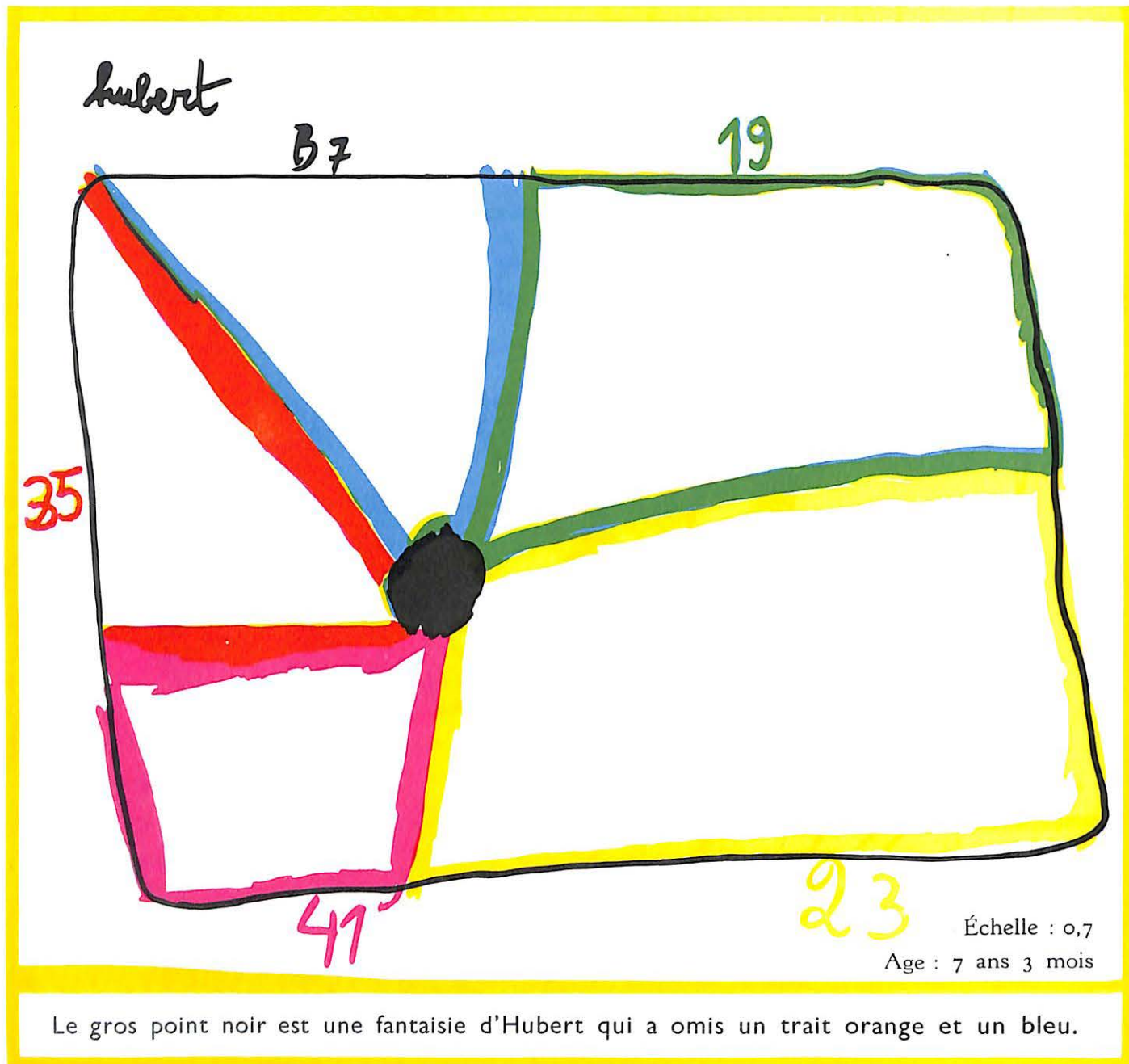


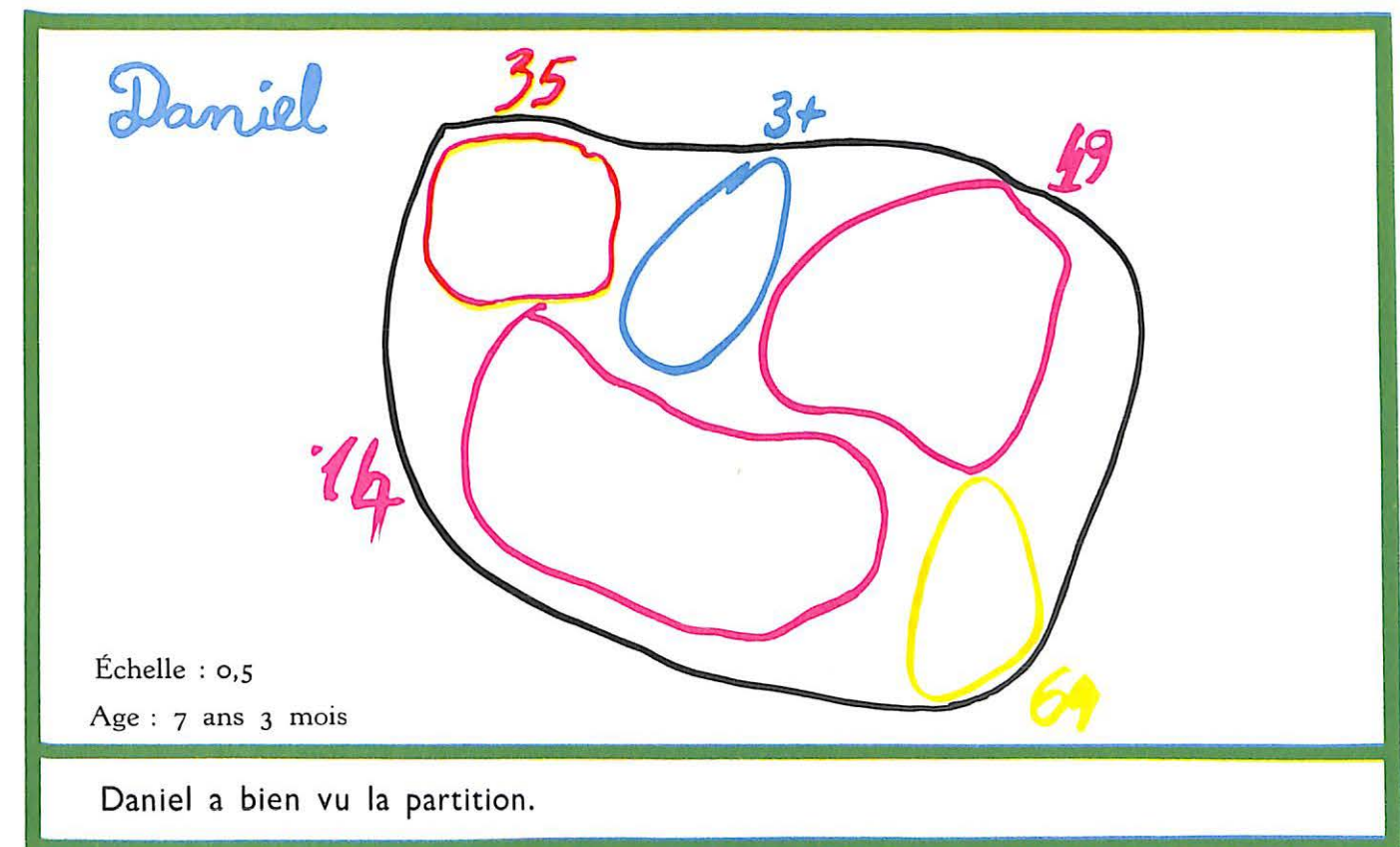
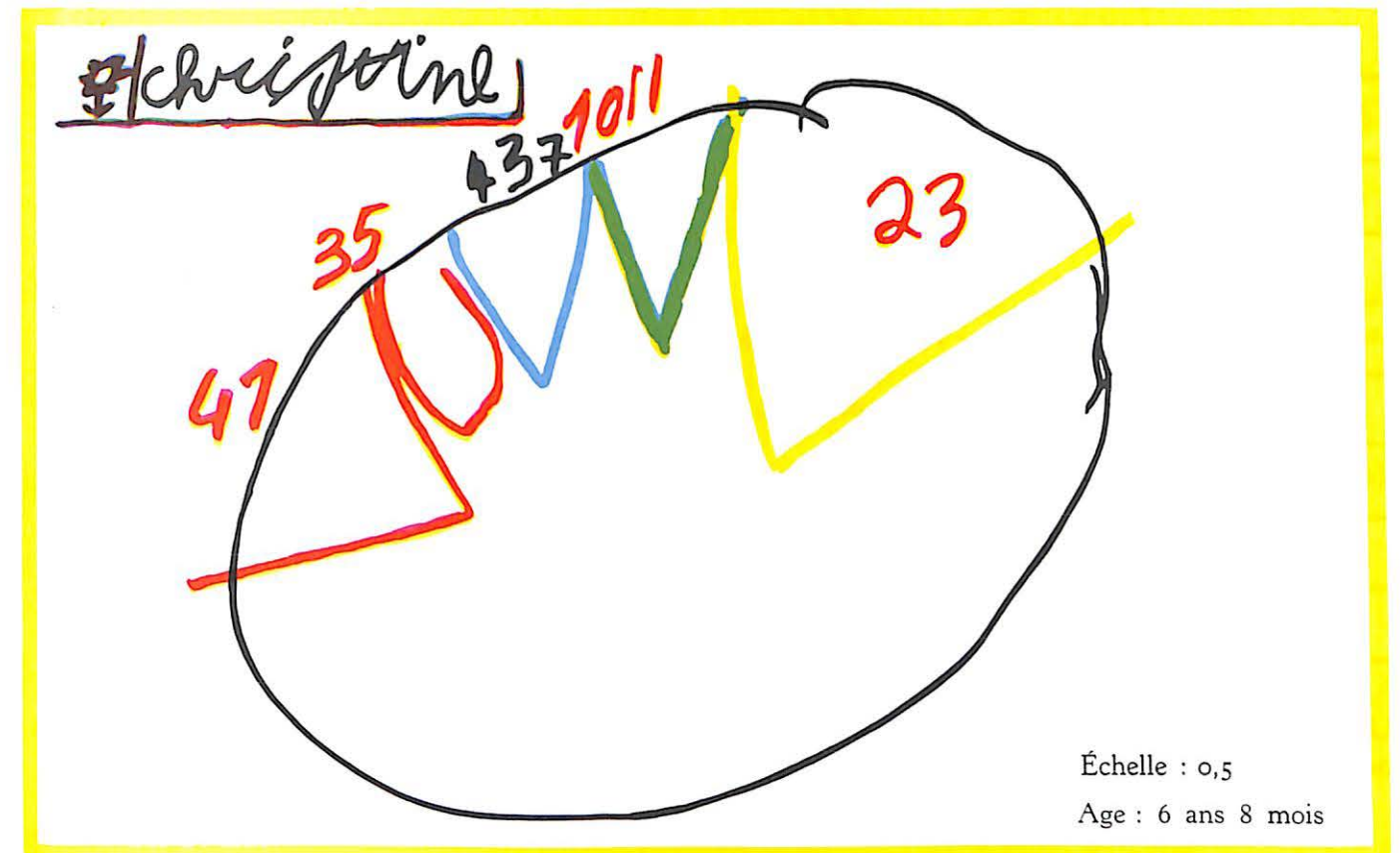
10 – PARTITION

DATE : 30 mai 1968

Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine le diagramme reproduit ci-dessous par Hubert.



La reproduction de ce même dessin par d'autres élèves donne lieu à des variantes fort révélatrices.



— La corde noire entoure les automobiles d'un parking, la corde bleue ....

— 37 Volkswagen!

— La corde verte ....

— 19 Daf!

— La corde jaune ....

— 23 Peugeot!

— La corde rouge ....

— 41 Mercedes!

— Et la corde orange ....

— 35 DS!

— Combien d'automobiles dans ce parking?

Utilisant des « liens d'amitié » entre nombres, les enfants effectuent ce calcul comme l'indique notre ami Hubert.

$$\begin{aligned}
 & 35 + (19 + 41) + (23 + 37) \\
 & = 35 + (60 + 69) \\
 & = 35 + 129 \\
 & = 155
 \end{aligned}$$

## 11 — GRANDS JEUX

DATE : 12 décembre 1967

— J'ai un grand sac ... vide!

Pepito me donne 1 bille, Christine 2 billes, Claire 3 billes, ..., Sylvie 18 billes et Nicolas 19 billes!

Maintenant, mon sac est plein! Combien de billes dans mon sac?

(Cette scène est imaginée).

...

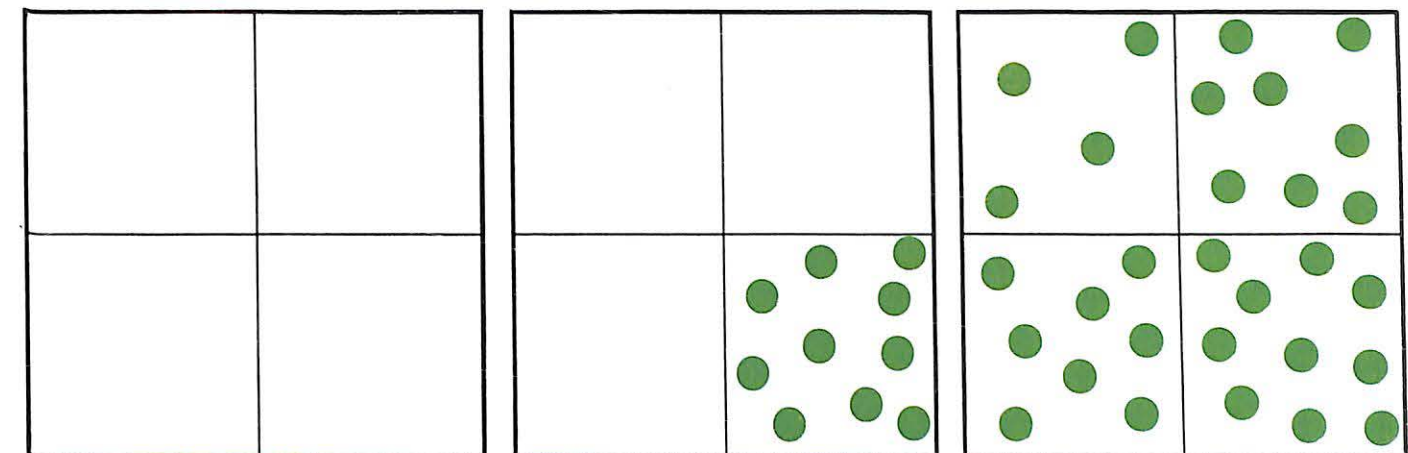
— Aidons-nous de la machine. Chacun de vous marque son nombre de billes.  
Procédons par ordre. Le premier est Pepito.

Pepito s'avance et marque 1

— Ensuite Christine ...

— 2

Défilé des 19 enfants qui marquent les nombres 1 à 19 sur MINICOMPUTER.





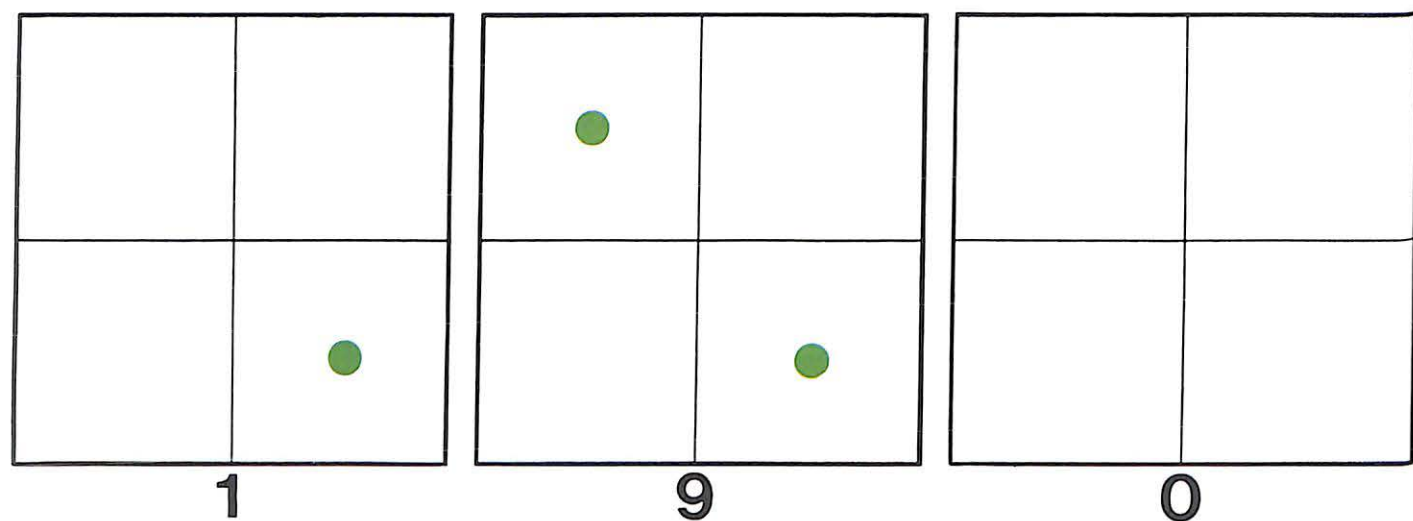
FRÉDÉRIQUE écrit au tableau

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 =$$

— *Chaque enfant joue 3 fois, pour autant qu'il ne se trompe pas!*

Second défilé des élèves qui exécutent successivement 3 manœuvres : certains, 3 fois la même et d'autres, plus sélectifs, 3 manœuvres différentes.

Finalement



Un enfant écrit **190** et le lit.

On complète l'écriture du calcul.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 190.$$

— *190 billes dans mon sac! Recomptons-les autrement.*

*Pepito m'a donné une bille, puis Nicolas 19 billes; ensuite Christine 2 billes et Sylvie 18 billes ....*

FRÉDÉRIQUE écrit :  $(1 + 19) + (2 + 18) + \dots$

et poursuit avec l'aide de la classe

$$(1 + 19) + (2 + 18) + (3 + 17) + (4 + 16) + (5 + 15) + (6 + 14) + (7 + 13) + (8 + 12) + (9 + 11) + 10 =$$

— *Ce sera la même chose!, affirme Nicolas.*

$$- 1 + 19 ?$$

$$- 20$$

$$- 2 + 18 ?$$

$$- 20$$

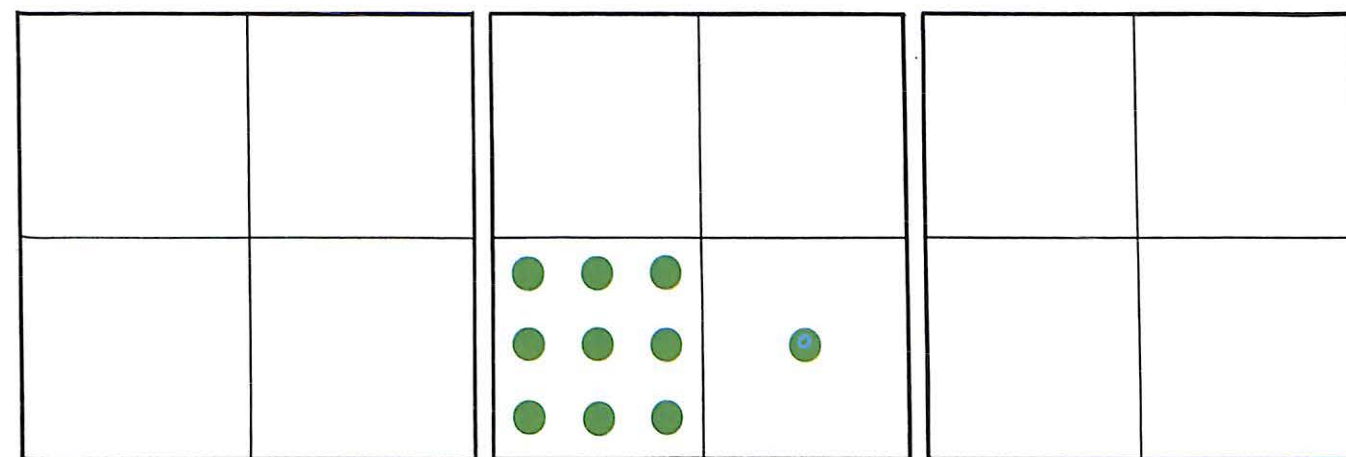
etc.

On écrit autrement la somme :  $20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 10 =$

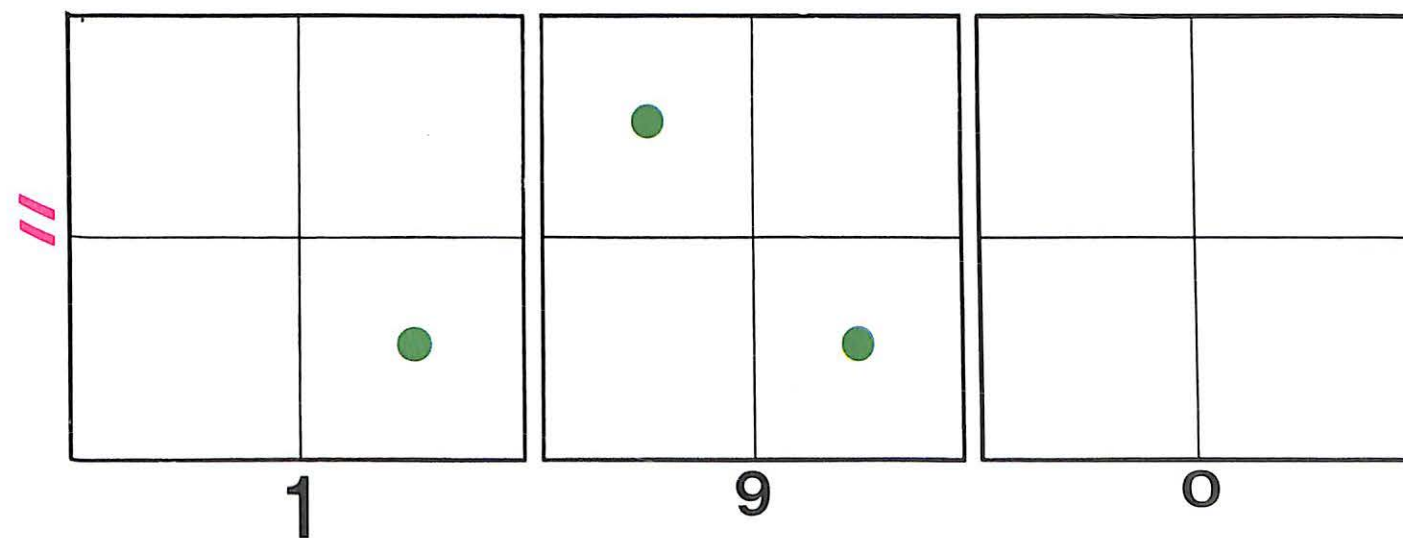
— *Combien de fois 20 ?*

— **9 fois!**

— *Marquons sur la machine 9 fois 20 puis 10!*



Un enfant exécute les manœuvres.



— *Nous retrouvons nos 190 billes!*

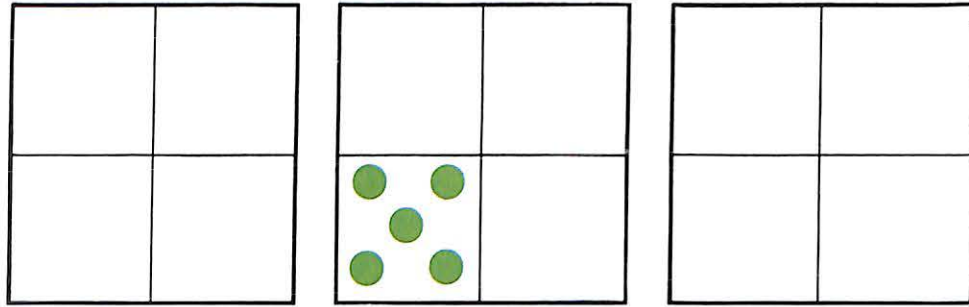
— Calculons encore autrement, propose FRÉDÉRIQUE en groupant 5 fois 20 et 4 fois 20.

$$(20 + 20 + 20 + 20 + 20) + (20 + 20 + 20 + 20) + 10$$

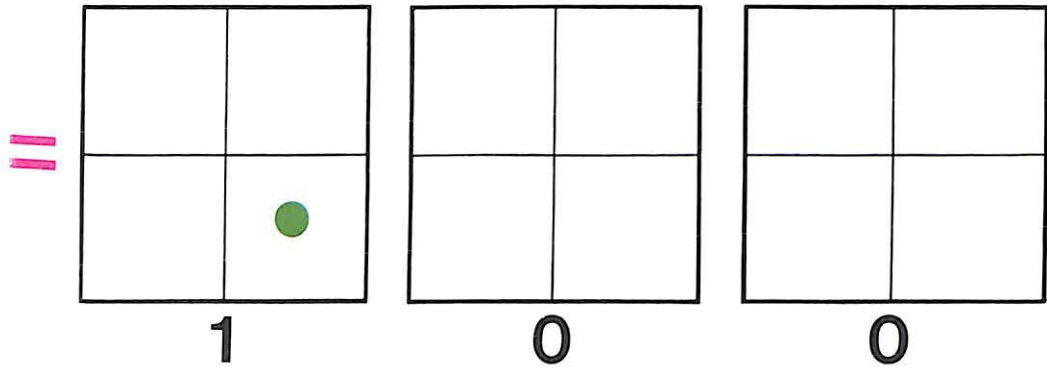
— 5 fois 20 ?

...

— Calculons sur la machine.



Un enfant exécute les manœuvres.



$$5 \times 20 = 100$$

— 4 fois 20 ?

On calcule à l'aide de MINICOMPUTER

$$4 \times 20 = 80$$

Finalement

$$100 + 80 + 10 = 190$$

Au fur et à mesure du déroulement de la leçon, les élèves notent les calculs sur une feuille de papier blanc (ni ligné, ni quadrillé).

Nicolas

~~190~~

190

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 = 190$$

$$(1 + 19) + (2 + 18) + (3 + 17) + (4 + 16) + (5 + 15) + (6 + 14) + (7 + 13) + (8 + 12) + (9 + 11) + 10 = 190$$

$$(20 + 20 + 20 + 20 + 20) + (20 + 20 + 20 + 20) + 20 = 190$$

$$3 \times 20 = 60 \quad 3 \times 20 = 60 = 80 + 20 = 100$$

$$5 \times 20 = 100 = 80 + 20 = 100$$

$$100 + 80 + 10$$

Age : 6 ans 1 mois

Échelle : 1

Mise en page remarquable ... meilleure que celle du tableau. Nicolas pense avant d'écrire. Le calcul est d'une extraordinaire intelligibilité. Les formules  $3 \times 20 = 60$  et  $80 + 20 = 100$  ont été ajoutées spontanément par Nicolas qui aime consacrer les résultats nouveaux que lui révèle MINICOMPUTER.



DATE : 15 décembre 1967

Leçon de calcul analogue à la précédente.

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$$

$$(1 + 19) + (3 + 17) + (5 + 15) + (7 + 13) + (9 + 11) = 100$$

$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 5 \times 20 = 100$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 90$$

$$(2 + 18) + (4 + 16) + (6 + 14) + (8 + 12) + 10 = 90$$

$$20 + 20 + 20 + 20 + 10 = (4 \times 20) + 10 = 90$$

Nouvelle confirmation du résultat obtenu le 12 décembre.

marina

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 90$$

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 +$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 = 100$$

$$(1 + 19) + (3 + 17) + (5 + 15) + (7 + 13) + (9 + 11) =$$

100	100	$20 + 20 + 20 + 20 + 20 =$ $= 5 \times 20 = 100$ E
90	90	
100	9	
90	90	

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 8 mois

Cette délicieuse fantaisie, bien en accord avec l'âge de Marina, est un résultat de la liberté totale que FRÉDÉRIQUE accorde aux enfants quant à l'organisation et à la présentation des calculs.

DATE : 18 juin 1958

Quelques mois plus tard, FRÉDÉRIQUE propose cet *immense* calcul :

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + 35 + 40 + 45 =$$

— Oh!

— On peut utiliser la machine?

— Si vous êtes astucieux et si vous découvrez des nombres amis,  
Alors peut-être serez-vous capables de calculer sans machine!

Jean-Philippe clame aussitôt

$$— 5 + 45 + 10 + 40 + 15 + 35 + 20 + 30 + 25$$

On écrit

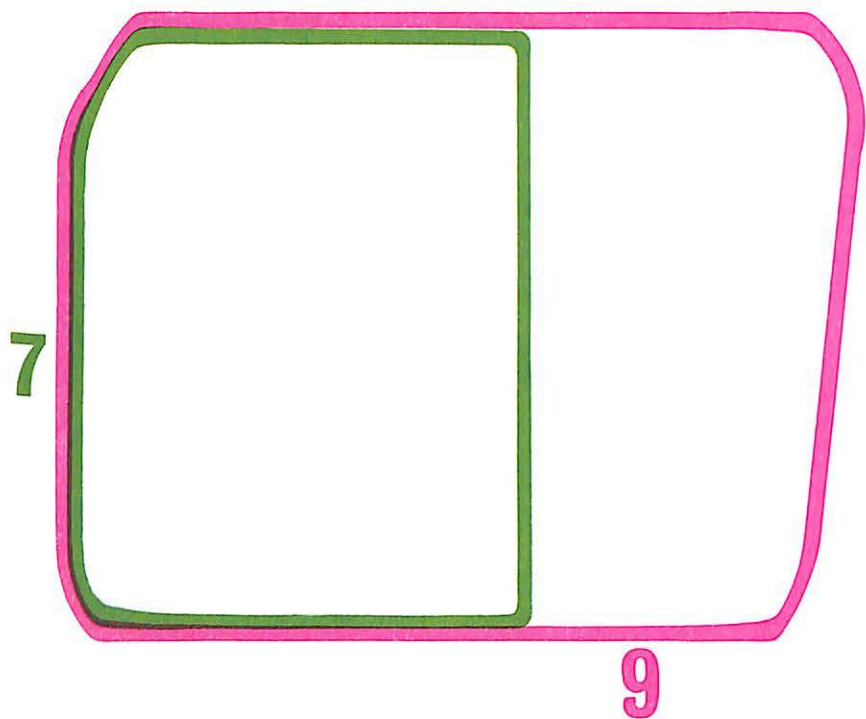
$$\begin{aligned} & (5 + 45) + (10 + 40) + (15 + 35) + (20 + 30) + 25 \\ &= 50 + 50 + 50 + 50 + 25 \\ &= 100 + 100 + 25 \\ &= 200 + 25 \\ &= 225 \end{aligned}$$

## 4

## Soustraction des naturels

## 1 - DIAGRAMMES

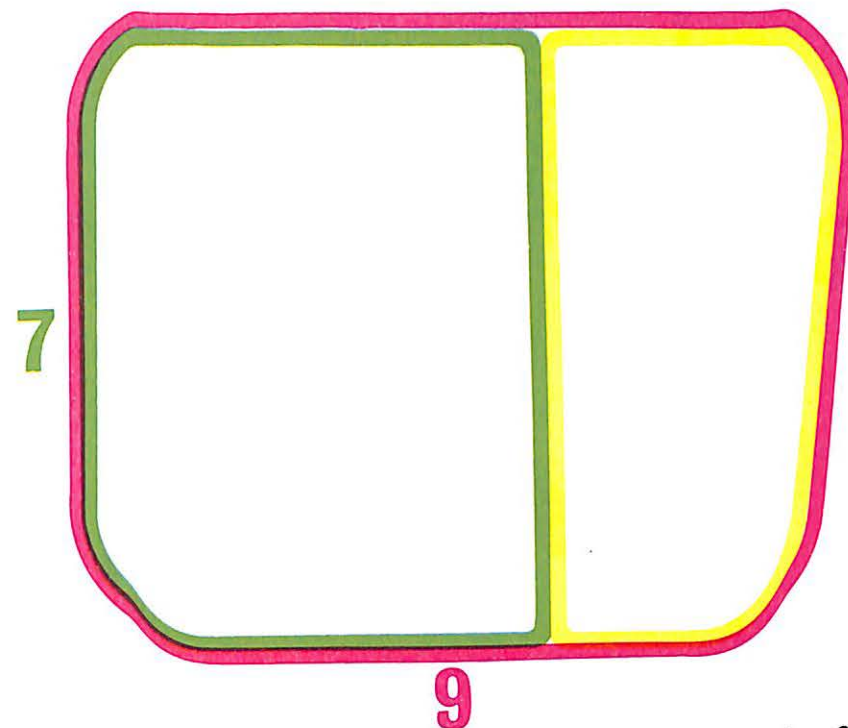
DATE : 16 novembre 1967



— Cette corde rouge entoure les 9 animaux qui se promènent dans la cour de cette ferme et la corde verte entoure 7 canards.

— Oh!

— Dessinons en jaune la corde qui entoure les autres animaux. Combien d'animaux dans cette corde?



Les enfants dessinent les 7 points représentant les canards puis ... les 2 points représentant les autres animaux.

— 2 animaux!

— Très bien! Nous écrivons :  $9 - 7 = 2$   
Racontons la même histoire en cachant la corde verte.  
La corde rouge entoure ...

— Les 9 animaux qui se promènent dans la cour de la ferme.

— Et la corde jaune ...

— 2 animaux.

— Tous les autres animaux sont des canards. Ils sont entourés de la corde verte. Combien de canards?

— 7 canards!

— L'histoire s'écrira :  $9 - 2 = 7$   
On pourrait encore la raconter d'une troisième manière.  
La corde verte entoure 7 canards et la corde jaune 2 animaux de la ferme.  
Combien d'animaux la corde rouge entoure-t-elle?

— 9 animaux!

— Ce que nous écrivons :  $7 + 2 = 9$



9  
7  
| 7 + 2 = 9

Hubert

Liberté, liberté chérie!  
Tu nous permets bien des fantaisies et de tourner et retourner la feuille.  
Hubert pense parfois plus vite qu'il n'écrit.  
Témoin, la formule  
 $7 + \quad = 9$

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 9 mois

Des variantes de cette situation, présentées par les enfants, ont été le sujet d'autres leçons.

10  $4 + 6 = 10$   
 $10 - 4 = 6$

4 6

Lybie

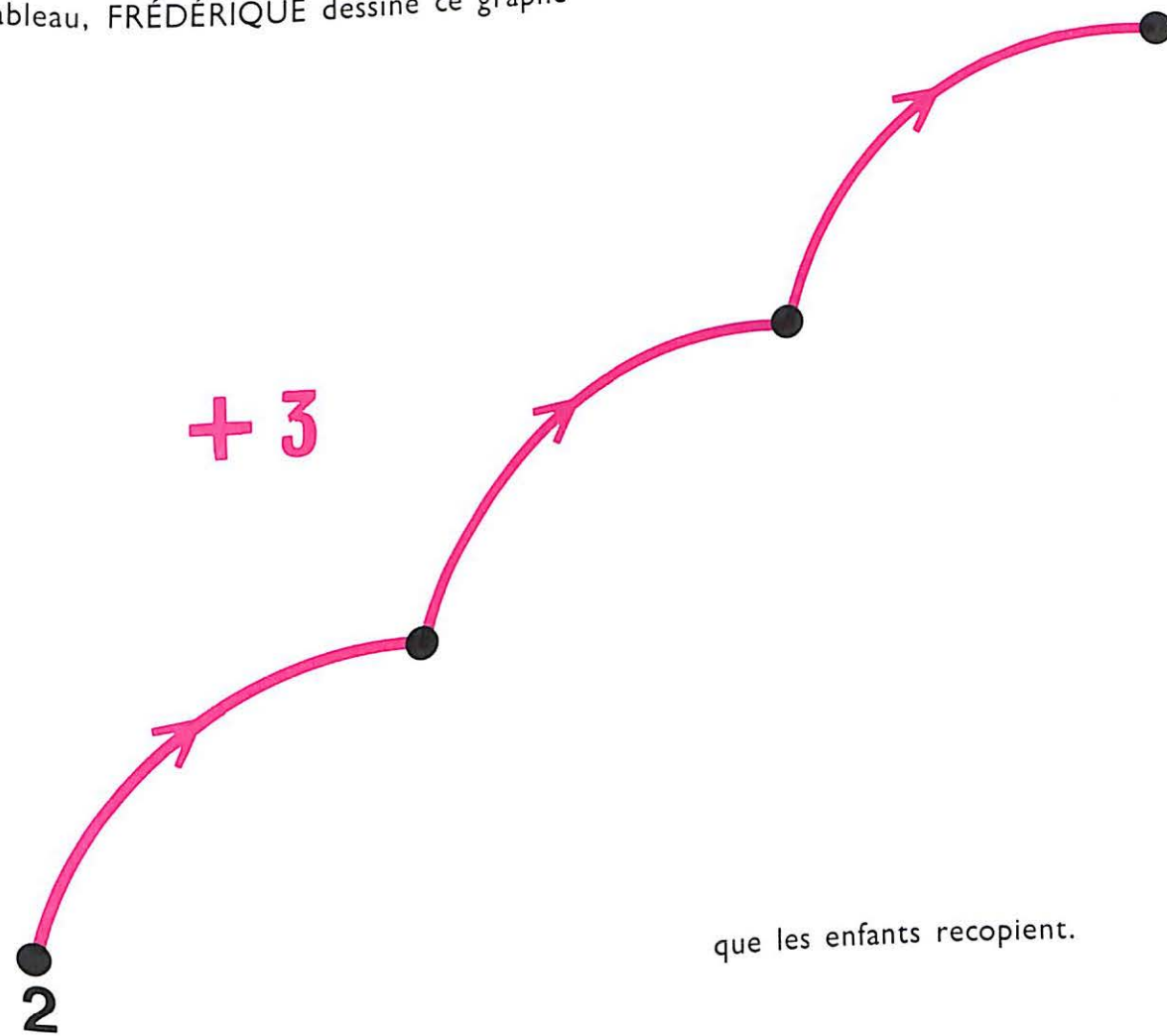
$10 - 6 = 4$

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 2 mois

2 – GRAPHES

DATE : 22 novembre 1967

Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine ce graphe

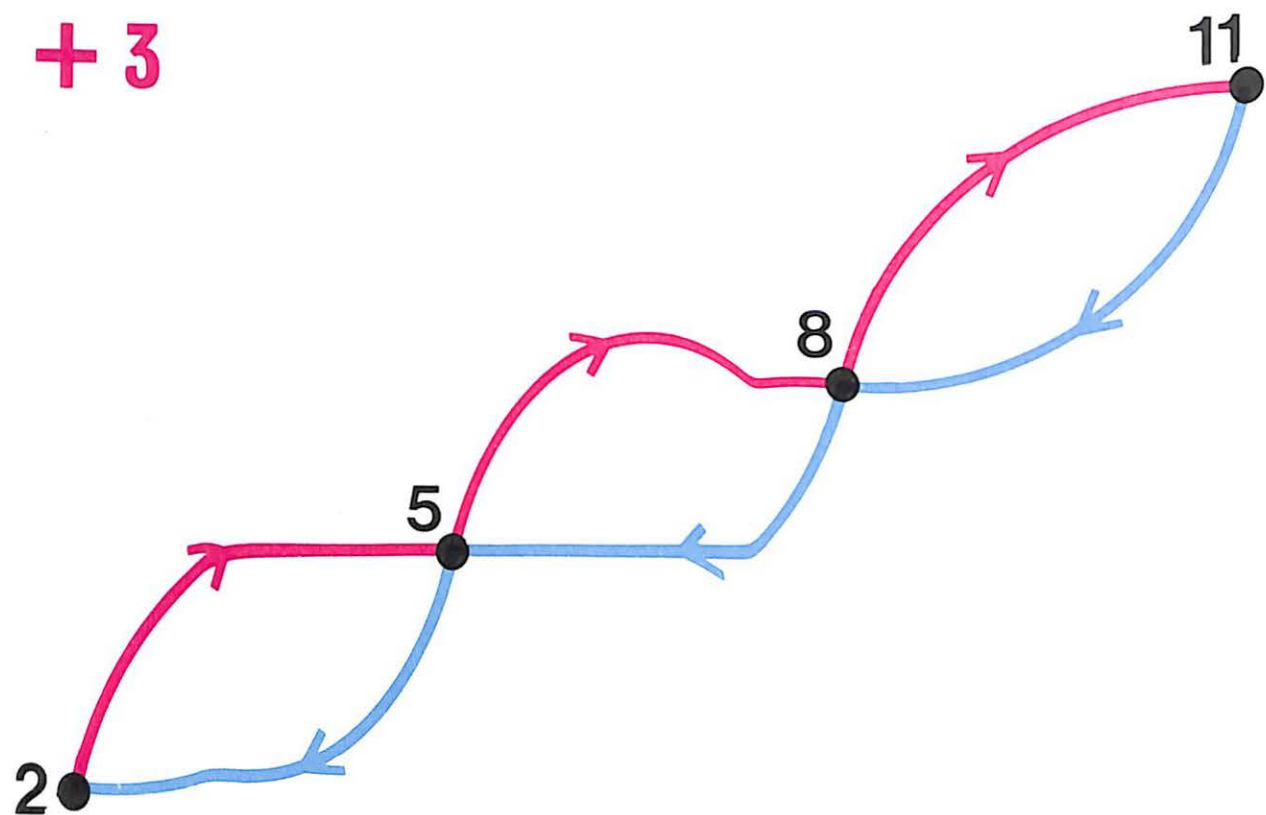


que les enfants recopient.

— Quels sont ces nombres ?

Les enfants marquent les nombres sur leurs dessins. FRÉDÉRIQUE complète le graphe.

+ 3



- Les nombres ont parlé en bleu. Qu'ont-ils dit ?
- ...
- Imaginons, ici Sylvie (le nombre 2) et là Jean-Philippe (le nombre 5).  
Que dit Sylvie à Jean-Philippe, en rouge ?
- Tu as 3 billes de plus que moi !
- Que lui répond Jean-Philippe, en bleu ?
- Tu as 3 billes de moins que moi !

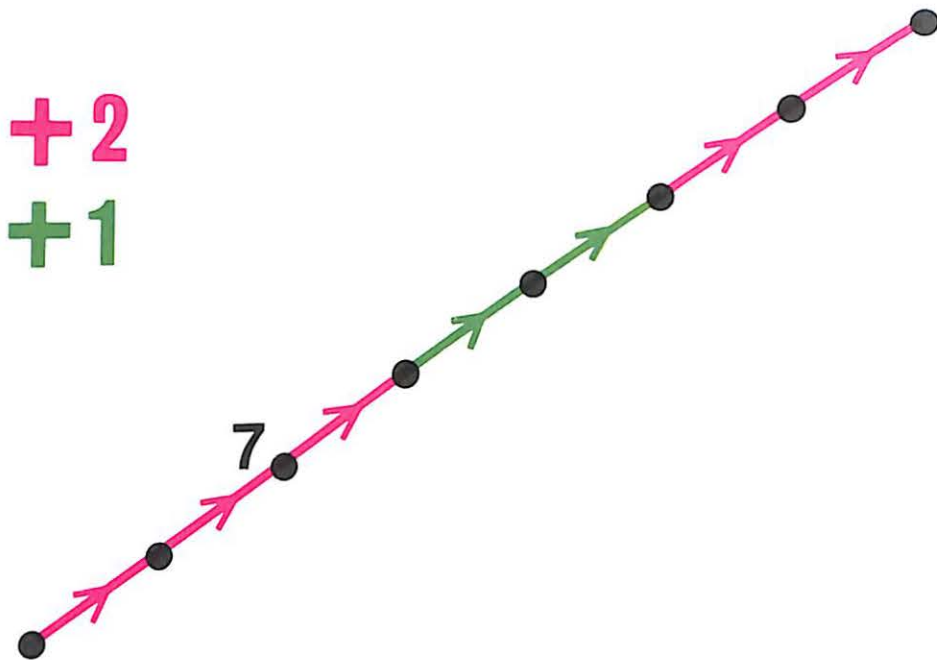
On joue la scène entre 5 et 8 puis entre 8 et 11. On traduit ces dialogues en petits calculs écrits.

$8 - 3 = 5$   
 $5 + 3 = 8$   
 $11 - 3 = 8$   
 $2 + 3 = 5$   
 $5 - 3 = 2$   
 $3 + 3 = 6$

Échelle : 0,85  
Age : 6 ans 9 mois



DATE : 29 novembre 1967

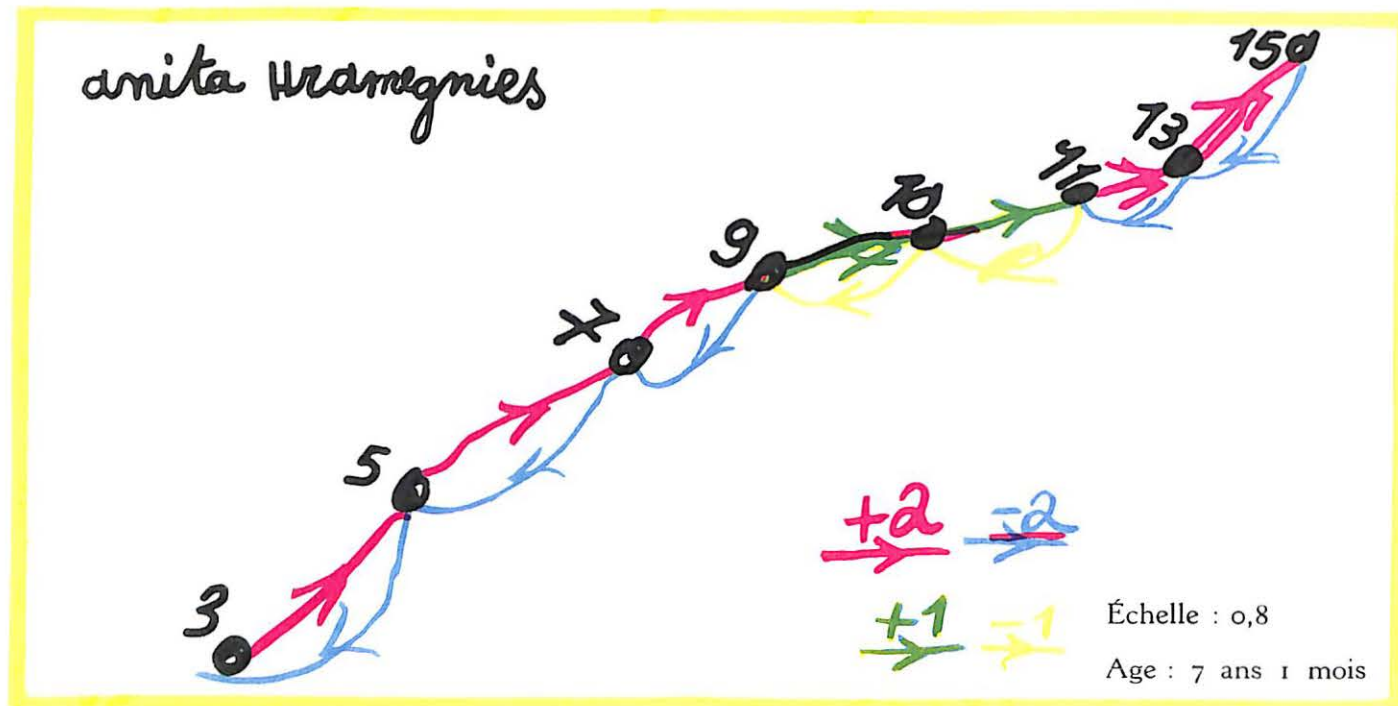
 $+2$   
 $+1$ 


— Quels sont ces nombres ?

Chaque enfant reproduit ce graphe et marque les nombres.

Ensuite FRÉDÉRIQUE dessine des flèches-retour jaunes et bleues.

— Ces nombres ont une nouvelle conversation. Que disent-ils ?



Au chapitre 8, la soustraction de tout couple de naturels apparaîtra comme addition d'entiers rationnels.

MINICOMPUTER initiera à la technique de l'opération.

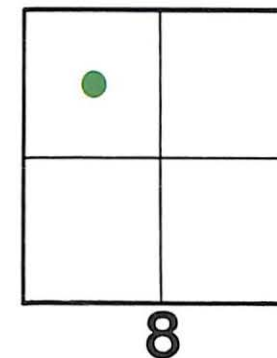
# 5

## Multiplication des naturels

### 1 – ADDITION RÉPÉTÉE

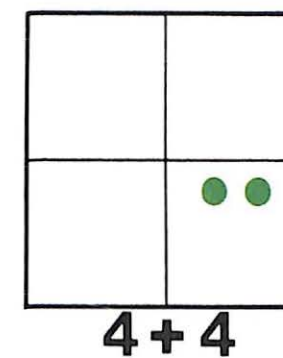
DATE : 25 octobre 1967

— Marquez 8 sur la machine.

