
Ex. 1



Capítulo I
A Matemática e sua importância

A MATEMÁTICA NA ESCALA DOS CONHECIMENTOS HUMANOS

Ao espírito de qualquer pessoa, dotada embora de mediana instrução, impõe-se, como uma verdade incontestável, a importância da Matemática na escala dos conhecimentos humanos.

Sublinhemos, inicialmente, as palavras, altamente expressivas, de Amoroso Costa: ⁽¹⁾

“Sem a Matemática não poderia existir a Astronomia; sem os recursos prodigiosos da Astronomia

⁽¹⁾ **Amoroso Costa** — Notável matemático brasileiro (1885-1922). Foi professor de Mecânica Celeste na antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro e desempenhou, no Brasil, importante papel no desenvolvimento do ensino da Matemática. Entre as suas obras devemos destacar: “**As idéias fundamentais da Matemática**”. Para um estudo mais completo da vida e obra desse famoso geômetra, convém ler Mello e Souza: “**Dicionário Curioso e Recreativo da Matemática**”, Rio, 1940, I vol., pág. 108. Chamamos, também, a atenção dos professores para o artigo do Dr. Luiz Freire, publicado na “**Revista Brasileira de Matemática**”, em Dezembro de 1930, página 13.

seria impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.”

Para assinalar a importância da Matemática, disse, ainda, Amoroso Costa, emoldurando suas palavras com imprevistos efeitos de elegância e precisão:

“Nenhuma outra construção humana tem a unidade, a harmonia da Ciência Matemática; nenhuma a iguala na solidez e no equilíbrio perfeito e na delicadeza dos detalhes.” (2)

No domínio puro considera a Matemática noções prodigiosamente abstratas (números, variáveis complexas, funções elípticas, pontos do infinito, elementos imaginários), que são as raízes profundas do conhecimento. No campo real, dentro dos problemas de aplicação, constitui a Matemática poderoso instrumento de pesquisa: o estudo de um fenômeno só tem a ganhar quando pode ser pôsto em equação,

(2) Trecho de memoranda conferência proferida por Amoroso Costa, sobre Otto de Alencar. Cfr. “Revista da Escola Politécnica”, 1928, pág. 19. Referindo-se a Amoroso Costa, escreveu o Dr. Luiz Freire: “Os seus trabalhos são verdadeiros modelos de arte de bem dizer matemático: precisos, concisos, simples e elegantes, dessa elegância matemática em que Poincaré via o sentimento da beleza, da harmonia dos números e das formas e que só os verdadeiros matemáticos sabem adivinhar”. Cfr. “Revista Brasileira de Matemática”, Dezembro, 1930, pág. 14.

expresso por uma fórmula e reduzido a números. (3)

O historiador português, A. F. de Vasconcelos, oferece-nos, em poucas linhas, alto elogio da Matemática:

“A certeza que caracteriza a Matemática e a eleva acima de todos os conhecimentos humanos, provém da simplicidade de seus objetos e, principalmente, da marcha sem dúvida mais conveniente seguida pelos que a empregam na investigação da verdade.” (4)

O ELOGIO DA MATEMÁTICA

Filósofos, poetas e cientistas de renome, em todos os tempos, exaltaram o relevante papel que a Matemática desempenha no conjunto das ciências.

(3) “Sem o cálculo, as conquistas da Ciência, seriam muito pouco satisfatórias. Por isso acham muitos que cabe ao cálculo a denominação de “gramática da ciência”. Orris Soares — “Dicionário Filosófico”, Rio, 1952, página 182.

(4) A. F. Vasconcelos — “História das Matemáticas na Antiguidade”, Livrarias Aillaud e Bertrand, Paris, Lisboa, 1919, pág. 16. Platão, filósofo grego (discípulo de Sócrates e mestre de Aristóteles) (429-347 antes de Cristo) excluía de suas lições aquêles que ignoravam a Geometria e quando o interrogavam sobre a origem e importância dessa Ciência, respondia: “Deus é o grande geômetra; Deus geometrizava sem cessar” — exprimindo, desse modo, que Deus governa o Universo por meio de leis geométricas.

Eis como Leibniz, filósofo alemão, considera a ciência das proporções abstratas:

“A Matemática é a honra do espírito humano.” (5)

Cumpre-nos destacar, igualmente, famoso pensamento, averbado na obra de Santo Agostinho:

“Sem a Matemática não nos seria possível compreender muitas passagens da Santa Escritura.” (6)

(5) Leibniz (Godofredo Guilherme) — Famoso filósofo e matemático alemão (1646-1716). Como criador de um sistema filosófico e como um dos inventores do Cálculo Infinitesimal, é Leibniz colocado na gloriosa falange dos fundadores da cultura moderna. Com o maior relevo aparece o seu nome na História da Matemática. É também atribuído a Leibniz o seguinte pensamento: “Sem a Matemática não seria possível atingir o fundo da Filosofia; sem a Filosofia não seria possível atingir o fundo da Matemática. E sem a Matemática e a Filosofia, não será possível atingir o fundo de coisa alguma”. (Cfr. F. L. e E. L. Etchegoyen — “El pensamiento matemático”, Buenos Aires, 1950, pág. 60. Esses autores limitaram-se a transcrever: C. A. Laisant (“La Mathématique — Philosophie — Enseignement”, Paris, 1907, pág. 33). No Dicionário Filosófico, de Orris Soares, Rio, 1952, pág. 234, podemos ler: “K. G. Jacobi, a quem Fourier censurava por mergulhar em indagações muito abstratas, respondeu: O fim da ciência é apenas a honra do espírito humano”. (Meyerson. C. P., vol. I, página 5).

(6) Santo Agostinho — O mais prestigioso vulto da Igreja Latina (354-430). A obra prima de Santo Agostinho é a “Cidade de Deus”. O pensamento agostiniano, que transcrevemos, encontra-se no livro de Cecil Thiré-Mello e Souza — “Matemática — 1.º ano”, Livraria Alves, Rio, 1930, 1.ª edição, página 110.

São Jerônimo, outro vulto eminente do Catolicismo, traçou este elogio ostentoso:

“Possui a Matemática uma fôrça maravilhosa, capaz de nos fazer compreender muitos mistérios de nossa Fé.” (7)

Ouçamos, também, a opinião de Michelet, um dos mais pujantes historiadores do Século XIX:

“Duas coisas, apenas, são suficientes para atender aos anseios de meu espírito: o Evangelho e a Matemática.” (8)

De fundo acentuadamente político é a sentença que vários autores atribuem a Napoleão:

“A prosperidade de uma nação está intimamente ligada com o progresso e o desenvolvimento dos estudos matemáticos.” (9)

(7) São Jerônimo — Um dos doutores da Igreja (331-420). Contemporâneo de Santo Agostinho. Deixou inúmeras obras entre as quais poderíamos citar a tradução da Bíblia, denominada *Vulgata*, considerada perfeita e autêntica pelo Concílio de Trento. Cfr. Cecil Thiré e Mello e Souza, ob. cit. pág. 110. Chamamos a atenção dos estudiosos para o artigo intitulado “A Matemática do Apocalipse” no livro “Meu Anel de Sete Pedras”.

(8) Michelet (Julio) — Historiador e sociólogo francês de alto renome (1798-1847). Sua obra oferece, em relação aos assuntos, variedade surpreendente. Linguagem sóbria, viva e colorida; seu estilo é brilhante e bastante original. (Cfr. A. Rebière — “Mathématiques et Mathématiciens”, Paris, 1926, pág. 296. Informa Rebière: “Michelet, em seu *Journal*, fêz essa declaração incompatível com a sua formação espiritual”.

(9) Cfr. Laisant, ob. cit. página 33.

Vejamos como, sobre esse assunto, se pronunciou o fecundo geômetra Miguel Chasles, cujos escritos são polvilhados de cintilações literárias:

“Mostra-nos a História que os imperadores que encorajaram a cultura da Matemática — fonte comum de tôdas as ciências exatas — são, também, aquêles cujos reinados foram os mais brilhantes e cuja glória foi a mais duradoura.” ⁽¹⁰⁾

Não é possível, realmente, governar um país sem os maravilhosos recursos da Estatística e tôda Estatística tem por base exclusiva a Matemática.

A MATEMÁTICA E OS CONHECIMENTOS EXATOS

Roberto Grosseteste (1175-1253), cancelário da Universidade de Oxford e bispo de Lincoln, escrevia no seu ótimo tratado sobre a luz:

“A utilidade do estudo das linhas, dos ângulos, das figuras é máxima. Sem este conhecimento não é possível estudar Filosofia Natural. O seu valor é absoluto e diflui por todo o Universo e a cada uma

⁽¹⁰⁾ Chasles (Miguel) — Famoso matemático francês (1793-1880). Deixou o seu nome ligado a uma relação famosa: “Relação de Chasles”. A frase citada encontra-se num artigo de J. Sebastião e Silva, publicado na “Gazeta de Matemática”, n.º 13, Janeiro de 1943, pág. 9, em nota.

de suas partes... Os fenômenos naturais devem explicar-se por meio de linhas, ângulos e figuras.”

Não é possível sublinhar mais vincadamente a necessidade e importância da aplicação da Matemática às ciências da natureza.

Não menos explícito é o franciscano inglês Roberto Bacon (1210-1294), discípulo de Roberto Grosseteste, a quem melhor que seu homônimo, o chanceler Francisco Bacon, caberia o título de pioneiro da ciência experimental. A Matemática, acentua Bacon, é indispensável para o estudo de qualquer ciência: “Omnis scientia requirit mathematicam”. E acrescenta: “Pela certeza indubitável de suas conclusões constitui a Matemática o ideal da Ciência.” ⁽¹¹⁾

A Matemática — reconhecia Berthelot — é o instrumento indispensável para qualquer investigação física. ⁽¹²⁾

E o ilustre Professor Monteiro Camargo, da Escola Politécnica de São Paulo, proclama com o peso de sua incontestável autoridade:

⁽¹¹⁾ Leonel Franca, S. J. — “Os precursores de Descartes”, no livro “Matemática, 1.º ano”, de Cecil Thiré e Mello e Souza. O artigo do saudoso Padre Franca, encontra-se na página 370 dessa obra.

⁽¹²⁾ Berthelot (Marcelino Pedro Eugênio) — Célebre químico e político francês (1827-1907). Cfr. A. Rebière, ob. cit. pág. 241.

“Hoje, mais do que ontem, a Matemática é o veículo poderoso que conduz o progresso da Física. Ciência de fato tem sido esta e terá o seu destino intimamente dependente da ciência exata que é aquela.”

O que se passa com a Física, quase que se repete com todo o campo do saber: — pode-se mesmo medir o progresso, ou melhor, o grau de desenvolvimento de uma ciência, pelo seu maior ou menor grau de matematização.” (13)

“Vejo-me — escreveu Stephen Smith — muitas vezes, forçado a concluir, com absoluta convicção, que o aumento do conhecimento da Matemática é uma condição necessária para o progresso da ciência, que, portanto, é uma condição não menos necessária para o aperfeiçoamento da espécie humana. Reputo precária a situação intelectual de qualquer nação cuja educação não tenha sido baseada num sólido alicerce matemático e cuja concepção científica e os conceitos da vida corrente não estejam articulados com uma forte estrutura do raciocínio matemático.”

(13) “É largamente debatido o problema do valor da Matemática”. Cfr. Jean-Louis Pelletier — “L'âge des Mathématiques”, Colman-Levy, éditeurs, Paris, 1949, página 339. A citação do Prof. Monteiro Camargo figura no livro “Matemática Divertida e Fabulosa”, Rio, 1942 página 82.

“Por isso, da Ciência dos Números se requer que seja cultivada “não com o fim de compra e venda, como comerciantes e revendedores”, mas para educar a inteligência, porque com ela, já ensinava Platão, exalta a alma, obrigando-a a raciocinar em tôrno dos números considerados em si, não se preocupando com o que ocorre aos números associados aos corpos visíveis ou tangíveis.” (14)

Em interessante conferência realizada pelo Professor Tavares, da Escola Politécnica da Bahia, encontramos esta observação:

“Longe está a Matemática de ser exclusivamente o instrumento destinado à investigação dos fenômenos naturais, do estudo da Natureza, isto é, das leis naturais. Não. Ela possui também um valor filosófico, do qual, aliás, ninguém duvida; um valor artístico, ou melhor estético, capaz de lhe conferir o direito de ser cultivada por si mesma, tais as numerosas satisfações e intensos júbilos que essa ciência nos proporciona. Já os gregos possuíam, num grau

(14) F. Enriques e G. Santilhana — “Pequena História do Pensamento Científico”, trad. de Elias Davidovich, Ed. Vecchi Ltda. Rio, 1940, pág. 138. Mais do que qualquer outra ciência, a Matemática proporciona ao homem conhecimentos exatos, precisos e racionais. E está sobejamente provado que tais conhecimentos são indispensáveis nos embates constantes da vida.

elevado, o sentimento da harmonia dos números e da beleza das formas geométricas.” (15)

A MATEMÁTICA E O PLANO DO UNIVERSO

Escreveu o nobre e erudito Fourier, personalíssimo filósofo e matemático francês: (16)

“A Matemática desenvolve-se passo a passo, mas o seu progresso é firme e seguro no meio das contínuas flutuações e erros humanos. Esclarece seus atributos, combina os fatos desconexos e revela o laço secreto que os une. Quando os corpos são removidos de perto de nós para a imensidade do espaço, quando o homem deseja observar o drama que se desenrola nos céus através dos séculos, quando pretende investigar os efeitos da gravidade e calor nas profundidades impenetráveis da Terra, então apela para o auxílio e colaboração da Análise Matemática. A coisa mais intangível, a Matemática tor-

(15) Cfr. Mello e Souza — *Matemática Divertida e Pitoresca* — Rio 1941, pág. 93. Aos estudiosos aconselhamos: James R. Newman — *The World of Mathematics* — New York, 1956 I Vol., pág. 4. o estudo de Philip. E. B., Jourdain — “*The Nature of Mathematics*”.

(16) Fourier (João Batista José, barão de) — Geômetra francês (1768-1830). Pertenceu à Academia Francesa e deixou grande número de obras. O estudo das *Séries de Fourier* é um dos capítulos mais interessantes e mais fecundos da Análise Matemática.

na palpável; prevê o mais obscuro fenômeno, traz para junto de nós, os corpos que erram pelos abismos do céu; e abre, para a imaginação humana, o interior da Terra. Surge como extraordinária força do pensamento humano, força que nos foi confiada com o único propósito de nos compensar pela imperfeição de nossos sentidos e pelo breve fugir de nossas vidas. E, o que se nos afigura ainda mais maravilhoso no estudo dos diversos fenômenos é que a Matemática aplica sempre o mesmo método, explica tudo na mesma linguagem como se quisesse, desse modo, testemunhar e reafirmar a unidade e a simplicidade do plano do Universo.”

O saudoso Prof. Fernando Gabaglia, em discurso proferido no Colégio Pedro II assim se manifestou:

“Tenhamos sempre presentes, no pensamento, aquelas palavras de Lord Balfour, o ensaísta incomparável: “O êxito futuro da indústria depende das pesquisas abstratas ou científicas do presente e será aos homens de ciência, que trabalham para fins puramente científicos, sem nenhum intuito de aplicação de suas doutrinas, que a humanidade ficará devedora nos tempos futuros”. Já Condorcet observava: “O marinheiro, que a exata determinação da loa-

gitude preserva do naufrágio, deve a vida a uma teoria concebida vinte séculos mais cedo por homens de gênio que tinham em vista meras especulações geométricas. ⁽¹⁷⁾

O IDEALISMO DO MATEMÁTICO

E ouçamos agora Emilio Borel:

“Privilégio grande do matemático é esta ligação íntima e misteriosa entre o seu sonho, que, fora dele mesmo quase não interessa a ninguém, e as aplicações práticas da ciência que apaixonam a multidão e as quais êle fica aparentemente alheio. Que êsse acôrdo entre as especulações matemáticas e a vida prática se explique por meio de argumentos metafísicos ou de teorias biológicas, não importa; é fato provado por uma experiência de mais de vinte séculos.”

“Essa certeza da profunda utilidade de sua obra permite aos matemáticos entregarem-se, sem reser-

(17) Fernando Raja Gabaglia — Trecho de um discurso proferido no Colégio Pedro II e publicado no *Anuário* dêsse prestigioso educandário. É de estranhar que o Prof. Gabaglia, sendo católico, exaltasse Lord Balfour (1848-1930) como um “ensaista incomparável”. Lord Balfour figurou entre os agnósticos mais intransigentes e mostrou-se irreconciliável com os tomistas. “A certeza — dizia — é filha do costume e não da razão”. O irreverente Lord Balfour veio, assim, sem querer, amerissar nos domínios da Matemática.

va e sem remorso, aos prazeres da imaginação criadora, não tendo em vista mais do que o seu próprio ideal de beleza e de verdade. Êle se associa ao tributo da admiração e de glória com que a humanidade homenageia os sábios cujas descobertas lhes são mais acessíveis e lhe vêm trazer imediato alívio aos sofrimentos; mas sabe que a obra de um Louis Pasteur, de um Pierre Curie, pressupõe os trabalhos dos matemáticos de séculos passados, e tem a esperança de que um Poincaré suscite no Século XXI novos Pasteurs e novos Curies.” ⁽¹⁸⁾

E na sua brilhante exposição, salienta Borel:

“Quando os geômetras da Antiguidade estudavam as seções cônicas, ter-se-ia podido prever que essas curvas desempenhariam, dois mil anos depois, papel fundamental na Astronomia? E quando Pascal e Fermat lançavam os primeiros fundamentos do Cálculo das Probabilidades, quem teria podido supor que um dia os teóricos iriam considerar as leis da Física como sendo de maior probabilidade, tirando assim à lei natural a rigidez que nos é familiar?”

É digna de especial destaque esta observação do

(18) Emilio Borel — “Sôbre Henrique Poincaré” — *Revista Brasileira de Matemática* — Agosto de 1930, número 11-12, página 142.

ilustre cientista brasileiro Prof. João Cristovam Cardoso:

“Sem a Geometria de Riemann, publicada em 1854, ou sem a teoria da invariância, desenvolvida pelos matemáticos Cayley (1821-1895) e Sylvester (1814-1897), o físico Einstein, em 1916, não disporia de meios para apontar a sua famosa teoria da Relatividade.

“Foi a teoria dos valores limites, em parte edificada pelo trabalho de Sturm e Liouville, que permitiu o aparecimento da Mecânica Ondulatória.”⁽¹⁹⁾

Ouçamos, dentro da mesma ordem de pensamentos, um geômetra de alto prestígio, incapaz de balbudiar no campo da Ciência. Eis as observações do Prof. Cristovam Colombo dos Santos, da Faculdade de Filosofia de Belo Horizonte:

“As ondas hertezianas, da T. S. F., foram descobertas em 1873, por Maxwell (1831-1879), com auxílio do Cálculo.

“A revolução da Física Moderna, iniciada em 1926 com os trabalhos de W. Heisenberg e D. A. M. Dirac jamais teriam surgido sem a teoria pura-

⁽¹⁹⁾ Indicações colhidas em notas de aulas na Faculdade Nacional de Química. O Prof. João Cristovam Cardoso é cientista brasileiro de fama mundial. Atual presidente do Instituto Nacional de Pesquisas.

mente matemática das matrizes, encontrada em 1858 por Cayley e elaborada por uma plêiade de teóricos famosos.”⁽²⁰⁾

Em torno desse mesmo tema Matila C. Ghyka, em com seu estilo acentuadamente anagógico, traça interessantes considerações:⁽²¹⁾

“Coisa curiosa de ver-se é que esta correspondência das especulações matemáticas, (como ponto de partida, as mais paradoxais; como regras, as mais arbitrarias) como um setor conhecido ou inexplorado do nosso universo experimental se produziu sempre, acompanhada, a miúdo, de grandíssima utilidade prática. O exemplo mais divulgado, pelo menos entre engenheiros, é o cálculo dos imaginários. De há muito considerado como elocubração patológica, acabou por ser o único ramo de Análise que pode representar rigorosamente os fenômenos elétricos re-

⁽²⁰⁾ Essas citações foram feitas, em Belo Horizonte, durante uma conferência, pelo eminente matemático Professor Cristovam Colombo dos Santos. Recordou ainda, o Prof. C. C. dos Santos, a grave sentença de Platão: “Não é digno de pertencer à espécie humana quem ignora que a diagonal do quadrado é incomensurável com o lado”. Era assim que Platão procurava evidenciar o desprezo com que encarava a ignorância, em Geometria, dos seus compatriotas.

⁽²¹⁾ Para um estudo, mais completo, indicamos: Eric Temple Bell “*La Mathématique, reine et servante des sciences*”, Trad. de Saint-Seine, Paris, 1953, página 21.

lativos às correntes alternativas, e isto como teoria tanto como como aplicação técnica.” (22)

São verdadeiramente impressionantes os conceitos de James Jeans, o famoso desbravador do Universo:

“Podem os físicos trabalhar em diferentes campos adotando métodos bem diversos: uns cavam; outros semeiam; muitos ceifam. Mas a colheita final será, sempre, um feixe de fórmulas matemáticas.” (23)

UM EPISÓDIO FAMOSO

Para que possamos pôr em destaque o papel da Matemática, recordamos um episódio famoso na História das Ciências.

