7 — Numa escola freqüentada por meninos e meninas, $\frac{3}{5}$ dos alunos são do sexo masculino e $\frac{8}{20}$ dos alunos são do sexo feminino. Há mais meninos ou meninas nessa escola?

$\frac{3}{5}$ equivale a $\frac{12}{20}$, como é fácil verificar.

Logo, há mais meninos que meninas porque

$\frac{12}{20} > \frac{8}{20}$ ou $\frac{3}{5} > \frac{8}{20}$.

8 — Carlos fêz sua prova de matemática em $30\frac{2}{3}$ minutos e José fêz a sua em $30\frac{4}{5}$ minutos. Quem levou menos tempo para fazer a prova?

Comparando os minutos inteiros que ambos levaram para fazer a prova, não há diferença, o tempo gasto foi o mesmo, 30 minutos. Precisamos, então, comparar as frações de minutos que ambos gastaram: $\frac{2}{3}$ e $\frac{4}{5}$. Como estas frações têm denominadores diferentes, para compará-las, precisamos reduzi-las a frações equivalentes com o mesmo denominador.

Vejamos:

$$\boxed{\frac{2}{3}} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \boxed{\frac{10}{15}}, \frac{12}{18}, \dots \right\}$$

$$\boxed{\frac{4}{5}} = \frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \boxed{\frac{12}{15}}, \frac{16}{20}, \frac{20}{25}, \dots \}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} \quad \text{e} \quad \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$



Logo, $\frac{10}{15} < \frac{12}{15}$ ou $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$ e $30\frac{2}{3} < 30\frac{4}{5}$

Resposta: Quem gastou menos tempo foi Carlos.

9 — Quantas garrafas de $\frac{3}{4}$ *l* podem ser enchidas com 6 litros de vinho?

$$\square \times \frac{3}{4} = 6$$

$$\square = 6 \div \frac{3}{4}$$

$$\square = 6 \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\square = 8$$

Resposta: 8 garrafas.

10 — Quantos dias um aluno levará para gastar 10 lápis se êle gasta $\frac{2}{5}$ de lápis por dia?

$$\square \times \frac{2}{5} = 10$$

$$\square = 10 \div \frac{2}{5}$$

$$\square = 10 \times \frac{5}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\square = 25$$

Resposta: 25 dias.

11 — Os $\frac{3}{7}$ de uma estrada foram percorridos em 60 minutos. Quanto tempo se levará para percorrer a estrada tôda?

$\frac{3}{7} \rightarrow 60$ min. (plural)

$\frac{1}{7} \rightarrow 60 \div 3 = 20$ (singular)

$\frac{7}{7} \rightarrow 7 \times 20 = 140$ min. ou 2 h e 20 min.

Resposta: 2 h 20 min.

12 — As laranjas de um cêsto foram distribuídas a três pessoas. À primeira coube $\frac{1}{2}$ das laranjas, à segunda, $\frac{1}{3}$ e à terceira as restantes 24 laranjas. Quantas laranjas foram distribuídas?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \square = 1$ (conjunto de tôdas as laranjas)

ou $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \square = 1$

$\left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) + \square = 1$

$\frac{5}{6} + \square = 1$

$\square = 1 \frac{5}{6} =$ ou $\frac{6}{6} - \frac{5}{6}$

$\square = \frac{1}{6}$



$\frac{1}{6} \rightarrow 24$ laranjas (singular)

$\frac{6}{6} \rightarrow 6 \times 24 = 144$ (plural)

Resposta: O cêsto tinha 144 laranjas.

13 — Mesmo problema anterior. Só que se deseja saber quantas laranjas receberam as duas primeiras pessoas.

Primeiro é preciso conhecer o total de laranjas do cêsto, o que já foi feito acima e já sabemos que êsse total é de 144 laranjas. Agora, continuando:

1.ª pessoa $\rightarrow \frac{1}{2}$ de 144 ou $144 \div 2 = 72$ laranjas.

2.ª pessoa $\rightarrow \frac{1}{3}$ de 144 ou $144 \div 3 = 48$ laranjas.

Respostas: A 1.ª pessoa recebeu 72 laranjas e a 2.ª, 48 laranjas.

14 — Uma pessoa retirou do Banco $\frac{3}{5}$ de seu dinheiro ali depositado e ainda ficou com Cr$ 152,00. Quanto essa pessoa tinha no Banco?

$\square + \frac{3}{5} = 1$ (todo o dinheiro depositado no Banco)

$\square = 1 - \frac{3}{5}$ ou $\frac{5}{5} - \frac{3}{5}$

$\square = \frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} \rightarrow 152{,}00$ (plural)

$\frac{1}{5} \rightarrow 152{,}00 \div 2 = 76{,}00$ (singular)

$\frac{5}{5} \rightarrow 5 \times 76{,}00 = 380{,}00$ (plural)

Resposta: A pessoa tinha Cr$ 380,00 no Banco.

15 — Um andarilho percorreu $\frac{2}{7}$ do percurso entre duas cidades a pé. A seguir, ganhou uma "carona" e percorreu mais $\frac{3}{5}$ da estrada, faltando-lhe ainda 12 km para terminar o percurso. Qual a distância entre as duas cidades?

$\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5}\right) + \square = 1$ (percurso total)

$\left(\frac{10}{35} + \frac{21}{35}\right) + \square = 1$

$\frac{31}{35} + \square = 1$

$\square = 1 - \frac{31}{35}$ ou $\frac{35}{35} - \frac{31}{35}$

$\square = \frac{4}{35}$

$\frac{4}{35} \rightarrow 12$ km (plural)

$\frac{1}{35} \rightarrow 12 \div 4 = 3$ (singular)

$\frac{35}{35} \rightarrow 35 \times 3 = 105$

Resposta: 105 km.

# REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS NÚMEROS RACIONAIS

# REVISÃO DE CONCEITOS

O aluno de 4.ª série já conhece a representação decimal das frações decimais (décimos, centésimos e milésimos) e, inclusive, já deve saber as técnicas operatórias das quatro operações fundamentais com os novos numerais. É fundamental, entretanto, uma boa revisão de tudo isso para depois prosseguir nas partes ainda não aprendidas. O nosso volume 3 trata de tôda a parte que julgamos ser já do conhecimento do aluno desta série e recomendamos uma revisão de todos os tópicos lá inseridos.

Resumindo o que já vimos no volume 3:

*Fração decimal* é tôda fração cujo denominador é a unidade acomnhada de zeros (potência natural de 10).

*Numeral decimal* ou forma decimal é um nôvo numeral que podemos empregar para representar os números racionais.

Cada fração decimal está associada a uma forma decimal que é composta de duas partes separadas por uma vírgula: a parte inteira e a parte fracionária.

Exemplos:

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{fração decimal}}}{\frac{3}{10}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{forma decimal}}}{0{,}3} \quad \text{e} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{fração decimal}}}{\frac{28}{1.000}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{forma decimal}}}{0{,}028}$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{parte inteira}}}{9}, \underset{\substack{\uparrow \\ \text{parte fracionária}}}{\underbrace{25}} \quad \text{e} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \text{parte inteira}}}{0}, \underset{\substack{\uparrow \\ \text{parte fracionária}}}{\underbrace{754}}$$

## OPERAÇÕES COM OS NUMERAIS DECIMAIS

Foram já estudadas, em parte. A adição e subtração não serão reestudadas porque essas operações têm técnicas operatórias idênticas às que estudamos para os números naturais e as frações. A disposição prática é a mesma que empregamos para adicionar ou subtrair números naturais. A redução à mesma ordem decimal acrescentando zeros às ordens vazias de unidades, na parte decimal, à direita, nada mais é que a redução ao mesmo denominador, que estudamos para a adição e subtração de frações. Logo, nada mais há a acrescentar. É só aplicar êsses conhecimentos em exercícios e problemas.

Exemplos:

1.º) $2{,}4 + 1{,}35 + 13{,}012$

Temos:

$$\begin{array}{r} 2{,}400 \\ 1{,}350 \\ +\ 13{,}012 \\ \hline 16{,}762 \end{array}$$

2.º) $15{,}2 - 8{,}782$

Temos:

$$\begin{array}{r} 15{,}200 \\ -\ 8{,}782 \\ \hline 6{,}418 \end{array}$$

3.º) $1 - 0{,}75$

Temos:

$$\begin{array}{r} 1{,}00 \\ 0{,}75 \\ \hline 0{,}25 \end{array}$$

## MULTIPLICAÇÃO

Já estudamos dois casos, no volume 3:

*a*) Um dos fatôres é um número natural.

*b*) Um dos fatôres é 10, 100, ou 1.000.

Agora, que o aluno já aprendeu a multiplicar frações, podemos melhor justificar a posição da vírgula no produto.

Seja, por exemplo, a seguinte multiplicação de racionais: $5 \times 0{,}3$ (1.º caso, já estudado e justificado na 3.ª série).

$5 \times 0{,}3$ é o mesmo que $\frac{5}{1} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10}$ ou $1{,}5$

Logo, se um dos fatôres possui uma ordem ou "casa" decimal e o outro fator é um número natural, o produto terá também uma ordem decimal ou uma casa decimal. Por isso, dizíamos no volume 3, décimos por número natural, décimos no produto. Agora, porém, tudo fica mais claro porque o aluno ja conhece a multiplicação de frações.

Outro exemplo: $12 \times 1{,}25$

$12 \times 1{,}25$ é o mesmo que $\frac{12}{1} \times \frac{125}{100} = \frac{1.500}{100} = 15\frac{0}{100}$ ou $15{,}00$ ou simplesmente 15.

Quando um dos fatôres tem duas ordens decimais (centésimos), o produto também terá.

Seja agora: $3 \times 1{,}055$

$3 \times 1{,}055$ é o mesmo que $\frac{3}{1} \times \frac{1.055}{1.000} = \frac{3.165}{1.000} = 3\frac{165}{1.000}$ ou $3{,}165$.

Operando com as formas decimais, os três exemplos acima, teremos:

$$\begin{array}{r} 0{,}3 \\ \times\ 5 \\ \hline 1{,}5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}25 \\ \times\ 12 \\ \hline 250 \\ 125\phantom{0} \\ \hline 15{,}00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}055 \\ \times\ 3 \\ \hline 3{,}165 \end{array}$$

Vejamos agora o caso ainda não estudado: os fatôres são números racionais quaisquer.

Exemplo: 0,5 × 2,8.

0,5 × 2,8 é o mesmo que $\frac{5}{10} \times \frac{28}{10} = \frac{140}{100} = 1\frac{40}{100}$ ou 1,40.

Logo, décimos por décimos dá centésimos, ou: uma ordem decimal em cada fator, duas ordens decimais no produto.

Outro exemplo: 1,52 × 0,4.

1,52 × 0,4 é o mesmo que $\frac{152}{100} \times \frac{4}{10} = \frac{608}{1.000}$ ou 0,608.

Logo, centésimos por décimos dá milésimos, ou: duas ordens decimais em um fator e uma ordem decimal em outro fator, três ordens no produto. É indiferente ser o primeiro ou o segundo fator aquêle que possui o maior número de ordens decimais, para a dedução da regra prática para a fixação da vírgula, uma vez que a multiplicação é comutativa e tanto faz 1,52 × 0,4 como 0,4 × 1,52.

Mais um exemplo: 3,225 × 0,08

3,225 × 0,08 é o mesmo que $\frac{3.225}{1.000} \times \frac{8}{100}$

$\frac{3.225}{1.000} \times \frac{8}{100} = \frac{25.800}{100.000} = \frac{258}{1.000}$ (dividindo os dois têrmos da fração por 100 para simplificá-la)

e $\frac{258}{1.000} = 0{,}258$



Operando com as formas decimais os três exemplos acima, para o último caso de multiplicação com numerais decimais, temos:

$$\begin{array}{r} 2{,}8 \\ \times\ 0{,}5 \\ \hline 1{,}40 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1{,}52 \\ \times\ 0{,}4 \\ \hline 0{,}608 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}225 \\ \times\ 0{,}08 \\ \hline 0{,}25800 \end{array}$$

Quando tivermos mostrado aos nossos alunos todos êsses casos, cada um dêles paralelamente à técnica operatória, êles já terão percebido não só porque fixamos a vírgula à direita de determinado algarismo, no produto, como também já saberão "contar" as "casas" decimais para fixá-las.

## EXERCÍCIOS 34

1 — Efetue as seguintes multiplicações:

*a*) 1,5 × 10
*b*) 2,45 × 8
*c*) 0,78 × 5
*d*) 2,125 × 3
*e*) 12 × 1,75

2 — Calcule:

*a*) 2,4 × 0,8
*b*) 3,15 × 1,32
*c*) 5,175 × 0,4
*d*) 8,12 × 1,5
*e*) 15,25 × 3,04

3 — Mostre porque quando você multiplica 2,125 por 0,8 você conta quatro casas decimais no produto.

4 — Efetue:

*a*) (12,5 + 3,15) × 2,6
*b*) 3,5 × (15,45 - 10,8)

*c*) $0{,}5 \times (12{,}4 \times 1{,}8)$
*d*) $(0{,}5 \times 12{,}4) \times 1{,}8$

5 — Os resultados dos dois últimos exercícios servem para verificar que propriedade da multiplicação de racionais?

6 — Invente um exemplo e verifique a propriedade comutativa dos números racionais.

7 — Efetue:

*a*) $2{,}5 \times (3{,}4 + 1{,}8)$
*b*) $2{,}5 \times 3{,}4 + 2{,}5 \times 1{,}8$

8 — Com os resultados dos dois últimos exercícios, que propriedade da multiplicação de racionais você pode verificar?

9 — Efetue:

*a*) $(5{,}4 - 2{,}76) \times 1{,}8$
*b*) $5{,}4 \times 1{,}8 - 2{,}76 \times 1{,}8$

10 — Que propriedade da multiplicação de racionais você pode verificar com os dois exemplos acima?

## DIVISÃO

A técnica para dividir números racionais sob a forma decimal já foi introduzida no volume 3 para alunos de 3.ª série. Entretanto, vamos aqui repeti-las para melhor justificá-las uma vez que, só agora, a classe tem conhecimentos sôbre números racionais que permitem a compreensão de tais justificativas.

1.º) Dividendo e divisor têm o mesmo número de "casas" decimais. Seja a seguinte divisão: $0{,}5 \div 0{,}1$

$0{,}5 \div 0{,}1$ é o mesmo que $\frac{5}{10} \div \frac{1}{10}$

$$\frac{5}{10} \div \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \times \frac{10}{1} = \frac{50}{10} \text{ ou } \frac{5}{1} = 5 \div 1$$

Logo, dividir $0{,}5 \div 0{,}1$ é o mesmo que $5 \div 1$

Outro exemplo: $8{,}75 \div 1{,}75$

$8{,}75 \div 1{,}75$ é o mesmo que $\frac{875}{100} \div \frac{175}{100}$

$$\frac{875}{100} \div \frac{175}{100} = \frac{875}{100} \times \frac{100}{175} = \frac{87.500}{17.500} \text{ ou } \frac{875}{175} = 875 \div 175 = 5$$

Logo, dividir $8{,}75 \div 1{,}75$ é o mesmo que $875 \div 175$.

Mais um exemplo: $3{,}875 \div 0{,}125$

$3{,}875 \div 0{,}125$ é o mesmo que $\frac{3.875}{1.000} \div \frac{125}{1.000}$

$$\frac{3.875}{1.000} \div \frac{125}{1.000} = \frac{3.875}{1.000} \times \frac{1.000}{125} = \frac{3.875.000}{125.000} \text{ ou } \frac{3.875}{125} = 31$$

Logo, dividir 3,875 ÷ 0,125 é o mesmo que dividir 3.875 ÷ 125.

Pelos três exemplos dados acima, podemos concluir uma regra prática para dividir racionais sob a forma decimal: se o dividendo e o divisor têm o mesmo número de ordens decimais, podemos abandonar ou "cortar", se assim desejarmos, a vírgula, e operar como se fôssem números naturais. Assim, empregando os exemplos acima:

| | | |
|---|---|---|
| 0,5 \| 0,1 | 8,75 \| 1,75 | 3,875 \| 0,125 |
| 0   5 | 0 00   5 | 0 125   31 |
| | | 000 |

Simplesmente, "desconhecemos" a vírgula.

2.º) Dividendo e divisor não têm o mesmo número de "casas" decimais.

Acrescentamos zeros à direita do têrmo que tem menor número de ordens decimais até que fiquem com o mesmo número de "casas" o dividendo e o divisor. Já sabemos que essa operação não altera o valor do número representado pelo numeral.

Por exemplo:

0,8 = 0,80 = 0,800 pois $\frac{8}{10} = \frac{80}{100} = \frac{800}{1.000}$ porque pertencem à mesma classe de equivalência. Podemos também, como já vimos, verificar a equivalência daquelas frações decimais assim:

$\frac{8}{10} = \frac{80}{100}$ porque $8 \times 100 = 10 \times 80$ e $\frac{8}{100} = \frac{800}{1.000}$ porque $8 \times 1.000 = 800 \times 100$

Igualadas as ordens decimais, operamos como vimos nos casos anteriores.

Exemplos:

1.º) 4,5 ÷ 0,25 = 4,50 ÷ 0,25 ou 450 ÷ 25
2.º) 7,125 ÷ 1,5 = 7,125 ÷ 1,500 ou 7.125 ÷ 1.500
3.º) 324 ÷ 1,08 = 324,00 ÷ 1,08 ou 32.400 ÷ 108
3.º) O divisor é 10, 100 ou 1.000:



Sejam os seguintes exemplos:

1.º) 8,75 ÷ 10
2.º) 212,8 ÷ 100
3.º) 3.512,2 ÷ 1.000

Temos:

1.º) $8{,}75 \div 10 = \frac{875}{100} \div \frac{10}{1}$

$$\frac{875}{100} \div \frac{10}{1} = \frac{875}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{875}{1.000}$$

$$\frac{875}{1.000} = 0{,}875$$

Comparando o resultado obtido com a divisão dada: 8,75 ÷ 10 = 0,875, podemos notar que a vírgula "caminhou" uma casa para a esquerda, na divisão por 10, continuando o numeral com os mesmos algarismos do dividendo.

2.º) $212{,}8 \div 100 = \frac{2.128}{10} \div \frac{100}{1}$

$$\frac{2.128}{10} \div \frac{100}{1} = \frac{2.128}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{2.128}{1.000} = 2{,}128$$

Logo, 212,8 ÷ 100 = 2,128

Comparando os têrmos da divisão e o resultado obtido da divisão por 100, podemos notar que o quociente é um numeral escrito com os mesmos algarismos que o dividendo, apenas com a vírgula recuada duas casas para a esquerda.

3.º) $3.512{,}2 \div 1.000 = \frac{35.122}{10} \div \frac{1.000}{1}$

$$\frac{35.122}{10} \div \frac{1.000}{1} = \frac{35{,}122}{10} \times \frac{1}{1.000} = \frac{35.122}{10.000} = 3{,}5122$$

Logo, 3.512.2 ÷ 1.000 = 3,5122

Observando os têrmos da divisão e o quociente, notamos ainda que êste é um numeral expresso com os mesmos algarismos do dividendo, apenas com a vírgula recuada para a esquerda três casas.

Dessas divisões por 10, 100 e 1.000, podemos levar a criança a descobrir uma regra prática para dividir por êsses números: basta repetir, no quociente, os algarismos do dividendo e recuar a vírgula para a esquerda uma, duas ou três casas, conforme a divisão seja, respectivamente, por 10, 100 ou 1.000.

## EXERCÍCIOS 35

Efetue as seguintes divisões deslocando a vírgula para a esquerda:

1 — $27{,}4 \div 10$
2 — $10{,}25 \div 10$
3 — $124 \div 10$
4 — $2{,}85 \div 10$
5 — $132{,}4 \div 100$
6 — $83{,}45 \div 100$
7 — $248{,}5 \div 1.000$

## QUOCIENTE APROXIMADO

Seja a seguinte divisão: $51 \div 6$

$$\begin{array}{r|l} 51 & 6 \\ \hline 3 & 8 \end{array} \rightarrow \text{quociente por falta}$$

Sendo $8 \times 6 = 48$, (o quociente 8 é pouco)
e $9 \times 6 = 54$, (o quociente 9 é muito)

Podemos concluir que o verdadeiro quociente de $51 \div 6$ é maior que 8 e menor que 9, isto é, está entre 8 e 9.

Seja, agora, a divisão: $510 \div 6$

$$\begin{array}{r|l} 510 & 6 \\ \hline 30 & 85 \\ 0 & \end{array}$$

Como 510 é dez vêzes maior que 51, o quociente de 510 por 6 é 10 vêzes maior que o quociente de 51 por 6. Portanto, para obter êste último, é só dividi-lo por 10. Assim:

$$51 \div 6 = \frac{(51 \times 10) \div 6}{10} = \frac{540 \div 6}{10} = \frac{85}{10} = 8{,}5$$

Pràticamente, podemos proceder assim:

$$\begin{array}{r|l} 51 & 6 \\ \hline 30 & 8{,}5 \\ 0 & \end{array}$$

Coloca-se a vírgula à direita do quociente aproximado por falta e um zero à direita do resto, continuando-se a divisão

Outro exemplo: $3 \div 4$

$$\begin{array}{l|l} 3 & 4 \\ \hline 3 & 0 \end{array}$$

Sendo $0 \times 4 = 0$, (o quociente 0 é pouco)
e $1 \times 4 = 4$ (o quociente 1 é muito).

Logo, o quociente verdadeiro está entre 0 e 1, isto é, é maior que zero, mas é menor que 1.

Procedendo como acima, colocamos uma vírgula à direita do quociente por falta, 0, e um zero à direita do dividendo, o que equivale a multiplicá-lo por 10, e continuamos a divisão. Assim:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}7 \end{array}$$

Como o quociente ainda é por falta porque há um resto, podemos prosseguir a divisão colocando um zero à direita do resto (é o mesmo que se o colocássemos à direita do dividendo), e prosseguimos:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array}$$

Logo, o quociente exato de $3 \div 4$ é 0,75.

Podemos verificar a verdade dêsse resultado assim:

$$3 \div 4 = \frac{3}{4}$$

e $3 \div 4 = 0{,}75$

Mas, $0{,}75 = \dfrac{75}{100} = \dfrac{75 \div 25}{100 \div 25} = \dfrac{3}{4}$



Logo, $3 \div 4 = \dfrac{3}{4} = \dfrac{75}{100} = 0{,}75$

E temos, na linha acima, quatro numerais diferentes para o mesmo número racional $\dfrac{3}{4}$.

## PORCENTAGEM

Sendo a porcentagem uma aplicação das frações de denominador 100 (centésimos), não há necessidade de tratarmos dela em um capítulo à parte. Apenas, após ser dada uma certa ênfase a essas frações, empregaremos paralelamente os têrmos "por cento" e "centésimos", quer sob a forma de fração ordinária, quer sob a forma decimal. Quando sentirmos que já é tempo, empregaremos sòmente "por cento", isto é, teremos já ensinado "porcentagem" e poderemos empregar a sua terminologia.

Alguns exercícios preparatórios.

### EXERCÍCIOS 36

1 — Escreva sob a forma decimal as seguintes frações:

*a*) $\frac{25}{100} = \ldots$ *b*) $\frac{40}{100} = \ldots$ *c*) $\frac{75}{100} = \ldots$

*d*) $\frac{38}{100} = \ldots$ *e*) $\frac{8}{100} = \ldots$ *f*) $\frac{4}{100} = \ldots$

2 — Complete as sentenças que seguem:

*a*) $\frac{32}{100}$ e 0,32 são dois numerais diferentes do mesmo número ......... .

*b*) $\frac{5}{100}$ e 0,05 são dois ......... diferentes do ............. .

*c*) 0,09 e $\frac{9}{100}$ são dois ......... diferentes do ............. .

3 — O quadro abaixo está dividido em 100 quadradinhos do mesmo tamanho. Complete as sentenças que seguem de acôrdo com o que você observar no desenho:



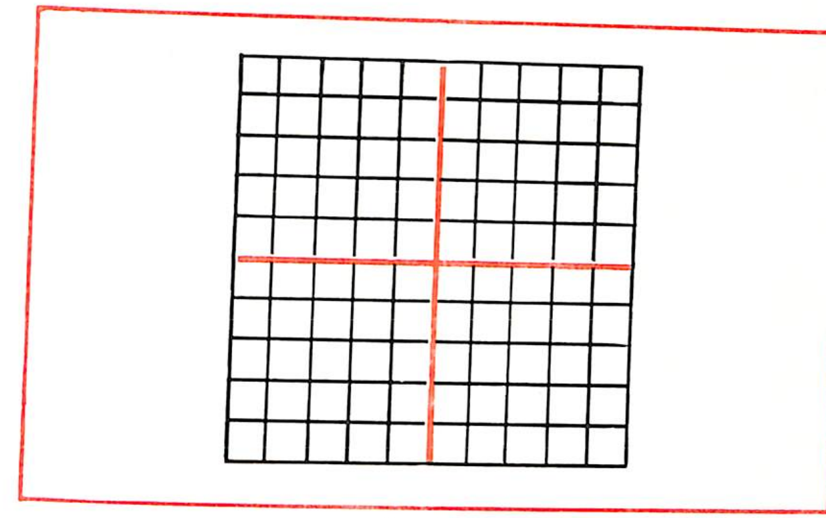


FIG. 37

*a*) Cada quadradinho é ....... do quadro todo.

*b*) O quadro todo tem ..... centésimos.

*c*) A metade do quadro tem ..... centésimos.

*d*) A quarta parte do quadro tem ....... centésimos.

4 — Ainda observando o quadro anterior, complete:

*a*) Se eu colorir $\frac{1}{4}$ do quadro, terei colorido $\frac{\ldots}{100}$ ou o, ... de todo o quadro.

*b*) Se eu colorir $\frac{1}{2}$ do quadro, terei colorido $\frac{\ldots}{100}$ ou o, ... do quadro todo.

*c*) Colorindo $\frac{3}{4}$ do quadro, terei colorido $\frac{\ldots}{100}$ ou o, ... do quadro todo.

*d*) Colorindo todo o quadro, terei colorido $\frac{\ldots}{100}$ ou ... quadro todo.

Feita a revisão do estudo das frações de denominador 100 e sua forma decimal, poderemos começar a introduzir uma nova forma de dizer a mesma coisa: contaremos, por exemplo, que quando uma pessoa diz que 20 "por cento" da produção de laranjas de um município foi perdida por não ter sido colhida em tempo, está dizendo que 20 laranjas em 100 foram perdidas. Se alguém disser que 50 "por cento" dos eleitores de uma cidade votaram em determinado candidato, estará dizendo que 50 eleitores em cada 100 votaram nesse candidato, isto é, a metade dos eleitores, pois 50 é a metade de 100.

Sempre que empregamos o denominador 100 para representar partes do todo, estamos empregando uma fração decimal que pode ser expressa sob a forma decimal e ainda com o símbolo % (por cento).

Assim:

$\frac{5}{100}$ ou 0,05 ou ainda 5%.

