Olavo FREIRE

NOÇÕES
DE
GEOMETRIA PRATICA

Approvada e premiada pelo Conselho de Instrucção Publica do Districto Federal

1.105 exercicios
340 problemas resolvidos
665 gravuras

Edição inteiramente refundida

LIVRARIA FRANCISCO ALVES
166, Rua do Ouvidor, 166 — Rio de Janeiro
S. PAULO — 292, Rua Libero Badaró
BELLO HORIZONTE — Rua da Bahia, 1052

NOÇÕES

DE

GEOMETRIA PRATICA

Olavo FREIRE

NOÇÕES

DE

Geometria Pratica

1.105 exercicios
340 problemas resolvidos
665 gravuras

38.ª Edição inteiramente refundida

LIVRARIA FRANCISCO ALVES
166, Rua do Ouvidor, 166 — Rio de Janeiro

S. PAULO	BELLO HORIZONTE
292, Rua Libero Badaró	Rua da Bahia, 1052

1937

Ao dilecto Mestre e Amigo

o

Ill.^mo e Ex.^mo Sr.

Dr. J. J. de MENESES VIEIRA,

em testemunho de

gratidão

O. D. C.

o

Olavo

Outubro — 1894

OLAVO,

Teu livrinho — *Primeiras noções de Geometria* — é um bom instrumento de ensino e uma prova da conquista que vão fazendo entre nós os sãos principios pedagogicos.

Conseguiste libertar-te dos velhos moldes quanto ao methodo, aos exemplos, ao éstylo e ao *sestro* de arranjar compendios por empreitada e *à la minute*: acceita meus sinceros parabens!

Sinto, entretanto, que tivesses em um ponto transigido com a rotina (1), preferindo problemas abstractos ás questões práticas, cuja resolução se offerece todos os dias na vida social.

Receiaste por ventura os sarcasmos de que foi *victima* o excellente M. Desargues, o consciencioso propagandista da geometria applicada ás artes!

Que te importaria semelhante affronta?

Aos teus censores responderias com as textuaes palavras do illustre Clairaut em 1741:

«Qu'Euclide se donne la peine de démontrer que les cercles qui se coupent n'ont pas le même centre, qu'un triangle renfermé dans un autre a la somme de ses côtés plus petite que celle des côtés de cet autre, on ne sera pas surpris.

---

(1) *Não transigi em absoluto porque pretendo publicar série de problemas de caracter essencialmente prático.*

O. FREIRE.

«La géométrie avait à convaincre des sophistes obstinés qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes. Il fallait donc alors que la géométrie eût, comme la logique, des raisonnements pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance est aujourd'hui en pure perte et n'est propre qu'à obscurcir la vérité et dégoûter les lecteurs.»

E na verdade, meu amigo, *la géometrie du bon sens*, a geometria realmente descriptiva e intuitiva é a unica que deve ter o direito de entrada nas escólas primarias.

Este é o parecer do teu velho mestre e amigo dedicado.

Meneses Vieira.

N. C. — 26 Outubro 1894.

Algumas opiniões da Imprensa

Jornal do Commercio, 29 de março de 1895.

Os Srs. Alves & Cia. acabam de editar um livro muito util do Sr. Olavo Freire. Intitula-se *Primeiras noções de Geometria Pratica* e dá ao ensino da geometria elementar a facilidade que os estudantes não encontram em outros compendios.

O Sr. Olavo Freire, pela clareza da sua exposição e pela excellencia do methodo que adoptou, soube tornar o seu livro uma obra didactica de merito verdadeiramente excepcional. Por elle a geometria elementar póde ser ensinada com grande vantagem nas escólas de instrucção primaria, e sabem todos quanto o conhecimento da geometria impõe-se hoje a todas as profissões.

Como em outros compendios d'essa sciencia, o livro é ornado de muitas gravuras, cerca de 260, explicativas e exemplificativas.

O Paiz, de 7 de abril de 1895:

Primeiras noções de Geometria Pratica. — O Sr. Olavo Freire, conhecido e reputado professor de desenho e trabalhos manuaes, soube com pericia compendiar em 159 paginas, in-8°, todas as noções elementares de geometria pratica.

O volume que temos presente constitue trabalho utilissimo para as escólas primarias brasileiras.

Os numerosos exercicios e problemas praticos e as nitidas e bem applicadas gravuras que encerra o compendio do Sr. Olavo Freire elucidam cabalmente a materia, cujo ensino, amenisado d'essa fórma, torna-se tarefa agradavel e facil ao professor e ao discipulo.

Prefacia o livro do professor Olavo Freire o emerito educacionista Dr. Meneses Vieira, cujas palavras constituem um brado de animação ao jovem professor e penhor valioso da utilidade de seu trabalho.

O Democrata Federal (S. Paulo) 15 de maio de 1895:

Geometria pratica. Dos estimados e populares editores srs. Alves & Cia. recebemos um pequeno compendio escolar com o titulo *Primeiras noções de Geometria Pratica*, destinado, como se vê, aos estabelecimentos de instrucção primaria.

O livro, compilado pelo sr. Olavo Freire, contém 318 exercicios, 71 problemas e 233 gravuras. Desenvolve intuitivamente todos os elementos indispensaveis aos primeiros conhecimentos de mathematica linear, exemplificando os problemas com bôas gravuras elucidativas.

Pela sua clareza de exposição e pela distribuição methodica das materias, torna-se o presente opusculo um livro de grande utilidade para os pricipiantes, principalmente se considerarmos que no genero, raros são os auctores, que se prestam pela precisão e clareza, á aprendizagem dos jovens estudantes.

Recommendando, pois, aos srs. professores, o livro do sr. Olavo Freire, agradecemos aos sympathicos editores a valiosa offerta.

NOÇÕES
DE
GEOMETRIA PRATICA

CAPITULO I

PRIMEIRAS DEFINIÇÕES

SUMMARIO: **Espaço. — Corpo. — Extensão. — Volume. — Superficie. — Linha. — Ponto.**

Si collocarmos um tinteiro sobre uma mesa, elle fica em uma posição determinada no **espaço.**

ESPAÇO. A mesa está no **espaço** limitado pela sala; esta no **espaço** comprehendido pela escola; a escola sobre a Terra; e a Terra, em continuo movimento pelo **espaço.**

D'esta sorte todas as cousas estão no **espaço**: porém, que **espaço**? — Onde principia ou acaba?

O espaço, SEM TER COMEÇO NEM FIM, ENCERRA TODAS AS COUSAS E ESTENDE-SE EM TODAS AS DIRECÇÕES.

Todas as cousas que occupam um certo logar no espaço chamam-se **corpos**.

CORPO. Assim um tinteiro, uma regua, uma mesa, um livro, uma folha, etc. occupam um certo logar no espaço e são por isso chamados **corpos** (fig. 1).

Fig. 1. — Gatos, bola, cordel, são corpos

EXERCICIOS

1. — Arnaldo! este livro occupa logar no espaço? — que nome recebe?
2. — Que é um corpo?
3. — Dá alguns exemplos de corpos: na aula, no jardim, no pateo, na sala, na rua, no quarto.
4. — Um lapis será um corpo? — porque?

O espaço occupado por um corpo chama-se **extensão**.

EXTENSÃO. Podemos considerar a **extensão** com uma, duas ou tres dimensões, isto é, *comprimento; comprimento* e *largura;* e finalmente *comprimento, largura* e *espessura.*

EXERCICIOS

1. — Roberto! que nome tem o espaço occupado por um corpo?
2. — Quantas dimensões póde ter uma extensão?
3. — Como se chamam?
4. — Quantas dimensões tem esta regua? (o professor mostra uma regua).
5. — E este livro?—este armario?—esta mesa?—esta caixa?

A extensão com tres dimensões, isto é, *comprimento, largura,* e *espessura, altura* ou *profundidade* recebe o nome de **volume**.

VOLUME. A porção do espaço comprehendida pelas paredes, o soalho e o tecto de uma sala é um **volume**.

A *altura* ou *profundidade* é em certos casos denominada *espessura.*

Assim dizemos: a *espessura* de uma fôlha de papel, de uma táboa, etc.

O **volume** de um corpo é o logar que este occupa no espaço.

Uma regua, um relogio, um lapis occupam logares no espaço; estes logares são os **volumes** d'esses objectos.

EXERCICIOS

1. — Beatriz! qual é o nome que recebe uma extensão com tres dimensões?
2. — Dá exemplos.
3. — Que é o volume de um corpo?
4. — O logar occupado por uma regua no espaço, que nome recebe?
5. — Diremos acertadamente: a altura de uma folha de papel? — como deveremos dizer?
6. — Será certo dizer a espessura de um poço? — como deveremos dizer?
7. — Qual o volume maior, o d'esta regua ou do moringue?
8. — Qual occupa mais espaço, um litro de leite ou um litro d'agua?

Cada corpo é separado do espaço que o cérca por um limite chamado **superficie**.

SUPERFICIE.

Uma superficie não tem *espessura*. Quando pegamos num livro ou em outro corpo qualquer, é na **superficie** do livro ou d'esse corpo, que tocamos; quando o operario fórra uma parede, é na sua **superficie** que elle colla o papel.

A epiderme do corpo humano, o epicarpo (pellicula externa de um fructo) são **superficies**.

Á extensão com duas dimensões, isto é, *comprimento e largura* dá-se o nome de **superficie**.

Alguns corpos têm uma só **superficie**: uma esphera, uma bola de bilhar, um ovo

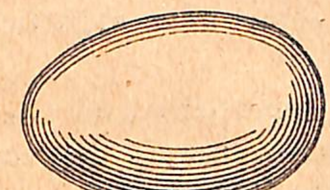

Fig. 2. — Um ovo: corpo com uma unica superficie.

Fig. 3 — Vaso de flôres: um corpo limitado por duas superficies.

(fig. 2), um limão etc.; outros são limitados por duas: um vaso de flôres (fig 3), uma caixa cylindrica; por tres: uma moeda de nickel, um lapis cylindrico.

O dado de jogar (fig. 4) é formado por seis **superficies**; um esquadro, por cinco.

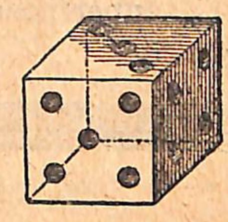

Fig. 4. — Um dado de jogar.

As **superficies** dos corpos podem ser *planas* ou *curvas;* dividem-se portanto as **superficies** em PLANAS e CURVAS.

A **superficie** PLANA é tambem denominada PLANO.

As **superficies** de uma prancheta, da táboa de uma mesa, de um espelho commum são PLANAS, ou PLANOS.

O marceneiro utilisa-se de um instrumento chamado plaina (fig. 5) para obter uma **superficie** PLANA.

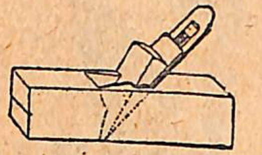

Fig. 5. — Uma plaina.

As **superficies** do ovo, de uma laranja, de uma bola são CURVAS.

O torneiro é o operario que mais trabalha as **superficies** CURVAS; é elle quem nos fabrica os cabos de utensilios, as maçanetas, as columnas, os piões, cujas **superficies** são CURVAS.

As **superficies** CURVAS são *concavas* ou *convexas.*

Fig. 6. — Uma telha: superficie convexa.

Uma telha collocada de modo a servir de calha (fig. 6) mostra uma **superficie** *concava* e em sentido inverso

(fig. 7) uma **superficie** *convexa;* a parte interior de um tubo (fig. 8)

Fig. 7 — Uma telha: superficie convexa.

Fig. 8

é *concava* e a parte exterior é *convexa,*

Synopse

Superficies . . . { *planas.* / *curvas* . . . { *concavas.* / *convexas.*

EXERCICIOS

1. — Heitor! onde está a superficie d'esta parede?
2. — Que idéa fazes da superficie de um corpo?
3. — A superficie de um corpo é sempre da mesma substancia que o corpo?
4. — Tem uma superficie tres dimensões? qual a dimensão que lhe falta?
5. — Póde um corpo ter uma só superficie? — exemplos.
6. — Conheces alguns corpos terminados por duas superficies?
7. — Por quantas superficies é formada esta regua?
8. — Como se chamam estas superficies?
9. — Qual o operario que mais trabalha as superficies curvas? — e o que mais trabalha as superficies planas?
10. — Como póde o marceneiro obter uma superficie plana?
11. — Quantas superficies tem um dado de jogar?
12. — Como se chama a superficie de uma bola?
13. — Como se dividem as superficies curvas?
14. — Como se chama a superficie interior de uma cuia? — a exterior?

15. — Mostra algumas superficies concavas; — convexas.
16. — Conheces alguns objectos que só tenham superficies convexas? — exemplos.

A extensão com uma unica dimensão: *comprimento*, chama-se **linha**.

LINHA.

Um fio muito fino, um traço feito com giz ou lapis sobre uma superficie podem ser considerados como **linhas**, porém, pouco perfeitas; porque, por melhor que os façamos, sempre haverá uma *largura* ou uma *espessura*, e a **linha** geometrica não tem *largura* nem *espessura*, porém unicamente *comprimento*.

Entretanto, para representarmos a **linha**, empregamos geralmente o lapis, o giz, a penna, o carvão.

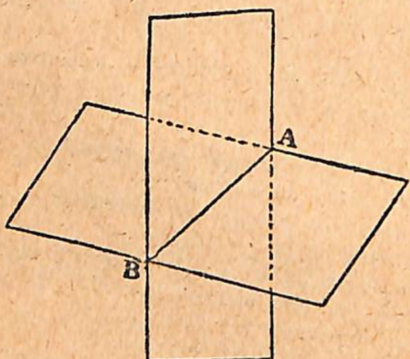

Fig. 9. — Recta AB; intersecção de duas superficies: uma linha.

O encontro ou intersecção de duas superficies (fig. 9) dá-nos tambem a **linha**.

A aresta de uma regua, os contornos de um corpo, de uma flôr, de um livro são **linhas**.

As **linhas** são RECTAS (fig. 10) ou CURVAS (fig. 11)).

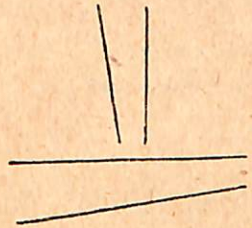

Fig. 10. — Linhas rectas.

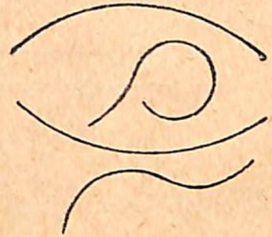

Fig. 11. — Linhas curvas.

Um fio (fig. 12) bem esticado dá-nos idéa de uma **linha** RECTA.

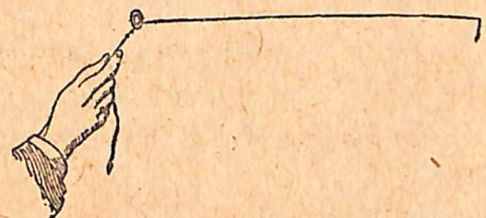

Fig. 12. — Um fio bem esticado: linha recta.

O instrumento usado para auxiliar o traçado das **linhas** RECTAS chama-se régua (fig. 13).

Fig. 13. — Uma regua.

O carpinteiro e o pintor servem-se algumas vezes, para traçar uma **linha** RECTA, de um cordel coberto de giz, fixando-o bem esticado pelas extremidades, levantando-o depois pelo meio e largando-o de repente (fig. 14).

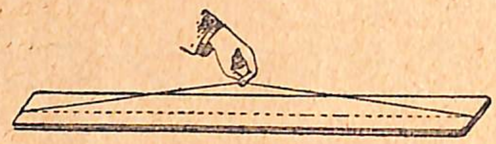

Fig. 14.

Designa-se geralmente uma **linha** RECTA por meio de duas lettras collocadas, uma em cada extremidade, como, por exemplo, a recta A B (fig. 15).

Fig. 15. — Recta A B.

De um ponto a outro só podemos traçar uma **linha** RECTA.

Uma **recta** póde ser prolongada em ambas as direcções.

Prolongar uma recta é dar-lhe maior extensão em uma ou em ambas as direcções; conforme o enunciado, assim deve ser o prolongamento de uma **recta.**

Prolongar, por exemplo, AB (fig. 15) é dar-lhe maior extensão na direcção de A para B; e prolongar BA é fazer-lhe o mesmo na direcção de B para A.

A **linha** RECTA, segundo a direcção que segue, póde estar na posição VERTICAL, HORIZONTAL ou INCLINADA.

A linha RECTA está na posição VERTICAL (fig. 16) quando segue a direcção do *fio a prumo* (fig. 17).

O *fio a prumo* compõe-se geralmente de um cordel, na extremidade do qual se acha suspenso um corpo pesado.

O *fio a prumo* é muito usado pelos pedreiros.

Em um relogio de parede, quando não está trabalhando, o pendulo occupa a posição VERTICAL.

Fig. 16. — Linha recta em posição vertical.

Fig. 17. — Fio a prumo.

A **linha** RECTA está em posição HORIZONTAL (fig. 18) quando segue a direcção da superficie das aguas quietas, tranquillas.

Assim, por exemplo, se conseguirmos collocar sobre a superficie d'agua um phosphoro e se este ahi se conservar, ficará em posição HORIZONTAL.

Fig. 18. — Linha recta em posição horizontal.

O instrumento que serve para se verificar se uma RECTA ou uma SUPERFICIE está em

Fig. 19. — Um nivel.

posição HORIZONTAL chama-se *nivel* (fig. 19).

Fig. 20. — Linha recta em posição inclinada.

A **linha recta** está em posição INCLINADA (fig. 20) quando não estiver em posição nem VERTICAL nem HORIZONTAL.

É com o *metro* (*) (fig. 21) que geralmente se medem as **linhas** RECTAS.

(*) O *metro* é a unidade principal de comprimento; é a decima millionesima parte de um quarto do meridiano terrestre. — O *metro* tem geralmente a fórma de uma regua chata ou quadrada, de madeira, sobre a qual estão marcadas as divisões dos decimetros, centimetros e algumas vezes dos millimetros.

Fabricam-se tambem *metros* dobradiços (fig. 21) em madeira, osso ou metal; e em fitas de panno, aço ou papel.

Divide-se o *metro* em decimetros, centimetros e millimetros. O decimetro é a decima parte do *metro;* o centimetro, a centesima parte e o millimetro a millesima parte. 10 *metros* = 1 decametro; 100 *metros* = 1 hectometro; 1000 *metros* = 1 kilometro; 10000 *metros* = 1 myriametro.

A linha que, além de não ser RECTA, não

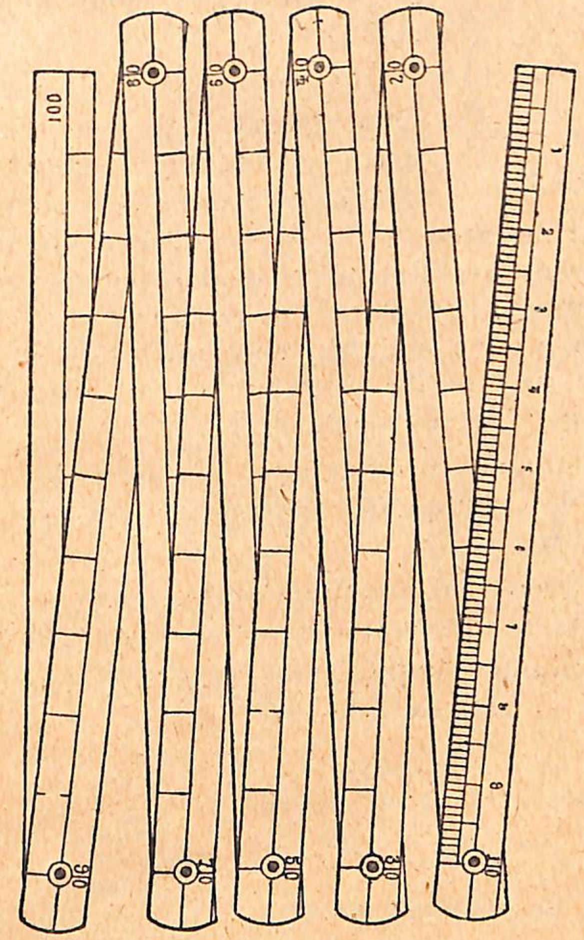

Fig. 21. — Um metro, tamanho natural.

é formada de RECTAS, é uma linha CURVA.

Ha uma infinidade de **linhas** CURVAS e a mais simples é a CIRCUMFERENCIA (fig. 22).

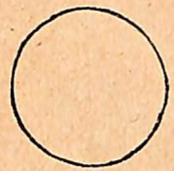

Fig. 22.
Circumferencia.

Qualquer trecho de uma **circumferencia** chama-se um **arco**; e com um instrumento chamado *compasso* podemos traçar um arco ou uma circumferencia completa, desde que fixemos uma das pontas d'esse instrumento no papel ou qualquer superficie plana e, com a outra, risquemos esse mesmo papel ou superficie, fazendo a ponta movel girar em redor da ponta fixa.

Chama-se *fazer centro,* ao acto de fixar uma das pontas do compasso em um determinado ponto.

Á distancia, em linha recta, entre as duas pontas de um compasso, dá-se o nome de **raio.**

A **linha** composta de RECTAS é chamada **linha** QUEBRADA (fig. 23).

Fig. 23. — Linha quebrada.

Fig. 24. — Linha mixta.

A **linha** composta de RECTAS e CURVAS chama-se **linha** MIXTA (fig. 24).

EXERCICIOS

1. — Gilberto! que nome recebe a extensão com uma unica dimensão?
2. — Como se chamam as extremidades de uma superficie?
3. — Como se chama a intersecção ou encontro de duas superficies?
4. — Qual a unica dimensão da linha?
5. — Que linhas conheces?
6. — Mostra uma linha recta.
7. — Qual d'estes caminhos é o mais curto? — porque? (O professor traça no quadro negro duas linhas: uma recta? e outra curva).
8. — Como podes traçar uma linha no papel? — e na ardozia?
9. — Para que serve a regua?
10. — Todas as reguas têm a mesma forma?
11. — De que processo se servem algumas vezes os carpinteiros para traçar linhas rectas?
12. — Como geralmente designamos uma linha recta?
13. — Quantas linhas rectas pódes traçar de um ponto a outro?
14. — Segundo a direcção que segue, que nomes recebe uma linha recta?
15. — Quando uma recta é vertical?
16. — Quando é horizontal?
17. — Quando inclinada?
18. — Que é um fio a prumo?
19. — Para que serve o fio a prumo?
20. — Traça uma linha recta em posição vertical; — horizontal; — inclinada.
21. — Que é o nivel?
22. — Para que serve?
23. — Já viste algum nivel? — com quem?
24. — Descreve esse instrumento.
25. — Nivela a tua mesa; em que posição está agora o tampo da mesa?
26. — Que é o metro?

27. — Para que serve?
28. — Como se divide o metro?
29. — Um metro quantos decimetros tem?
30. — Meio metro quantos centimetros tem?
31. — Quantos millimetros serão necessarios para formar um metro?
32. — Quando uma linha não é recta, nem formada de linhas rectas, como se chama?
33. — Qual a mais simples linha curva?
34. — Que é uma linha quebrada?
35. — Que é uma linha mixta?
36. —Traça uma linha recta; uma linha curva; uma linha quebrada; uma linha mixta.
37. — Que quer dizer: FAZER CENTRO?
38. — Que nome se dá á distancia entre duas pontas de um compasso?
39. — Traça uma circumferencia; — um arco.
40. — Faze centro no canto do teu papel e traça um arco.
41. — Dize o nome de alguns objectos em que vês uma circumferencia.
42. — Mostra algumas cousas circulares.

PONTO.

As extremidades de uma linha são **pontos**; a intersecção de duas linhas é um **ponto**, e o logar onde duas linhas se encontram é tambem um ponto.

O **ponto** geometrico não tem dimensões, isto é, não tem *comprimento, largura* nem *espessura;* entretanto determinamol-o por meio de um signal deixado pela ponta do lapis, da penna, do giz em uma superficie.

Designamos os **pontos** por meio de lettras; assim, por exemplo: **ponto** A (fig. 25), **ponto** B, **ponto** X.

Fig. 25. — Ponto A.

A **linha recta** póde ser definida como sendo o vestigio, o signal, o rasto deixado por um **ponto** que se move numa direcção constante.

A LINHA CURVA é o vestigio deixado por um **ponto** que se move numa direcção qualquer.

Um **ponto** em relação a uma CIRCUMFERENCIA póde ser *exterior, interior* ou *estar na circumferencia;* e sua distancia ao centro póde ser *superior, inferior,* ou *egual* ao RAIO.

Uma LINHA RECTA e uma CIRCUMFERENCIA podem ter um ou dois **pontos** communs, e duas CIRCUMFERENCIAS podem ter tambem um ou dois **pontos** communs entre si.

EXERCICIOS

1. — Dinah! como se chamam as extremidades de uma linha?
2. — Como se chama a intersecção de duas linhas?
3. — Quantas dimensões tem o ponto?
4. — Como designamos um ponto?
5. — Como determinamos um ponto?
6. — Como podemos definir a linha recta?

7. — Como podemos definir a linha curva?

8. — Um ponto em relação a uma circumferencia em quantas posições póde estar?

9. — Uma recta e uma circumferencia, quantos pontos communs podem ter entre si?

10. — Duas circumferencias, quantos pontos communs podem ter, entre si?

11. — A distancia de um ponto ao centro de uma circumferencia, que póde ser em relação ao raio dessa curva?

CAPITULO II

SUMMARIO: **Angulos — Divisão dos angulos Bissectriz. — Problemas.**

Se duas linhas se encontram, formam um **angulo.**

Angulo é o maior ou menor afastamento de duas linhas que se encontram.

ANGULOS. Um compasso aberto (fig. 26), as folhas de uma tesoura (fig. 27) dão-nos perfeita idéa do angulo.

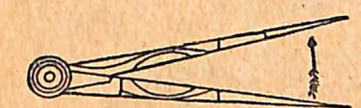

Fig. 26. — Compasso aberto: um angulo.

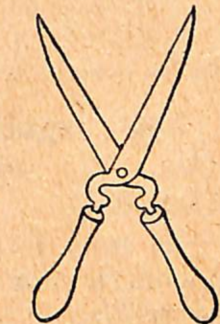

Fig. 27. — As folhas de uma tesoura: um angulo.