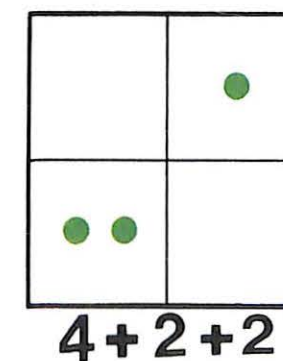


— Ramenez tous les pions dans la case blanche.

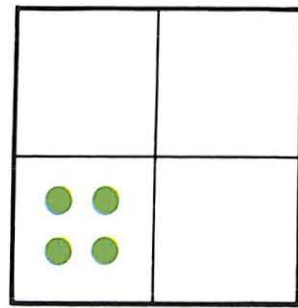
Première manœuvre :



Deuxième manœuvre :



Troisième manœuvre :



$$2+2+2+2$$

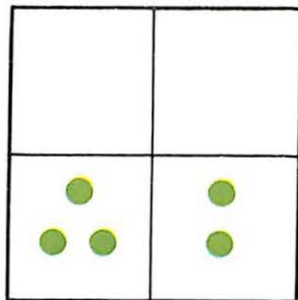
— **Moi, je n'écris pas cela**, dit Claire en déposant son marqueur, **c'est trop bête!**

— *Tu as raison; cela fait un peu « bébé ». Les grandes personnes préfèrent écrire*  $4 \times 2$

$$2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2$$

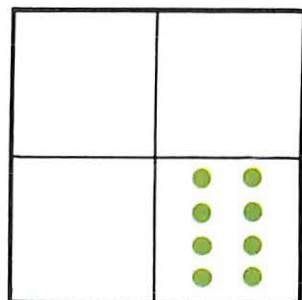
— *Observez les deux petites croix; ne les confondez pas!*

Quatrième manœuvre :



$$2+2+2+1+1$$

On effectue rapidement les cinquième et sixième manœuvres, sans rien écrire pour ne pas lasser les enfants ... puis la septième manœuvre :



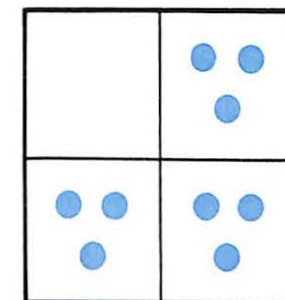
§1] ADDITION RÉPÉTÉE

— 8 pions!

— *Qu'écrirons-nous?*—  $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ .— **C'est rigolo!**— *Que propose notre amie Claire?*—  $8 \times 1$ 

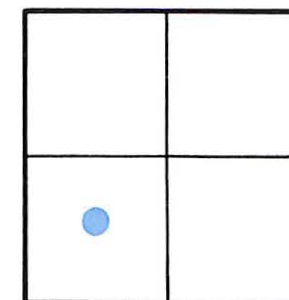
$$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 \times 1$$

DATE : 14 novembre 1967

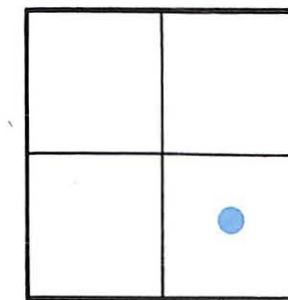
— *Marquez 3 fois 7 sur la machine.*

$$3 \times 7 = 7 + 7 + 7$$

Après quelques manœuvres sur MINICOMPUTER, on obtient



2



1

Quelques variantes de ces deux leçons ont été ensuite proposées aux élèves.



Etude de l'anatomie du nombre 12 grâce à MINICOMPUTER. C'est l'occasion d'écrire des calculs et de manier les 3 signes  $+$ ,  $\times$ ,  $=$ .

Jean-Philippe a bien du mérite. Il suffit de regarder l'écriture de son nom pour se rendre compte qu'il doit surmonter de grandes difficultés d'ordre graphique. Malgré toute son application, les signes en forme de croix se confondent parfois.

JED EWINTER

$$\begin{array}{r} 12 \\ 10+2 = \times 12 \end{array}$$

$$11+1 = 12$$

$$8+2+2 = 12$$

$$8+4 = 12$$

$$4+4+4 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$9+3 = 12$$

$$6+6 = 12$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$2+2+2+2+2+2 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$3+3+3 \times 3 = 12$$

$$1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1 = 12$$

$$12 \times 1 = 12$$

Échelle : 0,7

Age : 7 ans 2 mois

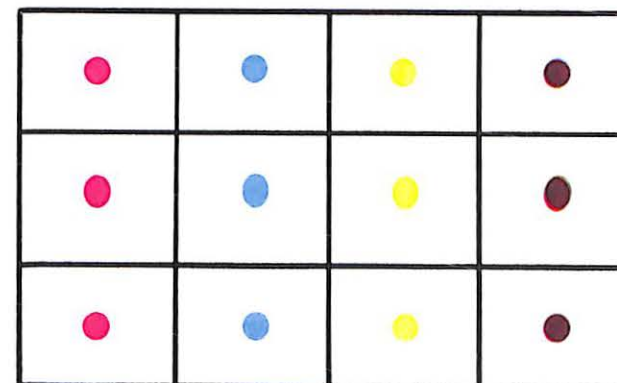
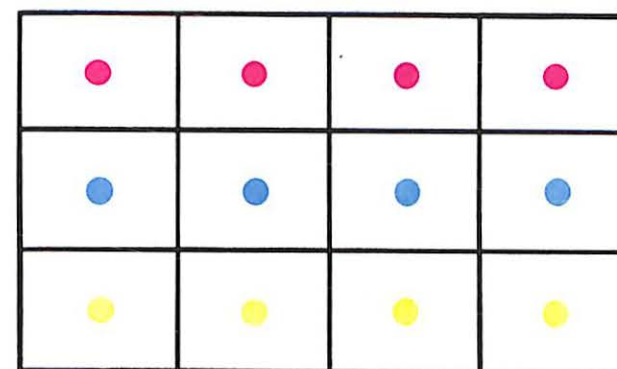
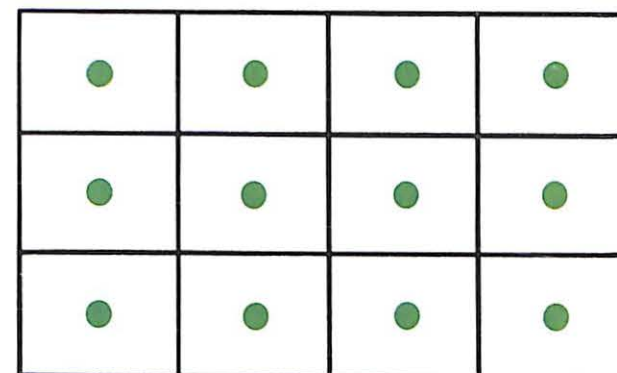
## 2 – COMMUTATIVITÉ

DATE : 28 novembre 1967

— Je dessine 3 fois le même casier.

La première fois, j'y dépose des billes vertes; la deuxième et la troisième fois, des billes de différentes couleurs.

Observez bien le dessin et reproduisez-le sur votre feuille.



Certains enfants ont des difficultés à copier ces schémas.



- Combien de billes ?
- 12 billes !
- C'est la même chose dans chaque casier !
- Regardons le deuxième casier. Comment sont les billes dans la première ligne ?
- Rouges !
- Et dans la deuxième ?
- Bleues !
- Et dans la troisième ?
- Jaunes !
- Combien de billes rouges ?
- 4
- Et de bleues ?
- 4
- Et de jaunes ?
- 4

Observations analogues sur les 4 colonnes du troisième casier.

- Quels calculs proposez-vous d'écrire à côté du deuxième casier ?

—  $4 + 4 + 4 = 12$

— Moi je sais !  $3 \times 4 = 12$

- A côté du troisième casier ?

—  $3 + 3 + 3 + 3 = 12$

—  $4 \times 3 = 12$

- Ecrivons finalement

$$4 \times 3 = 12 = 3 \times 4$$

Marina

Spontanément et de manière on ne peut plus publicitaire, Marina souligne l'invariance du nombre.

Échelle : 0,6  
Age : 6 ans 7 mois

Daniel

11 mars 1968

Dans cette nouvelle situation, Daniel met fort en évidence la commutativité avec un long signe d'égalité. Il sait que ces dessins sont des schémas et que peu importent les longueurs.

Échelle : 0,5  
Age : 7 ans 1 mois



DATE : 11 décembre 1967

— Vous souvenez-vous de notre petite école de village <sup>(1)</sup> ?

— Oui, le petit farceur !

— C'était l'hiver et 7 enfants portaient des sabots. Cela fait combien de sabots ?  
Dessinez...

Les enfants dessinent des points rangés deux par deux à l'intérieur d'une corde noire.

— 14 sabots !

— Comment les as-tu comptés ?

— Deux sabots par enfant

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$$

— Moi, je sais autrement !

$$7 \times 2 = 14$$

— Vous avez rangé les sabots deux par deux et c'est très bien. Je vous propose de rassembler tous les sabots gauches et tous les sabots droits.  
Dessinez ...

Certains enfants représentent les sabots gauches par des points d'une couleur, les sabots droits par des points d'une autre couleur.

— Combien de sabots ?

$$7 + 7 = 14$$

— Autrement ?

$$2 \times 7 = 14$$

TRUDE WINTER

14

$$7 + 7 = 14$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 14$$

$$7 \times 2 = 14$$

$$14 = 7 \times 2 = 2 \times 7$$

Échelle : 1  
Age : 7 ans 10 mois

<sup>(1)</sup> FRÉDÉRIQUE et PAPY : *L'enfant et les graphes*, ch. 3, Didier, Paris-Bruxelles-Montréal.

DATE: 18 décembre 1967

— Dans le parking de la petite école de village, se trouvaient rangés 6 tricycles.

— Qu'est-ce que c'est ?

— Un petit vélo à 3 roues. N'en avais-tu pas un quand tu étais petit ?

— Non, une poussette !

A l'aide d'une petite chaise, on mime un enfant sur un tricycle et l'on montre la roue avant, la roue arrière gauche, la roue arrière droite.

— 6 tricycles, cela fait combien de roues ? Dessinez ...

Les enfants dessinent des points groupés 3 par 3 à l'intérieur d'une corde noire. Marina a l'heureuse idée d'entourer d'une petite corde de couleur chaque ensemble de trois roues.

— Combien de roues ?

— 18

—  $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$

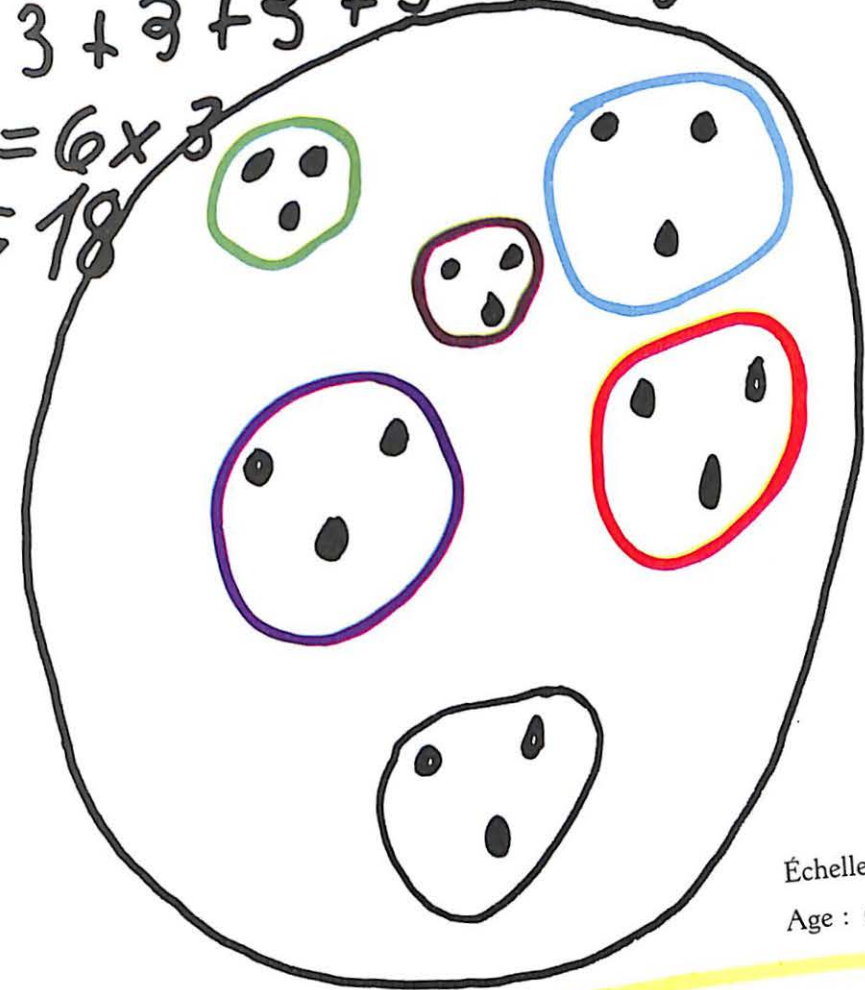
—  $6 \times 3 = 18$

marilma

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$$= 6 \times 3$$

$$= 18$$



Échelle : 0,7  
Age : 6 ans 8 mois

— On pourrait encore les compter autrement.  
Combien de roues avant ?

— 6.

— De roues-arrière gauches ?

— 6.

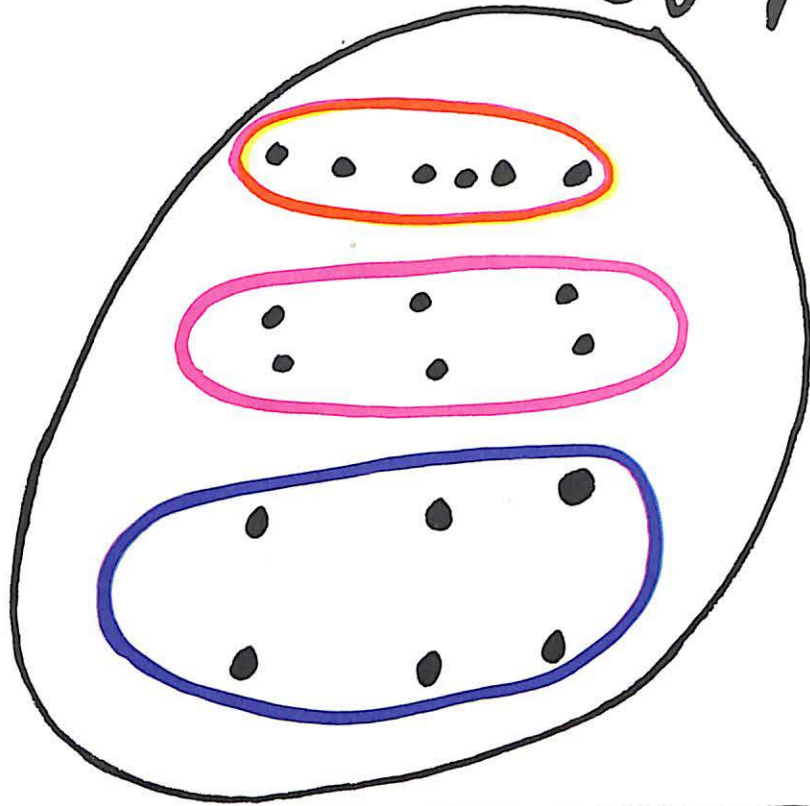
— De roues-arrière droites ?

— 6.

— Dessinez et calculez !



marina



$$= 6 + 6 + 6$$

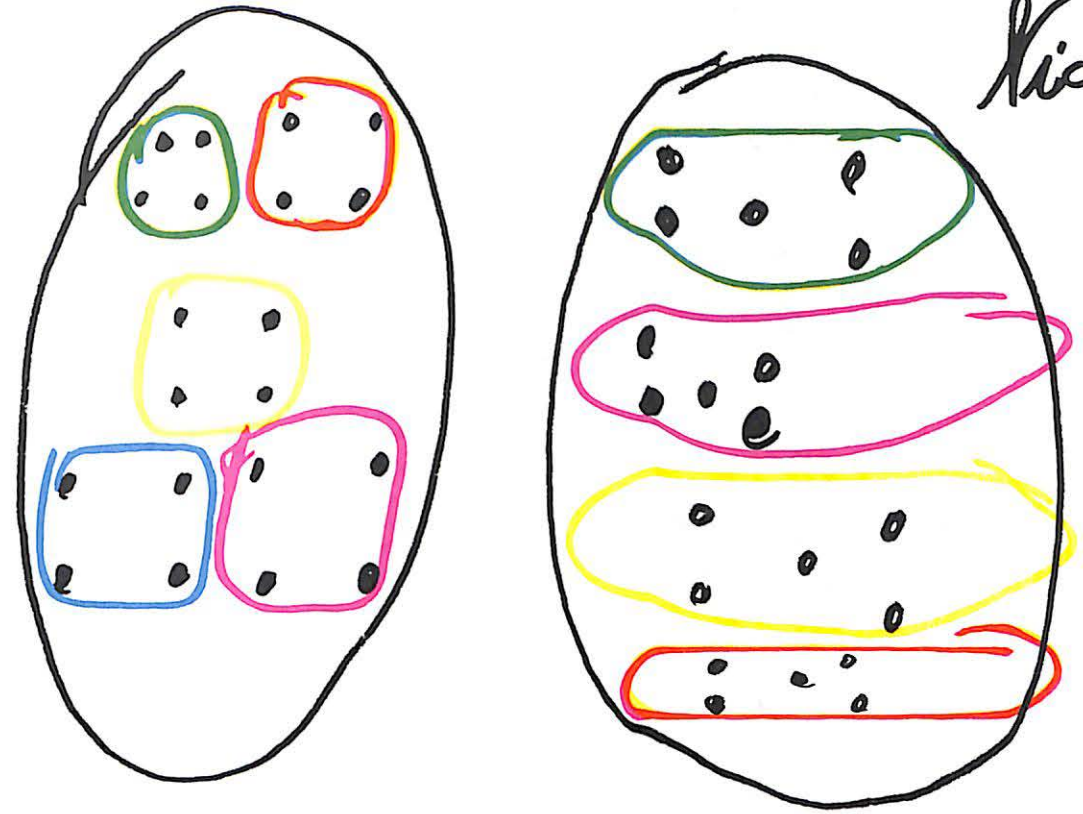
$$= 3 \times 6$$

$$6 \times 3 = 18 = 3 \times 6$$

Échelle : 0,6

Age : 6 ans 8 mois

Nicolas



Échelle : 0,6

Age : 6 ans 1 mois

Calcul analogue à propos de 5 automobiles de course.

Nicolas a l'habitude d'agrémenter la situation présentée, de calculs que celle-ci lui suggère. Il couvre ainsi le thème central de la leçon de fioritures parfois plaisantes mais qui finissent ici par dissimuler partiellement le résultat essentiel.

Involontairement, Nicolas donne ainsi une petite leçon de pédagogie toute en nuances.

$$5 + 5 + 5 + 5 = 20$$

$$10 + 10 = 20$$

$$5 + 15 = 20$$

$$4 \times 5 = 20$$

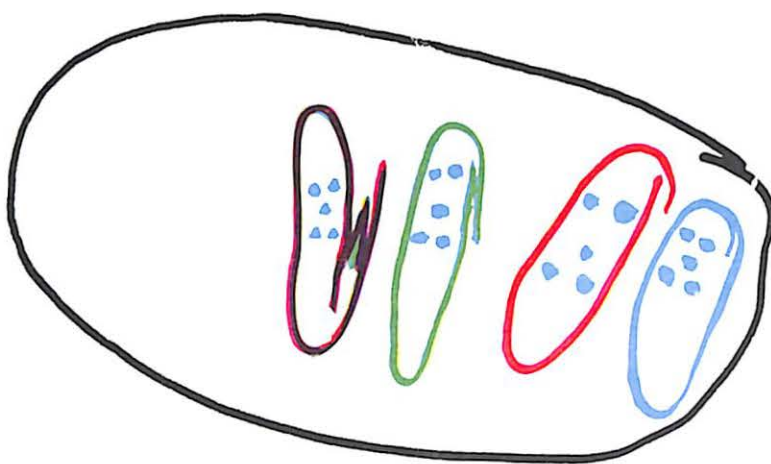
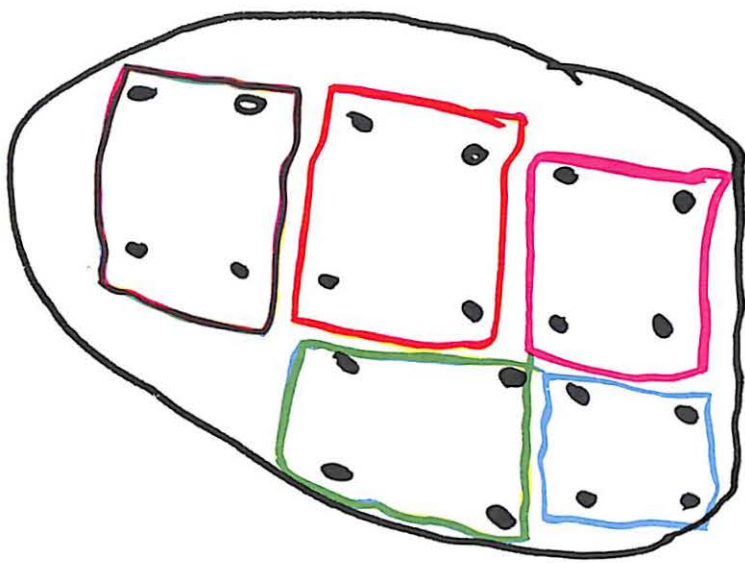
$$2 \times 10 = 20$$

~~$$4 + 4 + 4 + 4 = 16$$~~

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 5 \times 4 = 20$$



JOUEVINTER



$$4+4+4+4=20$$

$$5+5+5+5=20$$

$$5 \times 4 = 20$$

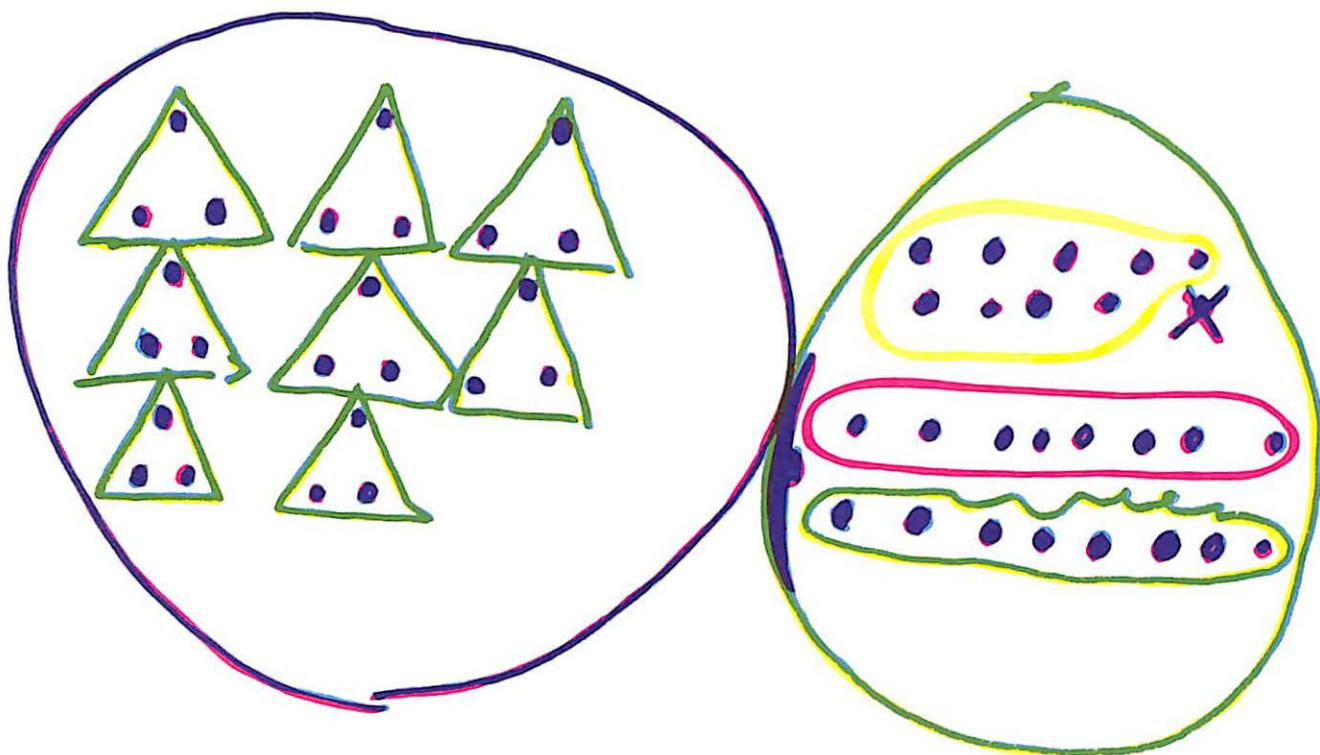
$$4 \times 5 = 20$$

$$5 \times 4 = 20 \neq 4 \times 5$$

Jean-Philippe, lui, se borne à l'essentiel et présente le résultat le plus important en caractères d'affiche. Un petit accident a déformé le dernier signe d'égalité.

Échelle : 0,6  
Age : 7 ans 2 mois

Derrocede • Carine Carine



$$3 \times 8 = 8 \times 3$$

11 mars 1968

Nouvelle variation sur le thème des tricycles.

Pour Carine, 3 appelle triangle. Il est vrai que l'on a droit à beaucoup de fantaisies en traçant les diagrammes de VENN. Carine en profite également pour représenter l'un des ensembles de 8 roues.

Une faute à moitié corrigée relativement à l'ensemble jaune.

Les spirales l'ont décidément fort impressionnée et Carine les utilise pour enjoliver l'écriture de son charmant prénom.

Échelle : 0,7

Age : 6 ans 11 mois



3 - CARRÉS

*marina*

$6 \times 6 = 36$

$(2 + 2 = 4)$   
 $(2 \times 2 = 4)$

$3 \times 3 = 9$

$4 \times 4 = 16$

$5 \times 5 = 25$

Échelle : 0,7  
Age : 6 ans 9 mois

Spontanément, Marina utilise les parenthèses d'une manière non orthodoxe qui montre qu'elle en a bien compris la portée.  
Elle souligne aussi le phénomène unique  $2 + 2 = 2 \times 2$

$0 + 1 = 1$

$2 \times 2 = 4$

$3 \times 3 = 9$

$4 \times 4 = 16$

$5 \times 5 = 25$

$6 \times 6 = 36$

$7 \times 7 = 49$

$8 \times 8 = 64$

$9 \times 9 = 81$

$10 \times 10 = 100$

*sylvie*

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 4 mois

formule vraie, mise pour  $1 \times 1 = 1$

Sylvie a perçu la SUITE des carrés.  
Le cas limite échappe à la compréhension globale



4 - TABLEAUX

Table de multiplication dressée par calcul mental.

ANNE Duménil, le 14 mai 1968

X	3	6	4	7	8
2	6	12	8	14	16
3	9	18	12	21	24

Échelle : 0,5

Table de multiplication établie partiellement par calcul mental et partiellement avec l'aide de MINICOMPUTER; dans ce dernier cas par additions répétées.

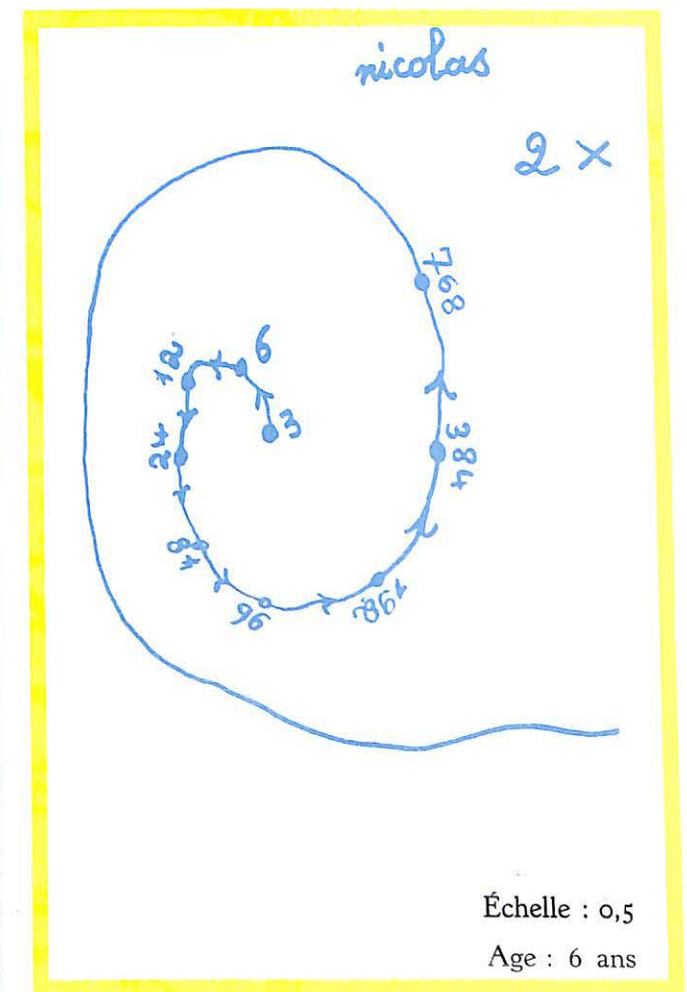
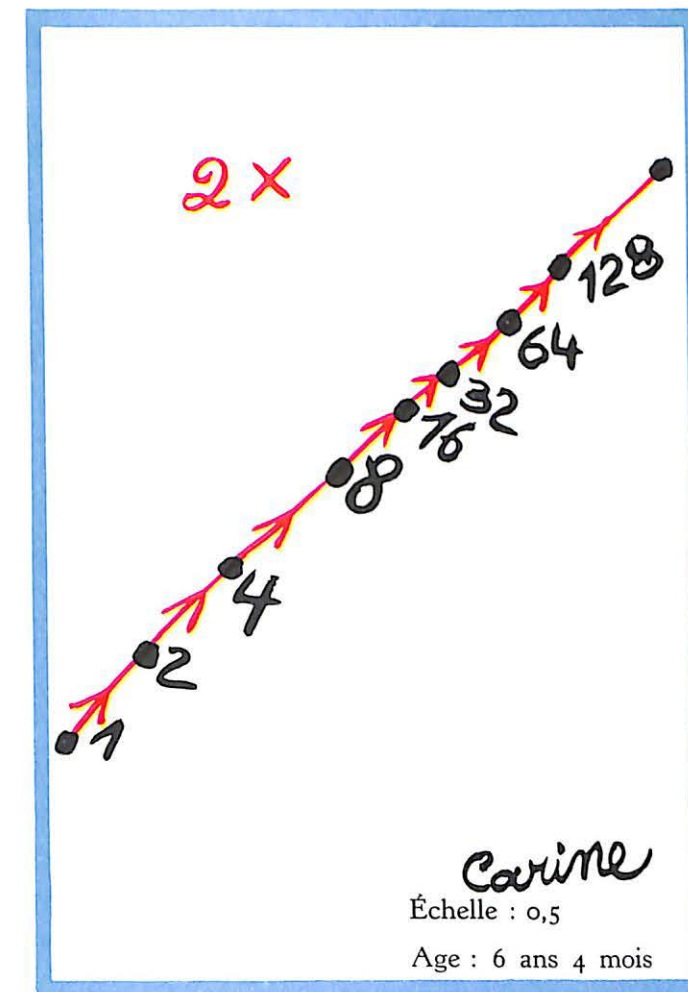
X	9	5	12	18	15
2	18	10	24	36	30
3	27	15	36	54	45

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 6 mois

5 - GRAPHES

DATE : 8 novembre 1967

En s'aidant de MINICOMPUTER, chaque enfant construit un graphe de la fonction « double ».



Vers la fin de l'année, Nicolas a dessiné une spirale « double » d'origine 1 et d'extrémité 2048, en effectuant tous les calculs mentalement. Par le même procédé, Sylvie a atteint 4096. Elle s'est alors écriée :

— Il ne faut pas exagérer!

... s'est armée d'un MINICOMPUTER à 5 plaques ... et a poursuivi le travail grâce à son aide mécanique.



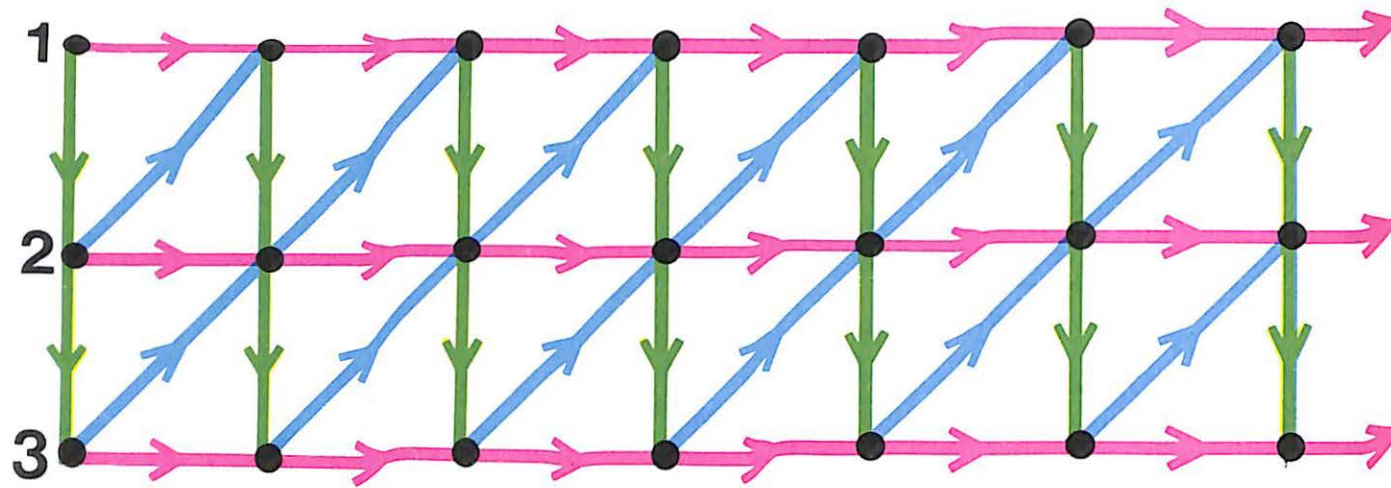
## 6

## Composition de fonctions

## 1 – COMPOSER EN JOUANT

DATE : 7 décembre 1967

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau cette frise multicolore en traçant d'abord les flèches rouges, puis les vertes, puis les bleues.



+3

— Quels sont ces nombres ?

Que disent les flèches vertes et les flèches bleues ?

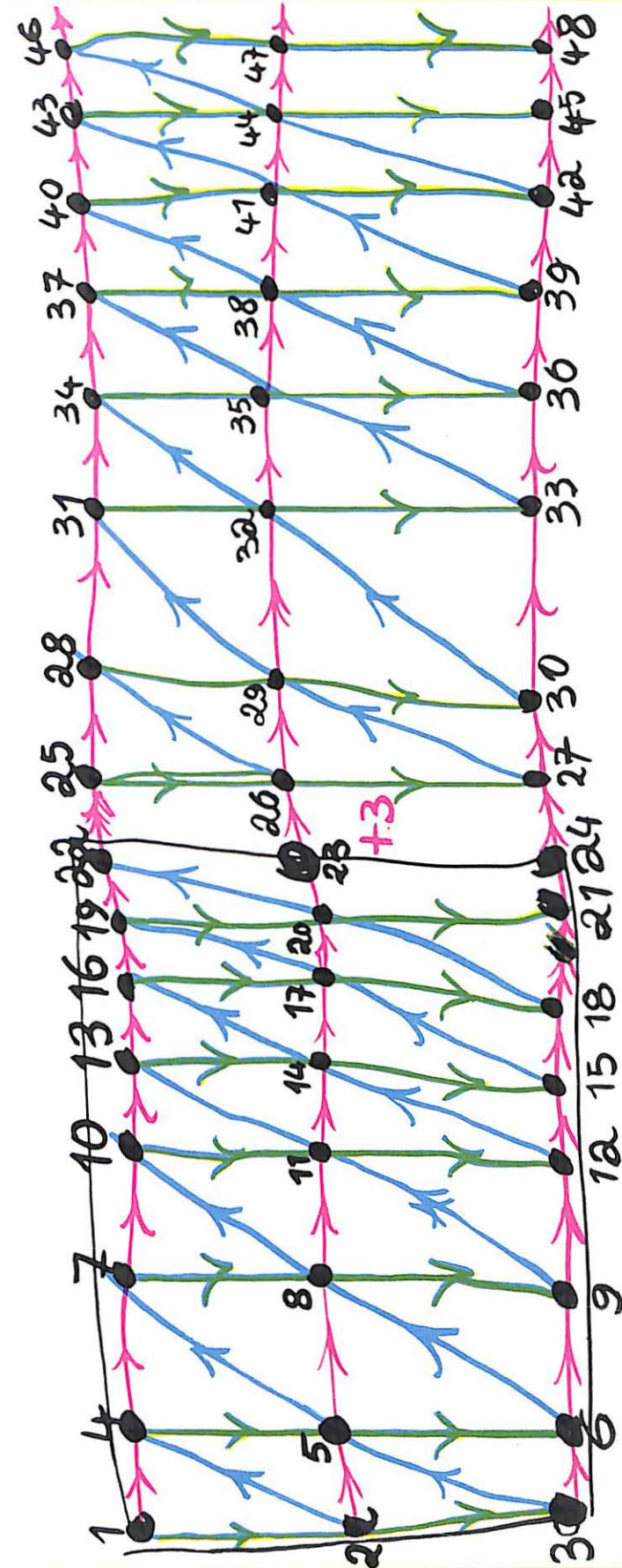
Les enfants travaillent individuellement, sans l'aide de MINICOMPUTER, pendant 20 minutes environ.

Certains ont de grandes difficultés à reproduire la frise et ne parviennent pas à ajuster correctement les flèches bleues.

D'autres dessinent le graphe sans commettre de fautes et le complètent partiellement.

Les meilleurs terminent le travail. Nicolas est tellement rapide qu'il entreprend spontanément un nouveau dessin qui prolonge la frise dessinée par FRÉDÉRIQUE. Il lui suffira ensuite de coller ses deux feuilles pour obtenir l'impressionnant graphe ci-contre.

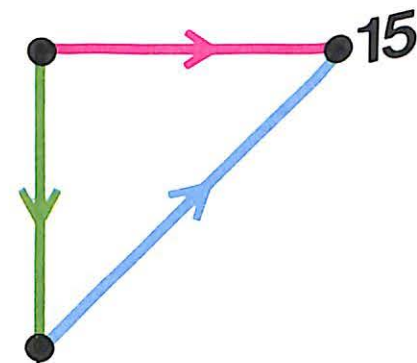
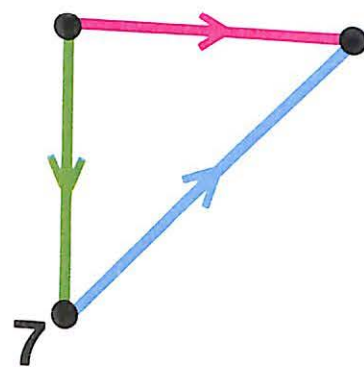
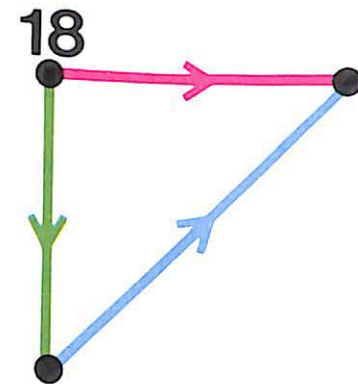
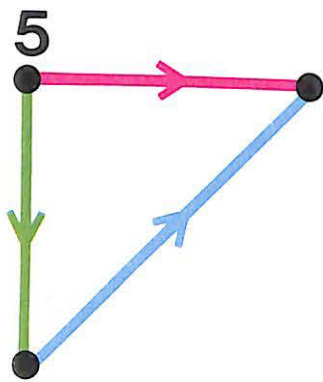
Nicolas A 6 ans, Aujourd'hui huit c' est samedi





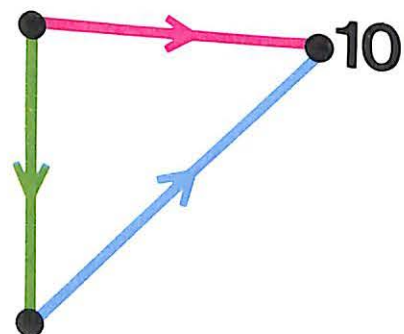
DATE : 8 décembre 1967

Pour favoriser l'analyse du dessin du 7 décembre, FRÉDÉRIQUE propose de compléter les graphes partiels que voici.



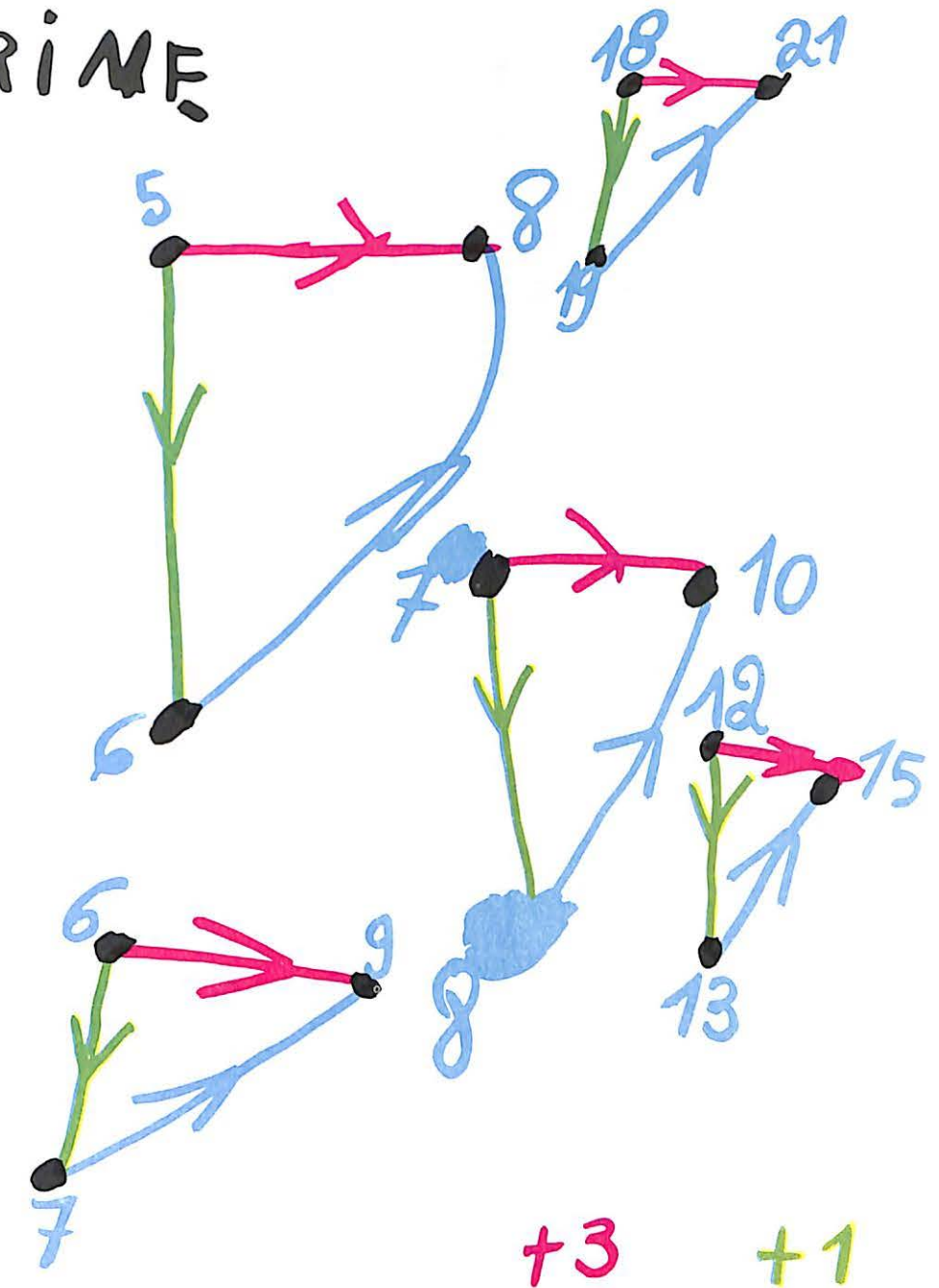
+1

+2



Carine et d'autres enfants fournissent rapidement la solution complète.

# CARINE



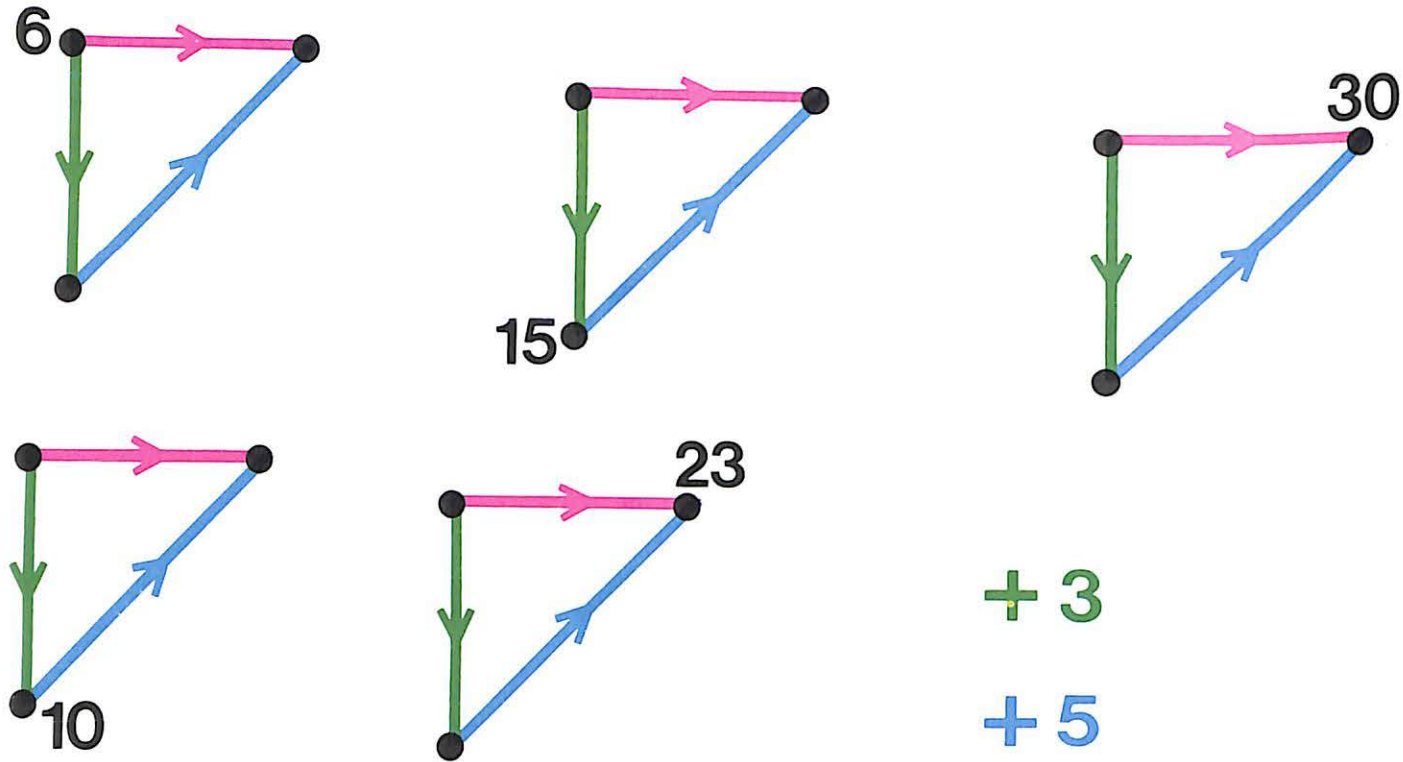
Échelle : 0,7

Age : 6 ans 8 mois

Il s'agit ici de 5 dessins séparés, ce qui explique pourquoi certains nombres sont représentés plusieurs fois.  
Dans sa reproduction, Carine a malencontreusement mêlé ce qui était mieux séparé au tableau.

