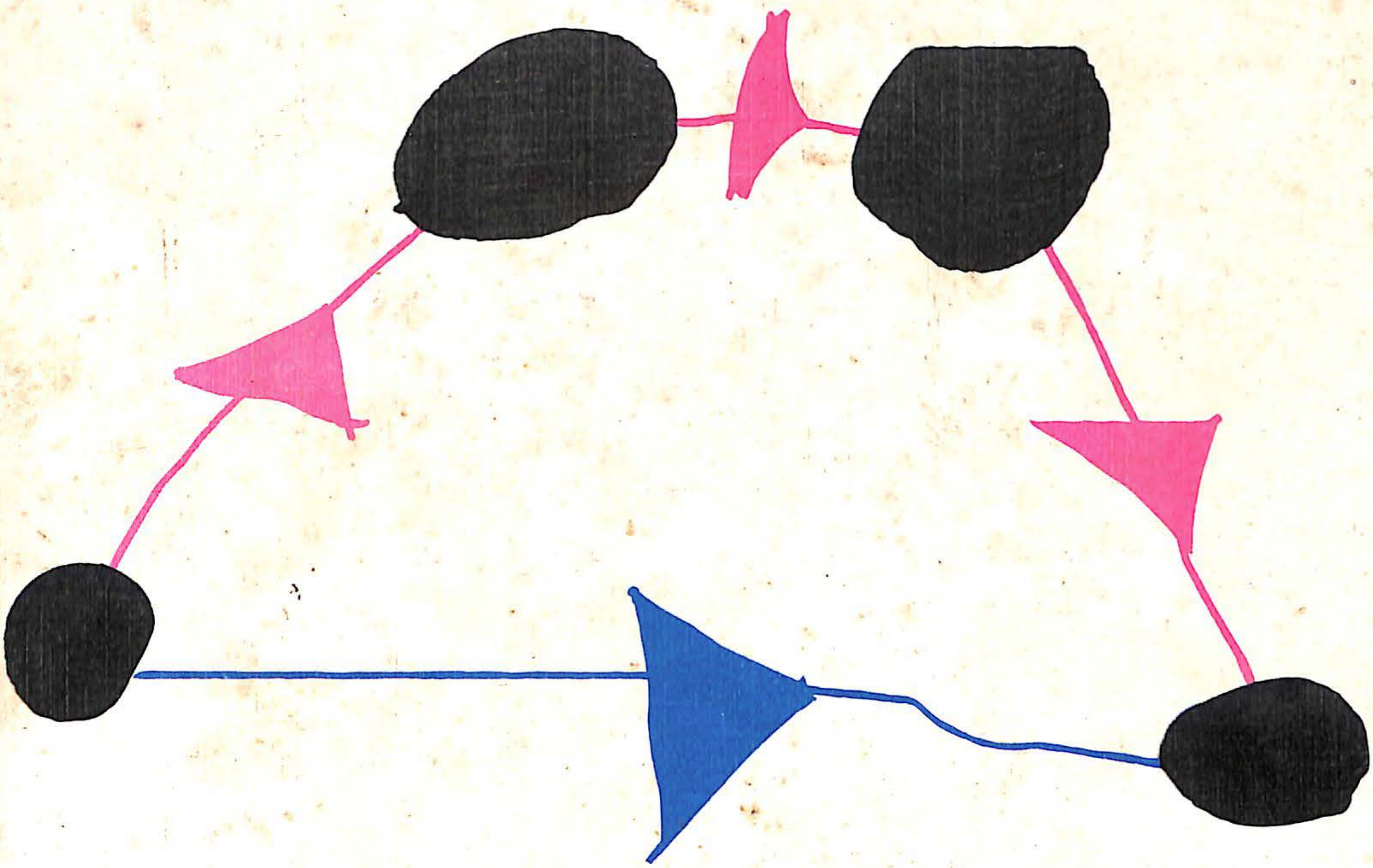
FREDERIQUE



LES ENFANTS ET LA MATHEMATIQUE 1

LES ENFANTS
ET
LA MATHÉMATIQUE

OUVRAGES DES PAPY

Chez le même Editeur :

L'ENFANT ET LES GRAPHES
(Traduction : Algonquin)

MATHÉMATIQUE MODERNE

(Reconstruction de la mathématique au niveau élémentaire)

1. **ENSEMBLES, RELATIONS**
2. **NOMBRES RÉELS ET VECTORIEL PLAN**
3. **VOICI EUCLIDE**
5. **ARITHMÉTIQUE**
6. **VECTORIEL EUCLIDIEN PLAN**
(Traductions: Eudeba, Collier-Macmillan, Klett, Tineretului, Meulenhoff-Didier, Ao Livro Tecnico, Nippon Hyoron Sha)

Aux Presses Universitaires de Bruxelles

GROUPES (Traductions: Macmillan, Feltrinelli, Plantijn)

Collection **FRÉDÉRIQUE** (Traductions: Vandenhoeck et Ruprecht, Plantijn, Feltrinelli, Algonquin)

1. **GÉOMÉTRIE PLANE ET NOMBRES RÉELS**
2. **INITIATION AUX ESPACES VECTORIELS**
3. **LE PREMIER ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE**

Chez d'autres Editeurs

GROUPOÏDES (Labor) (Traductions: Vandenhoeck et Ruprecht)
ERSTE ELEMENTE DER MODERNEN MATHEMATIK (Otto Salle)
MINICOMPUTER (IVAC, Bruxelles)

FRÉDÉRIQUE

LES ENFANTS
ET
LA MATHÉMATIQUE

1

MARCEL DIDIER

BRUXELLES - MONTRÉAL - PARIS

1970

A ma mère

Sous le titre „*Sur le premier enseignement de la mathématique et une méthodologie de la formation continue des enseignants*" le présent ouvrage a constitué une thèse de doctorat soutenue à la Faculté des Sciences de l'Université de Bruxelles, le 8 décembre 1968.

La thèse annexe était formulée :
„Il est possible de démontrer de manière élémentaire qu'il existe un épimorphisme continu **e** du groupe $\mathbf{R},+$ sur le groupe des angles et que $\mathbf{eR}_{\circ}$ est l'ensemble de tels épimorphismes".

PRÉFACE

Buts de cet ouvrage :

- *Contribuer à la création d'une méthodologie de l'apprentissage des premiers éléments de la mathématique d'aujourd'hui par des enfants de six ans.*
- *Produire un livre d'un genre nouveau qui transmette directement cette méthodologie et les éléments de mathématique sous-jacents.*
- *Contribuer ainsi à jeter les bases d'une méthodologie continue de la formation des enseignants.*
- *Établir un document pour l'étude psychologique du premier apprentissage de la mathématique.*

* * *

L'expérience pédagogique qui fait l'objet de ce livre s'est déroulée pendant l'année scolaire 1967-1968 dans une classe non sélectionnée d'enfants de six ans de l'École Normale Primaire Berkendael dirigée par Madame BRACOPS. Une anomalie administrative a permis à Mademoiselle Danielle INCOLLE, Assistante au Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, de répéter cet enseignement dans une classe parallèle et d'en confirmer les résultats à quelques semaines de distance.

Les notes détaillées recueillies par Danielle INCOLLE qui a assisté à toutes mes leçons ont été extrêmement précieuses lors de la rédaction de cet ouvrage.

Les institutrices titulaires, Mesdames GITS et STOREZ, présentes lors des cours de mathématique, ont suivi l'expérience avec intérêt et sympathie et ont largement contribué à la parfaite intégration de nos leçons dans le reste de l'enseignement.

L'expérience a été suivie par une équipe d'Inspecteurs de l'Enseignement primaire et tout particulièrement par Monsieur BRISMER, Inspecteur des Écoles de l'État.

Nous avons bénéficié également de la collaboration agissante de Mademoiselle LEVIS, professeur de pédagogie à l'École Normale Berkendael, dont nous avons retenu maintes suggestions judicieuses.

Ce travail a été réalisé grâce au mandat de Chef de Travaux qui m'a été attribué par le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique. La présence à de nombreuses leçons de Norma ARAUJO, Eliana COSTA NOGUEIRA, Elena COTTET, Françoise DARGE, Arago de CARVALHO BACKX, Abdullah DEMIRALP, Maria-Amalia FERRER, Jose Alzir Correa LEITE, Fons VOS, Assistants de ce Centre, a permis de recueillir des renseignements détaillés sur les réactions individuelles de tous les élèves de la classe.

En dehors de la source d'inspiration qu'a constituée le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, ses publications et ses stages, je tiens à dire tout ce que je dois aux vingt réunions de la Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement de la Mathématique auxquelles il m'a été donné d'assister et grâce auxquelles j'ai bénéficié d'un contact direct avec la pensée pédagogique et mathématique de personnalités aussi éminentes que variées, telles que Emma CASTELNUOVO, Gustave CHOQUET, Zoltan P. DIENES, Jean DIEUDONNÉ, T. J. FLETCHER, Celestino GALLI, Caleb GATTEGNO, Anna Sofia KRYGOWSKA, Angelo PESCARINI, Jean PIAGET, † Pedro PUIG ADAM [CIEAEM] [1].

Il me reste l'agréable devoir de citer les élèves de nos deux classes qui furent incontestablement les acteurs les plus importants de l'expérience et les auteurs de la plupart des illustrations qui agrémentent l'ouvrage. Au début de l'année, j'ai conduit une classe de 29 élèves. A partir du 15 octobre, pour des raisons administratives indépendantes de notre volonté, la composition des classes a été remaniée et j'ai poursuivi l'expérience dans une classe réduite à 19 élèves, les 10 autres constituant une partie de la classe parallèle conduite par Danielle INCOLLE. On a veillé, au cours de ce partage, à créer autant que possible des classes de même niveau en se fondant sur les résultats des tests exécutés par le Centre psycho-médico-social dirigé par Monsieur TOMAS.

FRÉDÉRIQUE.

Duinbergen, août, 1968.

1. Les crochets renvoient à la bibliographie placée en fin d'introduction.

AVERTISSEMENT

tout particulièrement destiné à l'Ami lecteur, non encore initié aux premiers éléments de mathématique moderne.

- L'introduction situe, donne une idée d'ensemble, restitue l'ordre chronologique, analyse, commente, éclaire.
- La lecture de l'ouvrage proprement dit est plus facile que celle de son introduction.
- La lecture de l'introduction n'est heureusement pas nécessaire à la compréhension du reste de l'ouvrage.
- Conseil à l'Ami lecteur:
  Aborder le livre par une lecture rapide de l'introduction, sans s'arrêter aux termes mathématiques qui paraîtraient difficiles.
- Réponse a posteriori aux questions mathématiques que poserait l'ouvrage sera aisément trouvée dans

[EG] Intermezzo

[Mi] ch. 13

et

[MM1] ch. 1 à 5 et ch. 7 à 13

INTRODUCTION

1. SOURCES

Nous avons abordé de manière systématique le problème de l'enseignement de la mathématique à l'école primaire après neuf années d'expériences pédagogiques au niveau secondaire dans le cadre de la réforme inspirée par PAPY [A 10].

Pendant cette période déjà, d'assez nombreuses leçons occasionnelles et sporadiques à des élèves de 6 à 12 ans nous avaient convaincu de la possibilité et de la nécessité d'une réforme au niveau primaire et nous en faisaient entrevoir quelques-unes des grandes lignes.

La nouvelle expérience utilise de manière essentielle certains des résultats les plus importants obtenus antérieurement. La reconstruction de l'édifice mathématique, au niveau secondaire, sous-jacente à la réforme offre un cadre solide au nouvel enseignement de 6 à 12 ans et l'oriente en lui présentant une perspective et un but.
[MM1] [MM2] [MM3] [MM5] [MM6] [A8] [A9] [F2] [F3] [K6] [CHOQUET] [DIEUDONNÉ] [ARTIN].

Nous utilisons de manière occasionnelle les réglettes CUISENAIRE qui motivent heureusement l'introduction de MINICOMPUTER de PAPY et les blocs logiques de VYGOTSKY-HULL-DIENES qui facilitent l'accès au diagramme ensembliste en feuille de trèfle [Cu] [BL] [GOUTARD] [RAVERSCHOT] [DIENES].

Trois moyens pédagogiques dus à PAPY, la technique des cordes de couleur, les graphes multicolores et MINICOMPUTER ont été constamment utilisés [B] [EE] [G] [g] [Mi].

2. FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANTS

La forme du présent ouvrage est largement influencée par les conclusions que l'on a pu tirer des cours de formation continue des enseignants organisés par le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique et dirigés par Dr. Roger HOLVOET.

- Les situations qui conviennent à l'enseignement aux élèves sont les meilleures pour la formation de leurs maîtres.
- Ne proposer aux professeurs en exercice que des matières directement utilisables dans leur propre enseignement.
- Inculquer en même temps la mathématique nouvelle et la pédagogie de son enseignement.

3. STRUCTURE DE L'OUVRAGE

Un livre antérieur [EG] décrit et commente les dix premières leçons consacrées aux graphes dans mon enseignement à l'école primaire. Un intermezzo placé au centre de [EG] fixe quelques-unes des notions de mathématique moderne sous-jacentes. Il n'était ni possible, ni utile, ni même souhaitable de présenter avec le même souci du détail mes 200 leçons dans la petite classe.

Le présent document relate les grands moments de cet enseignement de manière aussi vivante que possible. Il décrit les situations pédagogiques originales utilisées dans 130 leçons et laisse au lecteur le soin d'imaginer en toute liberté un déroulement possible des leçons de routine intermédiaires.

Les enfants de six ans ne s'intéressent pas volontiers au même objet pendant plusieurs jours consécutifs. Dans la classe, il est nécessaire d'alterner les sujets. Afin de faciliter la lecture, le présent ouvrage s'écarte de l'ordre chronologique et procède à des groupements par thèmes. Les leçons évoquées sont datées de manière à permettre au lecteur de s'y retrouver et d'emporter de l'expérience une vue aussi fidèle que possible. L'analyse ci-dessous la rétablit dans sa chronologie.

4. ANALYSE DE L'EXPÉRIENCE

Les graphes multicolores et MINICOMPUTER de PAPY, petite machine à apprendre à calculer donnent le ton à cet enseignement et révèlent en même temps deux objectifs majeurs :

1. Introduction de l'enfant dans le monde consciemment relationnel de la mathématique moderne.

2. Initiation progressive aux techniques de calcul dans des ensembles de nombres de plus en plus riches.

*

Au cours du **premier mois,** les enfants sont mis en présence des trois types de situations créées respectivement par

1. les graphes
2. le matériel CUISENAIRE
3. les blocs logiques de DIENES

Les leçons concernant ces trois sortes d'activité alternent de manière à éviter toute lassitude.

Les graphes permettent de décrire et d'étudier des relations de parenté comme *frère et sœur*, des fonctions réciproques comme *montre son soulier gauche*, *montre son soulier droit* et des applications d'un ensemble dans un autre telles que les distributions de courrier et de bonbons. Ces jolis dessins multicolores contribuent à dégager la notion mathématique de relation de la connaissance commune d'enfants non encore scolarisés, en lui conservant la saveur des situations familières qui lui ont donné naissance [EG].

Grâce au matériel CUISENAIRE, les élèves classent, ordonnent, construisent trains et murs, établissent des bijections et consacrent une attention spéciale à la gamme binaire des réglettes rouges (Ch. 1).

Les blocs logiques conduisent à réaliser concrètement et à dessiner le diagramme général de VENN pour un couple d'ensembles (Ch. 14, § 1).

*

Les enfants de six ans qui entrent en première année primaire ont une certaine notion des premiers nombres naturels. L'étendue de ces connaissances varie fort d'un enfant à l'autre.

Les enfants amorcent la fameuse litanie **1, 2, 3,** ... en la prolongeant chacun aussi loin que possible. C'est l'occasion, au début du **deuxième mois,** de dessiner des ribambelles sous forme de spirales [EG].

La numération écrite était en général mieux connue que la numération parlée rendue plus difficile par des anomalies phonétiques. Le lien entre la numération écrite et la numération parlée doit être renforcé. Quand la ribambelle se prolonge, les nombres naturels apparaissent essentiellement sous l'aspect ordinal.

On dégage peu à peu la structure d'ordre total strict en dessinant des graphes des relations $<$ et $>$ définies dans certains petits ensembles de naturels [EG] (Ch. 12, § 1).

Au début du deuxième mois, apparaît explicitement le lien entre nombres naturels et bijections, fait banal aux yeux des enfants tant qu'il s'agit de petits nombres [EG].

Les signes $+$, $<$, $=$ s'introduisent dès le premier mois pour décrire certaines observations que suggère la juxtaposition de réglettes CUISENAIRE (Ch. 1, § 5).

Au cours du second mois, l'addition des nombres naturels est introduite à partir de la réunion d'ensembles disjoints (Ch. 3, § 1 et 2). De nouveaux graphes présentent les fonctions **+1, +2, +3** (Ch. 3, § 3).

Jusqu'ici les enfants n'ont pas encore effectué de calcul mécanique ou mental. La méthode que nous avons suivie pour initier l'enfant à cette nouvelle démarche de l'esprit utilise les avantages décisifs du binaire sur tout autre système de position, tout en tenant compte du contexte décimal dans lequel nous sommes plongés. Il nous a été possible d'atteindre ce résultat grâce à MINICOMPUTER de PAPY.

Inspiré par certains travaux de Monseigneur LEMAITRE, ce genre d'abaque bidimensionnel utilise harmonieusement le binaire à l'intérieur de plaques organisées décimalement [Mi] [LEMAITRE].

Les couleurs rappellent la gamme des rouges de CUISENAIRE qui facilite l'accès aux quatre règles de la machine.

Ainsi armés, nos élèves sont capables de représenter sur MINICOMPUTER le nombre d'éléments d'un ensemble de pions placés sur la case **1**. L'application régressive des quatre règles fondamentales permet de conserver le contact concret avec un nombre écrit ou représenté sur la machine.

Après 15 jours, la pression de la classe m'oblige à introduire une troisième plaque et à accepter des nombres plus grands que **100** (Ch. 2).

L'addition d'entiers naturels s'effectue de manière automatique en „jouant" sur la machine. Il en est de même de l'opération *doubler*, une des notions primitives chez l'enfant et fondamentale dans MINICOMPUTER (Ch. 3, § 1 à 4).

La part de mémoire arbitraire si souvent rebutante dans l'apprentissage du calcul est réduite au minimum. L'addition des petits nombres eux-mêmes est effectuée selon des règles intelligibles : le système binaire pur lorsque la somme est inférieure à 9 et un système mixte décimal-binaire dans les autres cas. Les enfants sont ainsi initiés dès le début à un système de numération de position.

*

Le **troisième mois** ouvre la porte à la soustraction des naturels, qui se trouve en germe dans la connaissance commune des enfants. Parallèlement, on dessine les graphes des réciproques **−1, −2, −3** aux fonctions **+1, +2, +3**.

Les élèves comprennent sans peine que l'on passe d'un graphe de la fonction **+2** à un graphe de la fonction **−2** en retournant les flèches (Ch. 4).

La multiplication des naturels — présentée comme addition répétée — permet d'utiliser à nouveau les tableaux à double entrée ou diagrammes cartésiens introduits dès le premier mois à l'occasion de problèmes relatifs aux blocs logiques de DIENES (Ch. 5) (Ch. 14, § 1).

J'évite de restreindre l'utilisation des graphes aux situations numériques. Le dessin du plan de la classe est l'occasion d'une investigation géométrique importante. Les élèves se sont retrouvés facilement sur le plan dessiné au tableau vertical. Cette situation s'est animée quand on l'a enrichie d'un tracé de la relation *a même prénom que*, premier exemple d'équivalence (Ch. 7, § 1).

Les enfants savent écrire leur prénom et commencent à s'intéresser aux lettres. J'attire l'attention sur les initiales en demandant de dessiner un graphe de la fonction *montre la première lettre de son prénom*.

Ainsi réapparaissent les partitions introduites au cours du premier mois par les distributions de lettres et de bonbons (Ch. 3, § 8).

*

Pendant les **quatrième et cinquième mois** qui comportent deux semaines de vacances, on étudie plus systématiquement certaines des notions déjà rencontrées, en les présentant dans des situations plus élaborées.

Ainsi s'introduit progressivement le fameux shamrock ou diagramme en feuille de trèfle qui représente des triples d'ensembles en situation générique. Si l'on admet les plages vides, éventuellement hachurées, ce diagramme est valable pour tout triple d'ensembles et constitue une petite machine à raisonner logiquement (Ch. 14, § 3).

Les distributions de bonbons, aussi équitables que possible, conduisent à des partitions qui décrivent intuitivement et rigoureusement une division avec reste (Ch. 10).

La commutativité de l'addition est d'emblée évidente pour les enfants. Le droit d'effectuer des additions par groupement constitue la commutassociativité.

On imagine qu'un des enfants de la classe dépose une bille dans un grand sac, un deuxième deux, un troisième trois, ..., le dernier dix-neuf. Combien de billes dans le grand sac ? MINI-

COMPUTER calcule ce nombre. Je présente alors aux élèves la célèbre remarque du jeune GAUSS : on aurait aussi mis toutes les billes dans le sac si l'on avait demandé successivement au premier et au dix-neuvième enfant d'y déposer les billes, ensuite au deuxième et au dix-huitième, etc. On accède ainsi plus rapidement au résultat en s'appuyant en fait sur la commutassociativité. Nous utilisons les parenthèses qui introduisent ici tant de clarté (Ch. 3. § 11).

Les diagrammes cartésiens permettent aux élèves de découvrir la commutativité de la multiplication, propriété qui ne leur paraît pas toujours spontanément évidente (Ch. 5, § 2).

La composition des fonctions **+1** et **+2** introduit des graphes multicolores amusants, source d'exercices variés qui dégagent progressivement la notion de composition (Ch. 6, § 1).

*

Chaque matin, les enfants notent la température en degrés centigrades (Celsius). A Bruxelles au début de l'année scolaire, uniquement des nombres naturels; les mois d'hiver imposent les négatifs. Au **sixième mois**, les entiers négatifs se trouvent dans la connaissance commune des élèves avec le statut de nombres authentiques servant à „mesurer" une „grandeur" bien sensible.

La notation des résultats d'une suite de parties de dés, jouées par deux enfants, utilise des nombres rouges et bleus, aux effets antagonistes, puisque tout point gagné par l'un des joueurs tue un point gagné par l'autre. Il s'en suit une addition de nombres rouges et bleus. A la notation près, les élèves accèdent au groupe additif des entiers rationnels.

Ultérieurement, on simplifie l'écriture : tous les nombres sont écrits en noir, les anciens bleus étant surmontés d'une petite barre. Cette fois, nous avons effectivement le groupe **Z, +**, à une toute petite variante près, $\overline{3}$ étant mis pour −3. On a reconnu depuis longtemps les avantages que présente pour les débutants la notation $\overline{3}$, couramment utilisée dans les calculs logarithmiques de jadis.

Tout au début, nous notons le résultat de chaque partie en plaçant des pions, rouges et bleus, sur un plateau. Une bataille d'extermination fournit le score final. Spontanément les élèves transfèrent le procédé à MINICOMPUTER.

Le lien entre la soustraction de nombres naturels et l'addition dans le groupe des entiers rationnels est alors mis en évidence (Ch. 8).

La fonction **double** et sa réciproque **demi** sont présentées sous des éclairages différents : avec les réglettes CUISENAIRE, au moyen des diagrammes de VENN, sur MINICOMPUTER et à l'aide des graphes (Ch. 10, § 2 et 4).

*

Au cours des **septième et huitième mois** (deux semaines de vacances), on aborde des problèmes donnant lieu à une équation de type $x + a = b$ ou $x - a = b$. Il est hors de question de présenter l'énoncé sous forme écrite à des enfants qui ne savent pas suffisamment lire. Communiquée verbalement, l'histoire est répétée, puis résumée par une équation où une petite boîte représente l'inconnue selon le vénérable procédé des patterns, et enfin, traduite par un graphe. Retourner la flèche fournit le nombre caché dans la boîte et résoud l'équation... par la méthode générale valable pour tout groupe (Ch. 9).

MINICOMPUTER met en évidence de manière frappante *nombres pairs* et *nombres impairs;* c'est l'occasion de problèmes où intervient la numérotation des maisons d'une rue (Ch. 7, § 2 et 3).

La fonction *quadruple* apparaît comme carré de composition de la fonction *double* et donne lieu à des calculs sur MINICOMPUTER (Ch. 6, § 2).

La fonction *quart* est étudiée au moyen des réglettes CUISENAIRE, à l'aide des diagrammes de VENN et comme réciproque de la fonction *quadruple*. Graphes et MINICOMPUTER soulignent que *quart* est le carré de composition de *demi*. Toutes ces fonctions sont l'occasion de nombreux calculs à la machine (Ch. 10, § 3 et 5).

Triple et *tiers* sont étudiées à leur tour au moyen des réglettes, des diagrammes de VENN, des graphes et de MINICOMPUTER (Ch. 10, § 6).

On montre encore que la fonction *octuple* est le cube de composition de la fonction *double* (Ch. 6, § 2).

Jusqu'ici, la fonction *demi* apparaît comme la réciproque de la fonction *double* qui est une transformation de **Z**, c'est-à-dire une fonction de **Z** dans **Z**. Mais il existe des nombres qui ne sont pas le double d'un entier rationnel. Ils n'ont pas d'entier rationnel comme demi.

Un bâton de chocolat peut équitablement se casser en deux. Un billet de 100 F s'échange contre deux billets de 50 F. Il est vrai que 100 est un nombre pair. Mais 1 F s'échange aussi équitablement contre deux pièces de 50 cmes qui heureusement intéressent toujours les enfants de 6 ans. Il leur semble dès lors très naturel de rechercher un demi de 1 sur la machine.

C'est en voulant écrire 100, comme double de 50, que les élèves m'ont littéralement obligée à leur donner la troisième plaque. A présent, nous mettons 100 sur la machine et nous observons la technique qui permet d'en trouver la moitié. De même, avec le nombre 10.

Comment appliquer la même règle pour calculer le demi de 1 ? Les enfants demandent une nouvelle plaque, à droite et la baptisent aussitôt „plaque des minuscules". Comment se rappeler qu'il s'agit d'une „plaque de minuscules" ? En mettant une barrière sous forme de ligne verte : la future virgule. Ainsi calculons-nous le demi de 1 que nous écrivons **0,5** (Ch. 11, § 1).

Procédant toujours par moitié, on atteint la troisième plaque après la virgule et on trouve, notamment, le huitième de 9 que l'on écrit **1,125** (Ch. 11, § 2 et 4).

Le problème du partage équitable de 100 F entre trois enfants introduit une situation prodigieusement intéressante. La première idée de nombre décimal illimité perce dans cette remarque d'enfant : „On sera encore ici demain matin..."

*

Neuvième et dixième mois

Des problèmes verbaux de complexité croissante invitent les élèves à traduire une histoire en termes mathématiques : calculs ou équations comportant addition, multiplication, soustraction,

division, fraction. Les enfants doivent choisir l'objet adéquat dans la gamme déjà riche des concepts mathématiques à leur disposition et décider à quel moment se servir des graphes.

Dans certains problèmes, l'équation finale de type $2x + a = b$ se résoud en retournant deux flèches (Ch. 13, § 1 et 2).

La force d'expression de ce moyen pédagogique apparaît de manière plus pure encore dans certains graphes muets composant des fonctions telles que **+2** et **+3**, en des dessins dont aucun point n'est marqué numériquement.

Ainsi, ces fonctions n'apparaissent plus seulement comme des liens mais acquièrent peu à peu le statut d'authentiques objets mathématiques. Les versions de l'associativité et de la transitivité fournies par certains de ces graphes sont un matériel de départ pour leur mise en évidence explicite ultérieure (Ch. 6, § 3 et Ch. 12, § 4).

Des problèmes ouverts comportant une démarche très courante dans la vie pratique demandent aux enfants munis d'une certaine somme d'argent de décider d'un ensemble d'achats en présence d'une liste déterminée de tentations (Ch. 13, § 3).

Comme la mise en équation essouffle parfois les élèves au point de les laisser démunis, face à l'équation finale, il convient de leur apprendre à programmer une stratégie, tout en restant disponibles pour en exécuter les diverses étapes.

Le prodigieux intérêt que manifestent les enfants de 6 ans pour les nombres assez grands impose irrésistiblement qu'on leur soumette également des calculs non motivés présentés comme des sortes de défi. Grâce à MINICOMPUTER, nos élèves additionnent et soustraient des nombres de trois chiffres et les multiplient par des fractions simples. Ce travail est très formatif parce qu'il exige une grande concentration pour découvrir chaque fois les bonnes stratégies. Ces exercices contribuent à créer une harmonieuse symbiose entre l'être humain intelligent et l'authentique machine que MINICOMPUTER constitue aux yeux des élèves.

*

Plus qu'ailleurs, il est difficile à l'école primaire de circonscrire nettement l'enseignement de la mathématique. Cet ouvrage décrit des situations qui conduisent les élèves vers des concepts importants. La plupart d'entre eux et en particulier les nombres sont utilisés en classe dans des activités variées qui initient notamment les enfants aux premiers éléments du système métrique. Les élèves effectuent concrètement de nombreuses mesures de longueur, de masse, de capacité, de température. Une échoppe est l'occasion d'achats et de paiements. De multiples interactions entre les divers aspects de l'enseignement assurent le contact permanent entre le concret et la mathématique et facilitent son utilisation pratique.

5. PÉDAGOGIE DES SITUATIONS

Notre enseignement est tout imprégné de la pédagogie des situations de Caleb GATTEGNO dont l'exemple et la pensée vivifiante n'ont cessé de nous inspirer.

Comme nul ne sait en dernière analyse quelle sera de manière précise la mathématique que nos élèves devront utiliser dans leur profession, il s'impose de les initier aux démarches de la mathématisation et de la découverte des concepts, ce que favorise la pédagogie des situations.

Comme objectif, on sélectionne des concepts importants de la mathématique d'aujourd'hui. On crée des situations qui intéressent les enfants et provoquent des réactions les conduisant naturellement à ces notions. De cette manière, les idées mathématiques acquises conservent le caractère familier des situations de départ qui leur fournissent parfois un support durable. Mais les enfants ont appris une chose peut-être plus importante que ce concept lui-même : la démarche de sa découverte. C'est le seul outil dont nous puissions les armer pour leur permettre plus tard d'appréhender eux-mêmes les concepts nouveaux de la mathématique de demain.

6. DIVERSITÉ DES SITUATIONS

Les 28 leçons évoquées au chapitre 3, pris à titre d'exemple, s'échelonnent du 15 octobre au 18 juin et présentent de multiples aspects du phénomène **addition des naturels** dans des situations et sous des optiques fort variées.

Situations CONCRETES	Diagrammes MULTICOLORES	MINICOMPUTER
ÉCRITURE	ANATOMIE additive des nombres	GRAPHES MULTICOLORES
PERSONNIFICATION des nombres	RYTHMES	TABLES
CARRÉS MAGIQUES	Nombres TRIANGULAIRES	FONCTION à deux variables
TRANSFORMATIONS de l'ensemble des naturels	PRÉNOMS	PARTITIONS
INVOLUTIONS amicales	PROGRESSIONS arithmétiques	LONGS CALCULS

concourent à faciliter l'apprentissage de l'addition des naturels. L'extrême diversité de ces facteurs permet d'éviter l'ornière de la routine ennuyeuse.

Le continuel dépaysement est préférable à l'illusoire confort des automatismes stériles. Contextes toujours nouveaux, défis lancés sans relâche éveillent un intérêt explorateur et agressif et stimulent une féconde émulation.

Cette pédagogie de situations perpétuellement renouvelées et adéquatement agencées s'adapte tout particulièrement à l'enseignement collectif. Au début de chaque leçon, elle con-

centre l'attention de tout le petit monde et ramène au troupeau maint enfant que l'on aurait pu croire perdu.

7. RESPECT DE L'INDIVIDU DANS LA COLLECTIVITÉ DE LA CLASSE

La pédagogie de GATTEGNO a d'autres mérites dans le contexte social du monde moderne. Elle permet de combiner harmonieusement un enseignement collectif et l'activité individuelle des élèves.

Le travail collectif de la classe est extrêmement fécond et tout particulièrement bénéfique pour des élèves de 6 ans. Dans notre application de la pédagogie des situations, la classe tout entière réagit mais les premières observations et suggestions résultent d'efforts de pensée individuels. Les élèves tiennent compte et s'enrichissent de réponses faites par les autres. Une suggestion d'un élève recueille soudain l'accord unanime. Face à la situation, la classe est plus riche que le plus intelligent de ses éléments. L'émulation excite l'activité intellectuelle des individus. Les progrès de la collectivité entraînent les enfants les plus lents ou moins imaginatifs. Une découverte qui émane d'un élève de la classe a la grande vertu d'être beaucoup plus proche de la pensée des autres qu'une réponse fournie par le maître.

Cette pédagogie apprend aux enfants à réagir spontanément devant une situation et permet bien des variantes dans les modalités de l'enseignement.

Des exercices individuels permettent de s'assurer que chacun puisse s'en tirer par ses propres moyens, sans l'aide du chœur de la classe. Parfois le même problème est posé à tous les élèves. En d'autres circonstances, la difficulté des questions est adaptée à chaque enfant. Il s'agit le plus souvent de problèmes ouverts qui permettent à chacun de réagir positivement, en toute liberté, selon son tempérament, son caractère, ses connaissances, ses aptitudes et son talent.

8. PROBLEMES OUVERTS

Caleb GATTEGNO a lumineusement mis en évidence les vertus pédagogiques de ces problèmes ouverts.

Les chercheurs disent : un problème résolu cesse d'être intéressant. La psychologie de l'enfant qui apprend et découvre est voisine de celle du chercheur. Les pédagogies amoureuses de conclusions simples et définitives donnent à l'enfant l'impression que le problème traité étant réglé, il est désormais inutile de s'en préoccuper... et suppriment ainsi la permanence de l'acquisition.

Les problèmes ouverts — dépourvus de solution unique et définitive — ont le mérite de continuer à préoccuper l'élève et assurent le prolongement de l'enseignement en dehors des heures de classe.

Dans ce même ordre d'idée, je me félicite d'avoir tenu compte d'une remarque de Madame KRYGOWSKA qui conseille de terminer par un problème en suspens qui a bien des chances de rester présent à l'esprit de l'enfant après la fin du cours.

9. CLIMAT

Les leçons se déroulent dans un climat affectif et psychologique positif. Dans le cadre de l'enseignement collectif, on évite de comparer les enfants. Chacun d'eux est regardé comme individu à part entière, ne se comparant qu'à lui-même, heureux de ses progrès, qu'ils soient rapides ou lents.

Les travaux des élèves ne sont ni corrigés, ni cotés, pour éviter le choc psychologique inhibiteur que provoque la confrontation explicite de l'enfant avec ses fautes. A partir de l'examen détaillé des documents produits par les élèves, on crée des situations pédagogiques nouvelles qui leur font éviter les erreurs passées, dans un climat optimiste.

10. EXPRESSION PICTURALE

L'expression picturale très libre qui joue un rôle primordial dans la méthode, permet à l'enfant d'affirmer sa personnalité au cœur de l'activité mathématique.

La création de l'œuvre en couleur est un événement positif, même dans les cas extrêmes où l'élève assimile fort peu la technique mathématique proprement dite.

Cette interpénétration constante de composantes artistiques et scientifiques met en évidence le vrai caractère de la mathématique sans sacrifier son aspect esthétique.

L'exécution de dessins motivés initie l'enfant à des techniques graphiques utiles même au dehors du champ de toute préoccupation mathématique.

Laissé seul en présence de sa feuille et de ses outils, l'élève est aux prises avec le problème primordial de la mise en page. Les dessins d'enfants inclinent à penser : „La mise en page, c'est l'homme".

Les élèves disposent de feuilles de papier non ligné en quantité pratiquement illimitée, latitude qui conduit à éviter tout gaspillage. Les travaux graphiques sont exécutés au moyen de marqueurs japonais aux jolies couleurs qui permettent des traits fins ou gros immédiatement secs.

„Une formule mathématique ne s'écrit pas, elle se burine." Les marqueurs gravent des formules monumentales occupant tout le champ visuel, ainsi qu'il convient pour le premier contact avec un phénomène aussi dense de pensée qu'une formule mathématique.

11. MYTHOLOGIE

Par le contexte social et familial, les enfants de six ans sont habitués aux légendes et personnages mythiques. Dans notre enseignement, des contes introduisent des situations à mathématiser dans un but déterminé. Si certaines de ces anecdotes sont épisodiques, d'autres amènent la génération spontanée de personnages mythiques comme Nabuchodonosor et ses petites sœurs. Des liens d'amitié personnels assurent le contact entre nos élèves et les personnages imaginés.

12. RAISONNER SUR LE CONCRET IMAGINÉ

La tendance enfantine spontanée à vivre avec des êtres imaginés se mue tout naturellement en aptitude à raisonner sur du concret imaginé, démarche fondamentale dans toute science.

Dans notre enseignement, nous **montrons** quand **voir** révèle ou élève; nous faisons **manipuler**, quand **palper** suggère, apprend ou fixe. Lorsqu'ils raisonnent sur des objets concrets bien familiers mais imaginés, les enfant se situent à un niveau supérieur de compréhension. En de telles circonstances, la manipulation de bibelots concrets les ferait dégringoler d'un étage et constituerait une régression grave.

13. PERSONNIFICATION

La tendance à l'abstraction est une composante fondamentale de l'esprit ludique. Certains adultes ont peur de l'abstraction. Les enfants s'y meuvent à l'aise. Comme pour le mathématicien, l'abstrait familier a sur eux un impact comparable à celui du concret. Par exemple, les enfants considèrent les nombres naturels comme d'authentiques objets concrets. A la première occasion, ils les douent de vie, les font parler, les personnifient. Ainsi se crée ou se renforce un lien affectif bénéfique avec des objets mathématiques.

Peut-on mieux se mettre dans un problème qu'en prenant la place d'un nombre et en parlant pour lui, comme nos petits élèves le font si volontiers ?

14. GESTUELLE

Des leçons sporadiques de PAPY pour expérimenter sa méthode des graphes avec des élèves d'école primaire, ont mis en évidence un obstacle qui parut difficile à surmonter : l'inhabileté des élèves à dessiner des flèches. Il est vrai que PAPY demandait aux enfants de dessiner des flèches à la craie de couleur et au tableau... à l'occasion du premier graphe présenté...

La difficulté est tournée en s'aidant des apports de différents canaux sensori-moteurs. Pour commencer, nos enfants voient et admirent des projections lumineuses aussi grandes que possible de certains graphes de couleur. Ils raisonnent avant de dessiner, et lors du tracé des premières flèches, miment avant d'exécuter. Cette méthode rejoint la gestuelle préconisée pour l'enseignement de la lecture et de l'écriture [BOREL-MAISONNY] [de FACI].

Ce procédé respecte notre constant souci d'éviter le découragement de l'enfant par de trop fréquentes catastrophes. Si on le laisse se précipiter pour dessiner les flèches, il risque d'anéantir tout un dessin. Mieux vaut agir après avoir pensé, conçu, évalué et mimé.

15. MINICOMPUTER

Ce même principe guide l'emploi de MINICOMPUTER.

Les leçons initiales utilisent sa version murale et s'adressent tout d'abord au sens visuel. Les couleurs nomment les cases et introduisent la langue simple et précise qui énoncera les règles du jeu. Les autres canaux sensori-moteurs interviennent dès les premières manipulations. On habitue les enfants à manier les pions aimantés en utilisant simultanément les deux mains, en des gestes nets et rythmés, ébauche d'une gestuelle.

Ses secrets percés, MINICOMPUTER chargé de pions est une situation pédagogique et parle aux enfants. L'heure a sonné de l'entrée en scène des MINICOMPUTERS individuels.

A peine distribués, pions et plaques provoquent des jeux spontanés qui créent l'indispensable et puissant lien affectif entre l'enfant et la petite machine.

Tous les élèves réagissent positivement à MINICOMPUTER.

- Certains ont déjà l'aptitude à la concentration d'esprit nécessaire pour effectuer les calculs proposés et arrivent d'emblée au bon résultat.
- D'autres obtiennent un résultat erroné, preuve d'une manipulation incorrecte. Sous les yeux de l'enseignante immobile et muette, ils conduisent cependant le même calcul jusqu'au résultat final exact. Livrés à eux-mêmes au milieu de leurs condisciples, ces enfants ne parviennent pas au degré de concentration requis, mais y accèdent sous la protection que leur assure la silencieuse et immobile présence de l'institutrice.
- MINICOMPUTER personnel permet de faire bénéficier les élèves qui n'ont pas retenu les règles du jeu d'un apprentissage individuel particulier, dans le cadre de l'organisation collective de l'enseignement.

Les règles de MINICOMPUTER sont finalement assimilées par **tous** les enfants.

*

De MINICOMPUTER mural à MINICOMPUTER personnel! Cette stratégie est utilisée avec succès en tous les grands moments de l'enseignement. Le matériel de l'élève est fort efficace pour accroître l'aptitude à la concentration. Après 9 mois d'enseignement, les trois quarts des élèves sont à même de se concentrer individuellement pendant près d'une demi heure sur une suite de calculs.

*

Dans l'expérience, de nombreuses séances d'exercices comportant des calculs effectués avec l'aide, totale ou partielle, systématique ou occasionnelle des MINICOMPUTERS personnels ont joué un rôle que ce livre ne peut rendre. Le témoignage de ces leçons qui ne laissent guère de documents écrits significatifs, devrait être recueilli et transmis par d'autres moyens que le livre. Dans un avenir rapproché, le magnétoscope pourra sans doute rendre des services à cette fin.

16. BIBLIOGRAPHIE

[A8] **Papy** — *Arlon 8. Premières lecons d'Analyse mathématique par FRÉDÉRIQUE.* Bruxelles, Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, 1966.

[A9] **Papy** — *Arlon 9. Nouvelles lecons d'Analyse mathématique par FRÉDÉRIQUE.* Bruxelles, Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, 1967.

[A10] **Frédérique** — *Arlon 10. Une expérience pédagogique de 10 ans en Belgique.* pp. 25-89 Bruxelles, Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, 1968.

[Artin] **E. Artin** — *Geometric Algebra.* New-York, Interscience Publ., 1957.

[B] **Papy** — *Premiers Eléments de Mathématique moderne.* Bruxelles, E. N. Berkendael, 1960.

[BL] **Dienes** — *Blocs logiques* (matériel). Lierre, Ed. J. Van In.

[Borel] **Borel-Maisonny** — *Langage oral et écrit, 1er vol. : Pédagogie des notions de base.* Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1966.

[Choquet] **G. Choquet** — *L'Enseignement de la Géométrie.* Paris, Hermann, 1964.

[CIEAEM] **J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet, C. Gattegno** — *L'enseignement des mathématiques.* Neuchâtel-Paris, Delachaux & Niestlé, 1955.

C. Gattegno, W. Servais, E. Castelnuovo, Jl. Nicolet, Tj. Fletcher, L. Motard, L. Campedelli, A. Biguenet, J. W. Pesketh, P. Puig Adam — *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques.* Neuchâtel-Paris, Delachaux & Niestlé, 1958.

[Cu] **G. Cuisenaire** — *Les Nombres en couleur, matériel CUISENAIRE.* Bruxelles, Maison Calozet.

[D] **Z. P. Dienes** et **E. W. Golding** — *Logique et Jeux logiques.* Paris, OCDL, 1966.

[Dieudonné] **J. Dieudonné** — *Fondements de l'Analyse moderne.* Paris, Gauthier-Villars, 1963.

J. Dieudonné — *Algèbre linéaire et Géométrie élémentaire.* Paris, Hermann, 1965.

[EE] **Papy** — *Die ersten Elemente der modernen Mathematik,* 2 fasc. Frankfurt am Main-Hamburg, Otto Salle Verlag, 1966.

[EG] **Frédérique** et **Papy** — *L'Enfant et les Graphes.* Bruxelles-Montréal-Paris, Didier, 1968.

[de Faci] **S. de Faci** — *Bien lire et automatiquement lire.* Paris, Les Éditions sociales françaises, 1967.

[F2] **Papy** *Initiation aux Espaces vectoriels* (Collection Frédérique).
Bruxelles, Presses Universitaires
Paris, Gauthier-Villars, 1967.

[F3] **Papy** *Le premier Enseignement de l'Analyse mathématique.*
Bruxelles, Presses Universitaires, 1968.

[g] **Papy** *Groupoïdes.*
Bruxelles, Labor
Paris, PUF, 1965.

[G] **Papy** **Groupes.**
Bruxelles, Presses Universitaires de Bruxelles.
Paris, Dunod, 1961.

[Glay] **M. Glayman** et **P. Jandot** *Apprentissage du calcul numérique* (classe de sixième).
Paris, OCDL, 1967.

[Goutard] **M. Goutard** *La pratique des nombres en couleurs.*
Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1964.

M. Goutard *Les mathématiques et les enfants.*
Neuchâtel, Delachaux & Niestlé, 1963.

[K6] **Papy** *La conique enfin laconique.*
Bruxelles, Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, 1968.

[Lemaître] **G. Lemaître** *Comment calculer?*
(Bulletin de l'Académie royale de Belgique — Classe des Sciences)
Bruxelles, 1954.

G. Lemaître *Pourquoi de nouveaux chiffres?*
(Revue des Questions scientifiques du 20 juillet 1955)

G. Lemaître *Le Calcul élémentaire.*
(Bulletin de l'Académie royale de Belgique — Classes des Sciences)
Bruxelles, 1956.

G. Lemaître *Calculons sans fatigue.*
Louvain, E. Nauwelaerts, 1954.

[Mi] **Papy** *Minicomputer.*
Bruxelles, IVAC, 1968.

[MM] **Papy** *Mathématique Moderne 1* [MM1]
Bruxelles-Paris-Montréal, Didier, 1963.

Papy *Mathématique Moderne 2* [MM2]
Bruxelles-Paris-Montréal, Didier, 1965.

Papy *Mathématique Moderne 3* [MM3]
Bruxelles-Paris-Montréal, Didier, 1967.

Papy *Mathématique Moderne 5* [MM5]
Bruxelles-Paris-Montréal, Didier, 1965.

Papy *Mathématique Moderne 6* [MM6]
Bruxelles, Labor.
Montréal-Paris, Didier, 1966.

[Notes] *Notes on Mathematics in Primary Schools*, by members of the Association of Teachers of Mathematics,
Cambridge, University Press, 1967.

[R] **M. A. Raverschot** *Mathématique qualitative en première primaire.* (Collection : les Réglettes en Couleurs)
Bruxelles, Ed. Calozet, 1967

1

Du jeu au nombre

1 — AVANT-PROPOS

Les leçons du premier mois assurent une transition entre les activités préscolaires de l'enfant et les thèmes essentiels de la première année.

Graphes et jeux de VYGOTSKY-HULL-DIENES ont alterné avec les leçons affermissant la connaissance des premiers nombres naturels.

[EG] décrit en détail un enseignement de caractère essentiellement graphique n'utilisant que des notions familières non mathématisées à priori, sans négliger cependant la litanie des nombres naturels qui est déjà dans la connaissance commune de beaucoup d'enfant de 6 ans.

L'utilisation des boîtes DIENES est décrite au § 1 du chapitre 14.

Les leçons décrites dans le présent chapitre sont essentiellement destinées à affiner la notion de nombre naturel diversement intégrée, par l'intervention de plusieurs canaux sensori-moteurs.

La conception du nombre de l'enfant de 6 ans doit être enrichie par tous les moyens possibles, en mêlant les aspects et en les isolant.

[EG] et le chapitre 14 résultent directement d'une expérience dans deux classes. Le chapitre 1 tient compte de l'expérience dans quatre classes et notamment des améliorations récentes expérimentées au cours du mois de septembre 1968. Pour la facilité du lecteur qui feuilleterait l'ouvrage, nous nous sommes permis de dater ces leçons en substituant le millésime 1967 à 1968.

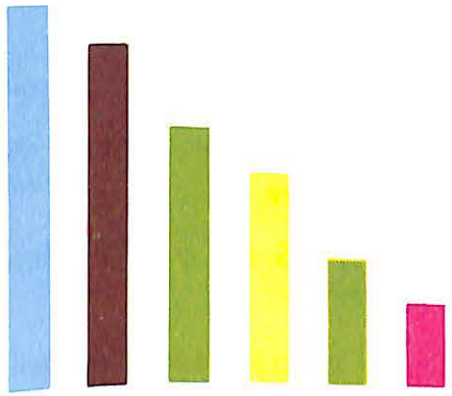
Nous pensons que les leçons du premier mois décrites dans [EG], dans le § 1 du chapitre 14 de cet ouvrage et dans le présent chapitre pourraient inspirer fructueusement ceux qui ont la charge de l'enseignement aux enfants de 5 ans et moins.

2 — PREMIER CONTACT AVEC LES RÉGLETTES CUISENAIRE

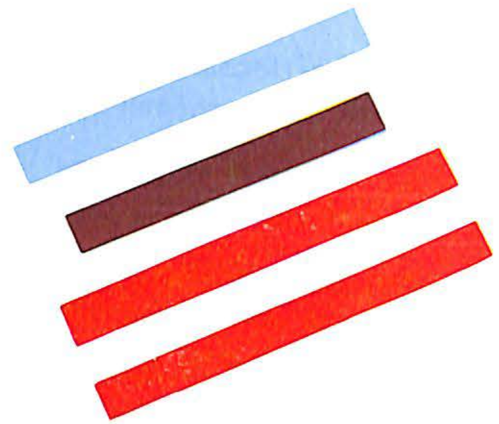
Une boîte CUISENAIRE par équipe de deux enfants. **DATE :** 3 septembre 1967

— ***Avec ces blocs, construisez ce que vous voulez.***

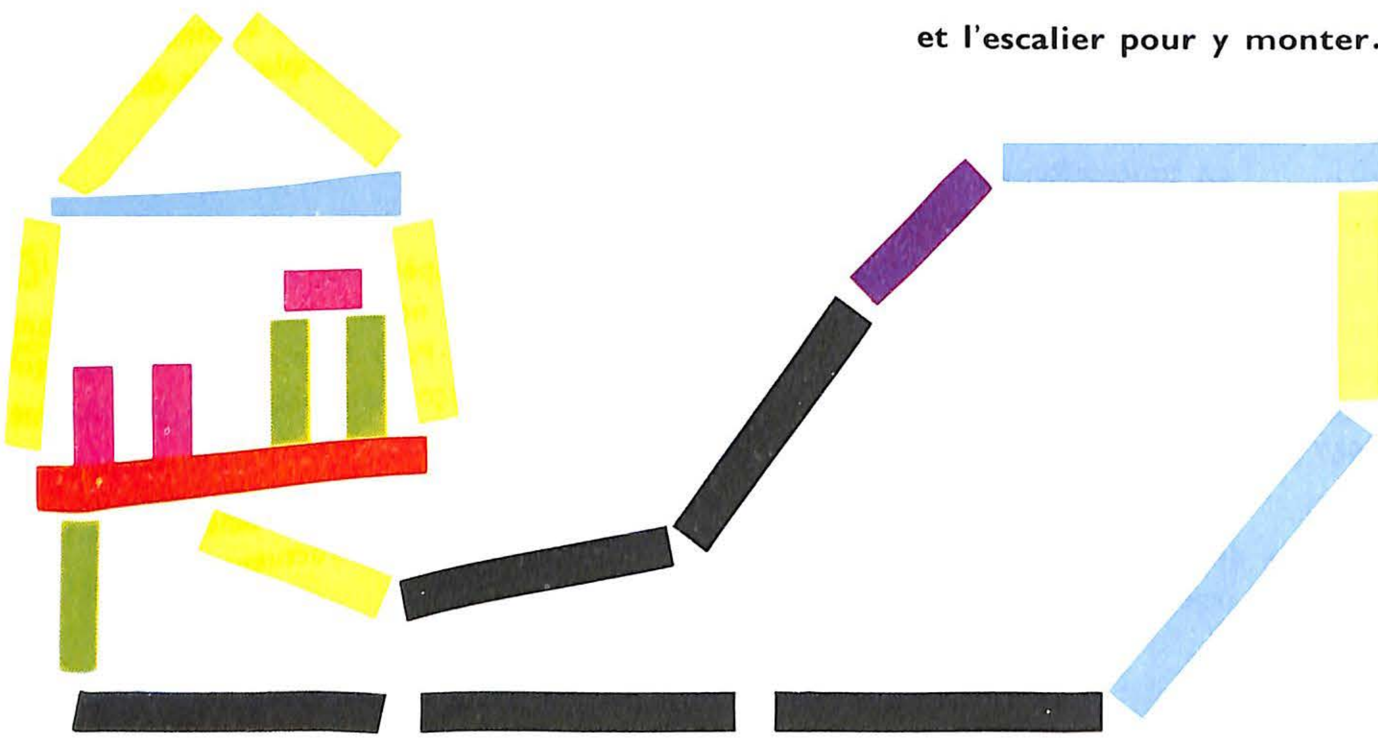
Par suite de la nature des réglettes, la plupart des enfants renoncent assez vite à bâtir des édifices élevés. Ils se limitent à des constructions presque planes. Quand ils arrivent à ce stade, FRÉDÉRIQUE demande que les dessins soient jolis.
Voici un échantillon de réponses.



