LUIZ G. CAVALCANTE

MATEMÁTICA MODERNA FUNDAMENTAL

PRIMÁRIA

MATEMÁTICA MODERNA

SESQUICENTENARIO DA INDEPENDENCIA
1972
ANO INTERNACIONAL DO LIVRO

Prof. Luiz G. Cavalcante

2.º Volume:

As Quatro Operações Aritméticas
Modernas Sentenças e
Estruturas Matemáticas
Divisibilidade
Potenciação
Números Primos
Fatoração
Números Primos Entre Si
Máximo Divisor Comum (M.D.C.)
Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.)

DIREÇÃO EDITORIAL: *Ciro Pontes*

DEPARTAMENTO EDITORIAL: *Décio Gonçalves Ribeiro Guimarães*
Antonio T. Barbosa — José Vanderlei Siqueira
Regina Célia S. Moya e Luiz Carlos Stucchi
DIREÇÃO GRÁFICA: *Salim Hallage*
COORDENAÇÃO GRÁFICA: *A. Henrique*
DEPARTAMENTO DE ARTE: *Guido Cristovam Arrighi* —
Roberto Pontes — Denise S. Pires — Aparecida Maria P. Lima e
Cleyde Pontes de Assis Carvalho
COMPOSIÇÃO: *Rubens Azzi*
FOTOLITOS: *Jorge Luis Gatti* — Deise Lopes e Dirce Giatti
MONTAGEM e FOTOGRAFIA: *Gilberto R. Prata* — Jone L. Dias
Osvaldo R. Oliveira — Euclides Esquares e João B. Giatti
IMPRESSAO OFF-SET: *Carlos Trindade Filho* e Nilton Trindade
DOBRA e COSTURA: *Klebis Lopes*
ENCADERNAÇÃO e ACABAMENTO: *José Carlos B. de Campos*

É FÁCIL APRENDER MATEMÁTICA?

Depende da obra consultada pelo estudante. Muitas são as obras que procuram ensinar essa matéria básica, mas poucas conseguem apresentá-la de um modo realmente racional e didático que permita um aprendizado gradativo e compensador.

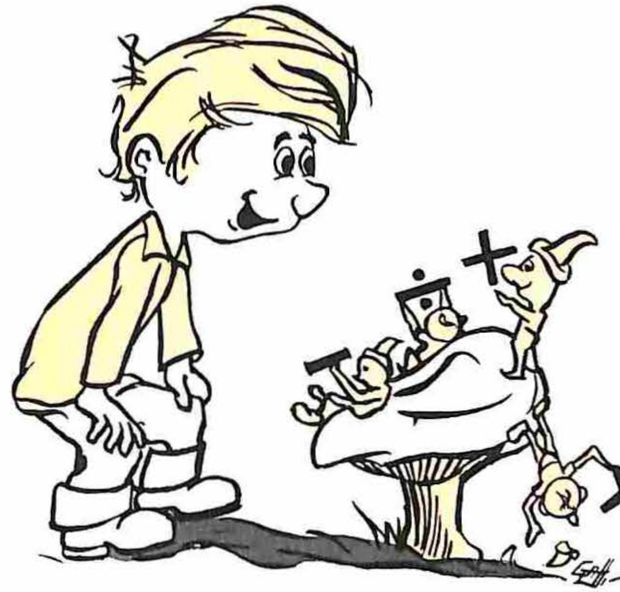
"Matemática Moderna", que ora estamos lançando, foi elaborada com a exclusiva intenção de tornar amena a tarefa do estudante. Apresentando a matéria de um modo gradual e simplificado, ela será aprendida com facilidade, obtendo-se resultados positivos imediatos.

editora formar ltda.
DINAMISMO A SERVIÇO DA CULTURA
Rua dos Trilhos, 1126 - Moóca - Fones: 292-2374
292-1914 - 92-6022 - Cx. P. 13.250 São Paulo
C. G. C. 60.854.247 - Inscr. 105 545.594

G

CAPÍTULO III

As quatro operações aritméticas



1 Classificação das operações aritméticas

As operações aritméticas classificam-se em operações de **composição** ou diretas e operações de **decomposição** ou inversas.

A **adição** é uma operação de **composição.**

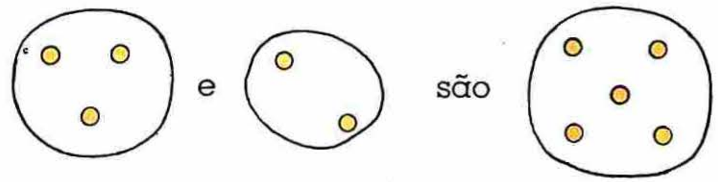
A **subtração** é uma operação de **decomposição,** é a operação inversa da adição.

A **multiplicação** é uma operação de **composição.**

A **divisão** é uma operação de **decomposição,** é a operação inversa da multiplicação.

2 Adição. Noção e nomenclatura

[2A] Da reunião de dois ou mais conjuntos aparece a operação **adição.**



3 + 2 = 5

$$\begin{array}{rl} 3 & \rightarrow \text{parcela} \\ +\ 2 & \rightarrow \text{parcela} \\ \hline 5 & \rightarrow \text{soma ou total} \end{array}$$

3 + 2 = 5
Operação: adição
Termos da adição: parcelas
Resultado: soma ou total

[2B] Propriedades da Adição.

1.ª) **Propriedade comutativa:** a ordem das parcelas não altera a soma.

Exemplo:

$$5 + 4 + 3 = 4 + 5 + 3 = 3 + 4 + 5 = \ldots = 12$$

2.ª) **Propriedade associativa:** em qualquer adição, com mais de duas parcelas, podemos associar duas ou mais dessas parcelas.

Exemplo:

$$7 + 3 + 4 = (7 + 3) + 4 = 10 + 4 = 14$$

$$7 + 3 + 4 = 7 + (3 + 4) = 7 + 7 = 14$$

$$\boxed{(7 + 3) + 4 = 7 + (3 + 4)}$$

3.ª) **Propriedade do elemento neutro:** A adição de qualquer número natural com o **zero** dá sempre esse número.

Exemplos:

$$\begin{array}{rcrcr} 5 & + & 0 & = & 5 \\ 0 & + & 5 & = & 5 \\ 127 & + & 0 & = & 127 \\ 0 & + & 127 & = & 127 \end{array}$$

Dizemos que o número zero é o elemento neutro na adição.

4.ª) **Propriedade de fechamento:** a soma de números naturais é sempre um número natural.

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{número}\\ \text{natural}}}{5} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{número}\\ \text{natural}}}{7} + \underset{\substack{\uparrow\\ \text{número}\\ \text{natural}}}{3} = \underset{\substack{\uparrow\\ \text{numero}\\ \text{natural}}}{15}$$

[2C] Prova real da adição.

Tirar a prova de uma adição é verificar se ela está certa ou errada.

Tira-se a prova real de uma adição, de duas maneiras diferentes:

1.ª maneira: Pela **propriedade comutativa:**

Muda-se a ordem das parcelas e efetua-se a nova operação.

Operação	Prova
425	364
278	425
+ 364	+ 278
1.067	1.067

2.ª maneira: Pela **propriedade associativa.**

Associam-se duas ou mais parcelas e efetuam-se as novas operações.

$$\begin{array}{rl} \left.\begin{array}{r}325\\143\end{array}\right\} \rightarrow & \mathbf{468} \\ \left.\begin{array}{r}127\\468\\+\ 126\end{array}\right\} \rightarrow & \mathbf{721} \\ & + \\ \hline 1.189 & \mathbf{1.189} \end{array}$$

- Efetue e tire a prova real das seguintes adições:

  a) 702 + 803 + 148 + 125 (pela propriedade comutativa)

  b) 273 + 467 + 83 + 408 (pela propriedade comutativa)

  c) 27 + 35 + 48 + 71 + 26 + 15 (pela propriedade associativa).

SÉRIE 31

1) $7 + 5 = 12$

a) Qual é a operação efetuada?

b) Qual é o nome do resultado?

2) Complete:

$$\left.\begin{array}{rl} 3 & \to \text{parcela} \\ +\ 7 & \to \ \dots\dots\dots \\ \hline 10 & \to \ \dots\dots\dots \end{array}\right\} \text{Operação} \to \ \dots\dots\dots$$

3) Escreva, de todos os modos possíveis, as adições:

a) $7 + 3 + 5$

b) $a + b + c$

4) Complete:

a) $6 + \dots = 15$

b) $5 + \dots = 5$

c) $3 + 4 + 8 = 7 + \dots$

d) $8 + 8 = 1 + 9 + \dots$

e) $7 + \dots < 9$

f) $\dots + 0 = \dots$

g) $5 + 8 + 9 = 17 = \dots$

h) $\dots + 5 = 7 + \dots$

i) $3 + \dots > 5 + 6$

j) $\dots + 5 < 4 + \dots$

l) $6 + 5 + \dots > 4 + 9$

m) $8 + 9 > 4 + 9 + \dots$

n) $8 + 3 + 5 + 1 = 17 + \dots$

o) $5 + 6 + \dots = 8 + 7 + \dots$

p) $7 + \dots + 8 = 11 + 11$

q) $6 + \dots + 10 = 12 + 12$

3 Subtração

Noção e nomenclatura

[3A] Já vimos que, da reunião entre dois conjuntos, apareceu a operação adição.

$$3 \quad + \quad 2 \quad = \quad 5$$

★ Desfazendo a operação adição, aparece a **operação subtração.**

$$5 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3$$

Na **adição,** reúnem-se conjuntos: efetua-se uma **operação direta.**

Na **subtração,** separam-se conjuntos: efetua-se a **operação inversa** da adição.

fazer ⟶ operação direta

desfazer → operação inversa

Concluímos que a **subtração** é a operação inversa da **adição.**

$$3 + 2 = 5 \underset{\text{implica}}{\Longleftrightarrow} 5 - 2 = 3$$

Temos então:

$$\underset{\text{minuendo}}{\underset{\uparrow}{5}} \quad - \quad \underset{\text{subtraendo}}{\underset{\uparrow}{2}} \quad = \quad \underset{\text{resto}}{\underset{\uparrow}{3}}$$

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow \text{minuendo} \\ -\ 2 & \rightarrow \text{subtraendo} \\ \hline 3 & \rightarrow \text{resto} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 - 2 = 3 \\ \textbf{Operação: } \text{subtração} \\ \textbf{Termos: } \text{minuendo e subtraendo} \\ \textbf{Resultado: } \text{resto ou diferença} \end{array} \right.$$

★ Para que uma subtração seja possível, é necessário que o minuendo seja maior do que o subtraendo.

$5 - 2 = 3 \therefore 5 > 2$

★ A soma do subtraendo com o resto é igual ao minuendo.

$$\left.\begin{array}{r} M \\ -\ S \\ \hline R \end{array}\right\} M \qquad \left.\begin{array}{r} 5 \\ -\ 2 \\ \hline 3 \end{array}\right\} 5 \qquad S + R = M$$

[3B] Prova real da subtração:

Tira-se a prova real de uma subtração, somando-se o resto ao subtraendo; se o resultado desta operação der o minuendo, é sinal de que a subtração está certa.

Operação

$$\begin{array}{rl} 276 & M \\ -\ 145 & S\ - \\ \hline 131 & R \end{array}$$

Prova

$$\begin{array}{rl} 131 & R \\ +\ 141 & S\ + \\ \hline 276 & M \end{array}$$

● Efetue e tire a prova real:
a) 20.756 — 7.568
b) 30.000 — 19.876
c) 3.785.435 — 2.859.768

SÉRIE 32

1) $7 - 3 = 4$
   a) Qual é a operação efetuada?
   b) Qual é o nome do resultado?
   c) Qual é a adição correspondente?

2) Complete:

$$\left.\begin{array}{rl} 7 & \rightarrow \text{minuendo} \\ -\ 3 & \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \hline 4 & \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \text{Operação} \rightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$$

3) Complete:
   a) $11 - \ldots = 5$
   b) $\ldots - 7 = 8$
   c) $5 - \ldots = 5$
   d) $8 - \ldots = 12 - \ldots$
   e) $7 + \ldots = 15 - \ldots$
   f) $8 + 9 - 14 = 6 - \ldots$
   g) $9 - \ldots = 14 - \ldots$
   h) $8 + \ldots = 13 - \ldots$
   i) $6 + 5 + 4 = 18 - \ldots$
   j) $12 - 4 + 7 = 11 + \ldots$
   l) $12 - \ldots = 3 + \ldots$
   m) $7 + 9 = 20 - \ldots$
   n) $\ldots - \ldots = \ldots + \ldots$
   o) $\ldots + \ldots = \ldots + \ldots$
   p) $\ldots - \ldots = \ldots - \ldots$
   q) $15 - 4 > 18 - \ldots$
   r) $7 + 7 < 15 - \ldots$
   s) $4 + 8 = 8 + \ldots$
   t) $3 + \ldots + 8 = 7 + \ldots + 3$
   u) $7 + 3 + 5 = 10 + \ldots$
   v) $12 + 8 + 7 = 20 + \ldots$
   x) $X + Y - Z = Y \ldots + \ldots$

4) a) Qual é a diferença entre dois números naturais consecutivos?

b) Qual é a diferença entre dois números pares consecutivos?

c) Qual é a diferença entre dois números ímpares consecutivos?

5) a) Qual é o número que excede 45 de 12 unidades?

b) Qual é o excesso de 25 sobre 15?

c) O minuendo de uma subtração é 35, o subtraendo é 12. Qual é o resto?

d) O minuendo de uma subtração é 45 e o resto é 25. Qual é o subtraendo?

e) Se o minuendo de uma subtração for 23, a soma do subtraendo com o resto será ...?

f) O resto de uma subtração é 15, o subtraendo é 18. Qual é o minuendo?

g) Somando-se o resto ao subtraendo, encontra-se o ....

4 Expressões numéricas envolvendo adição e subtração.

Tipo 1: Expressões numéricas simples.

As operações devem ser efetuadas na ordem em que estão colocadas.

Exemplo:

Efetuar: $7 + 5 - 3 - 4 + 3$

Solução: $7 + 5 - 3 - 4 + 3 = 8$

Cálculo auxiliar:

$7 + 5 = 12$
$12 - 3 = 9$
$9 - 4 = 5$
$5 + 3 = 8$

SÉRIE 33

Efetue:

1) $7 + 5 - 3$
2) $3 + 8 - 2 - 4$
3) $8 - 5 + 3 - 2$
4) $10 - 7 + 3 + 8 - 2$
5) $6 + 3 + 9 - 2 + 8$

Tipo 2: Expressões numéricas com parênteses.

Efetuam-se primeiro os parênteses.

Exemplo:

Efetuar: $(8 - 5) + (12 - 7)$

Solução: $(8 - 5) + (12 - 7) = 3 + 5 = 8$

SÉRIE 34

1) $4 + (7 - 5)$
2) $9 - (12 - 8)$
3) $(4 + 7) - 5$
4) $(8 - 3) + 7$
5) $(4 + 3) - (6 - 2)$
6) $28 - (7 + 5 + 4)$
7) $(63 - 12) - (48 - 36)$
8) $(7 + 8 + 9) - 13 + (5 - 2 + 7)$
9) $(18 + 3) - (5 + 4) + (12 - 7)$
10) $(18 - 5 + 4) - (23 + 5 - 22)$

Tipo 3: Expressões numéricas com parênteses, colchetes e chaves.

