MULTIPLICAÇÃO

"MULTIPLICAÇÃO é a operação que tem por fim, sendo dados dois números, um MULTIPLICANDO e outro MULTIPLICADOR, achar um terceiro chamado PRODUTO, que seja a soma de tantos números iguais ao multiplicando, quantas o multiplicador indicar".

Exemplos:

$$3 \times 8 = 8 + 8 + 8 = 24$$

$$5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$

Numa multiplicação temos a considerar:

a) os FATÔRES da multiplicação: MULTIPLICANDO e MULTIPLICADOR;

b) o PRODUTO que é o resultado da conta.

OBSERVAÇÕES RELATIVAS À MULTIPLICAÇÃO:

1º) O produto de um número qualquer por 0, é 0.

Ex.: $9 \times 0 = 0$

2º) "Se um dos fatôres é UM (1), o produto é igual ao outro fator".

Ex.: $5 \times 1 = 5$ e $1 \times 5 = 5$

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

I — PROPRIEDADE COMUTATIVA: "A ordem dos fatôres não altera o produto, na multiplicação".

Ex.: $6 \times 5 = 30$

$5 \times 6 = 30$

II — PROPRIEDADE ASSOCIATIVA: "Numa multiplicação, pode-se associar dois ou mais fatôres, substituindo-os pelo seu produto".

Ex.: $6 \times 2 \times 5 = 60$ ou $(6 \times 2) \times 5 = 12 \times 5 = 60$

ou $6 \times (5 \times 2) = 6 \times 10 = 60$

Num produto pode-se substituir um fator por um produto indicado, do mesmo valor:

Ex.: $7 \times 25 = 175$ ou $7 \times (5 \times 5) = 175$

III — PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA: "Produtos de somas e diferenças:

"Para se multiplicar uma soma ou uma diferença por um número, pode-se multiplicar cada um dos têrmos da soma ou diferença pelo número e depois efetuar as somas ou diferenças obtidas".

Exemplo: PRODUTO DE SOMAS:

Seja efetuar $(8 + 5) \times 3 = 13 \times 3 = 39$

ou $(8 \times 3) + (5 \times 3) = 24 + 15 = 39$

PRODUTO DE DIFERENÇAS:

Ex.:

Seja efetuar $(27 — 16) \times 2 = 22$

ou $(27 \times 2) — (16 \times 2) = 54 — 32 = 22$

MULTIPLICAÇÕES ABREVIADAS

1 — Um ou ambos os fatôres terminam em zeros:

$$2\,6\,5 \times 4.3\,0\,0 =$$
$$5\,0 \times 6\,0\,0 =$$

multiplicam-se apenas os algarismos significativos, acrescentando-se ao produto o total de zeros dos fatôres:

$$\begin{array}{rr} & 265 \\ \times & 4.300 \\ \hline & 795 \\ & 1.060 \\ \hline & 1.139.500 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 30 \\ \times & 600 \\ \hline & 18.000 \end{array}$$

2 — Quando uma ou mais ordens centrais do multiplicador forem ocupadas por ZEROS, multiplicam-se apenas os algarismos significativos, tendo-se o cuidado de colocar o pri-

meiro algarismo do produto debaixo do algarismo do respectivo multiplicaor:

```
        6.2 9 4
   ×    2.0 0 4
   ------------
      2 5.1 7 6
 1 2.5 8 8
 --------------
 1 2.6 1 3.1 7 6
```

PROVAS DA MULTIPLICAÇÃO

PROVA REAL — Inverte-se a ordem dos fatôres e faz-se de nôvo a multiplicação. O segundo produto deve ser igual ao primeiro:

```
×     6 5           8 2
      8 2           6 5
    -----         -----
    1 3 0         4 1 0
  5 2 0         4 9 2
  -------       -------
  5.3 3 0       5.3 3 0
```

EXERCÍCIO Nº 6

1 — Se quisermos aumentar um número de 89 unidades basta .... a êsse número 89 unidades.

2 — Se colocarmos dois zeros à direita de um número, nós o .... por cem.

3 — Na prova real da conta de .... basta .... os fatôres e fazer de nôvo a multiplicação

4 — Sabendo-se quantos quilômetros um caminhão percorre numa viagem de ida e volta, é necessário .... o percurso por dois.

5 — Efetua as seguintes multiplicações e tira a prova real:

a) 61.239 × 5.028 =

b) 43.406 × 12.001 =

2 — Calcula:

a) Quantos ovos há em 8 dúzias? ....

b) Qual é o número 8 vêzes maior que 374? ....

c) Quantas laranjas há em 4 centenas e meia? ....

d) Quantos discos há em 17 álbuns de 9 discos? ....

e) Em 15 dezenas, quantos lápis há? ....

3 — Resolve:

$65 \times 10 =$

$218 \times 100 =$

$35 \times 1.000 =$

$605 \times 1.000 =$

4 — Qual a propriedade que está sendo usada nas seguintes sentenças:

a) $9 \times 7 = 7 \times 9$ (......................)

b) $4 \times 5 \times 8 = 5 \times 4 \times 8$ ....)

c) $9 \times 2 \times 5 = (9 \times 2) \times 5 = 9 \times (2 \times 5)$ (..........)

DIVISÃO

"DIVISÃO é uma operação que tem por fim, dados dois números, o primeiro chamado DIVIDENDO e o segundo chamado DIVISOR, achar um terceiro número chamado QUOCIENTE que indicará quantas vêzes um contém o outro".