(22) Matila C. Ghyka — “Esthetique des proportions dans la nature et dans les arts” — Paris, 1927, pág. 432. Acrescenta Ghyka um informe bastante curioso: “Emílio Borel aplicou, na resolução de certos problemas da Física, espantosa Geometria integrada num espaço de vinte e cinco dimensões!” Ob. Cit., pág. 433. Parece-nos oportuno citar aqui o filósofo alemão Jorge Guilherme Frederico Hegel (1770-1831): “O fim do conhecimneto é tirar do mundo objetivo o seu caráter estranho, e fazer com que aí estejamos mais à vontade”. Cfr. Hegel. *Lógica, Fil. da Natureza e Fil. do Espírito* — 1817, pág. 194.

(23) James Hopwood Jeans — Físico, astrônomo e matemático inglês (1877-1946). Célebre pela originalidade de suas teorias cosmogônicas. Cfr. James Jeans — “Física e Filosofia”, trad. de Alberto Cadeias, Lisboa, 1944, página 27.

Em meados do Século XIX haviam os astrônomos observado que o planêta Urano (descoberto em 1781, por Herschell) apresentava certas perturbações ou irregularidades em sua órbita.

Qual seria a causa dessas perturbações?

O matemático e astrônomo francês Urbano João José Le Verrier, seguindo os conselhos de Arago, resolveu abordar a solução dêsse famoso enigma do céu. Le Verrier, o sábio francês, ainda muito moço — tinha apenas 35 anos de idade — soube, desde logo, dar feliz orientação às suas pesquisas. E, para abordar a questão, resolveu atribuir as perturbações de Urano a um astro cuja posição na abóbada celeste era preciso determinar. E Le Verrier, ainda na incerteza dos resultados, escreveu:

“Poder-se-á fixar o ponto do céu onde os astrônomos observadores deverão reconhecer o corpo estranho, fonte de tantas dificuldades?”

Alguns meses depois a solução era encontrada pelo cálculo, e unicamente pelo cálculo. No dia 1.º de junho de 1846, apresentava Le Verrier à Academia Francesa as coordenadas celestes do planêta perturbador de Urano. Existiria, realmente, aquêle astro que Le Verrier calculara mas que até então ninguém tinha visto?

A Academia recebeu com certa desconfiança a asserção do jovem matemático.

Galle, astrônomo do Observatório de Berlim, menos por convicção do que para atender ao pedido de Le Verrier, procurou observar o trecho da abóbada celeste onde deveria achar-se o “Planêta Desconhecido”, e verificou assombrado que ali existia um astro que correspondia exatamente à estimativa do sábio francês, como se fôra feito *sob medida*. Esse astro recebeu o nome de Netuno. ⁽²⁴⁾

Tal resultado além de representar um incomparável triunfo para a Mecânica Celeste, veio demonstrar a fecundidade assombrosa das leis físicas e das teorias matemáticas quando empregadas judiciosamente.

Medita-se, agora, no que significa o fato de um minúsculo cérebro humano, colocado no igualmente diminuto grão de ervilha que habitamos e a que chamamos Terra, ter descoberto que a uma distância de muitos milhões e milhões de quilômetros se move, em redor do Sol, um corpo celeste ainda desconhecido, que, com a sua força de atração, exerce influên-

(24) Netuno tem 54.800 km de diâmetro e move-se a uma distância de 4.500 milhões de quilômetros do Sol. O ano netuniano é equivalente a 164 anos e 280 dias terrestres. Netuno é acompanhado de um satélite único — chamado *Tritão* — que é bem maior do que a Lua.

cia no movimento dos outros planêtas. Isto constitui, sem dúvida, razão para que sintamos profundo respeito pela Matemática. ⁽²⁵⁾

A MATEMÁTICA E A TÉCNICA

A reação da Matemática sobre a Técnica pode ser posta em relêvo graças a um exemplo bem simples.

Foi a caracterização matemática da função de magnetização e de histérese e, mais ainda, a análise geométrica das figuras que respectivamente as representam, isto é, a curva de magnetização e a curva de histérese, o fator que permitiu as gigantescas realizações da moderna Eletrotécnica. A partir de então, a ciência faz cada vez maior uso de fórmulas e teorias matemáticas, já utilizando a Análise Elementar e Infinitesimal, já a Geometria Analítica e o Cálculo Vectorial.

“Não nos esqueçamos (sublinhou Pierre De-veaux) de que a bagagem matemática da nossa época não tem deixado de aumentar de dia para dia.

(25) As irregularidades observadas na órbita de Netuno levaram os astrônomos a descobrirem *Plutão*, no dia 21 de Janeiro de 1930. Encontra-se Plutão a 7.000 milhões de quilômetros do Sol e gasta cerca de 250 anos para percorrer sua órbita.

Equações de derivadas parciais, desenvolvimento em série, a série de Fourier e as escalas logarítmicas são outros tantos recursos familiares a todos. Os espantosos números “imaginários” — essa concepção do espírito contraria ao próprio espírito — são utilizados no setor prático mais banal, para o cálculo de circuitos de correntes alternativas. Pode-se dizer que, neste domínio, há superabundância; “máquinas de equações” como as de Tôrres, integradores ainda sem emprêgo criados por êsse eminente “autonatista”, esperam, no arsenal intelectual do nosso tempo, que chegue a vez da sua utilização para futuras invenções. Hoje a Matemática comanda e sua poderosa síntese simplifica imediatamente tôdas as descobertas.” (26)

A MATEMÁTICA E A CRISTALOGRAFIA

A Cristalografia, que é com razão considerada como um capítulo, e digamos mesmo, o capítulo principal da Mineralogia, foi no decurso dos últimos cinquenta anos elevada por duas vêzes a um nível decididamente superior àquele em que até então se en-

(26) Pierre Deveaux — “Profetas e Inventores” — do livro “Para além da ciência”, trad. do Prof. Eduardo Pinheiro.

contrava: primeiro, devido à formação matemática da teoria das variedades de simetria; e, depois, graças ao conhecimento do grande e maravilhoso domínio das estruturas microcristalinas, que resultou da célebre descoberta de Laue. Ora, isto constitui razão suficiente, quando muitas outras não houvesse, para que o mineralogista principiante se prepare matematicamente o melhor possível, se não quiser ver-se, a cada momento, em sérios embaraços. Não queremos, com isto, diminuir, de forma alguma, o trabalho dos mineralogistas, mas não podemos deixar de dizer que êles se perdiam, havia bastante tempo, numa investigação mais pròpriamente de minúcia do que valia. Com efeito, não há ainda muitos anos, dizia-me um famoso especialista do assunto que no seu ramo era quase impossível descobrir-se qualquer coisa nova que causasse sensação. Ora, decorridos apenas três anos, fazia o fisico von Laue a sua descoberta. E, então, como era natural, logo numerosos cristalógrafos se lançaram com entusiasmo no novo e, por assim dizer, imenso setor da ciência. (27)

(27) Felix Auerbach — “O mêdo da Matemática”, trad. de Mário de Caires, Editora Argo, Lisboa, 1942, página 74. Refere-se Auerbach (no trecho citado) ao fisico alemão Max von Laue, distinguido pelo Prêmio Nôbel de

A MATEMÁTICA E A QUÍMICA

“Pelo que concerne à química, o papel que nela desempenha a Matemática é de ano para ano cada vez mais importante. Com efeito, não encontramos apenas numerosos livros sobre a Química Física; há já também alguns sobre Química Matemática. Mas basta para aqui um exemplo. Escolhemos a lei da ação das massas de Guldberg e Waage, por nos parecer estar indicada por duas razões: Em primeiro lugar, porque não é possível formulá-la com exatidão, nem aplicá-la em determinados casos, a não ser dando-lhes um “tratamento matemático; em segundo lugar, porque este “tratamento” matemático, ainda que pertença ao Cálculo Infinitesimal, é no fundo, tão simples, que não é proeza nenhuma familiarizarmo-nos com êle e depois utilizá-lo.” (28)

Física em 1949. Descobriu von Laue a difração e a interferência dos raios Roentgen pelos retículos atômicos (ou rédes cristalinas) ao atravessar um cristal. Obteve, desse modo, certas imagens denominadas “diagramas de Laue” ou “lauediagramas” que permitiram medir o comprimento de onda dos raios X e estudar a estrutura reticular dos cristais. Von Laue nasceu em 1879. O descobridor dos raios X chamava-se Guilherme Conrado Roentgen (1845-1923).

(28) Felix Auerbach, ob. cit. pág. 75. Surge no trecho citado o nome de Cato Maximilian Guldberg (1836-1902), químico norueguês que em colaboração com seu cunhado, o médico e pesquisador, Pedro Waage (1833-1900), descobriu a chamada “lei da ação das massas”.

“Não se pode negar — opina o Prof. Miguel Ramalho Novo — que o estudo da Matemática é indispensável para todo aquêle que se propõe a penetrar no segredos da Física, da Química e da Físico-Química. Sem um conhecimento razoável da Mecânica Racional será impossível adquirir tôdas as noções de Física; e o estudo da Mecânica Racional exige, entre outros, o conhecimento do Cálculo das Derivadas.

“As ciências naturais, estudando os fenômenos que a natureza lhes oferece, procuram estabelecer as leis que regem êsses fenômenos; elas tratam, assim, de grandezas que se compõem por produto ou por quociente, e as grandezas formadas por quociente, constituem o objeto do Cálculo Diferencial, na frase feliz de Rey Pastor.” (29)

A MATEMÁTICA NA VIDA

“Tôda a nossa vida moderna — assegura Paul Montel — está como que impregnada de Matemática. Interfere nos atos cotidianos e nas construções do

(29) Miguel Ramalho Novo — “Sobre as derivadas das funções de uma variável real e suas aplicações”. Tese de Concurso — Rio, 1946, pág. 85. E nesse sentido pondera o matemático português Bento Jesus Caraca: “O objetivo final da Ciência é a formação de um quadro ordenado e

homem e não só as nossas atividades artísticas como também a nossa vida moral sofrem a benéfica influência da Ciência dos Números. Os próprios animais se submetem, e o seu instinto, desenvolvido pelo lento trabalho da hereditariedade, leva-os à descoberta de leis matemáticas que só ao homem foi dado formular e que parecem existir nos irracionais como que ligados obscuramente à forma de sua consciência.

“A Matemática aparece a cada instante na vida corrente para as necessidades comuns à quase totalidade dos homens, mas, muitas vezes, cada um deles tem, além disso uma ferramenta a empregar, uma máquina a utilizar, um aparelho a pôr em marcha, sem falar dos especialistas, construtores, arquitetos, engenheiros, marinheiros, etc., para os quais o uso profissional da Matemática tem um caráter permanente; aqui é uma direção a definir, logo depois um diâmetro a medir, ou uma velocidade a avaliar, ou uma casa a construir — obra que exige um projeto, um corte, um levantamento. A Matemática intervém

explicativo dos fenômenos gerais — fenômenos do mundo físico e do mundo social”. Cfr. Bento Jesus Caraça — *Conceitos fundamentais da Matemática*, Lisboa, 1942, Volume II, página 5.

mesmo para apaziguar a dor humana; o médico emprega-a no cálculo das dosagens, o bacteriologista na contagem dos micróbios e o cirurgião na forma das suas intervenções e na disposição dos pensos.”

“Tôdas essas operações aritméticas ou geométricas que o homem efetua como que jogueteando, necessitaram séculos para que a humanidade conseguisse precisá-las, isolá-las, estabelecer as suas técnicas. Pode-se medir o caminho percorrido, observando a maneira de contar dos povos chamados primitivos; êles recorrem a uma mímica que utiliza os dedos das mãos e dos pés ou, então, aplicam sucessivamente os objetos a contar sôbre as diferentes partes do corpo; reconhece-se neste último processo o esboço da noção de correspondência tão fértil na Matemática moderna.”

“Os primitivos não vão muito longe na sua maneira de contar; de resto, os grandes números só aparecem lentamente; a palavra milhão é do século XV; bilião, do século XVI, e isto numa Europa Ocidental, já avançada.” (30)

(30) Paul Montel — “La Mathématique — Avant-propos (da Encyclopedie Francaise — L’outillage mental). Trad. do Prof. J. da Silva Paulo. Cfr. *Gazeta de Matemática*, Janeiro, 1943, n.º 13, pág. 19.

A MATEMÁTICA E O PENSAMENTO PURO

Parecem oportunas as considerações do matemático e historiador Francisco Vera:

“A Matemática, à semelhança do que ocorre com tôdas as ciências, nasceu para satisfazer as necessidades elementares da vida, e logo, mediante sucessivas abstrações, desprende-se de suas raízes terrestres até elevar-se às regiões do pensamento puro. ⁽³¹⁾

É sempre confortador, para o homem de ciência, reler êste pensamento de Edgard Quinet:

“Sinto-me profundamente surpreendido ao observar a arte com que os matemáticos afastam, rejeitam e eliminam, pouco a pouco, tudo o que é inútil para chegar a exprimir o absoluto com o menor número possível de termos, assegurando no arranjo dêsses termos uma perfeita seleção, um paralelismo,

(31) Francisco Vera — “La Logica de la Matemática”, Madrid, 929, página 9. É curiosa a observação de A. N. Whitehead — “Introduction to Mathematics” (pág. 15): “A Matemática, como ciência, nasceu quando alguém, provavelmente um grego, começou a demonstrar proposições a respeito de qualquer coisa ou de algumas coisas, sem especificação de casos particulares definidos”. O alemão H. Hankel (1839-1873) é explícito: “A Matemática, considerada como ciência, deve sua origem às necessidades ideais dos filósofos gregos e não às exigências práticas da economia egípcia...”. Apud W. Sedgwick e H. W. Tyler — “História da Ciência”, trad. de Leonel Vallandro, Ed. Globo, 1950, página 32.

uma simetria, que exprimem a elegância e a beleza visível de uma idéia eterna.” ⁽³²⁾

A MATEMÁTICA E A VIDA SOCIAL

Para mostrar a importância do Cálculo das Probabilidades escreveu Paulo Montel:

“Outro caminho pelo qual a Matemática se introduz na vida dos indivíduos e dos povos é o do Cálculo das Probabilidades. Um grande número das nossas decisões dizem respeito a acontecimentos dos quais, a nossos olhos, certos elementos de incerteza estão submetidos às leis do acaso. Estas decisões são guiadas, e por vêzes determinadas, pela noção de probabilidade; outras vêzes sob uma forma imprecisa ou apenas consciente.

É também o Cálculo das Probabilidades que regula diversas medidas de ordem coletiva em relação à vida econômica e social; à vida de instituições como bancos ou companhias de seguros de vida, seguro contra invalidez, contra incêndio, contra sa-raiva ou contra roubo; intervêm nos dispositivos de certos aparelhos como o telefone, os rádios, etc.

(32) Edgard Quinet, filósofo, poeta e historiador francês (1803-1875). Cfr. F. Le Lionnais — “Les grands courants de la pensée mathématique”. Paris, 1948, pág. 438.

Pela Estatística, elucidam os matemáticos outras questões de ordem financeira, econômica ou social. A Matemática aplica-se, também, à Higiene Social, à educação das crianças, à Psicologia, etc. ⁽³³⁾

A MATEMÁTICA E A VIDA CORRENTE

O naturalista Darwin — numa idade em que a experiência da vida pode consolidar os ensinamentos dos livros — não ocultava o grande desgosto de não ter se aprofundado nos estudos da Matemática — “Porque, dizia, os homens que conhecem o cálculo parecem possuir um sentido complementar”. ⁽³⁴⁾

⁽³³⁾ Paulo Montel — Ob. cit. Em lamentável equívoco incidiu o famoso Sérgio Voronoff ao afirmar que os matemáticos (que êle, talvez por ironia, considera os homens mais felizes do mundo) só se preocupam com os números abstratos no mundo de imaginação em que vivem. O biólogo russo, numa exibição ridícula de sentimentos pessoais, demonstrou que desconhece a Matemática e que ignora, por completo, a obra hiper-grandiosa que os matemáticos realizam continuamente em todos os setores da vida. (Cfr. Sérgio Voronoff — “Do cretino ao gênio”, trad. de Eduardo de Lima Castro). Nesse livro destaca-se o capítulo “O problema criador dos matemáticos”, no qual repontam vários erros e disparates.

⁽³⁴⁾ Darwin (Carlos Roberto) — Naturalista inglês de renome mundial (1809-1882). Durante muitos anos foi Darwin discutido e mal interpretado, porém a sua honestidade, como homem público e como cientista, colocamos entre os vultos exemplares. O pensamento citado encontra-se em C. A. Laisant — “La Mathématique — Philosophie. Enseignement”, Paris, 1907, pág. 23.

Exaltando o valor da Matemática, observou o ilustre Prof. Leopoldo do Amaral, autor de vários trabalhos de longo fôlego:

“Um homem só merece o título de cientista quando procura descobrir a verdade através de uma experiência ou com auxílio de uma fórmula matemática!” ⁽³⁵⁾

Descartes, filósofo francês, ainda é mais concludente no seu elogio à Ciência dos Números.

“A Matemática tem invenções muito sutis e que podem servir grandemente, tanto para contentar os curiosos, como para facilitar tôdas as artes e diminuir o trabalho dos homens.” ⁽³⁶⁾

⁽³⁵⁾ Leopoldo Afrânio Bastos do Amaral — Matemático brasileiro, catedrático da Escola Politécnica da Bahia. Escreveu: “Contribuição ao estudo dos pontos singulares das curvas planas”; “Geração e classificação das superfícies”; “Pressão hidrostática dos líquidos sobre superfícies planas”; “Em torno da quadratura do círculo”, etc.

⁽³⁶⁾ Descartes (René) — Filósofo, físico e matemático francês (1596-1650). Tornou-se famosa a sua obra “Discurso sobre o método”. A frase citada figura no livro de A. Rabière (Ob. cit. pág. 12). Eis como se exprimiu Bergson, filósofo francês (1859-1941), em relação a Descartes: “Descartes foi o gênio da especulação. Coube-lhe a tarefa de renovar o pensamento humano. Acima de tudo criou uma atitude de espírito que se devia impor, tanto à Filosofia, como à Ciência: uma reabilitação ativa, quase orgulhosa, do pensamento em face da tradição, uma inflexível vontade de independência e confiança limitada no poder da inteligência”.

— Uma vez que podemos medir, e exprimir numericamente, determinado objeto — assegurava o sábio e judicioso Lord Kelvin — alguma coisa conhecemos em relação êle. Mas se não nos é possível medi-lo, ressalta que os nossos conhecimentos sôbre o referido objeto são precários e pouco satisfatórios.” (37)

Leon Brunschvicg, meticuloso filósofo e historiador francês, formulou esta afirmação categórica:

“Está averiguado que conhecer é medir.” (38)

De extremo laconismo, porém muito expressiva é a sentença de Kepler:

— Medir é saber! (39)

(37) Lord Kelvin — Físico inglês (1824-1907). Apon-tado como o maior escocês, depois de Carlyle. A frase citada, o leitor encontrará, em destaque, no livro de Lee Emerson Boyer — “Mathematics — A historical develop-ment”, New York, 1943, pág. 1.

(38) Leon Brunschvicg — Físico francês (1860-1934). Deixou uma obra notável e de alto interesse para os professores: “As etapas da Filosofia Matemática”. Para a frase citada cfr. Luiz de Broglie — “O futuro da Ciência”, trad. do Prof. Eduardo Pinheiro.

(39) Kepler (João) — Astrônomo alemão (1571-1630). Um dos fundadores da Astronomia Moderna. Para o afo-rismo citado cfr. A. Rebière, ob. cit. pág. 158. Observação curiosa de Ernesto Von Aster, filósofo alemão da atuali-dade: “O cálculo é ou deve ser o método científico sem frases”. Aster — “História da Filosofia”, 1934, pág. 161.

“Nenhuma investigação humana — concluiu o genial Leonardo Da Vinci — deve chamar-se verdadeiramente Ciência se não passar pelo cadinho das demonstrações matemáticas.” (40)

E, ao focalizar a importância Matemática, escreveu Lacroix:

“O gôsto pela exatidão, a impossibilidade de se contentar a si próprio com vagas noções ou de tomar por base meras hipóteses, a necessidade da percepção clara da ligação entre certas proposições e o objeto em vista — tais são a meu ver, os mais preciosos frutos do estudo da Matemática.” (41)

A VASTIDÃO DA MATEMÁTICA

“A Matemática — assevera Paulo Dirac — constitui o instrumento que convém, especialmente para tratar as noções abstratas de toda natureza e,

(40) Leonardo Da Vinci — Famosíssimo artista italia-no, da escola florentina (1452-1519). A frase de Da Vinci o leitor encontrará em Paul — Henri Michel — “De Py-thagore a Euclide”, Paris, 1950, pág. 45.