O ponto de encontro chama-se *vertice*, as linhas tomam o nome de *lados* do

angulo e o afastamento dos *lados* chama-se *abertura do* **angulo** (fig. 28).

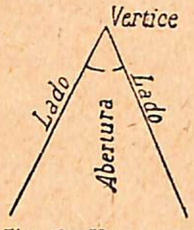

Fig. 28. Um angulo.

Designa-se um **angulo** por tres lettras collocadas, uma no *vertice* e as outras duas nas extremidades dos *lados* (fig. 29) ou simplesmente por uma lettra collocada no *vertice* (fig. 30).

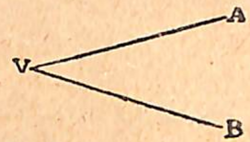

Fig. 29. — Angulo AVB.

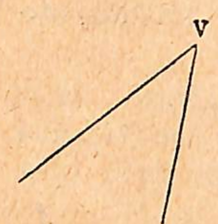

Fig. 30. — Angulo V.

Fig. 31. — Angulo recto.

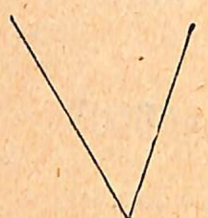

Fig. 32. — Angulo agudo

Um **angulo** é: RECTO (fig. 31), AGUDO (fig. 32), ou OBTUSO (fig. 33).

Se uma linha recta se encontra com outra e não se inclina para um nem para outro lado, o **angulo** é RECTO.

Fig. 33. — Angulo obtuso.

Se a *abertura* de um **angulo** é menor que a do **angulo** RECTO, elle é AGUDO; se maior, é OBTUSO.

A linha que divide o **angulo** em duas partes eguaes chama-se BISSECTRIZ (fig. 34).

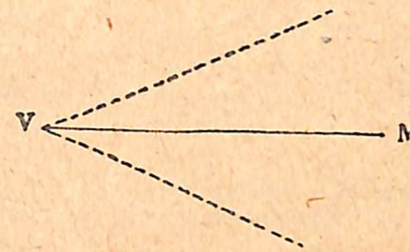

Fig. 34 — Bissectriz VM.

Qualquer ponto marcado na BISSECTRIZ de um **angulo** fica a egual distancia dos lados d'esse **angulo**.

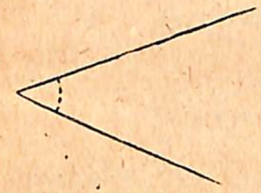

Fig. 35. Angulo rectilineo.

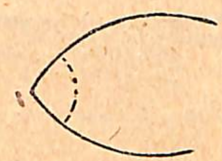

Fig. 36.
Angulo curvilineo.

O **angulo**, conforme as linhas que o formam, é RECTILINEO (fig. 35), CURVILINEO (fig. 36), ou MIXTILINEO (fig. 37).

Se as linhas que o formam são rectas: o **angulo** é RECTILINEO. Exemplos: os angulos de um esquadro, de um cartão de visita, de um enveloppe.

Fig. 37. — Angulo mixtilineo.

Se as linhas que o formam são curvas: o **angulo** é CURVILINEO.

Exemplos: As pontas de certas folhas, assim como da hera, da roseira, a extremidade da folha de um canivete, a ponta de uma espada.

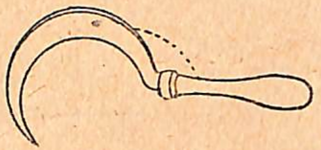

Fig. 38. — Uma fouce: um angulo mixtilineo.

E, finalmente, se as linhas que o formam são uma recta e outra curva, o **angulo** é MIXTILINEO. Exemplos: Uma fouce (fig. 38), a ponta de uma faca (fig. 39).

Fig. 39. — Uma faca; a ponta é um angulo mixtilineo.

O **angulo** CURVILINEO póde ser *convexo* (fig. 40), *concavo* (fig. 41) ou *convexo-concavo* (fig. 42).

Fig. 40. — Angulo curvilineo convexo.

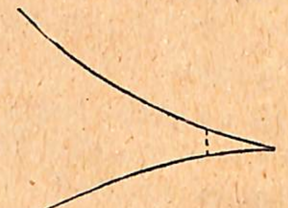

Fig. 41. — Angulo curvilineo concavo.

O **angulo** MIXTILINEO póde ser *convexo* (fig. 43) ou *concavo* (fig. 44).

Em relação á somma de duas grandezas os

angulos são COMPLEMENTARES ou SUPPLEMENTARES.

Fig. 42. — Angulo curvilineo convexo-concavo.

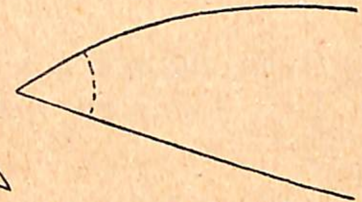

Fig. 43. — Angulo mixtilineo convexo.

O **angulo** COMPLEMENTAR (fig. 45) é aquelle

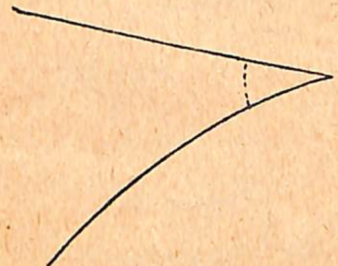

Fig. 44. — Angulo mixtilineo concavo.

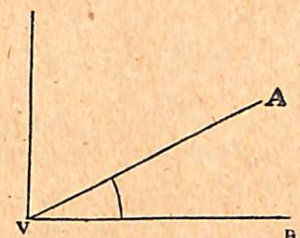

Fig. 45. — AVB: angulo complementar.

que, junto a um outro **angulo**, fórma um **angulo** RECTO.

O **angulo** SUPPLEMENTAR (fig. 46) é o que falta a outro **angulo** para formar dois **angulos** RECTOS.

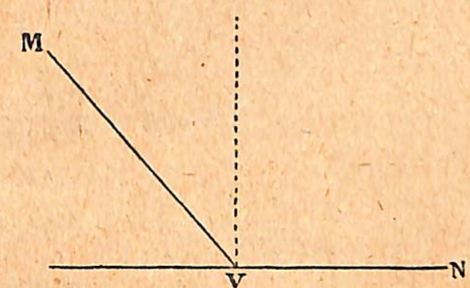

Fig. 46. — MVN: angulo supplementar.

Synopse

Os angulos podem ser considerados:

1.° — Conforme a sua grandeza.

Angulos . . . . { *obtusos.* / *agudos.* / *rectos.* }

2.° — Conforme a natureza de seus lados.

Angulos . . . {
- *rectilineos.*
- *curvilineos* . . . { *convexos.* / *concavos.* / *convexo-concavos.* }
- *mixtilineos* . . . { *convexos.* / *concavos.* }
}

3.° — Em relação á somma de suas grandezas.

Angulos . . . . { *complementares.* / *supplementares.* }

Dois **angulos** formados, um pelo prolongamento dos lados do outro, são *oppostos pelo vertice* (fig. 47).

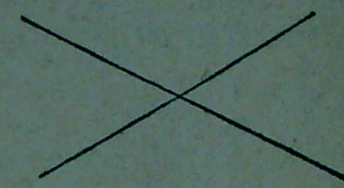

Fig. 47. — Angulos oppostos pelo vertice.

Dois **angulos** *oppostos pelo vertice* são eguaes.

Os **angulos** são ADJACENTES quando têm um lado commum a ambos e são formados do mesmo lado de uma recta (fig. 48).

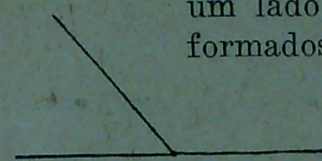

Fig. 48. — Angulos adjacentes.

A *grandeza* de um **angulo** depende exclusivamente do afastamento ou approximação de seus *lados*.

O comprimento dos *lados* de um **angulo** nada influe em sua *grandeza*.

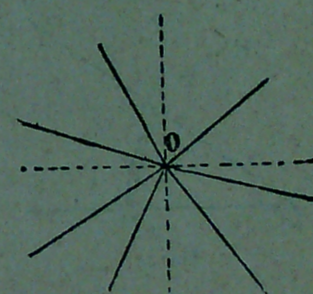

Fig. 49. — Angulos formados ao redor de um ponto equivalem a quatro angulos rectos.

Os **angulos** formados ao redor de um ponto equivalem a quatro **angulos** RECTOS (fig. 49).

Os **angulos** formados do mesmo lado de uma recta e ao redor de um ponto tomado sobre esta recta equivalem a dois **angulos** RECTOS (fig. 50).

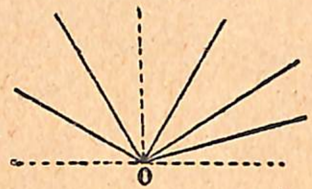

Fig. 50. — Angulos formados ao redor de um ponto e do mesmo lado de uma recta equivalem a dois angulos rectos.

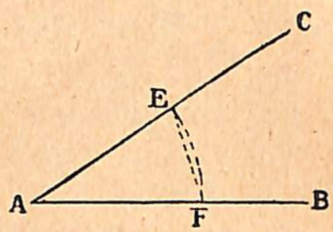

Fig. 51.

Problema 1. — Construir um angulo egual a outro angulo dado (*).

Seja CAB o **angulo** dado (fig. 51). Com um raio qualquer e do ponto A, como centro, descrevamos o arco de circumferencia de circulo EF comprehendido pelos *lados* do **angulo.**

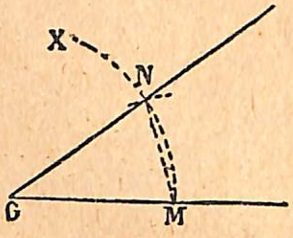

Fig. 52

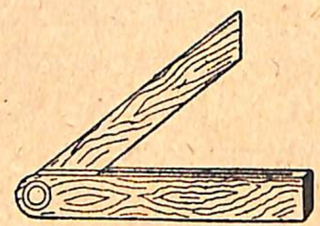

Fig. 53

Com o mesmo raio e do ponto G (fig. 52) tracemos a curva MX, meçamos com o compasso a distancia EF e appli-

(*) Para medir e reproduzir um angulo, alguns operarios servem-se de um utensilio chamado falso esquadro ou suta (fig. 53).

quemol-a em MX: acharemos o ponto N que, ligado ao ponto G, resolverá o problema.

Problema 2. — Traçar a bissectriz de um angulo ou dividil-o em duas partes equaes.

Do ponto A, com um raio qualquer, descrevamos o arco MN. Dos pontos M N, como centros (fig. 54), e com um

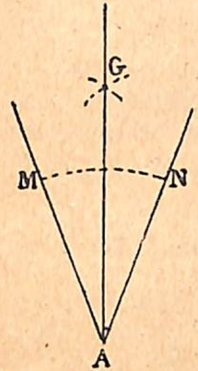

Fig. 54

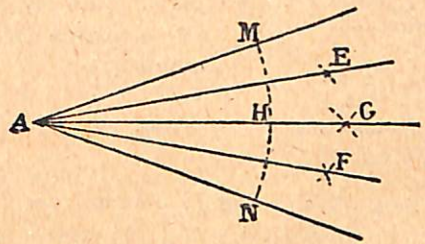

Fig. 55.

mesmo raio, descrevamos os arcos que determinam o ponto G o qual, ligado ao *vertice* do **angulo**, isto é, ao ponto A, nos dará a BISSECTRIZ pedida.

Problema 3. — Dividir um angulo em quatro, oito, dezeseis, trinta e duas partes eguaes.

Para resolver este problema, tiremos a BISSECTRIZ do **angulo** (fig. 55), depois dividamos cada metade do **angulo** em duas partes eguaes e prosigamos nesta operação até encontrar a divisão desejada.

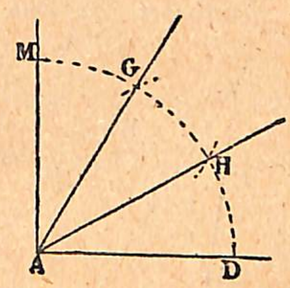

Fig. 56.

Problema 4. — Dividir um angulo recto em tres partes eguaes.

Do *vertice* A (fig. 56) como centro, e com um raio qualquer, descrevamos o arco MD; dos pontos M e D, como centros, e com o mesmo raio, marquemos os pontos H e G, os quaes unidos ao *vertice* A, resolverão o problema.

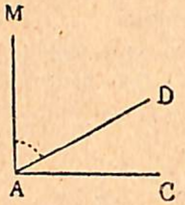

Fig. 57.

Problema 5. — Dado um angulo agudo, achar o seu complemento.

Seja DAC o **angulo** AGUDO (fig. 57). Levantemos com o esquadro e a regua, pelo *vertice*, uma linha perpendicular AM. O **angulo** MAD é o *complemento* do **angulo** DAC.

Problema 6. — Dado um angulo obtuso, achar o seu supplemento.

Seja MDA o **angulo** OBTUSO, (fig. 58). Prolonguemos o *lado* DA para a esquerda e acharemos o **angulo** MDN *supplemento* de MDA.

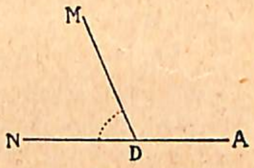

Fig. 58.

Problema 7. — Dividir um angulo em duas partes eguaes sem auxilio do compasso. Seja V o angulo (fig. 59).

Marquemos com uma tira de papel, sobre um lado, as distancias VM e MF e reproduzamol-as no outro lado do angulo em VN e NE. Tracemos as rectas ME e NF. A recta VPQ divide o angulo V em duas partes eguaes.

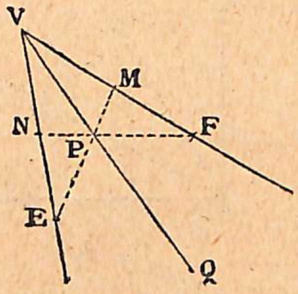

Fig. 59.

Problema 8. — Construir um angulo egual á somma de dois angulos dados.

Sejam M e N os dois angulos dados (fig. 60).

Sobre uma recta marquemos um ponto A (fig. 61) e com um raio arbitrario tracemos os arcos EF, GH e BV.

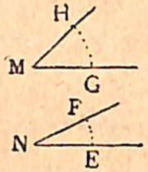

Fig. 60.

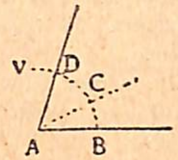

Fig. 61

Reproduzamos em BC o arco EF e em CD o arco GH. O angulo DAB resolve o problema.

Problema 9. — Construir um angulo egual á differença de dois angulos dados.

Sejam A e B os dois angulos dados (fig. 62).

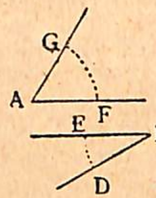

Fig. 62.

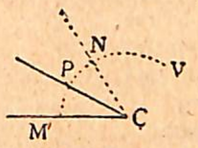

Fig. 63.

Sobre uma recta marquemos um ponto C (fig. 63) e com um raio arbitrario descrevamos os arcos DE, FG e MV.

Reproduzamos em MN o arco FG e em NP o arco ED O angulo PCM resolve o problema.

EXERCICIOS

1. — Flóra! traça um angulo.
2. — Como se chama o ponto de encontro d'estas duas linhas? — e que nome recebem estas linhas?
3. — Como designamos um angulo?

4. — Como se dividem os angulos?

5. — Traça um angulo recto; — um angulo agudo; — um angulo obtuso.

6. — Qual dos tres o maior? — o menor?

7. — Mostra um angulo recto; — um angulo agudo; — um angulo obtuso.

8. — Que é uma bissectriz?

9. — Como se classificam os angulos segundo as linhas que os formam?

10. — Que é um angulo rectilineo? um angulo curvilineo? — um angulo mixtilineo?

11. — Traça um angulo rectilineo; um curvilineo; um mixtilineo.

12. — Como se dividem os angulos curvilineos?

13. — Traça os angulos curvilineos que conheces.

14. — Como se dividem os angulos mixtilineos? — traça-os.

15. — Que é um angulo complementar?

16. — Que é um angulo supplementar?

17. — Que são angulos adjacentes?

18. — De que depende a grandeza de um angulo?

19. — A que é egual a somma dos angulos formados ao redor de um ponto?

20. — A que é egual a somma dos angulos formados do mesmo lado de uma recta e ao redor de um ponto situado na mesma recta?

21. — Traça a bissectriz de um angulo recto; — de um angulo obtuso; — de um angulo agudo.

22. — Divide um angulo agudo em quatro partes eguaes.

23. — Divide um angulo recto em tres partes eguaes.

24. — Divide um angulo obtuso em oito partes eguaes.

25. — Como se chama o utensilio de que se servem alguns operarios para medír e reproduzir um angulo?

26. — Traça a bissectriz de um angulo sem auxilio de compasso.

27. — Se um de dous angulos adjacentes é recto, que é o outro?

28. — Se um de dous angulos adjacentes é agudo, que é o outro?

29. — Se um dos angulos adjacentes é obtuso, que é o outro?

30. — Dobra uma fôlha de papel de sorte que tenhas: 1.º um angulo recto; 2.º um angulo obtuso; 3.º um angulo agudo.

31. — Faze com o compasso e a regua um angulo duplo de outro.

32. — Os cantos d'este bilhete postal são agudos? — que são? — porque?

33. — Traça dois angulos rectilineos quaesquer. Qual o maior? — porque?

34. — Que angulo formam os ponteiros de um relogio, quando são tres horas? — e tres e cinco minutos?

35. — Que angulo formam os ponteiros de um relogio quando são nove horas?

36. — Traça um angulo agudo. O complemento d'esse angulo é agudo? — porque?

37. — Traça um outro angulo agudo. O supplemento é agudo? — que é? — porque?

38. — Um angulo verticalmente opposto a um agudo, que é? — porque?

39. — Traça um angulo qualquer. Agora o angulo opposto pelo vertice.

40. — Se dois angulos verticalmente oppostos são agudos, que são os outros dois? — se são rectos, que são os outros dois?

41. — Traça dois angulos quaesquer; traça um terceiro egual á somma dos dois.

42. — Traça agora um angulo egual á differença dos dois.

CAPITULO III

SUMMARIO: **Perpendiculares e obliquas. — Problemas.**

PERPENDICULARES E OBLIQUAS.

Se uma recta encontra uma outra e fórma com esta um angulo recto, estas rectas são **perpendiculares** entre si; e se fórma um angulo agudo ou obtuso, são **obliquas.**

Synopse

Uma linha recta encontra outra e fórma { *angulo recto, é perpendicular*
angulo... { *agudo* / *ou* / *obtuso* } *é obliqua.* }

De um ponto fóra de uma linha recta, podemos abaixar (*) uma **perpendicular** sobre esta recta, e só podemos abaixar uma.

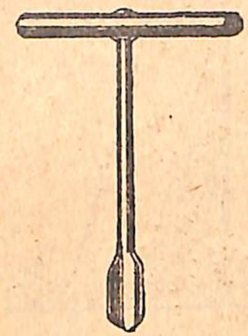

Fig. 64. — Um trado: duas linhas perpendiculares entre si.

O esquadro em fórma de **T** usado pelos desenhistas nos mostra duas linhas **perpendiculares** entre si, um trado (fig. 64).

Se de um ponto situado fóra de uma recta abaixarmos uma **perpendicular** e diversas **obliquas** sobre essa recta, a **perpendicular** será menor que qualquer **obliqua**; as **obliquas** que se afastarem egualmente do pé da **perpendicular** são eguaes, e a que se afastar mais do pé da **perpendicular** será a maior.

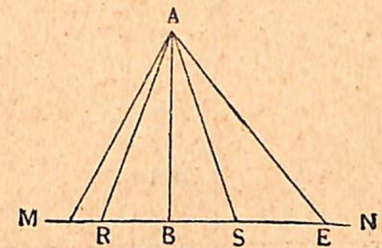

Fig. 65.

D'essa verdade resulta que a menor distancia do ponto A á recta MN (fig. 65) é a

(*) Abaixar, significa: começar a perpendicular de um ponto situado fóra de uma recta, quer esteja este ponto á direita ou á esquerda de uma linha vertical, acima ou abaixo de uma linha horizontal.

perpendicular AB; as distancias AR e AS são eguaes, e a distancia AE é a maior.

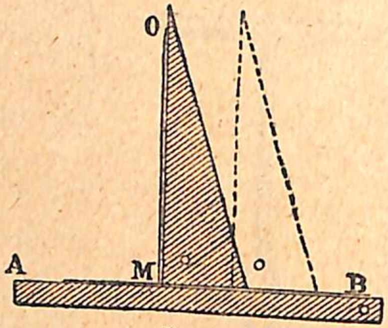

Fig. 66.

Problema 10. — De um ponto situado fóra de uma recta, abaixar uma perpendicular á mesma recta.

1.ª Solução (com a regua e o esquadro):

Façamos coincidir uma aresta da regua com a recta AB (fig. 66), e escorreguemos o lado menor do esquadro pela regua até o lado maior encontrar o ponto O. Tracemos a recta OM e teremos resolvido o problema.

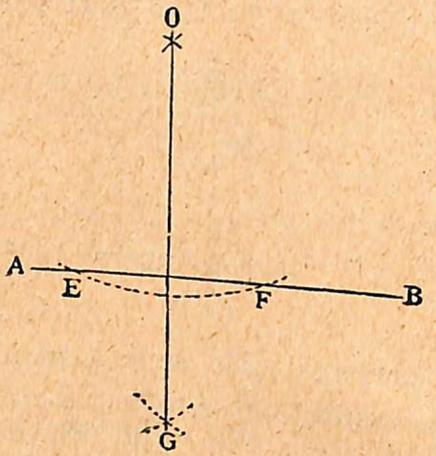

Fig. 67.

2.ª Solução (com a regua e o compasso):

Façamos centro no ponto O e com um raio maior que a distancia em linha recta d'este ponto á recta AB (fig. 67) descrevamos um arco que córte essa recta em dois pontos E e F, dos quaes, como centros e com um raio maior do que a metade de EF,

determinemos o ponto G, o qual ligado ao ponto O nos dá a **perpendicular** pedida.

Problema 11. — Por um ponto tomado sobre uma recta, levantar uma perpendicular a esta recta.

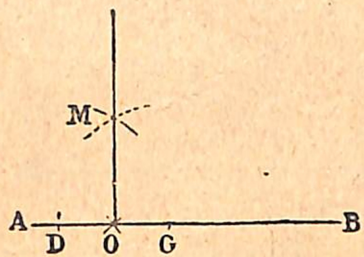

Fig. 68.

1.ª Solução (com a regua e o compasso):

A partir do ponto O (fig. 68) marquemos duas distancias eguaes OD e OG.

Dos pontos D e G, como centros, e com um raio maior que OD ou OG, descrevamos dois arcos que determinem o ponto M. A recta OM resolve o problema.

2.ª Solução (com a regua e o esquadro):

Façamos coincidir uma aresta da regua com a recta AB (fig. 69), appliquemos o vertice do angulo recto do esquadro no ponto O, o lado menor do mesmo esquadro contra a regua, e levantemos a recta OM, que resolve o problema.

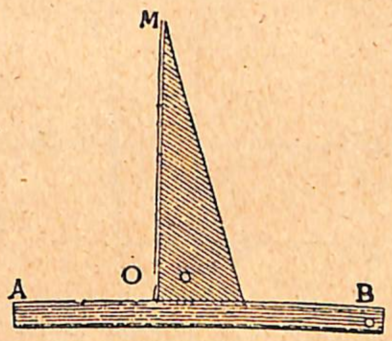

Fig. 69.

Problema 12. — Levantar uma perpendicular pela extremidade de uma recta cujo prolongamento não possamos traçar.

1.ª Solução. — Tiremos, pelo ponto B (fig. 70), uma obliqua BX; num ponto qualquer C d'esta obliqua façamos centro e tracemos uma circumferencia que passe pelo ertremo B e córte a recta AB em um ponto E.

Unamos o ponto E ao ponto C por uma recta que, prolongada, determine o ponto D. A recta BD é a **perpendicular** pedida.

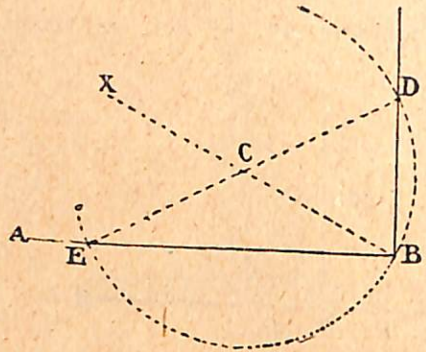

Fig. 70.

2.ª Solução. — Seja AV a recta dada (fig. 71). Da extremidade V e com um raio qualquer VM descrevamos o arco MX.

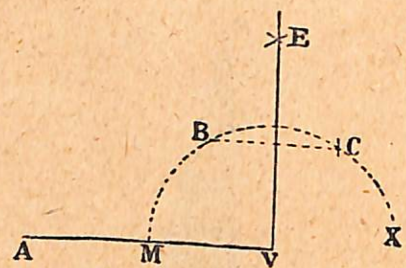

Fig. 71.

A partir do ponto M, com o mesmo raio VM determinemos o ponto B e, a partir d'este ultimo, o ponto C.

Unamos o ponto B ao ponto C e façamos passar pelo meio da recta BC uma perpendicular. A recta VE é a perpendicular pedida.

3.ª Solução. — Seja M a extremidade de uma recta (fig. 72).

Appliquemos de M até N tres medidas eguaes a uma unidade qualquer (3 × 1 centimetro, por exemplo). Façamos centro em M e com raio egual a quatro vezes a mesma unidade (4 × 1 centimetro) descrevamos um arco, e do ponto N, como centro e com um raio egual a cinco vezes a mesma unidade (5 × 1 centimetro), determinemos o ponto P.

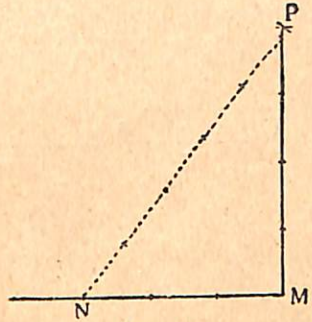

Fig. 72.