Numa divisão temos a considerar:

O DIVIDENDO é o número que será dividido.

O DIVISOR é o número que indica em quantas partes iguais deverá ser repartido o dividendo.

O QUOCIENTE é o resultado da divisão.

Quando o quociente obtido é inteiro, a divisão se diz EXATA.

RESTO é a parte do dividendo que sobra quando a divisão é INEXATA.

O sinal ÷ («que se lê «dividido por»).

1º) Exemplo de divisão "exata":

$48 \div 16 = 3$ porque $16 \times 3 = 48$

48 é o dividendo

16 é o divisor

3 é o quociente exato

2º) Exemplo de divisão "não exata":

$54 \div 12 = 4$ ou seja

$$\begin{array}{r|l} 54 & 12 \\ \hline 06 & 4 \end{array}$$

que se indica: $54 = 4 \times 12 \div 6$

resto

divisor

qüociente

donde: Dividendo = quociente × divisor + resto

PROPRIEDADES DA DIVISÃO

1º — Se o dividendo e o divisor forem da mesma espécie, o quociente será número abstrato.

Ex.:

a) Em 60 laranjas quantos grupos de 5 laranjas há?

60 laranjas ÷ 5 laranjas = 4 (grupos)

b) Quantas moedas de NCr\$ 0,02 há em NCr\$ 0,50?

NCr\$ 0,50 ÷ NCr\$ 0,02 = 25 (moedas)

2º — Se o divisor fôr abstrato, o quociente será da mesma espécie do dividendo.

Ex.: Uma caixa contém 160 maçãs e vão ser distribuídas entre 5 compradores. Quantas maçãs irá receber cada comprador?

160 maçãs ÷ 5 = 32 maçãs.

3º — O resto é sempre sobra do dividendo:

	18 lápis	5 meninos
sobram	3 lápis	3 lápis

4º — PROPRIEDADE: "DISTRIBUTIVA OU EQUITATIVA EM RELAÇÃO À SOMA":

Para se dividir uma soma por um número pode-se dividir cada uma das parcelas pelo número dado e depois somam-se os quocientes obtidos.

Ex.: Seja efetuar $(64 + 32) \div 4 = 24$
ou $64 \div 4 + 32 \div 4 = 16 + 8 = 24$

5º — Propriedade: "DISTRIBUTIVA OU EQUITATIVA EM RELAÇÃO À SUBTRAÇÃO":

Para se dividir uma subtração por um número pode-se dividir cada uma das parcelas pelo número dado e depois efetuar-se a subtração dos quocientes obtidos.

Exemplo: Seja efetuar: $(96 - 27) \div 3 = 23$
ou $96 \div 3 - 27 \div 3 =$
$32 - 9 = 23$

REGRA DE DIVISÃO

Escreve-se o divisor à direita do dividendo, separado pela CHAVE da divisão. Marca-se no dividendo, a partir da esquerda, tantos algarismos quantos são os do divisor; e ainda mais um, se o número assim formado fôr menor que o divisor.

Acham-se quantas vêzes o divisor está contido no número formado pelos algarismos assinalados no dividendo, obtendo-se o primeiro algarismo do quociente, que se escreve embaixo da chave.

Multiplica-se o divisor por êste algarismo do quociente, e o produto subtrai-se do dividendo parcial. À direita dêsse primeiro resto, escreve-se (ou baixa-se) o algarismo seguinte do dividendo, que, formará nôvo dividendo parcial. Se êsse fôr menor que o divisor, escreve-se um zero no quociente, abaixando-se nôvo algarismo do dividendo, para continuar a divisão, até o seu final, isto é, até baixar todos os algarismos do dividendo.

```
Dividendo...  1 2 4       | 2 5 divisor
              1 0 0       |-------------
              -----       | 4 9 5 quociente
              0 2 4 7
                2 3 5
              -------
                0 1 2 5
                  1 2 5
                -------
                  0 0 0   resto
```

EXPRESSÕES ARITMÉTICAS

"EXPRESSÕES ARITMÉTICAS" são uma série de operações indicadas.

As operações aritméticas precisam sinais auxiliares para a indicação dos cálculos que se deseja efetuar; êsses sinais são:

( ) parênteses

{ } chaves

[ ] colchetes

Nas expressões aritméticas em que aparecem êsses sinais as operações são feitas a partir dos sinais mais internos, isto é, primeiro eliminam-se os PARÊNTESES, depois as CHAVES e por último os COLCHETES.

Numa expressão aritmética obedece-se a seguinte ordem de operações:

1º) As multiplicações e divisões.

2º) As somas e subtrações.

Exemplo:

$$108 - 6 \times [(14 + 12 \div 4) - (2 \times 6 - 10)] = 18$$

$$108 - 6 \times [(14 + 3) - (12 - 10)]$$

$$108 - 6 \times [17 - 2]$$

$$108 - 6 \times 15$$

$$108 - 90 = 18$$

EXERCÍCIO Nº 7

1 — Para se achar a metade de um número basta .... por dois.

2 — Se quisermos saber quantas dezenas tem um número qualquer, devemos .... êsse número por dez.

3 — Para se tornar um número, um certo número de vêzes menor, basta .... um pelo outro.

4 — O divisor vêzes o quociente mais o resto é igual ao ....

5 — Zero dividido por qualquer outro número dá para quociente ....

6 — Um número dividido pela unidade dá para quociente o ....

7 — O resto de uma divisão aproximada é sempre .... que o divisor.

8 — O resto de uma divisão exata é ....