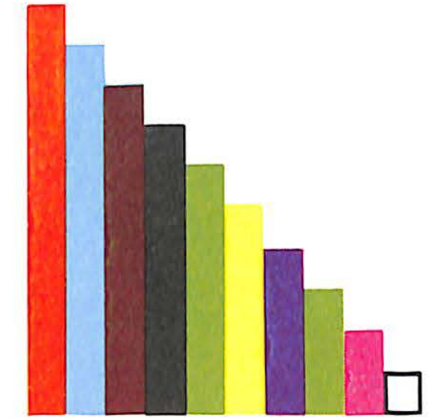
— C'est un château



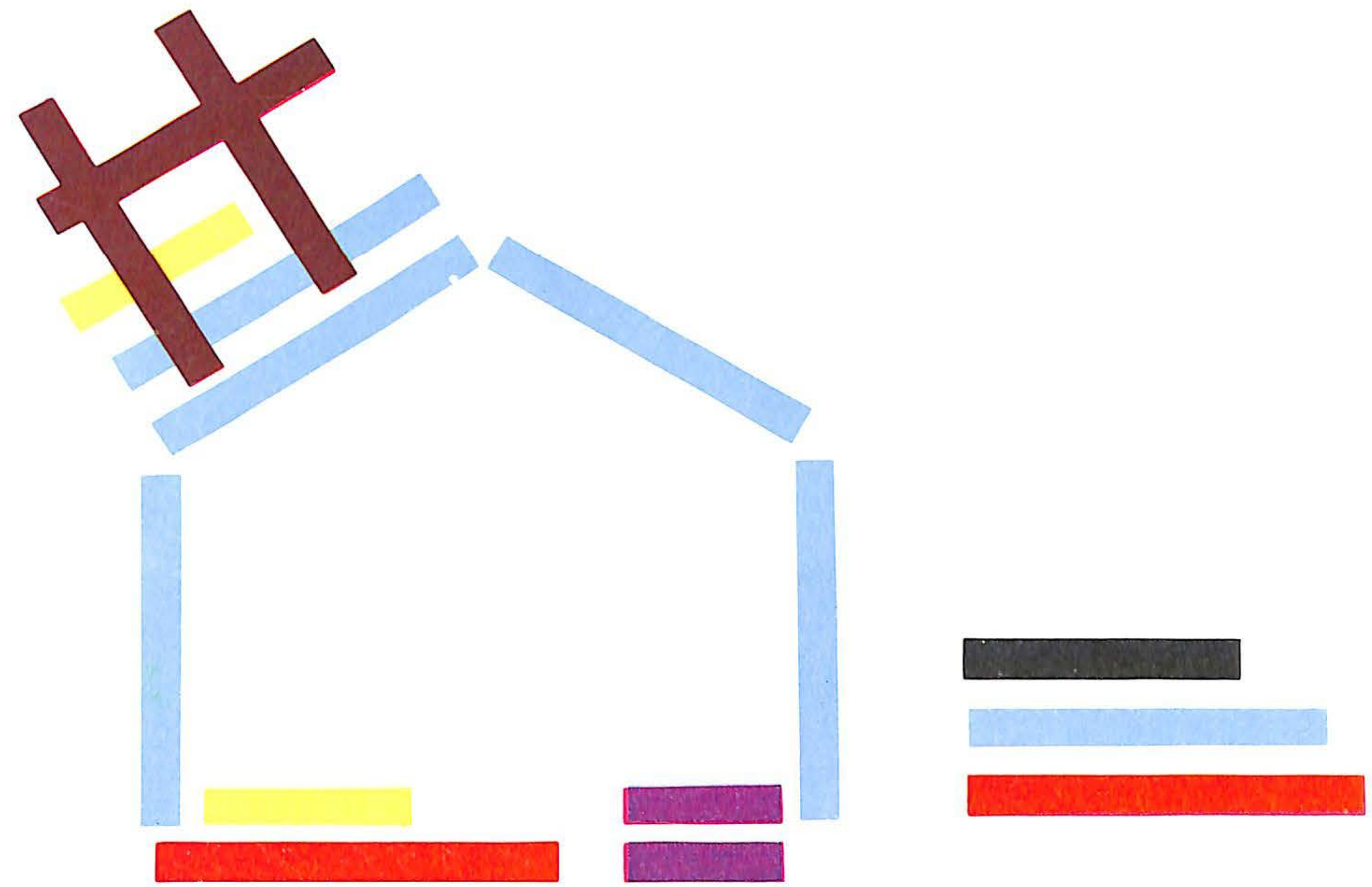
et l'escalier pour y monter.



— C'est la maison avec le poulailler.



— C'est un escalier.



— C'est un restaurant avec l'antenne de télévision.

Un enfant dispose sur son banc des tas de trois ou quatre petits cubes blancs.

— Ce sont des maisons de souris.

— *Cette réglette est jaune comme ...*

— **Le chandail de Catherine.**

— *Celle-ci est bleue ...*

— **Comme le tablier de Daniel.**

— *Cette autre ...*

— **Brune comme un marron.**

— *Nous l'appellerons réglette marron.*
Et voici une réglette ...

— **Orange comme la peau d'une orange.**

FRÉDÉRIQUE montre les deux réglettes vertes.

— **La petite est claire et la grande plus foncée.**

— *Nous les appellerons « vert clair » et « vert foncé ».*

On compare ensuite les réglettes rouges et mauves et l'on oppose finalement le petit cube blanc à la réglette noire.

* * *

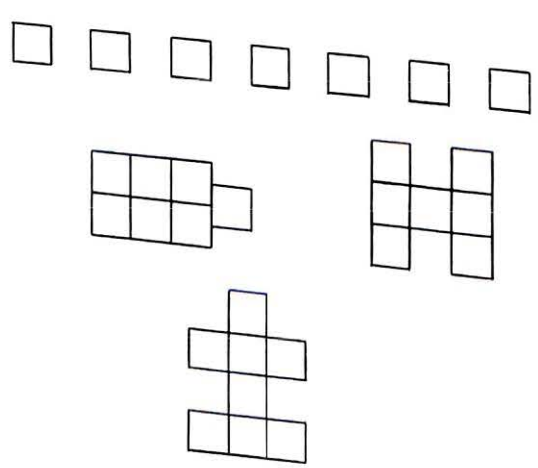
— *Posez sur votre banc 3 réglettes noires et montrez-moi 3 doigts.*

...

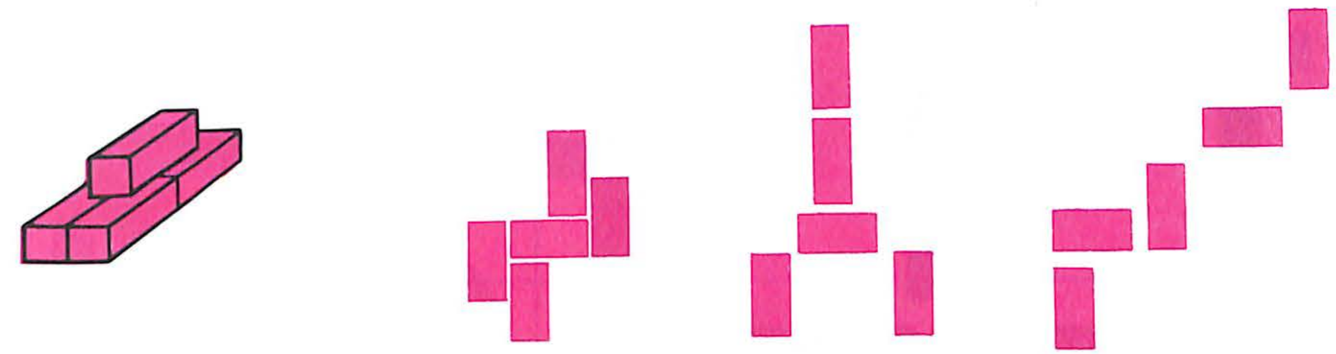
— *Montrez 5 doigts ... 4 doigts ... 6 doigts ... 7 doigts.*

...

— *Sur votre banc, faites un joli dessin avec 7 réglettes blanches.*



— *Une belle construction avec 5 réglettes rouges.*

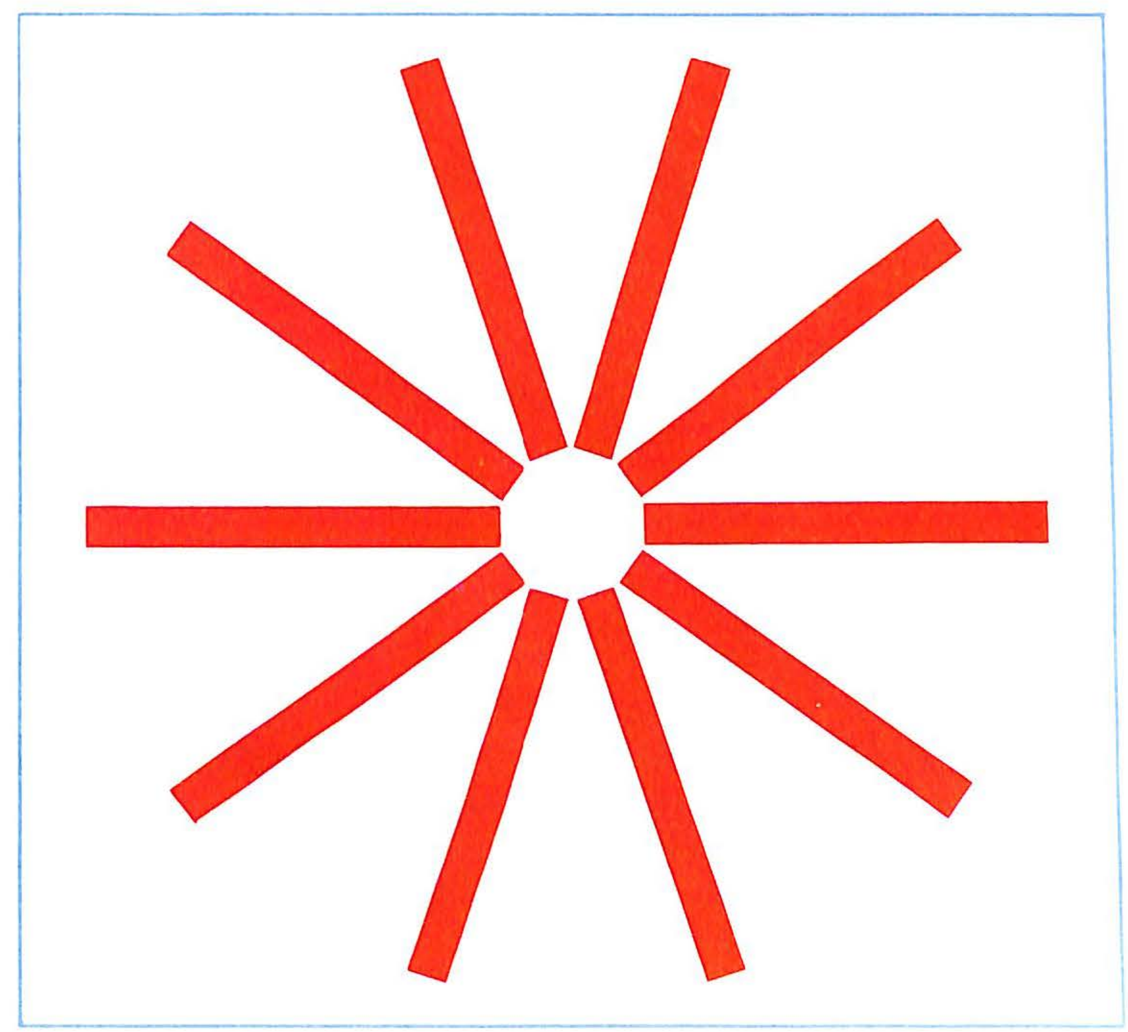


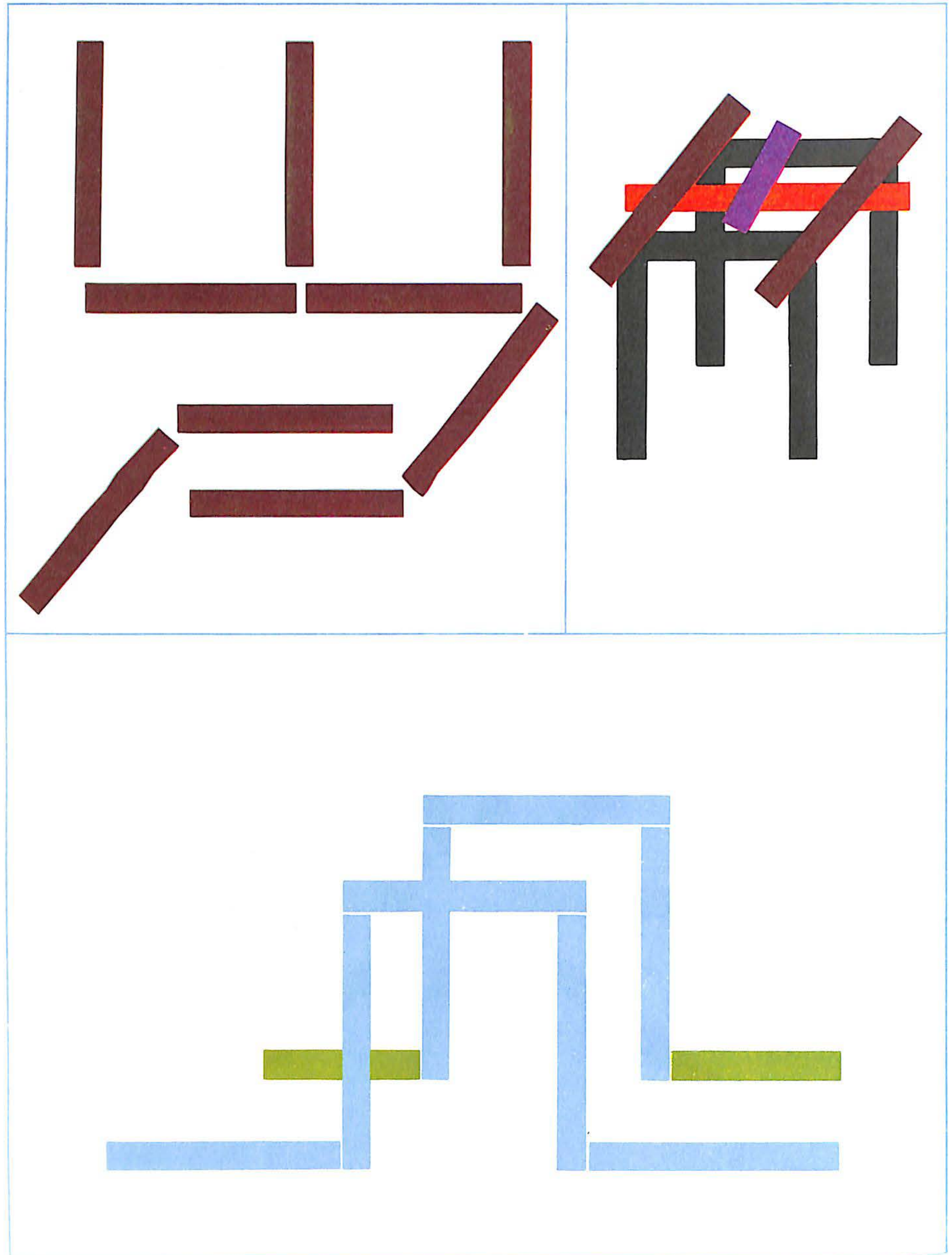
— *Montrez 10 doigts.*

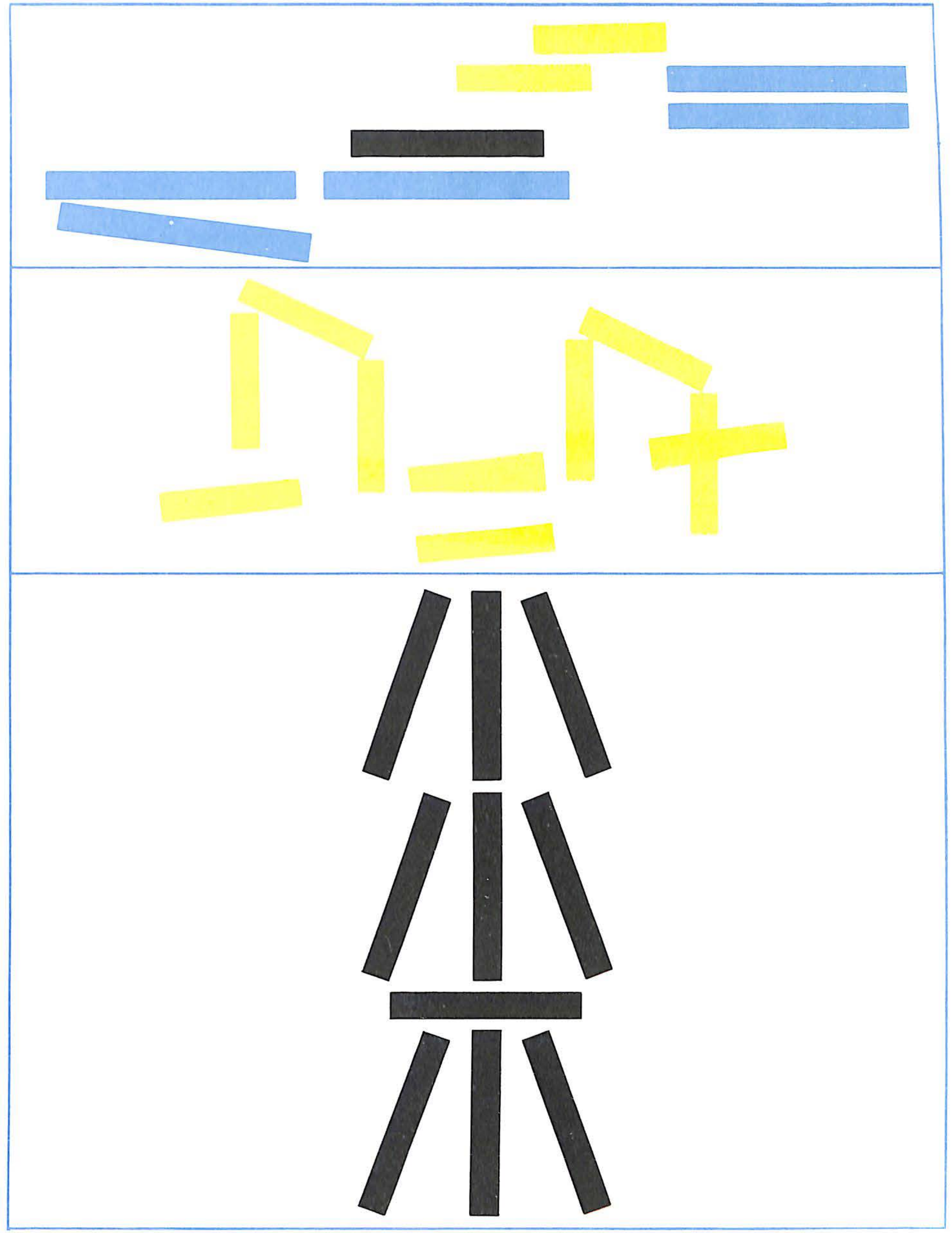
...

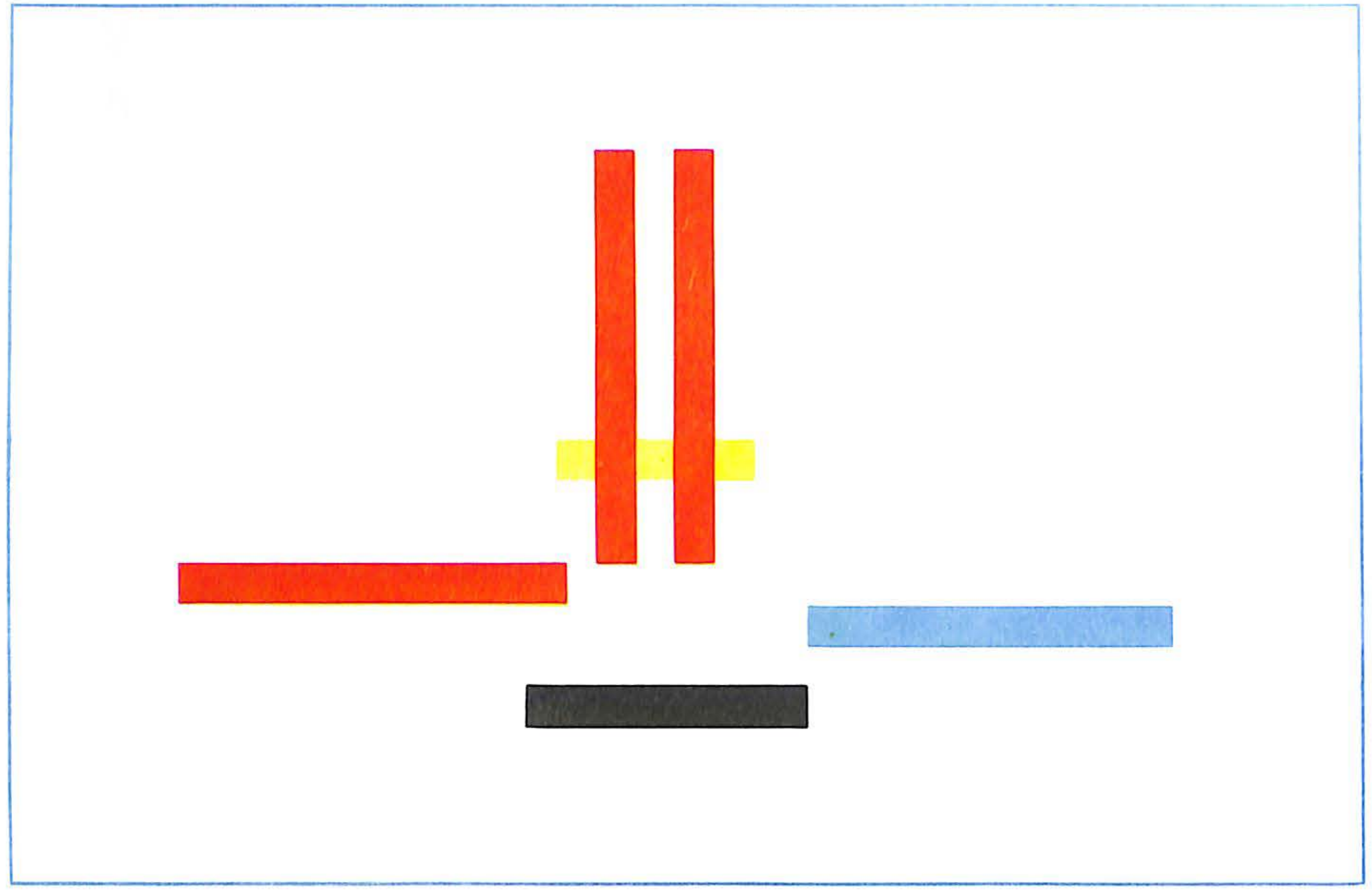
— *Choisissez exactement 10 réglettes et réalisez un beau dessin.*

Voici un échantillon de 8 réponses (correctes ou non).









— *Prenez la plus grande de toutes les réglettes.*

Beaucoup d'enfants montrent une réglette orange, quelques-uns une réglette bleue.
FRÉDÉRIQUE place l'une à côté de l'autre une réglette orange et une bleue.

— **L'orange est la plus grande!**

— *Pourquoi?*

— **Il y a un bout orange qui dépasse.**

Même démarche pour trouver la plus petite.
FRÉDÉRIQUE montre une réglette noire.

— *Montrez une réglette un tout petit peu plus petite que la noire.*

Des enfants montrent une jaune, d'autres une noire, d'autres encore une vert foncé.
En comparant ces réglettes, on conclut :

— *Toutes les réglettes noires ont même longueur.*
Celles de couleur vert foncé sont un petit peu plus petites et les jaunes encore plus petites.

3 — PREMIÈRES CONSTRUCTIONS MATHÉMATIQUES AVEC LES RÉGLETTES

DATE : 4 septembre 1967

Une boîte CUISENAIRE par équipe de deux enfants.
Toutes les boîtes sont fermées.

— *Quelle est la plus petite de toute les réglettes?*

— **Blanche!**

— *Une réglette un petit peu plus grande?*

— **Rouge!**

— *Encore un petit peu plus grande?*

— **Vert clair!**

etc.

Au fur et à mesure que les enfants nomment les couleurs, FRÉDÉRIQUE construit l'escalier aux marches successivement blanche — rouge — vert clair — mauve — jaune — vert foncé — noir — marron — orange.
Quant il est terminé, Catherine s'écrie.

— **C'est beau! On dirait une montagne!**

— *Une souris monte l'escalier. En gravissant les marches, elle dit: un ... deux ... trois ...*

La classe poursuit :

— **Quatre ... cinq ... six ... sept ... huit ... neuf ... dix.**

— *La souris descend l'escalier: neuf ... huit ...*

La classe poursuit :

— **Sept ... six ... cinq ... quatre ... trois ... deux ... un.**

* * *

FRÉDÉRIQUE demande à chaque enfant de construire un double escalier (ascendant et descendant) puis les élèves miment la démarche de la souris en égrénant, à voix basse, la litanie des nombres de un à dix et de dix à un.
Ensuite, dos à la classe, Jean-Philippe reconstitue mentalement l'escalier coloré ascendant :

— **blanc, rouge, vert clair,** etc...

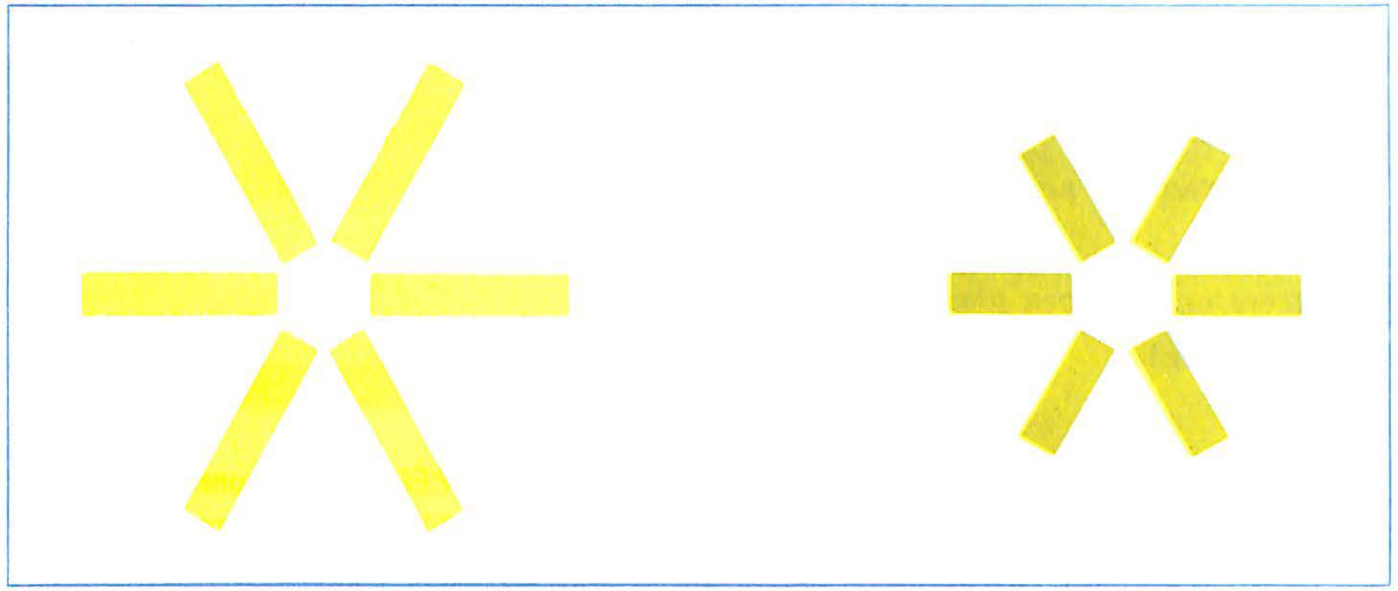
et Sylvie l'escalier coloré descendant:

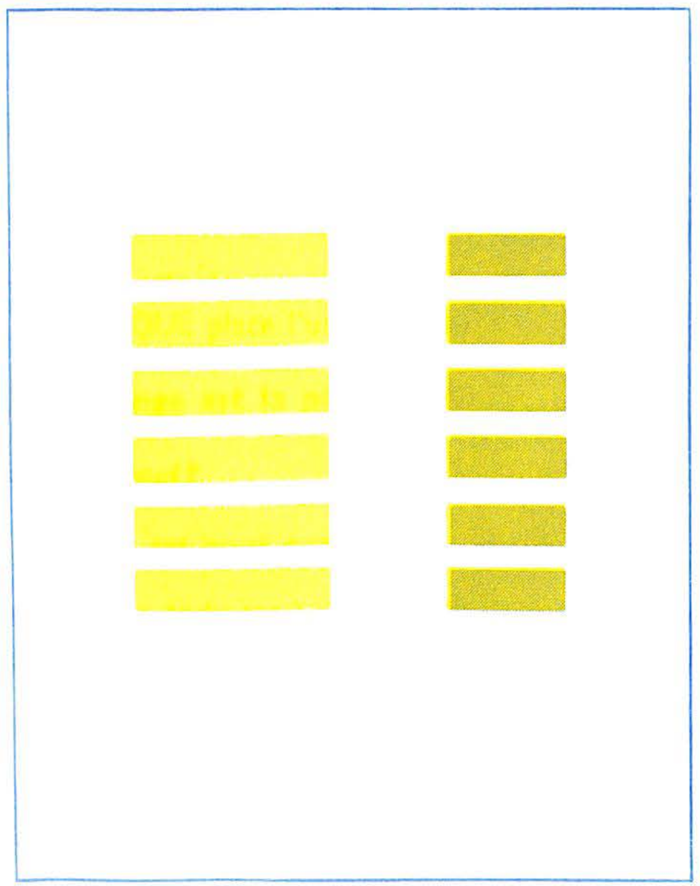
— **orange, bleu, marron, etc...**

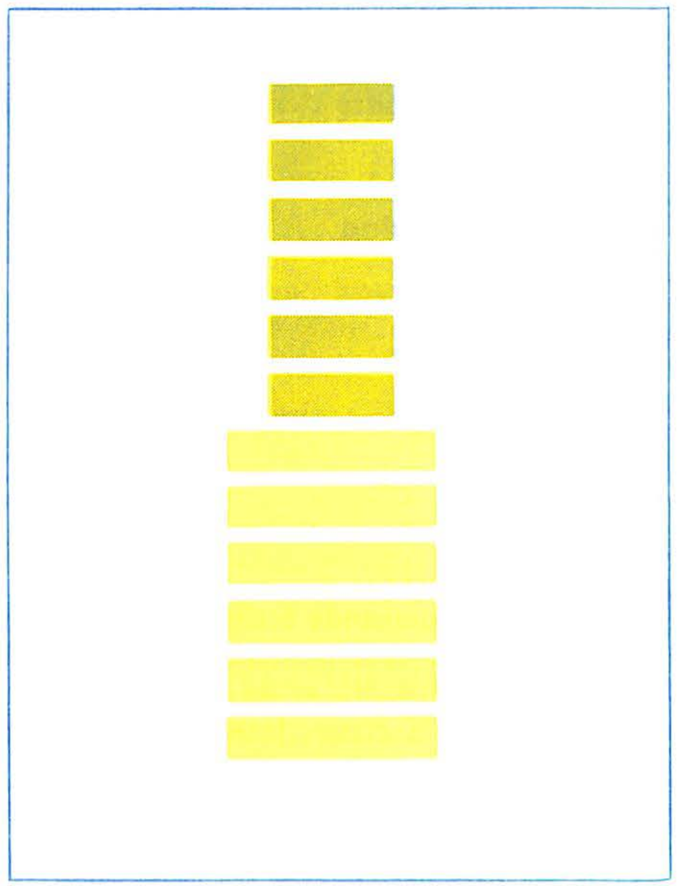
* * *

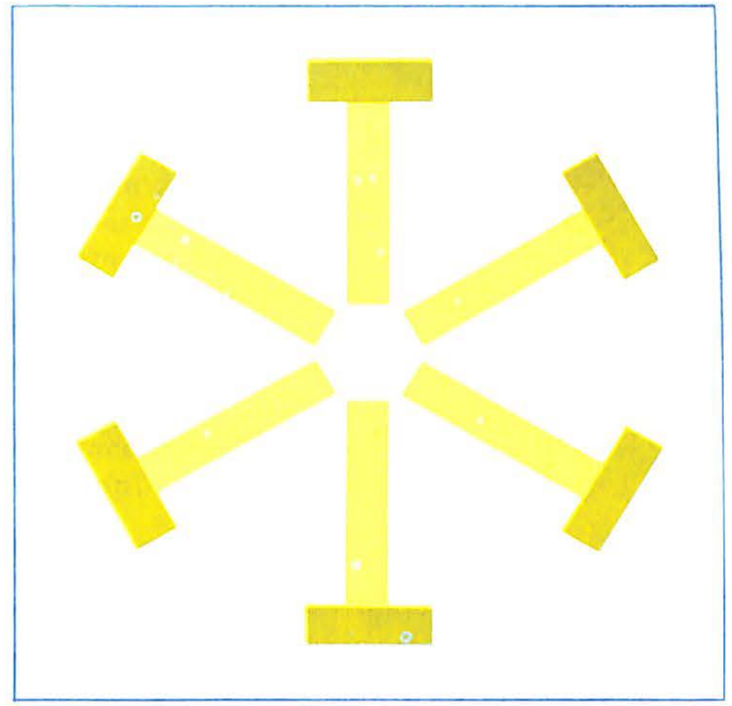
— *Prenez 6 réglettes vert clair et exactement le même nombre de réglettes jaunes, pas une de plus, pas une de moins. En les disposant joliment sur votre banc, montrez qu'il y a bien autant de jaunes que de vertes.*

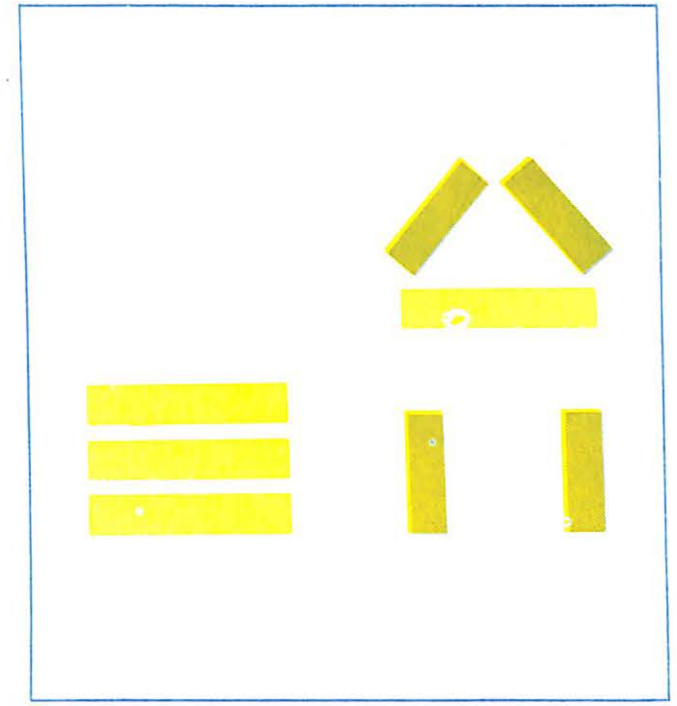
Voici quelques échantillons de réponses.

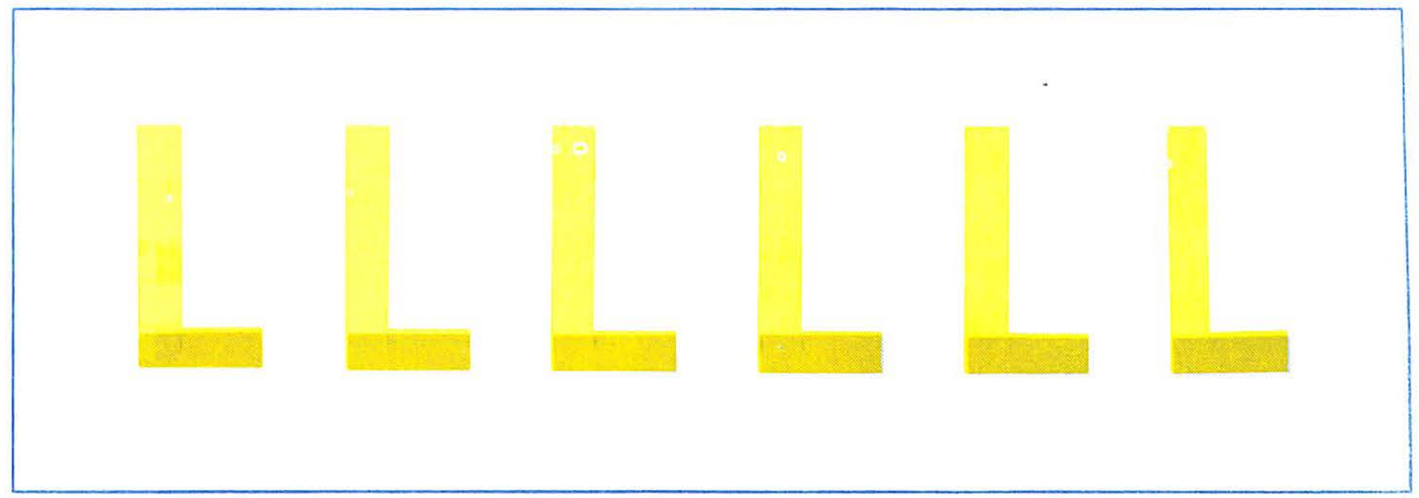








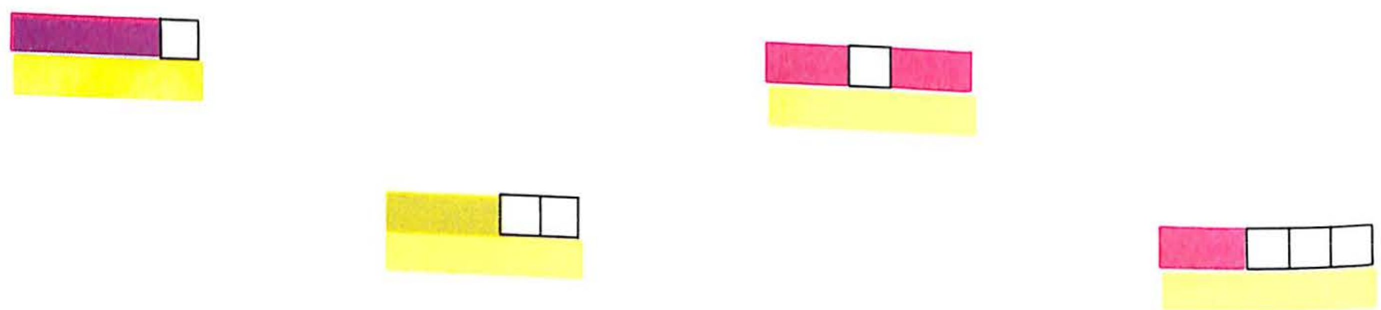




* * *

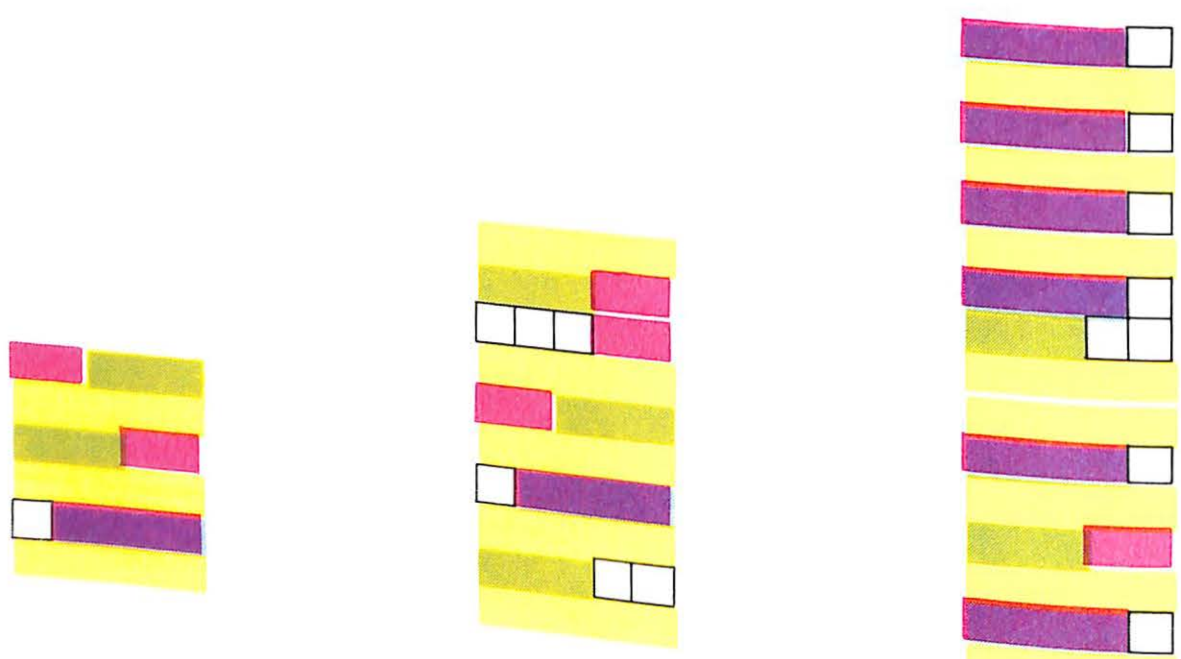
— *Construisons des trains de même longueur.*
Voci un train jaune. J'accroche un wagon rouge à un wagon vert et je forme un train de même longueur que le jaune. Faites de même avec d'autres wagons.

Voici quelques réponses.



* * *

— ***Sur la réglette jaune, élevons un haut mur en nous servant des petits blocs comme de briques.***



DATE : 6 septembre 1967

La leçon débute par le jeu du double escalier et de la souris qui en monte et en descend les marches.
Ensuite, en fermant les yeux, les enfants doivent essayer de reconstituer mentalement la suite croissante et la suite décroissante des couleurs.

* * *

— *J'accroche l'un à l'autre deux wagons rouges. Montrez une réglette de la longueur de ce train.*

La plupart des enfants montrent une réglette mauve.

— *Même jeu avec un train mauve-mauve.*

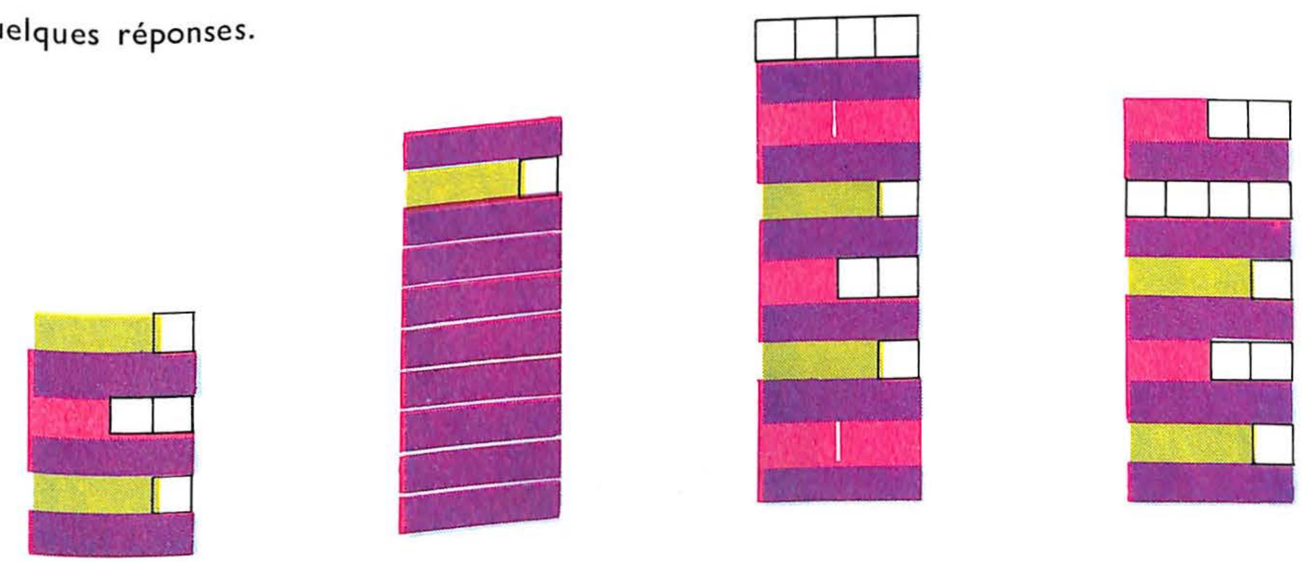
Des élèves proposent d'abord une réglette vert foncé, certains une jaune et, finalement, Carine montre une réglette marron.

Même exercice avec un train jaune – jaune.

* * *

— ***Elevez un haut mur sur la réglette mauve.***

Quelques réponses.



* * *

— *Montrez 5 doigts ... 3 doigts ... 7 doigts ... 10 doigts ... 9 doigts.*

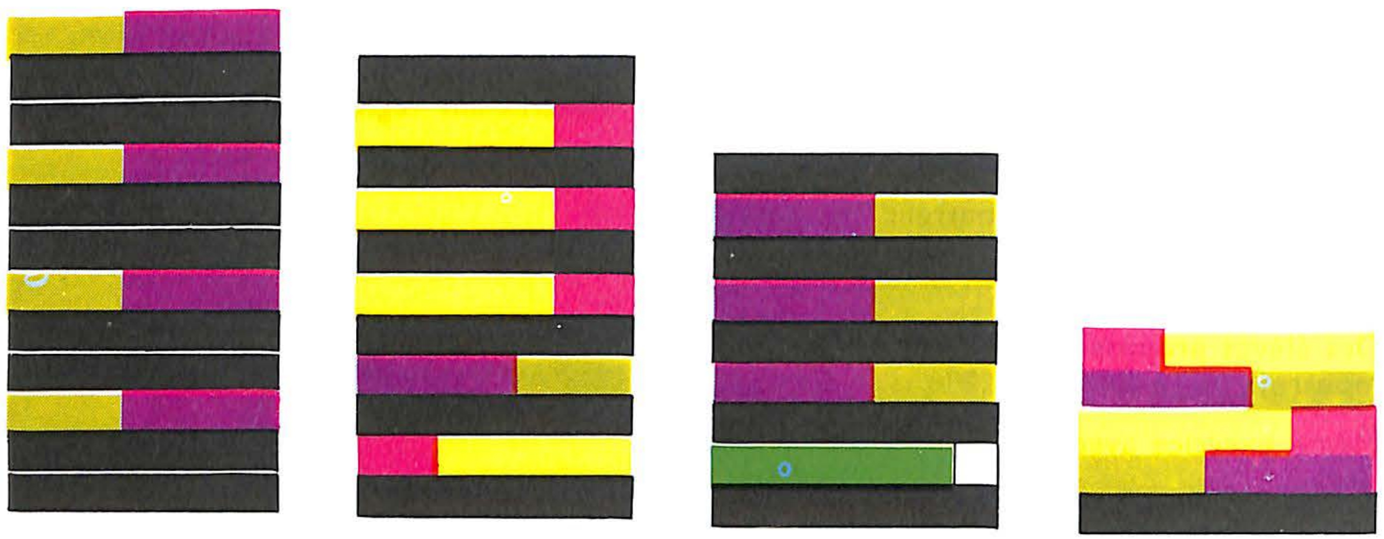
— **9 doigts, c'est toute une main et 4 doigts !**

— *Par équipe de deux, montrez 11 doigts ... 12 doigts ... 15 doigts ... 20 doigts.*

* * *

— *Sur la réglette noire, élevez un mur. Mais attention! Cette fois, à chaque étage vous ne pouvez utiliser que deux briques.*

Quelques réponses.

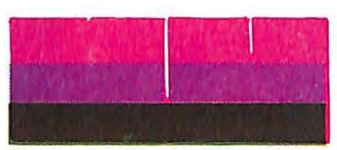


Certains enfants se trompent : après avoir construit deux ou trois étages correctement, ils perdent de vue la consigne et posent plus de deux blocs.

* * *

— *Sur la réglette marron, élevez un mur en n'utilisant à chaque étage que des réglettes de même couleur.*

Voici une réponse correcte.



Les élèves sont fatigués ; beaucoup d'entre eux se trompent. Aucun ne forme spontanément l'étage comprenant 8 réglettes blanches.

4 — PERCEPTION DU NOMBRE

DATE : 9 septembre 1967.

Chaque enfant dispose d'une feuille de papier non ligné et d'une boite de marqueurs.