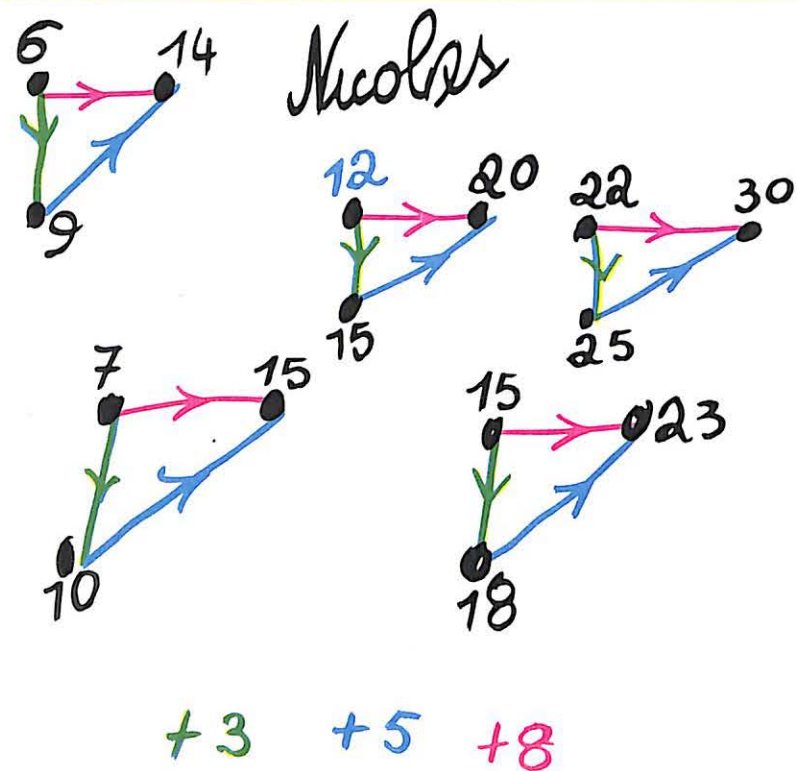


Tout en aidant les plus «petits» à surmonter individuellement les difficultés de l'exercice, FRÉDÉRIQUE lance un défi aux plus «grands» en leur proposant de compléter ces graphes.



+ 3  
+ 5

Nicolas relève le défi.



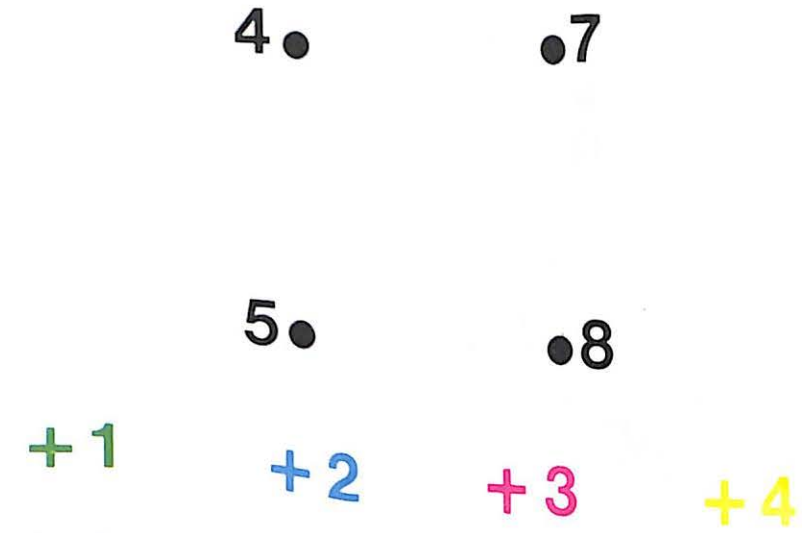
Échelle : 0,5

Age : 6 ans 1 mois

DATE : 14 décembre 1967

Les deux premiers exercices de cette leçon éclairent un motif de la belle frise du 7 décembre dernier.

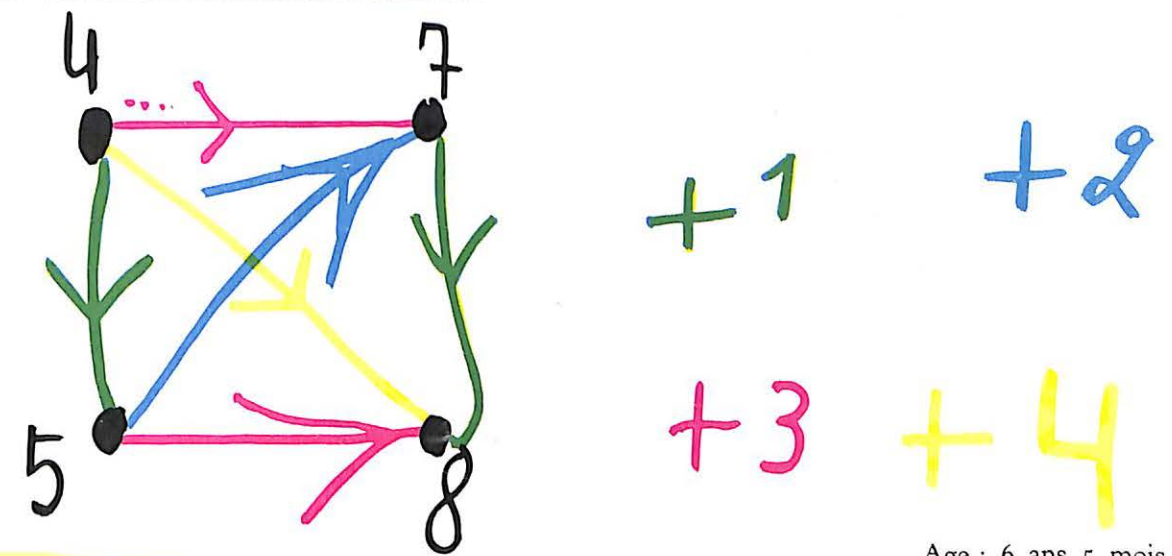
PREMIER PROBLÈME



— Dessinez toutes les flèches vertes, bleues, rouges et jaunes.

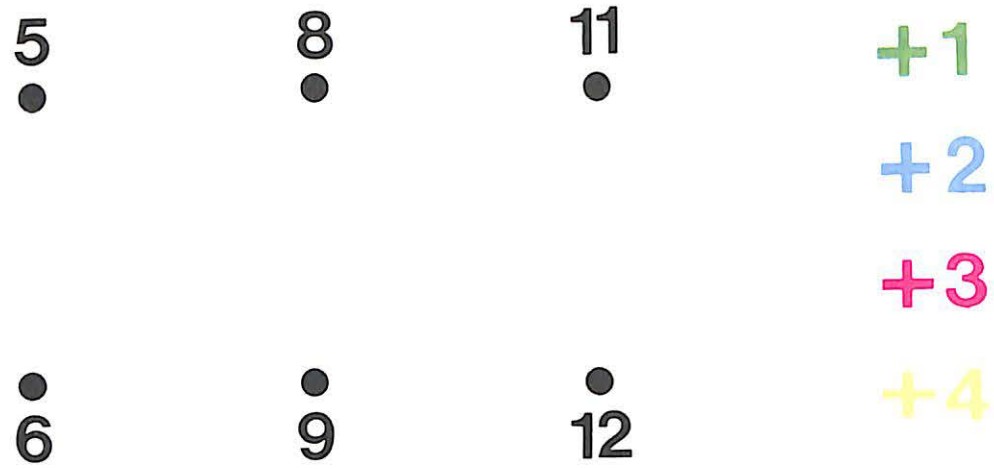
Carine Leroi

Échelle : 1

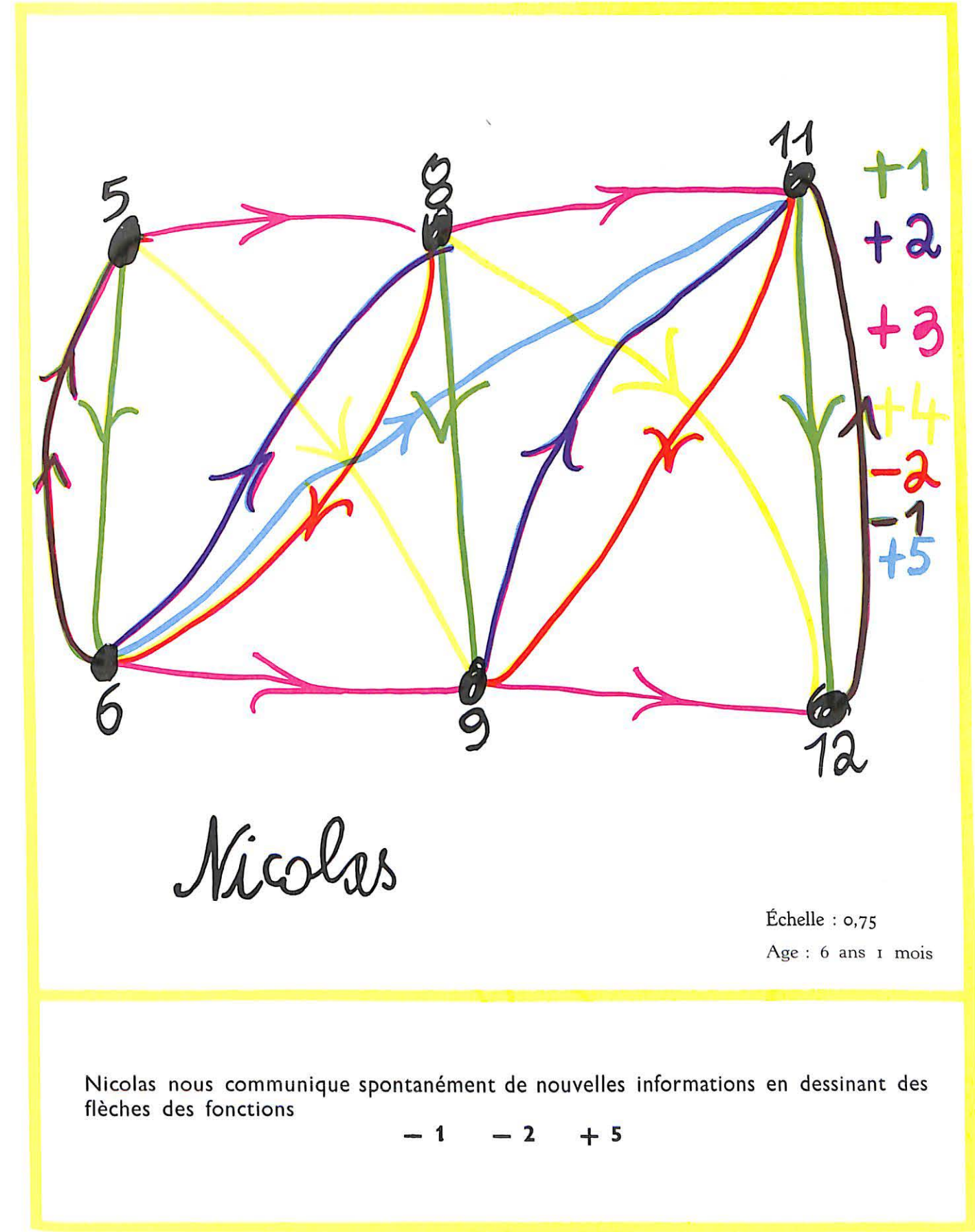
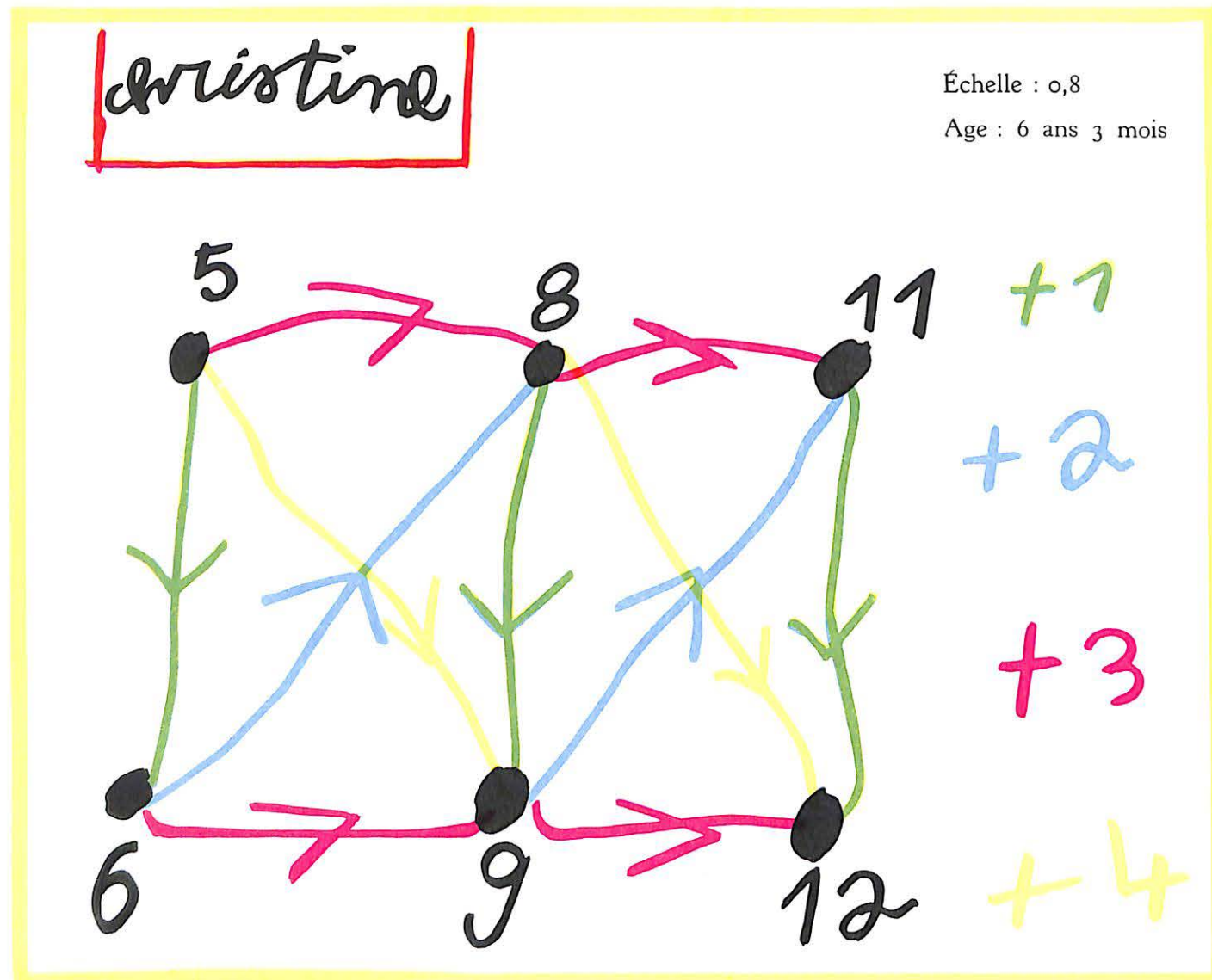


Age : 6 ans 5 mois

DEUXIÈME PROBLÈME

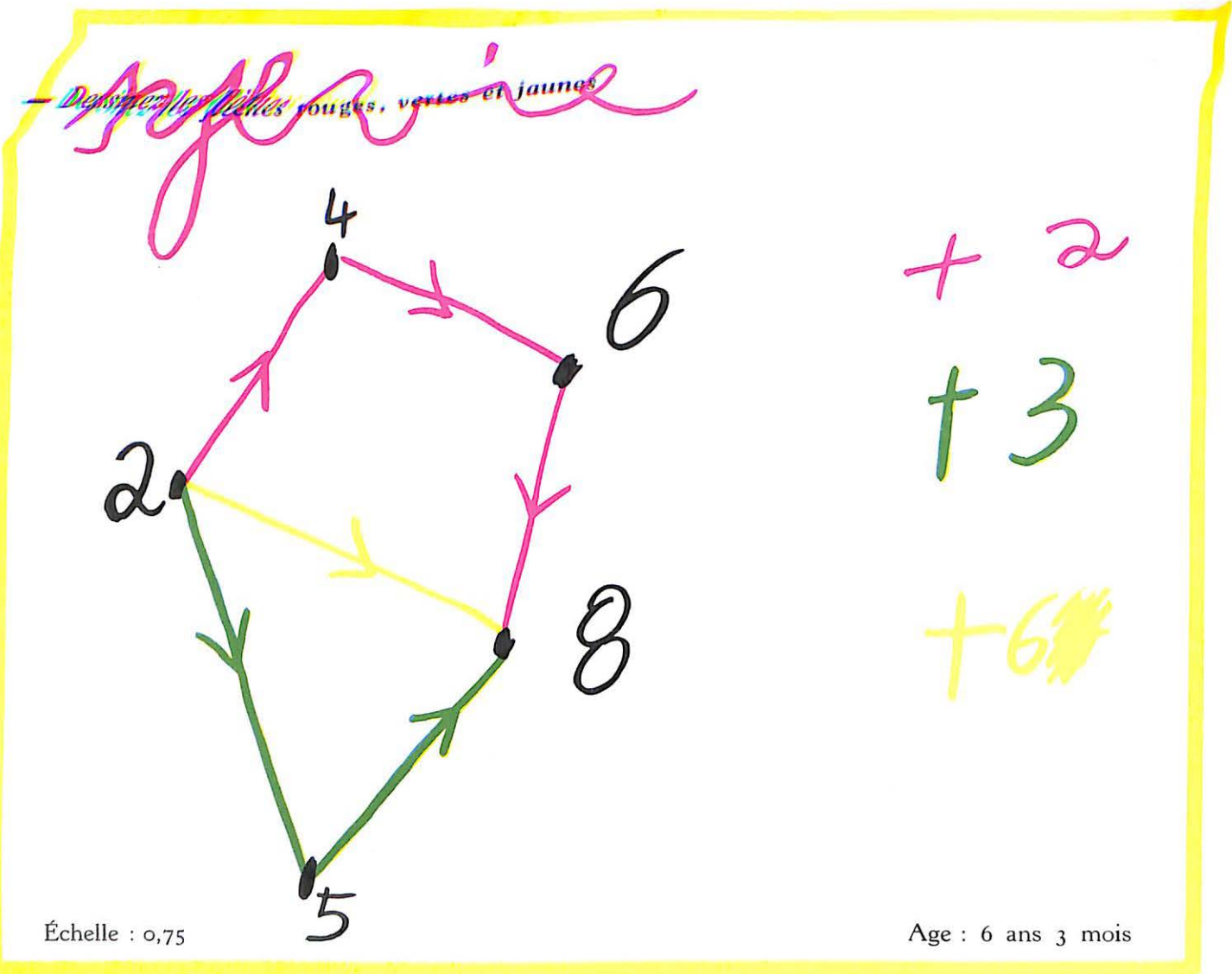
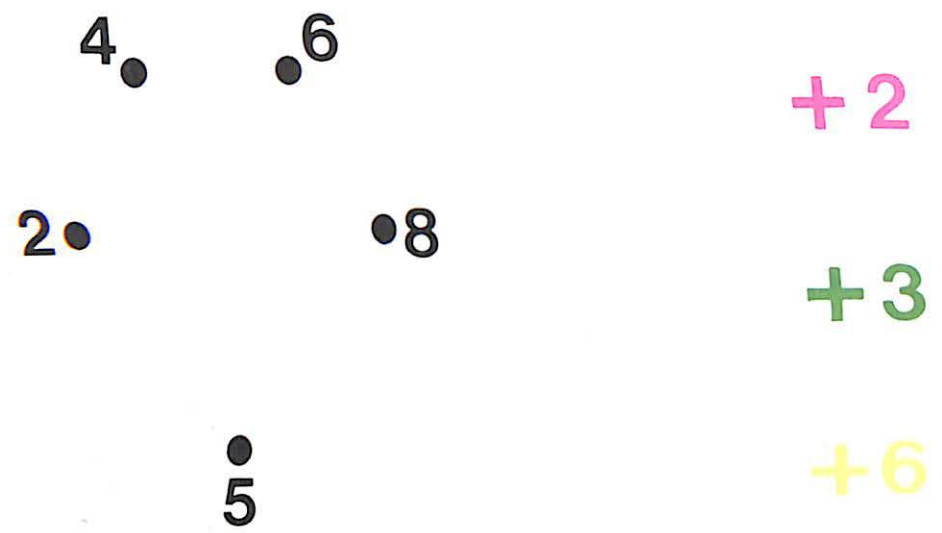


— Dessinez les flèches vertes, bleues, rouges et jaunes.





TROISIÈME PROBLÈME



FRÉDÉRIQUE attire l'attention des enfants sur les trois chemins qui conduisent de 2 à 8 dans ce beau graphe de Sylvie.

*En suivant les flèches rouges*

$$2 + (2 + 2 + 2) = 8$$

$$2 + (3 \times 2) = 8$$

*En suivant les flèches vertes*

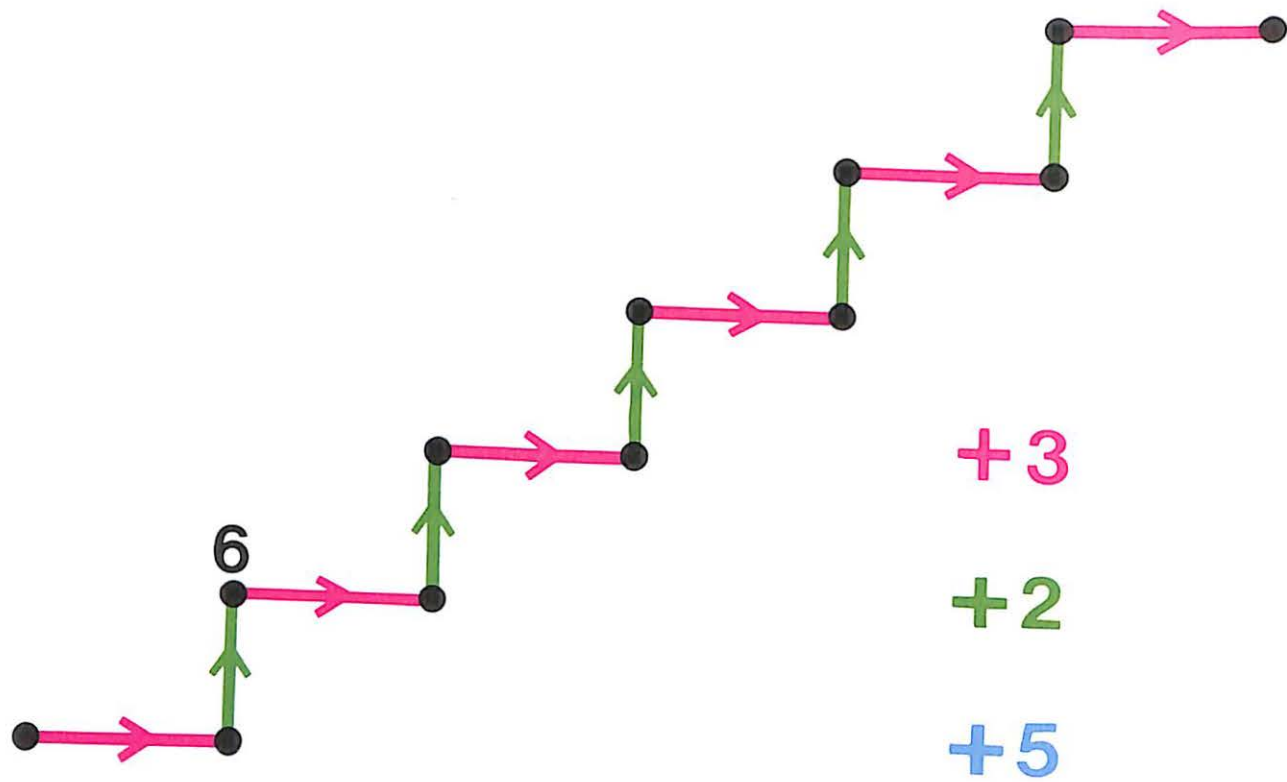
$$2 + (3 + 3) = 8$$

$$2 + (2 \times 3) = 8$$

*En suivant la flèche jaune*

$$2 + 6 = 8$$

DATE : 19 décembre 1967



— Quels sont ces nombres ? Dessinez les flèches bleues.

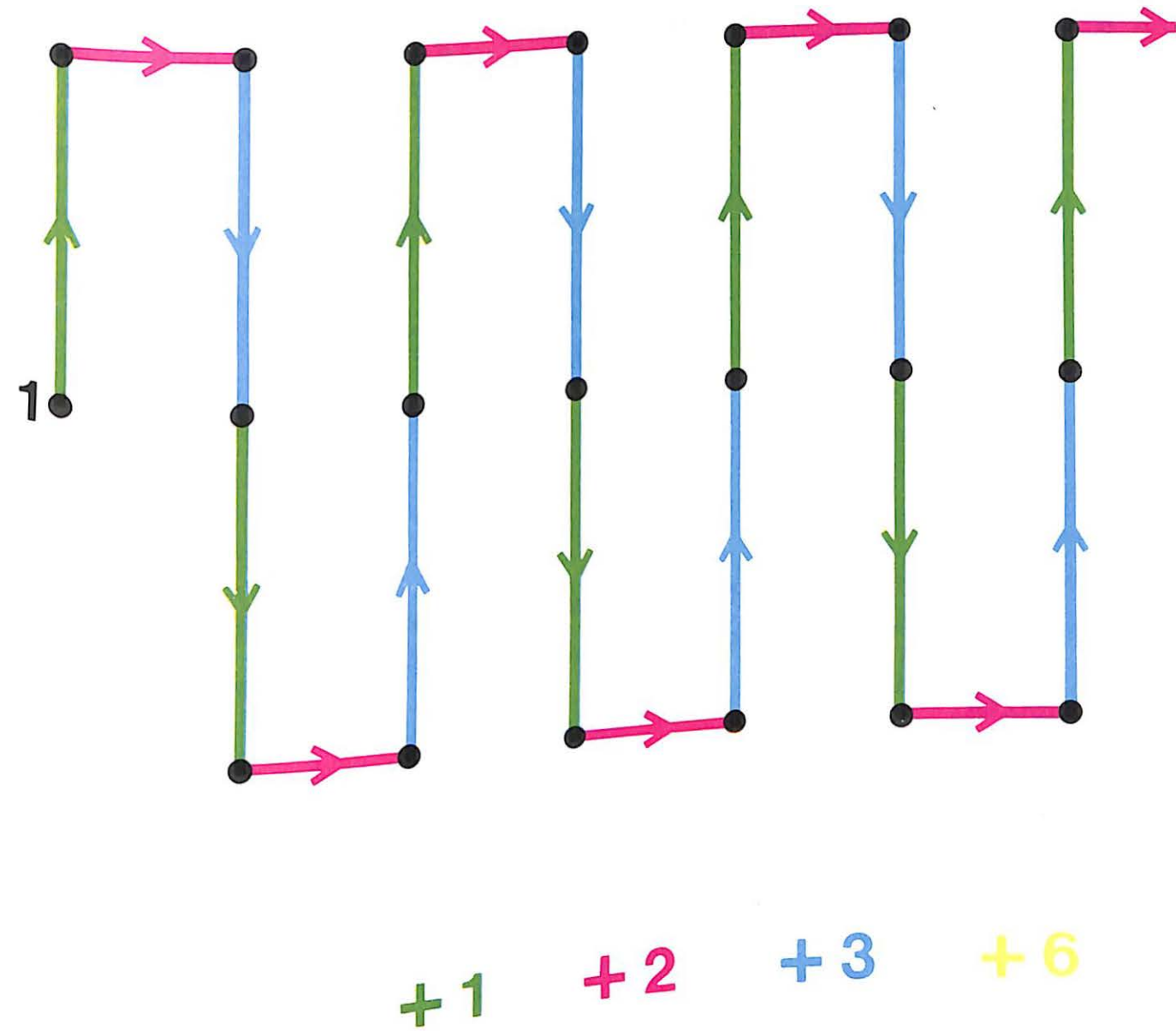
Travail individuel, sans MINICOMPUTER.

*Carine*

+ 3  
+ 2  
+ 5

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 8 mois

FRÉDÉRIQUE introduit une nouvelle frise:



— Quels sont ces nombres ? Dessinez des flèches jaunes.

Travail individuel, sans MINICOMPUTER.



+1 +2 +3 +6

Nicolas ne dessine pas toutes les flèches jaunes. Après un début tâtonnant et fantaisiste, son dessin devient rythmique. Pas de flèches croisées.

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 1 mois

Nicolas le 15/3 19 68

+1 +2 +3 +6

Trois mois plus tard, un problème analogue suscite une réponse plus complète de la part des enfants. L'obstacle des flèches croisées est surmonté.

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 4 mois

DATE : 12 janvier 1968

+3

-1

+2

— Quels sont ces nombres? Dessinez les flèches vertes.

J P P E W I N T E R

+3

-1

+2

Échelle : 0,5

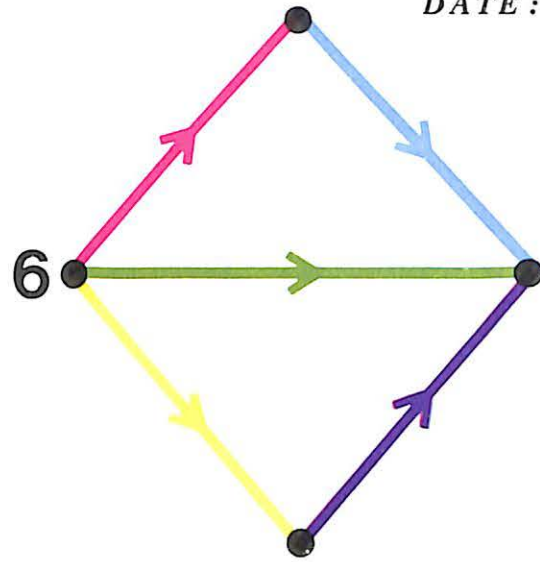
Age : 7 ans 11 mois

Par son attrait particulier, la méthode des graphes multicolores permet, même aux enfants ayant de grandes difficultés d'ordre graphique, de s'appliquer sans se lasser et d'obtenir de jolis résultats.



DATE : 25 janvier 1968

+2  
+3  
+1



— Quels sont ces nombres? Que disent les flèches vertes et mauves?

*marina*

+2  
+3  
+1  
+4  
+5

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 9 mois

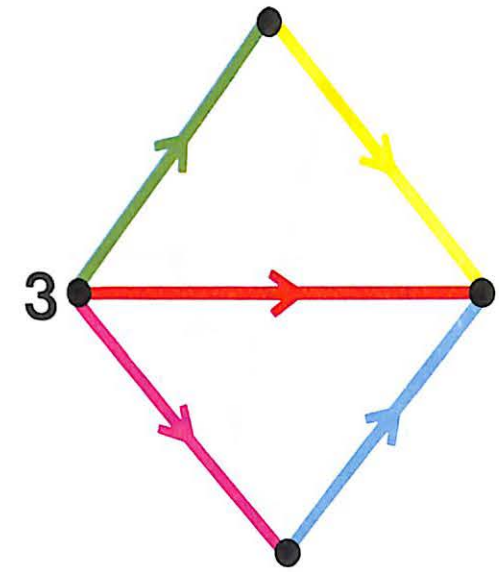
*Nicolas*

+2  
+3  
+1  
+5  
+4  
-3

Échelle : 0,5  
Age : 6 ans 2 mois

Nicolas donne des informations supplémentaires.

+3  
+4  
+2



— Quels sont ces nombres? Que dit la flèche orange? ... et la bleue?

*sylvie*

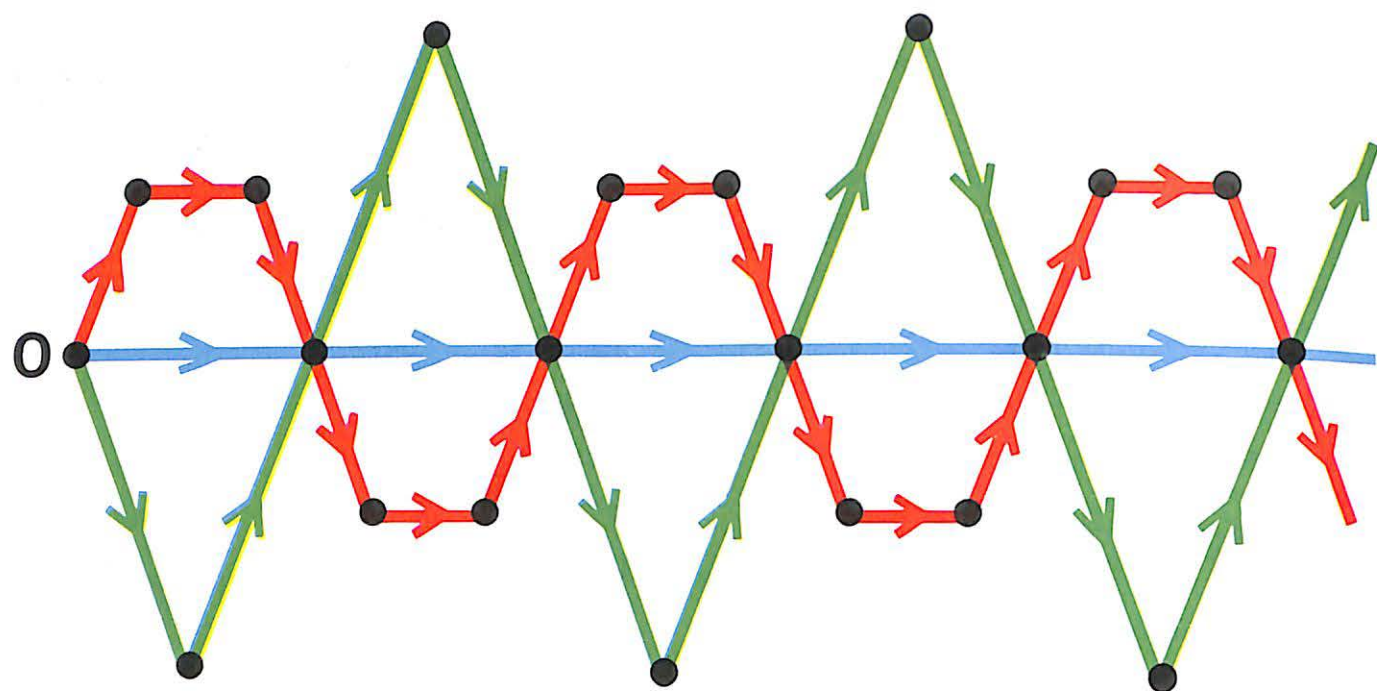
+3  
+4  
+2  
+5  
+7

Échelle : 1  
Age : 6 ans 4 mois



**+ 2**

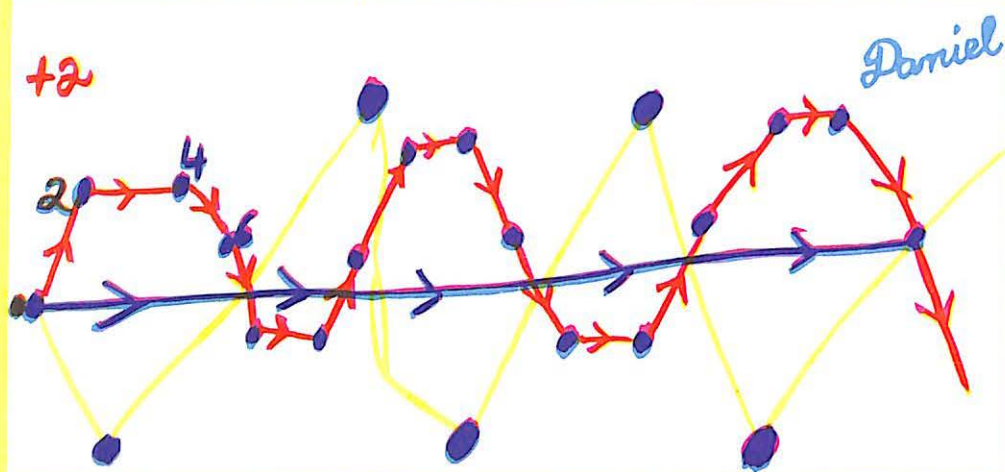
DATE : 12 mars 1968



— Quels sont ces nombres ? Que disent les flèches bleues et les flèches vertes ?

Les enfants reproduisent et complètent cette frise avec des fortunes diverses !

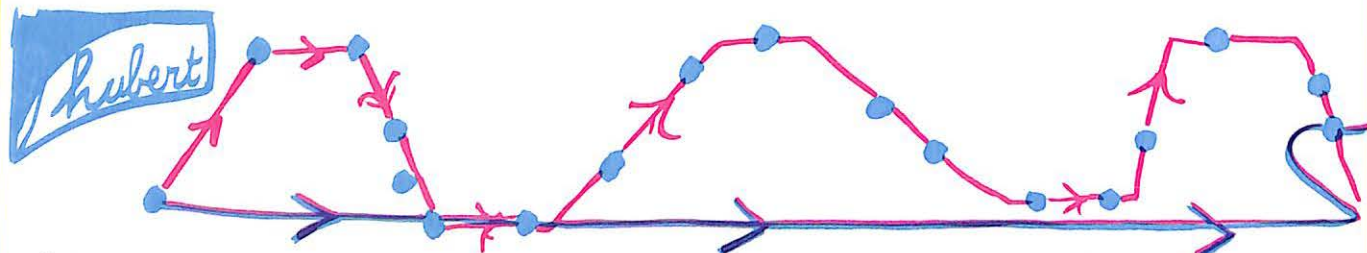
**+2**



Certains enfants ne suivent qu'un thème de la symphonie. D'autres en perçoivent plusieurs mais ne parviennent pas à les coordonner.

Échelle : 0,75  
Age : 7 ans 1 mois

**Hubert**

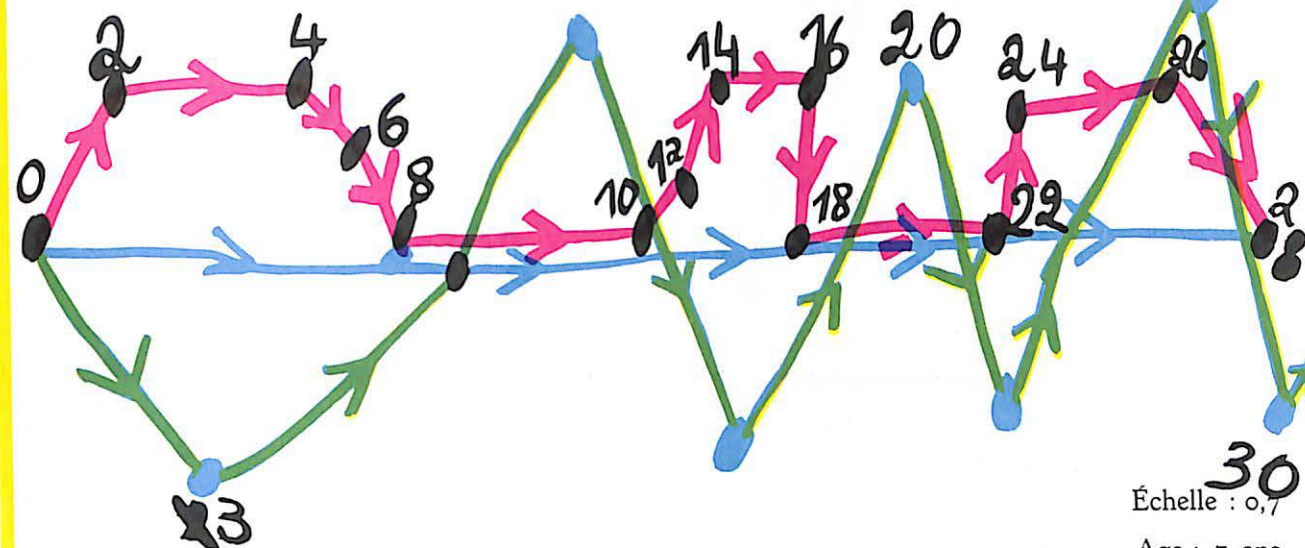


Échelle : 0,75

Age : 7 ans 1 mois

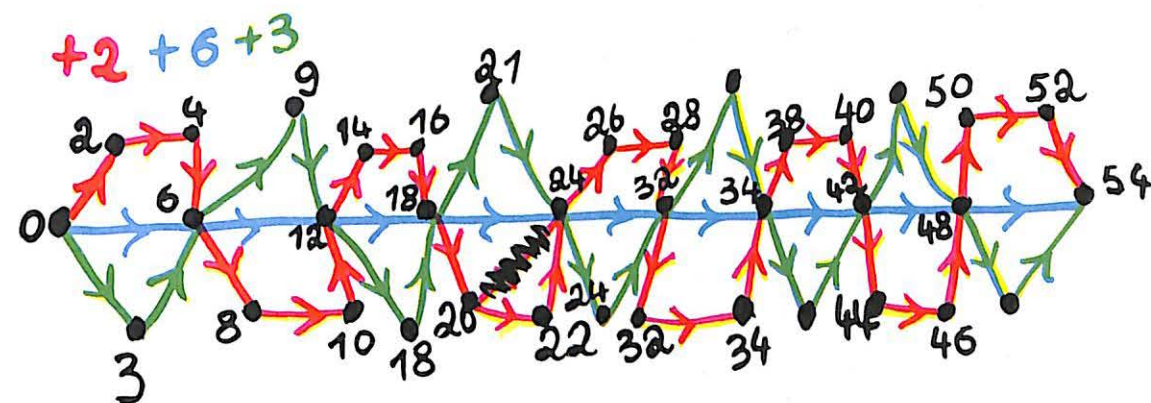
**+2 +6**

**Catherine**



Échelle : 0,7  
Age : 7 ans

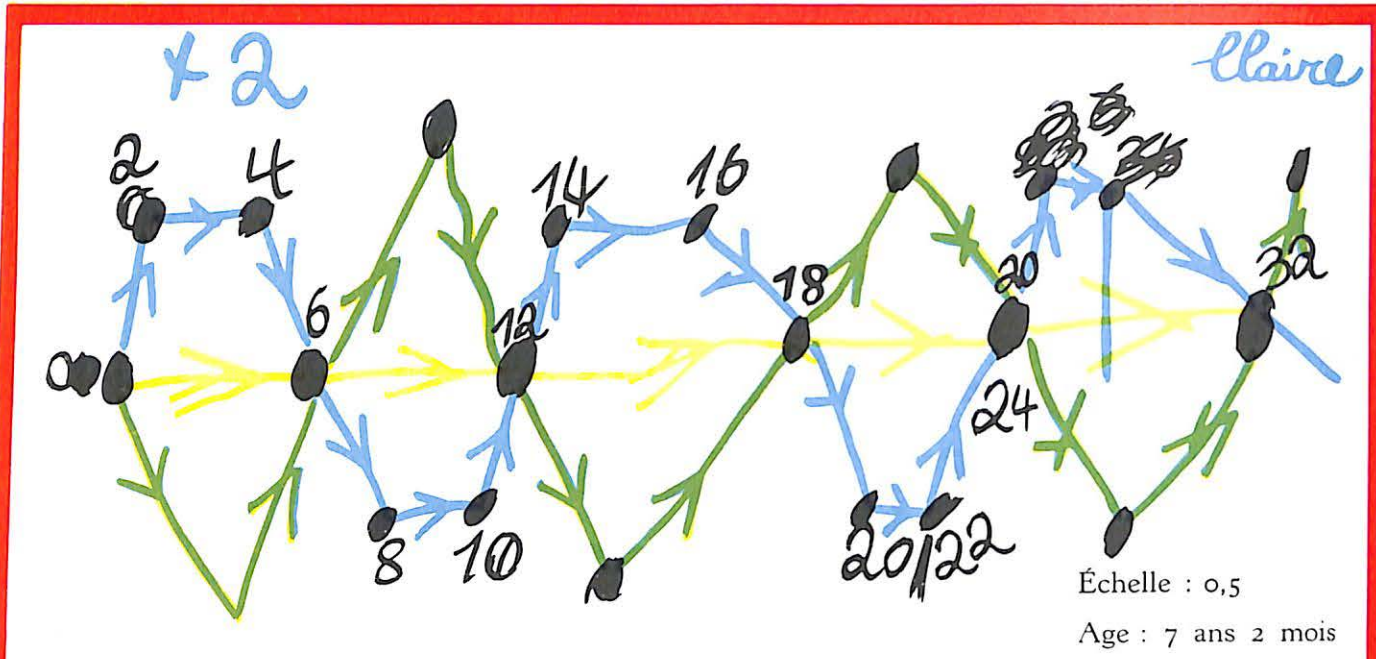
**Nicolas** le 12 | 3 1968



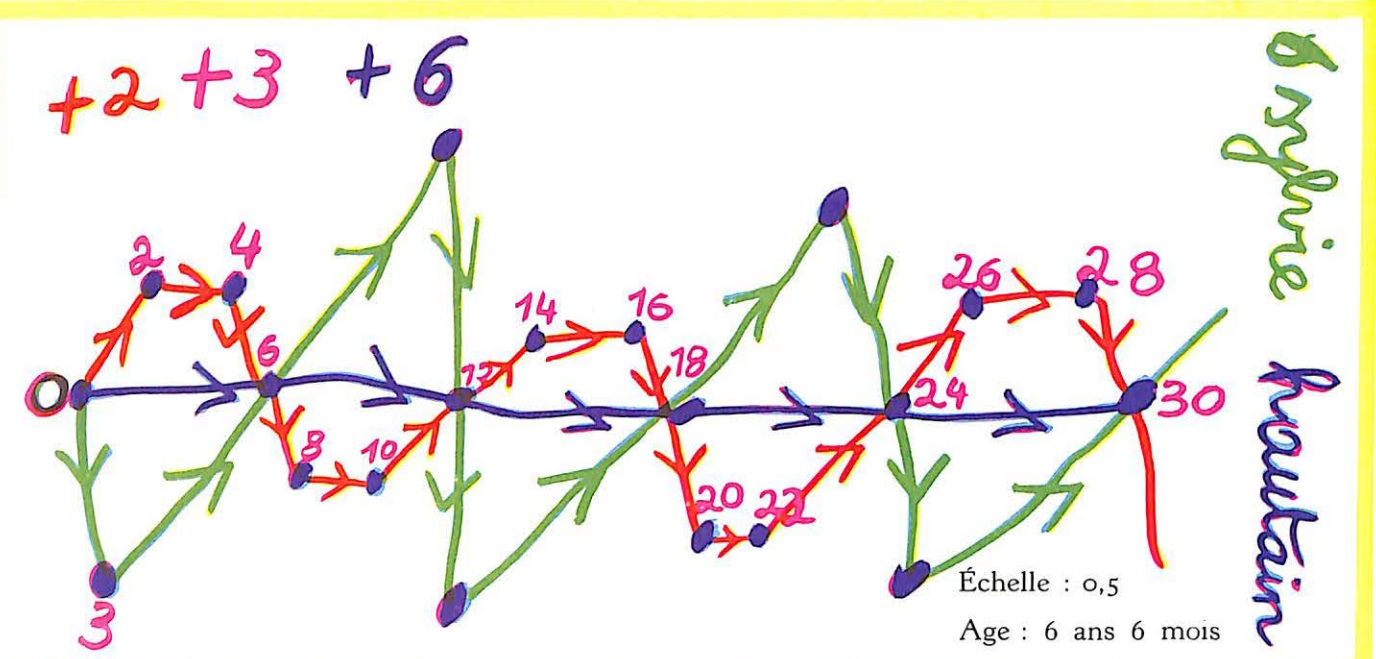
Age : 6 ans 4 mois

Nicolas fait un dessin parfait bien qu'il passe par la phase difficile de la miniaturisation.





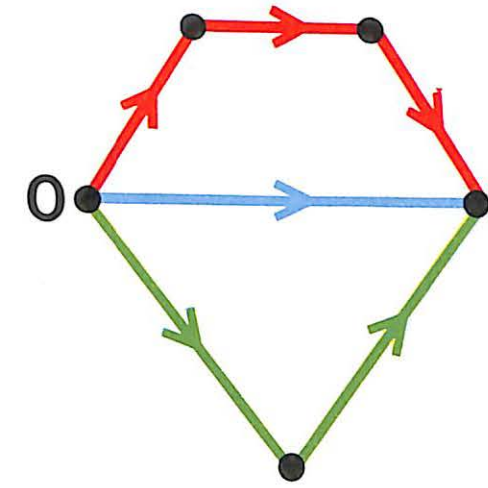
Le dessin de Claire permet de voir comment certains enfants procèdent pour résoudre le problème. Ils commencent par suivre l'un des fils conducteurs qu'ils mènent jusqu'au bout. Marquer les nombres est plus facile que déterminer ce que les flèches disent. Il est plus aisé de découvrir ce que disent les flèches jaunes que les vertes.