Temos, assim, três numerais diferentes para representar a mesma fração decimal.

Se tivermos 100 balas, por exemplo, cada bala será $\frac{1}{100}$ ou 0,01, ou ainda 1% de tôdas as balas. Três das 100 balas corresponderão a $\frac{3}{100}$ ou 0,03, ou ainda 3% das balas tôdas.

Poderemos, agora, começar os exercícios para fixação e aplicação da porcentagem.

## EXERCÍCIOS 37

1 — Complete as sentenças que seguem, empregando os três numerais diferentes, cada uma delas relacionadas às 100 balas:

*a*) 8 balas são $\frac{8}{100}$ ou 0,.... ou .... .

*b*) 15 balas são ..... ou 0,15 ou ..... .

*c*) 25 balas são .... ou ..... ou 25%.

*d*) 40 balas são .... ou .... ou .... .

*e*) 55 balas são .... ou .... ou .... .

*f*) 100 balas são .... ou .... ou .... .

2 — Uma classe de 40 alunos obteve 75% de promoção. Quantos alunos foram promovidos?



$\frac{100}{100}$ ou 100% → 40 alunos (plural)

$\frac{1}{100}$ ou 1% → 40 ÷ 100 = 0,40 (singular)

$\frac{75}{100}$ ou 75% → 75 × 0,40 = 30 (plural)

Resposta: 30 alunos.

3 — Os 15% de uma certa importância são Cr$ 45,00. Qual é a importância?

15% ou $\frac{15}{100}$ → 45,00 (plural)

1% ou $\frac{1}{100}$ → 45,00 ÷ 15 = 3,00 (singular)

100% ou $\frac{100}{100}$ → 100 × 3,00 = 300,00 (plural)

Resposta: Cr$ 300,00.

4 — 32% dos alunos de uma classe são 16 alunos. Quantos alunos tem a classe?

32% ou $\frac{32}{100}$ → 16 (plural)

1% ou $\frac{1}{100}$ → 16 ÷ 32 = 0,5 (singular)

100% ou $\frac{100}{100}$ → 100 × 0,5 = 50 (plural)

Resposta: 50 alunos.

5 — Fiz compras em uma loja no valor total de Cr$ 72,00. Ao extrair a nota fiscal, o vendedor consignou-me um desconto de 3 %. Qual o valor da nota?

100% → 72,00 (plural)

1% → 72,00 ÷ 100 = 0,72 (singular)

3% → 3 × 0,72 = 2,16 (plural)

□ = 72,00 – 2,16

□ = 69,84

Resposta: Cr$ 69,84.

6 — Numa fábrica, trabalham 72 mulheres e elas representam 12 % dos empregados da fábrica. Quantos empregados tem a fábrica?

12% → 72 (plural)

1% → 72 ÷ 12 = 6 (singular)

100% → 100 × 6 = 600 (plural)

Resposta: 600 empregados.

7 — Das 150 mangas compradas por um comerciante de frutas, 0,3 apodreceram na viagem. Quantas mangas chegaram boas?

100% → 150 (plural)

1% → 150 ÷ 100 = 1,5 (singular)

0,3 = 0,30 ou 30% → 30 × 1,5 = 45 (plural)

□ = 150 – 45

□ = 105

Resposta: 105 mangas.

Podemos, agora, começar a fazer o aluno trabalhar com os numerais decimais para resolver os problemas. Basta que êle se lembre que $\frac{100}{100}$ é o mesmo que 1.



Logo, o problema acima pode ser resolvido assim:

1 → 150 mangas (singular, pois é 1 conjunto todo)

0,3 → 0,3 × 150 = 45 (plural)

□ = 150 – 45 = 105

8 — José comprou um televisor por Cr$ 680,00. Como vai pagá-lo em prestações, terá um acréscimo de 12 %. A como lhe sairá o televisor?

100% ou 1 → 680,00 (singular)

12% ou 0,12 → 0,12 × 680,00 = 81,60

□ = 680,00 + 81,60 = 761,60

Resposta: Cr$ 761,60

9 — Um vendedor de livros recebeu Cr$ 780,00 de comissão pelas vendas que efetuou. Qual foi o valor das vendas, se êle recebe 6 % de comissão?

6 % ou 0,06 → 780,00 (plural)

100 % ou 1 → 780,00 ÷ 0,06 = 13.000,00 (singular)

Resposta: Cr$ 13.000,00

10 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas:

*a)* $\frac{12}{100} = 12\%$ ( ) *b)* $65\% \neq 0{,}65$ ( )

*c)* $100\% = 1 = \frac{100}{100}$ ( ) *d)* Outro numeral do número 1 é 100 % ( )

*e)* $8\% + 75\% + 17\% = 100\%$ ( ) *f)* $\frac{28}{100} + \frac{45}{100} + \frac{27}{100} = 1$ ( )

11 — Marta recebeu seu primeiro ordenado e já fêz planos para gastar seu dinheiro: 50% em alimentação, 28 % em roupas e 25% em

calçados e outros objetos de uso pessoal. Estará Marta certa em seus planos de distribuição das despesas? Por quê?

$\square = 50\% + 28\% + 25\%$

$\square = 103\%$

Resposta: Marta está enganada. Ela só receberá, todos os meses, *um* ordenado, isto é, 100%. Logo, não poderá gastar 103%.

12 — Carlos tem três filhos. Por ocasião do Natal, êle gastou Cr\$ 120,00 com a compra de presentes aos três. Com o mais velho, gastou 42% do total, com o do meio, 35% e com o mais nôvo, o resto. Quanto custou o presente de cada um?

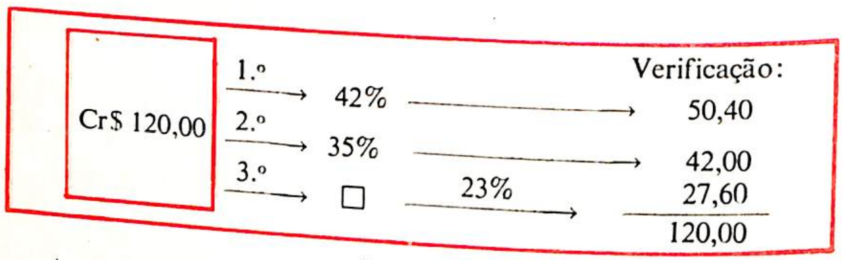



FIG. 38

$42\% + 35\% + \square = 100\%$

$77\% + \square = 100\%$

$\square = 23\%$

Agora que se sabe qual a porcentagem do dinheiro gasto com o último, é só distribuí-lo segundo a porcentagem de cada um.

$100\% \longrightarrow 120{,}00$ (plural)

$1\% \longrightarrow 120{,}00 \div 100 = 1{,}20$ (singular)

$42\% \longrightarrow 42 \times 1{,}20 = 50{,}40$

$35\% \longrightarrow 35 \times 1{,}20 = 42{,}00$

$23\% \longrightarrow 23 \times 1{,}20 = 27{,}60$

Resposta: Os presentes custaram Cr\$ 50,40, Cr\$ 42,00 e Cr\$ 27,60, respectivamente, para o 1.°, 2.° e 3.° filhos.



Como vemos, o aluno já é capaz de resolver problemas e questões práticas de porcentagem. Não conhece fórmulas, e nem precisa delas. Entretanto, é bom que conheça mais alguns têrmos sôbre o assunto. Tais têrmos serão introduzidos informalmente. Assim, por exemplo:

Quando alguém diz que 50% das laranjas de um laranjal se perderam, todos sabemos que a metade das frutas foi aproveitada, a outra metade foi perdida. Entretanto, não ficamos sabendo "quantas" laranjas foram aproveitadas nem "quantas" se perderam. Só se soubéssemos o total das frutas é que seria possível calcularmos os 50%. Logo, êsse elemento, total das frutas, é o *principal* para podermos tomar conhecimento de "quantas" frutas foram aproveitadas ou perdidas. Justamente por êsse motivo, êsse elemento é chamado *principal*. Se soubéssemos que o laranjal ia produzir aproximadamente 10.000 laranjas, 50% seriam 5.000 laranjas. Êste resultado é denominado *porcentagem*. Chama-se *taxa* o número que expressa "quantos" por cento.

No exemplo acima, 5.000 é 50% de 10.000. Logo, 10.000 é o principal, 50 é a taxa e 5.000 é a porcentagem.

Para fixar bem a função de cada nôvo têrmo introduzido, poderemos mandar que a criança os destaque em cada uma das seguintes sentenças:

*a*) 25% de 200 figos são 50 figos { principal: 200; porcentagem: 50; taxa: 25

*b*) 30% de C\$ 700,00 são Cr\$ 210,00 { principal: ........; porcentagem: .....; taxa: ............

*c*) 50% de 2.500 pessoas são 1.250 pessoas { principal: ..........; porcentagem: ......; taxa: ..............

*d*) 4 alunos são 8% de 50 alunos { principal: ..........; porcentagem: .......; taxa: ..............

Acreditamos que com êste trato dado à porcentagem, a criança que sai da Escola Primária terá condições de resolver os problemas de ordem prática que fatalmente terá de resolver durante sua vida. Casos mais difíceis serão tratados na Escola Secundária.

# SISTEMA LEGAL DE UNIDADES DE MEDIR

## REVISÃO

A introdução ao nosso sistema legal de unidades de medir foi dada em nosso volume 3, assim como as unidades de comprimento, capacidade e massa. Assim, neste volume, trataremos especìficamente das unidades para medir superfícies e volumes. A título de recordação, porém, empregaremos em problemas e questões práticas as unidades antes estudadas.

Exercícios para revisão e preparo para as novas noções que trataremos a seguir.

### EXERCÍCIOS 38

1 — Complete as sentenças que seguem, tornando-as verdadeiras:

*a*) 2,5 *km* + (5,4 *dam* - 38 *m*) = ......... *m*.

*b*) 0,5 × (32 *l* + 5,4 *dal*) = ........... *l*.

*c*) 32,640 *km* ÷ 3 = ........... *dam*.

*d*) 6,4 *t* - (285,8 *kg* + 1.453,500 *kg*) = ........... *kg*.

2 — Uma estrada de 75,8 km de extensão está com 90% do seu percurso pavimentado. Quantos km faltam para ser pavimentados?

100% ⟶ 75,8 km (plural)

1% ⟶ 75,8 ÷ 100 = 0,758 km (singular)

90% ⟶ 90 × 0,758 = 68,220 km (plural)

□ = 75,8 - 68,220

□ = 7,580 km

Resposta: Faltam ainda 7,580 km.

3 — Numa indústria de vinhos são fabricados dois tipos de vinho: sêco e doce. Terminada a safra, verificou-se que sobraram 5,75 *hl* de vinho doce e 0,557 *kl* de vinho sêco. De qual vinho sobrou mais? Quantos litros a mais?

5,75 *hl* = 575 *l*

0,557 *kl* = 557 *l*

□ = 575 - 557

□ = 18 *l*

Resposta: Sobraram 18 *l* a mais de vinho doce.

4 — O semiperímetro de um polígono mede 185 *cm*. Quantos metros mede o seu perímetro?

Perímetro ⟶ ao dôbro do semiperímetro.

Perímetro ⟶ 2 × 185 *cm* = 370 *cm*.

370 *cm* = 3,70 *m*.

Resposta: Mede 3,70 *m*.

5 — Duas vasilhas contêm juntas 17,350 *kg* de feijão. Uma delas contém 3,750 *kg* mais que a outra. Quantos *kg* de feijão cada uma delas contém?

17,350 *kg* $\xrightarrow{\text{uma}}$ □ + 3,750 ⟶ 10,550 = (6,800 + 3,750)

17,350 *kg* $\xrightarrow{\text{outra}}$ □ ⟶ 6,800

Verificação:

10,550 = (6,800 + 3,750)

6,800

17,350

FIG. 39

□ + (□ + 3,750) = 17,350

ou (□ + □) + 3,750 = 17,350 (pela propr. associat. da adição)

2 × □ + 3,750 = 17,350 (pelo conceito de multiplicação)

2 × □ = 17,350 - 3,750

2 × □ = 13,600

□ = 13,600 ÷ 2

□ = 6,800

Resposta: Uma vasilha contém 10,550 *kg* e a outra, 6,800 *kg*.



6 — Um comerciante compra vinagre a Cr$ 50,00 o *hl* e vende a Cr$ 0,78 o litro. Qual será o seu lucro ao vender meio *hl* de vinagre?

1 *hl* ⟶ 50,00 (singular)

ou 100 *l* ⟶ 50,00 (plural)

1 *l* ⟶ 50,00 ÷ 100 = 0,50 (singular)

lucro por *l* ⟶ 0,78 - 0,50 = 0,28 (singular)

lucro em 50 *l* ⟶ 50 × 0,28 = 14,00 (plural)

Resposta: Lucra em $\frac{1}{2}$ *hl*, C$ 14,00.

7 — Um alfaiate cortou 0,27 de uma peça de tergal para fazer o terno de um freguês. Quanto lhe sobrou da peça de tergal?

0,27 + □ = 1 (peça tôda)

□ = 1 - 0,27

□ = 0,73

Resposta: Sobrou 0,73 da peça.

8 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem. Escreva V ou F dentro dos parênteses, conforme você conclua a veracidade ou falsidade de cada sentença:

*a*) 8,5 *m* = 85 *dm* ( ) *b*) 3,58 *dam* ≠ 358 *m* ( )

*c*) 13,450 *kg* = 13.450 *g* ( ) *d*) 2,56 *kg* = 0,256 *hg* ( )

*e*) 3,675 *km* > 367,5 *dam* ( ) *f*) 10,68 *l* = 1.068 *cl* ( )

9 — O preço de 0,450 *kg* de azeitonas é Cr$ 2,34. Qual o preço de um quilo de azeitonas?

0,450 *kg* ⟶ 2,34 (plural)

1 *kg* ⟶ 2,34 ÷ 0,450

1 *kg* ⟶ 5,20

Resposta: Cr$ 5,20.

10 — Paulo comprou $\frac{2}{5}$ de *hl* de óleo a Cr$ 1,60 o litro. Quantos litros de óleo êle comprou e quanto gastou na compra?

$1\ hl \longrightarrow 100\ l$ (singular)

ou $\frac{5}{5}\ hl \longrightarrow 100\ l$ (plural)

$\frac{1}{5}\ hl \longrightarrow 100 \div 5 = 20\ l$ (singular)

$\frac{2}{5}\ hl \longrightarrow 2 \times 20 = 40\ l$ (plural)

custo de $1\ l \longrightarrow 1{,}60$ (singular)
custo de $40\ l \longrightarrow 40 \times 1{,}60 = 64{,}00$ (plural)

Resposta: Comprou 40 *l* de óleo e gastou Cr$ 64,00.

Feita, assim, da forma a mais variada possível, a revisão das noções aprendidas na série anterior e nesta, podemos pensar em introduzir uma noção nova.

## MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

### METRO QUADRADO

Se desejarmos medir a superfície de um terreno, de uma sala ou de uma praça de esportes, por exemplo, as unidades de medida que conhecemos não servem. Para medirmos superfícies (regiões) planas, empregamos como unidade fundamental o *metro quadrado* que é a *área* de um metro de lado.

*Superfície* é a grandeza que vamos medir, o terreno, o piso da sala, o tampo da mesa, etc. Logo, superfície é coisa concreta, que se pode ver, medir, pegar.

*Área* é a medida da superfície, é um número, é abstrata.

O *metro quadrado* é pois a unidade fundamental que empregamos para medir grandezas tais como as que exemplificamos acima e que possuem duas dimensões: comprimento e largura.

O símbolo que representa o metro quadrado é m², lembrando que tôda superfície tem 2 *dimensões*.

A figura abaixo representa 1 m². Suponhamos que ela meça 1 m de lado.

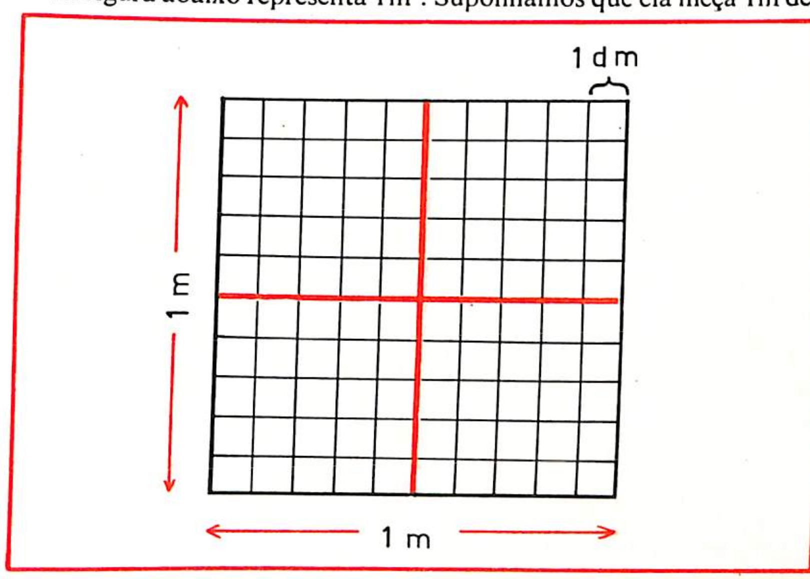



FIG. 40

Como o metro tem 10 dm e dividimos os lados do quadrado em 10 partes iguais, correspondendo, portanto, a cada um dos quadrados menores 1 dm de lado, sua área é 1 $dm^2$ (1 decímetro quadrado).

Contando um a um os quadrados menores, os alunos poderão "ver" que o $m^2$ equivale a 100 $dm^2$.

Completadas as explicações preliminares, podemos mandar a criança completar algumas sentenças relacionadas com o $m^2$ e o $dm^2$ e conceitos anteriormente adquiridos. Assim, ela mesma irá estruturando os seus novos conhecimentos:

EXERCÍCIOS 39

1 — 1 $m^2$ equivale a ........ $dm^2$.

2 — $\frac{1}{2}$ $m^2$ equivale a ........ $dm^2$.

3 — 100 $dm^2$ é o mesmo que ........ .

4 — 50 $dm^2$ é o mesmo que ........ .

5 — $\frac{1}{4}$ $m^2$ equivale a ........ $dm^2$.

6 — $\frac{3}{4}$ $m^2$ equivale a ........ $dm^2$.

## DECÍMETRO QUADRADO E CENTÍMETRO QUADRADO.

Poderemos, a seguir, mandar cada criança desenhar em seu caderno um quadrado de 1 dm de lado e dividi-lo em quadradinhos de 1 cm de lado.

Adquirida, pelo desenho, a noção de decímetro quadrado e de sua relação com o metro quadrado e o centímetro quadrado, podemos dar os símbolos que representam as duas novas unidades:

decímetro quadrado = $dm^2$

centímetro quadrado = $cm^2$

Feito o desenho e conhecidos os símbolos das novas unidades, $dm^2$ e $cm^2$, daremos algumas sentenças para serem completadas, com a mesma finalidade das anteriores.

EXERCÍCIOS 40

1 — 1 $dm^2$ é a ............ parte do $m^2$.

2 — 1 $dm^2$ equivale a ............ $cm^2$

3 — 1 $cm^2$ é a ............ parte do $dm^2$.

4 — $\frac{1}{2}$ $dm^2$ = ............ $cm^2$.

5 — $\frac{1}{4}$ $dm^2$ = ............ $cm^2$.

6 — $\frac{3}{4}$ $dm^2$ = ............ $cm^2$.

## DECÂMETRO QUADRADO

Depois, podemos conversar com a classe sôbre o *decâmetro quadrado*.

Se fôsse possível desenhar um quadrado de 10 m de lado, no caderno de cada um de vocês, poderíamos provar que êle pode ser dividido em quadrados de um metro de lado.

Quantos quadrados de 1 m de lado se obteria?

Quantos m² tem o decâmetro quadrado?

Meio decâmetro quadrado, quantos m² são?

O decâmetro quadrado é quantas vêzes maior que o metro quadrado?

O símbolo que representa o decâmetro quadrado é dam².

Resumindo o que a criança já deve ter verificado:

1 dam² = 100 m²

1 m² = 100 dm².

1 dm² = 100 cm²

Por êste pequeno resumo já podemos levar a criança a concluir que as unidades de superfície variam de 100 em 100.

Procuraremos levar a criança a generalizar as conclusões acima: tôdas as unidades de superfície (múltiplos e submúltiplos) variam de 100 em 100.

Os *múltiplos* do m² são: dam², hm², km².

Os *submúltiplos* do m² são: dm², cm², mm².

Como essas unidades crescem e decrescem de 100 em 100, a vírgula desloca-se de duas em duas "casas", ao mudarmos de uma unidade para outra as medidas. Assim:

1 m² = 100 dm²

3 m² = 300 dm²

1 dam² = 100 m²

1 m² = 0,01 dam²



Oservando o quadro que segue e, guiando-se por êle, poderão as crianças efetuar as mudanças de unidade solicitadas a seguir.

Exemplo: 125,32 m² = ........... cm²

| km² | hm² | dam² | m² | dm² | cm² | mm² |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 25 | 32 | 00 | |

FIG. 41

E teremos:

125,32 m² = 1.253.200 cm².

Outro exemplo: 418,65 dam² = ........... km²

| km² | hm² | dam² | m² | dm² | cm² | mm² |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 04 | 18 | 65 | | | |

FIG. 42

E teremos: 418,65 dam² = 0,041.865 km².

Devemos não deixar a criança se esquecer que precisamos escrever para cada unidade dois algarismos, preenchendo com zeros aquelas que não tenham unidades. Só pode ficar com um algarismo a casa da unidade que dá o nome ao numeral, como no segundo exemplo, é o caso dos km². Mais um zero à esquerda de nada valeria.

Agora, é só dar exercícios para que a criança adquira confiança em si, sempre com a ajuda do quadro acima, que pode ser feito pelo próprio aluno, no caderno ou no quadro, no momento em que precise. Êle mesmo deixará de fazê-lo quando não mais precisar. Não é aconselhável deixar um quadro dêstes à frente da sala para consulta da classe. Fica muito cômodo ao aluno e êle não se esforça em "mentalizar" o processo. Por isso, gostamos que êle tenha o trabalho de fazer um quadro com as unidades tôda a vez que precisar. Assim, muito mais cedo do que pensamos, êle deixará de "ter necessidade" dessa ajuda.

Alguns exercícios para fixação.

## EXERCÍCIOS 41

1 — Complete as seguintes sentenças tornando-as verdadeiras:

*a*) 35,72 m² = ......... dm² *b*) 153,48 dm² = ......... m²
*c*) 18,1563 dam² = ...... m² *d*) 8,3450 m² = ........ dam²
*e*) 0,45 m² = ......... cm² *f*) 2.568 cm² = .......... m²

2 — Assinale as sentenças verdadeiras:

*a*) 18,76 dm² = 0,1876 m² ( ) *b*) 18,35 dam² = 183.500 dm² ( )
*c*) 5,36 dam² ≠ 0,0536 hm² ( ) *d*) 8,43 m² ≠ 8.430.000 mm² ( )
*e*) 9,08 dam² = 0,000908 km² ( ) *f*) 11,56 m² = 115.600 cm² ( )

3 — Desenhe um quadrado de 3 cm de lado e verifique quantos cm² êsse quadrado possui.

## LEITURA E ESCRITA DE NUMERAIS QUE EXPRESSAM MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

Como as medidas de superfície variam de 100 em 100, os numerais decimais que exprimem medidas de superfície devem possuir um número par de algarismos na parte decimal. Não se deve escrever, por exemplo, 8,5 m² mas 8,50 m², que se lê:
"oito metros quadrados e cinqüenta decímetros quadrados".

## EXERCÍCIOS 42

1 — Escreva como se lê:

*a*) 8,27 m² = 8 m² e 27 ... *b*) 13,05 dm² = 13 dm² e 5 ...
*c*) 85,1.785 dam² = 85 ... e 1.785 ... *d*) 18,4.655 km² = 18 ...
*e*) 0,3.456 km² = ........ *f*) 0,64 dam² = .........

2 — Escreva V ou F, segundo você ache que são verdadeiras ou falsas cada uma das sentenças que seguem:

*a*) $\frac{1}{2}$ m² ≠ 50 dm² ( ) *b*) $\frac{1}{4}$ *m*² = 25 m² ( )

*c*) $\frac{1}{4}$ m² = 25 dm² ( ) *d*) $\frac{1}{5}$ dam² = 20 m² ( )

*e*) 0,50 dam² = 50 m² ( ) *f*) $\frac{1}{4}$ dm² = 25 cm² ( )

3 — Um terreno mede 12,45 dam² e está à venda à razão de Cr$ 5,00 o m². Qual o valor do terreno?

12,45 dam² = 1.245 m²

1 m² ⟶ ......... (singular)
1.245 m² ⟶ .........

4 — Um tapête medindo 6,25 m² custa Cr$ 156,25. Qual o valor de um outro tapête da mesma qualidade, mas que mede 11,75 m²?

6,25 m² → ......... (plural)
1 m² → .........
11,75 m² → .........

5 — Como se chamam os múltiplos do m²?

6 — E os submúltiplos?

7 — Raul comprou um terreno de 6,75 dam² por Cr$ 10.125,00. A como pagou cada m²?

6,75 dam² = ......... m²
... m² → 10.125,00 (........)
1 m² → ...............

8 — Uma chácara está sendo loteada a Cr$ 8,50 o m². Quando se vai apurar pela chácara, se sua área total é 0,0.764 km² ?

0,0.764 km² = ......... m²
1 m² → ......... (............)
... m² → ......................

## MEDIDAS AGRÁRIAS

As terras que se destinam à agricultura são medidas com o emprêgo mais freqüente de três das unidades de superfície: m², dam² e hm². É por êsse motivo que essas unidades são chamadas "medidas agrárias" e recebem nomes especiais.

Para as medições agrárias, o m² se torna uma unidade muito pequena. Então, é mais usado o dam², com o nome de *are* (a), passando o are a ser a unidade agrária fundamental. O m² passa a chamar-se *centiare* (ca) e é, agora, um submúltiplo (o único) do are. O hm² passa a chamar-se *hectare* (ha) e é, agora, o único múltiplo do are.

As unidades de superfície que fazem parte das medidas agrárias continuam com os mesmos valôres e mantêm a relação de 100 em 100, característica das unidades de superfície.

A relação abaixo deixa tudo muito claro:

| km² | dam² | m² |
|---|---|---|
| ⇕ | ⇕ | ⇕ |
| HECTARE (ha) | ARE (a) | CENTIARE (ca) |
| múltiplo | unidade | submúltiplo |

FIG. 43

Sendo o *ha* equivalente ao hm², o *a* equivalente ao dam² e o *ca* equivalente ao m², as mudanças são feitas de forma idêntica, isto é, deslocando-se a vírgula de duas em duas casas.