— *Dessinez 7 beaux gros points et posez une réglette blanche sur chacun d'eux.*

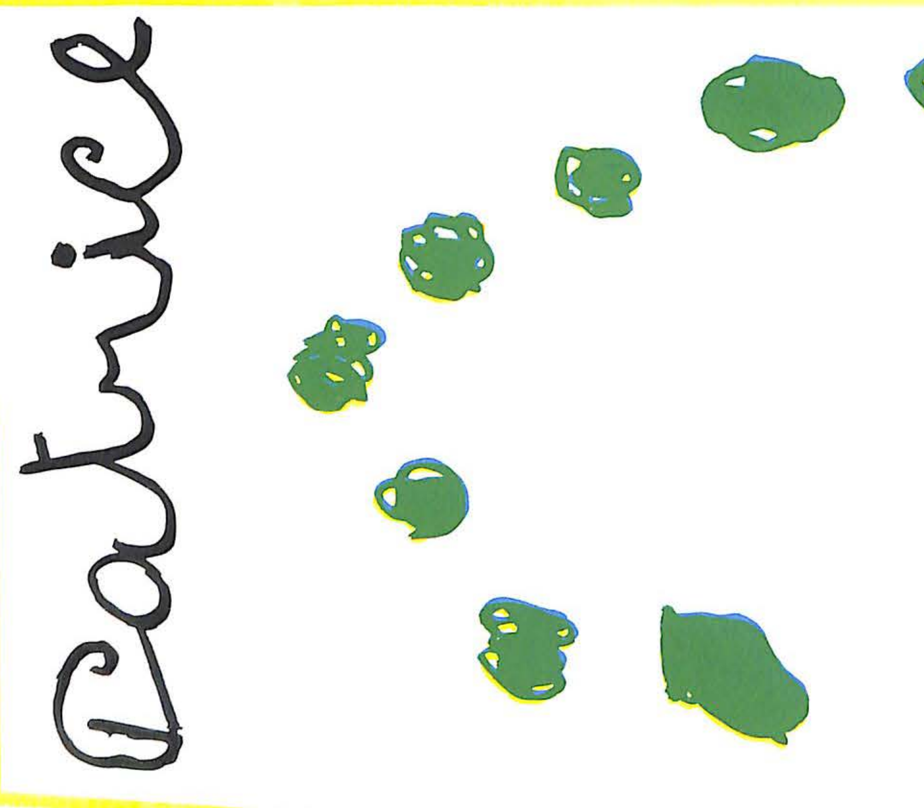
Échelle : 1

Age : 6 ans 7 mois

Âge : 6 ans 7 mois

Échelle : 0,5

Pierre a de grandes difficultés visuelles.



Échelle : 0,5

Âge : 5 ans 10 mois

Patrice a dessiné 8 points.
Mais quelle belle mise en page!

DATE : 10 septembre 1968

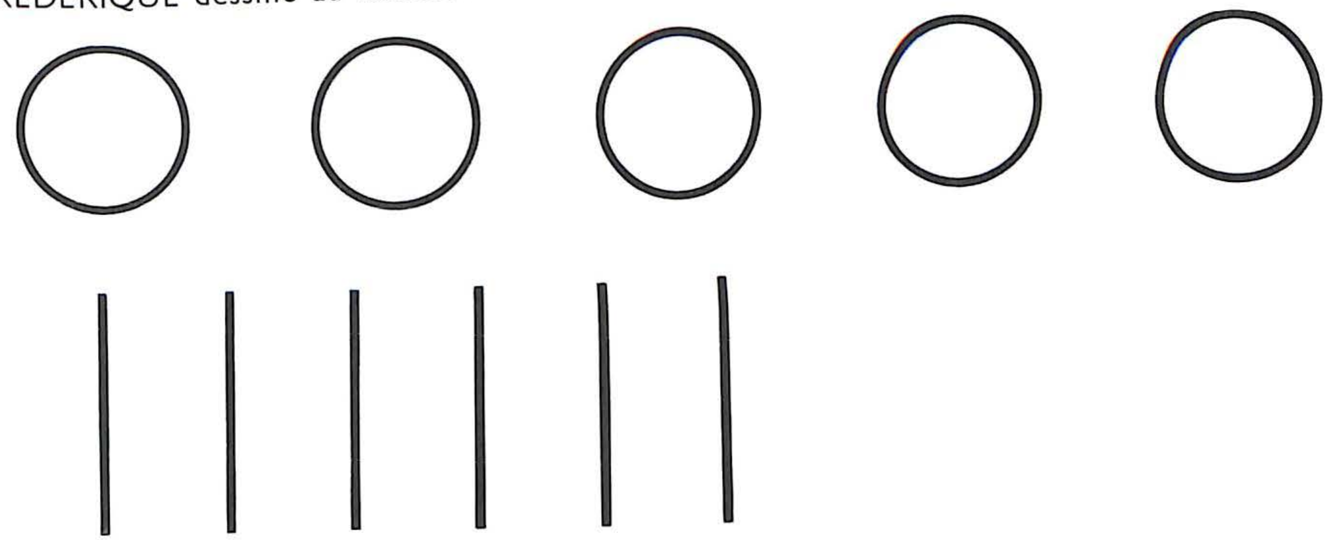
— *Connaissez-vous le jeu de cerceau?*

— **Au cirque, les lions sautent dans un cerceau.**

— **Et les clowns font rouler un cerceau avec un bâton.**

— *Voici des cerceaux et des bâtons.*

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau.



— *Ai-je dessiné un bâton par cerceau?*

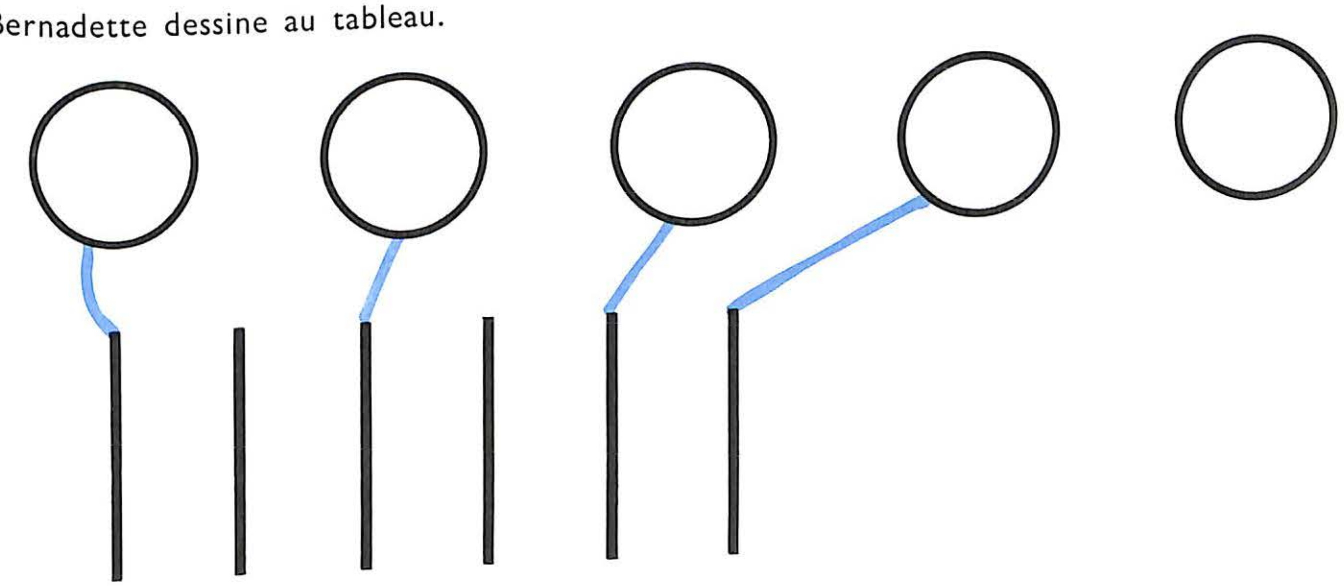
— **Non! Il y en a un en trop!**

— *Comment le montrer sur le dessin?*

...

— *Relions chaque bâton à son cerceau.*

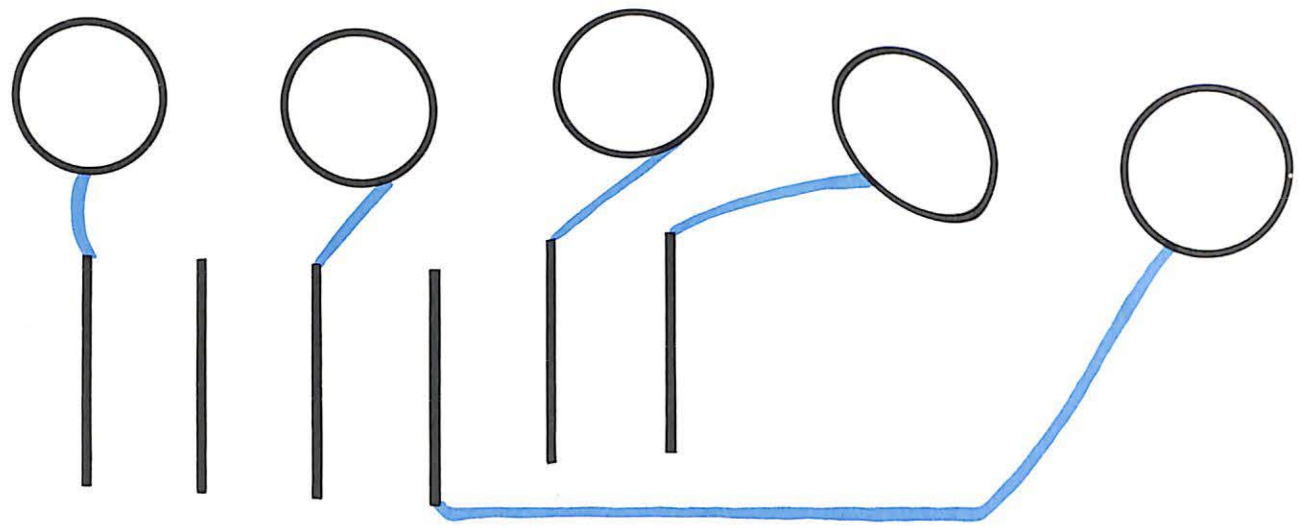
Bernadette dessine au tableau.



— *A-t-on donné un bâton à chaque cerceau?*

— **Non!**

Un enfant complète le dessin.



— *A-t-on on donné un cerceau à chaque bâton?*

— **Non! Il y a un bâton en plus!**

— *Combien de cerceaux?*

— **Cinq.**

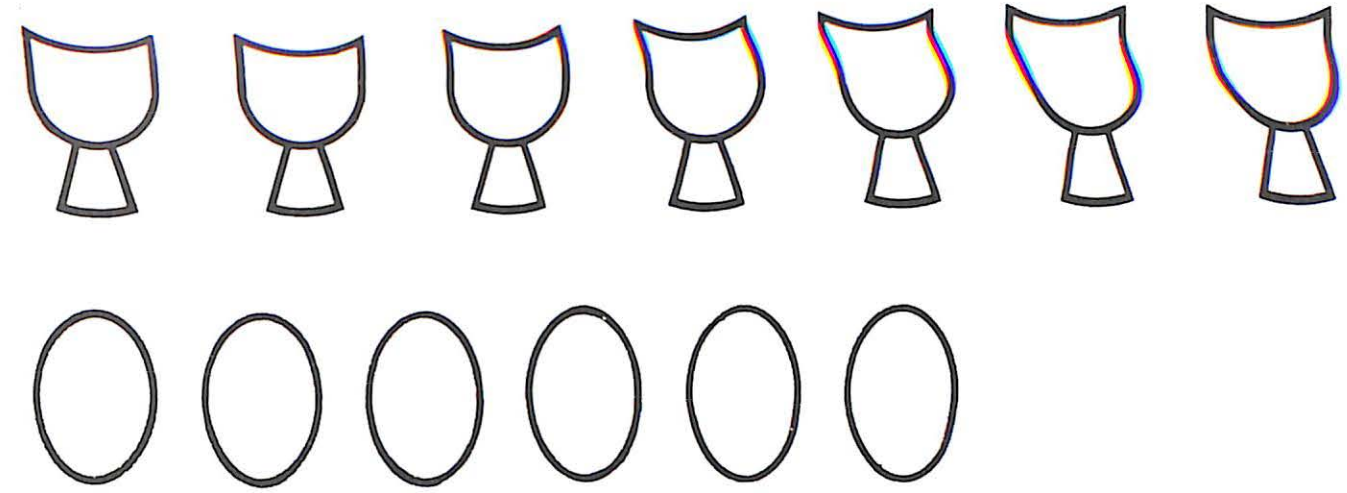
FRÉDÉRIQUE écrit **5** au tableau.

— *Combien de bâtons?*

— **Six.**

Un élève écrit **6** au tableau.

FRÉDÉRIQUE dessine des œufs et des coquetiers.



— **Ils sont grands, ces œufs!**

— **On dirait des œufs de Pâques!**

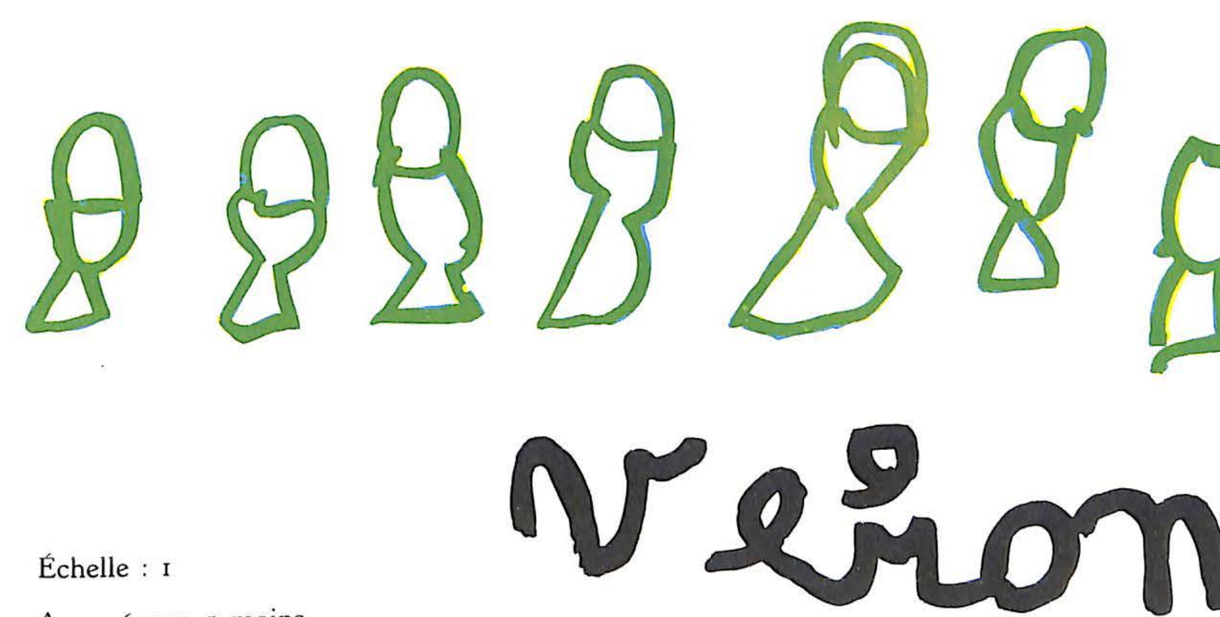
— *Y-a-t-il un œuf pour chaque coquetier?*

— **Non! Il en manque un!**

— **Peut-on mettre les œufs dans les coquetiers?**

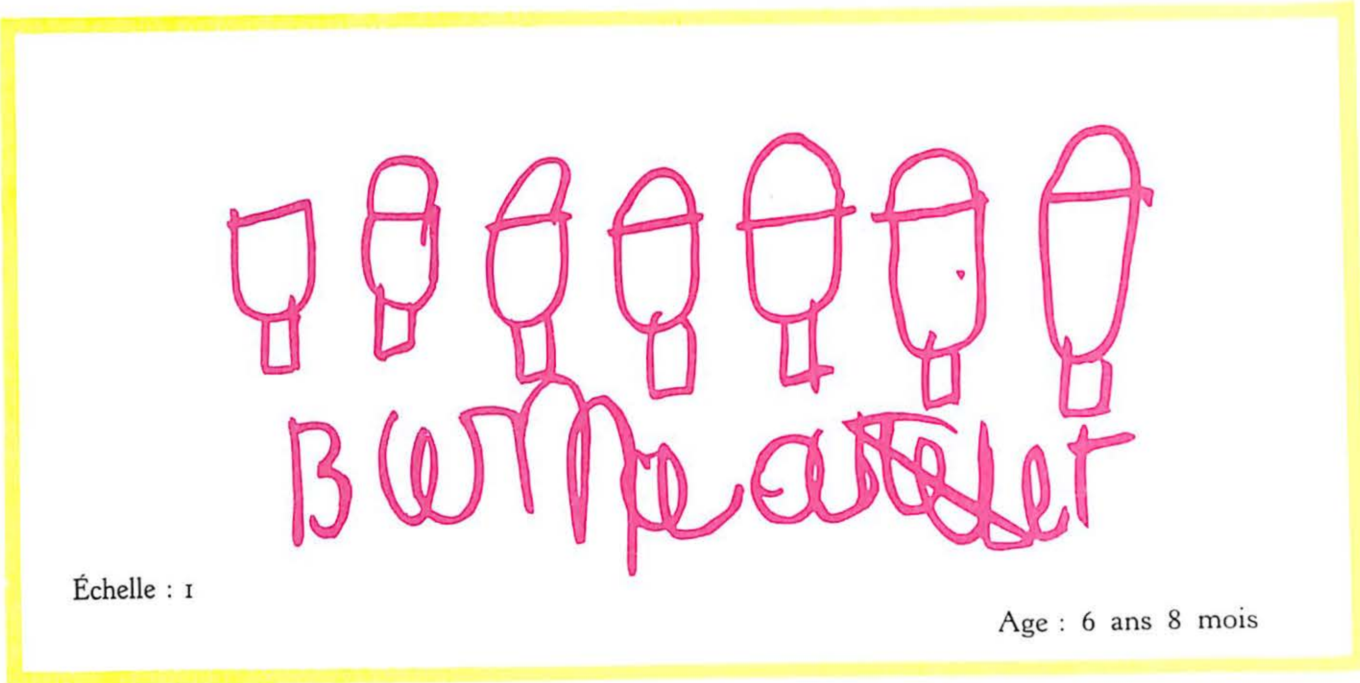
— *Oui! C'est une bonne idée.*

Chaque enfant reçoit une feuille de papier et une boîte de marqueurs.



Échelle : 1

Age : 6 ans 5 moins

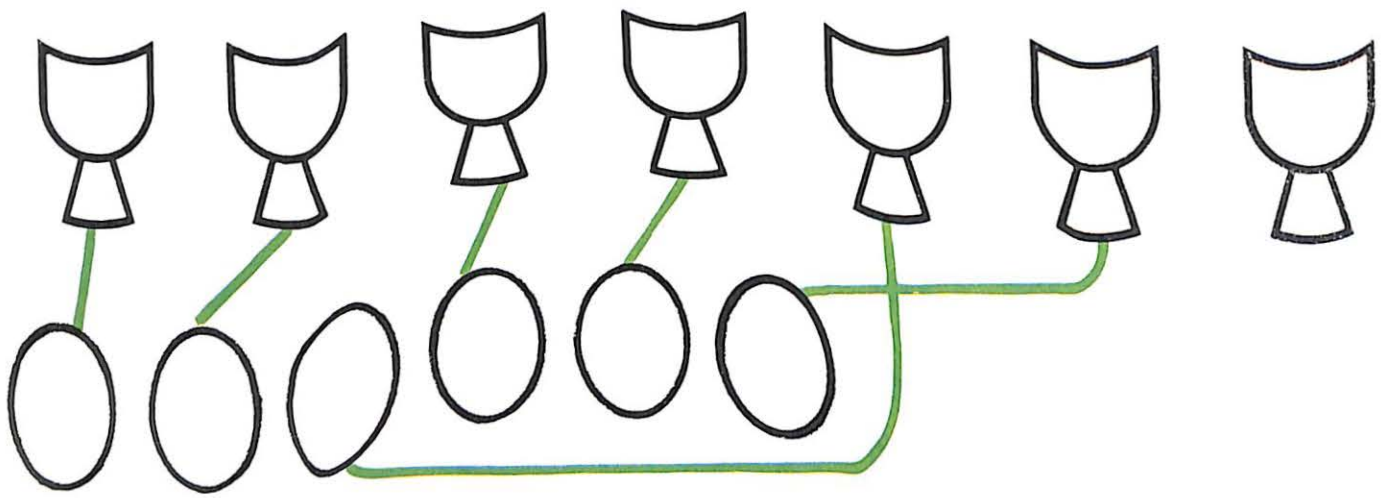


Échelle : I

Age : 6 ans 8 mois

— *Au tableau, montrons aussi qu'il manque un œuf.*

Catherine dessine.



— *Combien d' œufs ?*

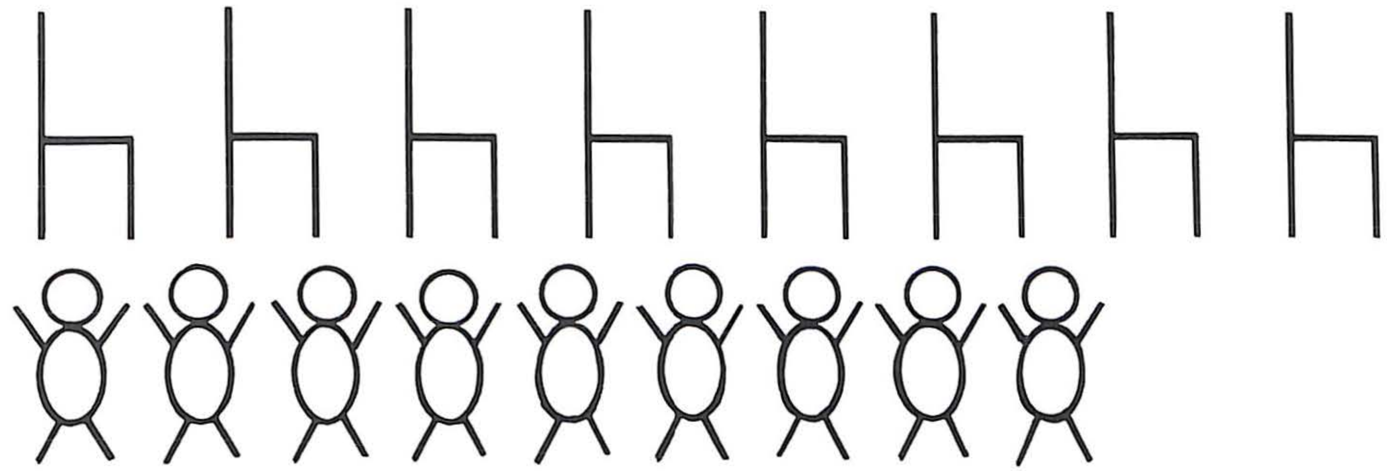
— **Six !**

— *Et de coquetiers ?*

— **Sept !**

On écrit les nombres **6** et **7**.

Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine des chaises et des poupées.



— *Mettez chaque poupée sur une chaise.*

— **Mais il y a trop de poupées !**

Échelle : I

Age : 6 ans 8 mois

Échelle : 1

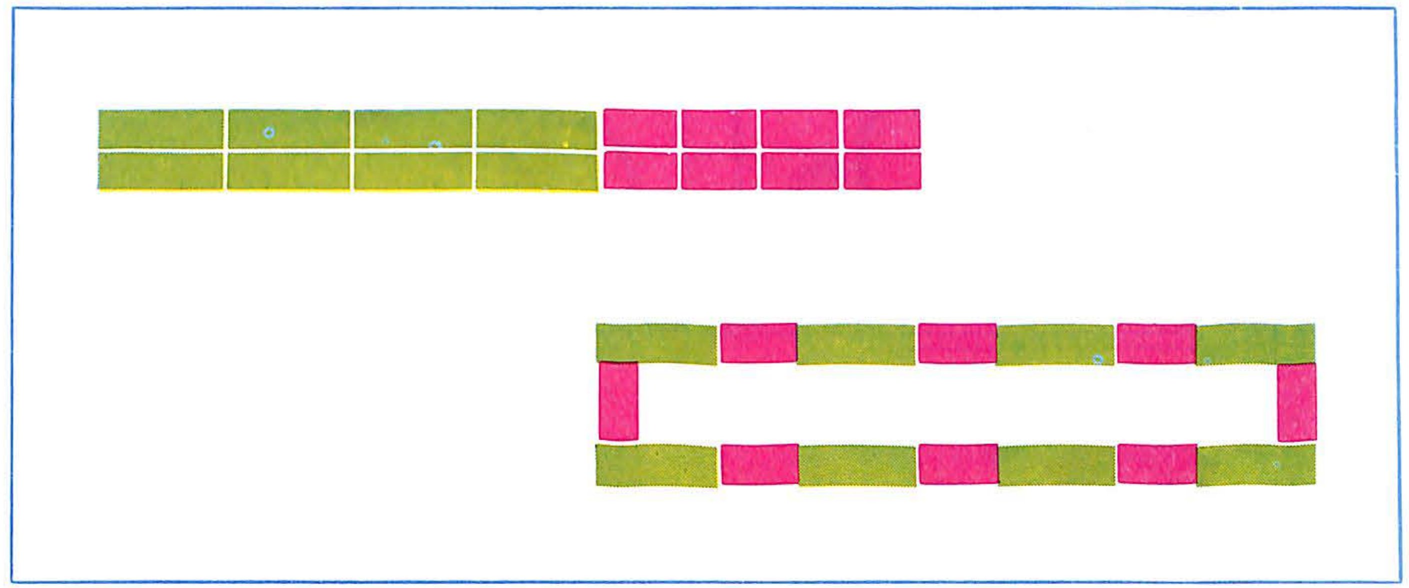
Age : 6 ans 6 mois

Chez Juliana, les poupées sont debout sur les chaises. Chez Babette, elles sont assises.

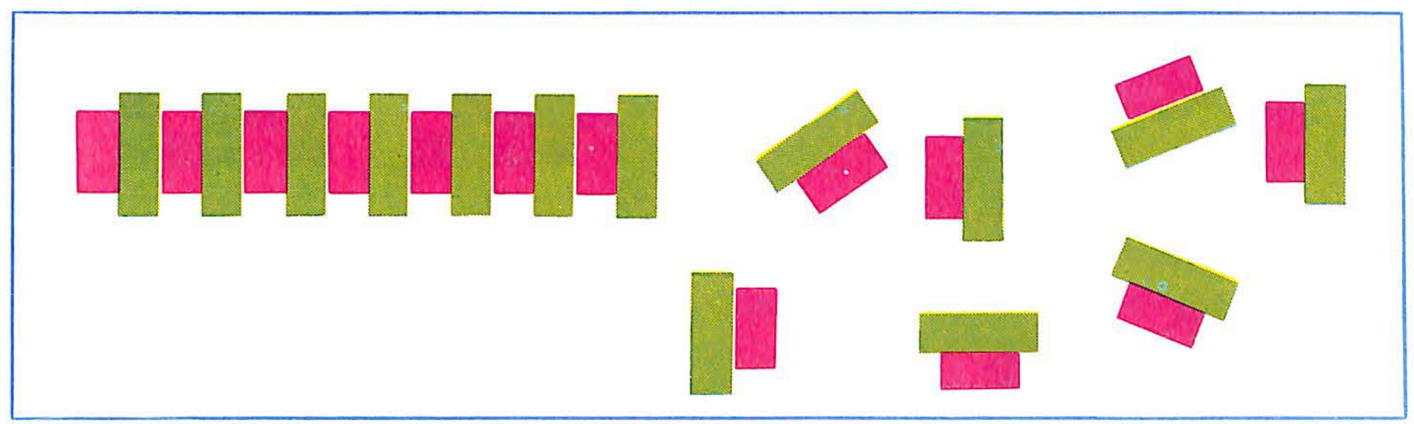
Une boite CUISENAIRE par équipe de deux enfants.

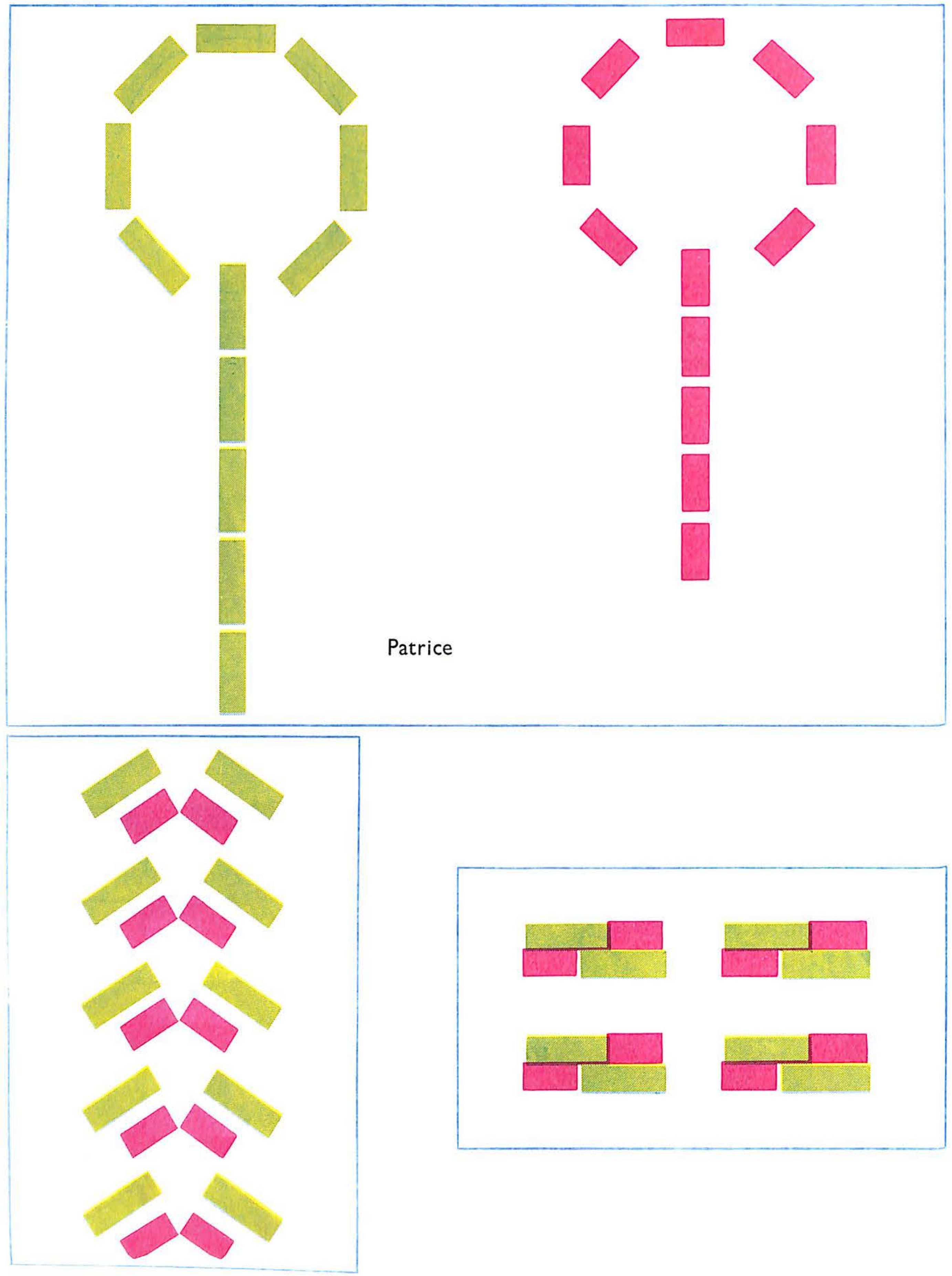
— *Prenez une poignée de réglettes rouges et faites un beau dessin; puis choisissez autant de réglettes vertes que de rouges. En les disposant joliment sur votre banc, montrez que vous ne vous êtes pas trompés: autant de vertes que de rouges, pas une de plus, pas une de moins.*

Le même enfant produit successivement ces deux dessins.



Francine assemble ses réglettes puis les sépare.





DATE : 11 septembre 1967

— *Dessinez 5 beaux points rouges ... puis le même nombre de points verts, pas un de plus, pas un de moins. Disposez les points de façon à montrer qu'il y a autant de verts que de rouges.*

Échelle : 1 Age : 5 ans 10 mois

Ce Nicolas, qu'il ne faut pas confondre avec son homonyme de [E.G] et des chapitres ultérieurs du présent ouvrage, fournit une solution très révélatrice qui mêle l'inattendu à l'harmonie.

Échelle : 1

Angles droits et translation.

Age : 6 ans 4 mois

Échelle : 1

Translation ou symétrie parallèle.

Age : 6 ans 5 mois

Échelle : 1

Réminiscence des jeux de cartes.

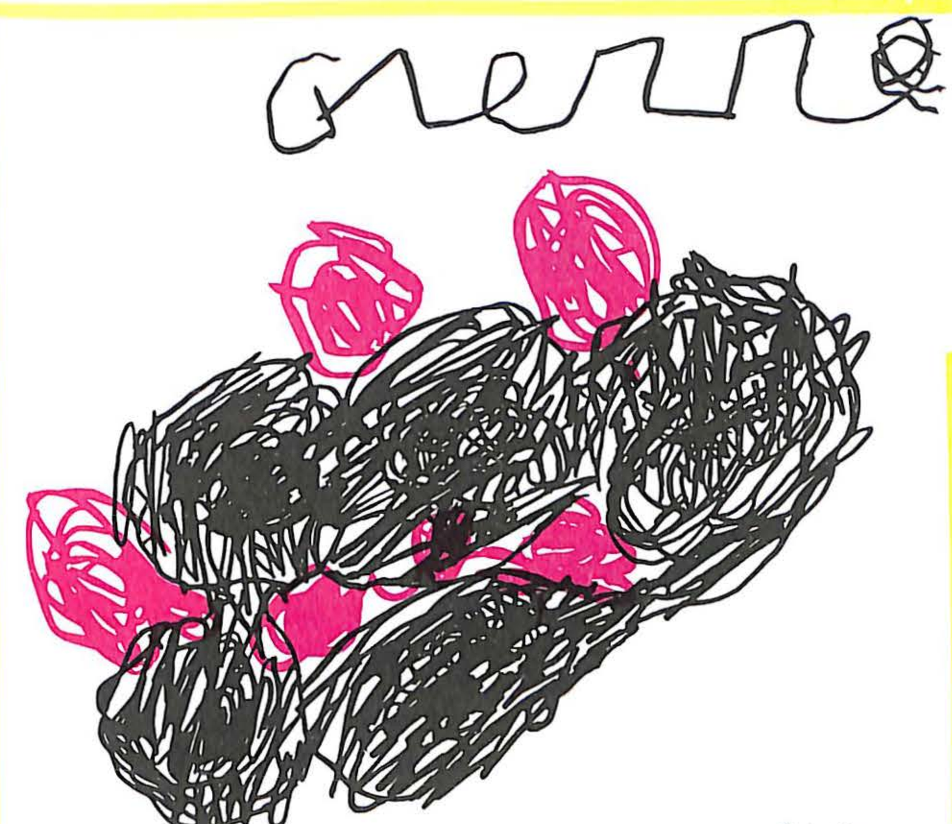
Deux axes de symétrie perpendiculaires : le vertical respecte entièrement les couleurs et l'horizontal autant que possible. Les symétries ainsi définies n'appliquent pas les ensembles de cinq points l'un sur l'autre.

Age : 6 ans 2 mois

Échelle : 0,65

Réminiscence du jeu de dés avec translation parallèle à un bord de celui-ci.

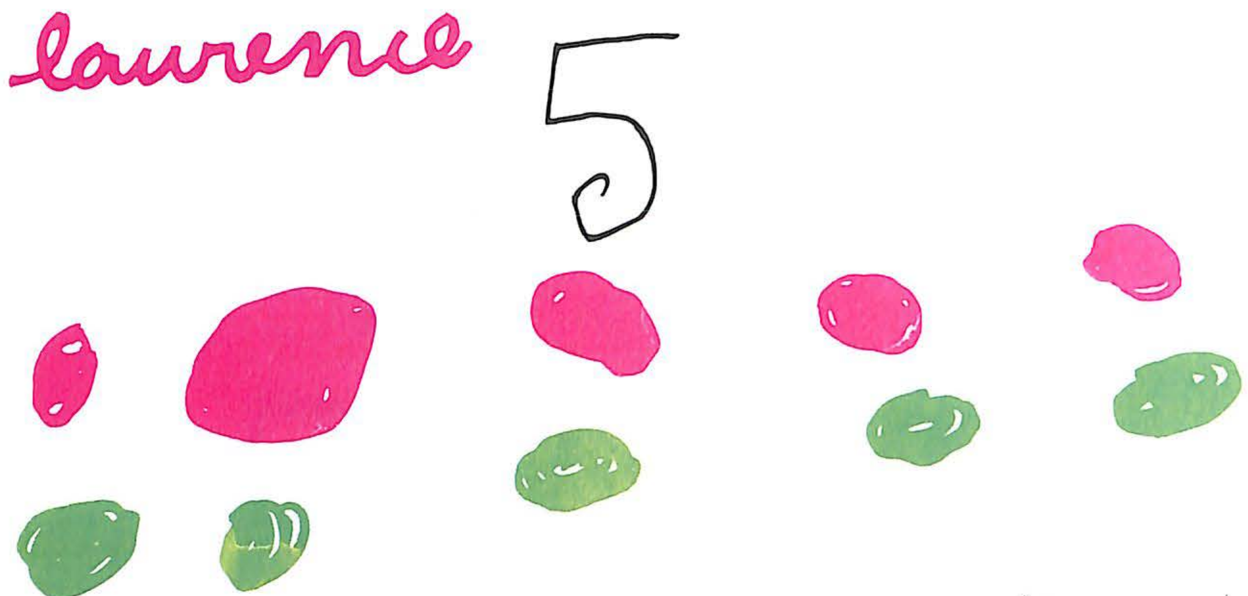
Age : 6 ans 8 mois



Échelle : 1

Tas peu organisés de 5 taches.
L'harmonie se crée en cherchant l'image par une symétrie dont l'axe traverse les tas.
Le défaut d'acuité visuelle de Pierre aidant, cela finit par tout remplir.

Age : 6 ans 7 mois



Échelle : 0,70

Age : 7 ans 2 mois

Laurence nous montre que la grosseur des points n'a vraiment pas d'importance.

Échelle : 0,70

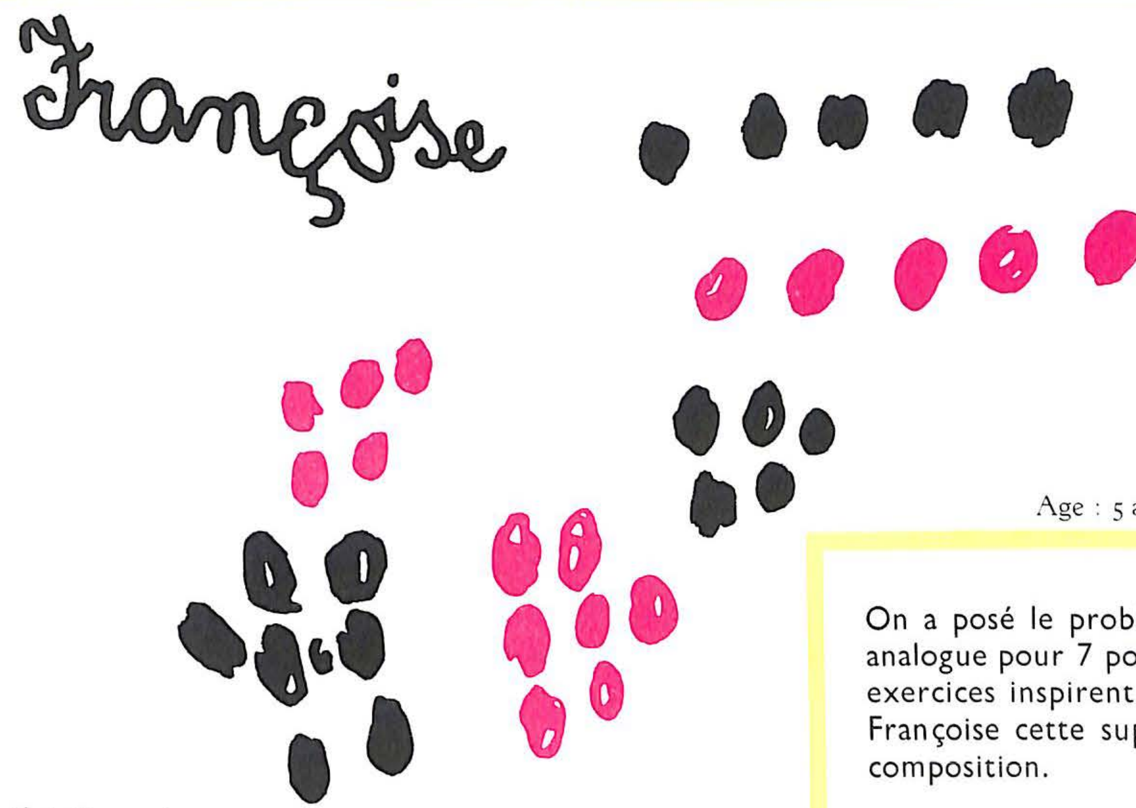
Age : 6 ans 4 mois

Angles droits et homothétie.

Échelle : 0,60

Reminiscence de jeux de dés et homothétie.

Age : 6 ans 1 mois



Age : 5 ans 8 mois

On a posé le problème analogue pour 7 points. Ces exercices inspirent à Françoise cette superbe composition.

Échelle : 0,60

5 — PREMIÈRES FORMULES

Chaque enfant a devant lui une réglette blanche, une rouge, une mauve et une marron.

DATE: 13 septembre 1967

En montrant successivement chacune de ces réglettes, FRÉDÉRIQUE écrit au tableau.

$$b \qquad r \qquad m \qquad M$$

— **Marron, c'est comme dans mon nom,** remarque Michel.

Chaque enfant reproduit les quatre signes et pose la réglette correspondante sur chacun d'eux.

— *Quelle est la plus petite de nos réglettes?*

— **Blanche!**

— *Et la plus grande des quatre?*

— **Marron!**

— *Comparons la rouge et la mauve.*

— **Rouge plus petite que mauve!**

— *Nous écrirons* $r < M$

Les enfants accueillent évidemment cette première formule sans étonnement.

— *Comparons la réglette mauve et la réglette marron.*

— **Mauve plus petit que marron!**

— *Ecrivons* $m < M$

Le jeu se poursuit. Un enfant écrit sa première formule au tableau $b < M$,

un autre $r < M$

On relit tous les signes et toutes les formules.

FRÉDÉRIQUE accroche un wagon rouge à un wagon rouge.

— *Montrez une réglette qui a même longueur que le train rouge-rouge.*

— **Mauve!**

— *Ecrivons* $r + r = M$

Nous lirons « rouge plus rouge égale mauve »

On forme des trains de plus en plus longs, on écrit

$$m + m = M$$

$$r + r + r + r = M$$

$$b + b + b + b + b + b + b + b = M$$

et on relit toutes les formules.

6 — TRAINS, PLATEAUX, FORMULES ET NOMBRES

DATE : 15 septembre 1967

Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit **4** et demande aux élèves de montrer ce nombre de doigts.

Puis on répète le même exercice avec **5, 7, 8, 9, 2, 10, 3, 6.**

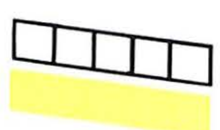
Les enfant se groupant par deux, on poursuit le jeu avec **11, 12, 15, 20.**

* * *

Une boite CUISENAIRE par équipe de deux élèves

Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit **5.**

— ***Prenez ce nombre de réglettes blanches, formez un train puis trouvez une réglette de même longueur que ce train.***



— **Jaune !**

Même jeu pour **7** et **6.**

* * *

Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit r, m, M, b. Les élèves montrent successivement une réglette rouge, une mauve, une marron, une blanche.

— ***Au tableau, j'écris une histoire. Vous la racontez avec des réglettes.***

$$r + r + r + r = M$$

Les enfants forment deux trains de même longueur.

Même jeu pour les formules

$$r + r = m$$

$$b + b + b + b + b + b + b + b = M$$

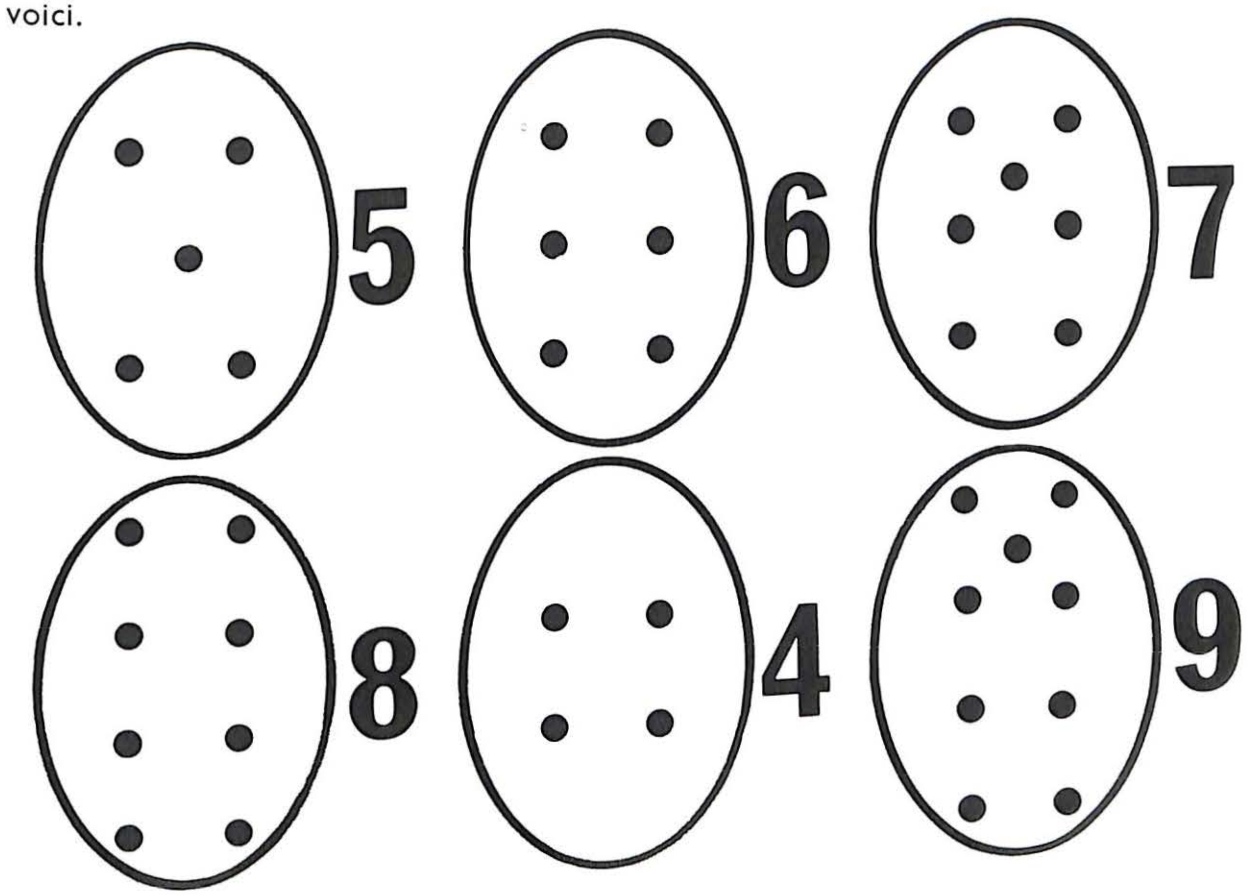
* * *

Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit **5.**

— ***Faites un joli dessin avec ce nombre de beaux gros points. Puis entourez- les d'une corde.***

Même jeu pour **6, 7, 8, 4, 9.**

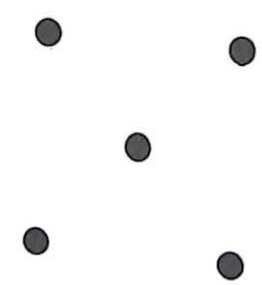
Après avoir laissé chaque enfant dessiner selon sa fantaisie, FRÉDÉRIQUE trace les six schémas que voici.



7 — NOMBRES ET BIJECTIONS

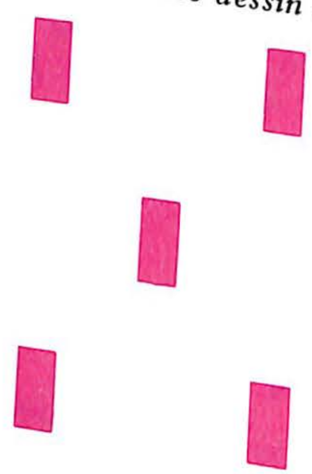
DATE : 19 septembre 1967

Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine

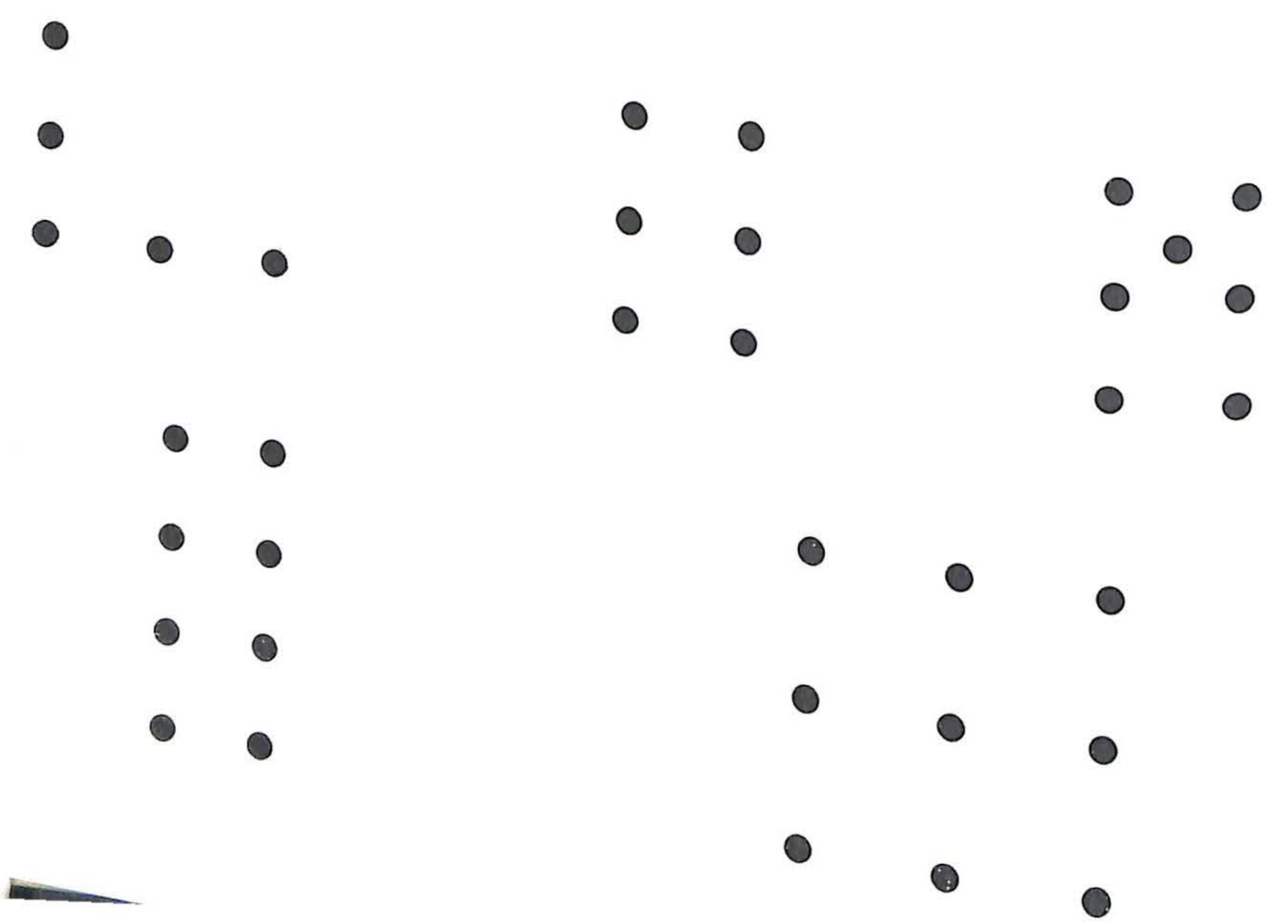


— *Avec des réglettes rouges, produisez le même dessin sur votre banc.*

Réponse :



On recommence l'exercice avec les schémas



Au moyen de réglettes, chaque élève réalise un double escalier.

