UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LOURENÇO PANOSSO PERLIN

TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA EM CONCRETO E MADEIRA: DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Florianópolis 2015

LOURENÇO PANOSSO PERLIN

TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA EM CONCRETO E MADEIRA: DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC da Universidade Federal de Santa Catarina, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph.D.

Florianópolis 2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor, através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Perlin, Lourenço TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA EM CONCRETO E MADEIRA: DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL / Lourenço Perlin ; orientador, Roberto Pinto - Florianópolis, SC, 2015. 278 p.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
Inclui referências

Engenharia Civil. 2. concreto. 3. madeira. 4. ultrassom. 5. tomografia. I. Pinto, Roberto. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

LOURENÇO PANOSSO PERLIN

TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA EM CONCRETO E MADEIRA: DESENVOLVIMENTO DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Civil, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PPGEC.

Florianópolis, 9 de setembro de 2015.

Prof. Glicério Trichês, Dr. - Coordenador do PPGEC

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, Ph.D. – Orientador

Banca Examinadora:

Prof. Ivo José Padaratz, Ph.D. - Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a. Ângela do Valle, Dr^a. – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a. Poliana Dias de Moraes, Dr^a. – Universidade Federal de Santa Catarina

Prof^a. Raquel Gonçalves, Dr^a. – Universidade Estadual de Campinas

Prof. Vladimir Guilherme Haach, Dr. - Universidade de São Paulo

Dedico a toda minha família, amigos, em especial a minha esposa e filha, amo vocês.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Eneida e Ayres pelo continuo apoio aos meus estudos. À minha esposa Renata pela compreensão e incentivo nesse caminho trilhado, suportando minha ausência devida aos estudos. À minha filha que chegava a brincar do meu lado esperando um pouco de atenção enquanto eu redigia esta tese. Ao meu irmão e cunhada, que sempre me incentivaram. É com muito orgulho e felicidade que divido com vocês essa jornada da vida. Amo todos vocês.

Ao professor Roberto, que confiou em minhas capacidades e apostou que poderia concluir esse tema. Por ser uma ótima pessoa, bem como um grande professor e orientador, suas sugestões e incentivos foram fundamentais para que o meu trabalho fosse o melhor possível. Parabéns e muito obrigado.

Ao professor Ivo, que sempre ajudou com seus conselhos valiosos, devido à sua grande experiência profissional com ensaios não destrutivos e ultrassom.

À professora Ângela, cujos conselhos foram fundamentais para ampliação deste trabalho na área da madeira. Sem eles, não seria possível concluir este trabalho da forma que foi feito.

À professora Henriette, cuja sabedoria é única. Muito obrigado pelo carinho e atenção proporcionados a mim durante toda a pósgraduação. Minha formação numérica possui grande influência sua.

Não citarei nomes, pois são muitos, mas fica meu agradecimento aos colegas do GPEND, GRUPEX e do GIEM, pela companhia e apoio durante essa jornada. Ao professor João de Deus Medeiros, do Dep. de Botânica, pelo auxílio na classificação das madeiras utilizadas nesta tese. À profa. Poliana pelo suporte no uso do LEE. A todos os outros professores da Engenharia Civil, principalmente da Área de Estruturas, que sempre estavam disponíveis para auxiliar.

À empresa ENGEMIX, pelo fornecimento de material para confecção dos corpos de prova. Ao CNPq, pelo provimento da minha bolsa de estudos. À empresa Grace pela doação do aditivo Mira 76.

A todas as pessoas que contribuíram para essa pesquisa.

RESUMO

As edificações estão expostas a diversos tipos de ações degradativas, requerendo que inspeções periódicas sejam executadas. Para auxiliar estas inspeções, diferentes ensaios não destrutivos podem ser empregados, entre eles, o ultrassônico. Esta tese pesquisou a teoria tomográfica e demonstrou como a mesma pode ser utilizada para melhorar consideravelmente o resultado do ensaio ultrassônico. permitindo a visualização interna de seções transversais de elementos estruturais de concreto e madeira. Para isso, é descrito a implementação do programa computacional tomográfico TUCOM, responsável pela obtenção de tomogramas. A teoria empregada possibilita o cálculo de um caminho não retilíneo do pulso ultrassônico, contornando não homogeneidades e regiões de baixa velocidade. Além disso, através das equações de Christoffel e Hankinson, e pela discretização dos anéis de crescimento da madeira, foi possível incorporar a natureza anisotrópica das peças de madeira dentro do processamento tomográfico. Simulações numéricas e ensaios experimentais foram executados e utilizados no TUCOM, que emitiu tomogramas onde foi possível visualizar as diferentes formas de não homogeneidades conhecidas, demonstrando então as capacidades do método. Esta pesquisa confirmou que a tomografia ultrassônica é uma importante ferramenta na avaliação de possíveis patologias presentes em elementos estruturais de concreto e madeira

Palavras-chaves: concreto, madeira, ensaios não destrutivos, ultrassom, tomografia, patologia, deterioração.

ABSTRACT

The buildings are exposed to several types of degradative actions, requiring the execution of periodic inspections. In order to help in these inspections, different non-destructive test methods can be used, with the ultrasonic pulse velocity being one of them. This thesis presents a research on the tomographic theory and its application to concrete and wood structural elements. It is demonstrated how tomography can be used to greatly improve the outcome of ultrasonic testing, allowing to visualize the internal cross-sections of concrete and wood structural elements. The implementation of tomographic software TUCOM, which supplies tomograms is described. Non-straight paths of the ultrasonic pulse were implemented, which avoid internal flaws and low density regions. Furthermore, using Christoffel and Hankinson equations, and the discretization of the wood growth rings, it was possible to incorporate the anisotropic nature of wood species in the tomographic processing. Numerical simulations and experimental tests were performed with TUCOM. In the generated tomograms it was possible to visualize the different shapes of known internal flaws, thus demonstrating the capabilities of the method. This research confirmed that the ultrasonic tomographic is an important tool in the evaluation of possible pathologies present in concrete and wood structural elements.

Keywords: concrete, wood, nondestructive test, ultrasonic, tomography, pathologies, deterioration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.12 – Tomograma da viga B54
Figura 3.13 - Estrutura restaurada com os pontos de injeções e a área
analisada
Figura 3.14 - Equipamentos utilizados (a) furadeira de impacto e
acelerômetro (b) acelerômetro
Figura 3.15 - Representação dos caminhos de leituras em linha reta 56
Figura 3.16 – Tomogramas produzidos antes e depois da restauração . 57
Figura 3.17 – Posicionamento dos transdutores em torno da fissura 58
Figura 3.18 - Execução do ensaio - (a) fixação dos transdutores - (b) fonte
de impacto
Figura 3.19 – Tomogramas com setas indicando a posição da fissura - (a)
antes do reparo - (b) depois do reparo 59
Figura 3.20 – Localização dos pilares a serem ensaiados 60
Figura 3.21 – Construção do bloco de impacto 60
Figura 3.22 – Instalação do bloco de impacto
Figura 3.23 – Leituras executadas com caminhos retilíneos
Figura 3.24 – Execução dos impactos
Figura 3.25 – Tomogramas do pilar 1 antes e depois dos impactos 62
Figura 3.26 – Corpo de prova utilizado (a) modelo (b) corpo de prova 63
Figura 3.27 - Leituras executadas (a) seção bidimensional (b) seções
ensaiadas
Figura 3.28 – Tomogramas do corpo de prova estudado64
Figura 3.29 – Tomograma de um prisma de concreto com fissuras
induzidas detectadas
Figura 3.30 - Disposição dos receptores e dos emissores na seção da
barragem
Figura 3.31 – Tomograma produzido pelas leituras na barragem 67
Figura 3.32 – Arranjo utilizado dos transdutores
Figura 3.33 – Tomogramas e fotos de três níveis diferentes da árvore
ensaiada
Figura 3.34 – Ensaio de ultrassom (a) execução das leituras (b) malha de
leituras utilizada
Figura 3.35 – Ensaio de dureza superficial (a) pontos do ensaio (b)
execução
Figura 3.36 – As três seções analisadas juntamente com os resultados dos
ensaios de tomografia ultrassônica e dureza
Figura 3.37 – Leituras utilizadas nos ensaios
Figura 3.38 – Tomogramas com um furo central
Figura 3.39 – Tomogramas com um furo na lateral
Figura 3.40 – Modo de leituras executadas (a) difração (b) reticulada .76
Figura 3.41 – Tomogramas obtidos para as duas malhas de leituras76

Figura 4.1 - Leitura inclinada - (a) sem discretização - (b) com
discretização
Figura 4.2 – Todas as leituras com discretização
Figura 4.3 - Representação do processo iterativo de Cimmino
Figura 4.4 - Exemplo de propagação não retilínea em meio com
velocidade gradiente
Figura 4.5 - Exemplo de propagação não retilínea em meio com não
homogeneidade circular
Figura 4.6 – Método de perturbação de onda: 1 passo iterativo
Figura 4.7 – Método de perturbação de onda: evolução das iterações 91
Figura 4.8 – Demonstração do mínimo local e global
Figura 4.9 – Meio com forte heterogeneidade com três tipos de materiais
e suas respectivas velocidades do pulso ultrassônico
Figura 4.10 – Exemplificação do método do "tiro ao alvo" – ray shotting
Figura 4.11 – Exemplificação do método do "tiro ao alvo" – ray shotting
Figura 4.12 – Dificuldade de acertar o receptor no método do "tiro ao
alvo"
Figura 4.13 – Método da migração da frente de onda – wavefront
migration
Figura 4.14 - Método da migração da frente de onda
Figura 4.15 - Método da Teoria da Rede - exemplo de modelo de
elementos, pontos e conexões
Figura 4.16 – Fluxograma do Algoritmo de Dijkstra 100
Figura 4.17 – Método da Teoria da Rede – caminhos mais rápidos entre
o Emissor e todos os outros pontos101
Figura 4.18 – Exemplo Numérico do Algoritmo de Dijkstra 102
Figura 4.19 - Caminhos de leituras com diferentes ângulos em relação ao
eixo tangencial – (a) uma conexão por elemento – (b) duas conexões por
elemento 104
Figura 4.20 – Exemplo de curva de Hankinson 112
Figura 4.21 - Gráficos das curvas ra de Christoffel (contínuas) e de
Hankinson (tracejadas) para diferentes espécies 113
Figura 4.22 - Gráficos das curvas ra de Christoffel (contínuas) e de
Hankinson (tracejadas) para diferentes espécies 114
Figura 4.23 - Gráficos das curvas ra de Christoffel (contínuas) e de
Hankinson (tracejadas) para diferentes espécies 115
Figura 4.24 – Janela principal do TUSon 116
Figura 4.24 – Janela principal do TUSon

Figura 5.1 – Fluxograma de utilização e processamento do TUCOM 120
Figura 5.2 – Seções transversais representadas por segmentos de retas (a)
pilar de concreto (b) tronco de árvore 121
Figura 5.3 - Sólido discretizado pelas seções transversais superior e
inferior espaçadas por uma altura definida (a) lateral do sólido composta
por planos retangulares (b) lateral do sólido composta por planos
triangulares 122
Figura 5.4 – Discretização de um pilar utilizando dois sólidos (a)
discretização do pilar (b) idealização do pilar123
Figura 5.5 – Processo de discretização genérico 124
Figura 5.6 - Identificação dos elementos discretizados 125
Figura 5.7 - Discretização de uma seção transversal (a) retangular (b) não
retangular126
Figura 5.8 – Localização dos pontos de leitura (a) bidimensional (b)
tridimensional
Figura 5.9 – Identificação das faces utilizadas 128
Figura 5.10 – Pontos de leitura (a) distribuição em todas as faces (b)
exemplo para as faces sul e norte
Figura 5.11 – Exemplo tridimensional da identificação dos pontos de
leitura para uma discretização com 4 elementos
Figura 5.12 – Exemplo bidimensional da identificação dos pontos de
leitura para uma discretização com 25 elementos
Figura 5.13 – Representação da leitura Sul-C3-L2/Norte-C4-L4 130
Figura 5.14 – Calculo do angulo entre a conexao 1-j e o eixo tangencial
Figura 5.15 – Formatos dos anéis de crescimento (a) forma genérica (b)
medula nao centralizada
Figura 5.16 – Anel de crescimento referencia (a) forma generica (b) 124
Tigure 5 17 Antic de graceimente (a) formes continios (h) modulo não
rigura 5.17 – Aneis de crescimento (a) forma generica (b) medula nao
Eigure 5.18 Localização da modula (a) socia transversal (b) melho de
rigura 5.16 – Localização da medula (a) seção transversal (b) maina de
Figure 5.10 Laitures de code ponte de laiture que possuem direção mais
próxima ao ponto no canto inferior esquerdo
Figura 5.20 – Grupo de leituras radiais cuia convergência indica a posição
da medula
Figura 5.21 – Seção vazia – (a) pontos da discretização – (b) adição de
nontos devido à geometria não retangular 130
Figura 5.22 – Seção cheja – (a) pontos da discretização – (b) adição de
nontos devido à geometria não retangular 140
pontos devido a geometría nao retangunar

Figura 5.23 – Algoritmo ponto dentro de polígono140
Figura 5.24 – Algoritmo ponto dentro de elementos discretizados (a)
geometria retangular (b) geometria não retangular142
Figura 5.25 – Caminhos necessários (verdes) e desnecessários
(vermelhos) – (a) seção vazia – (b) seção cheia143
Figura 5.26 - Conexões e sua relação com a seção transversal (a) seção
transversal e pontos (b) conexões criadas entre todos os pontos de um
mesmo elemento (c) estudo de algumas conexões (d) detalhe 144
Figura 5.27 – Sólido utilizado no exemplo em estudo 146
Figura 5.28 – Segmentos de retas estudados – verde está totalmente dentro
do sólido – azul totalmente fora do sólido – vermelho parcialmente fora
do sólido
Figura 5.29 – Exemplos da malha da Teoria da Rede para o caso
bidimensional – (a) geometria retangular – (b) geometria não retangular
= 148
Figura 5.50 – Definição das camadas onde adicionar os pontos – (a)
Eigure 5.21 Examples de distribuição des nontes nore (a) 1 elemente
rigura 5.51 – Exemplos de distribuição dos pontos para (a) 1 elemento dispretizado (b) 4 elementos dispretizados
Eigure 5.22 Examples des conevões criedes pare 1 elemento
discretizado (a) apenas as conexões de 1 ponto (b) todas as conexões 150
Figura 5.33 – Malha da Teoria da Rede criada para a madeira (a)
algumas conexões selecionadas (h) todas as conexões
Figura 5 34 – Fluxograma do Processamento Tomográfico do TUCOM
154
Figura 5.35 – Convergência do processo iterativo normal – (a) velocidade
- (b) erro relativo
Figura 5.36 – Comparação entre o processo usual e o acelerado – (a)
maior variação de velocidade em cada passo iterativo - (b) número de
iterações de Cimmino para cada iteração global
Figura 5.37 - Convergência do processo iterativo normal e acelerado -
(a) velocidade – (b) erro relativo
Figura 5.38 - Construção do tomograma - (a) malha de pixels utilizada -
(b) pontos com velocidades conhecidas - (c) distância entre um pixel e
pontos com velocidades conhecidas159
Figura 5.39 – Função interpoladora adotada160
Figura 5.40 – Exemplos de tomogramas com diferentes resoluções – (a)
1 pixel por elemento – (b) 16 pixels por elemento – (c) 400 pixels por
elemento – (d) escala de 3000 a 5000 m/s
Figura 5.41 – Tela do programa TUCOM 162
Figura 6.1 – Modelos com centro de não homogeneidades em $L/2164$

```
Figura 6.2 - Modelos com centro de não homogeneidades em
Figura 6.3 – Malha de leituras utilizadas em todos os modelos ....... 165
Figura 6.4 – Exemplo de tomogramas utilizados no estudo (a) L1/2,
L/h=10 e L/d=16 (b) L2/3, L/h=6 e L/d=12 (c) velocidade em m/s.... 166
Figura 6.5 – Detectabilidade das não homogeneidades com centro em L/2
Figura 6.6 - Detectabilidade das não homogeneidades com centro em
Figura 6.7 - Corpos de prova com não homogeneidades de igual seção
Figura 6.8 – Pilar concretado com placa de EPS (cm) ...... 170
Figura 6.9 - Discretização do modelo estudado (a) representação dos
1600 elementos (b) elementos da 13ª seção......171
Figura 6.10 – Leituras numericamente simuladas (a) todas (b) apenas de
Figura 6.12 – Tomogramas obtidos (a) seção 1 e 5 (b) seção 2 e 4 (c)
Figura 6.13 - Geometria, discretização e leituras utilizadas nos modelos
(a) geometria genérica e sua discretização (b) geometria retangular e sua
discretização (c) leituras da geometria genérica (d) leituras da geometria
retangular......174
Figura 6.14 - Sistemas de referência adotados para cada modelo
                                         (a)
Modelo 1 (b) Modelo 2 (c) Modelo 3 (d) Modelo 4 (e) Modelo 5 (f)
Figura 6.15 - Sistemas de referência adotados para cada modelo
                                         (a)
Figura 6.16 - Localização da medula original (azul) e calculada (preto)
(a) Modelo 1 (b) Modelo 2 (c) Modelo 3 (d) Modelo 4 (e) Modelo 5 (f)
Figura 6.17 - Localização da medula original (azul) e calculada (preto)
Figura 6.18 – Modelo digital utilizado...... 179
Figura 6.20 - Modos de leituras numericamente simulados (a) quatro
Figura 6.21 - Comparação entre os tomogramas obtidos utilizado os
modos de leitura (a) quatro faces simples (b) quatro faces completo (c)
escala em m/s 181
```

Figura 6.22 – Caminhos de onda na 1 iteração (a) caso isotrópico com modo de leitura quatro faces simples (b) caso ortotrópico com modo de leitura quatro faces simples (c) caso ortotrópico com modo de leitura Figura 7.1 – Detalhamento dos diferentes CPs...... 186 Figura 7.2 – Detalhamento dos diferentes CPs...... 187 Figura 7.3 - Posicionamento dos transdutores de 200 kHz - (a) localização dos pontos de leitura - (b) leituras no plano analisado..... 188 Figura 7.4 - Velocidades das leituras ultrassônicas do CP1 em função da Figura 7.6 – Modo de leituras analisados para cada caso (a) duas faces opostas (b) três faces (c) quatro faces simples (d) quatro faces completo Figura 7.7 – Tomogramas do CP1 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo Figura 7.8 – Tomogramas do CP2 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo Figura 7.9 – Tomogramas do CP3 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo Figura 7.10 – Tomogramas do CP4 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo Figura 7.11 - Tomogramas do CP3 para diferentes leituras no modo duas faces opostas (a) faces leste-oeste (b) faces norte-sul (c) escala (m/s) (d) tomograma das leituras leste-oeste (e) tomograma das leituras norte-sul Figura 7.12 – Tomogramas do CP4 (a) CP (b) escala (m/s) (c) tomograma com propagação retilínea das leituras (d) tomograma com propagação pela Teoria da Rede (e) percursos das leituras com propagação retilínea (f) percursos das leituras com propagação pela Teoria da Rede 199 Figura 7.13 – Posicionamento dos transdutores de 200 kHz – (a) localização dos pontos de leitura – (b) leituras no plano analisado..... 200 Figura 7.14 – Variação no tempo de propagação das leituras efetuadas nos Figura 7.15 – Tomogramas dos corpos de prova com armadura obtidos com o modo de leitura quatro faces simples (a) CP1a (b) CP2a (c) CP3a

```
Figura 7.16 – Toras utilizadas no ensaio (a) abatimento em campo (b)
Figura 7.17 - Micrografias da amostra de madeira ensaiada ampliadas em
20 vezes (a) seção longitudinal-tangencial (b) seção transversal ...... 204
Figura 7.18 – Corte dos corpos de prova com orientação específica (a)
Figura 7.21 – Evolução das leituras ultrassônicos nos CPs para diferentes
Figura 7.22 - Comparação entre a curva experimental e a curva de
Figura 7.24 – Estados de integridade estudados (a) Estado I (b) Estado II
Figura 7.25 – Leituras executadas para cada Estado de Integridade ... 209
Figura 7.26 - Velocidades das leituras ultrassônicas do Estado de
Figura 7.27 – Leituras ultrassônicas (a) não utilizadas (b) utilizadas.. 211
Figura 7.28 – Geometria e discretização (a) original (b) efetiva ....... 211
Figura 7.30 – CP e tomogramas de cada estado de integridade analisado
Figura 7.31 – Tomogramas confeccionados com diferentes métodos (a)
Figura 7.32 – Leituras e tomograma do Estado de Integridade I
processado pelo método isotrópico com propagação linear (a) leituras
com velocidade maior que 1.740 m/s (b) leituras com velocidade menor
Figura 7.33 – Cálculo da posição da medula (a) malha de pontos (b)
posição original da medula (azul) e a obtida pelo método (preto) ...... 216
Figura 7.34 – Garapeira utilizada no ensaio (a) viga original (b) corpos de
Figura 7.35 - Modelos de ortotropia estudados (a) curva de velocidade
Figura 7.36 – Estados de integridade estudados (a) Estado I (b) Estado II
Figura 7.37 – Leituras executadas para cada estado de integridade .... 218
Figura 7.38 - Velocidades das leituras ultrassônicas do Estado de
```