EFETUA:

a) 298.074 ÷ 658
b) 427 ÷ 29
c) 6.475 ÷ 75
d) 952 ÷ 7
e) 12.180 ÷ 30
f) 218.520 ÷ 36

9 — Aplicando a propriedade distributiva, efetua os seguintes produtos:

1) (20 + 15) × 6
2) (24 — 10) × 5
3) (72 — 54) : 9
4) (30 + 40 — 10) : 5
5) (60 — 12 + 24) : 3

RESOLVE:

1 — NCr$ 0,75 ÷ 5
2 — NCr$ 1,00 ÷ 20
3 — NCr$ 1,80 ÷ 8 maçãs
4 — 144 lápis ÷ 12 alunos

Calcula o valor das seguintes sentenças:

a) 24 ÷ 6 + 7
b) (18 — 12) ÷ 3
c) 60 ÷ (2 × 5)
d) 144 ÷ 12 × 7
e) 9 + (8 × 5 × 12)
f) 205 — [25 ÷ (3 + 2)]
g) 41 — (8 + 6 ÷ 2)
h) (36 ÷ 4) × (84 ÷ 12)

PROBLEMAS SÔBRE AS QUATRO OPERAÇÕES

Que é PROBLEMA?

PROBLEMA é uma questão a resolver. Nos problemas de aritmética, procuram-se ordinàriamente, certos números desconhecidos por, meio de outros conhecidos.

Eis aqui cinco questões para ajudar o raciocínio:

1º — Que nos pede o problema?

2º — Que dados o problema apresenta?

3º — Que operação ou operações devemos fazer para encontrar a solução?

4º — Qual é a resposta aproximada?

5º — A solução encontrada é razoável?

EXERCÍCIO Nº 8

1 — Um agricultor vendeu 2.125 pés de repolho e ainda tem 1.050 para vender; quantos repolhos tinha o agricultor?

2 — Em que ano terá 18 anos, quem nasceu em 1949?

3 — A imprensa foi descoberta em 1445; estamos em 1967 quantos anos faz que ela foi descoberta?

4 — A diferença entre dois números é de 112 e o maior é 242. Qual é o menor?

5 — Alberto emprestou a José NCr$ 20,00 para serem pagos em três prestações, sendo a primeira de NCr$ 5,00 e a segunda o dôbro da primeira. Qual o valor da terceira prestação?

6 — O litro de querosene está, atualmente, a NCr$ .... todos os sábados compro 4 litros. No mês em que há 5 sábados, quanto gastarei dêsse combustível?

7 — Comprei 15 kg de arroz a NCr$ 0,45 o quilo; 2 kg de manteiga a NCr$ 4,10 o quilo: 3 dúzias de ovos a NCr$ 0,80 a dúzia. Quanto gastei ao todo?

8 — Um avicultor leva 3 caixas com ovos ao mercado. A 1ª caixa contém 200 ovos; a 2ª, 50 ovos mais do que a primeira e a 3ª, 100 ovos mais do que a segunda. Qual é a quantidade de ovos das três caixas?

9 — A soma de dois números é de 2.450. Um dêles excede o outro em 270. Quais são êsses dois números?

10 — Se eu tivesse NCr$ 0,90 mais do que tenho poderia comprar um livro que custa NCr$ 0,48 e me sobrariam NCr$ 0,02. Quanto possuo?

11 — Em 1958, o Estado de São Paulo produziu 620.399 toneladas de café em grão, seguido dos Estados do Paraná, com 508.835 toneladas, Minas Gerais, com 280.218 T. e Espírito Santo com 151.633 T. De quantas toneladas foi a produção de café nesses quatro Estados?

12 — A produção de petróleo bruto no período de 1955 a 1957, no Brasil, é sintetizado com as seguintes cifras:

1955	321.382.100 litros
1956	645.334.036 "
1957	1.686.396.771 "

Calcula a diferença de litros entre os anos de 1955 e 1957.

13 — A produção de carvão mineral do Brasil Meridional no ano de 1959 apresenta os seguintes dados:

Santa Catarina	1.619.166 toneladas
Rio Grande do Sul	659.753 "
Paraná	51.075 "

A quantas toneladas excedeu do Rio Grande do Sul a produção de Santa Catarina?

14 — Em um aeroporto há aviões bimotores e quadrimotores, sendo ao todo 116 aviões e 356 motores. Quantos são os bimotores e os quadrimotores?

a) Se todos os aviões fôssem quadrimotores, o número de motores seria de ....

b) Mas, como os motores são 356, há uma diferença de .....

c) A diferença entre o número de motores dêsses aviões sendo ....

d) O número de bimotores será de ....

e) E o de quadrimotores será de ....

15 — Uma pessoa tem depositado na Caixa Econômica NCr$ 20,40 e outra NCr$ 12,60. Sabendo-se que a primeira deposita mensalmente NCr$ 1,35 e a outra NCr$ 1.74, em quanto tempo terão quantias iguais?

16 — Vendendo por NCr$ 0,09 um objeto que custou NCr$ 0,20, o prejuízo será de ....

17 — Um homem comprou 6 dúzias de maçãs por NCr$ 18,00, e vendeu-as lucrando NCr$ 0,05 em cada uma. Quanto receberá pela venda das maçãs?

18 — Recebi num Banco, NCr$ 0,98 em igual número de moedas de NCr$ 0,02 e de NCr$ 0,05. Quantas moedas recebi de cada espécie?

19 — Comprei duas blusas por Cr$ 6,38. Uma custou mais que a outra NCr$ 1,20. Quanto me custou cada blusa?