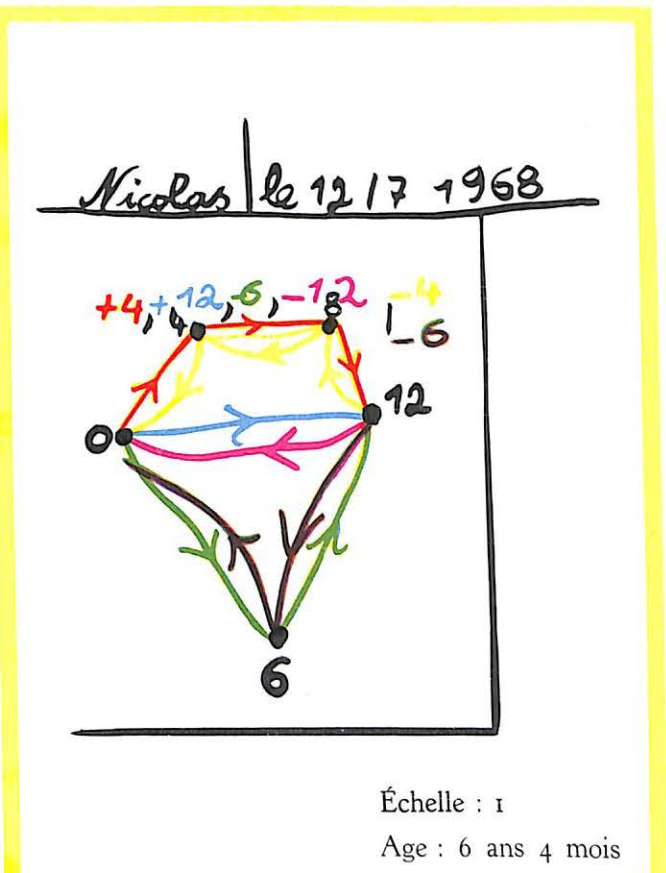
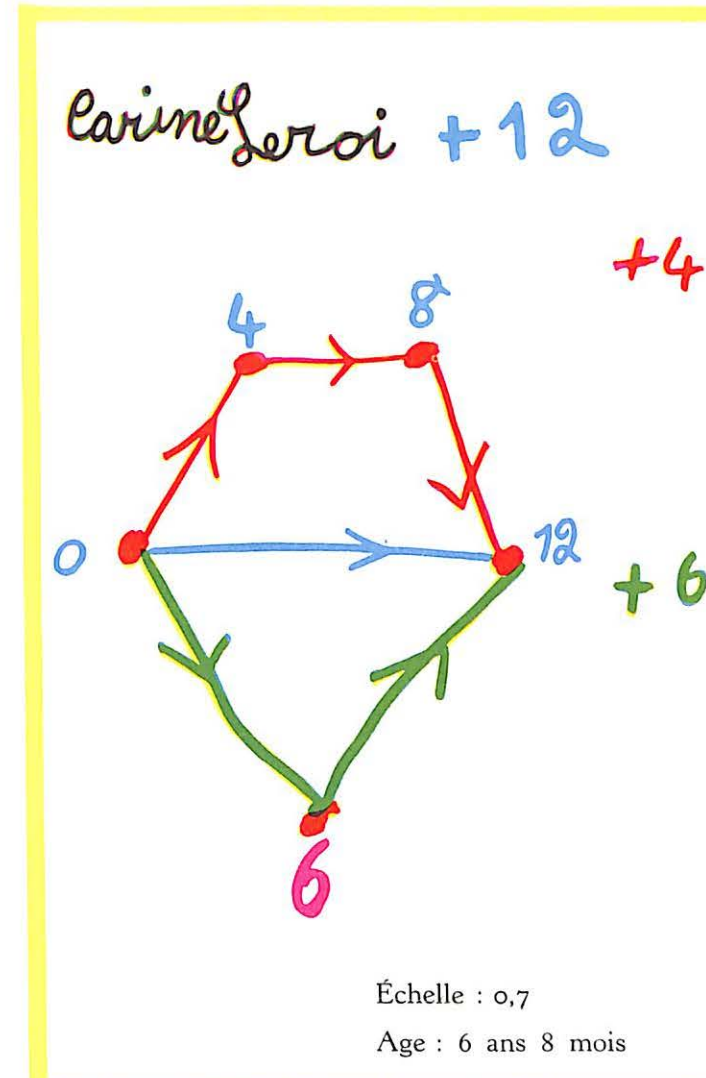
Pour déterminer ce que dit la flèche verte, Sylvie marque le nombre 3 en rouge et dans son élan, écrit + 3 en rouge au lieu de le faire en vert.

Au cours de la même leçon, FRÉDÉRIQUE se restreint à un motif de la frise, mais en modifiant les nombres.

+ 4



— Quels sont ces nombres ? Que disent les flèches bleues et vertes ?

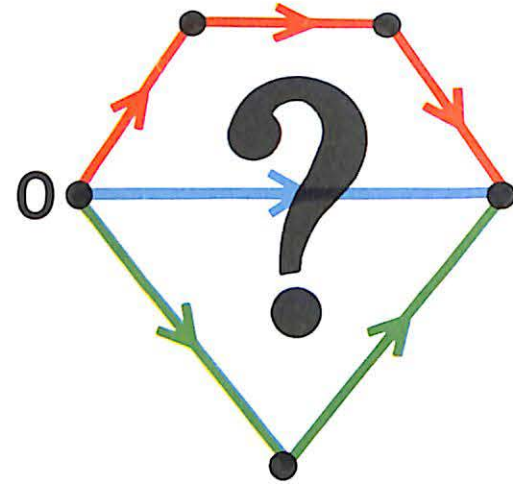


Un timbre poste peut être complet!



Variante

+6

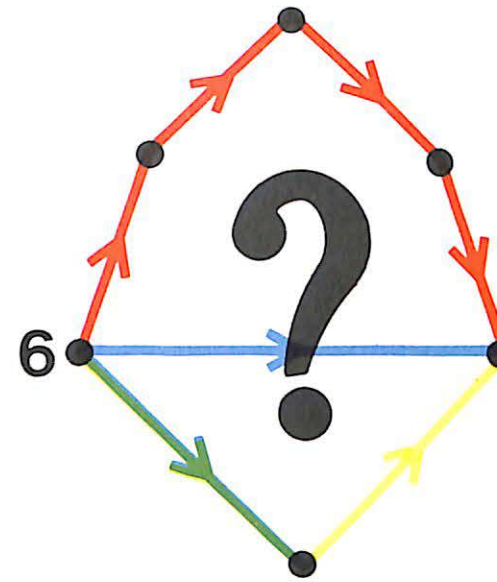


DATE : 2 mai 1968

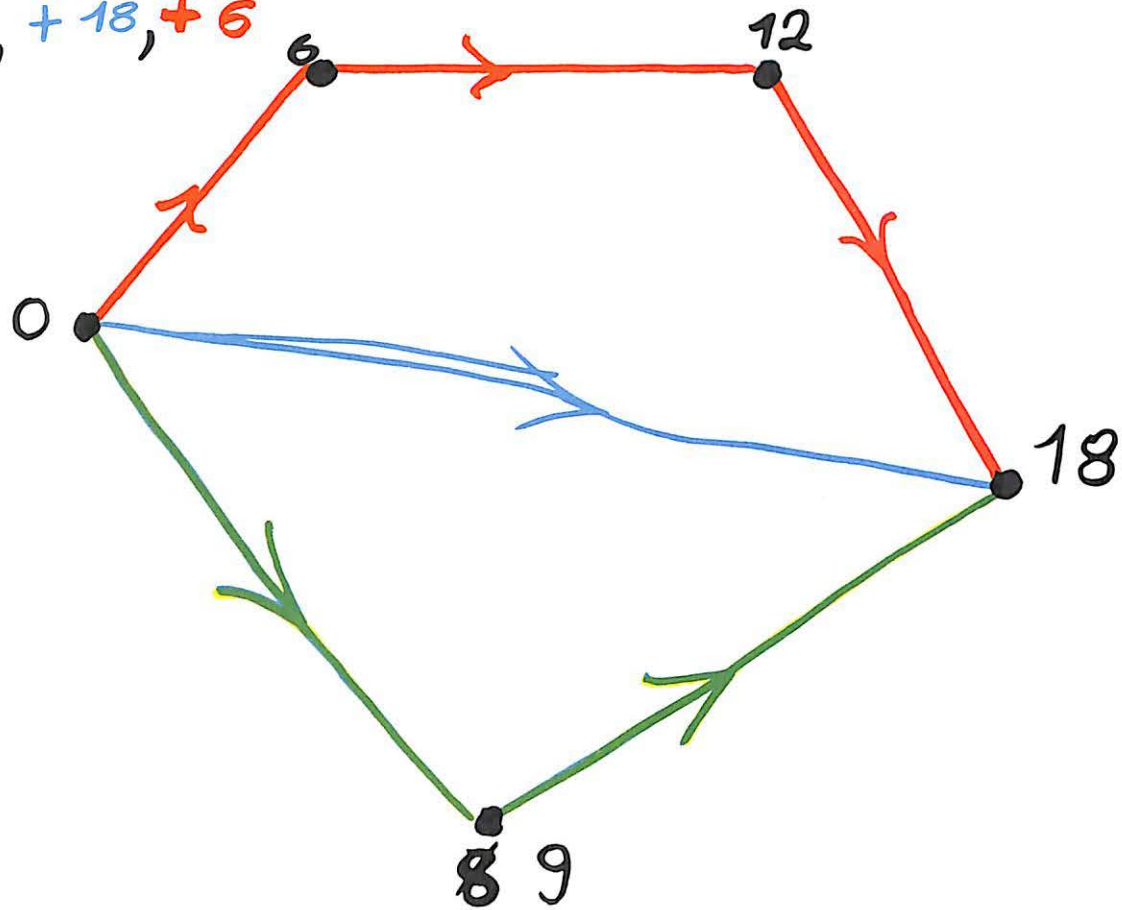
+2

+3

Pour résoudre cet exercice, il faut effectuer une soustraction présentée de manière nouvelle. Multiple embodiment de la soustraction!



+8, +18, +6



Échelle : 0,8

Age : 6 ans 4 mois

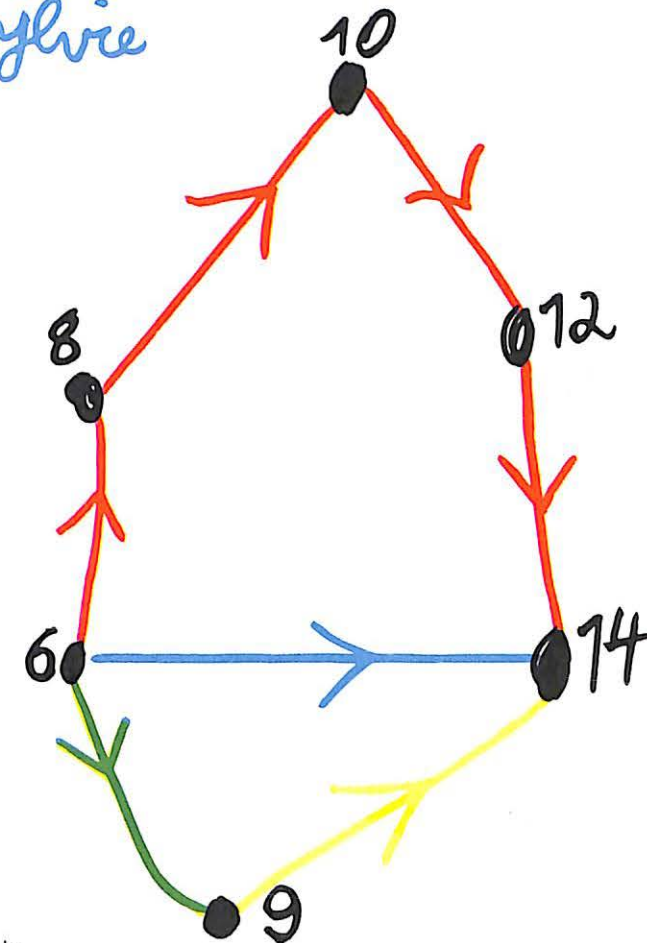
Sylvie

+2

+8

+3

+5



Age : 6 ans 8 mois

## 2 - DOUBLER ET TRIPLER

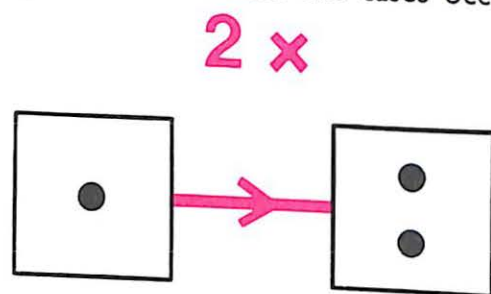
DATE : 7 mars 1968

— Marquez 7 sur la machine.

Un enfant marque 7 sur MINICOMPUTER mural.

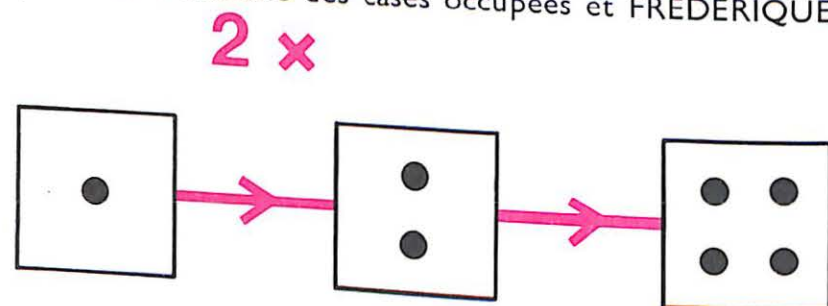
— Doublez !

Un élève ajoute un pion dans chacune des cases occupées et FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



— Doublez encore !

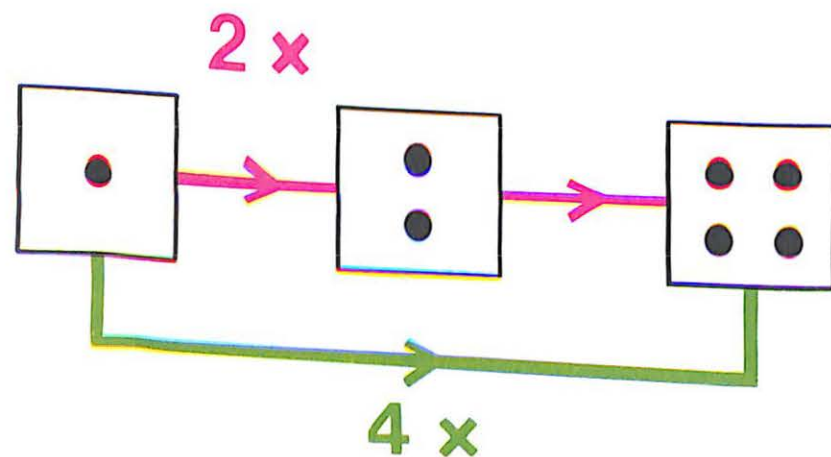
Un enfant ajoute 2 pions dans chacune des cases occupées et FRÉDÉRIQUE complète



— Combien de fois a-t-on marqué 7 ?

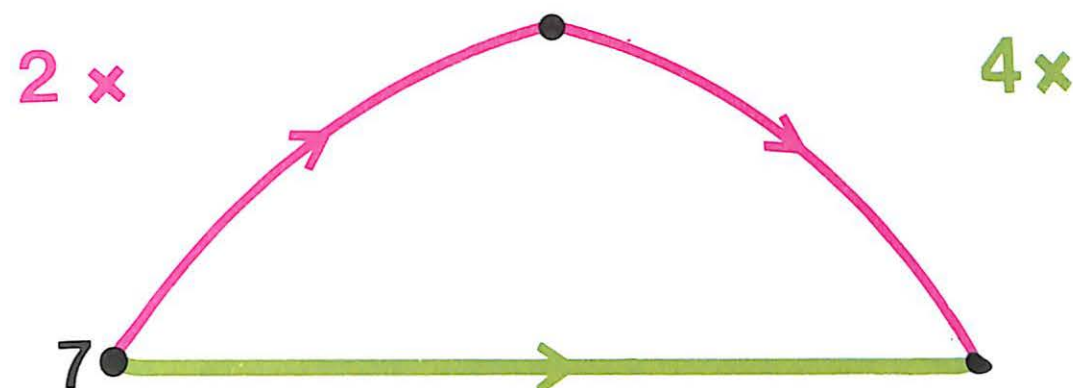
— 4 fois.

— Notons-le :

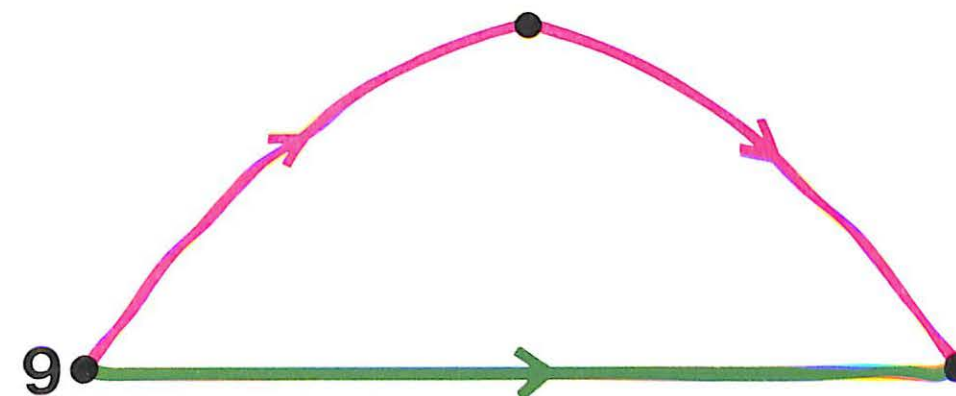
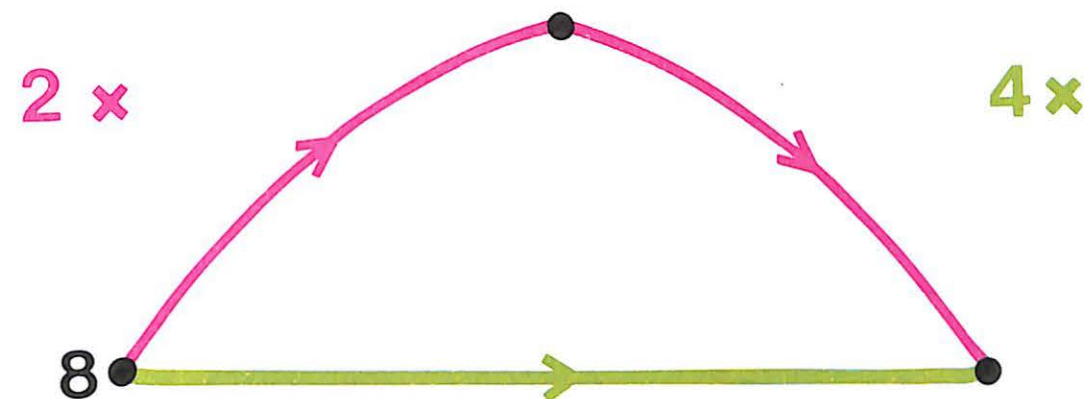


— Dessinons encore autrement

FRÉDÉRIQUE trace le graphe sur lequel les enfants marquent 14 puis 28

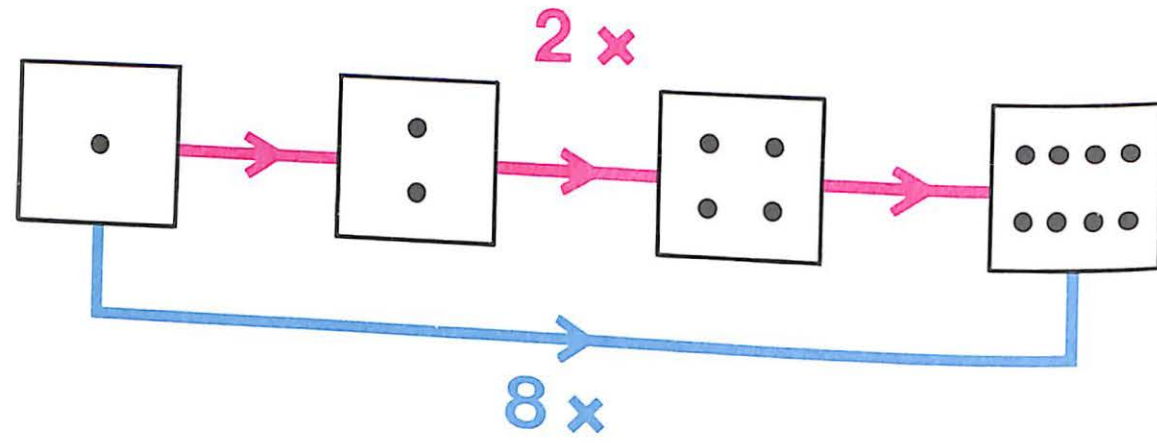


Elle propose ensuite

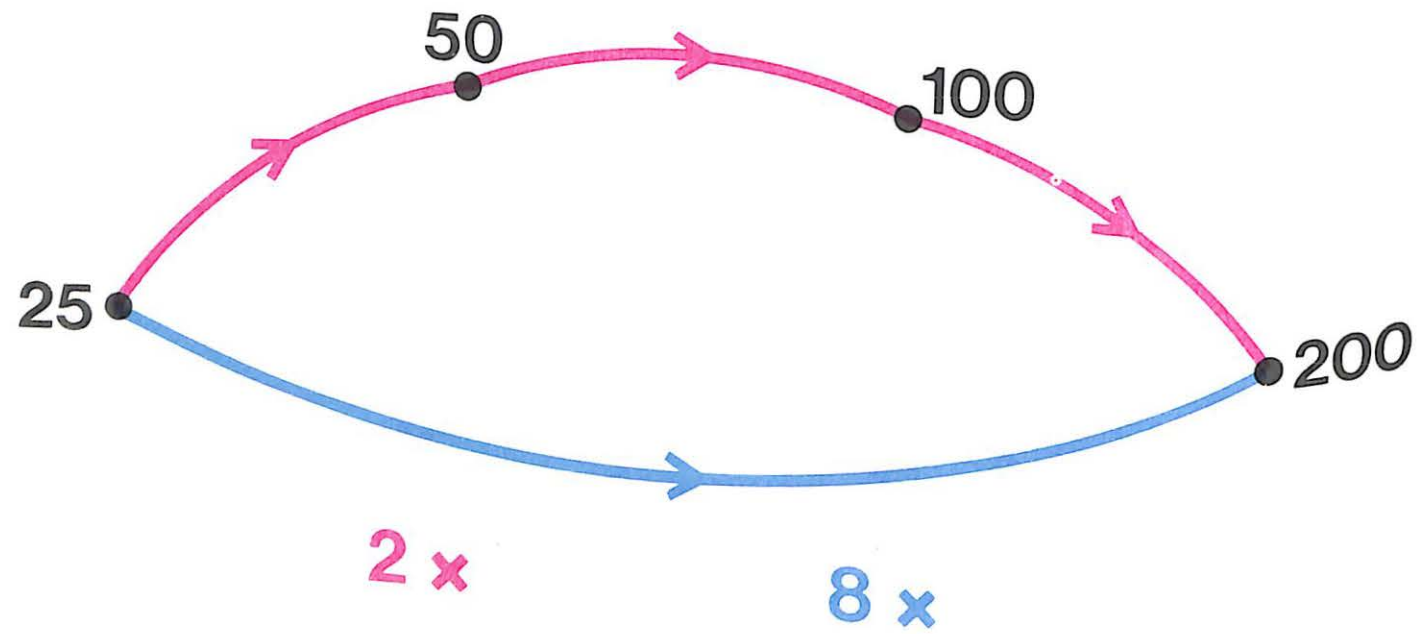




En suivant un développement analogue à celui que nous venons de décrire, FRÉDÉRIQUE montre qu'en doublant, puis doublant, puis doublant encore, on multiplie par 8, ce qui apparaît de manière frappante sur le schéma



puis sur le graphe

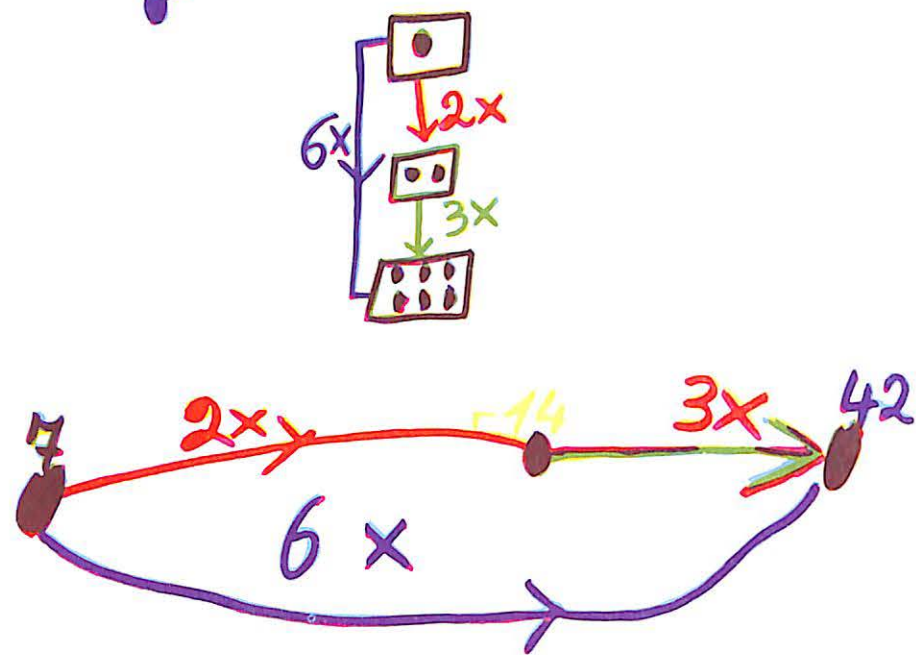


*Nicolas jeudi, le 7 mars 1968 La température : 2 degrés*

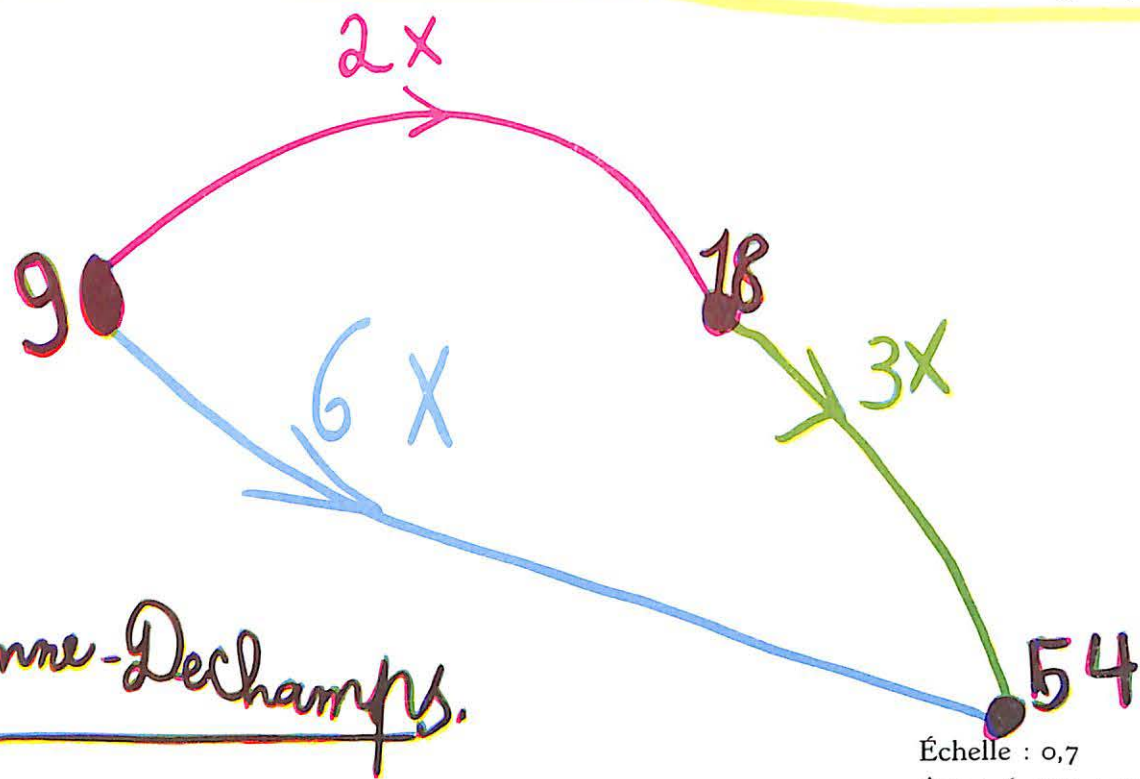
$67 + 67 = 134$       $\frac{x}{x} = 134$       $2 \times 67 = 134$

Échelle : 0,8  
Age : 6 ans 4 mois

Catherine mercredi, le 13 mars 1968



Échelle : 0,7  
Age : 7 ans



Échelle : 0,7  
Age : 6 ans 4 mois

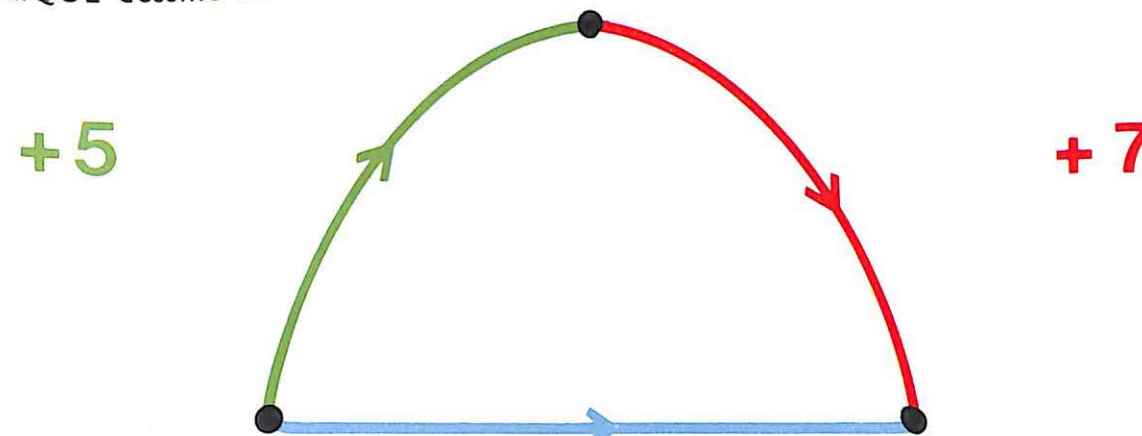
Les dessins de Catherine et d'Anne permettent de suivre le déroulement de la leçon du 13 mars.

3 – GRAPHES MUETS

DATE : 6 juin 1968

PREMIER PROBLÈME

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



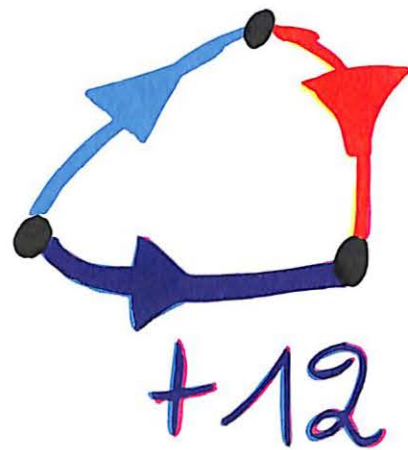
- Ces nombres, que nous ne connaissons pas, ont parlé. Quel est le nombre le plus bavard ?
- Un enfant montre le point situé à gauche.
- Combien de fois a-t-il parlé ?
- Deux fois.
- En quelles couleurs ?
- En vert et en bleu.
- Les autres nombres ont-ils parlé ?
- Celui-ci, répond Hubert en montrant le point le plus haut, il a parlé en orange.
- Le troisième nombre se tait. Il écoute parler les autres. Combien de fois écoute-t-il ?
- Deux fois.
- En quelles couleurs ?
- En orange et en bleu.
- Parlons comme ces nombres.
- Sylvie est le nombre bavard, Jean-Philippe le silencieux et Hubert le troisième.
- Qui parle le premier ?
- Sylvie.
- A qui parle-t-elle d'abord ?
- A Hubert.



- *Que lui dit-elle?*
- **Tu as 5 billes de plus que moi.**
- *Qui parle ensuite?*
- **Hubert.**
- *A qui?*
- **A Jean-Philippe.**
- *Que lui dit-il?*
- **Tu as 7 billes de plus que moi.**
- *Et maintenant?*
- **Sylvie parle à Jean-Philippe.**
- *Que lui dit-elle?*
- **Tu as 12 billes de plus que moi.**
- *Complétez le dessin.*

CARINE DEVROEDE

+5



+7

+12

Échelle : 0,8

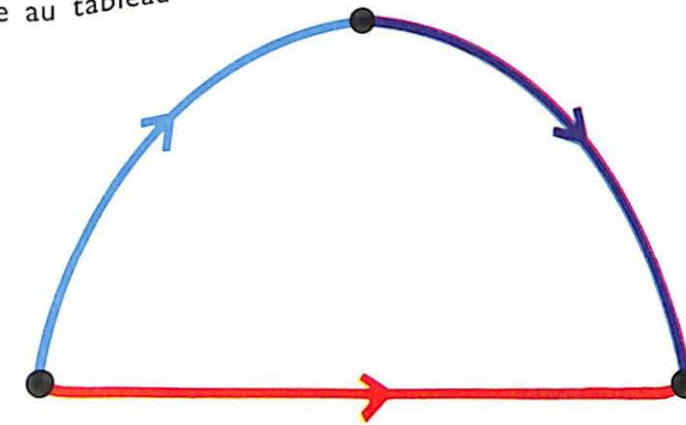
Age : 7 ans 2 mois

Avec les graphes, comme pour les diagrammes, le caractère muet renforce l'importance du dessin, ce que traduit l'épaississement des traits.

### DEUXIÈME PROBLÈME

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau

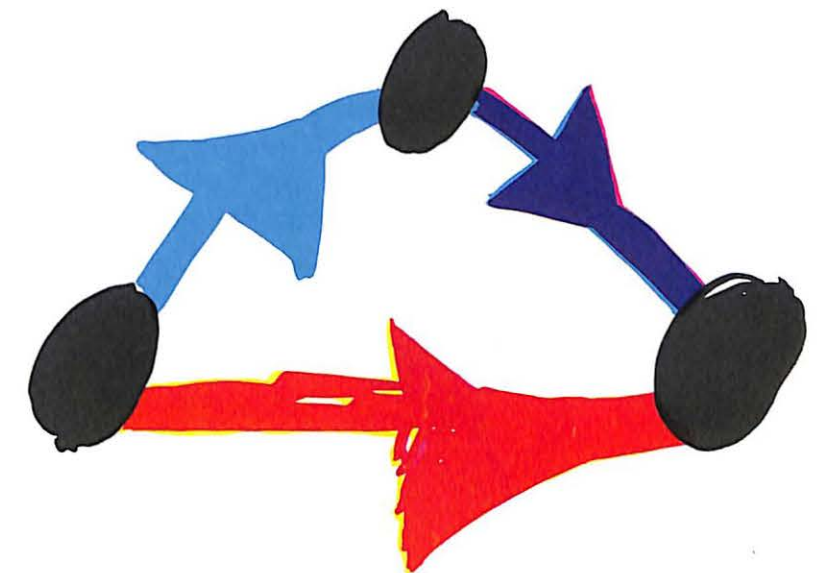
+10



-3

Avec son aide, la classe analyse la situation comme on vient de le décrire dans le cas du premier problème. Ensuite les enfants sont invités à compléter le dessin.

+7  
+10  
-3



Carine Devroede

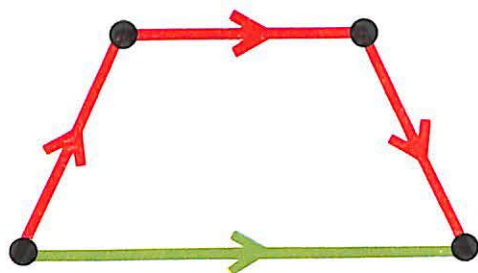
Échelle : 0,8

Age : 7 ans 2 mois

Le phénomène de renforcement que nous avons signalé plus haut apparaît ici de manière très spectaculaire. Sans le savoir, Carine a redécouvert spontanément le blason de la composition. ([MM1], ch. 9)

TROISIÈME PROBLÈME

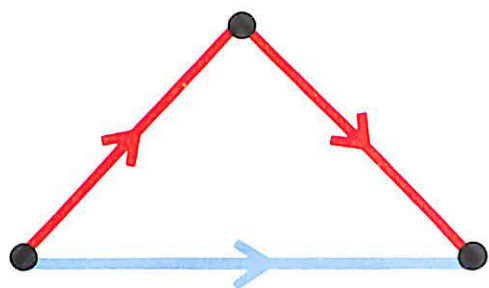
+4



En vivant la conversation entre ces 4 nombres, les enfants découvrent ce que dit la flèche verte.

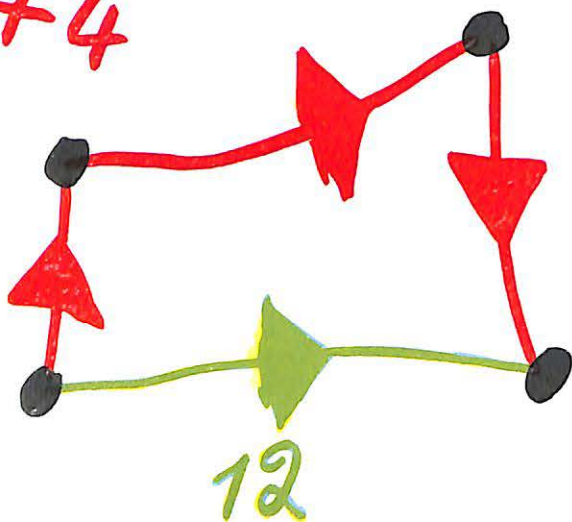
QUATRIÈME PROBLÈME

+14

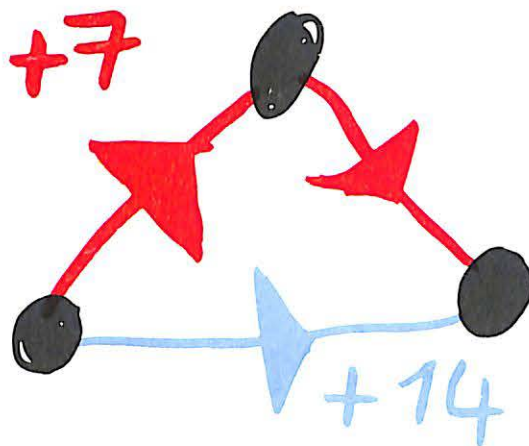


Réponse de Carine.

+4

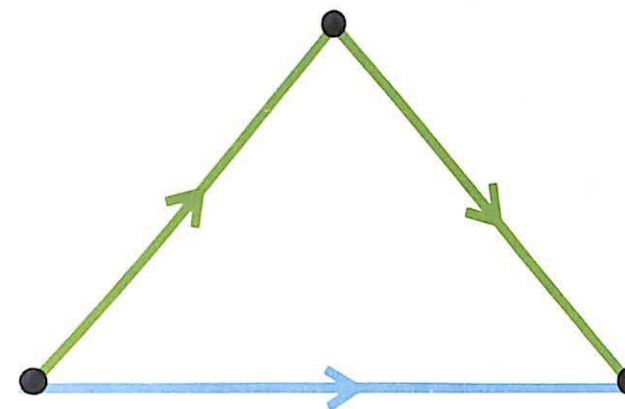


+7



CINQUIÈME PROBLÈME

+1



Trois enfants restituent la conversation entre ces nombres. FRÉDÉRIQUE suggère au plus bavarde de dire en bleu :

- Tu as 1 F de plus que moi.

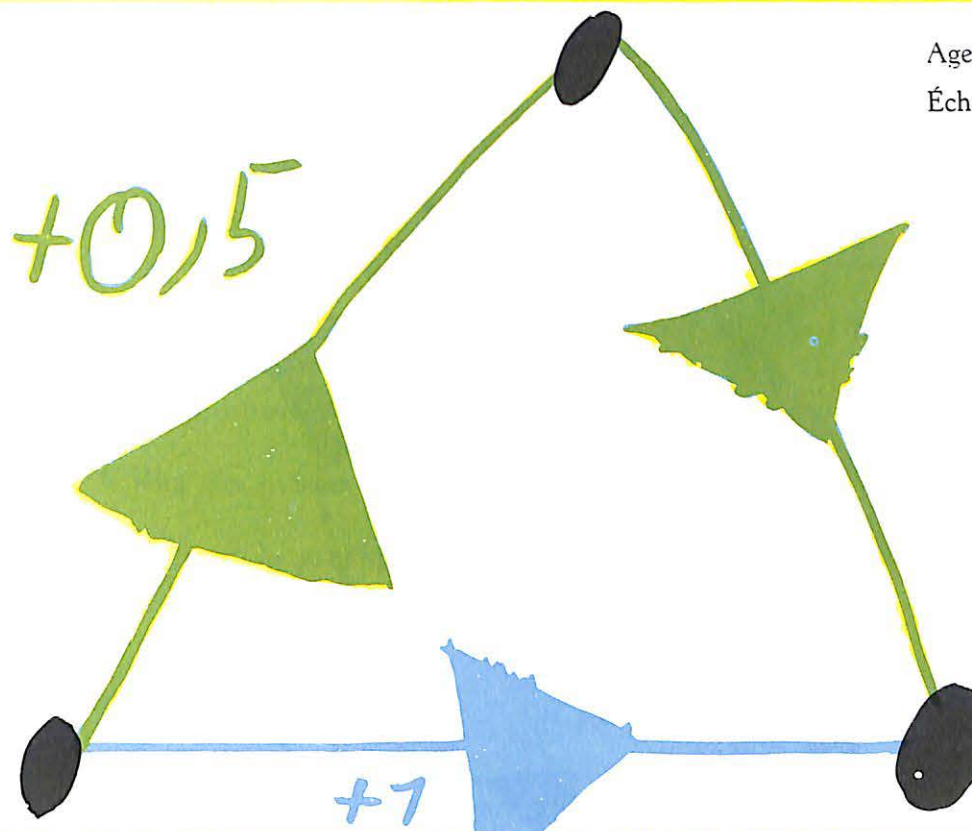
Cette concrétisation aide la classe à découvrir ce que les nombres disent en vert :

- Tu as cinquante centimes de plus que moi.

et à compléter le dessin.

Age : 6 ans 11 mois  
Échelle : 0,7

+0,5

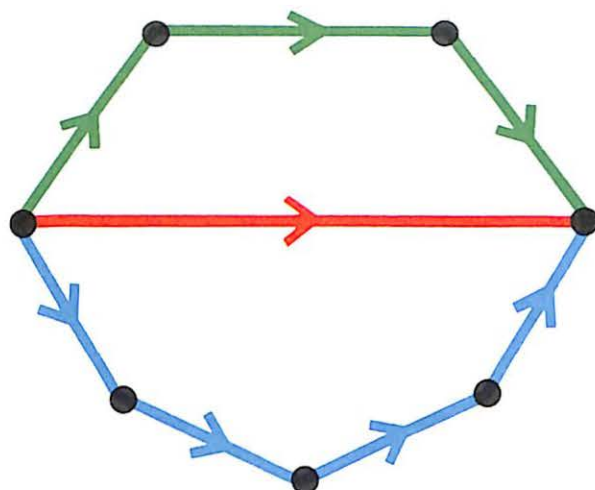


L'importance de la découverte est soulignée par le gigantisme du dessin et notamment de la réponse.  
(Pour l'introduction des nombres décimaux, voir ch. 11)



## SIXIÈME PROBLÈME

+4



Prestigieuse situation pour une classe d'enfants de six ans!

- *Quel est le nombre le plus bavard ?*
- Combien de fois parle-t-il ?*
- A qui ? En quelles couleurs ?*
- Quel est celui qui écoute le plus souvent ?*
- Qui écoute-t-il ? En quelles couleurs ?*
- Montrez un nombre qui parle une fois et qui écoute une fois.*

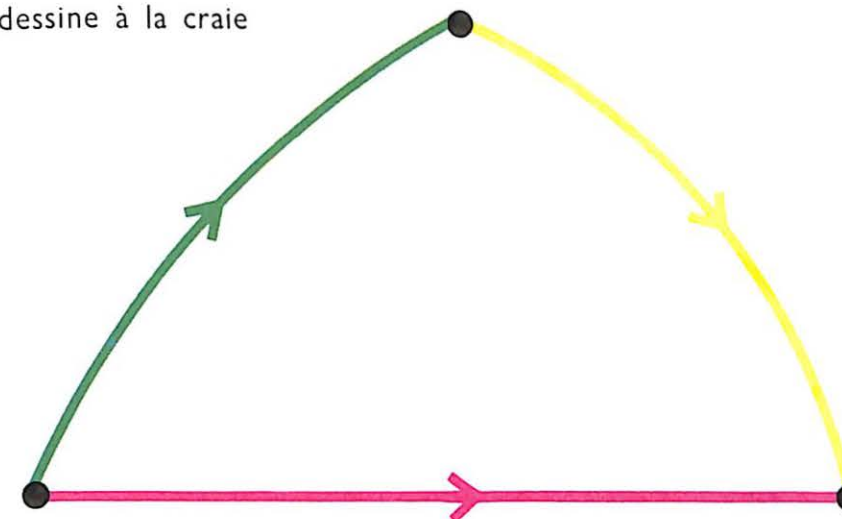
La situation est vécue par toute la classe qui explose de joie et réalise des graphes muets d'une audace et d'une beauté extraordinaires.

DATE : 13 juin 1968

## PREMIER PROBLÈME

FRÉDÉRIQUE dessine à la craie

-4



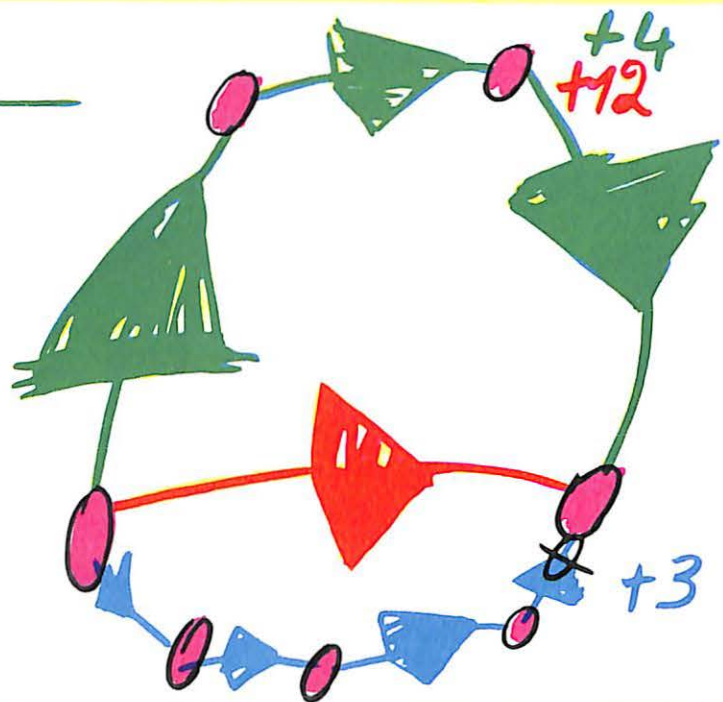
+12

Comme dans la leçon du 6 juin, les enfants vivent la conversation entre ces 3 nombres et découvrent ce que dit la flèche rouge.

- **Tu as 8 billes de plus que moi.**
- *L'un des nombres s'est tu. Il a écouté deux fois. Faites-le parler. Que dira-t-il au nombre bavard ?*
- **Tu as 8 billes de moins que moi,** dit Sylvie en traçant une flèche-retour bleue.
- *Et au troisième nombre ?*
- **Tu as 12 billes de moins que moi.**

Les enfants complètent le graphe en dessinant les 3 flèches-retour comme dans ce beau dessin de Carine.