Figura 7.39 – Leituras (a) não utilizadas e (b) utilizadas no processo
tomográfico
Figura 7.40 – Cálculo da posição da medula (a) malha de pontos (b)
Figura 7.41 – Discretização (em azul) e Sistema de Referência (em preto)
utilizados
Figura 7.42 – Tomogramas de cada estado de integridade analisados com
as curvas de Christoffel e Hankinson (a) Estado I (b) Estado II (c) Estado
III (d) velocidade em m/s
Figure 10.1 – Paralelenínedo infinitesimal 248
Figura 10.2 – Decomposição de Helmholtz (a) campo vetorial divergente
(b) campo vetorial rotacional
Figure 10.2 Ondes longitudineis (a) unidimensional (b) hidimensional
11gura 10.5 – Olidas longitudinais (a) undimensional (b) bidimensional (c) 254
Figura 10.4 - Ondas transversais (a) unidimensional (b) bidimensional
255
Figura 10.5 – Propagação de ondas em meio ortotrópico – $(a)(c)(e)$
propagação sobre o eixo principal do material $-(b)(d)(f)$ propagação fora
do eixo principal
Figura 10.6 – Propagação de uma onda harmônica em duas dimensões
sobre um dos eixos principais de um material ortotrópico
Figura $10.7 - Propagação de uma onda harmônica em duas dimensões$
fora dos eixos principais de um material ortotrópico 259
Figura 10.8 - Decomposição de s (a) frentes de ondas (b) detalhamento
no nonto P 260
Figura 10.9 – Decomposição do comprimento de onda em cada eivo 261
Figura 10.10 – Octomposição do comprimento de olida em cada cixo 201
(em vermelho)
Figura 10.11 – Utilização do ângulo entre o vetor propagação $n \in o$ eixo
tangencial (x_3) 270
Figura 10.12 - Pecas do compasso de medição 272
Figura 10.12 - Dimensões das necas do compasso de medição 272
Figura 10.14 – Euncionamento do compasso de medição nos dois
tamanhos (a) $h = 132.5 \text{ cm}$ (b) $h = 82.5 \text{ cm}$ 273
Figure 10.15 Uso do compasso de medição 274
rigura 10.15 – Oso do compasso de medição
Figura 1016 – Determinação dos pontos de seção transversel (a) soção
Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais
Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais
Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais
Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais
Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais

Figura 10.19 - Interseção de dois círculos secantes	277
Figura 10.20 - Obtenção da seção transversal por segmentos de ret	as entre
os pontos utilizados	278

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Comprimentos de onda do pulso para transdutores de
diferentes frequências principais aplicados em um meio com velocidade
de 4000 m/s
Tabela 4.1 - Elementos da matriz de rigidez para diferentes espécies 109
Tabela 4.2 - Relação VT/VR para diferentes espécies e teores de
umidades111
Tabela 6.1 - Erros de localização da medula obtidos pelos modelos 178
Tabela 7.1 - Traço do concreto utilizado 187
Tabela 10.1 - Velocidade de propagação dos três tipos de onda nos três
eixos principais
Tabela 10.2 - Velocidade de propagação dos três tipos de onda em planos
formados pelos eixos do material 271

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	.25
1.1 JUSTIFICATIVA	.26
1.2 ORIGINALIDADE	. 28
1.3 LIMITAÇÕES	. 30
1.4 OBJETIVO GERAL	. 31
1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	. 31
1.6 ESTRUTURA DA TESE	. 31
2 ULTRASSOM NO CONCRETO E NA MADEIRA	. 33
2.1 CONCRETO	. 33
2.2 MADEIRA	. 35
2.2.1 Teor de umidade	. 39
2.2.2 Temperatura	.40
2.3 ENSAIO DE ULTRASSOM	.41
2.4 EQUIPAMENTO DE ULTRASSOM	. 43
3 APLICAÇÃO DO ULTRASSOM NA DETECÇÃO DE NÃO	
HOMOGENEIDADES	.45
3.1 TECNICA USUAL	. 45
3.1.1 Concreto	.45
3.1.2 Madeira	.47
3.2 TECNICA TOMOGRAFICA	. 49
3.2.1 Concreto	.51
3.2.1.1 Detecção de dutos	. 51
3.2.1.2 Avaliação de reparo estrutural	. 54
3.2.1.3 Avaliação do efeito de ensaios destrutivos	. 59
3.2.1.4 Detecção de falhas de concretagem simuladas por EPS	. 63
3.2.1.5 Detecção de fissuras	. 65
3.2.2 Madeira	.67
3.2.2.1 Inspeção de arvores	.6/
3.2.2.2 Ensaio com discos	. / 3
4 TOMOGRAFIA	.79
4.1 INTRODUÇÃO HISTORICA	. /9
4.2 IUMUGRAFIA ULI RASSUNICA	. 80
4.2.1 Mento isotropico	.00
4.2.1.1 Montagem do Sistema Tomografico	.80
4.2.1.2 Resolução do Sistema 10mogranco	.05 01
4.2.1.2.1 Cumming Otimizado	.04
4.2.1.2.2 Cummino Otimizado au Escurato Matricial	. 03 20
4.2.1.2.5 Cimmino Olimizado em Formato Matricial	. 00

4.2.1.3 Considerando a Heterogeneidade	. 87
4.2.1.3.1 Perturbação de Onda – Ray Bending	. 90
4.2.1.3.2 "Tiro ao Alvo" – Ray Shotting	. 92
4.2.1.3.3 Migração da Frente de Onda - Wavefront Migration	. 94
4.2.1.3.4 Teoria da Rede – Network Theory	. 98
4.2.1.3.4.1 Algoritmo de Dijkstra	. 99
4.2.2 Meio ortotrópico - madeira	103
4.2.2.1 Montagem do Sistema Tomográfico	103
4.2.2.2 Funções matemáticas modeladoras da ortotropia	108
4.2.2.2.1 Christoffel	108
4.2.2.2.2 Hankinson	110
4.2.2.2.3 Comparação entre Hankinson e Christoffel	112
4.3 TEORIA TOMOGRÁFICA UTILIZADA POR OUTRAS	
PESQUISAS	116
4.3.1 Concreto	116
4.3.2 Madeira	117
5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	119
5.1 LINGUAGEM COMPUTACIONAL ESCOLHIDA	119
5.2 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA	119
5.3 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO ELEMENTO	120
5.3.1 Caso bidimensional	121
5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional	121 122
 5.3.1 Caso bidimensional	121 122 124
 5.3.1 Caso bidimensional	121 122 124 126
 5.3.1 Caso bidimensional	121 122 124 126 130
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS 5.7 MATERIAL 	 121 122 124 126 130 131
 5.3.1 Caso bidimensional	 121 122 124 126 130 131 131
 5.3.1 Caso bidimensional	 121 122 124 126 130 131 131 131
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA. 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS. 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira – Curva de referência 5.7.2 Madeira – Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 	 121 122 124 126 130 131 131 131 131
 5.3.1 Caso bidimensional	 121 122 124 126 130 131 131 131 131 132
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 	 121 122 124 126 130 131 131 131 132 132
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira - Localização da medula 	 121 122 124 126 130 131 131 131 132 132 135
 5.3.1 Caso bidimensional	121 122 124 126 130 131 131 131 131 132 132 135 137
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA. 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS. 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira - Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS. 5.8.1 Adição dos pontos. 	 121 122 124 126 130 131 131 131 132 132 135 137 138
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA. 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS. 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira – Curva de referência 5.7.2 Madeira – Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira – Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS. 5.8.1.1 Algoritmo da seção vazia. 	 121 122 124 126 130 131 131 131 132 132 135 137 138 138
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA. 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS. 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira - Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS. 5.8.1 Adição dos pontos 5.8.1.1 Algoritmo da seção vazia. 5.8.1.2 Algoritmo da seção cheia. 	121 122 124 126 130 131 131 131 131 132 135 137 138 138
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira - Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS 5.8.1 Adição dos pontos 5.8.1.1 Algoritmo da seção cheia 5.8.1.3 Algoritmo ponto dentro de polígono 	121 122 124 126 130 131 131 131 131 132 132 135 137 138 138 139 140
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira – Curva de referência 5.7.2 Madeira – Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico 5.7.2.2 Ortotrópico polar circular 5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira – Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS 5.8.1 Adição dos pontos 5.8.1.1 Algoritmo da seção cheia 5.8.1.2 Algoritmo da seção cheia 5.8.2 Adição das conexões 	121 122 124 126 130 131 131 131 131 132 132 135 137 138 138 139 140 141
 5.3.1 Caso bidimensional 5.3.2 Caso tridimensional 5.4 DISCRETIZAÇÃO 5.5 PONTOS DE LEITURA. 5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS. 5.7 MATERIAL 5.7.1 Madeira - Curva de referência 5.7.2 Madeira - Sistema de referência 5.7.2.1 Ortotrópico polar circular 5.7.2.2 Ortotrópico polar generalizado 5.7.3 Madeira - Localização da medula 5.8 PERCURSOS PERMITIDOS 5.8.1.1 Algoritmo da seção vazia 5.8.1.2 Algoritmo da seção cheia 5.8.1.3 Algoritmo ponto dentro de polígono 5.8.2 Adição das conexões 	 121 122 124 126 130 131 131 132 132 135 137 138 139 140 141

5.8.2.3	Algoritmo segmento de reta dentro de polígono	143
5.8.2.4	Algoritmo segmento de reta dentro de sólido	145
5.8.3 M	leio isotrópico	147
5.8.3.1	Caso bidimensional	147
5.8.3.2	Caso tridimensional	148
5.8.4 M	leio ortotrópico – madeira	150
5.9 RE	STRIÇÕES OPCIONAIS	152
5.9.1 M	lesclar elementos discretizados	152
5.9.2 V	elocidade média, mínima, máxima e fixa	153
5.10 PR	OCESSAMENTO TOMOGRÁFICO	153
5.10.1 A	celeração do processo de convergência	155
5.11 TO	MOGRAMA	159
6 SIMU	LAÇÕES NUMÉRICAS	163
6.1 AV	ALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE DETECÇÃO DA	
TOMOC	FRAFIA ULTRASSÔNICA	163
6.2 EFF	EITO TRIDIMENSIONAL NA CAPACIDADE DE	
DETECO	ÇÃO	168
6.3 LO	CALIZAÇÃO DA MEDULA	173
6.4 MC	DOS DE LEITURA APLICADOS NA MADEIRA	179
7 PROG	FRAMA EXPERIMENTAL	185
7.1 EN	SAIOS NO CONCRETO	185
7.1.1 E	nsaios nos corpos de prova sem armadura	188
7.1.1.1	Análise das leituras	188
7.1.1.2	Estudos tomográficos	190
7.1.2 E	nsaios nos corpos de prova com armadura	200
7.1.2.1	Análise das leituras	200
7.1.2.2	Estudos tomográficos	202
7.2 EN	SAIOS NA MADEIRA	203
7.2.1 E	ucalipto (<i>Eucalyptus grandis</i>)	203
7.2.1.1	Investigação do comportamento ortotrópico	204
7.2.1.2	Estados de integridade analisados	208
7.2.1.3	Análise das leituras	209
7.2.1.4	Estudos tomográficos	211
7.2.1.5	Localização da medula	215
7.2.2 G	arapeira (Apuleia leiocarpa)	216
7.2.2.1	Investigação do comportamento ortotrópico	217
7.2.2.2	Estados de integridade analisados	218
7.2.2.3	Análise das leituras	219
7.2.2.4	Localização da medula	220
7.2.2.5	Estudos tomográficos	221

8 COMENTÁRIOS FINAIS	225
8.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	228
9 BIBLIOGRAFIA	231
10 APÊNDICES	247
10.1 PROPAGAÇÃO DE ONDAS MECÂNICAS EM SÓLIDOS	247
10.1.1 A onda mecânica	247
10.1.2 Meio Isotrópico Infinito	248
10.1.2.1 Ondas longitudinais	254
10.1.2.2 Ondas transversais	254
10.1.3 Meio ortotrópico infinito	255
10.1.3.1 Equação de Christoffel	256
10.1.3.1.1 Propagação sobre um eixo	266
10.1.3.1.2 Propagação sobre um plano	268
10.2 COMPASSO DE MEDIÇÃO	271
10.2.1 Cálculo das coordenadas dos pontos	274

1 INTRODUÇÃO

Toda a edificação se deteriora com o tempo, sendo que este processo pode ser acelerado caso não haja uma atividade periódica de avaliação e intervenção quando necessário. Deste modo, foram desenvolvidas técnicas de inspeção, que possuem o seguinte procedimento (ANDRADE; SILVA, 2005):

- <u>Análise da estrutura</u>: obter informações gerais da estrutura, como, por exemplo, sua idade, projeto estrutural e processo construtivo, além disso, também deve-se analisar a segurança da edificação e identificar os sintomas apresentados;
- b) <u>Anamnese</u>: pesquisar a evolução do quadro patológico e os reparos já efetuados, podendo inclusive entrevistar atuais e antigos moradores;
- c) <u>Ações investigativas</u>: de laboratório e *in-loco*, com a utilização de **ensaios destrutivos e não destrutivos**;
- d) <u>Diagnóstico das causas prováveis</u>: identificar as origens e causas das patologias para consolidação do diagnóstico final.

Com relação aos ensaios destrutivos, a extração de testemunhos é um bom exemplo (Figura 1.1). Neste tipo de ensaio, um testemunho é retirado do elemento estrutural e analisado em laboratório. Fica evidente que sua extração provoca um dano na estrutura, que precisa ser reparado posteriormente. Esta danificação na estrutura é indesejável, e, no caso de edificações históricas, até mesmo proibitiva (MARTINS, 2011; TEDER *et al.*, 2011).



Figura 1.1 – Extração de testemunho Fonte: Rodrigues (2011)

Por outro lado, os ensaios não destrutivos são muito menos invasivos, diminuindo o tempo e custo da inspeção. Os ensaios não destrutivos podem ser separados em duas categorias (ALVES, 2012; MEHTA; MONTEIRO, 2008; SILVA FILHO; HELENE, 2011):

- a) <u>parcialmente destrutivos:</u> que resultam em algum dano superficial, como por exemplo: ensaios de arrancamento, break-off, resistência à penetração, resistência à perfuração, ensaios de aderência, uso de pregos em árvores para o ensaio de ondas mecânicas (sônicas ou ultrassônicas);
- b) <u>verdadeiramente não destrutivos</u>: que não provocam dano, como por exemplo: métodos elétricos, eletroquímicos, eletromagnéticos, nucleares, auscultação, maturidade, esclerometria, ultrassom, emissão acústica, eco-impacto, termografia infravermelha, radar de subsuperfície.

O escopo desta pesquisa é com relação ao ultrassom, método que mensura o tempo de propagação de uma onda mecânica entre dois pontos, no caso, entre os transdutores. Considerando uma propagação retilínea, pode-se calcular a distância entre os dois pontos, sendo então possível obter a velocidade com a qual o pulso propagou no sólido.

O método ultrassônico possui várias utilidades, porém duas se destacam:

- <u>correlação com alguma propriedade física ou mecânica</u>: estimar alguma propriedade física ou mecânica com o uso da velocidade do pulso ultrassônico, como, por exemplo, a resistência mecânica e os elementos da matriz constitutiva do material;
- <u>verificação da homogeneidade</u>: localizar e identificar não homogeneidades dentro dos elementos estruturais; por exemplo, no concreto podem existir falhas de concretagem, fissuras, entre outras anomalias; já a madeira pode apresentar ataque por fungos e insetos, trincas, apodrecimento, entre outras.

1.1 JUSTIFICATIVA

Para verificar a homogeneidade de um elemento utilizando o ultrassom, o método clássico consiste na execução de uma varredura, conforme exibe o exemplo genérico da Figura 1.2 (a). A região S da figura representa uma região com material de baixa qualidade, onde a velocidade do pulso ultrassônico é inferior ao restante do material. Deste modo, considerando uma propagação retilínea, o tempo de percurso para a onda transitar por esta área é maior que no restante do elemento. O resultado proporcionado pelo método está representado na Figura 1.2 (b). Ressalta-se que esta Figura 1.2 representa um caso hipotético, já que resultados reais dependem de vários fatores, dentre eles destaca-se a diferença de impedância acústica entre os meios envolvidos.



Figura 1.2 – Exemplo típico de varredura por ultrassom para detecção de não homogeneidades em uma seção de concreto (a) leituras – (b) resultado

Fonte: Perlin (2011)

A informação mais relevante deste ensaio é em qual seção se encontra a não homogeneidade, contudo o tamanho e forma da região S não são captados corretamente. Analisando o problema, tem-se uma seção bidimensional tentando ser representada por um gráfico unidimensional.

Para melhorar o resultado obtido pelo ensaio ultrassônico, na dissertação de mestrado de Perlin (2011) foi utilizada a técnica da tomografia computadorizada, muito aplicada na área médica, com o uso do ultrassom como medida física ao invés dos raios X. Desenvolveu-se um programa tomográfico para processar os tempos de propagação dos pulsos ultrassônicos e emitir um tomograma da seção analisada. A base matemática para o desenvolvimento do programa utilizou a transformada de Radon (IUSEM; PIERRO, 1990a, 1990b; RADON, 1917), que é a mesma base matemática da tomografia computadorizada.

Apesar dos avanços obtidos nesta dissertação, algumas limitações impediam uma utilização mais ampla do programa tomográfico desenvolvido, dentre estas podem ser citadas as seguintes considerações: que o pulso ultrassônico se propaga em linha reta; que a geometria do objeto ensaiado é retangular e discretizada em cubos; que os pontos de leituras dos transdutores se localizam somente no centro das facetas dos cubos discretizados; que somente leituras entre faces opostas são permitidas; e finalmente que obrigatoriamente o material seja isotrópico.

A proposta desta tese é dar continuidade ao trabalho desenvolvido na dissertação de Perlin (2011). Almeja-se eliminar essas limitações, permitindo a ampliação do uso do programa tomográfico para peças com qualquer seção transversal, arranjo e posicionamento de transdutores, e incluir a possibilidade de sua utilização na inspeção de elementos de concreto e madeira. Deste modo, o modelo adotado deverá possuir a capacidade de lidar com um material isotrópico ou ortotrópico e calcular um caminho mais realístico do pulso ultrassônico ao invés de considerálo retilíneo.

1.2 ORIGINALIDADE

Existem vários trabalhos que abordam a utilização da tomografia ultrassônica em madeira e no concreto. Contudo, na maioria dos casos, estes apenas fazem o uso da técnica tomográfica ultrassônica com equipamentos comerciais desenhados para este fim, sem entrar em detalhes a respeito do seu funcionamento e do programa tomográfico.

Por outro lado, já existem alguns estudos focados no desenvolvimento de um método tomográfico sem a necessidade de comprar tais custosos equipamentos.