— *Combien de wagons blancs dois-je accrocher pour former un train aussi long qu'une réglette rouge?*

— **Deux wagons!**

— *Et pour former un train de même longueur qu'une réglette vert clair?*

— **Trois wagons!**

etc.

On termine le jeu par un train de même longueur qu'une réglette orange.

— **Dix wagons!**

* * *

— *Ecoutez attentivement!*

Avec une réglette puis avec une clef, FRÉDÉRIQUE frappe successivement **3** coups et **5** coups.

— *Combien de coups?*

— **Huit!**

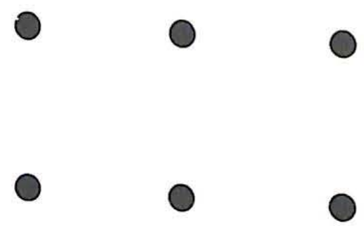
FRÉDÉRIQUE donne sa réglette et sa clef à un élève qui répète ce qu'elle a fait.

On joue de manière analogue avec **6**, **7** et **9**.

8 — NOMBRES, GÉOMETRIE ET RYTHME

DATE : 21 septembre 1967

— Au tableau FRÉDÉRIQUE dessine



— **Six points!**

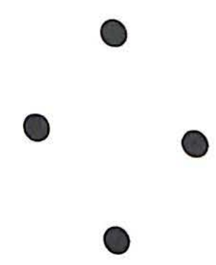
— *Comment les voyez-vous?*

— **Trois et trois!**

— **Deux et deux et deux!**

On produit **6** percussions d'abord groupées trois par trois, ensuite deux par deux.

Nouveau dessin :

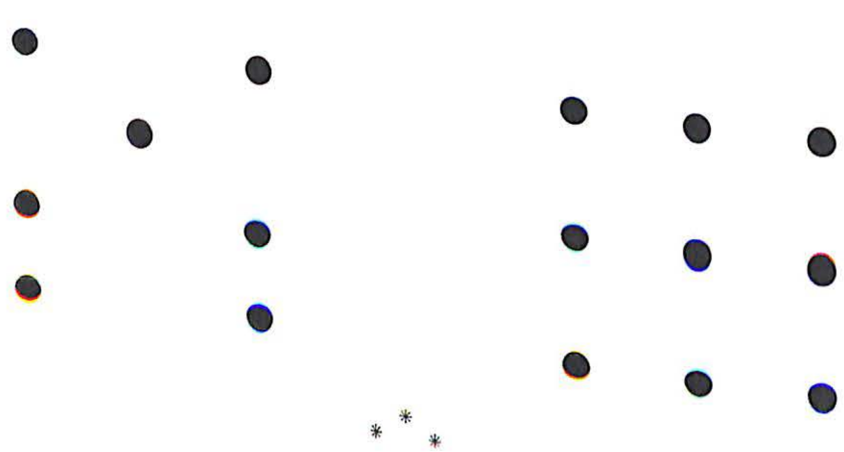


— **Six points!**

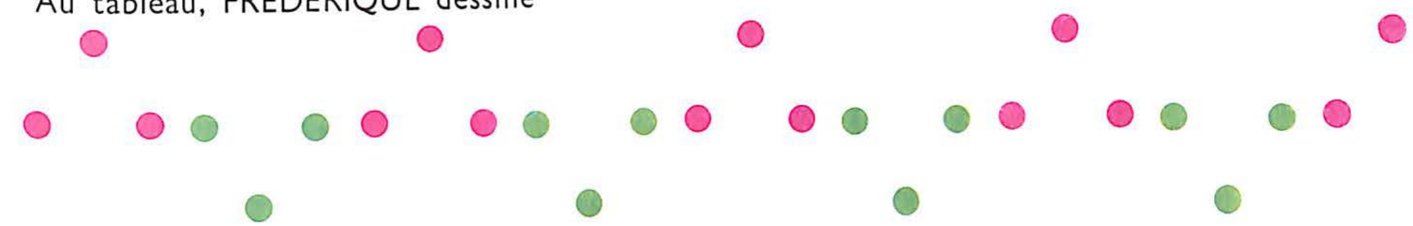
— **Un et deux et trois!**

On produit 6 percussions groupées comme sur le dessin.

Jeux analogues avec les schémas



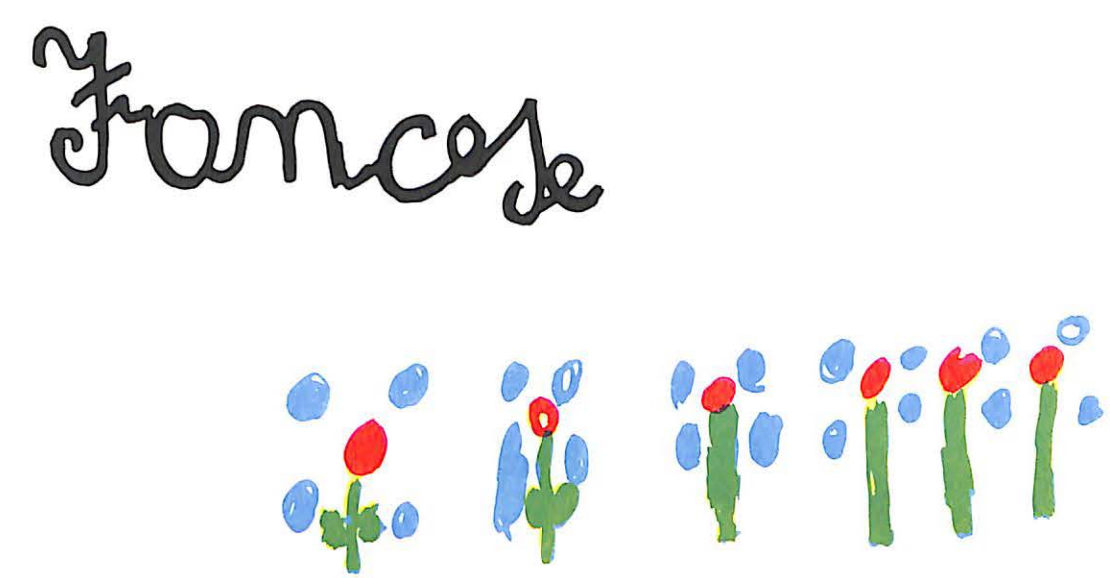
Au tableau, FRÉDÉRIQUE dessine



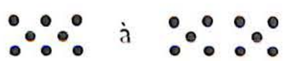
Spontanément et tous ensemble, les élèves entonnent la litanie
un, deux, trois ... quatre, cinq, six ... sept, huit, neuf ... dix, onze, douze ... etc.
en la rythmant.

Avec une réglette et une clef, on produit une suite de percussions en les alternant trois par trois.

— ***Inventez, vous aussi, un beau dessin rythmé en deux couleurs.***



Échelle : 1 Age : 5 ans 8 mois

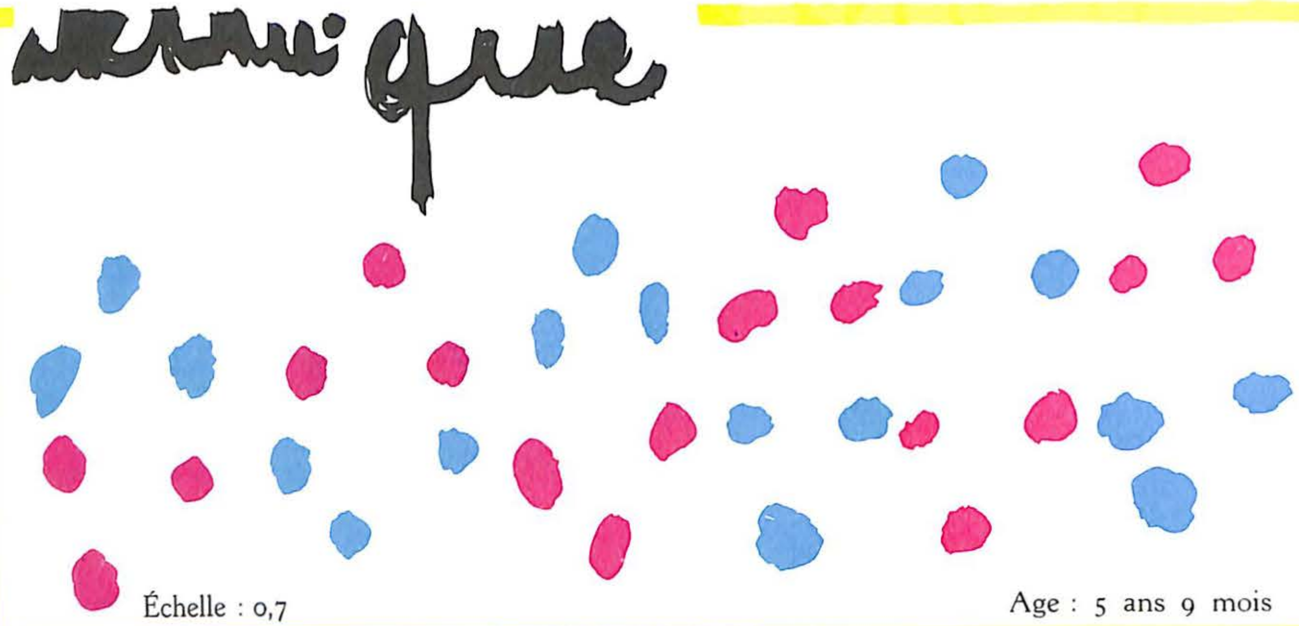
Effet de la loi du moindre effort, Françoise a bientôt substitué 
Consciemment ou non, elle a ensuite harmonisé son erreur.
Le dessin abstrait bleu-orange étant terminé, les groupes de cinq lui ont suggéré des fleurs auxquelles elle a ajouté des tiges vertes.

Échelle : 0,8

Age : 6 ans 6 mois

Comme en musique lorsque le thème devient lassant et au moment où il retrouve la paire verte initiale, Jean-Philippe annonce : « Maintenant, je vais changer » et effectue une variation sur le thème précédent.

A part l'hiatus ⁚⁚ , toute la mélodie est fondée sur le même principe : translations avec changement de couleur. La deuxième phrase s'interprète encore par symétries glissées, transformations bien aimées des enfants.



Échelle : 0,7

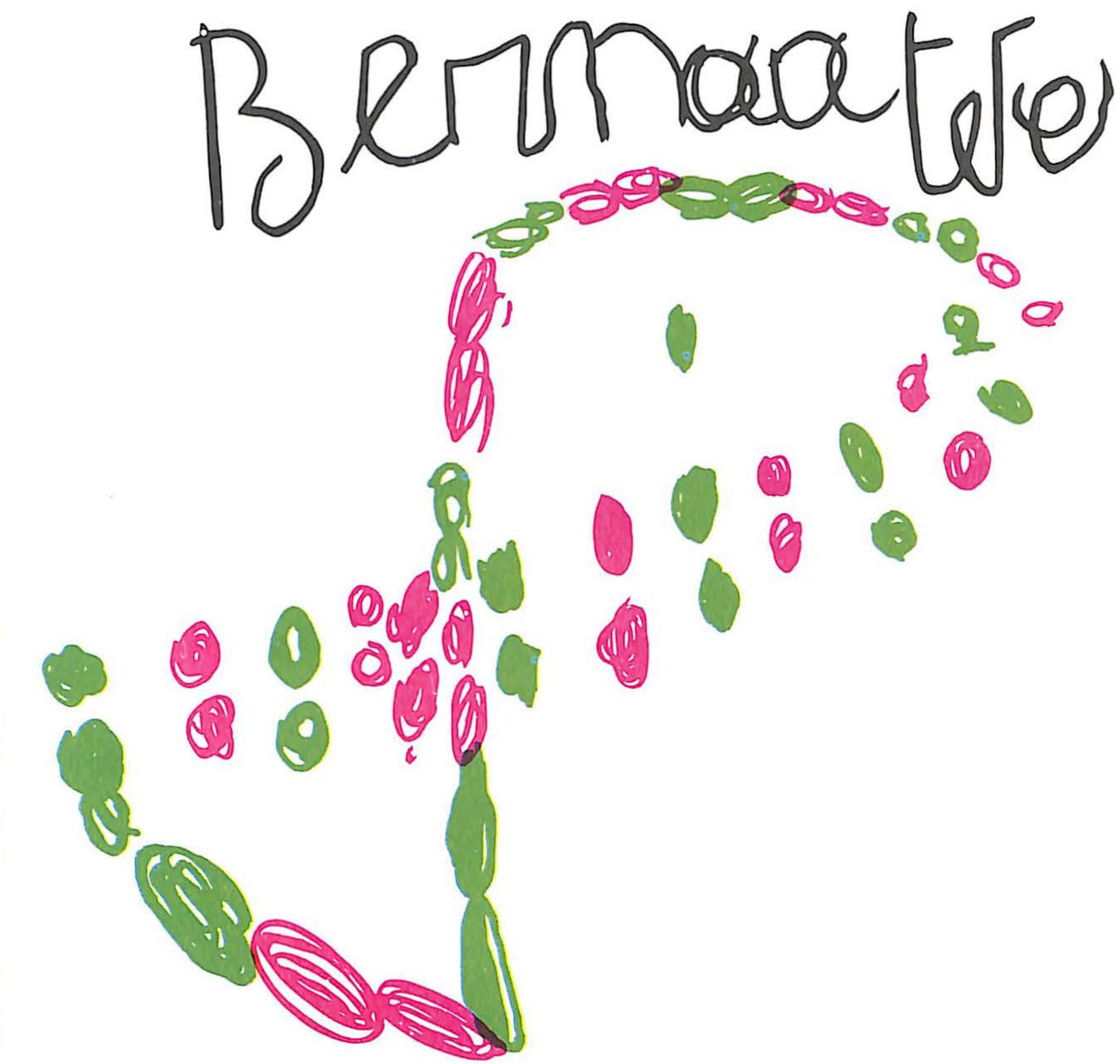
Age : 5 ans 9 mois

Variation sur le thème présenté par FRÉDÉRIQUE.

Pour les enfants, la frise est infinie. Ils exigent que l'on aille d'un bord à l'autre du tableau.

Les frises rouges et bleues sont images l'une de l'autre par symétrie, translations et symétries glissées.

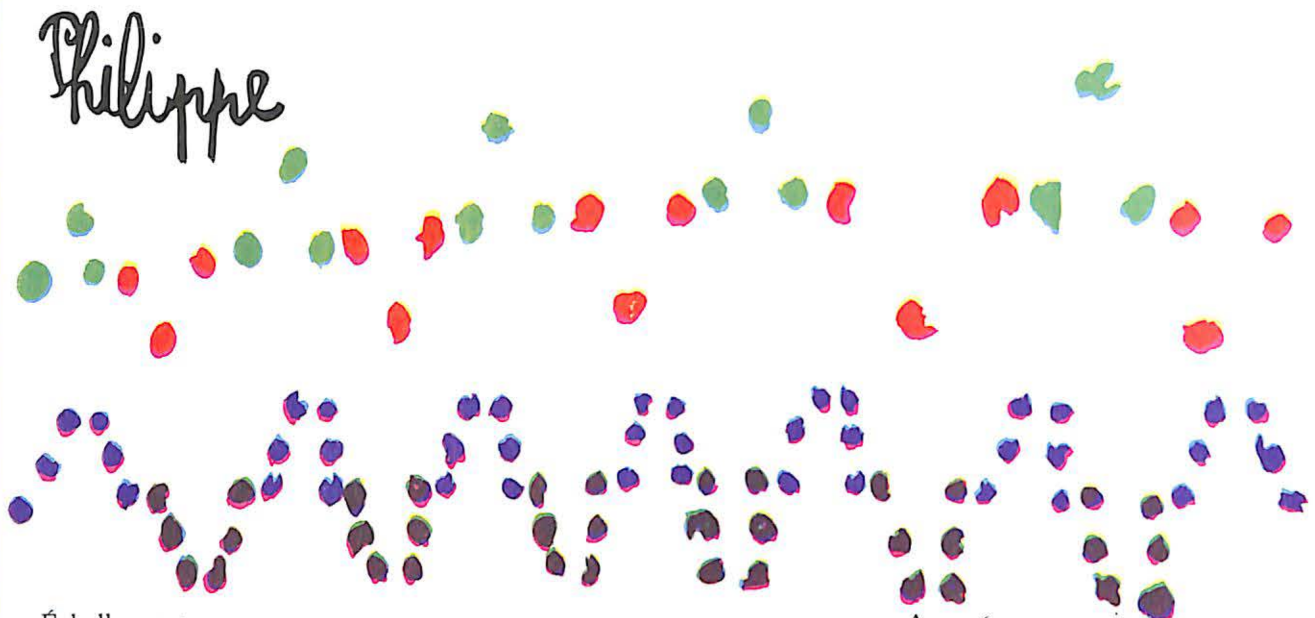
NOIR



Échelle : 1

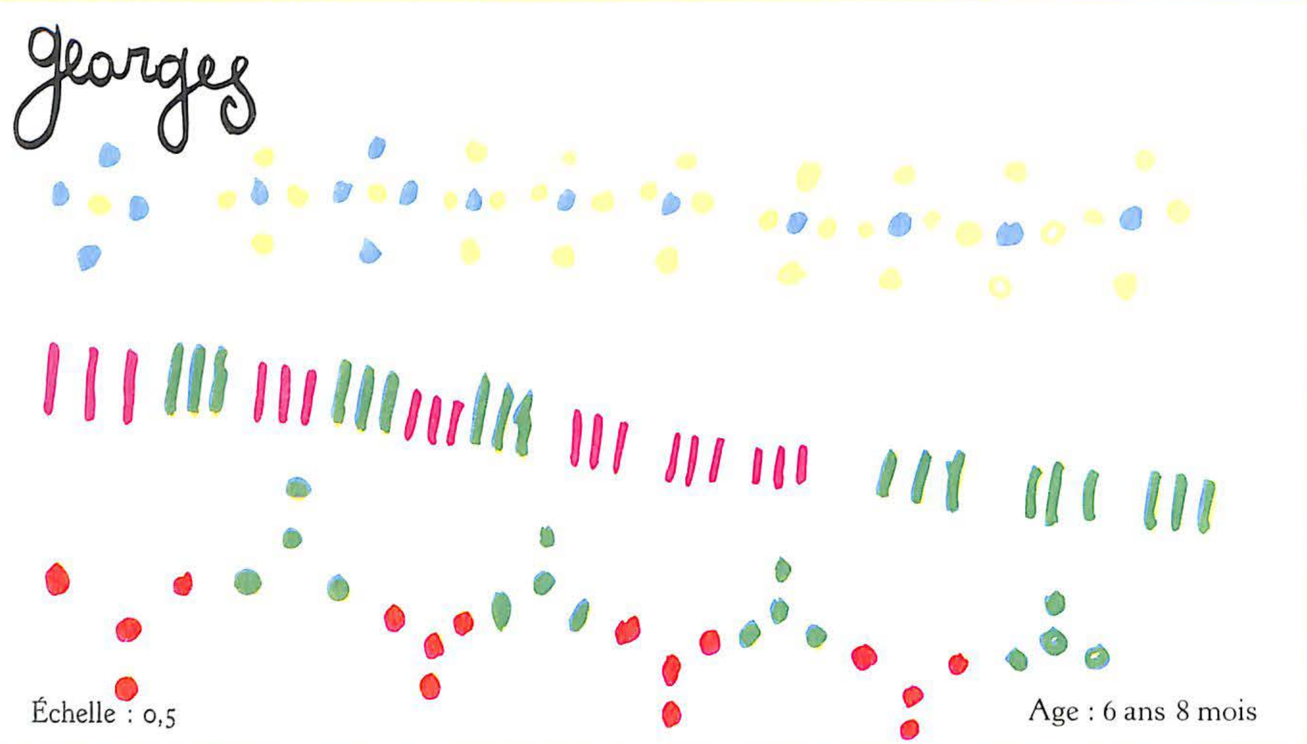
Age : 6 ans 8 mois

Arrivée au bout de la partie horizontale, Bernadette annonce : « Je vais faire un cercle » et préserve certaines harmonies en passant par dessus les détails trop compliqués.



Échelle : 0,5 Age : 6 ans 1 mois

Quand on demande à Philippe de dessiner une frise analogue à celle de FRÉDÉRIQUE, il en présente une qui respecte l'aspect groupal de la situation.



Échelle : 0,5 Age : 6 ans 8 mois

La première frise de Georges débute par translation avec l'accident, changement de couleur, qui disparaît dans la suite.
La deuxième frise ressemble à celle de Jean-Philippe qui appartient cependant à l'autre classe. La symétrie glissée règne sur la dernière frise de Georges.

9 — NOMBRES ET LONGUEURS

DATE : 22 septembre 1967

Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

— ***Ecrivez les nombres en montant, comme au tableau.***

. . .

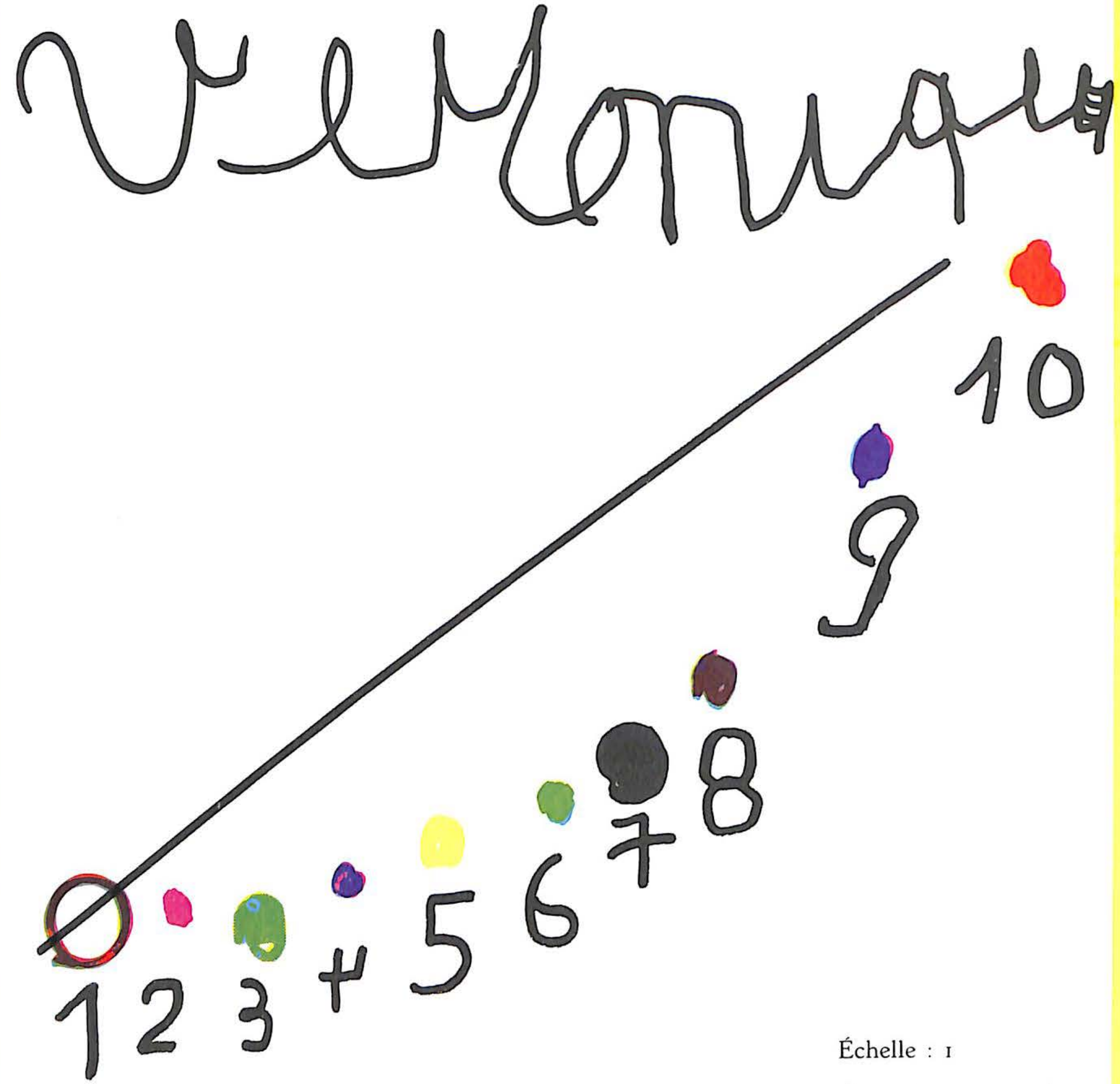
— ***Je forme un train en accrochant deux wagons blancs. Montrez une réglette de même longueur que ce train blanc.***

— **Rouge !**

On poursuit le jeu avec des trains blancs de 3, 4, . . ., 10 wagons. Au fur et à mesure que l'on découvre la réglette correspondante, on dessine une tache de même couleur au-dessus du nombre de wagons blancs.

Échelle : 0,5
Age : 6 ans

En plus de certaines fautes, Paola, n'a pu écrire en diagonale.



Échelle : 1

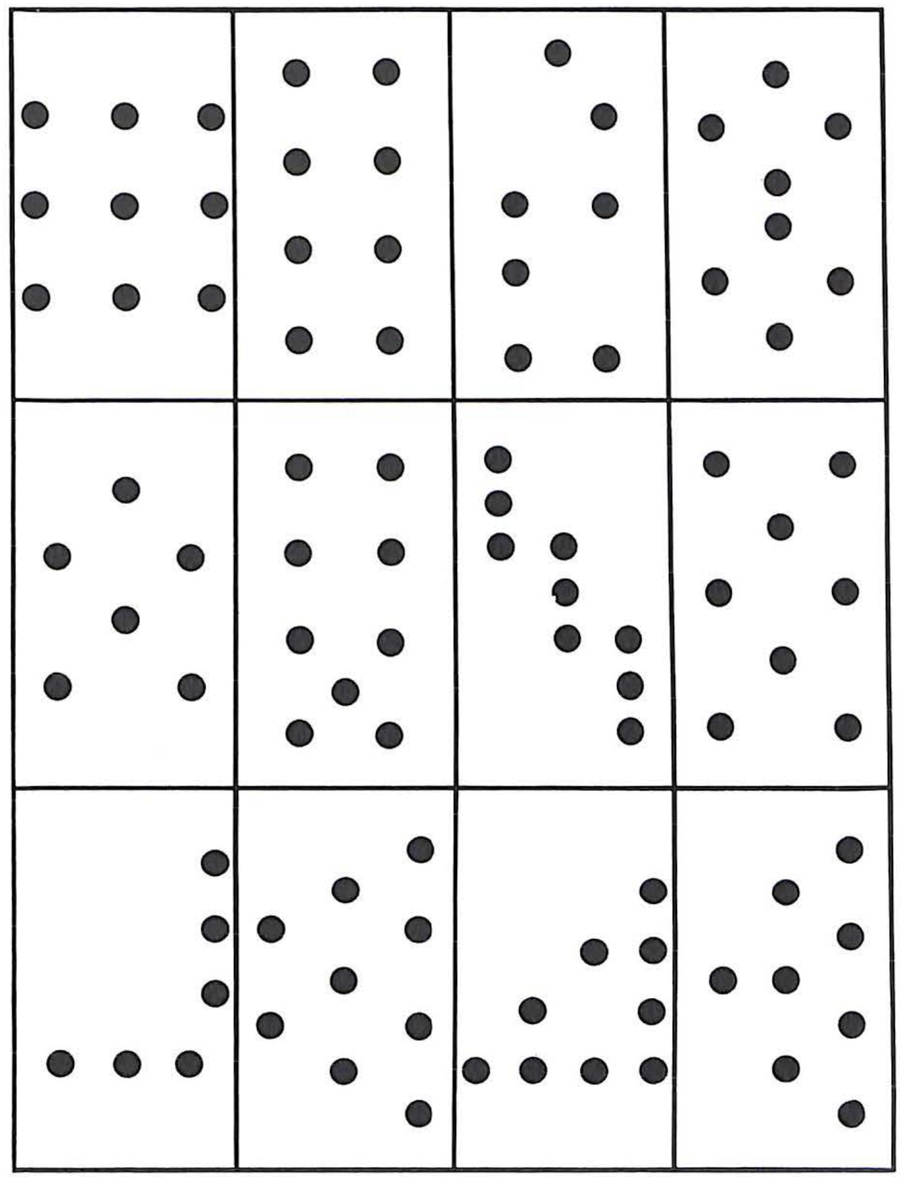
Age : 6 ans 5 mois

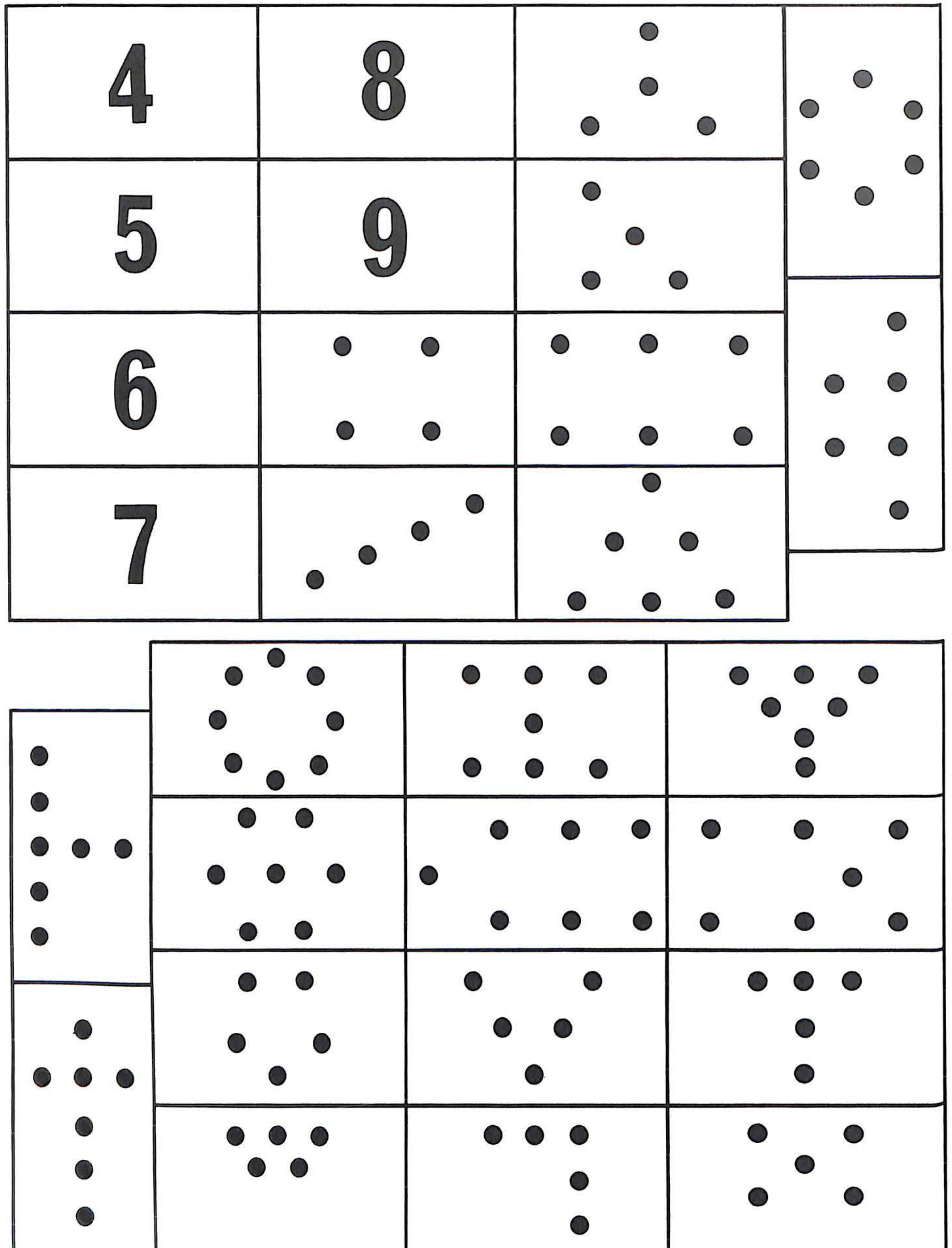
Pour être sûre de bien écrire en diagonale, Véronique a commencé par tracer une belle ligne oblique à la règle. Mais qu'il est difficile de faire obéir les chiffres à une telle consigne!
Un quatre en miroir mais pas d'erreur dans la couleur des réglettes.

10 — NOMBRES ET CARTES DE POINTS

DATE : 23 septembre 1967

Chaque enfant dispose d'un jeu de 40 cartes.





L'exercice consiste à mettre en tas les cartes sur lesquelles figure le même nombre de points.
Ce travail est réussi en 10 à 35 minutes.

11 — APPARITION D'UNE UNITÉ DE LONGUEUR

DATE : 26 septembre 1967

FRÉDÉRIQUE demande à quelques enfants de restituer mentalement l'escalier ascendant et l'escalier descendant des réglettes.

— *J'appelle* **1** *la petite réglette blanche, comment appellerez-vous la réglette vert clair ?*

— **3.**

— *Et la rouge ?*

— **2.**

— *Et la mauve ?*

— **4.**

— *Et la jaune ?*

— **5.**

— *La noire ?*

— **7.**

— *La marron ?*

— **8.**

— *L'orange ?*

— **10.**

— *La bleue ?*

— **9.**

Une boite de réglettes par équipe de deux enfants.

— *Montrez la réglette 3.*

— **Vert clair !**

— *Vérifiez.*

Chaque enfant forme le train $b + b + b$ de même longueur qu'une réglette vert clair.

FRÉDÉRIQUE écrit **5** au tableau. Les élèves montrent une réglette jaune et forment le train $b + b + b + b + b$.

Le jeu se poursuit pour **7, 6, 4, 2, 8, 10** et **9.**

Jeux de fixation.

1. Les naturels de 1 à 10 sont notés sur des cartons puis ceux-ci sont retournés et mêlés. Un enfant prend un carton, lit le nombre et montre la réglette correspondante. S'il ne se trompe pas, il a le droit de jouer une deuxième fois.

2. Un élève montre une réglette, son voisin doit choisir parmi les dix cartons le nombre correspondant.

12 — ET VOICI LE BINAIRE

Une boîte CUISENAIRE par équipe de deux enfants.

DATE : 27 septembre 1967

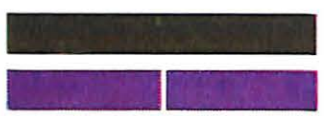
Au tableau, FRÉDÉRIQUE écrit

$$b + b =$$
$$r + r =$$
$$m + m =$$

Les enfants complètent ces formules et les illustrent par des trains de réglettes.

$b + b = r$

$r + r = m$



$m + m = \mathsf{M}$

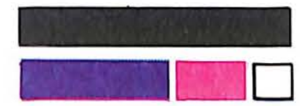
ou encore

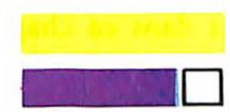
$$r = b + b$$
$$m = r + r$$
$$\mathsf{M} = m + m$$

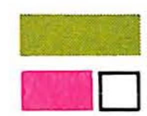
Chaque enfant a devant lui une gamme binaire de réglettes rouges b, r, m, M.

— En utilisant uniquement ces réglettes, formez un train de même longueur qu'une noire.

— De même pour les autres réglettes.







Jeux de fixation des décompositions additives binaires des réglettes.

Chaque enfant reçoit des cartons portant ces termes.

b	m	$r + b$	$m + r + b$
r	M	$m + r$	$\mathsf{M} + r$
		$m + b$	$\mathsf{M} + b$

1. A côté de chacun d'eux, il pose la réglette correspondante.
2. Un élève montre une réglette, et son voisin le terme qui la désigne.

2

Minicomputer

AVANT-PROPOS

Relation aussi fidèle que possible, mais inévitablement schématisée, ce chapitre décrit quatre moments de l'initiation à la représentation des nombres sur **MINICOMPUTER**. Fort sensible à la participation des élèves, cette introduction varie considérablement d'une expérience à l'autre.

Faut-il dire que quatre leçons ne suffisent pas pour permettre à tous les élèves de maîtriser **MINICOMPUTER** et de fixer les formations représentatives des petits nombres! Les enfants n'arrivent que progressivement à dominer le fonctionnement de la machine et à percevoir globalement son système de représentation structuré.

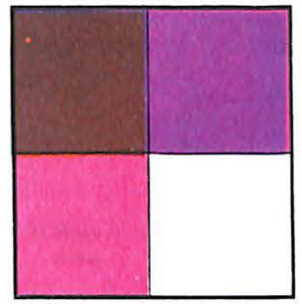
Les procédés décrits dans ce chapitre interviennent dans de nombreuses leçons où le calcul et **MINICOMPUTER** jouent le rôle principal. Pour des raisons évidentes, cet ouvrage n'en a retenu qu'une partie.

S'il est vrai que certains élèves sont arrivés beaucoup plus tôt que d'autres à assimiler les règles de **MINICOMPUTER**, on peut considérer qu'au bout du troisième mois, le maniement de la petite machine était devenu familier à tous les enfants.

1 — PREMIÈRE PLAQUE

DATE: 2 octobre 1967

FRÉDÉRIQUE suspend au tableau une plaque de **MINICOMPUTER** mural.



— **Oh! Ce sont nos couleurs!**, dit Jean-Jacques, en montrant une réglette blanche, une rouge, une mauve et une réglette de couleur marron.

— *Tu as raison! Nous allons jouer tous ensemble, vous avec vos réglettes, moi avec cette grande plaque et ces pions.*

FRÉDÉRIQUE pose deux pions noirs sur la case blanche.

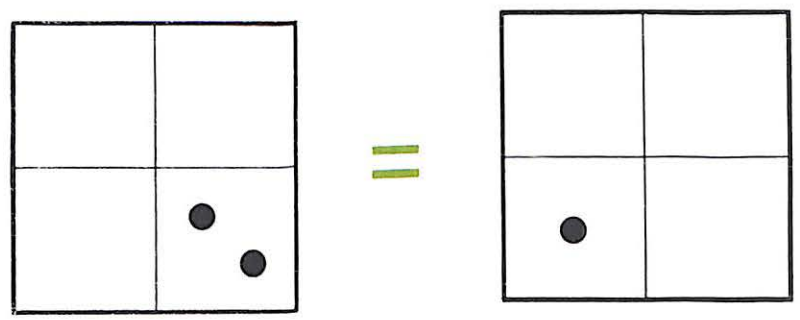
— **Oh! Ils tiennent tout seuls!** dit un enfant émerveillé.

— *Accrochez deux wagons blancs.*

— **C'est comme un rouge!**

— *Un train blanc-blanc a même longueur qu'un wagon rouge.*

FRÉDÉRIQUE retire les deux pions noirs de la case blanche et en pose un sur la case rouge.



— *Deux pions sur la case blanche égale un pion sur la rouge.*

Les enfants adoptent bien vite l'amusant raccourci

« un rouge » pour « un pion sur la case rouge »

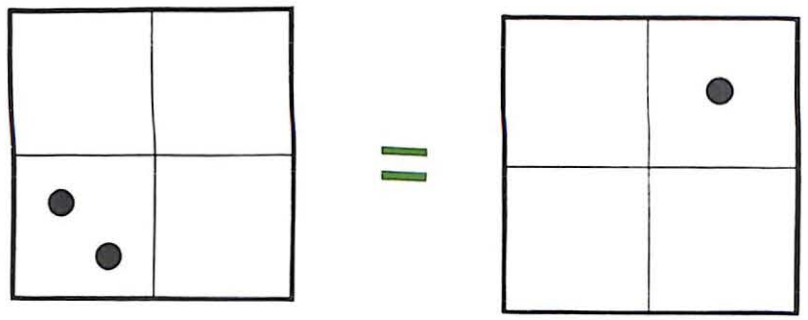
D'où le slogan « Deux blancs égale un rouge ».

— *Poursuivons le jeu !*

FRÉDÉRIQUE pose deux pions noirs sur la case rouge, les enfants accrochent deux wagons rouges.

— **C'est comme un wagon mauve !**

FRÉDÉRIQUE retire les deux pions de la case rouge et en pose un sur la case mauve.



— **Deux rouges égale un mauve.**

Jean-Jacques brûle d'envie de manipuler les pions aimantés et implore :

— **Madame ! Je peux jouer ?**

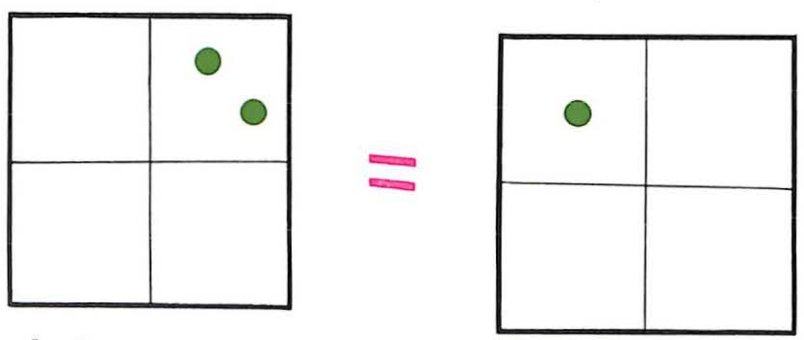
FRÉDÉRIQUE acquiesce et Jean-Jacques enlève le pion noir de la case mauve et y place deux pions verts.

— **Oh ! C'est beau !**

— *Accrochez deux wagons mauves.*

— **C'est comme un wagon marron.**

FRÉDÉRIQUE enlève les pions verts de la case mauve et en pose un sur la case marron.



— **Deux mauves égale un marron.**

— *Recommençons sans réglettes. Les plus gentils joueront avec les pions.*

Silence impressionné sur tous les bancs.

FRÉDÉRIQUE place deux pions sur la case blanche.

— **Moi, je sais !**

De nombreux doigts se lèvent.

— **Un rouge !**

Un enfant retire les deux pions de la case blanche et en pose un sur la rouge. etc ...

— *Prêts pour un deuxième jeu ? Vous avec les réglettes, moi avec les pions !*

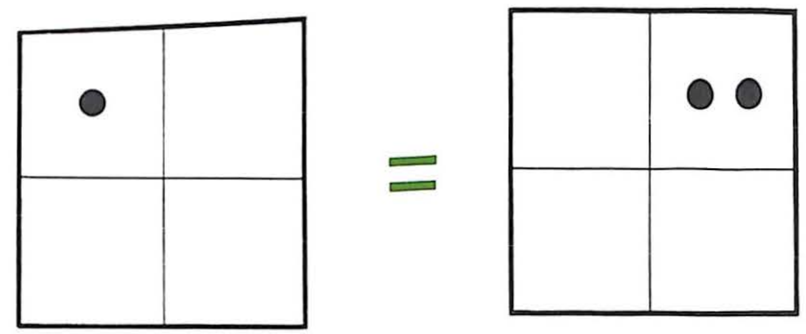
FRÉDÉRIQUE pose un pion sur la case marron, les enfants prennent une réglette marron.

— *Construisez un train de même longueur avec deux réglettes de même couleur.*

Les enfants mettent bout à bout deux réglettes mauves.

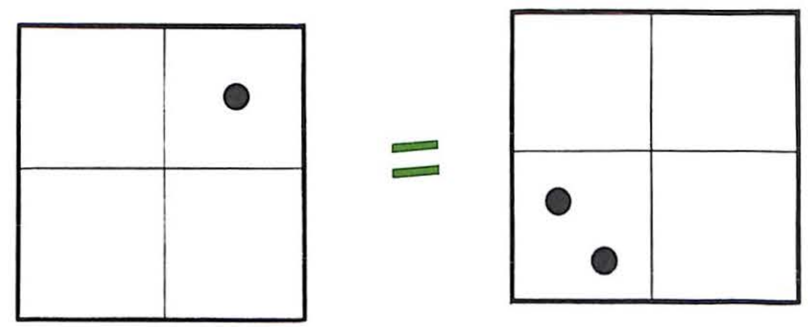
— **Marron égale deux mauves.**

FRÉDÉRIQUE remplace le pion de la case marron par deux pions sur la case mauve.

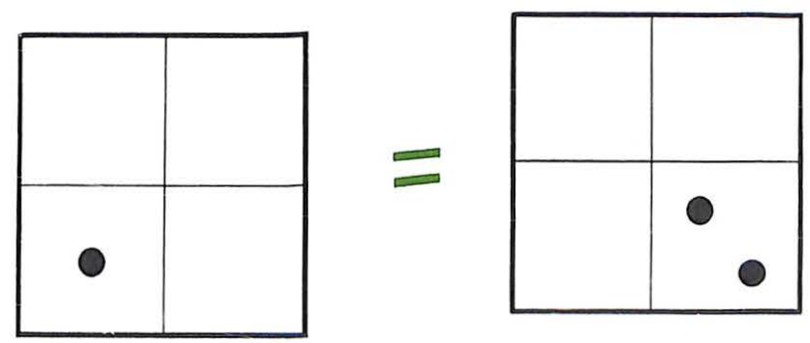


Jeux analogues.

— **Un mauve égale deux rouges.**

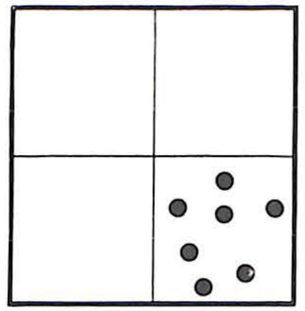


— **Un rouge égale deux blancs.**

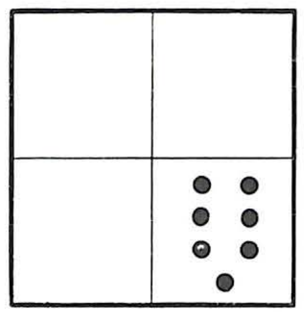


Toute la classe concentrée sur MINICOMPUTER et ses pions magiques recommence la manipulation sans l'aide des réglettes.

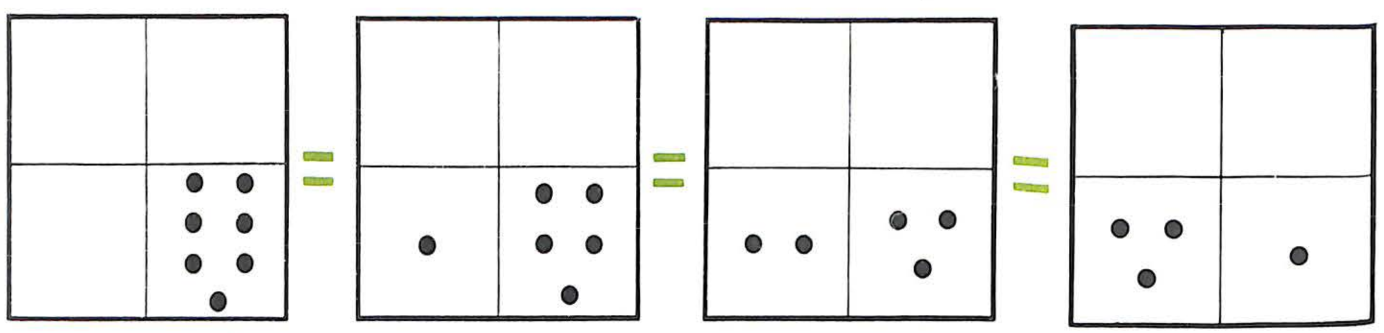
FRÉDÉRIQUE pose des pions noirs sur la case blanche.



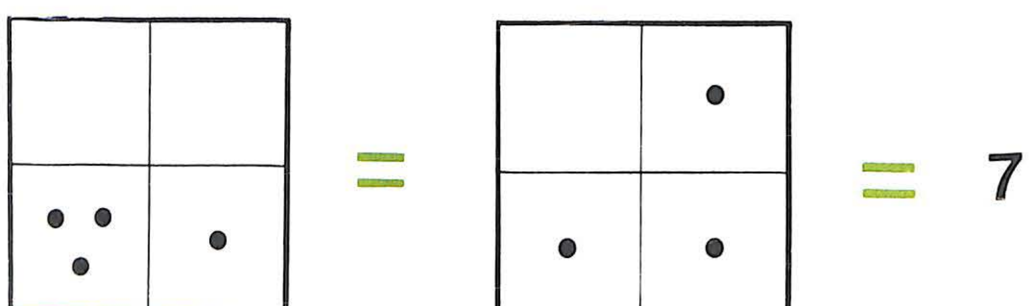
— **7,** affirme Hubert.
— *Rangez-les deux par deux.*



— *Jouons ! Deux blancs ?*
— **Un rouge.**
Un enfant retire deux pions de la case blanche et en pose un sur la case rouge.
— *Encore.*
Un deuxième, puis un troisième enfant exécutent la même manipulation.



— *Deux rouges ?*
— **Un mauve.**
Un enfant retire deux pions de la case rouge et en pose un sur la case mauve.