(41) Lacroix (Silvestre Francisco) — Geômetra fran-cês (1765-1843). Destacou-se, principalmente, pela precoci-dade que revelou para os estudos e pesquisas nos domínios da Matemática. Aos 17 anos já era professor cate-drático em Rochefort e aos 22 ocupava a cátedra na Es-cola Politécnica de Paris. Cfr. Rebière, ob cit. pág. 165.

neste domínio, o seu poder não tem limites. É, por isso, que um livro sobre Física Moderna, se não é puramente a descrição de trabalhos de experiência, deve ser essencialmente matemático.” (42)

Tenhamos sempre no espirito esta judiciosa observação de Emilio Borel:

“Tornou-se, na atualidade, de tal vastidão o campo da Matemática, que não poderá existir, talvez, um único homem que possa orgulhar-se de ter inteiramente explorado todos os domínios dessa Ciência. E, com mais forte razão, ninguém poderá ter a estulta pretensão de ensinar toda a Ciência Matemática.” (43)

E Paulo Montel, em artigo publicado na *Encyclopedie Française* é conclusivo e chega a afir-

(42) Cfr. *Gazeta de Matemática*, Janeiro, 1943, n.º 3, pág. 8.

(43) Cfr. *Emile Borel* — “Principes d’Algèbre et d’Analyse”, Paris, 1924, pág. VII. O trecho de Borel, na forma original, é o seguinte: “Le champs des Mathématiques est, d’autre part, devenu si vaste qu’il n’y a peut-être pas un seul homme qui puisse de flatter de l’avoir entièrement exploré; à plus forte raison, nul ne saurait avoir la prétention d’enseigner toute la science mathématique”. Henrique Poincaré (afirmava, em aula, o saudoso Professor Otacilio Novais) foi o último matemático que conseguiu dominar todos os ramos da Matemática. Sobre a personalidade de Poincaré convém ler: Louis de Broglie — “Savant et decouvertes”, Paris, 1951, pág. 45.

mar que até os irracionais conhecem leis matemáticas:

“Tôda a nossa vida moderna está como que impregnada de Matemática. Os atos cotidianos e as construções do homem trazem a sua marca e não só as nossas alegrias artisticas e a nossa vida moral lhe sofrem a influência. Os próprios animais se lhe submetem, e o seu instinto, desenvolvido pelo lento trabalho da hereditariedade, leva-os à descoberta de leis matemáticas a que só o homem soube formular e que parecem existir nêles como que ligados obscuramente à forma da sua consciência.”

O VALOR DA MATEMATICA

“— É incontestável o valor da Matemática — assevera o Prof. Manoel Jairo Bezerra.

E acrescenta:

“Quer a examinemos do ponto de vista filosófico ou científico, do ponto de vista estético ou religioso; quer a vejamos como ciência pura ou aplicada; quer a consideremos como sendo um valor para a disciplina mental, como um valor utilitário na vida prática, como uma fonte de verdades eternas, ou como dizia Byron, “o mágico do espirito” — the power of thought, the magic of the mind”.

Seu valor filosófico é inegável, pois desde os primórdios da civilização o pensamento matemático se vem desenvolvendo, contornando a evolução das civilizações, porém fiel à lei Comtista da “constância na verdade.”

Como ciência pura, é indiscutível o seu valor, pois constitui a matemática a base do progresso científico.

Para justificar o valor da matemática, como ciência aplicada, basta citar as palavras de Kant: “Uma ciência só é exata até ao ponto em que ela aplica a Matemática”.

Seu valor na vida prática ninguém poderá negar.

Em nossos dias, simples fórmulas algébricas são encontradas em livros de Mecânica Popular ou de Motores, nos artigos diários sobre rádio ou astronomia, nos manuais sobre planadores para adolescentes, ou em centenas de artigos das enciclopédias populares. Isto para não citar o emprêgo diário da Aritmética Elementar.

Como fontes de verdades eternas, ou de treino mental, ou ainda do ponto de vista estético e religioso, encontramos bem formuladas justificativas em um trabalho do professor David Eugene Smith, re-

gistrado nos livros do “National Council of Teachers of Mathematics”.

Todos êsses valores, porém, convergem para um mesmo ponto, todos êles visam à educação. Podemos, então, dizer que o “valor educativo da Matemática” é maravilhoso.

Cfr. Manoel Jairo Bezerra — “Didática Especial da Matemática”, Ministério da Educação e Cultura — C.A.D.E.S. — Rio, 1947, pág. 13.

Capítulo II

Origem do vocábulo «MATEMÁTICA»

ARISTÓTELES E OS MATEMATICOS

Segundo o erudito Padre Leonel França, S. J. ("História da Filosofia", pág. 35), Aristóteles dava aos filósofos pitagóricos e eleatas, a denominação de "matemáticos". Esses filósofos eram assim chamados porque, ao contrário dos jônios e dos atomistas, partiam de conhecimentos *a priori* e menosprezavam a experiência. Para o célebre Estagirita, os matemáticos eram, mais ou menos, idealistas. ⁽⁴⁴⁾

O vocábulo *Matemática*, que se originou do grego *mathematikè*, designava, na antiga Grécia, o

⁽⁴⁴⁾ Cfr. Antenor Nascentes — "Dicionário Etimológico", Rio, 1932, com prefácio de W. Meyer Lubke. Não desconheceu Aristóteles (384-321, a. C.) a importância do papel da Matemática: o que fez foi não praticar a Matemática como método do conhecimento especulativo, rejeitando sua intervenção nos problemas da Filosofia Primeira. Essa atitude tornou-o hostil aos atomistas e separou-o, em pontos fundamentais, do atomismo. Entretanto, muitos termos de sua Lógica pertencem ao vocabulário matemático, e, sua própria Lógica, segundo Tricot, *Traité*, 21, é uma propedêutica à teoria do *Silogismo*". Cfr. Orris Soares, *Ob. cit.* pág. 112.

conjunto de conhecimentos então coordenados, depois a Astrologia e, finalmente, a ciência dos números, das formas, das relações, das grandezas e dos movimentos.

O VOCABULO MATEMATICA

Será de interêsse para o leitor incluir, aqui, na íntegra, o verbete que se encontra no Larousse:

“Matemática — Do latim *mathematicus* que, por sua vez, originou-se do grego *mathematikos*; de *mathêma*, *mathesis*, instrução, ciência, isto é, a ciência por excelência; de *mathô*, *manthanô*, compreender, aprender. Curtius relaciona *mathô*, *manthanô*, com a raiz *man* do sânscrito — *man*, pensar, lembrar-se — com um *th* agregado, como ocorre em muitos outros exemplos. Pictet acredita que o grego *math*, de *mathô*, *manthanô*, filia-se exatamente à raiz sânscrita *math*, medir, e que, portanto, *mathema* e *mathesi* se aplicam à ciência do número e da medida. Convém assinalar que o sentido de pensar, refletir, aparece, em geral, ligado à idéia de medir, como se observa na maior parte das línguas arianas.” (45)

(45) Larousse, Paris, 1878, tomo II, pág. 1331. No trecho são citados: Jorge Curtius, filólogo alemão (1820-

OS MATEMATICOS E OS ASTRÓLOGOS

E a quem concediam os antigos a denominação de matemático?

Em latim (segundo podemos inferir de escritores dos primeiros séculos de nossa era), applicava-se aos astrólogos e adivinhos a designação genérica de matemáticos.

Ensina o filósofo Orris Soares:

“Ainda na época do Renascimento, acreditava-se que os movimentos regulares dos astros eram produto da ordenação de espíritos mais perfeitos; mesmo até o comêço do Século XVII a Astrologia era objeto de estudo e applicações sérias. Kepler não só a admitiu como a praticou, tendo organizado almanaques astrológicos; o próprio Newton, no início de sua carreira, considerava a Astrologia digna da atenção dos sábios e declarou, ao se matricular em Cambridge, que era seu intuito estudar Matemática para cultivar a Astrologia Judiciária.” (46)

1885) e Adolfo Pictet, lingüista suíço (1799-1875). Os pitagóricos distinguem quatro *matêmas*: Aritmética, Música, Geometria e Esférica. Cfr. Paulo Tannery, historiador francês (1843-1904), art. da Enciclopédia Francesa.

(46) Orris Soares, Ob. cit. pág. 128. O dicionário de *M-raís* (ed. de 1878) ainda apresenta, como sinônimo de matemático — o astrólogo judiciário. Aos que cultivavam as ciências exatas, concedia Aristóteles o honroso título de *geômetra*. E os *geômetras* não ensinavam (como faziam

Aplicado, portanto, ao astrólogo, não envolvia o adjetivo **matemático** o menor caráter pejorativo.

O MATEMÁTICO E O GEÔMETRA

Já no Século XVII o vocábulo **matemático**, sem o sentido astrológico, aparece citado três vezes numa notícia que Mme. Perier escreveu sobre o insigne geômetra Pascal, seu irmão. ⁽⁴⁷⁾

A partir dessa época, o vocábulo **matemático** deixou de ser aplicado propriamente ao astrólogo; divulgada a nota de Mme. Perier a designação de **matemáticos** passou a ser conferida, apenas, àqueles que, à semelhança de Pascal, estudavam os Cálculos, a Geometria, etc. O adjetivo **matemático** passou a ser sinônimo de geômetra.

O SENTIDO ETIMOLÓGICO DO VOCÁBULO MATEMÁTICA

Voltemos, porém, ao estudo do vocábulo **Matemática**.

“Nada há — comenta o Prof. Pedro A. Pinto

os **matemáticos**) só quimeras. Cfr. A. F. Vasconcelos, ob. cit. pág. 213. A denominação de **matemáticos** era dada unicamente aos que pertenciam à seita pitagórica. Cfr. Rev. Pastor e J. Babiní — “**História da Matemática**”, Buenos Aires, 1951, pág. 22.

⁽⁴⁷⁾ A. Rebière, Ob. cit. página 11.

— na palavra **Matemática** que designe os conceitos de número, extensão e de movimento. O grego **matema** responde ao latim **scientia**.” ⁽⁴⁸⁾

A razão é simples. Vamos encontrar a explicação para esse fato na página 22 da obra de Paul-Henri Michel, intitulada: “**de Pythagore a Euclides**.”

Em Paul-Henri Michel colhemos (na página citada) curiosas informações. O vocábulo grego **matema** (tanto no singular como no plural) designava, de um modo geral, todos os conhecimentos adquiridos pela experiência. Em Heródoto a palavra **matemática** aparece para indicar lição, ensinamento. Não aludia, de forma alguma, aos princípios geométricos e ao Cálculo Numérico.” ⁽⁴⁹⁾

O VOCÁBULO MATEMÁTICA E OS POSITIVISTAS

Alguns autores, vinculados à corrente positivista, condenam até o vocábulo **Matemática** para designar a Ciência. Escreveu Raimundo Teixeira Mendes, em seu “**Ensino Positivista no Brasil**” (pág. 4):

⁽⁴⁸⁾ Cfr. Mello e Souza — “**Matemática Divertida e Pitoresca**”, Rio 1941, página 118.

⁽⁴⁹⁾ Paul-Henri Michel — “**de Pythagore a Euclides**”, Paris, 1950, pág. 22.

“A palavra Matemática é radicalmente imprópria, porque sanciona uma usurpação. O estudo do número, da extensão e do movimento, não pode ser a Ciência sem mais outro apelativo: a Ciência, por excelência é a Moral, cujo nome não convém mudar porque lembra o seu destino prático.

“Por outro lado, chamando Lógica à Ciência do espaço, Augusto Comte apenas restaurou a denominação com que os gregos caracterizavam o cálculo. Com efeito, *lógos* e seus derivados possuem a significação de cálculo e seus precedentes: *aritmētōkè* designava a teoria do cálculo e *logistikè* caracterizava a prática do cálculo. Durante muito tempo, os modernos chamavam *logística numerosa*, ao cálculo aritmético, e *logística especiosa*, ao cálculo algébrico. Em português, *razão*, outro significativo de *lógos*, equivale, também, à *proporção*, relação numérica, e calcular é empregado ordinariamente com significação de meditar, raciocinar. A palavra *logarítmico*, conservada na linguagem algébrica, anunciou e preparou a reforma de Augusto Comte.” (50)

(50) Esse trecho de Raimundo Teixeira Mendes figura, em nota no livro “Elementos de Geometria”, de Clairaut, trad. de José Feliciano, São Paulo, 1892, pág. 216.

Capítulo III

Matemática ou Matemáticas?

COMO DESIGNAR A CIÊNCIA?

Como devemos designar a Ciência: Matemática ou Matemáticas?

Em seu livro "O Relativismo de Einstein para todos", o Prof. Samuel de Oliveira, dentro de uma inquietação positivista, encara êsse problema que já tem dado margem para muitas discussões. E escreve:

"Condorcet singularizava sempre o substantivo *Mathématique*. A mesma forma de proceder era adotada por Augusto Comte. Laisant, em seu livro sobre a Filosofia e o ensino da Matemática é levado a concluir que, aplicado no plural, o termo torna-se vago e impreciso, ao passo que, no singular, parece reagir enérgicamente sobre a idéia, traduzindo, de modo completo e admirável, a unidade primordial da Ciência.

"O fato é que a idéia de Condorcet não foi universalmente seguida. Admitem muitos autores a

existência de várias ciências matemáticas, e são levados à conclusão de que o substantivo deve ir sempre para o plural.” (51)

E acrescenta, alargando-se em palavreante exposição:

“Confesso que nenhuma importância ligo a essas questiúnculas. (52) Sigo o exemplo de Henri Poincaré que empregava indiferentemente o singular ou o plural do vocábulo *Mathématique*, segundo se lê nos seus livros, nomeadamente os de epistemologia. Além do que é muito discutível a apregoada unidade das ciências matemáticas. (53) Muito discutível a unidade desse complexo e maravilhoso conjunto formado pela Matemática Antiga, a Moderna e a Contemporânea. Porque há uma Matemática Contemporânea, indiscutivelmente. E as

(51) Samuel de Oliveira — “O Relativismo de Einstein para todos”, Rio, 1929, pág. 39.

(52) O autor chegou a esta conclusão por estar enroscado pelo tremendo cipal da rotina, pois só um professor rotineiro, sem a menor parcela de formação didática, daria a tal problema a denominação pejorativa de questiúncula.

(53) O Sr. Samuel de Oliveira ainda põe em dúvida a unidade da Ciência Matemática. Chamamos a atenção dos leitores para o excelente trabalho de George Bouligand e Jean Débats — “Le *Mathématique et son unité*”. Ed. Payot, Paris, 1947. Vejam bem: “A Matemática e sua unidade.

três existem no momento atual tendo cada qual delas o seu papel bem determinado.” (54)

O EXEMPLO DE POINCARÉ

Muitos autores, à semelhança do que fazia Poincaré, empregam indistintamente, as duas formas: Matemática e Matemáticas. Tal sistema não nos parece aconselhável.

Em seu livro, “A Matemática na Educação Secundária”, Euclides Roxo só recorre à forma Matemática (no singular) e, por isso, alude frequentemente aos “valores indiretos da Matemática” (página 110), ao “valor utilitário da Matemática” (página 104), ao “ensino clássico da Matemática” (página 68), etc. Mas ao traduzir uma citação de Tantery (pág. 111) escreve:

“O estudo das Matemáticas...”

Muitas páginas depois (pág. 224) transcreve Guitton:

“O ensino da Matemática...”

(54) As observações não têm o menor cabimento. Os argumentos do Prof. S. O. são inaceitáveis e trazem o largo albornoz do erro e do desconchavo.

Volta, novamente, à forma condenada, na página 120:

“O ensino das Matemáticas...” (55)

Gomes Teixeira, famoso matemático português, falecido em 1933, achava mais elegante pluralizar o nome da ciência. Em sua notável bibliografia, figura interessante ensaio intitulado: “O poder e a beleza das Matemáticas.” (56)

Não se atastava Amoroso Costa da forma Matemática (no singular). Basta lembrar o título de sua obra: “As idéias fundamentais da Matemática”.

(55) Inspirado por autores descuidados, o Prof. Euclides Roxo escreve matemática com m minúsculo. Essa grafia é condenada e tida como errônea no caso em que o vocábulo indica a ciência. O II Congresso Nacional do Ensino da Matemática (Pôrto Alegre, Julho, 1957) aprovou a seguinte indicação: “O vocábulo Matemática, sempre que designar a ciência será escrito com o M inicial maiúsculo”.

(56) Cfr. Gomes Teixeira — “Panegíricos e Conferências”, Coimbra, 1925, pág. 265. Até os filósofos acolhem a forma pluralizada (tida como errônea) e evitam, em seus escritos a palavra Matemática, no singular. Orris Soares, em seu Dicionário da Filosofia (pág. 278) escreve: “A cultura científica é constituída pelas matemáticas, pela física e pelas ciências naturais e sociais.” O Sr. Orris Soares erra também ao escrever matemáticas, com a inicial m minúscula.

A FORMA MAIS LITERÁRIA

Alguns escritores consideram a forma Matemáticas como mais sonoro, mais literária e, talvez, de sentido mais amplo do que o singular Matemática. Fora do campo literário, encontramos cientistas que empregam sistematicamente, o termo no plural — “Matemáticas” — convencidos de que procedem com acêrto e correção. No livro “Introdução à Sociologia Geral” (Rio, 1926) do ilustre Prof. Pontes de Miranda, podemos ler:

“Obriga-nos a conceder maior margem ao dado experiencial das Matemáticas.” (pág. 97)

“As Matemáticas haviam de progredir antes da Biologia e da Sociologia.” (pág. 105)

“as Matemáticas, desde o momento que se aplicam, como que se substancializam.” (pág. 109)

Se os cientistas agasalham em seus escritos formas errôneas, aceitamos, com agrado, esta passagem de Machado de Assis:

“Estácio tinha vinte e sete anos e era formado em Matemáticas.” (Helena, Cap. I, pág. 5)

A UNIDADE DA MATEMÁTICA

A forma Matemáticas (no plural) surgiu, certamente, na noção errônea de que a Aritmética, a

Algebra, a Geometria, etc., eram partes distintas da Matemática e, assim, a Ciência do Cálculo era constituída de várias Matemáticas. Tal noção já está inteiramente superada ⁽⁵⁷⁾ uma vez comprovada a unidade da Ciência Matemática.

Ouçamos a conceituosa opinião de Judd:

“No fundo não há ciências matemáticas: a Álgebra, a Geometria, etc., tôdas se auxiliam mutuamente, se apoiam uma nas outras e, em certos pontos se confundem.

Há uma única ciência, a Matemática, a qual ninguém se pode lisongear de conhecer, porque suas conquistas são, por natureza, infinitas: dela tôda gente fala, sobretudo os que a ignoram mais profundamente. Mas entre os que a cultivam, mesmo com grande habilidade, alguns prestam mais atenção às minúcias do que às idéias gerais, das quais, entretanto, suas conquistas, são consequências.” ⁽⁵⁸⁾

⁽⁵⁷⁾ Adotam alguns autores a forma *Matemáticas* (errôneamente empregada no plural) influenciados pelo inglês *Mathematics*. Tradutores descuidados, ou não esclarecidos, julgam que ao francês *Mathématiques*, deve corresponder, sempre, em nosso idioma, o plural *Matemáticas*. Veja-se, por exemplo, o livro medíocre e óco, do pseudo didata André Fouché — “*La Pédagogie des Mathématiques*” (Paris, 1952) recentemente publicado, no Brasil, sob o título “*A Pedagogia das Matemáticas*”. Nesse livro, os erros e despautérios começam pelo título.

⁽⁵⁸⁾ Cfr. Euclides Roxo, ob. cit. pág. 154.

Conclusão: Devemos abolir a forma *Matemáticas* e adotar, exclusivamente, *Matemática*. ⁽⁵⁹⁾

⁽⁵⁹⁾ No Brasil o ensino de Matemática era feito, antigamente, admitindo-se, para a Ciência, diversas partes distintas: Aritmética, Algebra, Geometria, Trigonometria, etc. O ensino, de cada uma dessas partes, era feito separadamente. Em 1928 houve uma reforma e o ensino das diversas partes da Matemática passou a ser feito em conjunto, paralelamente. A cadeira única — em tôdas as séries — passou a denominar-se *Matemática*. Nesse sentido escreve o Prof. Paulo Mendes Viana: “O ensino fragmentado da Aritmética, Algebra, Geometria foi substituído pelo de uma disciplina única — a *Matemática*. Acabaram-se, por conseguinte, os compartimentos estanques que não deriam ter justificado, outrora, a expressão no plural (*Matemáticas*), a qual Condorcet já havia proposto singularizar “a fim de indicar com mais energia o espirito da unidade em que deve ser concebida a ciência”. Cfr. Paulo Mendes Viana — “*O ensino da Matemática no Curso Secundário*”, Rio, Livraria Alves, S. D.