Para o concreto, um grupo de pesquisa da Universidade de São Paulo desenvolveu o programa tomográfico TUSom para a produção de tomogramas a partir de leituras ultrassônicas (HAACH; JULIANI, 2014; RAMÍREZ, 2015). Na dissertação de mestrado de Ramírez (2015) é demonstrado o funcionamento do mesmo, bem como os bons resultados experimentais obtidos. A teoria tomográfica empregada utiliza os mesmos conceitos adotados nesta tese, onde foi adotado o método de Cimmino Otimizado (ou SIRT, item 4.2.1.2.3) para resolução da matriz tomográfica. Contudo, o processo considera uma propagação linear entre o emissor e o receptor, conforme exposto no item 4.2.2.1 desta tese.

Também para o concreto, Hall (2011) desenvolveu, em seu mestrado, um algoritmo implementado no Mathlab para processar os tempos de propagação dos pulsos ultrassônicos e emitir um tomograma. Sua teoria tomográfica possui conceitos muito semelhantes a esta tese, onde também foi empregado Cimmino Otimizado para resolução da matriz tomográfica. Além disso, o método da Teoria da Rede (item 4.2.1.3.4) foi utilizado para calcular o caminho mais realístico dos pulsos ultrassônicos, contornando vazios e regiões de baixa velocidade.

Maiores detalhes sobre estas iniciativas em desenvolver um programa tomográfico para o concreto serão abordadas no item 4.3.1.

Na área da madeira, o grupo de pesquisas de madeira e ensaios não destrutivos da Universidade Estadual de Campinas desenvolveu um processo tomográfico que já obteve bons resultados e várias publicações (BATISTA et al., 2009; DIJK, 2014; GONCALVES et al., 2011; SECCO, 2011; SECCO et al., 2010a, 2010b, 2012). A publicação principal deste grupo nessa linha de pesquisa, é, atualmente, a dissertação de Secco (2011). Nessa dissertação, foi desenvolvido um processo para produzir tomogramas de seções transversais de madeira a partir de leituras ultrassônicas. Nesse processo, as velocidades de vários pontos ao longo da seção transversal são calculadas diretamente a partir das leituras ultrassônicas, sem o uso de um programa. Para gerar os tomogramas a partir deste campo de velocidades foi utilizado o programa ArcGis. O método criado demonstrou-se simples e eficaz, sendo que o grupo de pesquisa já está desenvolvendo o software tomográfico ImageWood para aplicação em madeira. Para melhorar o processo publicado em Secco (2011) os pesquisadores ainda podem considerar a possibilidade do pulso ultrassônico propagar-se em curvas, efetuar a discretização da seção transversal em elementos e considerar as diferentes características ortotrópicas das espécies de madeira.

Ainda na área da madeira, os pesquisadores Maurer *et al.* (2005) descreveram um programa tomográfico para meio isotrópico, em termos gerais semelhante ao desenvolvido por Hall (2011) e descrito no item 4.2.1. Para efetuar o uso deste programa tomográfico isotrópico com a madeira, os autores propuseram o uso de um fator de correção a ser aplicado em cada leitura para considerar a anisotropia da madeira analisada. Entretanto, esse método requer que a curvatura dos anéis de crescimento seja circular e a correção aplicada é baseada em um modelo isento de defeitos, ou seja, homogêneo, mesmo que a seção analisada possua severas não homogeneidades.

Maiores detalhes sobre estes estudos sobre o desenvolvimento de um processo tomográfico para a madeira serão abordados no item 4.3.2. Seguindo esta linha de pesquisa, essa tese estudou a teoria da tomografia e desenvolveu o próprio programa tomográfico a ser aplicado tanto no concreto, quanto na madeira.

Na área do concreto, os seguintes ineditismos podem ser destacados: a técnica de mesclagem de elementos discretizados (item 5.9.1), a aceleração do processo de convergência (item 5.10.1) e a implementação tridimensional utilizada ao longo do item 5. Além disso, também há uma contribuição sobre o método de interpolação para gerar os tomogramas (item 5.11). Outra diferença é que esta pesquisa efetivamente criou um programa de computador, enquanto que Hall utilizou o Mathlab para processar os algoritmos. Esta tese também possui um estudo ainda não publicado sobre a capacidade de detecção de não homogeneidades da tomografia ultrassônica em função da malha de leituras adotada (item 6.1) e suas implicações tridimensionais (item 6.2).

Com relação à área da madeira, essa pesquisa apresenta como importante ineditismo a incorporação das características ortotrópicas, que variam para cada espécie de madeira, dentro do processamento tomográfico. Além disso, a teoria desenvolvida também possibilita a modelagem da curvatura dos anéis de crescimento para corretamente referenciar a inclinação dos eixos principais ao longo da seção transversal da madeira.

A soma das características ortotrópicas, próprias de cada espécie, com a curvatura dos anéis de crescimentos, própria de cada árvore, resulta em um meio anisotrópico. Nestes termos, pode-se concluir que o programa desenvolvido considera dentro do processamento tomográfico as características anisotrópicas de cada árvore ou peça de madeira utilizada.

Outro ineditismo desenvolvido nessa tese consiste na determinação da posição da medula através apenas da execução de ensaios ultrassônicos, mesmo que esta posição esteja fora da seção transversal ensaiada (item 5.7.3).

1.3 LIMITAÇÕES

A ferramenta computacional desenvolvida não se propõe a ser aplicada em qualquer situação em inspeções de estruturas de concreto e madeira, já que possui algumas limitações.

Com relação ao concreto, essa tese aborda experimentalmente não homogeneidades representadas por blocos e placas de EPS, sua extensão a não homogeneidades com outros formatos geométricos necessita também ser averiguada.

Com relação à madeira, furos foram inicialmente utilizados para representar não homogeneidades, sendo que não foi efetuado o uso de micro-organismos ou insetos. Além disso, a teoria empregada considera uma distribuição proporcional do lenho inicial e tardio da madeira. A ferramenta computacional desenvolvida não permite a modelagem de possíveis nós presentes na seção transversal, que são interpretados como não homogeneidades pelo programa.

1.4 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral é desenvolver uma ferramenta computacional que possibilite o uso de técnicas tomográficas, utilizando a velocidade do pulso ultrassônico como medida física, para localizar e identificar não homogeneidades em elementos de concreto e madeira.

1.5 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos são:

- a) desenvolver programa capaz de processar com qualquer geometria da seção transversal e qualquer arranjo e posicionamento dos transdutores, válido tanto para o concreto como para a madeira;
- b) estudar a teoria e implementar computacionalmente a possibilidade de considerar que o pulso ultrassônico possa fazer trajetórias não retilíneas, contornando barreiras ou zonas de baixa velocidade, válido tanto para o concreto como para a madeira;
- c) desenvolver um método matemático que considere dentro do processamento tomográfico as diferentes características ortotrópicas das diversas espécies de madeira e a inclinação dos anéis de crescimento ao longo da seção transversal;
- d) validação da ferramenta computacional através de ensaios experimentais no concreto e na madeira.

1.6 ESTRUTURA DA TESE

Essa tese está organizada em dez partes: introdução, ultrassom no concreto e na madeira, aplicação do ultrassom na detecção de não homogeneidades, tomografia, implementação computacional, simulações

numéricas, programa experimental, comentários finais, bibliografia e apêndice.

Na introdução ocorre a abordagem do tema, explicando que as estruturas estão sujeitas à processos degradativos e as limitações do emprego do método ultrassônico usual para identificar tais não homogeneidades. Propõe-se então um método capaz de detectar diversas anomalias, objetivo principal dessa pesquisa.

No capítulo 2, é efetuada uma revisão teórica sobre a propagação de ondas mecânicas no concreto e na madeira. Também é efetuada uma breve revisão sobre o ensaio ultrassônico e seu equipamento.

No capítulo 3 são apresentadas as pesquisas que mais se destacaram na área de inspeção por ultrassom para detecção de não homogeneidades, tanto no concreto como na madeira. As técnicas de inspeção são divididas em duas: a usual e a tomográfica.

O quarto capítulo efetua uma abordagem geral sobre a tomografia e sua evolução histórica. Apresentam-se os conceitos tomográficos utilizando a velocidade do pulso ultrassônico como medida física. Posteriormente, aborda-se como lidar com o problema tomográfico aplicado para o concreto e a madeira, considerando a possiblidade do pulso ultrassônico efetuar trajetórias não retilíneas, contornando vazios e áreas de baixa velocidade. Por fim, efetua-se uma revisão sobre a teoria tomográfica utilizada por outros autores.

O capítulo 5 aborda o desenvolvimento do programa tomográfico em suas diversas etapas de implementação.

No capítulo 6 estão expostas as simulações numéricas que possibilitaram a execução de estudos específicos para avaliar a capacidade de detecção da tomografia ultrassônica e seu efeito tridimensional, bem como verificar a precisão de um processo proposto para localizar a medula de uma seção transversal de madeira. Neste capítulo também é apresentado um estudo sobre o modo de leitura preferencial em aplicações na madeira e as implicações envolvidas nesta escolha.

No capítulo 7 é apresentado o programa experimental, onde tomogramas são obtidos a partir de ensaios experimentais em corpos de prova de concreto e madeira. Já nos capítulos 8, 9 e 10 estão respectivamente os comentários finais, as bibliografias e os apêndices.

Destaca-se que nos apêndices é efetuada uma revisão teórica sobre a formulação matemática da propagação de ondas mecânicas em meios sólidos isotrópicos e ortotrópicos, incluindo as equações de Christoffel.

2 ULTRASSOM NO CONCRETO E NA MADEIRA

2.1 CONCRETO

O concreto pode ser formado por diversos materiais, contudo usualmente o mesmo é composto pela mistura de água, cimento e agregados (HELENE; ANDRADE, 2010). Apesar de ser constituído de diferentes materiais, o comportamento global do concreto pode ser considerado isotrópico.

Deste modo, para ser possível a utilização das equações de propagação de ondas mecânicas em um sólido isotrópico infinito (item 10.1.2), faz-se necessário algumas condições (BUNGEY; MILLARD; GRANTHAM, 2006; MALHOTRA; CARINO, 2004):

- a) os transdutores devem ser posicionados com uma distância mínima das bordas maior ou igual ao comprimento de onda do pulso;
- b) as dimensões do objeto devem ser maiores ou iguais ao comprimento de onda do pulso;
- c) a distância entre os transdutores deve ser maior ou igual ao comprimento de onda do pulso.

Caso isso seja um problema, pode-se alterar o comprimento de onda do pulso com a escolha de um transdutor com frequência principal diferente, conforme exibe a Equação 2.1:

$$\lambda = \frac{V}{f}$$
, 2.1

onde:

V: velocidade de propagação do pulso;

 λ : comprimento de onda do pulso;

f: frequência principal do transdutor.

Vários fatores influenciam a propagação dos pulsos em um elemento de concreto, dentre os quais se destacam (BUNGEY; MILLARD; GRANTHAM, 2006; MALHOTRA; CARINO, 2004):

- a) tamanho e natureza do agregado graúdo;
- b) relação água-cimento;
- c) idade do concreto;
- d) grau de hidratação;
- e) uso de aditivos;
- f) presença de armadura.

Esta tese não aborda com profundidade cada um destes itens, sendo que uma revisão mais ampla pode ser consultada na dissertação de Perlin (2011).

Outro fator importante na propagação dos pulsos ultrassônicos pelo concreto é a frequência principal dos transdutores utilizados. No concreto, o agregado graúdo pode provocar forte atenuação se o comprimento de onda do pulso utilizado for menor que sua dimensão máxima. Dependendo dessa relação, a distância de propagação do pulso pode não passar de alguns centímetros (MALHOTRA; CARINO, 2004).

Deste modo, limita-se o comprimento de onda do pulso a valores superiores ao diâmetro máximo do agregado graúdo. Entretanto, a diminuição da frequência do pulso utilizada (aumentando o comprimento de onda do pulso) torna seus resultados menos sensíveis às não homogeneidades internas do concreto. Com isso, existe a necessidade de procurar uma frequência do pulso que proporcione comprimentos de onda do pulso que não sejam afetados pelos agregados internos do concreto e consigam detectar as possíveis não homogeneidades.

Levando em conta que a velocidade do ultrassom em um concreto de boa qualidade é de aproximadamente 4000 m/s, pode-se calcular usando a Equação 2.1 o comprimento de onda do pulso para diferentes frequências principais dos transdutores, conforme mostrado na Tabela 2.1.

uc 4000 m/3	
Frequência	Comprimento de
principal	onda do pulso
(kHz)	(cm)
20	20,0
30	13,3
54	7,4
200	2,0
400	1,0
E . D 1 (2011)	

Tabela 2.1 – Comprimentos de onda do pulso para transdutores de diferentes frequências principais aplicados em um meio com velocidade de 4000 m/s

Fonte: Perlin (2011)

Com isso, ao utilizar uma frequência principal abaixo de 20 kHz o comprimento de onda do pulso fica maior que 20 cm, resultando em um pulso pouco sensível às não homogeneidades do concreto. Por outro lado,

acima de 200 kHz a dimensão máxima do agregado graúdo deve ser menor que 2 cm, fato incomum na grande maioria das obras correntes.

Dessa forma, as melhores frequências a serem utilizadas no concreto devem ficar entre 20 e 200 kHz, podendo variar em função do concreto a ser ensaiado.

Além disso, devido à atenuação, a frequência principal dos transdutores deve ser escolhida em função do tamanho do objeto. Leituras executadas em objetos com grandes dimensões usualmente necessitam de frequências mais baixas do que leituras executadas em objetos com pequenas dimensões.

2.2 MADEIRA

Existem dois tipos principais de madeira utilizados na construção civil: as folhosas e as coníferas. As folhosas, que pertencem ao grupo das dicotiledôneas, são madeiras duras, provenientes de árvores com folhas achatadas e largas, apresentando crescimento usualmente lento, dependendo do clima. Como exemplo tem-se: peroba, ipê, aroeira e carvalho. As coníferas são madeiras macias, provenientes de árvores com folhas em forma de agulha, de crescimento usualmente rápido, dependendo do clima. Como exemplo tem-se: pinheiro-do-paraná, pinus em geral, pinheiro-bravo, pinheiros europeus e norte americanos (PFEIL; PFEIL, 2003).

Estes dois tipos de árvores são exógenas, ou seja, crescem com a adição de camadas externas sob a casca, conhecidas como anéis de crescimento anual (PFEIL; PFEIL, 2003). A Figura 2.1 exibe uma seção transversal deste tipo de árvore.



Figura 2.1 – Seção transversal de uma árvore do tipo exógena Fonte: adaptado de Chinta (2013)

A casca é a proteção da árvore, formada por uma camada externa morta e uma fina camada interna viva, responsável pelo crescimento e onde corre o fluxo descendente de seiva elaborada. Dependendo da espessura da camada morta, não é possível a penetração do pulso ultrassônico. O alburno é uma camada viva da árvore, no qual ocorre o fluxo ascendente de seiva bruta. O cerne é composto por células inativas e a medula é o caule original da muda da árvore, normalmente macia (PFEIL; PFEIL, 2003).

Com relação às propriedades físicas, a madeira é anisotrópica, ou seja, suas propriedades elásticas variam em função do sistema de referência utilizado. Entretanto, com a escolha de um sistema de referência particular, pode-se considerar eixos de simetria que possibilitam analisar a madeira como um material ortotrópico.

Devido à curvatura dos anéis de crescimento, uma árvore não pode ser diretamente considerada um sólido ortotrópico em um sistema cartesiano, embora o possa em um sistema cilíndrico, porém com tratamento matemático complexo (MASCIA; LAHR, 2006). Entretanto, utilizando-se um pequeno cubo cortado conforme a Figura 2.2 (a), cria-se então um objeto ortotrópico, pois os anéis podem ser considerados planos. A Figura 2.2 (b) exibe este objeto, já com os eixos principais representados. Tratam-se de três eixos:

- a) longitudinal (L): paralelo às fibras longitudinais;
- b) <u>radial (R)</u>: perpendicular às fibras longitudinais e perpendicular ao plano dos anéis de crescimento;
- c) <u>tangencial (T)</u>: perpendicular às fibras longitudinais e tangente ao plano dos anéis de crescimento.



Fonte: adaptado de Keshkar (2010)
A utilização das equações de propagação de ondas mecânicas em sólidos infinitos ortotrópicos (item 10.1.3) requer que algumas condições sejam respeitadas:

- a) a distância entre os transdutores e as bordas do objeto deve ser superior a um valor mínimo;
- b) as dimensões do objeto devem ser maiores que um valor mínimo;
- c) a distância entre os transdutores deve ser maior que um valor mínimo.

Esse valor mínimo, que para o concreto é o próprio comprimento de onda do pulso utilizado, para madeira foram encontrados diferentes valores, dependendo do pesquisador.

Bucur (1984) *apud* Bartholomeu (2001) desenvolveu em sua tese de doutorado dois tipos de estudo. No primeiro, a pesquisadora efetuou várias leituras longitudinais em uma peça de madeira *Sapin douglas* com dimensões da seção transversal que variavam de 10x10 cm até 0,7x10 cm e com comprimento longitudinal e base fixos em 30 cm e 10 cm, respectivamente. Os resultados estão exibidos na Figura 2.3. Nota-se a dependência da velocidade do pulso ultrassônico com as dimensões da peça, onde ocorreu uma diminuição da velocidade em aproximadamente 10% para as peças com relação b/h maiores.





O segundo estudo conduzido pela pesquisadora foi para avaliar a variação da velocidade do ultrassom na direção longitudinal com a diminuição do comprimento longitudinal da peça. Seus resultados encontram-se na Figura 2.4.



Figura 2.4 – Variação da velocidade longitudinal da madeira Hêtre em função da relação L/λ

Fonte: adaptado de Bucur (1984) apud Bartholomeu (2001)

Nota-se que para relações $L/\lambda < 1$, ou seja, quando a distância entre os transdutores é inferior ao comprimento de onda do pulso, há uma grande distorção das velocidades medidas. Já para relações $L/\lambda > 1$, existe uma tendência a fornecer valores constantes de velocidade.

Entretanto, ensaios mais recentes efetuados por Trinca (2006) obtiveram uma relação mais restritiva, afirmando que é necessário um $L/\lambda > 3$ para se obter uma leitura mais constante (Figura 2.5). Oliveira *et al.* (2006) também efetuaram este tipo de pesquisa, chegando à mesma conclusão que Trinca.



Figura 2.5 - Variação da velocidade longitudinal de eucalipto e Pinus elliottii em função da relação L/λ Fonte: Trinca (2006)

Existem outros fatores que influenciam na velocidade de propagação de ondas mecânicas na madeira. Dentre eles destacam-se:

- a) características específicas da espécie;
- b) presença de micro-organismos ou insetos;
- c) ocorrência de vazios ou anomalias gerados por micro-organismos ou insetos;
- d) teor de umidade;
- e) temperatura.

Espécies diferentes possuem estruturas internas e densidades diferentes, o que proporciona mudança na matriz de rigidez do material, afetando a velocidade do ultrassom no mesmo (item 10.1.3). Ataque por fungos, bactérias e insetos geram degradação na madeira, podendo até criar vazios, modificando a estrutura da madeira e, por consequência, a velocidade do ultrassom. Estes dois itens não serão abordados com profundidade nessa tese, leitor interessado pode consultar literatura específica (BUCUR, 2006). Já o teor de umidade e a temperatura estão descritos a seguir.

2.2.1 Teor de umidade

Segundo estudos desenvolvidos por Sakai, Minamisawa e Takagi (1990), foi constatado que o teor de umidade da madeira modifica a velocidade do pulso ultrassônico em todas as direções. A Figura 2.6 apresenta o resultado experimental dos pesquisadores obtido com leituras na direção longitudinal.



Fonte: adaptado de Sakai, Minamisawa e Takagi (1990)

A maior velocidade do pulso ultrassônico é encontrada para a madeira no estado seco. Ocorrendo a hidratação dessa madeira, a velocidade cai drasticamente até o ponto de saturação das fibras (PSF), onde a madeira começa a reter água livre. Após este ponto, a velocidade assume uma curva bilinear um pouco descendente.

2.2.2 Temperatura

Conforme estudos desenvolvidos por Augé (1990) *apud* Bucur (2006), a temperatura possui uma moderada influência sobre a velocidade do pulso ultrassônico. A Figura 2.7 apresenta os resultados.