PM é a perpendicular pedida.

Problema 13. — Dividir uma recta em duas partes eguaes ou fazer passar uma perpendicular pelo meio de uma recta.

Façamos centro em A e B (fig. 73), e com um raio maior que a metade da recta AB determinemos os pontos C e D pelos quaes passa a recta CD, isto é, a **perpendicular** que divide a recta AB em duas partes eguaes.

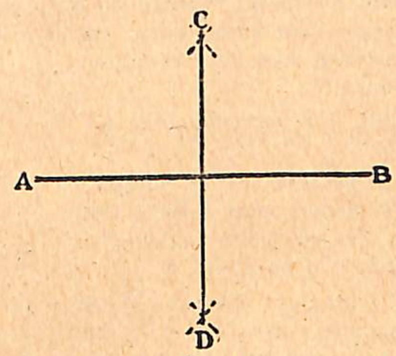

Fig. 73.

Para dividir uma recta em quatro, oito, dezeseis, trinta e duas partes eguaes, bastará dividirmos cada metade, quarta parte, oitava parte, successivamente ao meio.

Problema 14. — Traçar uma perpendicular a uma recta, por um ponto dado fóra d'essa recta e a pouca distancia de uma das extremidades.

1.ª Solução. — Seja A o ponto dado a pouca distancia da extremidade C (fig. 74) da recta CB.

Com um raio CA e com o centro em C descrevamos um arco; e com um raio egual a BA e centro em B tracemos

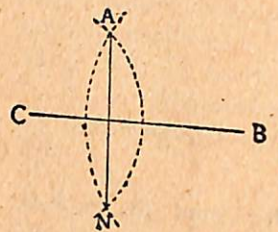

Fig. 74.

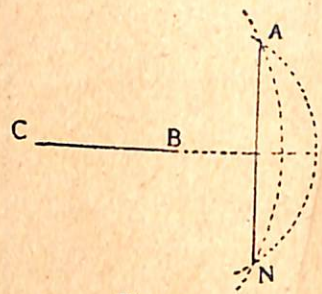

Fig. 75.

outro arco que determine o ponto N. Tracemos AN, que é a perpendicular pedida.

2.ª *Solução.* — (A perpendicular cahirá no prolongamento da recta). Centro em C e com o raio CA. (fig. 75), tracemos um arco, centro em B e com o raio BA descrevamos outro arco que determine o ponto N.

AN é a perpendicular pedida.

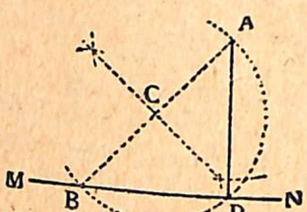

Fig. 76.

2.º processo da 1.ª Solução. — Tomemos sobre a recta MN (fig. 76) um ponto qualquer B e unamol-o ao ponto A.

Dividamos BA ao meio e fazendo centro em C (meio de BA), com um raio CA, descrevamos o arco APB que corta MN no ponto P.

A recta AP é a perpendicular pedida.

Problema 15. — Em uma recta dada, determinar um ponto que seja equidistante de dois outros, situados fóra dessa recta.

Sejam M e N os pontos situados fóra da recta AB (figs. 77 e 78).

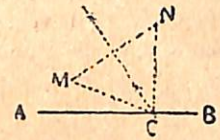

Fig. 77.

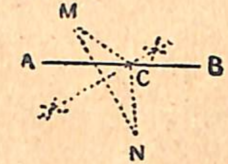

Fig. 78.

Tracemos a recta MN e façamos passar pelo meio uma perpendicular que, prolongada, determinará na recta AB o ponto C pedido, porquanto MC = NC.

Problema 16. — Os proprietarios de duas casas que se acham situadas, cada uma a certa distancia das margens de um rio, querem fazer uma ponte que fique equidistante das duas moradas: pede-se o logar em que deverá ser construida a referida ponte.

P e R são as duas casas (fig. 79).

Tracemos a recta PR e dividamol-a ao meio por uma perpendicular que determinará o ponto M equidistante de P e de R.

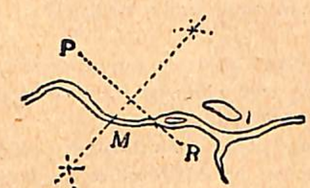

Fig. 79.

No ponto M é que deverão construir a ponte desejada.

Problema 17. — Traçar, de dois pontos dados, linhas rectas que se encontrem em uma outra recta, formando com esta ultima, angulos eguaes.

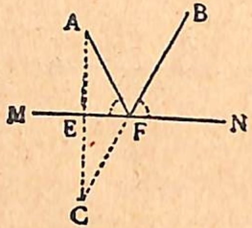

Fig. 80.

Sejam A e B os dois pontos e MN a recta dada, (fig. 80).

Abaixemos do ponto A uma perpendicular á recta MN e façamos EC = AE.

Liguemos C a B e A a F.

AF e BF formam com MN angulos eguaes.

EXERCICIOS

1. — Olavo! Quando uma recta encontra uma outra, quaes são as posições que póde occupar em relação a essa outra?
2. — Mostra uma perpendicular; — uma obliqua.
3. — Uma perpendicular está sempre em posição vertical?
4. — Traça uma perpendicular em posição inclinada.
5. — Que é um esquadro? — para que serve? — e a regua?
6. — Traça uma perpendicular com a regua e o esquadro.
7. — Uma obliqua, que angulo fórma na extremidade de uma recta horizontal?
8. — Exemplos.
9. — E no meio de uma recta vertical?
10. — Exemplos.
11. — Que quer dizer abaixar uma perpendicular?
12. — Faze passar pelo meio de uma recta de 40m/m de comprimento uma perpendicular.
13. — Procura um ponto egualmente distante das extremidades de uma recta de 36 millimetros de comprimento.
14. — Por um ponto dado em uma recta e a 20 millimetros de distancia de uma de suas extremidades, levanta uma perpendicular a essa recta.
15. — Levanta uma perpendicular por uma das extremidades de uma recta cujo prolongamento não possa traçar.
16. — Marca sobre uma recta um ponto que seja o mais proximo de um outro ponto dado fóra d'essa recta.

17. — Cita alguns nomes de cousas que tenham rectas perpendiculares.
18. — Cita alguns nomes de cousas que tenham rectas obliquas.
19. — Traça uma recta e dois pontos quaesquer, fóra d'essa recta. Determina agora nessa recta o ponto equidistante dos dois primeiros.
20. — Um poste telephonico que é relativamente ao sólo?
21. — Traça uma recta, marca um ponto fóra, e d'esse ponto tira uma perpendicular a essa recta e diversas obliquas. Qual a distancia menor do ponto á recta? — qual a maior?
22. — Cita os objectos em que vês as rectas verticaes nas tres posições.
23. — Mostra-me a tua regua em posição vertical, horizontal e inclinada.

CAPITULO IV

SUMMARIO: Parallelas. — **Linhas convergentes. — Linhas divergentes. — Problemas.**

Duas ou mais linhas situadas em uma mesma superficie plana, seguindo egual direcção e conservando entre si, duas a duas, a mesma distancia, to-

PARALLELAS.

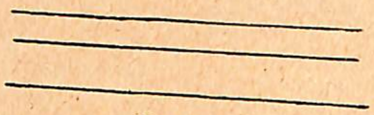

Fig. 81.

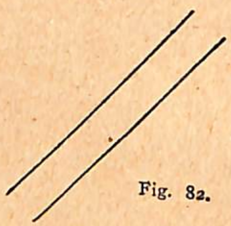

Fig. 82.

Fig. 83.

mam o nome de **parallelas** (figs. 81, 82, 83, 84, 86, 87).

Os trilhos por onde correm as locomotivas ou os bonds nunca se encontram, por serem linhas **parallelas**. As ruas do Ouvidor e do Rosario são **parallelas** entre si.

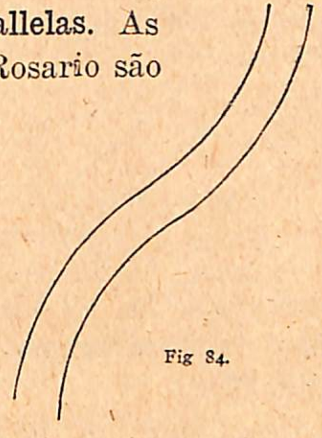

Fig 84.

Na fig. 85 os degráus da escada são parallelos entre si e os banzos o são tambem entre si; o poste é perpendicular ao sólo, a escada está obliqua ao sólo e os degráus são perpendiculares aos banzos.

T r a c e m o s duas perpendiculares a uma mesma recta; estas perpendiculares conservam a mesma distancia entre si e, por mais que se prolonguem, nunca se encontram: são **p a r a l l e l a s**, o que nos mostra que duas perpendiculares a uma m e s m a recta são **parallelas** entre si (fig. 88).

Fig. 85.

Duas linhas **parallelas** são equidistantes em todo o comprimento.

Duas **parallelas** cortadas por uma obliqua, formam com esta obliqua, oito angulos,

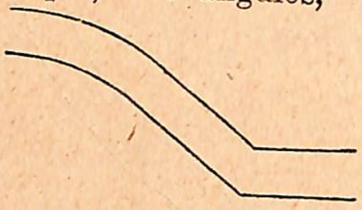

Fig. 86.

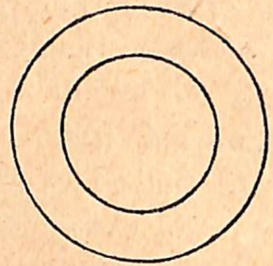

Fig. 87.

sendo quatro agudos eguaes e quatro obtusos tambem eguaes (fig. 89).

Os angulos **m, b, c, n** (fig. 89), chamam-se INTERNOS porque têm a abertura para dentro da figura, e os angulos **a, e, r, d** EXTERNOS porque têm a abertura para fóra da figura.

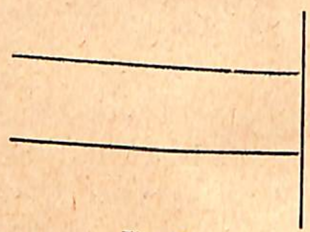

Fig. 88.

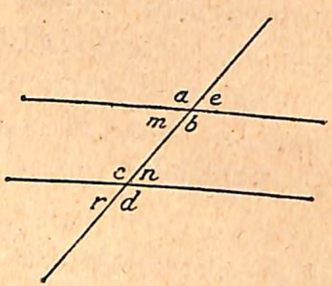

Fig. 89.

Estes angulos comparados dous a dous, são classificados do seguinte modo:

Os angulos **m** e **n**, **c** e **b** são ALTERNOS-INTERNOS; **a** e **d**, **e** e **r** ALTERNOS-EXTERNOS; **e** e **n**, **b** e **d**, **a** e **c**, **m** e **r** CORRESPONDENTES; **b** e **n** ou **m** e **c** INTERNOS DE UM LADO da obliqua; **a** e **r** EXTERNOS DE UM LADO; **e** e **d** EXTERNOS DO OUTRO LADO.

Duas rectas parallelas cortadas por uma obliqua formam angulos:

- *alternos-internos eguaes.*
- *alternos-externos eguaes.*
- *correspondentes eguaes.*
- *internos de um mesmo lado supplementares.*
- *externos de um mesmo lado supplementares.*

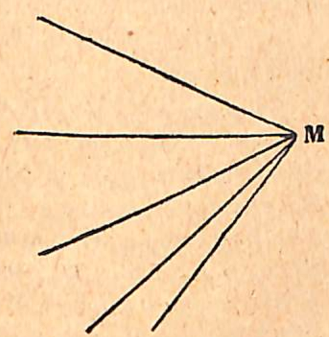

Fig. 90.

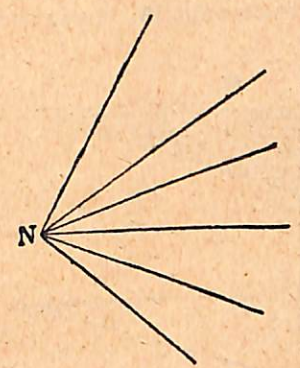

Fig. 91.

Duas ou mais linhas rectas que, não tendo ponto algum de commum e prolongadas, se encontram: são CONVERGENTES (fig. 90).

O ponto de encontro M chama-se *ponto* de CONVERGENCIA (fig. 90).

Duas ou mais linhas rectas que, partindo de um mesmo *ponto*, tomam diversas direcções, chamam-se DIVERGENTES (fig. 91).

O ponto N d'onde partem as linhas, chama-se *ponto* de DIVERGENCIA (fig. 91).

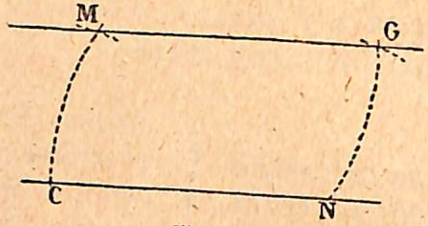

Fig. 92.

O *vertice* de um angulo é um *ponto* de DIVERGENCIA.

Problema 18. Traçar uma parallela a uma recta dada, por um ponto dado.

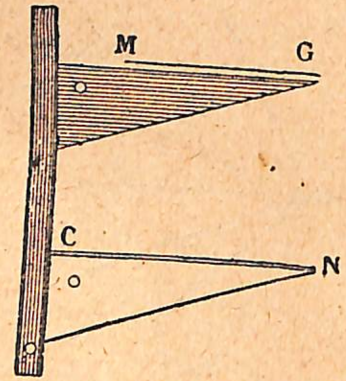

Fig. 93.

1.ª Solução (com o compasso e a regua):

Do ponto dado M (fig. 92) descrevamos um arco de circumferencia NG; do ponto N, e com o mesmo raio MN, descrevamos o arco MC; tomemos NG egual a MC, unamos o ponto M ao ponto G.

A recta MG é a **parallela** pedida.

2.ª Solução (com a regua e o esquadro):

Appliquemos um dos lados do angulo recto do esquadro sobre a recta CN (fig. 93); façamos escorregar o esquadro

pela regua até o ponto M, pelo qual tracemos a recta MG **parallela** a CN.

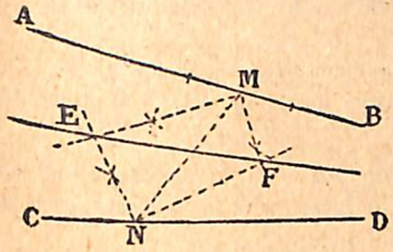

Fig. 94.

Problema. 19 — Dadas duas rectas convergentes, traçar a bissectriz sem recorrer ao ponto de convergencia.

1.ª Solução. — Sejam AB e CD (fig. 94) as rectas convergentes. Tracemos uma secante MN e depois a bissectriz de cada um dos angulos AMN; CNM; BMN; DNM. Unamos o ponto E ao ponto F e teremos a *bissectriz* pedida.

2.ª Solução. — Sejam BA e DC as rectas convergentes (fig. 95). Do ponto B levantemos uma perpendicular á recta BA e do ponto D uma perpendicular á recta DC. Sobre cada uma d'estas perpendiculares marquemos a partir dos pontos B e D duas distancias eguaes BN e DM. Pelo ponto N tracemos uma parallela a BA e pelo ponto M uma outra a DC. Dividamos o angulo MPN em duas partes eguaes, e a recta PQ é a *bissectriz* pedida.

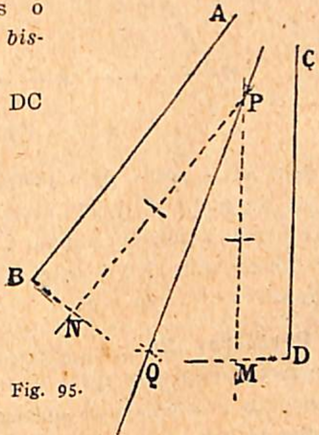

Fig. 95.

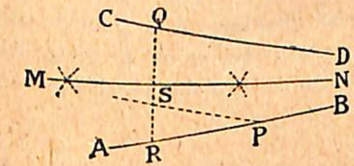

Fig. 96.

3.ª Solução. — AB e CD são as rectas convergentes (fig. 96). Tomemos sobre a recta AB um ponto P qualquer e d'ahi tracemos uma parallela a CD.

Do Ponto P, como centro e com um raio arbitrario, determinemos R e S.

Unamos R a S e prolonguemos essa recta até Q.

A perpendicular MN, pelo meio de QR, é a bissectriz pedida.

Problema 20. — De um ponto dado fóra de uma recta traçar uma outra recta que forme com a primeira um angulo egual a um outro angulo dado.

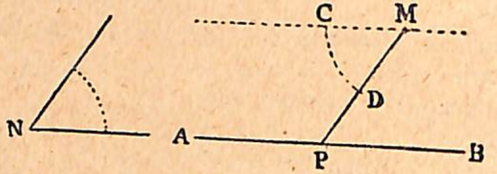

Fig. 97.

Seja AB a recta, M o ponto e N o angulo (fig. 97). Tracemos do ponto M uma recta parallela a AB e formemos pelo mesmo ponto um angulo CMD egual ao angulo N. A recta MP fórma com AB o angulo MPB = CMD e portanto ao angulo N.

Problema 21. — De um ponto dado fóra do espaço comprehendido por duas parallelas, traçar uma recta cujo segmento (*) entre as mesmas parallelas seja egual a uma distancia dada.

Seja R o ponto dado, AB e CD as parallelas, e MN a distancia dada (fig. 98).

Tomemos sobre AB um ponto qualquer S e, com o centro nesse ponto e raio egual a MN, cortemos a recta CD em T. Do ponto R tiremos a recta RF parallela a ST e cujo segmento EF = MN.

(*) SEGMENTO de uma recta, isto é, secção, porção, parte da recta.

Problema 22. — Por um ponto dado entre duas rectas convergentes, fazer passar uma terceira recta cujas extremidades fiquem situadas nas duas primeiras e de modo que o ponto dado fique no meio d'essa recta.

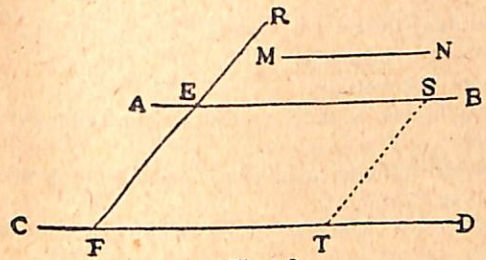

Fig. 98.

Seja M o ponto situado entre as rectas EF e GH (fig. 99). Abaixemos do ponto M sobre a recta GH a perpendicular MC e, no seu prolongamento na direcção de C para M, reproduzamos a distancia MC em MD.

Do ponto D tracemos uma parallela a GH e do ponto A (intersecção d'essa parallela com a recta EF) tracemos a recta AB cujas extremidades estão sobre as rectas convergentes e cujo meio é o ponto M.

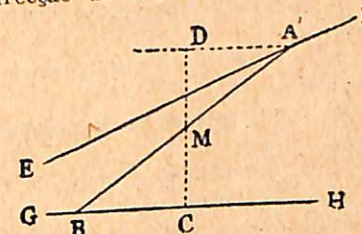

Fig. 99.

Problema 23. — De um ponto dado fóra do angulo formado por duas rectas convergentes, traçar uma terceira recta que forme, com essas duas primeiras angulos eguaes.

Seja M o ponto dado, AB e CD as rectas convergentes (fig. 100).

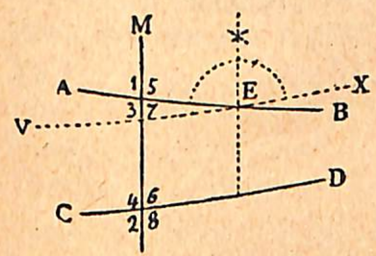

Fig. 100.

Tracemos uma recta qualquer VX de modo que seja parallela a CD e determine o ponto E sobre AB. Tracemos a bissectriz do angulo AEX e do ponto M façamos partir uma recta parallela a essa bissectriz.

Essa ultima recta fórma, com AB e CD, angulos eguaes: 1 = 7 = 2 = 6; 3 = 5 = 4 = 8.

EXERCICIOS

1. — Raul! mostra duas linhas parallelas.
2. — Traça duas linhas parallelas.
3. — Que são rectas parallelas?
4. — Duas perpendiculares a uma mesma recta, que são, uma em relação á outra?
5. — Quantos angulos fórmam duas parallelas cortadas por uma obliqua? — Como se chamam?
6. — Quando duas rectas seguem direcções diversas, que nome recebem?
7. — Quando duas ou mais linhas rectas são convergentes? — quando são divergentes?
8. — Traça tres rectas convergentes; — e quatro divergentes.
9. — Mostra o ponto de convergencia; — e o ponto de divergencia.
10. — Traça uma recta parallela a uma outra por um ponto dado.
11. — Traça com a regua e o esquadro diversas parallelas a uma recta dada.
12. — Traça uma parallela a uma recta dada, de modo que a menor distancia de uma á outra seja de 40 millimetros.
13. — Traça duas curvas parallelas, á mão livre.
14. — Traça, á mão livre, duas linhas mixtas parallelas.
15. — Traça dous angulos rectos, um com os lados parallelos aos lados do outro.
16. — Podem duas superficies ser parallelas?
17. — Podem, uma superficie curva e uma superficie plana, ser parallelas?
18. — Uma linha recta e outra curva podem ser parallelas?

CAPITULO V

SUMMARIO: **Triangulos rectilineos. — Casos de egualdade de triangulos. — Problemas.**

TRIANGULOS. Uma superficie plana limitada por tres linhas chama-se **trilatero** ou **triangulo.**

Um **triangulo** ou **trilatero** póde ser RECTILINEO, CURVILINEO OU MIXTILINEO.

Um **triangulo** tem tres *angulos,* tres *lados* e tres *vertices.*

A tripeça (fig. 101) tem a fórma triangular; em musica ha um instrumento chamado triangulo, cuja fórma é triangular.

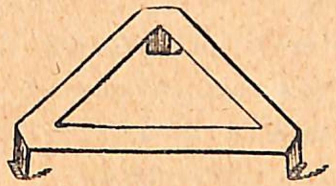

Fig. 101. — Uma tripeça: fórma triangular.

Os *angulos* de um **triangulo** designam-se por tres lettras collocadas em seus *vertices;* dizemos por exemplo, *angulo* A, *angulo* B, *angulo* C (fig. 102), e um **triangulo** designa-se por tres lettras collocadas nos vertices de seus angulos, assim por exemplo: triangulo A B C (fig. 102).

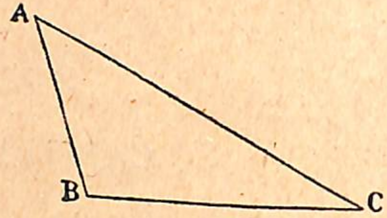

Fig. 102.

A somma dos *lados* de um **triangulo** chama-se PERIMETRO.

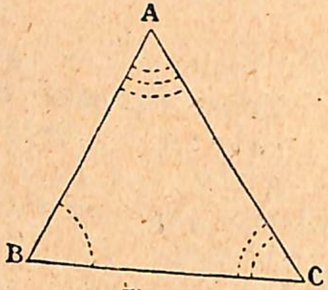

Fig. 103.

A somma dos tres *angulos* é egual a dois angulos rectos.

Tracemos um **triangulo** qualquer (fig. 103) sobre cartão ou papel, recortemos os *angulos* d'este **triangulo**, ajuntemos como nos mostra a fig. 104. Os *angulos* ficam do mesmo lado da recta AB (fig. 104) e ao redor

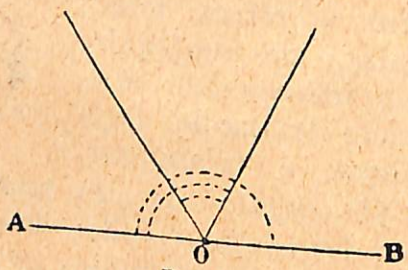

Fig. 104.

do ponto O: equivalem portanto a dois angulos rectos.

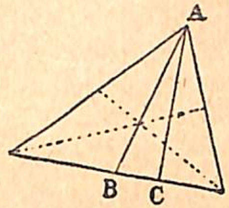

Fig. 105. — A recta AB é uma mediana e AC é uma altura.

Qualquer lado de um **triangulo** póde servir-lhe de *base.*

A perpendicular abaixada de um dos *vertices* sobre a *base* ou sobre o prolongamento d'esta chama-se *altura* do **triangulo** (fig. 105).

A recta que une um dos *vertices* do **triangulo** ao meio do lado opposto chama-se *mediana* (fig. 105).

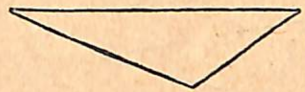
Fig. 106. — Triangulo escaleno.

Todo o **triangulo** tem tres *alturas, tres bissectrizes* e tres *medianas*.

Os triangulos em relação á grandeza de seus *lados* são:


Fig. 107. — Triangulo isosceles.

ESCALENOS, se os lados são deseguaes (fig. 106).

ISOSCELES OU SYMETRICOS, se dois de seus lados são eguaes (fig. 107).

EQUILATEROS, se os lados são eguaes (fig. 108).

Em relação á grandeza de seus angulos são: ACUTANGULOS, se todos os angulos são agudos (fig. 109); OBTUSANGULOS, se têm um angulo obtuso (fig. 110); RECTANGULOS, se têm um angulo recto (fig. 111); EQUIANGULOS ou ISOGONOS, se todos os angulos são eguaes (fig. 112).

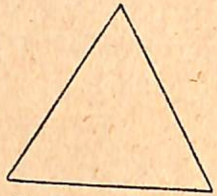

Fig. 108. — Triangulo equilatero.

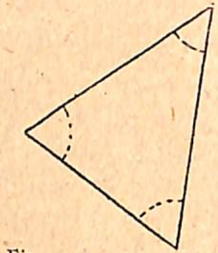

Fig. 109. — Triangulo acutangulo.

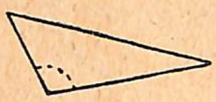

Fig. 110. — Triangulo obtusangulo.

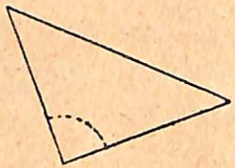

Fig. 111. — Triangulo rectangulo.

Todo o **triangulo** EQUILATERO é EQUIANGULO.