20 — Uma senhora contratou um jardineiro para um serviço de poda, nas 120 árvores do pomar. Devia receber NCr$ 0,04 por árvore que podasse e pagar a multa de NCr$ 0,03 cada árvore que, deixasse de podar. Ao término do trabalho, o jardineiro recebeu NCr$ 2,98. Quantas árvores não podou?

21 — A soma de dois números é de 504 e a sua diferença é de 8. Quais são os números?

22 — Dez rapazes e moças foram a um jôgo de futebol. As entradas somaram em NCr$ 1,50. Os rapazes não permitiram que as moças pagassem, havendo um aumento de NCr$ 0,10 para cada um. Quantas eram as moças?

23 — Dois automóveis partem de Pôrto Alegre: um para Uruguaiana e outro para Vacaria. Um corre com a velocidade de 65 km. e o outro com 75 km., por hora. No fim de 12 horas, a que distância estará um do outro?

24 — Um carro percorre 108 km. em 3 horas. Quantos quilômetros percorrerá em 20 minutos?

25 — Alguém comprou um refrigerador nas seguintes condições: deu de entrada NCr$ 15,00 e o restante pagaria em 20 prestações de NCr$ 5,25 cada uma. Calcula o valor do refrigerador.

26 — Um reservatório continha 1.200 litros de água que foram gastos em 3 dias. No 1º dia, gastou-se a metade, no 2º, a quinta parte. Quanto se gastou em cada dia?

27 — Quantas voltas faz o ponteiro grande de um relógio, em uma semana?

28 — De 50 em 50 minutos um caminhante faz uma parada de 10 minutos. Em 8 horas de jornada, quantos minutos descansa?

29 — Três irmãos têm NCr$ 2,84. O mais velho tem NCr$ 1,68. O mais moço tem NCr$ 0,08 mais que o do meio. Quanto possuem o mais moço e o do meio?

30 — A soma de dois números é 192 e a diferença entre êles é 36. Quais são êsses números?

DIVISIBILIDADE são regras que permitem conhecer se um número é ou não divisível por outro sem haver necessidade de se efetuar a divisão.

Divisibilidade por 2 — 3 — 4 — 5 — 9 — 10 — 11.

Um número é divisível por		
2	quando o algarismo das unidades fôr par.	14 — 32 156 — 18
3	quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos der 3 ou múltiplo de 3.	42 — 33 174 — 522
4	quando os dois últimos algarismos da direita formarem um número múltiplo de 4 ou terminar em 00.	124 500 — 168 5.764
5	quando o algarismo das unidades terminar em 5 ou 0.	15 100 — 75
9	quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos der 9 ou múltiplo de 9.	18 756 — 1.251
10	quando o algarismo das unidades fôr zero.	1.000 250 — 90

Um número é divisível por 11, quando a diferença entre as somas dos valores absolutos dos algarismos de ordem ímpar (são os que ocupam o 1º, 3º, 5º lugares) e a dos de ordem par (são os que ocupam o 2º, 4º, 6º lugares) fôr divisível por 11; ou quando a soma dos algarismos da ordem ímpar fôr IGUAL à soma dos algarismos da ordem par.

1º exemplo:

6 7 7 4 9
| | | | |
5º 4º 3º 2º 1º

é divisível por 11, porque a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar: $9 + 7 \div 6 = 22$ e os de ordem par $4 + 7 = 11$;

diferença entre as somas dos valores absolutos:

$22 - 11 = 11$ que é divisível por 11.

2º exemplo:

6 8 5 3
| | | |
4º 3º 2º 1º

é divisível por 11, porque a soma dos algarismos de ordem ímpar: $3 + 8 = 11$ é IGUAL à soma dos algarismos de ordem par: $5 + 6 = 11$.

EXERCÍCIO Nº 9

1 — O número 1.893 é divisível por 2? Por quê? ....

2 — 111 é divisível por 3? Por quê? ....

3 — Se 12 é múltiplo de 4, o que é 4 de 12? ....

4 — Qual é o menor número de dois algarismos divisível por 4?

5 — Qual o número de menor valor absoluto que deve ser colocado no lugar do ponto, no número abaixo, para que se torne divisível por 9? ....

2.9

6 — Que algarismos podem ser colocados, no lugar do ponto, no número 234. para que se torne divisível por 5?

7 — Quais são os números menores que 50, que são divisíveis por 10? ....

8 — O nº 8.769 é divisível por 11? Por quê? ....

9 — Qual é o maior número de dois algarismos (significativos) divisível por 9? ....

10 — Qual é o número que se deve subtrair de 54.320 para se obter um múltiplo de 11? ....

11 — Escreve um número que seja divisível ao mesmo tempo por 2, 3 e 5 ....

12 — Determina o menor número que se deve somar a 132.457 para se obter um múltiplo de 2 e 9 ....

13 — Risca os números divisíveis por 4:

235 460 918 412

NÚMEROS PRIMOS — NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

NÚMERO PRIMO é aquêle que é sòmente divisível por si mesmo e pela unidade, isto é, tem um par de divisores.

A sucessão dos números primos é infinita.

Os números do conjunto abaixo são números primos, chamemos por NP a êsse conjunto.

Assim:

$$NP = \left\{ 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31 \ldots \right\}$$

O único número par é o 2.

Os números 1, 2, 3, 5 e 7 sòmente são divisíveis por 1 (um) e por si mesmo.