Figura 2.7 – Variação da velocidade do ultrassom na direção longitudinal em relação à temperatura da madeira espruce com relação à umidade

Fonte: adaptado de Augé (1990) apud Bucur (2006)

Nota-se que a temperatura influi na velocidade do ultrassom, contudo sua influência é muito inferior à do teor de umidade (BUCUR, 2006). As curvas demonstram um comportamento linear, exceto para as umidades de 45% e 60% (acima do PSF), onde as curvas apresentaram uma inclinação maior na velocidade para temperaturas abaixo de 0 °C. Isso ocorre devido ao congelamento da água livre, resultando em um meio mais rígido para o pulso ultrassônico percorrer (BUCUR, 2006). Com relação ao fato da madeira com taxa de umidade em 12% apresentar uma velocidade de propagação do pulso ultrassônico inferior à madeira com taxa de umidade de 20%, o autor desta tese não entrou nenhuma justificativa, sendo que a Bucur (2006) também não faz comentários a respeito.

Para efeitos desta pesquisa, percebe-se que na faixa das temperaturas brasileiras relativamente usuais (10 °C a 40 °C) a variação da velocidade é de aproximadamente 100 m/s, no máximo.

2.3 ENSAIO DE ULTRASSOM

De forma sucinta, o ensaio de ultrassom se caracteriza pela leitura do tempo necessário para o pulso ultrassônico ser gerado pelo transdutor emissor, percorrer o meio ensaiado, e ser detectado pelo transdutor receptor. Como a distância entre os transdutores é conhecida, pode-se calcular a velocidade média do pulso ao longo do trajeto percorrido. A Figura 2.8 demonstra a execução do ensaio.



Figura 2.8 - Exemplo de ensaio ultrassônico

Para a realização do ensaio três configurações são possíveis: direta, semidireta e indireta (Figura 2.9). Porém, devido à natureza dessa pesquisa, é conveniente subdividir as leituras diretas em ortogonais e oblíquas. Nas leituras diretas ortogonais, os transdutores são posicionados em faces opostas e seus eixos normais são coincidentes. Já para as leituras diretas oblíquas os transdutores são postos em faces opostas, contudo os eixos não são coincidentes.





2.4 EQUIPAMENTO DE ULTRASSOM

O equipamento de ultrassom é composto pelo transdutor emissor e o receptor do pulso, onde se encontra um cristal piezoelétrico que pode tanto gerar quanto registrar vibrações. Maiores detalhes sobre a estrutura e o funcionamento de transdutores piezoelétricos podem ser encontrados na dissertação de Perlin (2011).

O aparelho também possui um sistema de geração de pulsos elétricos, um cronômetro eletrônico, um amplificador da corrente proveniente do receptor e um mostrador de tempo (MALHOTRA; CARINO, 2004), conforme a Figura 2.10. Outros detalhes são descritos na ASTM C 597-02 (AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM, 2003) e na RILEM TC 218-SFC (COMMITTEE, 2011).



Figura 2.10 – Representação padrão de um aparelho de ultrassom Fonte: adaptado de ASTM (2003)

Pelos motivos já expostos no item 2.1, a aplicação do ultrassom no concreto exige a geração de pulsos compreendidos entre as faixas de frequência de 20 kHz a 200 kHz, contudo, dependendo do objeto ensaiado, a frequência máxima utilizada pode chegar a 500 kHz (MALHOTRA; CARINO, 2004).

Já para a madeira, as frequências utilizadas ficam normalmente entre 50 kHz a 1000 kHz (BUCUR, 2005), sendo que as frequências mais elevadas proporcionam melhores resultados ao custo de uma maior atenuação no sinal do pulso ultrassônico. Portanto, a escolha da frequência também depende da dimensão da peça a ser ensaiada, onde peças maiores requerem transdutores com frequências menores para possibilitar a leitura.

No concreto geralmente são utilizados transdutores planos, que necessitam o uso de um gel acoplante. Este gel melhora a capacidade de transmissão da energia pois possui impedância acústica semelhante aos meios envolvidos. O transdutor plano é somente indicado para superfícies planas e limpas, sendo que maiores detalhes podem ser encontrados na NBR 8802 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT, 2013). No caso de pilares circulares de concreto, árvores e toras, normalmente não há uma superfície plana, sendo mais indicado o uso de transdutores exponenciais, que possuem contatos pontuais com a superfície.

3 APLICAÇÃO DO ULTRASSOM NA DETECÇÃO DE NÃO HOMOGENEIDADES

A técnica do ultrassom tem demonstrado ótimos resultados na detecção de não homogeneidades, tanto em concreto como em madeira. Deteriorações, falhas de concretagem não superficiais, ataque de insetos, trincas internas, são exemplos de fenômenos patológicos que podem ser detectados pelo ultrassom.

3.1 TÉCNICA USUAL

O ensaio consiste na execução de leituras diretas ortogonais (Figura 2.9) ao longo da seção transversal, conforme já exibido na Figura 1.2. O espaçamento entre as leituras pode variar de acordo com o nível de varredura pretendido e com o grau de deterioração encontrado. A distância dos transdutores é dividida pela leitura de tempo obtida, resultando na velocidade do pulso ultrassônico.

3.1.1 Concreto

Neste item não se pretende efetuar uma exaustiva revisão sobre as pesquisas já realizadas e sim selecionar algumas que se destacam a título de exemplificação do método usual (BUTTCHEVITZ *et al.*, 2010; EMANUELLI JUNIOR *et al.*, 2010; RHEINHEIMER *et al.*, 2006; SILVEIRA *et al.*, 2009; SOARES JUNIOR *et al.*, 2006).

Rheinheimer *et al.* (2006) desenvolveram um interessante estudo em um pilar de uma ponte de concreto armado. Neste estudo, leituras ultrassônicas foram executadas a cada 50 cm de espaçamento horizontal e vertical em uma área com dimensões de 350 cm \times 150 cm. As leituras diretas ortogonais foram realizadas com transdutor de 54 kHz. Os resultados foram inseridos em um programa que gerou curvas do campo de velocidades (Figura 3.1). Na figura, observa-se pontos de baixa velocidade na base e no topo da área inspecionada. Essas regiões provavelmente apresentam algum processo de deterioração.



Figura 3.1 – Exibição do pilar com as curvas de velocidade (m/s) obtidas nas leituras ultrassônicas Fonte: Rheinheimer *et al.* (2006)

Emanuelli Junior *et al.* (2010) avaliaram a capacidade do ultrassom para detectar a presença de cabos de protensão. Um prisma de concreto com as dimensões de 100 cm \times 96 cm \times 20 cm foi moldado com uma cordoalha interna em posição conhecida. As leituras ultrassônicas diretas ortogonais foram realizadas com um espaçamento de 4,5 cm conforme ilustra a Figura 3.2 (a) e utilizaram um transdutor de 54 kHz. Na Figura 3.2 (b) encontra-se o resultado do ensaio.



Figura 3.2 – Ensaio para detectar a bainha (a) prisma de concreto (b) resultado do ensaio de ultrassom (c) velocidade em m/s Fonte: Emanuelli Junior *et al.* (2010)

Estes somente foram alguns exemplos de trabalhos desenvolvidos utilizando a técnica convencional. Contudo, os trabalhos compartilham da mesma incapacidade em localizar a profundidade (na direção da leitura) na qual se encontram as não homogeneidades, bem como determinar suas formas com mais precisão.

3.1.2 Madeira

Na madeira também existem boas pesquisas que utilizam a técnica ultrassônica usual para detectar não homogeneidades (CARRASCO; TEIXEIRA, 2012; EMERSON *et al.*, 2001, 2002; FULLER; ROSS; DRAMM, 1994; SHALI; SOMAYAJI; MATHEWS, 2000). Abaixo estão listadas as pesquisas com melhores resultados.

Carrasco e Teixeira (2012) executaram uma inspeção em uma viga de madeira laminada colada de 95,8x15,0x8,5 cm. A Figura 3.3 exibe o gabarito utilizado na pesquisa para a execução das leituras ao longo da seção transversal.





Após concluírem estas leituras, as mesmas foram inseridas em um programa que gerou a superfície colorida exibida na Figura 3.4.



Figura 3.4 – Tempo de propagação dos pulsos ultrassônicos Fonte: adaptado de Carrasco e Teixeira (2012)

Cabe salientar que os autores optaram por conferir um tempo de propagação nulo ao ponto de leitura cujo pulso não chegava ao receptor. Segundo os autores, valores de 60 *a* 80 μ s representavam madeira em boas condições e, valores acima de 100 μ s, uma madeira com alguma degradação. Ao conferir na peça as regiões cujo pulso era mais lento, foi detectada a existência de trincas e galerias de insetos.

Emerson *et al.* (2002) avaliaram o estado de deterioração de uma viga de madeira retirada de uma ponte antiga. Com o uso do ultrassom, foram efetuadas várias leituras perpendiculares às fibras longitudinais. A Figura 3.5 exibe o gabarito utilizado.



As velocidades de propagação da onda indicaram uma deterioração no lado esquerdo do elemento, conforme exibe a Figura 3.6.



Figura 3.6 – Campo de velocidades obtido Fonte: adaptado de Emerson *et al.* (2002), sem escala no original

Nota-se na Figura 3.6 que o ultrassom detectou uma forte não homogeneidade no lado esquerdo da viga. Os pesquisadores decidiram então efetuar um corte paralelo às fibras para inspecionar a viga, sendo que encontraram uma região bem deteriorada, conforme exibe a Figura 3.7.



Figura 3.7 – Corte paralelo às fibras longitudinais para exibir a deterioração Fonte: Emerson *et al.* (2002)

Fonte: Emerson *et al.* (2002)

Tais resultados demonstram novamente a limitação do método, que, apesar de conseguir detectar a seção onde ocorre a não homogeneidade, não consegue determinar sua localização na profundidade, tamanho e forma.

Devido a essa imprecisão, a técnica tomográfica pode ser utilizada para melhorar consideravelmente os resultados obtidos dos ensaios, como está exibido no item 3.2.

3.2 TÉCNICA TOMOGRÁFICA

A tomografia é um método matemático que possibilita o mapeamento de toda a seção interna do objeto a partir de múltiplas projeções do mesmo. Seu procedimento consiste em selecionar o elemento e seção a ser analisada, escolher o modo de leitura, efetuar as leituras e inserir os tempos de propagação, juntamente com a geometria envolvida, no programa tomográfico. O programa é responsável pela resolução do problema tomográfico e exibição do tomograma.

Com relação aos modos de leitura tomográfica, os mesmos devem ser escolhidos em função das faces acessíveis, bem como do tempo disponível para a realização do ensaio. Quanto menor o espaçamento da malha de leituras adotada, maior será o número de leituras efetuadas, e melhor será o resultado tomográfico, ao custo da elevação do tempo de ensaio. Entretanto, essa melhoria não ocorrerá indefinidamente, pois a qualidade do processo tomográfico ultrassônico depende da sensibilidade das leituras ultrassônicas em detectar as não homogeneidades, sensibilidade esta que está condicionada aos seus fatores de influência, conforme comentados no item 2.

Os modos de leitura estão expostos na Figura 3.8.



Figura 3.8 – Modos de leitura – (a) duas faces opostas – (b) duas faces adjacentes – (c) três faces – (d) quatro faces simples – (e) quatro faces completo – (f) generalizado

É perceptível que os modos de leitura possuem diferentes distribuições dos caminhos de onda na seção transversal. Nos casos "**b**" e "**c**" essas diferenças são grandes e podem causar tomogramas com distorções elevadas, pois as regiões com mais leituras serão melhor

representadas no tomograma, ao passo que as demais terão uma representação com menor qualidade. No modo de leitura **quatro faces completo**, todas as combinações entre pontos de leituras de faces distintas são executadas, já no modo **generalizado** todos as combinações são executadas, sendo indicada para o uso em seções não retangulares.

3.2.1 Concreto

Várias pesquisas, tanto em campo como em laboratório, foram realizadas com o uso da tomografia ultrassônica em concreto (AGGELIS; SHIOTANI, 2007; AGGELIS *et al.*, 2011; CHEVVA; SHIRKE; GHOSH, 2007; FERRARO; BOYD; CONSOLAZIO, 2013; HAACH; JULIANI, 2014; HALL, 2011; KEPLER; BOND; FRANGOPOL, 2000a, 2000b; MARTIN *et al.*, 2001; MOMOKI *et al.*, 2013; MULDOON *et al.*, 2007; RAMÍREZ, 2015; SHIOTANI *et al.*, 2009; ZHAO; XU, 2008).

Nos itens 3.2.1.1 a 3.2.1.5 estão expostas algumas aplicações da tomografia ultrassônica: detecção de dutos, avaliação de reparo estrutural, avaliação do efeito de ensaios destrutivos, detecção de falhas de concretagem e detecção de fissuras.

3.2.1.1 Detecção de dutos

Pontes feitas de concreto protendido estão sujeitas a falhas de concretagem na argamassa interna da bainha de protensão. Este tipo de falha diminui a eficiência da distribuição de tensões de cisalhamento no contato entre o cabo e o concreto da viga, além de propiciar a penetração de agentes corrosivos que irão atacar o cabo de protensão. Essa situação, quando agravada, expõe as pontes a uma situação de perigo, sendo que inspeções periódicas são necessárias para a verificação da integridade estrutural.

Normalmente as inspeções são realizadas por meio de verificações visuais e, em alguns casos, são utilizados aparelhos de endoscopia inseridos em furos na bainha. É notável que estes métodos não são tão produtivos, sendo que o uso dos ensaios não destrutivos, como, por exemplo, a tomografia ultrassônica, pode acelerar a inspeção da estrutura e indicar os pontos críticos onde devem ser efetuados os ensaios pontuais mais precisos, como, por exemplo, os endoscópicos.

Com esse objetivo, Muldoon *et al.* (2007) concretaram duas vigas para aplicar a técnica tomográfica. Os desenhos das mesmas encontram-

se na Figura 3.9, onde fica claro que existem diferentes níveis de preenchimento da bainha.



Figura 3.9 – Desenhos das duas vigas concretadas – dimensões em mm Fonte: adaptado de Muldoon *et al.* (2007)

Empregando o uso do equipamento Pundit e um transdutor de 82 kHz, foram efetuadas várias leituras em uma malha de 5 cm utilizando o modo de leitura quatro faces completo (Figura 3.8 (e)). Duas seções da viga A foram analisadas, uma na região sem o graute e a outra na região com o graute. Uma seção na viga B também foi ensaiada.

Com as leituras concluídas, seus tempos de propagação e os dados geométricos da viga foram digitados no programa tomográfico, que gerou os resultados exibidos nas Figuras 3.10 a 3.12.



Figura 3.10 – Tomograma da viga A, seção completamente grauteada Fonte: adaptado de Muldoon *et al.* (2007)



Figura 3.11 – Tomograma da viga A, seção sem graute Fonte: adaptado de Muldoon *et al.* (2007)



Fonte: adaptado de Muldoon et al. (2007)

O tomograma da seção grauteada da Viga A (Figura 3.10) não apresentou diminuição da velocidade do pulso ultrassônico na região do duto, reflexo do seu preenchimento. Neste tomograma, assim como nos demais produzidos por esta pesquisa, foi possível detectar a presença do aço em alguns cantos da viga.

Na seção não grauteada da Viga A, seu tomograma (Figura 3.11) exibe uma região de baixa velocidade na posição do duto, indicando a existência de alguma não homogeneidade, no caso, um vazio.

Na seção da Viga B, cujo duto está vazio, o tomograma gerado (Figura 3.12) identificou o vazio e também uma zona de baixa velocidade abaixo do mesmo, sendo que os autores acreditam que foi provocada pela presença de um concreto fraco devido a uma vibração deficiente.

Os autores finalizam o artigo afirmando que a tomografia ultrassônica possui uma boa capacidade de detectar vazios em bainhas de protensão, apesar da necessidade de se executar várias leituras para o processo tomográfico poder ser utilizado com bom resultado.

O leitor interessado em inspeção de dutos de proteção pela tomografia ultrassônica também pode consultar a excelente pesquisa de Martin *et al.* (2001).

3.2.1.2 Avaliação de reparo estrutural

Estruturas de concreto degradadas podem ser reparadas com a injeção pressurizada de substância corretiva pelas suas fendas e poros. Após a correção, um método para verificar a eficácia da injeção necessita

ser aplicado. Neste cenário, a tomografia ultrassônica desenvolve uma importante função, avaliando a estrutura antes e depois do reparo, podendo então comparar os tomogramas produzidos e avaliar os resultados da injeção.

Momoki *et al.* (2013) avaliaram, no Japão, o trabalho de recuperação de uma grande estrutura de concreto construída dentro da água há 70 anos. A estrutura apresentava porosidade elevada e várias fendas, por onde entravam chuva e neve, aumentando ainda mais o processo de degeneração.

Nessa estrutura, o trabalho de correção consistiu na execução de várias perfurações e na posterior injeção de nata de cimento. Pretendeuse com essa correção fechar as trincas, impedindo que a água penetrasse pela estrutura. Para avaliar o trabalho de correção foram executados dois ensaios tomográficos, antes e depois da injeção. Na Figura 3.13 está exibida a estrutura deteriorada, juntamente com os pontos de injeção, a área analisada e o posicionamento dos sensores utilizados, no caso, acelerômetros.



Fonte: adaptada de Momoki et al. (2013)

Para a geração dos pulsos, os pesquisadores utilizaram uma furadeira de impacto com uma esfera de aço soldada na ponta da broca. Essa esfera impedia a perfuração e servia para transmitir o golpe da furadeira que era operada no modo de impacto. A furadeira gerava 2000 impactos por minuto e era posicionada ao lado de cada um dos acelerômetros, que serviam como gatilho para o registro do início do tempo de propagação. Na Figura 3.14 estão apresentados os equipamentos utilizados.



(a) (b) Figura 3.14 – Equipamentos utilizados (a) furadeira de impacto e acelerômetro (b) acelerômetro Fonte: Momoki *et al.* (2013)

Nessa inspeção foram utilizados 48 acelerômetros, onde 30 serviram para ser o ponto de geração dos pulsos. Ao total foram registradas 1.512 leituras. Os caminhos de onda idealizados (em linha reta) estão representados na Figura 3.15. Destaca-se o caráter tridimensional da análise.





Na Figura 3.16 estão apresentados os tomogramas produzidos antes e depois da inspeção, vistos por diferentes ângulos e cortes na transversal. Percebe-se um grande aumento generalizado no campo de velocidades obtido. Segundo os autores, várias regiões que marcavam velocidades abaixo de 3000 m/s, após o reparo apresentaram velocidades de 3500 m/s a 4000 m/s. Com isso verifica-se o sucesso da injeção na reparação da região.



Figura 3.16 – Tomogramas produzidos antes e depois da restauração Fonte: adaptado de Momoki *et al.* (2013)

Em outra pesquisa, Aggelis e Shiotani (2007) empregaram a técnica da tomografia ultrassônica para verificar o trabalho de recuperação de uma trinca em uma viga de uma ponte de concreto armado. Dois ensaios ultrassônicos foram executados, um antes e outro depois da restauração, sendo que em ambos 10 transdutores foram empregados, conforme exibe a Figura 3.17. As leituras efetuadas seguiram o modo de leitura duas faces opostas (Figura 3.8 (a)).



Figura 3.17 – Posicionamento dos transdutores em torno da fissura Fonte: adaptado de Aggelis e Shiotani (2007)

Em cada face, foram utilizados 5 transdutores-receptores espaçados em 5 cm (Figura 3.18 (a)). Um impacto ao lado de cada transdutor foi utilizado para gerar o pulso, sendo que após o impacto, os transdutores situados na face oposta da viga iniciaram o registro das oscilações mecânicas.



Figura 3.18 – Execução do ensaio - (a) fixação dos transdutores - (b) fonte de impacto Fonte: Aggelis e Shiotani (2007)

Após a execução dos dois ensaios, antes e depois do reparo com injeção de resina epóxi, os dados foram inseridos no programa tomográfico que exibiu os resultados expostos na Figura 3.19.



Figura 3.19 – Tomogramas com setas indicando a posição da fissura -(a) antes do reparo – (b) depois do reparo Fonte: adaptado de Aggelis e Shiotani (2007)

Fica claro que os tomogramas da Figura 3.19 demonstraram o sucesso do preenchimento da trinca pela resina epóxi. Aggelis e Shiotani (2007) afirmam que a tomografia ultrassônica possui grande capacidade na avaliação de trabalhos de recuperação estrutural com injeção de resina epóxi.