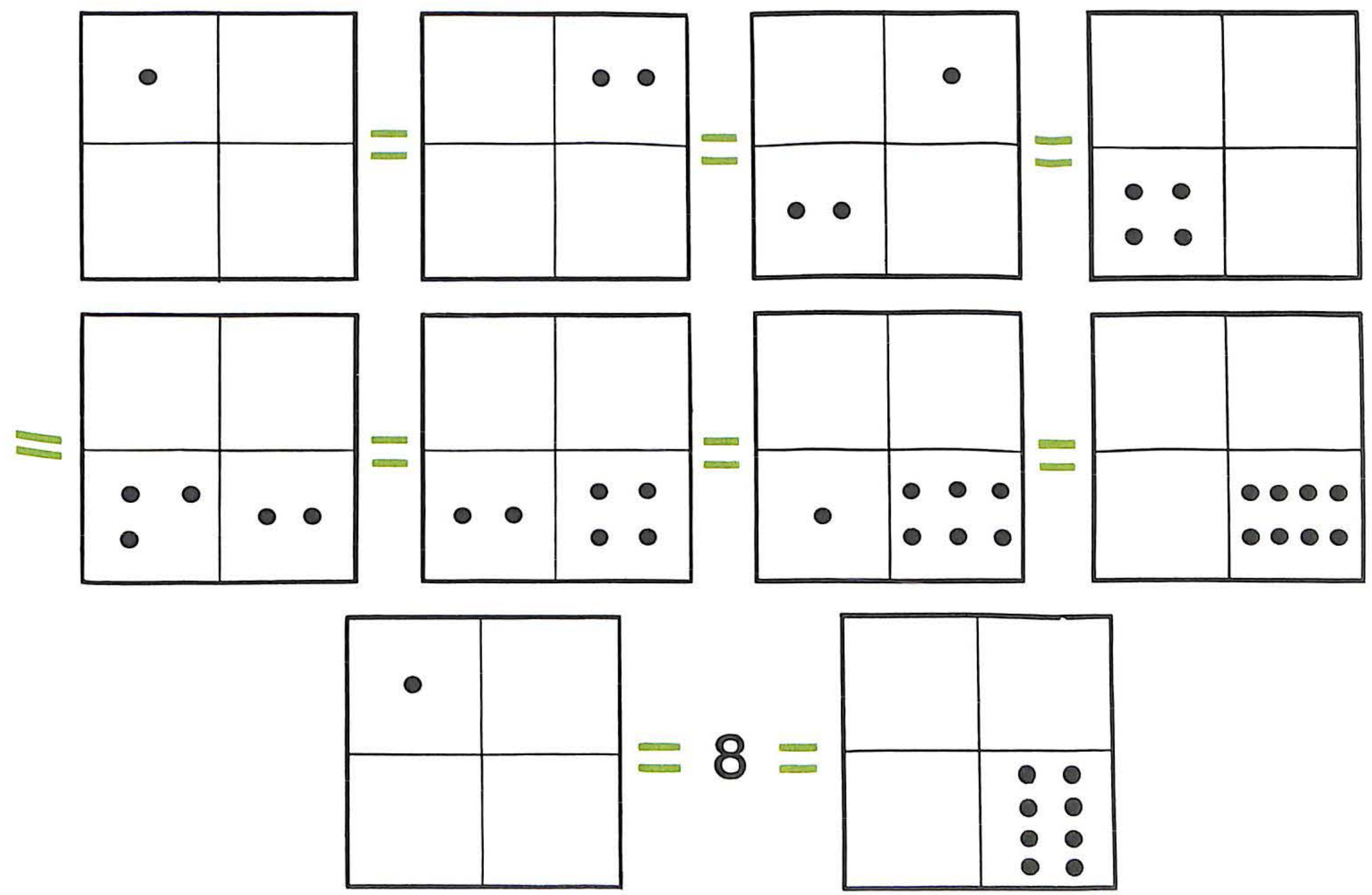


— **C'est comme avec nos réglettes,** dit Sylvie en montrant une réglette noire et un train mauve-rouge-blanc de même longueur.
La leçon se termine par la FORMATION de **9** et **5** sur MINICOMPUTER.

DATE : 5 octobre 1967

Une plaque de MINICOMPUTER mural est suspendue au tableau. Les enfants disposent de réglettes CUISENAIRE.

FRÉDÉRIQUE place un pion sur la case marron.
— **C'est la réglette marron !**
— **C'est 8.**
— **C'est deux réglettes mauves !**
— **C'est quatre réglettes rouges !**
— **C'est une mauve et deux rouges !**
etc.
— *Jouons à ramener les pions dans la case blanche. Marron égale ?*
— **Deux mauves.**
Un enfant remplace le pion de la case marron par deux pions sur la mauve.
— Mauve égale ?
— **Deux rouges.**
Le jeu se poursuit.



2 — HOP! SUR LA DEUXIÈME PLAQUE

DATE : 5 octobre 1967

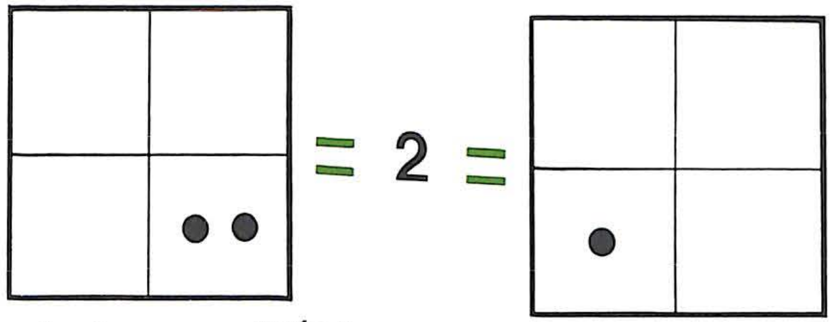
— *Nouveau jeu!* FRÉDÉRIQUE pose un pion sur la case blanche.

— **1**

Elle pose un deuxième pion sur la case blanche.

— **2**

— **Je peux jouer autrement!** dit Carine. Elle enlève les 2 pions de la case blanche et en pose un sur la rouge.



— *Ajoutons 1 au nombre 2,* propose FRÉDÉRIQUE en posant un nouveau pion sur la case blanche.

— **C'est 3.**

— **Comme avec les réglettes, rouge–blanc.**

— **Ou vert clair.**

— *Ajoutons 1 au nombre 3,* poursuit FRÉDÉRIQUE en posant un nouveau pion sur la case blanche.

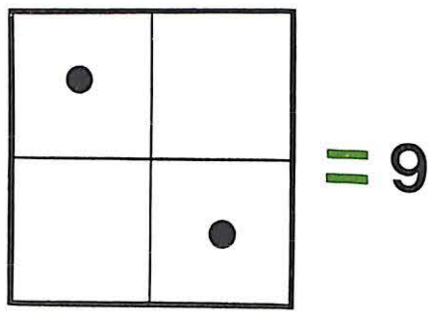
— **C'est 4.**

— **Je peux jouer autrement,** dit Sylvie qui retire les deux pions de la case blanche et en place un sur la rouge.

— **Encore autrement,** affirme Jean-Philippe en remplaçant les deux pions de la case rouge par un pion sur la mauve.

— *Continuons d'ajouter 1...*

La litanie se poursuit et les nombres **5, 6, 7, 8, 9** apparaissent sur **MINICOMPUTER**.



— *Ajoutons 1 au nombre 9.*

Un enfant pose un pion sur la case blanche.

— **C'est 10.**

— **Je le joue autrement,** dit Anita en remplaçant les deux pions de la case blanche par un pion sur la rouge.

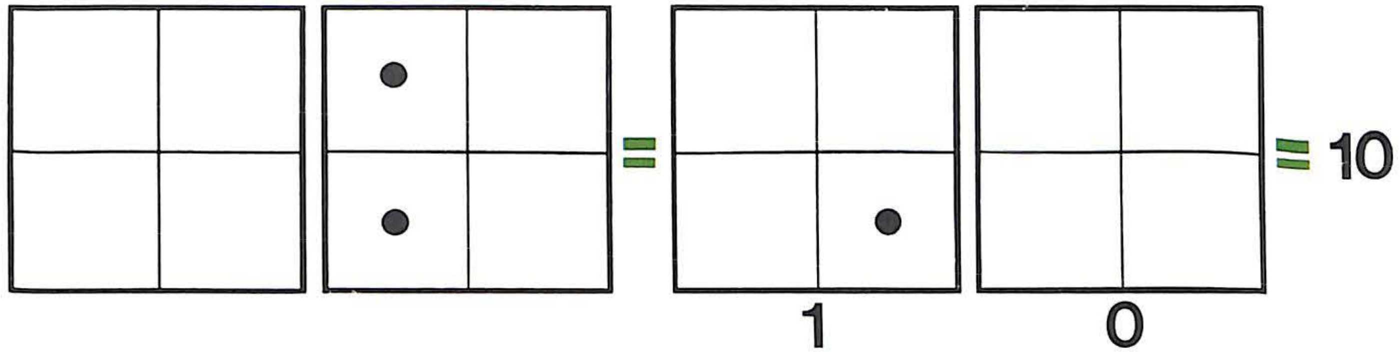
— **C'est le train rouge–marron.**

— **La réglette orange.**

— **C'est 10.**

FRÉDÉRIQUE suspend au tableau une deuxième plaque de **MINICOMPUTER**, à gauche de la première. Elle remplace le pion de la case rouge et celui de la case marron par un pion sur la case blanche de la nouvelle plaque, en disant simplement :

— *Et voici encore 10.*



— **Hop! Sur la deuxième plaque,** commente Jean-Jacques nullement étonné.

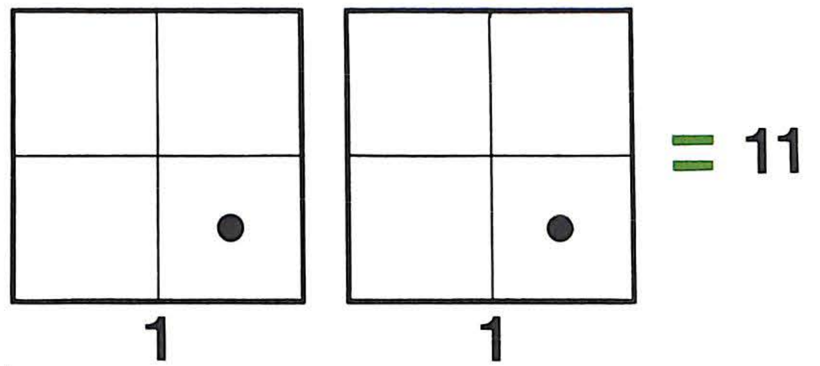
— *Ajoutons 1 au nombre 10,* poursuit FRÉDÉRIQUE en posant un pion sur la case blanche de la première plaque.

— **C'est 11.**

— *En vous groupant par deux, montrez 11 avec vos doigts.*

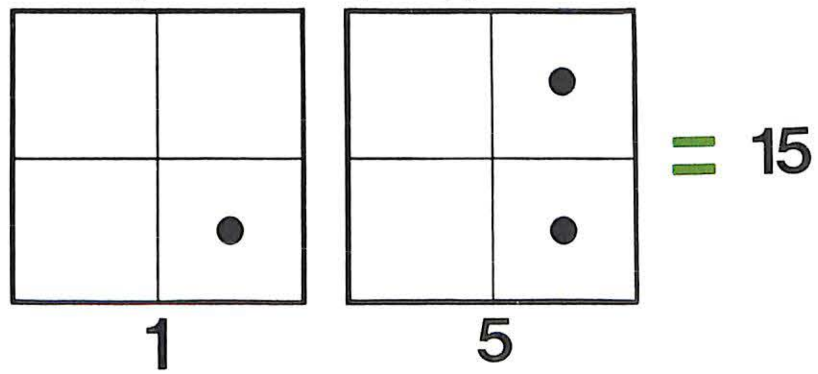
— **C'est deux mains et un doigt.**

— **C'est 10 et 1.**



— *Ajoutons encore* **1**...

La litanie se poursuit ... la leçon se termine par l'apparition du nombre **15**.



DATE : 10 octobre 1967

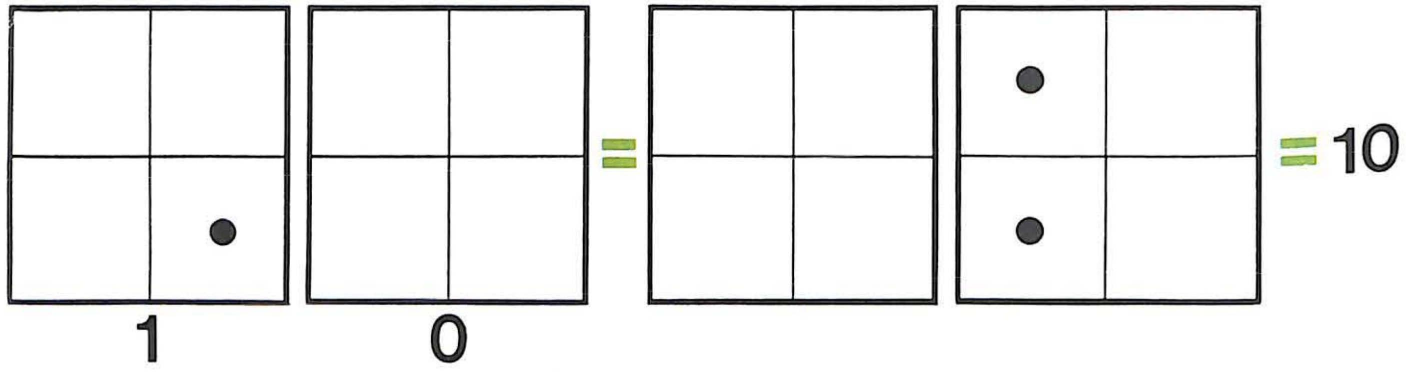
Deux plaques de **MINICOMPUTER** sont suspendues au tableau.

— *Marquez* **10** *sur la machine.*

Un enfant pose un pion sur la case blanche de la deuxième plaque.

— **Je peux le faire autrement**, dit Sylvie en retirant le pion de la case blanche et en posant un pion sur la case rouge et un pion sur la case marron de la première plaque.

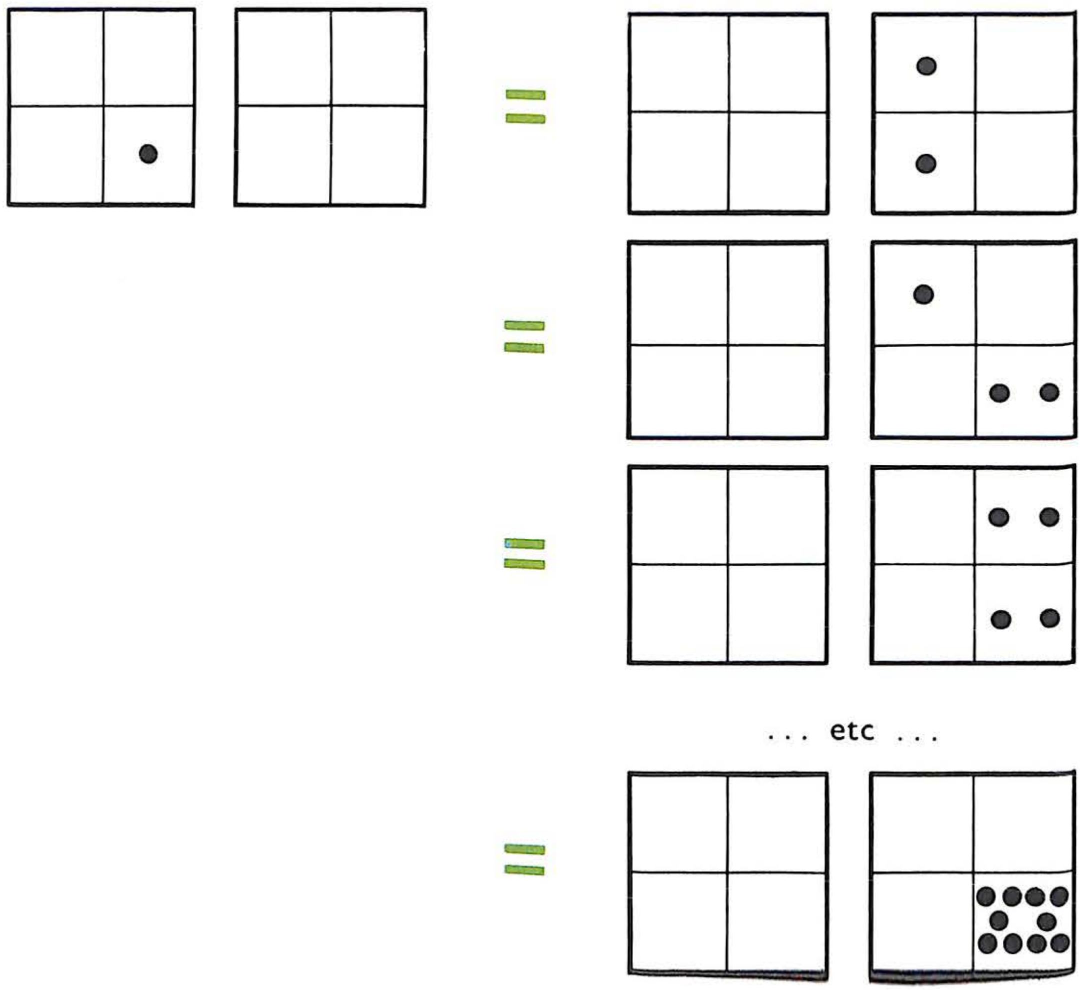
— **Oui, marron et rouge, c'est orange; c'est 10.**

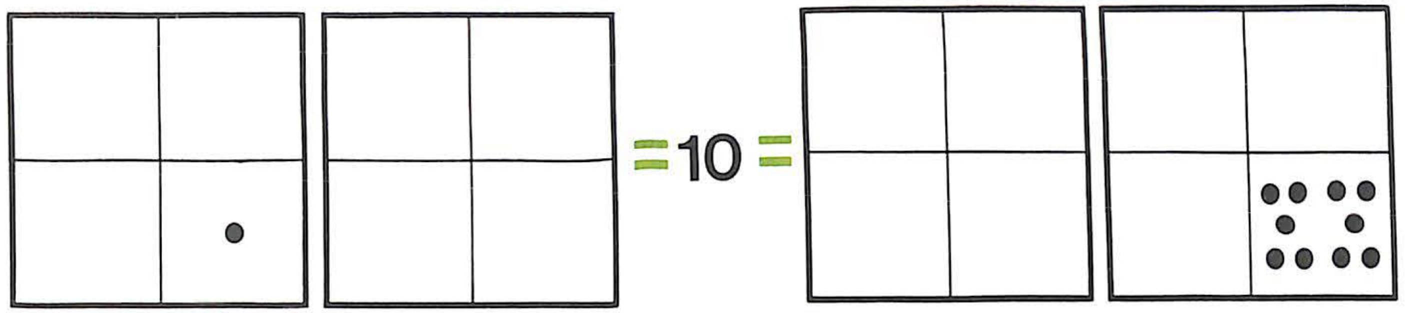


— *Jouons à ramener tous les pions dans la case blanche.*

— **Moi, je sais!**, dit Anita en retirant le pion de la case rouge et en le remplaçant par deux pions sur la case blanche.

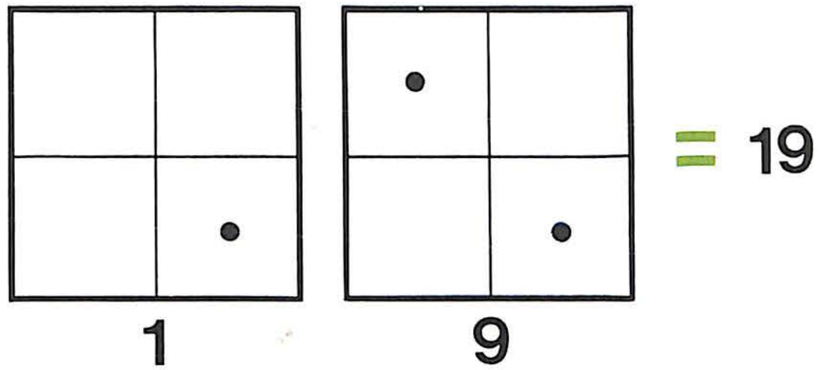
Le jeu se poursuit.



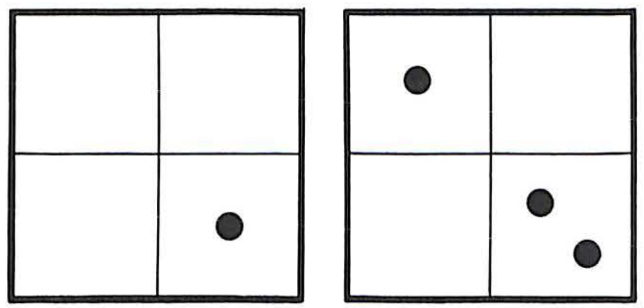


La deuxième partie de la leçon est consacrée à former les naturels **10**, **11**, **12**, **13**, **14**, **15**, **16**, **17**, **18**, **19** sur **MINICOMPUTER** en ajoutant chaque fois 1 au nombre précédent.

Finalement,



— *Ajoutons* **1**.



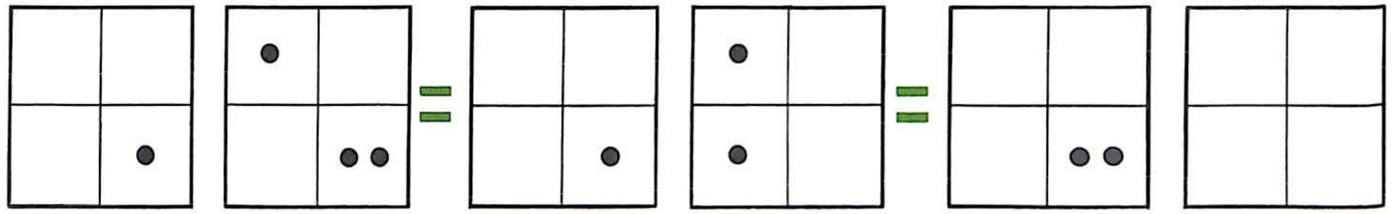
— **C'est 20.**

— **On peut jouer!**

Un enfant remplace les deux pions de la case blanche par un pion sur la case rouge.

— **Encore!**

— **Hop! Sur la deuxième case.**



— *Que voit-on sur la machine?*

— **10 + 10.**

— *En vous groupant par deux, montrez avec vos doigts.*

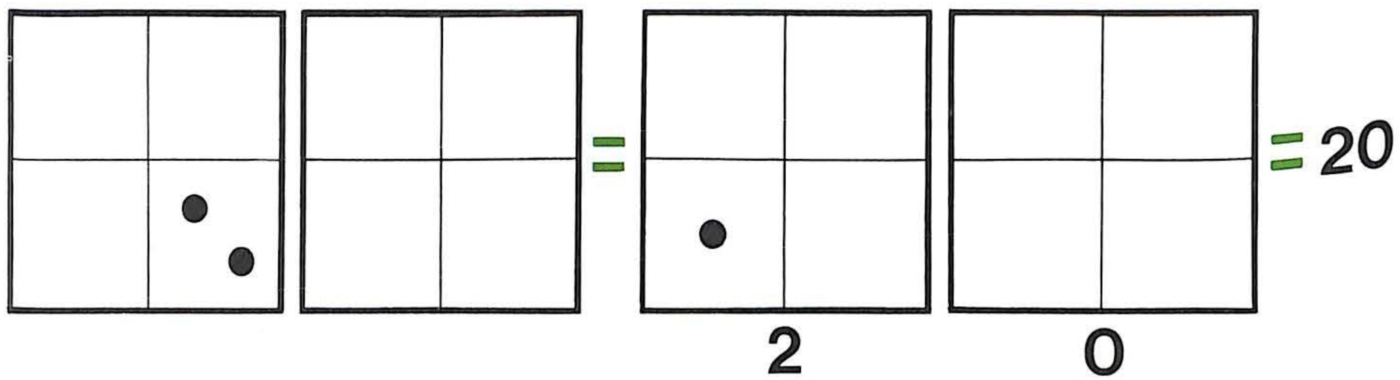
— **Quatre mains!**

— **20**

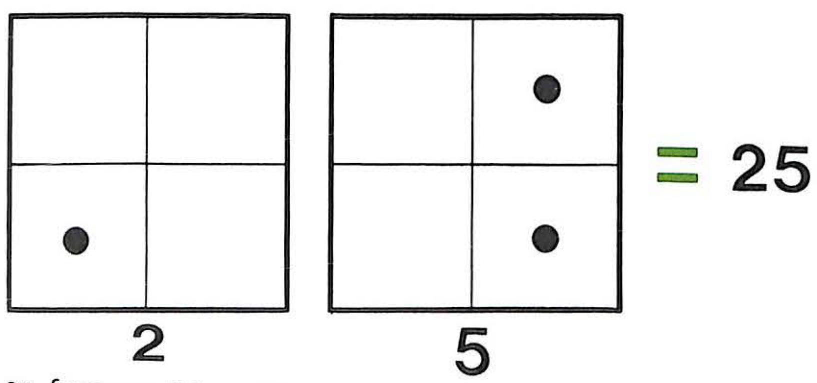
— **On peut encore jouer!**

— **Deux blancs, c'est un rouge.**

Manœuvre exécutée, **20** est formé sur **MINICOMPUTER**.



— **Moi, je sais marquer 25**, proclame Didier en ajoutant un pion sur la case blanche et un pion sur la case mauve de la première plaque. Il écrit **2** et **5** en dessous.



La leçon se termine en formant **27** et **23** sur **MINICOMPUTER**.

DATE : 13 octobre 1967

Deux petites plaques de **MINICOMPUTER** et une boîte de pions sur le pupitre de chaque enfant.

— *Combien de pions dans votre boîte?*

— **29** . . . **32** . . . **18** . . . **26** . . . **35** . . .

Les boîtes des enfants sont inégalement remplies!

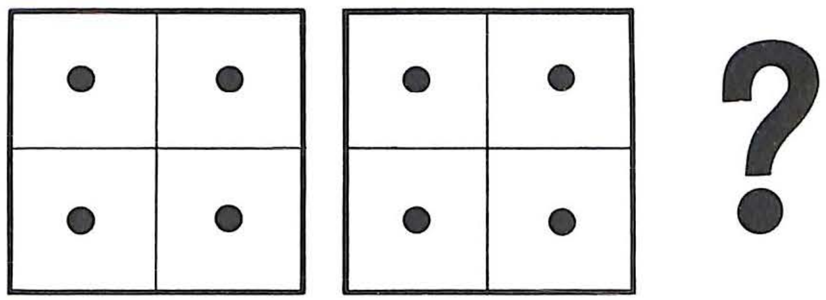
— ***Placez la boîte de pions sur la case blanche de la première plaque. Jouez ... puis écrivez le résultat.***

Premier long travail individuel sur **MINICOMPUTER** : concentration, gestes précis et rapides; certains enfants parviennent au but sans erreur.
Maladresses techniques, pions renversés, fausses manœuvres; il faut aider les autres.

La deuxième partie de la leçon se joue sur **MINICOMPUTER** mural.
On part du nombre **25** formé sur la machine.
On ramène tous les pions dans la case blanche de la première plaque et on les compte : confirmation!

* * *

— **Si je mets un pion sur chacune des cases de la machine, ai-je marqué le nombre 100**, demande Didier pour lequel **MINICOMPUTER** est encore une machine à deux plaques.



FRÉDÉRIQUE ne répond pas. Elle pressent que le problème sera reposé, sous une forme nouvelle et préfère laisser la pensée de l'enfant suivre son cheminement spontané.

En un jeu collectif rapide, partant du nombre **28** formé sur **MINICOMPUTER**, on forme successivement **29**, **30**, **31** et ainsi de suite jusque **53**.

3 – LA CONQUÊTE DE 100

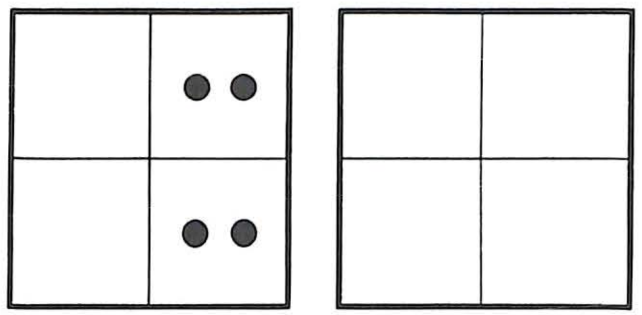
DATE : 24 octobre 1967

Didier revient à la charge.

— **Je veux marquer 100 sur la machine.**

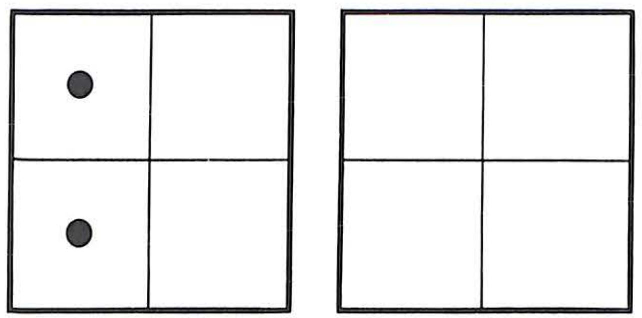
— *Et bien ... tire ton plan !*

— **100, c'est deux fois 50,** poursuit Didier qui marque

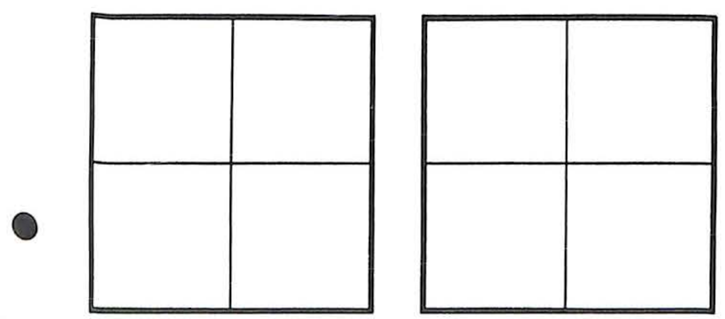


— **Je peux jouer !**

Il remplace les deux pions de la case blanche par un pion sur la rouge et les deux pions de la case mauve par un pion sur la case marron.



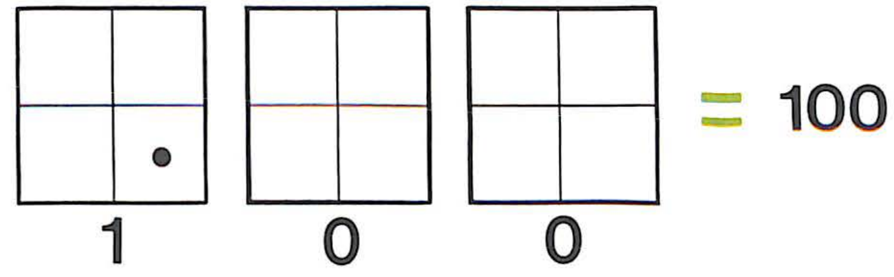
— **Je veux encore jouer !**, dit-il en remplaçant le pion de la case rouge et celui de la case marron par un pion à gauche de la deuxième plaque.



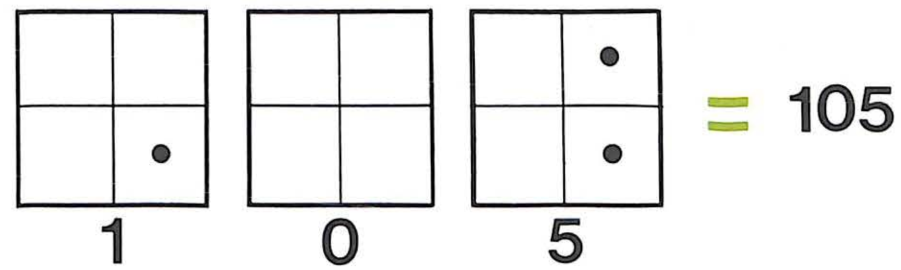
Et Didier revendique

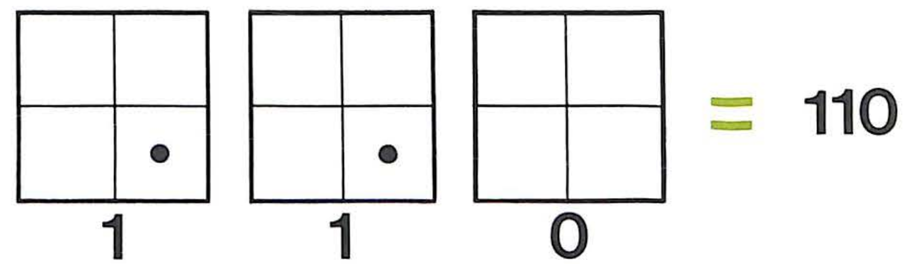
— **Madame ! Il me faut une nouvelle plaque !**

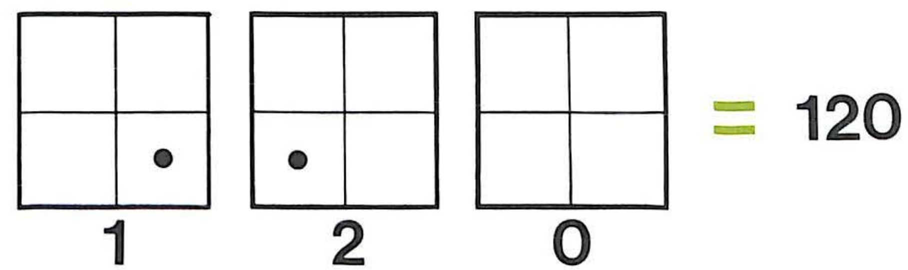
FRÉDÉRIQUE la lui donne. Triomphant, Didier forme le nombre **100.**

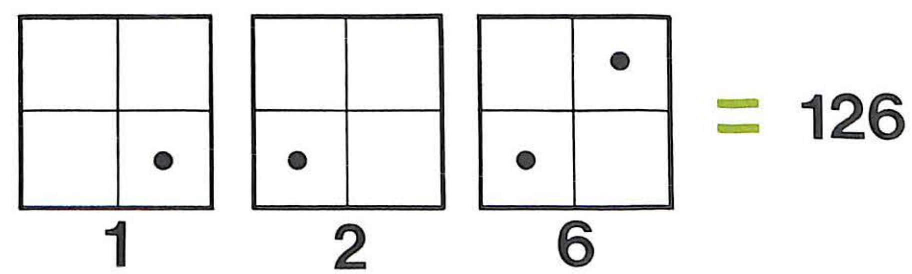


Surexcité, il clame des nombres en les formant sur la machine.









La classe impressionnée a participé à la découverte.

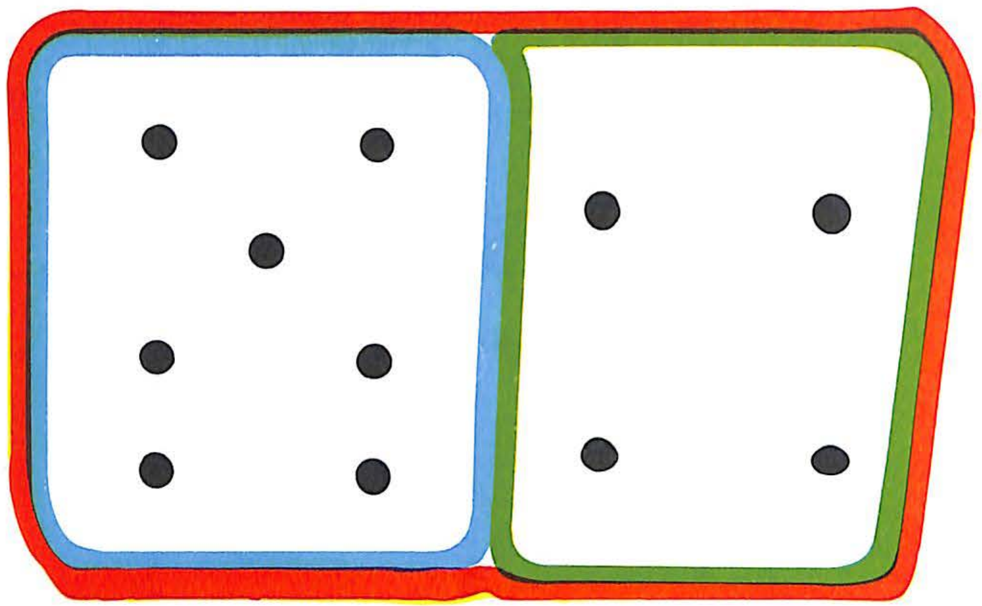
3

Addition des naturels

1 — DIAGRAMMES

DATE : 15 octobre 1967

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau.



— *La corde bleue entoure des automobiles VW, la corde verte des Mercédès. Combien de VW ?*

— **7.**

— *Combien de Mercédès ?*

— **4.**

— *Combien d'automobiles la corde orange entoure-t-elle ?*

— **10.**

— **Catastrophe !**

— **11.**

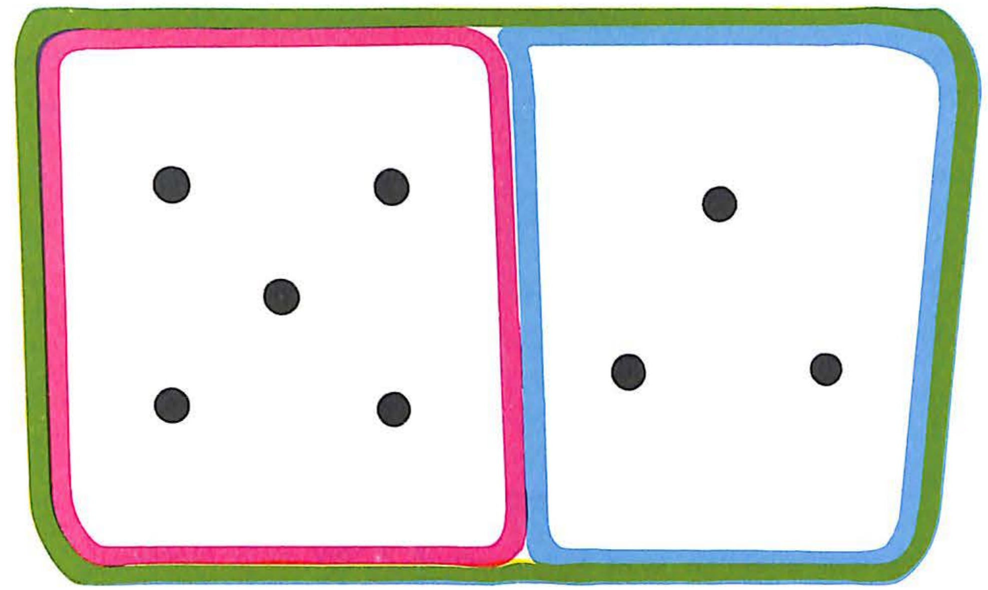
— *Exactement ! Quelles sont ces 11 automobiles ?*

— **Les VW et les Mercédès !**

— *7 VW et 4 Mercédès !*

Nous écrirons	$7 + 4 = 11$
ou encore	$4 + 7 = 11$
ou encore	$7 + 4 = 11 = 4 + 7$

— *Recommençons avec des animaux de la basse-cour.*



— *La corde rouge entoure des canards, la corde bleue des poules.*

— **5 canards !**

— **3 poules !**

— *Et la corde verte ?*

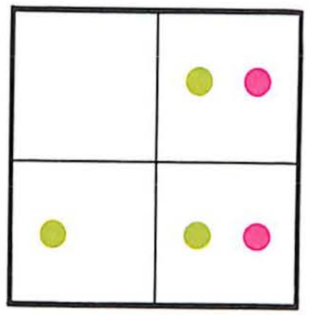
— **8 animaux !**

$$5 + 3 = 8 = 3 + 5$$

La classe invente d'autres exemples.

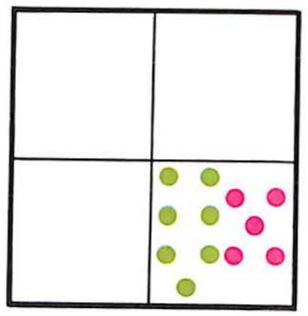
* * *

— *Sur la machine, marquez 7 VW avec des pions verts et 5 Mercédès avec des pions rouges.*



— *En appliquant les règles du jeu, amenez tous les pions verts dans la case blanche et tous les pions rouges dans la case blanche. Les verts et les rouges jouent séparément.*

Les enfants ont bien compris.



En comptant, on **vérifie** que l'on avait bien marqué 7 VW et 5 Mercédès.

— *Combien d'automobiles en tout ?*

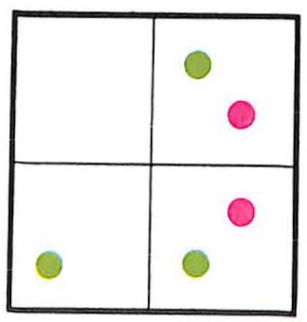
— 12.

— *Ecrivez le calcul.*

— $7 + 5 = 12 = 5 + 7$.

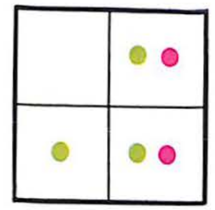
— *Retournons au point de départ!*

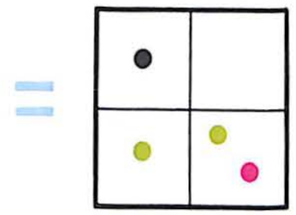
Un enfant joue.



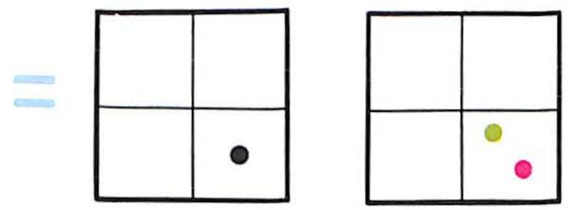
— 7 VW en vert, 5 Mercédès en rouge!

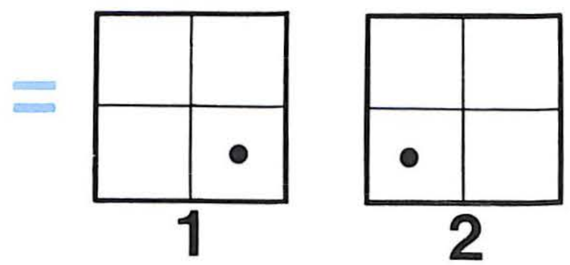
— *Poursuivez ... mais cette fois, verts et rouges jouent ensemble.*





Hop ! Sur la deuxième plaque !





— *12 automobiles !*
La machine a calculé pour vous !

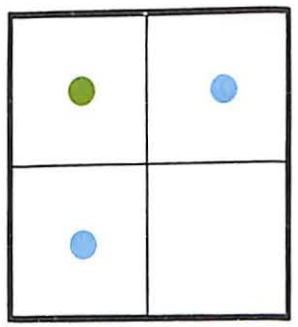
$$7 + 5 = 12 = 5 + 7$$

— *Inventez un nouveau calcul!*

— **8 Peugeot!**

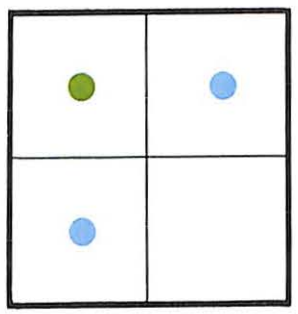
— **et 6 Daf!**

— *Marquez 8 Peugeot avec des pions verts et 6 Daf avec des pions bleus!*

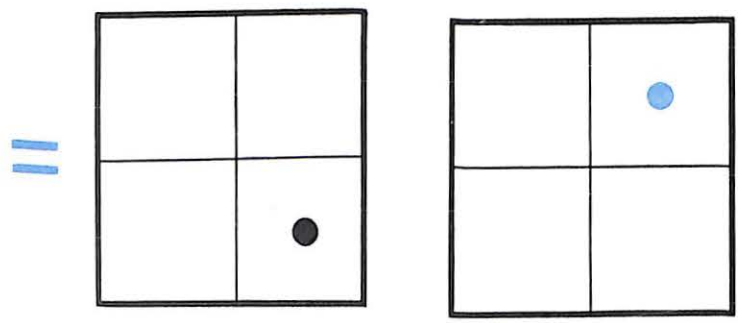


8 + 6

— *Jouez directement avec les pions des deux couleurs!*



Hop! Sur la deuxième plaque!



— *Combien d'automobiles en tout?*

— **14.**

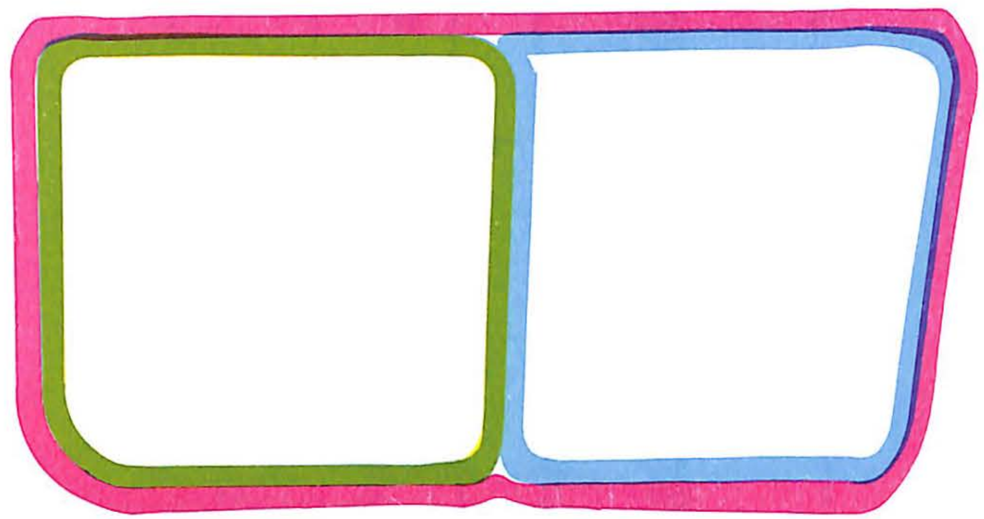
— *Ecrivez le calcul!*

— **8 + 6 = 14**

2 — NOMBRES

DATE: 26 octobre 1967

Sans mot dire, FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



6 7

— *Qu'entoure la corde verte?*

— **6 Taunus!**

— *Et la corde bleue?*

— **7 VW!**

— *Qui a une autre idée?*

— **6 Peugeot et 7 DS!**

— *Une idée toute nouvelle! D'autres objets!*

— **6 caramels et 7 sucettes!**

— **6 lapins et 7 poussins!**

— **6 canards et 7 cygnes!**

etc.

— *Changeons encore! Imaginons des objets très différents les uns des autres.*

— **6 jouets! ... une automobile, un train, une trompette, un avion, un ours, une poupée!**

— *Et la corde bleue?*

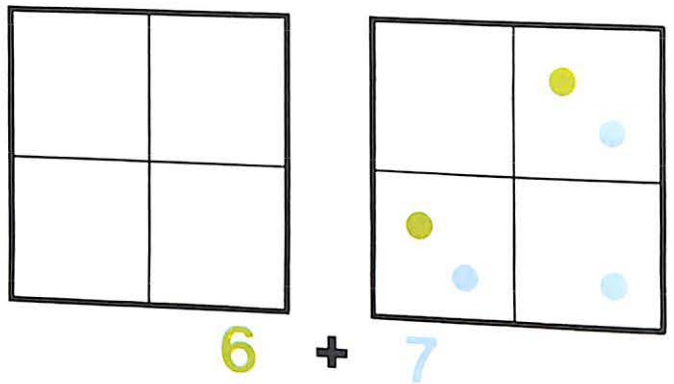
— **7 crayons de couleurs différentes ... jaune, bleu, rouge, vert, orange, brun, violet!**

— *Combien d'objets la corde rouge entoure-t-elle?*

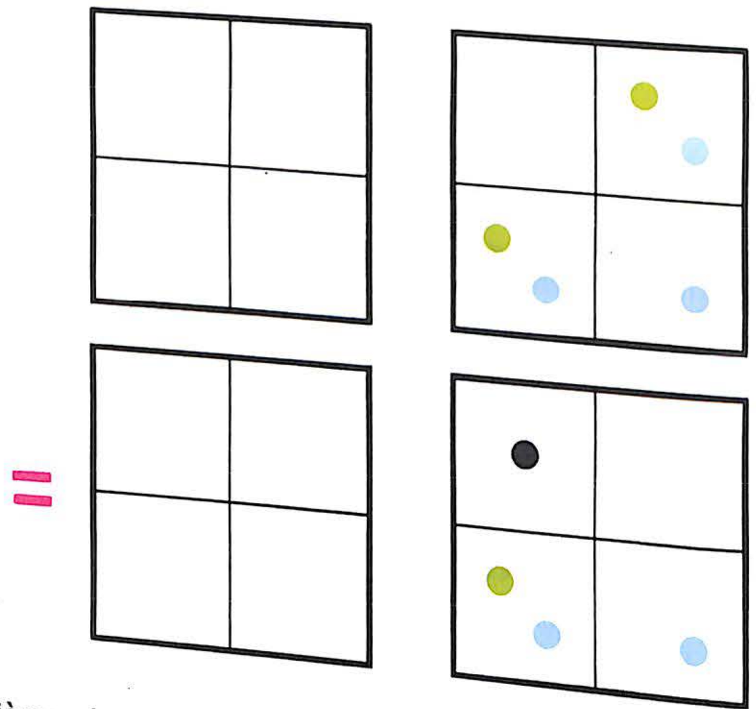
...

— *Calculons avec la machine!*

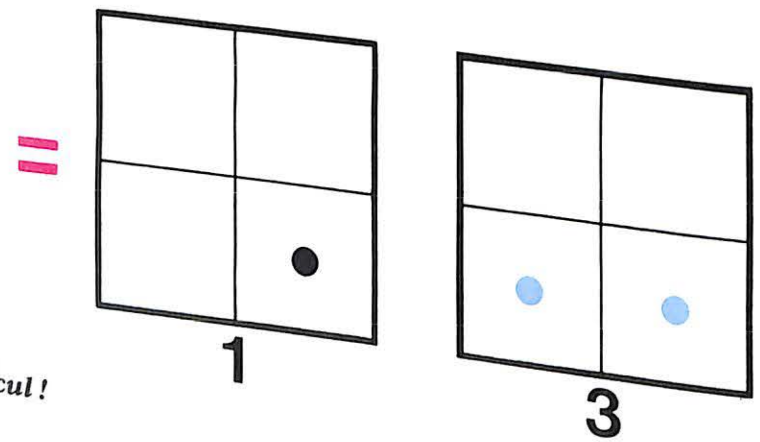
Marquez 6 avec des pions verts et 7 avec des pions bleus!



— *Jouez!*



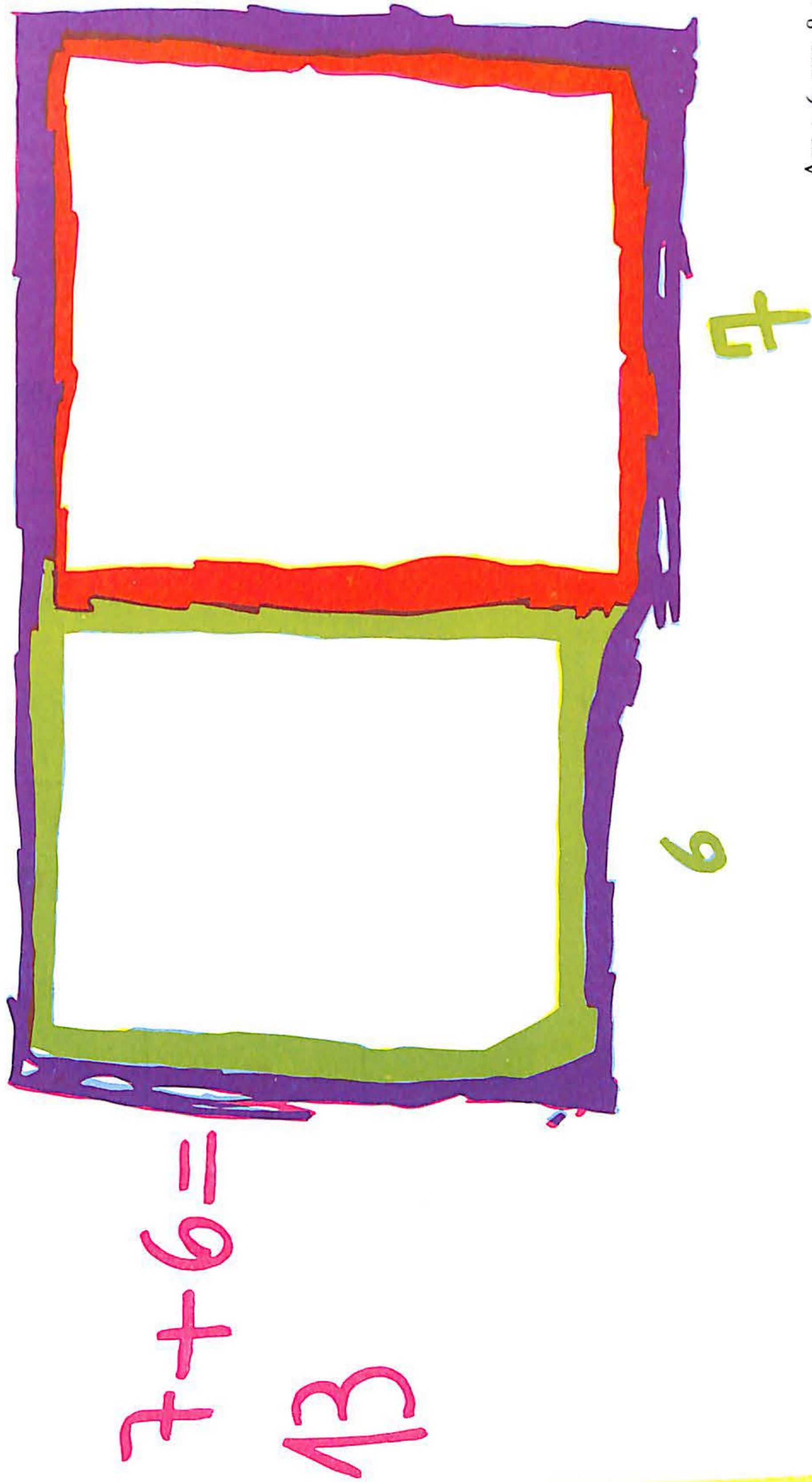
Hop! Sur la deuxième plaque!