Catherine

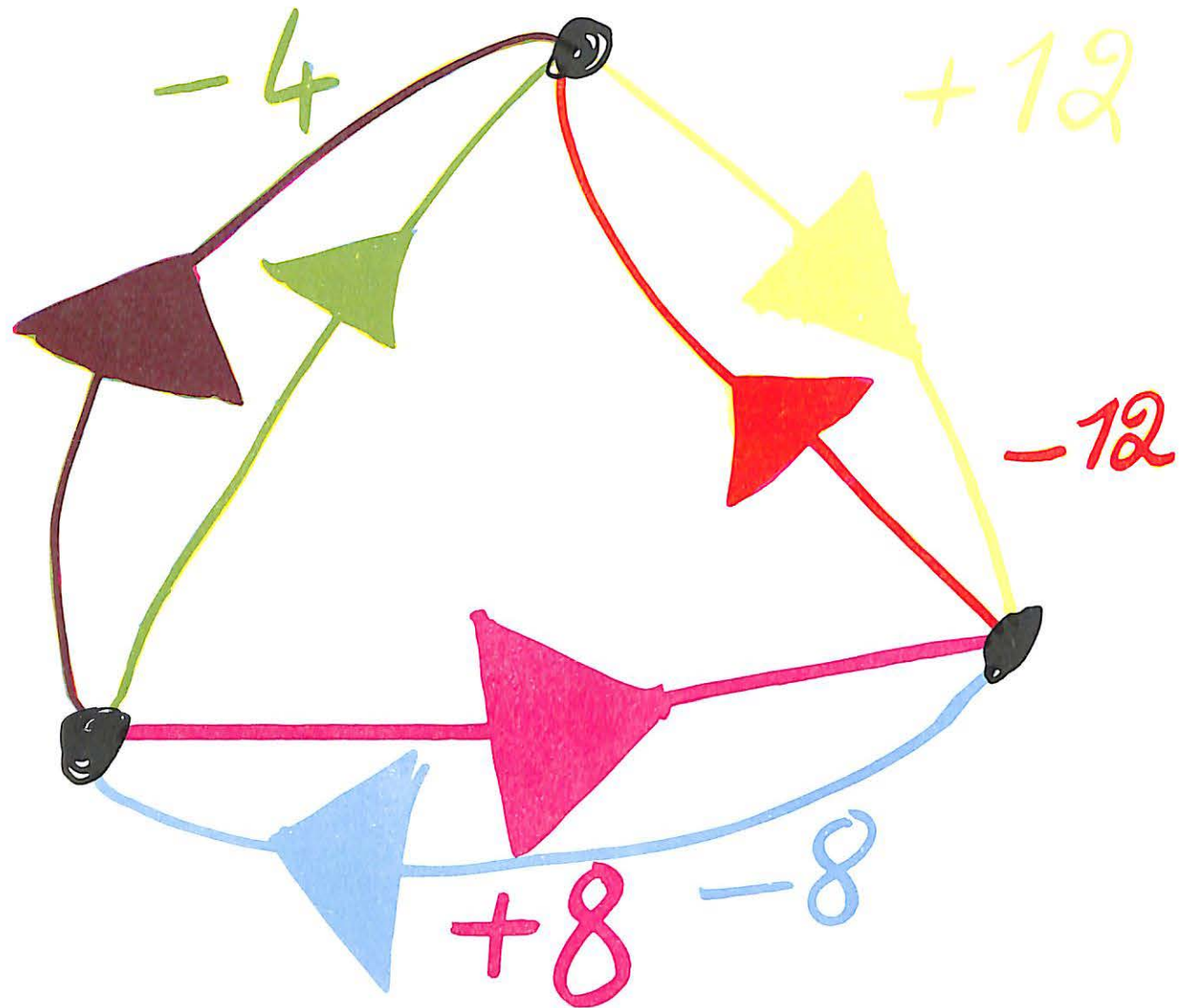


Échelle : 0,5

Age : 7 ans 3 mois

Mathématique moderne et Art moderne.

Carine Leroi



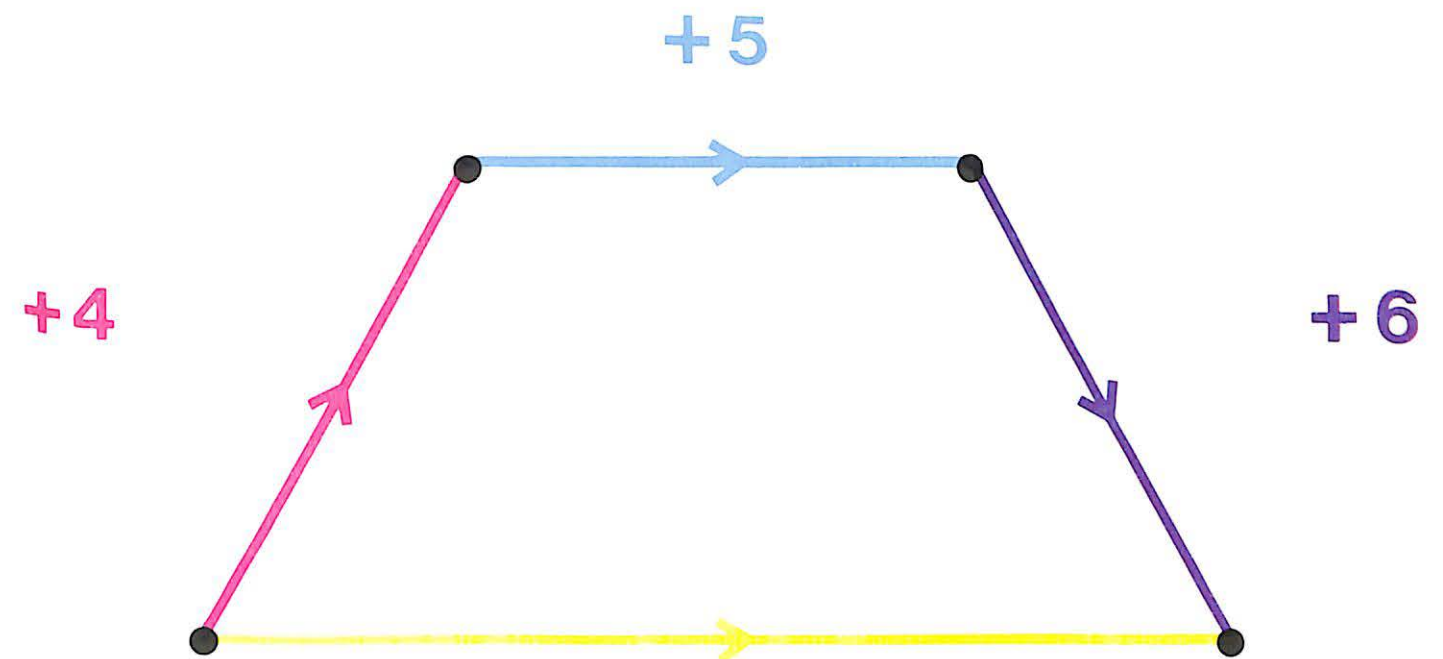
Échelle : 0,75

Age : 6 ans 11 mois

Op Art!

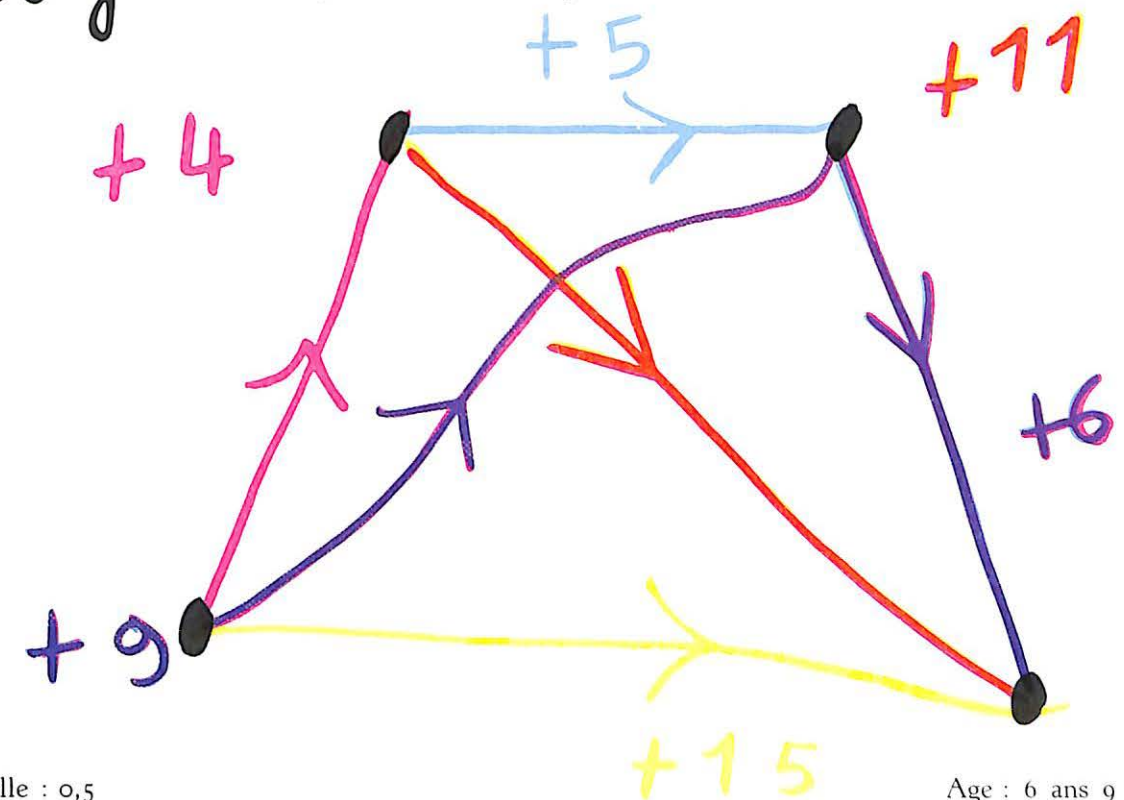
Mais une erreur : la flèche brune est à l'envers, ce qui bloque Carine et l'empêche de marquer la légende brune.

DEUXIÈME PROBLÈME



La classe ne se contente pas de revivre la conversation exprimée par le graphe muet. Elle imagine ce que certains nombres auraient pu ajouter à cette conversation, ainsi que le montre le dessin de Sylvie.

Drylve Hautain



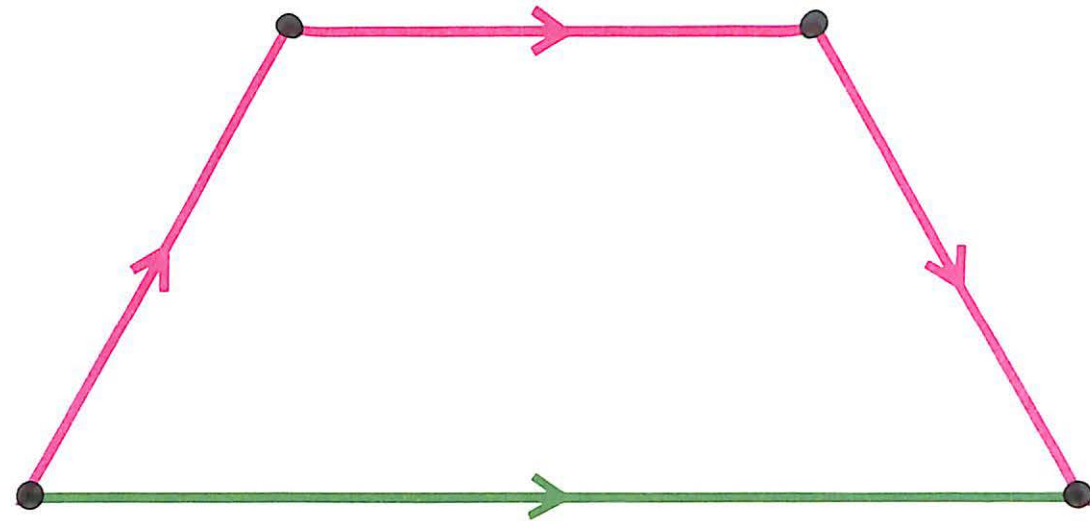
Échelle : 0,5

Age : 6 ans 9 mois

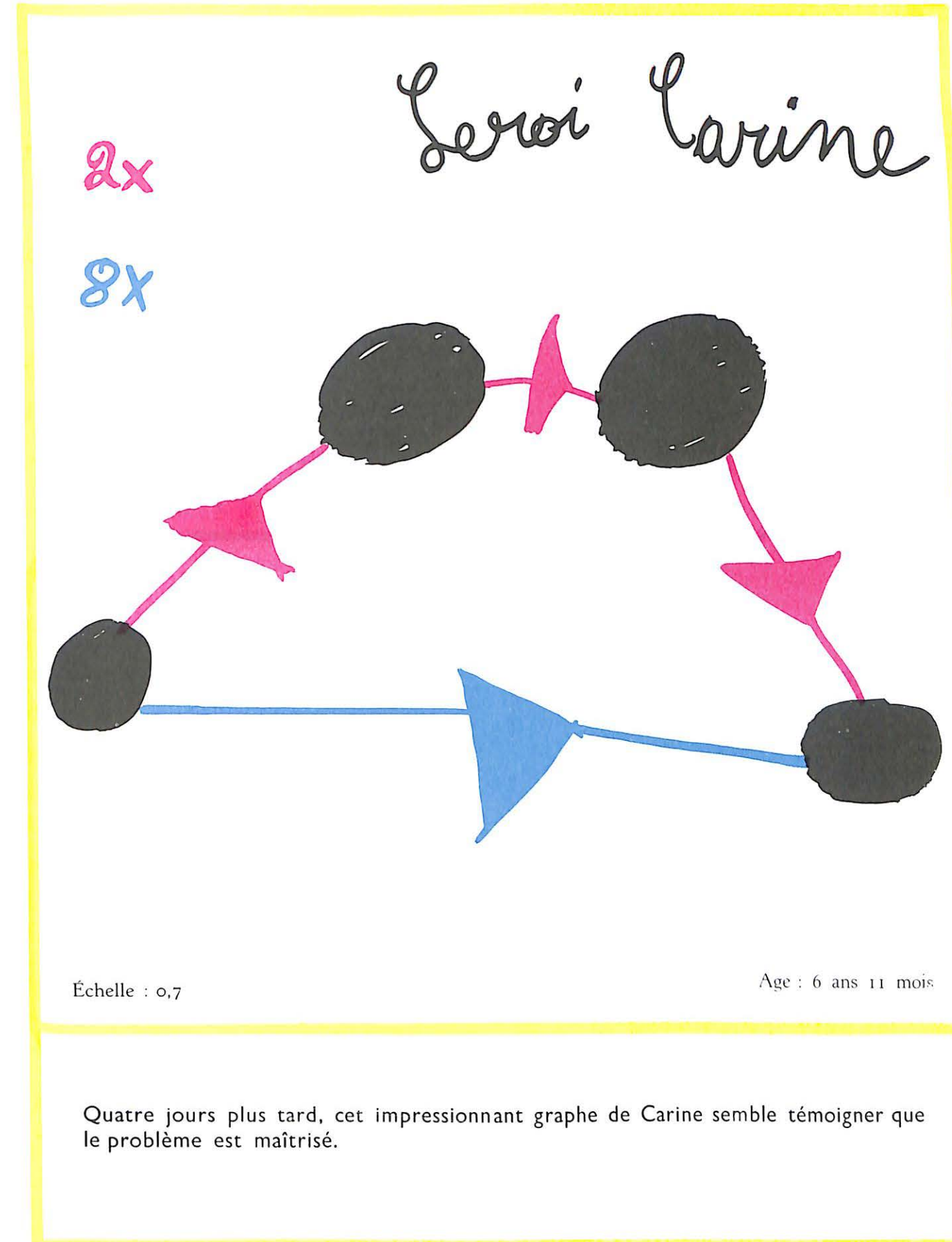
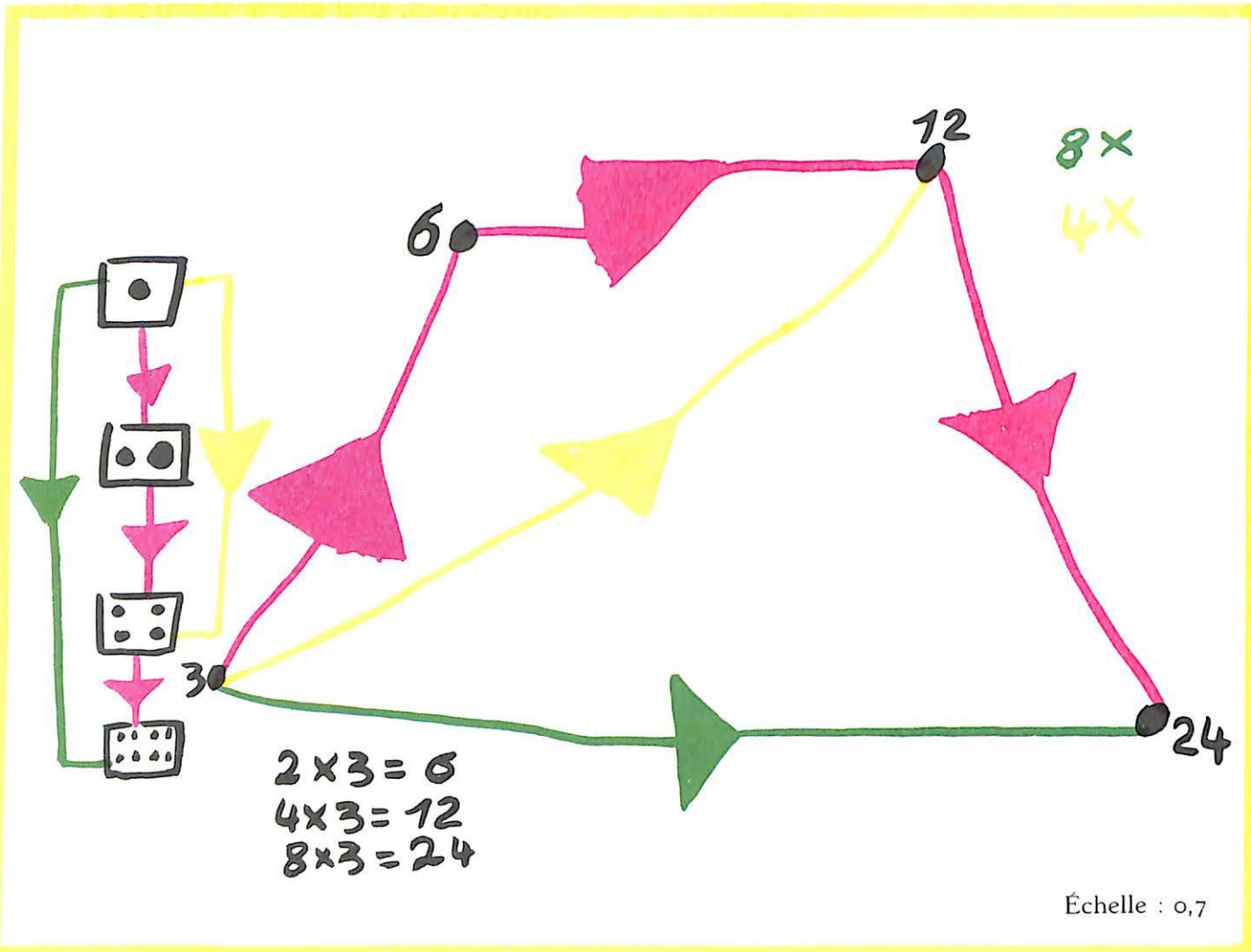


TROISIÈME PROBLÈME

2x



Ce problème se révèle plus difficile. FRÉDÉRIQUE recourt à MINICOMPUTER, aux schémas présentés au § 2 et à des exemples numériques pour faire découvrir par la classe ce que dit la flèche verte.



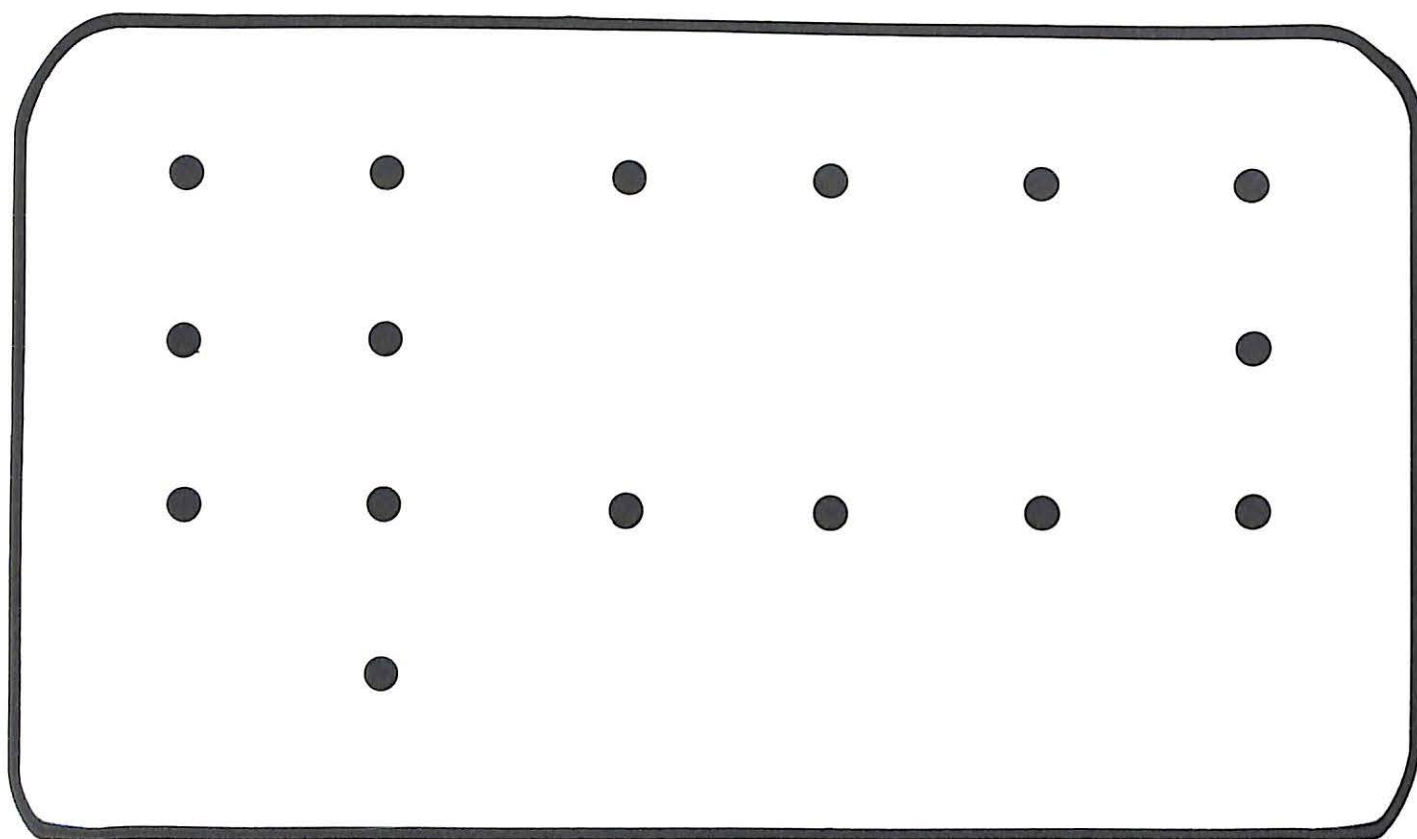
## 7

## Plans

## 1 — PLAN DE LA CLASSE

DATE: 27 octobre 1967

FRÉDÉRIQUE observe attentivement la classe puis dessine au tableau.



- Qu'est-ce que c'est ?
- Moi je sais, un chien !
- En dessinant, j'ai bien observé la classe.

## § 1] PLAN DE LA CLASSE

- C'est le nombre des enfants !
- C'est nous sur le tableau ! On est sur le tableau maintenant !
- Qui se voit sur le tableau ?

Nicolas montre un point ... inexact.

- Non, tu n'es pas là ! Et Claire ?

Claire se trompe également.

- Moi, je me vois, dit Sylvie en montrant, avec assurance, le point qui la représente.

- Très bien ! Et Jean-Jacques ?

Jean-Jacques se montre correctement.

- Maintenant je sais, Madame ! affirme Nicolas qui corrige son erreur initiale.

- Qui voit Anne ?

Marina montre un point ... erroné. Catherine rectifie.

- Nouveau jeu ! Je montre un point et l'enfant désigné se lève sans bruit.

FRÉDÉRIQUE montre successivement tous les points du diagramme. Très peu d'erreurs au cours de ce jeu captivant. La convention est rapidement assimilée.

FRÉDÉRIQUE demande de reproduire le dessin.

...

- Chacun de vous montre tout élève de la classe qui a le même prénom que lui.  
Qui joue le premier ?

- Dominique.

- Qui montre-t-elle ?

- L'autre Dominique !

Au tableau, Dominique F. et Dominique L. miment leurs flèches respectives, réciproques l'une de l'autre. FRÉDÉRIQUE les dessine.

- Qui peut encore jouer ?

- Moi, dit Carine, mais l'autre Carine est malade !



— *Qui encore ?*

Silence sur tous les bancs.

— *Jean-Jacques, quel élève de la classe a le même prénom que toi ?*

— **Jean-Philippe!**

— *Non! Ce n'est pas le même prénom!  
Mais n'as-tu pas le même prénom que toi-même ?*

— **Oui!**

— *Comment dessiner ?*

...

— **Moi, je sais,** dit Nicolas. Il orne son point d'une boucle munie d'une flèche.

— *Et Jean-Jacques ?*

Jean-Jacques dessine sa boucle.

— *Qui pourrait encore jouer ?*

— **Tous les enfants!**

— *Oui! Je vais les faire jouer au tableau et vous sur votre feuille.*

— **On le fait pour tous sauf les deux Dominique ?**

— *Ne peuvent-elles se montrer elles mêmes ?*

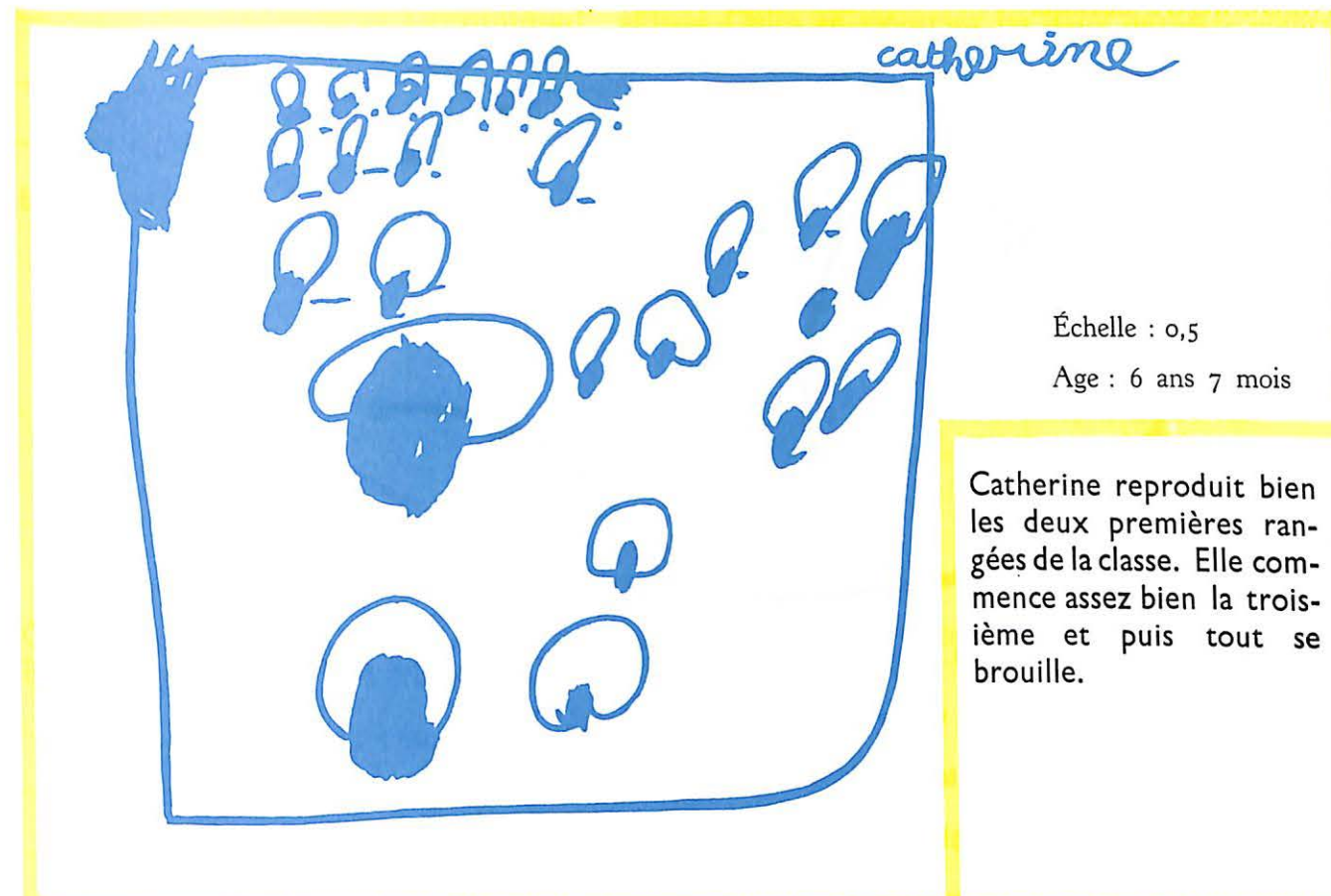
— **Oui!**

— *Alors, il faut aussi dessiner leur boucle.*

...

— **Madame, au tableau il y a une Dominique qui ne se montre pas!**

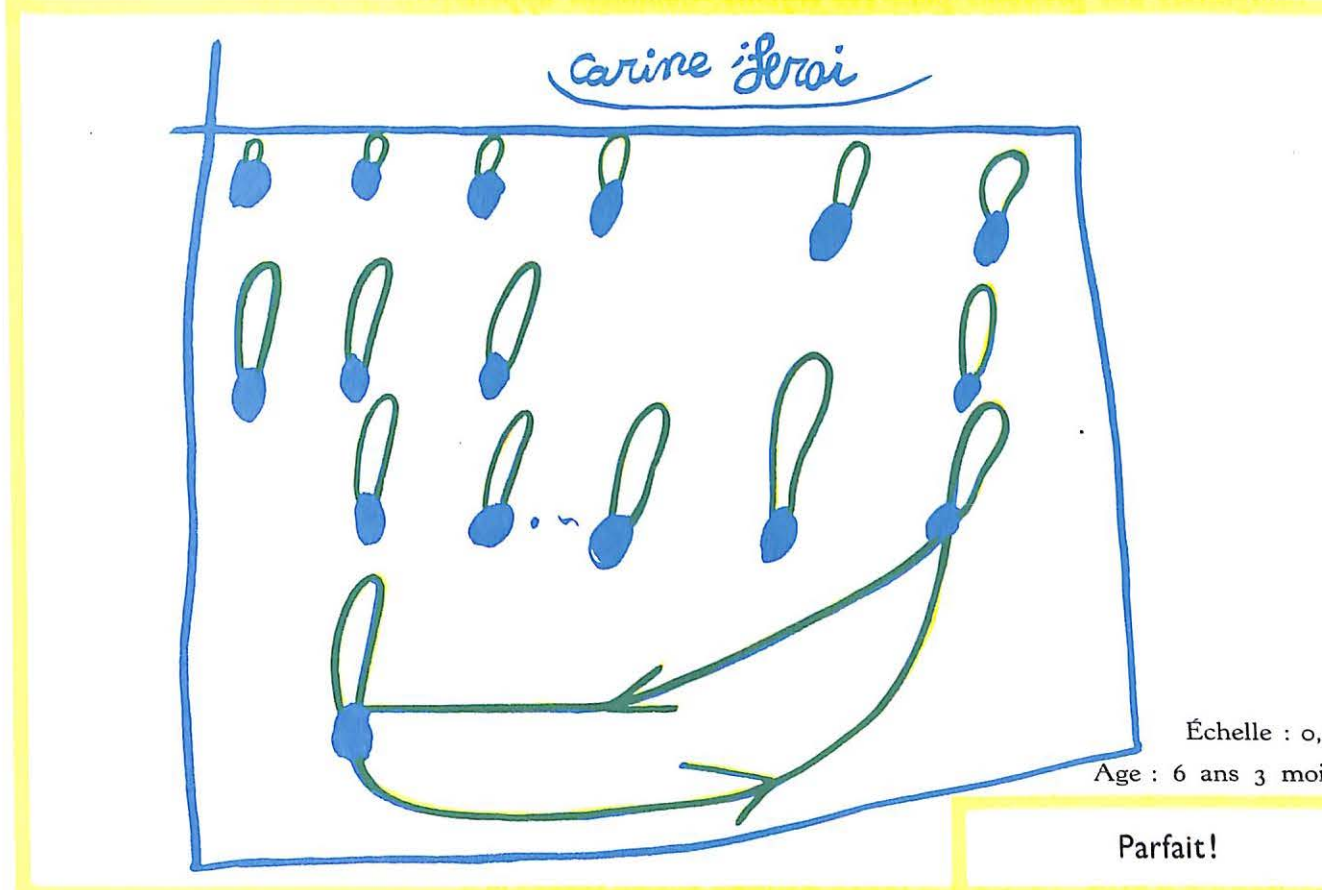
— *C'est vrai, je l'ai oubliée. Dessine sa boucle.*



Échelle : 0,5

Age : 6 ans 7 mois

Catherine reproduit bien les deux premières rangées de la classe. Elle commence assez bien la troisième et puis tout se brouille.

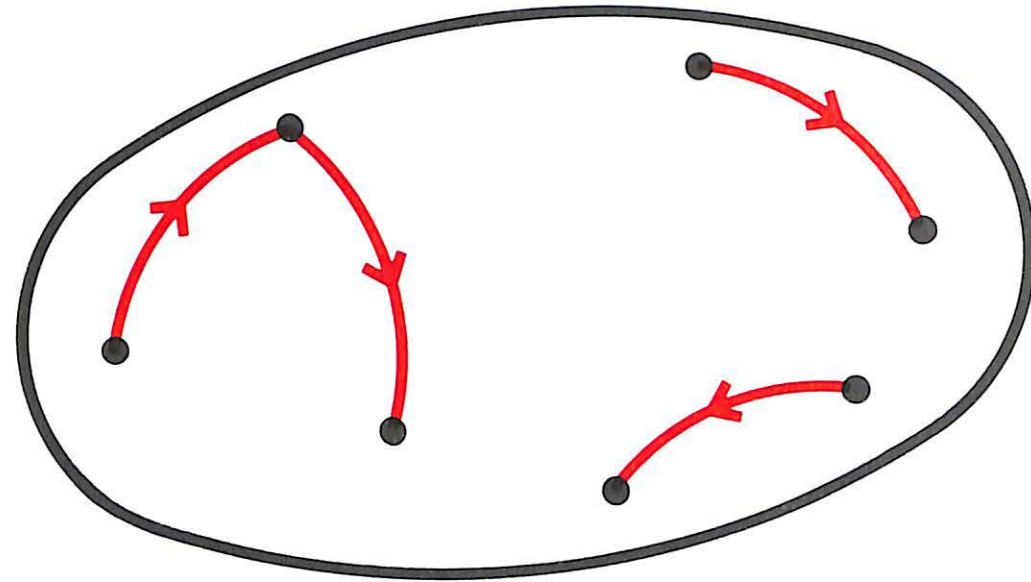


Échelle : 0,5

Age : 6 ans 3 mois

Parfait!

FRÉDÉRIQUE dessine.



— Les 7 enfants de la petite classe de notre école de village ont joué à notre jeu.

— **Ce n'est plus l'histoire des souliers, aujourd'hui ?** <sup>(1)</sup>

— *Voyez-vous des enfants qui ont le même prénom ?*

Jean-Philippe montre les 3 points à l'extrême gauche du dessin.

— *Imaginons des prénoms pour ces enfants. Comment appelles-tu le premier ?*

— **Emmanuel !**

— *Et le deuxième ?*

— **Jean-Jacques !**

— *Tu m'avais dit qu'ils avaient le même prénom !*

— **Emmanuel et l'autre aussi !**

— *Entourons d'une corde nos trois amis Emmanuel.*

Frédérique dessine une corde verte.

— *D'autres enfants ont-ils même prénom ?*

— **Jean-Jacques et Jean-Jacques, au milieu !**

— **Non ! Myriam et Myriam !**

— *Choisissons un nom de fille : Myriam. Entourons-les d'une corde bleue.*

FRÉDÉRIQUE la dessine.

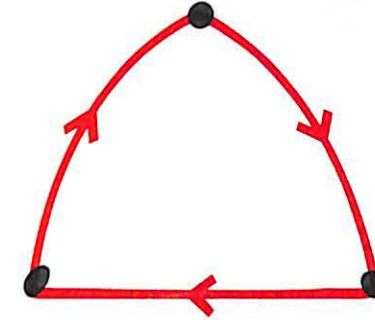
— *Est-ce tout ?*

— **Non ! Dominique et Dominique !**, affirme Claire en montrant les deux derniers points.

— **Il y a 4 filles et que 3 garçons**, constate Jean-Jacques.

— *Nos enfants ont-ils bien joué ? N'ont-ils pas oublié quelques flèches ?*

Beaucoup de doigts se lèvent. Jean-Philippe ferme le triangle des 3 Emmanuel.



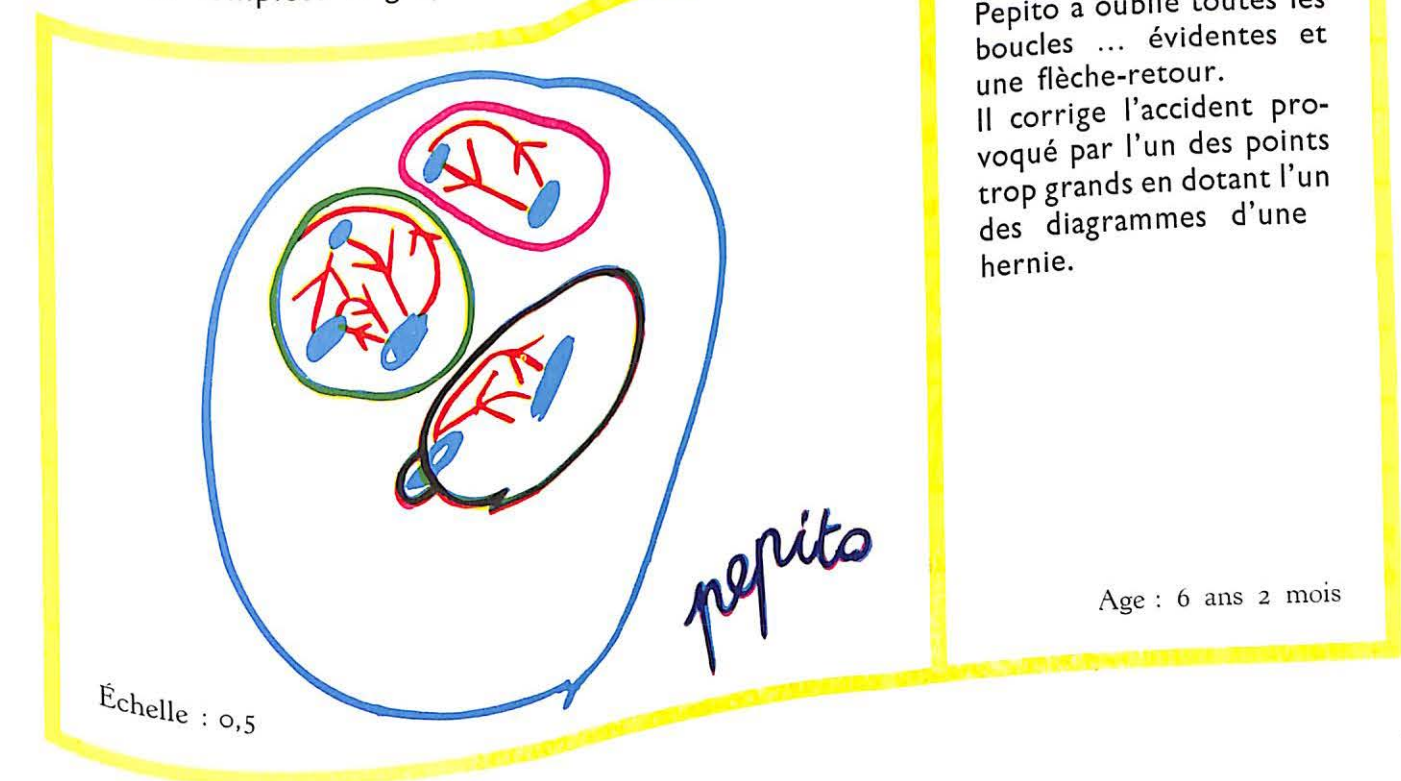
Claire dessine la flèche-retour de la paire des Myriam et Sylvie celle des Dominique. Ensuite, apparaissent les flèches-retour du trio des Emmanuel.

— *Est-ce tout ? N'avez-vous rien oublié ?*

— **Les boucles !**

— **Ils se montrent eux-mêmes !**

Un enfant complète le graphe.



Pepito a oublié toutes les boucles ... évidentes et une flèche-retour. Il corrige l'accident provoqué par l'un des points trop grands en dotant l'un des diagrammes d'une hernie.

Age : 6 ans 2 mois

(1) FRÉDÉRIQUE et PAPY : *L'Enfant et les Graphes*, ch 3, Didier, Bruxelles-Montréal-Paris.



DATE: 27 novembre 1967

Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine :

+	7	5	2	4	6	8
9						
1						
3						
5						

— Dans ce tableau, il y a une petite case pour chacun de vous. Qui voit la sienne ?

— **Moi**, dit Sylvie en la montrant.

— Très bien! Quel est ton calcul ?

— 1 + 6

— Je me vois aussi, dit Marina en montrant sa case.

— Ton calcul ?

— 3 + 6

FRÉDÉRIQUE s'assure que chaque enfant se retrouve dans le tableau puis demande de le reproduire.

— Marquez votre réponse. Ensuite calculez celles de vos voisins.

Travail individuel sans MINICOMPUTER.

**Daniel**

+	7	5	2	4	6	8
9						
1	8	6				
3						
5						

Échelle : 0,5

Daniel s'est lancé dans le tracé des lignes horizontales sans prendre la précaution d'évaluer au préalable. Il en résulte un dernier couloir horizontal extrêmement large. Qu'à cela ne tienne, en y plaçant un 5 girafe, Daniel rétablit l'harmonie. Mission accomplie! Daniel a effectué son calcul et celui de son voisin.

Age : 6 ans 9 mois

**marina**

+	7	5	2	4	6	8
9						
1		6		5	7	9
3			5	7	9	11
5						

Échelle : 0,5

Marina a de très nombreux voisins.

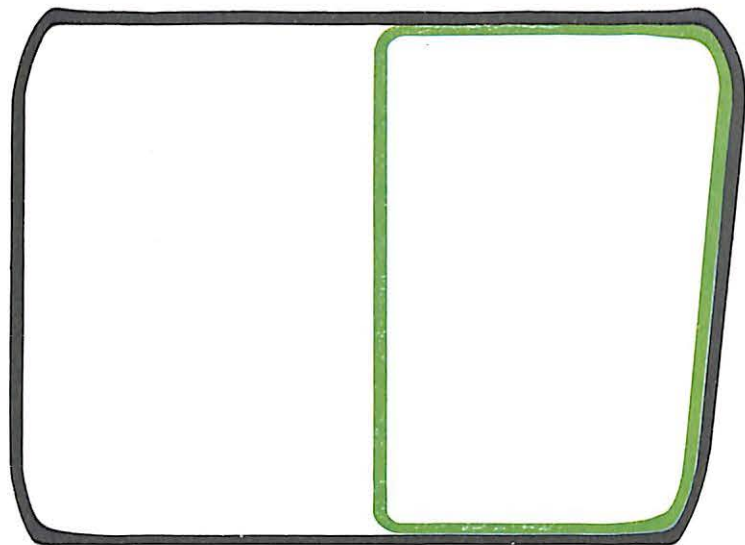
Age : 6 ans 7 mois



## 2 — NOMBRES PAIRS — NOMBRES IMPAIRS

DATE : 12 mars 1968

Au tableau, ce dessin et quatre plaques de MINICOMPUTER.



— Pensez un nombre qui a certainement un pion sur la première case blanche.  
 Plusieurs enfants en proposent un à l'oreille de FRÉDÉRIQUE.  
 Sur MINICOMPUTER, ils marquent successivement

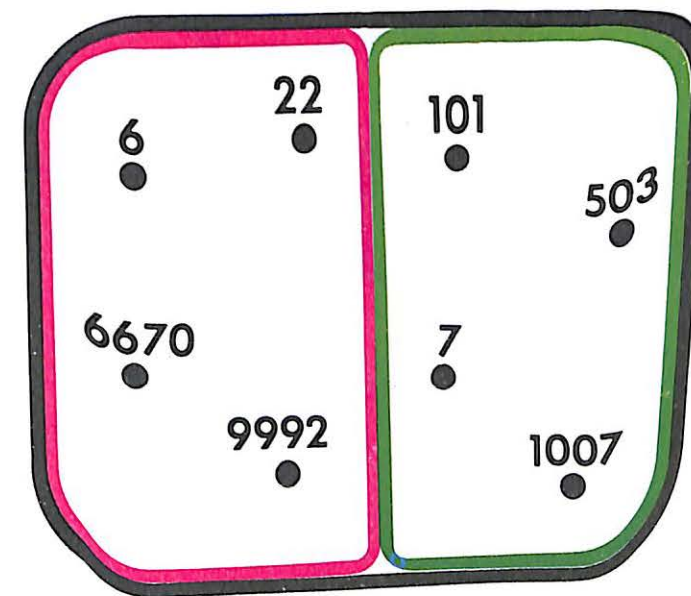
				=	101
	1	0	1		
				=	503
	5	0	3		
				=	7
			7		
				=	1007
1	0	0	7		

FRÉDÉRIQUE représente les nombres à l'intérieur de la corde verte.

— Pensez des nombres qui laissent vide la première case blanche.

				=	6
			6		
				=	22
		2	2		
				=	6670
6	6	7	0		
				=	9992
9	9	9	2		

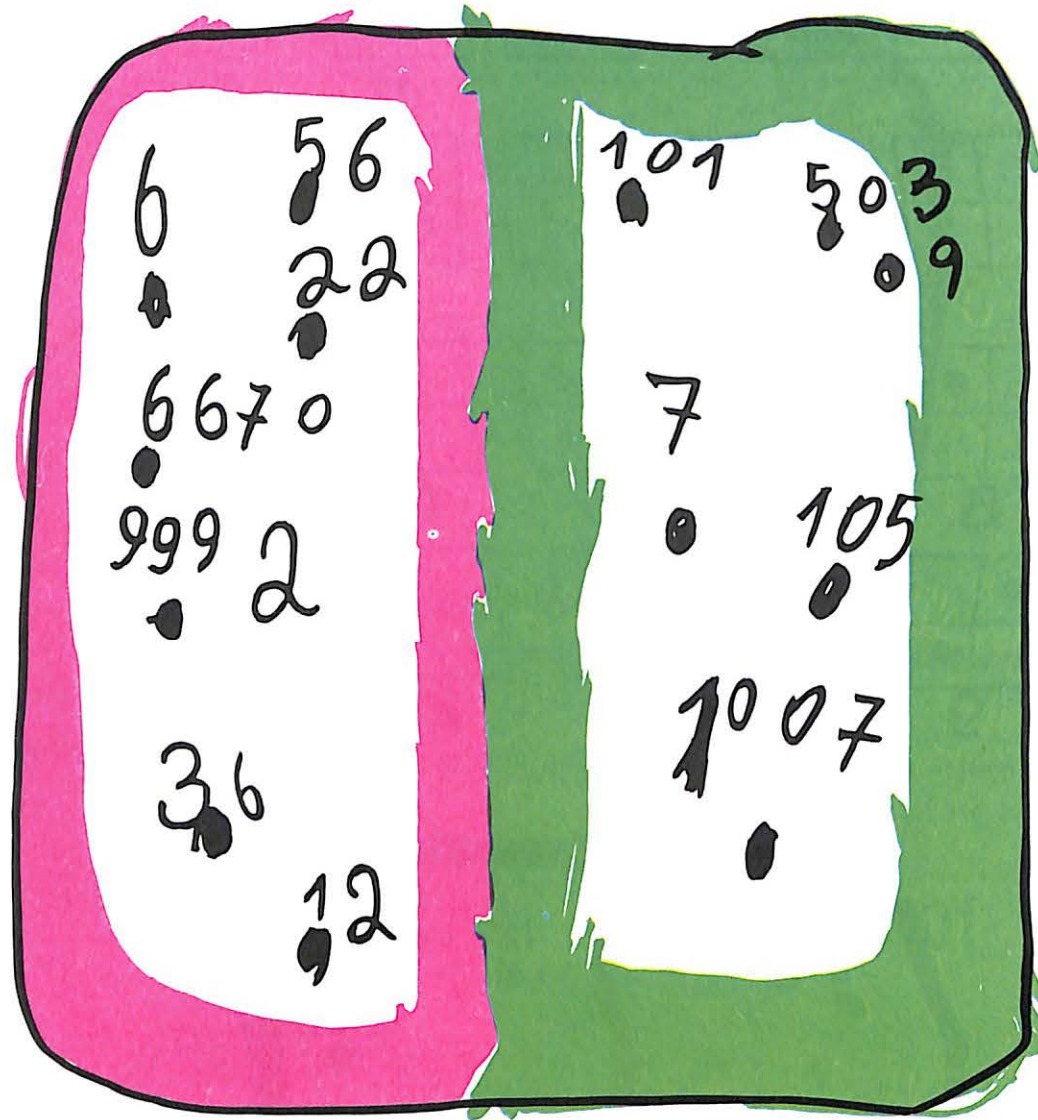
FRÉDÉRIQUE complète le diagramme en dessinant une corde rouge et place à l'intérieur, les nombres proposés par les enfants.



- Nouveaux nombres dans la corde verte?
- 9
- 105
- Dans la rouge?
- 56
- 12



FRÉDÉRIQUE propose des nombres; les enfants les marquent soit dans la corde rouge, soit dans la corde verte.