Por exemplo:

14,32 *a* = 1.432 *ca*
ou 14,32 *a* = 0,1.432 *ha*

## EXERCÍCIOS 43

1 — Complete as sentenças abaixo, tornando-as verdadeiras:

*a*) 1 m² = ......... ca *b*) 1 m² = ......... a

*c*) 5 a = ......... ca *d*) 5 a = ......... ha

*e*) 3 ha = ......... a *f*) 3 ha = ......... ca

*g*) 12 a = ......... ca *h*) 12 a = ......... ha

2 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem:

*a*) 9 a = 9 dam² = 900 m² ( )

*b*) 6 ha = 6 hm² = 60.000 m² ( )

*c*) 13,75 a < 1.375 m² ( )

*d*) 8,63 ha > 86.300 ca ( )

3 — Quantos metros quadrados possui uma fazenda que mede 13 ha e 76 a?

13 ha e 76 a = 13,76 ha = ......... m²

4 — Uma fazenda mede 10,7.196 ha e vai ser dividida entre três irmãos: ao casado, caberá o dôbro da parte que couber ao solteiro; à irmã, será dada uma parte correspondente às dos dois irmãos juntos. Quantos m² receberá cada um dêles?

10,7.196 ha = 107.196 m²

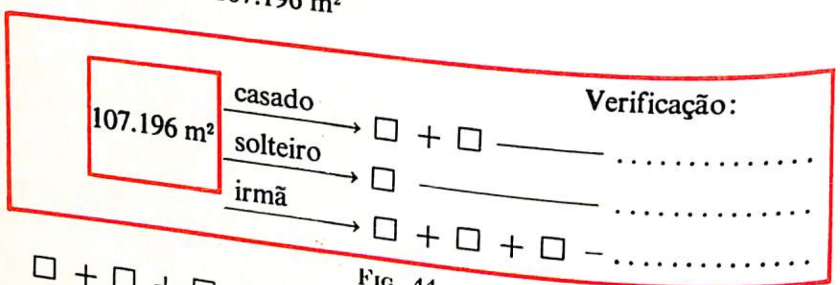



FIG. 44

□ + □ + □ + □ + □ + □ = 107.196

6 × □ = 107.196

□ = ...............

□ = ...............



5 — Empregue a propriedade distributiva para efetuar as seguintes multiplicações:

*a*) 10 × (15,43 a + 8,35 a) = 10 × ..................

*b*) 100 × (5,86 ha – 0,08 ha) = ......................

6 — Para colocar piso em uma cozinha de 11,75 m² foram gastos Cr$ 188,00. Qual será a despesa para colocar o mesmo piso na copa, sabendo que esta mede 16,56 m²?

11,75 m² ———→ ......... (...........)

1 m² ———→ ..............

... m² ———→ ..............

7 — Falso ou verdadeiro?

*a*) 345,68 km² ÷ 10 = 34,568 km² ( )

*b*) (218,42 h² + 5,36 dam²) – 3,18 hm² = 21.529,36 dam² ( )

*c*) 20,31 dam² < 2.031 m² ( )

*d*) 13,04 km² > 1.304 ha ( )

8 — O Brasil tem aproximadamente 8.500.000 km² de área total. São Paulo ocupa? 2,91% dessa área. Quantos km² mede a superfície dêsse Estado, aproximadamente?

100% → ................. km² (plural)

1% → .................

% → .................

# CONJUNTOS DE PONTOS

## A SEMI-RETA — INTRODUÇÃO DO CONCEITO

Os alunos de 3.ª série aprendem a representar uma reta e que esta é um *conjunto infinito de pontos*. Por ser infinito o conjunto de pontos, usam-se setas nas extremidades do desenho da reta, indicando que ela continua, em ambos os sentidos. Assim:

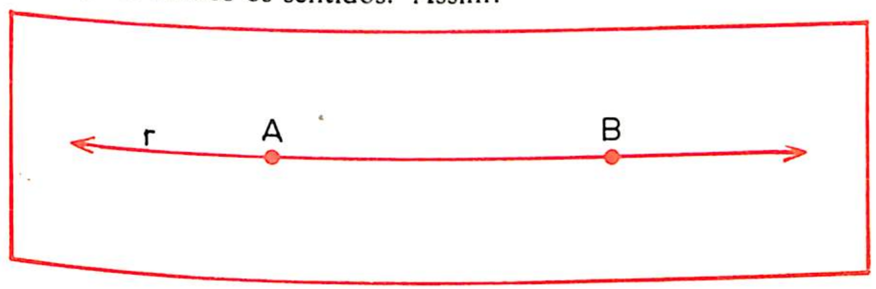



FIG. 45

Para uma rápida revisão, vamos resolver os seguintes:

### EXERCÍCIOS 44

1 — Na figura acima está representada uma ............ .

2 — A reta do desenho acima é a reta r ou ............. .

3 — $\overleftrightarrow{AB}$ é um conjunto ............. de............. .

4 — A pertence à reta ....................... .

5 — B também ..................... .

6 — Sendo a reta ............., não podemos medi-la.

7 — Na reta acima, os pontos A e B determinam um ........... de reta. É o segmento ........... .

8 — Podemos medir ........ porque êle começa em ........ e termina em .................. .

9 — Qualquer segmento de reta pode ser ............. .

10 — Um segmento de reta tem ........... e tem extremidade

A seguir, traçaremos uma reta qualquer no quadro. Designamo-la por uma lêtra minúscula e marcamos um ponto O, qualquer. Assim:

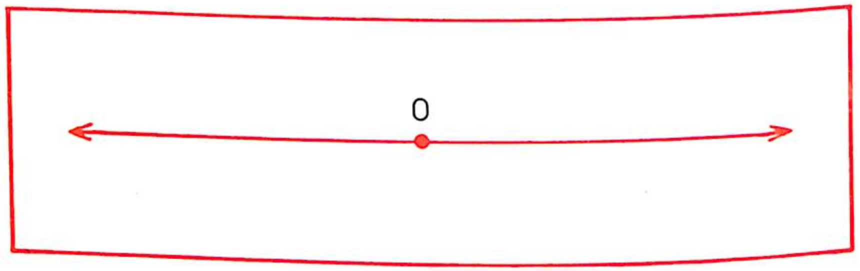



FIG. 46

O ponto O devide a reta *s* em dois conjuntos de pontos. Cada um dos conjuntos recebe o nome de *semi-reta*. As duas semi-retas determinadas pelo ponto O são de sentidos contrários.

O ponto O é a origem das duas semi-retas.

Assim:

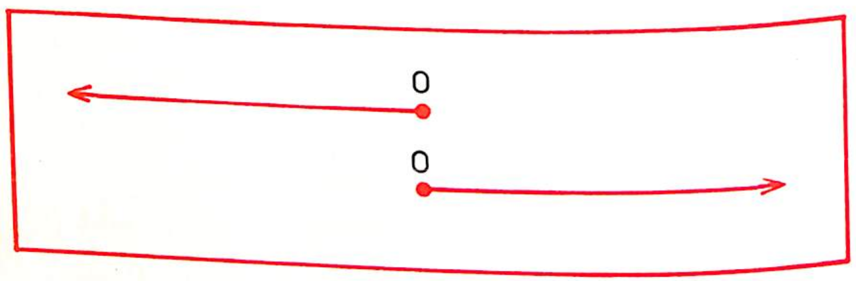



FIG. 47

Os matemáticos divergem quanto à pertinência ou não do ponto O às semi-retas das quais êle é a origem. Alguns Autores, entre os quais o Prof. Antônio Marmo de Oliveira, são da seguinte opinião: o ponto O pertence a ambas as semi-retas. Outros Autores, e entre êles o Prof. Oswaldo Sangiorgi, dizem: o ponto O não pertence a nenhuma das semi-retas.

Logo, não é fácil afirmar-se uma ou outra coisa. Entretanto, temos que nos definir.

Seja a reta *r*, dividida em duas semi-retas pela ponto O. Marquemos um ponto A à esquerda de O e outro ponto B à direita de O. Assim:



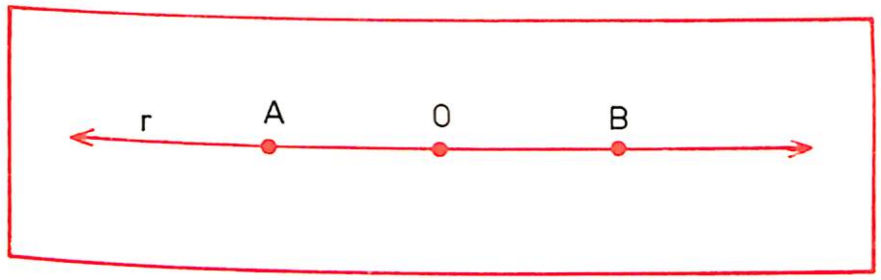



FIG. 48

Chamaremos a semi-reta que contém o ponto A de semi-reta OA e a representaremos assim: $\overrightarrow{OA}$ (lê-se: semi-reta OA). A semi-reta oposta, que contém o ponto B, chamaremos de semi-reta OB e a representaremos assim: $\overrightarrow{OB}$ (lê-se: semi-reta OB).

Logo,

*a*) A origem das duas semi-retas é o ponto O.

*b*) $\overrightarrow{OA}$ começa em O e prolonga-se infinitamente no sentido da seta (esquerda).

*c*) $\overrightarrow{OB}$ começa em O e prolonga-se infinitamente no sentido da seta (direita).

Se $\overrightarrow{OA}$ começa *em O*, é porque O pertence a $\overrightarrow{OA}$.
Se $\overrightarrow{OB}$ começa *em O*, é porque O pertence a $\overrightarrow{OB}$.

Portanto, estamos com os Autores que afirmam que a origem das semi-retas opostas pertence a ambas as semi-retas.

## SEMI-RETA COMO CONJUNTO DE PONTOS

Do que ficou dito na primeira parte, conclui-se que a semi-reta é um conjunto infinito de pontos. Logo, uma semi-reta não pode ser medida.

Se unirmos as duas semi-retas opostas, teremos a reta suporte novamente. Assim:

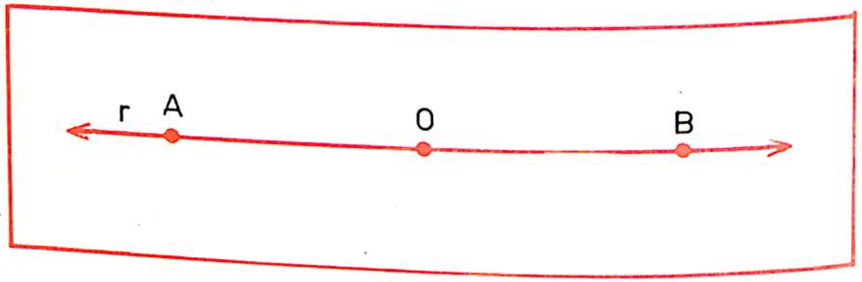



FIG. 49

$$\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB} = r \text{ (ou } \overleftrightarrow{AB}\text{)}$$

Se interseccionarmos as semi-retas opostas, teremos:

$\overrightarrow{OA} \cap \overrightarrow{OB} = O$ (único ponto comum aos dois conjuntos)

## EXERCÍCIOS 45

1 — Complete as sentenças que seguem, que se referem à figura abaixo:

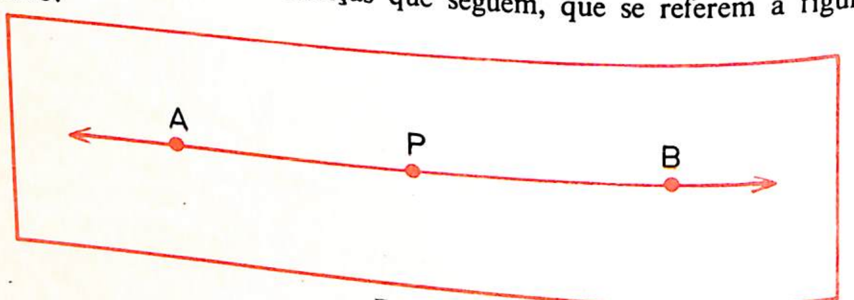



FIG. 50



*a*) O ponto P é a origem das semi-retas opostas ........ e ...... .

*b*) O ponto A pertence à semi-reta .............. .

*c*) O ponto B pertence à semi-reta ............. .

*d*) O ponto P pertence às ..................... .

*e*) $\overleftrightarrow{AB}$ contém ......... e ........... .

*f*) $\overrightarrow{PB}$ está contida em .............. .

2 — Efetue as operações indicadas:

*a*) $\overrightarrow{PA} \cup \overrightarrow{PB} =$ .............

*b*) $\overrightarrow{PA} \cap \overrightarrow{PB} =$ .............

## CONCEITO DE ÂNGULOS

Temos no desenho abaixo duas semi-retas: $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. Ambas têm a mesma origem: o ponto O

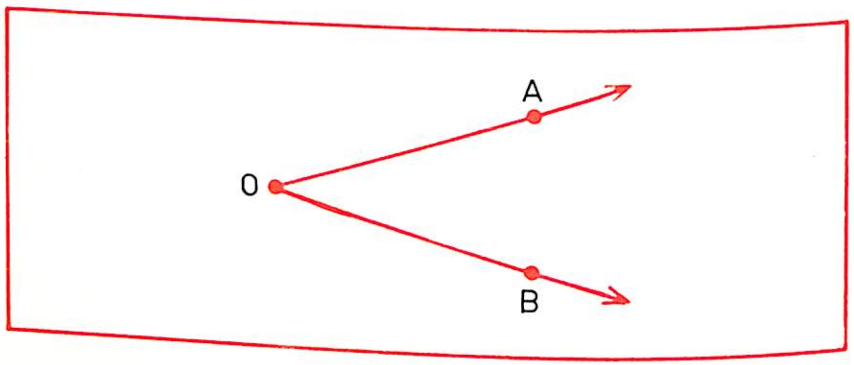



Fig. 51

A *reunião* das duas semi-retas de mesma origem forma uma figura geométrica denominada *ângulo*.

Como o aluno já sabe fazer a operação *reunião* de dois conjuntos, pode indicar essa reunião assim:

$$\overrightarrow{OA} \cup \overrightarrow{OB} = \textit{ângulo}$$

Logo, a figura geométrica denominada ângulo é a reunião de duas semi-retas de mesma origem.

As semi-retas que formam o ângulo são denominadas *lados* do ângulo.

O ponto de origem dos lados é denominado *vértice*.

No ângulo, podemos distinguir três conjuntos de pontos: os pontos que pertencem ao ângulo, os pontos que pertencem à sua região interior e os que pertencem à sua região exterior.

### EXERCÍCIOS 46

1 — Observando a figura abaixo, complete as sentenças que seguem:



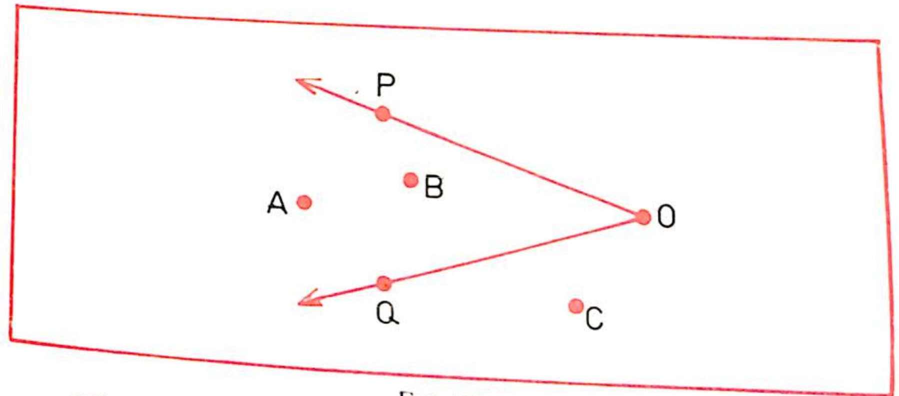



Fig. 52

*a*) $\overrightarrow{OP} \cup \overrightarrow{OQ} =$ ........................ .

*b*) $\overrightarrow{OP}$ e $\overrightarrow{OQ}$ são os ......... do ângulo da figura acima.

*c*) O ponto O é o ......... do ângulo da figura acima.

*d*) Os pontos A e B pertencem à região ......... do ângulo.

*e*) O ponto C pertence à região ......... do ângulo.

2 — Desenhe dois ângulos, designe-os por lêtras e indique a *reunião* de seus lados.

## DESIGNAR ÂNGULOS

Sejam os ângulos das figuras abaixo:

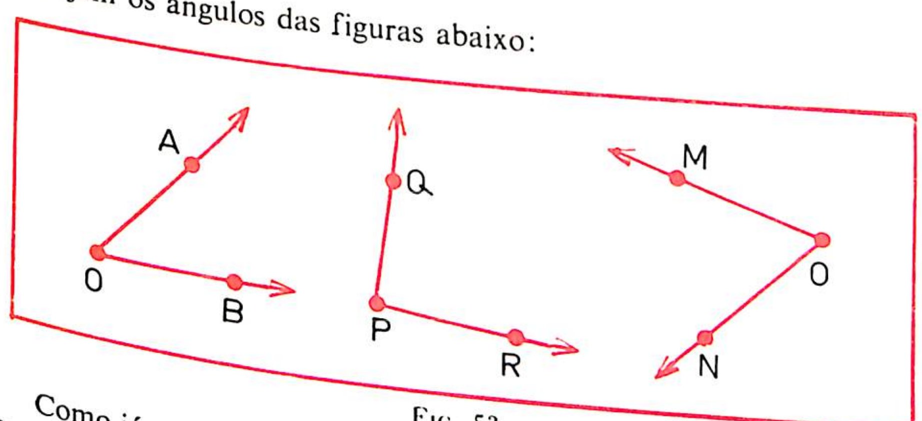



Fig. 53

Como já sabemos, as semi-retas que formam os ângulos são designadas por lêtras. No primeiro dos desenhos acima, vemos que as semi-retas que formam o ângulo são $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$. Podemos designar a figura tôda, ou o ângulo, por essas mesmas lêtras, colocando a lêtra que designa o vértice entre as outras duas e, sôbre ela, um sinal semelhante ao *acento circunflexo*, que significa ângulo. Assim:

$\widehat{AOB}$ (lê-se ângulo AOB)

Os outros dois ângulos representados acima são:

$\widehat{QPR}$ (lê-se: ângulo QPR) e $\widehat{MON}$ (lê-se: ângulo MON).

## MEDIDAS DE ÂNGULOS

Os ângulos podem ser medidos. A maior ou menor medida de um ângulo depende da maior ou menor abertura de seus lados.

Quanto mais afastados os lados, maior é o ângulo.

O instrumento que é empregado na medição de ângulos é chamado *transferidor*. O aluno da escola primária não tem necessidade de aprender medir ângulos. Pode, entretanto, procurar conhecer o transferidor e realizar algumas experiências nesse sentido.

A unidade mais usada para medir ângulos é o grau.

Abaixo temos as figuras de três ângulos com aberturas bem diferentes. Não há necessidade de medi-los para saber-se qual o maior ou o menor dos três. Empregando um dos sinais (=, > ou <), podemos compará-los com facilidade.

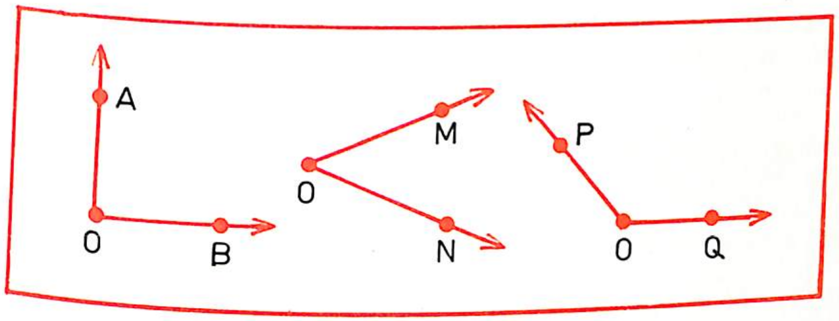



Fig. 54

*a*) $\widehat{AOB}$ ... $\widehat{MON}$

*b*) $\widehat{AOB}$ ... $\widehat{POQ}$

*c*) $\widehat{MON}$ ... $\widehat{AOB}$

*d*) $\widehat{MON}$ ... $\widehat{POQ}$

*e*) $\widehat{POQ}$ ... $\widehat{AOB}$

*f*) $\widehat{POQ}$ ... $\widehat{MON}$

## ÂNGULOS CONGRUENTES

Se dois ângulos têm a mesma medida, dizemos que êles são *congruentes.*

Assim, se um ângulo medir 40° (40 graus) e um segundo ângulo também medir 40°, é porque êles são congruentes.

### EXERCÍCIOS 47

1 — Complete, tornando verdadeiras, as sentenças:

*a*) Um ângulo, $A\hat{O}B$, mede 55°. O ângulo $C\hat{O}D$ também mede 55°. Então, os ângulos ......... e .......... são ...............

*b*) Os ângulos $X\hat{O}Y$ e $P\hat{O}Q$, são congruentes. Se o primeiro dêles mede 90°, a medida do segundo é ..............

2 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças seguintes são verdadeiras ou falsas:

*a*) $A\hat{O}B = 38°$ e $C\hat{O}D = 38°$. Então, $A\hat{O}B$ e $C\hat{O}D$ não congruentes. ( )

*b*) $A\hat{O}B = 60°$ e $M\hat{P}N = 90°$. Logo, $A\hat{O}B < M\hat{P}N$. ( )

*c*) $\overrightarrow{OB} \cup \overrightarrow{OA} = B\hat{O}A$ ( )

## PERPENDICULARISMO — ÂNGULO RETO
## PERPENDICULARES E OBLÍQUAS

Duas retas quaisquer ao se interceptarem, determinam 4 ângulos, todos êles com origem no ponto de intersecção, como nos desenhos abaixo:

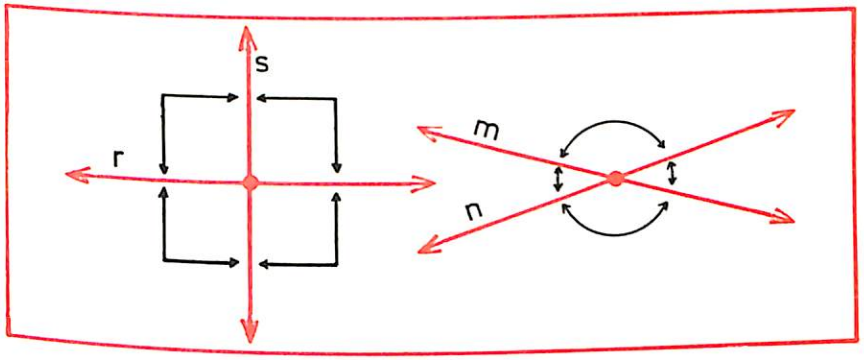



Fig. 55

Se os quatro ângulos formados pela intersecção de duas retas tiverem todos a mesma medida, isto é, se fôrem todos congruentes, como na fig. 1, dizemos que as retas são *perpendiculares* e os ângulos são *retos.* Todo ângulo reto mede 90°.

Se os quatro ângulos formados pelas retas que se interceptam não tiveram a mesma medida, isto é, não forem congruentes, como na fig. 2, dizemos que as retas são *oblíquas.*

Os pequenos arcos desenhados no interior de cada um dos ângulos servem para que possamos perceber, de imediato, os ângulos e que êles têm aberturas diferentes e, portanto, medidas diferentes. Quando os 4 ângulos têm a mesma abertura e são retos, como na fig. 1, os arcos que marcam as aberturas costumam ser desenhados em ângulos, para chamar a atenção de que êles são retos.

### EXERCÍCIOS 48

1 — Complete, tornando verdadeiras as sentenças que seguem:

*a*) Para que duas retas sejam perpendiculares é preciso que, ao se interceptarem, formem 4 .......................

*b*) Quando duas retas se interceptam formando 4 ângulos não .................., essas retas são .............. .

*c*) Os ângulos retos medem ...................... .

*d*) Todos os ângulos retos são ......... .

2 — Coloque V ou F dentro dos parênteses segundo você ache que cada uma das sentenças que seguem são ou não verdadeiras:

*a*) Se a reta *m* intercepta-se com a reta *n* no ponto O formando quatro ângulos retos, podemos dizer que elas são *perpendiculares*. ( )

*b*) Se duas retas *incidentes* não formam ângulos retos, elas são *oblíquas*. ( )

*c*) Quando duas retas *incidentes* não são perpendiculares, nenhum de seus ângulos é reto. ( )

# POLÍGONOS

## PARALELOGRAMOS. — CONCEITO E CLASSIFICAÇÃO

Vimos, em nosso volume 3, que os quadriláteros classificam-se, quanto ao paralelismo de seus lados, em *paralelogramos* e *trapézios*.

Os *paralelogramos* (quadriláteros que têm os lados opostos paralelos) apresentam entre si algumas diferenças que permitem classificá-los de acôrdo com as características próprias de cada grupo. Por exemplo, temos paralelogramos que possuem todos os lados com a mesma medida (congruentes) e paralelogramos cujos lados não têm todos a mesma medida, o mesmo acontecendo com os ângulos, que, em alguns, são todos retos, em outros, não.

Vamos, então, classificá-los, em primeiro lugar, *quanto à congruência ou não de seus ângulos*:

*a*) Os paralelogramos que possuem os quatro ângulos congruentes (retos) são: o *quadrado* e o *retângulo*.

O aluno poderá "provar" que os quatro ângulos do quadrado e do retângulo são congruentes, recortando essas figuras em papel e dobrando-as de diversas maneiras fazendo com que os ângulos se superponham e evidenciem a sua congruência, na mesma figura, ou comparando-as entre si. Se a classe conhecer o transferidor, ou mesmo o esquadro, poderá também fazer a mesma verificação, sob a orientação do professor.

Os outros paralelogramos não possuem ângulos retos.

*b*) Os paralelogramos que possuem os quatro lados congruentes são: o *quadrado* e o *losango*.

A congruência dos lados destas duas figuras deverá também ser verificada pelos alunos, medindo com a régua graduada os lados de cada figura, ou dobrando-a, quando recortada em papel.

Podemos, agora, segundo as características particulares de certos polígonos, escrever conjuntos bem definidos. Assim:

A = Conjunto de quadriláteros = {paralelogramo, trapézio, quadrilátero irregular}

B = Conjunto de paralelogramos = { quadrado, retângulo, losango, paralelogramo}

C = Conjunto de paralelogramos com os quatro ângulos congruentes (retos) = {quadrado, retângulo}

D = Cojunto de paralelogramos com os quatros lados congruentes = = {quadrado, retângulo}

Observando os conjuntos de figuras acima descritos, vemos que *uma* dessas figuras geométricas é o elemento comum a todos êles, isto é, pertence aos quatro conjuntos acima. Fazendo com que a criança mesma descubra, mostraremos que o *quadrado* pertence ao conjunto A porque é paralelogramo, pois é um dos elementos do conjunto B, estando, portanto, incluído no têrmo geral, "paralelogramo", no conjunto A. Nos conjuntos B, C e D êle aparece como elemento particular de cada um.