Na Lei Orgânica do Ensino Secundário, do Ministério da Educação e Cultura, o Programa Oficial de Matemática é seguido de notáveis e judiciosas Instruções Metodológicas para o Ensino de Matemática. Eis o que determinam essas Instruções, elaboradas por professores do Colégio Pedro II: “A unidade da Matemática deverá ser posta em evidência a cada passo, a fim de que seja percebida com facilidade, a identidade dos métodos e dos procedimentos empregados em seus diferentes ramos, muitas vezes sem aparente inter-relação”. No decorrer deste estudo indicaremos as Instruções Metodológicas para o Ensino de Matemática pela abreviatura I. M. do C. P. II.

Capítulo IV

*A suposta aridez da Matemática —
O algebrista e o algebrismo*

STENDHAL E A MATEMÁTICA

“A Matemática — confessou, certa vez, o grande Stendhal — é a região árida onde impera o raciocínio triste.”

A genial historiador francês conservava, naturalmente, da Matemática, a impressão denigrada, inimistosa e falsa que essa ciência recalca quando é lecionada pelos métodos absurdos ou anti-humanos. Não se compreende que uma inteligência privilegiada possa ver nessa ciência, tão cheia de belezas sublimes e de verdades que assombram, esse “lamentável mundo da aridez e do raciocínio triste”.

Já proclamava o grande geômetra português Gomes Teixeira:

“A Matemática só é árida para quem não pode penetrar em seus segredos. Em nenhuma outra ciência se tem tantas ocasiões de admirar a grandeza do espírito humano em invenções geniais e é ela que abre o caminho ao homem para desvendar o segredo do Cosmos. A Matemática, diziam os au-

tigos filósofos helênicos, é a linguagem dos Deuses!" (60)

Dewey, o grande educador americano, pondera com a maior simplicidade:

"Nove décimos daqueles que não gostam da Matemática, ou daqueles que não sentem aptidão para essa admirável ciência devem tal desgraça ao ensino errado que tiveram no princípio."

A CRUZ DOS ESTUDANTES

Tendo, durante muitos anos, estudado cuidadosamente o problema do ensino da Matemática, chegou o Prof. Everardo Backheuser à seguinte conclusão:

"Quem quer que indague o que se passe em uma escola primária ou secundária, há de ouvir que a Matemática é, em geral, considerada a matéria mais difícil. Haverá, segundo as informações, alunos que dão e alunos que não dão para ela. Quase sem meio termo. E não é só aqui no Brasil. Por toda parte. A tal respeito escreveu Eicker: "Se se

(60) É do maior interesse, nesse sentido, o artigo de F. Le Lionnais, ob. cit. pág. 437. Veja, igualmente; "O poder e a beleza das Matemáticas", de F. Gomes Teixeira, ob. cit. pág. 265.

fala, em círculos do magistério, na amenidade do ensino da Aritmética, abrem-se sorrisos incrédulos ou contestações vivazes. A Aritmética é tida como a cruz que os estudantes têm de carregar, a disciplina na qual os resultados não correspondem aos esforços empregados." (61)

Indignava-se Goethe (1749-1832) quando ouvia alguém insinuar que êle sentia aversão pela Matemática. (62)

"Em grande e elevado aprêzo tenho essa ciência — dizia o poeta — pois ela realiza precisamente toda a beleza do espírito que ficou para mim interdita." (63)

UMA IDEIA FALSA

O matemático, para muita gente, é um ser estranho, fora do comum. Não se interessa pela beleza da arte; não pratica os vôos da imaginação. Eternamente distraído, passa a vida indiferente a

(61) Everardo Backheuser, ob. cit.

(62) Egmont Colerus, em seu livro curioso, "De Pitágoras a Hilbert" afirma que o espírito de Goethe apresentava uma "estruturação amatemática". Felix Auerbach, ob. cit. página 9.

(63) De La Vessière pondera que "a ausência de aptidão para a Matemática Superior é freqüente em quem seja aliás de uma boa inteligência geral". Everardo Backheuser, ob. cit. pág. 53.

tudo, retido naquela prisão gradeada de símbolos e figuras, onde se compraz em viver. No meio de tanta emoção, só êle não vibra!...

Não pode haver mais falsa imagem.

No entanto, serve ainda para representar o tipo do matemático, tal como o caracterizam os desafeitos da nossa bela ciência.

A que se deve atribuir êsse preconceito?

Ao objeto da Matemática, tão vasto e tão útil em suas aplicações práticas? Não, certamente. Ao caráter de ciência dedutiva, lógica por excelência, de que se reveste? De forma alguma; o método seria, ao contrário, um fator de atração para o espírito. Ao alcance incomensurável de suas concepções, que nos fazem passar, graças ao recurso de seu simbolismo, do simples, do elementar, para o inextricável, o incompreensível? Também não me parece residir aí a fonte do mal. Os prodigiosos recursos que nos permitem, graças a um simples traço numa expressão numérica, uma letra que se transfere de baixo para o alto, um ponto a mais numa figura, que nos permite alternar tudo, modificar tudo, transformar um problema banal em uma questão de Análise transcendental — tudo isso deveria aumentar o interêsse despertado pela Mate-

mática, estimulada a curiosidade do estudioso, pela invencível sedução do mistério.

O INIMIGO DA MATEMATICA: O ALGEBRISTA

A desestima que há, pela nobre ciência dedutiva, é obra de um inimigo roaz e pernicioso; um inimigo que é para a Matemática o que a broca é para o café, a largata para o algodão, e a saúva para todo o Brasil. Êsse inimigo perigoso e implacável é o "algebrista".

A denominação de "algebrista" é dada, em sentido pejorativo, a todo aquêle que vive possuído da preocupação mórbida de complicar e lacerar a Matemática.

Que faz o algebrista? Na sua inépcia para chegar a conclusões úteis ou interessantes, inventa problemas obscuros, incríveis, inteiramente divorciados de qualquer finalidade prática ou teórica; procura, para resolver uma questão facilíma, artifícios complicadíssimos, labirintos extravagantes, sem o menor interêsse para o calculista.

Deve-se ao algebrista a invenção dêsse instrumento de tortura, que se denomina, na gíria colegial — o "carroção". Inútil será dizer que tais problemas, ou melhor, os tais enígmata, propostos a

seus alunos por um algebrista são, em geral, irrealis, absurdos, fora da vida.

O professor de Matemática, quando é algebrista, afasta-se por completo da realidade e parece inspirado pela preocupação constante de torturar seus alunos com problemas absurdos, trabalhosos, ou com equações difficilimas, cheias de denominadores e radicais, sem utilidade alguma. (64)

Jamais poderia o leitor avaliar o mal que os algebristas fazem ao ensino da Matemática.

O ALGEBRISMO REQUINTADO

Do livro "Questões do Exame de Admissão" (Editôra Brand Ltda., Rio, 1955), transcrevemos o seguinte problema que figura precisamente na página 141. É um exemplo típico, bem brasileiro, do mais puro e requintado algebrismo:

"Escreva, em algarismos romanos, o número 25 000 469 966."

(64) Em seu livro "Estudantes de meu tempo", o Professor J. B. Mello e Souza dedica um capítulo ao seu antigo professor de Matemática. Depois de relacionar os mestres mais severos e exigentes de seu tempo no antigo Internato Pedro II, confessa o Prof. J. B. Mello e Souza: "...mas o papão, o "Tutu Marabaia", o terror da turma, era o Agostinho Luiz da Gama, o "tout court", o Gama, da cadeira de Matemática.

O autor (Capitão Adizel de Carvalho) afirma que se trata de uma questão proposta no Colégio Militar, em 1951, para os candidatos a exame de admissão.

Vejam bem:

Trata-se de escrever, em algarismos romanos, um número que tem, apenas, onze algarismos!

Gostariamos de pedir ao ilustre Professor (algebrista) autor da aludida e monstruosa questão, que nos respondesse com a maior franqueza e lealdade:

- 1.º Algum dia éle (professor) já teve, na vida prática, necessidade de escrever, em algarismos romanos, um número maior que 3 000?
- 2.º Não acha que é crime contra a Matemática propor, aos estudantes, questões cerebrinas, sem aplicação e sem interesse algum?
- 3.º Terá o ilustre Professor certeza da forma pela qual os Romanos (do I ao V século) escreviam o tal número de onze algarismos? (Os historiadores, no estu-

do da Numeração Romana, são obscuros em certos pontos.) ⁽⁶⁵⁾

- 4.º) Não acha que seria, de tóda vantagem, para o ensino e para a aprendizagem, tornar a Matemática mais simples, mais humana, mais viva e mais de acôrdo com a realidade?

POBRES ESTUDANTES!

Mas, na verdade, os nossos algebristas apreciam a estapafúrdia fantasia de imaginar, escritos em algarismos romanos, números verdadeiramente astronômicos... ⁽⁶⁶⁾

Os Professores Ary Quintela e Newton O'Reilly elaboraram interessante livro intitulado "Exercícios de Aritmética" (S. Paulo, 1957) destinado, especialmente, ao curso de Admissão.

⁽⁶⁵⁾ Cfr. Florian Cajori — "A history of Mathematical notations", Illinois, 1928, Vol. I, pág. 30 e s.s. José Augusto Sanches Pérez — "La Aritmetica en Roma, en India y en Arabia", Madrid, 1949, 1.ª parte. Gino Lória — *Storia delle Matematiche*, Col. Hoelpli, Milano, 1950, pág. 124.

⁽⁶⁶⁾ Números que os próprios Romanos não escreviam ou não sabiam escrever. Tendo mostrado um desses problemas ao Prof. João Cristovam Cardoso esse ilustre físico e geômetra observou: — "Só mesmo por inconsciência poderia um matemático exigir de um examinando semelhante besteira". (sic).

Na pág. 13 dessa obra podemos ler o seguinte "exercício" destinado a um menino de dez anos:

— Escreva, em algarismos romanos, o número 654 798 321.

Mais adiante, na pág. 163, surpreende-nos uma questão dada, no Colégio Pedro II, no exame de admissão de 1952:

— Escreva, em algarismos romanos, o número 78 700 468.

Condenamos radicalmente êsses problemas irreais, esotéricos, absurdos e sem a menor utilidade. O algebrismo e o esoterismo deve ser integralmente abolido do ensino da Matemática Elementar.

UMA PAGINA NOTÁVEL

Convém ler e reler esta página altamente expressiva do grande filósofo e matemático inglês Alfredo North Whitehead (1861-1947):

"A Matemática, para ser usada no currículo da educação geral, deve ser submetida a um rigoroso processo de seleção e de adaptação. Certos característicos dessa matéria devem ser rigorosamente excluídos. Para ser apresentada aos jovens alunos, essa ciência deve perder seu aspecto de esoterismo. Ela deve tratar direta e simplesmente de umas pou-

cas idéias gerais, mas que sejam de uma importância de longo alcance. Nossos programas de ensino deveriam ser planejados com o fito de ilustrar com simplicidade uma sucessão de idéias de óbvia importância. Para fins de educação, a Matemática consiste no estudo das relações de número, das relações de quantidade e das relações de espaço. Isto não é uma definição geral da Matemática, a qual, na minha opinião, é uma ciência muito mais geral. O objetivo a ser visado no seu ensino é fazer o aluno familiarizar-se com o pensamento abstrato, saber como êste se aplica a circunstâncias concretas e particulares, e saber como aplicar métodos gerais à sua investigação lógica. Com êste ideal educativo em vista, nada pode ser pior do que a acumulação, sem qualquer objetivo, de teoremas nos nossos livros didáticos, que derivam sua importância do simples fato de que os alunos podem ser obrigados a aprendê-los, e os examinadores podem armar sôbre êles questões complicadas." (67)

(67) Publicada na *Escola Secundária* (n.º 1, de Julho de 1957, pág. 51) chamamos a atenção dos professôres para essa revista publicada sob a orientação da CADES (Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário).

Capítulo V

A Definição da Matemática

UM PROBLEMA DEBATIDO

Como definir a Matemática?

Cumpre-nos abordar êsse problema, já tão debatido, mas que é de palpitante interêsse para o professor de Matemática.

Habitualmente — observa Bertrand Russel — define-se a Matemática “como sendo a ciência das quantidades”. Alguns autores, desarraigados de qualquer preocupação de rigor, adotam a definição errônea e pueril:

“A Matemática é a ciência das grandezas.”

ou ainda:

“A Matemática é a ciência da quantidade.”

Mas, afinal, quantidade e grandeza são expressões vagas, incertas, com múltiplas significações vinculadas a uma série interminável de controvérsias.

Advertência muito séria, e verdadeiramente arrasadora, é feita, nesse sentido, pelo preclaro matemático português Prof. João Sebastião da Silva:

“Porque é que, nos compêndios de Filosofia, se continua a dizer que a Matemática é a ciência da quantidade e da extensão quando a verdade é que o objeto da Matemática se estende hoje para além das entidades estreitamente numéricas e geométricas? O Cálculo Proporcional, a Álgebra dos Conjuntos, a teoria geral das estruturas, a teoria dos grupos abstratos e tantos outros ramos da Matemática Moderna estariam, então, condenados a ser excluídos do seio da Matemática.” Cfr. “Gazeta de Matemática”, julho de 1942, n.º 11, pág. 15.

Ampère, físico e matemático francês, de renome universal, achou acertado definir a Matemática nos seguintes termos:

“Matemática é a ciência que, no estudo dos fenômenos naturais, considera apenas as relações de quantidades.” (68)

É evidente que qualquer colegial bisonho seria capaz de mostrar a falta de fundamento dessa definição.

(68) Ampère (André Maria) — Físico e matemático francês (1775-1836). A definição citada encontra-se em “Essai sur la Philosophie des Sciences”, Paris, 1834, página 185.

GLOBOT E A MATEMÁTICA

Ao lado de Ampère, surgem outros que não se livram do golpe impiedoso da crítica. E, assim, o erudito e eloqüente Edmundo Globot, em seu “Vocabulaire Philosophique”, aventurou-se, também, pelo perigoso terreno das definições. E Globot, obnubilado pelo êrro, saiu-se com esta pequice in-crível:

“A Matemática é a ciência que tem, presente-mente, por caráter, ser abstrata, ideal, independente da realidade de seus objetos, e por conseguinte, de proceder por demonstrações dedutivas sem recorrer à observação.” (69)

Descartes, segundo o historiador Paulo Tannery, é apontado como autor da seguinte definição:

“Matemática é a ciência que tem por objeto a ordem e a medida.”

A DEFINIÇÃO ANTIGA

Dois matemáticos brasileiros, em livro que teve larga aceitação em nossas escolas, acolheram

(69) Globot (Edmundo) — Filósofo francês (1858-1935). Na certeza de que poderia esclarecer a sua definição, acrescenta Globot amplas indicações sobre as diversas partes da Matemática, e fala do conceito de quantidade: “Quantidade é a possibilidade do mais e do menos”. Ob. cit. pág. 30.

esta definição menos errada do que ridícula admitida pelos antigos e formulada por Augusto Comte:

“Matemática é a ciência que tem por objeto a medida das grandezas.” (70)

E, logo a seguir, acharam oportuno oferecer esclarecimentos ao estudante, comentando e criticando a definição comtista:

“A definição de Matemática que adotamos, nestes Elementos, é justa e correta, mas por deficiência de precisão, não corresponde dignamente à vastidão e à dificuldade dessa bela e importantíssima ciência.” (71)

E, depois de transcrever duas ou três páginas de Augusto Comte (nas quais o fundador do Positivismo estuda e analisa, numa digressão massuda

(70) Aarão Reis e Luciano Reis — “Curso Elementar de Matemática”, Rio, 1892, pág. 4. Os autores aqui citados, foram ambos homens cultos e professores de prestígio. Aarão Reis exerceu a cátedra de Economia Política na antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

(71) O contrasenso que reponta nessa observação é, realmente, berrante. Como pode uma definição justa e correta, ser deficiente e não corresponder ao objeto definido? A verdade é a seguinte: A definição formulada não é justa, e está muito longe de ser correta. E não encontramos relação alguma entre a definição e a dificuldade da Matemática. Como explicar que a dificuldade de uma ciência possa intervir na definição dessa ciência? Recôrdemos, mais uma vez, essa incrível bontade de Bertrand Russell: “Quem deseja tornar-se filósofo não deve se deixar surpreender pelos absurdos”. “Les Problèmes de la Philosophie”, trad., Paris, 1923, pág. 17.

e interminável o conceito de grandeza), o Professor Aarão Reis, escudado nos ensinamentos de seu Mestre, pontifica com tranqüila segurança:

“Podemos, pois, agora, definir, com exatidão, a Matemática, como sendo “a ciência que tem por objeto a medida indireta das grandezas, determinando uma pelas outras, por meio das relações precisas que entre elas existem.” (72)

A INSPIRAÇÃO COMTISTA

Inspirados nessa inconsistente definição de sabor nitidamente comtista, escrevem Samuel de Oliveira e Liberato Bittencourt: (73)

“Até o começo do Século XIX, a Matemática era definida como a ciência que trata da medida das grandezas. Observando, porém, que dos dois modos distintos de medir as grandezas, o indireto predomina sobre o direto, pois na quase totalidade dos

(72) Aarão Reis e Luciano Reis, ob. cit. pág. 12. Não é possível destrinçar o equívoco desse erro que fere a Lógica e a Matemática.

(73) Cfr. A. Comte — “Cours de Philosophie”, 4.^a ed., 1877, tomo V, pág. 98. C. A. Laisant crítica arrasadoramente a definição de Augusto Comte e prova que essa definição é falha, sem sentido matemático e inaceitável. Cfr. A. C. Laisant, ob. cit. pág. 12 e s. Isidoro Augusto Francisco Maria Comte (1798-1857) foi um dos maiores filósofos franceses do Século XIX. Fundou o Positivismo.

casos é aquêlo o empregado — Augusto Comte corrigiu a definição dos antigos, apresentando a seguinte, que pode ser formulada em poucas palavras:

“A Matemática é a ciência que tem por objeto a medida indireta das grandezas.” (74)

Em muitas obras (especialmente em livros de autores brasileiros) reconhecemos claramente o rícochête dissonante da definição, ou melhor, do desconcôrto comtista.

E assim, o Prof. Fernando José Tinoco, em sua “*Matemática Elementar*”, acha acertado e curial definir com precisão (sic) a Matemática, considerando-a como “a ciência que tem por fim a medida indireta das grandezas, as quais se determinam uma pelas outras, depois de conhecidas as relações precisas existentes entre elas.” (75)

Rezando, também, pela mesma cartilha do desacôrto, o Prof. Jacomo Stavale, de São Paulo, em seu livro “*Primeiro Ano de Matemática*”, oferece

(74) Samuel de Oliveira e Liberato Bittencourt — “*Geometria Algébrica*”, Rio, 1896, pág. 5.

(75) Cfr. Fernando José Tinoco — “*Matemática Elementar*”, 1.^a série, 1935, pág. 22. Esse livro é prefaciado pelo Prof. Almeida Lisboa. Escreveu o prefaciador: “O Prof. Fernando Tinoco pede-me que apresente ao público a sua “*Matemática Elementar*”; mas o público não me conhece e assim a apresentação é desprovida de valor. Felizmente a obra do Prof. Tinoco dispensa padrinhos”.

aos seus discipulos a seguinte definição que não passa, afinal, de um êrro chapado:

“A Matemática é a ciência que tem por fim determinar as relações que existem entre as diferentes grandezas de modo que se possam medir umas por intermédio das outras.” (76)

“Em sua própria essência — estatui Paul Janet, com a leviandade do insciente — a Matemática tem por objeto reconciliar as grandezas que não são imediatamente mensuráveis com as que são. É por isso que é ciência.” (77)

A preocupação comtista de relacionar a Matemática com o conceito de medida é, como já dissemos, assinalada em muitos autores. No livro “*Preparatórios*”, do Prof. Máximo de Moura Santos, encontrará o leitor esta incomensurável heresia que merece reparo especial:

(76) Jacomo Stavale — “*Elementos de Matemática*”, 1.^o volume, 7.^a edição, Cia. Editôra Nacional, São Paulo, 1943, pág. 63. A definição do Prof. Stavale tornou-se ainda mais absurda por causa do adjetivo “intermédio” que, no caso, não poderá aceitar um sentido puramente matemático.

(77) Cfr. Alvaro Magalhães — “*Enciclopédia do Ensino Secundário*”, Ed. da Liv. Globo, de Pôrto Alegre. A parte da Matemática é de autoria do Prof. José de Azevedo Pais. Vê-se que Paul Janet, fisico francês (1863-1937) figura entre os que conspiram contra o bom senso e contra a Lógica. Em poucas linhas consegue amontoar várias tolices.