No **triangulo** RECTANGULO o lado opposto ao angulo recto chama-se *hypothenusa* e os lados d'esse angulo chamam-se *cathetos*.

Uma circumferencia póde ser *inscripta* ou *circumscripta* a um **triangulo.**

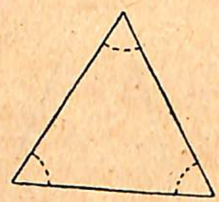

Fig. 112. — Triangulo equiangulo.

Synopse

Os triangulos dividem-se:

1.° Em relação á grandeza de seus lados.

Triangulos . . . . { *Escalenos* ou *irregulares*; *Isosceles* ou *symetricos*; *Equilateros*

2.° Em relação á grandeza de seus angulos.

Triangulos . . . . { *Acutangulos*; *Obtusangulos*; *Rectangulos*; *Equiangulos* ou *isogonos*

Casos de egualdade de triangulos

Dois triangulos são eguaes quando têm {

1.° Um angulo egual comprehendido entre dois lados respectivamente eguaes.

2.° Um lado egual adjacente a dois angulos respectivamente eguaes.

3.° Os tres lados respectivamente eguaes.

Problema 24. — Determinar o centro de um triangulo qualquer.

Seja ABD o triangulo (fig. 113)

Tiremos as bissectrizes dos angulos A e D.

Essas bissectrizes cortam-se em C que é o centro do triangulo, isto é, o ponto equidistante dos tres lados d'esse triangulo: se abaixarmos de C, perpendiculares a AB, BD e AD, verificaremos que ellas são eguaes.

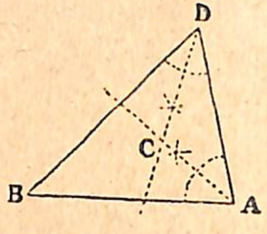

Fig. 113.

Nota. — A bissectriz do angulo B tambem passa por C.

Problema 25. — Traçar a altura de um triangulo qualquer.

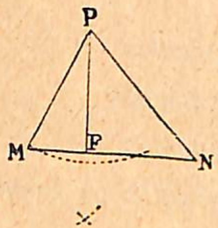

Fig. 114.

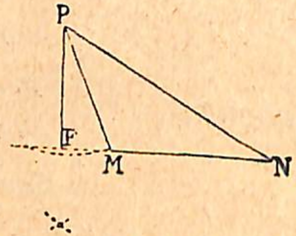

Fig. 115.

Seja MNP o triangulo (figs. 114 e 115).

Abaixemos do ponto P uma perpendicular PF sobre a base MN (fig. 114) ou sobre o seu prolongamento (fig. 115); essa perpendicular é a altura do triangulo.

Problema 26. — Dado um lado, construir um triangulo equilatero. Seja AB (fig. 116) o lado dado.

Fig. 116.

Tracemos uma recta qualquer MX sobre a qual tomemos MN (fig. 117) egual a AB.

Façamos centro em M e N e com um raio egual a AB determinemos o ponto C, que, unido aos pontos M e N, resolverá o problema.

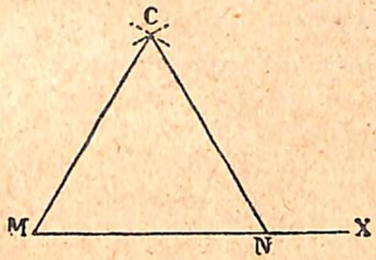

Fig. 117.

Problema 27. — Traçar um triangulo equilatero conhecendo-se-lhe a altura.

Tracemos uma recta e, num ponto arbitrario C tomado sobre ella (fig. 118) façamos centro descrevendo com um raio qualquer o arco EF.

Centro em E e com o mesmo raio, determinemos o ponto G; tracemos de C uma recta que passe por G e depois a bissectriz do angulo GCE.

Appliquemos em CM a medida da altura dada e pelo ponto M façamos passar uma perpendicular a CM. O triangulo CDN resolve o problema.

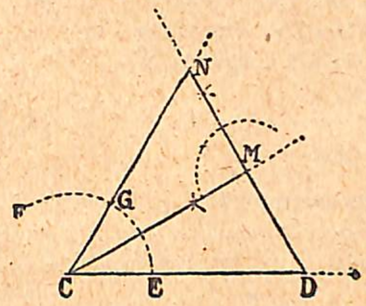

Fig. 118.

Outro processo. — Seja MN (fig. 119) a altura.

Pelo ponto N façamos passar uma perpendicular e do ponto M, como centro, e com um raio qualquer descrevamos um arco. Do ponto A e com o mesmo raio determinemos os pontos B e C. De A

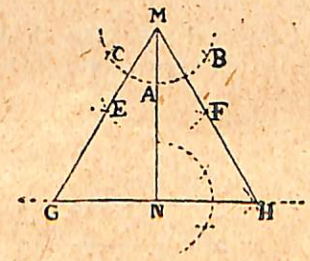

Fig. 119.

e C marquemos E e de A e B, F. Do vertice M tiremos duas rectas, uma que passe por E e outra por F.

GHM é o triangulo pedido.

Problema 28. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a base e a altura.

Seja B a base e A a altura (fig. 120).

Sobre uma recta appliquemos MN (fig. 121) egual á base e façamos passar pelo meio de MN uma perpendicular de cujo pé C, reproduzamos em CD a medida da altura.

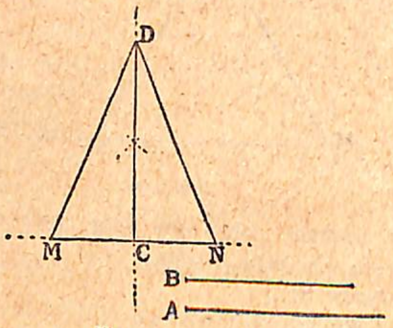

Fig. 121. Fig. 120.

Unamos os pontos M e N ao ponto D e teremos resolvido o problema.

Problema 29. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a base e um lado adjacente.

Sobre uma recta marquemos AB (fig. 122) egual á base conhecida.

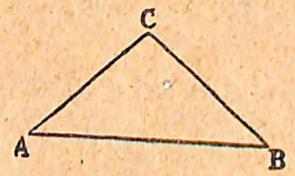

Fig. 122.

Dos pontos A e B, como centros, e com um raio egual ao lado adjacente, determinemos o ponto C.

Unamos C a A e B e obteremos o triangulo pedido ABC.

Problema 30. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a base e um angulo adjacente a esta base.

Seja M a base e E o angulo adjacente (fig. 123).

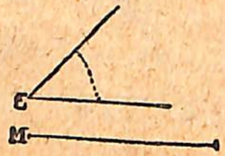

Fig. 123.

Tracemos uma recta e a partir de uma extremidade, reproduzamos em AB (fig. 124) a medida M.

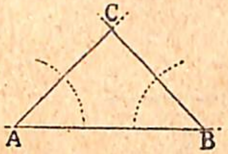

Fig. 124.

Façamos em cada um dos pontos A e B um angulo egual ao angulo E.

Os lados d'esses angulos encontram-se em C e o triangulo ABC resolve o problema.

Problema 31. — Construir um triangulo isosceles, conhecendo-se a base e o angulo do vertice, isto é, o angulo opposto á mesma base.

Seja N a base e V o angulo do vertice (fig. 125).

Tracemos uma recta e, a partir de uma extremidade, reproduzamos em AB (fig. 126) a medida N. Façamos passar pelo meio de AB uma perpendicular e por um ponto arbitrario P tomado n'essa perpendicular, tracemos um angulo egual ao angulo dado V, de sorte que a bissectriz se confunda com a perpendicular.

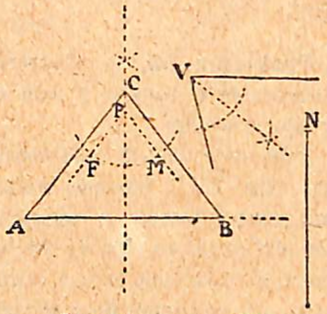

Fig. 126. Fig. 125.

Do ponto A tracemos uma parallela ao lado PF d'esse angulo e do ponto B outra parallela ao lado PM do mesmo angulo; essas duas rectas determinam o ponto C e formam o triangulo pedido ABC.

Outro processo. — Sobre uma recta appliquemos a medida AB egual a N (fig. 127) e no seu prolongamento façamos um angulo egual a V (fig. 127), coincidindo o vertice com o ponto B (fig. 128).

Tracemos a bissectriz BM do angulo ABE e na extremidade A reproduzamos o angulo ABM.

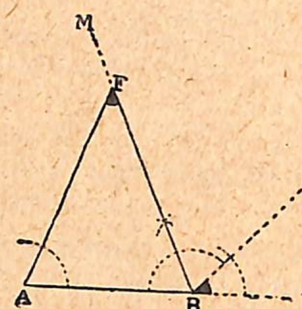

Fig. 128.

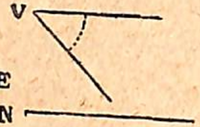

Fig. 127.

O lado AF determina o vertice F do triangulo pedido ABF.

Problema 32. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a base e o raio do circulo inscripto.

Pelo meio de AB, base conhecida (fig. 129), façamos passar uma perpendicular e appliquemos MN egual ao raio do circulo inscripto. Com esse raio, e centro em N, descrevamos uma circumferencia de circulo.

De cada um dos pontos A e B, e com um mesmo raio AM, marquemos P e Q.

Do ponto A tiremos uma recta que passe por P e do ponto B, outra que passe por Q. O ponto C é o resultado do encontro d'estas duas rectas e ABC é o triangulo isosceles pedido.

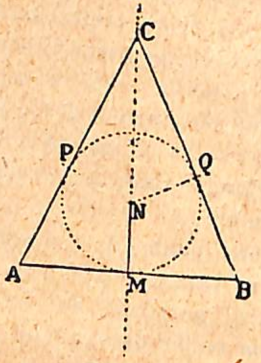

Fig. 129.

Problema 33. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a base e o raio do circulo circumscripto.

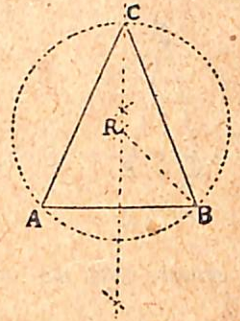

Fig. 130.

Pelo meio da base conhecida AB (fig. 130) façamos passar uma perpendicular.

Do ponto A ou B e com um raio egual ao do circulo circumscripto, determinemos o ponto R, do qual, como centro e com o mesmo raio RB, descrevamos uma circumferencia de circulo que determinará o ponto C, vertice do triangulo pedido ABC.

Problema 34. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a altura e um dos angulos da base.

Seja V o angulo (fig. 131) e AB a altura (fig. 132).

Pelo ponto B tracemos uma perpendicular á recta AB. Com um raio qualquer MV descrevamos um arco que determine o ponto N; unamos M a N e tracemos a bissectriz do angulo M.

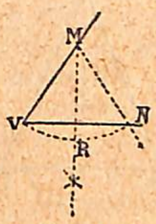

Fig. 131.

Façamos centro em A e com um mesmo raio MV descrevamos um arco.

Do ponto C, e com um raio egual a RV, determinemos os pontos E e F.

Tracemos as rectas AEP e AFQ, e resultará o triangulo isosceles PQA.

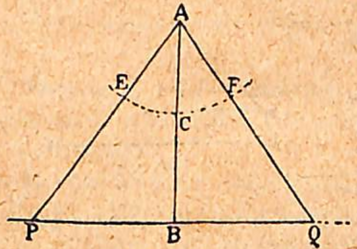

Fig. 132.

Problema 35. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a altura e o perimetro.

Tracemos pelo meio da recta MN, perimetro conhecido (fig. 133), uma perpendicular e appliquemos em CB a medida da altura dada; unamos M e N a B.

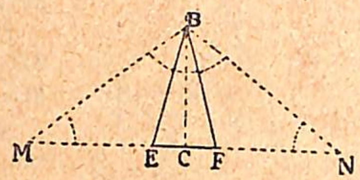

Fig. 133.

Façamos os angulos MBE e NBF eguaes, cada um, ao angulo M ou N.

EFB é o triangulo pedido.

Problema 36. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se a altura e o angulo do vertice.

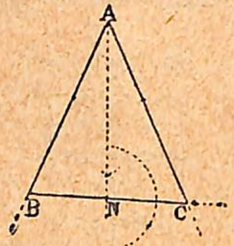

Fig. 134.

Tracemos a bissectriz do angulo dado A e sobre ella (fig. 134) appliquemos AN egual á altura conhecida. Façamos passar por N uma perpendicular a AN, a qual determinará nos lados do angulo os pontos B e C e resolverá o problema.

Problema 37. — Construir um triangulo isosceles conhecendo-se um dos lados symetricos e um dos angulos da base.

Seja A um dos angulos da base e BC um dos lados symetricos (fig. 135).

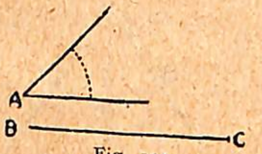

Fig. 135.

Formemos em V (fig. 136) um angulo egual ao angulo A e appliquemos em um de seus lados, a partir do vertice, a medida $VD = BC$.

Com o centro em D e o raio egual a DV, descrevamos um arco que determine o ponto E, o qual, ligado ao ponto D, resolve o problema.

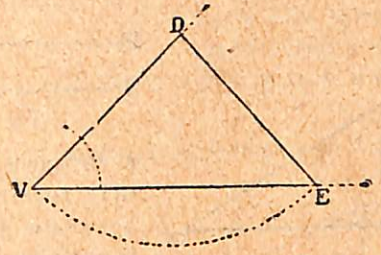

Fig. 136.

Problema 38. — Construir um triangulo conhecendo-se os tres lados. Sejam AB, CD, EF os lados (fig. 137). Sobre a recta MN (fig. 138) marquemos a partir da extremidade M, uma distancia $MV = AB$; do ponto M, com um raio egual a EF, determinemos o ponto P. Unamos o ponto P aos pontos M e V, e teremos resolvido o problema.

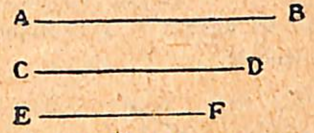

Fig. 137.

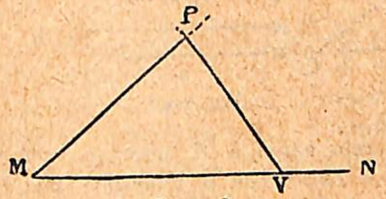

Fig. 138.

Problema 39. — Construir um triangulo conhecendo-se dois lados e o angulo por elles comprehendido.

B (fig. 139) é o angulo; EF e GH (fig. 140) são os lados conhecidos. Sobre uma recta indefi-

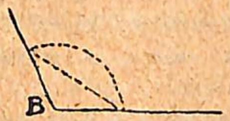

Fig. 139.

nida, marquemos uma distancia AC (fig. 141), egual a EF. No ponto A façamos um angulo MAC egual ao angulo B, sobre AM e a partir do ponto A marquemos

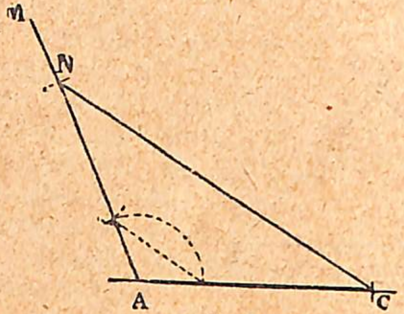

Fig. 141.

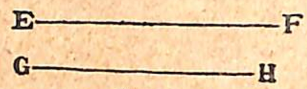

Fig. 140.

a distancia AN egual a GH; unamos o ponto N ao ponto C e teremos construido o triangulo pedido.

Problema 40. — Construir um triangulo conhecendo-se dois lados e o angulo opposto a um d'elles. Sejam M e N os lados e V o angulo dado (fig. 142).

Façamos um angulo A egual ao angulo V e appliquemos em AB (fig. 143) a medida do lado M

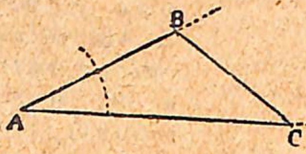

Fig. 143.

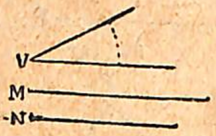

Fig. 142.

Com o centro em B e raio egual a N determinemos o ponto C. Unamos B a C e obteremos o triangulo pedido ACB.

Problema 41. — Construir um triangulo conhecendo-se dois lados e uma mediana.

1.º caso. — A mediana corresponde a um dos lados conhecidos.

Sejam A e R os lados e M a mediana (fig. 144).

Tracemos CB = A e, do ponto B como centro (fig. 145), com um raio egual a R descrevamos um arco de circulo.

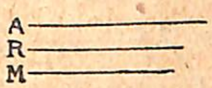

Fig. 144.

Do ponto N, meio de CB, e com o raio egual a M, determinemos o ponto D.

Unamos este ponto a C e B e teremos o triangulo pedido CBD.

2.º caso. — A mediana corresponde ao lado desconhecido.

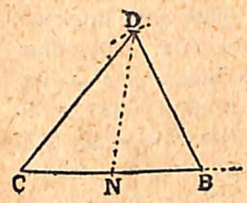

Fig. 145.

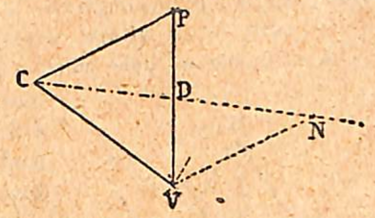

Fig. 146.

Tracemos uma recta CD (fig. 146) egual á mediana M (fig. 144) e prolonguemol-a de uma quantidade DN = CD.

Façamos centro em C e com um raio egual a A (fig. 144) descrevamos um arco; de N, e com um raio egual a R (fig. 144) determinemos o ponto V, do qual tracemos as rectas VC e VN. Do ponto C tracemos uma recta parallela a VN e reproduzamos em CP a medida R. Unamos C a P. VPC é o triangulo pedido.

Problema 42. — Construir um triangulo conhecendo-se dois lados e uma altura.

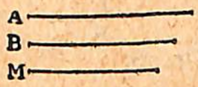

Fig. 147.

1.º caso. — A altura corresponde a um dos lados conhecidos.

A e B são os dois lados e M a altura (fig. 147).

Em uma recta marquemos EF = A e por um ponto R (fig. 148) levantemos-lhe uma perpendicular sobre a qual appliquemos RS = M.

Façamos passar por S uma parallela a EF e com o centro em F e raio B determinemos G; d'este ponto, e com o raio EF, determinemos D na recta parallela.

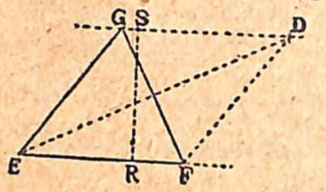

Fig. 148.

Os triangulos EFG, GDF, EFD ou GDE resolvem o problema.

2.º caso. — A altura corresponde ao lado desconhecido. A e B são os dois lados e M a altura (fig. 147). Marquemos sobre uma recta a medida RV = A (fig. 149) e do ponto R, com um raio egual a M descrevamos um arco de circulo.

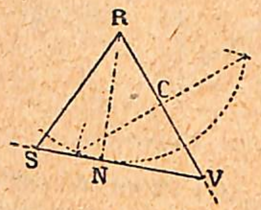

Fig. 149.

Dividamos RV ao meio e do ponto C, com um raio CV ou CR determinemos o ponto N no arco de circulo. Tiremos por VN uma recta.

Centro em R e com um raio egual a B marquemos o ponto S, o qual, unido a R, resolve o problema. RN é a altura.

Problema 43. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, a base e a altura.

Seja L o lado, B a base, e A a altura (fig. 150).

Fig. 150.

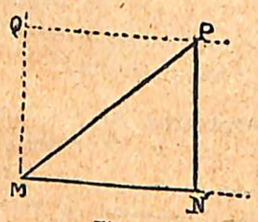

Fig. 151.

Marquemos sobre uma recta a distancia MN (fig. 151)

= B; levantemos por um ponto qualquer d'essa recta, M por exemplo, uma perpendicular sobre a qual, e a partir de M, appliquemos MQ (medida da altura A). Façamos partir de Q uma parallela a MN e fazendo centro em M, com um raio egual a L marquemos o ponto P. Tracemos as rectas PM e PN.

O triangulo pedido é MNP.

Problema 44. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado e duas alturas.

1.º caso. — As duas alturas correspondem aos lados desconhecidos.

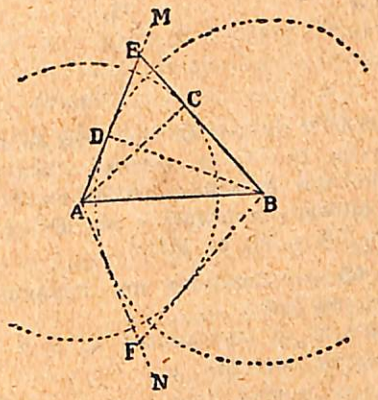

Fig. 152.

Seja AB o lado (fig. 152).

Com o raio AC, egual a uma das alturas, descrevamos uma circumferencia; do ponto B e com o raio BD, egual a outra altura, descrevamos outra circumferencia.

De A tracemos as rectas AM e AN tangentes á circumferencia de centro B e d'este ponto tiremos as rectas BE e BF tangentes á circumferencia de centro A. Qualquer um dos triangulos ABE ou ABF resolve o problema.

2.º caso. — Uma das alturas corresponde ao lado conhecido. (*)

Tracemos uma recta MN (fig. 153) egual ao lado e, com um raio egual á altura que não corresponde a esse mesmo lado, descrevamos um arco.

Tracemos uma parallela á recta MN de modo que a distancia entre ellas seja egual á altura correspondente ao lado dado.

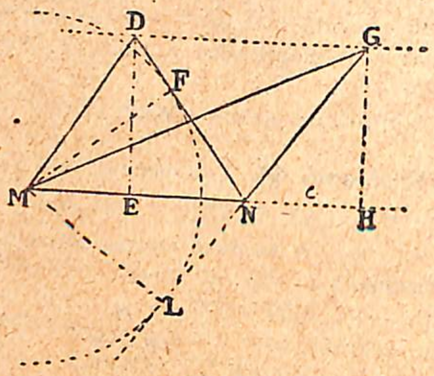

Fig. 153.

Da extremidade N tiremos as tangentes do arco. Essas tangentes determinam D e G na recta parallela a MN.

Qualquer um dos triangulos MND ou MNG resolve o problema; as alturas do primeiro são DE e MF e as do segundo GH ou DE e ML ou MF.

Problema 45. — Construir um triangulo conhecendo-se os meios dos tres lados.

Unamos entre si os tres pontos A, B e C (meios dos lados do triangulo pedido) e por estes mesmos pontos (fig. 154) tracemos rectas parallelas aos lados oppostos, assim por exemplo, pelo ponto A a recta parallela a CB, etc.

Estas tres rectas cortam-se nos pontos E, F e G e formam o triangulo pedido EFG.

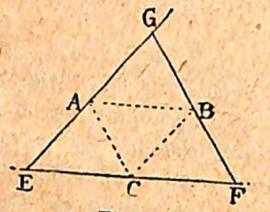

Fig. 154.

(*) Estes problemas devem ser ensinados depois que o discipulo conheça o traçado de tangentes.

Problema 46. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, um angulo e uma altura.

1.º caso. — O angulo é adjacente ao lado conhecido e a altura corresponde a esse lado.

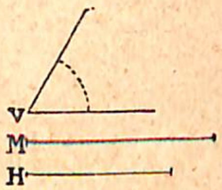

Fig. 155.

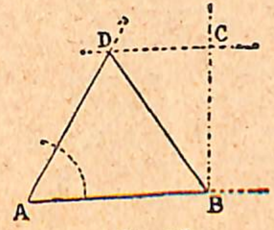

Fig. 156.

V é o angulo, M o lado e H a altura (fig. 155).

Sobre uma recta appliquemos AB = M, na extremidade A (fig. 156) formemos um angulo egual a V e de um ponto qualquer da recta AB levantemos uma perpendicular sobre a qual marquemos BC = H.

Do ponto C tracemos uma parallela a AB determinando o ponto D, terceiro vertice do triangulo pedido ABD.

2.º caso. — O angulo é adjacente ao lado conhecido e a altura corresponde ao lado opposto a esse angulo.

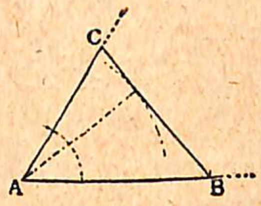

Fig. 157.

V é o angulo, M o lado e H a altura correspondente do lado opposto ao angulo V (fig. 155).

Façamos um angulo A = V e marquemos AB = M (fig. 157).

Do ponto A, como centro, e com um raio egual a H descrevamos um arco de circulo e do ponto B tracemos a tangente BC a esse arco. ABC é o triangulo pedido.

Problema 47. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado e dois angulos que lhes são adjacentes.

AB (fig. 158) é o lado; G e H (fig. 159) os angulos adjacentes. A partir do ponto M e sobre a recta MN (fig. 160)

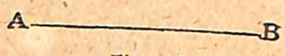

Fig. 158.

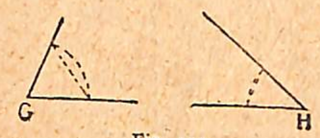

Fig. 159.

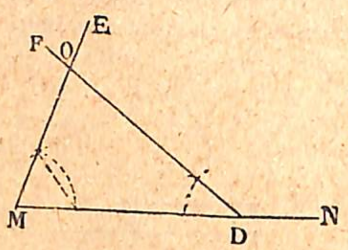

Fig. 160.

marquemos a distancia MD = AB. Pelo ponto M façamos um angulo egual a G e pelo ponto D, um angulo egual a H. As duas rectas ME e DF cortam-se no ponto O e MDO é o triangulo pedido.

Problema 48. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, um angulo adjacente e o angulo opposto a esse lado.

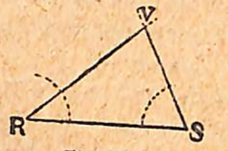

Fig. 161,

Fig. 162.

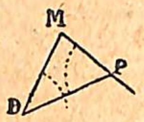

Fig. 163.