Efetuam-se as operações na seguinte ordem:

1.º) Operações dentro dos parênteses;
2.º) Operações dentro dos colchetes;
3.º) Operações dentro das chaves.

Exemplo:

$$700 - \{28 + [(9 - 3) + 5] - 4\} =$$
$$= 700 - \{28 + [6 + 5] - 4\} =$$
$$= 700 - \{28 + 11 - 4\} =$$
$$= 700 - 35 = 665$$

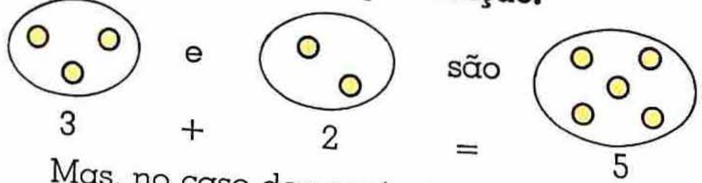
SÉRIE 35

1) $36 + [76 - (8 + 9)]$
2) $[54 - (35 - 20)] - (14 + 3)$
3) $[47 + (86 - 35)] - [28 - (14 - 7 + 6)]$
4) $(175 - 30) - [28 + (35 - 4)]$
5) $200 - \{7 + [8 - (20 - 18)]\}$

5 Multiplicação

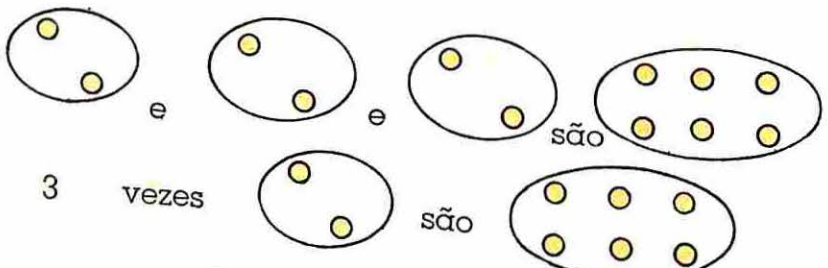
Noção e nomenclatura

[5A] Vimos que, da reunião de 2 ou mais conjuntos, aparece a operação **adição.**



Mas, no caso dos conjuntos terem o mesmo número de elementos, a operação **adição** pode transformar-se na operação **multiplicação.**

2 + 2 + 2 = 6 (Adição)



$3 \times 2 = 6$

$3 \times 2 = 6$
Operação: Multiplicação
Termos da multiplicação (fatores): Multiplicador (2), Multiplicando (3)
Resultado: Produto (6).

Outros exemplos:

De uma soma de parcelas iguais, surge a operação multiplicação.

★ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$
$4 \times 5 = 20$

★ $6 + 6 + 6 = 18$
$3 \times 6 = 18$

● Complete:

a) $7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \ldots \times \ldots$
b) $9 + 9 + 9 + 9 = \ldots \times \ldots$
c) $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = \ldots \times \ldots$

[5B] Dobro, triplo, quádruplo, quíntuplo.

★ Para achar o dobro de um número, basta multiplicá-lo por dois.
Exemplo:
Dobro de 15 → $\begin{cases} 2 \times 15 = 30 \\ 15 \times 2 = 30 \end{cases}$

★ Para achar o triplo de um número, basta multiplicá-lo por 3.
Exemplo:
Triplo de 8 → $\begin{cases} 3 \times 8 = 24 \\ 8 \times 3 = 24 \end{cases}$

★ Quádruplo → multiplicar o número por 4.
Exemplo:
Quádruplo de 5 → $\begin{cases} 4 \times 5 = 20 \\ 5 \times 4 = 20 \end{cases}$

★ Quíntuplo → multiplicar por 5.
Exemplo:
Quíntuplo de 9 → $\begin{cases} 5 \times 9 = 45 \\ 9 \times 5 = 45 \end{cases}$

[5C] Propriedades da multiplicação.

1.ª) **Propriedade comutativa:** A ordem dos fatores não altera o produto.

Exemplo:

$3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$

2.ª) **Propriedade associativa:** Em qualquer multiplicação de mais de dois fatores, podemos associar dois ou mais destes fatores.

Exemplo:

$2 \times 3 \times 5 = (2 \times 3) \times 5 = 6 \times 5 = 30$

$2 \times 3 \times 5 = 2 \times (3 \times 5) = 2 \times 15 = 30$

$\boxed{(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)}$

3.ª) **Propriedade do elemento neutro:** Qualquer número natural multiplicado por 1 dá ele mesmo.

Exemplos:

$6 \times 1 = 6$
$1 \times 6 = 6$
$516 \times 1 = 516$
$1 \times 516 = 516$

Dizemos que o número 1 é o **elemento neutro** na multiplicação.

4.ª) **Propriedade do fechamento:** Um número natural multiplicado por outro número natural, resulta em número natural.

Exemplo:

5	×	3	=	15
número natural		número natural		número natural

[5D] Prova real da multiplicação.

Tirar a prova da multiplicação é verificar se a mesma está certa ou errada.

Tira-se a prova de uma multiplicação, trocando-se a ordem dos fatores e efetuando-se esta nova operação. Se os resultados das duas multiplicações coincidirem, está provado que a operação dada está certa.

Operação	**Prova**
26	12
× 12	× 26
52	72
+ 26	+ 24
312	312

- Efetue e tire a prova real:
  a) 8.765 × 145   b) 72.146 × 97

SÉRIE 36

1) $3 \times 5 = 15$
   a) Qual é a operação efetuada?
   b) Qual é o nome do resultado?

2) Complete:

   3 → . . . .
   × 5 → . . . .   Operação → . . . . . .
   15 → . . . .

3) Escreva sob a forma de multiplicação:
   a) $5 + 5 + 5$
   b) $3 + 3 + 3 + 3 + 3$
   c) $a + a + a$
   d) $b + b + b + b$

4) Complete:
   a) $3 \times 4 = \dots + \dots + \dots$
   b) $5 \times 2 = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$

5) Escreva todas as multiplicações de dois números, cujo produto é 15:

6) Qual é o produto de 30 por 17?

7) Adiciona-se 8 vezes o número 11. Qual é o resultado desta adição?

Obs.: Fazer a operação através da multiplicação.

8) Qual é o número 8 vezes maior do que 7?

9) O multiplicando é 13, o multiplicador é 5. Qual é o produto?

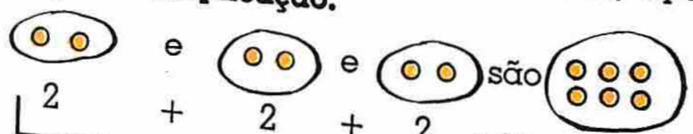
10) Numa multiplicação, um dos fatores é 7 e o produto é 42. Qual é o outro fator?

11) O multiplicando é 9, o produto é 72. Qual é o multiplicador?

6 Divisão

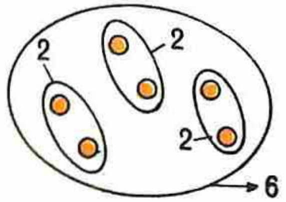
[6A] Divisão exata.

Já vimos que, da reunião de dois ou mais conjuntos, com o mesmo número de elementos, aparece a operação **multiplicação.**



$$\underbrace{2 + 2 + 2}_{3 \times 2 = 6} = 6$$

Desfazendo a operação multiplicação, isto é, separando o conjunto de 6 elementos em conjuntos contendo 2 elementos cada um, teremos então 3 conjuntos.



→ Temos um conjunto com 6 elementos, repartido em outros conjuntos com dois elementos cada um.

Temos, então:

6	$\div$	2	$=$	3
6 elementos		conjuntos com dois elementos		3 conjuntos

Na **multiplicação,** reúnem-se conjuntos com o mesmo número de elementos: efetua-se uma **operação direta.**

Na **divisão,** separa-se um conjunto em outros conjuntos, com o mesmo número de elementos em cada um: efetua-se uma **operação inversa** da primeira.

Fazer → operação direta
Desfazer → operação inversa

Concluímos que a divisão é a operação inversa da multiplicação.

$$3 \times 2 = 6 \iff 6 \div 2 = 3$$

6	$\div$	2	$=$	3
dividendo		divisor		quociente

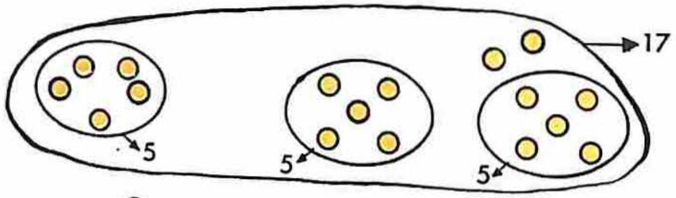
dividendo	divisor
6	2
0	3
resto	quociente

Operação: Divisão
Termos: Dividendo (6) e Divisor (2)
Resultado: Quociente (3)
Resto: 0

$6 \div 2 = 3$ é uma divisão exata (resto = zero)

[6B] Divisão inexata.

Dividamos um conjunto com 17 elementos, em conjuntos contendo 5 elementos cada um, formaremos 3 conjuntos e sobrarão dois elementos.



$$\begin{array}{r|l} 17 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 3 \end{array}$$

O operação realizada é uma divisão inexata.

dividendo divisor

$$\begin{array}{r|l} 17 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 3 \end{array}$$

resto quocien:e

Operação: Divisão
Termos da divisão: Dividendo (17); Divìsor (5)
Resultado: Quociente (3)
Resto: 2

dividendo divisor.

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$$

resto quociente

$$D = q \times d + r$$

Obs.: O resto de uma divisão é sempre menor do que o divisor.

O maior resto possível de uma divisão é uma unidade a menos do que o divisor.

Exemplo: $\begin{array}{r|l} 34 & 5 \\ \cline{2-2} 4 & 6 \end{array}$

[6C] Prova real da divisão:

Tirar a prova de uma divisão é verificar se ela está certa ou errada.

Tira-se a prova de uma divisão, multiplicando-se o quociente pelo divisor e somando-se esse resultado ao resto. Se o resultado das operações realizadas na prova coincidir com o dividendo, é sinal de que a divisão está certa.

Exemplo:

$\begin{array}{r|l} 35 & 8 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$

$q \times d + r = D$
$4 \times 8 + 3 = 35$

Obs.: Não mais é usada a "prova dos nove" por ser antididática.

- Efetue e tire a prova real:
  a) $274.895 \div 35$
  b) $43.794 \div 77$

Obs.: Não há mais propriedades a serem estudadas na operação divisão.

SÉRIE 37

1) $32 \div 4 = 8$
   a) Qual é a operação efetuada?
   b) Qual é o nome do resultado?
   c) Qual é a multiplicação correspondente?

2) Complete:
   a) $25 \div 25 = \ldots$
   b) $0 \div 15 = \ldots$
   c) $\ldots \times 9 = 54$
   d) $36 \div \ldots = 12$
   e) $\ldots \div 1 = 30$
   f) $\ldots \div 5 = 7$
   g) $7 \times \ldots = 42$
   h) $10 + 2 = 48 \div \ldots$
   i) $9 - 3 = \ldots \div 2$
   j) $5 + \ldots + 2 = 33 \div 3$
   l) $56 \div \ldots = 64 \div 8$

m) $70 \div \ldots = 5 \times 4 - 13$
n) $63 \div 7 = 2 \times 8 - \ldots$
o) $30 \div 5 + 72 \div 8 = 3 \times \ldots$
p) $20 > 5 \times \ldots$
q) $12 \div \ldots > 4 + 1$
r) $4 \times 5 = 100 \div \ldots$
s) $12 \times 3 \div 6 = 30 \div \ldots$

3) Escreva sob a forma de divisão as seguintes igualdades:

a) $35 = 8 \times 4 + 3$
Solução:

$$\begin{array}{l|l} 35 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 8 \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{l|l} 35 & 8 \\ \cline{2-2} 3 & 4 \end{array}$$

b) $D = q \times d + r$ c) $a = b \times c + d$

Obs.: Trocando-se o divisor pelo quociente, ou vice-versa, a divisão não se altera.

4) Escreva, sob a forma de igualdade, as seguintes divisões:

a) $\begin{array}{l|l} 65 & 7 \\ \cline{2-2} 2 & 9 \end{array}$

Solução:
$65 = 9 \times 7 + 2$ ou $65 = 7 \times 9 + 2$

b) $\begin{array}{l|l} 78 & 9 \\ \cline{2-2} 6 & 8 \end{array}$ c) $\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array}$ d) $\begin{array}{l|l} M & n \\ \cline{2-2} o & p \end{array}$

5) Complete:

$\begin{array}{l|l} \ldots & 8 \\ \cline{2-2} 5 & 7 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} \ldots & 15 \\ \cline{2-2} 13 & 10 \end{array}$ $\begin{array}{l|l} 65 & \ldots \\ \cline{2-2} 5 & 6 \end{array}$

6) Qual é o quociente de uma divisão, na qual o dividendo é 120 e o divisor é 24?
7) O dividendo de uma divisão exata é 280 e o divisor é 35. Qual é o quociente?
8) Quantas vezes o número 15 está contido em 255?

9) Qual é o número que devemos multiplicar por 14 para encontrarmos 350?
10) Qual é o número 7 vezes menor do que 77?
11) Qual é o número que dividido por 8 dá 4, sendo, o resto, o maior possível?
12) Qual é o número que dividido por 19 dá 32, sendo, o resto, o maior possível?

7 Expressões numéricas envolvendo as 4 operações.

Tipo 1: Expressões numéricas simples.

As operações devem ser efetuadas na seguinte ordem:

1.º: as **multiplicações** e **divisões;**
2.º: as **adições** e **subtrações.**

SÉRIE 38

1) $9 + 8 \div 2$

Solução:

$9 + \underbrace{8 \div 2} =$

$9 + 4 = 13$

2) $48 \div 6 + 6 \times 5$

Solução:

$\underbrace{48 \div 6} + \underbrace{6 \times 5} =$

$8 + 30 = 38$

3) $22 \times 9 - 47$
4) $12 - 14 \div 2$
5) $7 \times 3 + 11$
6) $72 \div 8 - 4$
7) $8 \times 7 + 7 \times 9$
8) $48 \div 6 + 6 \times 8$
9) $4 \times 9 \div 3 + 72 \div 9 - 45 \div 5$
10) $30 \div 5 \times 3 \div 9 \times 4$

Tipo 2: Expressões numéricas envolvendo parênteses, colchetes e chaves.