— **13**

— *Ecrivez le calcul!*

— **7 + 6 = 13**



Age : 6 ans 8 mois

Échelle : 1

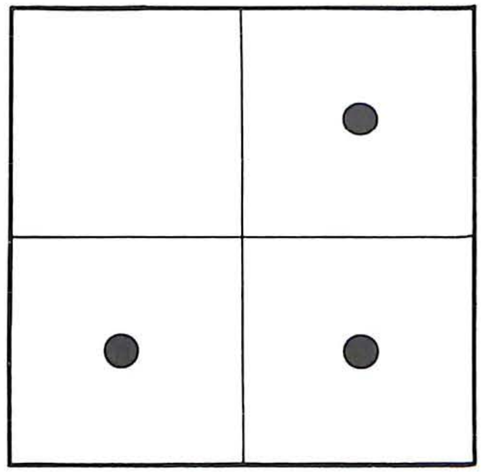
Beau diagramme semi-muet d'Hubert.
Les nombres sont marqués : **6** et **7**. Les points n'ont pas été dessinés.
Le caractère muet ou semi-muet de certains diagrammes renforce l'importance de ceux-ci. N'est-ce pas ce qu'expriment spontanément les enfants en accroissant l'épaisseur des cordes?
Hubert n'est pas un modèle parfait de concentration : en toute rigueur le **7** devrait être de couleur orange. Mais Hubert a compris!

3 — ANATOMIES ADDITIVES DE NOMBRES

DATE : 23 octobre 1967

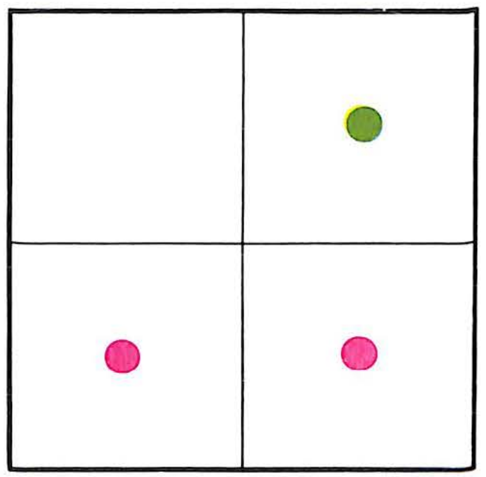
— *Formez* **7** *sur la machine.*

Un enfant marque **7** sur **MINICOMPUTER** mural.



— *Attention! Des pions changent de couleur!*

FRÉDÉRIQUE remplace les pions noirs par un vert et deux rouges.



— *Que lisez-vous en vert ?*

— **4**

— *Et en rouge ?*

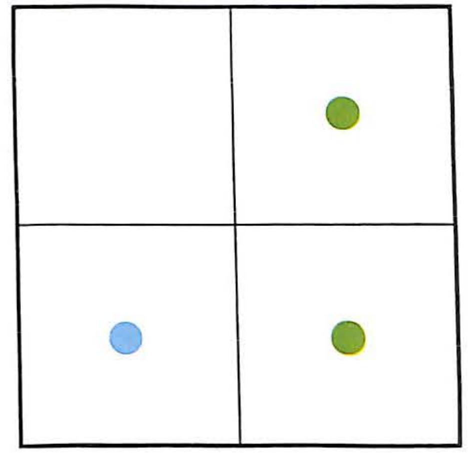
— **3**

— *Comment voyez-vous le nombre* **7** *?*

— **4 + 3**

— *Ecrivons :* **7 = 4 + 3**
Qui voit le nombre **7** *autrement ?*

Jean-Philippe propose



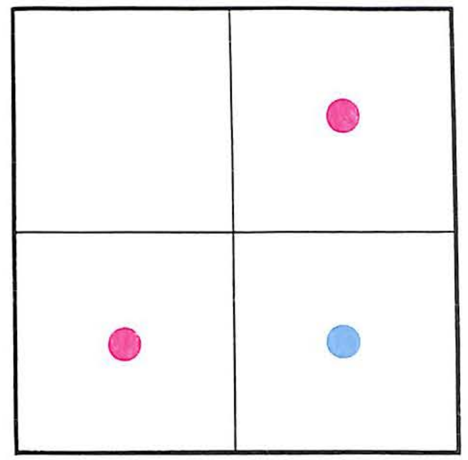
— *Que nous dit Jean-Philippe ?*

— **2 + 5**

— **ou 5 + 2,** ajoute Nicolas.

— *Ecrivons :* **7 = 2 + 5 = 5 + 2**
Qui voit **7** *encore autrement?*

Jean-Jacques présente

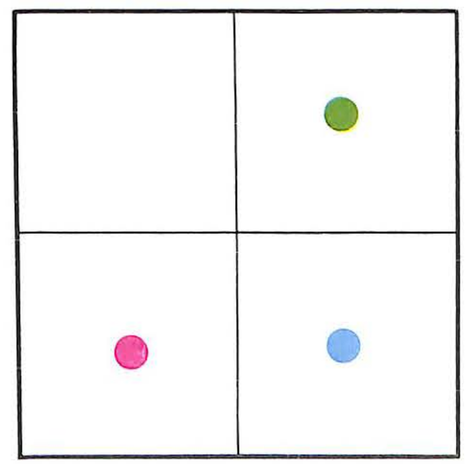


— **6 + 1**

— **ou 1 + 6**

— **7 = 6 + 1 = 1 + 6**

— **Moi, je sais encore autrement,** dit Sylvie.



— *Que nous apprend Sylvie ?*

— **4 + 1 + 2**

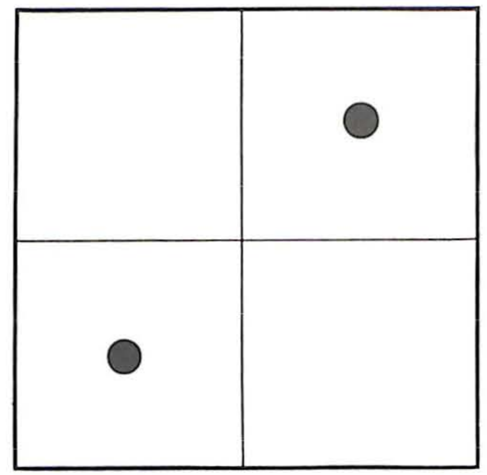
— **1 + 2 + 4**

— **2 + 1 + 4**

— *Ecrivons :* **7 = 4 + 2 + 1**

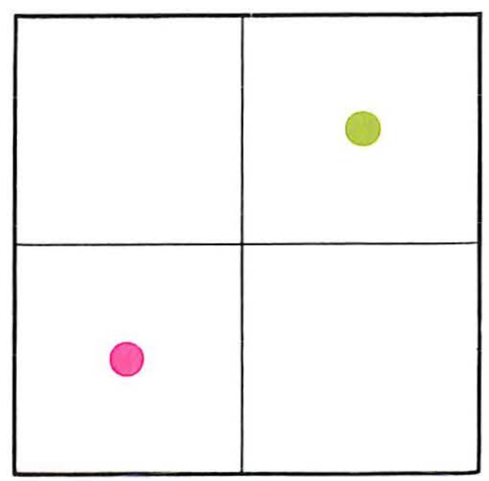
DATE : 25 octobre 1967

— *Marquez 6 sur la machine.*



Un enfant forme **6** sur **MINICOMPUTER** mural.

— *Qui voit **6** autrement ?*

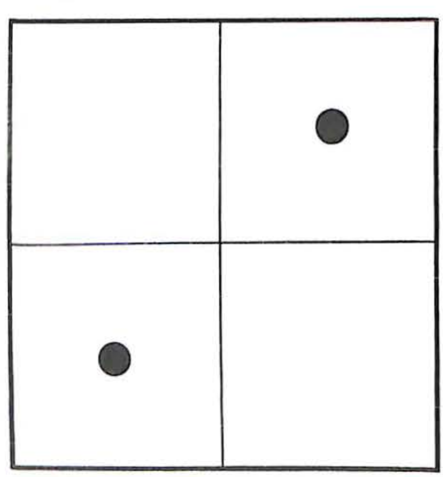


— **4 + 2**, dit Carine en changeant la couleur des pions.

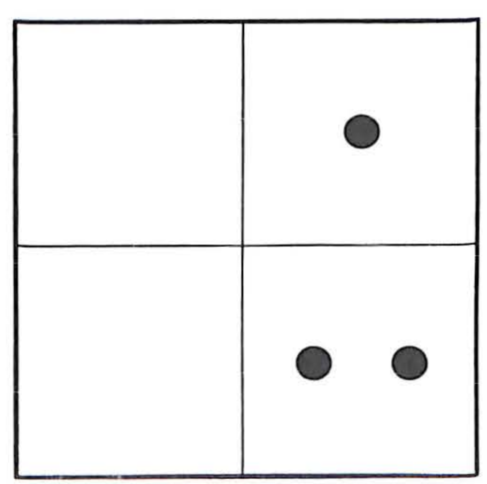
4 + 2 = 6 = 2 + 4

FRÉDÉRIQUE remet en place les pions noirs.

— *Attention ! Je joue à l'envers !*

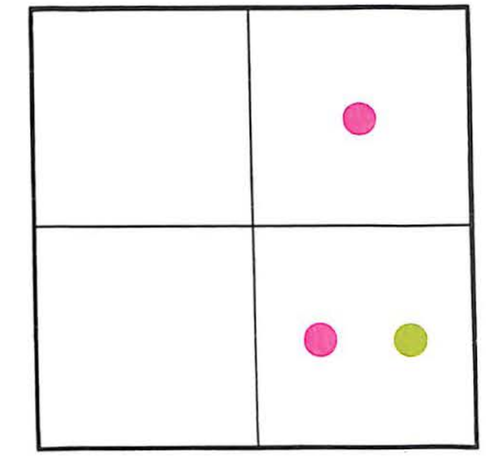


=



— *Comment voyez-vous **6** à présent ?*

— **4 + 1 + 1**

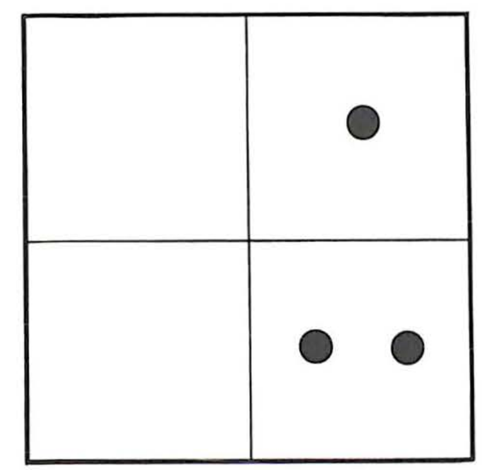


— **5 + 1**, dit Claire en remplaçant les pions noirs — par deux pions rouges et un vert.

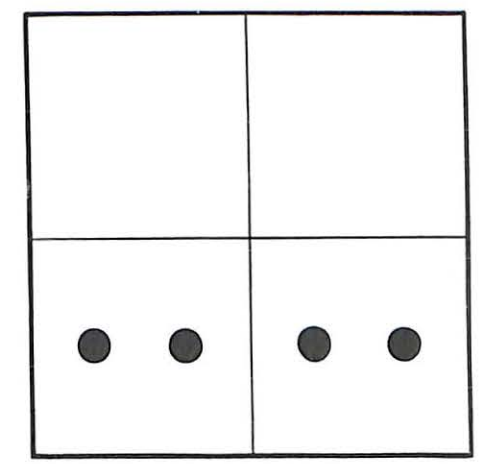
1 + 5 = 6 = 5 + 1

FRÉDÉRIQUE remet en place les pions noirs.

— *Jouons encore !*

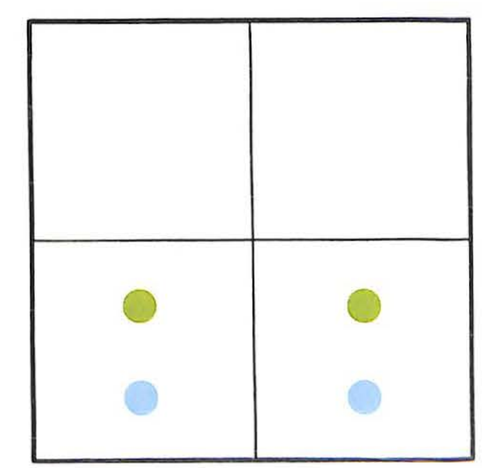


=



— **2 + 2 + 1 + 1**

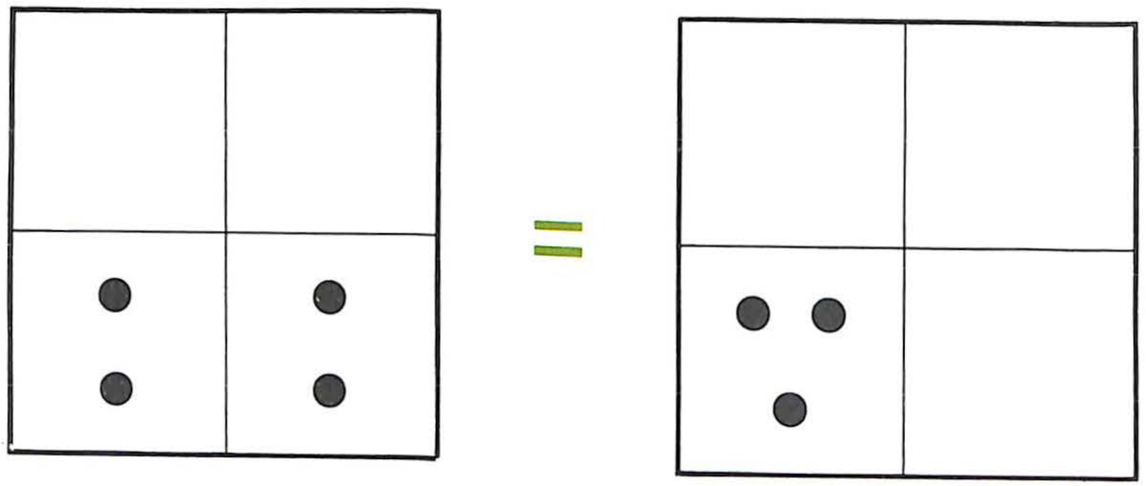
— **Moi, je vois autrement** dit Hubert, en remplaçant les pions noirs par deux verts et deux bleus.



6 = 3 + 3

FRÉDÉRIQUE remet les pions noirs en place.

— **Je veux encore jouer,** insiste Nicolas.



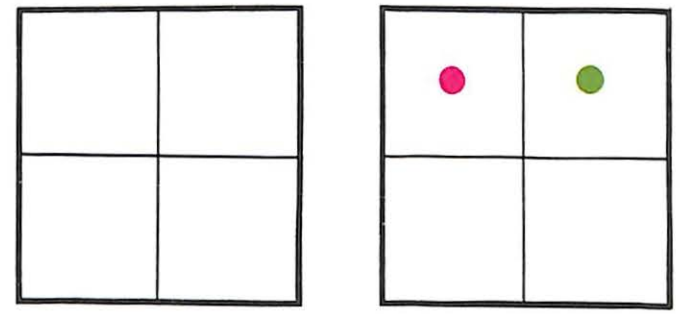
$$6 = 2 + 2 + 2$$

4 — ASTUCES DE MINICOMPUTER

DATE: 26 octobre 1967

— *Marquez 8 VW en rouge, 4 Peugeot en vert.*

Sur MINICOMPUTER mural, un enfant place



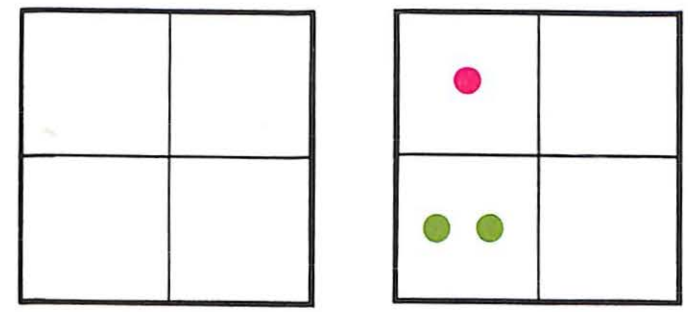
— *Combien d'automobiles en tout?*

Silence sur tous les bancs.

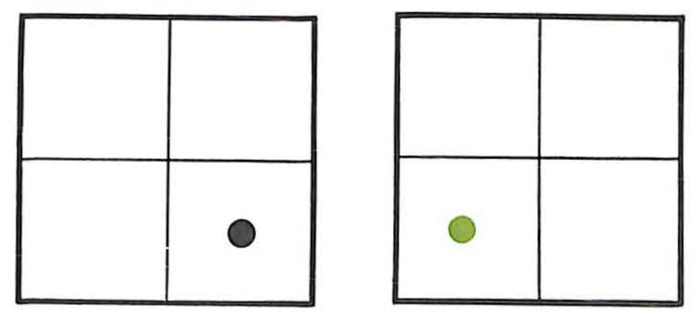
— **On ne peut pas jouer!**

— *Qui veut jouer avec le pion vert?*

— **Deux sur le rouge,** dit Sylvie en exécutant la manœuvre.



— **Hop! Sur la deuxième plaque,** poursuit Jean-Jacques en joignant l'acte à la parole.

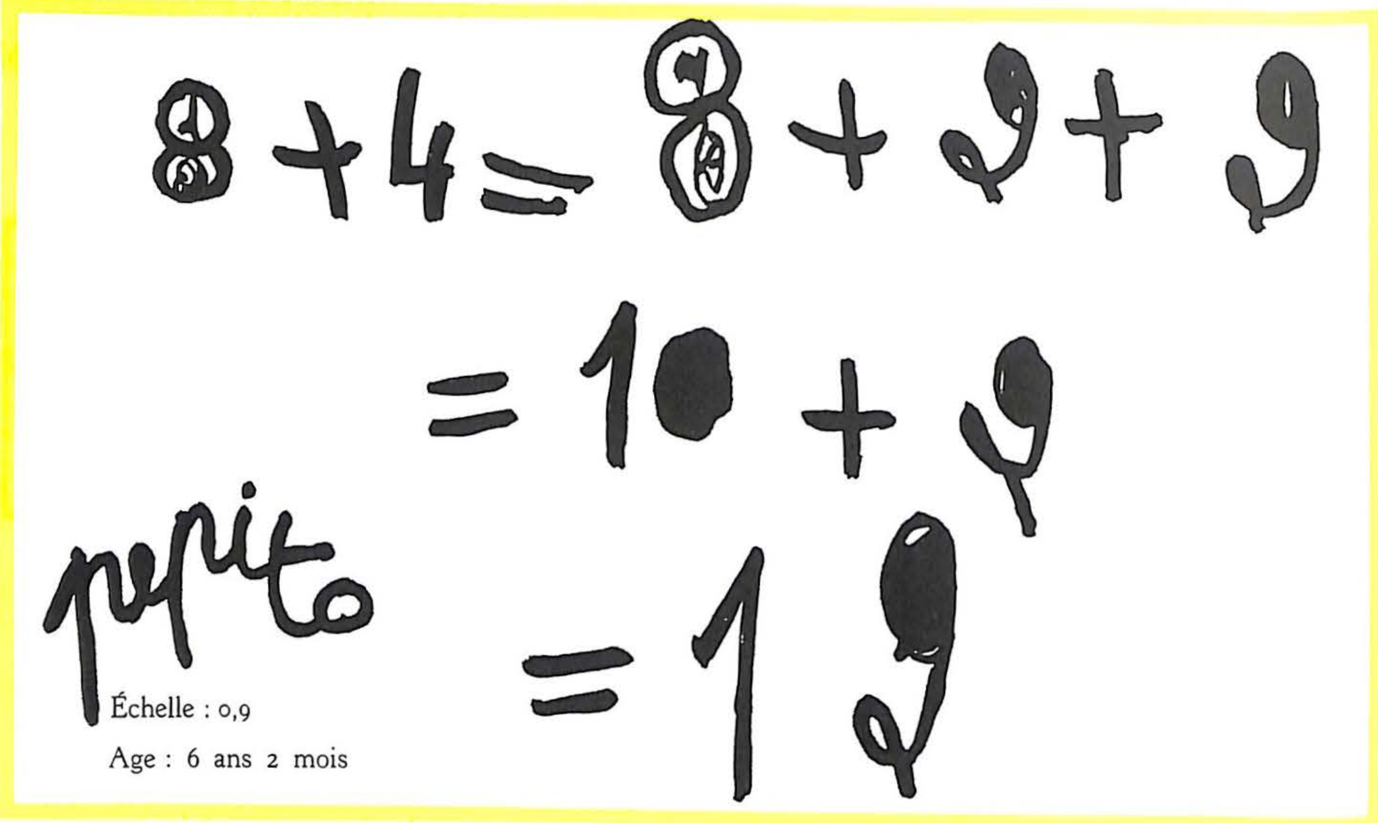


1 2

— **12 automobiles en tout!**

— **8 + 4 = 12**

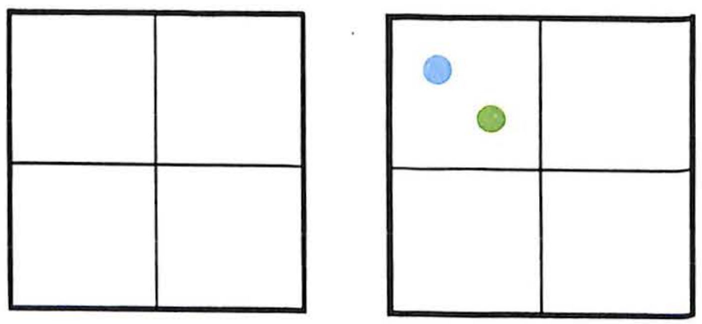
Sur **MINICOMPUTER**, on rejoue ce calcul et on note son histoire.



Échelle : 0,9
Age : 6 ans 2 mois

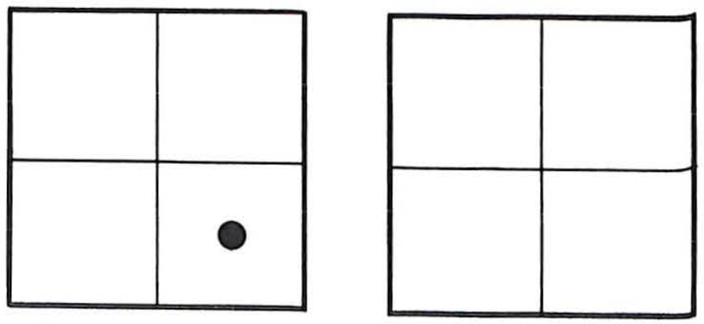
— ***Nouveau problème! Marquez 8 Taunus en bleu et 8 Daf en vert.***

Sur **MINICOMPUTER** mural, un enfant présente



— ***Combien d'automobiles en tout?***

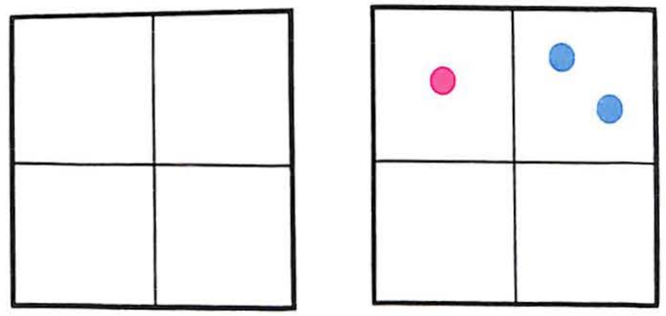
Claire dit : **je sais!** et passe à l'action.



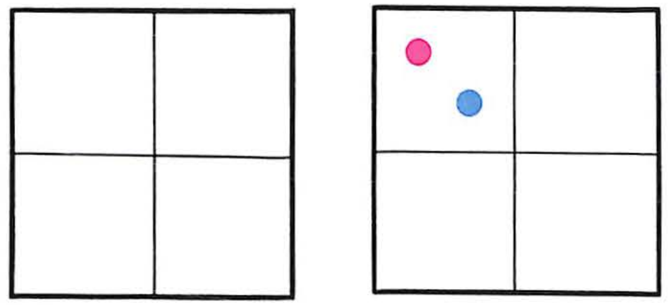
— **Catastrophe!**, proteste vigoureusement le chœur de la classe.

— *Comment jouer?*, dit FRÉDÉRIQUE en replaçant le pion bleu et le pion vert sur la case marron.

— **A l'envers!**, affirme Nicolas qui remplace le pion bleu de la case marron par deux pions sur la case mauve.



— **Je sais!**, dit un enfant en remplaçant les deux pions bleus par un pion sur la case marron.



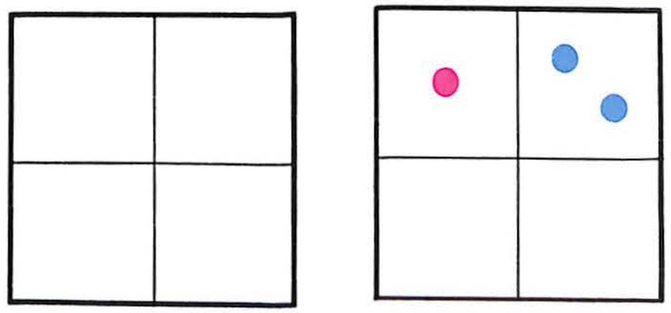
Silence consterné !

— **On est comme avant!**

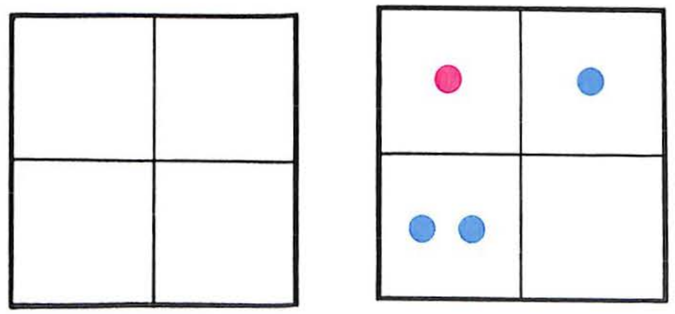
— *Recommençons.*

— **A l'envers!**

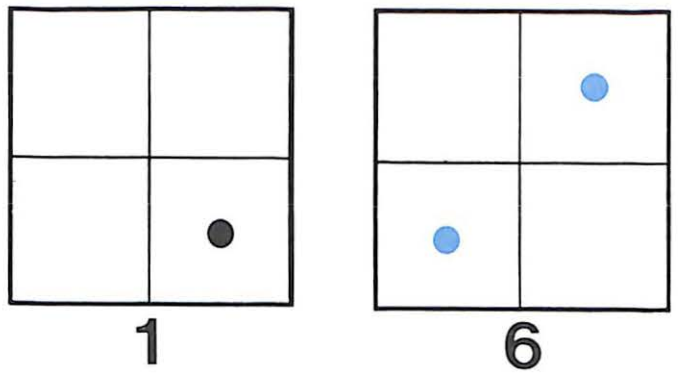
Jean-Philippe exécute la manœuvre.



— **Encore à l'envers**, propose Carine qui remplace un pion de la case mauve par deux pions sur la case rouge.



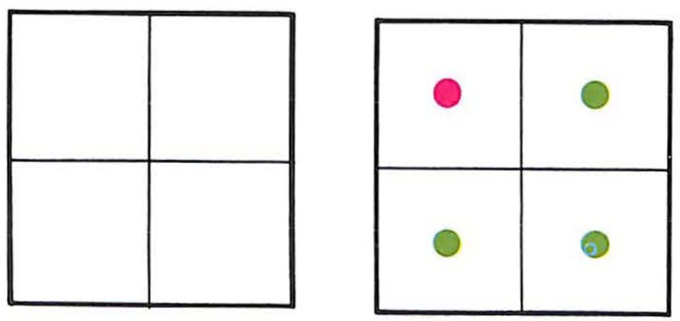
— **Hop!**



— **16 automobiles en tout!**

— **8 + 8 = 16**

— *Dernier jeu : 8 DS en rouge et 7 Simca en vert.*



— **C'est amusant!**

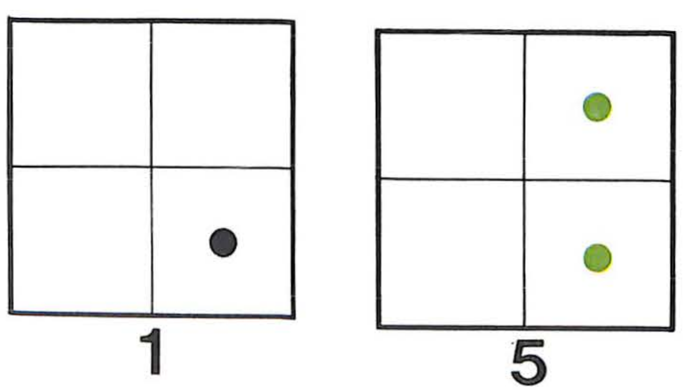
— *Combien d'automobiles en tout?*

— **Hop!**

Spontanément, Anita mime le passage à la deuxième plaque.

— **15 automobiles!**

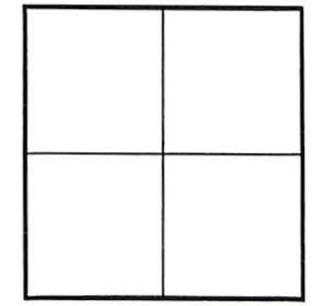
On exécute ensuite la manœuvre.



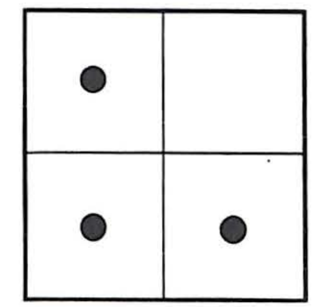
— **8 + 7 = 15**

DATE: 20 novembre 1967

— *Dessinez une plaque de la machine, sans les couleurs.*

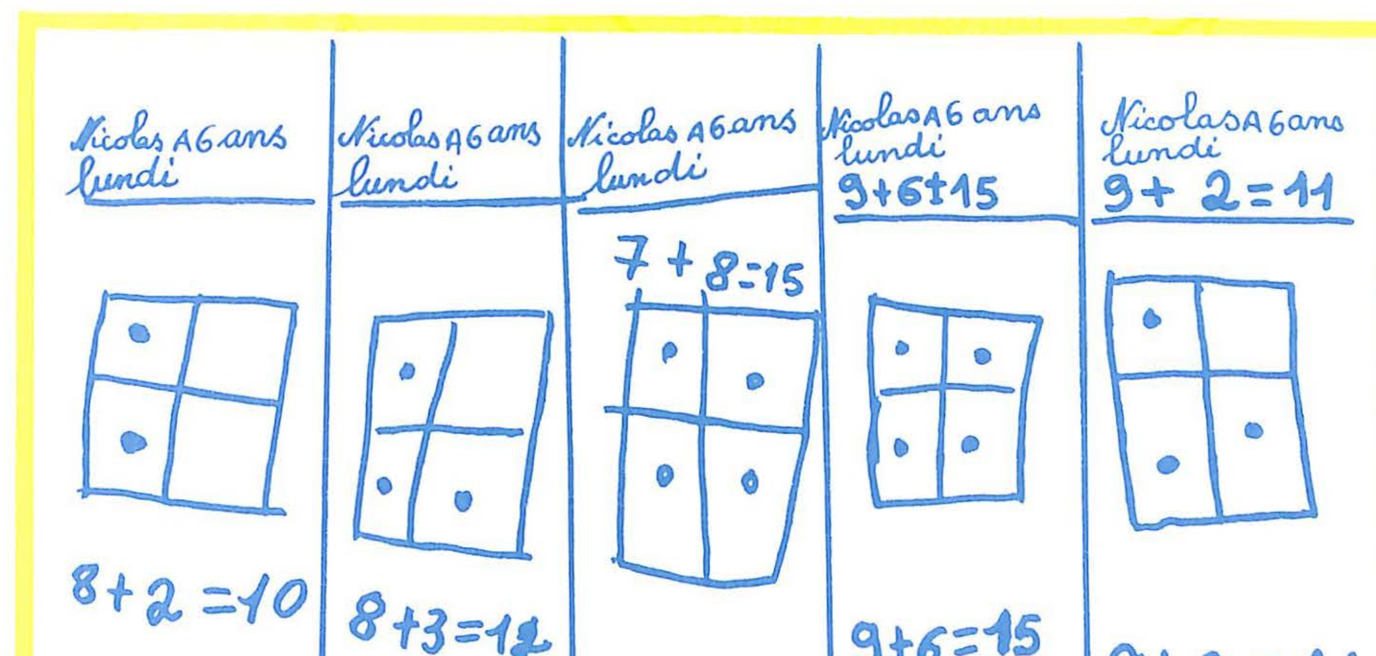


— *Marquez* **8 + 3**



— **Hop! Sur la deuxième plaque**, dit Carine en mimant la manœuvre, **cela fait 11.**

En recourant au schéma non colorié d'une plaque de **MINICOMPUTER**, les enfants calculent individuellement **8 + 2, 7 + 8, 9 + 6, 9 + 2.**

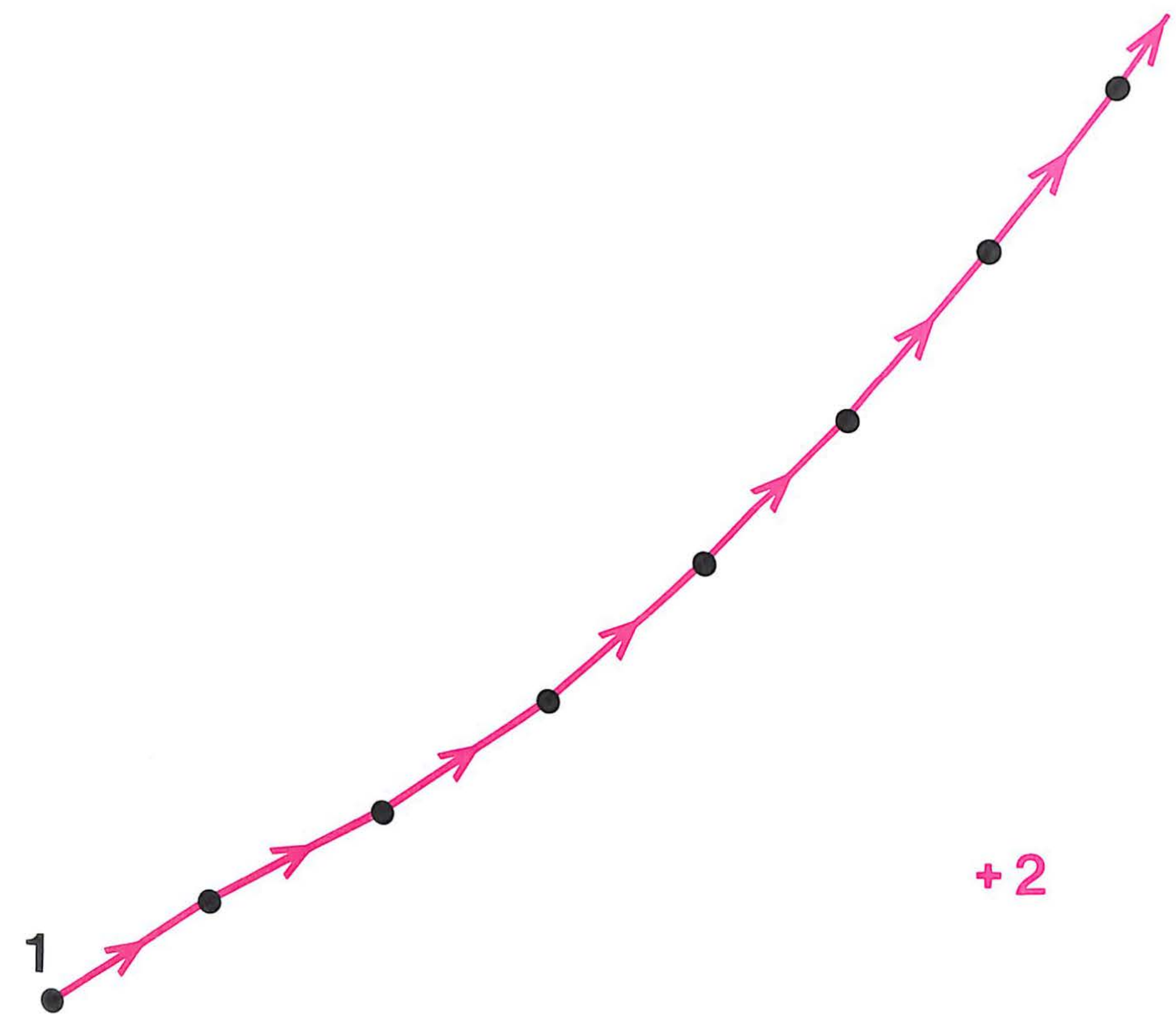


Échelle : 0,5

5 — GRAPHES

DATE : 20 octobre 1967

Au tableau noir, FRÉDÉRIQUE dessine ce graphe.



— *Ces nombres ont parlé. Qu'ont-ils dit ?*

— **Ils ont dit** **+ 2**

— *Sylvie est le nombre 1. Qui veut être le deuxième nombre ?*

Tous les doigts se lèvent.

— *Ce sera Jean-Jacques ! Qui va parler ?*

— **Sylvie !**

— *A qui s'adresse-t-elle ?*

— **A Jean-Jacques !**

— *Que lui dit-elle ?*

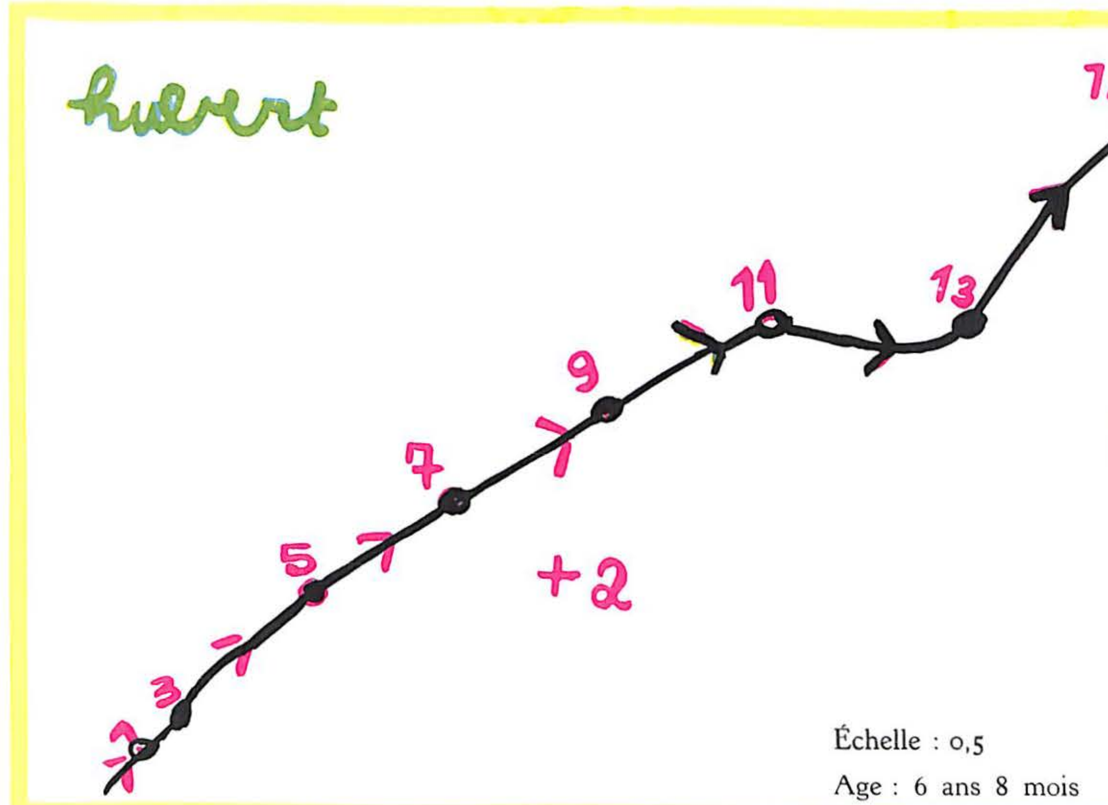
— **Tu as 2 de plus que moi !**

— *Quel est le nombre Jean-Jacques ?*

— **3**

— *A Jean-Jacques de parler !*

On joue le dialogue entre Jean-Jacques et le troisième nombre, puis les enfants poursuivent le calcul individuellement.

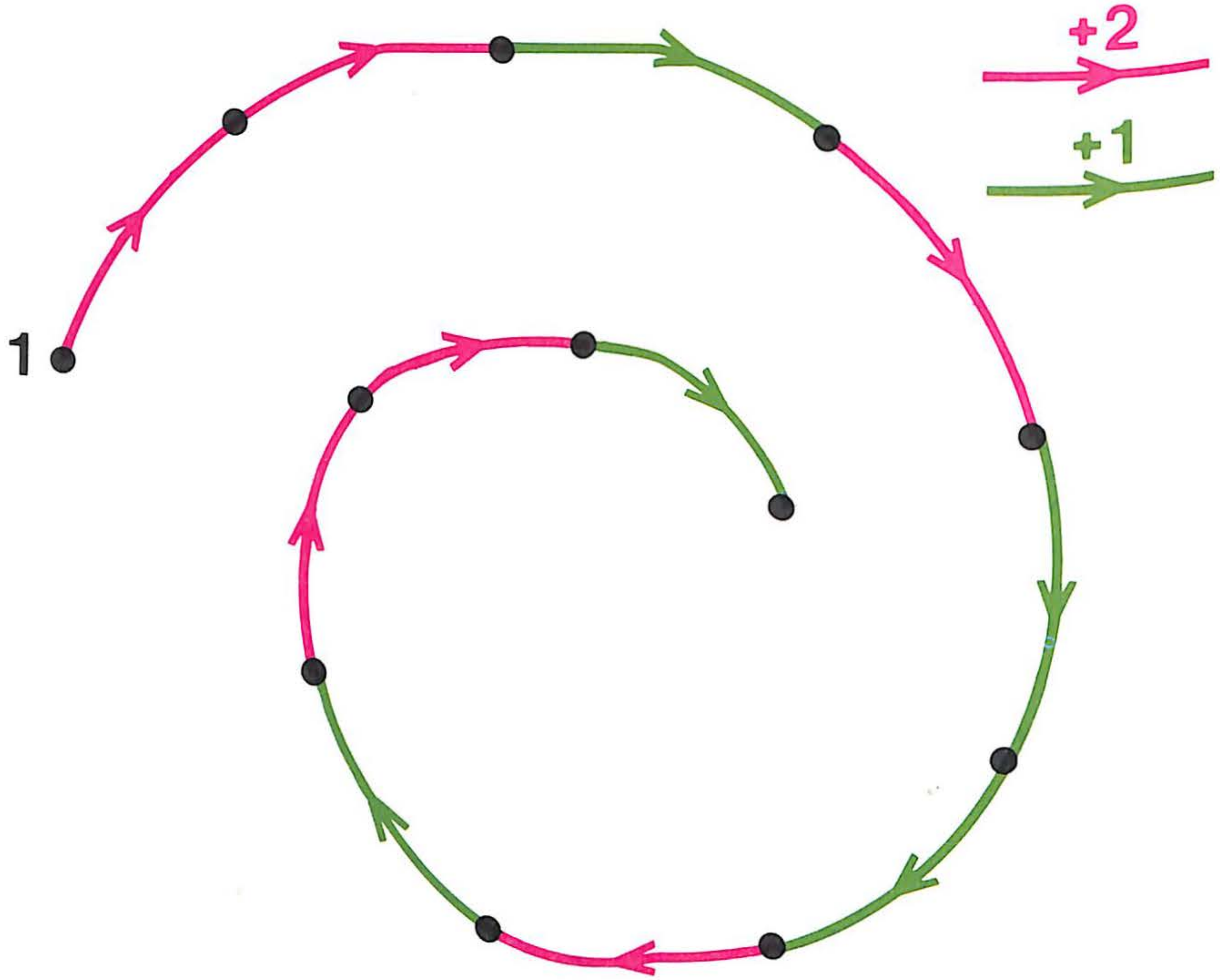


Échelle : 0,5
Age : 6 ans 8 mois

Bravo Hubert ! Tu as bien compris et bien calculé ! Mais tu n'as pu t'empêcher de jouer avec les couleurs des chiffres et des flèches.

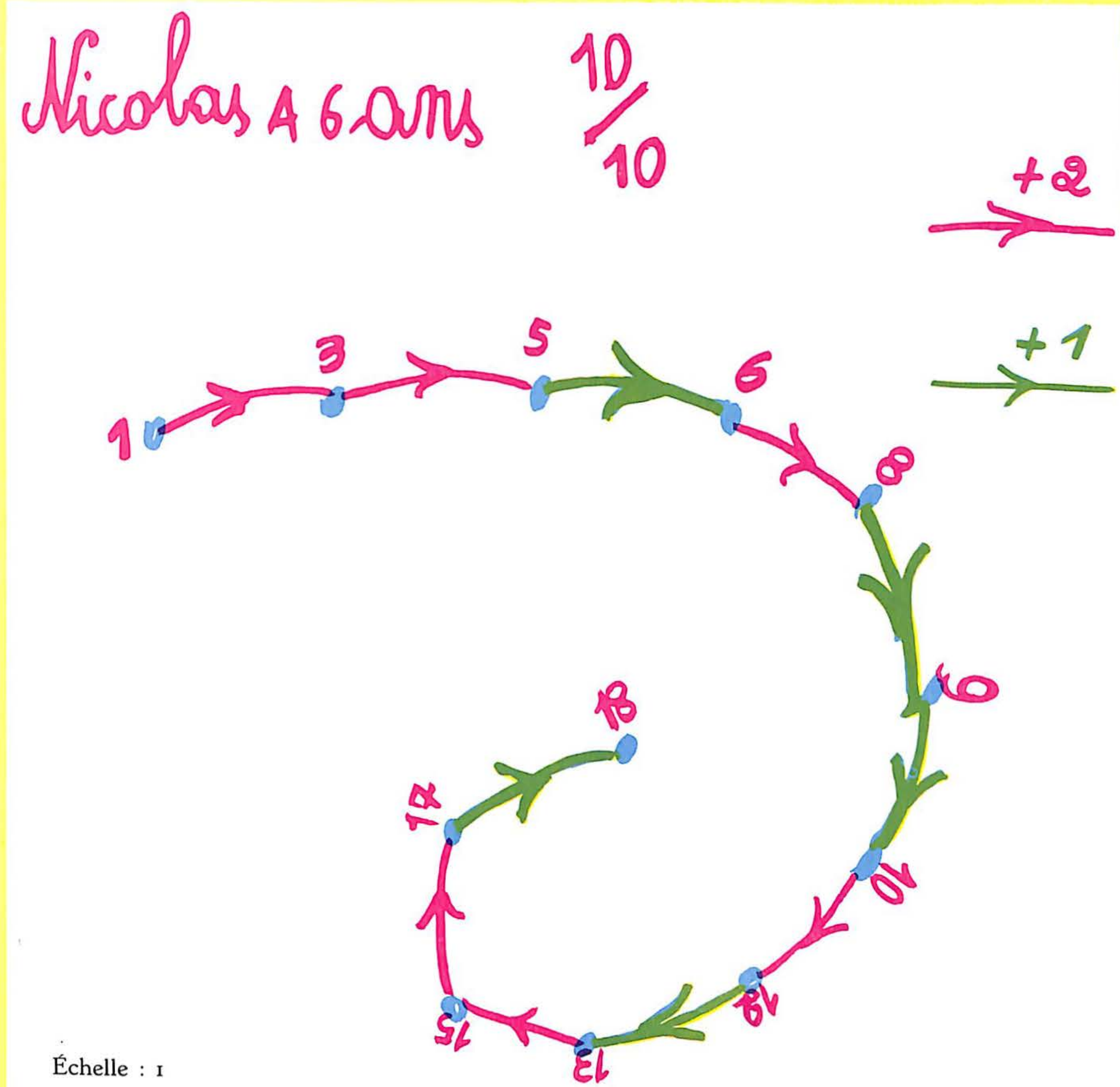
DATE : le 13 novembre 1968

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



— *Ces nombre ont parlé. En rouge, ils ont dit* **+ 2** ; *en vert,* **+ 1**.
Quels sont ces nombres ?

Les enfants travaillent individuellement (sans machine).



Échelle : 1

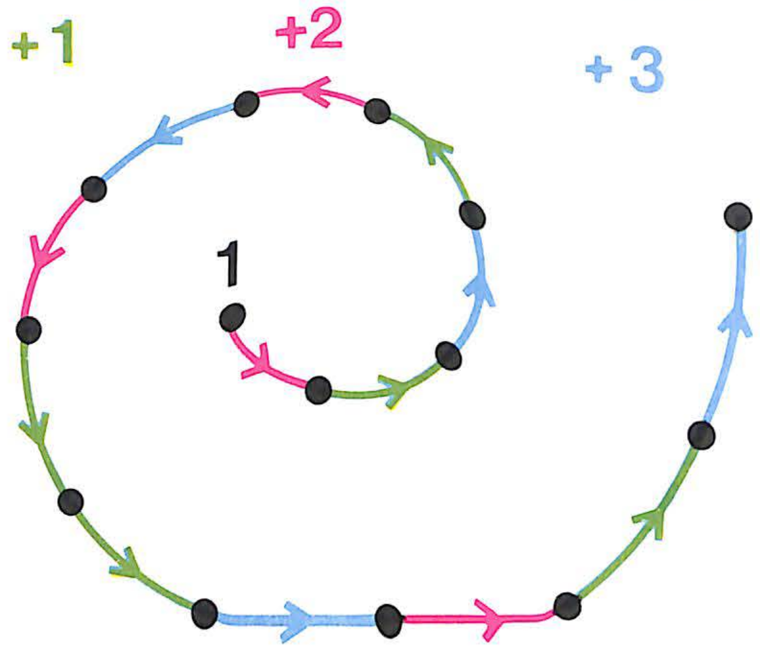
Age : 6 ans 1 mois

Nicolas a bien compris et bien calculé.
Il le sait : en toute simplicité, il se note lui-même et introduit la première cote dans la classe.
Les enseignantes eurent beau ne pas vouloir noter les enfants; leurs élèves ont des frères et sœurs. La cote se trouve dans la connaissance commune.