RS é o lado (fig. 161); N, (fig. 162) o angulo adjacente a esse lado e M (fig. 163) o angulo opposto.

Por um ponto D tomado sobre um dos lados do angulo M formemos um outro egual a N.

Os lados dos angulos D e M determinam o ponto P. Façamos em R um angulo egual a D e em S outro egual a P. O ponto V é o encontro de RV e SV; e RSV é o triangulo pedido.

Problema 49. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, um angulo adjacente e a somma dos dois outros lados.

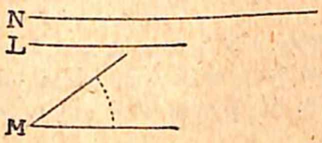

Fig. 164.

L é o lado, M o angulo, e N a somma dos outros dois lados (fig. 164).

Em uma recta marquemos uma distancia AB egual ao lado L e pela extremidade A formemos um angulo egual a M (fig. 165). Appliquemos em AC a medida N e juntemos C a B.

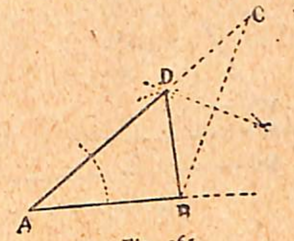

Fig. 165.

Façamos passar pelo meio d'esta ultima recta, uma perpendicular que determinará o ponto D na recta AC.

Unamos D a B e obteremos o triangulo ABD, porque DB = DC.

Problema 50. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, um angulo adjacente e a differença dos dois outros lados.

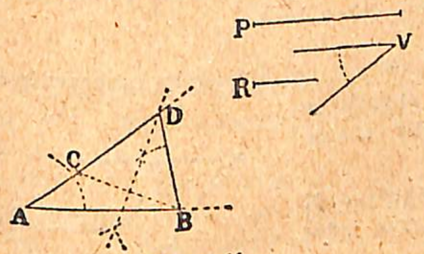

Fig. 166.

Façamos AB egual ao lado conhecido P e pela extremidade A (fig. 166) formemos um angulo egual a V.

Marquemos AC = R (differença entre os dois lados) e unamos C a B.

Pelo meio de CB tracemos uma perpendicular que determinará, com o prolongamento de AC, o ponto D, terceiro vertice do triangulo pedido ABD. CD = BD e CA = AD — CD.

Problema 51. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, o angulo opposto e a somma dos dois outros lados.

M é o lado, V o angulo opposto e N a somma dos dois outros lados (fig. 167). Na extremidade A de uma recta formemos um angulo egual á metade do angulo V e appliquemos em AB (fig. 168) a medida N.

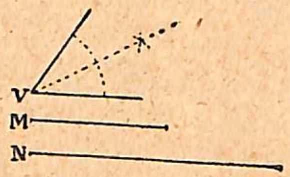

Fig. 167.

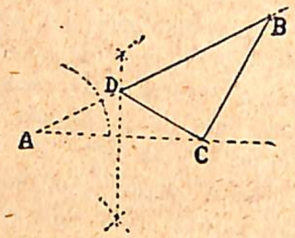

Fig. 168.

Centro em B e com um raio egual a M determinemos o ponto C, ao qual unamos o ponto B.

Pelo meio de AC façamos passar uma perpendicular que determinará na recta AB o terceiro vertice do triangulo pedido CBD porque DC = DA; o triangulo ACD é isosceles e portanto o angulo BDC é o dobro de A.

Problema 52. — Construir um triangulo conhecendo-se um lado, o angulo opposto e a differença dos dois outros lados.

A é o lado, M o angulo e N a differença dos dois outros lados (fig. 169).

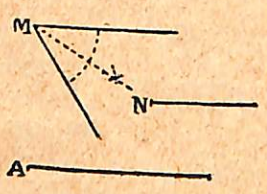

Fig. 169.

Façamos um angulo B egual a um angulo recto mais a metade de M (fig. 170).

Tomemos BC = N e do ponto C, como centro, com um

raio A marquemos o ponto E, ao qual unamos C. Pelo meio de BE façamos passar uma perpendicular que determinará o ponto F no prolongamento de CB. Tracemos a recta EF que resolve o problema.

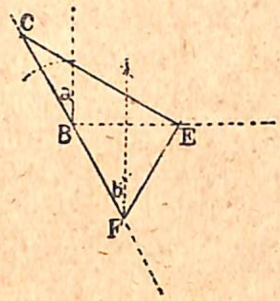

Fig. 170.

O angulo *a* é egual á metade de M e egual a *b*; *b* é 1/2 de F porque o triangulo BEF é isosceles, portanto $\wedge$ F = $\wedge$ M.

Problema 53. — Construir um triangulo conhecendo-se os dois angulos da base e a altura.

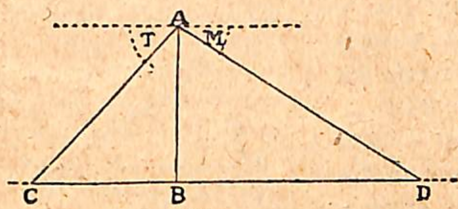

Fig. 172.

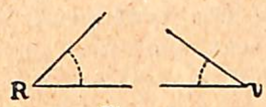

Fig. 171.

R e V são os angulos da base (fig. 171) e AB é a altura (fig. 172). Façamos passar, pelas extremidades, rectas perpendiculares a AB.

Formemos ao redor de A e na recta perpendicular que passa por esse ponto, dois angulos sendo M = V e T = R.

Os lados d'esses angulos determinam os pontos C e D e portanto o triangulo CDA.

Problema 54. — Construir um triangulo conhecendo-se dois angulos e o raio do circulo circumscripto.

Com um raio AB (fig. 174) egual a R (fig. 173) descrevamos uma circumferencia de circulo e pelo ponto B tracemos uma perpendicular a AB.

Façamos no ponto B um angulo CBD = M e EBF = V.

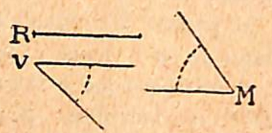

Fig. 173.

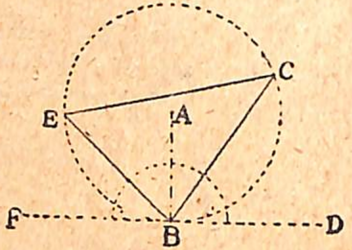

Fig. 174.

Unamos E a C e obteremos o triangulo pedido ECB.

Problema 55. — Construir um triangulo conhecendo-se um angulo, o lado adjacente e a differença dos outros lados.

Tracemos a recta BC (fig. 175) egual ao lado conhecido e pela extremidade B façamos passar uma recta que forme um angulo egual ao angulo dado.

Marquemos BE egual á differença dos lados desconhecidos e tracemos EC em cuja extremidade C reproduzamos o angulo E.

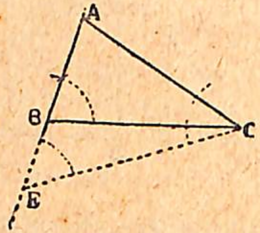

Fig. 175.

Tiremos a recta CA que é o terceiro lado do triangulo pedido B C A porque A C = A E ∴ (*) A C — A B = B E.

Poblema 56. — Construir um triangulo conhecendo-se um angulo, a altura e a mediana procedentes de vertice do mesmo angulo dado.

Fig. 176.

V é o angulo (fig. 176). Tracemos uma recta indefinida XY e por um ponto M d'essa recta levantemos uma

(*) quer dizer logo.

perpendicular na qual marquemos MC (fig. 177) egual á altura dada.

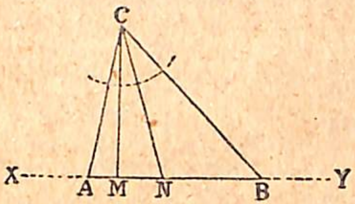

Fig. 177.

De C e com um raio egual á mediana conhecida marquemos o ponto N.

Tracemos a recta CN e de cada lado d'essa recta, no ponto C, construamos um angulo egual á metade de V.

Traçadas as rectas CB e CA veremos o triangulo ABC, solução do problema.

Problema 57. — Construir um triangulo conhecendo-se um angulo e duas alturas.

As duas alturas correspondem aos lados do angulo conhecido.

Formemos um angulo A egual ao angulo dado (fig. 178) e do vertice façamos partir duas perpendiculares: uma a cada lado do angulo.

Em uma d'estas perpendiculares marquemos AM egual a uma das alturas, e na outra, AN egual á segunda altura dada.

Por M tracemos uma parallela ao lado AE e por N outra parallela ao lado AF.

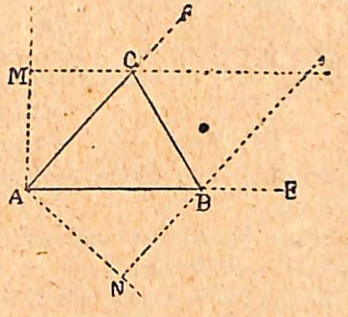

Fig. 178.

As parallelas determinam os pontos B e C e portanto o triangulo ABC. Unamos B a C.

Problema 58. — Construir um triangulo conhecendo-se os pés das tres alturas.

Sejam M, N e D os pés das tres alturas (fig. 179).

Unamos estes pontos entre si e prolonguemos as rectas em ambas as direcções.

Tracemos as bissectrizes dos angulos externos d'esse triangulo e ellas darão a solução do problema: o triangulo ABC.

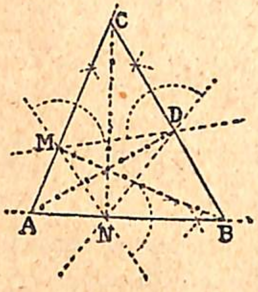

Fig. 179.

Problema 59. — Construir um triangulo conhecendo-se o raio do circulo circumscripto, um lado e uma altura.

1.° caso. — A altura corresponde ao lado dado.

Descrevamos uma circumferencia de circulo com o raio conhecido; de um ponto qualquer A (fig. 180) tomado na curva e com um raio egual ao lado dado determinemos o ponto B.

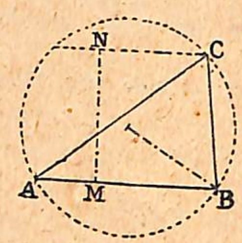

Fig. 180.

Tracemos a recta AB e tiremos-lhe uma parallela a uma distancia MN egual á altura conhecida.

Esta parallela determina o ponto C ao qual unamos A e B formando o triangulo ABC.

2.° caso — A altura corresponde a um dos lados desconhecidos.

Descrevamos uma circumferencia com o raio dado.

De um ponto A (fig. 181) e com um raio egual ao lado conhecido marquemos B.

Tracemos a recta AB e do ponto A, como centro e com um raio AM egual á altura dada, descrevamos um arco de circulo.

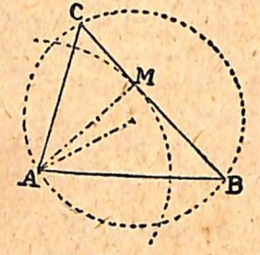

Fig. 181.

De B façamos partir uma recta que toque o arco no ponto M: esta recta determina o ponto C, terceiro vertice do triangulo pedido ABC. Unamos A e B ao ponto C.

Problema 60. — Construir um triangulo conhecendo-se as tres medianas.

Formemos um triangulo ABC (fig. 183) cujos lados sejam respectivamente eguaes á dois terços de cada mediana:

$$AB = \frac{2}{3} \text{ de M; } AC = \frac{2}{3} \text{ de N e } BC = \frac{2}{3} \text{ de P (fig. 182).}$$

Reproduzamos o triangulo ABC e CDB, traçando as parallelas aos lados CA e AB.

Prolonguemos DC, AC e BC; tracemos a recta AD e do ponto E appliquemos EF = P.

Unamos F a A e D.

ADF é o triangulo pedido.

Fig. 182.

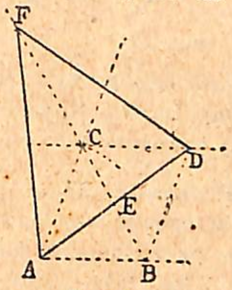

Fig. 183.

Problema 61. — Construir um triangulo, conhecendo-se a base, o perimetro e um angulo da base.

Pela extremidade A da recta AB (fig. 184) egual á base dada, formemos um angulo egual ao angulo conhecido.

Marquemos em AC o perimetro diminuido de AB.

Unamos C a B e tracemos no ponto B um angulo CBM egual ao angulo C.

ABM é o triangulo pedido.

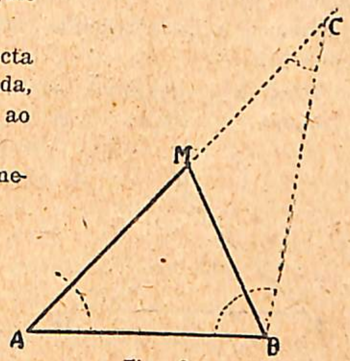

Fig. 184.

Problema 62. — Construir um triangulo conhecendo-se o perimetro e dois angulos.

Na extremidade M da recta MN (perimetro do triangulo pedido) formemos um angulo (fig. 186) egual á metade de P (fig. 185); no ponto N formemos um angulo egual á metade de R.

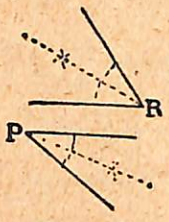

Fig. 185.

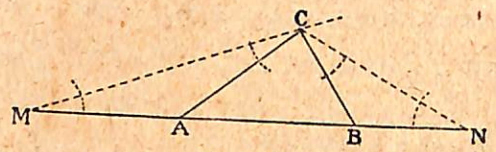

Fig. 186.

Achado o ponto C pelo encontro das rectas que formaram os angulos M e N, façamos o angulo ACM = M e BCN = N. O triangulo ABC resolve o problema.

Problema 63. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se um angulo agudo e a hypothenusa. Sobre uma recta qualquer marquemos MD (fig. 187) egual á hypothenusa conhecida; pelo ponto M façamos um angulo egual ao angulo dado, e do ponto D abaixemos a perpendicular DE sobre MG.

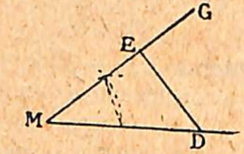

Fig. 187.

MDE é o triangulo pedido.

Outro processo. — Dividamos a hypothenusa MD (fig. 188) ao meio e com o centro em P descrevamos a semi-circumferencia que termine nos pontos M e D.

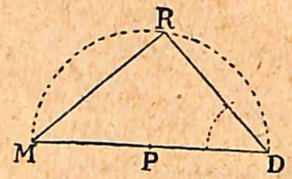

Fig. 188.

Fig. 189.

Neste ultimo ponto façamos um angulo egual a V (fig. 189)

prolongando o lado até determinar o ponto R, ao qual unamos M.

MDR é o triangulo pedido.

Problema 64. — Construir um triangulo rectangulo, conhecendo-se a hypothenusa e um catheto.

AB (fig. 190) é a hypothenusa e CD (fig. 191) é o catheto.

Sobre MN marquemos

Fig. 190.

Fig. 191.

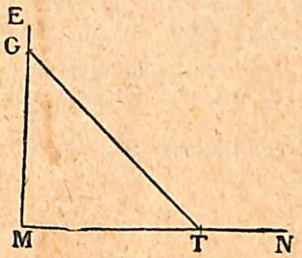

Fig. 192.

MT (fig. 192) = CD; pelo ponto M levantemos uma perpendicular ME, façamos centro em T e com um raio egual a AB, cortemos a perpendicular ME no ponto G o qual, ligado ao ponto T, resolve o problema.

Problema 65. — Construir um triangulo rectangulo, conhecendo-se um catheto e um angulo adjacente a esse catheto.

Sobre uma recta appliquemos AB (fig. 193) egual ao catheto; pela extremidade A levantemos uma perpendicular a essa recta e na outra extremidade reproduzamos o angulo agudo conhecido. O lado d'esse angulo determinará, na perpendicular, o ponto D e portanto o triangulo ABD.

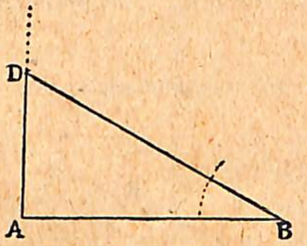

Fig. 193.

Problema 66. — Construir um triangulo rectangulo-isosceles conhecendo-se a hypothenusa.

Sobre uma recta appliquemos AB (fig. 194) egual á hypothenusa dada; façamos passar pelo meio d'esta recta uma perpendicular.

Com um raio NA (metade de AB) descrevamos a semi-circumferencia ACB.

Unamos os pontos A e B ao ponto C e obteremos o triangulo pedido.

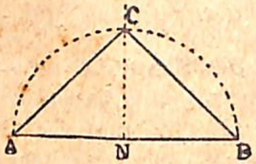

Fig. 194.

Problema 67. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se um angulo agudo e a somma dos cathetos.

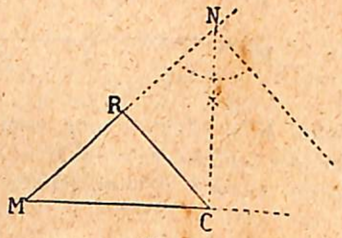

Fig. 195.

Sobre um dos lados do angulo dado M (fig. 195) appliquemos MN egual á somma dos dois cathetos. Formemos pelo ponto N um angulo recto e tiremos-lhe a bissectriz que determinará o ponto C no outro lado do mesmo angulo M.

Abaixemos do ponto C uma perpendicular a MN e o ponto R será o terceiro vertice do triangulo rectangulo pedido MRC.

MN = MR + RC porque RC = RN como lados symetricos do triangulo isosceles CNR.

Problema 68. — Construir um triangulo-rectangulo conhecendo-se um angulo agudo e a differença dos dois cathetos.

Sobre um dos lados do angulo conhecido V (fig. 196) appliquemos VB egual á differença dos dois cathetos.

Pelo ponto B formemos um angulo recto e tirémos-lhe a

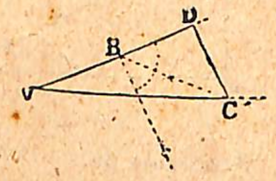

Fig. 196.

bissectriz que determinará o ponto C no outro lado do angulo V.

Abaixemos do ponto C uma perpendicular sobre o prolongamento de VB.

VDC é o triangulo rectangulo pedido, porque VB é a differença entre VD e DC ou DB.

Problema 69. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se um catheto e o raio do circulo inscripto.

Pela extremidade B da recta AB, catheto conhecido (fig. 197), levantemos uma perpendicular.

Com o lado BC, egual ao raio do circulo inscripto, construamos o quadrado CBEF.

Centro em E e raio egual a EC descrevamos uma circumferencia e do ponto A tiremos uma recta que toque a circumferencia e determine o ponto D no prolongamento da perpendicular BF.

ABD é o **triangulo** rectangulo pedido.

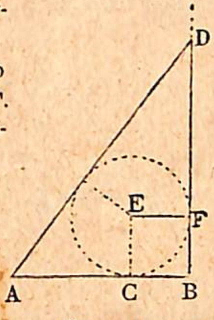

Fig. 197.

Problema 70. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se o raio do circulo inscripto e um angulo agudo.

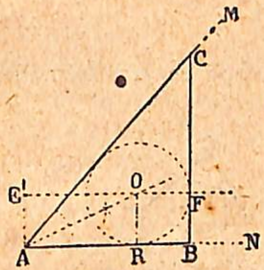

Fig. 198.

Tracemos um angulo agudo MAN (fig. 198) egual ao angulo dado e tiremos-lhe a bissectriz.

Pelo vertice A levantemos uma perpendicular a qualquer dos lados d'esse angulo e façamos AE egual ao raio do circulo inscripto.

Por E tiremos uma parallela a AN: essa parallela determinará o ponto O, centro do circulo inscripto, e situado na bissectriz do angulo A.

Tracemos a circumferenc:a com o raio OR e centro O.

A circumferencia marcará o ponto F na parallela a AN.

Finalmente por esse ultimo ponto F façamos passar uma perpendicular a EF a qual determinará os pontos C e B e portanto o triangulo ABC.

Problema 71. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se a altura correspondente á hypothenusa e a differença dos angulos agudos.

Seja MN a altura (fig. 199) e V a differença entre os angulos agudos (fig. 200).

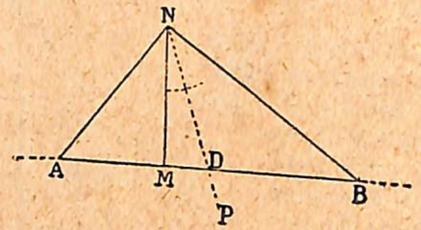

Fig. 199.

Fig. 200.

Formemos um angulo MNP = V e pela extremidade M tracemos uma perpend:cular a MN; esta perpendicular determ:na o ponto D no lado NP.

Reproduzamos em DB e DA a medida DN e unamos N a A e B: obteremos o triangulo pedido ANB.

Problema 72. — Inscrever um circulo em um triangulo dado.

Tiremos as bissectrizes dos angulos A e B do triangulo conhecido ABC (fig. 201).

O ponto M, intersecção das duas bissectrizes, é o centro do circulo. Com o raio MN, perpendicular sobre AB, descrevamos a circumferencia que tocará os lados do triangulo.

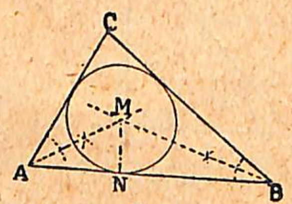

Fig. 201.

Problema 73. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se a hypothenusa e a altura correspondente.

Sobre a hypothenusa conhec:da AB, como diametro, descrevamos uma semi-circumferencia (fig. 202) e de um ponto qualquer d'essa recta (A por exemplo) levantemos-lhe uma perpendicular sobre a qual marquemos AM egual á altura dada.

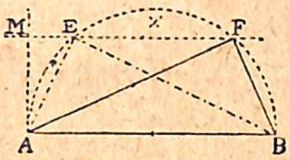

Fig. 202.

De M tracemos uma parallela a AB, a qual determinará E e F na semi-circumferencia.

Qualquer dos triangulos AEB ou AFB resolve o problema.

Nota. — Este problema só terá solução quando a altura fôr egual, ou menor do que a metade da hypothenusa.

Problema 74. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se um catheto e a altura abaixada do vertice do angulo recto.

Construamos o triangulo rectangulo ACB (fig. 203) sendo AC egual á altura dada e AB ao catheto conhecido.

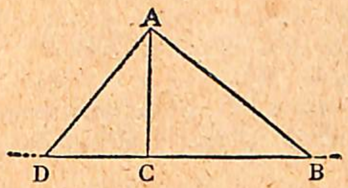

Fig. 203.

Prolonguemos BC e pelo ponto A da recta AB levantemos a perpendicular AD.

DAB é o triangulo pedido.

Problema 75. — Construir um triangulo rectangulo conhecendo-se a mediana e a altura provenientes do angulo recto.

Tracemos o triangulo rectangulo APR em que AP é egual á altura e AR á mediana (fig. 204).

Prolonguemos PR para ambos os lados e marquemos RB e RC eguaes cada uma a RA.

Tracemos as rectas AB e AC.

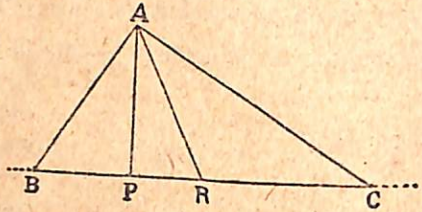

Fig. 204.

BAC é o triangulo que resolve o problema.

Problema 76. — Por um ponto dado, traçar uma recta que separe dois outros pontos tambem dados e lhes seja equidistante.

M e N são os pontos conhecidos e R o ponto pelo qual deverá passar a recta equidistante de M e N (fig. 205).

Unamos estes pontos e dividamos a recta MN ao meio. De R tracemos RFD que será a recta pedida, porque os triangulos rectangulos MEF e NDF são eguaes por terem as hypothenusas eguaes e os angulos em F tambem eguaes ∴ ME = ND.

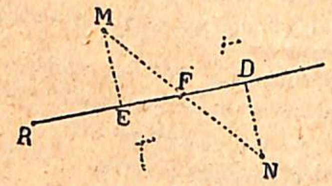

Fig. 205.

EXERCICIOS

1. — Hilda! traça um triangulo.
2. — Que nome tem a somma dos lados de um triangulo? — Exemplo.
3. — A que é egual a somma dos angulos de um triangulo? — Mostra praticamente.
4. — Mostra a altura de um triangulo.
5. — Mostra a mediana.

6. — Como se dividem os triangulos em relação á grandeza de seus lados?
7. — Traça um triangulo escaleno; — um isosceles; — um equilatero.
8. — Como se dividem os triangulos em relação á grandeza de seus angulos?
9. — Traça um triangulo acutangulo; — um obtusangulo; — um rectangulo; — um equiangulo.
10. — Mostra uma hypothenusa; — um catheto.
11. — Quaes são os tres casos de egualdade dos triangulos?
12. — Constroe um triangulo equilatero cujo lado seja egual a 30 millimetros.
13. — Idem um triangulo equilatero cujo perimetro seja egual a 120 millimetros.
14. — Idem um triangulo rectangulo cujos cathetos meçam, um 30 millimetros e o outro 37 millimetros:
15. — Idem um triangulo rectangulo em que um dos cathetos meçam 25 millimetros e a hypothenusa 40 millimetros.
16. — Idem um triangulo rectangulo isosceles cuja somma dos cathetos seja egual a 50 millimetros.
17. — Idem um esquadro em cartão, medindo o catheto menor 101 millimetros e o maior 203 millimetros.

Corta em papel ou cartão um **triangulo isosceles:**

18. — base = 5 centimetros e a altura = 6 centimetros.
19. — base = 5 centimetros e lado adjacente = 7 centimetros.
20. — base = $0^m,045$ e angulo do vertice = 1/2 de um angulo recto.
21. — base = $0^m,052$ e raio do circulo inscripto = $0^m,03$.
22. — base = $0^m,034$ e raio do circulo circumscripto = $0^m,04$.
23. — altura = $0^m,048$ e angulo da base = 1/3 de um angulo recto.
24. — altura = $0^m,048$ e perimetro = $0^m,16$.
25. — altura = $0^m,05$ e angulo do vertice = 1/3 do angulo recto.