“Matemática é o conjunto de conhecimentos relativos à medida das grandezas que podem ser medidas exatamente.” (78)

DEFINIÇÃO OBSCURA E ABSTRATA

Entre as definições menos compreensíveis da Matemática poderíamos admitir aquela que considera essa ciência “como o estudo de todos os sistemas de correspondência que se pode estabelecer entre os elementos de dois grupos definidos por suas relações recíprocas, abstração feita da natureza desses objetos. “A Matemática estuda, não própria-mente esses objetos, mas a ordem formal decorrente das relações a que eles estão sujeitos.” (79)

(78) Cfr. Máximo Moura Santos — “Preparatórios”, Editôra Nacional, São Paulo, 1936, pág. 122. Uma vez admitida como certa a definição do Dr. Moura Santos, ocorreria o aniquilamento completo da Matemática, isto é, essa ciência deixaria de existir. Com efeito: Incluindo-se na Ciência, apenas, as grandezas que podem ser medidas exatamente, a relação entre a circunferência e o diâmetro (por exemplo) estaria fóra da Matemática. Essa Ciência não poderia tomar conhecimento do número (π) nem dos números incomensuráveis, nem dos números irracionais... Como existir, nesse caso, a Matemática?

(79) Vitor Calhian — “Nombre et Géométrie”, página 36. Veja-se, por curiosidade, as estranhas definições de Aritmética, formuladas pelo Sr. Aristides José de Campos: “Parte da Matemática que tem por objeto o cálculo dos valores”; “Ciência dos números e arte de calcular por meio de algarismos”. Aristides José de Campos — “Diccionário da Matemática”, pág. 24.

A CHAMADA CIÊNCIA DOS NÚMEROS

Alguns autores, mais cautelosos, não malcorrentes com o Cálculo, julgam melhor retificar: “A Matemática é a ciência dos números”. Essa proposição é inadmissível, pois há ramos da Matemática que vivem inteiramente isentos do conceito ou da idéia de número. Citaremos, por exemplo, certos capítulos da Geometria, nos quais não aparecem medidas, nem há o recurso das coordenadas. Aliás, é preciso não esquecer que, para muitos autores, a designação de “ciência dos números” cabe unicamente à Aritmética — que é uma das partes da Matemática.” (80)

Entre os autores mais cautelosos e mais seguros, seria justo citar o preclaro Prof. Amaral Fontoura. Copiemos as linhas iniciais do capítulo “Me-

(80) Contestam muitos matemáticos essa definição proposta para a Aritmética. Replica, por exemplo, o Professor Lauro Pastor: “A Aritmética não pode ser classificada entre as ciências. Isto, aliás, se vê, examinando qualquer classificação de ciências (Silvio Romero, A. Comte, Spencer, etc.) Não há dúvida que a Aritmética é parte da Matemática, o que se dá também com a Álgebra, a Geometria, etc. Aquêles que considera a Aritmética ou qualquer parte da Matemática, que é a ciência, como sendo uma ciência, poderia, também, considerar que sendo o homem um mamífero, qualquer parte do corpo humano, por exemplo, um braço, é mamífero”.

“*Metodologia da Matemática*” que figura numa das excelentes obras do ilustre educador.

“A Matemática é a ciência que estuda o número, a quantidade (Aritmética), as funções (Álgebra) e as formas (Geometria). Há, ainda, outros campos da Matemática que não nos interessam no momento, como a Trigonometria, Cálculo Diferencial e Integral, etc.”

O analista ortodoxo não poderia aceitar a definição formulada pelo Prof. Amaral Fontoura. E a razão é óbvia. Tendo se limitado aos domínios do Curso Primário, a definição não abrange (nem poderia abranger) todos os setores da Matemática e, especialmente, da Análise Matemática. ⁽⁸¹⁾

ERRAM OS DICIONARISTAS

Em seu famoso “Dicionário” incluía Montferrier a seguinte definição:

“Matemática é a ciência das leis do espaço e do tempo.” ⁽⁸²⁾

⁽⁸¹⁾ Cf. Amaral Fontoura — “*Metodologia do Ensino Primário*”, Editora Aurora, Rio, 1957, 3.^a edição, página 270. É obra magnífica, cuja leitura aconselhamos a todos os que se interessam pelos problemas da Didática.

⁽⁸²⁾ A. S. Montferrier — “*Dictionnaire des Sciences Mathématiques*”, Paris, 1895, tomo II, pág. 208.

Despreocupado do conceito de rigor, Glen James oferece no seu moderníssimo “*Mathematics Dictionary*” (Califórnia, 1943, pág. 157) esta definição embastecida pelos despautérios que encerra:

“Matemática é o estudo lógico da forma, combinação e quantidade.”

E, a seguir, destaca, para a Matemática, três ramos principais:

Matemática Aplicada,
Matemática Financeira,
Matemática Pura. ⁽⁸³⁾

Alguns dicionaristas não ousam enfrentar o problema da definição da Matemática. Omitem informação a tal respeito. Assim, André Joly, em seu improlífero “*Dictionnaire de Mathématiques*” (Hachette, Paris, 1956) não incluiu o verbete mais importante, o verbete principal da obra: *Mathématique*.

⁽⁸³⁾ Amontoando sempre frases desconexas, Glen James não tem dúvida em definir: “Matemática Aplicada é o estudo e o emprêgo dos princípios matemáticos, como instrumentos, em outros domínios; aplicação dos princípios matemáticos em objetivos relacionados com a vida prática”. Ob. cit. pág. 157.

DEFINIÇÕES INCOERENTES E RIDICULAS

No “Pequeno Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa”, é o leitor surpreendido com esta definição incoerente, discingida de qualquer traço de rigor, e já, há muito, refugada pelos bons analistas:

“Matemática é a ciência das grandezas e formas no que elas têm de calculável e mensurável.”

A fonte dessa pseudo definição é facilmente encontrada. Basta abrir o Larousse:

“Matemática é a ciência que tem por objeto as propriedades da grandeza, no que ela tem de calculável ou mensurável.”

Proposição idêntica (portanto igualmente inaceitável) apresenta-nos o “Dicionário U.T.E.H.A.” (tomo VII, pág. 301):

“A Matemática é a ciência que trata da quantidade naquilo que esta é mensurável ou calculável.”

Não satisfeito com esta definição, que recebeu carta de viciosa de todos os bons matemáticos, o dicionarista acrescenta mais duas, igualmente tôlas e erradas:

“Matemática é o método de determinação de uma grandeza referindo-a a outra.”

“Matemática é a ciência que tem por objeto o estudo das grandezas para as quais é possível definir-se a igualdade e a soma.”

Artur Bivar, no seu imenso “Dicionário Geral Analógico da Língua Portuguesa” (Porto, 1952), redigiu, de maneira bem diversa, a definição:

“Matemática é a ciência que tem por objeto os números, as figuras e os movimentos.”

O REAJUSTAMENTO DA DEFINIÇÃO COMTISTA

Inspirado na definição comtista, inconciliável com a verdade e com a Lógica, a “Enciclopédia Internacional” erra ao formular a seguinte definição:

“Matemática é a ciência da quantidade que tem por fim determinar as grandezas uma pelas outras, segundo as relações que existem entre elas.”⁽⁸⁴⁾

É interessante observar esse verbete, embora errado e errado crassamente, aparece decalcado, de forma vergonhosa, no Dicionário de Laudelino Freire (Rio, 1942, vol. IV):

⁽⁸⁴⁾ Essa mesma definição, tôla e sem nexos, pode ser lida no Dicionário de Carlos Aulete (3.ª edição, pág. 340).

“Matemática é a ciência que tem por fim determinar as grandezas umas pelas outras, segundo as relações que existem entre elas.”⁽⁸⁵⁾

O número de definições tentadas para a Matemática, sobem a várias centenas.

(85) O Dicionário de Laudelino Freire oferece, no verbete relacionado com a Matemática, nada menos de sete definições absurdas, disparatadas e incongruentes. Algumas são tão erradas e ridículas que chegam a ser humorísticas. A título de curiosidade vamos transcrevê-las:

Matemática Concreta, s. f., Ciência que tem por fim conhecer com precisão as relações existentes entre as quantidades que se consideram, isto é, as relações existentes entre as equações dos fenômenos.

Matemática Elementar, s. f., As primeiras noções de Matemática.

Matemáticas Aplicadas, s. f. pl., As que consideram as grandezas em determinados corpos ou assuntos.

Matemáticas Mixtas, s. f. pl., As que consideram as propriedades da grandeza em certos corpos e fenômenos particulares, como a Astronomia e a Mecânica.

Matemáticas Puras, s. f. pl., As que estudam as propriedades da grandeza com abstrato, como a Geometria e a Álgebra.

Matemática Abstrata, s. f., Ciência que tem por fim determinar as quantidades desconhecidas pelas relações que as ligam às quantidades conhecidas por meio do cálculo.

Essas definições revelam, claramente, a impostura revoltante, a ignorância crassa (em Matemática e em Lógica) de quem as redigiu e a boa fé e a irresponsabilidade científica de quem as aceitou e divulgou. Todas essas tolices incríveis podem ser lidas na “Grande Enciclopédia Portuguesa e Brasileira”, vol. XVI, pág. 563. Os desconchavos da Enciclopédia, sem a mudança de uma vírgula, passaram para o Dicionário de Laudelino Freire. Os dicionaristas divertem-se copiando e recopiando erros e tolices de outros dicionaristas.

DEFINIÇÕES CURIOSAS E PARADOXAIS

Citemos, neste capítulo, aquelas que (embora inaceitáveis) são, todavia, curiosas e paradoxais.

Dentro de um espírito acentuadamente transracionalista, podemos apontar a definição formulada por G. Itelson:

“Matemática é a ciência dos elementos ordenados.”⁽⁸⁶⁾

É igualmente interessante, mas despida de qualquer utilidade didática, a definição de J. G. Grasmann:

“Matemática é a ciência da livre associação e desassociação.”

No livro “Le Raisonement Mathématique”, (Paris, 1945, pág. 124) encontramos esta originalíssima conceituação de Matemática que os autores, R. Daval e G. T. Guilbaud, apontam como a definição de Ciência, formulada pelo insigne geômetra Poincaré:

“Matemática é a arte de dar o mesmo nome a coisas diferentes.”

(86) Cfr. Philippe Chaslin — “Essai sur le mecanisme psychologique des operations de la Mathématique Pure”, Livraria Felix Alcan, Paris, 1926, pág. 247.

Tentou Bertrand Russell uma definição lógica para a Matemática Pura:

“Matemática Pura é a classe de tôdas as proposições da forma p implica q .”

Sem se afastar dos ensinamentos da Lógica, proclama M. Bocher:

“Matemática é a ciência que tira conclusões dedutivas das definições lógicas por meio de princípios lógicos.” ⁽⁸⁷⁾

DEFINIÇÃO OBSCURA E PEDANTE

Para alguns autores a definição deve ser obscura e complicada para ser legítima. Vamos transcrever algumas linhas do psicólogo Eugênio Rigano, sempre preocupado em inovar os problemas com frases sem nexo, pedantes, colhidas no entulho da ciência:

(87) Cfr. Philippe Chaslin. Ob. cit. pág. 246. Escreve o prestigioso geômetra espanhol Rey Pastor: “Se alguém nos pedisse uma definição da Matemática futura, adotando uma entre as muitas já formuladas, diríamos (por exemplo) que a Matemática (futura) será a ciência dos conjuntos; e, se a seguir, fôssemos interpelados sobre a significação da palavra conjunto, ficaríamos seriamente atrapalhados para formular uma definição aceitável”. Rey Pastor — “La Matemática Superior”, Iberoamericana, Buenos Aires, 1951, página 17.

“Matemática é a ciência na qual as experiências, simplesmente pensadas, constituindo a cadeia de raciocínio, são de natureza quantitativa, e capazes, dentro da maior generalização, de tornar equivalente, pelas relações entre os resultados obtidos, os fenômenos físicos mais diversos.” ⁽⁸⁸⁾

OUTRAS DEFINIÇÕES FAMOSAS E PARADOXAIS

Tornou-se famosa a definição paradoxal de Bertrand Russell:

“Matemática é a ciência na qual nós nunca sabemos de que coisas estamos falando nem se é verdade aquilo que estamos dizendo.”

Nos últimos anos de sua vida Benjamin Pierce (1809-1870) justificou a seguinte definição que tem o mérito de figurar entre as mais obscuras:

“A Matemática é a ciência que formula as condições necessárias.”

Hermann Weyl, físico e matemático alemão, nascido em 1885, americano naturalizado, bastante

(88) Cfr. Eugênio Rigano — “Psychologie de raisonnement”, 1920, pág. 263. As tolices e desconchavos reportam em autores de todos os quadrantes. No livro espanhol “Matemáticas, segundo curso” (Zaragoza, 1940, página 9) podemos ler esta incrível sandice: “Matemática é a ciência que tem por objeto a quantidade”.

ancho nos seus escritos, imaginou esta definição que pode parecer bela e sonora, mas que não tem sentido lógico:

“Matemática é a ciência do Infinito.”

A DEFINIÇÃO DE UM PSICÓLOGO

Depois de comentar e dismantelar várias definições errôneas, ilógicas ou mal-amanhadas, o insigne psicólogo francês Philippe Chaslin julga-se perfeitamente capaz de entrar na arena das competições e investir, com o máximo destemor, contra as inextricáveis dificuldades da Lógica. E o preclaro Chaslin (com suas longas e veneráveis barbas brancas), aparece garbosamente escudado na seguinte definição:

“A Matemática Pura é a ciência das operações reais ou imaginadas direta ou simbolicamente — sobretudo simbolicamente — de simples composição ou decomposição, de formação complexa, de agrupamento e de correspondência que podemos fazer, ou não podemos fazer, sobre relações de objetos reais ou imaginários.”

E o incrível Philippe Chaslin (Ob. cit. página 249), confiante na sua espantosa e extravagante definição, sente-se no dever de esclarecer:

“Essas operações são sugeridas ao espírito do homem, a princípio pela prática, depois pela vida científica, e, finalmente, pela sua própria imaginação.”

O matemático mais crédulo e estulto não poderia aceitar, como definição de Matemática, o amontoado de parvoíces e frases sem sentido do sr. Chaslin. Há vários capítulos da Matemática Pura que não podem ser enquadrados na inescrutável definição chasliana. Acresce que se trata da definição da chamada Matemática Pura, quando os filósofos visam definir a Matemática de um modo geral. ⁽⁸⁹⁾

A IMPOSSIBILIDADE DE SE DEFINIR A MATEMÁTICA

Uma vez esclarecido o problema, chegamos à seguinte conclusão:

Dentro dos limites atuais do nosso conhecimento, não é possível definir a Matemática. Essa

⁽⁸⁹⁾ A Matemática Pura, segundo Darbon, não comporta: a) elementos empíricos; b) representação, material, sensível; c) nenhum conhecimento que decorra da intuição. Cfr. André Darbon — “La Philosophie des Mathématiques”, Paris, 1949, página 31.

impossibilidade decorre das seguintes razões pertinentes à própria Matemática:

- 1.º) Pelo seu duplo caráter (concreto e abstrato);
- 2.º) Pela complexidade de seus temas e de seus métodos;
- 3.º) Pela extensão de seus objetivos;
- 4.º) Pela natureza multiforme de seus problemas;
- 5.º) Pela amplidão de seus conceitos;
- 6.º) Pela transcendência de muitas de suas teorias.

O filósofo Spengler, o malabarista dos conhecimentos, não aceitava para a Matemática definição alguma e resumia a sua opinião em termos bem claros:

“Se a Matemática fôsse uma mera ciência, como a Astronomia ou a Mineralogia, poderíamos definir seu objetivo. Ninguém pôde, até agora, nem poderá jamais, formular essa definição.”⁽⁹⁰⁾

⁽⁹⁰⁾ Cfr. James R. Newman, ob. vol. 4, pág. 2.319. O artigo de Oswaldo Spengler, filósofo alemão (1880-1936) tem, na Enciclopédia de Newman, o título: “Meaning of Numbers” (Significado dos Números).

“É preciso — aconselha Laisant — que nos resignemos diante dessa impossibilidade de formular uma definição perfeita da Matemática. Mas, na falta dessa definição rigorosa, podemos e devemos procurar, na confusão das tentativas feitas, um meio de se fazer compreender, ao menos de uma forma aproximada, o espírito geral e o fim essencial da Matemática.”⁽⁹¹⁾

O traço marcante da Ciência Moderna é permitir ao matemático que aceite, sem definição, todo e qualquer conceito para o qual não podemos formular uma definição dentro da lógica.⁽⁹²⁾

O grande segredo, para o matemático, é abster-se de definir aquilo que não pode ser definido.

A Matemática deve, portanto, figurar entre os conceitos que não têm definição.

⁽⁹¹⁾ Cfr. C. A. Laisant, ob. cit. página 12.

⁽⁹²⁾ A Geometria, por exemplo, oferece-nos vários conceitos que devemos aceitar sem definição: ponto, reta, plano, etc.

Capítulo VI

*Finalidades da Matemática
no Curso Secundário*

OS QUATRO PROBLEMAS

Os múltiplos e embaraçosos problemas que se apresentam ao Professor de Matemática, diante da classe, podem ser, ao primeiro exame, desdobrados em quatro grupos fundamentais. Nos delicados entrechoques da Didática, cada grupo poderá ser englobado numa pergunta.

Eis, portanto, essas perguntas que enfeixam os aludidos problemas:

- 1) A quem ensinar?
- 2) O que ensinar?
- 3) Como ensinar?
- 4) Para que ensinar ⁽⁹³⁾

Exigem essas perguntas pequenos comentários e rápidos esclarecimentos. Vejamos:

⁽⁹³⁾ Poderíamos, é claro, nesse sentido, ampliar o campo de nossas investigações e tentar indagações mais vagas: — Quem deve ensinar? Quando ensinar? Vale a pena ensinar? etc.

1) A quem ensinar?

Estará a classe em condições normais de aprendizagem? Tem maturidade? Tem base suficiente? Está convenientemente motivada? Apresenta a classe muitos alunos sem aptidão matemática? Como orientar os educandos que revelam notória aversão pelo estudo?

São bem claras, nesse sentido, as I. M. do C. P. II:

“Tenham-se sempre presente que o ensino não depende da matéria em si mas, principalmente, do aluno, ao qual se ensina.

Assim segundo a reação da turma, a sua maior ou menor rapidez de entendimento constituirão para o Professor, os fatores decisivos que o aconselharão a estender-se além dos limite prescrito ou a reduzir o assunto nas partes em que julgar indicado.”⁽⁹⁴⁾

2) O que ensinar?

Deverá o Professor omitir certos pontos do programa? Será interessante ensinar noções não

⁽⁹⁴⁾ Das Instruções Metodológicas que acompanham o Programa Oficial de Matemática. Essas Instruções foram elaboradas por professores do Colégio Pedro II.

contidas explicitamente no programa? Deverá o Professor ensinar a parte teórica? Os poliedros estrelados? As mudanças de base? Certos teoremas da Álgebra? A teoria da raiz quadrada? A prática da raiz cúbica?

As I.M. do C.P. II contém esta notável observação:

“O que importa não é ensinar muito, mas ensinar bem, com orientação adequada, evitando fatos e problemas puramente especulativos.”

3) Como ensinar?

Será indicado, para a classe, o estudo dirigido? Preleção visualizada? O processo do caderno controlado? O método da redescoberta? Que técnica ou procedimento didático deverá o Professor adotar?

São interessantes, nessa parte, os ensinamentos contidos nas I.M. do C.P. II:

“Dever-se-á dar especial atenção, principalmente no Curso Secundário, ao exato significado dos termos empregados, fugindo-se, sempre, da prática da simples memorização, que cansa e enfastia; do uso abusivo de definições, em particular de definições descritivas o mais das vezes viciosas; e, ainda, do recurso de demonstrações longas e pesadas que,

ao invés de satisfazerem as necessidades lógicas que começam a ser despertadas, as embotam e atrofiam.”

4) Para que ensinar?

Quais são os objetivos do ensino da Matemática? Que benefícios trará para os educandos? Devemos prepará-los, unicamente, para as provas oficiais? Para alguma finalidade imediata? Para a vida?

Os três primeiros problemas estão fora dos objetivos essenciais deste capítulo. Serão, em momento oportuno, devidamente estudados e esclarecidos. Vamos, pois, enfrentar e analisar, do ponto de vista didático, a quarta e última pergunta:

Para que ensinar Matemática? ⁽⁹⁵⁾

Em outras palavras:

Quais são as finalidades precípua da Matemática no Curso Secundário?

⁽⁹⁵⁾A afirmação de Pierre Boutroux é categórica: “Podemos ensinar a Matemática para formar engenheiros, para preparar professores ou desenvolver a inteligência dos alunos”. Cfr. Pierre Boutroux — “L’Idéal Scientifique des Mathématiques”, Paris, 1920, pág. 262.

Precisamos, antes de mais nada, apreciar e discutir os chamados valores e objetivos da Matemática.

VALORES DA MATEMÁTICA

Grave contra-senso, nos domínios da Didática, praticaria o Professor que se aventurasse a ensinar a Matemática sem se achar perfeitamente ao par dos valores e objetivos dessa importante disciplina.

Não basta, ao Professor, conhecer a matéria, apresentá-la com a necessária clareza, ter entusiasmo pelo trabalho; é imprescindível que o Professor oriente seu ensino com o pensamento polarizado nos objetivos diretos ou indiretos da Matemática, objetivos que decorrem dos valores dessa ciência.