Exemplo:

Divisores de 2 (1, 2)

Divisores de 3 (1, 3)

Divisores de 5 (1, 5)

Divisores de 7 (1, 7); êsses números são chamados NÚMEROS PRIMOS.

TÁBUA DOS NÚMEROS PRIMOS

A TÁBUA OU TABELA dos números primos foi a primeira tabela construída para reconhecer êsses números. Recebeu o nome de seu inventor CRIVO DE ERATÓSTENES "(matemático grego que viveu antes de Cristo)".

Repara como é feita:

1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

Os números que não foram riscados formam o conjunto dos números primos até 50.

O número 1 (um) não possui um par de divisores, portanto NÃO É PRIMO.

Então, temos:

Riscam-se os múltiplos de 2, a partir de 2

Riscam-se os múltiplos de 3, a partir de 3

Riscam-se os múltiplos de 5, a partir de 5 e assim por diante.

RECONHECIMENTO DE UM NÚMERO PRIMO

Pode-se usar outro processo de reconhecimento de um número primo, que não precisa construir o Crivo.

Exemplo:

Para saber se um número é primo, aplicam-se as divisões sucessivas por: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, . . ., isto é, pelos números primos, até encontrar um quociente MENOR ou IGUAL ao divisor. Se até aí não houver divisão exata, o número será primo.

Assim: Verificar se o número 131 é primo.

131 não é divisível por 2, 3 e 5.

131	7	131	11
61	18	21	11
5		10	

O quociente é IGUAL ao divisor e a divisão não foi exata; logo o número 131 é primo.

Outro exemplo: O número 83 é primo?

83	7	83	11	
13	11	6	7	(quociente menor que o divisor)
6				

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SI

Dois números são PRIMOS ENTRE SI quando o único divisor comum é a unidade.

Exemplo: Sejam os números 23 e 48.

Os conjuntos dos seus divisores são:

D (23) = 1, 23

D (48) = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Reunidos num só conjunto dos divisores comuns, temos: DC (23 e 48) = 1, conjunto êste formado apenas pela unidade. Portanto os números 23 e 48 são PRIMOS ENTRE SI.

FATORAÇÃO
OU
DECOMPOSIÇÃO DE UM NÚMERO EM SEUS FATÔRES PRIMOS

"Fatorar um número é decompô-lo em um produto de dois ou mais fatôres, diferentes da unidade".

Exemplos:

Fatorar o número 12

Temos: $12 = 2 \times 6$
$6 = 2 \times 3$; logo, $12 = 2 \times 2 \times 3$ que são os fatôres primos.

Outro exemplo: Fatorar o número 60

Temos:
$$60 = 2 \times 30$$
$$30 = 2 \times 15$$
$$15 = 3 \times 5$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \text{ ou } 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Na prática podemos fazer com o seguinte esquema:

"Traça-se uma linha reta vertical ao lado direito do número. À direita do traço se situarão os fatôres primos e à esquerda os quocientes sucessivos das divisões efetuadas".

Exemplo: Decompor o número 540 em seus fatôres primos

$$\begin{array}{r|l} 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Logo: $540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$ ou $2^2 \times 3^3 \times 5$

Para decompor um número em seus fatôres primos, procede-se assim:

1º) Divide-se o número considerado pelo menor número possível — exceto a unidade (1);

2º) Faz-se o mesmo com o quociente achado, procedendo-se assim até encontrar o quociente iqual a 1 (um).

Os divisores obtidos serão os fatôres primos do número dado.

POTENCIAÇÃO

Se na multiplicação todos os fatôres são iguais, como no exemplo:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2$$

pode-se indicar êste produto, abreviadamente, escrevendo o fator uma só vez e à sua direita, um pouco acima, em tamanho menor, o número de fatôres que se repetiram. Ex.: 2^4

Chama-se POTENCIAÇÃO essa operação de achar a potência de um número.

POTÊNCIA de um número é o produto de dois ou mais fatôres iguais a êsse número.

EXPOENTE é o número menor que se escreve, à direita, um pouco acima, e que indica o número de fatôres repetidos.

Ex,: $2^3 = 2 \times 2 \times 2$

Chama-se SEGUNDA POTÊNCIA ou QUADRADO de um número, ao produto de dois fatôres iguais: 5^2 que se lê: cinco ao quadrado ou 5 na segunda potência.

Ao produto de três fatôres iguais, chama-se de TERCEIRA POTÊNCIA ou CUBO. Ex.: 7^3 que se lê: sete ao cubo ou sete na terceira potência que é igual a $7 \times 7 \times 7 = 343$.

EXERCÍCIO Nº 10

a) O quadrado de 8 é ....

b) A quinta potência de 5 é ....

c) O cubo de 8 é ....

d) Acha os números cujos fatôres primos são:

2^5 .... 5^3 ....

e) $2 \times 3 \times 5$ .... $3 \times 3 \times$ ....

Um número é DIVISÍVEL por outro quando a sua divisão por êsse outro é EXATA.

Exemplo:

30 é divisível por 5, porque $30 \div 5 = 6$
30 é divisível por 10, pois $30 \div 10 = 3$

Quando um número é divisível por outro, diz-se que êle é MÚLTIPLO dêsse outro.

Assim:

30 é $\begin{cases} \text{divisível por 5, 10 e por 6 e 3} \\ \text{ou} \\ \text{múltiplo de 5, 10, 3 e 6} \end{cases}$

3, 5, 6, 10 são $\begin{cases} \text{divisores de 30} \\ \text{ou} \\ \text{submúltiplos de 30} \end{cases}$

O ZERO é múltiplo de qualquer número, assim como 1 é divisor de todos os números inteiros.