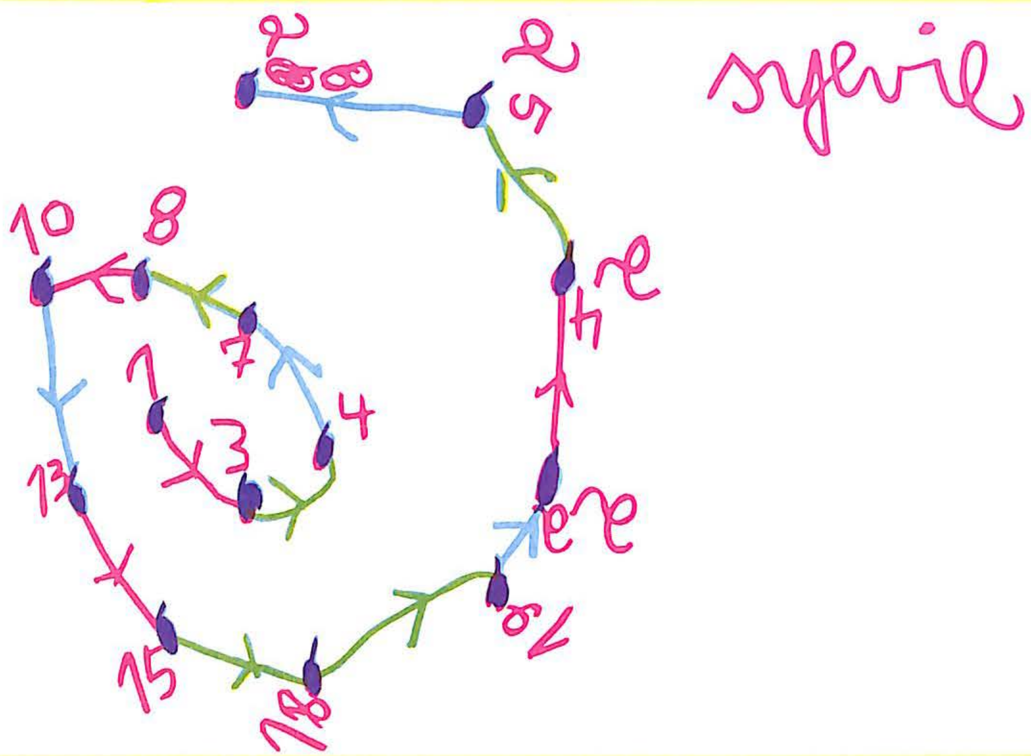
*

Magie des graphes qui permettent des jeux de couleur tout en respectant la rigoureuse vérité!

DATE : le 16 novembre 1968



— *Quels sont ces nombres ?*
(Travail individuel sans machine).

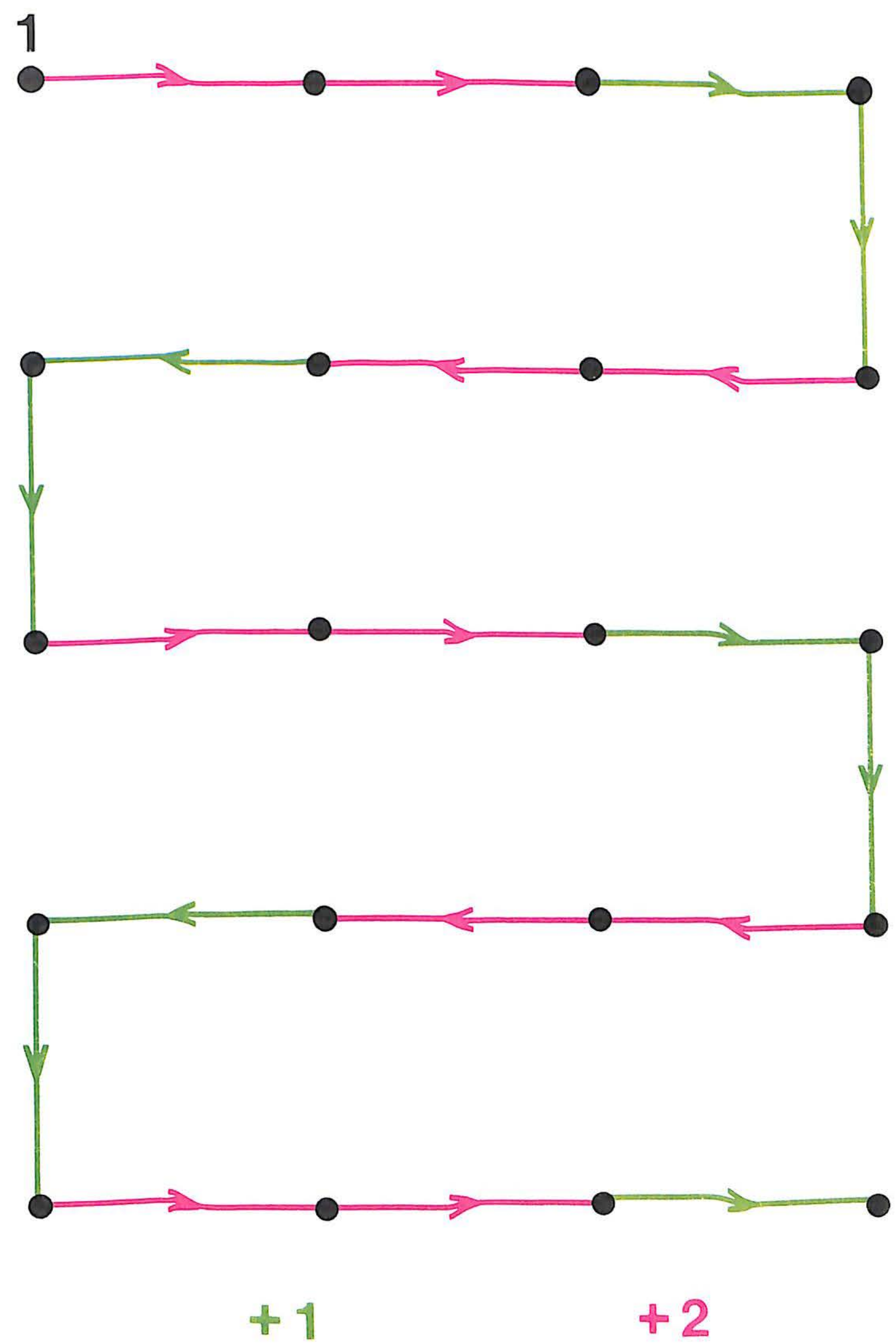


Échelle : 0,7

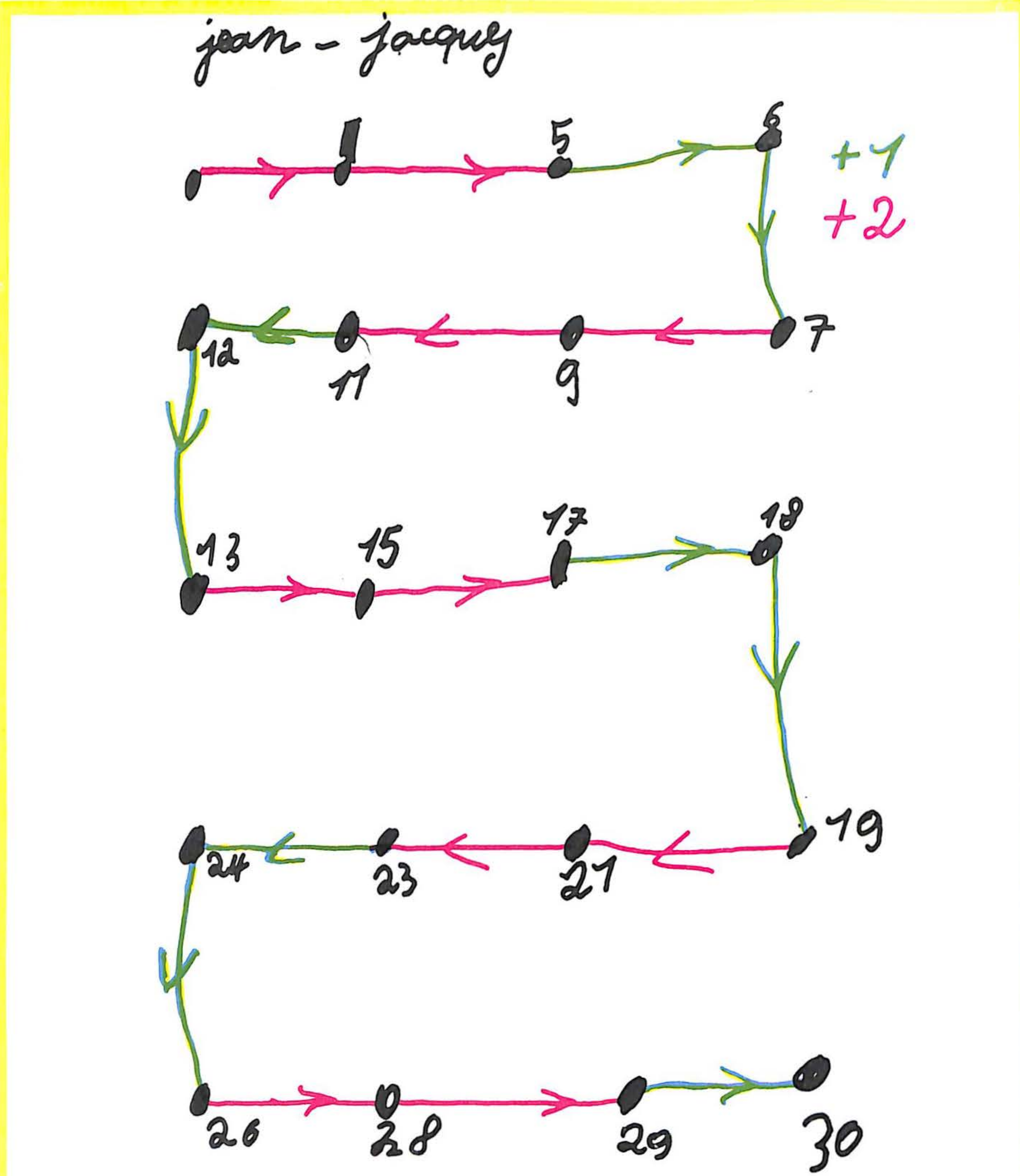
Age : 6 ans 2 mois

Dessiner des flèches, des nombres, des points en quatre couleurs et calculer en tenant compte de la couleur des flèches, exige beaucoup de concentration de la part d'enfants de 6 ans.
Il faut prévoir où l'on va. Ça tourne tant, que l'on finit par tourner sa feuille !
Curieusement, Sylvie marche à reculons !

DATE : le 4 janvier 1968



— *Quels sont ces nombres ?*

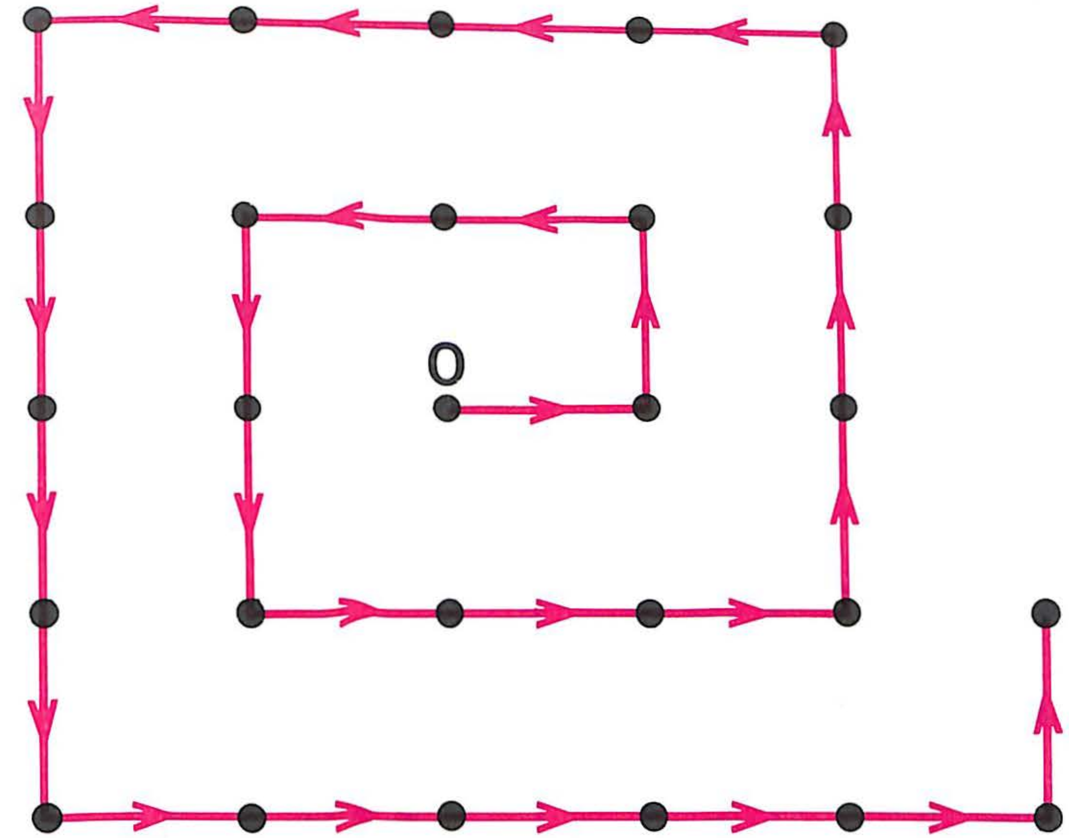


Échelle : 0,9

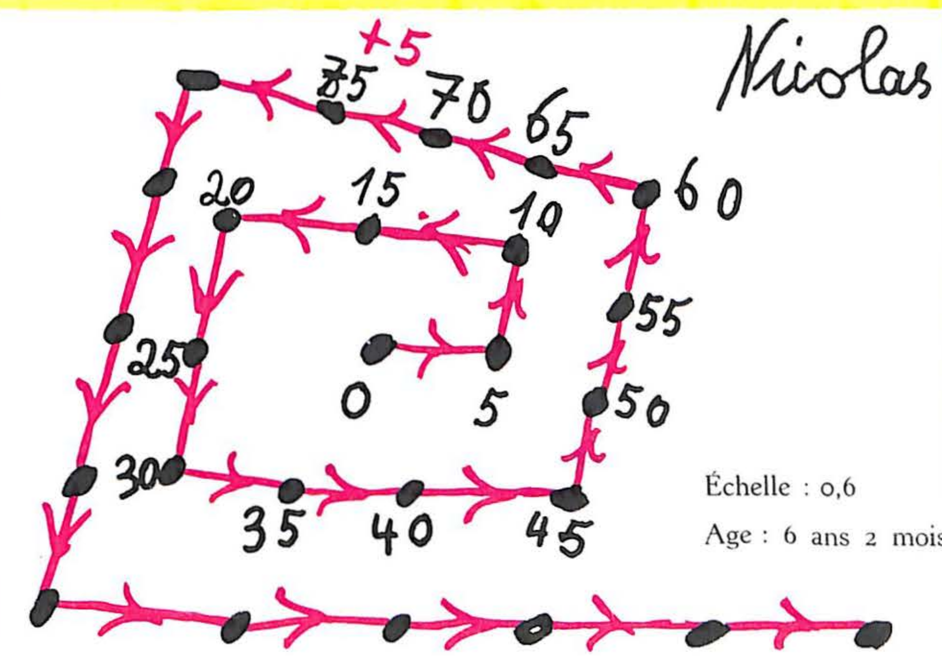
Age : 6 ans 5 mois

Le début est si facile et Jean-Jacques tellement pressé qu'il saute d'emblée jusqu'au nombre 5.
Plus loin, deux erreurs se compensent étrangement.

DATE : le 19 janvier 1968



— *Quels sont ces nombres?*
Travail individuel (sans machine).

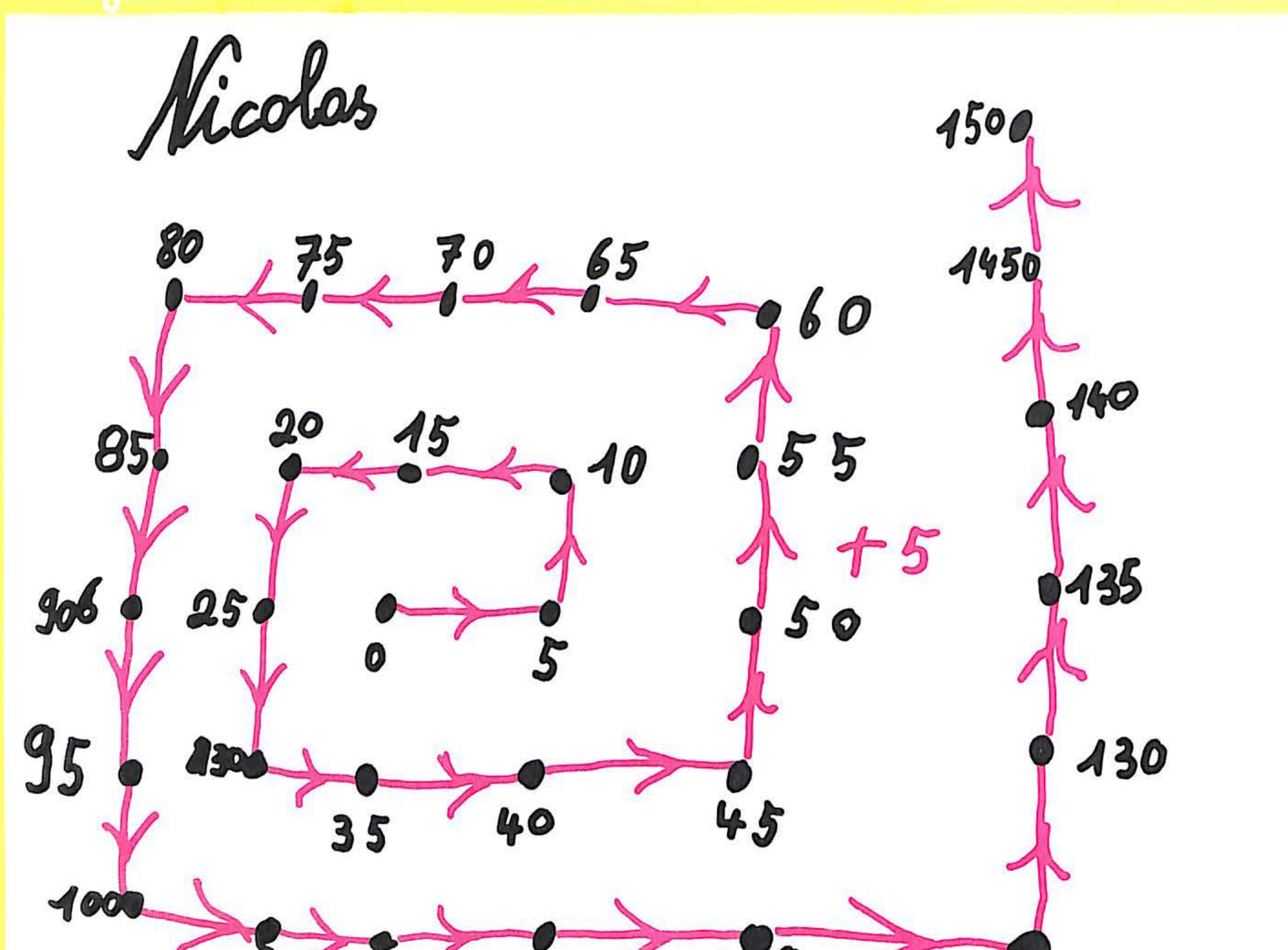


Échelle : 0,6

Age : 6 ans 2 mois

La spirale carrée est plus **DIFFICILE** à dessiner que la spirale courbe qui laisse plus de liberté et incite l'enfant à en profiter.
Certains élèves n'hésitent pas à dessiner rondes des spirales présentées carrées, ce qui montre qu'ils ont compris la signification profonde des graphes.
Dans le premier dessin, Nicolas respecte l'allure carrée et le rythme de la spirale de FRÉDÉRIQUE. Néanmoins, sa signification mathématique prime : les flèches n'ont pas toutes même longueur.
Comme l'exercice s'est révélé difficile pour certains enfants, FRÉDÉRIQUE l'a présenté à nouveau quinze jours plus tard.
Chez Nicolas, le progrès consiste à améliorer la présentation géométrique. Quand on sait tellement bien que les flèches ne doivent pas avoir même longueur, on peut se permettre sans s'induire en erreur de leur donner même amplitude afin de rendre le dessin plus beau et d'accroître son intelligibilité.

2 février 1968



Échelle : 0,75
Age : 6 ans 3 mois

Nicolas a poussé le calcul beaucoup plus loin que la première fois : il passe de 75 à 150.
Quelle belle mise en page!

6 — TABLEAUX

DATE : 25 octobre 1967

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau

+	4	6	7
1			
2			

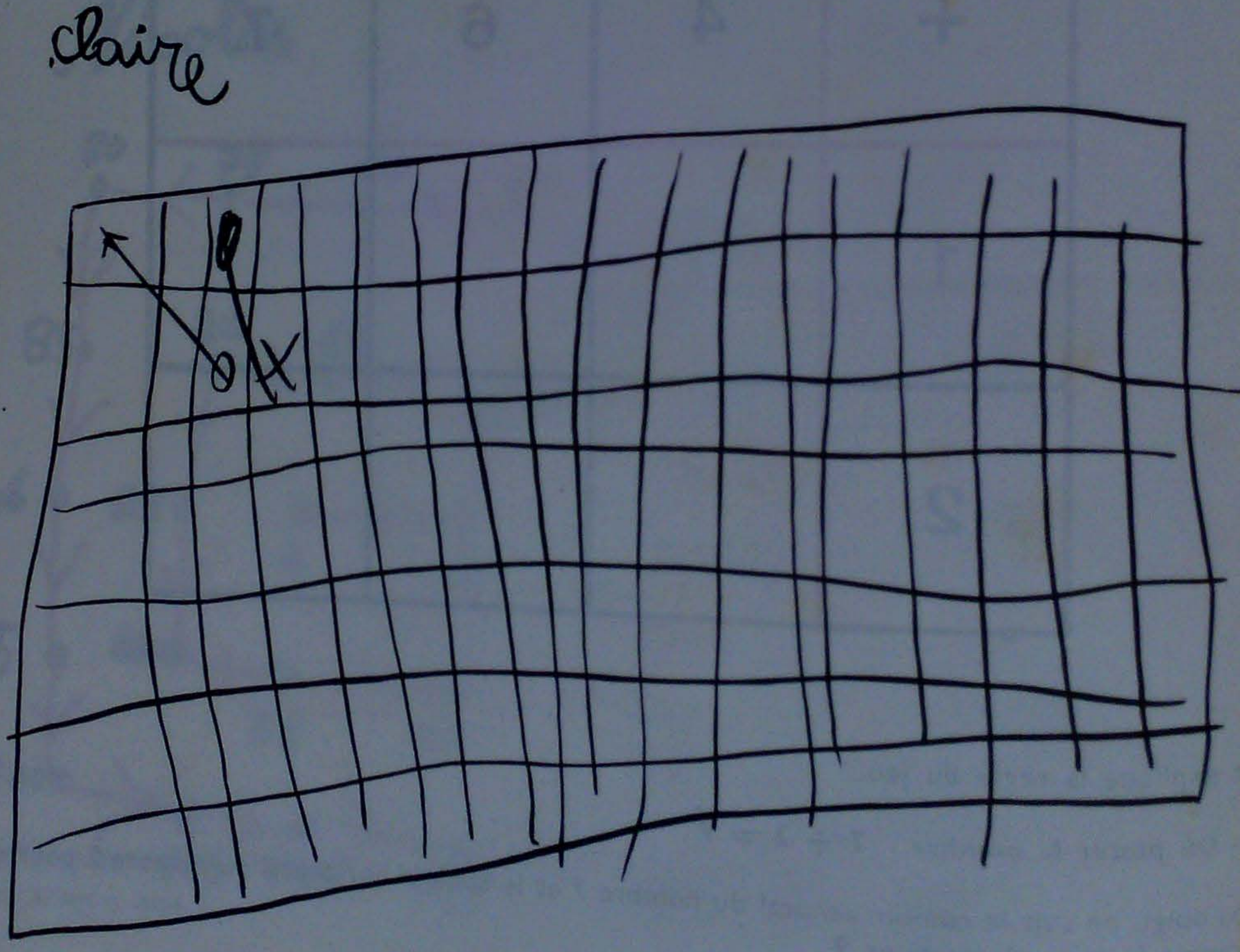
et explique la règle du jeu.

— *Où placer le nombre* **7 + 2 = 9**

Du doigt, on suit le couloir vertical du nombre 7 et le couloir horizontal du nombre 2 pour découvrir la case où marquer 9.

Dessiner un tableau rectangulaire 3 × 4 est une tâche **FANTASTIQUE.**

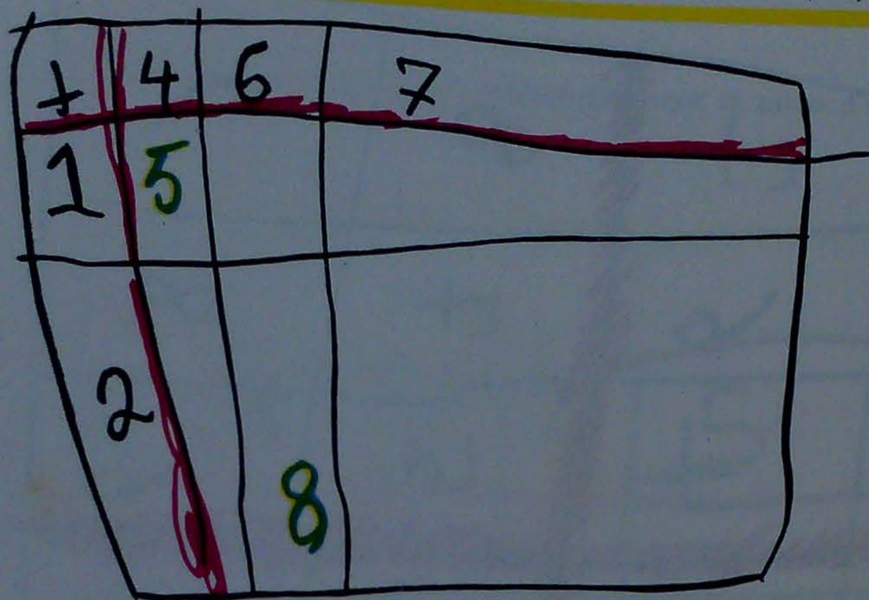
C'est du moins l'avis de Claire qui estime qu'un tel tableau comprend un nombre **ÉNORME** de cases et produit d'abord ce dessin.



Échelle : 1

Age : 6 ans 9 mois

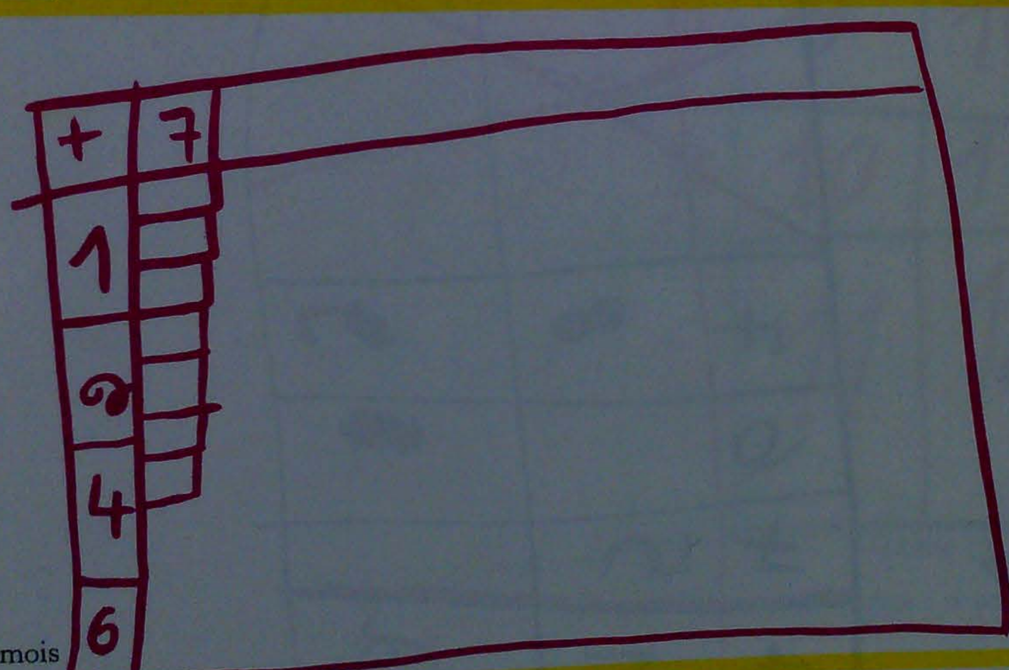
Elle retourne ensuite sa feuille et ramène sa vision à de plus justes proportions.



Échelle : 1

Le temps consacré au grand dessin ne lui permet plus de terminer le travail. Les nombres placés sont corrects.
A nouveau, petite fantaisie de couleur.

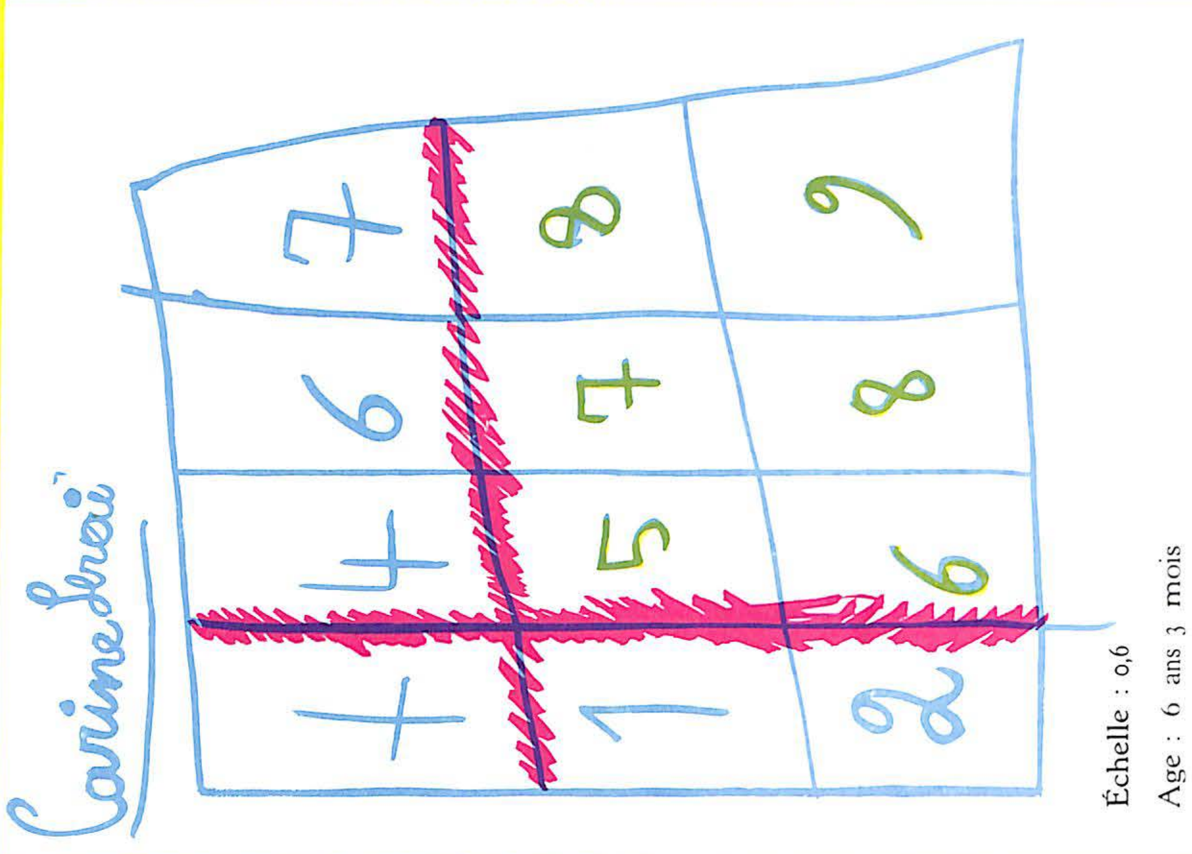
L'énorme dessin de Claire montre qu'elle a compris le rôle des **COULOIRS** dans le tableau à double entrée.
Il n'en est pas ainsi d'Hubert qui accole les alvéoles les unes aux autres.



Échelle : 0,5

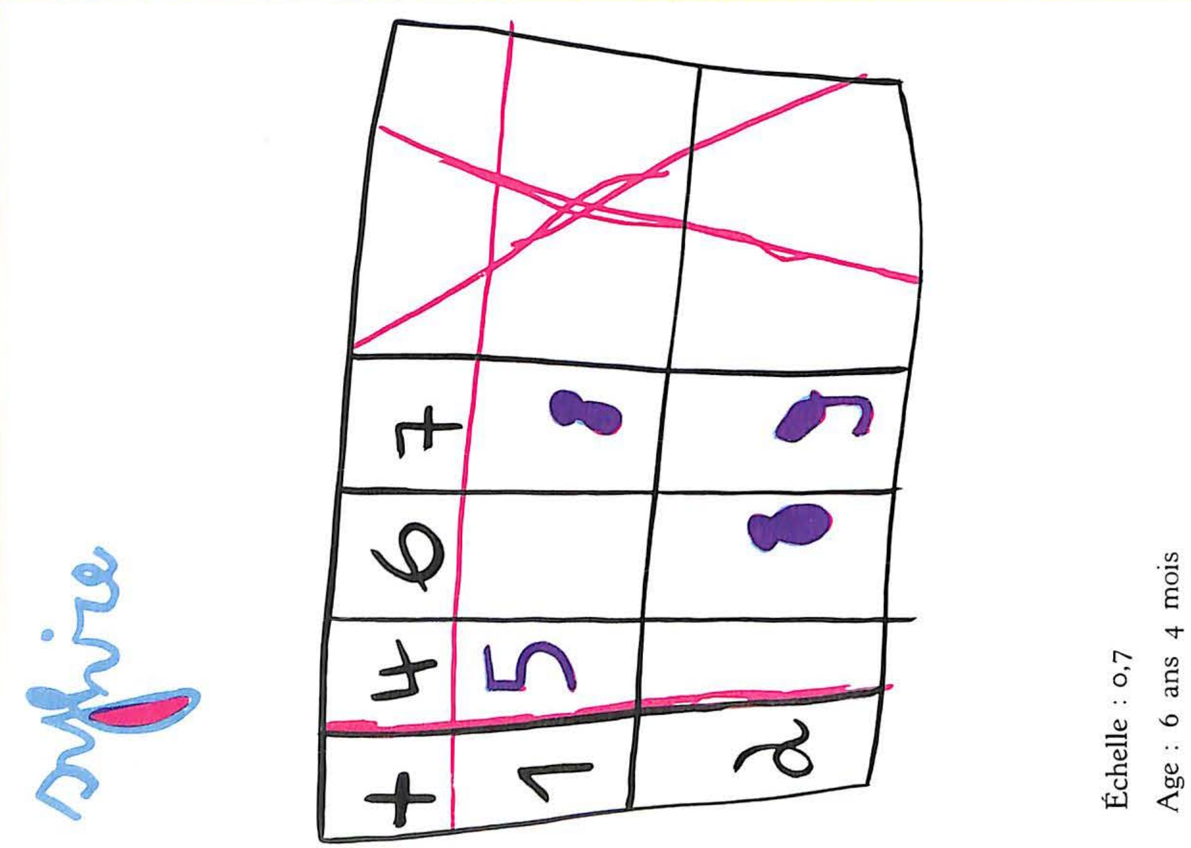
Age : 6 ans 8 mois

Le procédé offre de grands dangers, n'est-ce pas Hubert ?



Échelle : 0,6
Age : 6 ans 3 mois

Dessin réussi d'emblée sans bavure.

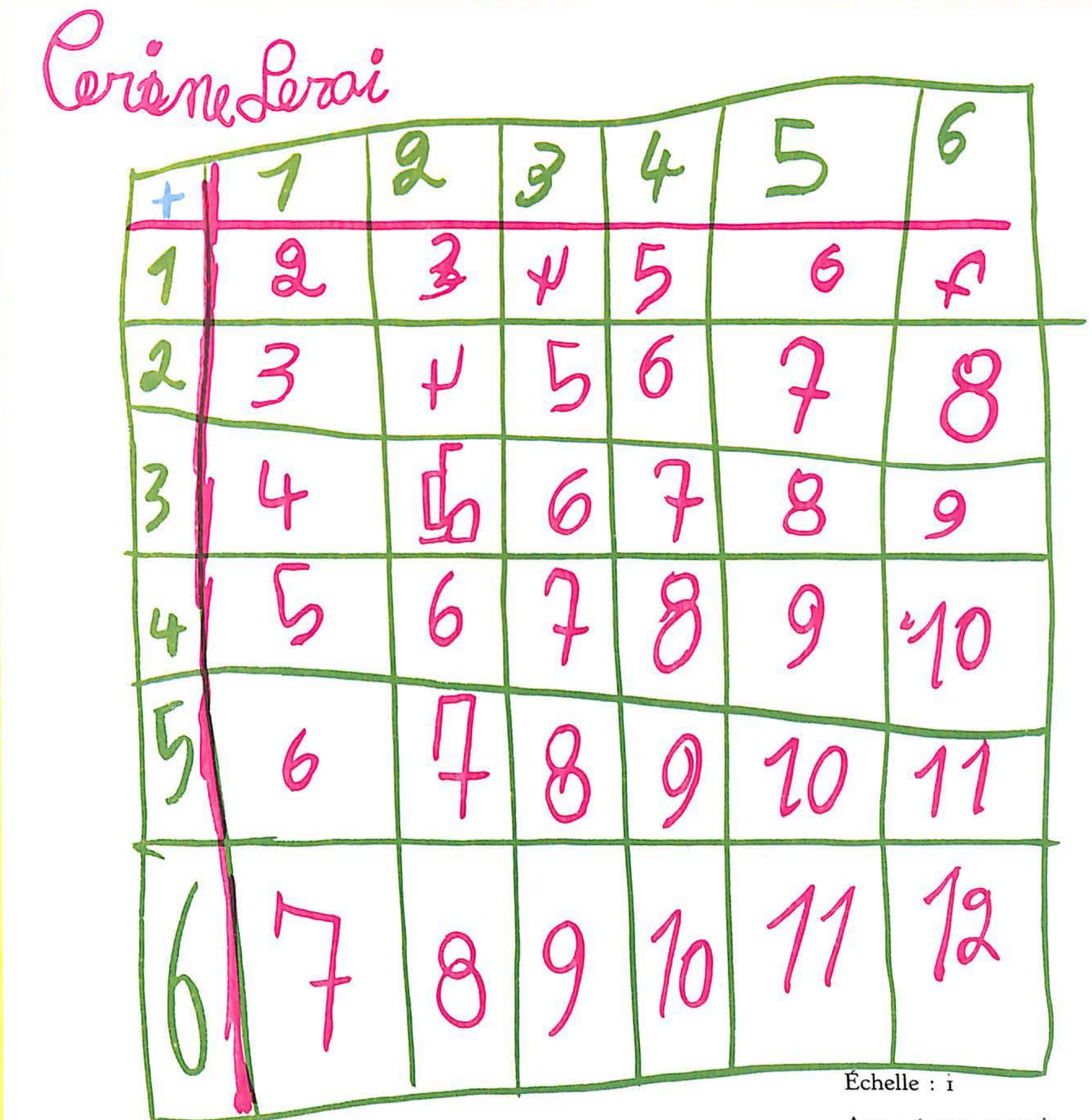


Échelle : 0,7
Age : 6 ans 4 mois

Histoire sans parole!

DATE : 14 novembre 1967

S'aidant de dés à jouer, les enfants construisent individuellement la table d'addition 6 × 6.



Échelle : 1
Age : 6 ans 3 mois

Dès six ans, certains enfants ont leur petite spécialité.

DATE : 30 novembre 1967

Sans utiliser **MINICOMPUTER**, les plus « grands » ont construit ce tableau, à partir d'une grille imprimée qui leur a été remise.

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Échelle : 1

D'auteur inconnu.

DATE : 16 janvier 1968

Dans ce tableau aux nombres mêlés, FRÉDÉRIQUE demande de découvrir les cases où placer

10 . . . puis **8** . . . puis **6** . . . puis **9** . . . etc.

+	3	6	1	5	9	7	2	8	4
7	10		8				9		
2		8		7		9		10	6
9			10						
1		7		6	10	8		9	
4	7	10		9				12	8
8			9				10		12
3	6	9		8		10			7
6	9		7				8		10
5	8	[illegible]	6	10			7		9

Carine

Échelle : 0,9

Age : 6 ans 6 mois

DATE : 28 novembre 1967

Carré magique, prestigieuse source de calculs.

(8) 6 + 1 + 8 = 15

7 + 5 + 3 = 15

2 + 9 + 4 = 15

6 + 7 + 2 = 15

1 + 5 + 9 = 15

8 + 3 + 4 = 15

8 + 5 + 2 = 15

6 5 4 = 15

6	1	8
7	5	3
2	9	4

6 + 4 = 10 ~~(2 + 6 7)~~

Corine Leroi

2 + 8 = 10 ~~1 + 2 = 10~~ ~~2 + 4 = 10~~

Échelle : 0,8

Age : 6 ans 4 mois

DATE : 28 novembre 1967

Ce carré magique

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

suggère à Anita, des calculs qu'elle effectue en s'aidant de **MINICOMPUTER**

anita

1 + 15 + 14 + 4 = 34

12 + 6 + 7 + 9 = 34

8 + 10 + 11 + 5 = 34

13 + 3 + 2 + 16 = 34

1 + 12 + 8 + 13 = 34

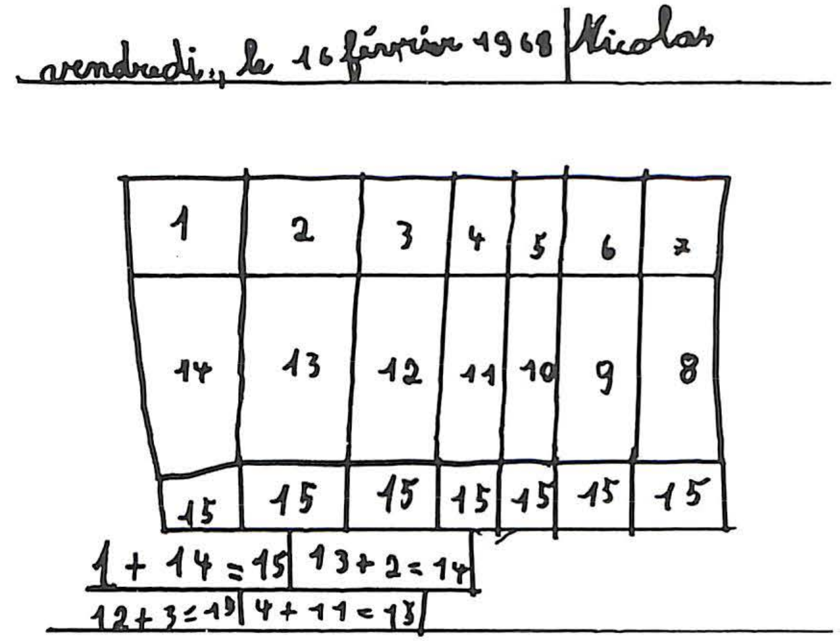
15 + 6 + 10 + 3 = 34

14 + 7 + 11 + 2 = 34

Échelle : 0,7

Age : 7 ans 1 mois

Ce rectangle n'a-t-il pas un certain caractère magique?

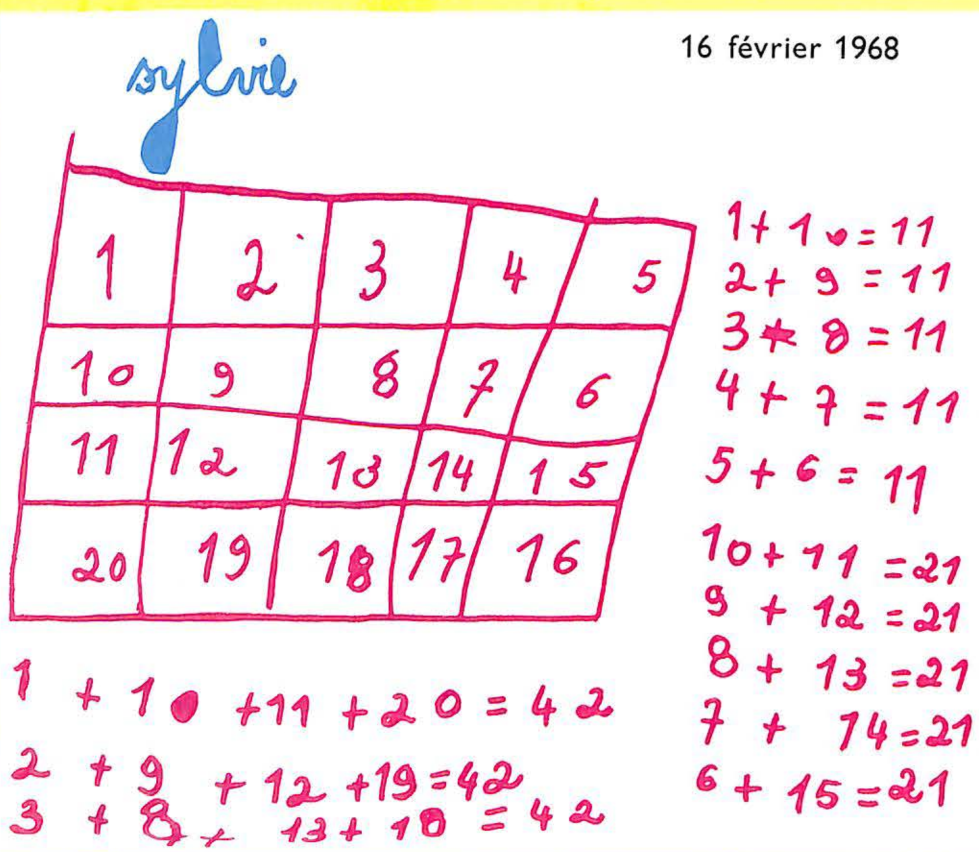


Échelle : 0,6

Age : 6 ans 3 mois

Le couloir des 15 a été ajouté par Nicolas ... qui a découvert l'usage sporadique de la règle.

16 février 1968

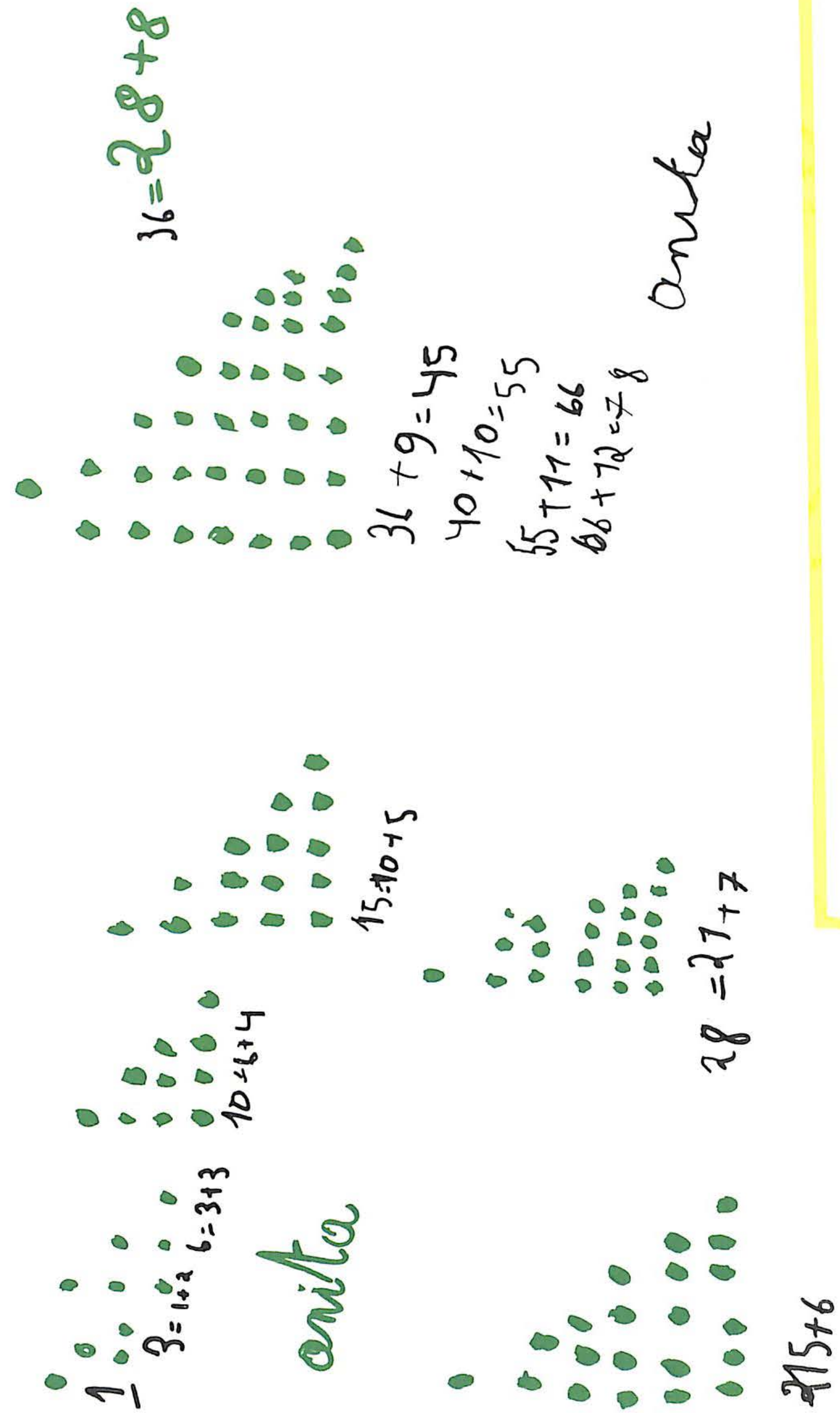


Ce rectangle a le pouvoir magique de faire calculer avec beaucoup d'application.

Échelle : 0,7

Age : 6 ans 5 mois

13 décembre 1967



Depuis l'Antiquité, les nombres triangulaires invitent à des calculs qui introduisent des suites croissantes.

Échelle : 0,6

Age : 7 ans 2 mois

7 – LA FONCTION ADDITION

DATE : 6 novembre 1967

— *Voici un couple de nombres* **(5 ; 3)** ... *le premier est* **5** *, le deuxième* **3** .
Quelle est leur somme ?