26. — um dos lados symetricos = 0m,06 e um dos angulos da base = 1/4 do angulo recto.

Corta em cartão ou papel um **triangulo** *cujos dados sejam:*

27. — um lado 0m,06; outro = 0m,05 e o terceiro = 0m,043.
28. — um lado = 0m,058; um outro = 0m,045 e o angulo por elles formado = 3/4 do angulo recto.
29. — um lado = 0m,062 outro lado = 0m,05 e o angulo oposto ao primeiro = 60º.
30. — um lado = 0m,08; um outro = 0m,068 e a mediana correspondente ao segundo = 0m,045.
31. — idem e a mediana correspondente ao lado desconhecido = 0m,06.
32. — um lado = 0m,06; um outro = 0m,07 e a altura correspondente ao primeiro = 0m,05.
33. — idem e a altura correspondente ao lado desconhecido = 0m,04.
34. — um lado = 0m,059; a base = 0m,08 e a altura 0m,03.
35. — um lado 0m,075; uma altura = 0m,06 e uma outra = 0m,062 sendo a primeira correspondente ao lado dado.
36. — o raio do circulo circumscripto = 0m,05; um lado = 0m,06 e uma altura = 0m,055, correspondendo ao lado dado.
37.—uma mediana = 0m,09; outra = 0m,08 e a terceira = 0m,10.

Corta em papel ou cartão um **triangulo rectangulo** *cujos dados sejam:*

38. — um angulo agudo = 1/3 do angulo recto e a hypothenusa = 0m,072.
39. — um catheto = 0m,05 e um angulo agudo adjacente = 2/3 do angulo recto.
40. — um angulo agudo = 1/3 do angulo recto e a somma dos cathetos = 0m,12.
41. — um angulo agudo = 1/3 do angulo recto e a differença dos dois cathetos = 0m,05.
42. — um catheto = 0m,08 e o raio do circulo inscripto = 0m,025.

43. — hypothenusa 0m,07 = e a altura correspondente = 0m,043.
44. — mediana proveniente do angulo recto = 0m,06 e a altura proveniente do mesmo vertice = 0m,05.

Desenha um **triangulo equilatero** *cujos dados sejam:*

45. — a altura = 0m,06.
46. — o lado = 0m,08.
47. — o lado = hypothenusa de um triangulo rectangulo cujos cathetos sejam respectivamente eguaes a 4cm. e 6 cm.
48. — a altura = metade do perimetro de um triangulo isosceles cuja base seja egual a 5 cm. e cada lado symetrico = 3 cm., 2.
49. — o perimetro = 12 cm., 5.
50. — a metade do perimetro = 8 cm., 8.
51. — a altura = um terço de perimetro de um triangulo rectangulo cuja hypothenusa = 6 cm. e um catheto 2 cm., 4.
52. — a quarta parte do perimetro = 2 cm., 7.

CAPITULO VI

SUMMARIO: **Quadrilateros. — Quadrado. — Losango. — Rectangulo. — Parallelogrammo. — Trapezios. — Problemas.**

QUADRILATEROS.

Uma superficie plana terminada por quatro linhas rectas chama-se **quadrilatero** ou **quadrangulo** (fig. 206). O Largo de São S. Francisco de Paula é um **quadrilatero**. Os

Fig. 206. — Um quadrilatero.

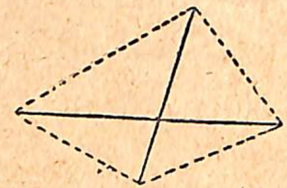

Fig. 207.

enveloppes, os cartões de visitas, as vidraças, os cadernos, os mappas têm geralmente a fórma de **quadrilateros.**

Cada **quadrilatero** tem quatro *lados*, quatro *angulos* e quatro *vertices*.

A linha que une dois *vertices* oppostos, isto é não consecutivos, chama-se *diagonal* (fig. 207).

Cada **quadrilatero** tem duas *diagonaes*.

A somma dos *lados* de um **quadrilatero** chama-se PERIMETRO.

A somma dos *angulos* de um **quadrilatero** vale quatro angulos rectos.

Os **quadrilateros** são:

Quadrilateros . . .
1. — *Quadrado.*
2. — *Losango.*
3. — *Rectangulo.*
4. — *Parallelogrammo.*
5. — *Trapezio.*
6. — *Quadrilatero irregular.*

Se um **quadrilatero** tem os lados eguaes,

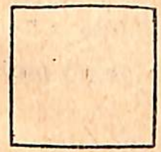

Fig. 208.
Um quadrado.

parallelos dois a dois e os angulos rectos, toma o nome de QUADRADO (fig. 208). Uma moldura póde ter a fórma de um QUADRADO; o fundo de uma caixa póde ser QUADRADO. As *diagonaes* de um QUADRADO são eguaes, perpendiculares entre si, e dividem-se mutuamente ao meio.

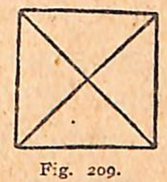

Fig. 209.

Quando traçamos as *diagonaes* de um QUADRADO, ellas o dividem em quatro triangulos rectangulo-isosceles eguaes (fig. 209).

Tracemos sobre papel ou cartão um QUADRADO e suas *diagonaes,* em seguida cortemol-o segundo os lados e as diagonaes, e obteremos os quatro triangulos que, superpostos, nos mostrarão pratica e tachymetricamente que são eguaes.

Synopse

Quadrado...
- *lados .....* { *eguaes e parallelos dois a dois.*
- *angulos rectos.*
- *diagonaes..* { *eguaes, perpendiculares entre si, dividem-se ao meio.*

Um **quadrilatero** com os lados eguaes, parallelos dois a dois e com dois angulos agudos e dois obtusos, chama-se LOSANGO (fig. 210).

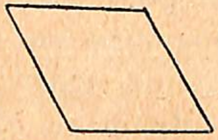

Fig. 210. — Losango.

Se juntarmos as bases de dous triangulos isosceles, obteremos um LOSANGO.

Em um LOSANGO os *angulos* oppostos são eguaes, as *diagonaes* são deseguaes, perpendiculares entre si e dividem-se ao meio.

O LOSANGO com as *diagonaes,* fica dividido em quatro triangulos rectangulo-escalenos eguaes (fig. 211).

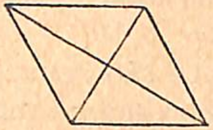

Fig. 211.

A *base* é qualquer um dos lados e a *altura* é a perpendicular abaixada de um ponto da *base* ou do seu prolongamento sobre o lado opposto.

Synopse

Losango...
- *lados.....* { *eguaes e parallelos dois a dois.*
- *angulos....* { *dois agudos eguaes. dois obtusos eguaes.*
- *diagonaes..* { *deseguaes. perpendiculares entre si, dividem-se ao meio.*

Quando um **quadrilatero** tem os *lados* oppostos eguaes e parallelos e os *angulos* rectos, chama-se RECTANGULO ou QUADRILONGO (fig. 212).

Fig. 212. — Rectangulo.

Uma moldura, uma

nota de quinhentos réis, um mappa, um livro, um cartão de visitas, um caderno, uma régua, têm a fórma de um RECTANGULO.

As *diagonaes* de um RECTANGULO são eguaes e dividem-se ao meio; a *base* é geralmente um dos lados maiores e a *altura* é um dos lados adjacentes á *base*.

Synopse

Rectangulo..
- *lados oppostos.* — *eguaes e parallelos.*
- *angulos rectos.*
- *diagonaes..* — *eguaes e dividem-se ao meio.*

O **q u a d r i l a t e r o**, cujos *lados* oppostos são eguaes e parallelos e os *angulos*, dois agudos e dois obtusos, é um PARALLELOGRAMMO (fig. 213).

Fig. 213. — Parallelogrammo.

As *d i a g o n a e s* d'este **q u a d r i l a t e r o**, são deseguaes e dividem-se ao meio.

A *base* é geralmente um dos dois lados maiores e a *altura* é a perpendicular que une

a *base* ou o seu prolongamento ao lado opposto.

Synopse

Parallelogrammo..
- *lados oppostos.* — *eguaes e parallelos.*
- *angulos..* — *dois agudos eguaes e dois obtusos eguaes*
- *diagonaes.* — *deseguaes e dividem-se ao meio*

Se o **quadrilatero** tem sómente dois de

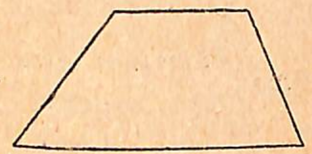

Fig. 214. — Trapezio.

Fig. 215. — Trapezio rectangulo.

seus lados parallelos, recebe o nome de TRAPEZIO (fig. 214). O TRAPEZIO é RECTANGULO (fig. 215), quando tem dois angulos rectos; é ISOSCELES, ou SYMETRICO (fig. 216), quando os lados não parallelos são

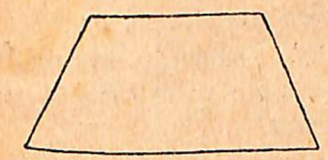

Fig. 216. — Trapezio isosceles.

eguaes, e é ESCALENO ou IRREGULAR (fig. 217) quando os angulos e os lados são deseguaes.

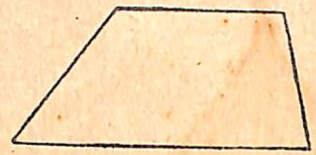

Fig. 217. — Trapezio escaleno.

Os lados parallelos são as *bases* do TRAPEZIO e a *altura* é a perpendicular que une as duas *bases* ou uma *base* e o prolongamento da outra.

A recta que une os *meios* das *bases* de um TRAPEZIO SYMETRICO denomina-se *mediana* ou *eixo de symetria.*

Synopse

Trapezio
- *rectangulo: dois angulos rectos*
- *isosceles ou symetrico* — *lados não parallelos, eguaes.*
- *escaleno ou irregular* — *lados e angulos deseguaes.*

A' recta que une os *meios* dos *lados oppostos* de um QUADRADO, de um LOSANGO, de um RECTANGULO, de um PARALLELOGRAMMO dá-se o nome de *diametro* ou *mediana.*

O *diametro* divide a figura em partes eguaes.

Em cada um d'esses **quadrilateros** ha duas *medianas*, e a intersecção d'essas *medianas* é o *centro* da figura.

Quando dois ou mais quadrilateros têm *perimetros* eguaes chamam-se ISOPERIMETROS.

Problema 77. — Construir um quadrado, conhecendo-se um lado.

1.ª Solução. — Sobre uma recta appliquemos o lado AM (conhecido) e de cada um dos pontos A e M (fig. 218) levantemos, com o auxilio de um esquadro, uma perpendicular.

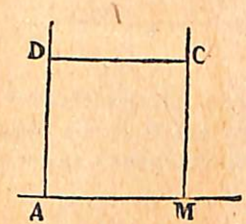

Fig. 218.

Façamos as distancias AD e MC eguaes cada uma a AM; unamos o ponto D ao ponto C e teremos construido o **quadrado.**

2.ª Solução. — Façamos um angulo recto (fig. 219).

A partir do vertice M e com um raio egual á medida do lado conhecido, determinemos os pontos E e F; centro nesses pontos e com o mesmo raio, determinemos C, o qual, unido aos pontos E e F, resolve o problema.

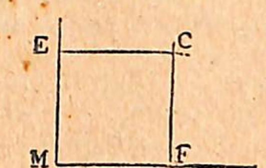

Fig. 219.

3.ª Solução. — Das extremidades A e B do lado dado (fig. 220) e com um raio egual a AB descrevamos os arcos que partem d'esses pontos.

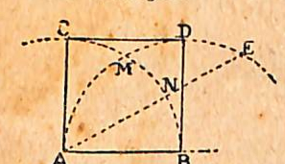

Fig. 220.

Da intersecção M dos dois arcos, e com o mesmo raio, determinemos o ponto E.

Tracemos a recta AE e do ponto M, com um raio egual a MN, marquemos C e D.

Unamos entre si A e C; C e D; D e B.

ABCD é o quadrado pedido.

Problema 78. — Construir um quadrado conhecendo-se um lado e o ponto central d'esse quadrilatero.

Seja M o ponto central (fig. 221).

Tracemos uma recta que passe por esse ponto e perpendicular a essa recta, tiremos outra que tambem passe pelo mesmo ponto M.

Tomemos a metade do lado dado e, fazendo centro em M, descrevamos uma circumferencia de circulo que determinará E, F, G, H nas perpendiculares.

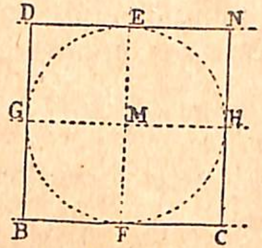

Fig. 221.

Por E e F tracemos rectas parallelas a GH e por estes pontos G e H, tracemos parallelas a EF; obteremos assim o quadrado BCDN.

Problema 79. — Construir um quadrado conhecendo-se uma diagonal.

1.ª Solução. — Seja MR a diagonal (fig. 222).

Façamos passar pelo meio d'essa recta uma perpendicular e com o centro em B (meio de MR) e raio BM ou BR descrevamos uma circumferencia de circulo que determinará na perpendicular os pontos C e D.

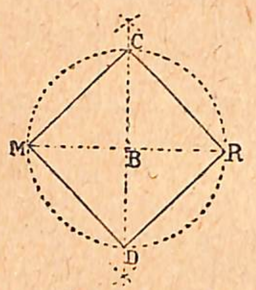

Fig. 222.

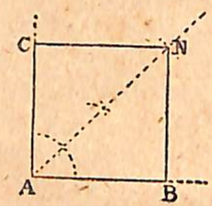

Fig. 223.

Unamol-os a M e R e estará traçado o quadrado MDCR.

2.ª Solução. —Tracemos um angulo recto e a sua bissectriz; appliquemos em AN (fig. 223) a medida da diagonal dada.

Do ponto N tracemos NC parallela a um lado do angulo e NB parallela ao outro lado.

ABCN é o quadrado pedido.

Problema 80. — Construir um quadrado conhecendo-se sómente a differença entre o lado e a diagonal.

Seja R (fig. 224) a differença entre o lado e a diagonal de um quadrado.

Construamos um quadrado qualquer MNOP; tracemos a diagonal MP prolongando-a em ambas as direcções (fig. 225).

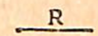

Fig. 224.

Façamos centro em P e com o raio egual a PN descrevamos o arco NQ. A distancia QM será a differença entre o lado e a diagonal do quadrado MNOP.

Appliquemos de Q até A a differença dada R e do ponto A façamos partir uma parallela ao lado MN; prolonguemos a recta que passa por QN até determinar n'essa parallela o ponto B.

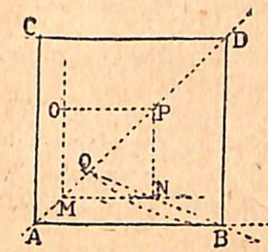

Fig. 225.

AB será o lado do quadrado pedido.

Construamos portanto sobre AB o quadrado ABCD.

Problema 81. — Construir um rectangulo, conhecendo-se dois lados adjacentes.

Façamos um angulo recto. A partir do vertice, com um raio egual a um dos lados determinemos o ponto E (fig. 226), e com a distancia egual ao outro lado, marquemos o ponto F; façamos partir do ponto F uma

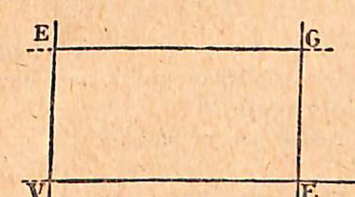

Fig. 226.

parallela a VE e, do ponto E, outra a VF; estas duas rectas encontram-se no ponto G. O quadrilatero VFEG é o **rectangulo** pedido.

Problema 82. — Construir um rectangulo conhecendo-se um lado e uma diagonal.

Façamos centro em P (meio da diagonal dada AB) e com um raio egual a PB ou PA descrevamos uma circumferencia de circulo (fig. 227).

De A e B, como centros, e com um raio egual ao lado dado, marquemos os pontos E e F, aos quaes unamos A e B obtendo o rectangulo pedido AEFB.

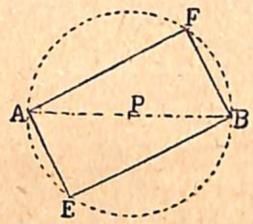

Fig. 227.

Problema 83. — Construir um rectangulo conhecendo-se um lado e o angulo formado por esse lado e a diagonal.

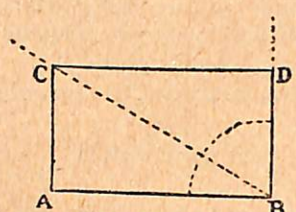

Fig. 228.

AB é o lado dado (fig. 228).

Formemos na extremidade B um angulo egual ao angulo conhecido e por A e B levantemos perpendiculares a AB.

A perpendicular do ponto A encontra no ponto C a recta que fórma o angulo B.

De C façamos partir uma parallela a AB, a qual determinará o ponto D.

ABCD é o rectangulo.

Problema 84. — Construir um rectangulo conhecendo-se uma diagonal e o angulo formado por essa diagonal e um dos lados.

Seja AB a diagonal (fig. 229).

Formemos nas extremidades A e B os angulos ABM e BAN eguaes, cada um ao angulo dado.

Levantemos pela extremidade A da recta AN a perpendicular AE e pela extremidade B da recta BM, a perpendicular BF; resulta o rectangulo BEFA.

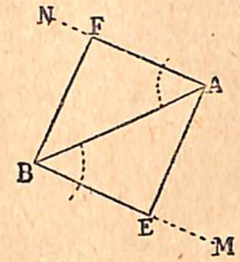

Fig. 229.

Problema 85. — Construir um rectangulo conhecendo-se uma diagonal e um dos angulos formados pelas duas diagonaes.

Seja A o angulo dado (fig. 230).

Prolonguemos seus lados de modo a formar o angulo verticalmente opposto.

Façamos centro no vertice do angulo e com um raio egual á metade da diagonal conhecida, determinemos o pontos BCED.

Unamos entre si B e C; C e E; E e D; D e B.

CEBD é o rectangulo.

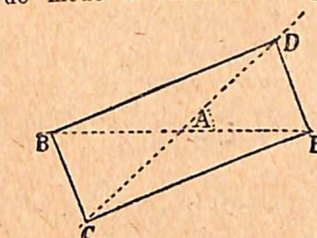

Fig. 230.

Problema 86. — Construir um rectangulo conhecendo-se um lado e um dos angulos formados pelas duas diagonaes entre si.

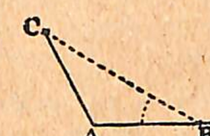

Fig. 231.

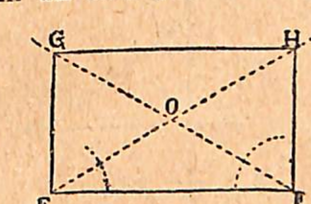

Fig. 232.

Marquemos sobre os lados do angulo dado AB = AC, e unamos C a B (fig. 231).

Sobre uma recta reproduzamos em EF (fig. 232) a medida do lado conhecido e em cada uma das extremidades E e F formemos um angulo egual a B ou C.

Dois lados d'estes angulos assignalam o ponto O que é o centro do rectangulo e do qual, com um raio OE ou OF, determinemos G e H.

Tracemos as rectas EG, GH, HF e teremos o rectangulo pedido.

Problema 87. — Construir um rectangulo conhecendo-se uma diagonal e o perimetro.

Seja a diagonal egual a $0^m,038$ e o perimetro $= 0^m,10$.

Façamos o angulo A egual á metade do angulo recto e appliquemos de A até B a medida da metade do perimetro.

De B, como centro, e com um raio egual á diagonal, descrevamos um arco que córte o outro lado do angulo no ponto C, do qual abaixemos a perpendicular CD sobre AB.

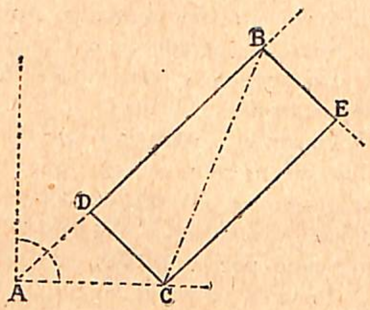

Fig. 233.

Unamos B a C; pelo ponto B tiremos uma parallela a DC e por C uma outra a DB. CEDB resolve o problema.

Problema 88. — Construir um losango conhecendo-se as duas diagonaes.

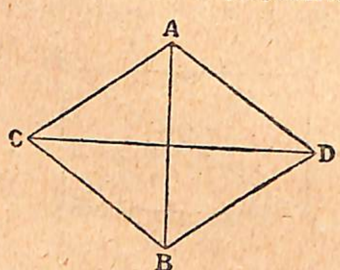

Fig. 234.

Sejam AB e CD (fig. 234) as diagonaes. Tracemos estas

diagonaes perpendicularmente entre si e reciprocamente uma pelo meio da outra, unamos os pontos A e D; A e C; B e C; B e D e teremos resolvido o problema.

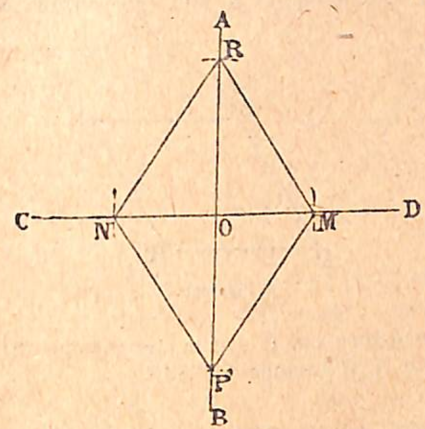

Fig. 235.

Problema 89. — Construir um losango qualquer.

Tracemos as rectas AB e CD perpendicularmente entre si (fig. 235); tomemos, a partir do ponto O, OM = ON; OP = OR, tracemos as rectas RM, MP, PN e NR e o quadrilatero RMPN é o losango pedido.

Problema 90. — Construir um losango conhecendo-se um lado e uma das diagonaes.

Seja um lado egual a $0,^m022$ e a diagonal egual a $0^m,35$.

Tracemos MN $= 0^m,035$ e das extremidades M e N, com um raio egual a $0^m,022$ determinemos os pontos O e P (fig. 236).

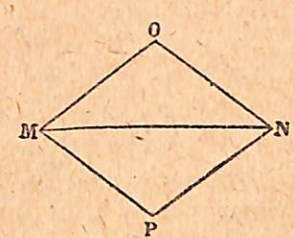

Fig. 236.

Unamos O a M e N, e P aos mesmos pontos. MPON é o losango pedido.

Problema 91. — Construir um losango conhecendo-se um lado e um angulo.

Seja PR o lado (fig. 238), e M o angulo (fig. 237).

Formemos em P um angulo egual a M e reproduzamos em PS o lado PR.

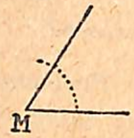

Fig. 237.

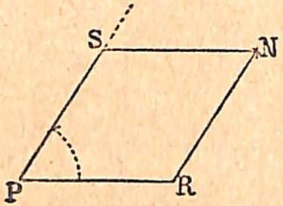

Fig. 238.

Com o centro em S e depois em R e com um mesmo raio PR determinemos o ponto N. O losango é PRSN.

Problema 92. — Construir um losango conhecendo-se um angulo e uma diagonal.

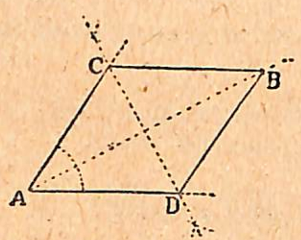

Fig. 239.

Tiremos a bissectriz do angulo conhecido A (fig. 239) e marquemos de A até B a medida da diagonal dada.

Façamos passar pelo meio d'essa diagonal uma perpendicular que determinará os pontos C e D nos lados do angulo A.

Unamos B a C e D. O losango pedido é ADCB.

Problema 93. — Construir um parallelogrammo, conhecendo-se dois lados adjacentes e uma diagonal.

1.ª Solução — Sejam AB e CD (fig. 240) os lados adjacentes e EF (fig. 241) a diagonal. Tracemos a linha MN

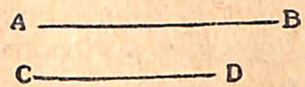

Fig. 240.

Fig. 241.

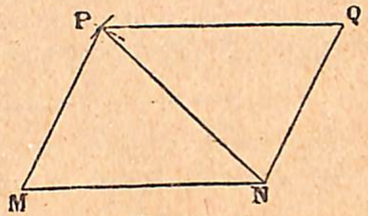

Fig. 242.

egual a AB; do ponto M (fig. 242) com um raio egual a CD e ponto N com um raio egual a EF, determinemos o ponto P, unamol-o aos pontos M e N. Do ponto P tiremos uma parallela a MN e do ponto N, outra a MP.

O quadrilatero MNPQ é o parallelogrammo pedido.

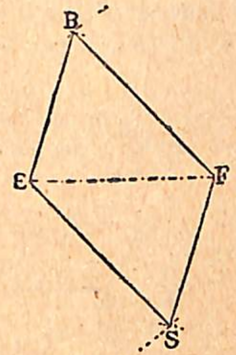

Fig. 243.

2.ª Solução. — EF é a diagonal (fig. 243).

Façamos centro em E e depois em F, e com um mesmo raio egual a AB (fig. 240) descrevamos dois arcos, um de um lado e outro do outro lado da recta EF.

Com um raio egual a CD (fig. 240) e centro nos mesmos pontos E e F cortemos os arcos já traçados nos pontos R e S, aos quaes unamos as extremidades E e F.

REFS é o parallelogrammo pedido.

Problema 94. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se dois lados adjacentes e a altura.

Fig. 244.

Fig. 245.

Sejam AB e CD (fig. 244) os lados adjacentes e EF (fig. 245) a altura. Tracemos a linha MN igual a CD e do ponto N (fig. 246) levantemos uma perpendicular NQ egual á recta EF pelo ponto Q tracemos uma linha indefinida JK parallela a MN. Façamos centro em N e com um raio egual a

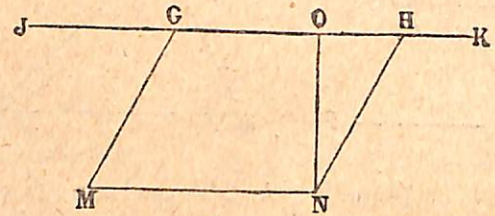

Fig. 246.