3.2.1.3 Avaliação do efeito de ensaios destrutivos

Ferraro, Boyd, Consolazio (2013) desenvolveram um trabalho único, nunca antes executado. Uma antiga ponte no estado da Florida, EUA, iria ser demolida e substituída. Os pesquisadores aproveitaram essa oportunidade rara para executar um ensaio em escala real de colisão frontal de um navio em dois pilares da ponte. Os pilares estão marcados como Pier-1 e Pier-3 na Figura 3.20.



Figura 3.20 – Localização dos pilares a serem ensaiados Fonte: Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)

Para medir a força de impacto do navio sobre os pilares, foram construídos dois blocos de impacto que foram conectados aos pilares através de células de carga (Figura 3.21 e Figura 3.22). Os blocos foram desenhados para imitar a forma e rigidez dos pilares, proporcionando reações de impacto semelhantes ao caso de um impacto direto do navio com a ponte.



Figura 3.21 – Construção do bloco de impacto Fonte: Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)



Figura 3.22 – Instalação do bloco de impacto Fonte: Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)

Para cada pilar, leituras ultrassônicas foram executadas em 10 planos bidimensionais, separados verticalmente por 30,5 cm. A área de ensaio nos pilares está representada na região entre as linhas amarelas na Figura 3.22. Devido à limitação de tempo e as dificuldades intrínsecas em realizar as leituras nestas condições, somente 176 leituras por tomograma puderam ser realizadas. O modelo de leitura bidimensional utilizado nos pilares encontra-se na Figura 3.23, sendo que os blocos de impacto não participaram dos ensaios ultrassônicos.



Figura 3.23 – Leituras executadas com caminhos retilíneos Fonte: adaptado de Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)

No pilar 1 foram executados oito impactos (Figura 3.24), a uma velocidade que iniciou com 1,4 km/h no primeiro impacto até 5,6 km/h no último, que descarregou na ponte 34 kJ até 532 kJ, respectivamente.



Figura 3.24 – Execução dos impactos Fonte: Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)

Os tomogramas resultantes dos ensaios antes e depois dos oito impactos estão representados na Figura 3.25.



Figura 3.25 – Tomogramas do pilar 1 antes e depois dos impactos Fonte: adaptado de Ferraro, Boyd, Consolazio (2013)

Os autores relatam que não era possível perceber nenhum dano na superfície do pilar, contudo os tomogramas indicam claramente uma redução da velocidade do pulso ultrassônico na altura de contato. Fica claro que a estrutura sofreu internamente fraturas devidas às colisões. Os resultados do pilar 3 são análogos e serão omitidos nessa revisão.

3.2.1.4 Detecção de falhas de concretagem simuladas por EPS

Dependendo do tamanho, as falhas de concretagem podem comprometer a segurança estrutural de uma edificação. Caso a falha seja totalmente interna, sua detecção por meios visuais não é possível, requerendo então algum método especial de inspeção. Até mesmo falhas visíveis podem gerar dúvidas sobre sua extensão interna e necessidade de intervenção. Neste cenário a tomografia ultrassônica entra como uma ótima ferramenta investigativa.

Para simular uma falha de concretagem, ou uma não homogeneidade qualquer, a dissertação de Ramírez (2015) efetuou, entre outros ensaios, a concretagem de um prisma com $50 \times 15 \times 15$ cm, onde foi inserido um cilindro de EPS, conforme exibe a Figura 3.26.



Figura 3.26 – Corpo de prova utilizado (a) modelo (b) corpo de prova Fonte: Ramírez (2015)

Neste corpo de prova, foram executadas leituras bidimensionais, com 5 pontos de leituras por face (Figura 3.27 (a)), em 14 seções transversais ao longo do comprimento do corpo de prova (Figura 3.27 (b)), no modo quatro faces simples (Figura 3.8 (d)). Foram utilizados transdutores de 250 kHz (pulso longitudinal) e a malha discretizadora adotada foi de 3 cm (Figura 3.26 (a)).



Figura 3.27 – Leituras executadas (a) seção bidimensional (b) seções ensaiadas

As leituras foram processadas pelo programa tomográfico TUSom, desenvolvido pelo grupo de pesquisa no qual Ramírez é integrante, e abordado no item 4.3.

Após o processamento, foram gerados 5 tomogramas, provenientes de 3 seções transversais (centro e extremidade esquerda e direita) e 2 seções longitudinais (vertical e horizontal), conforme exibe a Figura 3.26 (a). Tais tomogramas estão expostos na Figura 3.28, onde fica nítida a detecção do EPS, demonstrando o sucesso da técnica empregada.



Fonte: Ramírez (2015)

3.2.1.5 Detecção de fissuras

A detecção de fissuras é outro ensaio importante em uma inspeção estrutural. A avaliação da profundidade da fissura é fundamental para determinar a necessidade de futuras correções.

Kepler, Bond e Frangopol (2000ab) efetuaram uma pesquisa para avaliar a possibilidade de localizar e mensurar o tamanho de fissuras em barragens com a utilização da tomografia ultrassônica.

A pesquisa foi separada em duas partes, uma laboratorial e a outra em campo. No laboratório, foi utilizado um grande prisma de concreto com dimensões de $60 \text{ cm} \times 245 \text{ cm} \times 490 \text{ cm}$ com a presença de fissuras artificiais com profundidades de 30 cm, 60 cm e 120 cm. Foram executadas 435 leituras ultrassônicas nas 4 faces do prisma e seus resultados foram inseridos no programa 3DTOM (JACKSON; TWEETON, 1996). O tomograma resultante encontra-se na Figura 3.29.



Fonte: adaptado de Kepler, Bond e Frangopol (2000ab)

0 tomograma da Figura 3.29 encontrou claramente 0 posicionamento das fissuras. conseguiu bem como mensurar aproximadamente suas profundidades.

Demonstrado em laboratório a capacidade da tomografia ultrassônica em detectar fissuras, os pesquisadores escolheram a barragem de Barker Meadow, na cidade de Boulder, Colorado-EUA, para realizar uma pesquisa de campo. Essa barragem de gravidade, que possui 53,3 m de altura e 220 m de comprimento, foi construída em 1909 com concreto ciclópico. Escolheu-se essa estrutura, pois fissuras visíveis na face jusante da barragem estavam pondo em dúvida a sua integridade estrutural.

Para efetuar as leituras, alpinistas instalaram sensores receptores na parte jusante da barragem. Como emissor foi necessário um instrumento que gerasse um pulso com energia suficiente para atingir todos os receptores, sendo escolhida uma marreta de 3,2 kg. A Figura 3.30 mostra a configuração do ensaio.





Fonte: adaptado de Kepler, Bond e Frangopol (2000ab)

O resultado da inspeção gerou um tomograma (Figura 3.31) que exibe quatro regiões de baixa velocidade. Segundo os autores da pesquisa, essas regiões estão localizadas na mesma posição onde as fissuras externas são visíveis. Apenas uma fissura, localizada na menor profundidade (Figura 3.31), não foi detectada devido à configuração do ensaio. As áreas de baixa velocidade apresentaram um comprimento reduzido, demonstrando que as fissuras possuem pequena profundidade e

não representam um risco à barragem. Os autores finalizam o estudo concluindo que a tomografia ultrassônica é uma técnica muito eficiente para avaliar barragens, assim como outras estruturas de grande porte.



Figura 3.31 – Tomograma produzido pelas leituras na barragem Fonte: adaptado de Kepler, Bond e Frangopol (2000ab)

3.2.2 Madeira

O uso da tomografia ultrassônica na madeira é bem difundido na aplicação em árvores, principalmente as localizadas em ambiente urbano.

Também foram encontrados trabalhos com aplicação da tomografia ultrassônica em pilares de madeira (DACKERMANN *et al.*, 2014; LEE *et al.*, 2010; LI *et al.*, 2009; RIGGIO; PIAZZA, 2011; ROSS; WHITE, 2014; TOMIKAWA *et al.*, 1986; YU *et al.*, 2009). Contudo, como seus resultados são semelhantes aos exemplos que serão tratados no próximo item, os mesmos não serão apresentados nesta revisão.

3.2.2.1 Inspeção de árvores

No ambiente urbano pode existir muitas árvores de diferentes idades. Várias delas são antigas e algumas apresentam algum tipo de deterioração, sendo que essa situação pode por em riscos as pessoas e seus bens materiais. Neste cenário, inspeções periódicas devem ser executadas para verificar a segurança das árvores. Métodos visuais sempre foram empregados, contudo esses métodos não fornecem o estado interno de integridade da árvore. Neste sentido, a tomografia ultrassônica pode ser empregada para avaliar a estrutura interna das árvores e auxiliar na decisão de intervenção.

Várias pesquisas já foram realizadas para avaliar o estado interno de árvores utilizando a tomografia ultrassônica (ALLISON, 2011; AMODEI *et al.*, 2010, 2011; BRÜCHERT *et al.*, 2013; DEFLORIO; FINK; SCHWARZE, 2007; FRANÇA *et al.*, 2013; GILBERT; SMILEY, 2004; GÖCKE *et al.*, 2007; KELEMEN, 2010; LATORRACA *et al.*, 2011; LI *et al.*, 2013; LIN *et al.*, 2011; MARTINIS *et al.*, 2004; RUST, 2000; SING *et al.*, 2011; WANG; ALLISON; ROSS, 2007; WANG; ALLISON, 2008; WANG; WIEDENBECK; LIANG, 2009).

Neste item serão citadas apenas as que mais se destacaram.

Wang, Allison e Ross (2007) avaliaram o estado de uma antiga árvore da espécie *Quercus rubra*, de diâmetro 345 cm, em um parque nos EUA. Foram efetuadas leituras em três seções transversais, a 10 cm, 100 cm e 200 cm do chão, com 12 pontos de leitura e utilizando modo de leitura generalizado (Figura 3.32). Os tempos de propagação foram inseridos no programa PiCUS[®] que forneceu os tomogramas apresentados na Figura 3.33. Na mesma figura também estão exibidas as seções analisadas pela tomografia, pois a árvore foi posteriormente cortada.



Figura 3.32 – Arranjo utilizado dos transdutores Fonte: adaptado de Wang, Allison e Ross (2007)



Na Figura 3.33 fica claro que a árvore estava com um avançado estado de decomposição (área azul), sendo mais intenso na base e

reduzindo com o aumento da elevação. Esses resultados foram determinantes na decisão de corte da árvore.

Com a árvore cortada, as seções ensaiadas puderam ser visualizadas diretamente. Apesar da inegável degradação, os tomogramas aparentemente majoraram um pouco a área deteriorada. Segundo os autores, a seção transversal estava com várias trincas, dificultando a propagação do pulso ultrassônico e justificando os resultados, pois a tomografia é afetada tanto pelas trincas como pelas deteriorações. Deste modo, os autores concluem que a tomografia ultrassônica tende a majorar as áreas degradas quando existem trincas associadas. Assim, eles também indicam o uso de métodos de resistência de perfuração para cruzar seus resultados com os da tomografia.

Wang, Wiedenbeck e Liang (2009) conduziram outra pesquisa em uma árvore da espécie *Prunus serotina*. Primeiramente os pesquisadores efetuaram leituras ultrassônicas em 3 seções transversais da árvore, a 50 cm, 100 cm e 150 cm do chão. Na Figura 3.34 (a) ilustra-se o ensaio sendo executado com 12 transdutores, já na Figura 3.34 (b) está representada a malha das leituras.



Figura 3.34 – Ensaio de ultrassom (a) execução das leituras (b) malha de leituras utilizada

Fonte: Wang, Wiedenbeck e Liang (2009)

Após o ensaio ultrassônico, a árvore foi cortada e discos foram extraídos exatamente nas seções nas quais foram feitas as leituras ultrassônicas. Tais discos foram então submetidos a um ensaio de dureza superficial (Figura 3.35 (b)), executado em pontos na sua superfície localizados segundo a Figura 3.35 (a).



Figura 3.35 – Ensaio de dureza superficial (a) pontos do ensaio (b) execução

Com os dados do ensaio de dureza superficial foram confeccionadas curvas, que estão exibidas na Figura 3.36, juntamente com a seção transversal e os respectivos tomogramas gerados pelo programa PiCUS[®].

Fontes: (a) Wang, Wiedenbeck e Liang (2009) (b) Li et al. (2011)



Figura 3.36 – As três seções analisadas juntamente com os resultados dos ensaios de tomografia ultrassônica e dureza Fonte: adaptado de Wang, Wiedenbeck e Liang (2009)

Os tomogramas indicam degradação no meio do tronco (área azul), sendo que a área da degradação diminui com o aumento na altura. Exames visuais nos discos confirmaram a deterioração e exames laboratoriais constataram a presença de fungos lignolíticos, que deterioram a madeira.
As curvas produzidas pelo ensaio de dureza superficial ficaram compatíveis com os resultados da tomografia, contudo existem diferenças nos tamanhos das áreas.

3.2.2.2 Ensaio com discos

Várias pesquisas já foram realizadas para avaliar o estado interno de discos de madeira utilizando a tomografia ultrassônica (BATISTA *et al.*, 2009; BRANCHERIAU *et al.*, 2012; CANDIAN; SALES, 2009; DIJK, 2014; DIVOS; DIVOS, 2005; GONÇALVES *et al.*, 2011; KAZEMI-NAJAFI; SHALBAFAN; EBRAHIMI, 2009; KWANG-MO *et al.*, 2007; LI *et al.*, 2011; LIANG *et al.*, 2009, 2007; LIN *et al.*, 2008; NICOLOTTI *et al.*, 2003; PADUELLI, 2011; PEREIRA *et al.*, 2007; RINN; KRAFT, 2005; SAMBUELLI *et al.*, 2003; SECCO, 2011; SECCO *et al.*, 2010a, 2010b, 2012; WANG *et al.*, 2011, 2007; YANG *et al.*, 2007).

Neste item serão citadas apenas as que mais se destacaram.

Lin *et al.* (2008) efetuaram uma interessante pesquisa sobre a capacidade da tomografia ultrassônica em detectar furos artificiais em discos de madeira (*Cryptomeria japônica*) de 30 a 35 cm de diâmetro. Para cada um dos estados analisados foram utilizados 8 pontos de leitura, no modo de leitura **generalizado** (Figura 3.37).



Figura 3.37 - Leituras utilizadas nos ensaios

A primeira análise consistia na execução de um furo circular no centro do disco, cujo diâmetro iniciou com 1 cm e chegou à 23 cm, com um incremento de 2 cm por etapa. As seções e os tomogramas gerados pelo programa Arbotom[®] estão exibidos na Figura 3.38.



Os resultados demonstram que a tomografia ultrassônica iniciou a detecção do furo a partir dos 5 cm, sendo bem visualizado aos 9 cm. Conforme o furo ia sendo ampliado, os tomogramas melhoravam sua identificação.

Para avaliar como seria se o furo estivesse fora do centro, a segunda análise consistia na execução de um furo próximo ao ponto de leitura 2. Na primeira etapa não havia furos, na segunda foi executado um furo de 1 cm de diâmetro, que foi ampliado até 10 cm, com incremento de 1 cm. Os tomogramas e seções encontram-se na Figura 3.39.



Figura 3.39 – Tomogramas com um furo na lateral Fonte: adaptado de Lin *et al.* (2008)

Os resultados demonstram que se iniciou a detecção do furo a partir dos 3 cm, sendo bem detectado aos 5 cm. Conforme o furo aumentava, uma região de baixa velocidade se formava ao redor do ponto de leitura 2.

Infelizmente a região de madeira entre o furo e o ponto de leitura 2 não foi detectada. Provavelmente isso ocorreu devido à pouca quantidade de leituras utilizadas, sendo que se fosse aumentado esse número, os tomogramas teriam uma resolução muito melhor.

Em uma outra pesquisa, conduzida por Secco (2011), um dos ensaios realizados é semelhante ao executado por Lin *et al.* (2008). Um disco de tora de Pequiá (*Caryocar villosum*), de diâmetro médio de 67 cm e 10 cm de espessura, foi perfurado em seu centro e tal perfuração foi progressivamente sendo ampliada. A cada nova perfuração, leituras no modo difração (Figura 3.40 (a)) e reticulada (Figura 3.40 (b)) eram executadas com transdutor exponencial de 45 kHz. Na sequência, tomogramas (Figura 3.41) eram gerados seguindo um processo descrito pela autora, que é abordado no item 4.3.2.



Figura 3.40 – Modo de leituras executadas (a) difração (b) reticulada Fonte: adaptado de Secco (2011)



Figura 3.41 – Tomogramas obtidos para as duas malhas de leituras Fonte: adaptado de Secco (2011)

Nota-se que os tomogramas apresentaram um ótimo resultado, comparável ao obtido por Lin *et al.* (2008) utilizando o Arbotom[®]. Assim como Lin *et al.* (2008), os primeiros ensaios não conseguiram detectar o furo, devido ao seu reduzido tamanho. Com relação às malhas de leitura, o modo difração obteve um melhor resultado, pois possui maior concentração de leituras em relação ao modo reticulado (SECCO, 2011).

4 TOMOGRAFIA

4.1 INTRODUÇÃO HISTÓRICA

Uma breve revisão histórica será apresentada neste item, sendo que uma discussão mais ampla pode ser encontrada em Perlin (2011).

O físico alemão Wilhelm Conrad Röntgen é conhecido como "pai da radiologia", pois, em 1895, produziu radiação eletromagnética nos comprimentos de onda correspondentes aos atualmente chamados raios X. Por esta descoberta o pesquisador recebeu o Nobel de Física em 1901 (MARTINS, 2006).

A comunidade científica da época levantou a hipótese da possibilidade da construção de uma imagem tridimensional a partir de várias radiografias. A confirmação dessa hipótese veio em 1917 com o matemático austríaco Johann Radon (RADON, 1917), que provou matematicamente a possibilidade da reconstrução tridimensional completa de qualquer objeto submetido a várias projeções em diferentes ângulos até somar uma volta completa.

Esse método matemático ficou conhecido como a transformada de Radon (DEANS, 1983), sendo a base matemática da tomografia computadorizada. O primeiro tomógrafo foi criado em 1972, inventado pelo engenheiro eletricista inglês Godfrey Newbold Hounsfield e pelo físico sul-africano Allan MacLeod Cormack, o que lhes rendeu o prêmio Nobel em Fisiologia e Medicina em 1979 (FILLER, 2009). O leitor interessado no funcionamento básico de um tomógrafo por raio X pode consultar Perlin (2011).

Posteriormente, várias outras formas diferentes de tomografia foram sendo criadas ao substituir os raios X por outro tipo de medida física. Por exemplo, destacam-se a tomografia por resistividade elétrica, ressonância eletromagnética e velocidade de propagação das ondas mecânicas, a qual é o tema dessa tese.

Contudo, estas novas formas sempre respeitam o processo matemático desenvolvido por Radon, podendo efetuar adaptações necessárias relativas à natureza do novo tipo de medida física empregada.

4.2 TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA

4.2.1 Meio isotrópico

4.2.1.1 Montagem do Sistema Tomográfico

Inicialmente, considerando que um pulso ultrassônico se propaga em um meio homogêneo, pode-se afirmar que o mesmo percorre um caminho linear, conforme exibe a Figura 4.1 (a).



Fonte: Perlin (2011)

A velocidade desse pulso entre os dois transdutores é dada pela Equação 4.1.

$$V = \frac{L}{T} \quad \therefore \quad T = \frac{L}{V}$$
 4.1

Percebe-se que, como a geometria e o posicionamento dos transdutores são conhecidos, a distância total L pode ser determinada. Como o tempo total T de propagação da onda é medido pelo aparelho de leitura ultrassônica, a velocidade total V é automaticamente conhecida.

Discretizando a seção transversal da Figura 4.1 (a) em n elementos (Figura 4.1 (b)), o pulso ultrassônico passa a percorrer alguns desses

elementos com distâncias variáveis em cada elemento. A distância total percorrida L é dada pela soma das distâncias percorridas em cada elemento. Analogamente, a soma dos tempos de percurso em cada elemento resulta no tempo total T.