Apontemos, pois, os valores que se destacam no ensino da Matemática:

a) sua utilidade na vida corrente:

Já mostramos, exaustivamente, que a Matemática é indispensável para a vida de qualquer cidadão normal. Os números cascateiam, sem parar, diante de nossos olhos; os problemas rudimentares de cálculo, repontam a cada passo. H. G. Wells, o famoso escritor inglês, escreveu: “O número acompanha

o homem desde que êle (homem) nasce até que morre". Ao caminhar na vida pisamos, a todo instante, sôbre pilhas e mais pilhas de números." (96)

b) sua utilidade para o estudo de outras matérias:

A Física, a Química, a Biologia, etc., não podem ser estudadas sem o auxílio constante e seguro da Matemática. A Aritmética e a Geometria palpitam por tôda parte. Existe uma coleção de livros didáticos cujos títulos evidenciam êsse valor, até hoje incalculado, da Matemática: "Matemática para Físicos e Químicos", "Matemática para o Médico", "Matemática para o Agricultor", "Matemática para o Radiamador", etc.

c) sua utilidade como disciplina mental:

A Matemática (convém insistir e reinsistir) ensina a raciocinar com exatidão; a perceber delica-

(96) Ao estudar o Cálculo Aritmético, na Escola Primária, escreveu Aguayo: "Os melhores metodologistas da matéria concordam em que o valor utilitário do Cálculo Aritmético tem sido muito exagerado, pelo que o têm sobrecarregado de questões que na vida real não oferecem a menor aplicação. Exemplo dessas questões são: o estudo das frações compostas, a redução de frações decimais a frações ordinárias, a regra de três composta, a extração de raízes, o máximo divisor comum, a regra de mistura e liga a de juros compostos, etc. Cfr. A. M. Aguayo — "Didática da Escola Nova", São Paulo, 2.^a edição, pág. 277.

dos e obscuras formas de pensamento; a compreender a distinguir certas analogia e relações abstratas. Cria, ainda, no espírito do educando, hábitos sadios de trabalho mental; esclarece certos métodos que são de imensa utilidade na vida. Ensina a ser claro em suas respostas; a ser lógico e honesto nos seus argumentos; a ser coerente e racional em suas exposições. O saudoso Professor Otacilio Novais (da antiga Escola Politécnica do Rio de Janeiro) referindo-se a certo parlamentar carioca dizia: — "O deputado F. raciocina mal e sem lógica. Vê-se logo que nunca estudou Geometria". Bem dizia Pascal: "Entre dois espíritos iguais — em idênticas condições — aquêle que sabe Geometria é superior ao outro." (97)

d) sua utilidade na educação moral:

Grandes verdades e verdades eternas são impostas ao nosso espírito pela Matemática. Tomemos,

(97) Há vultos notáveis que subestimam o valor educativo da Matemática. Disse Goethe, poeta alemão: "O cultivo mental proporcionado pela Matemática é de forma extrema, particular e reduzido". Hamilton, filósofo inglês (1788-1856) é decisivo: Nenhum dos nossos estudos intelectuais tende a cultivar menor número de faculdades e de modo mais parcial e insignificante do que a Matemática. Cfr. Santiago Hernandez Ruiz — *Metodologia de Aritmética en la Escuela Primaria*, México, 1950, 1.^a edição, pág. 4. Convém ler: Adolfo Rude — "La Enseñanza de las ciencias exatas e naturales", Ed. Labor, 1937, pág. 5.

para exemplo, uma simples proposição geométrica: “A relação entre a circunferência e o diâmetro é constante”. Esse princípio é verdadeiro para uma circunferência do tamanho da ponta de uma agulha e é, também, verdadeiro para a circunferência que tiver o raio igual ao raio do Universo visível.

Das Instruções Metodológicas para o Ensino da Matemática, copiamos estas judiciosas considerações:

“Desempenha, indiscutivelmente, a Matemática, no Ensino Secundário, um papel preponderante como objeto de cultura, instrumento de trabalho e fator de aperfeiçoamento mental.

“O alto valor educativo de seus métodos e processos de aprendizagem tem sido reconhecido e proclamado de um modo geral.

“Tal aprendizagem presta-se a desenvolver, paulatinamente, no aluno, a capacidade de julgamento, o hábito de concisão e rigor na expressão, a intuição, a agilidade de ação e de raciocínio, e, também, a atenção, a presteza para compreender, reter e elaborar.”

Os valores da Matemática podem ser, portanto, divididos em dois grupos:

- 1) valores utilitários;
- 2) valores educativos.

Estudemos, separadamente, cada um desses valores (informativos e formativos).

VALOR UTILITARIO DA MATEMÁTICA

“Afora a língua materna — comenta o Prof. Euclides Roxo — nenhum assunto de estudo está tão intimamente ligado à vida didática.”⁽⁹⁸⁾

Já fizemos sentir a importância da Matemática nos acontecimentos mais banais da vida. Fala-se, por exemplo, no espantoso satélite artificial lançado pelos astro-físicos russos. Surge logo um sem-número de perguntas:

- Qual é o peso desse satélite?
- Qual é a sua velocidade?
- Qual a forma de sua órbita?
- Qual o seu custo?
- Qual será a sua duração?

Cada pergunta está intimamente ligada a números, a fórmulas, a figuras e a proposições matemáticas.

A Matemática, fornecendo meios para a resolução de problemas da vida tem, precipuamente, uma finalidade utilitária, informativa.

⁽⁹⁸⁾ Euclides Roxo, ob. cit., pág. 104.

Ensina a Matemática a calcular a área de um polígono, o volume de uma esfera, o juro de um capital, a despesa de uma indústria, o comprimento de uma elipse, a distância entre dois planetas, a resistência de um cabo, o custo de uma obra, a tonelagem de um navio, o salário de um operário, a potência de um motor, etc.

E, nesse ponto, observa Euclides Roxo:

“Apesar dêsse enorme valor prático da Matemática é forçoso reconhecer que o cidadão normal pouca necessidade tem dos fatos matemáticos e mesmo escassa oportunidade de usá-los, além das mais simples noções de Aritmética.” (99)

Não seria difícil apontar engenheiros (militantes na profissão) que nunca foram levados (por problemas práticos) a resolver uma simples equação do 2.º grau. Sabemos de arquitetos notáveis que jamais tiveram oportunidade de aplicar, no estudo de seus projetos, as complicadas transformações da Geometria Descritiva.

Em cem estudantes, que deixam o Curso Secundário, só quatro ou cinco (no máximo) terão oportunidade de aplicar (na vida) certas teorias

(99) Euclides Roxo, ob. cit. pág. 104.

matemáticas estudadas na escola. Dizia-nos alto funcionário do Banco do Brasil:

“Até hoje não precisei dos logaritmos, e não tive oportunidade de aplicar o teorema de Pitágoras, do qual tanta questão fazia, no meu tempo, de colégio, o velho Professor de Geometria.”

Há, entretanto, profissões que exigem do indivíduo conhecimentos profundos da Matemática. (100)

No dizer de Laisant mesmo os homens ilustrados (com aversão declarada pela Matemática) aplicam, constantemente, as noções aprendidas nas classes colegiais.

E escreve:

“A iniciação matemática é indispensável a todas as crianças, sem distinção de fortuna, de situação social, de sexo. Cumpre, porém, acrescentar que sempre — sem distinção alguma, sem reserva de qualquer espécie — a instrução matemática é igualmente indispensável. As mulheres precisam tanto dela como os homens; a vida corrente, a economia doméstica, da mesma forma que a indústria, cujas aplicações envolvem todo o nosso viver, exigem de

(100) Paul Montel, ob. cit. Veja nota n.º 30.

nós conhecimentos das grandezas e da extensão.” (101)

E acrescenta Laisant:

“Tanto em Matemática como em tudo o mais, a intuição não faz sábios; nem se trata de os fazer; mas existe em tôdas as disciplinas (e especialmente em Matemática) um fundo geral de conhecimentos úteis, necessários a tôda gente e de fácil aquisição para o indivíduo, cujo cérebro esteja isento de tara.” (102)

VALOR EDUCATIVO DA MATEMÁTICA

É verdade, já comprovada, por vários séculos de longas e cuidadosas observações, que a Matemática exerce, sobre os estudantes, profunda e duradoura ação educativa.

Mas, para que isto aconteça, três condições básicas são indispensáveis:

- 1) que a Matemática seja bem ensinada.

No caso do mau Professor, a Matemática se apresenta desvirtuada. O estudante, nesse caso,

(101) Charles Laisant — “Iniciação Matemática”, tradução do Dr. Henrique Schindler, Lisboa, 3.^a edição, página 173.

(102) Idem, ibidem. Página 174.

toma completa ogeriza, verdadeiro horror pela Matemática, pelos métodos matemáticos, pelos problemas e figuras da Matemática, etc. Esse estudante mal conseguirá fixar algumas regras, e da Matemática tirará o suficiente para passar no exame e ficar livre da ciência que, para êle, é detestável. (103)

Evite o Professor problemas complicados, cálculos trabalhosos, equações difíceis e raciocínios mirabolantes. Procure dar ao ensino uma feição simples, prática, agradável e (sempre que fôr possível) intuitiva.

(103) Felix Auerbach, em seu livro (ob. cit. pág. 14) fórmula esta pergunta:

“A quem devemos êsse medo, êsse horror pela Matemática?”

A resposta é fácil. Vamos transcrever, apenas, um pequeno trecho do insigne matemático e astrônomo, Professor Sebastião Sodré da Gama, que exerceu a cátedra de Mecânica Racional na Escola Nacional de Engenharia: Escreveu o saudoso Prof. Sodré da Gama:

“Que tristeza, que humilhação mortificante e irremediável para um professor de Matemática, ao ouvir um ex-aluno seu, homem inteligente, ilustrado e culto, vangloriar-se de ter tido sempre um verdadeiro horror à Matemática! Horror, portanto, ao raciocínio! Desprêzo pelo mais poderoso instrumento de investigação! Aversão ao sentido suplementar, à honra do espírito humano!...

Mas os culpados somos nós; sim, nós, professores de Matemática, que não pesamos bem a nossa tremenda responsabilidade. Não nos assiste o direito de ignorar que os primeiros professores de Matemática exercem uma grande influência no futuro de seus alunos. Sejamos patriotas! Facamos da nossa nobre profissão um verdadeiro sacerdócio!”

Rezam as I.M. do C.P. II:

“Especialmente nos primeiros anos do Curso Ginásial, o ensino terá caráter eminentemente prático e intuitivo.

Procurar-se-á despertar, aos poucos, no aluno, o sentimento da necessidade da justificativa, da prova e da demonstração introduzindo-se, ainda, no Curso Ginásial, o método dedutivo com os cuidados que exige.”

O Prof. Manoel Jairo Bezerra (Ob. cit. página 19) chama a atenção para os objetivos da Matemática (dentro do programa do ensino de grau médio):

1) “Desenvolver paulatinamente no aluno a capacidade de julgamento e hábito de concisão e rigor na expressão, a intuição a agilidade de ação e de raciocínio e, também, a atenção e a presteza, para compreender, reter e elaborar.

2) Levar o aluno ao domínio racional dos conhecimentos de utilidade prática e imediata.

3) Formar no educando hábito de analisar os problemas que se lhe deparam, procurando-os resolver de modo metódico e eficiente.

4) Solicitar constantemente o instruendo a fim

de não torná-lo “um mero receptor passivo de conhecimentos”.

5) Dar nos primeiros anos caráter eminentemente prático e intuitivo.

6) Procurar, progressivamente, ir despertando no estudante a necessidade da prova, da justificativa da verificação e da demonstração, até introduzir cuidadosamente o método dedutivo.

7) Não exagerar a idéia de rigor, nem nos anos mais adiantados, a fim de não tornar a matéria fastidiosa e formal a explanação do assunto, afastando assim o aluno do encadeamento dos conceitos.

8) Nunca deixar de apelar para a intuição.

9) Procurar dar exata explicação dos termos empregados, visando evitar a memorização pura.

10) Fazer com que os exercícios e os exemplos acompanhem paralelamente as explanações da matéria.

11) Apresentar a matéria na ordem em que se encontra nos programas.

12) Não esquecer que “o ensino não depende da disciplina em si, mas, principalmente, do aluno”.

13) Não colocar em primeiro plano o ensinar muito, mas, sim, o lecionar bem.

- 2) que o Professor se interesse (diretamente) pelo educando.

Não basta ensinar; compete, também, ao Professor, interessar-se pelo educando. E formulará estas perguntas: Estará êle (o educando) acompanhando as minhas lições? Ouve com prazer as minhas aulas? Está preocupado em aprender a Matemática?

- 3) que as condições (pessoais e materiais) do aluno sejam favoráveis à aprendizagem.

O aluno tem maturidade? Tem boa base? O estabelecimento que frequenta oferece relativo conforto? O horário é adequado?

Observados os três itens fundamentais, o Professor bem orientado deverá ensinar a seus alunos:

- 1) a gostar e a interessar-se pela Matemática.

Cabe, ao Professor, essa delicada e importante tarefa de despertar em seus alunos o gosto, o interesse pela Matemática. Formulará problemas interessantes, artificios curiosos; apresentará problemas relacionados com fatos da vida corrente do aluno; chamará a atenção para a fecundidade de certos raciocínios; para uma figura notável; para uma aplicação prática engenhosa. Na aula de Literatura

o Professor chama a atenção de seus alunos para êstes versos de Anthero de Quental:

“Num sonho todo feito de incerteza,
De noturna e indizível ansiedade,
É que vi teu olhar de piedade,
E mais que piedade, de tristeza!”

E dirá: Vejam que beleza! Que maravilha! Que harmonia!

Na aula de Matemática, o Professor chamará a atenção de seus alunos para o heptágono regular estrelado de 3.^a espécie. Fará, em côres, a figura no quadro-negro. E dirá, também:

— Vejam que beleza! Que maravilha! Que harmonia! ⁽¹⁰⁴⁾

Realmente. Para o literato há beleza no verso; para o matemático há poesia e beleza no heptágono regular estrelado de 3.^a espécie.

Mas... (há sempre um mas...) é preciso ensinar o aluno a ver, a observar, a conhecer e a admirar.

Copiemos um trecho bastante expressivo das I. M. do C. P. II:

⁽¹⁰⁴⁾ Sugerimos aos Professôres a leitura do capítulo “Plaisir Mathématique”, no livro intitulado “La bosse des Mathématiques” (Gaud, 1927, pág. 31).

“Cumpre assinalar, ainda, que o ensino da Matemática, quando orientado de modo que se torne explícito, além do seu aspecto quantitativo, torna-se um fator bastante ponderável, no Curso Secundário, para o desenvolvimento da imaginação e do senso estético do aluno.

É essencial, portanto, que neste ensino, não se percam jamais de vista tais objetivos, mantendo suas características culturais, educativas, práticas e de utilidade, inclusive como instrumento da técnica geral e das outras ciências.”

Grave erro comete o Professor que esquece esse caráter eminentemente qualitativo da Matemática” e ensina essa nobre Ciência sob uma orientação exclusivamente utilitarista. (105)

(105) O plano dos estudos utilitaristas só vê, na Matemática, a face prática, os métodos, regras, e sistemas para resolver problemas úteis, alguns abstratos, em sua grande maioria, sobre objetos relacionados com a vida doméstica: ensinam tôdas as maneiras de obter o resultado, embaralhando números e letras quase sempre inexpressivas, sem alma, sem espírito, sem uma finalidade superior. Cfr. Prof. Julio Tejano Pinto, “La enseñanza de las matemáticas en el ciclo secundario”

(106) Maurice Lecat (“Erreurs de Mathématiciens des origines à nos jours”, Bruxelas, 1935), mostra erros em mais de trezentos matemáticos. O único matemático que não errou — afirma Lecat — foi o francês Evaristo Galois (1811-1832) morto em duelo aos 21 anos de idade. “Não podemos esperar que o aluno, do tipo comum, seja um segundo Euclides”. Cfr. J. W. A. Young, “Fines, valor y métodos de la enseñanza matemática”, Buenos Aires, 1947, página 104.

2) a formular, com clareza, suas dúvidas.

Que não se descuide o Professor das dúvidas e incertezas que repontam, a cada instante, no espírito de seu aluno. Ouça com atenção essas dúvidas; ensine o aluno a formulá-las com clareza e precisão. Faça sentir ao educando que o erro é natural. (106) Escreveu Camões:

“— Que até entre os portugueses,
Traidores houve, algumas vezes.”

Parodiando o imortal poeta luso diríamos, fora da rima, longe da métrica, mas dentro da verdade:

— Que até entre os matemáticos,
Erros surgiram, algumas vezes.

3) a encaminhar, com lógica, o raciocínio.

Uma aula qualquer, de Matemática, oferecerá ao Professor mil oportunidades para ensinar a seus educandos a maneira correta de raciocinar.

E nesse sentido poderá o Professor fazer repetidos exercícios com a turma, aproveitando, de preferência, as formas indutivas mais simples e mais vivas, ou recorrendo às formas dedutivas mais interessantes e de maior generalidade.

A Geometria é a parte da Matemática que mais se presta para o amplo desenvolvimento dessa perfeita ação educativa do Professor.

E ainda: Que o Professor, com a máxima cautela, ensine o aluno a ser rigoroso e preciso nos seus cálculos e raciocínios.

As I. M. do C. P. II devem ser lidas com a máxima atenção:

“A idéia de rigor não deverá ser exagerada, mesmo no segundo ciclo, a fim de que não se torne fastidiosa a explanação da matéria, com o consequente alheamento do aluno, pelo processo de encadeamento dos conceitos, das demonstrações e dos problemas. O apêlo à intuição jamais deverá ser dispensado. E a lição é de Jacques Hadamard quando afirma que o rigor não tem tido outro objetivo senão o de sancionar e de legitimar as conquistas da intuição.”

4) a ser cuidadoso nos cálculos.

Não permitirá o Professor, sob pretexto algum, que os educandos sejam descuidados ou desleixados em seus cálculos, em seus trabalhos e em seus cadernos.

Aluno desleixado e negligente é sinal de que o Professor é negligente e desleixado, também.

Tôdas as contas, fórmulas, equações, figuras, etc., devem ser feitas com o maior capricho. Os algarismos traçados com cuidado; os sinais indicados com clareza e precisão. ⁽¹⁰⁷⁾

Quando, nas provas escritas, o Professor permitir rescunho, exija que êsse rascunho seja ordenado e contenha as indicações indispensáveis. Rascunho desordenado deve ser, não só abolido, como terminantemente proibido pelo Professor.

O Professor fará com que o aluno aprenda a destacar o resultado final de um problema ou o valor final de uma expressão. Êsse resultado final deve vir seguido:

- 1.º) de uma verificação;
- 2.i) de uma interpretação.

5) a ser correto na sua linguagem.

Que o aluno se habitue a ser cuidadoso na sua linguagem, especialmente ao enunciar as regras, os princípios, as definições e os teoremas. Não permi-

⁽¹⁰⁷⁾ Êsse hábito a criança deveria ter adquirido na Escola Primária. Cfr. Irene de Albuquerque — “Metodologia da Matemática”, Conquista, Rio, 1951, pág. 25.

tir que o aluno empregue um termo matemático do qual não conheça a significação.

6) a ser sincero e leal em seus trabalhos.

Entramos, aqui, num setor muito delicado da tarefa do Professor. Ensinar, com auxilio da Matemática, o aluno a ser sincero e leal.

O aluno educado é, por natureza, sincero e leal para com seu Professor. Não cola; não mente; não pratica a fraude.

Oferece a Matemática ótimas oportunidades ao mestre: nos exercicios, no estudo dirigido, nos interrogatórios coletivos, nos jogos, etc. — poderá o Professor mostrar aos educandos vantagens que decorrem da sinceridade e da lealdade.

*

Uma vez observados pelo Professor os cuidados que acabamos de apontar estará o Matemático exercendo, sobre seus alunos, ação educativa — no duplo aspecto:

educação mental,
educação moral.

PARTE COMPLEMENTAR

Artigos, Notas e Curiosidades

O “EVOLUIR” DA MATEMÁTICA

“A Matemática — adverte sàbiamente o Prof. José Sebastião da Silva — não se constrói dum bloco... E é bom que o aluno se habitue a considerar esta ciência como um “evoluir” e não como qualquer coisa de acabado e perfeito; como “obra de homens para homens”, em que êle mesmo poderá vir colaborar e não como generosa dádiva dos Deuses. Só assim o “caráter convencional de tôda definição” matemática deixará de repugnar ao espirito do principiante, porque foi preparado o terreno psicológico, favorável à aceitação de tais convenções, adaptadas a um certo fim. Só dêste modo se conseguirá pôr têrmo a lenda que se criou da aridez e do tecnicismo estreito da Matemática. Só então deixaremos de ouvir de pessoas cultas esta impertinente pergunta: “Pois ainda há que descobrir em Matemática? A Matemática não é então um assunto esgotado?” De semelhante estado de espirito é grandemente responsável a orientação que tem predominado no ensino

dessa disciplina. Só utilizando, como aconselha Klein, o método intuitivo e genético, será possível evitar as tão freqüentes atitudes de incompreensão e, mesmo, de rebelião, a respeito da Matemática, e despertar no aluno o amor por essa ciência. ⁽¹⁾

E, nesse mesmo sentido, pondera judiciosamente Langevin:

“Experimentei uma grande satisfação com a idéia de que tanto para o matemático como para o físico, sobretudo depois do século XX, a ciência é um *vir a ser*.”