— **8**

— *Ecrivons :* **(5 ; 3)** $\xrightarrow{+}$ **8**

Continuons : **(4 ; 5)** → **?**

— **9**

— *Très bien ! Encore quelques calculs.*

(6 ; 3) →

(;) → **7**

(4 ;) → **6**

(; 2) → **5**

Complétez.

Le deuxième exercice autorise plusieurs réponses.

(3 ; 4) → **7**

(4 ; 3) → **7**

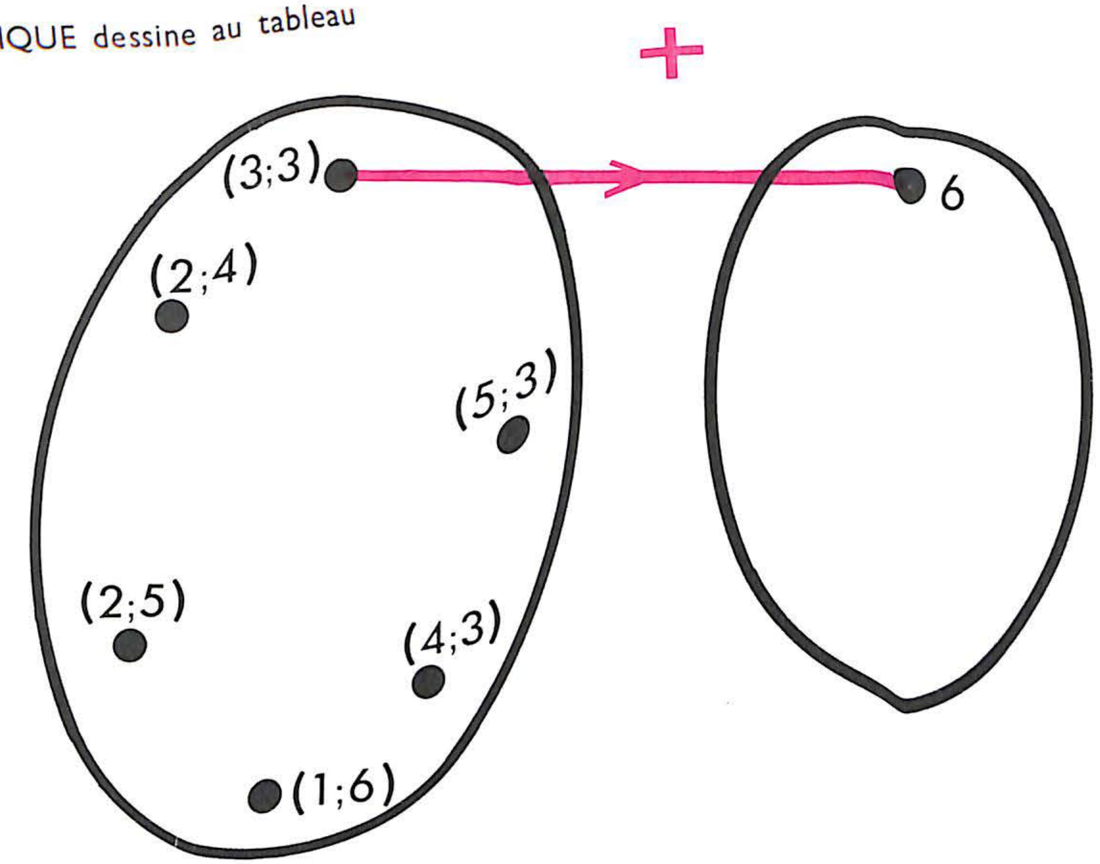
(7 ; 0) → **7**

(0 ; 7) → **7**

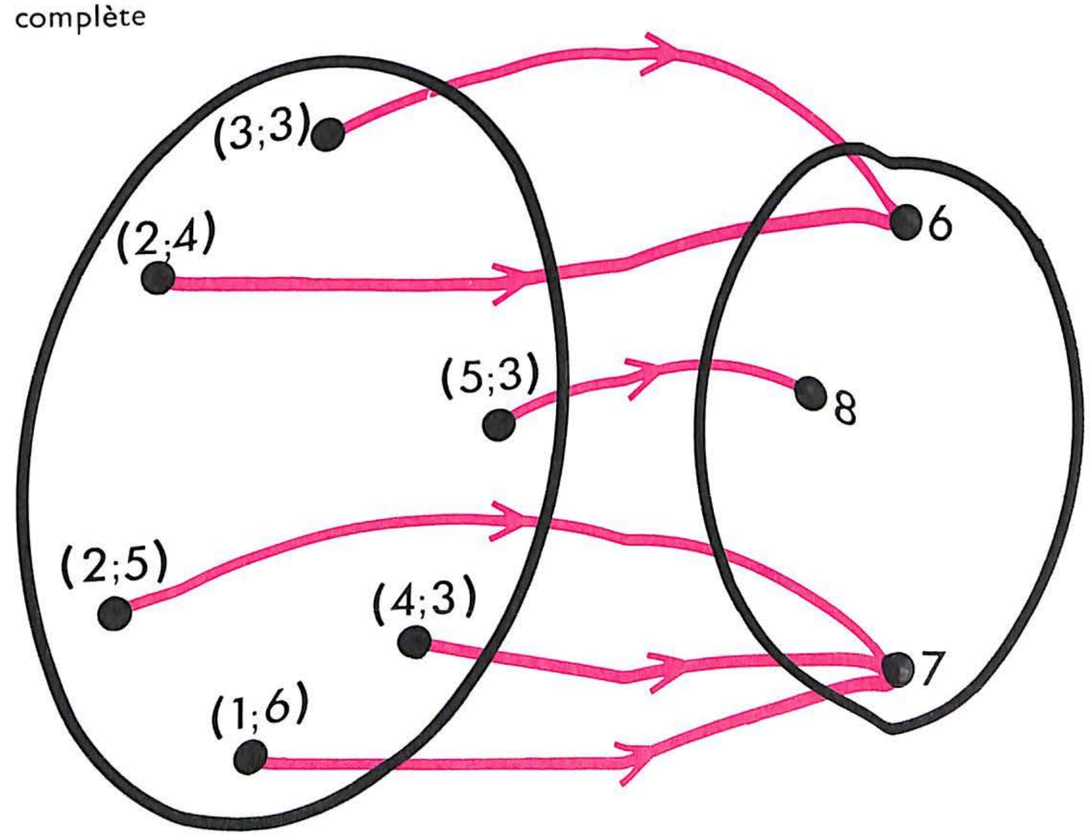
(6 ; 1) → **7**

etc.

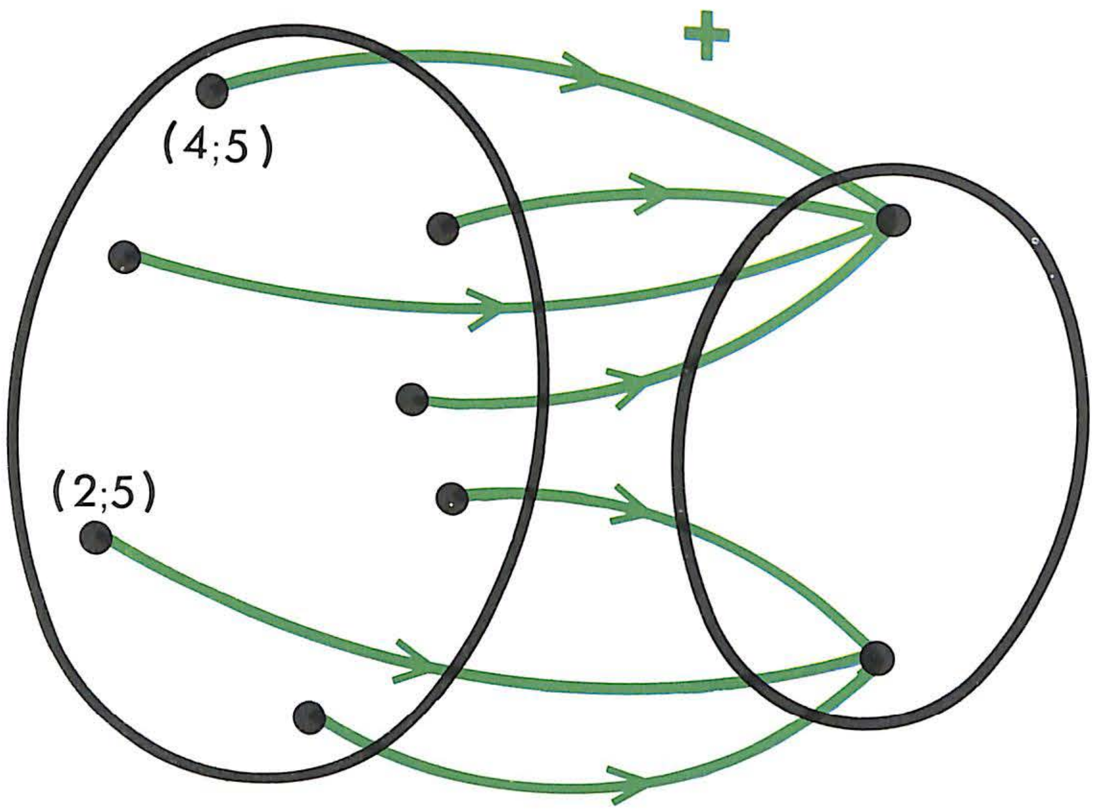
FRÉDÉRIQUE dessine au tableau



La classe complète



DATE : 7 novembre 1967



— *Quel est ce nombre,* demande FRÉDÉRIQUE, en montrant le point le plus haut du deuxième diagramme.

— 9

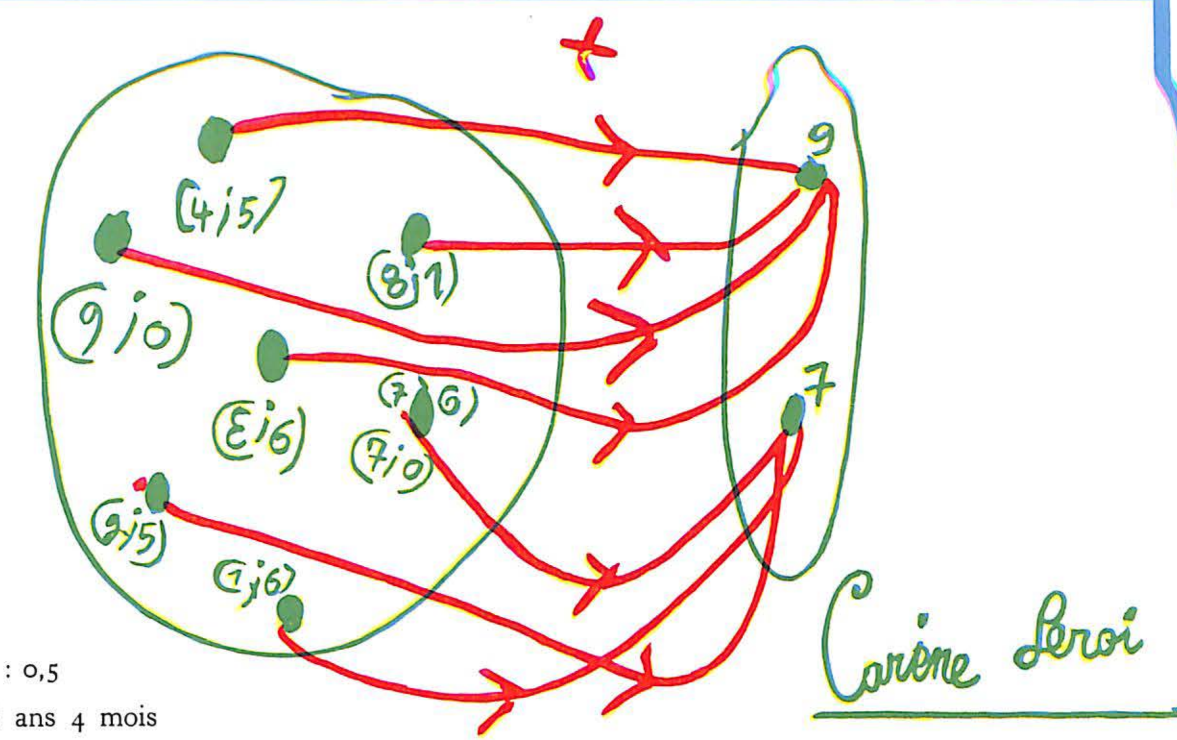
— *Et celui-ci ?*

— 7

— *Quel couple pourrait-on marquer ici ?* (**Ici** est l'origine d'une flèche dont l'extrémité est **9**).

— (**8** ; **1**)

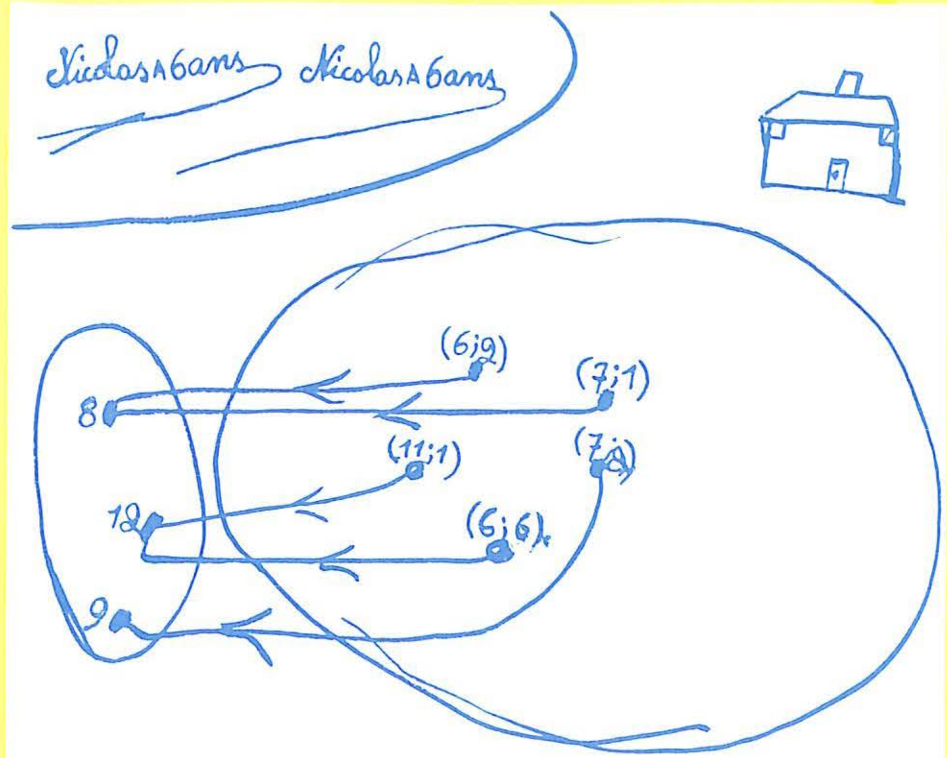
— *Continuez seuls!*



Échelle : 0,5

Age : 6 ans 4 mois

L'examen de ce dessin montre à chaque endroit les difficultés graphiques, ... et la concentration obstinée de Carine qui surmonte tous les obstacles.



Échelle : 0,5

Dessin libre!
On distribue des feuilles aux enfants en leur disant : Dessinez ce que vous voulez. Certains ont dessiné des bateaux, des autos, des maisons.
Nicolas dessine un graphe partiel de la fonction addition. La fantaisie consiste à faire aller les flèches de droite à gauche, le tout agrémenté d'une maisonnette.

8 — FONCTION ET PARTITION

DATE : 8 novembre 1967

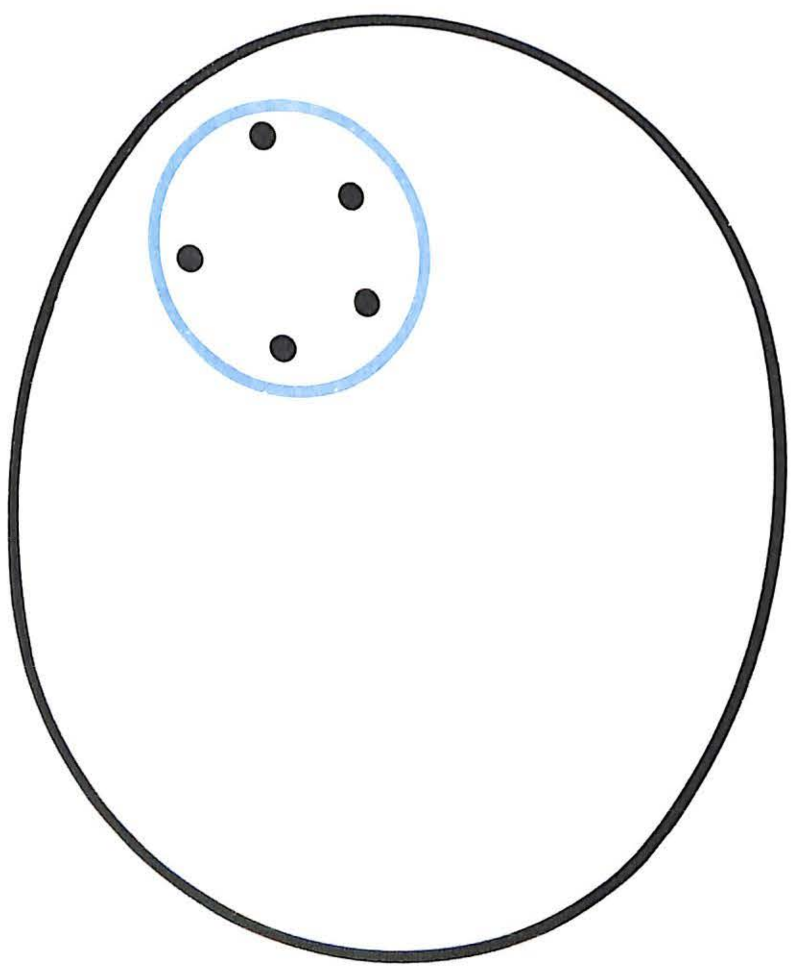
FRÉDÉRIQUE écrit la lettre **c** au tableau.

— *Quels sont les enfants dont le prénom commence par c ?*

5 doigts se lèvent : Claire, Carine D., Christine, Carine L., et Catherine.

FRÉDÉRIQUE dessine 5 points à l'intérieur d'une immense corde.

— *Je vous entoure d'une corde bleue.*



— *Quels sont les enfants dont le prénom commence par d ?*

— **Daniel, Dominique F. et Dominique L.**

— *Je les dessine aussi et les entoure d'une corde verte.*
Et voici n.

— **Nicolas !**

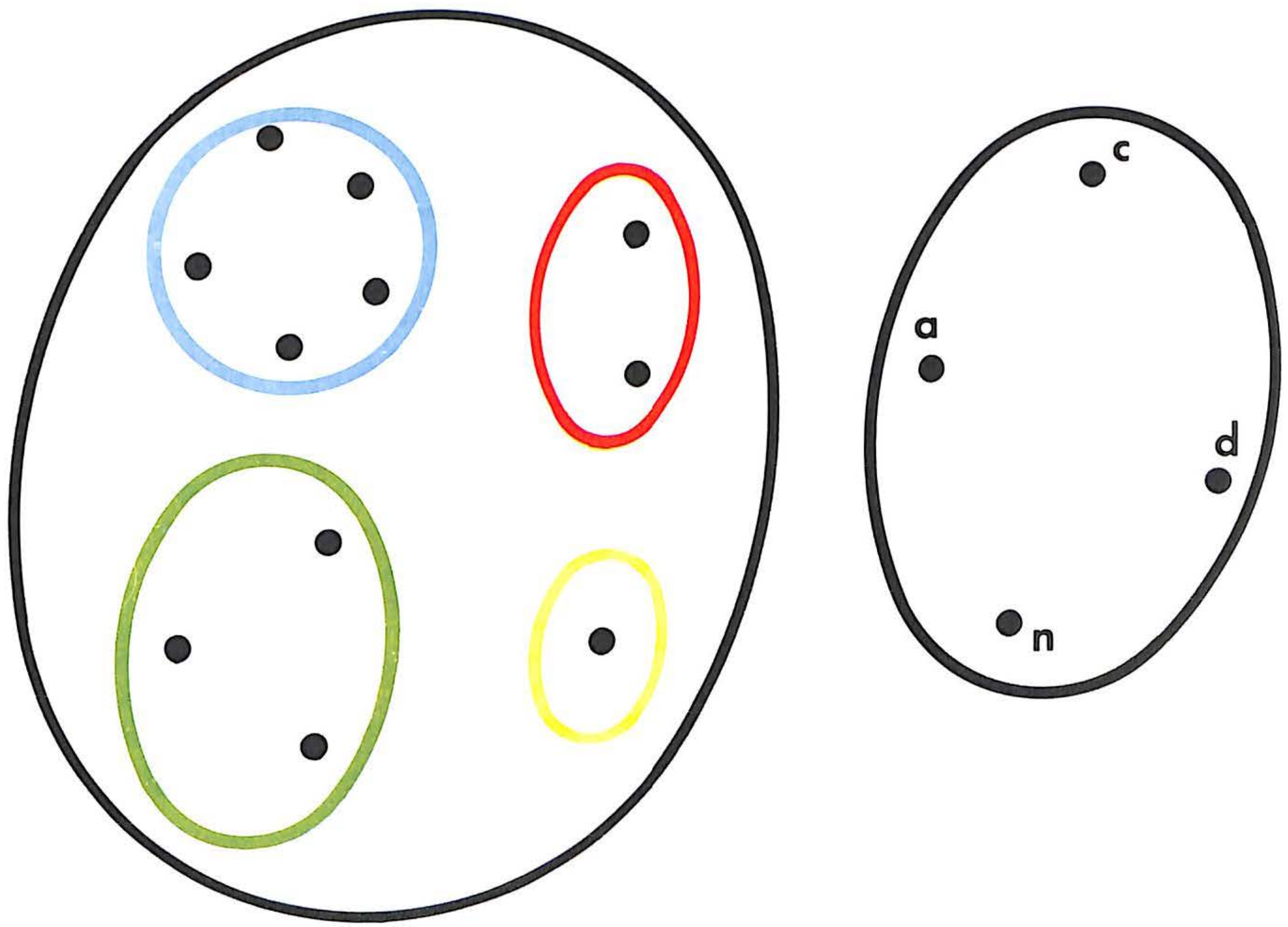
— **Pauvre Nicolas, il sera tout seul dans sa petite corde !**

— *Voici Nicolas et sa petite corde jaune.*
Enfin, la lettre a !

— **Anita !**

— **Et Anne !**

— *Plaçons-les à l'intérieur d'une corde orange. J'encercle aussi les lettres c, d, n, et a.*



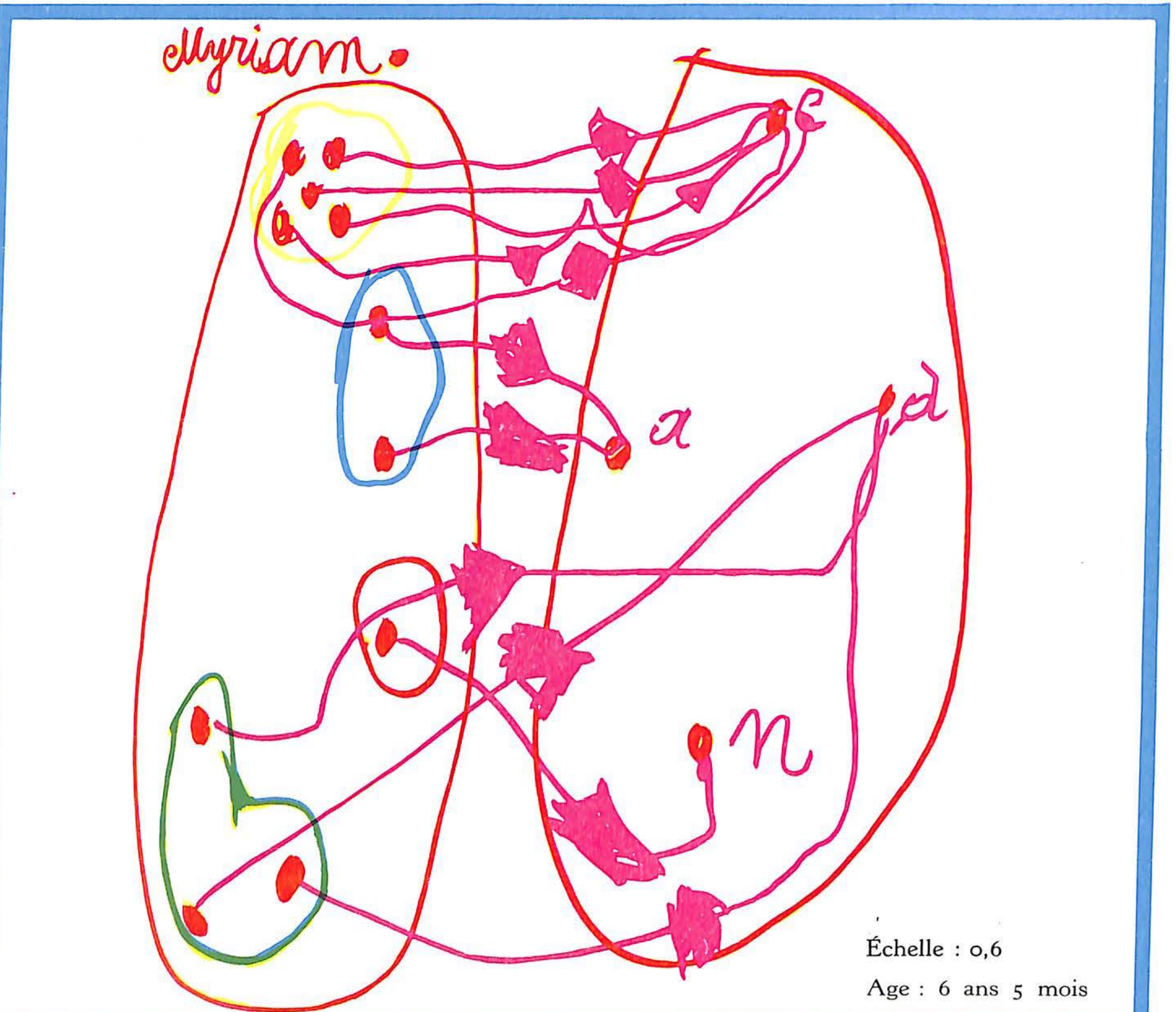
FRÉDÉRIQUE montre un point situé à l'intérieur de la corde bleue.

— *Qui est ici ?*

— **Claire !**

— *Veux-tu montrer la première lettre de ton prénom ? Du doigt, trace la flèche.*

Le jeu se poursuit ; chaque enfant mime « sa » flèche. Brin par brin, FRÉDÉRIQUE complète le graphe.
Les élèves reproduisent le dessin.



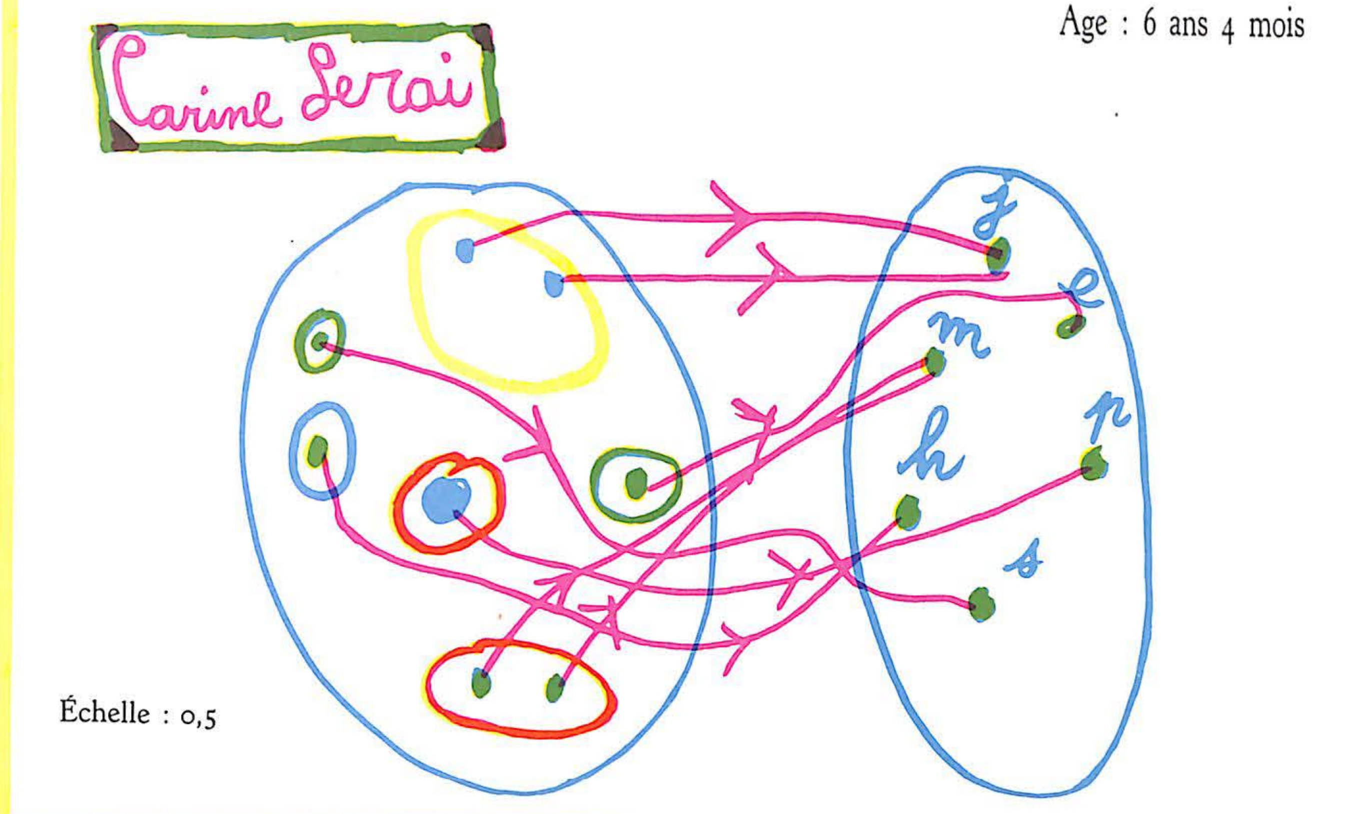
Échelle : 0,6

Age : 6 ans 5 mois

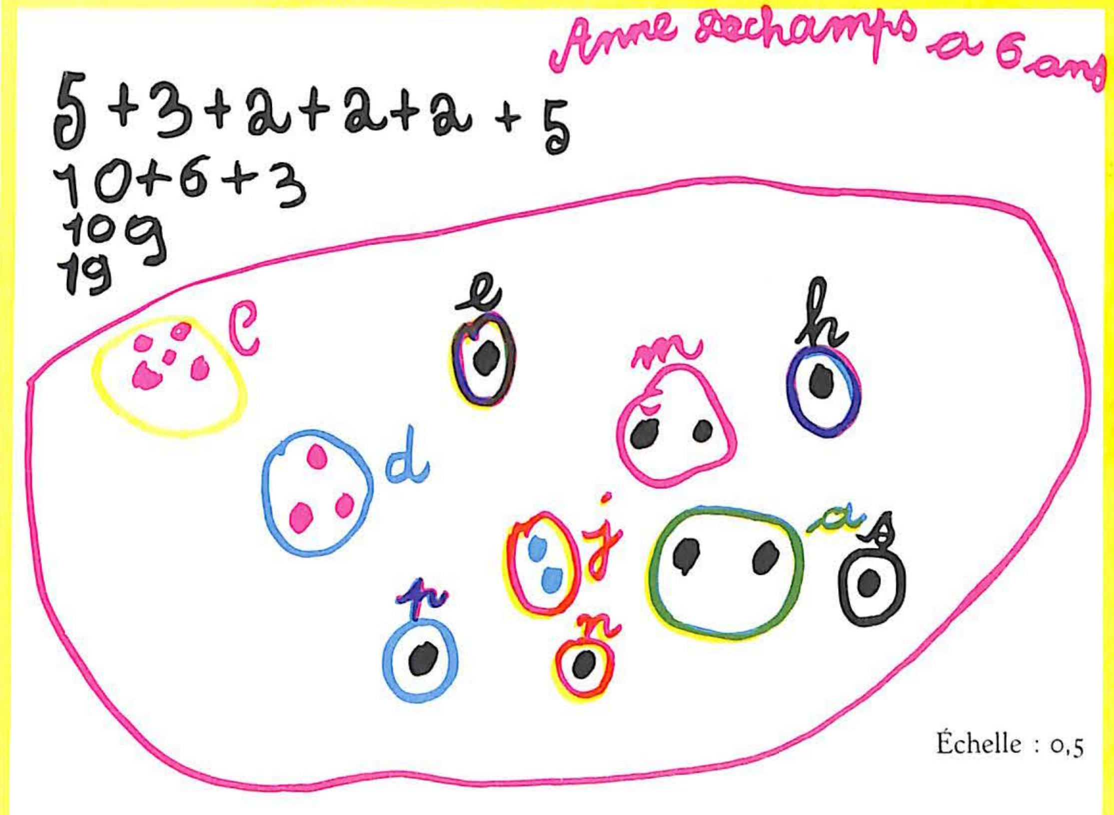
Beau dessin de Myriam qui doit surmonter de grandes difficultés personnelles d'ordre graphique.
Les enfants ont compris que les couleurs ne sont pas attachées à des lettres déterminées et modifient volontiers la palette de FRÉDÉRIQUE.

Les enfants n'ont pas tous eu un rôle actif dans ce premier jeu. Au tour des autres !

Age : 6 ans 4 mois



Échelle : 0,5



Échelle : 0,5

Une troisième situation fait participer tous les enfants et motive un amusant calcul utilisant implicitement la commutas-sociativité de l'addition.

9 — NOMBRES AMIS

DATE : 7 fevrier 1968

2 est l'ami de **8** car **2 + 8 = 10** ; **8** est l'ami de **2** car **8 + 2 = 10**

2 et **8** sont amis *l'un de l'autre.*

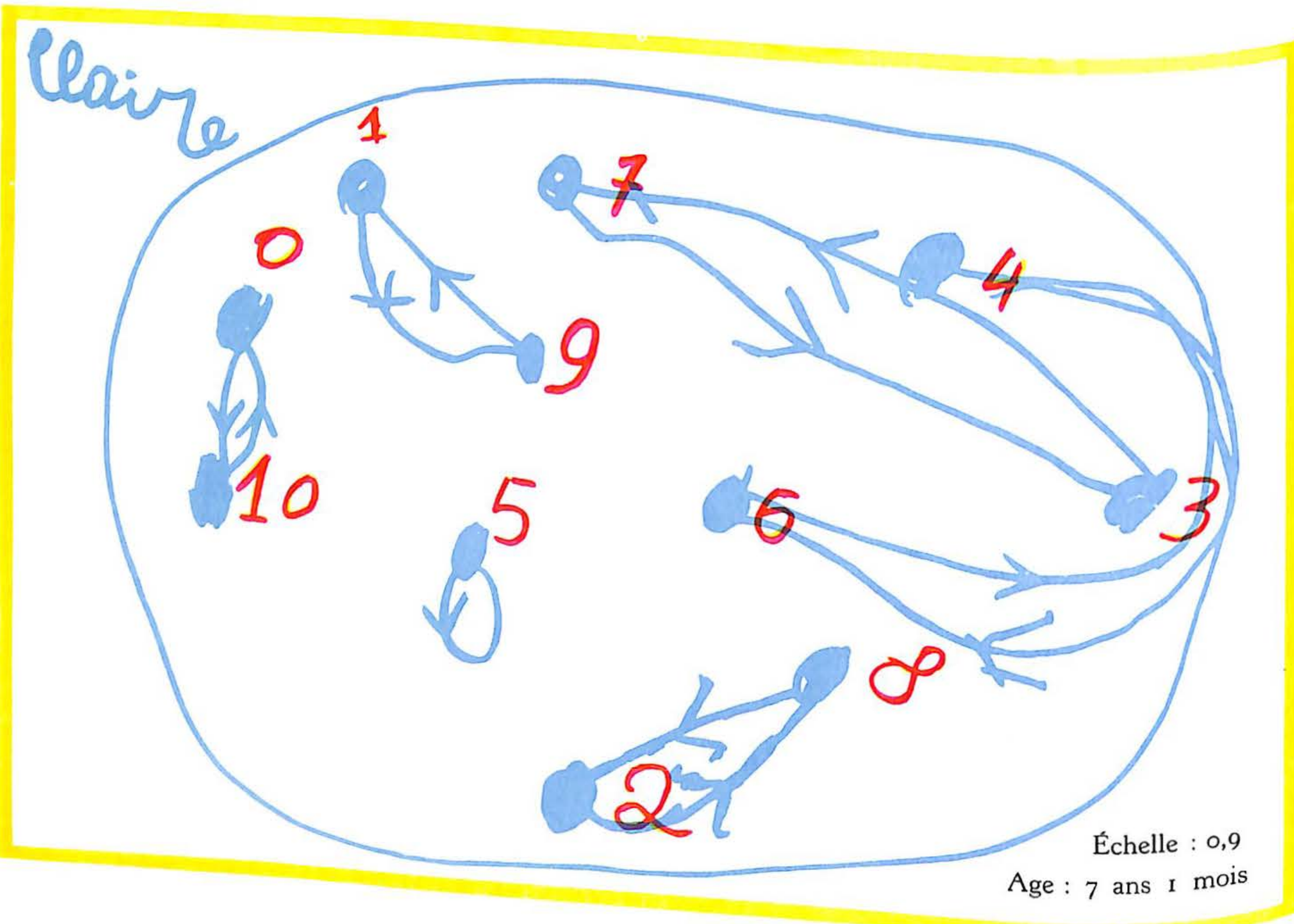
— *Quel est l'ami de 7 ?*

— **3**

— *Et l'ami de 5 ?*

— **5**

Dans l'ensemble des naturels $\{0, 1, 2, \ldots, 9, 10\}$, la relation « ami de » est l'objet d'un graphe de permutation.



Échelle : 0,9
Age : 7 ans 1 mois

CHANGEONS D'AMIS !

DATE : 8 avril 1968

7 est l'ami de **13** car **7 + 13 = 20**

7 et **13** sont amis *l'un de l'autre* car **7 + 13 = 13 + 7 = 20**

— *Quel est l'ami de 9 ?*

— **11.**

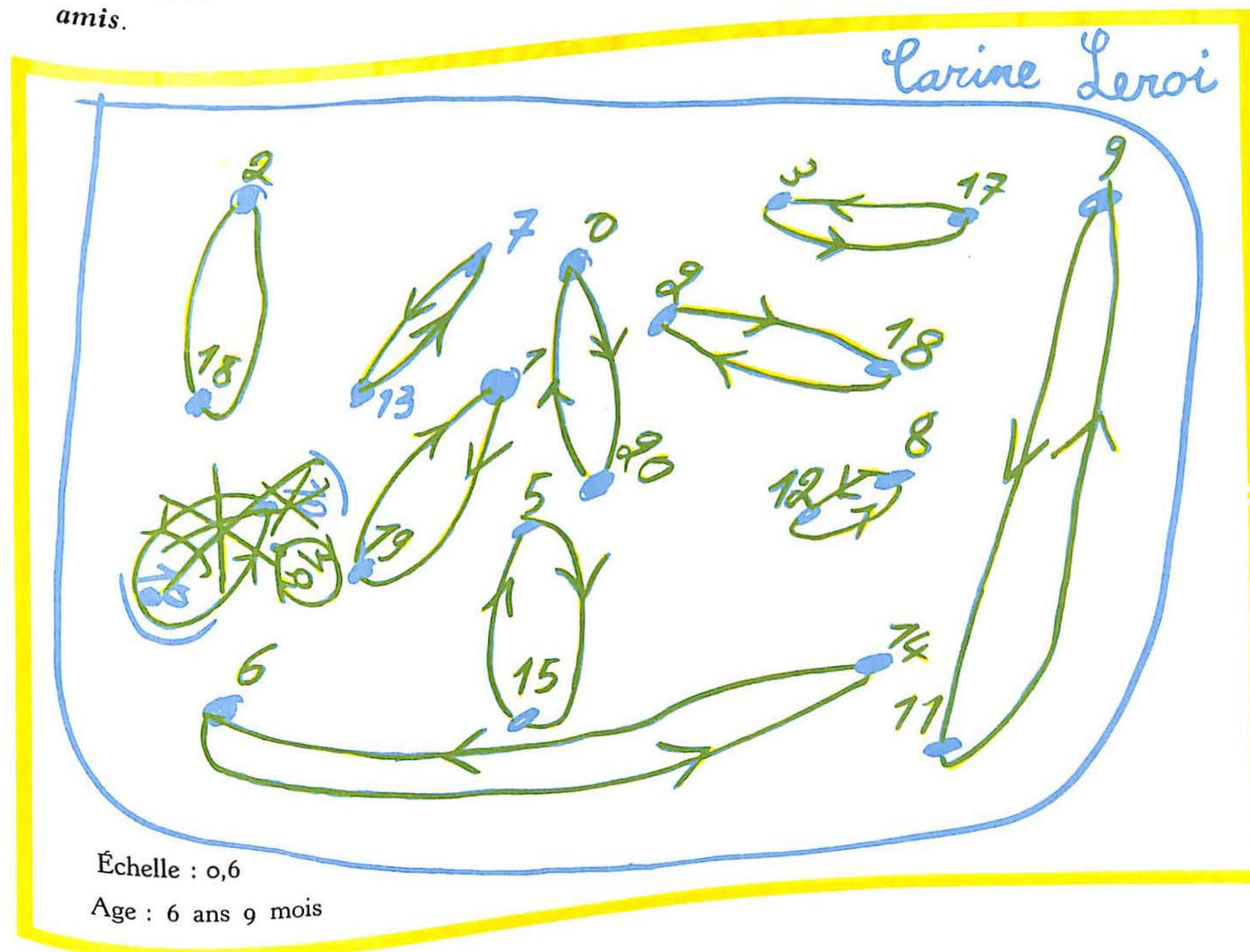
— *Qui est son propre ami ? ... un nombre ami de lui-même ?*

— **10**

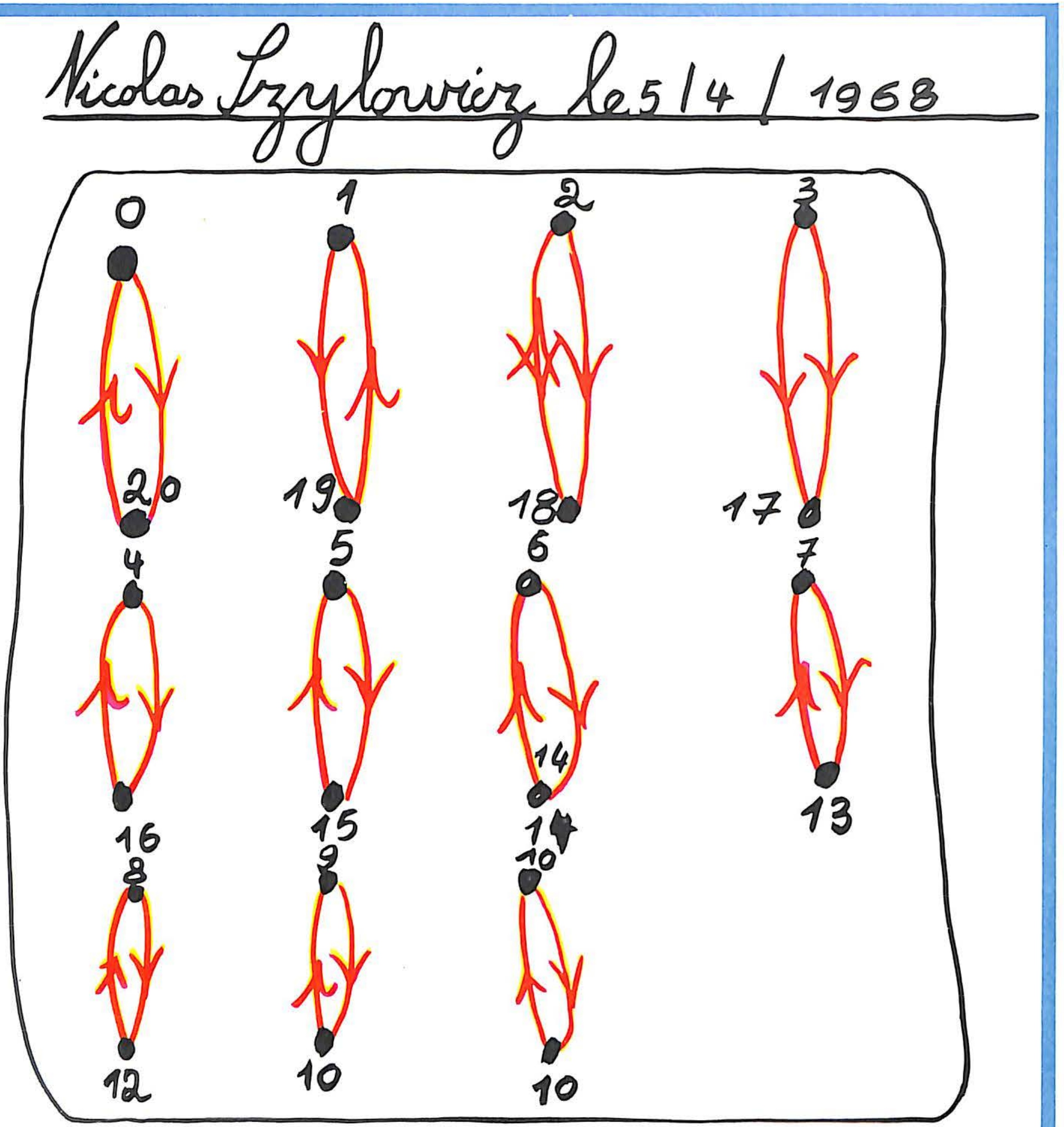
— **car 10 + 10 = 20**

FRÉDÉRIQUE dessine au tableau une immense corde.

— *Cette corde entoure les nombres de 0 à 20. Dessinez-les et dessinez aussi l'histoire des amis.*



Échelle : 0,6
Age : 6 ans 9 mois



Échelle : 0,8 Age : 6 ans 5 mois

Nicolas exploite la liberté qui lui est laissée en rangeant les amis deux par deux. Comme il arrive souvent, l'excès de systématisation entraîne une faute : le nombre 10 est représenté deux fois.
Entraînée par le mouvement, Carine avait commis la même erreur, mais son dessin moins rigide lui a laissé la faculté de la corriger.
Chez Nicolas, le malheureux 10 apparaît d'ailleurs une troisième fois par suite d'une surprenante erreur de calcul.

NOUVEAUX LIENS D'AMITIÉ

DATE : 30 mai 1968

26 est l'ami de **14** car $26 + 14 = \mathbf{40}$; **26** est aussi l'ami de **34** car $26 + 34 = \mathbf{60}$

Relation d'amitié *symétrique* puisque

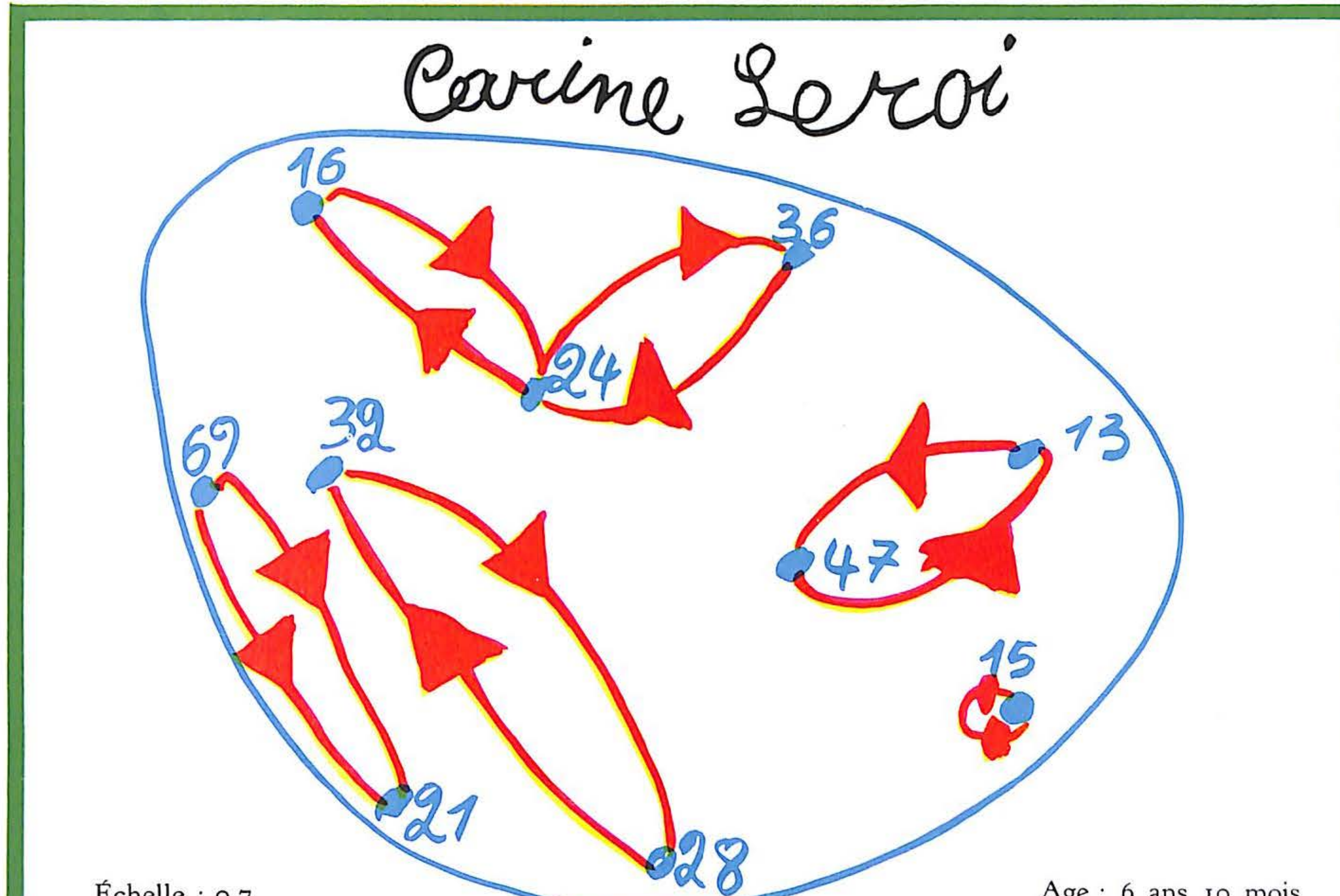
$14 + 26 = \mathbf{40} = 26 + 14$ $\qquad$ $34 + 26 = \mathbf{60} = 26 + 34$

— ***26 a-t-il d'autres amis ?***

— **24 . . . 44 . . . 54 !**

A l'intérieur d'une immense corde, FRÉDÉRIQUE dessine des points représentant les nombres 13, 15, 16, 21, 24, 28, 32, 36, 47, 69.

— ***Sur ce dessin, ces nombres vont montrer leurs amis présents. Faites-les parler !***



Échelle : 0,7 Age : 6 ans 10 mois

Très beau dessin ! Notez la boucle doublement fléchée !