Échelle : 1

Age : 6 ans 2 mois

claire

§2] NOMBRES PAIRS — NOMBRES IMPAIRS

— On appelle **pairs**, les nombres qui laissent vide la première case blanche de la machine; **nombres impairs**, ceux qui l'occupent.  
Donnez-moi un nombre impair.

— 25

— Un pair.

— 28

— 33 est-il pair ou impair?

— Impair!

— Nouveau jeu!

FRÉDÉRIQUE dessine

— Écrivez à l'intérieur des accolades, tous les nombres impairs plus petits que 20.  
L'un après l'autre, les enfants écrivent un nombre

{ 1, 7, 11, 19, 11, 13, 15, 5, 9, 3, 17 }

— Vérifions que nous n'en avons oublié aucun en les réécrivant du plus petit au plus grand.

{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 }

On écrit ensuite l'ensemble des nombres pairs plus grands que 5 et plus petits que 28.

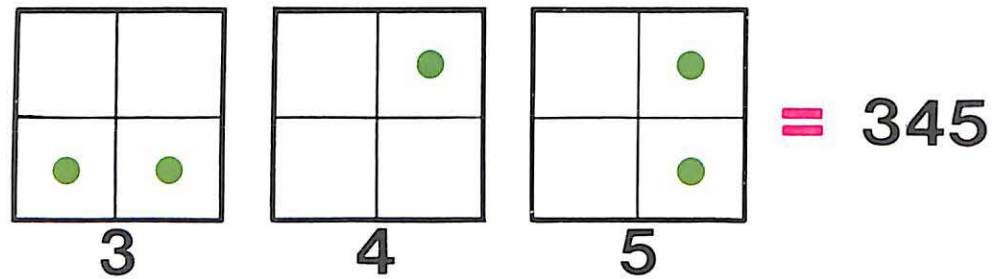
## 3 – RUES

DATE : 20 mars 1967

— Quel est le numéro de votre maison ?

— 345 , dit Anne.

— Forme-le sur la machine.



— Pair ou impair ?

— Impair !

— Pourquoi ?

— Un pion dans la case blanche de la première plaque !

Chaque enfant veut marquer sur la machine le numéro de sa maison. FRÉDÉRIQUE en contente quelques-uns.

— Dans votre rue, les numéros pairs sont d'un côté et les impairs de l'autre côté. L'avez-vous remarqué ?

— Oui, je le sais ! Mon papa m'a dit cela ! D'un côté, ça va par deux et de l'autre, ce sont les autres numéros, dit un élève.

— Nabuchodonosor<sup>(1)</sup> habite 13, rue Blanche et son cousin au 56 de la même rue. Lorsque Nabuchodonosor rend visite à son cousin, doit-il, oui ou non, traverser la rue ?

Plusieurs enfants chuchotent la réponse exacte à l'oreille de FRÉDÉRIQUE.

— L'oncle de Nabuchodonosor habite aussi rue Blanche, au numéro 75. Je vous pose la même question.

— Pour rendre visite à son oncle, il ne doit pas traverser la rue.

<sup>(1)</sup> Voir Ch. 8, p. 203.

## § 3] RUES

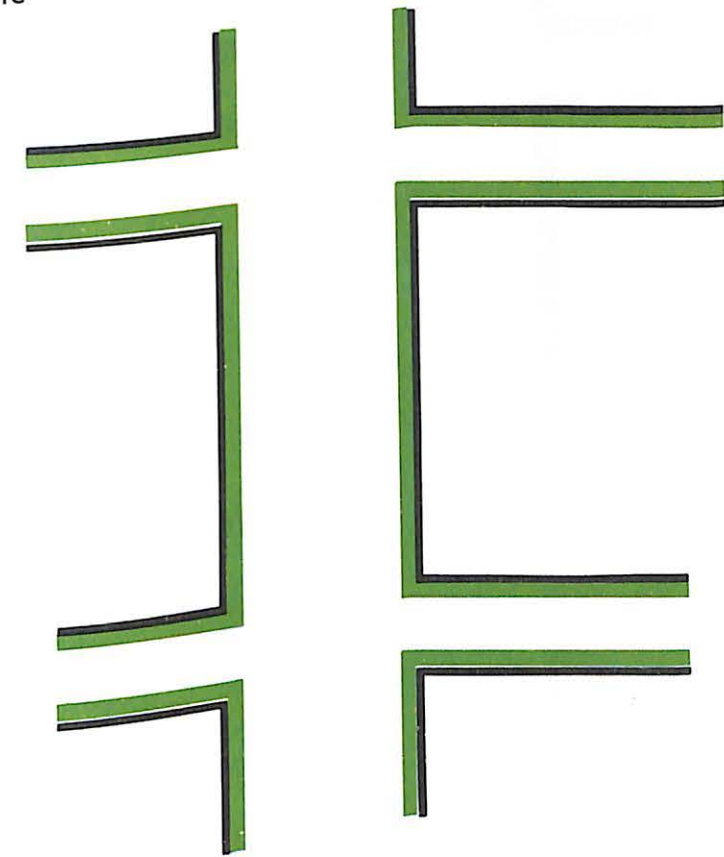
— Je dessine la rue de Nabuchodonosor.

— Ah !

— Nous aussi ?

— Oui, il vous faudra beaucoup de place car c'est une rue longue et large.

FRÉDÉRIQUE dessine



— Elle est drôle !

— Voici la rue Blanche, dit FRÉDÉRIQUE en montant la rue principale, elle est coupée par deux rues moins importantes. Montrez les carrefours.

Un enfant indique les deux carrefours.

— Je dessine les trottoirs en vert.

— Ils ne sont pas verts !

— Cela ne fait rien, c'est pour que vous les reconnaissiez. En rouge, je marque la maison de Nabuchodonosor.

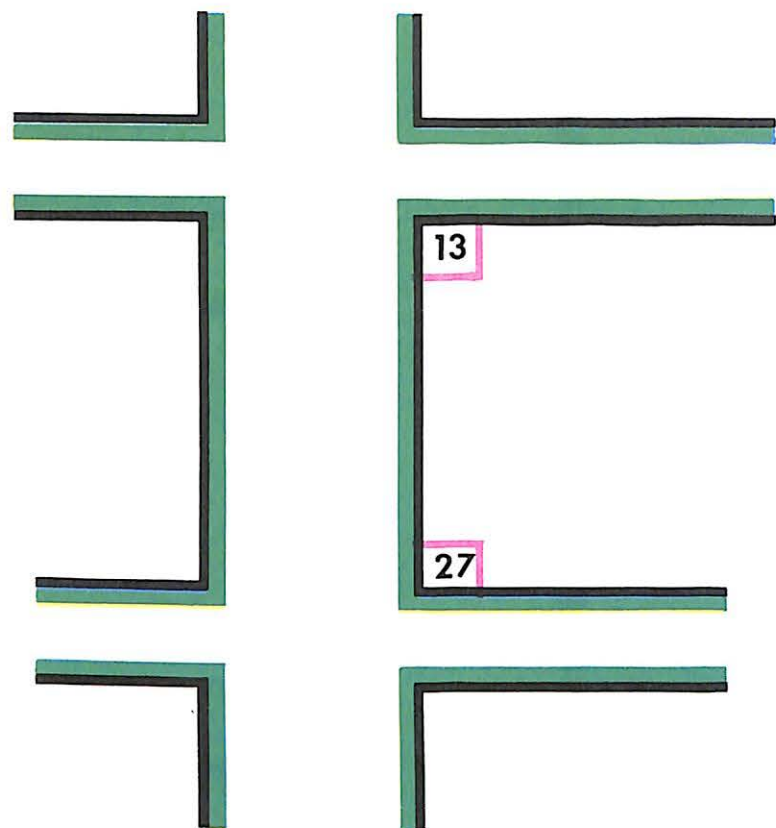
— C'est sur le coin !

— Oui et à l'autre coin, celle de son bon-papa.

— Il ne doit pas traverser !



- Le numéro de la maison de Nabuchodonosor est 13.
- C'est un nombre impair!
- Et le numéro de son bon papa ...
- Aussi impair!



- Entre la maison de Nabuchodonosor et celle de son bon-papa, il y a plusieurs maisons!
- Combien?
- Calculez!
- On peut dessiner les maisons?
- Oui et marquez leurs numéros.
- Il y a 6 maisons, conclut Sylvie.

Travail individuel.

claire

Échelle : 0,5

Lancée dans la litanie des nombres impairs, Claire oublie l'une des données du problème.

Age : 6 ans 2 mois

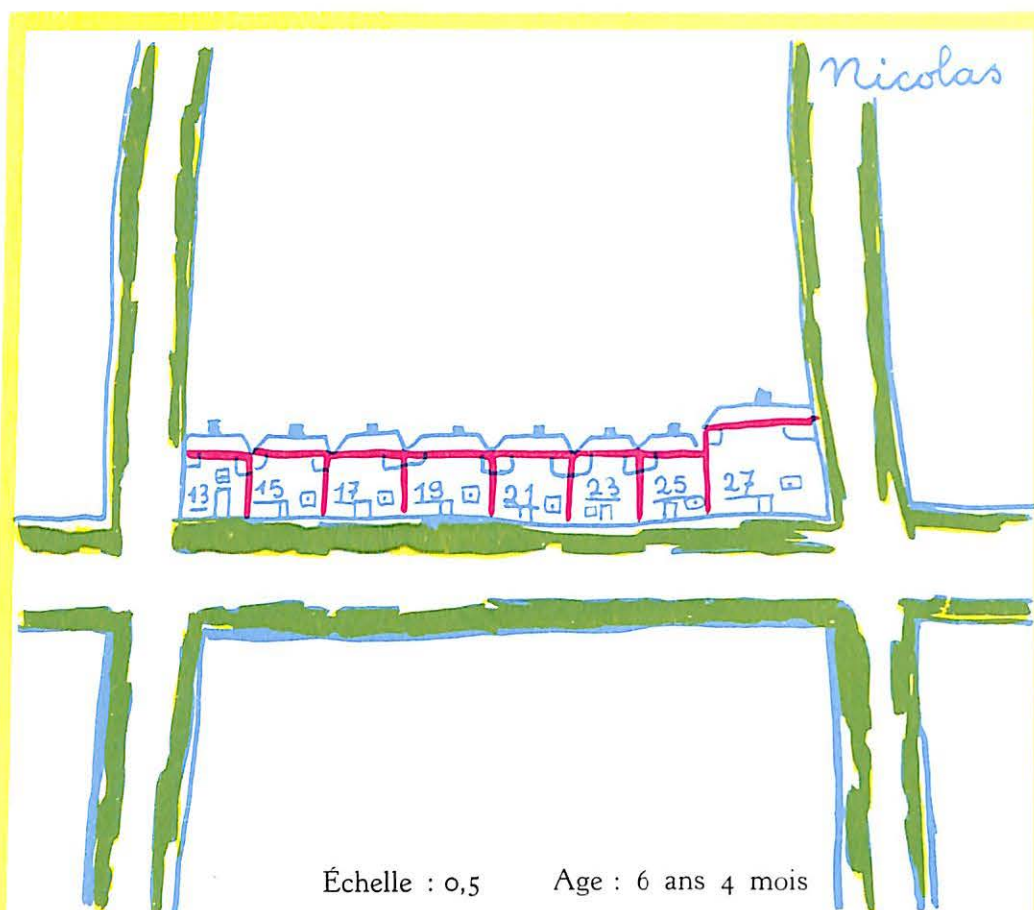
carine Lerot

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 6 mois

Carine doit s'y reprendre à plusieurs fois avant d'obtenir un schéma assez grand pour qu'elle puisse dessiner les 6 maisons. Sur le dernier dessin, la perpendicularité des rues est perdue. Est-ce un embryon de perspective?





Échelle : 0,5    Age : 6 ans 4 mois

Nicolas nage avec aisance dans le dessin conventionnel. Les numéros constituent l'élément essentiel du problème et sont soulignés. En regardant bien le dessin, on constate que Nicolas a d'abord estimé la distance entre les deux maisons extrêmes et qu'il a marqué les murs mitoyens de petits traits.

Hubert



Échelle : 0,5

Age : 7 ans 1 mois

Pour Hubert, tout est occasion à symphonie de couleur. Dans les lueurs du feu d'artifice, on peut cependant distinguer nettement les six maisons qui séparent le 13 du 27.

\*

En comparant les travaux de Nicolas et d'Hubert, on se rend compte que les élèves ne copient pas et que la méthode appliquée respecte leur tempérament.

# 8

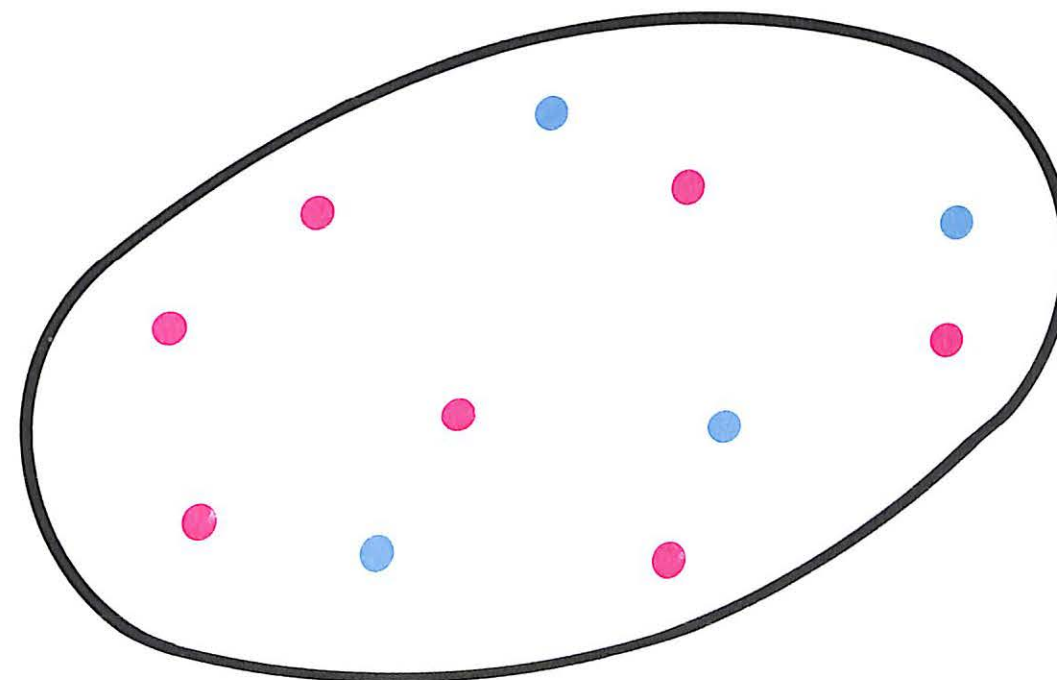
## Négatifs

### 1 - BATAILLES DE NOMBRES ROUGES ET BLEUS

DATE : 16 janvier 1968

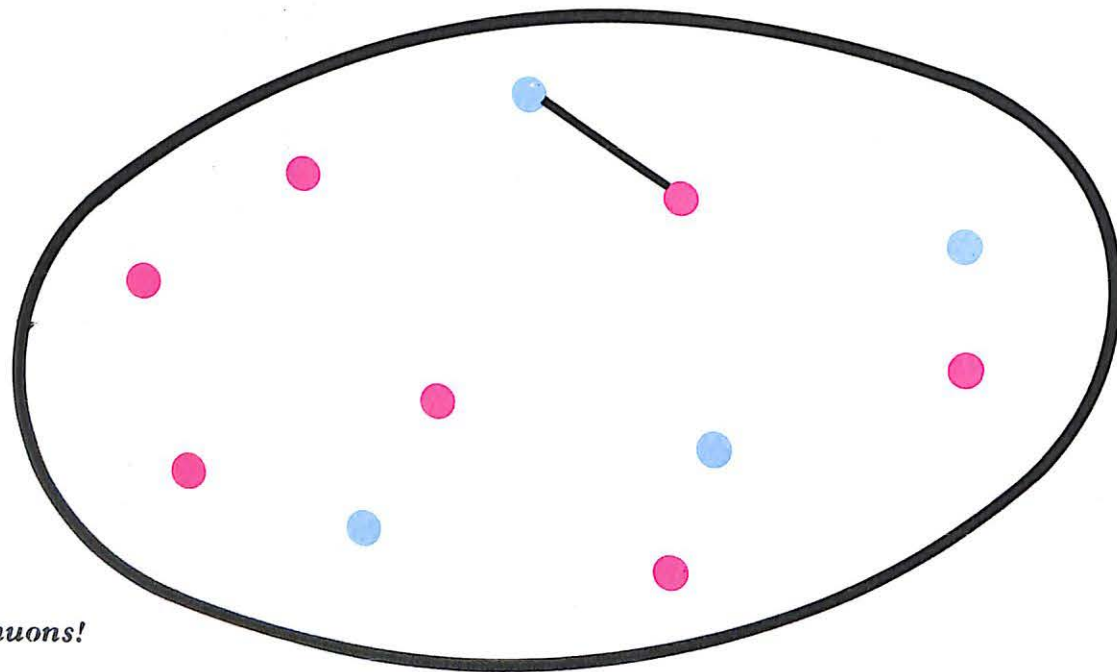
- J'ai deux amis : Philippe et Jean.
- Oh!
- Dimanche passé, en de nombreuses parties, ils se sont affrontés au jeu de l'oie!  
Tantôt Philippe gagnait et tantôt Jean!  
Chaque fois qu'il gagnait une partie, Philippe marquait un point rouge; chaque fois que Jean gagnait, celui-ci marquait un point bleu.
- Qui gagnait le plus souvent?
- Vous allez-voir ...

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau le diagramme ci-dessous.





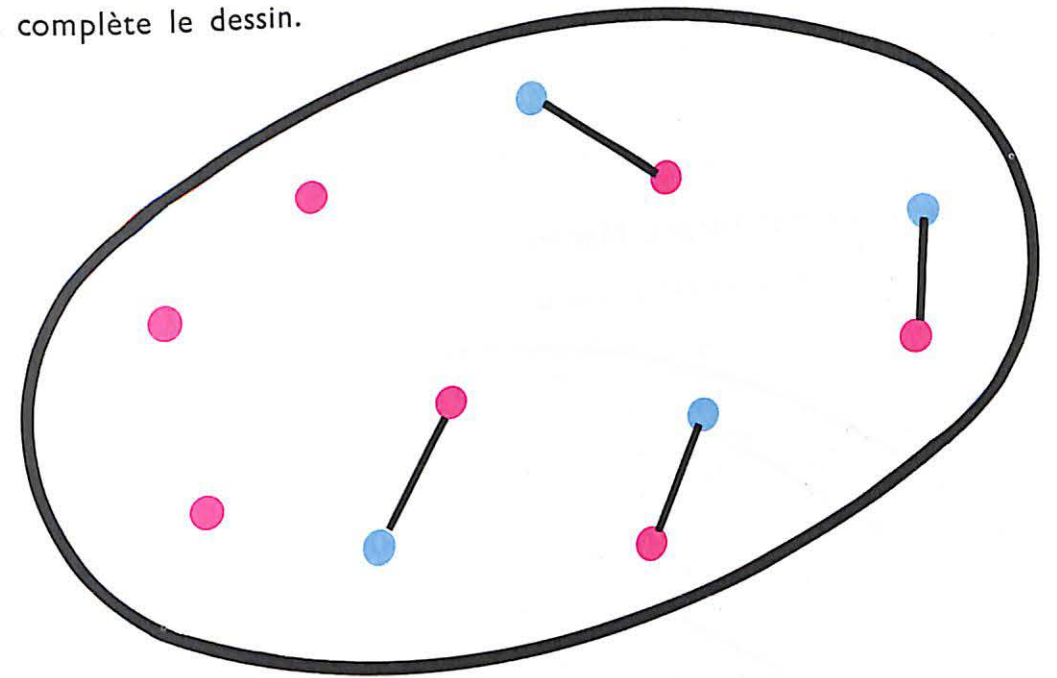
- C'est Philippe qui a gagné!
- Car il a plus de points!
- Combien de parties ont-ils jouées en tout?
- 7
- Combien de parties? Je ne demande pas combien de fois Philippe a gagné.
- 11 parties!
- Qui en a gagné le plus?
- Philippe!
- Combien?
- 7
- Et Jean?
- 4
- Claire nous a dit que Philippe était le vainqueur final. Nous précisons, par 7 victoires contre 4.
- Dressons le bilan. Ici une victoire de Philippe et là une victoire de Jean, dit FRÉDÉRIQUE en montrant successivement un point rouge et un point bleu voisins. Cela fait match nul! Indiquons-le par un trait noir.



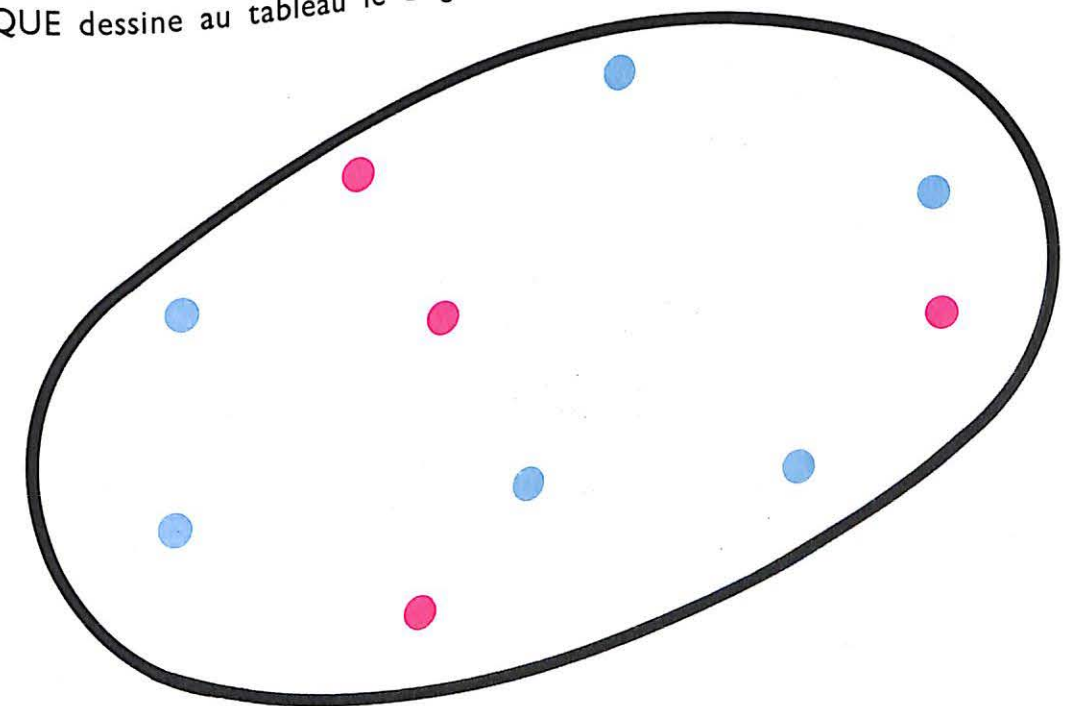
— Continuons!

## § 1] BATAILLES DE NOMBRES ROUGES ET BLEUS

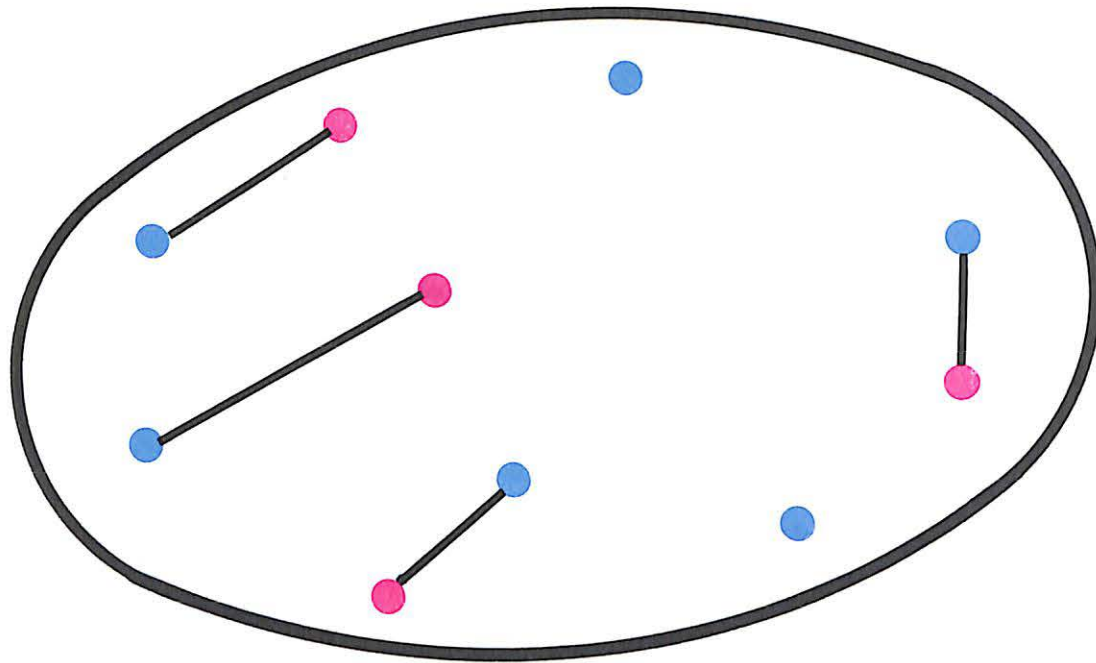
Un enfant complète le dessin.



- Que reste-t-il?
  - 3 rouges!
  - Ecrivons le calcul, en rouge et bleu :
- $$7 + 4 = 3$$
- Re commençons!
  - FRÉDÉRIQUE dessine au tableau le diagramme ci-dessous.

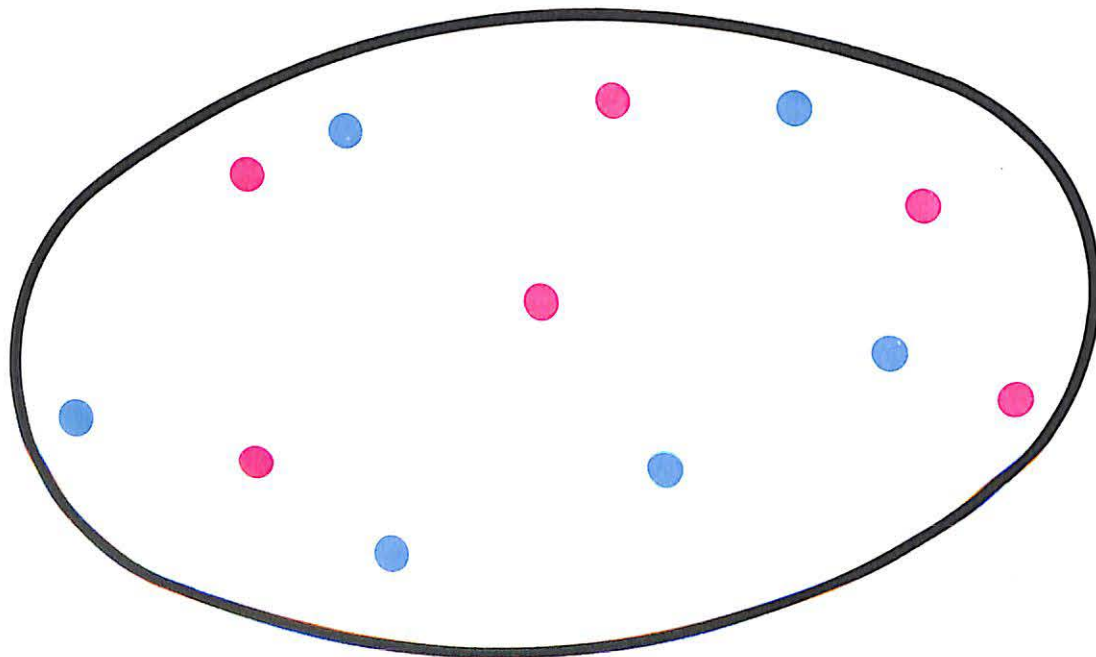


- Cette fois, c'est Jean qui a gagné!
- Quel est son résultat?
- 6
- Non, 2
- On peut faire les petites barres, Madame?
- Oui, complétez le dessin et écrivez le calcul.



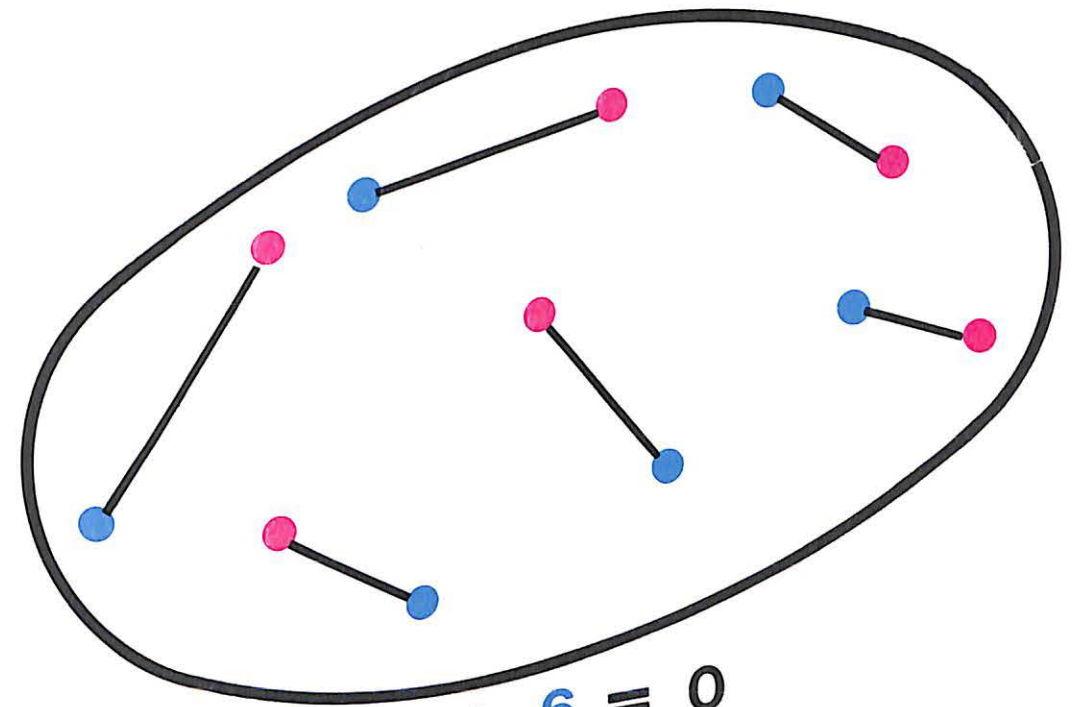
$$6 + 4 = 2$$

- Hier soir, nos deux amis ont encore joué. Voici leur dessin.



## § 1] BATAILLES DE NOMBRES ROUGES ET BLEUS

- Personne n'a gagné!
- Ils ont la même chose!
- Ecrivez le calcul sur votre feuille.
- Tous les deux ont gagné!
- Personne!
- Combien de parties ont-ils gagnées chacun?
- 6
- Combien de parties ont-ils jouées?
- 12
- Complétons le dessin et écrivons le calcul.



$$6 + 6 = 0$$

- Et maintenant, à votre tour!  
Inventez un calcul; Philippe et Jean ont joué plusieurs parties; le vainqueur est Jean et il bat Philippe de 2 points. Ecrivez chacun votre calcul.



— Chez toi, Hubert, combien de parties Jean a-t-il gagnées ?

— 7

— Et Philippe ?

— 5

Hubert écrit au tableau :

$$7+5=2$$

Un autre enfant écrit son calcul :

$$7+4=3$$

— Catastrophe !

— Quel est le vainqueur ?

— Philippe !

— J'avais demandé que Jean gagne de deux points !  
Au tour d'Anita.

$$6+4=2$$

— Très bien ! A Myriam !

— Jean a gagné deux parties.

— Et Philippe ?

— Zéro !

— Quel est le vainqueur ?

— Jean !

Myriam écrit :

$$2+0=2$$

— Hier soir, Emmanuel et son ami ont joué plusieurs parties de dominos. Emmanuel notait ses victoires en rouge et son ami en bleu.

— Comment s'appelle l'ami d'Emmanuel ?

— Nabuchodonosor !  
Voici leur feuille de résultats. Ecrivez le calcul.

Carine

8+5=3

Échelle : 0,9

Age : 6 ans 9 mois

D'autres calculs, en bleu et rouge, sont résolus mentalement.

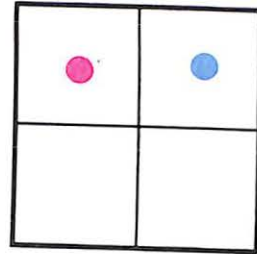
$$9+7=2 \quad | \quad 9+5=4$$

$$11+7=4 \quad | \quad 13+6=7$$

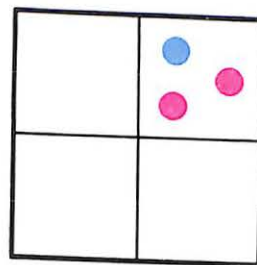
## 2 - MINICOMPUTER

DATE : 23 janvier 1968

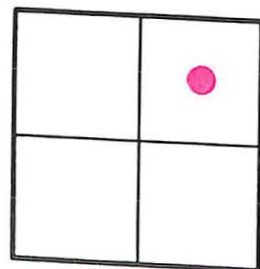
- Comment calculer  $8 + 4$  sur la machine ? Marquons 8 en rouge ...
- et 4 en bleu !



- Quel est le vainqueur ?
- Le rouge !
- Le rouge occupe la case marron. Pourriez-vous jouer autrement ?
- Deux mauves !

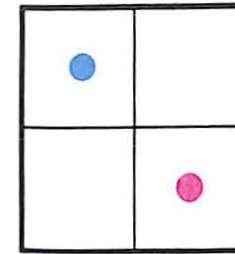


- 4 en rouge et 4 en bleu ! Qu'en pensez-vous ?
- Match nul !
- Zéro !
- Supprimons-les ; ils se sont tués !

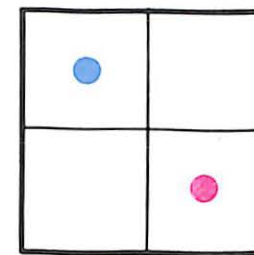


- Ecrivons :  $8 + 4 = 4$

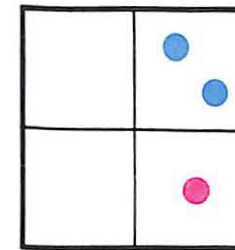
- Autre calcul :  $8 + 1$  sur la machine.



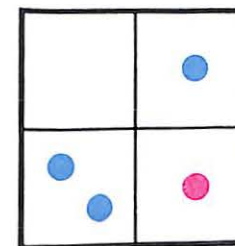
- Quel est le vainqueur ?
- Le bleu !
- Le bleu, à l'attaque du rouge !



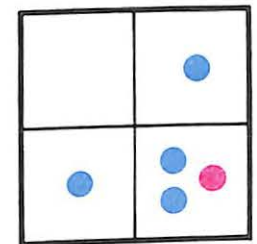
=



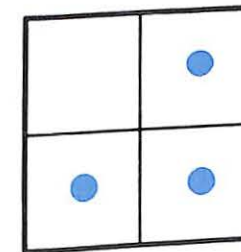
=



=



- 1 en rouge et 1 en bleu ?
- Match nul !
- Supprimons-les.



$$8 + 1 = 7$$

- Un calcul pour grands :  $100 + 23$

Excitation sur tous les bancs !

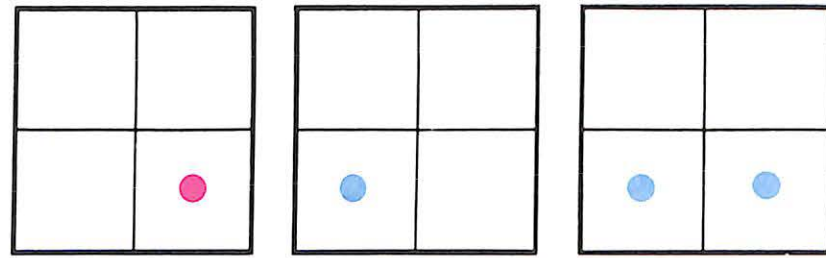


— Sur la machine!

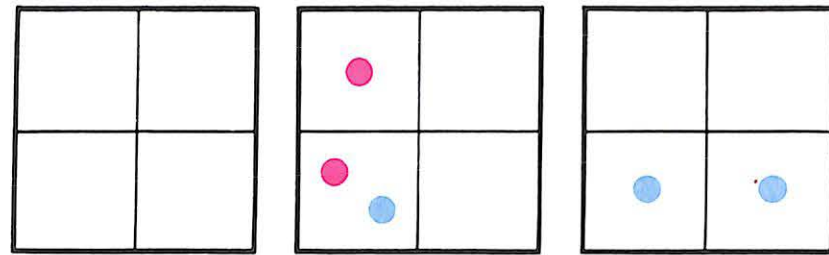
— Vainqueur ?

— Rouge!

— Soldats rouges, attaquez les bleus!

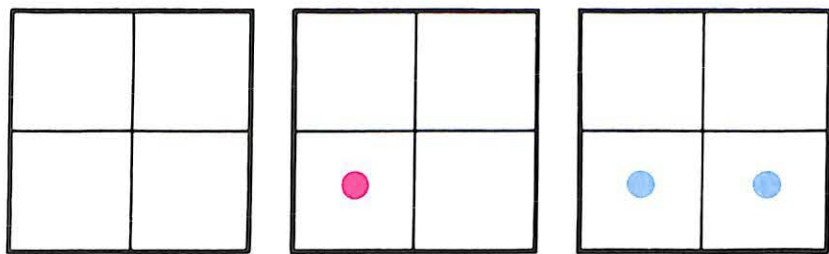


=



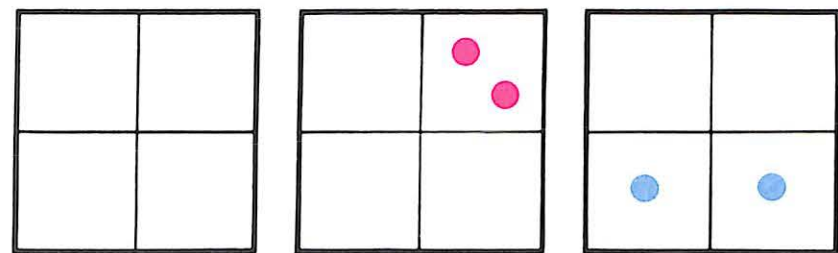
Match nul!

=

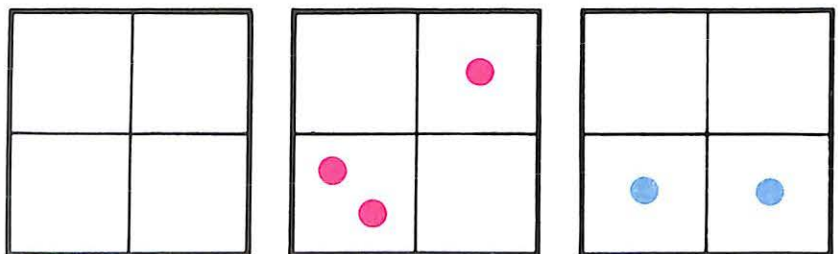


A l'assaut des bleus!

=

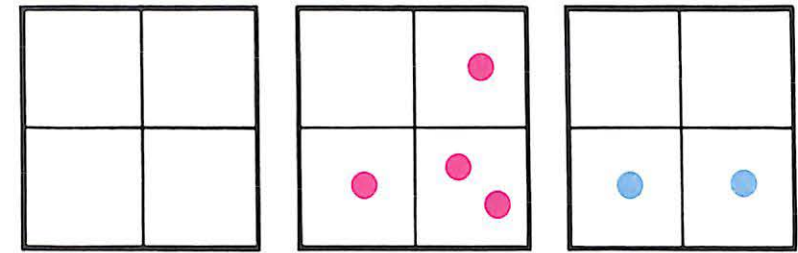


A l'assaut des bleus!



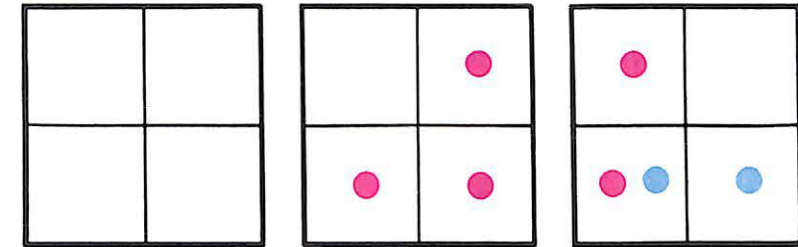
A l'assaut des bleus!

=



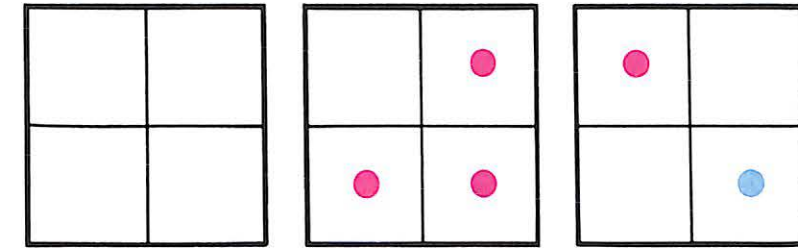
A l'assaut des bleus!

=



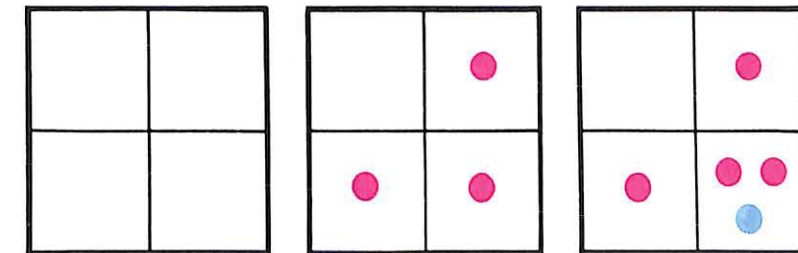
Match nul! Deux morts!

=



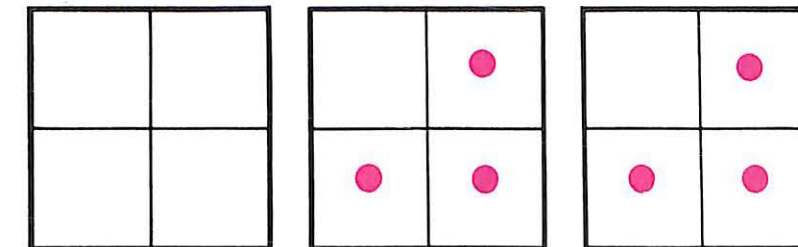
...

=



Match nul!

=



$$100 + 23 = 77$$

La leçon se poursuit par la recherche d'une bonne stratégie pour les calculs batailles.

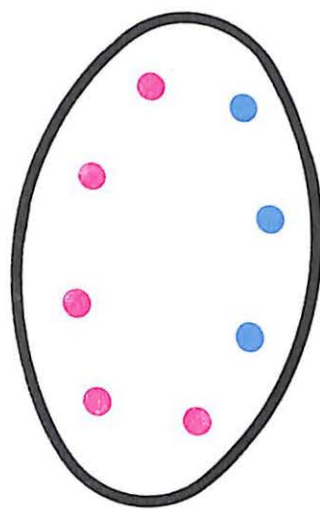
$$1000 + 1 = 999$$

$$100 + 98 = 2$$

## 3 — ENTIERS RATIONNELS

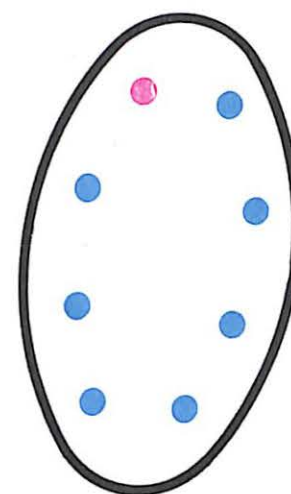
DATE : 26 janvier 1968

- Hier, j'ai reçu la visite de quatre enfants.  
 A chacun d'eux, j'ai remis une feuille de papier, un crayon bleu-rouge et deux dés à jouer.  
 Ils ont joué séparément.  
 Un coup était déclaré gagnant si et seulement si les deux dés présentaient le même nombre.  
 Chaque coup gagnant était marqué par un point rouge, chaque coup perdant par un point bleu.  
 Voici le dessin remis par le premier enfant.

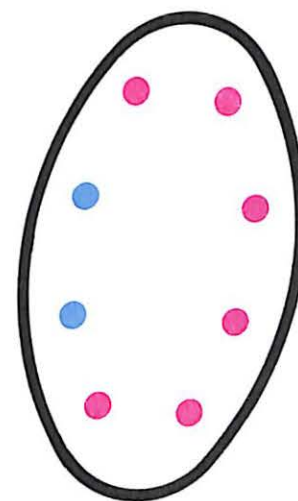


- Combien de fois a-t-il gagné ?  
 — 5 fois !  
 — Et perdu ?  
 — 3 fois !  
 — Combien de parties a-t-il jouées en tout ?  
 — 8 parties !

— Voici le dessin du deuxième enfant :



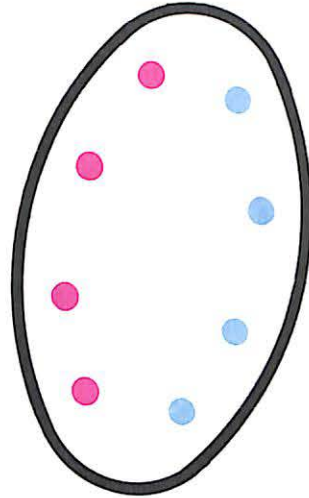
- C'est un malheureux !  
 — Il a gagné une seule fois !  
 — Combien de parties a-t-il jouées ?  
 — 8 aussi !  
 — Les quatre enfants ont joué le même nombre de parties. Voici le troisième :



- C'est Philippe ! Il a beaucoup gagné !  
 — 6 parties gagnées ! 2 perdues !



— Et enfin, le quatrième :



— Gagné 4! Perdu 4!

— Quel enfant a obtenu le meilleur résultat?

— Le troisième!

— C'est vrai : Il a gagné le plus souvent!

Ecrivons les résultats en nombres rouges et bleus. Le premier sera-t-il rouge ou bleu?

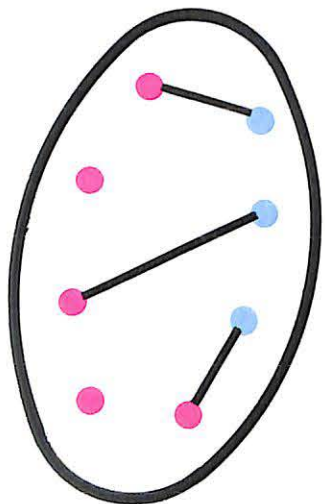
— Son nombre sera rouge!

— On fait des petites barres!

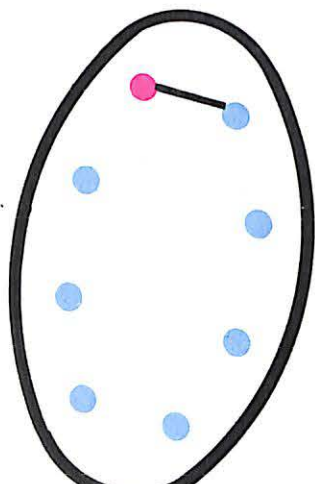
— 2

— Oui! 2 en rouge!

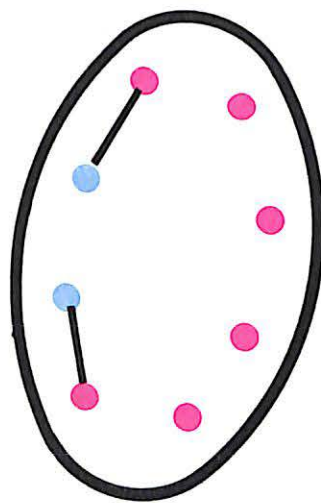
On poursuit le calcul pour les autres enfants :



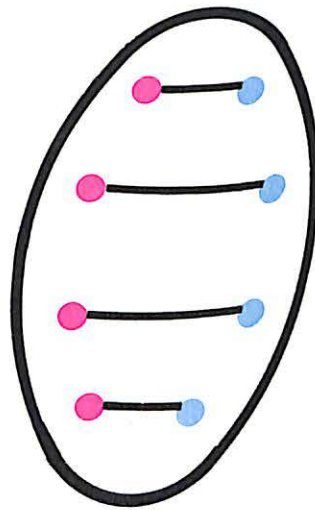
2



6



4



0

— Quel est le meilleur résultat?

— Le troisième.

— Le moins bon?

— Le deuxième!

— Et entre le meilleur et le moins bon?

— D'abord le 2 en rouge!

— Et le zéro en noir!

— Ecrivons :

$$4 > 2 > 0 > 6$$

— Ecrivez le calcul de chaque enfant.