Exemplo: $4 \times 0 = 0$ 0 é múltiplo de 4
$4 \times 1 = 4$ 4 é múltiplo de 4
$4 \times 3 = 12$ 12 é múltiplo de 4

e assim por diante.

Observa o conjunto dos divisores de 24 e 36. Indicaremos por D (24) e D (36).

$$D\ (24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$D\ (36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

"Um número tem um conjunto INFINITO de múltiplos e um conjunto FINITO de divisores".

Exemplo: Sejam os MÚLTIPLOS E DIVISORES, respectivamente, de 24 que tem os seguintes conjuntos:

24 $\begin{cases} \text{múltiplos: } \{24, 48, 72, 96, 120 \ldots\} \text{ Conj. infinito} \\ \text{divisores: } \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\} \text{ Conj. infinito} \end{cases}$

Os sinais ou símbolos indicados abaixo, e já aprendidos nas primeiras lições, facilitarão a compreensão dos divisores e múltiplos de um número.

Exemplo: Os divisores de 24 são: $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

Temos, então: $6 \in \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$

e $7 \notin \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 24\}$ que se lê:

6 PERTENCE ao conjunto de divisores de 24 e 7 NÃO PERTENCE.

Os símbolos $\in$ e $\notin$ relacionam ELEMENTOS de um conjunto com conjunto.

Da mesma forma com os múltiplos de um número, podemos dizer:

são múltiplos de 4: $\{4, 8, 12, 16, 20, 24 \ldots\}$

são múltiplos de 9: $\{9, 18, 27, 36, 45 \ldots\}$

assim temos:

$16 \in \{4, 8, 16, 20, 24 \ldots\}$ e $15 \notin \{4. 8. 12. 16, 24 \ldots\}$

$27 \in \{9, 18, 27, 36, 45 \ldots\}$ e $23 \notin \{9, 18, 27, 36, 45 \ldots\}$

DIVISORES COMUNS E MÚLTIPLOS COMUNS

DIVISOR COMUM de dois ou mais números é o número que divide os dois ao mesmo tempo.

Exemplo: Dar o conjunto dos divisores comuns de 40, 32 e 48

$D(40) = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20\}$

$D(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

$D(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

O conjunto dos DIVISORES COMUNS de 40, 32 e 48 é formado por divisores que pertencem ao mesmo tempo aos três conjuntos.

Assim, temos:

Divisores comuns, de 40, 32 e 48: $\left\{ 1, 2, 4, 8 \right\}$

2º Exemplo: O número 12 pertence ao conjunto dos divisores de 50?

Vejamos:

$$D\ (50) = \left\{ 1, 2, 5, 10, 25, 50 \right\}$$

$$\text{log}\ ,\ 12 \not\subset \left\{ 1, 2, 5, 10, 25, 50 \right\}$$

MÚLTIPLO COMUM de dois ou mais números é um número que é divisível ao mesmo tempo por todos os números dados.

Exemplo: Dar o conjunto dos múltiplos comuns de 4, 6, e 9.

$$M\ 4 = \left\{ |0|, 2, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, |36|, 40 \ldots \right\}$$

$$M\ 6 = \left\{ |0|, 2, 3, 6, 12, 18, 24, 30, |36|, 48 \ldots \right\}$$

$$M\ 9 = \left\{ |0|, 3, 9, 18, 27, |36|, 45 \ldots \right\}$$

O conjunto dos múltiplos comuns de 4, 6 e 9 é formado pelo 0 que é múltiplo de qualquer número e pelos números 36, 72, 108, ... que pertence ao mesmo tempo aos três conjuntos.

Logo, o conjunto dos múltiplos comuns dos números dados é

$$M.\ C.\ \ (4, 6, 9) = \left\{ 0, 36, 72, 108, \ldots \right\}$$

MÁXIMO DIVISOR COMUM é uma operação que permite determinar o MAIOR DIVISOR COMUM entre dois ou mais números.

Indica-se o máximo divisor comum: m.d.c.

Vamos encontrar o m.d.c. dos números 9, 12 e 15.

Consideremos os conjuntos de seus divisores:

Assim:

$$\text{Divisores de } 9 = \{1,\ |3|,\ 9\}$$

$$\text{Divisores de } 12 = \{1,\ 2,\ |3|,\ 4,\ 6,\ 12\}$$

$$\text{Divisores de } 15 = \{1,\ |3|,\ 5,\ 15\}$$

Os divisores comuns que estão marcados são os elementos que formam o CONJUNTO INTERSECÇÃO, que podemos indicá-lo assim:

$$D9 \cap D12 \cap D15 = D = (9,\ 12,\ 15) = \{1, \underset{\downarrow}{3}\}$$ conjunto intersecção

Máximo divisor comum

Logo: o maior divisor comum entre 9,12 e 15 é o número 3, que podemos indicar: m.d.c. (9, 12, 15) = 3.

O SÍMBOLO $\cap$ É CHAMADO INTERSECÇÃO

Outro exemplo:

Determinar o maior divisor comum dos números 18 e 24

$$\text{Divisores de } 18 = \{1,\ 2,\ 3,\ |6|,\ 9,\ 18\}$$

$$\text{Divisores de } 24 = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ |6|,\ 8,\ 12,\ 24\}$$

$$D18 \cap D28 = D = (18,\ 24) \text{ ou } D\ (18,\ 24) = \{1, \underset{\downarrow}{6}\}$$

m.d.c.