Sendo a velocidade de propagação da onda em cada elemento o parâmetro a ser obtido, o tempo total de propagação T pode ser representado pela Equação 4.2.

$$T = \int_{\mathrm{E}}^{R} \frac{1}{V_j} * dL_j \quad , \qquad \qquad 4.2$$

onde:

E: emissor;

R: receptor;

T: tempo total de propagação da onda do emissor ao receptor;

 V_j : velocidade de propagação no elemento j;

 dL_i : distância percorrida no elemento *j*.

Reescrevendo a Equação 4.2 considerando que o termo vagarosidade (p) é o inverso da velocidade, obtém-se a Equação 4.3 (JACKSON; TWEETON, 1994).

$$T = \int_{\mathrm{E}}^{R} p_j * dL_j \quad , \qquad \qquad 4.3$$

onde:

T: tempo total de propagação da onda do emissor ao receptor;

 p_j : vagarosidade da onda no elemento j;

 dL_i : distância percorrida no elemento *j*.

A integral da Equação 4.3 pode ser interpretada como um somatório, apresentado na Equação 4.4, onde n é o número total de elementos discretizados.

$$T = \sum_{j=1}^{n} p_j * dL_j$$
 4.4

Cada nova leitura i efetuada cria uma nova equação. Quando forem efetuadas todas as leituras (m), obtém-se a Equação 4.5, representada pela Figura 4.2.

$$T_i = \sum_{j=1}^n p_j * dL_{i,j} \qquad (i = 1, ..., m) \quad 4.5$$

A equação acima pode ser transformada para a forma matricial, conforme a Equação 4.6.

$$\underline{T_m} = \underline{\mathbf{D}_{m,n}} * \underline{P_n} , \qquad \mathbf{4.6}$$

onde:

m: número total de leituras realizadas;

n: número total de elementos discretizados;

<u>D</u>: matriz com *m* linhas e *n* colunas que armazena as distâncias

percorridas pelas ondas ultrassônicas nos elementos *j*, quando realizadas as leituras *i*;

<u>*P*</u>: vetor com n linhas que armazena as vagarosidades dos diferentes elementos discretizados j;

 \underline{T} : vetor com *m* linhas que armazena os tempos de todas as leituras *i*.



Como a malha e o posicionamento dos transdutores são conhecidos, os elementos da matriz \underline{D} também estão determinados. Os

valores do vetor \underline{T} também são conhecidos, pois são os resultados das leituras, restando apenas a determinação dos valores do vetor \underline{P} .

4.2.1.2 Resolução do Sistema Tomográfico

Apesar da Equação 4.6 representar um sistema de equações lineares, sua resolução pode necessitar métodos não usuais. Essa necessidade existe devido à natureza do sistema, que normalmente é retangular e não quadrado, ou seja, o número de equações é diferente do número de incógnitas. Além disso, dentro da lista de equações há equações linearmente dependentes, que podem tornar o problema singular, i.e., sem unicidade na resposta.

Deste modo, dependendo da quantidade e de quais leituras forem efetuadas, o sistema de equações pode ser:

- a) indeterminado: o número de equações linearmente independentes é menor que o número de incógnitas, não existindo uma única solução;
- b) **determinado**: o número de equações linearmente independentes é igual ao número de incógnitas, existindo uma solução;
- c) sobredeterminado: o número de equações linearmente independentes é superior ao número de incógnitas. Leituras precisas resultam em um sistema consistente, com solução única. Já leituras imprecisas resultam em um sistema inconsistente, sem solução adequada a todas as leituras.

A Equação 4.6 pode ser resolvida por processos diretos ou por processos iterativos, sendo que na dissertação de Perlin (2011) é apresentado um longo estudo comparativo entre os métodos utilizados para resolução do sistema.

Considerando que é usual que o problema tomográfico resulte em um sistema de equações sobredeterminado inconsistente (PERLIN, 2011), o método de Cimmino, também conhecido como SIRT - Técnica da Reconstrução Algébrica Simultânea (BENZI, 2004), não necessita do cálculo de determinantes ou a inversão de matrizes, não requer a construção completa da matriz $D_{m,n}$ e resolve sistemas sobredeterminados consistentes e inconsistentes sem apresentar nenhuma instabilidade. Por estes motivos, Perlin (2011) concluiu que esse é o melhor método a ser empregado na resolução tomográfica.

Jackson e Tweeton (1994) ainda utilizaram uma variação do processo iterativo de Cimmino, que porporciona uma aceleração na

convergência para o resultado em sistemas esparsos, chamado neste trabalho de Cimmino Otimizado.

Deste modo, o método de Cimmino é brevemente apresentando nesta tese, que concentra as explicações no método de Cimmino Otimizado. Leitor interessado em uma discussão mais ampla pode consultar a dissertação de Perlin (2011).

4.2.1.2.1 Cimmino

Desenvolvido pelo matemático italiano Gianfranco Cimmino (1908-1989) (BENZI, 2004; CIMMINO, 1938), o processo iterativo de Cimmino inicia com uma estimativa inicial da solução, chamada de ponto inicial x(0). A cada passo iterativo é calculado o ponto médio x(1) entre os pontos mais próximos ao ponto inicial x(0), e que satisfaçam as equações do sistema. Na iteração seguinte, esse ponto médio x(1) é utilizado novamente para calcular a média e reiniciar o processo iterativo com o intuito de obter o próximo ponto x(2). Graficamente, o método de Cimmino é dado pela Figura 4.3.



Figura 4.3 – Representação do processo iterativo de Cimmino Fonte: Perlin (2011)

Algebricamente, o processo iterativo de Cimmino, para a iteração k, é dado pela Equação 4.7 (IUSEM; PIERRO, 1990b) para resolver um sistema de equações lineares da forma $A_{m,n} * x_n = B_m$.

$$\vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \left[\frac{\left(\vec{a}_i \cdot \vec{x}^{(k-1)} - b_i \right) * \vec{a}_i}{|\vec{a}_i|^2} \right], \quad 4.7$$

onde:

k: número do processo iterativo; $\vec{x}^{(k)}$: ponto obtido na iteração k; $\vec{x}^{(k-1)}$: ponto obtido na iteração anterior; *i*: número da equação utilizada; *m*: número total de equações, ou de linhas na matriz $\underline{A}_{m,n}$; λ_i : fator de ponderação para a equação *i*, sendo que: • $\lambda_i > 0$ ($1 \le i \le m$); • $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$; \vec{a}_i : é o vetor composto pelos termos da linha *i* da matriz $\underline{A}_{m,n}$;

 b_i : é o valor da linha *i* da matriz B_m .

Uma interessante característica desse método, é que o mesmo permite proporcionar diferentes fatores de ponderação para cada equação envolvida. Assim o resultado pode ser influenciado igualmente por todas as equações ou sofrer influências mais elevadas (maior peso) para determinadas equações em função de alguma necessidade específica do problema que está sendo resolvido.

4.2.1.2.2 Cimmino Otimizado

Jackson e Tweeton (1994) fizeram o uso de uma modificação do método de Cimmino, que otimizava a velocidade de convergência para o resultado em sistemas esparsos, típicos no processo tomográfico. O método de Cimmino Otimizado é dado pela Equação 4.8 (JACKSON; TWEETON, 1994).

$$\vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} - \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\left(\vec{a_i} \cdot \vec{x}^{(k-1)} - b_i \right) * \vec{r_i}}{|\vec{a_i}|^2} \right], \quad 4.8$$

onde:

k: número do processo iterativo; $\vec{x}^{(k)}$: ponto obtido na iteração *k*; $\vec{x}^{(k-1)}$: ponto obtido na iteração anterior; *i*: número da equação utilizada; *m*: número total de equações, ou de linhas na matriz $A_{m,n}$;

 $\vec{a_i}$: é o vetor composto pelos termos da linha *i* da matriz $A_{m,n}$;

 $\vec{s} \cdot \vec{w}$: produto escalar;

 b_i : é o valor da linha *i* da matriz B_m ;

 $\overrightarrow{r_i}$: é o vetor composto com os elementos da linha *i* da matriz $\underline{R_{ij}}$, dada por:

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{N_j} \quad ,$$

onde N_j o número de equações onde o termo da dimensão j é diferente de zero.

Esse método também pode ser apresentado em seu formato matricial, tratado no próximo item.

4.2.1.2.3 Cimmino Otimizado em Formato Matricial

Seguindo a dedução desenvolvida por Perlin (2011), pode-se modificar a Equação 4.8, obtendo:

$$\vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} + \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\overrightarrow{r_i}}{|\overrightarrow{a_i}|^2} * \left(b_i - \overrightarrow{a_i} \cdot \vec{x}^{(k-1)} \right) \right].$$

Fazendo $z_i = b_i - \vec{a}_i \cdot \vec{x}^{(k-1)}$, tem-se:

$$\vec{x}^{(k)} = \vec{x}^{(k-1)} + \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\vec{r}_i}{|\vec{a}_i|^2} * z_i \right].$$

Transformando em formato matricial, obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(k-1)} + \begin{bmatrix} \frac{a_{1,1}}{N_1 * |\overrightarrow{a_1}|^2} & \frac{a_{2,1}}{N_1 * |\overrightarrow{a_2}|^2} & \cdots & \frac{a_{m,1}}{N_1 * |\overrightarrow{a_m}|^2} \\ \frac{a_{1,2}}{N_2 * |\overrightarrow{a_1}|^2} & \frac{a_{2,2}}{N_2 * |\overrightarrow{a_2}|^2} & \cdots & \frac{a_{m,2}}{N_2 * |\overrightarrow{a_m}|^2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{a_{1,n}}{N_n * |\overrightarrow{a_1}|^2} & \frac{a_{2,n}}{N_n * |\overrightarrow{a_2}|^2} & \cdots & \frac{a_{m,n}}{N_n * |\overrightarrow{a_m}|^2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} .$$

Chamando a maior matriz de $W_{n,m}$ e transpondo-a, obtém-se que $W_{n,m} = W_{m,n}^{T}$. Então:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}^{(k-1)} + \underline{W_{m,n}}^T * \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} , \qquad 4.9$$

onde $W_{m,n}$ é dado por:

$$w_{ij} = \frac{a_{ij}}{N_j * |\vec{a_i}|^2} = \frac{a_{ij}}{N_j * \sum_{k=1}^n (a_{ik})^2}$$

Transformando a Equação 4.9 para um formato matricial reduzido, obtém-se a versão matricial do processo iterativo de Cimmino Otimizado (JACKSON; TWEETON, 1994; PERLIN, 2011), dada por:

$$\underline{x_n}^{(k)} = \underline{x_n}^{(k-1)} + \underline{W_{m,n}}^T * \left[\underline{B_m} - \underline{A_{m,n}} * \underline{x_n}^{(k-1)}\right], \qquad 4.10$$

onde:

k: é número da iteração atual; *m*: é o número de equações do sistema; *n*: é o número de incógnitas do sistema; $\frac{x_n^{(k)}}{x_n^{(k-1)}}$: armazena os valores do passo iterativo atual *k*; $\frac{\overline{w_{m,n}}}{W_{m,n}}$: matriz construída por:

$$w_{ij} = rac{a_{ij}}{N_j * \sum_{k=1}^n (a_{ik})^2}$$
;

 N_j : número de equações onde o termo da dimensão j é diferente de zero;

 a_{ij} : termo da linha *i* e coluna *j* da matriz $A_{m,n}$.

4.2.1.3 Considerando a Heterogeneidade

Depois de utilizado o processo iterativo de Cimmino (Equação 4.10), o meio, que inicialmente foi considerado homogêneo, passa a ser

heterogêneo, pois diferentes valores de velocidade serão encontrados para cada elemento no intuito de resolver o sistema de equações. Com isso, a propagação dos pulsos ultrassônicos não será mais retilínea, conforme assumido no item 4.2.1.1 (Figura 4.1).

Segundo Jackson e Tweeton (1994), quando o meio apresenta contraste de velocidades menores que 10%, aproximar a propagação dos pulsos para linhas retas não provoca grandes distorções nos resultados. Entretanto, caso esse contraste seja maior que 10%, é indicado o uso de técnicas que mapeiem o trajeto do pulso ao longo da seção. Um exemplo desse tipo de propagação está ilustrado na Figura 4.4.



Figura 4.4 – Exemplo de propagação não retilínea em meio com velocidade gradiente

Fonte: adaptado de Wang (2014)

Nesta figura, o meio por onde se propagam as ondas possui uma velocidade que aumenta linearmente com a profundidade, conforme a escala de cores exibida. Um emissor está representado à direita e 6 receptores estão à esquerda. As linhas brancas pontilhadas exibem o caminho retilíneo entre o emissor e os receptores, contudo, devido à heterogeneidade, o caminho mais rápido passa por zonas inferiores, aproveitando sua maior velocidade, e depois retorna até o nível do receptor.

Outro exemplo interessante está representado na Figura 4.5.



Figura 4.5 – Exemplo de propagação não retilínea em meio com não homogeneidade circular Fonte: adaptado de Ma (1995)

Nesta figura, uma não homogeneidade circular cuja velocidade de propagação de 2000 m/s está presente no centro de um meio com velocidade de propagação de 4000 m/s. O emissor, localizado à direita, cria um pulso que se propaga pelo meio, cujas frentes de ondas estão representadas juntamente com os respectivos tempos de propagação. Os caminhos de onda que chegam aos 19 receptores desviam da zona de baixa velocidade, fazendo um contorno por cima e por baixo. Nota-se que os receptores mais afetados pela não homogeneidade são os de número 9 e 10, localizados no meio da seção. Trata-se de um exemplo típico de detecção de não homogeneidades, cujo desenho auxilia na compreensão da situação.

Deste modo, precisa-se de um método que, a partir do campo de velocidades do meio, calcule a progressão dos caminhos de onda. Dentre os métodos utilizados para calcular o caminho de onda mais rápido, destacam-se: perturbação de onda (*ray bending*); "tiro ao alvo" (*ray shotting*); migração da frente de onda (*wavefront migration*); teoria da rede (vários nomes para o mesmo método: *network theory, shortest path* ou *graph theory*).

4.2.1.3.1 Perturbação de Onda – Ray Bending

O método da perturbação de onda, proposto por Um e Thurber (1987), é conhecido na literatura internacional como *ray bending* (JULIAN; GUBBINS, 1977). Seu processo pode ser considerado como um problema de valor de contorno de dois pontos. Inicialmente considerase uma propagação retilínea entre o emissor e um receptor. No ponto médio desse segmento de reta, calcula-se o gradiente de velocidade que serve de referência para iterativamente perturbar (mover) o ponto para uma nova posição até encontrar o menor tempo de transito do pulso. A Figura 4.6 exemplifica o método.



Figura 4.6 – Método de perturbação de onda: 1 passo iterativo Fonte: Um e Thurber (1987)

Após encontrar o novo ponto, o caminho de onda é então descrito por dois segmentos de retas. Cada um desses segmentos é novamente partido ao meio e os pontos medianos são novamente perturbados até encontrar o caminho de menor tempo de propagação. Esse processo se repete até a variação do tempo total de propagação atingir a precisão estipulada. A Figura 4.7 exemplifica o processo para um meio onde a velocidade varia linearmente com a profundidade.



Figura 4.7 – Método de perturbação de onda: evolução das iterações Fonte: adaptado de Um e Thurber (1987)

Contudo, fazendo uma analogia com funções (Figura 4.8), a grande desvantagem desse método é a possibilidade de convergência para um trajeto que represente o menor tempo de propagação local, e não global. Isso ocorre particularmente em meios com fortes heterogeneidades (JACKSON; TWEETON, 1994), sendo que um exemplo dessa situação pode ser visualizado na Figura 4.9.



Figura 4.8 - Demonstração do mínimo local e global





Percebe-se na Figura 4.9 que o meio apresenta uma forte estratigrafia, formado por 3 camadas, cada uma composta por materiais que proporcionam diferentes velocidades de propagação do pulso ultrassônico.

O processo iterativo irá inicialmente calcular o tempo de trânsito no caminho de onda retilíneo, ou seja, o caminho A, obtendo T_A . Posteriormente irá perturbar o caminho de onda e calculará o tempo para o caminho B (T_B). Efetuando uma análise visual da Figura 4.9 é possível afirmar que $T_A < T_B$, desta forma o gradiente de velocidade no caminho B irá apontar para o caminho A. Mesmo que o programa efetue uma perturbação maior na onda, testando o caminho C, também será obtido que $T_A < T_C$ e novamente o gradiente de velocidade irá apontar para o caminho A. Ou seja, a camada de baixa velocidade irá apontar para o método teste o caminho D, que é o mais rápido. Deste modo, este método irá escolher o caminho A como sendo o mais rápido, sendo que na verdade, o caminho A representa o mínimo local, enquanto o caminho D o mínimo global.

4.2.1.3.2 "Tiro ao Alvo" – Ray Shotting

Esse método cria vários caminhos de onda, apenas alterando o ângulo de saída do emissor e analisando, pela lei de Snell ou por equações diferenciais de propagação, por onde o pulso percorre e aonde chega (JACKSON; TWEETON, 1994; JULIAN; GUBBINS, 1977; TWEETON; JACKSON; ROESSLER, 1990). A Figura 4.10 ilustra o método.



Figura 4.10 – Exemplificação do método do "tiro ao alvo" – ray shotting Fonte: adaptado de Rawlinson (2014)

Discretizando o meio em elementos homogêneos, esse método também pode ser exemplificado pela Figura 4.11, onde foi utilizada a lei de Snell para obter os percursos de cada tentativa.



Figura 4.11 – Exemplificação do método do "tiro ao alvo" – ray shotting

Segundo simulações produzidas por Tweeton, Jackson e Roessler (1990), esse método apresenta consideráveis problemas. Em implementação computacional efetuada por estes pesquisadores, 20% das tentativas de atingir o alvo não obtiveram sucesso. Esse cenário era sempre agravado pela existência de zonas de baixa velocidade, onde a variação angular no emissor precisa ser extremamente pequena para acertar o receptor, conforme ilustra a Figura 4.12.



4.2.1.3.3 Migração da Frente de Onda - Wavefront Migration

Esse método, proposto por Jackson e Tweeton (1994), baseia-se no Princípio de Huygens, que afirma que cada ponto da frente de uma onda pode ser tratado como uma nova onda. Com isso em mente, os pesquisadores propuseram um procedimento gráfico bem interessante, exibido na Figura 4.13.





Fonte: adaptado de Jackson e Tweeton (1994)

Esse processo de construção gráfica inicia criando uma frente de onda circular em volta do emissor. Alguns dos infinitos pontos dessa frente de onda são selecionados para constituírem individualmente uma nova frente de onda. Nestes pontos selecionados, criam-se círculos que terão tamanho em função da velocidade do pulso no respectivo ponto. Tal tamanho será calculado pela multiplicação dessa velocidade com a variação temporal *dt* desejada. Retas tangentes a dois círculos vizinhos são traçadas, sendo que a união das retas representa os pontos de propagação da nova frente de onda. Então o processo se reinicia e se propaga até atingir todos os receptores.

Durante o processo de propagação, é normal que dois pontos vizinhos da frente de onda vão se afastando um do outro. Deste modo, para garantir o detalhamento da frente de onda, quando a distância entre estes dois pontos vizinhos for superior a algum valor definido, novos pontos são criados entre os estes dois pontos. Segundo os autores do artigo, a posição desses novos pontos deve ser calculada por interpolação, porém não fornecem detalhes de como essa interpolação foi efetuada. O autor dessa tese sugere que seja utilizada uma interpolação por *spline* cúbica interpolante (RUGGIERO; LOPES, 1996) utilizando todos os pontos da frente de onda.

Quando o processo construtivo indicar a criação de um novo ponto fora da área do material, esse novo ponto é ignorado, resultando em uma economia de processamento.

Outro exemplo do funcionamento do método, incluindo duas regiões com diferentes velocidades, pode ser visualizado na Figura 4.14.



Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

Na Figura 4.14 (a) está representada a posição do emissor e duas regiões, com velocidades do pulso ultrassônico de $V_1 e V_2$, sendo que $V_1 > V_2$. Iniciando o processo (Figura 4.14 (b)), um círculo de raio igual à velocidade do meio multiplicada pela variação temporal adotada (*dt*) é posicionado com o centro sobre o emissor. Alguns pontos espaçados igualmente entre si são criados sobre este círculo, sendo que as retas azuis representam os caminhos de onda entre o emissor e os novos pontos.