SÉRIE 39

1) **Exemplo:**

$$(75 - 20) \div 5 + 7 \times 8 =$$
$$55 \div 5 + 56 =$$
$$11 + 56 = 67$$

2) **Exemplo:**

$$[(35 \div 7) \times (15 - 8) + 7] \div 3 =$$
$$= [5 \times 7 + 7] \div 3 =$$
$$= [35 + 7] \div 3 =$$
$$= 42 \div 3 = 14$$

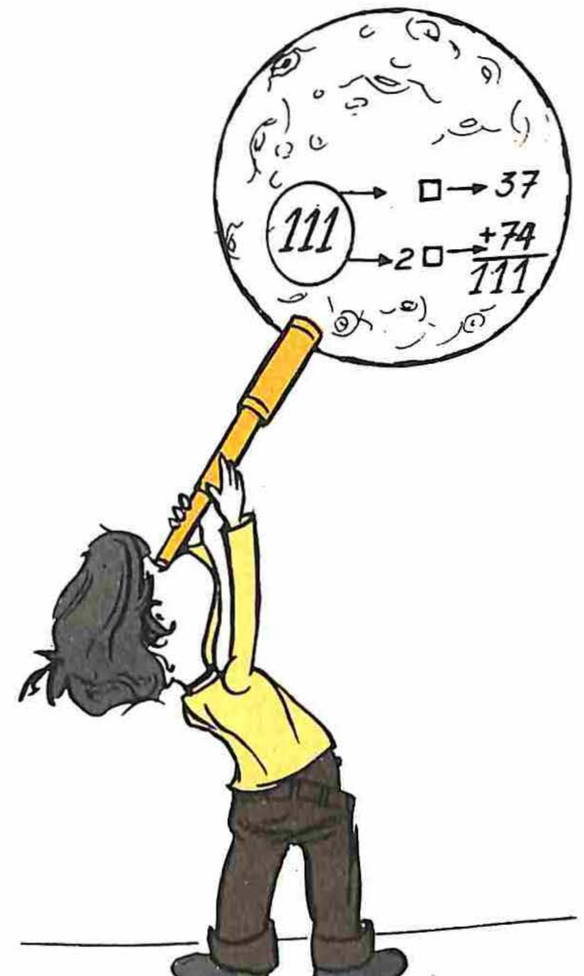
3) **Exemplo:**

$$178 \div \{7 \times 3 + [(12 \div 3 + 5) \times 4 - 12 \div 6] \times 2\} =$$
$$= 178 \div \{21 + [(4 + 5) \times 4 - 2] \times 2\} =$$
$$= 178 \div \{21 + [9 \times 4 - 2] \times 2\} =$$
$$= 178 \div \{21 + [36 - 2] \times 2\} =$$
$$= 178 \div \{21 + 34 \times 2\} =$$
$$= 178 \div \{21 + 68\} =$$
$$= 178 \div 89 = 2$$

4) $(5 + 3) \div 4$
5) $(7 + 8 - 4) \times 3$
6) $(4 \times 5 + 6) - 8$
7) $(3 \times 5 + 6 \div 3) \div 17$
8) $\{135 + 47 - [(12 \div 3 + 5) \times 4 - 12 \div 6] \times 2\}$
9) $700 - \{[(5 - 2) \times 9 + 5] \times 4 - 3 \times 6\} \times 2$

CAPÍTULO IV

Modernas sentenças e estruturas matemáticas



1 Introdução

★ Observe e preste muita atenção.

$7 + 3 = 10$ é uma **igualdade**, é uma **sentença.**

Toda a igualdade (sentença) tem dois lados.

Lado esquerdo → $7 + 3$ 1.º membro → $7 + 3$

$\underbrace{7 + 3}_{\text{lado esquerdo}} = \underbrace{10}_{\text{lado direito}}$ ou $\underbrace{7 + 3}_{\text{1.º membro}} = \underbrace{10}_{\text{2.º membro}}$

★ Observe e preste muita atenção.

$7 = 10 - 3$ é uma **igualdade** (sentença).

7 → lado esquerdo
10 — 3 → lado direito

ou

1.º membro → 7
2.º membro → 10 — 3

$\underbrace{7}_{\text{lado esquerdo}} = \underbrace{10 - 3}_{\text{lado direito}}$ $\underbrace{7}_{\text{1.º membro}} = \underbrace{10 - 3}_{\text{2.º membro}}$

★ Comparemos: $7 + 3 = 10$ e $7 = 10 - 3$
Notamos que o número 3 passou do lado esquerdo para o lado direito e o sinal + ficou —.

★ $6 - 2 = 4 \therefore 6 = 4 + 2$
6 e 4 não mudaram de lado nas igualdades.
2 mudou de lado e o sinal — ficou +.

★ $5 \times 7 = 35 \therefore 5 = 35 \div 7$
5 e 35 não mudaram de lado.
7 mudou de lado e o sinal × ficou ÷.

★ $20 \div 5 = 4 \therefore 20 = 4 \times 5$
20 e 4 não mudaram de lado nas igualdades.
5 mudou de lado e o sinal ÷ ficou ×.

Surge então a regra geral:

Toda a vez que um número troca de lado em uma igualdade, o sinal deste número fica trocado.

+ fica −

− fica +

× fica ÷

÷ fica ×

SÉRIE 40

Complete:

1) $5 + 6 = 11 \therefore 5 = 11 - \ldots$
2) $7 + 8 = 15 \therefore \ldots = 15 - 8$
3) $12 - 4 = 8 \therefore 12 = \ldots + \ldots$
4) $16 - 7 = 9 \therefore \ldots = 9 + \ldots$
5) $12 \times 4 = 48 \therefore 12 = 48 \div \ldots$
6) $11 \times 7 = 77 \therefore 11 = 77 \div \ldots$
7) $56 \div 8 = 7 \therefore 56 = 7 \times \ldots$
8) $72 \div 9 = 8 \therefore 72 = \ldots \times \ldots$

2 Sentenças matemáticas

a) Ache o valor do número correspondente ao □ na seguinte sentença (igualdade): □ + 4 = 12

Solução:

Isolando o □ temos:

□ + 4 = 12
□ = 12 — 4
□ = 8

Verificação:

Substituindo o valor do □ na igualdade, temos:

□ + 4 = 12
8 + 4 = 12
12 = 12

b) Ache o valor do □ na seguinte sentença: □ — 3 = 8

Solução:

Isolando o □ temos:

□ — 3 = 8
□ = 8 + 3
□ = 11

Verificação:

□ — 3 = 8
11 — 3 = 8
8 = 8

c) Ache o valor do □ na seguinte sentença:
□ × 6 = 24

Solução:

□ × 6 = 24
□ = 24 ÷ 6
□ = 4

ou

□ × 6 = 24
$\square = \dfrac{24}{6}$
□ = 4

* Faça a verificação.

d) Ache o valor do □ na seguinte sentença:
□ ÷ 7 = 8

Solução:

□ ÷ 7 = 8 ∴ □ = 8 × 7 ∴ □ = 56

* Faça a verificação.

SÉRIE 41

Desenvolva as sentenças e ache o valor do □

1) □ + 3 = 5
2) 6 + □ = 10
3) □ − 4 = 6
4) □ × 3 = 12
5) 7 × □ = 56
6) □ ÷ 7 = 3
7) □ ÷ 35 = 470
8) □ −. 35 = 64
9) □ × 27 = 243
10) 6 × □ = 48

3 Problemas envolvendo sentenças.

Número (desconhecido): $\square$

Dobro do número: $\square + \square = 2 \times \square = 2\,\square$

Triplo do número: $\square + \square + \square = 3 \times \square = 3\,\square$

Quádruplo do número:
$\square + \square + \square + \square = 4 \times \square = 4\,\square$

Quíntuplo do número:
$\square + \square + \square + \square + \square = 5 \times \square = 5\,\square$

Exemplo 1:

Qual é o número que somado com 4 resulta 9?

O número pedido é o desconhecido e o desconhecido é o $\square$.

Formada a sentença (equação) temos:
$\square + 4 = 9 \therefore \square = 9 - 4 \therefore \square = 5$

Resposta: O número é 5.

Verificação:

$$\begin{aligned} \square + 4 &= 9 \\ 5 + 4 &= 9 \\ 9 &= 9 \end{aligned}$$

A igualdade foi verificada, concluimos que a resposta está certa.

Fazer sempre a verificação para o melhor aprendizado da matéria.

Exemplo 2:

Qual e o número que multiplicado por 27 resulta 216?
O número é o $\square$

Formando a sentença (equação) temos:
$\square \times 27 = 216 \therefore \square = 216 \div 27 \therefore \square = 8$

ou

$$\square \times 27 = 216 \therefore \square = \frac{216}{27} \therefore \square = 8$$

Resposta: O número é 8.

Verificação:

$$\begin{aligned} \square \times 27 &= 216 \\ 8 \times 27 &= 216 \\ 216 &= 216 \end{aligned}$$

Obs.: — A segunda maneira de representar a divisão é a mais usada para estes tipos de operações.

$$\square = \frac{216}{27}$$

Exemplo 3.

Qual é o número cujo dobro é 24?
O número é o $\square$, e o dobro do número é $2\,\square$.

Temos então:

$$2\,\square = 24 \therefore \square = \frac{24}{2} \therefore \square = 12.$$

Resposta: O número é 12.

* Faça a verificação.

Exemplo 4.

Qual é o número que dividido por 7 resulta 35?
$\square \div 7 = 35 \therefore \square = 35 \times 7 \therefore \square = 245.$

Resposta: O número é 245.

* Faça a verificação.

SÉRIE 42

1) Qual é o número que somado com 9 dá 21?
2) Tirei 15 unidades de um número e encontrei 27. Qual é o número?
3) Pensei em um número, multipliquei-o por 7 e encontrei 196. Qual é o número?
4) O triplo de minha idade é 33 anos. Que idade tenho?

4 Sentenças e problemas

Exemplo 1:

Ache o valor do □ na seguinte sentença: $3\,\square + 7 = 31$

Solução:

$$3\,\square + 7 = 31$$
$$3\,\square = 31 - 7$$
$$3\,\square = 24 \therefore \square = \frac{24}{3} \therefore \square = 8$$

Verificação:

$$3 \times \square + 7 = 31$$
$$3 \times 8 + 7 = 31$$
$$24 + 7 = 31$$
$$31 = 31$$

Exemplo 2.

Ache o valor do □ na sentença: $2\,\square + 5\,\square + 8 = 50$

Solução:

$$2\,\square + 5\,\square + 8 = 50$$
$$7\,\square + 8 = 50$$
$$7\,\square = 50 \neq 8$$
$$7\,\square = 42 \therefore \square = \frac{42}{7} \therefore \square = 6$$

Verificação:

$$2\,\square + 5\,\square + 8 = 50$$
$$2 \times 6 + 5 \times 6 + 8 = 50$$
$$12 + 30 + 8 = 50$$
$$50 = 50$$

Exemplo 3.

O quádruplo de um número mais 27 é 167. Qual é esse número?

O número é o □.

O quádruplo do número é 4 □.

Temos então:

$$4\,\square + 27 = 167$$
$$4\,\square = 167 - 27$$
$$4\,\square = 140 \therefore \square = \frac{140}{4} \therefore \square = 35$$

Resposta: O número é 35.

Exemplo 4.

Papai tem 35 anos. Sua idade é o triplo da minha mais 5 anos. Que idade tenho?

Minha idade: □.

$$3\,\square + 5 = 35$$
$$3\,\square = 35 - 5$$
$$3\,\square = 30 \therefore \square = \frac{30}{3} \therefore \square = 10.$$

Resposta: Tenho 10 anos.

SÉRIE 43

1) $5\,\square + 7 = 32$
2) $6\,\square + 3\,\square + 8 = 71$
3) $6\,\square - 2\,\square + 6 = 42$
4) $8\,\square - 2\,\square + 3\,\square + 9 = 108$

5) $2\square - \square + 3 = 12.$

6) O dobro mais o triplo de um número é 75. Qual é esse número?

7) Qual é o número que adicionado ao dobro de si mesmo é 975?

5 Sentenças e problemas

Exemplo 1.

Desenvolver a sentença e achar o valor do □.

$$(\square + 6) \times 3 = 33$$
$$\square + 6 = \frac{33}{3}$$
$$\square + 6 = 11 \therefore \square = 11 - 6 \therefore \square = 5$$

* Faça a verificação.

Exemplo 2.

$$(\square - 5) + 9 = 17$$
$$\square - 5 = 17 - 9$$
$$\square - 5 = 8 \therefore \square = 8 + 5 \therefore \square = 13$$

* Faça a verificação.

Exemplo 3.

$$(\square \div 4) - 5 = 0$$
$$\square \div 4 = 0 + 5$$
$$\square \div 4 = 5 \therefore \square = 5 \times 4 \therefore \square = 20.$$

* Faça a verificação.

Exemplo 4.

Soma-se 6 a um certo número; ao resultado acrescenta-se 8 e encontra-se 25. Qual é esse número?
O número é o □.
Formada a sentença (equação) temos:

$$(\square + 6) + 8 = 25$$
$$\square + 6 = 25 - 8$$
$$\square + 6 = 17 \therefore \square = 17 - 6 \therefore \square = 11$$

Resposta: O número é 11.
* Faça a verificação.

Exemplo 5.

Tira-se 5 de um número. O resultado multiplica-se por 12 e encontra-se 36. Qual é esse número?

$$(\square - 5) \times 12 = 36$$
$$\square - 5 = \frac{36}{12}$$
$$\square - 5 = 3 \therefore \square = 3 + 5 \therefore \square = 8.$$

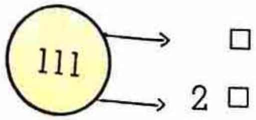
Resposta: O número é 8.

SÉRIE 44

1) $(\square - 3) \times 6 = 12$
2) $(\square + 8) \div 3 = 5$
3) $(\square \div 3) + 9 = 14$
4) $(\square \times 8) + 10 = 66$
5) Soma-se 4 a um certo número. Multiplica-se o resultado por 7 e encontra-se 49. Qual é o número?
6) Multiplica-se um número por 4, depois multiplica-se o resultado por 5 e obtém-se 40. Qual é esse número?
7) Pensei em um número, dividi-o por 3, multipliquei o resultado por 7 e encontrei 98. Qual é esse número?

6 Estruturas

Exemplo 1.



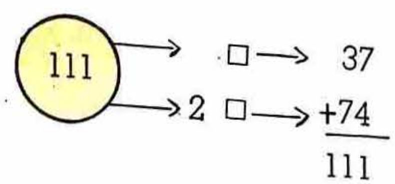
A estrutura ao lado representa uma adição, na qual □ e 2 □ são as parcelas e 111 é o total.

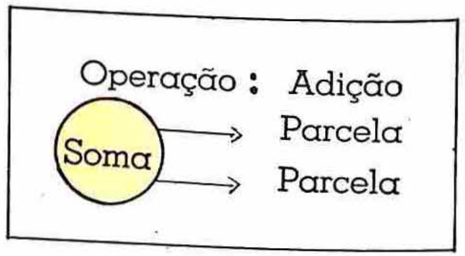
Temos então:

$$\square + 2\,\square = 111$$

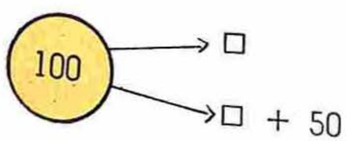
$$3\,\square = 111 \;\therefore\; \square = \frac{111}{3} \;\therefore\; \square = 37$$

Verificação.