Um estudo nesse sentido poderá ser feito também em relação às outras figuras. Por exemplo: O retângulo pertence a quais dos conjuntos acima descritos?

## EXERCÍCIOS 49

Sejam os seguintes paralelogramos:

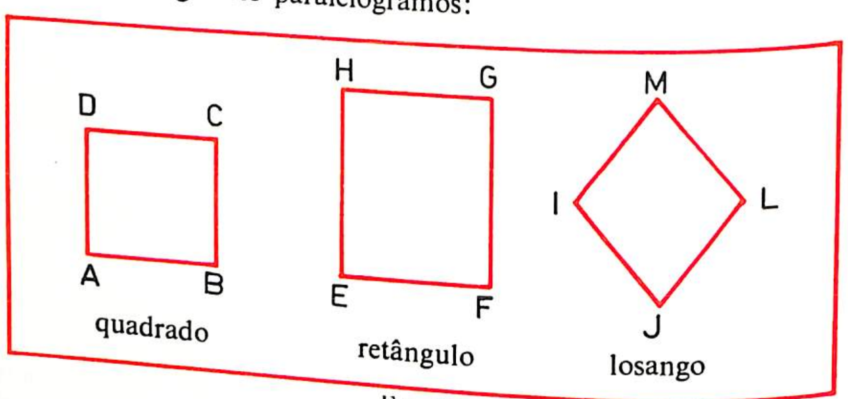



FIG. 56

1 — Sabendo que o lado $\overline{CD}$ do quadrado mede 2,5 cm, quanto medem os outros lados?

2 — Qual a medida do ângulo $D\hat{A}B$ do quadrado? E dos seus outros ângulos?

3 — O lado $\overline{EF}$ do retângulo mede 2 cm. Haverá outro lado, na mesma figura, com essa medida? Qual?

4 — Quanto mede cada ângulo do retângulo EFGH?



5 — Os ângulos $A\hat{B}C$ (do quadrado) e $E\hat{F}G$ (do retângulo) são congruentes? Por quê?

6 — Se o lado $\overline{LM}$ do losango mede 2 cm, qual a medida do lado $\overline{MI}$? Como você sabe disso?

7 — Verifique se são verdadeiras ou falsas as sentenças que seguem:

*a*) Qualquer ângulo do quadrado mede 90°.
*b*) Os ângulos do quadrado e do retângulo são todos congruentes.
*c*) A soma dos ângulos do quadrado é igual a 360°.
*d*) A soma dos ângulos do retângulo é maior que 360°.

## BASE E ALTURA DOS PARALELOGRAMOS

Tomando-se um dos lados do paralelogramo por *base* (qualquer lado pode ser considerado como base), a *altura* é a distância entre a base e o lado opôsto.

Assim:

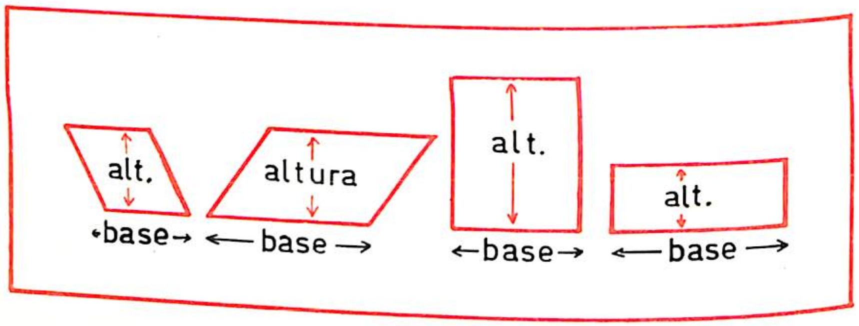



Fig. 57

No retângulo, paralelogramo que tem todos os ângulos retos, tomando-se um dos lados por base, a altura é qualquer dos lados perpendiculares à base, como vemos nos desenhos acima.

Para fixação:

1 — Desenhe alguns paralelogramos e marque a base e a altura de cada um dêles. (A altura é perpendicular à base, não se esqueça.)

2 — Assinale, nos desenhos de paralelogramos que seguem, um dos lados como base e a respectiva altura.

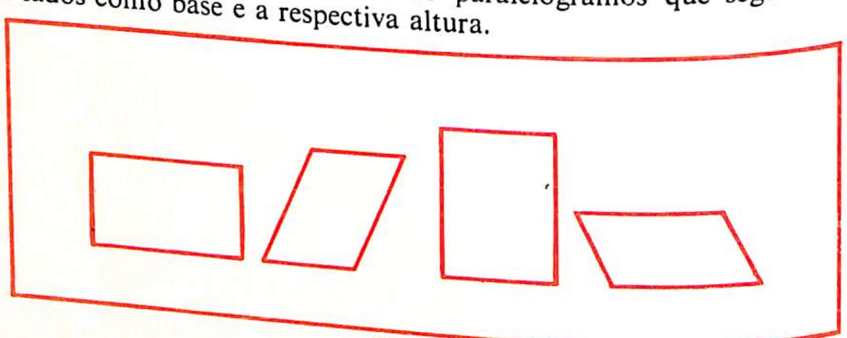


Fig. 58

## TRIÂNGULOS - CONCEITO E CLASSIFICAÇÃO

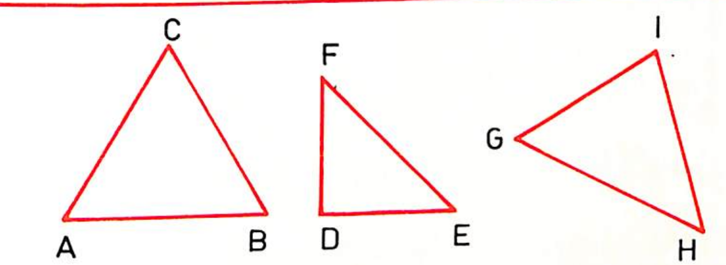
Os triângulos, como os quadriláteros, apresentam entre si deferenciações que permitem classificá-los. Assim, quanto à congruência dos lados, os triângulos classificam-se em: eqüiláteros, isósceles e escalenos.

*a*) Quando o triângulo tem os três lados congruentes ou do mesmo "comprimento", dizemos que êle é *eqüilátero*.

*b*) Quando o triângulo possui apenas dois lados congruentes (ou com a mesma medida), dizemos que êle é *isósceles*.

*c*) Quando cada lado do triângulo tem uma medida diferente, dizemos que êle é *escaleno*.

Os desenhos abaixo dão um exemplo de cada tipo de triângulo segundo o "comprimento" de seus lados.




Eqüilátero (3 lados congruentes) Fig. 1 — Isósceles (2 lados congruentes) Fig. 2 — Escaleno (nenhum lado congruente) Fig. 3

Fig. 59

1.º) Na figura 1, podemos observar:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

2.º) Na figura 2, observamos:

$$\overline{DF} = \overline{EF}$$

3.º) Na figura 3, observamos:

$\overline{GH} \neq \overline{HI} \neq \overline{IG}$

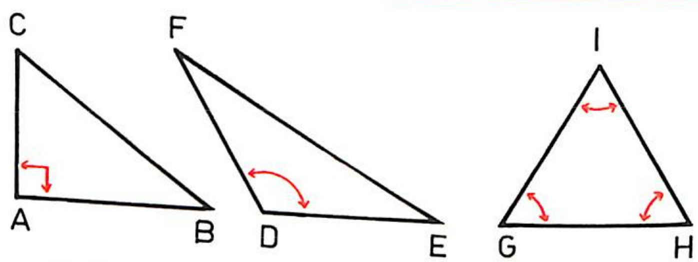
Podemos, ainda, classificar os triângulos quanto à congruência dos seus ângulos:

*a*) Se o triângulo tiver *um* ângulo reto, diremos que êle é um *triângulo retângulo.*

*b*) Se o triângulo tiver *um* ângulo com abertura maior que 90°, diremos que êle é um *triângulo obtusângulo.*

*c*) Se êle tiver todos *os três* ângulos com abertura menor que 90°, diremos que êle é um *triângulo acutângulo.*

Os desenhos abaixo são exemplos de triângulos segundo esta última classificação.




Retângulo ($B\hat{A}C = 90°$)

Obtusângulo ($E\hat{D}F > 90°$)

Acutângulo (qualquer ângulo < 90°)

FIG. 60

## BASE E ALTURA DOS TRIÂNGULOS

Qualquer lado do triângulo pode ser tomado como *base.*

Escolhido o lado que tomaremos por base, a *altura* é a distância entre o vértice oposto e a base (entenda-se por distância o *segmento da perpendicular* à base traçada pelo vértice oposto).

Assim, nos triângulos abaixo desenhados, podemos observar:

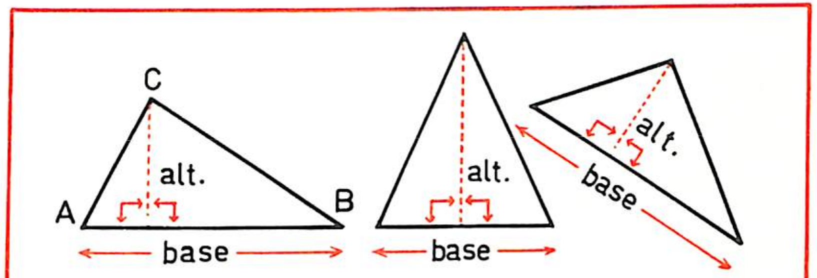



FIG. 61

## TRIÂNGULOS RETÂNGULOS

Nos triângulos retângulos, os lados que formam o ângulo reto são denominados *catetos*. Pelo fato de os *catetos* serem perpendiculares (formam ângulo reto), um dêles será tomado como *base* do triângulo e o outro, como *altura*. Assim:

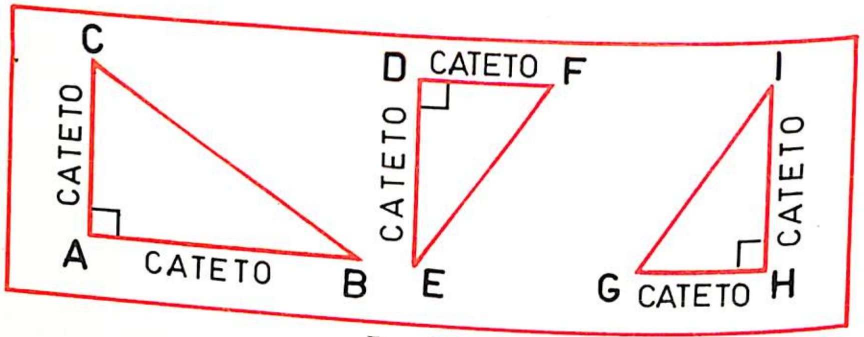



Fig. 62

No triângulo ABC, se tomarmos $\overline{AB}$ como base, $\overline{AC}$ será a altura e vice-versa.

Anàlogamente, nos triângulos DEF e GHI, se DE e GH forem tomados por base, DF e HI serão as respectivas alturas, e vice-versa.

## ÁREAS DAS PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS

A criança já conhece as unidades de superfície. Já sabe que *área* é a medida de uma superfície.

Os polígonos são superfícies planas (regiões planas) e suas superfícies podem ser medidas com o emprêgo das unidades de superfície conhecidas: $m^2$, $dm^2$, $dam^2$, $cm^2$, etc. Vamos estudar como "medir" os polígonos mais conhecidos: quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango.

Podemos empregar unidades não padronizadas para calcular a área de qualquer figura. Se, por exemplo, tivermos que medir a superfície do quadrado abaixo e quisermos empregar o triângulo ao lado como unidade, nada nos impede que assim façamos.

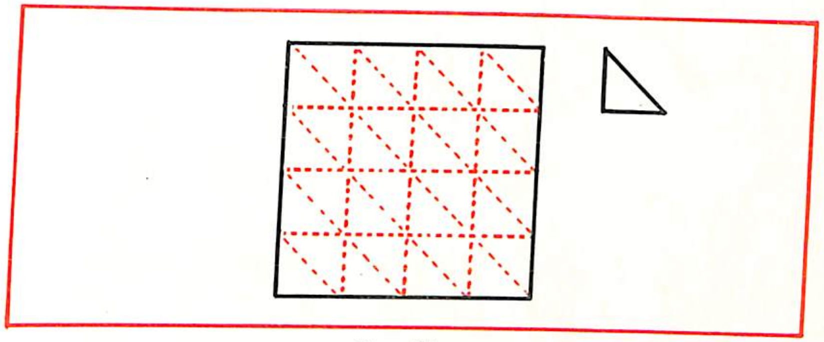


Fig. 63

Iremos marcando no quadrado as unidades e mudando a unidade de lugar ajustando bem os lados assinalados com o da unidade (no caso, o triângulo) para uma nova marcação. Assim, sucessivamente, até que se tenha medido tôda a superfície. Depois é só contar quantas unidades foram assinaladas. Em nosso desenho, marcamos 32 triângulos iguais à unidade. Logo, o quadrado mede 32 unidades.

As medições de superfícies por êsse processo são muito trabalhosas e sujeitas a muitos erros, principalmente quando a forma da superfície é muito irregular.

As unidades não-padronizadas podem ser quaisquer: triângulos, quadrados ou retângulos.

Mas, para nós que conhecemos o m², o dm², o cm², etc., unidades que são uniformes (padronizadas), preferimos o seu emprêgo. Por êsse motivo, estudaremos a seguir uma forma prática de medir as superfícies das figuras mais conhecidas com o emprêgo das unidades padronizadas de que falamos. Estas, além de serem quadrados de áreas conhecidas, não precisam ser colocadas sôbre as superfícies que iremos medir para sabermos "quantas" unidades a superfície contém. Podemos fazer tais medições de forma indireta, conforme veremos adiante.

## ÁREA DO QUADRADO

O aluno já deve conhecer o quadrado como figura geométrica (conjunto de pontos), com quatro lados paralelos dois a dois, todos congruentes e quatro ângulos retos.

Seja o quadrado abaixo, de 4 cm de lado, do qual desejamos conhecer a área.

Como as medidas do quadrado estão expressas em *cm*, tomemos por *unidade de medida* o quadrado de 1 cm de lado.

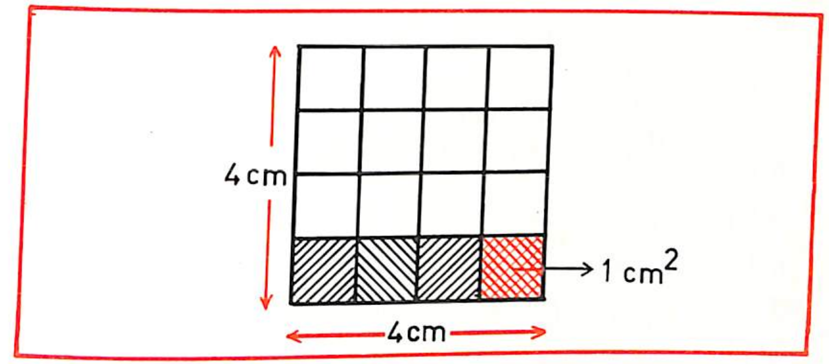



FIG. 64

Levaremos a criança a observar a figura. Cada "faixa" contém 4 cm².

Como a figura apresenta quatro dessas faixas ao todo, a superfície do quadrado é $4 \times 4\ cm^2 = 16\ cm^2$.

Com mais uns poucos exemplos como êste, poderemos fazer com que a criança descubra uma regra prática para calcular a área de qualquer quadrado. Assim:

$A_{\square}$ = medida do lado × medida do lado.

ou $A_{\square} = l \times l$

*NOTA*: Não se deve permitir que a criança escreva 4 cm × 4 cm, que não é correto (O multiplicador é sempre abstrato).

## EXERCÍCIOS (50)

1 — Determine as áreas dos seguintes quadrados: (desenhe as figuras.)

*a*) de 5 cm de lado.

*b*) de 3 cm de lado.

*c*) de 2 cm de lado.

2 — Calcule a área e o perímetro de um quadrado de 6 cm de lado. Escreva a sentença-padrão para calcular a área do quadrado. Assim:

$A_\square = l \times l$

$A_\square = 6 \times \ldots$

$A_\square = \ldots \text{ cm}^2$

É assim:

$P_\square = \ldots$

$P_\square = \ldots \text{ cm}$

3 — O perímetro de uma sala quadrada mede 28 metros. Qual é a sua área?

$P_\square = 4 \times l \rightarrow \ldots \text{ m } (\ldots\ldots\ldots\ldots)$

$1\ l \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$A_\square = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (sentença-padrão)

$A_\square = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ m}^2$

4 — Um terreno tem a forma quadrada e mede 18,6 m de lado. Foi vendido a Cr$ 6,50 o metro. A como foi vendido o terreno?

$A_\square = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (sentença-padrão)

$A_\square = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ m}^2.$

$1 \text{ m}^2 \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots (\ldots\ldots\ldots)$

$\ldots\ldots \text{ m}^2 \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

*NOTA*: Quando falamos em área do quadrado, queremos nos referir à área do polígono, cuja fronteira é um quadrado. O mesmo se dirá em relação às outras figuras planas que estudaremos a seguir.

## ÁREA DO RETÂNGULO

A sentença-padrão para calcular a área do retângulo é tirada da mesma forma que a do quadrado. Seja a figura abaixo:

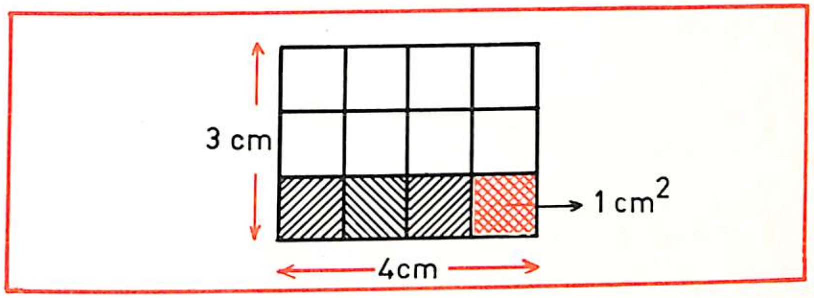



FIG. 65

Pela observação da figura (retângulo medindo 3 cm numa dimensão e 4 cm noutra) pode-se "ver" que cada "faixa" contém 4 cm² e como há 3 faixas, a medida da superfície do retângulo é $3 \times 4 \text{ cm}^2$ ou sua área é de $12 \text{ cm}^2$.

Após alguns exemplos poderemos procurar saber se as crianças são capazes de descobrir a sentença-padrão para calcular a área de qualquer retângulo.

Assim:

$A_\square$ = medida da base $\times$ medida da altura

ou $A_\square = b \times a$

*NOTA*: A base e a altura do retângulo são também chamadas, na prática, de comprimento e largura. Nas medidas de terrenos, geralmente, diz-se frente e fundo, ao invés de base e altura. Usaremos qualquer dessas formas, conforme o enunciado do problema, embora os têrmos matemáticos sejam base e altura.

## EXERCÍCIOS 51

1 — Determine as áreas dos seguintes retângulos com as seguintes medidas: (Faça os desenhos correspondentes.)

a) base = 5 cm e altura = 4 cm;

b) base = 3 cm e altura = 2 cm.

2 — Qual a área de uma fôlha de livro que mede 17,5 cm de base e 26,5 cm de altura? Escreva a sentença-padrão para o cálculo da área do retângulo.

$A_{\square}$ = ................. (sentença-padrão)

$A_{\square}$ = ........................... $cm^2$

3 — José comprou um terreno retangular de 12 m de frente por 46,7 m de fundo por Cr$ 8.966,40. A como pagou cada $m^2$?

$A_{\square}$ = ......................(sentença-padrão)

$A_{\square}$ = ............................ $m^2$

... m → ...................... (plural)

1 m → ......................

4 — O perímetro de um retângulo mede 42 cm e o seu comprimento é o dôbro da largura. Qual a área dêsse retângulo?

Estrutura do problema:

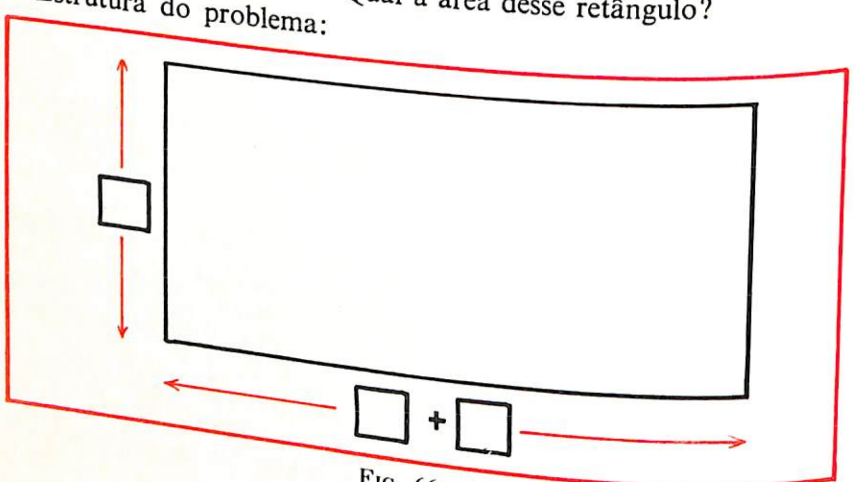


Fig. 66



Sentença matemática:

$$\square + (\square + \square) + \square + (\square + \square) = 42$$
$$6 \times \square = 42$$
$$\square = 42 \div 6$$
$$\square = 7$$

largura → $\square$ = 7 cm

comprimento → $2 \times \square = 2 \times 7 = 14$ cm

$A_{\square}$ = ......................

5 — Uma sala que mede 7,20 m por 4,50 m vai ser taqueada com tacos cuja área é de 0,0162 $m^2$. Quantos tacos serão necessários?

$A_{\square}$ = ......................(sentença-padrão)

$A_{\square}$ = ........................... $m^2$

$\square \times 0,0162\ m^2$ = .................$m^2$

$\square$ = ......................

$\square$ = ......................

6 — Um retângulo cuja área mede 191,25 $dm^2$ tem por medida da base 12,75 dm. Qual é a medida da altura?

$A_{\square} = b \times a$ (sentença-padrão)

Substituindo os dados do problema na sentença-padrão e colocando $\square$ para representar o dado cujo valor desconhecemos, teremos:

$$191,25 = 12,75 \times \square$$

ou $12,75 \times \square = 191,25$ (pela propr. simétrica da igualdade)

$$\square = 191,25 \div 12,75$$
$$\square = 15$$

Logo, a altura do retângulo mede 15 dm.

7 — Sabendo que um retângulo mede 166 $m^2$ de área e 8,3 m de altura, qual é a sua base?

$A_{\square} = b \times a$ (sentença-padrão)

$166 = \square \times 8,3$

ou: $\square \times 8,3 = 166$ (pela prop. ........................)

$\square =$ ........................

$\square =$ ........................

## ÁREA DO TRIÂNGULO

Podemos, fàcilmente, levar a criança a descobrir a sentença-padrão para calcular a área de um triângulo. Abaixo, veremos a figura de um retângulo dividido por uma de suas diagonais em dois triângulos cujas áreas se equivalem. Se houver qualquer dúvida, é só desenhar um retângulo em papel, recortá-lo e dividi-lo em dois triângulos da maneira indicada na figura. Depois, colocar um triângulo sôbre o outro, fazendo coincidirem os lados congruentes. Haverá coincidência das duas superfícies que, portanto, são realmente equivalentes, como dizíamos a princípio. Portanto, para determinar a área de cada um dos triângulos, basta calcular a área do retângulo e dividir por dois o resultado.

Logo, a $A_{\triangle} = (b \times a) \div 2$

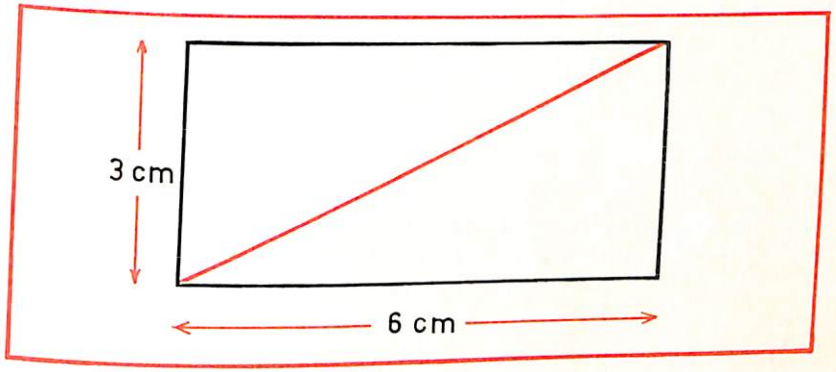



FIG. 67

Assim, a área do triângulo do desenho será:

$A_{\triangle} = (b \times a) \div 2$

$A_{\triangle} = (6 \times 3) \div 2$

$A_{\triangle} = 18 \div 2 = 9$

$A_{\triangle} = 9\ cm^2$

## EXERCÍCIOS (52)

1 — Calcule a área de um triângulo que mede 8 dm de base por 5 dm de altura.

A△ = ...................... (sentença-padrão)
A△ = ......................
A△ = ......................

2 — Complete o quadro abaixo cujos dados referem-se a triângulos:

| | | | |
|---|---|---|---|
| BASE | 6 dm | 8,5 cm | 16,5 m |
| ALTURA | 4 dm | 7,2 cm | 10,75 m |
| ÁREA | ......... | ......... | ......... |

FIG. 68

3 — Um triângulo mede 24 dm² de área e sua altura mede 6 dm. Qual é a base dêsse triângulo?

Escrita a sentença-padrão, orientaremos o aluno para que vá escrevendo os dados fornecidos pelo problema nos respectivos lugares, colocando □ (valor desconhecido) no lugar do dado procurado. Assim:

A△ = (b × a) ÷ 2
24 = (□ × 6) ÷ 2
ou (□ × 6) ÷ 2 = 24 (pela propr. simétrica da igualdade)
□ × 6 = 24 × 2 (desfazendo a divisão por 2)
□ × 6 = 48
□ = 48 ÷ 6 (desfazendo a multiplicação por 6)
□ = 8

Logo, a base do triângulo mede 8 dm, uma vez que □ representava a base e seu valor é 8.

Podemos mandar a criança calcular a área do triângulo com os dados agora completados para verificar a exatidão do resultado.



4 — A área de um pátio triangular é de 54,60 m² e sua base mede 13 m. Qual altura?

A△ = (b × a) ÷ 2
54,60 = (13 × □) ÷ 2
ou (13 × □) ÷ 2 = 54,60
13 × □ = 54,60
□ = 54,60 ÷ 13
□ = 4,20

Logo, a altura do triângulo mede 4,20 m (a unidade do dado procurado é sempre a mesma dos dados conhecidos do problema, pois se a área está expressa em m² é porque suas medidas foram tomadas com a unidade metro).

Mandar o aluno fazer o problema direto (calcular a área do triângulo novamente) para verificar a exatidão da resposta e para treino do cálculo da área.