Conclusão: "CHAMA-SE M.D.C. DE DOIS NÚMEROS AO MAIOR ELEMENTO DO CONJUNTO INTERSECÇÃO DOS DIVISORES DÊSSES NÚMEROS".

COMO SE ACHA O MÁXIMO DIVISOR COMUM

Determina-se o m.d.c. de dois ou mais números por dois métodos:

1º) Método das divisões sucessivas.

2º) Método da decomposição em fatôres primos.

Pelo processo das divisões sucessivas, temos:

1º — Divide-se o número maior pelo menor; se a divisão não se faz exatamente, divide-se o menor número pelo primeiro resto, depois o primeiro resto pelo segundo, e assim por diante, até que a divisão se faça exata. O último divisor será o m.d.c. procurado.

Ex.: Achar o m.d.c. de 324 e 132

	2	2	5	Linha dos quocientes
324	132	60	12	Linha dos divisores
60	12	0		Linha dos restos

O m.d.c. de 324 e 132 é 12.

2º — Método da decomposição em fatôres primos.

Acha-se o m.d.c. de dois ou mais números, pelo processo de fatoração, decompondo-se cada um dos números dados em seus fatôres primos e depois forma-se o produto dos fatôres primos comuns, tomados com seus menores expoentes. Ex.: 96 e 108

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

m.m.c. (12, 16, 24) = 48.

$$96 = |2| \times |2| \times 3 \times 2 \times 2 \times |3|$$
$$108 = |2| \times |2| \times 3 \times 3 \times |3|$$

O fator 2 só é comum a ambos os números 2 vêzes.
O fator 3 só é comum a ambos os números 1 vez.
Assim temos o m.d.c. de $2 \times 2 \times 3$ que é igual a 12.

MÁXIMO DIVISOR COMUM DE VÁRIOS NÚMEROS

1º — Procura-se o m.d.c. entre os dois primeiros números dados;

2º — depois o m.d.c. do terceiro número com m.d.c. achado e assim sucessivamente;

3º — o último resultado é o m.d.c. aos números dados.

Seja calcular o m.d.c. aos números 84 — 36 — 48 — 15

	2	3
84	36	12
12	0	

	4
48	12
0	

	1	4
15	12	4
3	0	

O m.d.c. de 84, 36, 48 e 15 é 3.

EXERCÍCIO Nº 11

1 — Acha o m.d.c. de 128, 160 e 240 pelas divisões sucessivas.

2 — Calcula o m.d.c. de 280 e 420.

3 — Tenho 35 mudas de laranjeiras e 15 mudas de bergamoteiras. Quero distribuir essas mudas em igual número de linhas, plantando em cada uma o mesmo número de laranjeiras e de bergamoteiras.

a) Quantos alinhamentos teremos de fazer? ....

b) Cada linha receberá .... mudas de laranjeiras e .... mudas de bergamoteiras.

4 — Jorge comprou num bar 15 bombons, 25 rapaduras de leite e 60 balas. Quer fazer pacotes, contendo o mesmo número de bombons, rapaduras e balas. Qual o maior número de pa-

cotes que poderá assim preparar? Quantos bombons, quantas rapaduras e quantas balas irá colocar em cada pacote?

5 — Três rolos de arame farpado têm, respectivamente, 168 metros, 264 metros e 312 metros. Deseja-se cortá-los em partes de comprimentos iguais, de maneira que, cada parte seja a maior possível. Qual é o comprimento de cada pedaço e qual o número de partes?

6 — Quer-se dividir três rolos de corda que medem, respectivamente, 90 metros, 108 metros e 144 metros, em pedaços iguais e do máximo tamanho possível. Determina o número das partes de cada rôlo e os comprimentos de cada um.

7 — Determina os divisores de 60 e 150 múltiplos de 5.

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM de dois ou mais números é o menor dos múltiplos COMUNS dêstes números, EXCETO O ZERO.

Indica-se o mínimo múltiplo comum: m.m.c.

1º processo — Vamos determinar o menor dos múltiplos comuns dos números 12, 16 e 24.

Efetuemos primeiros a operação intercecção entre os conjuntos dos múltiplos de 12, 16 e 24.

Assim:

$$\text{Multiplos de } 12 = \{0, 12, 24, 36, |48|, 60, 72, 84, |96| \ldots\}$$

$$\text{Multiplos de } 16 = \{0, 16, 32, |48|, 64, 80, |96| \ldots\}$$

$$\text{Multiplos de } 24 = \{0, 24, |48|, 72, |96|, 120 \ldots\}$$

Sendo o zero múltiplo de qualquer número, deixá-lo-emos de lado e formemos a operação intersecção.

O símbolo dessa operação é M.

$$M12 \cap M16 \cap M24 = M\ (12, 16, 24) = \{48, 96\}$$ ao menor

valor dêsse conjunto dá-se o nome de MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM e se indica por:

$$\text{m.m.c. } (12,16,\ 24) = 48$$

2º processo — Para se achar o m.m.c. de dois ou mais números, escrevem-se os mesmos em linha horizontal, separados por uma vírgula, e dividem-se todos, sucessivamente, pelos menores divisores que lhes sejam comuns, até encontrar para quociente a unidade.

A multiplicação dos divisores entre si será o m.m.c. dos números dados.