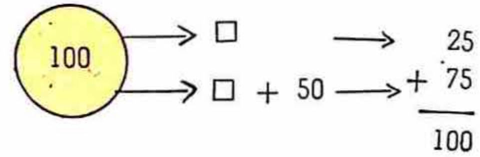
Exemplo 2.



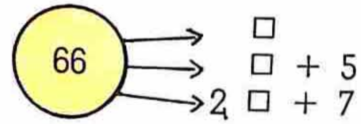
□ + 50 são as parcelas.
100 é o total

$$\square + \square + 50 = 100$$
$$2\,\square + 50 = 100$$
$$2\,\square = 100 - 50$$
$$2\,\square = 50 \;\therefore\; \square = \frac{50}{2} \;\therefore\; \square = 25$$

Verificação.



Exemplo 3.



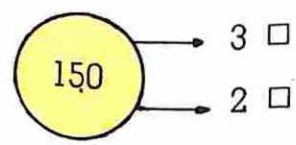
$$\square + \square + 5 + 2\,\square + 7 = 66$$

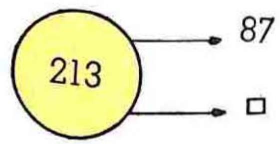
$$4\,\square + 12 = 66$$
$$4\,\square = 66 - 12$$
$$4\,\square = 44$$
$$\square = \frac{44}{4} \;\therefore\; \square = 11$$

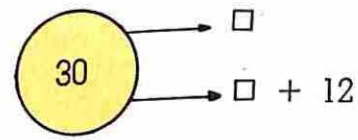
Faça a verificação.

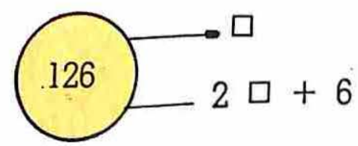
SÉRIE 45

Efetue fazendo a verificação.

1) 

2) 

3) 

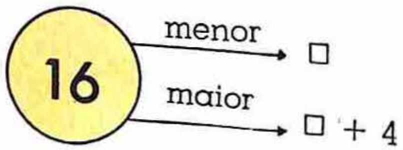
4) 

7 Problemas com estruturas

Exemplo 1:

A soma de dois números é 16, e o maior é 4 unidades a mais do que o menor. Quais são esses números?

O menor é o □.



$$\square + \square + 4 = 16$$
$$2\,\square + 4 = 16$$
$$2\,\square = 16 - 4$$
$$2\,\square = 12$$
$$\square = 6$$

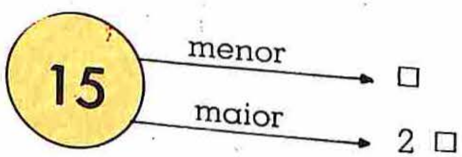
Menor: $\square \to 6$

Maior: $\square + 4 \to 6 + 4 \to 10$

Resposta: O menor número é 6 e o maior é 10.

Exemplo 2:

A soma de 2 números é 15 o maior é o dobro do menor. Quais são esses números



$$\square + 2\,\square = 15$$
$$3\,\square = 15$$
$$\square = \frac{15}{3} \therefore \square = 5$$

Menor: $\square \to 5$

Maior: $2\,\square \to 10$

Resposta: O menor número é 5 e o maior é 10.

SÉRIE 46

1) A soma de dois números é 35, e o maior é 7 unidades a mais do que o menor. Achar esses números.
2) Distribuir 15 pães entre dois pobres de modo que o 2.º receba 3 pães a mais do que o 1.º.
3) A soma de dois números é 32. Quais são esses números, sabendo-se que o 2.º é o triplo do 1.º?
4) Uma fábrica de automóveis repartiu 240 carros entre duas agências. Quantos carros recebeu cada agência, sabendo-se que a primeira agência recebeu o triplo de carros que recebeu a segunda?
5) Mamãe tem duas empregadas e gasta com as mesmas Cr$ 120,00 por mês. A cozinheira ganha o dobro da arrumadeira. Quanto ganha cada empregada?
6) A soma de dois números é 26, e o maior excede o menor em 6 unidades. Quais são esses números?
7) A soma de 2 números é 261. O maior é o triplo do menor menos 7 unidades. Quais são esses números?

8 Problemas com estruturas

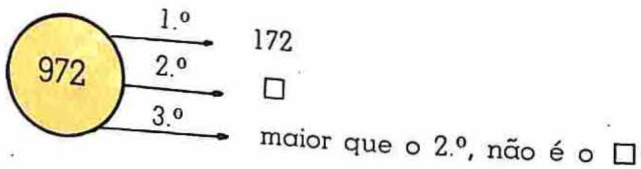
Exemplo:

A soma de três números é 972; o primeiro é 172 e o terceiro é o triplo do segundo. Quais são esses números?

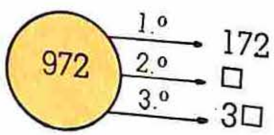
Para a solução dos problemas de estrutura, devemos escolher entre os desconhecidos, o menor valor para ser o □.

Explicação de ordem didática.

Como o 3.º número é o triplo do 2.º, isto é, o 3.º número é maior do que o 2.º; deduzimos que o □ é o 2.º número.



Solução:



$$\begin{aligned} 172 + \square + 3\square &= 972 \\ 4\square + 172 &= 972 \\ 4\square &= 972 - 172 \\ 4\square &= 800 \end{aligned}$$

$$\square = \frac{800}{4} \therefore \square = 200$$

Resposta:

1.º ⟶ 172
2.º ⟶ 200
3.º ⟶ 600 +
972

SÉRIE 47

1) A soma de 3 números e 110. O primeiro é 53. O segundo é o triplo do terceiro mais 9. Quais são esses números?

2) Reparti Cr$ 91,00, entre três pobres, de modo que o segundo receba Cr$ 17,00 e o primeiro receba o dobro do terceiro mais Cr$ 11,00. Quanto recebeu cada um?

3) Reparti 36 balas entre três crianças de modo que a terceira receba a quarta parte do total e que a primeira receba o dobro da segunda. Quanto recebeu cada criança?

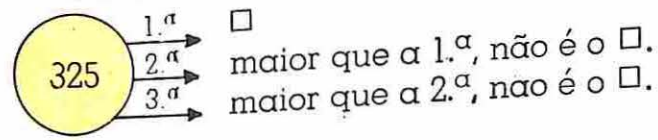
9 Problemas com estruturas

Exemplo 1:

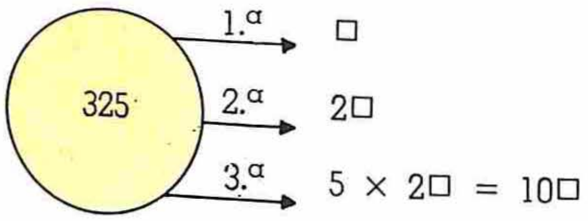
A soma de 3 parcelas é 325. A 2.ª é o dobro da 1.ª e a 3.ª é o quíntuplo da 2.ª. Quais são estas parcelas?

Explicação de ordem didática

- Como a 2.ª parcela é o **dobro** da 1.ª, concluímos que a 3.ª parcela é maior do que a 2.ª. Por dedução lógica, vemos que a 2.ª parcela não pode ser o □.
- Como a 3.ª parcela é o **quíntuplo** da 2.ª, concluímos que a 3.ª parcela é **maior** do que a 2.ª. Por dedução lógica vemos que a 3.ª parcela não pode ser o □.
- Por eliminação deduzimos que o □ é o número correspondente a 1.ª parcela.



Solução:



$$\square + 2\,\square + 10\,\square = 325$$
$$13\,\square = 325$$
$$\square = \frac{325}{13} \quad \therefore \quad \square = 25$$

Resposta:

$$\begin{array}{lll} 1.^{o} \rightarrow & \square = & 25 \\ 2.^{o} \rightarrow & 2\,\square = & 50 \\ 3.^{o} \rightarrow & 10\,\square = & +\ 250 \\ \hline & & 325 \end{array}$$

Exemplo 2:

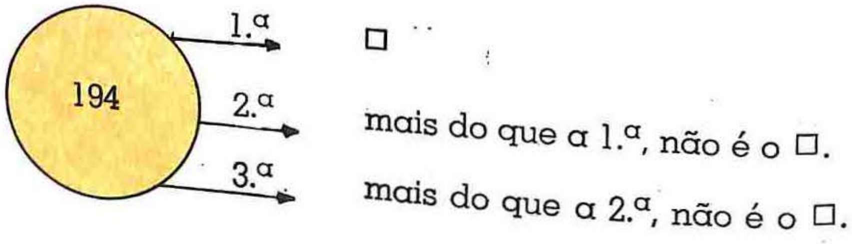
Três crianças receberam juntas 194 balas. Sabe-se que a 2.ª recebeu 4 balas a mais que a 1.ª, e que a 3.ª recebeu 12 balas a mais do que a 2.ª. Quantas balas recebeu cada criança?

Explicação de ordem didática.

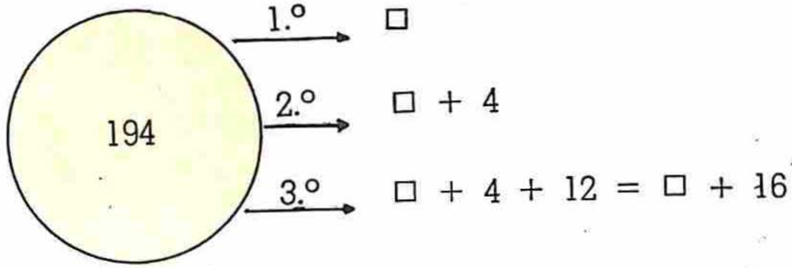
Como a 2.ª criança recebeu mais balas que a 1.ª, concluímos que a 2.ª não pode ser o □.

Como a 3.ª criança recebeu mais do que a 2.ª, concluímos que a 3.ª não pode ser o □.

A primeira é o □.



Solução:



$$\square + \square + 4 + \square + 16 = 194$$
$$3\,\square + 20 = 194$$
$$3\,\square = 194 - 20$$
$$3\,\square = 174$$
$$\square = \frac{174}{3} \quad \therefore \quad \square = 58$$

$1.^{o} \rightarrow \square = 58$

$2.^{o} \rightarrow \square + 4 = 58 + 4 = 62$

$3.^{o} \rightarrow \square + 16 = 58 + 16 = 74$

Resposta:

$$\begin{array}{ll} 1.^{a} \rightarrow & 58 \\ 2.^{a} \rightarrow & 62 \\ 3.^{a} \rightarrow & 74\ + \\ \hline & 194 \end{array}$$

SÉRIE 48

1) Lúcia, Sílvia e Iracema pesam no total 84 quilos. O peso de Iracema é o dobro do peso de Sílvia, e o peso de Lúcia é o dobro do peso de Iracema. Quanto pesa cada uma?

2) Repartir o lucro de Cr$ 37.000,00 entre os sócios **A, B, C,** de modo que **A** receba Cr$ 4.000,00 a mais do que **B** e este Cr$ 6.000,00 a mais do que **C.**

3) Três meninos resolveram comprar um autorama por Cr$ 120,00. O 2.º entrou com Cr$ 5,00 a menos do que o 1.º e o 3.º Cr$ 20,00 a mais do que o 1.º. Com quanto entrou cada menino?

4) Uma fábrica de automóveis distribuiu entre 3 revendedores 515 carros. A agência de São Paulo recebeu o dobro de carros do que a de Curitiba. A agência de Porto Alegre 35 carros a mais do que a de Curitiba. Quantos carros recebeu cada agência?

5) Três números somam 77. Determinar esses números, sabendo-se que o 1.º e o 3.º são iguais e são também o triplo do 2.º.

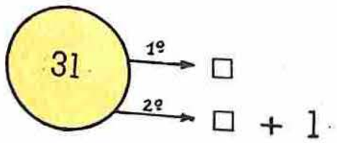
10 Problemas com estruturas

1) **Exemplo:**

A soma de dois números consecutivos é 31. Quais são esses números?

A característica de dois números consecutivos é que um deles é uma unidade a mais do que o outro.

Temos então:



$$\square + \square + 1 = 31$$
$$2\square + 1 = 31$$
$$2\square = 31 - 1$$
$$2\square = 30$$
$$\square = \frac{30}{2} \therefore \square = 15$$

1.º → □ = 15
2.º → □ + 1 = 16

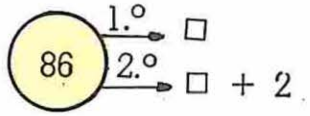
Resposta: Um dos números é 15 e o outro é 16.

2) **Exemplo:**

A soma de dois números pares consecutivos é 86. Quais são esses números?

A característica de dois números pares consecutivos é que um deles é duas unidades a mais do que o outro.

Temos então:



$$\square + \square + 2 = 86$$
$$2\square + 2 = 86$$
$$2\square = 86 - 2$$
$$2\square = 84$$
$$\square = \frac{84}{2} \therefore \square = 42$$

1.º → □ = 42
2.º → □ + 2 = 44

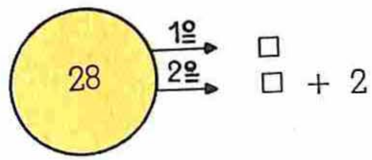
Resposta: Os números são 42 e 44.

3) **Exemplo:**

A soma de dois números ímpares consecutivos é 28. Quais são esses números?

A característica de dois números ímpares consecutivos é que um deles é duas unidades a mais do que o outro.

Temos então:



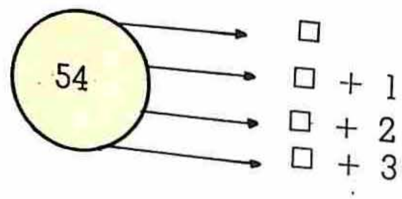
$$2\,\square + 2 = 28$$
$$2\,\square = 28 - 2$$
$$2\,\square = 26$$
$$\square = \frac{26}{2} \therefore \square = 13$$

1.º → □ = 13
2.º → □ + 2 = 15

Resposta: Os numeros são 13 e 15.

4) Exemplo:

A soma de quatro números consecutivos é 54. Quais são esses números?



SÉRIE 49

1) A soma de dois números consecutivos é 47. Quais são esses números?
2) A soma de dois números ímpares consecutivos é 120. Quais são esses números?
3) A soma de dois números ímpares consecutivos é 188. Quais são esses números?
4) Achar a soma de três números pares consecutivos, sabendo-se que o maior é 22.
5) Achar a soma de três números ímpares consecutivos, sabendo-se que o do meio é 35.
6) Achar a soma de 3 números consecutivos, sabendo-se que o maior é 28.
7) A soma de três números consecutivos é 90. Quais são esses números?
8) A soma de 3 números pares consecutivos é 192. Quais são esses números?
9) A soma de 3 números ímpares consecutivos é 171. Quais são esses números?
10) A soma de 4 números pares consecutivos é 218. Quais são esses números?
11) A soma de 4 números pares consecutivos é 36. Quais são esses números?
12) A soma de 4 números ímpares consecutivos é 120. Quais são esses número?