5 — Complete o quadro abaixo cujos dados se referem a triângulos:

| BASE | ALTURA | ÁREA |
|---|---|---|
| 13,25 dm | 6,40 dm | ............. |
| 16,50 cm | ............. | 77,55 cm² |
| ........... | 10,4 m | 67,08 m² |

FIG. 69

## ÁREA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Para determinar a área de um triângulo (ou mais precisamente, da região interior do triângulo), é preciso conhecer as medidas do lado tomado por base e da respectiva altura. No triângulo retângulo, porém, os dois lados que formam o ângulo reto (são chamados catetos êsses lados) são tomados um, como base e outro, como altura.

Exemplo: Calcular a área de um triângulo retângulo cujos catetos medem 3 cm e 4 cm.

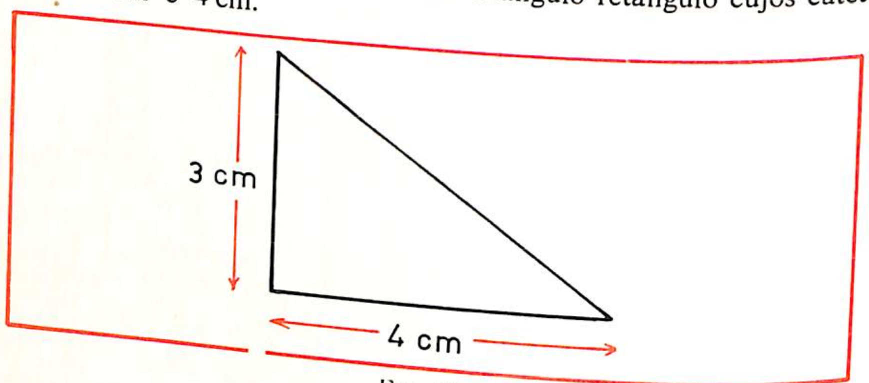



FIG. 70

A sentença-padrão para calcular a área do triângulo é.

$A_{\triangle} = (b \times a) \div 2$

$A_{\triangle} = (4 \times 3) \div 2$

$A_{\triangle} = 12 \div 2 = 6\ cm^2$

## ÁREA DO PARALELOGRAMO

A sentença-padrão para o cálculo da área do paralelogramo é também muito fácil de ser descoberta.

Seja o paralelogramo da figura abaixo:

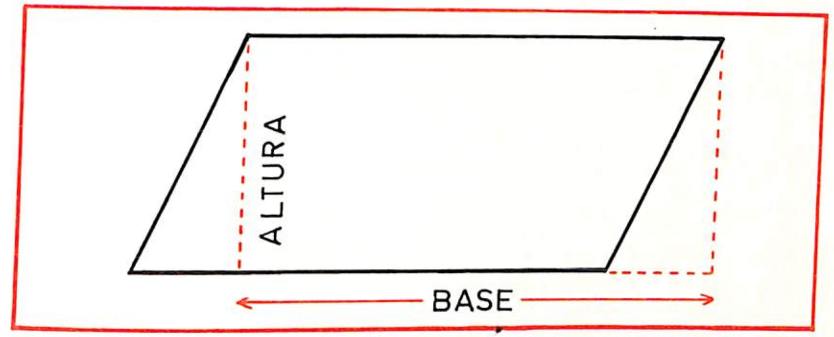



FIG. 71

Podemos notar, observando a figura acima, que o paralelogramo se compõe das mesmas partes que o retângulo pontilhado. Então, a área do paralelogramo da figura é equivalente à área do retângulo pontilhado.

Podemos "provar" a equivalência de suas áreas se recortarmos em papel dois paralelogramos com as mesmas medidas e formas e dobrarmos um dêles para marcar a sua altura, como indica o desenho. Marcada a altura, recortamos o triângulo formado pela dobra e o colocamos na posição indicada pelo desenho no outro lado da figura, formando um retângulo. Fica então "provado" que o retângulo assim formado tem superfície equivalente à do paralelogramo de mesma altura e base com a mesma medida, pois a parte retirada de um lado foi colocada no outro. Logo, suas áreas são equivalentes.

Como já temos a sentença-padrão para calcular a área do retângulo, empregamos a mesma para calcular a área do paralelogramo. Assim:

$A_{\square} =$ base $\times$ altura

ou $A_{\square} = b \times a$

Para exercitar, mandaremos a criança calcular as áreas de alguns paralelogramos empregando unidades variadas, como temos feito até aqui. Num mesmo problema, porém, não devemos empregar duas unidades diferentes, pois não é assim que fazemos na prática. Quando medimos o comprimento de uma sala empregando o metro como unidade, empregamos a mesma unidade para medir a largura.

## EXERCÍCIOS 53

1 — Quanto se pagará por $\frac{3}{5}$ de um terreno com a forma de um paralelogramo medindo 56 m de base e 28,80 m de altura, se o metro quadrado dêsse terreno vale Cr$ 22,00?

A▱ = b × a (sentença-padrão)
A▱ = ....................
A▱ = .................... $m^2$
1 $m^2$ → .......... (singular)
... $m^2$ → ............ (valor total do terreno)

$\frac{5}{5}$ → .................. (plural)

$\frac{1}{5}$ → ..........................

$\frac{3}{5}$ → ..........................

2 — A base de um paralelogramo mede 39,9 cm e a sua área mede 399 $cm^2$. Qual é a medida de sua altura?

A▱ = b × a (sentença-padrão)
399 = 39,9 × □
ou 39,9 × □ = 399 (pela propr. simétrica de igualdade)
□ = 399 ÷ 39,9
□ = ...

## ÁREA DO TRAPÉZIO

É claro que não devemos "apresentar" o trapézio à criança e imediatamente mandar calcular sua área. O seu estudo deve vir sendo feito, assim como o de tôdas as outras figuras, desde o início dos trabalhos escolares, aos poucos, fundamentando um conceito em outros, antes adquiridos, conforme procuramos fazer em nosso trabalho sôbre entes geométricos (parte de Geometria).

Assim, a criança já deverá saber que o trapézio é um polígono e, dentre os polígonos, um quadrilátero. É ainda um quadrilátero especial, que possui dois lados paralelos e não congruentes (medidas desiguais) chamados *base maior*, que designaremos por *B* e *base menor*, que designaremos por *b*.

A distância entre as bases é a *altura* do trapézio.

A criança, com todos êsses conhecimentos preliminares, poderá então ser introduzida na pesquisa da sentença-padrão para o cálculo da área de um trapézio.

Seja o trapézio do desenho abaixo do qual queremos calcular a área.

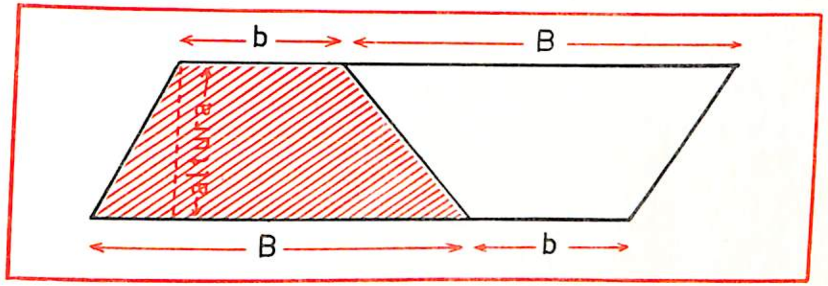



Fig. 72

Desenhando ao lado do primeiro e em posição invertida um trapézio com as mesmas medidas e forma do primeiro (como aparece no desenho em linha pontilhada), obteremos um paralelogramo cuja altura é a altura do trapézio e cuja base é a soma das bases maior e menor do trapézio (B + b).

Logo, se calcularmos a área dêsse paralelogramo, teremos o dôbro da área do trapézio cuja área queríamos calcular. Portanto, dividindo por 2 a área dêsse paralelogramo, teremos a área procurada. Como sabemos que a A▱ = b × a, concluímos que a A▱ = (B + b) × a ÷ 2, porque a base do paralelogramo do desenho é B + b, como vimos acima.

Então, a sentença-padrão para o cálculo da área de um trapézio é:

A▱ = (B + b) × a ÷ 2

**Exercícios Resolvidos:**

1 — Calcular a área de um trapézio com as seguintes medidas:

$$\begin{cases} B = 12\text{ cm} \\ b = 8\text{ cm} \\ a = 10\text{ cm} \end{cases}$$

A⏢ = (B + b) × a ÷ 2 (sentença-padrão)
A⏢ = (12 + 8) × 10 ÷ 2
A⏢ = 20 × 10 ÷ 2
A⏢ = 200 ÷ 2 = 100
A⏢ = 100 cm²

2 — Calcular a base maior de um trapézio cujas medidas são:

$$\begin{cases} A = 100\text{ cm}^2 \\ b = 8\text{ cm} \\ a = 10\text{ cm} \end{cases}$$

B = □ (porque não conhecemos a medida de B)
A⏢ = (B + b) × a ÷ 2 (sentença-padrão)
100 = (□ + 8) × 10 ÷ 2
ou: (□ + 8) × 10 ÷ 2 = 100 (pela propr. simétrica da igualdade)
(□ + 8) × 10 = 100 × 2 (desfazendo a divisão por 2)
(□ + 8) × 10 = 200
□ + 8 = 200 ÷ 10 (desfazendo a multiplicação por 10)
□ + 8 = 20
□ = 20 − 8 (desfazendo a adição)
□ = 12

Logo, B = 12 cm



3 — Calcular a base menor de uma trapézio cujas medidas são:

$$\begin{cases} A = 100\text{ cm}^2 \\ B = 12\text{ cm} \\ a = 10\text{ cm} \end{cases}$$

b = □ (porque não conhecemos a medida de b)
A⏢ = (B + b) × a ÷ 2 (sentença-padrão)
100 = (12 + □) × 10 ÷ 2
ou: (12 + □) × 10 ÷ 2 = 100 (pela propr. simétrica da igualdade)
(12 + □) × 10 = 100 × 2
(12 + □) × 10 = 200
12 + □ = 200 ÷ 10
12 + □ = 20
□ = 20 − 12
□ = 8

Logo, a base menor do trapézio mede 8 cm.

4 — Calcular a altura de um trapézio cujas medidas são:

$$\begin{cases} A = 100\text{ cm}^2 \\ B = 12\text{ cm} \\ b = 8\text{ cm} \end{cases}$$

a = □ (porque não conhecemos a medida da altura)
A = (B + b) × □ ÷ 2 (sentença-padrão)
100 = (12 + 8) × □ ÷ 2
100 = (20 × □ ) ÷ 2
ou: (20 × □) ÷ 2 = 100 (pela propr. simétrica da igualdade)
20 × □ = 100 × 2
20 × □ = 200
□ = 200 ÷ 20
□ = 10

Logo, altura do trapézio mede 10 cm.

## EXERCÍCIOS 54

1 — Calcule o valor de um terreno de forma trapezoidal cujas medidas são: B = 28,45; b = 15,25 m; altura = 12 m. O valor do metro quadrado dêsse terreno é Cr$ 16,50.

$A_{\square}$ = (B + b) × a ÷ 2 (sentença-padrão).
$A_{\square}$ = (28,45 + 15,25) × 12 ÷ 2
$A_{\square}$ = ......... × ......... ÷ ............
$A_{\square}$ = ......................... m²
1 m² → ............. (..................)
... m² → ......................

2 — Determine as medidas que faltam, no quadro abaixo, sabendo que elas se referem a trapézios:

| Base maior | Base menor | Altura | Área |
|---|---|---|---|
| 7 cm | 5 cm | 3 cm | ...... |
| 12 dm | 6 dm | ...... | 45 dm² |
| ...... | 2,8 m | 3,5 m | 17,50 m² |
| 8,25 m | ...... | 4,2 m | 29,40 m² |

FIG. 73

## ÁREA DO LOSANGO

A área do losango pode ser determinada pela sentença-padrão que vamos "descobrir" agora.

Podemos desenhar dois losangos com as mesmas medidas e a mesma forma. A seguir, recortamos os losangos desenhados. Um dêles ficará inteiro, como o desenhamos. O outro será dobrado em quatro, pelas diagonais, e cortado nas linhas marcadas, resultando quatro triângulos. A seguir, colocaremos os triângulos obtidos junto aos lados do outro losango, como no desenho abaixo.

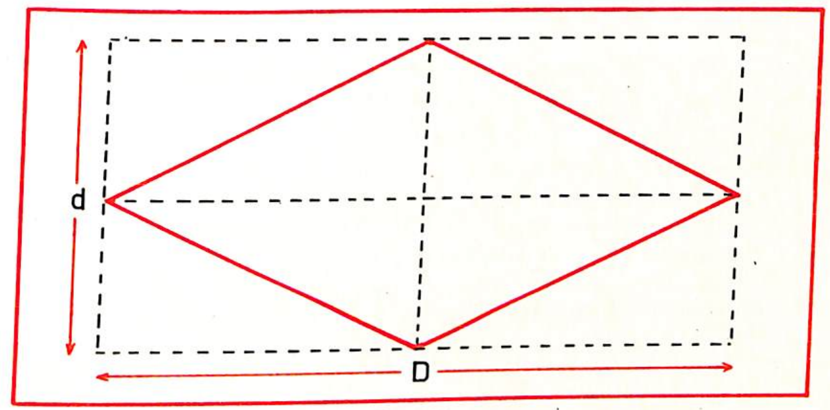



FIG. 74

Os dois losangos dispostos da forma acima descrita formam um retângulo, como vemos no desenho, cuja base é uma das diagonais do losango dado e cuja altura é a outra diagonal do losango. Logo, para achar a área dêsse retângulo, basta multiplicar a medida de uma diagonal pela medida da outra diagonal (D × d). A área assim obtida é o dôbro da área do losango, pois o retângulo foi formado por dois losangos de mesma área. Logo, a *metade* da área do retângulo será a área do losango.

Então, a sentença-padrão que procuramos é:

$A_{\diamond}$ = (D × d) ÷ 2

Supondo que as medidas do losango do desenho sejam D = 8 cm e d = 4 cm, a sua área será:

$A_\diamond = (D \times d) \div 2$ (sentença-padrão)
$A_\diamond = (8 \times 4) \div 2$
$A_\diamond = 32 \div 2 = 16$
$A_\diamond = 16\ cm^2$

Se conhecemos uma das diagonais e a área de um losango, poderemos fàcilmente determinar a outra, partindo da sentença-padrão. Assim:

Sabendo que a área de um losango é 16 cm² e uma de suas diagonais mede 8 cm, determinar a outra.

$A_\diamond = (D \times d) \div 2$ (sentença-padrão)
$16 = (8 \times \square) \div 2$
ou: $(8 \times \square) \div 2 = 16$ (pela propr. simétrica da igualdade)
$8 \times \square = 16 \times 2$
$8 \times \square = 32$
$\square = 32 \div 8$
$\square = 4$

Logo, a outra diagonal mede 4 cm.

## EXERCÍCIOS 55

1 — Complete o quadro abaixo cujos dados se referem a losangos:

| ÁREA | diagonal maior | diagonal menor |
|---|---|---|
| ............ | 16,5 m | 10,25 m |
| 10,44 dm² | .......... | 3,60 dm |
| 153,6650 cm² | 36,5 cm | ........... |

Fig. 75



2 — Qual o preço de um mural de azulejos em forma de losango cujas diagonais medem, respectivamente, 6,20 m e 2,80 m e o preço por m² é Cr$ 48,00?

$A_\diamond = (D \times d) \div 2$ (sentença-padrão)
$A_\diamond = (6{,}20 \times 2{,}80) \div 2$
$A_\diamond = 17{,}36 \div 2 = 8{,}68$
$A_\diamond = 8{,}68\ m^2$

$1\ m^2 \rightarrow 48{,}00$ (singular)
$8{,}68\ m^2 \rightarrow 8{,}68 \times 48{,}00 = 416{,}64$

Logo, o mural importará em Cr$ 416,64.

# UNIDADES DE VOLUME

## CONCEITO DE VOLUME

Para medir as diferentes espécies de grandezas temos empregado diferentes unidades chamadas *fundamentais* e seus múltiplos e submúltiplos. Assim, pode o aluno resolver problemas empregando medidas de comprimento, capacidade, pêso (massa) e superfície. Vai agora aprender a medir o *volume* de um corpo que ocupa um "lugar" no espaço porque tem três dimensões (comprimento, largura e altura).

A *unidade fundamental* para medir volumes é o *metro cúbico* cujo símbolo é $m^3$ (o expoente 3 lembra que os volumes têm 3 dimensões).

O *metro cúbico* é o volume de um cubo de *um metro de aresta*. Se a classe não se lembra do significado da palavra aresta, deve procurar no dicionário e aplicá-la também em linguagem comum para que o têrmo passe a fazer parte de seu vocabulário (aresta da mesa, de armário, de porta, etc.).

O metro cúbico, como as outras unidades fundamentais estudadas, possui múltiplos e submúltiplos.

Os *múltiplos* do metro cúbico são os volumes dos cubos que têm por arestas os múltiplos do metro: dam, hm, km. O decâmetro cúbico, por exemplo, é o cubo que tem 10 m de aresta.

Os *submúltiplos* do metro cúbico são os volumes dos cubos que têm por arestas os submúltiplos do metro: dm, cm, mm. O decímetro cúbico, por exemplo, é o cubo que tem 1 dm de aresta.

Suponhamos que as arestas do cubo desenhado abaixo meçam 1 m.

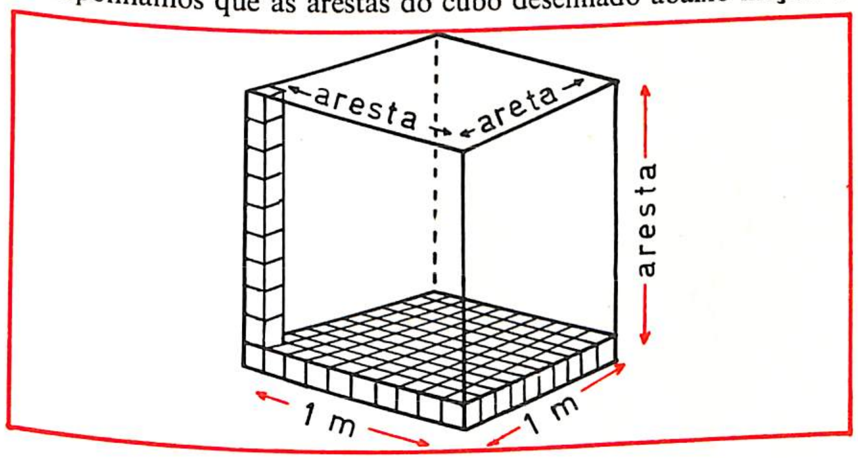



FIG. 76

Sendo a base do cubo de 1 m de aresta um quadrado de 1 m (ou 10 dm) de lado, ela pode "acomodar" uma camada de 100 pequenos cubos de 1 dm de aresta ou 100 dm³ (dm³ = decímetro cúbico).

Como a altura do cubo que estamos estudando também mede 1 m, podem ser "acomodadas" 10 camadas iguais à primeira, cada uma delas com 100 dm³. Portanto, o m³ equivale a $10 \times 100$ dm³ ou 1.000 dm³.

Raciocinando de forma análoga, supondo que o cubo do desenho possui arestas de 1 dm, concluiremos que *o dm³ equivale a* $10 \times 100$ *cm³ ou* 1.000 *cm³*, e assim por diante.

Podemos, então, concluir que as unidades de volume variam de 1.000 em 1.000.

## EXERCÍCIOS 56

1 — Complete, tornando verdadeiras, as seguintes sentenças:

*a*) 1 m³ equivale a .............. dm³.
*b*) 1 dm³ é a .................... parte do m³.
*c*) 1 dm³ equivale a .............. cm³.
*d*) 1 cm³ é a .................... parte do dm³.
*e*) 1.000 dm³ = ............... m³.
*f*) 500 dm³ = .................. m³.

2 — Complete as seguintes afirmações, tornando-as verdadeiras:

*a*) Se 1 m³ = 1.000 dm³, $\frac{1}{2}$ m³ = ........ dm³.

*b*) Se 1 m³ = ....... dm³, $\frac{1}{4}$ m³ = .......... dm³.

*c*) Se $\frac{1}{4}$ m³ = ....... dm³, $\frac{3}{4}$ m³ = ......... dm³.

3 — Quantos cubinhos de 1 cm³ você precisa para formar um cubo de 1 dm³?

A sentença matemática é:

1 dm³ = ..................... cm³



4 — Quantos cubos de 1 dm³ você precisa para formar um cubo de 1 m de aresta?

1 cubo de 1 m de aresta mede 1 m³.
1 m³ = ............... dm³.

5 — Assinale com V as sentenças verdadeiras e com F, as falsas:

*a*) 1.000 dm³ > 1 m³ ( ) *b*) $\frac{1}{2}$ m³ = 500 dm³ ( )
*c*) 0,500 m³ = 500 dm³ ( ) *d*) 2.000 dm³ = 2 m³ ( )
*e*) 3.000 dm³ ≠ 3 m³ ( ) *f*) $\frac{1}{4}$ m³ < 250 dm³ ( )

6 — Torne verdadeiras as sentenças que seguem, completando-as:

| | |
|---|---|
| 5 m³ = .............. dm³ | 8.000 dm³ = .............. m³ |
| 8 m³ = .............. dm³ | 2.500 dm³ = .............. m³ |
| 1,450 m³ = .............. dm³ | 6.380 dm³ = .............. m³ |
| 2,860 m³ = .............. dm³ | 8.385 dm³ = .............. m³ |
| 15,300 m³ = .............. dm³ | 12.400 dm³ = .............. m³ |
| 8,363 m³ = .............. dm³ | 18.600 dm³ = .............. m³ |
| 20,035 m³ = .............. dm³ | 9.380 dm³ = .............. m³ |
| 6,009 m³ = .............. dm³ | 500 dm³ = .............. m³ |
| 0,350 m³ = .............. dm³ | 35 dm³ = .............. m³ |
| 0,005 m³ = .............. dm³ | 6 dm³ = .............. m³ |

*NOTA*: Evitamos, propositadamente, relacionar o m³ com os outros submúltiplos e os múltiplos em geral, porque são pouco usados na vida prática e, ainda, porque tais relações se traduzem por números expressos por muitas ordens decimais. A criança passa a escrevê-los mecânicamente, sem compreender seu verdadeiro significado.

Para que não fique imcompleto êste nosso estudo, entretanto, vamos apresentar abaixo o quadro que auxilia nas mudanças de unidades de volume. Não esquecer, porém, que, em se tratando de volumes, cada ordem decimal deve possuir 3 algarismos.

| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

FIG. 77

## EXERCÍCIOS 57

Exercícios para leitura e escrita dos numerais que expressam unidades de volume:

1 — Escreva como se lê:

*a)* 5,125 m³ = 5 m³ e 450 . . .
*b)* 0,340 m³ = 340 . . .
*c)* 10,005 m³ = 10 . . . e 5 . . .
*d)* 16,016 m³ = 16 . . . e . . .

2 — Escreva, empregando uma só unidade, os seguintes numerais:

*a)* 2 m³ e 458 dm³ = 2,458 . . .
*b)* 12 m³ e 54 dm³ = . . . . . . . . . . . . . . . . . .
*c)* 9 m³ e 8 dm³ = . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
*d)* 346 dm³ = 0,. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

3 — Complete, empregando o quadro abaixo, as seguintes sentenças:

| $km^3$ | $hm^3$ | $dam^3$ | $m^3$ | $dm^3$ | $cm^3$ | $mm^3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 012 | 356 | 000 | |

FIG. 78

Exemplo: 12,356 m³ = 12.356.000 cm³
ou 12,356 m³ = 0,012.356 dam³



*a)* 6,432 m³ = . . . . . . . . . . . . . dm³
*b)* 0,155 m³ = . . . . . . . . . . . . . cm³
*c)* 8,452 dm³ = . . . . . . . . . . . . . cm³
*d)* 16,004 dam³ = . . . . . . . . . . . . . dm³
*e)* 28,346 dam³ = . . . . . . . . . . . . . hm³

## O LITRO COMO UNIDADE DE VOLUME

O *litro* também é uma unidade de volume. Quando medimos a *capacidade* de um recipiente que pode conter líquidos ou gases, empregamos o litro como unidade fundamental, o que já vimos em nosso volume 3. Mas, o *litro* é o volume equivalente a 1 *dm*³. Então, também o litro é *unidade legal de volume*.

Se tivermos uma caixa cúbica de 1 dm de aresta, poderemos "provar" a equivalência de sua capacidade com a do litro. (A caixa deve ser de material resistente à água ou a líquidos em geral.) Enchendo a caixa de 1 dm³ com a água contida em 1 litro comum, poderemos "ver" que as suas capacidades se equivalem, pràticamente.

Podemos, então, escrever a seguinte equivalência:

$$1\ l \Longleftrightarrow 1\ \text{dm}^3$$

### EXERCÍCIOS 58

1 — Complete as seguintes sentenças, tornando-as verdadeiras:

*a*) $1\ l = \ldots\ \text{dm}^3$ *b*) $2\ l = \ldots\ \text{dm}^3$ *c*) $5\ l = \ldots\ \text{dm}^3$

*d*) $8\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$ *e*) $3\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$ *f*) $10\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$

*g*) $\frac{1}{2}\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$ *h*) $\frac{1}{4}\ l = \ldots\ \text{dm}^3$ *i*) $100\ \text{dm}^3 = \ldots .\ l$

2 — 1 dm³ de vinho custa Cr$ 2,50. Qual o valor de 4,5 *l* dêsse vinho?

$1\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$

$1\ l \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ (\ldots\ldots\ldots)$

$\ldots\ l \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$



3 — Uma caixa de água mede, em seu interior, 1,250 m³. Quantos litros essa caixa pode comportar?

$1{,}250\ \text{m}^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ \text{dm}^3$

$\ldots\ \text{dm}^3 = \ldots\ l$

4 — Um tambor tem capacidade para 72 *l* de óleo. Quantos dm³ mede o interior dêsse tambor?

$72\ l = \ldots\ \text{dm}^3$

# FIGURAS NO ESPAÇO

## CONCEITUAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO

Até aqui, temos estudado figuras geométricas (conjuntos de pontos) que "vivem" no plano. Por exemplo:

*a*) Linha ou curva ligando dois pontos (o conjunto de pontos que tem extremidades, como os segmentos de retas, por exemplo).

*b*) O próprio *ponto* é uma figura geométrica (conjunto unitário de pontos, isto é, conjunto com um só elemento).

*c*) Polígonos, conjuntos de pontos constituídos pela *reunião* do contôrno (ou fronteira, ou ainda poligonal fechada) com a sua região interior.

*d*) Reta (conjunto infinito de pontos alinhados), etc.

Tôdas essas figuras "vivem" no plano, isto é, ou só apresentam uma dimensão (comprimento), ou duas dimensões (comprimento e largura) e podem ser imaginadas como fazendo parte do plano do papel, da mesa, do quadro, etc. (O ponto, por ser infinitamente pequeno, não possui dimensões).