Ex.: Seja achar o m.m.c. de 6. 9. 12 e 15.

$$\begin{array}{r|l} 6,\ 9,\ 12,\ 15 & 2 \\ 3,\ 9,\ 6,\ 15 & 2 \\ 3,\ 9,\ 3,\ 15 & 3 \\ 1,\ 3,\ 1,\ 5 & 3 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

O m.m.c. de 6. 9, 12 e 15 é 180, isto é,

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$$
$$2^2 \times 3^2 \times 5$$

Há um *terceiro processo* para se achar o m.m.c. de dois ou mais números.

— Decompõe-se cada número em seus fatôres primos e o m.m.c. será igual ao produto de todos os fatôres primos diferentes, tomados com o seu maior expoente. Seja calcular o m.m.c. a 12, 36 e 84.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Os fatôres primos de

12 são: $2 \times 2 \times 3$ ou $2^2 \times 3$

36 são: $2 \times 2 \times 3 \times 3$ ou $2^2 \times 3^2$

84 são: $2 \times 2 \times 3 \times 7$ ou $2^2 \times 3 \times 7$

Formando o produto com os fatôres primos de maior potência, tem-se:

$$2^2 \times 3^2 \times 7 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 252$$

252 é o m.m.c. dos três números dados.

EXERCÍCIO Nº 12

1 — Forma a tabela de números primos de 50 a 100.

2 — 3 e 8 são primos ou múltiplos? .... Por quê ....

3 — Determina os divisores de 72 ....

4 — Quais são os divisores comuns aos números 18 e 48? ....

5 — Decompõe em seus fatôres primos:

420 360 1.000 3.600 2.420

6 — Dá um múltiplo de 9 menor que 50 ....

7 — Escreve todos os divisores de 7 até 86 ....

8 — Determina o conjunto dos múltiplos de 8 compreendidos entre 14 e 120 ....

9 — Faze o conjunto dos múltiplos e divisores de 18, respectivamente:

$$18 \begin{cases} \text{divisores:} \\ \\ \text{múltiplos:} \end{cases}$$

10 — Usando os sinais convenientes, para exprimir as relações entre os conjuntos, verifica se 6 pertence ao conjunto dos divisores de 56 ....

11 — Escreve o conjunto dos múltiplos comuns de 4, 16 e 24, compreendidos até 60.

EXERCÍCIO Nº 13

1 — Determina o m.m.c. dos números seguintes, pelo processo da fatoração:

a) 54, 72 e 21
b) 96, 108 e 72
c) 15, 75 e 55

2 — Dados os números $2^5 \times 5$ e 2×11, calcula o m.m.c. ....

3 — Qual o quociente da divisão do m.m.c. dos números 36 e 60 pelo m.d.c. dos mesmos números?

4 — Qual é o produto de $2^3 \times 2^2 \times 7^2$ ....

5 — Que é múltiplo de um número? ....

6 — Que é mínimo múltiplo de dois ou mais números? ....

7 — Se dois números são primos entre si, qual é o m.m.c. entre êles? ....

8 — Por que 40 é múltiplo de 8 e 5? ....

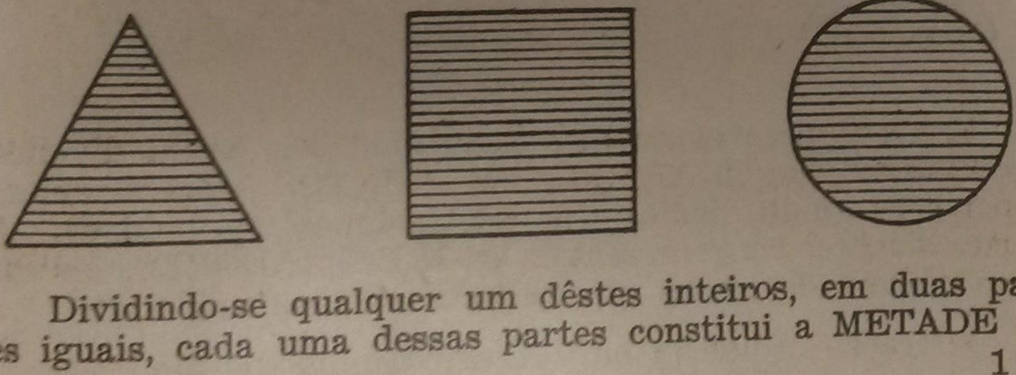
9 — Os aviões de três companhias levantam vôo do Aeroporto Salgado Filho às 7 horas da manhã. Os da primeira companhia levantam vôo de 2 em 2 horas, os da segunda de 4 em 4 horas e os da terceira de 3 em 3 horas. A que horas levantarão vôo novamente juntos? (o número de horas para que os aviões levantem vôo juntos será o m.m.c.)

10 — Três navios saem hoje do pôrto local. O primeiro faz suas viagens de 15 em 15 dias; o segundo, de 20 em 20 dias e o terceiro de 18 em 18 dias. De quantos em quantos dias êles saem juntos do mesmo pôrto?

11 — Um colecionador de selos possui mais de 2.500 selos e menos de 3.000. Contando-se o número de selos de 15 em 15, de 25 em 25, e de 35 em 35, sempre sobram 13. Determina o número de selos do colecionador. 264P

FRAÇÕES ORDINÁRIAS

FRAÇÃO OU QUEBRADO, é uma ou mais das partes iguais em que se divide um inteiro.



Dividindo-se qualquer um dêstes inteiros, em duas partes iguais, cada uma dessas partes constitui a METADE ou UM MEIO do inteiro, que se representa gràficamente por $\frac{1}{2}$; se em lugar de duas partes, dividirmos em três partes iguais,