CAPÍTULO V

Divisibilidade

1 Múltiplos de um número.

Observações:

$$\begin{array}{rcl}
 & & 0 \times 7 = 0 \\
7 & \longrightarrow & 1 \times 7 = 7 \\
7 + 7 & \longrightarrow & 2 \times 7 = 14 \\
7 + 7 + 7 & \longrightarrow & 3 \times 7 = 21 \\
7 + 7 + 7 + 7 & \longrightarrow & 4 \times 7 = 28 \\
7 + 7 + 7 + 7 + 7 & \longrightarrow & 5 \times 7 = 35 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . & & . \; . \; . = . \; .
\end{array}$$

Dizemos que: 0, 7, 14, 21, 28, 35 ... são múltiplos de 7

Múltiplo de um número dado é o produto (resultado da multiplicação) de um número inteiro qualquer por esse número dado.

número dado

$$\text{Número inteiro qualquer} \left\{ \begin{array}{l}
0 \times 7 = 0 \\
1 \times 7 = 7 \\
2 \times 7 = 14 \\
3 \times 7 = 21 \\
4 \times 7 = 28 \\
5 \times 7 = 35 \\
\ldots \times 7 = \ldots \\
\ldots \times 7 = \ldots
\end{array} \right\} \text{Múltiplo do número dado.}$$

número dado

Temos então o conjunto dos múltiplos de 7.

M (7) = {0, 7, 14, 21, 28, 35, ..}

- Achar o conjunto dos múltiplos de:

  a) 5 b) 8 c) 11 d) 0

Observações.

1.ª **Um número possui infinitos múltiplos**

M (9) = {0, 9, 18, 27 . . .}

M (10) = {0, 10, 20, 30, 40 . . .}

2.ª **Todo o número é múltiplo de si mesmo.**

12 é múltiplo de 12 (1 × 12 = 12)

16 é múltiplo de 16 (1 × 16 = 16)

24 é múltiplo de 24 (1 × 24 = 24)

3.ª **Todo número é múltiplo de 1**

17 é múltiplo de 1 (17 × 1 = 17)

19 é múltiplo de 1 (19 × 1 = 19)

Todo o número é múltiplo de si mesmo e da unidade.

4.ª **Se um número é múltiplo de outro, dizemos que ele é divisível por este outro.**

14 é múltiplo de 7

14 é divisível por 7.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 7 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

A condição necessária para que um número seja divisível por outro é que a divisão do maior pelo menor seja exata.

5.ª **Se um número é múltiplo de outro, dizemos que o menor é submúltiplo do maior.**

6.ª **Os múltiplos de um número são iguais ou maiores que o número dado, com exceção do zero que é múltiplo de todos os números.**

$$M\,(15) = \{0, \underset{\text{igual}}{15}, \underbrace{30, 45, 60, \ldots\ldots\ldots}_{\text{maiores}}\}$$

SÉRIE 50

1. a) 16 é múltiplo de 8? Por quê?
   b) 25 é múltiplo de 25? Por quê?
   c) 20 é múltiplo de 5? Por quê?
   d) 15 é múltiplo de 30? Por quê?
   e) 36 é múltiplo de 18? Por quê?
   f) Dê um número múltiplo de 11, que seja menor do que o próprio 11.
   g) Qual é o maior múltiplo de 30?
   h) Qual é o menor múltiplo de 30 (excluindo zero)?
   i) 148 é divisível por 9? Por quê?
   j) 234 é divisível por 9? Por quê?

2. Dê o conjunto dos múltiplos de:
   a) 25 b) 19 c) 35 d) 1

3. a) Qual é o primeiro múltiplo de 16 que vem antes de 185?

   Solução:

   $$\begin{array}{r|l} 185 & 16 \\ \hline 25 & 11 \\ 9 & \end{array} \qquad 185 - 9 = 176.$$

   Resposta: O primeiro múltiplo de 16 antes de 185 é 176.

   b) Qual é o primeiro múltiplo de 12 depois de 125?

   Solução:

   $$\begin{array}{r|l} 125 & 12 \\ \hline 05 & 10 \end{array}$$

   125 − 5 = 120 (primeiro múltiplo antes de 125)

   120 + 12 = 132

   c) Qual é o primeiro múltiplo de 25 antes de 320?

   d) Qual é o primeiro múltiplo de 35 depois de 153?

2 Divisores de um número.

Se um número é múltiplo de outro (12 é múltiplo de 3) dizemos que o maior (12) é **divisível** pelo menor (3).

$$12 \xrightarrow{\text{Divisível}} 3$$

$$12 \xrightarrow[\text{Múltiplo}]{} 3$$

Se o número (12) é **divisível** por outro (3), dizemos que o menor (3) é **divisor** do maior (12).

$$3 \xrightarrow{\text{Divisor}} 12$$

12 é múltiplo de 12 ∴ 12 é divisor de 12
12 é múltiplo de 6 ∴ 6 é divisor de 12
12 é múltiplo de 4 ∴ 4 é divisor de 12
12 é múltiplo de 3 ∴ 3 é divisor de 12
12 é múltiplo de 2 ∴ 2 é divisor de 12
12 é múltiplo de 1 ∴ 1 é divisor de 12

Conjunto dos divisores de 12.

D (12) = {1, 2. 3, 4, 6, 12}

Exercício 1:

Determinar mentalmente o conjunto dos divisores de·
a) 15 b) 18 c) 20 d) 22

Observações:

1.ª Um número inteiro tem determinado número de divisores.

Exemplos:

a) D (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}
12 tem seis divisores
b) D (15) = {1, 3, 5, 15}
c) D (13) = {1, 13}
13 tem dois divisores

2.ª Todo número é divisível por si mesmo.

6 é divisível por 6, porque, 6 ÷ 6 = 1
17 é divisível por 17, porque 17 ÷ 17 = 1

3.ª Todo número é divisível por 1.

10 é divisível por 1 ∴ 1 é divisor de 10.

10 | 1
0   10

33 é divisível por 1 ∴ 1 é divisor de 33.

33 | 1
0   33

4.ª Todo número é divisor de si mesmo.

6 é divisor de 6
45 é divisor de 45.

5.ª O menor divisor de um número é 1, e o maior divisor de um número é esse mesmo número.

Menor divisor de 18 é 1

18 | 1
0   18

Maior divisor de 18 é 18·

18 | 18
0   1

6.ª Para verificar se um número é divisível por outro. é necessário efetuar a divisão.

Se o resto da divisão for zero um número é divisível pelo outro.

Exemplo: Verificar se 45 é divisível por 9.

45 | 9
0   5

Resposta: 45 é divisível por 9, porque o resto da divisão de 45 por 9 é zero.

Se o resto da divisão for diferente do zero, um número não é divisível pelo outro.

Exemplo: Verificar se o número 74 é divisível por 12

$$\begin{array}{r|l} 74 & 12 \\ \hline 2 & 6 \end{array}$$

Resposta: 74 não é divisível por 12, porque o resto da divisão de um pelo outro é 2.

Diz-se que um número "a" é divisível por "b" se "a ÷ b" é exato.

$$a \div b = c$$

Exemplo:

$a = 15$
$b = 3$
$c = 15 \div 3 = 5$

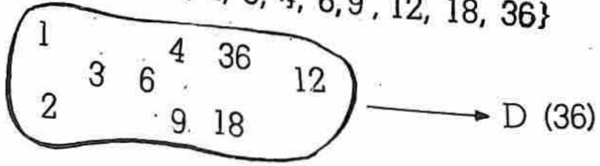
Dizemos que "a" é múltiplo de "b" e "c".

SÉRIE 51

1. a) 6 é divisor de 30?
   b) 8 é divisor de 4?
   c) 12 é divisor de 12?
   d) 5 é divisor de 13?
   e) 28 é divisível por 7?
   f) 1 é divisor de 16?
   g) Qual é o menor divisor de 14?
   h) Qual é o maior divisor de 14?
2. Determinar mentalmente o conjunto dos divisores de:
   a) 8 b) 10 c) 17 d) 20
3. Responda com símbolos:
   a) O número 4 pertence ao conjunto dos divisores de 36?

Resposta:

D (36) = {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}



$4 \in \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$4 \in D\ (36)$

   b) O número 7 pertence ao conjunto dos divisores de 15?
   c) O número 27 pertence ao conjunto dos divisores de 54?

SÉRIE 52

1. a) O que o número 5 é de 45?
   b) O que o número 20 é de 20?
   c) Qual é o menor múltiplo de 24? (excluindo o zero)
   d) Qual é o maior múltiplo de 83?
   e) O que o 49 é de 7?
   f) Dê um número múltiplo de 16, que seja 14 vezes maior do que o próprio 16.
   g) Dê um número submúltiplo de 22.
   h) 13 e divisor de 13? Por quê?
   i) 6 é múltiplo de 18?
2. Determinar mentalmente o conjunto dos divisores de:
   a) 39 b) 28 c) 30 d) 23
3. Determinar o conjunto dos múltiplos de:
   a) 33 b) 17 c) 45 d) 80
4. Determinar o conjunto dos múltiplos de zero.
5. Responda com símbolos:
   a) 7 pertence ao conjunto dos divisores de 42?
   b) 6 pertence ao conjunto dos divisores de 35?
   c) 15 pertence ao conjunto dos múltiplos de 3?
   d) 24 pertence ao conjunto dos múltiplos de 5?
6. a) Qual é o maior divisor de 10?
   b) Qual é o menor múltiplo de 10?
   c) Qual é o menor múltiplo de 15?
   d) Qual é o maior múltiplo de 15?

3 Caracteres de divisibilidade:

Para verificarmos se um número é ou não divisível por outro temos que efetuar a divisão.

Há, porém, regras que permitem verificar sem fazer a divisão, se um número é ou não divisível por outro. Estas regras chamam-se **caracteres de divisibilidade.**

Caracteres de divisibilidade: são regras que permitem verificar sem fazer a divisão se um número é ou não divisível por outro.

[3A] Divisibilidade por 2.

Um número é divisív
el por dois quando é par.

★ 376 é divisível por dois porque é par

★ 435 não é divisível por 2 porque é ímpar.

Exercício 1

Verifique se os números 268 e 455 são divisíveis por 2

[3B] Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 3.

★ 312 é divisível por 3 porque a soma dos valores absolutos de seus algarismos (3+1+2 = 6) é divisível por 3.

★ 712 não é divisível por 3 porque a soma dos valores obsolutos de seus algarismos (7+1+2 = 10) não é divisível por 3.

Exercício 2

Verifique se os números 2.136 e 5.143 são divisíveis por 3.

[3C] Divisibilidade por 5.

Um número é divisível por 5 quando termina em zero ou 5.

★ 3.780 é divisível por 5 porque termina em zero.

★ 4.685 é divisível por 5 porque termina em 5.

★ 3.478 não é divisível por 5 porque não termina em zero ou 5.

Exercício 3

Verifique se os números 735, 844 e 270 são divisíveis por 5.

[3D] Divisibilidade por 9.

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos de seus algarismos for divisível por 9.

★ 3.546 é divisível por 9 porque a soma dos valores absolutos de seus algarismos (3+ 5 + 4 + 6 = 18) é divisível por 9.

★ 2.535 não é divisível por 9 porque a soma 2 + 5 + 3 + 5 = 15, não é divisível por.9.

Exercício 4.

Verifique se os números 53.487 e 34.684 são divisíveis por 9.

[3E] Divisibilidade por 10.

Um número é divisível por 10 quando termina em zero.

★ 370 é divisível por 10 porque termina em zero.

★ 375 não é divisível por 10 porque não termina em zero.

Exercício 5.

Verifique se os números 70 e 74 são divisíveis por 10.

[3F] Divisibilidade por 100.

Um número é divisível por 100 quando termina em dois zeros.

★ 7.200 é divisível por 100 porque termina em dois zeros.

★ 920 não é divisível por 100 porque não termina em dois zeros.

Exercício 6:

Verifique se os números 1.207 e 5.400 são divisíveis por 100.

[3G] Divisibilidade por 1.000.

Um número é divisível por 1.000 quando termina em três zeros.

Exercício 7:

Verifique se os números 120, 3.700, 4.000 e 3.600.000 são divisíveis por 1.000.

[3H] Divisibilidade por 11.

Um número é divisível por 11 quando a diferença entre a soma dos algarismos de ordem ímpar (Si) e a soma dos algarismos de ordem par (Sp) for 0, 11, 22 ..., se Si for maior do que Sp.

★ Verificar se o número 429 é divisível por 11.

Solução: $\begin{cases} \text{I} \rightarrow \text{ímpar} \\ \text{P} \rightarrow \text{par} \end{cases}$

429	Si = 4 + 9 = 13
IPI	Sp = 2
	Si — Sp = 13 — 2 = 11

Resposta: O número 429 é divisível por 11.

★ Verificar se o número 5.687 é divisível por 11.

Solução:

5.687	Si = 6 + 7 = 13
P IPI	Sp = 5 + 8 = 13
	Si − Sp = 13 − 13 = 0

Resposta: O número 5.687 é divisível por 11.

★ Verificar se o número 43.675 é divisível por 11.

Solução:

43.675	Si = 4 + 6 + 5 = 15
IP IPI	Sp = 3 + 7 = 10
	Si − Sp = 15 − 10 = 5

Resposta: O número 43.675 não é divisível por 11.

★ Verificar se o número 534.282 é divisível por 11.

Solução:

534.282	Si = 2 + 2 + 3 = 7
PIP IPI	Sp = 5 + 4 + 8 = 17

Como Si é menor do que Sp devemos adicionar 11 unidades a Si.

Temos:

Si = 7 + 11 = 18
Sp = 17
Si − Sp = 18 = 17 = 1

Resposta: O número 534.282 não é divisível por 11.

Exercício 8:

Verificar se os números 352, 4.538, 67.342, são divisíveis por 11.

SÉRIE 53

1) a) Verificar se o número 23.400 é divisível por 2, 3, 5, 9, 10, 11 e 100. Explicar o porque.

Resposta:

Por 2: Sim, porque é par.

Por 3: Sim, porque a soma dos valores absolutos dos algarismos é um número divisível por 3.

Por 5: Sim, porque termina em zero.

Por 9: Sim, porque a soma dos valores absolutos de seus algarismos dá um número divisível por 9.

Por 10: Sim, porque termina em zero.

Por 11: Não, porque Si − Sp = 5 − 3 = 2 não é 0, 11, 22 ...

Por 100: Sim, porque termina em dois zeros.

b) Verificar se o número 43.236 é divisível por 2, 3, 5, 9, 10 e 11 e explicar o porque.

2) a) Dados os números 37, 1.230, 125, 200, 426, dizer quais são os divisíveis por 10 e explicar o porque.

b) Dados os números 73, 287, 376, 234, 7.362, dizer quais são os divisíveis por 3 e explicar o porque.

3) Verificar sem efetuar a operação, se os números abaixo são divisíveis por 2, 3, 5, 9, 10 e 11.

	2	3	5	9	10	11
234 →	Sim	Sim	Não	Sim	Não	Não
36 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
320 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
550 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
2.736 →	....,	....,	....,	....,	....,	....

4) Verifique se os números abaixo são divisíveis por 2, 3, 5, 9, 10 e 11.

	2	3	5	9	10	11
230 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
2.357 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
7.835 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
3.453 →	....,	....,	....,	....,	....,	....
2.340 →	....,	....,	....,	....,	....,	....