AB cortemos no ponto H a recta JK; unamos H a N e pelo ponto M tracemos uma parallela a NH. MNGH é o parallelogrammo pedido.

Problema 95. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se dois lados adjacentes, um angulo agudo e um angulo obtuso.

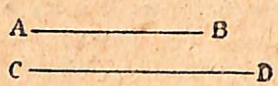

Fig. 247.

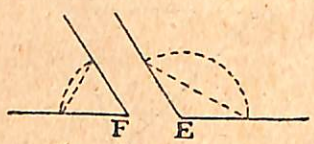

Fig. 248.

Sejam AB e CD (fig. 247) os lados adjacentes; E e F (fig. 248) os angulos. Façamos MN = CD e nos pontos

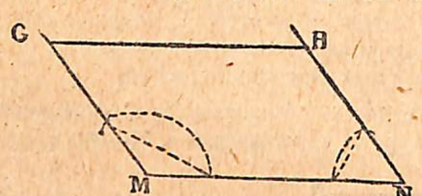

Fig. 249.

M e N (fig. 249) construamos dois angulos respectivamente eguaes a E e F; do ponto M, como centro, e com um

raio egual a AB determinemos o ponto G do qual façamos partir a recta GH parallela a MN e assim resolvemos o problema.

Nota. — A somma d'esses dois angulos deve ser sempre egual a do's angulos rectos.

Problema 96. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se dois lados adjacentes e o angulo por elles formado.

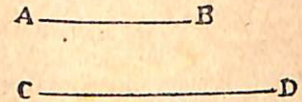

Fig. 250.

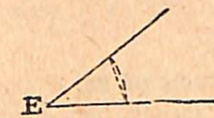

Fig. 251.

Sejam AB e CD (fig. 250) os lados adjacentes e E (fig. 251) o angulo. Sobre uma recta indefinida marquemos a dis-

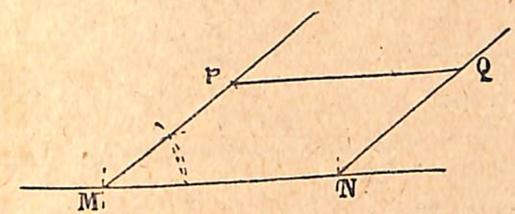

Fig. 252.

tancia MN egual a CD, no ponto M (fig. 252) façamos um angulo egual a E e com um raio egual a AB marquemos o ponto P, a partir de M. Do ponto N tracemos uma parallela a MP e do ponto P outra a MN. MNPQ é o parallelogrammo pedido.

Problema 97. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se as diagonaes e um lado.

Uma das diagonaes mede $0^m,03$ e a outra $0^m,04$; o lado $0^m,02$.

Sobre uma recta marquemos a medida do lado (fig. 253).

Construamos o triangulo ABC tendo para base esse lado e para os outros lados as metades das diagonaes dadas.

Prolonguemos AC e BC e reproduzamos em CD a medida CB, e em CE a medida CA.

Tracemos os lados AD, DE e EB e teremos o parallelogrammo ABDE.

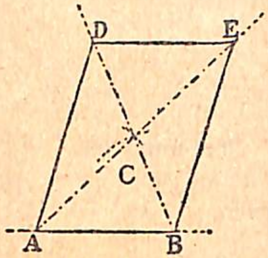

Fig. 253.

Problema 98. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se um lado, um angulo, e uma diagonal.

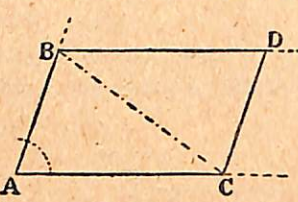

Fig. 254.

Seja A, o angulo (fig. 254): o lado mede $0^m,02$ e a diagonal $0^m,03$.

Marquemos $AB = 0^m,02$ e do ponto B, como centro, e com um raio egual a $0^m,03$ determinemos o ponto C, no outro lado do angulo A.

De B tiremos uma parallela AC, e de C outra a AB. A solução do problema é ACBD.

Problema 99. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se um lado, uma altura e um angulo. Seja de $0^m,03$ a medida do lado; de $0^m,02$ a da altura e A o angulo (fig. 255).

Marquemos $AB = 0^m,03$ e do vertice levantemos uma perpendicular a BA.

Façamos $AM = 0^m,02$.

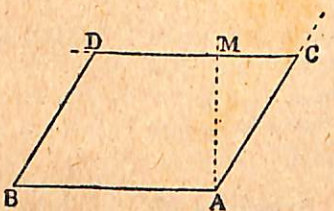

Fig. 255.

Pelo ponto M tiremos uma parallela a BA e por B uma outra a AC. O quadrilatero BADC resolve o problema.

Problema 100. — Construir um parallelogrammo conhecendo-se um angulo, o perimetro e uma diagonal.

Seja de $0^m,043$ a medida da diagonal; o perimetro egual a $0^m,10$ e N o angulo (fig. 256).

Façamos em A (fig. 257) um angulo egual a $\frac{1}{2}$ de N; appliquemos em AB a metade do perimetro. Centro em B, e com um raio egual á diagonal determinemos o ponto C.

Tracemos a diagonal BC, e façamos passar pelo meio de CA uma perpendicular que determine o ponto E na recta AB.

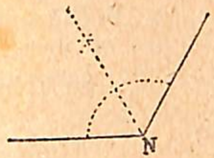

Fig. 256.

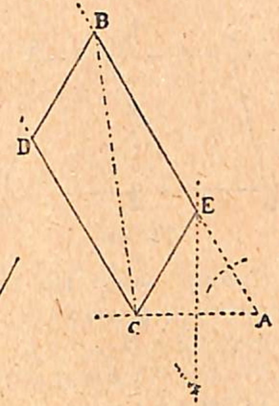

Fig. 257.

Unamos E a C e por este ultimo ponto tracemos uma parallela a EB.

De B tracemos uma parallela a EC e acharemos o ponto D, quarto vertice do parallelogrammo DCBE.

Problema 101. — Construir um trapezio symetrico.

Tracemos uma recta AB (fig. 258), dividamol-a ao meio e com a distancia OA descrevamos uma semi-circumferencia tendo como centro o ponto O (meio da recta AB).

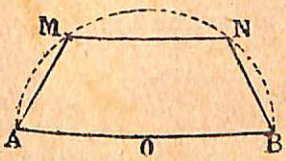

Fig. 258.

Do ponto A e com uma distancia qualquer determinemos o ponto M do qual façamos partir uma recta MN parallela a AB.

Unamos os pontos M e A; N e B. O quadrilatero ABMN é o trapezio symetrico pedido.

Problema 102. — Construir um trapezio isosceles conhecendo-se as duas bases e a altura.

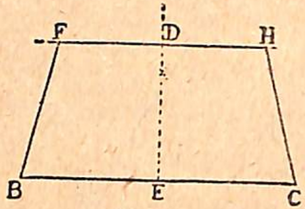

Fig. 259.

A base maior $= 0^m,04$; a menor $= 0^m,03$ e a altura $= 0^m,02$.

Marquemos sobre uma recta: BC $= 0^m,04$ e pelo meio de BC (fig. 259) levantemos-lhe uma perpendicular.

Appliquemos, a partir de E, ED $= 0^m,02$.

Façamos passar por D uma parallela a BC e com um raio egual a $\frac{1}{2}$ de $0^m,03$ ($0^m,015$) determinemos do ponto D, os pontos F e H.

Unamos F a B e H a C.

BCFH é o trapezio pedido.

Problema 103. — Construir um trapezio conhecendo-se as duas bases e os dois lados não parallelos. Seja a base maior $= 0^m,035$; a base menor $= 0^m,022$; um dos lados $= 0^m,023$ e o outro $= 0^m,03$.

Marquemos em uma recta AD $= 0^m,035$ e AC $= 0^m,022$.

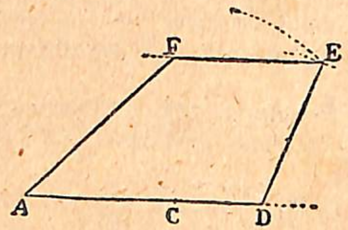

Fig. 260.

Façamos centro em C (fig. 260) e com um raio egual a $0^m,03$ descrevamos um arco que será cortado no ponto E por um outro arco, traçado com um raio egual a $0^m,023$ e do ponto D, como centro.

De E tiremos uma parallela a AD e sobre essa parallela appliquemos EF $= 0^m,022$.

Unamos o ponto F ao ponto A, e E ao ponto D: resolveremos assim o problema.

Problema 104. — Construir um trapezio-isosceles conhecendo-se as bases e um angulo.

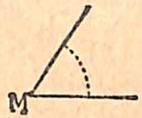

Fig. 261.

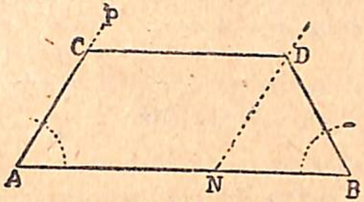

Fig. 262.

Seja uma das bases $= 0^m,05$; a outra $= 0^m,03$, e M o angulo (fig. 261).

Sobre uma recta marquemos AB $= 0^m,05$ e AN $= 0^m,03$.

Formemos em A e em B (fig. 262) angulos eguaes a M. De N tracemos uma parallela a AP até determinar o ponto D, do qual tracemos uma outra parallela a AB.

ABCD é o trapezio-isosceles pedido.

Problema 105. — Construir um trapezio-isosceles conhecendo-se uma base, a altura, e um dos lados eguaes.

Seja a base $= 0^m,05$; a altura $= 0^m,015$ e um dos lados $= 0^m,02$.

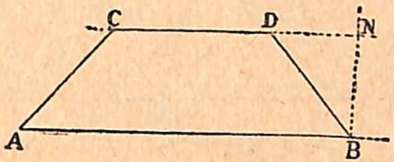

Fig. 263.

Sobre uma recta marquemos AB $= 0^m,05$ e de um ponto qualquer B, d'essa recta (fig. 266) levantemos-lhe uma perpendicular e façamos BN $= 0^m,015$.

Pelo ponto N tracemos uma parallela a AB.

Centro em A e depois em B e sempre com um raio egual $0^m,02$ determinemos os pontos C e D.

ABCD é a solução do problema.

Problema 106. — Construir um trapezio isosceles conhecendo-se as bases e uma diagonal.

Seja uma das bases $= 0^m,03$; a outra $= 0^m,02$ e a diagonal $= 0^m,028$.

Marquemos em uma recta, $AB = 0^m,03$ e $AR = 0^m,02$ (fig. 264).

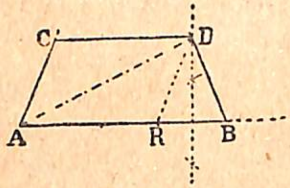

Fig. 264.

Pelo meio de RB façamos passar uma perpendicular e de A, como centro, e raio $= 0^m,028$, determinemos o ponto D.

Unamos D a B e a R.

Pelo ponto A tiremos uma parallela a RD, e por D outra a AB.

ABCD resolve o problema.

Problema 107. — Construir um trapezio conhecendo-se as bases e as diagonaes.

Seja uma das bases $= 0^m,04$; a outra $= 0^m,025$; uma diagonal $= 0^m,04$ e a outra $= 0^m,035$.

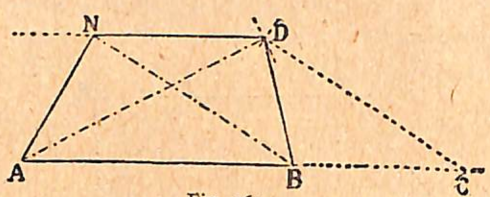

Fig. 265.

Construamos o triangulo ACD (fig. 265), em que a base AC é egual á somma das bases do trapezio ($0^m,04 + 0^m,025 = 0^m,065$) e $AD = 0^m,04$ (uma das diagonaes); $CD = 0^m,035$ (outra diagonal).

Do ponto D tracemos uma parallela a AC, e de B a recta BN parallela a CD.

Unamos entre si N e A; D e B.

ABND é o trapezio pedido.

EXERCICIOS

1. — Julinha! mostra um quadrilatero.
2. — Traça sobre papel ou cartão um quadrilatero e em seguida recorta-o com a tesoura.
3. — Quantos lados, — angulos, — vertices tem um quadrilatero?
4. — Quantas diagonaes?
5. — Que entendes por perimetro de um quadrilatero?
6. — Quaes os quadrilateros que conheces?
7. — Traça sobre o papel um quadrado, um losango, um rectangulo, um parallelogrammo, um trapezio. Recorta cada um d'elles com uma tesoura.
8. — Mostra as diagonaes de cada um.
9 — Dize que sabes a respeito das diagonaes dos quadrilateros.
10. — Que nome tem a recta que une os meios das bases de um trapezio symetrico?
11. — Traça uma mediana de um quadrado; — de um losango; — de um rectangulo; — de um parallelogrammo.
12. — Quantas medianas ha em cada um d'esses quadrilateros?
13. — Que são quadrilateros isoperimetros?
14. — A somma dos angulos de um quadrilatero é igual a quantos angulos rectos?
15. — Exemplo.
16. — Mostra praticamente que um quadrado com as diagonaes fica dividido em quatro triangulos rectangulo-isosceles iguaes.

Traça um **quadrado** *cujos dados sejam*:

17. — um lado $= 0^m,020$.
18. — a somma das diagonaes, egual a uma decima parte do metro.
19. — uma diagonal $= 0^m,03$.
20. — a differença entre o lado e a diagonal $= 0^m,015$.
21. — um lado $= 0^m,05$ e esteja em posição vertical.
22. — idem, em posição horisontal.
23. — uma diagonal $= 0^m,042$ e esteja em posição inclinada.
24. — idem, em posição vertical.
25. — idem, em posição horisontal.

Traça um **rectangulo** *cujos dados sejam:*

26. —dois lados adjacentes; um, o dobro do outro e a diagonal egual ao maior.

27. — base = $0^m,040$ e a altura, metade da base.

28. — base = 5 vezes a altura e esta = diagonal de um quadrado de $0^m,02$ de lado.

29. — um lado = $0^m,06$ e uma diagonal = $0^m,08$.

30. — um lado = $0^m,05$ e o angulo formado por elle e a diagonal = 3/4 do angulo recto.

31 — uma diagonal = $0^m,09$ e o angulo formado por ella e um dos lados = 60.°

32. — uma diagonal = 0,072 e um dos angulos formados pelas duas diagonaes = 1/3 do angulo recto.

33. — um lado = $0^m.054$ e um dos angulos formados pelas diagonaes = 2/3 do angulo recto.

34. — uma diagonal = $0^m,07$ e o perimetro = $0^m,20$.

35. — as medianas eguaes, uma a $0^m,06$ e outra a $0^m.04$.

Traça um **losango** *com os seguintes dados:*

36. — uma diagonal = $0^m,040$ e um lado = $0^m,030$.

37. — uma diagonal = $0^m,050$ e a outra = $0^m,08$.

38. — um lado = $0^m,06$ e um angulo = 135°.

39. — um angulo = 2/3 do angulo recto e uma diagonal = $0^m,075$.

Traça um **parallelogrammo** *com os dados seguintes:*

40.— a base = $0^m,04$, um lado adjacente = $0^m,025$ e o angulo formado por este lado e pela base = 1/3 do angulo recto.

41. — um lado = $0^m,10$; o lado adjacente = $0^m,06$ e a altura = $0^m,035$.

42. — um lado = $0^m,064$; o lado adjacente = $0^m,08$; a diagonal = $0^m,09$.

43. — uma diagonal = $0^m,09$; a outra = $0^m,075$; um lado = $0^m,04$.

44. — um lado $0^m,05$; um angulo = 1/2 do angulo recto e uma diagonal = $0^m,068$.

45. — um lado = $0^m,084$; a altura, metade do lado dado e um angulo = 3/4 do angulo recto.

46. — um angulo = 2/4 do angulo recto; o perimetro = $0^m,108$; uma diagonal = $0^m,03$.

Traça um **trapezio** *isosceles com os dados seguintes:*

47. — cada lado symetrico = $0^m,02$.

48. — base maior = $0^m,074$; base menor = $0^m,052$; altura = $0^m,032$.

49. — base maior = $0^m,065$; base menor $0^m,04$; um angulo = 2/3 de dois angulos rectos

50. — base maior = $0^m,08$; a altura = $0^m,05$; um dos lados symetricos = $0^m,06$.

51. — base maior = $0^m,09$; base menor = $0^m,06$ uma diagonal = $0^m,08$.

52.— Qual o lado de um quadrado cujo perimetro é egual a 120 centimetros?

53. — Qual o lado de um losango cujo perimetro é egual ao de um triangulo equilatero de 12 centimetros de lado?

54. — Qual o perimetro de um quadrado de 60 metros de lado?

55. — Qual o perimetro de um losango de 32 kilometros de lado?

56. — Uma sala rectangular mede 8 metros de comprimento e 5 de largura; qual o perimetro d'esta sala?

57. — Qual o perimetro de um rectangulo cuja base mede 4 centimetros e um lado adjacente á base, 3 centimetros?

58. — Traça um quadrado de 3 centimetros de lado e sobre cada um dos lados, um triangulo equilatero.

59. — Traça um triangulo equilatero de 2 centimetros de lado e sobre cada um dos lados, um quadrado.

60. — Traça um quadrado e sobre cada um dos lados um triangulo isosceles cuja base seja = $0^m,02$ e a altura = diagonal do quadrado.

61. — Traça um losango e sobre cada um dos lados um quadrado.

62. — Traça um losango cuja metade seja egual a um triangulo equilatero de 40 millimetros de lado.

Observação. — Os angulos dados neste capitulo devem ser traçados sem o transferidor cuja noção deve ser dada mais tarde.

CAPITULO VII

SUMMARIO: Circumferencia. — Circulo. — Raio. — Diametro. — Arco. — Corda. — Flecha. — Secante. — Tangente. — Segmento. — Sector. — Angulo circumscripto. — Circumferencias concentricas e excentricas. — Corôa circular. — Lunula. — Circumferencias tangentes. — Traçado da circumferencia. — Problemas.

Uma linha curva fechada, situada em um

CIRCUMFERENCIA.
CIRCULO.

mesmo plano e equidistante de um ponto interior, chama-se **circumferencia** (fig. 266).

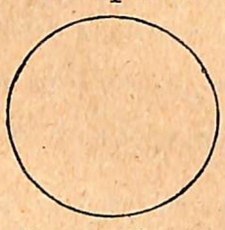

Fig. 266. — Uma circumferencia.

A esse ponto interior dá-se o nome de CENTRO da **circumferencia** e á porção do plano ou superficie plana limitada pela **cir-**

cumferencia, o nome de **circulo** (fig. 267).

Fig. 267. Circulo.

Fig. 268. — Moeda de nickel: um circulo.

Um annel, um aro de pipa nos dão idéa de uma **circumferencia**.

Uma moeda de nickel (fig. 268), uma roda de um carro (fig. 269), um queijo de Minas, o mostrador de um relogio, as lentes de um binoculo, um pandeiro (fig. 270), têm a fórma circular, isto é, de um **circulo**.

Fig. 269. — Roda de um carro: um circulo.

Fig. 270. — Pandeiro: um circulo.

A recta que liga o CENTRO a qualquer ponto da **circumferencia**, chama-se RAIO (fig. 271) e toda a recta que liga dois pontos da **circumferencia** e passa

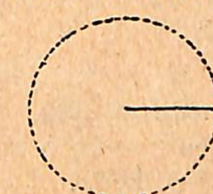

Fig. 271. — Um raio.

pelo CENTRO chama-se DIAMETRO e é a maior

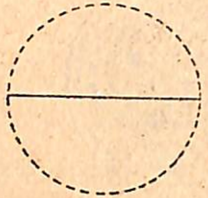
Fig. 272. — Um diametro.

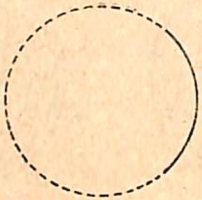
Fig. 273. — Um arco.

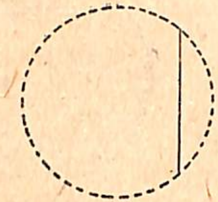
Fig. 274. — Uma corda.

CORDA que se póde traçar em uma **circumferencia** (fig. 272).

Em uma **circumferencia** todos os RAIOS e DIAMETROS são eguaes.

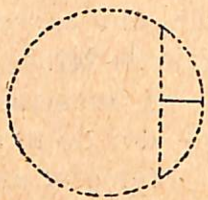
Fig. 275. — Uma flecha.

Uma porção qualquer da **circumferencia** chama-se ARCO (fig. 273) e a linha recta que liga as extremidades de um ARCO chama-se CORDA (fig. 274). A' perpendicular que parte do meio da CORDA e termina no ARCO dá-se o nome de FLECHA (fig. 275).

A recta que corta a **circumferencia** em dois pontos recebe o nome de SECANTE (fig. 276).

A' recta que, situada fóra do **circulo**, tem um unico

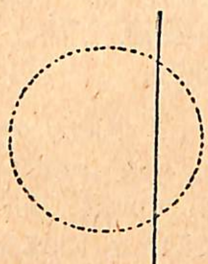
Fig. 276. - Uma secante.

ponto de commum com a **circumferencia** dá-se o nome de TANGENTE (fig. 277).

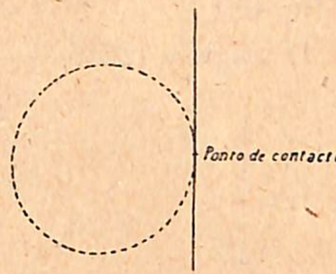

Fig. 277. — Uma tangente.

Esse ponto commum chama-se PONTO DE CONTACTO.

Toda a TANGENTE é perpendicular ao RAIO que termina no PONTO DE CONTACTO.

A porção do **circulo** limitada pelo ARCO e pela CORDA chama-se SEGMENTO (fig. 278) e a porção comprehendida entre um ARCO e dois

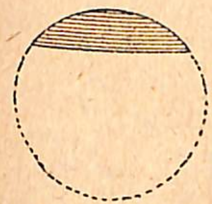
Fig. 278. — Um segmento.

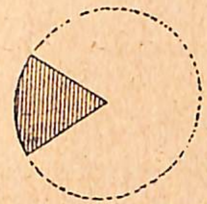
Fig. 279. — Um sector.

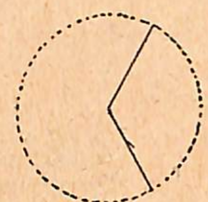
Fig. 280. — Angulo central.

RAIOS que terminam nas suas extremidades chama-se SECTOR (fig. 279). O angulo cujo vertice está situado no CENTRO DA **circumferencia** e cujos lados são RAIOS, é CENTRAL (fig. 280) e o que tem o vertice na **circumfe-**

rencia e os lados são CORDAS, é INSCRIPTO (fig. 281).

O angulo CIRCUMSCRIPTO (fig. 282) tem o vertice fóra do circulo e os lados são tangentes á **circumferencia.**

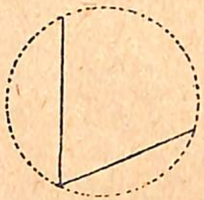

Fig. 281.
Angulo inscripto.

As **circumferencias** que têm um mesmo centro, chamam-se CONCENTRICAS (fig. 283) e as que não têm um mesmo centro são EXCENTRICAS (fig. 284). A

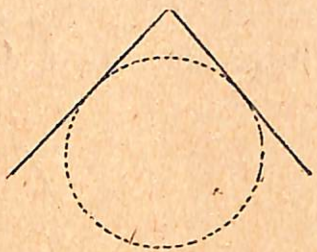

Fig. 282.
Angulo circumscripto.

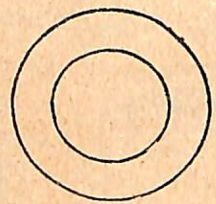

Fig. 283.
Circumferencias concentricas.

porção de um plano comprehendido por duas circumferencias CONCENTRICAS é uma CORÔA CIRCULAR (fig. 285).

Quando duas ou mais cir-

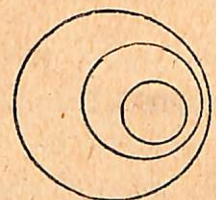

Fig. 284. — Circumferencias excentricas.

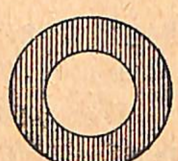

Fig. 285.

cumferencias têm, entre si, um unico ponto de contacto, são TANGENTES (fig. 286).

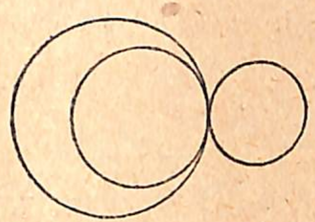

Fig. 286. — Circumferencias tangentes.

Fig. 287. — Crescente.

A porção do plano comprehendida por dois ARCOS de **circumferencias** secantes, tendo a convexidade voltada para um mesmo lado, é um CRESCENTE ou uma LUNULA (fig. 287).

TRAÇADO DA CIRCUMFERENCIA

Geralmente sobre o papel, cartão ou madeira traçamos uma **circumferencia** com o auxilio de um instrumento chamado *compasso* (fig. 288).

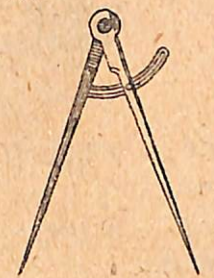

Fig. 288. — Um compasso.

A distancia em linha recta entre as duas pontas do compasso é o RAIO, uma das pontas determina o CENTRO e a outra movendo-se ao redor do centro descreve a curva que conhecemos pelo nome de **circumferencia** (fig. 289).

Fig. 289. — Modo de traçar uma circumfertncia sobre papel.

Adaptado á ponta movel empregamos geralmente o giz, o lapis, o carvão.