Successivement

$$\begin{array}{r} 5 + 3 = 2 \\ 1 + 7 = 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 + 2 = 4 \\ 4 + 4 = 0 \end{array}$$

— Trouvez-vous commode d'écrire un calcul en rouge, bleu et noir?

— Non!

— On pourrait prendre du jaune ...

— Ou que du noir!

— Si dans le premier calcul j'écris 5 en noir et 3 en noir, pourrez-vous encore reconnaître les victoires et les défaites?

— Non! Ce sera la même chose!

— Voici ce que je propose: En cas de victoire, notons :

$$5 = 5$$

En cas de défaite :

$$3 = \bar{3}$$

Le calcul du premier enfant s'écrira.

$$5 + \bar{3} = 2$$

Ecrivez le calcul des autres enfants.

$$1 + \bar{7} = \bar{6}$$

$$6 + \bar{2} = 4$$

$$4 + \bar{4} = 0$$

— Classez les résultats :

$$4 > 2 > 0 > \bar{6}$$

\* \* \*

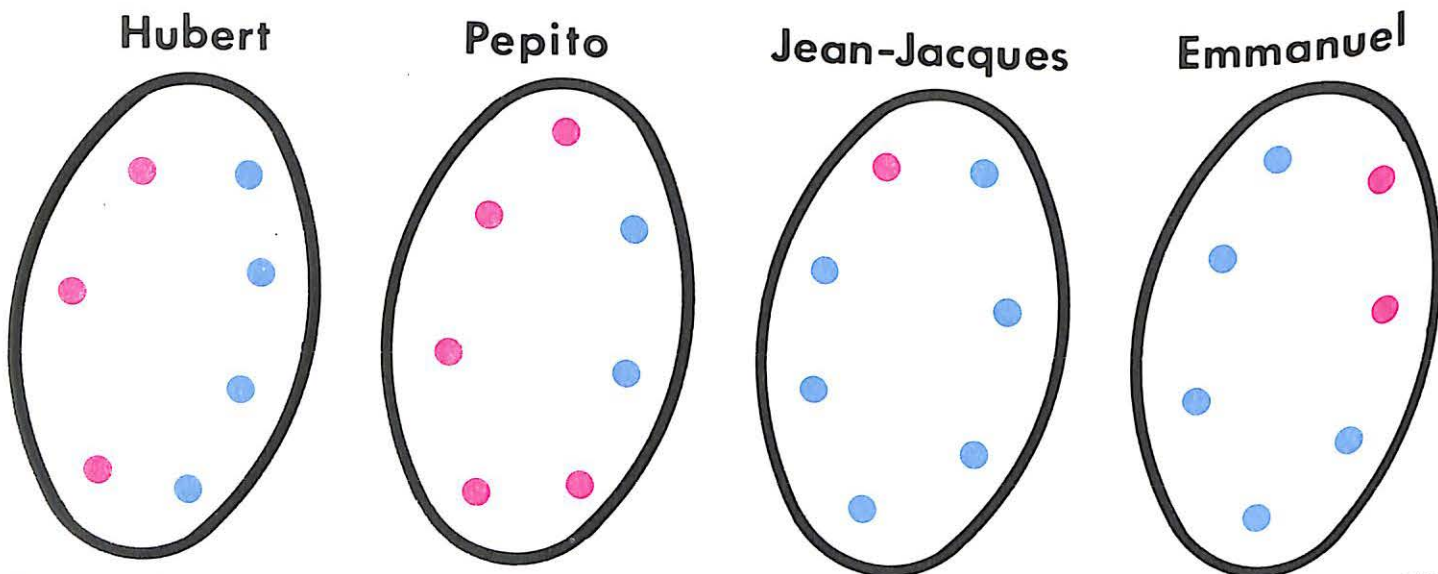
— Je vais vous raconter l'histoire des quatre enfants les plus sages de la classe ...

Immobilité sur tous les bancs.

... Pepito, Hubert, Jean-Jacques et Emmanuel!

Eux aussi ont joué plusieurs parties de dés. Voici leurs résultats.

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau successivement les diagrammes de Hubert, Pepito, Jean-Jacques et Emmanuel.



Remous dans la classe. Jean-Jacques essaie de faire contre mauvaise fortune bon cœur. Pepito rayonne.

— Combien de parties ont-ils jouées? Quel est le vainqueur final ... et le perdant?

...

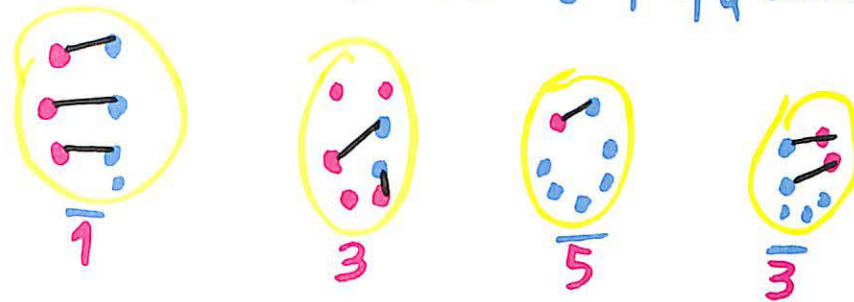
— Ecrivez le calcul de chaque enfant, si possible sans utiliser de couleur.

...

— Ordonnez les résultats.

J-P-P-E WINTER

Hubert | Pepito | Jean-Jacques | Emmanuel



$$3 + \bar{4} = \bar{1} \quad | \quad 5 + \bar{2} = 3 \quad | \quad 1 + \bar{6} = \bar{5} \quad | \quad 2 + 5 = \bar{3}$$

Échelle : 0,5

Symphonie rouge-bleu! Est-ce par pur hasard que Jean-Philippe écrit son nom en caractères plus grands et dans la couleur de la victoire? Jean-Philippe s'autorise de la convention „noir égale rouge” pour écrire tout en rouge.

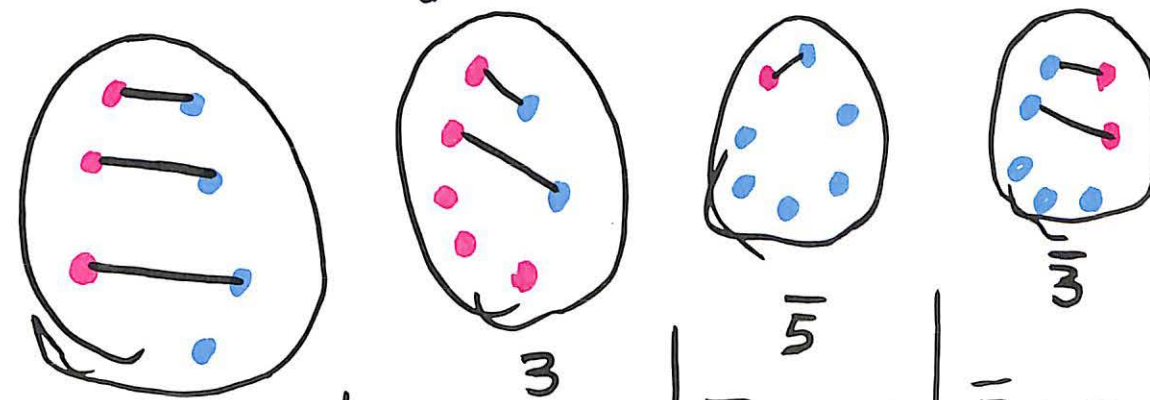
La petite barre qui rappelle la défaite en conserve la couleur et produit des chiffres bicolores.

La dernière ligne de calculs tout rouges montre que Jean-Philippe a parfaitement compris la convention.

Age : 7 ans 11 mois

Nicolas

Hubert, Pepito, Jean-Jacques, Emmanuel.



$$\bar{1} \quad | \quad 3 \quad | \quad \bar{5} \quad | \quad \bar{3}$$

$$3 + \bar{4} = \bar{1} \quad | \quad 5 + \bar{2} = 3 \quad | \quad \bar{6} + 1 = \bar{5} \quad | \quad \bar{5} + 2 = \bar{3}$$

Échelle : 0,7

Age : 6 ans 2 mois



DATE : Le 13 février 1968

Chaque enfant reçoit deux dés.

— *Nous allons jouer tous ensemble plusieurs parties de dés. Jetez vos deux dés! Combien de points en tout?*

Les réponses fusent de toutes parts : **8** , **11** , **4** , **3** , **9**.

— *Voici la règle de notre jeu : celui qui obtient plus de 6 gagne et marque un point rouge; celui qui obtient 6 ou moins de 6 perd et marque un point bleu. Quels sont les vainqueurs?*

Certains enfants lèvent la main.

— *Et les perdants?*

— **Tous les autres.**

— *Jouons douze parties.*

FRÉDÉRIQUE donne le signal de chacune d'elles. Individuellement et point par point, chaque enfant construit son diagramme. A l'issue des 12 parties, il écrit son calcul et en trouve la réponse. Reste à ordonner collectivement les résultats.

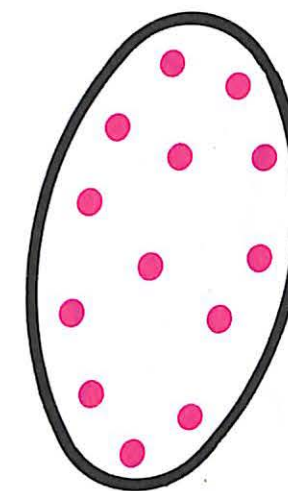
$$8 = 8 > 6 = 6 = 6 > \dots > \bar{4} > \bar{6}$$

## 4 — SOUSTRACTION DES NATURELS ET ADDITION DES ENTIERS RATIONNELS

DATE : 19 février 1968

— *Voici un plateau de pions rouges.*

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau le diagramme ci-dessous.

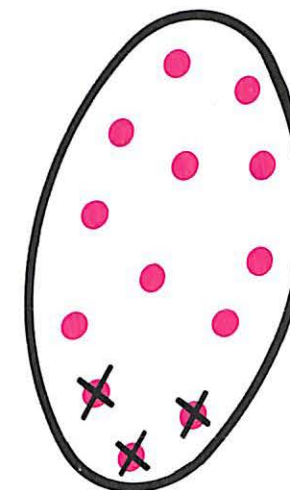


— *Dessinez le même nombre de pions, pas un de plus, pas un de moins!*

— **13**

— *Enlevez 3 pions du plateau.*

Emmanuel barre 3 pions.



— *Combien en reste-t-il?*

— **10**

— *Ecrivez le calcul.*

—  **$13 - 3 = 10$**

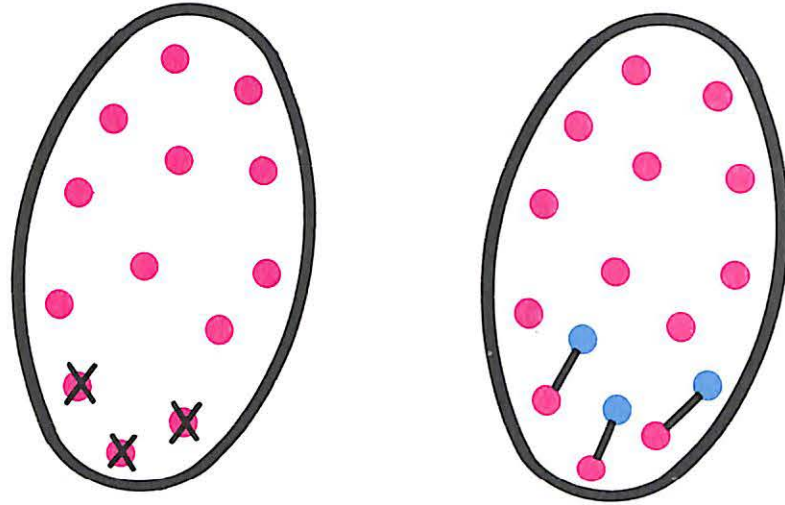
— Dessinons une nouvelle fois le plateau avec les 13 pions rouges.

FRÉDÉRIQUE redessine le diagramme initial.

— Attention! Je dessine aussi 3 points bleus.

FRÉDÉRIQUE dessine 3 points bleus à côté des 3 pions rouges enlevés par Emmanuel.

— Cela fait 3 fois match nul! dit un enfant en allant au tableau tracer 3 petits traits.



— Ecrivez le calcul.

$$- 13 + \bar{3} = 10$$

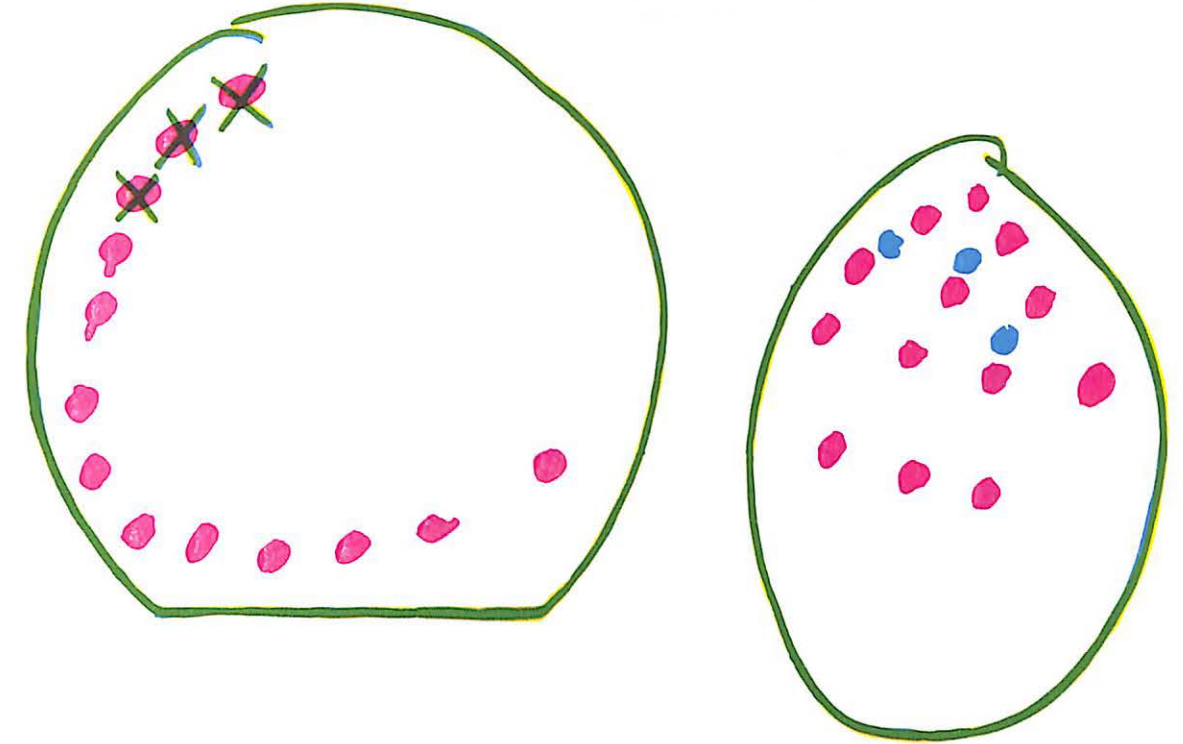
— Comparons les résultats.

— C'est la même chose!

— Écrivons :

$$13 - 3 = 13 + \bar{3}$$

Carine Leroi <sup>13</sup>



$$13 + \bar{3} = 10$$

$$13 - 3 = 10$$

$$13 - 3 = 13 + \bar{3}$$

Carine n'a pas respecté la place que les pions occupaient sur le dessin de FRÉDÉRIQUE. Il est donc normal que les pions se déplacent à nouveau lorsqu'elle recopie son propre dessin.

Elle arrive à un résultat correct mais qui n'est pas pédagogiquement convaincant. Ses trois formules sont mises sur un pied d'égalité.



Même jeu avec

$$14 - 5 = 14 + \bar{5}$$

*Nicolas* mardi, le 20 février 1968 La température: 3 degrés

$14 - 5 = 9$

$14 + \bar{5} = 9$

$14 - 5 = 14 + \bar{5}$

Échelle : 0,8

Age : 6 ans 3 mois

Nicolas semble avoir un sens pédagogique. Sa présentation est extrêmement suggestive. Il sait quelle est la formule la plus importante des trois et le souligne en deux couleurs.

La leçon se termine par quelques exercices de calcul réalisés mentalement ou à l'aide de MINICOMPUTER.

$$15 - 7 = 15 + \bar{7} = 8$$

$$20 - 13 = 20 + \bar{13} = 7$$

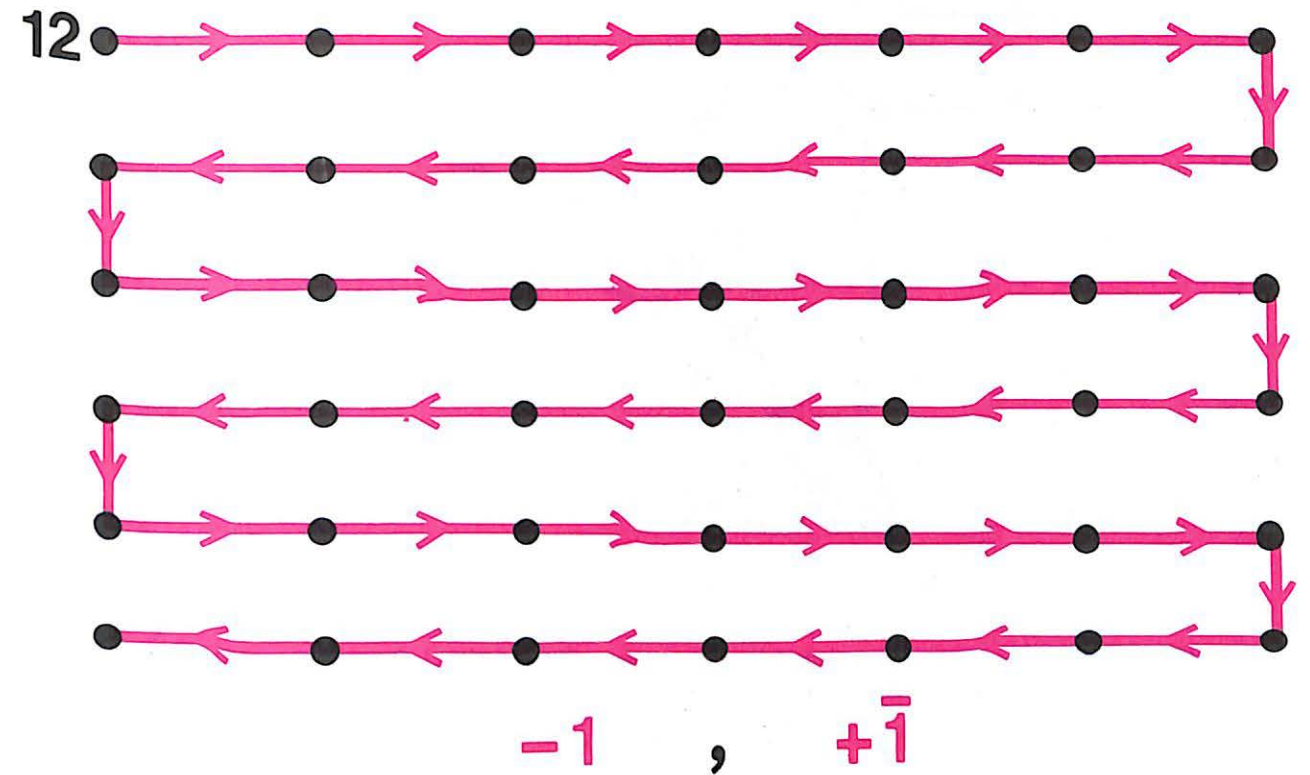
$$50 - 27 = 50 + \bar{27} = 23$$

$$75 - 29 = 75 + \bar{29} = 46$$

5 - GRAPHES

DATE : 20 février 1968

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



— En rouge, ces nombres disent  $-1$ , ou ce qui revient au même  $+ \bar{1}$ . Quels sont ces nombres? Complétez le dessin.

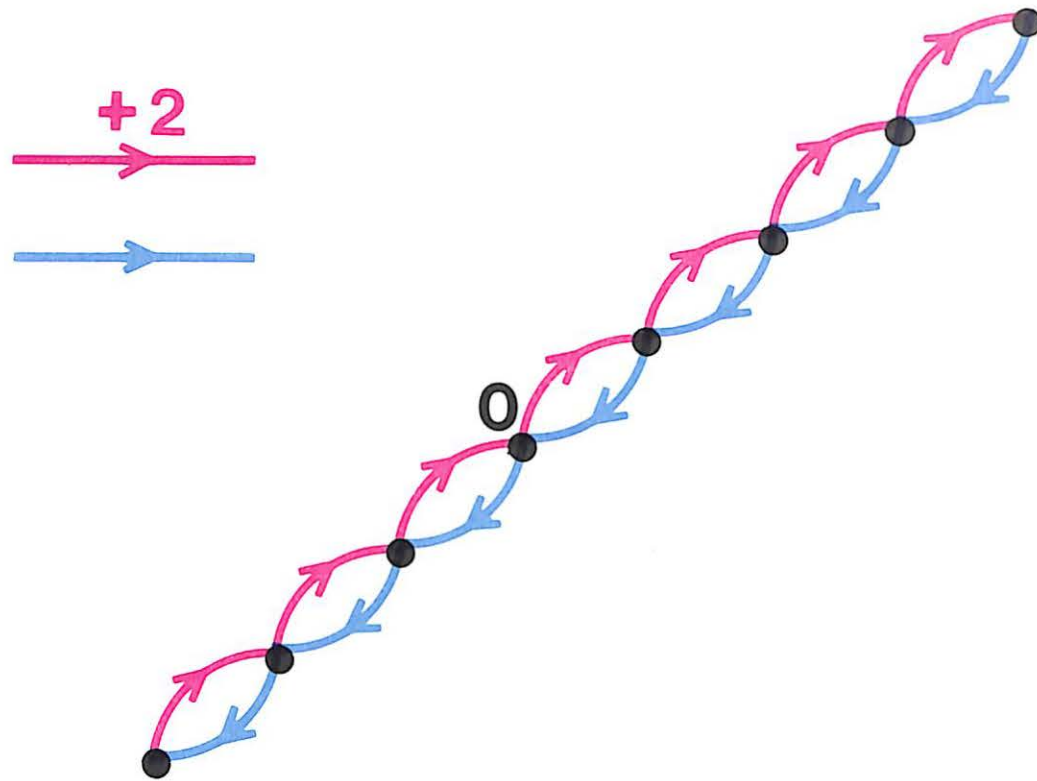
*jean-jacques*

Travail individuel parfaitement réussi. Les négatifs n'ont provoqué aucun traumatisme.

Échelle : 0,4

Age : 6 ans 6 mois

FRÉDÉRIQUE dessine ce graphe au tableau :

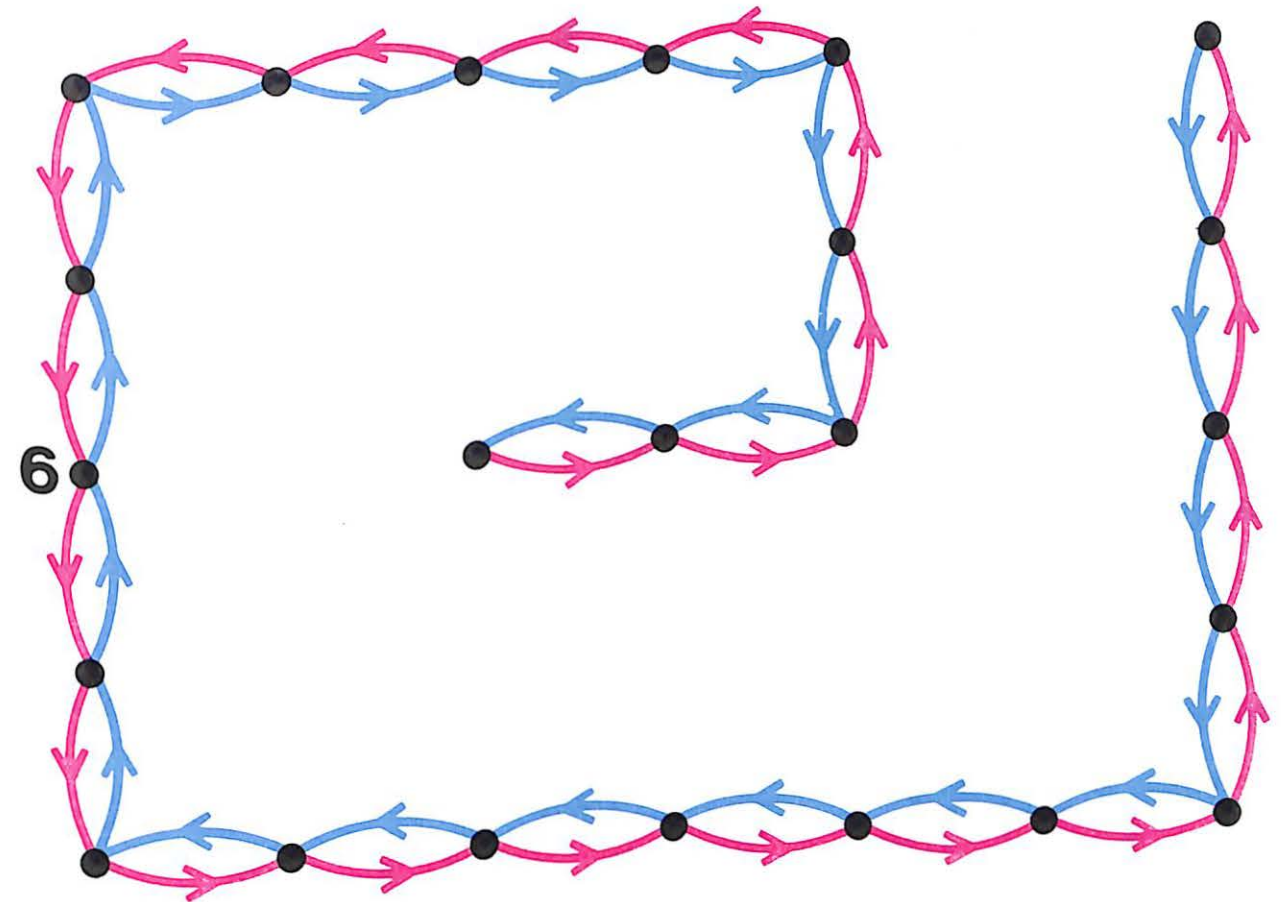


— Ces nombres ont parlé, en rouge et en bleu. En rouge, ils ont dit + 2. Qu'ont-ils dit en bleu ? Quels sont ces nombres ?

Échelle : 0,5    Age : 6 ans 10 mois    marina

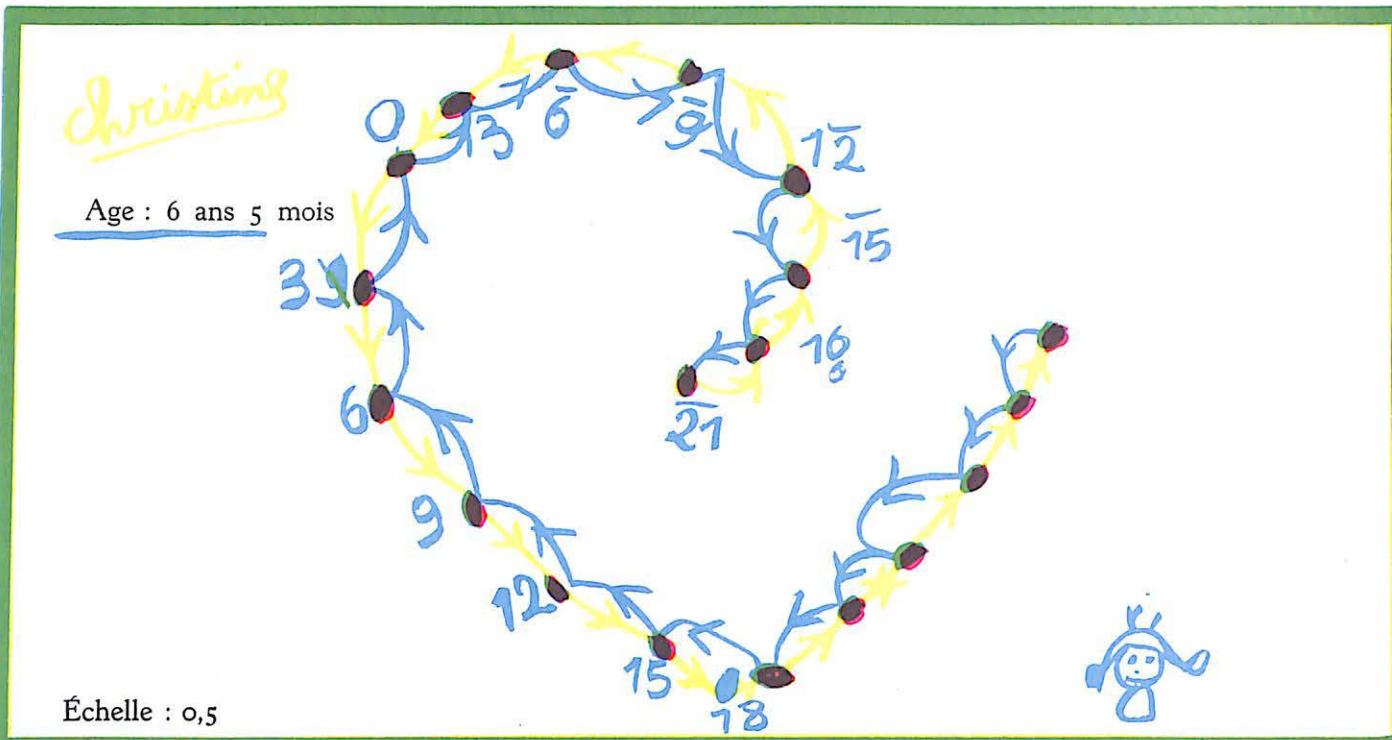
Pas de problème mais zéro reste la tête de Charlot!

— Voici un dernier dessin, très beau et très difficile.

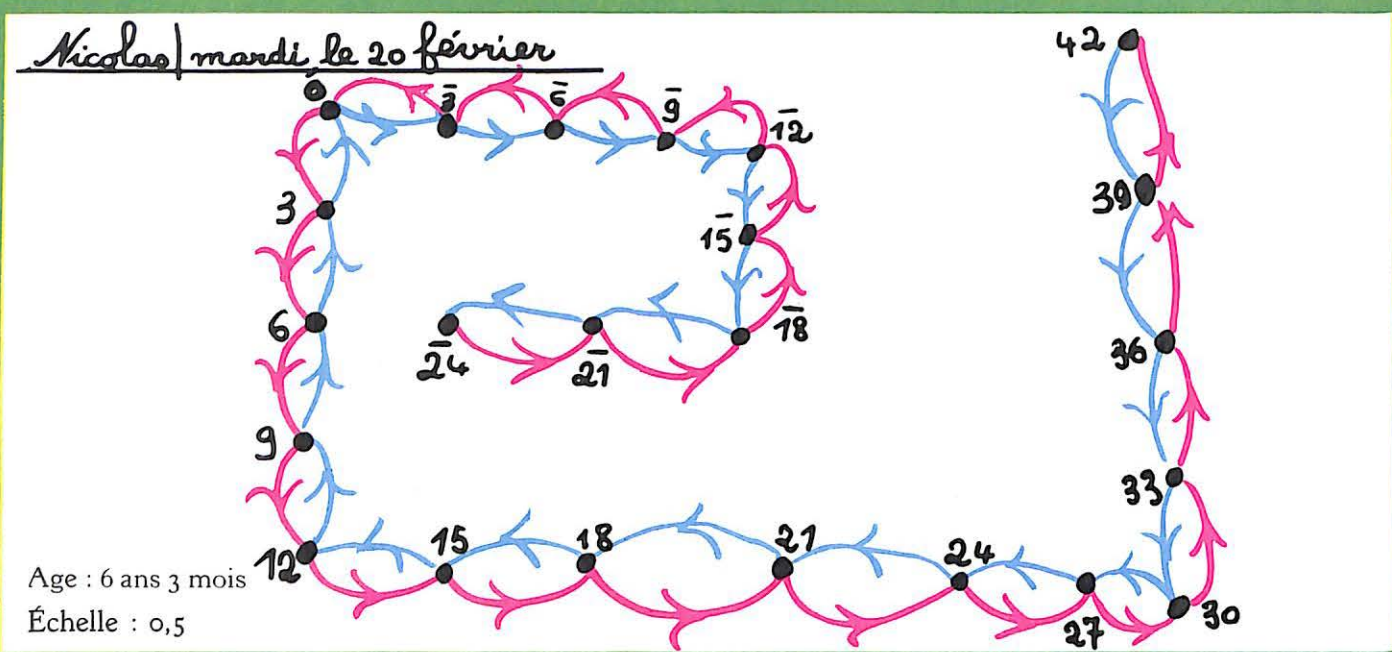


— En rouge, ces nombres ont dit + 3. Qu'ont-ils dit, en bleu ? Quels sont ces nombres ?





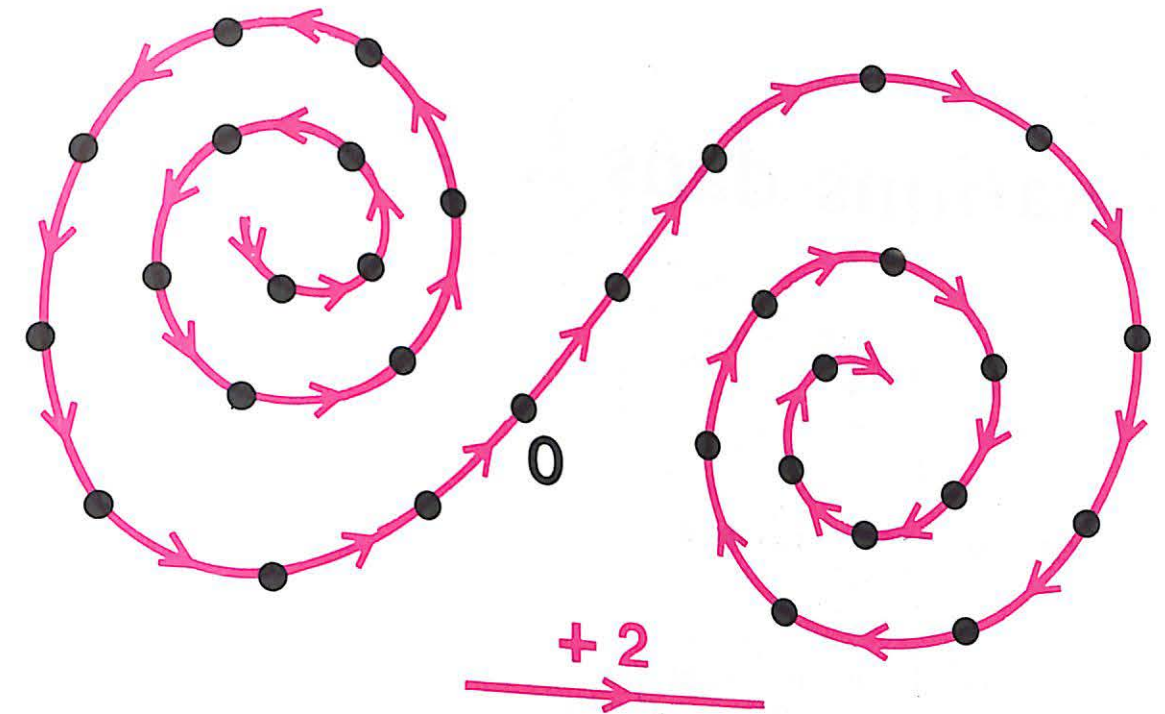
Deux reproductions bien différentes d'un même dessin. Christine arrondit et y met tout son cœur mais 18 provoque une catastrophe et stoppe son élan. Nicolas respecte les angles droits et le rythme de la spirale carrée de FRÉDÉRIQUE.



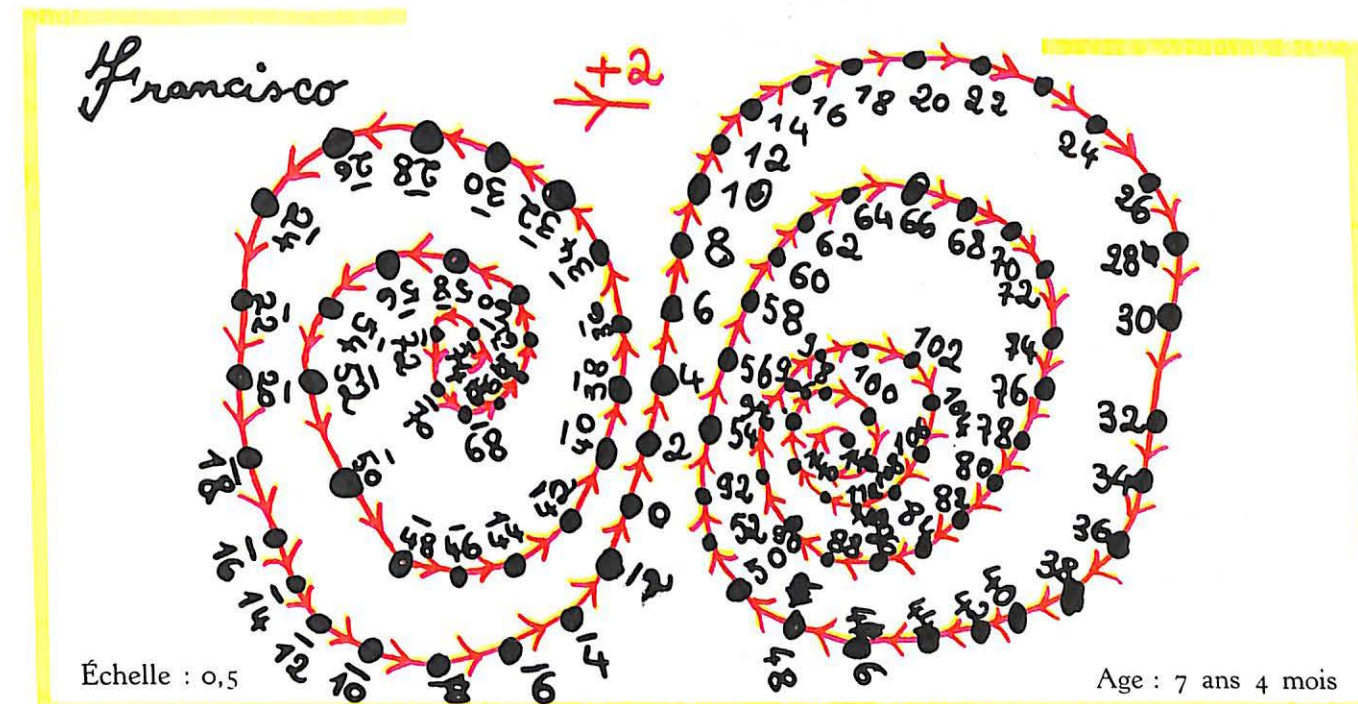
Aucun des deux enfants ne respecte la longueur des flèches, ce qui est bien leur droit et montre qu'ils ont compris la signification conventionnelle et non métrique du graphe. La méthode suivie permet à chaque enfant d'aller jusqu'à la limite de ses possibilités dans le temps imparti. Nicolas s'en donne à cœur joie de 24 à 42.

DATE : Le 27 mars 1968

Cette double spirale



dessinée par FRÉDÉRIQUE au tableau noir, suscite l'admiration des élèves.  
— Quels sont ces nombres ?



Dans une leçon analogue faite par Danielle dans la classe parallèle mais décalée de plusieurs semaines pour des raisons administratives, Francisco a produit cet hallucinant dessin où il va de 74 à plus de 100.



# Equations dans le groupe $\mathbb{Z}, +$

DATE : 5 mars 1968

— Dimanche dernier, Nabuchodonosor a eu 7 ans.

— Oh!

— Ses amis, Emmanuel et Pepito, lui ont apporté des billes.

Nabuchodonosor m'a confié: « Emmanuel m'a donné des billes; je ne te dis pas combien. Pepito m'en a offert 27. En tout, j'ai reçu 55 billes. »

Mouvements d'admiration.

— Il a ajouté: « Avec leur machine, tes petits amis pourront calculer le nombre de billes données par Emmanuel ».

...

— Voici une petite boîte dans laquelle se cache le nombre de billes données par Emmanuel. C'est un secret! Il faut le découvrir!  
Combien de billes Nabuchodonosor a-t-il reçues de Pepito?

— 27

— Ecrivons le calcul de l'histoire.

— FRÉDÉRIQUE écrit au tableau  $\square + 27 =$

— Combien de billes Nabuchodonosor a-t-il reçues en tout?

— 55 billes!

FRÉDÉRIQUE complète le calcul  $\square + 27 = 55$

— Racontez l'histoire avec des flèches. Voici le nombre d'Emmanuel ...

FRÉDÉRIQUE dessine un gros point et à côté, la petite boîte.

ÉQUATIONS DANS LE GROUPE  $\mathbb{Z}, +$

— Notre ami Pepito nous dit, en dessinant une flèche rouge: « Moi, j'en ai ajouté 27. »  
Et en tout, cela fait ?

— 55 billes!

FRÉDÉRIQUE produit le graphe au fur et à mesure.



Les enfants dessinent.

— Je sais, Madame!

Nicolas souffle le nombre 28 à l'oreille de FRÉDÉRIQUE.

— Très bien, Nicolas! Garde-le dans ta tête.

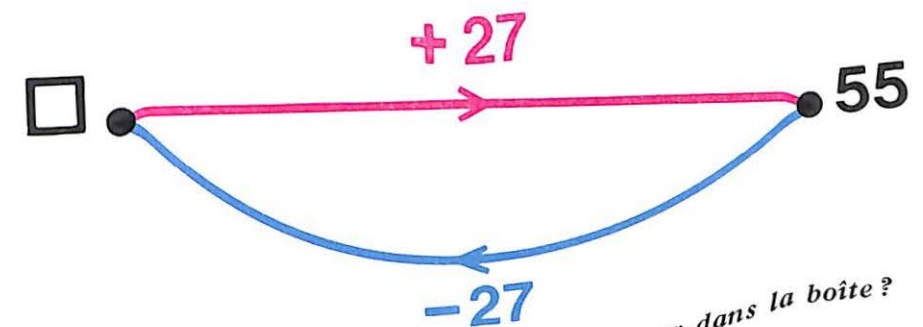
— Je l'écris!

Jean-Philippe donne la réponse à voix basse.

— Très bien, Jean-Philippe! Tu te tais également. Dessinons la flèche bleue. Que nous dit-elle?

— - 27

FRÉDÉRIQUE complète le graphe.



— Ici 55. La flèche bleue nous dit - 27. Que vais-je trouver dans la boîte?

— Le nombre d'Emmanuel!

— Ecrivez le calcul.

—  $55 - 27 =$



— Calculons sur notre machine. Qui peut marquer 55 ?

Daniel forme 55 en rouge sur MINICOMPUTER.

— Très bien! Et Christine, - 27.

Christine forme 27 en bleu.

— Très bien! Et maintenant ?

— C'est la bataille!

— Jean-Jacques, veux-tu commencer ? Qui gagnera ?

— Les rouges !

— Très bien, Jean-Jacques! Carine, continue ...

...

— Au tour de Myriam.

— Cela fait 28.

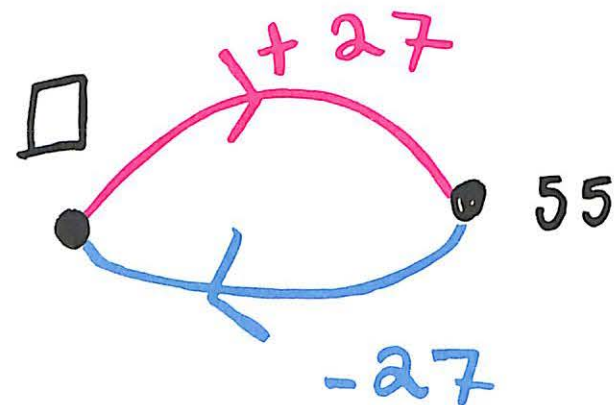
— Qui avait donné 28 billes ?

— Emmanuel !

— Il avait donné une bille de plus que ...

— Pepito !

$$\square + 27 = 55$$



$$55 - 27 = \square = 28$$

Age : 7 ans 2 mois  
Échelle : 0,5

Francisco

— Nabuchodonosor m'a raconté une deuxième histoire. Elle se passait le jour-anniversaire d'Emmanuel.

— C'est le 6 janvier !

— Nabuchodonosor a rendu visite à son ami Emmanuel avec un grand sac, mais vraiment un très grand sac de caramels! Il les avait comptés et y avait passé beaucoup de temps. Il connaissait le nombre exact de caramels du grand sac. Il en a offert 46 à son ami Emmanuel.

— Oh!

— Il lui en restait 64.

Stupeur admirative.

— Pourriez-vous découvrir combien de caramels contenait le sac ?  
Ecrivons l'histoire au tableau. Combien en a-t-il donné à Emmanuel ?

— 56

— Non! 36

— C'est 46, crie Emmanuel.

— Emmanuel a raison!

— Il le sait bien, Emmanuel!

— Evidemment : c'est son ami!

— Combien lui en restait-il ?

— 64

— C'est juste le contraire de 46.

FRÉDÉRIQUE écrit au tableau

$$\square - 46 = 64$$

— Racontez l'histoire avec des flèches.

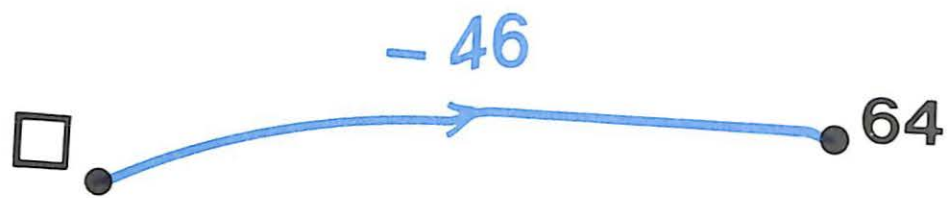
— C'est d'abord la bleue qui parle!

— - 46

— Oui ... et il en restait ?

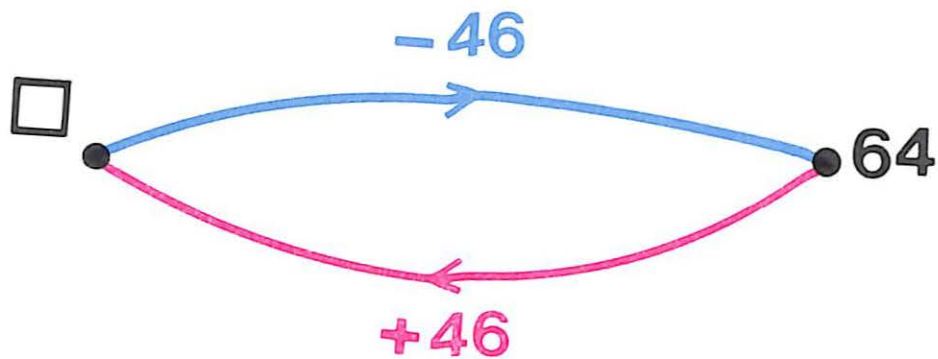
— 64

FRÉDÉRIQUE traduit progressivement l'histoire.



- Et maintenant ?
- On dit  $+ 46$  en rouge !
- D'où part la flèche rouge ?
- De 64.

FRÉDÉRIQUE complète le graphe.



- Ecrivons le calcul, en lisant de droite à gauche.
- $64 + 46 =$
- Calculons à la machine.
- Pepito, veux-tu marquer 64 sur la machine ?
- ...

— Très bien ! Et Emmanuel 46.  
Emmanuel se trompe et marque 4 et 6 sur la plaque des unités.

- Catastrophe !
- Emmanuel corrige sa faute.
- Je connais la réponse : cent dix.
- Très bien, Nicolas ! Sylvie, joue pour vérifier la réponse.

Sylvie calcule sur MINICOMPUTER.

- Cela fait cent dix, affirme-t-elle.

— Dominique, veux-tu écrire la réponse ?

Dominique se trompe.

— Regarde bien les plaques. Sur la première ?

— Zéro !

— Sur la deuxième ?

— Dix !

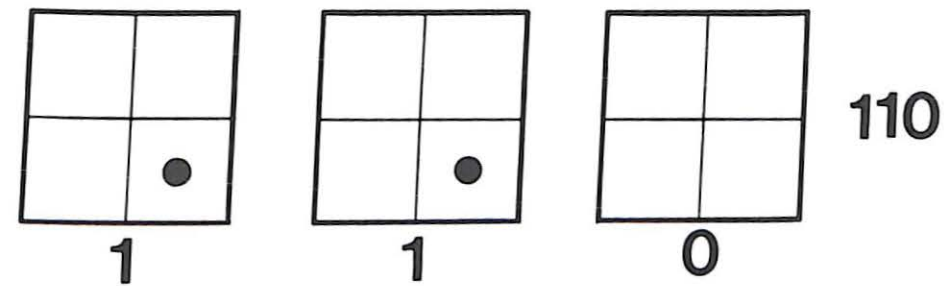
— Sur la troisième ?