5) a) Qual deve ser o valor do □ para que o número 2 □ 5 seja divisível por 3?

b) Qual deve ser o valor do □ para que o número 7.28 □ seja divisível por 10?

c) Quais algarismos podem ser colocados no lugar do □ para que o número 7.53 □ seja divisível por 5?

d) Qual deve ser o valor de X para que o número 3.4X7, seja divisível por 9?

e) Qual deve ser o valor de N para que o número 3.N55 seja divisível por 3 e por 9 ao mesmo tempo?

f) Qual deve ser o valor de X para que o número 63X seja divisível por 2 e por 5 ao mesmo tempo?

g) Qual deve ser o valor de N e Y para que o número 6.N2Y seja divisível por 9 e por 10 ao mesmo tempo?

6) Escrever o maior número de 3 algarismos significativos e verificar se o mesmo é divisível por 2, 3, 5, 9, 10 e 11 e explicar o porque.

CAPÍTULO VI
Potenciação

Potenciação

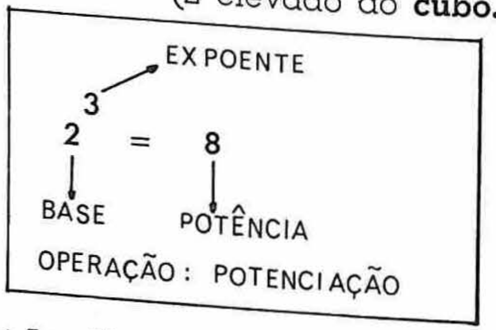
[A] Uma **soma de parcelas iguais** resulta na operação chamada **multiplicação.**

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$$

[B] Um **produto de fatores iguais** resulta na operação chamada **potenciação.**

★ $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

2^3 lê-se: 2 elevado à **terceira potência** ou 2 elevado ao **cubo.**



★ $5 \times 5 = 5^2$

5^2 lê-se 5 elevado à **segunda potência** ou 5 elevado ao **quadrado.**

★ $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$

5^4 lê-se: 5 elevado à **quarta potência**

[C] Todo número elevado ao expoente 1 é igual a ele mesmo.

$27^1 = 27$
$50^1 = 50$
$30^1 = 30$
$X^1 = X$
$Y^1 = Y$

[D] O número 1 elevado a qualquer expoente é igual a 1.

$1^2 = 1 \times 1 = 1$
$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$
$1^4 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$
$1^x = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times \ldots\ldots \times 1}_{\text{x vezes 1}} = 1$

[E] Zero elevado a qualquer expoente é zero.

$0^3 = 0 \times 0 \times 0 = 0$
$0^4 = 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$
$0^x = \underbrace{0 \times 0 \times 0 \ldots\ldots \times 0}_{\text{x vezes zero}} = 0$

[F] Qualquer número elevado ao expoente "0" é igual a 1.

$5^0 = 1$ $\quad x^0 = 1$
$20^0 = 1$ $\quad y^0 = 1$

Exercício 1.

Complete e procure memorizar o quadro abaixo:

$1^2 = \ldots\ldots$	$11^2 = \ldots\ldots$
$2^2 = \ldots\ldots$	$12^2 = \ldots\ldots$
$3^2 = \ldots\ldots$	$13^2 = \ldots\ldots$
$4^2 = \ldots\ldots$	$14^2 = \ldots\ldots$
$5^2 = \ldots\ldots$	$15^2 = \ldots\ldots$
$6^2 = \ldots\ldots$	$16^2 = \ldots\ldots$
$7^2 = \ldots\ldots$	$17^2 = \ldots\ldots$
$8^2 = \ldots\ldots$	$18^2 = \ldots\ldots$
$9^2 = \ldots\ldots$	$19^2 = \ldots\ldots$
$10^2 = \ldots\ldots$	$20^2 = \ldots\ldots$

Exercício 2.

Complete e procure memorizar o quadro abaixo:

$2^3 = \ldots\ldots$	$3^4 = \ldots\ldots$
$2^4 = \ldots\ldots$	$4^3 = \ldots\ldots$
$2^5 = \ldots\ldots$	$5^3 = \ldots\ldots$
$3^3 = \ldots\ldots$	

SÉRIE 54

1) Transforme os seguintes produtos em potências:

a) **Exemplo:**

$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

b) $5 \times 5 = \ldots\ldots$

c) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = \ldots\ldots$

d) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = \ldots\ldots$

e) **Exemplo:**

$3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^3$

3^2 5^3

f) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 =$

g) $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 =$

2) Complete:

Expoente

$3^4 = 81 \rightarrow \ldots$

$\ldots\ldots$ Operação $\rightarrow \ldots\ldots$

3) Leia:

a) 2^5 b) 3^2 c) x^2 d) y

4) Escreva sob a forma de produto de fatores iguais:

Exemplo:

a) $7^2 = 7 \times 7$

b) $11^3 =$

c) $3^4 \times 5^3 =$

5) Efetue:

Exemplo:

a) $12^2 = 144$

b) $25^1 =$

c) $1^8 =$

d) 7^3

e) $0^{19} =$

f) $502^0 =$

g) $3^4 \times 5 =$

h) $1^0 \times 5^2 =$

i) $0^7 \times 25^2 =$

SÉRIE 55

Efetue e diga se é V (verdadeiro) ou F (falso):

1) $\left.\begin{array}{l} A = 2^3 \\ B = 3^2 \end{array}\right\} A = B$

Solução:

$A = 2^3 = 8$
$B = 3^2 = 9$

Resposta: Falso

2) $\left.\begin{array}{l} A = 2^4 \\ B = 4^2 \end{array}\right\} A = B$

3) $\left.\begin{array}{l} A = 2^3 + 3^2 \\ B = 2^3 \times 3^2 \end{array}\right\} A = B$

4) $\left.\begin{array}{l} A = 2^3 \times 3^2 \\ B = 2^2 \times 3^3 \end{array}\right\} A = B$

5) $\left.\begin{array}{l} A = 2^4 + 3^4 \\ B = (2 + 3)^4 \end{array}\right\} A = B$

6) $\left.\begin{array}{l} A = 2^4 \times 3^4 \\ B = (2 \times 3)^4 \end{array}\right\} A = B$

SÉRIE 56

Complete, conforme o exemplo:

1) **Exemplo:** $\left.\begin{array}{l} A = 2^3 = .8. \\ B = 3^2 = .9. \end{array}\right\} A < B$

2) $\left.\begin{array}{l} C = 2^2 + 3^2 = \ldots. \\ D = 2^2 \times 3^2 = \ldots. \end{array}\right\} C \ldots D$

3) $\left.\begin{array}{l} A = 5^0 = \ldots. \\ B = 0^5 = \ldots. \end{array}\right\} A \ldots B$

4) $\left.\begin{array}{l} C = 2^3 \times 3^3 = \ldots. \\ D = (2 \times 3)^3 = \ldots \end{array}\right\} \; C \ldots D$

Expressões com potências:

SÉRIE 57

Regra: Efetuam-se as potências e procede-se como nas expressões das 4 operações.

1) **Exemplo:**

Efetue:

$2^4 \times 5 - 14$

Solução:

$$\begin{aligned} & 2^4 \times 5 - 14 = \\ = & \ 16 \times 5 - 14 = \\ = & \ 80 - 14 = 66 \end{aligned}$$

2) $27 - 2 \times 3^2$

3) $2^2 \times 3 + 5^3 - 7^2$

4) $3^4 - 2^3 \times 5 + 3 \times 7$

5) $(2^4 - 5) \times 4^2$

6) $(2^5 - 3^2) \times (7 + 4^3)$

7) $(3^4 - 31) \div 5^2$

8) $5^2 - [2 \times (3^2 + 1^0)] + (2^2 \times 3^0 + 5^0)$

9) $1^5 + 50^0 \times (2 \times 5^2) + [40 + (6 \times 3^2 - 3^4)]$

10) $0^6 \times (2^5 + 3^4 + 5^3)$

11) $(2^6 - 2^5) \div 2^4 + 3^2 \times (5^4 \div 25)$

12) **Exemplo:**

$(2^3 - 5)^2$

Solução:

$(2^3 - 5)^2 = (8 - 5)^2 = 3^2 = 9$

13) $(4^2 - 3^2)^2 + 2^3 \times 5$

14) $(2^3 - 3)^3 - (2^4 \div 4)^3$

CAPÍTULO VII

Números primos

1 Números primos, números compostos.

Observe com muita atenção:

* Divisores de 1: {1}
" de 2: {1, 2}
" de 3: {1, 3}
" de 4: {1, 2, 4}
" de 5: {1, 5}
" de 6: {1, 2, 3, 6,}
" de 7: {1, 7}
" de 8: {1, 2, 4, 8,}
" de 9: {1, 3, 9}
" de 10: {1, 2, 5, 10}
" de 11: {1, 11}
" de 12: {1, 2, 3, 4, 6, 12}
" de 13: {1, 13}
" de 14: {1, 2, 7, 14}
" de 15: {1, 3, 5, 15}
" de 16: {1, 2, 4, 8, 16}
" de 17: {1, 17}
" de 18: {1, 2, 3, 6, 9, 18}

* **Números com um divisor:** Só há um número com 1 divisor: o **número 1.**

* Números com 2 divisores: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ... (chamados **números primos**).

* Números com mais de dois divisores: 4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18 ... (são chamados **números compostos**).

* Só um número possui infinitos divisores: o **número zero.**

Número primo é todo número que tem somente dois divisores: o próprio número e a unidade.

Número primo é todo o número natural diferente de 1 que é divisível por si mesmo e a unidade.

* O conjunto dos números primos é **infinito.**
{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...}

2 Tábua dos números primos, até um número dado.

Como já vimos, o conjunto dos números primos é infinito e, para fins de estudo, costuma-se construir uma "tábua" chamada "Crivo de Eratóstenes", com o objetivo de achar os números primos, até um número dado. Consideramos o conjunto dos números, **de** 1 **até** 100;

Crivo de Eratóstenes

Construção do conjunto dos números primos até 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	33	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

1) Escrevem-se os números de 1 até 100.

2) Riscam-se o número 1, que não é primo.

3) Riscam-se os múltiplos de 2, a partir de seu quadrado ($2^2 = 4$): 4, 6, 8, 10, ..., 98 100. (não são primos, porque são múltiplos de 2).

2 é um número primo

4) Riscam-se os múltiplos de 3, a partir de seu quadrado ($3^2 = 9$): 9,12,15, 18, 21, 24, ..., 99 (não são primos, porque são múltiplos de 3).

3 é um número primo.

5) Riscam-se os múltiplos do primeiro número primo que não foi riscado (5), a partir de seu quadrado ($5^2 = 25$): 25, 30, 35, 40, ..., 100 não são primos, porque são divisíveis por 5).

5 é um número primo.

6) Riscam-se os múltiplos do 1.º número primo que não foi riscado (7), a partir de seu quadrado ($7^2 = 49$) e assim por diante.

7) Continua-se riscando, até que o quadrado do número primo que se considera seja maior que o limite da Tábua.

$11^2 = 121 \rightarrow$ Não é possível contar os múltiplos de 11, a partir de seu quadrado ($11^2 = 121$), porque o número 121 não está mais na Tábua.

8) Os números que ficaram sem riscar formam o conjunto dos números primos.

3 Reconhecimento de um número primo:

Divide-se o número dado pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... Se nenhuma das divisões for exata, o número dado é primo. As tentativas terminam, quando o quociente torna-se menor ou igual ao divisor.

Exemplo:

Verificar se o número 197 é primo.

Solução:

— Não é divisível por 2, porque não é par.

— Não é divisível por 3, porque a soma $1 + 9 + 7 = 17$ não é divisível por 3.

— Não é divisível por 5, porque não termina em 0 ou 5.

$$\begin{array}{r|l} 197 & 7 \\ \cline{2-2} 57 & 28 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 197 & 11 \\ \cline{2-2} 87 & 17 \\ 10 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 197 & 13 \\ \cline{2-2} 67 & 15 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 197 & 17 \\ \cline{2-2} 27 & 11 \\ 10 & \end{array}$$

Resposta: O número 197 é primo, porque só tem dois divisores: ele mesmo e a unidade.

SÉRIE 58

1) Qual é o menor número primo com dois algarismos?
2) Qual é o maior número primo com dois algarismos?
3) Escreva 7 números primos, com dois algarismos cada um.
4) Sem usar a "tábua", reconhecer se os números dados são primos:

   a) 786 c) 59 e) 143
   b) 735 d) 227 f) 401

5) Quantos divisores possui o número primo 547?
6) Quais são os números pares que são primos?
7) Um número pode ser ímpar e não ser primo? Exemplifique.
8) O triplo de um número primo é primo? Verifique com um exemplo.

4 Tábua dos números primos menores que 1.000.

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41
43 47 53 59 61 67 71 73 78 83 89 97
101 103 107 109 113 127 131 137 139 149
151 157 163 167 173 179 181 191 193 197
199 211 223 227 229 233 239 241 251 257
263 269 271 277 281 283 293 307 311 313
317 331 337 347 349 353 359 367 373 379
383 389 397 401 409 419 421 431 433 439
443 449 457 461 463 467 479 487 491 499
503 509 521 523 541 547 557 563 569 571
577 587 593 599 601 607 613 617 619 631
641 643 647 653 659 661 673 677 683 691
701 709 719 727 733 739 743 751 755 761
769 773 787 797 809 811 821 823 827 829
839 853 857 859 863 877 881 883 887 907
911 919 929 937 941 947 953 967 971 977
983 997

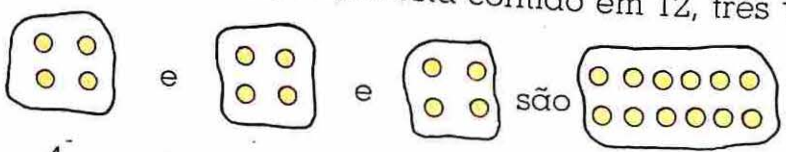
CAPÍTULO VIII
Fatoração

1 Fatores de um número.

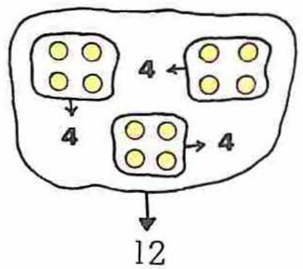
Um número é fator (divisor) de outro, quando está contido neste outro, um número exato de vezes.

Exemplo 1:

4 é fator de 12, porque está contido em 12, três vezes.



$$\underbrace{4 + 4 + 4} = 12$$



3 vezes 4 são 12
$3 \times 4 = 12$

Exemplo 2:

6 é fator de 30, porque está contido em 30, cinco vezes.

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$$

5 vezes 6 são 30
$5 \times 6 = 30$

★ Tomemos o conjunto dos fatores de 12.

F (12) → Conjunto dos fatores de 12.

F (12) = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

$1 \times 12 = 12 \rightarrow$ 1 e 12 são fatores de 12.
$2 \times 6 = 12 \rightarrow$ 2 e 6 são fatores de 12.
$3 \times 4 = 12 \rightarrow$ 3 e 4 são fatores de 12.

★ O número um tem somente um fator: ele mesmo.

F (1) = {1}

★ O **número primo** 23 tem 2 fatores: ele mesmo e a unidade.