“A Matemática — proclama Finkel — é a concretização da verdade. Nenhum cultor sincero da Matemática pode ser desonesto, injusto ou desleal, pois trabalhando sempre num clima em que tudo é verdadeiro, como poderia desenvolver em si sentimentos aviltantes ou cimentados pela mentira?”

Portanto, a Matemática tanto tem um valor ético como educacional. Seu alto valor prático é reconhecido a cada instante. Abolir todos os numerosos preceitos e normas da atual civilização que envolvam algum princípio matemático, seria como fazer

⁽¹⁾ Cfr. José Sebastião da Silva — “Gazeta de Matemática”, Lisboa, janeiro de 1943.

retroceder o mostrador do tempo novamente para a idade do homem das cavernas que vivia em luta com animais ferozes.

Grande conteúdo filosófico encontramos nesta observação de Davis E. Smith:

“Antes que existisse Marte, a Terra ou o Sol, e muito depois que deixarem de existir, lá como aqui nas regiões mais remotas do espaço estelar do tipo que conhecemos — o quadrado construído sobre a hipotenusa foi, é e será sempre equivalente à soma dos quadrados construídos sobre os catetos. Tôdas as nossas teorias da vida, tôdas as nossas especulações pueris sobre a morte, tôdas as nossas disputas triviais de escolas filosóficas — tudo isso são poeiras que mal se vêem num raio de sol comparado à dup^la eternidade, passada e futura, de uma verdade como aquela.” ⁽²⁾

E assim se exprimiu Bossut:

“Os inimigos da Geometria, aquêles que só a conhecem imperfeitamente, olham para os problemas teóricos, que constituem a mais difícil parte dessa admirável ciência, como jogos mentais que consomem tempo e desgastam uma energia que bem

⁽²⁾ A citação é transcrita de E. Roxo, *ob. cit.* pág. 107.

podia ser empregada em outras coisas. Tal crença é falsa, e bloquearia o progresso da ciência se fôsse real. Não resta dúvida que os problemas especulativos, que a princípio se nos afiguram estéreis podem, muitas vêzes, ser aplicados em problemas úteis. Ademais êles sempre estão entre os melhores meios para desenvolver e reafirmar tôdas as fôrças da inteligência humana."

MENTALIDADE MATEMATICA

O famoso geômetra italiano Federigo Enriques, em seu livro "La Matematiche nella storia e nella cultura", traçou interessantes comentários sôbre a mentalidade matemática: (3)

"Para compreender bem o lugar correspondente na cultura à Matemática e aos matemáticos, não se pode prescindir da análise de alguns problemas psicológicos.

Antes de tudo, que coisa distingue a mentalidade do matemático?

Segundo a observação comum, os rapazes que, na escola, mostram um certo talento para a mate-

(3) Este artigo, em tradução do Prof. A. Sá da Costa foi publicado na "Gazeta de Matemática", Lisboa, outubro de 1942, pág. 29.

mática não são sempre os mais inteligentes; são tímidos, embaraçados, concentrados, por nada se interessam além dos seus cálculos e das suas figuras. Então, os camaradas apelam de boa vontade para o antigo adágio "mathematicus purus, purus asinus". Em substância, o juízo pode atribuir-se a Aristóteles: "um homem estúpido — diz êle — pode ser um excelente geômetra, como sucede com Hipócrates de Chio, que, sendo comerciante, perdeu o seu dinheiro por inaptidão e estultícia, deixando-se defraudar pelos cobradores da alfândega de Bizâncio".

Esta tendência para considerar a Matemática uma faculdade independente das outras atitudes do intellecto (e também a nossa ciência um compartimento isolado, como a Música), é valorizada pela constatação de brilhantes qualidades de engenho em homens que se conhecem e confessam incapazes de compreender a mais simples verdade matemática, a demonstração de um teorema ou de uma fórmula assaz elementar. Mas, os juízos da opinião comum sôbre esta matéria não se podem aceitar sem críticas.

Em primeiro lugar, os rapazes que, como se disse, parecem dotados de um exclusivo talento matemático e negações para qualquer outro estudo, não

é de crer que cheguem a ser matemáticos de algum mérito. Se se examinarem exemplos mais conhecidos, o engenho matemático em grau um pouco elevado, pode apresentar lacunas e, por vèzes, aspectos bizarros, mas requer um conjunto de qualidades que conferem ao possuidor uma grande versatilidade, além da aptidão para aprofundar os mais diversos campos do conhecimento. Não há testemunhos para verificar ou contestar o que Aristóteles disse de Hipócrates de Chio (embora a distração ou inaptidão de quem se deixa defraudar revele antes um defeito de inteligência prática em lugar de uma não inteligência em geral), mas, entre os matemáticos célebres da história, encontram-se alguns dos melhores talentos da humanidade: homens que, não só conseguem dominar outros ramos da ciência teórica ou possuir uma técnica, mas também são, simultaneamente, filósofos, juristas, médicos, artistas, escritores de estilo maravilhoso como Galileu e Pascal, por vèzes até poetas.

As disposições práticas repartem-se desigualmente entre os matemáticos. Na antiguidade muitos ocuparam cargos políticos nas suas cidades, como Archita di Taranto, que foi sete vèzes estratega e chefe do govêrno de Taranto. Napoleão, que esti-

mava a Matemática e dizia que “o seu estudo está intimamente ligado com a prosperidade do estado”, nomeou para o govêrno Laplace, mas, poucos dias depois, demitia o seu ministro com esta observação: “cet home portait dans les affaires publiques l'esprit des infiniments petits”. Todavia, não deveriam perder-se, igualmente, nas minúcias Monge e Carnot. O primeiro é o fundador da Escola Politénica de Paris, inspirada no mais alto sentido prático, que tem dado à França os seus estrategas e alguns dos seus mais célebres matemáticos, um organismo de estudos que deixa ainda a sua marca na formação espiritual de todo o país. O outro, o altivo jacobino da Convenção Nacional, é o organizador da vitória, que nas horas mais trágicas da Revolução Francesa salvou a nação da invasão do estrangeiro.

Também a ostentada incompreensão total da Matemática por parte de homens inteligentes deve ser posta em dúvida. Na maioria dos casos, trata-se duma antipatia que afasta dêste estudo jovens cujo interêsse se não soube despertar; e a responsabilidade cabe ao professor. Proponha-se a um ignorante em Geometria que duplique um quadrado; possivelmente êle, como o escravo do Menone platônico, será levado, em primeiro lugar, a duplicar o lado; um sen-

tido de falsa analogia o induz em erro. Mas, corrigir-se-á logo que lhe seja mostrada a figura do quadrado de lado duplo decomposta em quatro quadrados. Análogamente, compreenderá facilmente o significado geométrico da identidade

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab.$$

Contudo, se esta lhe fôr apresentada como expressão abstrata de um cálculo algébrico, deve esperar-se que ela desperte a sua repugnância: na verdade é preciso explicar com cuidado ao principiante o que significam os símbolos por números arbitrários, e depois, compreender a lei distributiva do produto em relação à soma. Enfim, a referida fórmula, para ser compreendida e assimilada, exige uma preparação não muito curta do aluno, feita com senso pedagógico; na falta desta, se a fórmula é comunicada por um simples repetidor, como uma regra mecânica, suscitará rebeliões não de todo injustificadas, que surgem naturalmente no nosso espírito contra o uso de uma língua estrangeira desconhecida.

Resta, de qualquer maneira, um pequeno número de espíritos aos quais repugna a disciplina lógica da dedução matemática, que são de fato incapazes de seguir o raciocínio abstrato ou de impedir os mo-

vimentos efetivos das associações psicológicas, atendo na própria abstração. São os que no *homo economicus* de Adam Smith vêem, não o tipo de relações econômicas, mas um monstro privado dos sentimentos mais humanos de "pai", de "irmão" ou de "cidadão", a pôr à margem da humanidade. Ou, aquêles que vêem na hipótese, de que parte um raciocínio de redução ao absurdo, uma "concessão" que se faz ao adversário. São homens, inaptos para todo o trabalho propriamente científico, aos quais falta a faculdade elementar da Lógica, no sentido estrito da palavra, e que, inferiorizados não se vangloriam decerto das suas deficiências. Não se exclui, todavia, que entre êsses surjam tipos de exceção, extractando o vigor da sua própria afetividade indisciplinada, que comunicam muitas vêzes à sua arte ou à sua personalidade, nas relações com os outros homens. Até há nesta categoria gênios filosóficos, como Hegel (tão pobre inteligência, no sentido estrito do termo por êle próprio definido!), mas de tal ninguém deve admirar-se, porque os filósofos não devem tomar-se como uma espécie de santos do pensamento, exemplos do bem raciocinar, mas, pelo contrário como representantes de diversas atitudes do espírito, que muitas vêzes, são chamados expri-

mir na sua pureza e até como paradoxo; então não é o equilíbrio das diferentes faculdades, mas a proeminência característica dada a alguns motivos e, por isso, o aspecto unilateral da sua inteligência, pelo qual influem sobre as idéias correntes, que lhes confere uma importância histórica particular.

A grandeza destes homens não afeta, em qualquer caso, o juízo sobre o qual falta à sua inteligência: do ponto de vista fisiológico são, igualmente, deficiências que, em circunstâncias especiais, são largamente compensadas, mas, nem por isso, deixam de ser deficiências efetivas.

Entre os espíritos avessos, deste modo, à compreensão científica, pode recordar-se o grande romântico Carlyle que considerava ridículo que alguém pudesse ocupar-se da velocidade de deslocamento de um glaciér. C. Darwin, que com elle estava ligado pela amizade do irmão Erasmo, dizia: "Por quanto posso julgar, nunca encontrei um homem cujo espirito seja tão pouco dado à investigação científica" e, acrescentava, "as suas descrições são vivas: são também exatas"?

Como acontece habitualmente com as coisas humanas, o que é capaz de suscitar os maiores entusiasmos provoca também, naturalmente, o ódio e o

desprêzo dos que não sabem compreender o seu valor; por isso não pasma o juízo desfavorável que têm formulado, sobre a Matemática e sobre a ciência em geral, alguns poetas:

"Verdadeiro deserto que dos vates é tumba."
(Monti).

"O ensino da Matemáticas faz do homem máquina e degrada o pensamento. A alma de um povo não é esse número mudo e morto com auxilio do qual elle conta as quantidades e mede as extensões: a toesa e o compasso fazem outro tanto." (Lamartine).

"Desconfiai das bruxarias e das atrações diabólicas da Geometria." (Fenelon).

Owen, filósofo da natureza pretendia constituir uma subespécie humana com o "homo mathematicus".

Ao contrário, Sully Prudhomme conta assim a felicidade dos geômetras: "Oh, produzir a beleza indiscutível, como a de um teorema demonstrado com uma simplicidade engenhosa, com elegância numa palavra, e de um alcance tão largo que dela depende a predição dos movimentos celestes! É-vos permitida tal coisa, a vós artistas, a vós sobretudo poetas, experimentar jamais o orgulho tranqüilo de uma tal criação?"

O ENSINO DA MATEMÁTICA E A MORAL

Não poucas pessoas ficarão certamente surpreendidas com a simples afirmação de que existe uma profunda relação entre a Matemática e a Moral.

Aquêles que vivem alheios aos progressos que nos últimos anos têm remodelado o grande edifício da metodologia da Matemática indagarão com verdadeiro espanto:

— “Será possível que exista uma relação entre a complicada ciência dos Números e a Moral? Onde e de que maneira a inflexibilidade dos conceitos matemáticos poderá interessar à educação moderna dos jovens?”

Procuremos esclarecer as dúvidas e destruir preconceitos que só podem encontrar justificativa à sombra da Rotina e do Erro.

O ensino da Matemática pode contribuir de maneira notável e eficiente para a educação moral dos estudantes.

O matemático francês Decerf — numa conferência realizada em Paris (em 1937) — ao assinalar as múltiplas relações entre a Matemática e a Moral, acentuou que essas relações não se referem à Moral teórica, mas sim à Moral prática. E De-

cerf acrescentou: “A essa velha moral que o catecismo ensina”.

Em muitos de seus capítulos exige a Matemática uma certa parcela de esforço e aplicação continuada e firme do estudante.

E esse esforço (observa Decerf) deve ser feito com o espírito inteiramente desligado de qualquer idéia de interesse. Não pode o estudante perceber, desde logo, a utilidade daquele estudo do qual não resulta outra recompensa senão a satisfação de ter cumprido com o dever.

Cabe mesmo ao professor chamar a atenção do aluno para essa face importante de sua aplicação ao estudo.

A desenvolver certa demonstração ou ao enfrentar um problema sente-se o aluno em dificuldade. Que fazer? Desistir? Nunca, adverte logo o Professor. E o mestre insiste, procura esclarecer o jovem, repete, com outras palavras, o raciocínio feito; obriga o estudante a definir com precisão os termos e conceitos empregados. “Vamos — aconselha, com tranqüila segurança — recomeçemos a demonstração. Nada de fraquezas e desânimos. Você aprenderá tudo facilmente”.

Fortalecido pelas palavras do mestre, o estu-

dante retoma o fio de suas considerações e leva até o fim o raciocínio, com método e clareza, completando a demonstração que lhe parecera difícil.

Eis, aí, como bem assinalou Decerf, outra face importante da educação moral que a Matemática pôs em relêvo: a **energia**.

Enfrentemos, sem desânimos, os tropeços e dificuldades que se nos deparam.

Encaremos com energia os problemas sérios da vida. O estudante — bem orientado — encontrará na Matemática uma fonte inesgotável de estímulo para o trabalho.

Ao terminar a exposição de novo capítulo teórico é o Professor, não raras vêzes, surpreendido com a velha e arrasadora pergunta:

— Qual é a utilidade dessa teoria? Para que serve, afinal, tudo isso?

Essas perguntas são, por vêzes, formuladas pelos alunos mais talentosos da turma.

Nesse ponto — observa ainda Decerf — o Professor poderá recordar um fato histórico que calará fundo no espírito dos alunos:

— Houve antigamente, na Grécia, um menino que se interessou vivamente por um fenômeno estranho, singular. Consistia na Atração que uma

barra de âmbar (que fôra prèviamente atritada) exercia sôbre pedacinhos de palha. Passava o jovem longas horas observando o fenômeno para ver se poderia dali descobrir alguma coisa.

— Está perdendo o seu tempo — dizia um.

— E isso não adianta — garantia outro.

— Que utilidade pode tirar dêsse “brinquedo”? indagava, com ironia, um terceiro.

As palavras dêsses impertinentes utilitaristas não abalavam o ânimo do pequeno idealista que continuou a estudar e a observar os estranhos movimentos que a barra imprimia aos pedacinhos de palha.

Pois bem: êsse menino curioso, várias vêzes repreendido por estar observando os fenômenos de atração — chamava-se **Aristóteles** — e foi um dos grandes gênios da humanidade. Os fenômenos que êle observava — o tal brinquedinho com palha — eram manifestações da eletricidade. Quem poderá negar hoje a utilidade das fôrças elétricas?

Os números, as equações, e as figuras são, afinal, os pedacinhos de palha com que se divertem os **Aristóteles** da Matemática.

SENTIMENTO DA BELEZA MATEMÁTICA

Judiciosas e profundas são as observações feitas por Amoroso Costa:

“Tornou-se, de há muito, um lugar comum, dizer que o cultivo da Matemática proporciona elevadas satisfações de ordem estética. “Nunca será um matemático completo aquêle que não fôr um pouco poeta”, dizia Weierstrass. A criação científica assemelha-se à criação artística muito mais do que em geral se pensa, sobretudo nas ciências abstratas, onde o espírito, guiado mas não dominado pelos dados externos, tem, por assim dizer, mais um grau de liberdade que nas ciências da natureza. O sentimento de beleza matemática, da harmonia dos números e das formas, da elegância das demonstrações, é, não somente um estimulante essencial no trabalho de pesquisa, mas, sobretudo, um crivo extremamente delicado, que permite separar, na infinidade das combinações possíveis, aquelas que são realmente fecundas, porque só essas são realmente belas. (4)

“Não existe, nem pode existir — acrescenta ainda Amoroso Costa — um método geral para

(4) Amoroso Costa, ob. cit.

conduzir a pesquisa, mas o acaso tem um papel muito restrito. A descoberta é sempre o fruto de uma longa reflexão em direção determinada, um esforço consciente, se bem que não submetido a regras fixas ou a concepções sistemáticas. Nesse trabalho preliminar, tem uma grande parte a inspiração, o dom do homem de gênio, mas é indispensável a escolha de um objetivo, que aliás varia freqüentemente no correr da investigação.

O fato psicológico mais interessante, entre os que então se observam, é talvez o aparecimento repentino da solução longamente procurada, por vezes quando o pesquisador já há muito tempo abandonou o assunto. Tudo faz crer que essa verdadeira iluminação mental resulta de um trabalho subconsciente, que representaria papel capital na invenção.”

O FUTURO E AS APLICAÇÕES DA MATEMÁTICA

A análise Matemática — observa o eminente Professor Pedro Tavares — não deve progredir apenas paralelamente às aplicações práticas e à utilidade imediata à luz da observação dos fenômenos naturais. Estas preocupações jamais poderão retar-

dar-lhes a marcha progressiva. Até porque, se uma descoberta matemática qualquer não fôr suscetível de aplicação imediata, não significa que nunca o seja. Haja visto os trabalhos de Appolônio sôbre as seções cônicas, as quais levaram perto de vinte séculos sem serem utilizadas, quando Kepler as aplicou numa questão suscitada pela contemplação do exterior. Ainda mais: as indagações de Maxwell, sôbre a eletro-Dinâmica, esperavam vinte anos pelo veredictum da experiência.” (5)

O FIM DA CIÊNCIA

“E o fim da ciência é, como têm mostrado os trabalhos de Brunschvicg, substituir tôda a realidade por sinais e símbolos matemáticos. Em seguida, entre êsses números, estabelecem-se relações precisas e constantes que os ligam e que constituem as leis. Depois de Galileu e Descartes, e depois de ter sido posta de parte a concepção qualitativa da natureza, impôs-se esta nova concepção. Abel Rey, inaugurando a Semana do Centre International de Synthèse, em 1933, consagrada ao tema *Science et Loi*, definiu claramente: “A lei é uma relação ma-

(5) Cfr. Pedro Tavares — *Revista Brasileira de Matemática*.

temática. Ela incide, não sôbre a natureza das coisas, mas sôbre um emaranhado de sinais, de índices e de símbolos que indicam as transformações e a evolução das coisas.” (6)

Tendo Afonso, o Sábio, rei de Castela (contamos Emile Picard), ordenado aos astrônomos árabes que construíssem tábuas dos movimentos planetários, achou-as bastante complicadas, e exclamou, em tom de ironia:

“Se Deus, antes de criar o mundo, tivesse me consultado, teria feito bem melhor as coisas.”

“Não endossamos — acrescentou Picard — a blasfêmia do rei de Castela, e repetiremos, mais modestamente, a frase que o grande matemático Galois, algumas horas antes de sua morte prematura, escrevera numa espécie de testamento:

“A Ciência é obra do espírito humano, que é antes destinado a estudar do que a conhecer, a procurar a Verdade, do que a achá-la.”

“A finalidade única da Ciência é honrar o espírito humano e, dentro dêsse princípio, uma simples questão da teoria dos números vale tanto quanto uma nova concepção do sistema do mundo.”

(6) Cfr. Raymond Charmet — *O mito moderno da Ciência*.

O homem de ciência não aspira diretamente, como o prático, realizar o ideal de explorar a Natureza e dominar a Vida: procura, porém, conceber, compreender o real dentro dos aspectos que a experiência permite alcançar. Preocupa-se mais com a clareza e generalidade de uma fórmula do que com o lucro que pode obter com as suas descobertas.

Censurado "por divertir-se, em demasia, com a Matemática pura", replicou Jacobi que um homem de ciência, do valor de Fourier (e fôra Fourier o autor da censura) devia saber "que o fim primordial da Matemática é atingir a maior glória da inteligência humana".

O LUGAR DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO SECUNDÁRIA

Escreve o Prof. Manoel Jairo Bezerra: ⁽⁷⁾

Já vimos da importância da Matemática na vida contemporânea; façamos agora a apreciação da função e do lugar dessa disciplina na Escola Secundária.

⁽⁷⁾ Cfr. Manoel Jairo Bezerra — "Didática Especial da Matemática" Ministério da Educação e Cultura — C.A.D.E.S., Rio, 1957.

Nem sempre a Matemática ocupou o lugar que ocupa hoje. A posição atual dessa ciência veio através de um longo e interessante período de evolução.