Em um terreno plano, fixamos uma estaca na qual prendemos, por uma das extremidades, um cordel, e na outra extremidade é collocada uma ponteira ou uma vara destinada a tra-

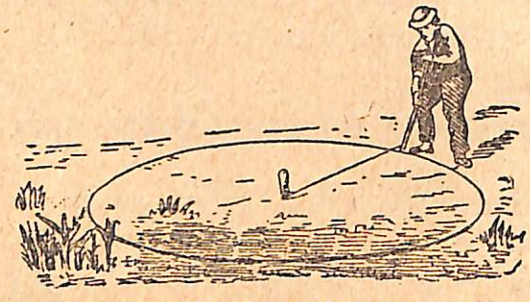

Fig. 290. — Circumferencia traçada por um jardineiro.

çar a **circumferencia** (fig. 290). A estaca occupa o CENTRO, o cordel bem esticado é o RAIO e a ponteira ou a vara risca a **circumferencia.**

Problema 108. — Fazer passar uma circumferencia por tres pontos não em linha recta.

Sejam A, B e C os pontos (fig. 291). Unamos os pontos A e B ao ponto C; tracemos uma perpendicular pelo meio de BC e outra pelo meio de AC. Façamos centro em M (ponto de encontro das duas perpendiculares) e com o raio MB descrevamos a **circumferencia** que passará forçosamente pelos pontos A, B e C.

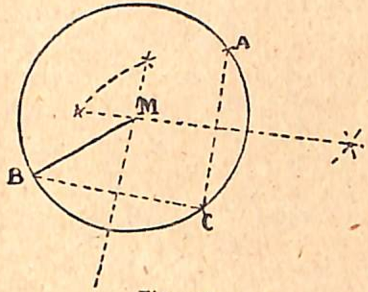

Fig. 291.

Problema 109. — Determinar o centro de uma circumferencia ou de um arco.

Seja ABC o arco cujo centro não é conhecido (fig. 292).

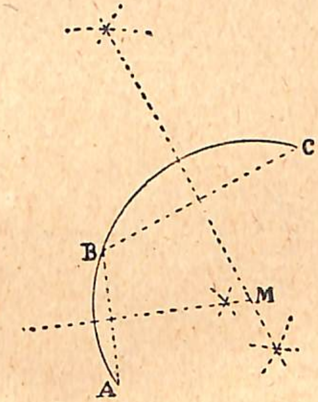

Fig. 292.

Unamos o ponto B aos pontos A e C, e tracemos pelos meios d'estas cordas duas perpendiculares que determinarão o ponto M, isto é, o CENTRO do ARCO.

Problema 110. — Descrever um arco egual a um outro.

Tracemos duas cordas quaesquer AB e CD do arco dado (fig. 293) e pelo meio de cada uma d'ellas façamos passar uma perpendicular.

As duas perpendiculares encontram-se no ponto M que é o centro do arco.

Com um raio MA descrevamos um arco (fig. 294) e reproduzamos em NR, a medida PQ, do arco conhecido.

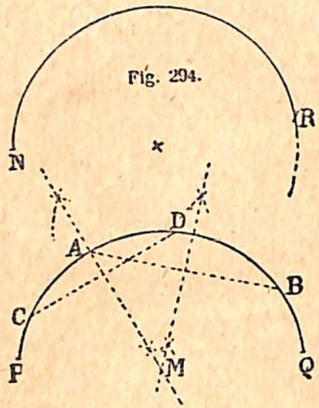

Fig. 294.

Fig. 293.

Problema 111. — Por um ponto dado em uma circumferencia, traçar uma tangente a esta circumferencia.

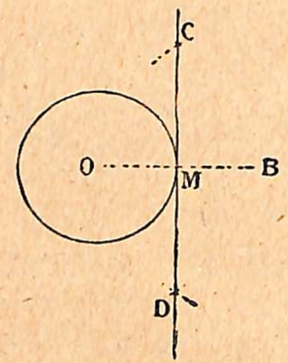

Fig. 295.

Unamos o centro O ao ponto dado M (fig. 295). Prolonguemos OM de uma distancia MB = OM e depois façamos

passar pelo meio de OB a perpendicular CD que é a **tangente** pedida.

Problema 112. — Por um ponto dado fóra de uma circumferencia, traçar uma tangente a esta circumferencia.

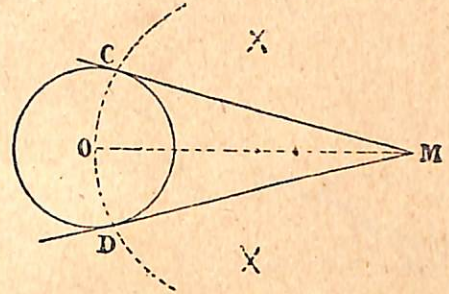

Fig. 296.

Unamos o centro O ao ponto M e sobre OM (fig. 296) como diametro, tracemos um arco que corte a circumferencia em dois pontos C e D. As rectas CM e DM são **tangentes á circumferencia O.**

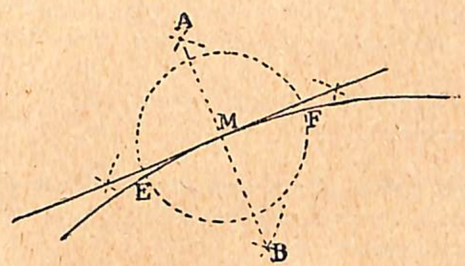

Fig. 297.

Problema 113. — Traçar uma tangente a um arco por um ponto dado nesse arco do qual não se póde determinar o centro.

Seja M o ponto dado no arco (fig. 297).

Façamos centro nesse ponto e descrevamos uma circumferencia de raio arbitrario; essa circumferencia corta o arco em E e F dos quaes, como centro, determinemos A e B.

Unamos entre si A e B e tracemos pelo ponto M uma perpendicular á recta AB.

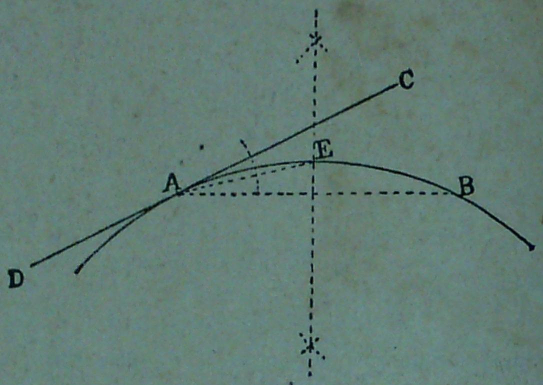

Fig. 298.

Esta perpendicular é a tangente pedida.

Outra solução. — Tiremos uma corda que parta do ponto dado A e dividamol-a ao meio por uma perpendicular (fig. 298).

Tracemos a recta EA e depois o angulo CAE = angulo EAB. CD é a tangente.

Problema 114. — Dada uma circumferencia e uma recta fóra do circulo, traçar á mesma circumferencia uma ou duas tangentes, parallelas á recta.

Seja M a circumferencia cujo centro é C (fig. 299), e AB a recta situada fóra do circulo limitado por essa mesma circumferencia.

Façamos passar por C uma perpendicular á recta AB; esta perpendicular determinará na circumferencia os pontos E e F que serão os de contacto das duas tangentes.

Tracemos com a regua e o esquadro as rectas parallelas a AB e que passem por aquelles dois pontos.

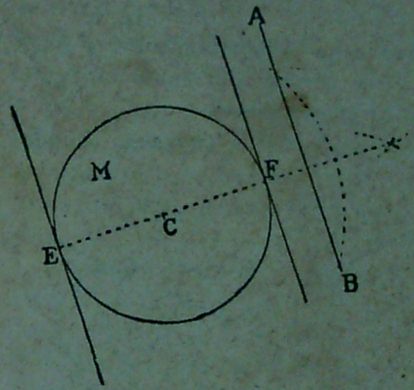

Fig. 299.

Problema 115. — Traçar duas rectas tangentes a duas circumferencias.

Façamos passar uma recta pelos centros M e N das duas circumferencias (fig. 300).

Reproduzamos em EF, a medida do raio da circumferencia menor.

Centro em M e raio = MF descrevamos uma circumferencia.

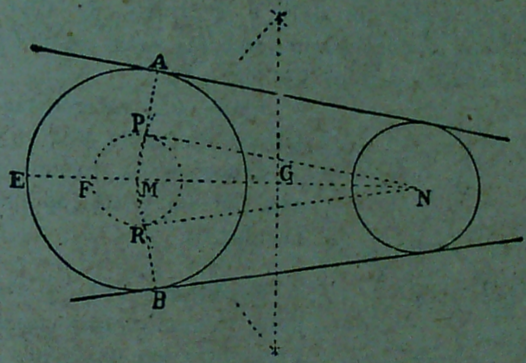

Fig. 300.

De G, (meio de MN) como centro e com um raio GM descrevamos um arco que determine os pontos P e R.

Tracemos de M duas rectas que passem por P e R e terminem respectivamente em A e B.

Unamos P e R ao centro N.

De A tiremos uma parallela a PN e de B, outra a RN.

Problema 116. — Traçar duas rectas tangentes a duas circumferencias de modo que se cortem e o ponto de intersecção fique entre as mesmas circumferencias.

Unamos os centros A e B (fig. 301) e tracemos os dois raios AM e BN parallelos e collocados um em relação ao outro, em sentido opposto.

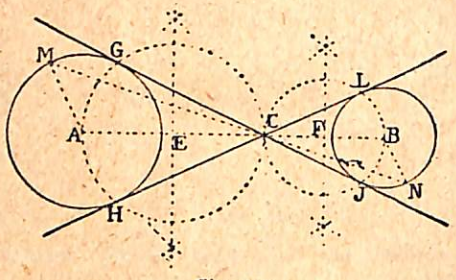

Fig. 301.

Unamos M a N por uma recta que cortará AB no ponto C.

Determinemos os pontos E (meio de AC) e F (meio de CB).

Descrevamos as duas circumferencias cujos centros são E e F, e cujos respectivos raios são EA e FC.

Essas circumferencias determinam os pontos G e H, L e J.

Tracemos as rectas que passam por GJ e HL, as **tangentes** pedidas.

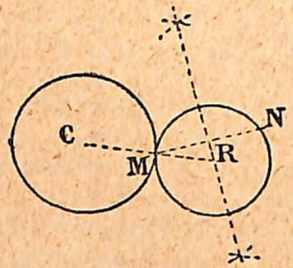

Fig. 302.

Problema 117. — Descrever uma circumferencia tangente a uma outra em um ponto dado, e passando por um ponto situado fóra d'essa circumferencia.

Sejam M e N (fig. 302) os dois pontos dados, este fóra e aquelle situado na circumferencia C. Unamos por linhas rectas o ponto M aos pontos

C e N, prolonguemos indefinidamente o raio CM. Façamos passar uma perpendicular pelo meio da recta MN; do ponto de intersecção R, com um raio RM descrevamos uma circumferencia que será tangente á primeira no ponto M e passará pelo ponto N.

Problema 118. — Descrever uma circumferencia tangente a uma outra em um ponto dado, e passando por um ponto situado no interior da circumferencia.

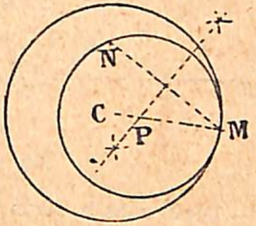

Fig. 303.

Tracemos o raio CM (fig. 303) e unamos entre si os pontos M e N; façamos passar pelo meio da recta MN uma perpendicular e do ponto de intersecção P, como centro, com um raio egual a PM, descrevamos uma circumferencia que será **tangente** á primeira no ponto dado M e passará pelo ponto N.

Problema 119. — Descrever uma circumferencia que seja tangente a uma recta em um ponto dado e passe por um outro ponto fóra d'essa recta.

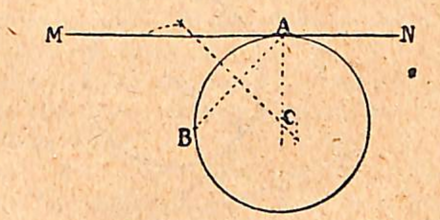

Fig. 304.

Seja MN a recta, A o ponto d'essa recta, e B o outro ponto fóra (fig. 304).

Unamos o ponto A ao ponto B e façamos passar pelo meio uma perpendicular.

Tiremos do ponto A uma perpendicular a MN; esta ultima cortará a que passa pelo meio de AB determinando o ponto C que será o centro da circumferencia desejada.

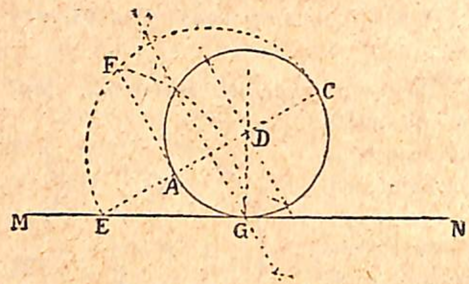

Fig. 305.

Problema 120. — Descrever uma circumferencia tangente a uma recta passando por dois pontos fóra da recta.

Sejam A e C os pontos fóra da recta MN (fig. 305).

Tiremos por CA uma recta até determinar o ponto E.

Dividamos a recta CE ao meio e descrevamos a semi-circumferencia EC.

Do ponto A levantemos uma perpendicular a EC até determinar o ponto F na semi-circumferencia.

Centro em E e raio igual a EF descrevamos o arco EG.

De G levantemos uma perpendicular e pelo meio de AC façamos passar outra perpendicular que se encontrará com a primeira no ponto D, centro da circumferencia tangente.

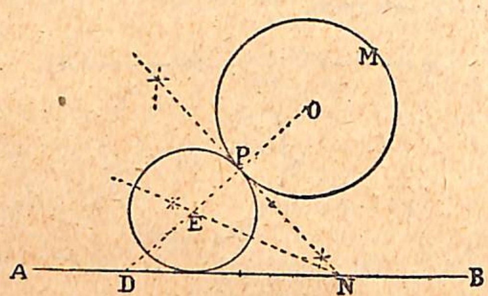

Fig. 306.

Problema 121 — Descrever uma circumferencia tangente a uma outra e a uma recta dada.

Seja AB a recta e M a circumferencia (fig. 306).

Do centro O tracemos um raio qualquer de modo que seu prolongamento córte a recta dada, e por P façamos passar uma perpendicular até marcar o ponto N na recta AB.

Tracemos a bissectriz do angulo PNA, a qual cortará a recta OD no ponto E.

Descrevamos com o raio EP o centro em E a circumferencia pedida.

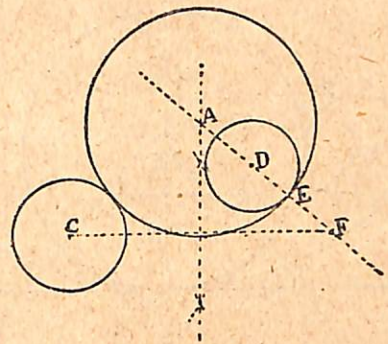

Fig. 307.

Problema 122 — Descrever uma circumferencia tangente a duas outras de modo que uma fique no circulo limitado pela circumferencia e a outra fóra.

Pelo centro D, da circumferencia menor (fig. 307), façamos passar uma recta qualquer e marquemos EF = ao raio da circumferencia maior.

Unamos C a F e pelo meio de CF tracemos uma perpendicular que determinará o ponto A na recta que passa por D.

Centro em A e com um raio AE, descrevamos uma circumferencia que tangenciará as duas circumferencias dadas.

Problema 123 — Descrever duas circumferencias tangentes a uma terceira e a uma recta em um ponto dado.

Pelo ponto dado M tracemos uma perpendicular á recta conhecida (fig. 308).

Marquemos as distancias MN e MP eguaes, cada uma, ao raio CD da circumferencia dada.

Unamos C a N e a P.

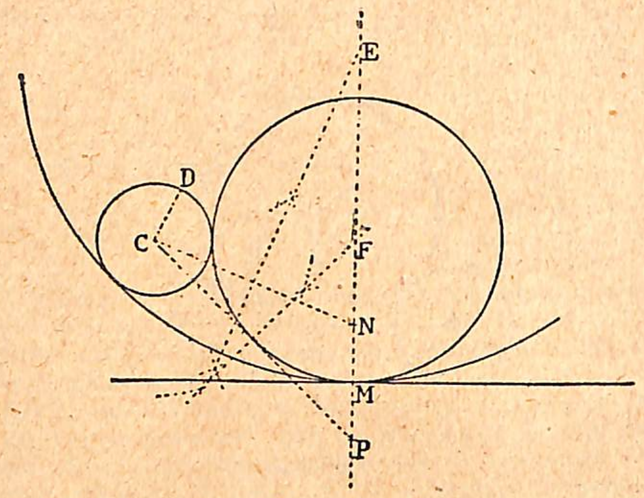

Fig. 308.

Pelo meio de CN e CP tracemos perpendiculares que determinarão os pontos E e F, centros das duas circumferencias tangentes cujos raios respectivos são EM e FM.

Descrevamol-as e resolveremos o problema.

Problema 124. — Descrever quatro circumferencias tangentes a tres rectas que se cortem duas a duas.

As rectas AB, CD e EF cortam-se duas a duas formando um triangulo MNO (fig. 309).

Tracemos as bissectrizes dos angulos d'esse triangulo, prolongando-as e tambem as de tres dos angulos externos d'esse mesmo triangulo, por exemplo, de FMO, NOD e MNA prolongando-as em ambas as direcções.

Essas bissectrizes, o são tambem dos angulos verticalmente oppostos e encontram-se com as dos angulos internos nos pontos 1, 2 e 3 que são os centros das circumferencias tangentes exteriores cujos raios são respectivamente as perpendiculares $1m$, $2n$ e $3s$.

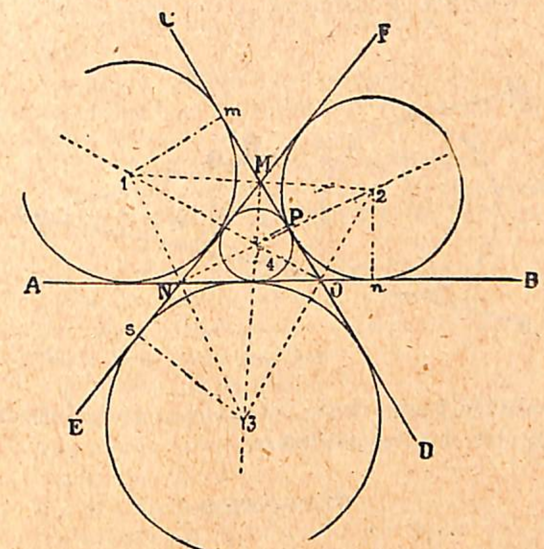

Fig. 309.

O ponto 4 será o centro e $4p$ o raio da circumferencia inscripta no triangulo.

Problema 125. — Descrever diversas circumferencias tangentes entre si e a duas rectas convergentes.

Tracemos a bissectriz do angulo MVN formado pelas rectas convergentes MV e NV (fig. 310).

Tomemos o ponto A da recta MV como primeiro ponto de contacto e por elle levantemos uma perpendicular até determinar o ponto E na bissectriz.

Com o raio EA e centro em E descrevamos a primeira circumferencia.

Pelo ponto F façamos passar uma perpendicular á bissectriz e de G, como centro e raio GF descrevamos o arco FH.

D'este ultimo ponto H levantemos outra perpendicular a recta MV até determinar o ponto J na bissectriz.

Centro em J e raio JF descrevamos a segunda circumferencia tangente á primeira e ás duas rectas convergentes.

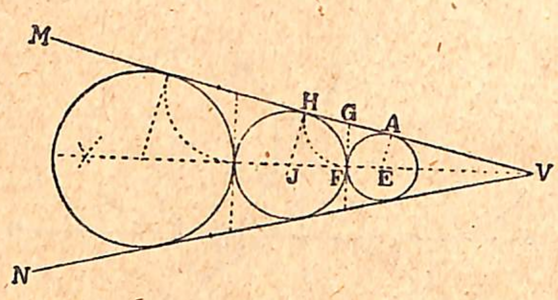

Fig. 310.

Proseguindo d'esse modo, obteremos tantas circumferencias tangentes, quantas quizermos.

EXERCICIOS

1. — Aloysa! traça uma circumferencia.
2. — Que é uma circumferencia?
3. — Como se chama a porção de superficie plana limitada pela circumferencia?
4. — Conheces alguns objectos usuaes que têm a forma de um circulo? Exemplos?
5. — Que é um raio?
6. — Traça um raio.
7. — Que é um diametro?
8. — Traça um diametro.
9. — Que é um arco? — uma corda? — uma flecha?
10. — Traça um arco, uma corda, uma flecha.
11. — Que é uma secante? — uma tangente?
12. — Traça uma secante, — uma tangente.

13. — Desenha um segmento, — um sector.
14. — Que é um segmento? — um sector?
15. — Traça um angulo central.
16. — Traça um angulo inscripto.
17. — Os lados de um angulo central, que são em relação á circumferencia?
18.— E os lados de um triangulo inscripto? — de um angulo circumscripto?
19. — Traça um angulo circumscripto.
20. — Que é um angulo central? — um angulo inscripto? — um angulo circumscripto?
21. — Traça tres circumferencias concentricas.
22. — Quantos centros póde ter uma circumferencia?
23. — Quantas circumferencias podem ter o mesmo centro?
24. — Que são circumferencias concentricas?
25. — Traça duas circumferencias excentricas.
26. — Que são circumferencias excentricas?
27. — Traça uma corôa circular.
28. — Que é uma corôa circular?
29. — Traça duas circumferencias tangentes.
30. — Que são circumferencias tangentes?
31. — Traça uma lunula.
32. — Que é uma lunula?
33. — Conheces os diversos modos de traçar uma circumferencia?
34. — Quaes são?
35. — Traça um arco. Apaga o centro e determina-o novamente.
36. — Traça um arco egual ao precedente.
37. — Traça uma tangente a uma circumferencia por um ponto dado. Faze o mesmo a um arco cujo centro não possas determinar.
38. — Traça uma circumferencia de $0^m,02$ de raio e uma recta de $0^m,06$ de comprimento e depois traça duas tangentes á circumferencia e parallelas á recta.
39. — Traça duas rectas tangentes a duas circumferencias tendo uma o raio $= 0^m,03$ e a outra $= 0^m,025$.

40. — Traça uma circumferencia de $0^m,08$ de diametro e outra de $0^m,028$ de raio e depois duas rectas tangentes a ellas, de modo que se cortem e o ponto de intersecção fique entre as mesmas circumferencias.

41. — Traça uma circumferencia de $0^m,032$ de raio e marca um ponto fóra d'ella. Faze passar por esse ponto e por um outro da curva uma circumferencia tangente.

42. — Descreve uma circumferencia de $0^m,07$ de diametro, marca-lhe um ponto e um outro no circulo por ella limitado. Faze passar por esses dois pontos uma circumferencia que seja tangente á primeira.

43. — Traça uma recta de $0^m,08$ e marca fóra d'ella dois pontos. Faze passar por esses dois pontos uma circumferencia que seja tangente á recta.

44. — Traça uma recta de $0^m,09$ e uma circumferencia de $0^m,012$ de raio. Faze passar uma circumferencia tangente a ambas.

45. — Traça um triangulo qualquer; prolonga-lhe os lados e descreve quatro circumferencias tangentes a estas rectas que se cortam duas a duas.

46. — Faze um angulo egual a 1/3 do angulo recto e traça quatro circumferencias que sejam tangentes interiores aos lados do angulo e tambem o sejam entre si.

47. — Em um angulo de 60° (2/3 do angulo recto) com o centro a 4 centimetros do vertice, sobre a bissectriz, traça uma circumferencia que tangencie os lados d'esse angulo.

48. — Descreve uma circumferencia tangente a duas rectas parallelas distantes $0^m,04$ uma da outra.

CAPITULO VIII

SUMMARIO: **Polygonos. — Polygonos regulares, irregulares, inscriptos, circumscriptos, estrellados. — — Medida dos angulos. — Divisão da circumferencia. — Problemas.**

POLYGONOS.

Uma superficie plana limitada por muitas rectas chama-se **polygono** (fig. 311). Estas rectas são os lados do **polygono.** A' somma dos lados de um **polygono** dá-se o nome de *perimetro*.

Fig. 311. — Polygono.

Geralmente a denominação de **polygono** é dada ás superficies planas limitadas por mais de quatro rectas, entretanto algumas ha que têm nome especial, assim por e x e m p l o :

um polygono de

5 lados — **pentagono.**
6 lados — **hexagono.**
7 lados — **heptagono.**
8 lados — **octogono.**
9 lados — **enneagono**
10 lados — **decagono.**
11 lados — **hendecagono.**
12 lados — **dodecagono.**
15 lados — **pentadecagono.**
20 lados — **icosagono.**

Um **polygono** póde ter angulos rectos, agudos, obtusos, salientes, reintrantes, eguaes e deseguaes.

Um **polygono** é *regular* ou *irregular.*

Se os lados e angulos são eguaes, o **polygono** é *regular;* e se são deseguaes, o **polygono** é *irregular.*

A recta que une dois vertices não consecutivos de um **polygono** chama-se *diagonal.*

Já sabemos que a somma dos angulos de um TRIANGULO é egual a dois angulos rectos; portanto para conhecermos a somma dos an-

gulos de um **polygono** qualquer, decompomol-o em triangulos, pelas diagonaes partindo de um só vertice (fig. 312).

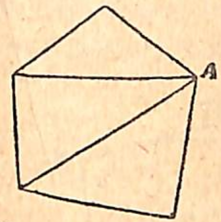

Fig. 312. — Um pentagono decomposto em tres triangulos.

T a n t o s triangulos: tantas vezes d o i s a n g u l o s rectos; a s s i m, por exemplo, um pentagono (fig. 312) decompõe-se em tres triangulos e a s o m m a de seus angulos é egual a 3 vezes 2 angulos rectos ou 6 angulos rectos.

A somma dos angulos de um **polygono** é egual a tantas vezes dois angulos rectos, quantos são os lados, menos dois.

Entre os triangulos, o equilatero ou equiangulo é regular; e entre os quadrilateros, é regular o quadrado. Todo o **polygono regular** p ó d e ser sempre inscripto em um circulo.

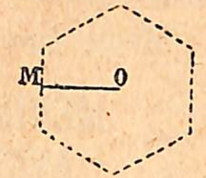

Fig. 313. Apothema OM.

A recta que une o centro do **polygono** ao meio de um de seus lados chama-se APOTHEMA (fig. 313).

Um **polygono** é INSCRIPTO em um circulo quando os vertices de seus angulos se acham