Na Figura 4.14 (c) são posicionados novamente os círculos em cada ponto da frente de onda e retas tangentes a dois círculos vizinhos são construídas. A união dessas retas tangentes entre si, ou com a borda do problema, gera os novos pontos da nova frente de onda. Os caminhos de onda (retas em azul) são traçados a partir dos pontos mais temporalmente próximos, ou seja, onde a distância dividida pela velocidade do meio resulte no menor tempo.

Na Figura 4.14 (d) novamente círculos são construídos nos pontos da frente de onda, cujos tamanhos são proporcionais à velocidade do meio onde o ponto se encontra. Novamente retas tangentes são criadas, obtendo o posicionamento dos novos pontos. Contudo, neste caso, a verificação da distância entre pontos vizinhos indicou que se faz necessária a adição de novos pontos para que a onda mantenha seu formato.

Deste modo, na Figura 4.14 (e) encontra-se a *spline* (em verde) criada nos pontos em preto. Os novos pontos (em azul) são adicionados sobre a *spline* e espaçados igualmente em seu comprimento. Os caminhos de onda chegam aos novos pontos criados a partir dos seus respetivos pontos mais temporalmente próximos.

O processo continua na Figura 4.14 (f), onde novamente os círculos com tamanho proporcional à velocidade do meio são traçados sobre os pontos da frente de onda. A união das retas tangentes indica o posicionamento dos novos pontos e o caminho de onda novamente é obtido pelos pontos mais temporalmente próximos. Esse processo continua até que a onda percorra todo o meio.

Para aumentar a precisão do método, pequenos valores da variação temporal *dt* devem ser utilizados. Assim como a distância máxima entre pontos vizinhos também deve ser pequena.

Esse método resolve o problema dos métodos anteriores, sendo estável e preciso, sempre atingindo todos os receptores e calculando o caminho de onda mais rápido de todos, ou seja, o global e não o local.

O único problema desse método é a dificuldade em sua implementação para o caso tridimensional, onde os círculos passariam a

ser esferas e as retas passariam a ser planos se propagando em todas as direções.

4.2.1.3.4 Teoria da Rede – Network Theory

O método da teoria da rede, também conhecido na literatura internacional como *network theory*, *shortest path* ou *graph theory*, foi proposto por Moser (1991). Esse método consiste na ideia de criar uma rede de pontos interconectados, onde a onda somente pode percorrer por estes caminhos estipulados.

Primeiramente, considere um meio discretizado em vários elementos, assim como efetuado na Figura 4.1 (b) e agora representado pelas linhas tracejadas na Figura 4.15.



Figura 4.15 – Método da Teoria da Rede – exemplo de modelo de elementos, pontos e conexões Fonte: adaptado de Moser (1991)

Na interface entre os elementos, são adicionados pontos, representados pelos círculos pretos na Figura 4.15. Na sequência, todas as conexões entre os pontos adjacentes são efetuadas, porém não permitindo nenhuma conexão ultrapassar os limites do elemento onde se encontra (Figura 4.15). Por facilidade na representação, as conexões que se propagam sobre as linhas tracejadas de discretização dos elementos não foram incluídas neste exemplo, contudo em casos reais elas são consideradas. A localização e quantidade dos pontos também são arbitrárias, sendo escolhida essa configuração (Figura 4.15) para melhorar a compreensão.

Construída essa malha, têm-se quase incontáveis combinações de caminhos que podem ser percorridos para ir de um ponto a outro. Para identificar qual caminho é o mais rápido, deve-se utilizar o Algoritmo de Dijkstra.

4.2.1.3.4.1 Algoritmo de Dijkstra

O Algoritmo de Dijkstra, criado pelo cientista da computação holandês Edsgar Dijkstra (DIJKSTRA, 1959), calcula o menor tempo necessário para, a partir de um ponto emissor, o pulso chegar a todos os outros pontos (CORMEN *et al.*, 2012). Ele efetua esse cálculo em P iterações, onde P é o número de pontos. Seguem os passos do algoritmo.

a) <u>Início:</u>

Os pontos são separados em dois grupos:

- grupo D, contém todos os pontos cujo menor tempo de propagação até o ponto é **d**esconhecido;
- grupo C, contém todos os pontos cujo menor tempo de propagação até o ponto é conhecido.

No início do processo, todos os pontos estão localizados no grupo D e o grupo C está vazio. Na sequência, é atribuído a todos os pontos do grupo D, o tempo de propagação até o ponto como sendo infinito, a única exceção é o ponto emissor que recebe o tempo de propagação zero.

b) <u>Passo 1:</u>

Seleciona-se o ponto de D que possui o menor valor como tempo de propagação até o ponto, e o mesmo é nomeado como i. Se o processo acabou de iniciar, o ponto selecionado será o emissor. Esse ponto i é então movido para C, pois seu menor tempo de propagação até o ponto é conhecido e não será mais alterado.

c) <u>Passo 2:</u>

O próximo passo é selecionar todos os pontos que estão em D e que possuem uma conexão direta com i. Para cada um destes pontos, nomeados como j, efetua-se a seguinte conta:

$$t(j) = minimo(t(j); t(i) + d_{ij}/v_e)$$
, 4.11

onde:

t(j): é o tempo de propagação até o ponto **j**; d_{ij} : é a distância entre o ponto **i** e o ponto **j**; v_e : é a velocidade do elemento por onde a conexão percorre.

Se o processo encontra-se no início, essa operação calculou e armazenou o tempo de propagação que cada onda levou para sair do emissor e chegar aos seus pontos diretamente conectados.

d) <u>Passo 3:</u>

Verifica-se se o grupo D está vazio, caso afirmativo encerra-se o processo, caso contrário retorna-se ao Passo 1.

Em um esquema de fluxograma, o Algoritmo de Dijkstra pode ser representado pela Figura 4.16.



Figura 4.16 – Fluxograma do Algoritmo de Dijkstra

Após utilizar o Algoritmo de Dijkstra, o problema apresentado na Figura 4.15 é resolvido e está exibido na Figura 4.17.



Figura 4.17 – Método da Teoria da Rede – caminhos mais rápidos entre o Emissor e todos os outros pontos

Fonte: adaptado de Moser (1991)

Deste modo, são conhecidos os caminhos mais rápidos para sair do emissor e chegar a todos os pontos, considerando, neste caso, que a velocidade dos elementos é a mesma. Para acelerar o processo, opcionalmente pode-se subdividir o grupo D em dois grupos: os que possuem a velocidade igual a infinito (D_I) e os que possuem velocidade qualquer, mas diferente de infinito (D_Q). Deste modo, o Passo 1 torna-se mais rápido pois a procura pelo ponto com menor tempo de propagação ocorre apenas no grupo D_Q .

Na Figura 4.18 é apresentado um exemplo numérico para ilustrar o algoritmo. Existem 6 pontos indicados pelas letras "a" até "f". Os pontos possuem conexões entre si conforme exibe a Figura 4.18, sendo que o número localizado no meio da conexão já representa o tempo necessário para percorrer a respectiva conexão. Os números ao lado dos pontos representam o tempo necessário para onda chegar até o respectivo ponto. No início, todos os tempos são desconhecidos então recebem o valor de infinito, a exceção é para o ponto A, emissor de onda, cujo tempo de propagação até o ponto é zero. Ao avançar do processo iterativo, setas são posicionadas ao longo das conexões. Sua função é demonstrar o caminho mais rápido do pulso.



Figura 4.18 – Exemplo Numérico do Algoritmo de Dijkstra

Pode-se notar que nos métodos Perturbação da Onda e Tiro ao Alvo, o caminho mais rápido era calculado em pares, ou seja, um emissor e um receptor. Já utilizando a Teoria da Rede, o caminho mais rápido é calculado para todos os receptores, com apenas um procedimento.

Ressalta-se também que nos métodos anteriores os caminhos de onda não tinham restrições de percursos, já no método da Teoria da Rede o pulso deve percorrer apenas as conexões e os pontos da rede. Isso é uma desvantagem, que, para ser corrigida, basta reduzir a malha, aumentando o número de pontos e caminhos até o nível de precisão almejado. A grande vantagem da Teoria da Rede é o fato do método ser aplicado para qualquer configuração de pontos e conexões, ou seja, o método se adapta às necessidades do problema. Percebe-se que o método pode ser aplicado para problemas bidimensionais e tridimensionais, sem alterar a formulação. Fato que não ocorre, por exemplo, com o método da Migração de Frente de Onda.

Outra vantagem, é que esse método sempre retorna o caminho mais rápido possível, independente da complexidade do meio. Fato que não ocorre com os métodos da Perturbação de Onda e Tiro ao Alvo, que podem fornecer um caminho com menor tempo de propagação local.

Com todas essas vantagens, em relação aos demais métodos, fica claro que a Teoria da Rede é o melhor a ser implementado.

Depois de executado o procedimento da Teoria da Rede, o caminho de onda é recalculado, alterando então os valores da Matriz $\underline{D}_{m,n}$ da Equação 4.6. Isso implica que o sistema de equações da Equação 4.6 necessita ser novamente resolvido pelo processo iterativo de Cimmino, alterando novamente as velocidades de cada elemento. Nota-se que isso provoca um processo iterativo, que será melhor explicado na implementação computacional, item 5.

4.2.2 Meio ortotrópico - madeira

4.2.2.1 Montagem do Sistema Tomográfico

A tomografia ultrassônica aplicada em um material isotrópico possui apenas uma incógnita por elemento discretizado, que é a sua vagarosidade. Já em um material ortotrópico, existem várias incógnitas por elemento, que são todas as vagarosidades de cada uma das orientações possíveis para propagação no elemento. Deste modo, a Equação 4.4 deve ser reescrita, exibindo a vagarosidade como função do ângulo θ entre o caminho de propagação e um dos eixos de simetria do material, conforme a Equação 4.12.

$$T = \sum_{j=1}^{n} p_j(\theta) * dL_j .$$
 4.12

Considerando apenas o caso bidimensional e referenciando θ em relação ao eixo tangencial, a Equação 4.12 fica representada pela Figura 4.19 (a).



Figura 4.19 – Caminhos de leituras com diferentes ângulos em relação ao eixo tangencial – (a) uma conexão por elemento – (b) duas conexões por elemento

Contudo, existe a possibilidade de existirem diferentes conexões com diferentes inclinações dentro do mesmo elemento, conforme exibe a Figura 4.19 (b). Neste caso, a Equação 4.12 necessita ser reescrita incluindo uma somatória dos tempos de percurso nas diferentes conexões dentro de cada elemento, conforme a Equação 4.13.

$$T = \sum_{j=1}^{n} \sum_{a=1}^{c} p_{j,a} * dL_{j,a} , \qquad 4.13$$

onde:

T: tempo total de propagação da onda do emissor ao receptor;

n: número total de elementos discretizados;

c: número total de conexões dentro do elemento j;

 $p_{j,a}$: vagarosidade da onda na conexão *a* no elemento *j*, que é função do ângulo θ ;

 θ : ângulo entre a conexão *a* e o eixo tangencial;

 $dL_{i,a}$: distância percorrida na conexão a no elemento j.

Portanto, ao efetuar todas as leituras, serão utilizadas várias conexões dentro de cada elemento, sendo que cada uma delas possui uma inclinação e uma vagarosidade associada. Percebe-se que as incógnitas do problema, ou seja, as vagarosidades em cada inclinação de cada elemento, estão presentes em grande quantidade. Para um problema bidimensional com uma discretização angular de 1º, tem-se 91 incógnitas para serem encontradas por elemento. Nota-se, assim, o enorme número de variáveis em um problema com vários elementos e a impossibilidade prática de sua resolução.

Porém a partir do desenvolvimento matemático apresentado no item 10.1.3, pode-se construir uma função matemática (p_{θ}) que descreva o comportamento da vagarosidade em função do ângulo θ , como a proposta por Christoffel. A função p_{θ} também pode ser obtida com a utilização da função simplificada empírica proposta por Hankinson ou via experimental. Estas funções estão melhores descritas no item 4.2.2.2.

Adotando como hipótese que a deterioração na madeira não escolhe uma direção específica para ocorrer, é possível afirmar que p_{θ} mantém seu formato. Ou seja, tanto para uma amostra íntegra, como para uma amostra deteriorada, p_{θ} manterá sua forma, contudo para a amostra deteriorada todos os valores de velocidades e vagarosidade são proporcionalmente inferiores e superiores, respectivamente.

É semelhante à adoção de um fator k multiplicador da curva de referência da madeira íntegra no caso de deterioração ou presença de não homogeneidade, resultando em uma função, conforme a Equação 4.14.

$$p_{d,\theta} = k p_{i,\theta}$$
 , 4.14

onde:

 $p_{d,\theta}$: é a vagarosidade em função do ângulo θ , que já considera a deterioração ou não homogeneidade;

k: é o fator multiplicador;

 $p_{i,\theta}$: é a vagarosidade de referência em função do ângulo θ para uma madeira íntegra.

Deste modo, cada ponto de uma seção transversal possui um fator k que identificará o seu respectivo estado de deterioração ou a presença de uma não homogeneidade qualquer.

Como por hipótese este fator k independe da inclinação em relação aos anéis de crescimento, o mesmo poderá ser avaliado em qualquer inclinação. Neste trabalho optou-se por avaliar o fator k pela relação entre as vagarosidades na direção tangencial, adotando na Equação 4.14 que $\theta = 0$, obtendo:

$$k = \frac{p_{d,t}}{p_{i,t}};$$
4.15

onde:

 $p_{d,t}$: é a vagarosidade da madeira degradada, ou com não homogeneidade, no sentido tangencial;

 $p_{i,t}$: é a vagarosidade no sentido tangencial para uma madeira íntegra.

Substituindo o fator k da Equação 4.15 na Equação 4.14, obtémse:

$$p_{d,\theta} = \frac{p_{d,t}}{p_{i,t}} p_{i,\theta}.$$
4.16

Como $p_{d,\theta}$ da Equação 4.16 é igual à $p_{j,a}$ da Equação 4.13, podese substituir e obter:

$$T = \sum_{j=1}^{n} \sum_{a=1}^{c} \frac{p_{d,t}}{p_{i,t}} p_{i,\theta} * dL_{j,a}.$$

Como $p_{d,t}$ é independe da inclinação em relação aos anéis de crescimento, ele não varia em função das conexões dentro do próprio elemento e pode ser retirado da somatória interna. Como $\frac{p_{i,\theta}}{p_{i,t}}$ depende da curva de referência da madeira íntegra e é função de θ , que por sua vez é função da conexão *a*, pode-se substituí-lo por r_a , ficando com:

$$T = \sum_{j=1}^{n} p_{d,t} \sum_{a=1}^{c} r_a * dL_{j,a} ; \qquad 4.17$$

onde:

 r_a : curva da vagarosidade da madeira íntegra referenciada em relação à sua vagarosidade tangencial $p_{i,t}$, $r_a = \frac{p_{i,\theta}}{p_{i,t}}$;

 $dL_{i,a}$: distância percorrida na conexão a no elemento j.

Adotando que:

$$dL_j = \sum_{a=1}^{c} r_a * dL_{j,a} ; \qquad 4.18$$

tem-se:

$$T = \sum_{j=1}^{n} p_{d,t} dL_j$$
; 4.19

onde:

T: tempo total de propagação da onda do emissor ao receptor;

n: número total de elementos discretizados;

 $p_{d,t}$: vagarosidade tangencial da onda no elemento *j*, sendo utilizada como indicador da presença de deterioração ou de não homogeneidades quaisquer;

 dL_j : representa a correção das distâncias percorridas no elemento j, de tal forma a considerar a ortotropia.

Em outras palavras, as distâncias de cada conexão de um elemento são modificadas em função da vagarosidade na respectiva inclinação θ , dada por $p_{i,\theta}$. Se a vagarosidade da conexão é maior que $p_{i,t}$, a distância da conexão é ampliada e vice-versa.

Efetuando todas as leituras, cria-se novamente um sistema de equações no mesmo formato apresentado na Equação 4.6. Deste modo, pode-se utilizar o mesmo processo de Cimmino Otimizado (item 4.2.1.2.3) para a resolução do sistema de equações e encontrar as vagarosidades.

Após resolver o sistema tomográfico, novos valores de vagarosidade são encontrados. Com isso, o caminho de onda necessita ser recalculado. Para o caso ortotrópico também será utilizada a Teoria da Rede, descrita no item 4.2.1.3.4, para calcular o caminho de onda atualizado.

A única alteração é na Equação 4.11, onde v_e depende agora do ângulo θ entre a conexão **i-j** e o eixo tangencial. Tal velocidade deve ser calculada utilizando a Equação 4.16, repetida abaixo, já substituindo $\frac{p_{i,\theta}}{p_{i,t}}$

por r_a .

$$p_{d,\theta} = p_{d,t} * r_a \quad \therefore \quad V_{d,\theta} = \frac{1}{p_{d,t} * r_a} ; \qquad \qquad 4.20$$

onde:

 $p_{d,\theta} \in V_{d,\theta}$: é a vagarosidade e a velocidade, respectivamente, em função do ângulo θ que já consideram a deterioração ou a presença não homogeneidades.

Deve-se ressaltar que no exemplo adotado o eixo tangencial não varia sua inclinação ao longo da seção transversal. Contudo, seções transversais de peças de madeira normalmente possuem elevadas curvaturas dos anéis de crescimento, não sendo possível considerar as mesmas lineares. Neste cenário, faz-se necessário determinar o ângulo θ para cada conexão utilizada na Teoria da Rede, cuja solução será abordada no item 5.7.2.

4.2.2.2 Funções matemáticas modeladoras da ortotropia

4.2.2.2.1 Christoffel

É possível utilizar as equações de Christoffel, deduzidas no item 10.1.3.1.2, para obter as velocidades/vagarosidades em diferentes ângulos. Considerando o plano Radial-Tangencial (RT), pode-se utilizar a Equação 10.41 para calcular a velocidade da onda longitudinal no plano RT:

$$V_{\theta} = \sqrt{\frac{\Gamma_{22} + \Gamma_{33} + \sqrt{(\Gamma_{22} + \Gamma_{33})^2 - 4(\Gamma_{22}\Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2)}}{2\rho}};$$
 4.21

sendo a vagarosidade dada por:

$$p_{\theta} = \sqrt{\frac{2\rho}{\Gamma_{22} + \Gamma_{33} + \sqrt{(\Gamma_{22} + \Gamma_{33})^2 - 4(\Gamma_{22}\Gamma_{33} - {\Gamma_{23}}^2)}};$$

onde:

$$\begin{split} & \Gamma_{22} = C_{22}m^2 + C_{44}n^2; \\ & \Gamma_{33} = C_{44}m^2 + C_{33}n^2; \\ & \Gamma_{23} = (C_{23} + C_{44})mn; \\ & m = sen \, \theta; \\ & n = \cos \, \theta; \\ & \theta: \text{ ângulo entre o sentido de propagação e o eixo tangencial} \\ & (\text{Figura 10.11}). \end{split}$$

Já a partir da Equação 10.38, obtém-se a velocidade e vagarosidade no eixo tangencial:
$$V_t = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \therefore p_t = \sqrt{\frac{\rho}{C_{33}}}.$$

Desta forma a curva de referência é dada por:

$$r_{a} = \frac{p_{i,\theta}}{p_{i,t}},$$

$$r_{a} = \sqrt{\frac{2C_{33}}{\Gamma_{22} + \Gamma_{33} + \sqrt{(\Gamma_{22} + \Gamma_{33})^{2} - 4(\Gamma_{22}\Gamma_{33} - \Gamma_{23}^{2})}}.$$
4.22

O único inconveniente de se utilizar este tipo de formulação é a necessidade de conhecer os elementos pertinentes da matriz de rigidez da espécie que está sendo ensaiada. Na Tabela 4.1 encontram-se tais valores para algumas espécies.