F (23) = {23, 1}

Exercício 1:

Quais são os fatores de:

a) 18. b) 33 c) 19

2 Decomposição de um número em seus fatores primos.

Decompor um número em seus fatores primos, é convertê-lo em um **produto** de fatores que sejam números primos.

Seja por exemplo, decompor o número 180 em seus fatores que sejam números primos.

Vemos que 180 é divisível por dois, que é o seu menor fator primo.

Assim: $180 = 2 \times 90$

Vemos ainda que 90 é divisível por dois, que é seu menor fator primo.

$$180 = 2 \times \overbrace{2 \times 45}^{90}$$

Vemos que 45 não é divisível por dois, toma-se então o seguinte número primo que é 3 e temos 45 que é divisível por 3.

$$180 = 2 \times 2 \times \overbrace{3 \times 15}^{45}$$

15 é divisível por 3, então

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times \overbrace{3 \times 5}^{15}$$

5 é o outro fator primo.

Temos aí o número 180 expresso como o produto de fatores primos

$$
\begin{aligned}
&180\\
&180 = 2 \times 90\\
&180 = 2 \times 2 \times 45\\
&180 = 2 \times 2 \times 3 \times 15\\
&180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5
\end{aligned}
$$

Todo número composto pode ser expresso como o produto de seus fatores primos.

3 Regra prática para decompor um número em seus fatores primos.

Divide-se o número dado pelo menor de seus fatores primos. A seguir divide-se o quociente pelo **menor** de seus fatores primos e assim sucessivamente, até que o quociente seja 1.

Obs. 1: Colocam-se os quocientes e os fatores primos em duas colunas separadas por um traço.

Obs. 2: O número dado será o produto dos fatores primos encontrados.

Exemplo: Decompor o número 180, em seus fatores primos.

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

Escrevendo-se em forma de potência:

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

Exercício 2.

Decompor, em seus fatores primos, os seguintes números:

a) 252 b) 112 c) 144 d) 315

4 Achar todos os divisores de um número

1) Faz-se a decomposição do número em seus fatores primos.
2) Faz-se um traço à direita dos fatores primos.
3) Escreve-se o número "1", na linha acima dos fatores primos e à direita do traço. O número "1" será o primeiro divisor do número dado.
4) Os outros divisores serão obtidos multiplicando-se cada um dos fatores primos (que estão entre os traços) pelos números que vêm à direita e acima dele. Não pode aparecer um divisor mais de uma vez.

Exemplo: Achar todos os divisores de 180

		1
180	2	2
90	2	4
45	3	3 — 6 — 12
15	3	9 — 18 — 36
5	5	5 — 10 — 20 — 15 — 30 — 60
		— 45 — 90 — 180
1		

D (180) = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180}

Exercício 4:

Achar todos os divisores de:

a) 72 b) 90 c) 300

5 Achar o conjunto dos divisores comuns de dois números dados:

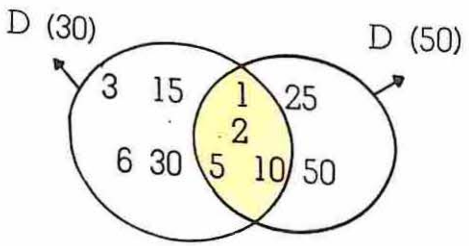
Acham-se os conjuntos dos divisores dos números dados. O conjunto interseção será o conjunto dos divisores comuns.

Exemplo: Achar o conjunto dos divisores comuns aos números 30 e 50:

		1
30	2	2
15	3	3, 6
5	5	5, 10, 15, 30
1		

		1
50	2	2
25	5	5, 10
5	5	25, 50
1		

D (30) = {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}
D (50) = {1, 2, 5, 10, 25, 50}



D (30) ∩ D (50) = {1, 2, 5, 10}

{1, 2, 5, 10} é o conjunto dos divisores comuns de 30 e 50.

Exercício 5:

Achar o conjunto dos divisores comuns de:
a) 72 e 40 b) 60 e 80

CAPÍTULO IX

Números primos entre si

Números primos entre si

Dois ou mais números são primos entre si, quando têm somente o número 1 com divisor comum.

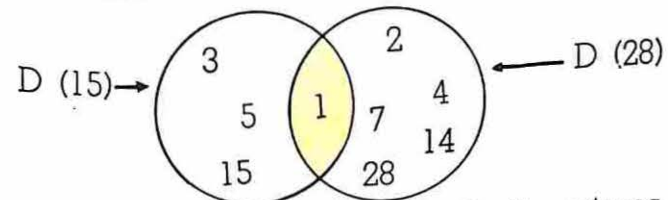
Exemplo 1:
Verificar se os números 15 e 28 são primos entre si.

Solução:

D (15) = {**1**, 3, 5, 15}
D (28) = {**1**, 2, 4, 7, 14, 28}

Determinada a interseção entre D (15) e D (28), temos:

D (15) ∩ D (15) = {1}

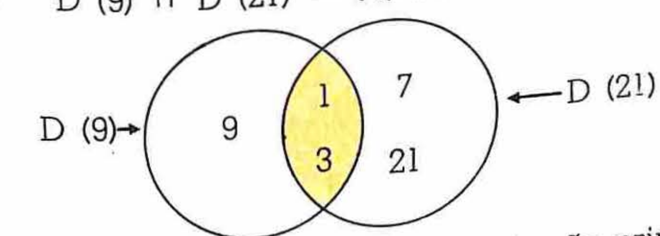


Resposta: Os números 15 e 28 são primos entre si, por admitirem somente o número **1** como divisor comum. O número 28 não é primo. Os números 15 e 28 são primos entre si.

Exemplo 2:

D (9) = {**1**, **3**, 9}
D (21) = {1, 3, 7, 21}

D (9) ∩ D (21) = {1, 3}



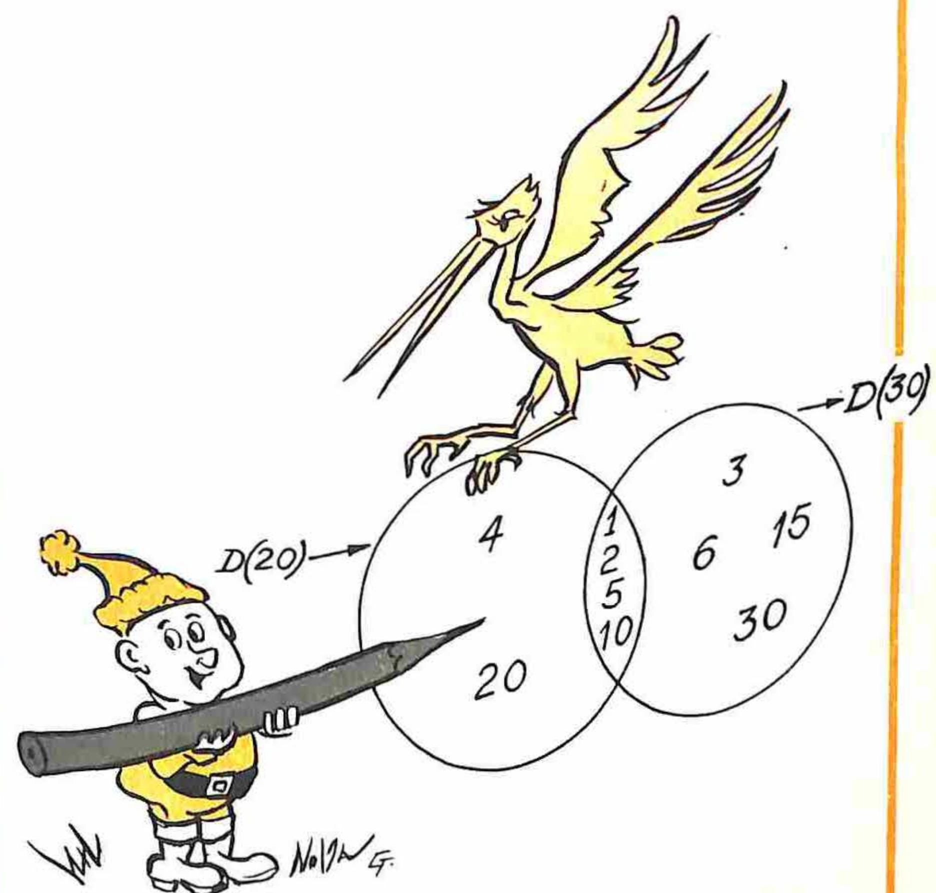
Resposta: Os números 9 e 21 não são primos entre si, porque admitem mais de um divisor comum (1 e 3).

SÉRIE 59

1) Verificar se os números 8 e 21 são primos entre si.
2) Dê um número que seja primo com o número 6
3) Dois números pares podem ser primos entre si? Dê um exemplo.
4) Dois números primos diferentes, são primos entre si? Exemplifique.
5) Dar exemplo de dois números primos entre si, onde um deles seja primo.
6) Dar exemplo de dois números primos entre si, de modo que nenhum deles seja primo.
7) Dar exemplo de dois números que não sejam primos entre si, sendo um deles primo.
8) Dar exemplo de 4 números, de forma que dois deles sejam números primos e 2 não sejam primos, mas os 4 sejam primos entre si.

CAPÍTULO X

Máximo divisor comum (M.D.C.)



Máximo Divisor Comum (M.D.C.)

Pela interseção de conjuntos

Exemplo 1:

Achar o M. D. C. de 20 e 30.

a) Tomemos os conjuntos dos divisores de 20 e 30.

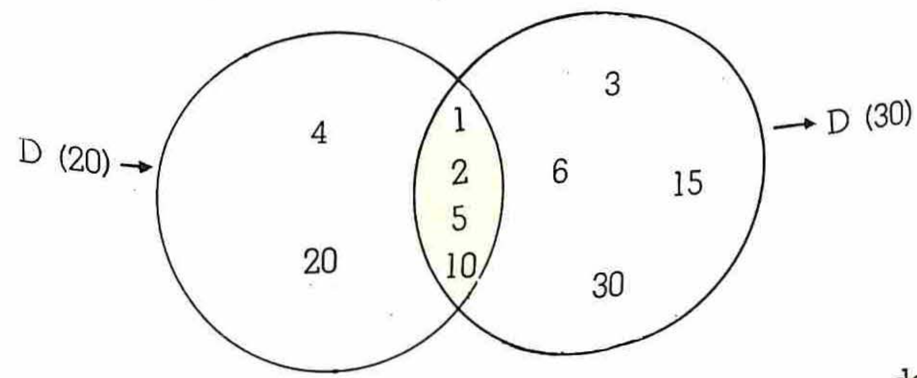
D (20) = {**1**, **2**, 4, **5**, **10**, 20}

D (30) = {**1**, **2**, 3, **5**, 6, **10**, 15, 30}

Obs.: D(20) → significa divisores de 20.

b) Determinemos o conjunto interseção entre esses dois conjuntos e teremos:

D (20) ∩ D (30) = {1, 2, 5, 10}



{1, 2, 5, 10} é o conjunto dos divisores comuns de 20 e 30.

c) Notamos que o número 10 é o maior dos divisores comuns, isto é, 10 é o máximo divisor comum entre D (20) e D (30).

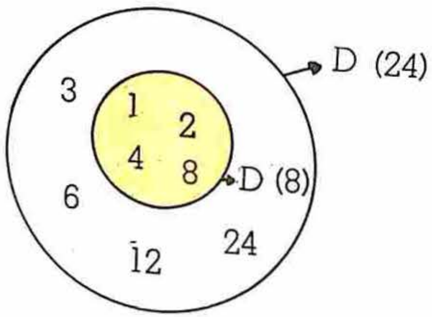
Concluimos que:

M. D. C. (20, 30) = 10

Exemplo 2:

Achar o M. D. C. de 8 e 24.
Solução:
D (8) = {**1**, **2**, **4**, **8**}
D (24) = {**1**, **2**, 3, **4**, 6, **8**, 12, 24}

D (8) ∩ D (24) = {1, 2, 4, 8}



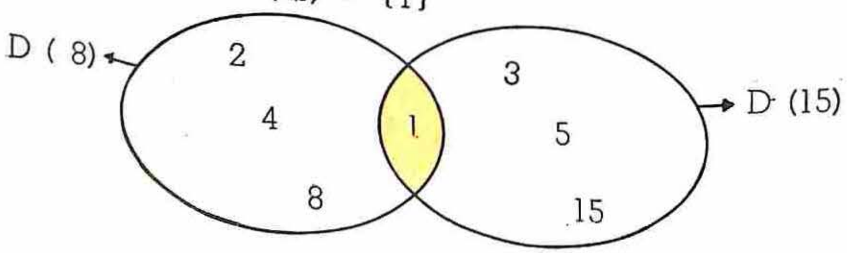
M. D. C. (8, 24) = 8

Observação importante: Quando um número é divisível por outro (24 é divisível por 8) o M. D. C. entre eles é o menor deles.

Exemplo 3:

Achar o M. D. C. entre (8 e 15).
D (8) = {**1**, 2, 4, 8}
D (15) = {**1**, 3, 5, 15}

D (8) ∩ D (15) = {1}



M. D. C. (8, 15) = 1

Observação importante: O M. D. C. de dois números primos entre si é 1.

Exemplo 4:

Achar o M. D. C. entre (8, 20, 24)
D (8) = {**1**, **2**, **4**, 8}
D (20) = {**1**, **2**, **4**, **5**, 10, 20}
D (24) = {**1**, **2**, 3, **4**, 6, 8, 12, 24}

D (8) ∩ D (20) ∩ D (24) = {1, 2, 4}

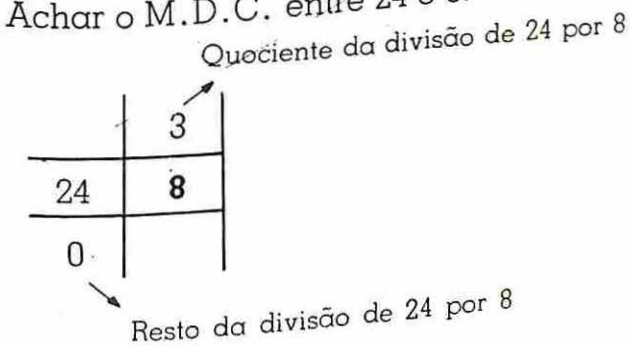
M. D. C. (8, 20, 24) = 4

Pelo algoritmo de Euclides

a) Divide-se o maior pelo menor.
b) Se o resto da divisão for zero, o M. D. C. entre os dois números é o menor deles.
c) Se o resto não for zero, divide-se o menor número pelo resto e assim sucessivamente até que o resto seja zero.
d) O M. D. C. será o último "divisor".

Exemplo 1:

Achar o M.D.C. entre 24 e 8.



M.D.C. (24, 8) = 8

Obs.: Quando em dois números um é divisível pelo outro, o M.D.C. entre eles é o menor.

Exemplo 2:

Achar o M.D.C. entre 90 e 20.

Quociente da divisão de 90 por 20

Quociente da divisão de 20 por 10

	4	2
90	20	**10**
10	0	

Resto da divisão de 20 por 10.