Vamos, agora, tomar contato com algumas figuras geométricas que não podem ser imaginadas como partes de um plano, como, por exemplo, o plano de uma fôlha de papel. São figuras que precisam "ocupar um lugar" no espaço, porque possuem três dimensões: comprimento, largura e altura. É o caso do cubo, do paralelepipedo, da esfera, do cilindro, figuras já conhecidas desde as primeiras séries da escola primária.

Tais figuras, que "vivem" no espaço, podem ser separadas em duas classes:

*a*) Figuras de *faces planas*;

*b*) Figuras de *faces não planas*.

## FIGURAS DE FACES PLANAS

São denominadas *prismas* e *pirâmides* as figuras que só apresentam faces planas.

Veremos adiante a diferença entre prismas e pirâmides.

Alguns prismas, como os do desenho abaixo, por possuírem características próprias, têm nomes especiais.

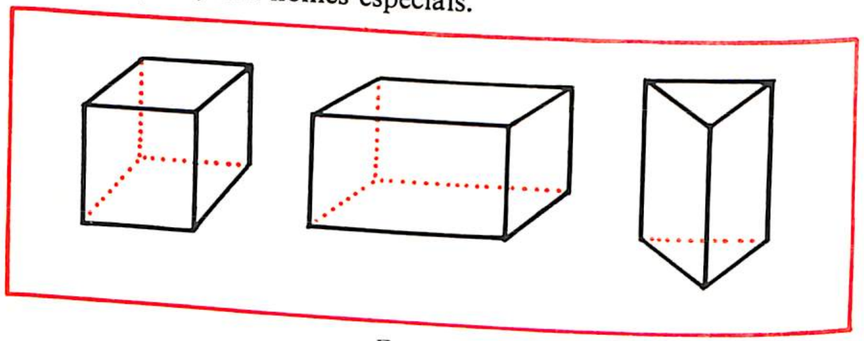


FIG. 79

Tôdas as figuras geométricas acima desenhadas são prismas, possuem tôdas as faces planas. São, ainda, *prismas retos* (de pé), porque existem prismas que não são retos, que são inclinados, e serão estudados bem mais tarde.

O prisma da fig. 1 é já bastante conhecido da classe. É um prisma muito especial: tôdas as suas faces são *quadradas e congruentes*. Por possuir características tão especiais, tem um nome muito especial: *cubo*.

Logo, *o cubo* é um prisma que possui 6 faces quadradas e congruentes (com as mesmas medidas).

O prisma da fig. 2, também conhecido da classe, apresenta características próprias. Tôdas as suas faces são retângulos: é o *paralelepípedo*.

Às vêzes, algumas das faces do paralelepípedo são quadradas, como parecem ser duas faces da fig. 2. Isso não impede que o prisma continue a ser denominado de paralelepípedo, pois o quadrado é um retângulo, como tivemos oportunidade de ver atrás. O que é preciso para um polígono ser classificado como retângulo? É preciso que êle seja paralelogramo (o quadrado é paralelogramo) e que tenha os quatro ângulos retos (o quadrado tem os 4 ângulos retos), logo, o quadrado possui



tôdas as características do retângulo e pode ser enquadrado como tal. O retângulo é que não é quadrado, pois não tem os quatro lados congruentes.

Portanto, o *paralelepípedo* é um prisma que possui 6 faces retangulares.

O prisma da fig. 3 tem duas faces triangulares e por isso é denominado *prisma triangular*.

## BASE E ALTURA DOS PRISMAS

Os prismas "assentam-se" sôbre uma de suas faces. Essas faces sôbre as quais os prismas "se assentam" e as suas opostas são as bases do prisma.

Qualquer face do cubo ou do paralelepípedo pode ser considerada como base. Uma vez estabelecido sôbre qual delas o prisma se assentará, ela e a sua oposta serão as suas bases. (As faces opostas dos prismas que estamos estudando, são congruentes.)

No caso do prisma triangular, por exemplo, as *bases* são as duas faces triangulares.

A distância entre uma base e outra é a *altura* do prisma.

## EXERCÍCIOS 59

1 — Observando os desenhos de prismas que apresentamos no início dêste capítulo, complete as seguintes sentenças, tornando-as verdadeiras:

*a*) Tôdas as faces de um prisma são ...................

*b*) O cubo é um ............. muito especial.

*c*) As faces do cubo são ........ e ..........

*d*) A base do cubo é um ..............

*e*) A base do paralelepípedo é um .............. .

2 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que são verdadeiras ou falsas as sentenças:

*a*) O cubo possui 12 arestas com a mesma medida. ( )

*b*) As arestas do paralelepípedo são congruentes quatro a quatro. ( )

*c*) Tanto o cubo como o paralelepípedo possuem 8 vértices. ( )



3 — Um cubo mede 3 cm de aresta. Qual a área de cada uma de suas faces ? Qual a sua área total? (das 6 faces).

A aresta do cubo confunde-se com o lado do quadrado que é cada uma de suas faces. Logo, aresta (a) e lado (l), no cubo têm a mesma medida.

$A_{\square} = l \times l$

$A_{\square} = 3 \times 3 = 9\,\text{cm}^2$

1 face $\rightarrow$ 9 cm² (singular)

6 faces $\rightarrow 6 \times 9 = 54$

Logo, a área total do cubo é de 54 cm².

O paralelepípedo, já vimos, possui 12 arestas congruentes 4 a 4. As quatro arestas congruentes e de maior medida são consideradas como o seu *comprimento*; as outras 4 arestas congruentes das bases são a *largura* do paralelepípedo; as 4 restantes são consideradas como a sua *altura*. Assim:

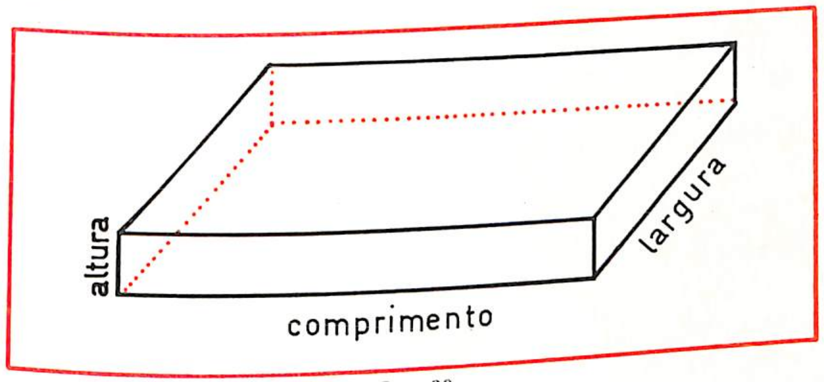



FIG. 80

## VOLUME DO CUBO E DO PARALELEPÍPEDO

Vimos que a base de um cubo é um quadrado e que a base de um paralelepípedo é um retângulo.

Seja um cubo de 5 cm de aresta.

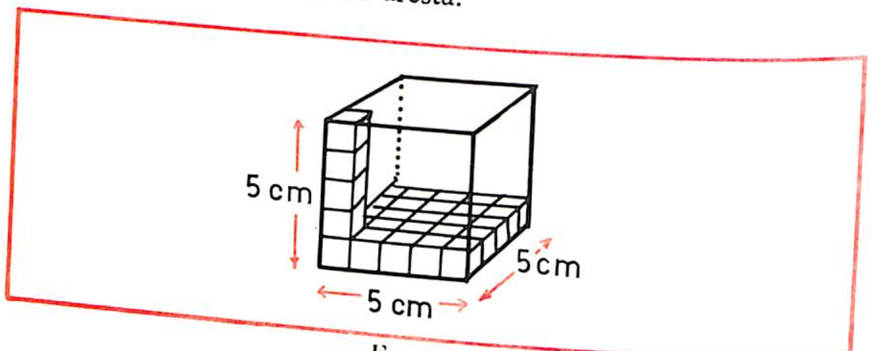



FIG. 81

Podemos achar a área de sua base, que é um quadrado.

Área da base = aresta × aresta

Área da base = $5 \times 5 = 25$ cm²

Sôbre essa superfície (25 cm²), podemos "acomodar" 25 pequenos cubos de 1 cm de lado ou 25 cm³, como vemos no desenho.

Como a altura do cubo também é de 5 cm, podemos "acomodar" 5 dessas "camadas" de 25 cm³ em tôda a sua altura, e teremos:

Volume do cubo de 5 cm de aresta = $5 \times 25$ cm³ ou 125 cm³.

Logo, por êsse resultado, podemos concluir que o volume do cubo pode ser encontrado achando a área da base e multiplicando pela medida da altura. (Tôdas as medidas com a mesma unidade.)

Empregando o mesmo raciocínio, veremos que, para calcular o volume do paralelepípedo (ou prisma quadrangular reto), basta achar a área da base e multiplicar pela medida da altura.



Seja o seguinte exemplo: Calcular o volume de um paralelepípedo com as seguintes medidas:

$$\begin{cases} \text{comprimento : 5 dm} \\ \text{largura : 5 dm} \\ \text{altura : 4 dm} \end{cases}$$

Passando os dados do problema para o desenho:

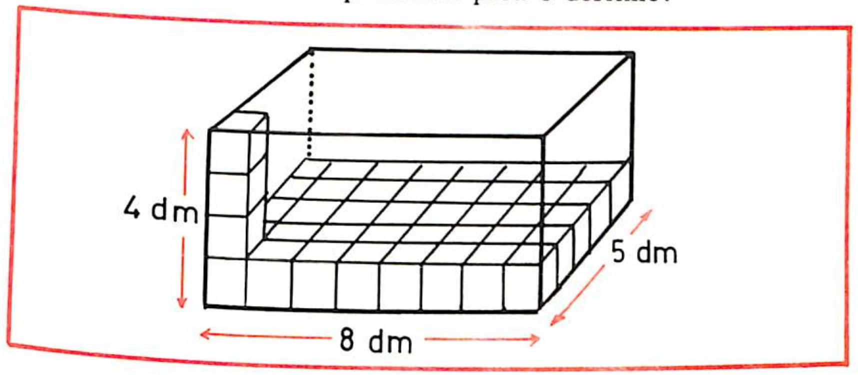



FIG. 82

A área da base do paralelepípedo é = comprimento × largura ou: $8 \times 5 = 40$

Logo, a área da base = 40 dm².

Portanto, é possível "acomodar" uma camada de 40 cubinhos de 1 dm³ sôbre a base do paralelepípedo, ou 40 dm³.

Como a altura do prisma é de 4 dm, dá para acomodar 4 dessas camadas de 40 dm³ em todo o sólido.

Logo, o volume do paralelepípedo é igual a $4 \times 40$ dm³ ou 160 dm³.

## PIRÂMIDES

Outra figura geométrica de faces planas é a pirâmide. Dissemos atrás que ela apresenta alguma diferença do prisma e que depois esclareceríamos essa diferença. É que, naquele momento, não sabíamos ainda o que eram bases do prisma e da pirâmide, tornando, portanto, um pouco difícil de esclarecer as diferenças.

Agora, sabemos que as bases dos prismas são polígonos e que o prisma possui duas bases, opostas e congruentes.

As bases das pirâmides também são polígonos, mas cada pirâmide só tem *uma base*. A base da pirâmide não tem face oposta, pois ela termina em "ponta".

Logo, a pirâmide é um sólido geométrico que possui três dimensões, como os prismas. Suas faces também são planas, mas só possui uma base, enquanto o prisma tem duas.

Além da base, a pirâmide possui *faces* que são planas, como dissemos, *arestas* e *vértices*.

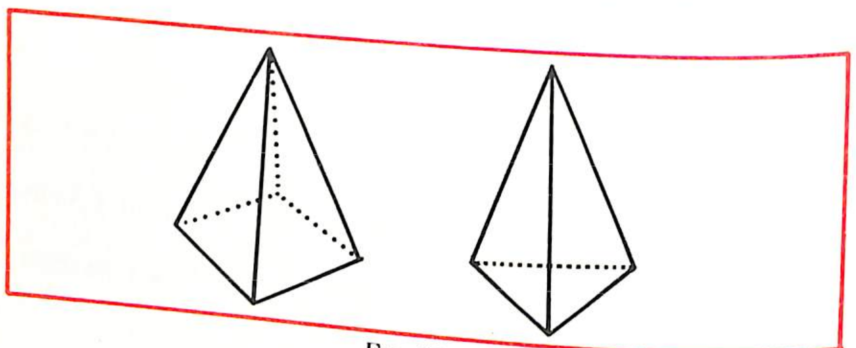


FIG. 83

A base de uma pirâmide pode ser um polígono qualquer: triângulo, quadrado, pentágono, etc. A pirâmide da fig. 1 é triangular (sua base é um triângulo) e a da fig. 2 é quadrangular (sua base é um quadrado).

Podemos calcular as áreas da base ou das faces das pirâmides quando conhecemos suas medidas. As faces laterais são sempre triangulares e, portanto, a área de cada uma delas é calculada como a de um triângulo qualquer. A área da base é calculada também como as das figuras planas conhecidas: se fôr triângulo, conforme a sentença-padrão para calcular



a área do triângulo, se fôr quadrado, segundo a sentença-padrão para calcular a área do quadrado, e assim por diante.

O volume da pirâmide ficará para ser estudado mais tarde.

Exercícios para fixação

1 — Desenhe uma pirâmide triangular e uma pirâmide quadrangular.

2 — Quantas faces laterais tem uma pirâmide de base triangular? (3)

3 — Quantas faces laterais tem uma pirâmide cuja base é um hexágono? (6)

4 — Uma pirâmide triangular tem por base um triângulo de 8 cm de base por 6 cm de altura. Qual a área da base da pirâmide?

Área da base = B

$B = b \times a \div 2$

$B = 8 \times 6 \div 2$

$B = 48 \div 2$

$B = 24 \text{ cm}^2$

Logo, a área da base dessa pirâmide é 24 cm².

5 — Uma pirâmide quadrangular tem por base um quadrado de 6 cm de lado. As faces laterais dessa pirâmide são triângulos de 5 cm de altura. Qual a área total dessa pirâmide?

Área da base = B

$B = l \times l$

$B = 6 \times 6$

$B = 36 \text{ cm}^2$

Área de cada face lateral = F

$F = b \times a \div 2$

$F = 6 \times 5 \div 2$

$F = 30 \div 2$

$F = 15 \text{ cm}^2$

1 face $\rightarrow$ 15 cm² (singular)
4 faces $\rightarrow 4 \times 15\ cm^2 = 60\ cm^2$
Área total $= 36 + 60 = 96$
Área total $= 96\ cm^2$

Logo a área total (área da base mais a área lateral) dessa pirâmide é $96\ cm^2$.

# FIGURAS DE FACES NÃO PLANAS

## CONCEITUAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO

Algumas figuras geométricas de três dimensões já foram estudadas, tôdas, porém, possuindo apenas *faces planas.*

Veremos, agora, algumas figuras geométricas que também possuem três dimensões, como os prismas e pirâmides, figuras que também "vivem" no espaço, mas que possuem *faces não planas*. São elas: o cilindro, o cone e a esfera.

O nosso contato com êstes sólidos geométricos será muito rápido, apenas para conhecê-los. Mais tarde, muita coisa haverá ainda para ser estudada a respeito dêsses *sólidos geométricos.*

São as seguintes as figuras de que agora iremos tomar conhecimento:

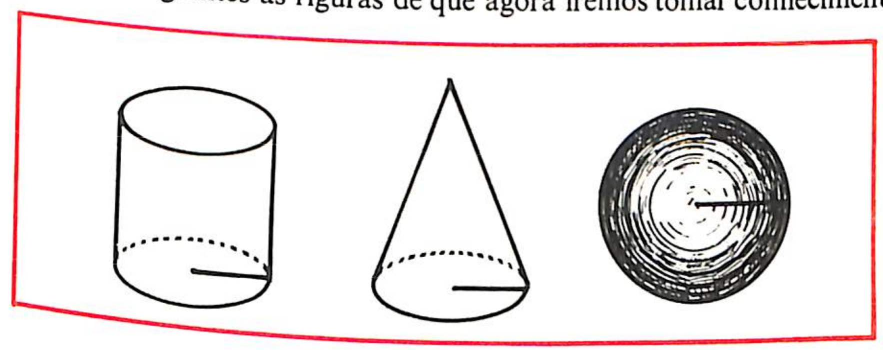


Fig. 84

Os sólidos acima possuem faces não planas.

O *cilindro* (Fig. 1) possui duas faces planas que são as suas bases.

As bases do cilindro são circulares e congruentes (têm a mesma medida). As duas bases do cilindro são opostas e paralelas. (A distância entre uma base e outra é sempre a mesma, em tôda "a volta" do cilindro).

Chama-se *altura* do cilindro, a distância entre uma base e outra.

A parte curva da superfície do cilindro é aquela que "rola" quando o cilindro está deitado sôbre uma superfície plana, como a mesa. O lápis tem a forma cilíndrica. Quando está "deitado" sôbre a mesa, rola. Por quê? Porque a superfície que o "envolve" não é plana.

O *cone* é como a pirâmide, só tem *uma base.*

A base do cone é circular, como a do cilindro.

A base do cone, sendo uma, não possui face oposta. O cone termina em "ponta", como a pirâmide.

A superfície que "envolve" o cone é não plana, pois o cone, "deitado" sôbre a mesa, rola.

A *esfera* não possui faces. Não possuindo faces, não tem base, pròpriamente dita. Sua base é constituída por qualquer de seus pontos externos: aquêle ponto que toca a superfície que a apóia.

A esfera não possui arestas nem vértices.

A esfera é o mais redondo dos corpos.

*NOTA*: Dissemos que a esfera não possui faces. Entretanto, podemos imaginá-la com um número infinito de faces, tão pequenas, que não as distinguimos. Assim, cada ponto de sua superfície pode ser considerado como uma das faces da esfera e, cada uma delas, pode ser sua base, quando em contato com a superfície que a suporta. Assim pensando, podemos dizer que a esfera possui infinitas faces. Entretanto, como elas não são destacáveis ou visíveis, preferimos dizer que a esfera não possui faces, pelo menos, por enquanto.

## EXERCÍCIOS 60

1 — Desenhe um cone e um cilindro. A seguir, pinte as suas bases para distingui-los das superfícies não planas que êles também possuem.

2 — Desenhe uma esfera e procure colori-la de modo a mostrar que tôda a sua superfície é curva.

3 — Quantas bases tem o cilindro?

4 — E o cone?

5 — Complete as sentenças que seguem, tornando-as verdadeiras:

*a*) O cilindro possui duas bases circulares. ( )

*b*) As bases do cilindro não são congruentes. ( )

*c*) As bases do cilindro são duas, planas, circulares e congruentes. ( )

*d*) A base do cone é circular e plana. ( )

*e*) O cone também possui duas bases. ( )

*f*) O cone e o cilindro possuem superfícies não planas que permitem que êles "rolem" sôbre a mesa. ( )

*g*) A esfera não possui faces. ( )

# MEDIDAS DE TEMPO

## RÁPIDA REVISÃO

A criança mesmo antes de freqüentar a escola, vem tendo a noção de que o tempo "passa" e pode ser comparado: as expressões hoje, ontem, amanhã, semana passada, semana que vem, logo mais, daqui a pouco, etc., referem-se a êsse "passar" contínuo do tempo.

Certos intervalos regulares de tempo são tomados como unidades para "medir" o tempo. O dia, o ano, a hora, a semana o mês, etc., são intervalos de tempo empregados para medir o "passar do tempo", são unidades de tempo.

A criança de 4.ª série conhece-as já e deve empregá-las em problemas e nas suas atividades diárias.

As unidades de tempo não estão em relação decimal umas com as outras. Por êsse motivo, não podemos usar a vírgula na representação dos números que expressam as medidas de tempo. O uso da vírgula é privilégio do Sistema Métrico Decimal, que se vale das regras do Sistema de Numeração Decimal.

Nos sistemas decimais, podemos usar uma só unidade para representar uma medida. Assim, usando apenas uma unidade, podemos representar mais de uma unidade, quando o sistema é decimal: 8,75 l. Usamos a unidade litro e representamos litros e centilitros num só numeral.

Com as unidades de tempo, isso não é possível. Quando dizemos 2 dias e 5 horas, não podemos empregar a vírgula e escrever: 2,5 d, pois a relação entre dias e horas é 24, não é 10. E, 2,5 d representa 2 dias e 5 décimos do dia, portanto, 2 dias e meio ou 2 dias e 12 horas. Como queríamos dizer 2 dias e 5 horas, não nos expressamos bem. Devíamos ter escrito: 2 d 5 h. Como vemos, não pudemos usar a vírgula e nem uma só unidade. Tivemos de usar as duas unidades (dias e horas).

É muito comum vermos escrito, para dizer 5 horas e 40 minutos, por exemplo: 5,40 h. Está errado, e muito errado. Analisemos o que está escrito em 5,40 h: cinco horas e 40 centésimos da hora, ou, 5 horas e 4 décimos da hora. Mas, 1 décimo da hora é $\frac{1}{10}$ de 60 minutos ou 6 minutos. Logo, $\frac{4}{10}$ da hora são $4 \times 6$ minutos. = 24 minutos. Então, 5,40 h = 5 horas e 24 minutos. Mas, não era isso que queríamos dizer! Logo, a representação está errada.

*Nunca* devemos escrever ou permitir que nossos alunos escrevam os numerais que representam medidas de tempo empregando a vírgula decimal. Devemos sempre empregar, para representar unidades *não-decimais*, como as de tempo, a representação *não-decimal* de suas medidas.

Vimos já, em nosso volume 3, as principais unidades de tempo e suas relações. Vamos, agora, tratar das conversões das medidas de tempo de uma unidade para outra.

*Símbolos* — Nem tôdas as unidades de tempo têm símbolos próprios para representá-los. É o caso da semana, da quinzena, do trimestre, etc., que não possuem símbolos para sua representação.

As unidades legais, porém, têm símbolos próprios:

Segundo = s ou seg

Minuto = min

Hora = h

Dia = d

Mês = m

Ano = a

## CONVERSÕES

1.º) Conversão de dias em horas e horas em minutos.

1 — Quantas horas são 5 dias?

1 d → 24 h (singular)

5 d → 5 × 24 h = 120 h

Resposta: 5 d = 120 h.

2 — Quantas horas são três dias e 8 horas?

1 dia → 24 h (singular)

3 dias → 3 × 24 = 72 h

□ = 72 h + 8 h = 80 h

Resposta: 3 d 8 h = 80 h.

3 — Quantos minutos são 9 horas?

1 h → 60 min (singular)

9 h → 9 × 60 = 540 min

Resposta: 9 h = 540 min.

4 — Quantos minutos são 3 h e 45 min?

1 h → 60 min (singular)

3 h → 3 × 60 = 180 min

□ = 180 min + 45 min = 225 min

Resposta: 3 h 45 min = 225 min.

5 — Quantos minutos são 2 d 5 h 25 min?

1 d → 24 h (singular)
2 d → 2 × 24 = 48 h
□ = 48 h + 5 h = 53 h
1 h → 60 min (singular)
53 h → 53 × 60 = 3.180 min
□ = 3.180 min + 25 min = 3.205 min

Resposta: 2 d 5 h 25 min = 3.205 min.

6 — Quantos segundos há em 2 horas?

1 h → 60 min (singular)
2 h → 2 × 60 = 120 min
1 min → 60 seg (singular)
120 min → 120 × 60 = 7.200 seg

Resposta : 2 h = 7.200 seg.

Escrevendo, passo por passo, as sentenças matemáticas que conduzem à solução do problema, as crianças poderão ir percebendo, com a repetição das questões apresentadas, que para transformar medidas expressas em unidades que correspondem a intervalos maiores de tempo em unidades que correspondem a intervalos menores de tempo, efetuam sempre multiplicações, isto é, a sentença inicial está sempre no singular e deve ser levada ao plural, pela multiplicação.

Logo que êsse fato fôr percebido pela criança, podemos deixá-la à vontade quando fôr resolver uma questão como as que apresentamos atrás: se quiser, escreverá as sentenças tôdas no papel; se preferir, poderá ir "pensando" nas sentenças e, no papel, efetuando apenas os cálculos que se fizerem necessários para encontrar o resultado final.

Por exemplo: Quantos minutos são 2 d 6 h 42 min?

$$\begin{array}{r} 24\ \text{h} \\ \times\ 2 \\ \hline 48\ \text{h} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 48\ \text{h} \\ +\ 6\ \text{h} \\ \hline 54\ \text{h} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60\ \text{min} \\ \times\ 54 \\ \hline 240 \\ 300\phantom{0} \\ \hline 3.240\ \text{min} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.240\ \text{min} \\ +\ 42\ \text{min} \\ \hline 3.282\ \text{min} \end{array}$$

Resposta: 2 d 6 h 42 min = 3.282 min.



2.º) Conversão de minutos em horas, segundos em minutos e horas, etc.

O aluno já deve ter observado, como dissemos acima, que tôda vez que êle precisou transformar horas em minutos, realizou a operação: *multiplicar por* 60 (a relação entre hora e minuto é 60).

Portanto, se tiver de realizar a operação inversa, isto é, transformar minutos em horas, como no exemplo acima, basta realizar a operação inversa da multiplicação por 60: *dividir por* 60.

Exemplos:

1 — Quantas horas há em 240 minutos?

240 min → $\frac{240}{60}$ da h

ou
$$\begin{array}{r|l} 240 & 60 \\ \cline{2-2} 00 & 4\ \text{h} \end{array}$$

Resposta: 240 min = 4 h.

2 — Quantas horas há em 800 min?

800 min → $\frac{800}{60}$ da h

ou
$$\begin{array}{r|l} 800 & 60 \\ \cline{2-2} 200 & 13\ \text{h} \\ 20\ \text{min} & \end{array}$$

(Não cortar zeros para dividir)

Como o dividendo representa minutos, o resto também representa minutos.

Resposta: 800 min = 13 h 20 min.

*NOTA*: Não podemos cortar um zero no dividendo e outro no divisor quando os têrmos da divisão se referem a unidades não decimais porque, embora o quociente não se altere, o resto fica menor 10 vêzes. Não sendo decimal o sistema de unidades, devemos representar o resto em outra unidade (diferente da unidade que o quociente representa) e fica alterado o resultado dessa parte da medida. É claro que, se cortarmos um zero no dividendo para facilitar o cálculo e nos lembrarmos, no final, de multiplicar o resto por 10, não há mal algum, tudo volta ao que era. Para a criança, entretanto, isso vai acarretar uma série de enganos, por esquecimento de acertar o resto, o que deve ser evitado.

3 — Quantos minutos são 2.310 segundos?

2.310 seg $\rightarrow \frac{2.310}{60}$ (a relação minuto-segundo também é 60)

ou
$$\begin{array}{r|l} 2.310 & 60 \\ \cline{2-2} 510 & 38 \text{ min} \\ 30 \text{ seg} & \end{array}$$

Resposta: 2.310 seg = 38 min e 30 seg.

4 — Quantos dias, horas e minutos são 1.662 min?