Desde os primeiros passos da Educação Secundária, os ensaios realizados pelas escolas têm sido influenciados pela mudança de idéias e considerações práticas. O lugar ocupado pela Matemática nos programas tem, em grande parte, refletido êsses ideais e condições. Tem havido épocas em que êsse "statu quo" tem sido caracterizado por uma relativa estabilidade e proeminência e tem havido outros períodos onde a instabilidade, incerteza e depressão têm sido pronunciadas. É impossível, assim, uma real apreciação sôbre a posição atual do ensino da Matemática e de sua exata função, sem traçar primeiro um quadro retratando a evolução dos programas de Matemática.

É óbvio que, nesse quadro, deverá constar uma descrição dos dogmas educacionais predominantes, as considerações práticas que têm estado em evidência diferentes vêzes e os seus efeitos sôbre a posição e o caráter da instrução matemática.

O desdobramento do programa da Matemática secundária tem sido influenciado profundamente por trabalhos individuais e pelos relatórios de vá-

rias comissões. As atitudes dêsses que trabalham em separado ou dos comités, suas recomendações e os efeitos dessas atitudes e recomendações, os quais podem ser medidos por suas influências, devem, também, fazer parte dêsse quadro por nós citado.

Infelizmente não nos foi possível colhêr os dados capazes de poder formar o quadro da evolução dos programas de Matemática, na Escola Secundária Brasileira, e que muito desejaríamos poder apresentar, a fim de que pudéssemos ter uma noção real da posição destacada que nela ocupa atualmente a Matemática, e da sua função valiosa para as finalidades educacionais da mesma.

Poderíamos assim acompanhar o caminho seguido na Escola Secundária pela Matemática. Desde os primeiros passos dados pela Aritmética, com os professôres geralmente sem dispor de livros, ditando seus problemas para serem resolvidos e enunciando suas regras sem explanações, demonstrações ou direção especial, até o lugar que ocupa presentemente, onde sendo considerada como a matéria mais difícil de ser estudada, é, inegavelmente, a matéria mais estudada e a que mais desperta, em geral, o interêsse dos alunos.

BENFEITORES DA HUMANIDADE

“Aquêles que cultivam a ciência do Cálculo e trabalham pelo progresso e desenvolvimento da Matemática, podem ser incluídos entre os grandes benfeitores da humanidade. O mundo, em seu constante evoluir, precisa sempre e cada vez mais dos prodigiosos recursos da ciência dos números. Sem a colaboração da Matemática, a vida humana seria rebaixada à mais aviltante degradação. O homem vive no espaço e no tempo; tôdas as coisas e sêres estão dominados pelos números, pelas relações e pelas formas. E que estuda a Matemática? Formas, número e relações! Essa ciência é a honra de espírito humano e não há conhecimento algum que possa prescindir da Matemática.

Só um ignorante imbecilizado pela inconsciência da vida, ou um louco, com o espírito obumbrado pela insânia, poderia negar essa verdade! ⁽⁸⁾

O SIMBOLISMO MATEMÁTICO

“O maravilhoso progresso feito em todos os campos da atividade humana — escreve Carpenter

⁽⁸⁾ MALBA TAHAN — “A sombra do arco-iris”, I volume, Rio, 1957, 9.^a edição, pág. 196.

— no decorrer dos últimos cem anos, só tem sido possível graças ao uso de símbolos. Hoje, somente o operário comum trabalha exclusivamente com as coisas atuais. Aquêles que ocupam posições, mesmo de mediano realce, no mundo comercial utilizam-se muito dos símbolos, e no mundo profissional a capacidade de usar um jôgo de símbolos é requisito indispensável para um êxito moderado. O trabalho material das mãos do homem permanece depois que o trabalhador passa a cogitar de outra coisa, mas os produtos do labor mental estarão perdidos se não forem conservados no mundo através de algum artifício simbólico. Pode ser dito, sem receio da menor contradição, que a linguagem da Matemática é mais amplamente usada do que qualquer outro simbolismo. O homem que dispõe dêsse simbolismo possui uma clara e breve linguagem universal. Argumentos obscurecidos por sofismas, e conclusões discordantes são fàcilmente reveladas quando as idéias são expressas na linguagem matemática. O mais recôndito problema é imediatamente esclarecido quando traduzido de forma completa para a Matemática.

E, com muita razão, pondera Berthelot: “A um alto grau eleva a Matemática as concepções, si-

nais e símbolos-instrumentos necessários para ampliar a fôrça e atingir a mente humana por meio da síntese. A Matemática é o instrumento indispensável a tôdas as investigações físicas. Mas não somente a Física mas tôdas as pesquisas científicas devem aproveitar-se dêste prodigioso instrumento.”⁽⁹⁾

MISTICISMO NUMÉRICO

A mística dos números, apesar dos grandes embates da Ciência, subsiste ainda, não só entre as camadas populares, como entre pessoas cultas da mais alta e fina sociedade. Para alguns o número treze deve ser evitado por ser um número fatídico, de mau-agouro; muitas pessoas revelam decidida simpatia pelos números terminados em sete. Leon Tolstoi, escritor russo, considerava-se perseguido pelo número 28; afirmava Napoleão III que só o número 17 marcava o ritmo de sua vida (Cfr. Dr. Krumm-Heller — “Bio-ritmo”, São Paulo, 1946, pá-

⁽⁹⁾ “Las Matemáticas no son representacion ni descripcion de realidades, sino, diremos, medios de hacer presa sobre las realidades; medios, por una parte, de servir-se de realidades y por otra, de preverlas y de descubrirlas.” Carlos Vaz Ferrera — “Transcendentalizaciones matemáticas ilegítimas”.

gina 31). Apontam os numerologistas uma infinidade de credices relacionadas com os números.

E, na verdade, jamais poderá o espírito humano considerar-se isento das influências místicas dos números, uma vez que o Número acompanha o homem em todos os momentos da sua vida. Os nossos planos, os nossos ideais, as nossas preocupações estão fatalmente ligados a números, contas, cálculos e transformações. Mesmo depois de morto continua o homem a ser seguido pelo número. Augusto dos Anjos, poeta paraibano, chegou à extrema fantasia de atribuir à Morte o singular apelido de "Pitágoras da última Aritmética". (Augusto dos Anjos — "Eu e outras poesias" — Rio, 1928, página 212).

O números envolvem mistérios. Ouçamos a palavra de notável teólogo:

"Santo Agostinho, como tão grande mestre, no livro segundo "De Doutrina Cristiana", ensina que muitos mistérios que estão encerrados na Sagrada Escritura, se não entendem por ignorância do que significam os números". Antônio Vieira — "Sermões", Lisboa, 1952, vol. 24, pág. 224, Cfr. M. S. "Histórias e Fantasias da Matemática", 2.^a edição, pág. 13.

O padre Vieira considerava Santo Agostinho como o maior doutor entre os santos e maior santo entre os doutores.

SÓCRATES E A MATEMÁTICA

Admitia Sócrates que os estudos da Matemática eram os mais indicados para desenvolver as faculdades, fortalecer o raciocínio e iluminar o espírito.

"Já notei — dizia o filósofo — que aquêles que sabem calcular naturalmente e sem dificuldade, são dotados de uma inteligência capaz de fazer progressos rápidos em tôdas as artes, e que as criaturas de espírito tardio e pouco aberto se tornam, quando exercitadas na Aritmética, mais engenhosas e mais inteligentes."

No tempo de Sócrates, os cálculos numéricos eram complicadíssimos e exigiam uma grande atenção e não pequena habilidade do calculista.

PLATÃO E A GEOMETRIA

Platão, famoso filósofo grego, uma das inteligências mais fecundas que têm brilhado na Ciência,

excluía de suas lições de Física aquêle que não sabia Geometria, declarando:

— “Como queres, ó jovem! conhecer a Verdade, se ignoras o único caminho que pode nos conduzir à Verdade?”

Não admitia Platão que os servos destruíssem as aranhas que erguiam suas teias entre as colunas:

— “Cuidado com as aranhas — aconselhava o filósofo — Elas sabem Geometria!”

Alguém perguntou a Platão:

— Acredita que Deus se ocupe com alguma tarefa?

— Sim — respondeu o sábio — Deus é o grande Geômetra. Deus geometriza a Terra e o Céu.

OS NÚMEROS DA VIDA

Já dissemos que o número persegue o homem em todos os instantes da vida. O número parece surgir e envolver-nos com o ar que respiramos, ou a luz que nos ilumina. Não é possível à criatura humana liberta-se dos grilhões da Aritmética. O famoso pensamento platônico — “Deus geometrizou a Terra e o Céu” — foi parodiado pelo matemático alemão Carlos Gustavo Jacobi (1804-1851) em

têrmos bem expressivos: “Deus aritmetizou a Terra e o Céu”.

Com efeito. Qualquer acontecimento por mais simples que seja está forçosamente vinculado a um sem número de números, muitos dos quais devemos reter, transformar, diminuir, ampliar, aferir, coordenar, dispor, combinar. Os nomes dos reis e dos papas estão acorrentados a números: há números que recordam acontecimentos gloriosos; trazem outros à nossa memória, fatos que desejaríamos esquecer. O número 93, por exemplo, para a França é trágico; quem fala em 93 vê logo ao lado dêsse número, a sombra sinistra da guilhotina. O número 77, para o nosso nordestino, evoca no mesmo instante o drama da grande sêca; a simples citação de 1755 faz surgir, na imaginação do bom português, a grande catástrofe que abalou o mundo: o terremoto de Lisboa.

Quer o homem queira quer não, a Aritmética é uma ciência que envolve a vida. Essa verdade foi reconhecida pelo matemático alemão Carlos Gauss (1777-1851) quando escreveu: “A Matemática é a rainha das ciências: a Aritmética é a rainha da Matemática”.

PROGRAMAS INADEQUADOS

A Professôra Maria Teodora Alves, em artigo publicado na "Gazeta de Matemática", pôs em relevo a dificuldade dos programas de Matemática:

Embora um dos mais altos espíritos da humanidade, Goethe, tenha afirmado que "A cultura mental proporcionada pela Matemática é particular reduzida em sumo grau" ⁽¹⁰⁾ em todos os tempos, e atualmente também, a Matemática tem sido considerada um agente insubstituível na formação mental da criança e do adolescente.

Os modernos psicólogos e pedagogos, rejeitando a velha teoria das disciplinas formais, retiraram à Matemática e aos estudos clássicos o monopólio que exerciam na educação, mas, como não negam a transferência do adestramento, isto é, "a influência que uma melhoria ou transformação numa função mental tem sobre as outras funções mentais" (Thorndike), a Matemática não fica, por isso, diminuída na sua ação educativa.

Eles discutem quanto e como se transfere ou o que se transfere, mas pode dizer-se que unânime-mente aceitam que se realiza a transferência.

A êsse respeito Inglis, quanto à Matemática diz

(10) Citação de Adolf Rude.

"é igualada por poucas outras matérias do curso secundário, mas por nenhuma excedida".

Na transferência do adestramento de uma forma mental para outras, o método de ensino e os assuntos de incidência do ensino são elementos essenciais, isto é, o professor e o programa são peças basilares. Se o ensino da Matemática fôr concentrado em si próprio e desligado das suas conexões com a vida, poderá formar peritos neste ramo de saber — não é o objetivo da escola secundária — mas terá pouco valor educativo.

Além disso, o muito, o complicado e o difícil e mesmo o abstrato, quando não utilizado progressivamente e com a devida cautela, são considerados fatores de perturbação na transferência do adestramento.

O eminente matemática francês, H. Lebesgue, em resposta a um inquérito promovido em "L'Enseignement scientifique", reagiu contra o excesso e dificuldade dos programas dos liceus franceses de então, afirmando, talvez exageradamente: "Nenhum conhecimento é indispensável para que um indivíduo freqüente uma escola de engenharia ou faculdade. Basta-lhe somente ter aprendido a trabalhar intelectualmente".

Ensinar a trabalhar intelectualmente, e não a transformar o aluno numa enciclopédia viva de conhecimentos, é, com efeito, um dos objetivos da escola secundária. E a escola secundária fá-lo-á tanto melhor, quanto melhor conhecer o aluno e as suas deficiências, o que só poderá determinar pela experiência.

A escola não pode atuar por impressões gerais ou dentro de teorias por mais brilhantemente expostas ou deduzidas que sejam. Tem de experimentar, com cautela, mas tem de experimentar.

“Em Pedagogia tudo está dito, mas nada demonstrado.” (Thorndike)

DIDÁTICA ESPECIAL DA MATEMÁTICA

Programa aprovado pela C.A.D.E.S. e adotado em todos os Cursos de Aperfeiçoamento em janeiro de 1958.

1 — Matemática; seu conceito; sua importância.

A Matemática na escala dos conhecimentos humanos — O vocábulo Matemática e sua origem — Matemática ou Matemáticas? — Porque devemos condenar a forma Matemáticas para designar a ciência — A suposta aridez da Matemática — O algebrismo e o algebrista — Inconvenientes que decorrem do algebrismo — Como definir a Matemática — Objetivos e finalidades da Matemática no Curso Secundário.

2 — O Planejamento em Matemática.

Importância do planejamento para se atingir os objetivos — Plano de curso — elementos que de-

vem figurar num plano de curso — Cuidados essenciais — Planos de **unidade** — As aulas teóricas e as aulas práticas — Cuidados essenciais para a elaboração de um perfeito plano de **unidade** — Plano de aula — Apresentação da matéria — Elementos que devem figurar num plano de aula — Condições que um bom plano deve atender.

3 — Direção da aprendizagem em Matemática; aspectos gerais.

Observações e críticas sôbre alguns métodos obsoletos usados no ensino da Matemática (ditado, lição marcada, leitura em aula, simples preleção, etc.) A moderna metodologia — Técnica do ensino — Como atender às diferenças individuais — Estudo dirigido — O recurso do **caderno controlado**.

4 — A motivação em Matemática.

A motivação positiva em Matemática — A Matemática e a vida — Como dar vida aos problemas — Correlação com o real — Os problemas práticos — Capítulos da História da Matemática que interessam aos educandos — A Matemática e as outras

ciências — A Matemática e a Linguagem — Atividades extraclasse — Como combater a antipatia pela **Matemática** — Como evitar, nos educandos, o chamado **mêdo** da Matemática.

5 — A exposição didática em Matemática

A exposição didática, em Matemática, e seus aspectos essenciais — A visualização como elemento indispensável no decorrer da exposição — Como deve ser feita a exposição: simplicidade, precisão, rigor e clareza — Abusos que devem ser evitados — Os teoremas e sua apresentação — Casos interessantes para aplicação do método da redescoberta — Maneiras de conduzir o raciocínio — O interrogatório e sua técnica — Os problemas: análise, resolução e discussão — Resíduos de linguagem — Os cacoetes mais comuns entre os professôres de Matemática: Entendeu? Tendeu? Está entendendo? Compreendeu? Não é? É evidente! — O vocabulário e o adiantamento da classe.

6 — Material didático para ensino de Matemática.

Sala-ambiente — O livro-texto — O caderno controlado — Uso das tabelas e formulários —

Papel quadriculado — Estampas e gráficos — Como organizar um pequeno laboratório de Matemática — Modelos de figuras geométricas — Demonstrações feitas por meios materiais (figuras recortadas, fios de arame, balanças, etc.) — O quadro negro — Noções históricas — Apresentação do quadro negro — Como destacar a solução de um problema — O emprêgo do giz de côr — Os sumários.

7 — Jogos; recreações e curiosidades matemáticas.

Rápidas considerações sôbre a psicologia do jogo — Diferentes tipos de jogos — Jogos simples e jogos com material apropriado — Jogos individuais e jogos coletivos — Jogos com competição e jogos sem competição — Metodologia de alguns jogos simples de fácil aplicação no curso secundário: *Perdi o bonde* — *A roda gigante* — *Apague o quadro* — *Professor versus turma*, etc. — Recreações e curiosidades matemáticas; arranjos numéricos, quadrados mágicos, problemas curiosos, sofismas, etc.

8 — Atitude do aluno em relação à Matemática e fatores concorrentes.

Apreciação sôbre os fatores favoráveis: a) personalidade do mestre; b) material didático; c) objetivos bem definidos; d) correlação com o real; e) jogos e recreações adequadas e oportunas; f) motivação pelo trabalho, etc. — Apreciação sôbre os fatores desfavoráveis: a) atitude desinteressada do professor; b) método obsoleto; c) algebrismo; d) programa pesado e mal orientado; f) exercícios sem vida e sem interêsse; g) insegurança no ensino, etc.

9 — Integração e fixação da aprendizagem em Matemática.

Os exercícios: como devem ser apresentados — As recapitulações — Recapitulação no final da aula — Recapitulação ao ser concluído o ensino de uma unidade — Jogos para a integração e fixação da aprendizagem — Jogos para memorização de certos conceitos ou de certas proposições — O estudo dirigido — As tarefas — Outros recursos para a integração e fixação da aprendizagem.

10 — Verificação da aprendizagem em Matemática.

Como pode ser feita a verificação da aprendizagem: a) ao terminar o ponto — b) depois de concluído o ensino da unidade — Caso em que o jôgo pode servir para verificação da aprendizagem — Os testes de sondagem — O interrogatório e sua técnica — As provas mensais — O seu julgamento — Apresentação das questões — Verificação por meio de testes (provas objetivas) — A prova clássica — A disposição das questões e apresentação da prova — O caso do rascunho ordenado — Vantagens e desvantagens de cada tipo de prova — As dissertações em Matemática.

11 — A investigação em Matemática.

O professor de Matemática e o interêsse pela ciência — Métodos de investigação — Método analítico — O método sintético — A indução e a dedução — A definição em Matemática — Definição por abstração — As noções não definidas — Os axiomas — Os postulados — Postulados famosos — O conceito de rigor.

12 — Algumas dificuldades que surgem no ensino da Matemática.

As dúvidas em Matemática — Dificuldades que oferecem, no ensino, certos pontos da Matemática: operações com números decimais, operações com números relativos; noções fundamentais da Geometria; conceito de número irracional, etc.

13 — Comentários e apreciações sôbre os programas vigentes — As instruções metodológicas.

F I M

ÍNDICE

CAPÍTULO I

A Matemática e a sua importância

A Matemática na escala dos conhecimentos humanos	9
Elogio da Matemática	11
A Matemática e os conhecimentos exatos	14
A Matemática e o plano do Universo	18
O idealismo do matemático	20
Um episódio famoso	24
A Matemática e a Técnica	27
A Matemática e a Cristalografia	28
A Matemática e a Química	30
A Matemática na Vida	31
A Matemática e o pensamento puro	34
A Matemática e a vida social	35
A Matemática e a vida corrente	36
A vastidão da Matemática	39
O valor da Matemática	41

CAPÍTULO II

Origem do vocábulo "Matemática"

Aristóteles e os matemáticos	47
O vocábulo "Matemática"	48
Os matemáticos e os astrólogos	49

O matemático e o geômetra	50
O sentido etimológico do vocábulo "Matemática" ..	50
O vocábulo "Matemática"	51

CAPÍTULO III

Matemática ou Matemáticas?

Como designar a ciência	55
O exemplo de Poincaré	57
A forma mais literária	59
A unidade da Matemática	59

CAPÍTULO IV

A suposta aridez da matemática — O algebrista
e o algebrismo

Stendhal e a Matemática	65
A cruz dos estudantes	66
Uma idéia falsa	67
O inimigo da Matemática: o algebrista	69
O algebrismo requintado	70
Pobres estudantes!	72
Uma página notável	73

CAPÍTULO V

A Definição da Matemática

Um problema debatido	77
Globot e a Matemática	79
A definição antiga	79
A inspiração comtista	81
Definição obscura e abstrata	84
A chamada ciência dos números	85
Erram os dicionaristas	88

Definições incoerentes e ridículas	88
O reajustamento da definição comtista	89
Definições curiosas e paradoxais	91
Definição obscura e pedante	92
Outras definições famosas e paradoxais	93
A definição de um psicólogo	94
A impossibilidade de se definir a Matemática	95

CAPÍTULO VI

Finalidades da Matemática no curso secundário

Os quatro problemas	101
Valores da Matemática	105
Valor utilitário da Matemática	109
Valor educativo da Matemática	112

PARTE COMPLEMENTAR

Artigos, Notas e Curiosidades

O "evoluir" da Matemática	125
Mentalidade matemática	128
O ensino da Matemática e a Moral	136
O sentimento da beleza matemática	140
O futuro e as aplicações da Matemática	141
O fim da ciência	142
O lugar da Matemática na educação secundária ...	144
Benfeitores da humanidade	147
O simbolismo matemático	147
Misticismo numérico	149
Sócrates e a Matemática	151
Platão e a Geometria	151
Os números da vida	152
Programas inadequados	154
Didática especial da Matemática	157

o e o geômetra

Este livro, publicação da Editora
Aurora, foi composto nas suas oficinas,
à rua Vinte de Abril n.º 16, e a
sua impressão ficou terminada no
dia 21 de dezembro de 1957.