Resto da divisão de 90 por 20.

$$\begin{array}{r|l} 90 & 20 \\ \hline 10 & 4 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 10 \\ \hline 0 & 2 \end{array}$$

M.D.C. (90, 20) = 10

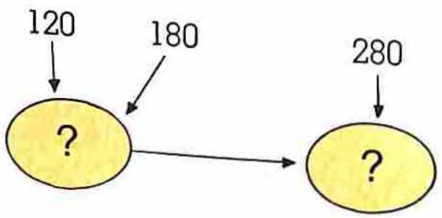
Ache o M.D.C. entre:

1) 405 e 208 2) 340 e 180 3) 650 e 424

Exemplo 3:

Achar o M.D.C. entre 120, 180 e 280.

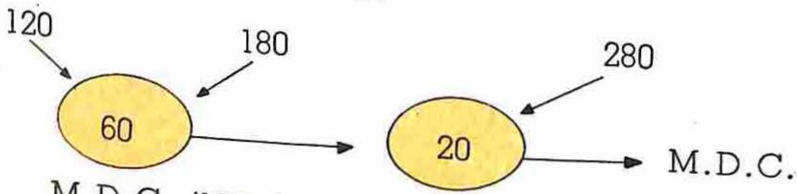
Acha-se primeiro o M.D.C. entre 120 e 180, depois acha-se o M.D.C. entre 280 e o resultado de 120 180.



		1	2
	180	120	**60**
	60	0	

	4	1	2
280	60	40	**20**
40	20	0	

M.D.C. (180, 120) = 60



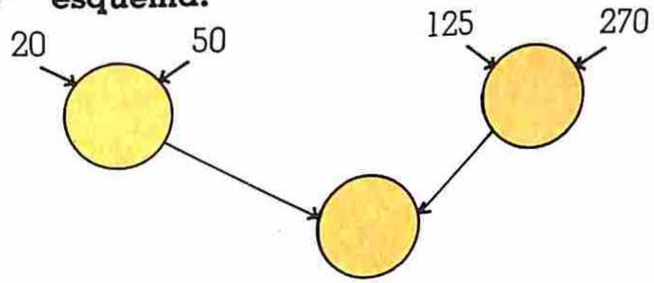
M.D.C. (120, 180, 280) = 20

Exemplo 4:

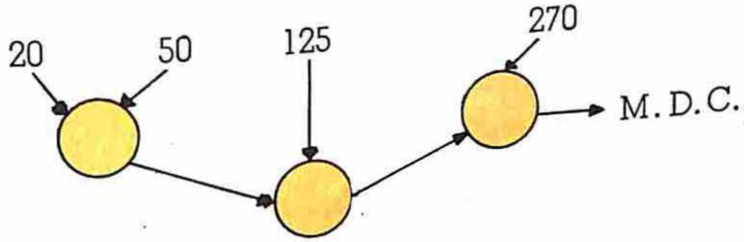
Achar o M.D.C. entre 20, 50, 125 e 270.

Segue-se a ordem dos seguintes esquemas:

1.º esquema:



ou 2.º esquema:



1.º esquema:

	2	2
50	20	**10**
10	0	

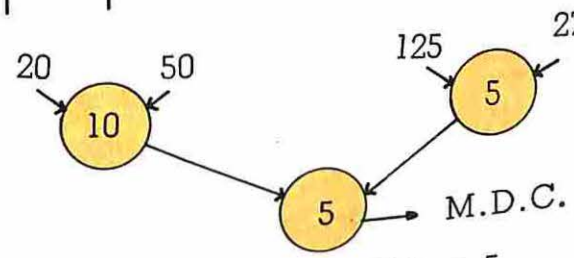
M.D.C. (20, 50) = 10

	2	6	4
270	125	20	**5**

M.D.C. (270, 125) = 5

	2	
10	**5**	
0		

M.D.C. (10, 5) = 5



M.D.C. (20, 50, 125, 270) = 5

2.° esquema:

	2	2
50	20	**10**
10	0	

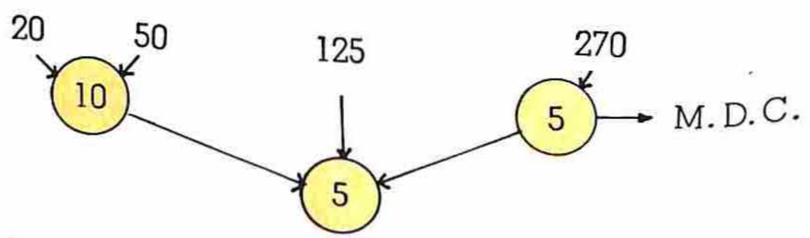
M.D.C. (20, 50) = 10

	12	2
125	10	**5**
5	0	

M.D.C. (125, 10) = 5

	54	
270	**5**	
0		

M.D.C. (270, 5) = 5



M.D.C. (20, 50, 125, 270) = 5

Poderiam ser organizados outros esquemas para achar o M.D.C. de 4 números, todos eles chegando ao mesmo resultado.

SÉRIE 60

Achar

1) M.D.C. (210, 330, 450)

2) M.D.C. (32, 48, 60, 84)

CAPÍTULO XI

Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.)

M.M.C. pela interseção de conjuntos

Exemplo 1:

Achar o M.M.C. de 20 e 30.

a) Tomemos os conjuntos dos múltiplos dos números dados, não considerando o número "zero" que é o múltiplo universal.

M (20) = {20, 40, **60**, 80, 100, **120**, 140, 160, ...}
M (30) = {30, **60**, 90, **120**, 150, 180

Notamos que os múltiplos comuns são 60 e 120.

b) Fazendo a interseção dos M (20) e M (30) teremos o conjunto dos múltiplos de 20 e 30.

M (20) ∩ M (30) = {60, 120, 180, 240, ...}

Se 60 é multiplo de 20 e 30.
Se 120 que é 2 × 60 é múltiplo de 20 e 30.

Temos que:
3 × 60 = 180
4 × 60 = 240 etc., são também múltiplos comuns de 20 e 30.

Notamos que o menor múltiplo comum de 20 e 30 é 60.

M.M.C. (20, 30) = 60

Exemplo 2:

Achar o M.M.C. entre 8 e 24.

M (8) = {8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**, ...}
M (24) = { **24**, **48**, **72**, ...}
M (8) ∩ M (24) = {24, 48, 72, 96, ...}

M.M.C. (8, 24) = 24

Obs.: O mínimo múltiplo comum de dois números, em que um é divisível pelo outro, é o maior deles.

Exemplo 3:

Achar o M.M.C. de 8 e 9.

M (8) = {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, **72**, 80 ...}

M (9) = {9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, **72**, 81, ...}

M (8) ∩ M (9) = {72, 144, ...}

M.M.C. (8, 9) = 72

Obs.: O M.M.C. entre dois números primos entre si é o produto deles.

Exemplo 4:

Achar o M.M.C. de 5, 9, 15.

M (5) = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55...}

M (9) = {9, 18, 27, 36, **45**, 54, ...}

M (15) = {15, 30, **45**, 60, ...}

M (5) ∩ M (9) ∩ M (15) = {45, 90, 135, ...}

M. M. C. (5, 9, 15) = 45

SÉRIE 61

Ache

1) M.M.C. (6, 8)
2) M.M.C. (18, 70)
3) M.M.C. (7, 12)

M.M.C. pela regra prática

a) Coloca-se os números dados um ao lado do outro e faz-se um traço vertical à direita do último número escrito.

b) Dividem-se os números dados pelos fatores primos e somente passa-se ao fator primo seguinte quando nenhum dos números for divisível pelo número primo testado, e quando não é possível a divisão de um deles, copia-se novamente o número.

c) O M.M.C. será o produto dos fatores primos encontrados.

Exemplo 1:

Ache o M.M.C. entre 18 e 20

Solução:

18	—	20	2
9	—	10	2
9	—	5	3
3	—	5	3
1	—	5	5
1	—	1	

(9 não dá por 2, mas 10 dá)

M.M.C. (18, 20) = $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

Exemplo 2:

Ache o M.M.C. entre 180 e 240.

Solução:

180	—	240	2
90	—	120	2
45	—	60	2
45	—	30	2
45	—	15	3
15	—	5	3
5	—	5	5
1	—	1	

M.M.C. (180, 240) = $2^4 \times 3^2 \times 5 = 720$

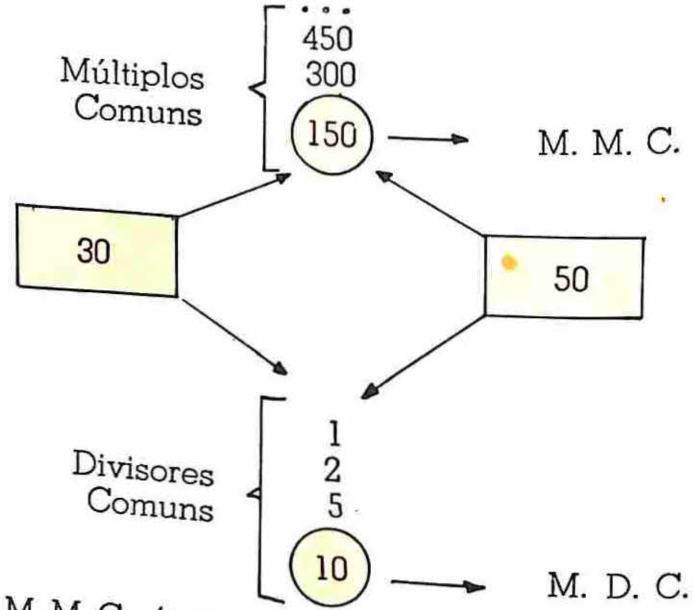
SÉRIE 62

Ache pela regra prática

1) M.M.C. (15, 25)
2) M.M.C. (18, 60)
3) M.M.C. (16, 30, 45)
4) M.M.C. (36, 42, 60)

Considerações sobre o M.D.C. e M.M.C.

1) Observemos os números 30 e 50



O M.M.C. (menor múltiplo comum) neste caso é maior que os números dados: 150 é maior que 30 e 50.

Múltiplo

$150 = 5 \times 30$ (150 é múltiplo de 30)
$150 = 3 \times 50$ (150 é múltiplo de 50)

Múltiplo

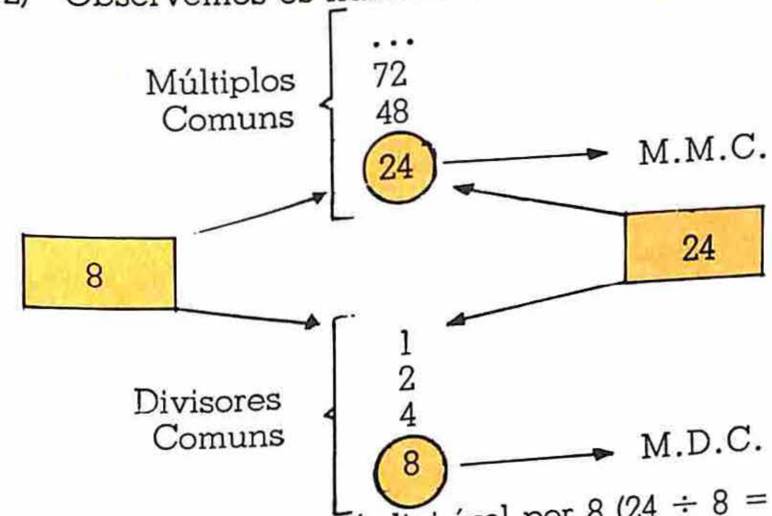
O M.D.C. (maior divisor comum) neste caso é menor que os números dados.

Divisor

$30 \div 10 = 3$ (10 é divisor de 30)
$50 \div 10 = 5$ (10 é divisor de 50)

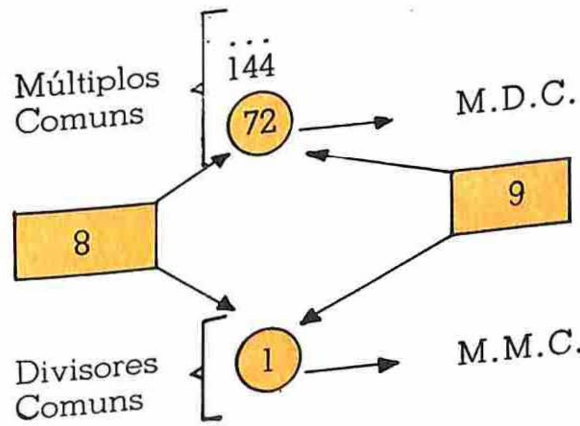
Divisor

2) Observemos os números 8 e 24.



Notamos que 24 é divisível por 8 ($24 \div 8 = 3$)
Temos então:
Quando um número é divisível por outro, o M.D.C. é o menor deles (8).
Quando um número é divisível por outro, o M.M.C. é o maior deles (24).

3) Observemos os números 8 e 9



Quando dois números são primos entre si, seu M.D.C. é 1 e o M.M.C. é seu produto.

O M.M.C. de dois ou mais números é igual ou maior que os números dados.

O M.D.C. entre dois ou mais números é igual ou menor que os números dados.

SÉRIE 63

1) Sabendo-se que o número 120 é múltiplo de 30. Diga sem efetuar, qual é:
   a) M.M.C. (120, 30).
   b) M.D.C. (120, 30).

2) Sabendo-se que 8 e 15 são números primos, dizer rapidamente qual é:
   a) M.M.C. (8, 15)
   b) M.D.C. (8, 15)

3) Tomemos dois números A e B
   $A = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7^2$
   $B = 2^3 \times 5^2 \times 7$
   Complete:
   M.M.C. (A, B) = ...
   M.D.C. (A, B) = ...

ÍNDICE

ÍNDICE

. . . . 9

Capítulo III 11

1 Classificação das operações aritméticas 11

2 Adição. Noção e nomenclatura 11

3 Subtração. Noção e nomenclatura 15

4 Expressões numéricas envolvendo adição e subtração 18

5 Multiplicação. Noção e nomenclatura 20

6 Divisão 24

7 Expressões numéricas envolvendo as 4 operações 29

Capítulo IV 31

1 Introdução 33

2 Sentenças matemáticas 34

3 Problemas envolvendo sentenças 36

4 Sentenças e problemas 38

5 Sentenças e problemas 40

6 Estruturas 42

7 Problemas com estruturas 44

8 Problemas com estruturas 46

9 Problemas com estruturas 47

10 Problemas com estruturas 50

Capítulo V 53

1 Múltiplos de um número 55

2 Divisores de um número 58

3 Caracteres de divisibilidade 62

Capítulo VI — Potenciação 67

Capítulo VII 73

1 Números primos, números compostos 75

2 Tábua dos números primos, até um número dado 76

3 Reconhecimento de um número primo 77

4 Tábua dos números primos menores que 1.000 78

Capítulo VIII 79

1 Fatores de um número 80

2 Decomposição de um número em seus fatores primos 81

3 Regra prática para decompor um número em seus fatores primos 82

4 Achar todos os divisores de um número 83
5 Achar o conjunto dos divisores comuns de dois números dados 84
Capítulo IX — Números primos entre si 85
Capítulo X — Máximo divisor comum (M.D.C.) 89
Capítulo XI — Mínimo múltiplo comum (M.M.C.) 97