1.662 min $\rightarrow \frac{1.662}{60}$ da h (a relação hora-minuto é 60)

ou
$$\begin{array}{r|l} 1.662 \text{ min} & 60 \\ \cline{2-2} 462 & 27 \text{ h} \\ 42 \text{ min} & \end{array}$$

Logo, 1.662 min = 27 h 42 min.

Mas, 27 h passa de um dia; podemos, portanto, calcular "quantos" dias há em 27 h.

27 h $\rightarrow \frac{27}{24}$ do dia (a relação dia-hora é 24)

ou
$$\begin{array}{r|l} 27 \text{ h} & 24 \\ \cline{2-2} 03 \text{ h} & 1 \text{ d} \end{array}$$

Logo, 27 h = 1 d e 3 h.

Resposta: 1.662 min = 27 h 42 min ou 1 d 3 h 42 min.



5 — Quantas semanas, dias e horas são 413 h?

413 h $\rightarrow \frac{413}{24}$ do d (a relação dia-hora é 24)

ou
$$\begin{array}{r|l} 413 \text{ h} & 24 \\ \cline{2-2} 173 & 17 \text{ d} \\ 05 \text{ h} & \end{array}$$

Logo, 413 h = 17 d 5 h.

17 d $\rightarrow \frac{17}{7}$ da semana (relação dia-semana é 7)

ou
$$\begin{array}{r|l} 17 \text{ d} & 7 \\ \cline{2-2} 3 \text{ d} & 2 \text{ semanas} \end{array}$$

Logo, 17 dias = 2 semanas e 3 d

Resposta: 413 h = 17 d 5 h ou 2 semanas 3 d 5 h.

## ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE UNIDADES DE TEMPO

### ADIÇÃO

Seja a seguinte questão:

Uma prova teve início às 14 h 5 min e terminou 45 min depois. A que horas terminou a prova?

A sentença matemática é:

□ = (14 h 5 min) + 45 min

□ = 14 h 50 min

$$\begin{array}{rr} & 14\text{ h}\quad 5\text{ min} \\ + & 45\text{ min} \\ \hline & 14\text{ h}\ 50\text{ min} \end{array}$$

Não houve, como vimos, dificuldade alguma. Escrevemos uma parcela em uma linha e a outra parcela na linha de baixo, conforme a disposição prática de adição já muito conhecida. Tivemos o cuidado de colocar os minutos numa mesma coluna. Adicionamos os minutos e pronto! As horas não precisamos adicionar porque não há horas na segunda parcela.

Resposta: A prova terminou às 14 h 50 min.

Outro exemplo:

Mamãe saiu de casa para fazer umas compras às 13 h 28 min e voltou 2 h 45 min depois. A que horas mamãe retornou das compras?

□ = (13 h 28 min) + (2 h 45 min)

$$\begin{array}{rr} & 13\text{ h}\ 28\text{ min} \\ + & 2\text{ h}\ 45\text{ min} \\ \hline & 15\text{ h}\ 73\text{ min} \end{array}$$ (73 min é mais que 1 h. Que fazer?)

*Observação*: Se a soma dos minutos atinge ou ultrapassa 60 min, transformamos os minutos em horas. É o que vamos fazer com os 73 min:



73 min $\longrightarrow \frac{73}{60}$ da h (a relação minuto-hora é 60)

ou
$$\begin{array}{r|l} 73\text{ min} & 60 \\ \cline{2-2} 13\text{ min} & 1\text{ h} \end{array}$$

Logo, 73 min = 1 h e 13 min. Deixamos os 13 min na coluna dos minutos e levamos a hora (1) para a coluna das horas, cuja soma passa a ser (15 + 1) ou 16 h.

Para facilitar, podemos usar a seguinte disposição prática:

$$\begin{array}{rr} & 1\text{ h} \\ & 13\text{ h}\ 28\text{ min} \\ + & 2\text{ h}\ 45\text{ min} \\ \hline & 16\text{ h}\ 13\text{ min} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 73\text{ min} & 60 \\ \cline{2-2} 13\text{ min} & 1\text{ h} \end{array}$$

Mais um exemplo: Adicionar 8 h 50 min e 5 h 45 min.

$$\begin{array}{rr} & 8\text{ h}\ 50\text{ min} \\ + & 5\text{ h}\ 49\text{ min} \\ \hline & 99\text{ min} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 99\text{ min} & 60 \\ \cline{2-2} 39\text{ min} & 1\text{ h} \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 1\text{ h} \\ & 8\text{ h}\ 50\text{ min} \\ + & 5\text{ h}\ 49\text{ min} \\ \hline & 14\text{ h}\ 39\text{ min} \end{array}$$

## SUBTRAÇÃO

Seja a seguinte subtração: (11 h 34 min) – (6 h 29 min).

$$\begin{array}{r} 11\text{ h } 34\text{ min} \\ -\ 6\text{ h } 29\text{ min} \\ \hline 5\text{ h } 05\text{ min} \end{array}$$

Nenhuma dificuldade. Subtraimos minutos de minutos, horas de horas.

Outro exemplo: (8 h 10 min) – (3 h 28 min)

$$\begin{array}{r} 8\text{ h } 10\text{ min} \\ -\ 3\text{ h } 28\text{ min} \\ \hline ? \end{array}$$

Não é possível subtrair 28 min de 10 min. Para possibilitar a subtração, adicionamos aos 10 min do minuendo 1 h ou 60 min das 8 h também do minuendo, que passará a ter 7 h ao invés de 8 h. Assim:

$$\begin{array}{r} 7 \quad 70\phantom{\text{ min}} \\ \cancel{8}\text{ h } \cancel{10}\text{ min} \\ -\ 3\text{ h } 28\text{ min} \\ \hline 4\text{ h } 42\text{ min} \end{array}$$

Assim, decompondo uma hora em 60 minutos, tornamos possível a subtração.

Mais um exemplo: (15 h 8 min) – (9 h 45 min)

$$\begin{array}{r} 14 \quad 68\phantom{\text{ min}} \\ \cancel{15}\text{ h } \cancel{8}\text{ min} \\ -\ 9\text{ h } 45\text{ min} \\ \hline 5\text{ h } 23\text{ min} \end{array}$$



Outro exemplo: (15 min 25 seg) – (12 min 34 seg)

Decompomos 1 min em 60 seg e acrescentamo-los aos 25 seg:

$$\begin{array}{r} 14 \qquad 85\phantom{\text{ seg}} \\ 15\text{ min } 25\text{ seg} \\ -\ 12\text{ min } 34\text{ seg} \\ \hline 02\text{ min } 51\text{ seg} \end{array}$$

## EXERCÍCIOS 62

1 — Um avião sai de S. Paulo às 6 h 15 min e chega no Rio de Janeiro às 8 h 7 min. Qual a duração da viagem?

Sentença matemática:

(6 h 45 min) + □ = 8 h 7 min

□ = (8 h 7 min) – (6 h 45 min)

□ = . . . . . . . . . . . .

2 — Um pintor começou a pintar uma grade às 7 h 35 min. Levou 5 h 48 min para terminar o serviço. A que horas êle terminou a pintura da grade?

□ = (7 h 35 min) + (5 h 48 min)

□ = . . . . . . . . . . . . . . . .

3 — José nasceu no dia 15 de setembro de 1940. Qual será a sua idade a 10 de maio de 1970?

(1940 a 9 m 15 d) + □ = 1970 a 5 m 10 d

□ = (1970 a 5 m 10 d) – (1940 a 9 m 15 d)

□ = . . . . . . . . . . . .

Decompomos 1 m em 30 d e acrescentamos aos 10 d:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 40\phantom{\text{ d}} \\ 1970\text{ a } \cancel{5}\text{ m } \cancel{10}\text{ d} \\ -\ 1940\text{ a } 9\text{ m } 15\text{ d} \\ \hline ? \quad 25\text{ d} \end{array}$$

Decompomos 1 a em 12 m e acrescentamos aos 4 m:

$$\begin{array}{rrrr} & & 16 & \\ 1969 & & \cancel{4} & 40 \\ 1970\text{ a} & & \cancel{8}\text{ m} & 10\text{ d} \\ -\ \cancel{1940}\text{ a} & & 9\text{ m} & 15\text{ d} \\ \hline 029\text{ a} & & 7\text{ m} & 25\text{ d} \end{array}$$

Resposta: 29 a 7 m 25 d.

4 — Efetue as seguintes operações:

*a*) (15 d 14 h) + (3 d 18 h)
*b*) (6 h 55 min) + (3 h 18 min)
*c*) (1925 a 10 m 8 d) + (7 a 5 m 18 d)
*d*) (19 h 25 min) − (6 h 32 min)
*e*) (28 min 24 seg) − (13 min 45 seg)
*f*) (1963 a 8 m 25 d) − (1924 a 11 m 13 d)

5 — Uma pessoa que nasceu no dia 28 de março de 1945, faleceu com 12 a 6 m 15 d. Em que dia, mês e ano faleceu?

□ = (1945 a 3 m 28 d) + (12 a 6 m 15 d)
□ = ..........................

## OUTRAS UNIDADES DE TEMPO

Lustro: 5 anos (também chamado qüinqüênio).
Década: 10 anos (ou decênio).
Século: 100 anos
Biênio: 2 anos
Triênio: 3 anos
Quadriênio: 4 anos (ou quatriênio).

## EXERCÍCIOS 62

Exercícios variados sôbre unidades de tempo.

1 — Quantos lustros há em um decênio?

2 — Quantas décadas há em um século?

3 — O último ano do século I foi o ano 100. Qual foi o primeiro ano do século II? E o último?

4 — O século V terminou em que ano? E o X?

5 — O ano 1.001 pertenceu a que século?

6 — O Brasil foi descoberto em 1500. Que século se encerrava nesse ano?

7 — Em que século se deram os seguintes fatos da História do Brasil:

*a*) Libertação dos escravos.
*b*) Proclamação da República.
*c*) Independência.
*d*) Fundação de Brasília.

8 — A cidade de S. Paulo foi fundada em 25 de janeiro de 1554. Data de que século a sua fundação?

9 — Qual a "idade" da cidade de S. Paulo no dia de hoje?

10 — Em que dia, mês e ano o século XX terminará?

## RESPOSTAS DO VOLUME 4

### EXERCÍCIOS 1

1 — elemento.
2 — elemento.
3 — elemento; dias.
4 — sete.
5 — primavera, verão, outono, inverno.
6 — quarta-feira, quinta-feira.
7 — sul.
8 — {domingo}.
9 — quarto.
10 — {Rio de Janeiro, Minas Gerais, Mato Grosso, Paraná}.

### EXERCÍCIOS 2

1 — {outubro}.
2 — {Lua}.
3 — {Atlântico}.
4 — domingo.
5 — leste.
6 — unitário.
7 — não unitário (binário).

### EXERCÍCIOS 3

1 — pertence.
2 — pertence.
3 — não pertence.
4 — conjunto.

### EXERCÍCIOS 4

1 — Diversas respostas. Uma delas: {Oswaldo, Carlos}.
2 — Q; P.
3 — *a*) contém; *b*) contém.

## EXERCÍCIOS 5

1 — Muitas respostas. Entre elas: {meses do ano cujos nomes começam com d} e {números maiores que 2 dezenas e menores que 22}.

2 — Muitas respostas. Entre elas: {vulcões em atividade no Brasil} e {números naturais menores que zero}.

3 — A = {Rio de Janeiro, Paraná, Minas Gerais, Mato Grosso}.
B = {morcêgo}.
C = { } ou $\varnothing$.

## EXERCÍCIOS 6

1 — *a)* 1; 10; 100; *b)* 1; 10; 100; 1.000; *c)* $1 \times 8 + 0 \times 10 + 100 \times 3 + 6 \times 1.000$; *d)* $7 \times 1 + 9 \times 10 + 8 \times 100 + 5 \times 1.000 + 1 \times 10.000$.

2 — *a)* resolvido; *b)* $3 \times 1 + 2 \times 10 + 8 \times 100 + 5 \times 1.000 + 6 \times 10.000 = 3 + 20 + 800 + 5.000 + 60.000 = 65.823$; *c)* $8 \times 1 + 4 \times 100 + 9 \times 1.000 + 5 \times 10.000 = 8 + 400 + 9.000 + 50.000 = 59.408$.

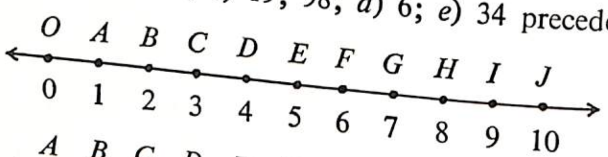
3 — *a)* 3; *b)* 300; *c)* 30.

4 — *a)* 3 milhões, 403 mil e 124 unidades; *b)* 25 milhões, 376 mil e 100 unidades; *c)* 2 bilhões, 379 milhões, 456 mil e 253 unidades.

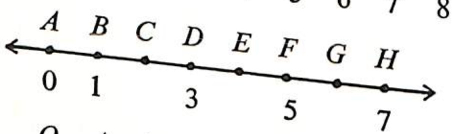
## EXERCÍCIOS 7

1 — *a)* 0; *b)* 2; 11; *c)* 19; 98; *d)* 6; *e)* 34 precede 35.

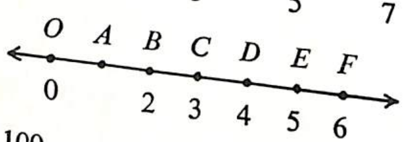
2 —




3 —




4 —




5 — 100.



## EXERCÍCIOS 8

1 — *a)* pertence; *b)* não pertence; *c)* não pertence; *d)* pertence; *e)* pertence; *f)* não pertence; *g)* não pertence; *h)* pertence.

2 — Muitas respostas. Por exemplo: 19, 35, 41, 63, 105.

3 — Não. O sucessivo de um número par é sempre um número ímpar.

4 — ímpares.

5 — Muitas respostas. Por exemplo: 0, 6, 10.

## EXERCÍCIOS 9

1 — Aumenta de 10 unidades.
2 — Aumenta de 24 unidades.
3 — 45 unidades.
4 — 62.
5 — Diminuirá de 18 unidades.
6 — Será a mesma, 146.
7 — 285.
8 — 14.
9 — Não sofrerá alteração.
10 — Aumentar 109 unidades.
11 — Subtrair 23 unidades.
12 — Diminuir 2.080 unidades.
13 — 6.652.
14 — 1.486.
15 — 453.
16 — Aumentada.
17 — Diminuida; 13.
18 — 84.
19 — Alteração para menos; 9 unidades.
20 — Aumentou de 198 unidades.
21 — Diminui o mesmo número de unidades; aumenta o mesmo número de unidades.
22 — Ficará aumentado de 2.000 unidades.
23 — Cr$ 285,00.
24 — 301.
25 — *a)* elemento neutro da adição; *b)* propriedade comutativa da adição; *c)* propriedade associativa da adição.
26 — *a)* 56; *b)* 0; *c)* (256 + 14) + 12.

## EXERCÍCIOS 10

1 — 14.
2 — 10.
3 — 46.
4 — 104.
5 — 228.
6 — 397.
7 — 615.
8 — 9.

## EXERCÍCIOS 11

1 — *a)* Entre 1.200 e 2.000; *b)* entre 1.800 e 2.800; *c)* entre 1.200 e 2.000, e mais próximo de 2.000 por serem os fatôres quase 50 e quase 40; *d)* entre 20.000 e 30.000, e mais próximo de 30.000; *e)* entre 40.000 e 54.000.

2 — *a)* entre 40 e 50; *b)* entre 80 e 90; *c)* entre 70 e 80, e muito mais próximo de 70; *d)* entre 200 e 300, e muito mais próximo de 200.

## EXERCÍCIOS 12

1 — 1.
2 — 27.
3 — 14.
4 — 6.
5 — 22.

## EXERCÍCIOS 13

1 — *a)* Comutativa da multiplicação.
*b)* Associativa da multiplicação.
*c)* Elemento Neutro da multiplicação.
*d)* Distributiva da multiplicação.
*e)* Distributiva da multiplicação em relação à adição.
Distributiva da multiplicação em relação à subtração.

2 — *a)* 48; *b)* 10; *c)* 45.

3 — *a)* $6 \times 5 + 6 \times 3 = 30 + 18 = 48$.
*b)* $5 \times 6 - 5 \times 4 = 30 - 20 = 10$.
*c)* $9 \times 3 + 9 \times 2 = 27 + 18 = 45$.



Os resultados são os mesmos do exercício n.º 2.

4 — *a)* 18; 10; *b)* $6 \times 8 + 6 \times 4$; *c)* $3 \times (7 + 5)$; *d)* 3; 3; *e)* $5 \times 7 + 6 + 7$.

5 — *a)* $6 \times 10 - 6 \times 5$; *b)* $3 \times 12 - 3 \times 5$; *c)* $11 \times 3 - 4 \times 3$; *d)* $(8 - 5) \times 4$.

6 — *b*.

7 — *c*.

8 — *a, b, d, e*.

9 — *a)* 1; *b)* 9; *c)* 3; *d)* 12.

A divisão não é associativa.

10 — *a)* $(18 + 12) \div 6 = 18 \div 6 + 12 \div 6 = 3 + 2 = 5$

Realmente: $(18 + 12) \div 6 = 30 \div 6 = 5$

*b)* $30 \div (3 + 2) \neq 30 \div 3 + 30 \div 2$
$30 \div 5 \neq 10 + 15$
$6 \neq 25$

A divisão só é distributiva num sentido.

## EXERCÍCIOS 14

1 — *a)* $M_3 = \{0, 3, 6, 9, \ldots\}$;
*b)* $M_6 = \{0, 6, 12, 18, \ldots\}$;
*c)* $M_9 = \{0, 9, 18, 27, 36, \ldots\}$;
*d)* $M_5 = \{0, 5, 10, 15, 20, \ldots\}$;
*e)* $M_{10} = \{0, 10, 20, 30, 40, \ldots\}$.

2 — *a)* $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$;
*b)* $D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$;
*c)* $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$;
*d)* $D_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$.

3 — *a)* infinitos; infinitos; *b)* 5; 4; *c)* infinitos; *d)* o próprio número; *e)* 1; *f)* 0; *g)* 1; *h)* 0; *i)* não é possível determinar; *j)* $\{0\}$. Êste é o único conjunto de múltiplos que não é formado de infinitos elementos; só tem um elemento que é o zero, porque quando se multiplica zero pela sucessão dos números naturais o produto é sempre o mesmo, zero. Experimente.

## EXERCÍCIOS 15

1 — *a*) está contido; *b*) contém; *c*) está contido em; *d*) contém.

2 — *a*) $D_6$ ou $D_9$, ou $D_{12}$, etc; *b*) $D_6$ ou $D_3$ ou $D_2$ ou $D_1$; *c*) subconjunto; *d*) subconjunto.

3 — *a*) $D_{18}$; *b*) $D_6$; *c*) $D_{18}$.

4 — $A = \{1, 5\}$ $B = \{1, 7\}$ $C = \{1, 11\}$;
*a*) 2; 2; 2;
*b*) Sim; 2, 3, 13, 17, 19, 23, etc.;
*c*) 5; 1;
*d*) 1; 7;
*e*) 11 e 1.

## EXERCÍCIOS 16

1 — *a*) $D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$.
*b*) $D_7 = \{1, 7\}$.
*c*) $D_{11} = \{1, 11\}$.

2 — *a*) números primos; *b*) os números 7 e 11; *c*) primos; dois divisores.

3 — Exemplos: 29; 37; 61.
$D_{29} = \{1, 29\}$ $D_{37} = \{1, 37\}$ $D_{61} = \{1, 61\}$.

## EXERCÍCIOS 17

1 — *a*) 7; *b*) 1 e 11; *c*) primo; dois divisores; *d*) primo; dois divisores.

2 — Apenas o número 2.

3 — Não.

4 — $\cancel{0}$, $\cancel{1}$, 2, 3, $\cancel{4}$, 5, $\cancel{6}$, 7, $\cancel{8}$, $\cancel{9}$, $\cancel{10}$, 11, $\cancel{12}$, 13, $\cancel{14}$, $\cancel{15}$, $\cancel{16}$, 17, $\cancel{18}$, 19, $\cancel{20}$.
Números primos menores que 20: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

5 — *a*) Sim; o número 1.
*b*) 2.
*c*) não, porque a sucessão dos números primos é ilimitada ou infinita.

6 — Infinita.



7 — *a*) $B = \{5, 13, 17, 21\}$
*b*) $C = \{6, 8, 10, 30, 36\}$
*c*) $D = \{5, 13, 17\}$
*d*) $E = \{6, 8, 10, 21, 30, 36\}$
*e*) $F = \{5, 10, 30\}$
*f*) $G = \{5, 6, 10, 30\}$

## EXERCÍCIOS 18

1 — *a*) $2 \times 7$;
*b*) $2 \times 3$;
*c*) $1 \times 3$;
*d*) $3 \times 5$;
*e*) $1 \times 7$;
*f*) $2 \times 9$.

2 — *a*) $2 \times 8$ ou $2 \times 2 \times 4$ ou $2 \times 2 \times 2 \times 2$;
*b*) $2 \times 9$ ou $2 \times 3 \times 3$;
*c*) $2 \times 15$ ou $2 \times 3 \times 5$.

## EXERCÍCIOS 19

1 — $28 = 2 \times 14$;
$28 = 2 \times 2 \times 7$.

2 — $36 = 2 \times 18$;
$36 = 2 \times 2 \times 9$;
$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$.

3 — $40 = 2 \times 20$;
$40 = 2 \times 2 \times 10$;
$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$.

4 — $42 = 2 \times 21$;
$42 = 2 \times 3 \times 7$.

5 — $32 = 2 \times 16$;
$32 = 2 \times 2 \times 8$;
$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 4$;
$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$.

## EXERCÍCIOS 20

1 — 10; aproximadamente 12.
2 — Quase 20 milhões.
3 — Entre 1920 e 1930.
4 — 50.
5 — Aproximadamente 90 milhões de habitantes.
6 — Mais de 100 milhões.
7 — *a*) terceiro, *b*) Gana; *c*) 400; 1967; *d*) 150 mil toneladas; *e*) Gana e Nigéria.
8 — *a*) Equador e Venezuela; *b*) Equador, sexto; Venezuela, décimo; *c*) Brasil.
9 — *a*) 5; *b*) mais de 10; *c*) hidrelétrica; *d*) estacionou o seu desenvolvimento.
10 — *a*) muito grande; *b*) 15.

## EXERCÍCIOS 21

1 — 1.º) $A \cup B$ = {verde, amarelo, azul, branco, prêto, vermelho}.
2.º) $A \cup B$ = {Santos, Campinas, Sorocaba, São Paulo, Jundiaí}.
3.º) $A \cup B$ = {homens, mulheres} ou {humanidade}.
2 — $A \cup B = 1, 2, 3, 5, 6, 10.$
3 — Conjunto dos números naturais: $P \cup I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots\}$.

## EXERCÍCIOS 22

1 — *a*) $A \cap B = \{5, 8\}$;
*b*) $A \cap B = \{12\}$;
*c*) $A \cap B = \varnothing$ ou $\{\ \ \}$.
2 — $A \cap B$ = {Terra};
3 — $P \cap I = \varnothing$ ou $\{\ \ \}$.

## EXERCÍCIOS 23

1 — *a*) $\{1, 2, 4\}$;
*b*) $\{1, 2\}$;
*c*) $\{1, 2, 3, 6\}$;
*d*) $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.
2 — *a*) $8\,D\,12 = 4$; *b*) $14\,D\,20 = 2$; *c*) $18\,D\,30 = 6$; *d*) $24\,D\,36 = 12$.
3 — *a*) 2; *b*) 8; *c*) 6; *d*) 9.
4 — *a*) 1; *b*) 1; *c*) 1; *d*) 1.
5 — 1.
6 — *a*) 6; *b*) 12; *c*) 5; *d*) 7.
7 — o menor.
8 — *a*) 6; *b*) 1; *c*) 1; *d*) 1; *e*) 1; *f*) 1.



## EXERCÍCIOS 24

1 — *a*) $\{0, 15, 30, 45, \ldots\}$; *b*) $\{0, 6, 12, 18, \ldots\}$; *c*) $\{0, 12, 24, 36, \ldots\}$; *d*) $\{0, 10, 20, 30, \ldots\}$.
2 — *a*) 15; *b*) 6; *c*) 12; *d*) 10; *e*) 24.
3 — *a*) $\{0, 6, 12, 18, 24, 30, \ldots\} \cap \{0, 10, 20, 30, 40, \ldots\} = \{0, 30, \ldots\}$ ou $6\,M\,10 = 30$; *b*) $3\,M\,9 = 9$; *c*) $4\,M\,12 = 12$; *d*) $10\,M\,15 = 30$.
5 — o produto dêles.
6 — *a*) 6; *b*) 8; *c*) 10; *d*) 12.
7 — o maior.
8 — *a*) 8; *b*) 6; *c*) 6; *d*) 12; *e*) 20; *f*) 30.

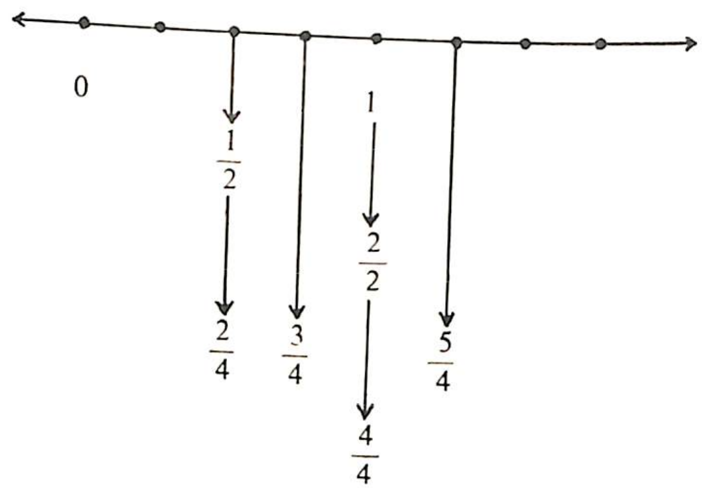
## EXERCÍCIOS 25

1 — Zero.
2 — Impossível determinar.
3 — *a*) $Q$; racionais; *b*) $Q$; racionais; *c*) $N$ (dos números naturais); $F$ (dos números fracionários); *d*) $N$ e $F$; *e*) $Q$; *f*) $Q$.

## EXERCÍCIOS 26

1 — *a*) $V$; *b*) $V$; *c*) $F$; *d*) $V$.
2 — *a*) $\frac{1}{5}$; *b*) racional; *c*) 4; *d*) 8; *e*) 3; *f*) 0.

3 —




4 — *a*) zero; *b*) $\frac{2}{4}$; *c*) $\frac{2}{4}$ (ou $\frac{1}{2}$); *d*) $\frac{4}{4}$; 1.

5 — *a*) $\frac{1}{3}$; *b*) $\frac{2}{3}$; *c*) $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; *d*) seis; *e*) $\frac{6}{3}$; *f*) $\frac{4}{3}$; *g*) *D*.