— Cent !

Elle écrit : 100100

— Ecris avec ton doigt sous chaque plaque.

Dominique marque correctement



— Troisième et dernière histoire !

— Moi, je fais déjà les deux points !

— Bien, Jean-Philippe ! Tu as déjà tout préparé !

— On ne sait pas par quelle flèche on commencera !

— Non ! Elle sera peut-être rouge ... ou bleue.

Nous voici à nouveau ce fameux dimanche, jour-anniversaire de Nabuchodonosor. Notre ami a reçu de l'argent de poche de son papa et de sa maman. Il ne m'a pas dit ce que lui avait donné son papa ... mais il a reçu 75 F de sa maman. Il a ajouté : « Tes amis aiment calculer ; dis-leur qu'en tout, j'ai reçu 122 F. ».

Ecrivons le calcul.

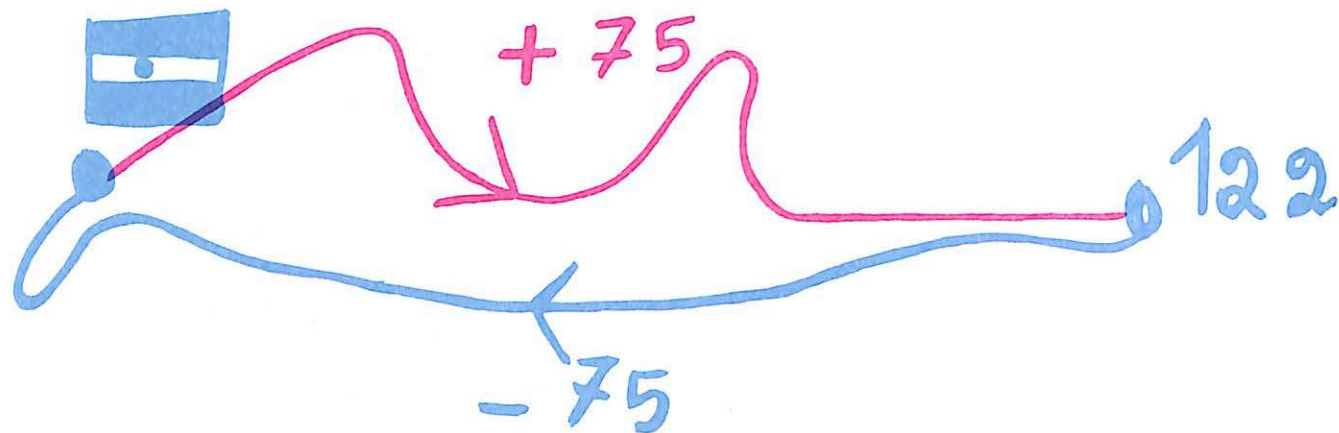
— D'abord la petite boîte.

La suite de la leçon se déroule, avec l'aide des enfants, de manière analogue aux deux premières histoires.



Carine Devroede

$$\square + 75 = 122$$



$$* 122 - 75 = \square 47$$

Échelle : 1

Age : 6 ans 11 mois

Carine est toute proche de la notion de couple des mathématiciens. Ses flèches montrent systématiquement que seules importent l'origine et l'extrémité.

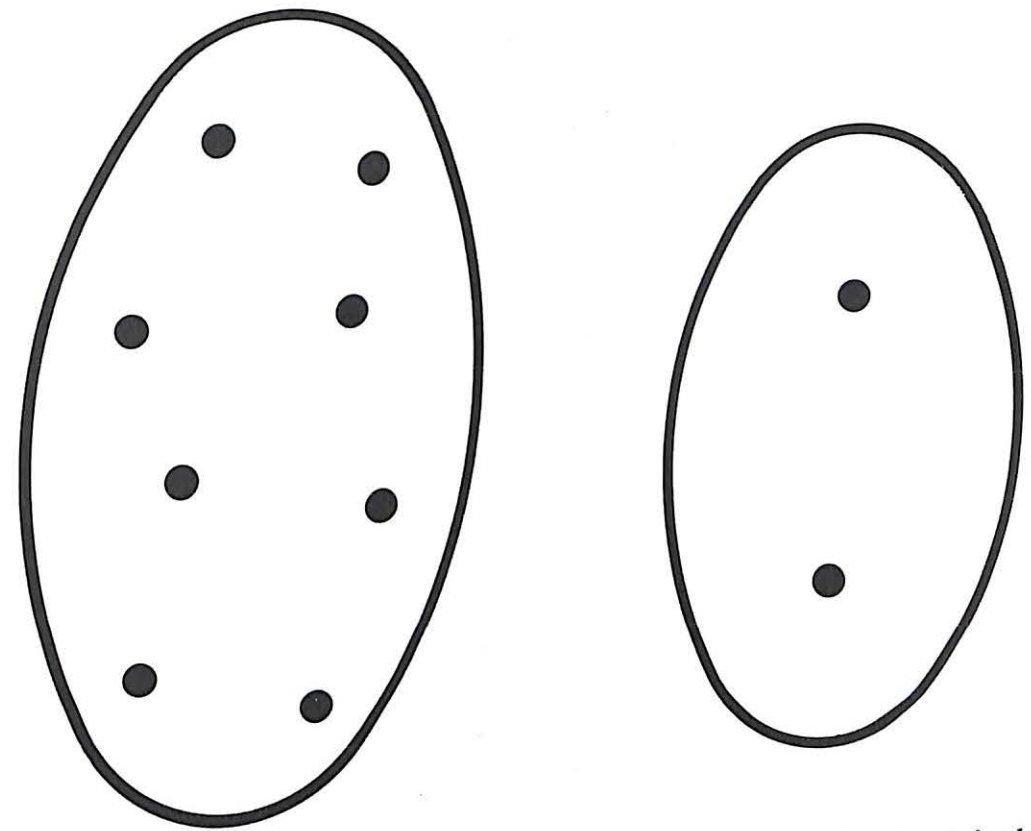
# 10

## Division et Fractions

### 1 - DISTRIBUER... ET DIVISER

DATE : 10 janvier 1968

— Distribuez ces bonbons à ces enfants



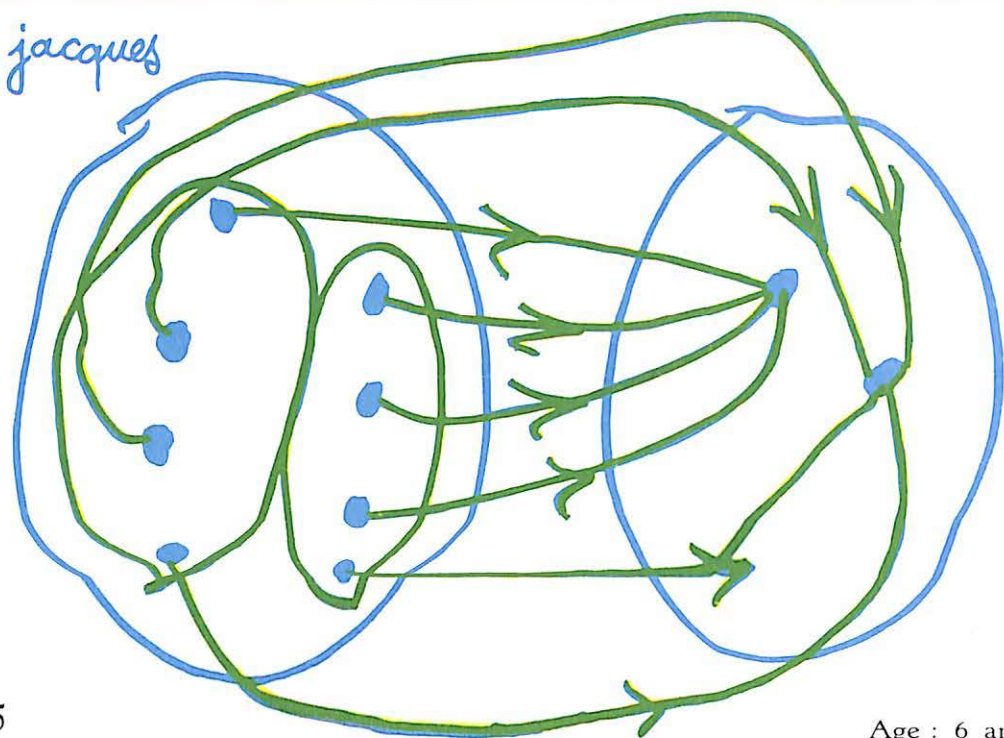
en donnant le même nombre de bonbons à chaque enfant.

Les élèves travaillent individuellement.

— Entourez les bonbons reçus par chaque enfant d'une corde de couleur.

## Deuxième distribution équitable de bonbons.

jean-jacques



Échelle : 0,5

Age : 6 ans 5 mois

Malgré des points bien alignés, Jean-Jacques commet deux erreurs.

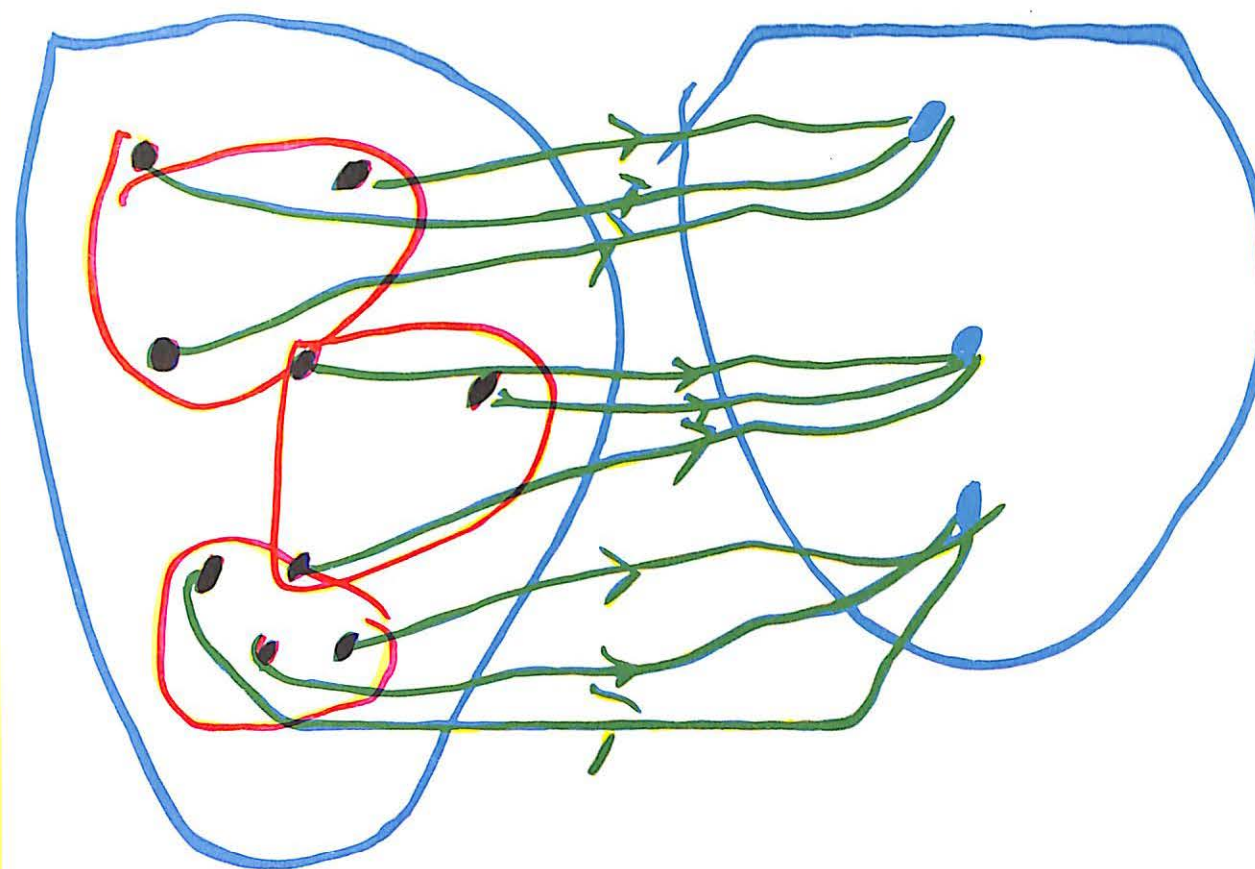
Anne BChamps  
mercredi, le 10 janvier

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 2 mois

Clair!

Myriam.

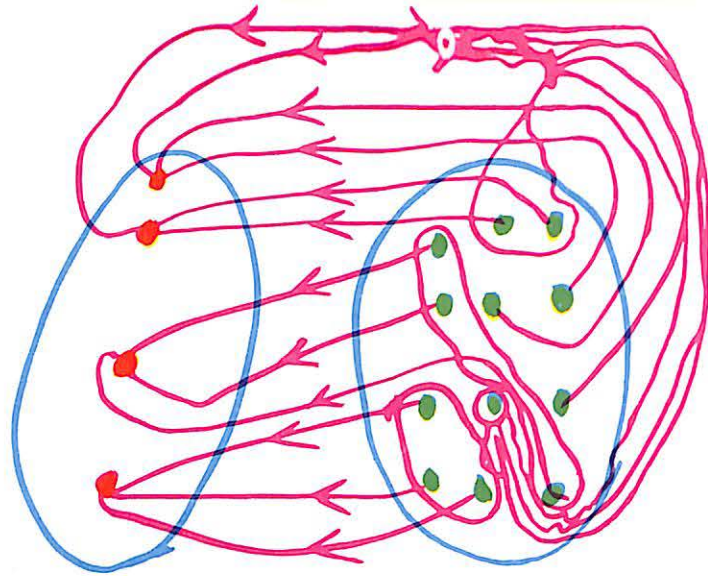


Échelle : 1

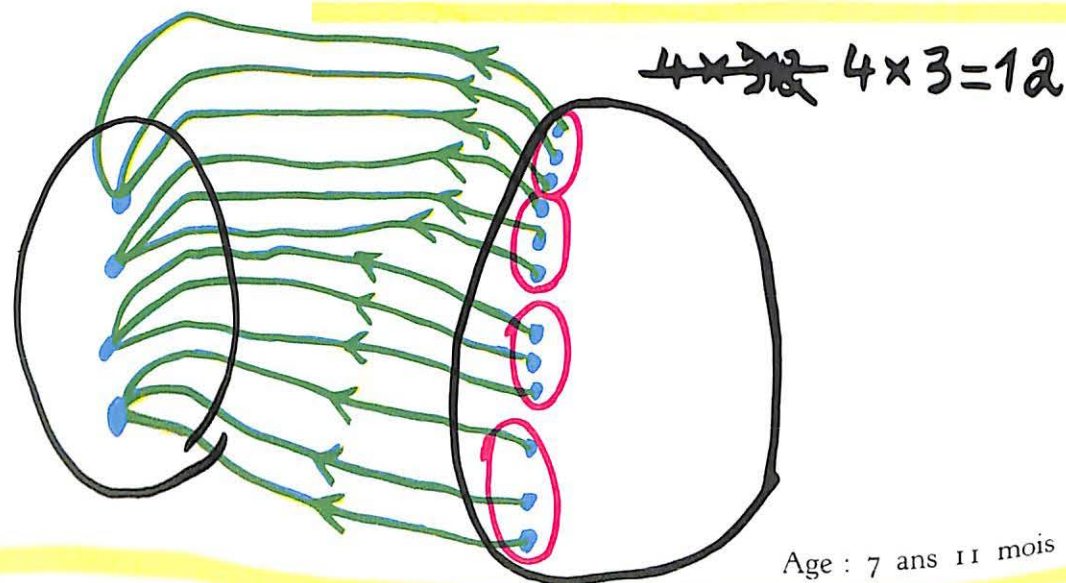
Age : 6 ans 7 mois

Malgré des difficultés d'ordre graphique qui apparaissent clairement sur le dessin, Myriam a conceptuellement bien compris.



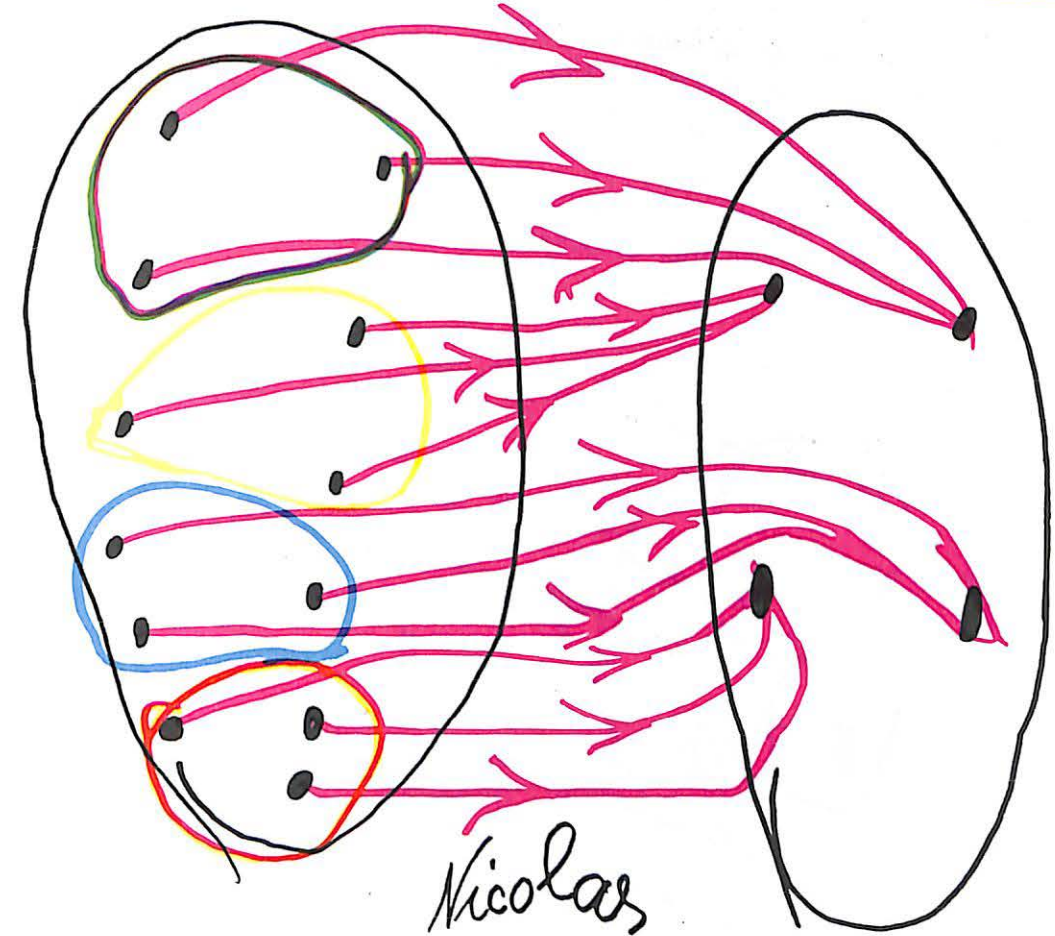
*Troisième distribution de bonbons.**Premier essai de Jean-Philippe.*

Jean-Philippe n'a pas perçu la solution d'avance. Il donne d'abord deux bonbons à chaque enfant et puis un troisième en supplément. Les flèches de distribution étant tracées, il constate que les bonbons sont malencontreusement disposés et que les paquets destinés à chaque enfant n'apparaissent pas clairement. Il s'en tire néanmoins en dessinant un diagramme de VENN très élastique et torturé qui montre qu'il a vraiment bien compris que les objets d'un même ensemble ne doivent pas être groupés dans l'espace. Avant de terminer son dessin, il estime sans doute que la présentation n'est pas claire. Il retourne sa feuille et présente un schéma limpide qui conserve cependant l'originalité de flèches allant de droite à gauche. D'un dessin à l'autre, Jean-Philippe est passé du chaos de la situation qu'il avait initialement à explorer à une vision à posteriori clairement structurée. C'est dans un cas très simple, un exemple d'une démarche essentielle de l'investigation mathématique d'une situation.

*Deuxième essai de Jean-Philippe.*

Échelle : 0,3

Age : 7 ans 11 mois

*Solution de Nicolas.*

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$6 + 6 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$8 + 4 = 12$$

~~4 x 3 = 12~~

Échelle : 0,5

Age : 6 ans 3 mois

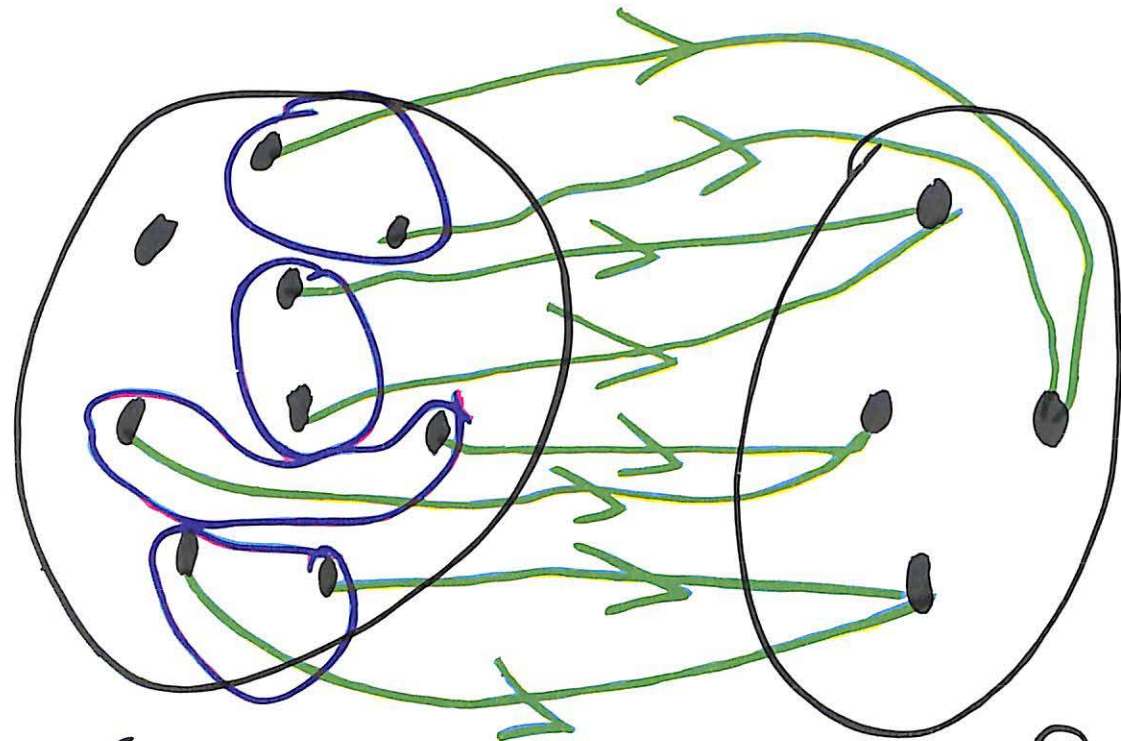
Nicolas voit d'emblée la solution. Il écrit spontanément des calculs qui racontent la distribution puis ... des calculs satellites.



DATE : 17 janvier 1968

Nouvelles distributions équitables de bonbons : même nombre de bonbons à chaque enfant.  
FRÉDÉRIQUE demande en outre d'écrire le calcul qui raconte la distribution.  
On travaille collectivement pour découvrir le premier calcul. Dans les autres distributions, les élèves travaillent individuellement.

Dans le calcul, FRÉDÉRIQUE n'utilise pas les conventions de hiérarchie des opérations qui permettront ultérieurement d'économiser certaines parenthèses.



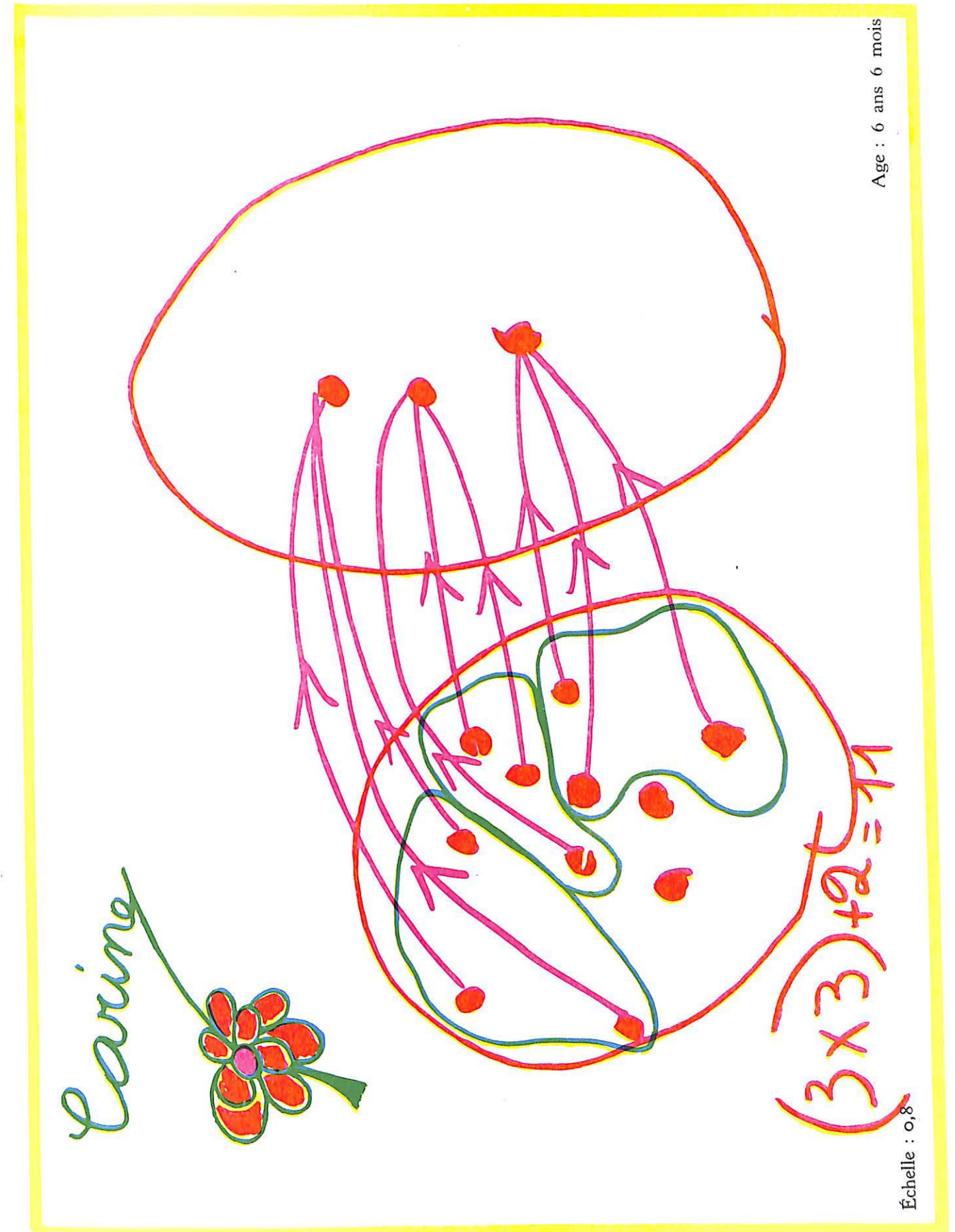
$$(4 \times 2) + 1 = 9$$

Sylvie

Age : 6 ans 4 mois

Échelle : 0,6

Sylvie produit un dessin bien équilibré mais le problème est trop simple pour qu'elle doive y consacrer tous ses soins. Il en résulte quelques négligences dans le tracé des flèches.



Carine

$$(3 \times 3) + 2 = 11$$

Échelle : 0,8

Age : 6 ans 6 mois

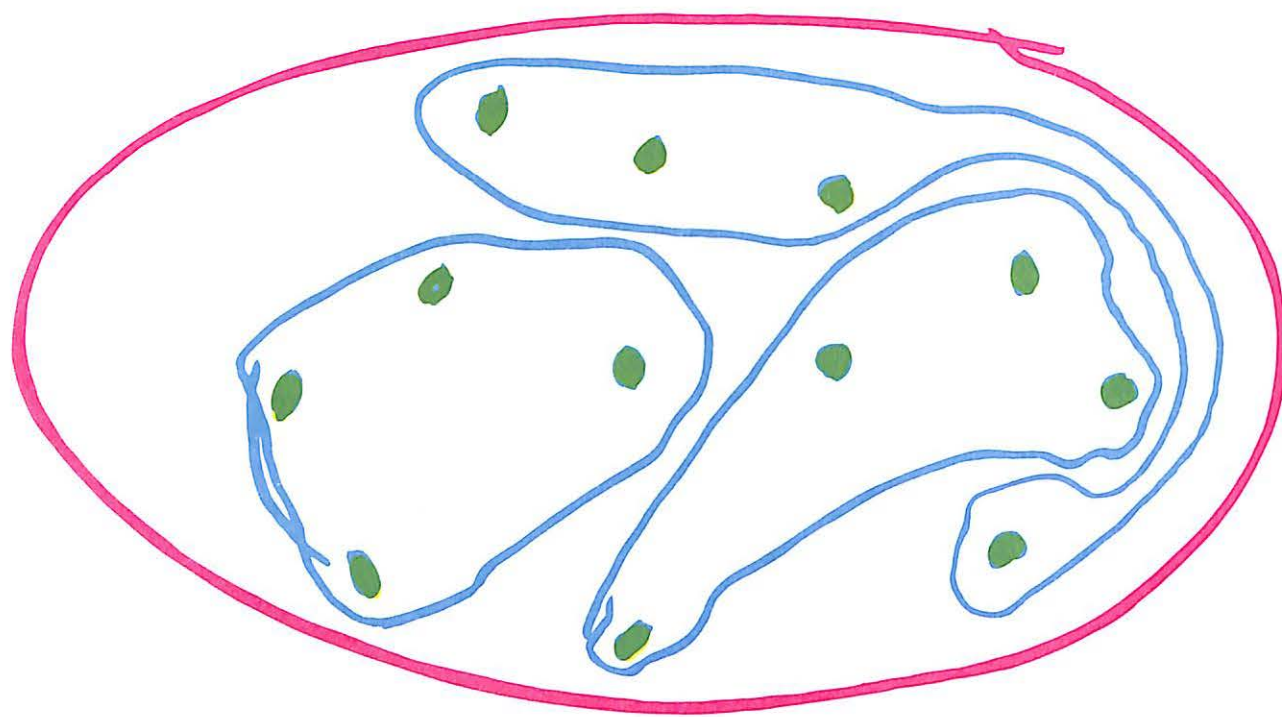


FRÉDÉRIQUE dessine une corde entourant 12 points.

— Partagez ces bonbons équitablement entre 3 enfants. Entourez d'une corde de couleur les bonbons destinés à chacun d'eux.

Après un premier essai où Jean-Philippe attribue 3 bonbons respectivement aux 3 enfants, il fournit une solution exacte.

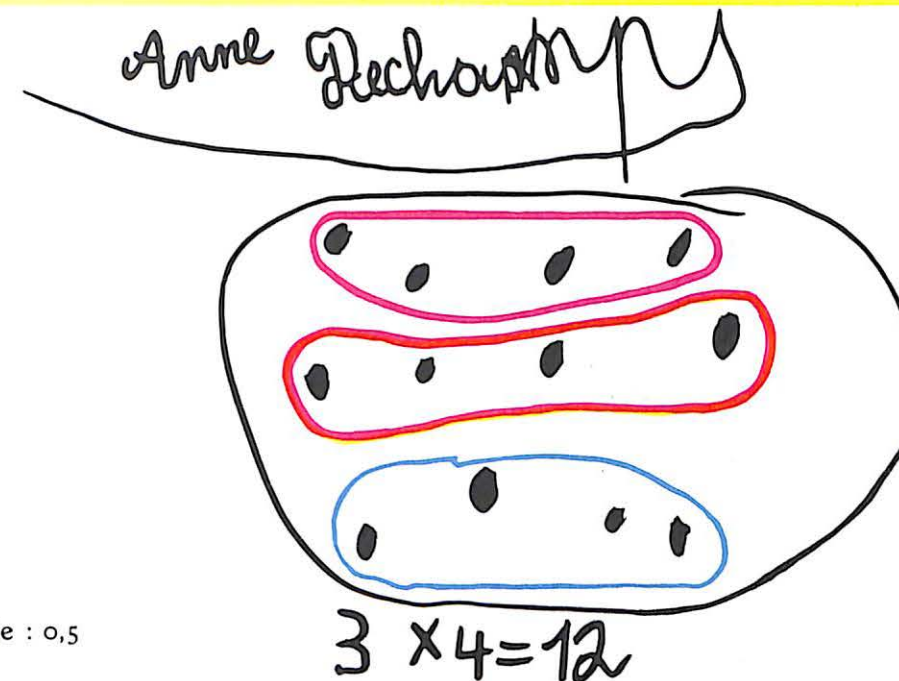
J P D E W I M A A A A



Échelle : 0,9

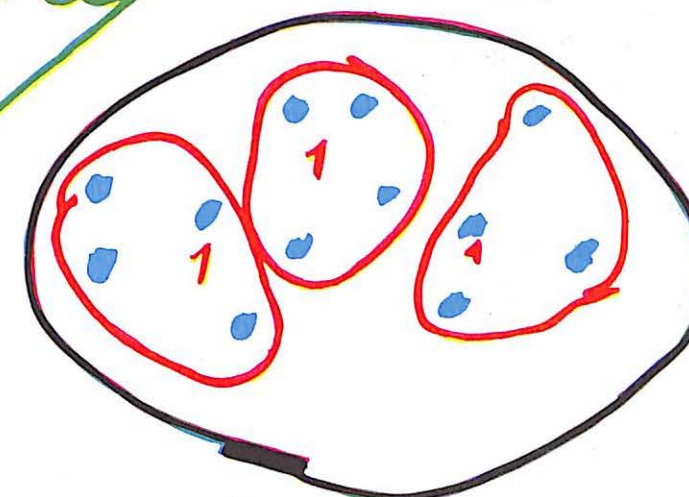
Age : 7 ans 11 mois

Jean-Philippe ne parvient pas à découvrir une partition astucieuse qui permette un dessin facile et clair.



Anne a d'abord dessiné l'ensemble des 12 bonbons. Quand on lui communique l'énoncé du problème, elle retourne sa feuille et sur le nouveau diagramme, elle dispose astucieusement les points. Elle conçoit d'abord et dessine ensuite. Sa disposition rappelle une représentation usuelle du produit cartésien.

Carine



Échelle : 0,5

$$3 \times 4 = 12$$

Age : 6 ans 6 mois

Chez Carine, il n'y a guère de trace d'un produit cartésien, à part, peut-être, ces curieux petits 1, possible début d'une ébauche avortée.

## 2 — DEMI

Chaque enfant a devant lui un tas de réglettes CUISENAIRE.

— Montrez le demi de la réglette marron.

Après quelques tâtonnements, les enfants montrent la réglette mauve.

FRÉDÉRIQUE pose la même question pour les réglettes vert foncé, orange, mauve, rouge.

— Montrez-moi un demi de la réglette mauve.

— Une réglette rouge.

— Deux demis de « mauve » ?

— Mauve.

— Trois demis de « mauve » ?

— Vert foncé.

— Quatre demis de « mauve » ?

— Marron.

— Cinq demis de « mauve » ?

— Orange.

Ces réponses verbales s'accompagnent de manipulations de réglettes mises bout à bout et de vérifications par comparaison de longueurs. Ensuite, on passe aux nombres.

— Le demi de 4 ?

— 2

— Les deux demis de 4 ?

— 4

— Les trois demis de 4 ?

— 6

— Les quatre demis de 4 ?

— 8

etc.

DATE : 24 janvier 1968

## § 2] DEMI

— Les neuf demis de 4 ?

— 18 etc.

Puis on découvre successivement le demi de 6, de 2, de 8, de 10 ... en s'aidant des réglettes, si nécessaire.

— Qui sait écrire un demi ?

— Moi, dit Carine, en écrivant en toutes lettres un demi.

— Très bien! On peut encore l'écrire comme ceci :  $\frac{1}{2}$

Par exemple, un demi de 4 s'écrira :  $\frac{1}{2} \times 4 =$

Impressionnés par ce nouveau symbole, les enfants écrivent leur première page de calcul de fractions avec un soin tout particulier.

Handwritten mathematical work by a 7-year-old child. The page contains several multiplication problems involving fractions and drawings.

Mathematical work:

$$\frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$\frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$\frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$$\frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\frac{3}{2} \times 4 = 6$$

$$\frac{2}{2} \times 4 = 4$$

Drawings:

- A house with a chimney and a ladder leading to a platform labeled "emmandeur".
- A person sitting at a table with a lamp.

Echelle : 0,5

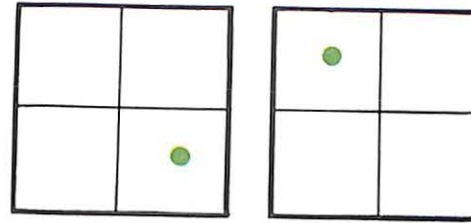
Age : 7 ans 1 mois



DATE : 26 janvier 1968

— Marquez 18 sur la machine.

Un enfant forme 18 sur MINICOMPUTER mural.

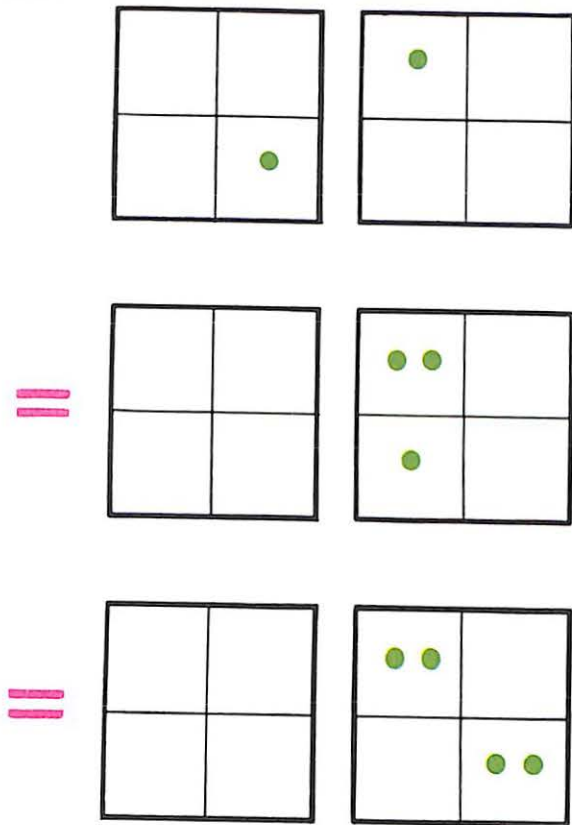


— Comment calculer le demi de 18 avec notre machine ?

...

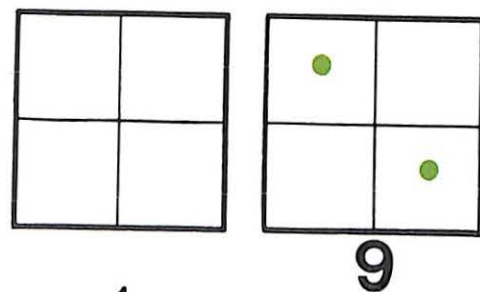
— En jouant, marquez 18 autrement en essayant d'amener deux pions dans la même case.

— Il faut jouer à l'envers !



— Quel est le demi de 18 ?

Marina enlève un pion sur chacune des cases occupées et proclame :

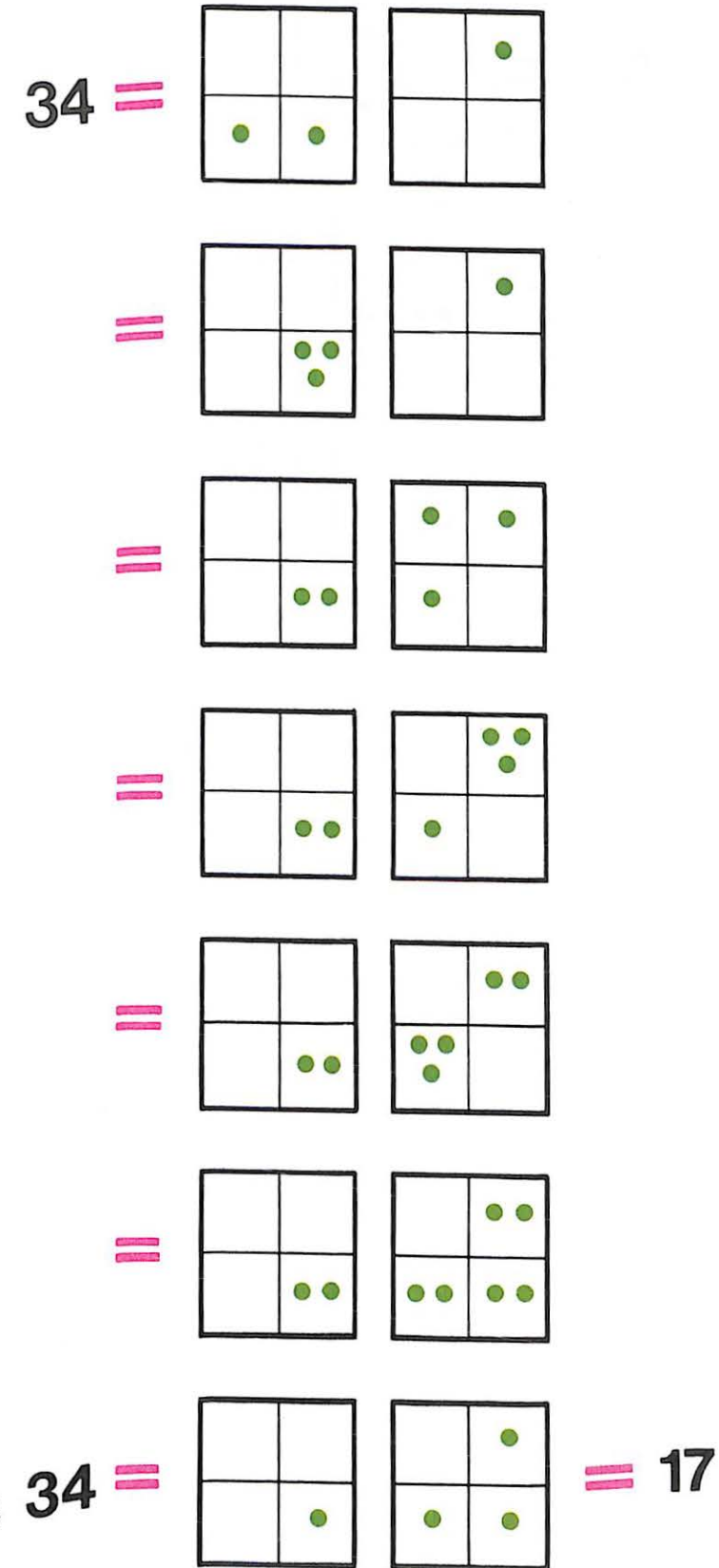


$$\frac{1}{2} \times 18 = 9$$

On écrit :

— Quel est le demi de 34 ?

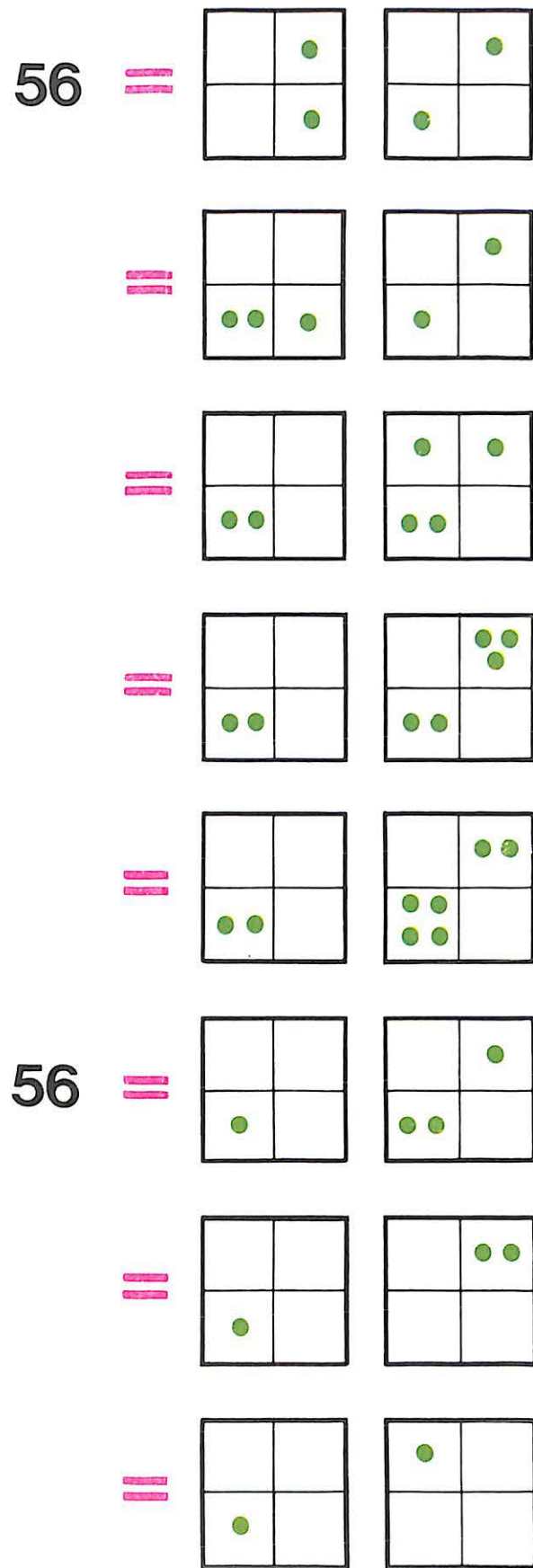
Ce calcul est effectué par la classe concentrée sur MINICOMPUTER. Chaque joueur a droit à une manipulation.



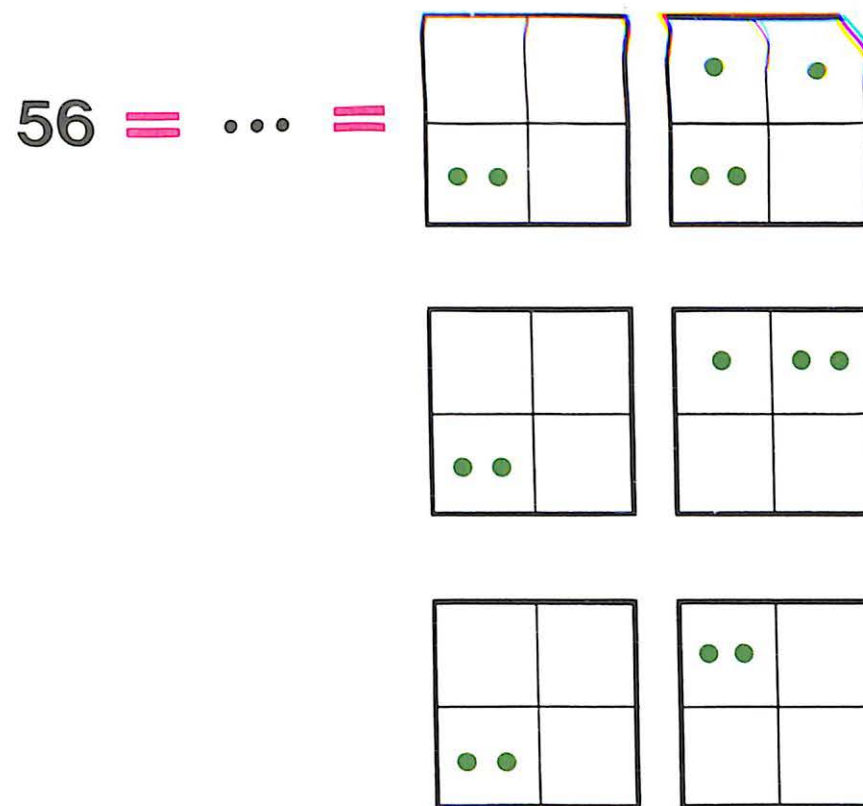
$$\frac{1}{2} \times 34 = 17$$

— *Quel est le demi de 56 ?*

La classe dirige la manœuvre.



Le lecteur attentif a remarqué qu'une meilleure stratégie aurait abrégé la fin du calcul.



D'où immédiatement :

$$\frac{1}{2} \times 56 = \text{[two 2x2 grids, each with one dot]} = 28$$

Cette stratégie plus subtile est rarement découverte par les débutants. FRÉDÉRIQUE se garde de la leur imposer, ce qui inhiberait leurs démarches. Elle laisse les enfants proposer et effectuer les manœuvres spontanément, même si la voie choisie est plus longue. Plus tard, quand ils auront plus d'expérience, on comparera des stratégies diverses en vue de découvrir la plus économique.

28