6 — *a*) $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\}$; *b*) $\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{15}, \ldots\right\}$;

*c*) $\left\{\frac{5}{3}, \frac{10}{6}, \frac{15}{9}, \frac{20}{12}, \ldots\right\}$; *d*) $\left\{\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \ldots\right\}$.

7 — *a*) são, porque $1 \times 8 = 2 \times 4$; *b*) não, porque $3 \times 10 \neq 6 \times 9$; *c*) são, porque $5 \times 16 = 4 \times 20$; *d*) não, porque $1 \times 6 \neq 6 \times 12$; *e*) são, porque $12 \times 1 = 6 \times 2$.

8 — *a*) $12 \times \square = 2 \times 6$; $12 \times \square = 12$; $\square = 12 \div 12$; $\square = 1$;
*b*) $4 \times \square = 3 \times 16$; $4 \times \square = 48$; $\square = 48 \div 4$; $\square = 12$;
*c*) $9 \times \square = 3 \times 15$; $9 \times \square = 45$; $\square = 45 \div 9$; $\square = 5$;
*d*) $2 \times \square = 5 \times 8$; $2 \times \square = 40$; $\square = 40 \div 2$; $\square = 20$.

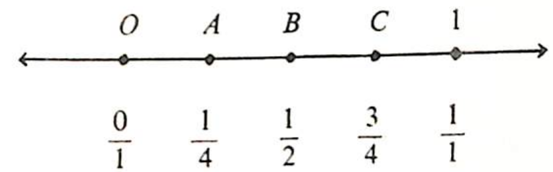
9 — Os pontos interiores do intervalo $0 \vdash\!\!\dashv 1$.

10 — Imprópria.



11 — $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{2}{5}$.

12 —




*a*) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$; *b*) $\frac{0}{1}$ e $\frac{1}{1}$; *c*) menor.

## EXERCÍCIOS 27

1 — $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{9}{5}, \frac{5}{2}$.

2 — $\square = 2 \div 2 = 1$; $\triangle = 6 \div 2 = 3$; $\frac{1}{3}$.

3 — *a*) $\frac{1}{2}$; *b*) $\frac{1}{2}$; *c*) $\frac{1}{3}$; *d*) $\frac{5}{3}$; *e*) $\frac{3}{4}$; *f*) $\frac{2}{1}$; *g*) $\frac{3}{2}$; *h*) $\frac{2}{3}$.

## EXERCÍCIOS 28

1 — $\frac{7}{3}$. 2 — $\frac{6}{5}$. 3 — $\frac{12}{8} < \frac{10}{4}$ ou $\frac{10}{4} > \frac{12}{8}$.

4 — $\frac{6}{5} < \frac{5}{4} < \frac{4}{3}$. 5 — $\frac{6}{3} > \frac{7}{4} > \frac{8}{5}$.

## EXERCÍCIOS 29

1 — $\frac{5}{6}$. 2 — $\frac{19}{15}$ ou $1\frac{4}{15}$. 3 — *a*) $\frac{8}{15}$; *b*) $\frac{7}{10}$;

*c*) $\frac{3}{4}$; *d*) $\frac{23}{20}$ ou $1\frac{3}{20}$; *e*) $\frac{31}{35}$; *f*) $\frac{47}{15}$ ou $3\frac{2}{15}$.

4 — soma. 5 — soma.

## EXERCÍCIOS 30

1 — *a)* $\frac{1}{5}$; *b)* diferença; *c)* minuendo; subtraendo; *d)* subtraendo; diferença.

2 — *a)* $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$; *b)* $\frac{4}{5}$; *c)* $\frac{2}{6}$; ou $\frac{1}{3}$; *d)* $\frac{3}{8}$.

3 — *a)* $\frac{5}{4}$ ou $1\frac{1}{4}$; *b)* $\frac{5}{8}$; *c)* $\frac{6}{5}$ ou $1\frac{1}{5}$; *d)* $\frac{15}{10}$ ou $1\frac{5}{10}$.

4 — *a)* $\frac{7}{12}$; *b)* $\frac{3}{8}$; *c)* $\frac{14}{20}$ ou $\frac{7}{10}$; *d)* $\frac{33}{10}$ ou $3\frac{3}{10}$.

5 — *a)* $\frac{5}{4}$ ou $1\frac{1}{4}$; *b)* $\frac{8}{3}$; *c)* $\frac{1}{4}$; *d)* $\frac{3}{5}$.

## EXERCÍCIOS 31

1 — *a)* $\frac{8}{15}$; *b)* produto; *c)* comutativa; *d)* associativa.

2 — *a)* $\frac{6}{20}$ ou $\frac{3}{10}$; *b)* $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$; *c)* $\frac{1}{10}$; *d)* $\frac{12}{5}$ ou $2\frac{2}{5}$; *e)* $\frac{9}{8}$ ou $1\frac{1}{8}$; *f)* $\frac{2}{30}$ ou $\frac{1}{15}$.

3 — *a)* $\frac{4}{5}$; *b)* $\frac{3}{8}$; *c)* 0; *d)* 0; *e)* 0; *f)* $\frac{2}{3}$.

4 — *a)* $\frac{18}{20}$ ou $\frac{9}{10}$; *b)* $\frac{2}{12}$ ou $\frac{1}{6}$; *c)* $\frac{8}{45}$; *d)* $\frac{18}{24}$ ou $\frac{3}{4}$.



## EXERCÍCIOS 32

1 — *a)* $\frac{3}{2}$; *b)* $\frac{5}{4}$; *c)* $\frac{4}{1}$; ou 4; *d)* $\frac{1}{5}$.

2 — $\frac{2}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{5}$.

3 — 1.

4 — Zero. Porque $1 \div 0$ não é numeral de nenhum número racional, não existe.

5 — *a)* $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{15} + \frac{2}{6} = \frac{16 + 10}{30} =$

$= \frac{26}{30}$ ou $\frac{13}{15}$

*b)* $\frac{4}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{15} + \frac{2}{20} = \frac{16 + 6}{60} = \frac{22}{60}$ ou $\frac{11}{30}$;

*c)* $\frac{3}{2} \times \frac{5}{4} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{15}{8} - \frac{3}{4} = \frac{15 - 6}{8} = \frac{9}{8}$ ou $1\frac{1}{8}$;

*d)* $\frac{6}{5} \times \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{18}{20} - \frac{6}{12} = \frac{54 - 30}{60} = \frac{24}{60}$ ou $\frac{2}{5}$.

## EXERCÍCIOS 33

1 — *a)* $\frac{12}{10}$ ou $\frac{6}{5}$ ou ainda $1\frac{1}{5}$; *b)* $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}$; *c)* 1; $\frac{2}{3}$.

2 — *a)* $\frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$; *b)* $\frac{35}{32} = 1\frac{3}{32}$; *c)* $\frac{24}{3} = 8$; *d)* $\frac{5}{4} =$

$= 1\frac{1}{4}$.

*e*) $\frac{63}{6} = 10\frac{3}{6}$ ou $10\frac{1}{2}$.

3 — *a*) $\left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{1}\right) \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$.

*b*) $\frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{5} \times \frac{4}{3}\right) = \frac{2}{3} \div \frac{4}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{15}{4} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

4 — Não.

5 — Só é impossível no caso do divisor ser zero (ou o denominador, o que é a mesma coisa).

## EXERCÍCIOS 34

1 — *a*) 15,0 ou 15; *b*) 19,60; *c*) 3,90; *d*) 6,375; *e*) 21,00 ou 21.

2 — *a*) 1,92; *b*) 4,1.580 ou 4,158; *c*) 2,0. 700 ou 2,07; *d*) 12,180 ou 12,18; *e*) 46,3.600 ou 46,36.

3 — Porque 2,125 × 0,8 é o mesmo que $\frac{2.125}{1.000} \times \frac{8}{10} = \frac{17.000}{10.000}$

e $\frac{17.000}{10.000} = 1{,}7000$.

4 — *a*) 40,690; *b*) 16,275; *c*) 11,160.
5 — Associativa.
6 — Depende do exemplo inventado.
7 — *a*) 13,00 ou 13; *b*) 13,00 ou 13.
8 — Distributiva em relação à adição.
9 — *a*) 4,752; *b*) 4,752.
10 — Distributiva em relação à subtração.

## EXERCÍCIOS 35

1 — 2,74.
2 — 1,025.
3 — 12,4.



4 — 0,285.
5 — 1,324.
6 — 0,8.345.
7 — 0,2.485.

## EXERCÍCIOS 36

1 — *a*) 0,25; *b*) 0,40; *c*) 0,75; *d*) 0,38; *e*) 0,08; *f*) 0,04.

2 — *a*) racional; *b*) numerais; mesmo número racional; *c*) numerais; mesmo número racional.

3 — *a*) um centésimo; *b*) 100; *c*) 50; *d*) 25.

4 — *a*) $\frac{25}{100}$ ou 0,25; *b*) $\frac{50}{100}$ ou 0,50; *c*) $\frac{75}{100}$ ou 0,75; *d*) $\frac{100}{100}$.

## EXERCÍCIOS 37

1 — *a*) 0,08; 8%; *b*) $\frac{15}{100}$ ou 15%; *c*) $\frac{25}{100}$ ou 0,25; *d*) $\frac{40}{100}$ ou 0,40 ou 40%; *e*) $\frac{55}{100}$ ou 0,55 ou 55%; *f*) $\frac{100}{100}$ ou 1 ou 1%.

2 — Resolvido.
3 — Resolvido.
4 — Resolvido.
5 — Resolvido.
6 — Resolvido.
7 — Resolvido.
8 — Resolvido.
9 — Resolvido.
10 — *a*) *V*; *b*) *F*; *c*) *V*; *d*) *V*; *f*) *V*.
11 — Resolvido.
12 — Resolvido.

## EXERCÍCIOS 38

1 — *a*) 2.484; *b*) 43*l*; *c*) 1.088; *d*) 4.660,7.
2 — Resolvido.
3 — Resolvido.
4 — Resolvido.

5 — Resolvido.
6 — Resolvido.
7 — Resolvido.
8 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *V*; *d*) *F*; *e*) *F*; *f*) *V*.
9 — Resolvido.
10 — Resolvido.

## EXERCÍCIOS 39

1 — 100.
2 — 50.
3 — $1m$.
4 — $\frac{1}{2}m$ ou $0{,}5m$.
5 — 25.
6 — 75.

## EXERCÍCIOS 40

1 — centésima.
2 — 100.
3 — centésima.
4 — 50.
5 — 25.
6 — 75.

## EXERCÍCIOS 41

1 — *a*) 3.572; *b*) 1,5.348; *c*) 1.815,63; *d*) 0,083.450; *e*) 0,2.568.
2 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *F*; *d*) *F*; *e*) *V*; *f*) *V*.

## EXERCÍCIOS 42

1 — *a*) $dm^2$; *b*) $cm^2$; *c*) $dam^2$; $dm^2$; *d*) $km^2$ e $4.655dam^2$; *e*) $3.456dam^2$; *f*) $64m^2$.
2 — *a*) *F*; *b*) *F*; *c*) *V*; *d*) *V*; *e*) *V*; *f*) V.
3 — Cr$ 6.225,00.
4 — Cr$ 293,75.
5 — Decâmetro quadrado, hectômetro e quilômetro quadrado.



6 — Decímetro quadrado, centímetro quadrado e milímetro quadrado.
7 — Cr$ 15,00.
8 — Cr$ 649.400,00.

## EXERCÍCIOS 43

1 — *a*) 1; *b*) 0,01; *c*) 500; *d*) 0,05; *e*) 300; *f*) 30.000; *g*) 1.200; *h*) 0,12.
2 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *F*; *d*) *F*.
3 — 137.600.
4 — casado: $35.732m^2$; solteiro: $17.866m^2$; irmã: $53.498m^2$.
5 — *a*) $10 \times 15{,}43a + 10 \times 8{,}35a = 154{,}3a + 83{,}5a = 237{,}8a$ ou $237{,}80a$;
*b*) $100 \times 5{,}86ha - 100 \times 0{,}08ha = 586ha - 8ha = 578ha$.
6 — Cr$ 264,96.
7 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *F*; *d*) *F*.
8 — $247.350km^2$, aproximadamente.

## EXERCÍCIOS 44

1 — reta.
2 — $\overleftrightarrow{AB}$.
3 — infinito; pontos.
4 — *r*.
5 — pertence à reta *r*.
6 — infinita.
7 — segmento *A B*.
8 — $\overleftrightarrow{AB}$; *A*; *B*.
9 — medido.
10 — origem.

## EXERCÍCIOS 45

1 — *a*) $\overleftrightarrow{PA}$; $\overleftrightarrow{PB}$; *b*) $\overleftrightarrow{PA}$; *c*) $\overleftrightarrow{PB}$; *d*) semi-retas $\overleftrightarrow{PA}$ e $\overleftrightarrow{PB}$; *e*) $\overleftrightarrow{PA}$; $\overleftrightarrow{PB}$; *f*) $\overleftrightarrow{AB}$;
2 — *a*) $\overleftrightarrow{AB}$; *b*) *P*.

## EXERCÍCIOS 46

1 — *a*) ângulo; *b*) lados; *c*) vértice; *d*) interior; *e*) exterior.
2 — Respostas de acôrdo com a designação dos ângulos.

## EXERCÍCIOS 47

1 — *a*) $A\hat{O}B$; $C\hat{O}D$; congruentes; *b*) 90.º
2 — *a*) *F*; *b*) *V*; *c*) *V*.

## EXERCÍCIOS 48

1 — *a*) ângulos congruentes; *b*) congruentes; oblíquas; *c*) 90º; *d*) congruentes.
2 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *V*.

## EXERCÍCIOS 49

1 — 2,5*cm*.
2 — 90º; 90º.
3 — Sim; o lado $\overline{GH}$.
4 — 90.º.
5 — São. Porque os ângulos do quadrado e do retângulo são todos retos e, portanto, congruentes.
6 — 2*cm*, porque todos os lados do losango são congruentes.
7 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *V*; *d*) *F*.

## EXERCÍCIOS 50

1 — *a*) 25$cm^2$; *b*) 9$cm^2$; *c*) 4$cm^2$.
2 — 36$cm^2$; 24*cm*.
3 — 49$m^2$
4 — Cr$ 2.248,74.

## EXERCÍCIOS 51

1 — *a*) 20 $cm^2$; 6$cm^2$.
2 — 463,75$cm^2$.
3 — Cr$ 16,00.



4 — 98 $cm^2$.
5 — 2.000.
6 — Resolvido.
7 — 20 *m*.

## EXERCÍCIOS 52

1 — 20 $dm^2$.
2 — 12 $dm^2$; 30,60 $cm^2$; 88,6875 $m^2$.
3 — Resolvido.
4 — Resolvido.
5 — 42,40 $dm^2$; 9,4 *cm*; 12,9 *m*

## EXERCÍCIOS 53

1 — Cr$ 21.288,96.
2 — 10 *cm*.

## EXERCÍCIOS 54

1 — Cr$ 4.326,30.
2 — 18 $cm^2$; 5 *dm*; 7,2 *m*; 5,75 *m*.

## EXERCÍCIOS 55

1 — 84,5.625 $m^2$; 5,8 *dm*; 8,42 *cm*.
2 — Resolvido.

## EXERCÍCIOS 56

1 — *a*) 1.000; *b*) milésima; *c*) 1.000; *d*) milésima; *e*) 1; *f*) $\frac{1}{2}$ ou 0,5.
2 — *a*) 500; *b*) 1.000; 250; *c*) 250; 750.
3 — 1.000.
4 — 1.000.
5 — *a*) *F*; *b*) *V*; *c*) *V*; *d*) *V*; *e*) *F*; *f*) *F*.

6 — 500; 8;
8.000; 2,500;
1.450; 6,380;
2.860; 8,385;
15.300; 12,400;
8.363; 18,600;
20.035; 9,380;
6.009; 0,500;
350; 0,035;
5; 0,006.

## EXERCÍCIOS 57

1 — *a*) $dm^3$; *b*) $dm^3$; *c*) $m^3$; *d*) $m^3$; 16 $dm^3$.
2 — *a*) $m^3$; *b*) 12,054 $m^3$; *c*) 9,008 $m^3$; *d*) 0,346 $m^3$.
3 — *a*) 6.432; *b*) 155.000; *c*) 8.452; *d*) 16.004.000; *e*) 0,028.346.

## EXERCÍCIOS 58

1 — *a*) $dm^3$; *b*) 2; *c*) 5; *d*) 8; *e*) 3*l*; *f*) 10; *g*) $\frac{1}{2}$; *h*) $\frac{1}{4}$; *i*) 100.
2 — Cr$ 11,25.
3 — 1.250.
4 — 72.

## EXERCÍCIOS 59

1 — *a*) plantas; *b*) prisma; *c*) quadradas; congruentes; *d*) quadrado; *e*) retângulo.
2 — *a*) *V*; *b*) *V*; *c*) *V*; *d*) *V*.
3 — Resolvido.

## EXERCÍCIOS 60

1 — Desnecessárias.
2 — Desnecessárias.
3 — Duas.
4 — Uma.
5 — *a*) *V*; *b*) *F*; *c*) *V*; *d*) *V*; *e*) *F*; *f*) *V*; *g*) *V*.



## EXERCÍCIOS 61

1 — 1*h* 22*min*.
2 — 13*h* 23*min*.
3 — Resolvido.
4 — *a*) 19*d* 8*h*; *b*) 10*h* 13*min*; *c*) 1933*a* 3*m* 26*d*; *d*) 12*h* 53*min*; *e*) 14*min* 39*seg*; *f*) 38*a* 8*m* 42*d*.
5 — 13 de outubro de 1957 ou 1957*a* 10*m* 13*d*.

## EXERCÍCIOS 62

1 — Dois.
2 — Dez.
3 — 101; 200.
4 — 500; 1.000.
5 — XI.
6 — XV.
7 — *a*) XIX; *b*) XIX; *c*) XIX; *d*) XX.
8 — XVI.
9 — Depende do dia da realização do exercício. A 1 de janeiro de 1970, S. P. tinha 415 *a* 11*m* 6*d*.
10 — 31 de dezembro de 2.000.

ÍNDICE

Páginas

I — NOÇÕES FUNDAMENTAIS

1 — Conjunto e Elementos .......... 9
— Exercícios (1) .......... 9
2 — Conjunto Unitário .......... 10
— Exercícios (2) .......... 10
3 — Relação de Pertinência .......... 11
— Exercícios (3) .......... 11
4 — Relação de Inclusão — Subconjuntos .......... 12
— Exercícios (4) .......... 12
5 — Conjunto Vazio .......... 14
6 — Representação do Conjunto Vazio .......... 15
— Exercícios (5) .......... 15

II — SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1 — Ordens e Classes .......... 19
— Exercícios (6) .......... 21
2 — Sucessão dos Números Naturais .......... 22
3 — Representação dos Números Naturais na Reta Numerada .......... 23
— Exercícios (7) .......... 24
4 — Sucessão dos Números Pares .......... 25
5 — Sucessão dos Números Ímpares .......... 25
6 — Relação de Pertinência entre Conjuntos Numéricos Conhecidos .......... 26
— Exercícios (8) .......... 26
7 — Relação de Inclusão entre Conjuntos Numéricos .......... 28

III — ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS

1 — Algumas Considerações Iniciais .......... 31
2 — Propriedades da Adição .......... 32
3 — Subtração .......... 33
4 — Relações de Igualdade e Desigualdade .......... 35

5 — Alteração do Resultado de Adições e Subtrações em função da Variação de seus Têrmos .............. 37
— Exercícios (9) .............................. 37
6 — Expressões Numéricas com Adições e Subtrações .... 41
— Exercícios (10) .............................. 42

IV — MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS NATURAIS

1 — Algumas Considerações .............................. 45
2 — Estimativa .............................. 45
— Exercícios (11) .............................. 46
3 — Propriedades da Multiplicação .............................. 47
4 — Divisão .............................. 51
5 — O Zero não pode ser Divisor .............................. 52
6 — Divisão por 10, 100 e 1.000 .............................. 53
7 — Propriedades da Divisão .............................. 53
8 — Expressões com as Quatro Operações Fundamentais 55
— Exercícios (12) .............................. 55
9 — Aplicação das Propriedades Estruturais das Operações 56
— Exercícios (13) .............................. 56
10 — Problemas Resolvidos .............................. 58

V — MÚLTIPLOS E DIVISORES — NÚMEROS PRIMOS

1 — Conceituação .............................. 69
— Exercícios (14) .............................. 70
2 — Relações de Pertinência e Inclusão .............................. 72
— Exercícios (15) .............................. 73
3 — Conceito de Número Primo .............................. 75
— Exercícios (16) .............................. 75
4 — Conceito de Número Composto .............................. 76
— Exercícios (17) .............................. 76
5 — Um Número Natural Como Um Produto de Fatôres Primos .............................. 78
— Exercícios (18) .............................. 78
— Exercícios (19) .............................. 80
6 — Interpretação de Gráficos .............................. 81
— Exercícios (20) .............................. 82

VI — OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

1 — Reunião ou União de Conjuntos .............................. 87
— Exercícios (21) .............................. 88



2 — Intersecção de Conjuntos .............................. 89
— Exercícios (22) .............................. 90
3 — Conjunto de Divisores Comuns .............................. 91
— Operação Máximo Divisor Comum (Maximação) . 92
4 — Propriedades da Maximação .............................. 94
— Exercícios (23) .............................. 94
5 — Conjunto de Múltiplos Comuns .............................. 97
6 — Operação Mínimo Múltiplo Comum (Minimação) . 98
7 — Propriedades da Minimação .............................. 101
— Exercícios (24) .............................. 101
8 — Números Primos entre si .............................. 104

VII — NÚMEROS RACIONAIS

1 — Revisão de Conceito .............................. 107
— Exercícios (25) .............................. 108
2 — Frações Equivalentes .............................. 109
3 — Classes de Equivalência .............................. 111
4 — Representação das Classes de Equivalência ....... 113
5 — Construção das Classes de Equivalência ........ 115
6 — Reconhecimento das Frações Equivalentes ........ 117
7 — Números Racionais Maiores que Um .............. 119
— Exercícios (26) .............................. 120
8 — Frações Irredutíveis .............................. 125
9 — Simplificação de Frações .............................. 128
— Exercícios (27) .............................. 128
10 — Fração Imprópria e sua Forma Natural ou Mista... 130
11 — Comparação de Frações Impróprias .............. 133
— Exercícios (28) .............................. 135

VIII — OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS

1 — Adição .............................. 139
— Exercícios (29) .............................. 141
2 — Propriedades Comutativa e Associativa .............. 143
3 — Subtração .............................. 145
— Exercícios (30) .............................. 147
4 — Possibilidade da Subtração .............................. 150
5 — Adições e Subtrações Combinadas .............. 150
6 — Multiplicação de Racionais .............................. 153
— Exercícios (31) .............................. 157
7 — Propriedades da Multiplicação de Números Racionais 160

8 — Elemento Inverso da Multiplicação (Inverso Multiplicativo) .... 162
— Exercícios (32) .... 163
9 — Divisão de Racionais .... 164
10 — Possibilidade da Divisão .... 166
— Exercícios (33) .... 166
11 — Problemas Resolvidos .... 168

IX — REPRESENTAÇÃO DECIMAL DOS NÚMEROS RACIONAIS

1 — Revisão de Conceitos .... 177
2 — Operações com os Numerais Decimais .... 178
3 — Multiplicação .... 179
— Exercícios (34) .... 181
4 — Divisão .... 183
— Exercícios (35) .... 186
5 — Quociente Aproximado .... 187
6 — Porcentagem .... 190
— Exercícios (36) .... 190
— Exercícios (37) .... 192

X — SISTEMA LEGAL DE UNIDADES DE MEDIR

1 — Revisão .... 201
— Exercícios (38) .... 201
2 — Medidas de Superfície. O metro Quadrado .... 205
— Exercícios (39) .... 206
3 — Decímetro Quadrado e Centímetro Quadrado .... 207
— Exercícios (40) .... 207
4 — Decâmetro Quadrado .... 208
— Exercícios (41) .... 210
5 — Leitura e Escrita de Numerais que Expressam Medidas de Superfície .... 211
— Exercícios (42) .... 211
6 — Medidas Agrárias .... 213
— Exercícios (43) .... 214

XI — CONJUNTOS DE PONTOS

1 — A Semi-Reta. Introdução do Conceito .... 219
— Exercícios (44) .... 219



2 — Semi-Reta Como Conjunto de Pontos .... 222
— Exercícios (45) .... 222
3 — Conceito de Ângulos .... 224
— Exercícios (46) .... 224
4 — Designar Ângulos .... 225
5 — Medidas de Ângulos .... 227
6 — Ângulos Congruentes .... 228
— Exercícios (47) .... 228
7 — Perpendicularismo. Ângulo Reto. Perpendiculares e Oblíquas .... 229
— Exercícios (48) .... 229

XII — POLÍGONOS

1 — Paralelogramos. Conceito e Classificação .... 233
— Exercícios (49) .... 234
2 — Base e Altura dos Paralelogramos .... 236
3 — Triângulos. Conceito e Classificação .... 237
4 — Base e Altura dos Triângulos .... 239
5 — Triângulos Retângulos .... 240
6 — Áreas das Principais Figuras Planas .... 241
7 — Área do Quadrado .... 243
— EXERCÍCIOS (50) .... 244
8 — Área do Retângulo .... 245
— Exercícios (51) .... 246
9 — Área do Triângulo .... 249
— Exercícios (52) .... 250
10 — Área do Triângulo Retângulo .... 252
11 — Área do Paralelogramo .... 253
— Exercícios (53) .... 254
12 — Área do Trapézio .... 255
13 — Exercícios Resolvidos .... 256
— Exercícios (54) .... 258
14 — Área do Losango .... 259
— Exercícios (55) .... 260

XIII — UNIDADES DE VOLUME

1 — Conceito de Volume .... 265
— Exercício (56) .... 266
— Exercício (57) .... 268
2 — O Litro Como Unidade de Volume .... 270
— Exercício (58) .... 270

## XIV — FIGURAS NO ESPAÇO


1 — Conceituação e Classificação .................... 275
2 — Figuras de Faces Planas ........................ 276
3 — Base e Altura dos Prismas ...................... 278
— Exercícios (59) ................................ 278
4 — Volume do Cubo e do Paralelepípedo ........... 280
5 — Pirâmides ...................................... 282
6 — Figuras de faces não Planas. Conceituação e Classificação ........................................ 285
— Exercícios (60) ................................ 286


## XV — MEDIDAS DE TEMPO


1 — Rápida Revisão ................................ 289
2 — Conversões ...................................... 291
3 — Adição e Subtração de Unidades de Tempo. Adição .. 296
4 — Subtração ....................................... 298
— Exercícios (61) ................................ 299
5 — Outras Unidades de Tempo ....................... 301
— Exercícios (62) ................................ 301


## XVI — APÊNDICE


1 — Respostas às Questões Formuladas neste Volume .... 303
2 — Índice dêste Volume ............................ 325


vol. 4