Espécie	C11	C22	C33	C44	C55	C66	C12	C13	C23
Balsa ^a	6,37	2,74	1,17	0,30	2,00	3,10	0,18	0,85	0,87
Yellow polar ^a	99,24	10,04	4,77	1,10	6,70	7,20	5,59	3,35	3,98
Birch ^a	168,97	13,33	7,21	1,90	9,20	11,80	11,54	7,42	6,36
Oak ^a	59,86	22,44	11,32	3,90	7,60	12,90	13,71	9,64	9,82
Ash ^a	166,94	15,86	8,69	2,70	8,90	13,40	16,21	9,50	8,01
Beech ^a	148,74	24,65	13,06	4,60	10,60	16,10	21,60	14,37	12,65
Sitka spruce ^a	118,72	8,04	4,74	0,39	7,20	7,50	5,00	3,61	2,66
Spruce ^a	162,21	6,82	3,75	0,36	7,70	7,50	6,27	2,65	2,04
Douglas fir ^a	160,00	10,07	8,08	0,88	8,80	8,80	5,34	5,23	4,75
Fir ^a	130,97	9,10	4,86	1,40	7,50	9,30	6,96	4,82	4,36
Scotch pine ^a	168,10	10,64	5,85	0,66	6,80	11,60	10,27	5,93	4,55
Garapeira ^b	239,88	39,78	25,55	5,49	14,27	18,50	54,99	37,73	13,40
Cupiúba ^b	225,51	42,00	22,79	6,68	10,28	20,44	59,55	19,54	9,36
Eucalipto Saligna ^b	281,22	86,33	30,41	8,51	12,35	24,86	109,31	31,11	21,71

Tabela 4.1 – Elementos da matriz de rigidez para diferentes espécies

Fonte: (a) Hearmon (1948) apud Bucur (2006) (b) Trinca (2011) Unidade: 10² MPa

Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

4.2.2.2.2 Hankinson

Amstrong, Patterson e Sneckenberger (1991) *apud* Bucur (2006) propuseram o uso da famosa equação empírica de Hankinson para modelar a velocidade em função do ângulo, conforme a Equação 4.23.

$$V_{\theta} = \frac{V_R * V_L}{V_R * sen^2(\theta) + V_L * cos^2(\theta)}$$

$$4.23$$

Experimentos conduzidos nessa tese (exibidos em 7.2.1.1) também confirmam que ela pode vir a ser utilizada, dependendo do caso (ver adiante item 4.2.2.2.3), para o plano Radial-Tangencial, dada pela Equação 4.24.

$$V_{\theta} = \frac{V_T * V_R}{V_T * sen^2(\theta) + V_R * cos^2(\theta)}$$
4.24

E a vagarosidade dada pela Equação 4.25.

$$p_{\theta} = \frac{1}{V_{\theta}} = \frac{V_T * sen^2(\theta) + V_R * cos^2(\theta)}{V_T * V_R}$$

$$4.25$$

Para obter a curva referenciada de $p_{i,\theta}$, deve-se fazer:

$$r_a = \frac{p_{i,\theta}}{p_{i,t}};$$

gerando:

$$r_a = \frac{V_T * sen^2(\theta) + V_R * cos^2(\theta)}{p_T * V_T * V_R};$$

$$r_a = \frac{V_T * sen^2(\theta) + V_R * cos^2(\theta)}{V_R}.$$

Dividindo o numerador e o denominador do lado direito da igualdade por V_R , tem-se:

$$r_{a} = \frac{\frac{V_{T}}{V_{R}} * sen^{2}(\theta) + \frac{V_{R}}{V_{R}} * cos^{2}(\theta)}{\frac{V_{R}}{V_{R}}};$$

$$r_{a} = \frac{V_{T}}{V_{R}} * sen^{2}(\theta) + cos^{2}(\theta).$$
4.26

Com isso, obtém-se a curva referenciada para se utilizar nas Equações 4.18 e 4.20. Como se pode notar, é necessário conhecer apenas a relação V_T/V_R , sendo uma vantagem em relação às equações de Christoffel, que necessitam de elementos da matriz de rigidez.

Em pesquisa conduzida por Costa (2005), a relação V_T/V_R , que depende da espécie e do teor de umidade, foi obtida para várias espécies conforme exibe a Tabela 4.2.

411144465						
Espécie	Umidade	V_T/V_R				
D.	Média	0,68				
Pinus elliottii	<psf< td=""><td colspan="2">0,70</td></psf<>	0,70				
emonn	>PSF	0,40				
	Média	0,93				
Araucária angustifólia	<psf< td=""><td colspan="2">0,91</td></psf<>	0,91				
ungusijoitu	>PSF	0,93				
	Média	0,84				
Goupia	<psf< td=""><td>0,79</td></psf<>	0,79				
giubru	>PSF	0,88				
	Média	0,93				
<i>Ocotea</i>	<psf< td=""><td colspan="2">0,93</td></psf<>	0,93				
porosu	>PSF	0,94				
	Média	0,86				
Eucaliptus	<psf< td=""><td>0,81</td></psf<>	0,81				
ciriodora	>PSF	0,90				
Fonte: adaptado de Costa (2005)						

Tabela 4.2 – Relação V_T/V_R para diferentes espécies e teores de umidades

Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

O campo "Média" da Tabela 4.2 corresponde à média de todos os ensaios conduzidos nas diferentes umidades. Já "<PSF" corresponde a média das amostras que estavam com teor de umidade menor que o ponto de saturação das fibras e ">PSF" o contrário.

Na Figura 4.20 tem-se um exemplo de uma função de Hankinson para modelar a velocidade do pulso ultrassônico quando $V_T = 1500 m/s$ e $V_R = 2000 m/s$. Também está representada esta curva referenciada por V_T e a curva r_a obtida pela Equação 4.26.



4.2.2.2.3 Comparação entre Hankinson e Christoffel

Para comparar o formato das curvas r_a produzidas pela formulação de Christoffel e de Hankinson, ambas foram plotadas em gráficos individuais para cada espécie.

Na obtenção das curvas r_a de Christoffel utilizou-se a Equação 4.22, com os dados da Tabela 4.1. Por outro lado, na construção das curvas r_a de Hankinson, utilizou-se a Equação 4.26 e a relação V_T/V_R calculada a partir de expressões extraídas da Tabela 10.1:

$$V_T = \sqrt{C_{33}/\rho}; \quad V_R = \sqrt{C_{22}/\rho};$$

logo:

$$\frac{V_T}{V_R} = \frac{\sqrt{C_{33}/\rho}}{\sqrt{C_{22}/\rho}} = \sqrt{C_{33}/C_{22}}.$$

Substituindo V_T/V_R na Equação 4.26, tem-se:

$$r_a = \sqrt{C_{33}/C_{22}} * sen^2(\theta) + cos^2(\theta);$$

onde C_{33} e C_{22} são obtidos da Tabela 4.1.

As curvas obtidas estão exibidas nas Figuras 4.21 a 4.23.



Figura 4.21 - Gráficos das curvas r_a **de Christoffel (contínuas) e de Hankinson (tracejadas) para diferentes espécies** Fonte: matriz de rigidez obtida de Hearmon (1948) *apud* Bucur (2006) e Trinca

(2011)



(2011)



Figura 4.23 - Gráficos das curvas r_a de Christoffel (contínuas) e de Hankinson (tracejadas) para diferentes espécies

Fonte: matriz de rigidez obtida de Hearmon (1948) *apud* Bucur (2006) e Trinca (2011)

As Figuras 4.21 a 4.23 demonstram que as curvas r_a produzidas pela formulação de Christoffel e de Hankinson são semelhantes para a maioria das espécies analisadas. A maior diferença foi registrada nas espécies Sitka *spurce* e Spruce.

Deste modo, caso os elementos da matriz de rigidez da espécie em estudo estejam disponíveis, é aconselhável utilizar a formulação de Christoffel, pois a mesma foi deduzida a partir da Teoria da Elasticidade Linear, enquanto que a equação de Hankinson é apenas uma aproximação empírica.

4.3 TEORIA TOMOGRÁFICA UTILIZADA POR OUTRAS PESQUISAS

4.3.1 Concreto

Desenvolvido por um grupo de pesquisa da Universidade de São Paulo (HAACH; JULIANI, 2014; RAMÍREZ, 2015), o programa computacional TUSom efetua a discretização da seção transversal em elementos, monta e resolve o sistema de equações tomográfico.

Na dissertação de mestrado de Ramírez (2015) é demonstrado o funcionamento do mesmo, bem como os bons resultados experimentais obtidos (item 3.2.1.4). Na versão mais atual, descrita na dissertação, o programa trabalha em três dimensões e permite o usuário escolher a malha de discretização, a posição dos pontos de leitura, bem como quais leituras serão utilizadas. Ainda há uma interface gráfica que mostra três cortes do objeto em estudo na mesma janela, conforme exibe a Figura 4.24.



Figura 4.24 – Janela principal do TUSon Fonte: Ramírez (2015)

Na montagem do sistema de equações é considerada uma propagação retilínea do pulso ultrassônico, teoria muito semelhante à descrita no item 4.2.1.1 dessa tese. Para a resolução do sistema de equações tomográfico foi adotado três métodos: Kaczmarz (ou ART), mínimos quadrados e Cimmino (ou SIRT). Os dois primeiros foram abordados na dissertação de Perlin (2011) e o último está exposto no item 4.2.1.2.1.

Em outra pesquisa, conduzida por Hall (2011), os algoritmos são implementados no Mathlab. Sua ferramenta também efetua a discretização da seção transversal em elementos, monta e resolve o sistema de equações tomográfico. Para resolver o sistema de equações é adotado o método de Cimmino Otimizado (item 4.2.1.2.3). Não há indicação se o programa funciona em modo tridimensional, mas os casos estudados são todos bidimensionais. O programa considera que a onda possa efetuar caminhos curvos, em função do mapa de velocidades da seção transversal (item 4.2.1.3). Em termos gerais a ferramenta desenvolvida por Hall utiliza a mesma teoria empregada nesta tese para materiais isotrópicos.

4.3.2 Madeira

Secco (2011) desenvolveu um método tomográfico que não requer o uso de um programa tomográfico. Em sua dissertação são descritos quatro procedimentos para obter o campo de velocidades de uma seção transversal, sendo que nesta tese será apresentado apenas o procedimento que resultou nos melhores tomogramas, já exibidos no item 3.2.2.2.

Neste procedimento, leituras na malha difração ou reticulada devem ser executadas no corpo de prova, conforme exibe a Figura 3.40. Ao longo do percurso de cada leitura, considerado retilíneo, 10 pontos igualmente espaçados são criados (Figura 4.25).



Tais pontos são utilizados para compor um campo de velocidades, cuja velocidade associada é a velocidade da própria leitura que originou

o ponto. Ou seja, a velocidade da leitura é distribuída aos seus 10 pontos criados. Este campo de velocidades é então utilizado em um processo interpolativo para gerar os tomogramas. No caso, a autora utilizou programa ArcGis para efetuar a interpolação e construir os tomogramas exibidos na Figura 3.41. O método se demonstrou eficiente, como já foi comentado no item 3.2.2.2.

Em outra pesquisa, Maurer *et al.* (2005) propuseram que é possível aplicar um fator de correção nas leituras ultrassônicas obtidas de peças de madeira para viabilizar a utilização das mesmas em um programa tomográfico para meio isotrópico. Tal programa isotrópico usa teoria semelhante ao exposto no item 4.2.1, considerando ainda a possiblidade do pulso efetuar curvas (item 4.2.1.3).

Em termos gerais, para obter este fator de correção para cada leitura, simulações numéricas de propagação de onda das leituras executadas são efetuadas na seção transversal em estudo considerando dois meios: um isotrópico e o outro anisotrópico (simulando a madeira). Os tempos de propagação de cada leitura do meio anisotrópico são divididos pelos tempos do meio isotrópico, criando então um fator de conversão para cada leitura. Este fator é utilizado para converter as leituras reais efetuadas na madeira para leituras "*pseudoisotrópicas*", que podem ser aplicadas diretamente no programa isotrópico.

O processo proposto por Maurer *et al.* (2005) considera que os anéis de crescimento sejam circulares e concêntricos, o que limita sua aplicabilidade. Além disso, as simulações adotam um meio homogêneo, mesmo que existam não homogeneidades conhecidas, gerando imprecisão na resposta.

Tais limitações impedem um uso mais amplo do método, sendo que, segundo os próprios autores, o ideal é considerar a natureza anisotrópica da madeira dentro do processo tomográfico.

Dentre os estudos que o autor dessa tese teve acesso, a pesquisa de Maurer *et al.* (2005) foi a que mais avançou na consideração das características anisotrópicas da madeira. Essa visão também é compartilhada pela recente revisão efetuada por Prieto e Lasaygues (2014), onde as demais pesquisas para tomografia em madeira utilizam programas tomográficos para materiais isotrópicos, incluindo o programa comercial Picus[®]. Os programas comerciais ARBOTOM[®] e ArborSonic[®] não especificam qual algoritmo utilizam (PRIETO; LASAYGUES, 2014).

5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

5.1 LINGUAGEM COMPUTACIONAL ESCOLHIDA

Foi escolhido o ambiente de programação Xojo (antigo Real Basic) da empresa norte-americana Xojo Inc. (XOJO INC, 2014). Optou-se por essa linguagem pois a mesma é robusta, contendo um grande leque de funções avançadas e sua estrutura está em constante atualização. Essas características possibilitam o programador ampliar seu trabalho conforme suas necessidades e não de acordo com as limitações da linguagem, como ocorre em produtos de menor qualidade.

São disponibilizadas várias funções especiais, como por exemplo, orientação a objetos, herança, polimorfismo, gerenciamento automático de memória, banco de dados, funções, depuração em tempo de execução, ferramentas de desenho 2D e 3D, conexões TCP/IP e UDP, manipulação de binários, entre tantas outras.

Entretanto quaisquer outras linguagens podem ser utilizadas para a implementação de um programa tomográfico, onde o fator mais importante é a afinidade do programador com a referida linguagem.

5.2 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

Desenvolvido para ambiente Windows, o programa possui a função de, a partir da entrada dos dados do problema, efetuar o processamento tomográfico e emitir os respectivos tomogramas das seções analisadas. O nome conferido ao programa desenvolvido nessa tese é **TUCOM**, proveniente de Tomografia Ultrassônica em Concreto e Madeira.

Inicialmente, o usuário deve inserir os dados geométricos do objeto em análise e o espaçamento da malha discretizadora. Então se define a localização cartesiana dos pontos de leituras adotados e determinam-se quais as combinações entre dois pontos que serão utilizadas para efetuar cada uma das leituras ultrassônicas.

Efetua-se o ensaio ultrassônico e seus tempos de propagação são digitados no TUCOM. Com isso, deve-se escolher o material que está sendo trabalhado e inserir suas propriedades. A próxima etapa é escolher a malha dos percursos permitidos para o pulso ultrassônico percorrer, ou seja, determinar a rede de pontos e conexões da Teoria da Rede. Caso seja pertinente ao problema, restrições adicionais podem opcionalmente ser adicionadas. Com tudo isso definido, o programa pode processar e emitir os tomogramas das seções analisadas.

Na Figura 5.1 encontra-se o fluxograma do TUCOM, sendo que nos próximos itens deste capítulo cada etapa do programa será apresentada com mais profundidade.



Figura 5.1 - Fluxograma de utilização e processamento do TUCOM

5.3 DEFINIÇÃO DA GEOMETRIA DO ELEMENTO

A seção transversal dos elementos estruturais é, em sua grande maioria, retangular. Contudo é grande o número de pilares e blocos de concreto que apresentam formato diverso. Além disso, no caso da madeira, existem árvores com as mais variadas seções transversais que muitas vezes são diretamente utilizadas como elementos estruturais, sem efetuar o desdobramento em seções retangulares. Deste modo, é necessário criar um programa que, com o mesmo procedimento, manipule todas as configurações geométricas possíveis.

5.3.1 Caso bidimensional

Adota-se o princípio de que qualquer seção transversal possa ser representada por segmentos de retas. Com isso, diversas seções podem ser discretizadas, necessitando apenas informar a sequência de pontos dos segmentos de retas e suas respectivas coordenadas cartesianas. A Figura 5.2 exibe as seções de um pilar de concreto em formato T e de uma árvore. Em caso de formas curvas, quanto mais pontos forem utilizados, melhor será a representação.



Figura 5.2 – Seções transversais representadas por segmentos de retas (a) pilar de concreto (b) tronco de árvore

Para objetos com faces planas, as seções transversais são facilmente representadas com poucos segmentos de retas, sendo simples encontrar o posicionamento de cada ponto com uma trena (Figura 5.2 (a)). O problema reside quando se deseja descobrir as coordenadas cartesianas dos pontos de formas curvas, conforme exibe a Figura 5.2 (b).

Para tornar esse processo viável para uso em campo, é necessário utilizar algum instrumento de medição especial. No item 10.2 encontrase a descrição de um simples equipamento que pode ser construído para este fim. Há também opções de alta tecnologia, conforme exibidos por Lino *et al.* (2013), que demonstraram a utilização de um feixe de laser e câmeras interligadas a um computador para digitalizar a forma externa de um tronco de árvore, criando um processo com alta precisão.

5.3.2 Caso tridimensional

No caso tridimensional, trabalha-se com sólidos representando parte da estrutura. A Figura 5.3 (a) representa um pilar de seção 100x60 cm e altura de 200 cm, onde o usuário inseriu as coordenadas XY dos pontos das duas seções transversais das extremidades e as coordenadas Z foram calculadas pelo programa utilizando a altura dada pelo usuário.



Figura 5.3 – Sólido discretizado pelas seções transversais superior e inferior espaçadas por uma altura definida (a) lateral do sólido composta por planos retangulares (b) lateral do sólido composta por planos triangulares

As faces superior e inferior do sólido são as próprias seções transversais superior e inferior respectivamente. Como todas as coordenadas Z dos pontos de cada uma destas faces são iguais, sempre teremos todos os pontos de cada face em um mesmo plano. Essa afirmação não é válida para o caso das faces laterais, pois depende que o usuário insira coordenadas coerentes de tal forma que os 4 pontos que definem cada face estejam alocados no mesmo plano.

Para tornar o processo mais fácil para o usuário, optou-se por discretizar as faces laterais por planos triangulares, solucionando este problema pois três pontos quaisquer sempre estão no mesmo plano. A Figura 5.3 (b) exibe essa representação para o mesmo pilar.

O TUCOM também permite a adição de mais sólidos à geometria do problema, possibilitando a discretização de diferentes contornos próprios do elemento estrutural em estudo. Adicionando mais um sólido em cima do sólido da Figura 5.3 (b) pode ser obtida a discretização de um pilar, conforme exibido na Figura 5.4.



Figura 5.4 – Discretização de um pilar utilizando dois sólidos (a) discretização do pilar (b) idealização do pilar

Do ponto de vista computacional, o armazenamento dessas informações geométricas se dá através de um vetor *sólidos*. Cada sólido armazenado nesse vetor, utilizando orientação a objetos, possuirá 2 matrizes: *seção inferior* e *seção superior*. Tais matrizes registrarão as coordenadas X e Y que definem cada seção. Além disso, também há uma variável *altura* que guarda a altura do sólido.

Essa estrutura de armazenamento é a mesma para o caso bidimensional, onde é utilizado apenas o primeiro elemento do vetor *sólidos*, ou seja, o *sólidos*(1), com matrizes *seção inferior* e *seção superior* iguais entre si e a *altura* é zero.

5.4 DISCRETIZAÇÃO

O objeto ensaiado necessita ser discretizado em elementos que serão utilizados para calcular a velocidade de propagação do pulso ultrassônico e criar os tomogramas. Sendo que é requerido que o algoritmo a ser utilizado nesse processo de discretização possa abranger qualquer caso geométrico.

Para isso, o mesmo inicia calculando os pontos de um paralelepípedo que possa ser sobrescrito sobre a geometria fornecida pelo usuário. Seja, por exemplo, um caso hipotético onde uma pirâmide de base quadrangular foi usada pelo usuário conforme mostra a Figura 5.5 (a). O programa então calcula tal paralelepípedo (Figura 5.5 (b)), cujo seu ponto mais próximo à origem (em vermelho na mesma figura) é usado como referência para iniciar a malha discretizadora, sendo que as coordenadas espaciais são armazenadas em *referência da discretização*.

Então o usuário deve fornecer o espaçamento da malha nas direções X, Y e Z, que será utilizado pelo programa para calcular quantas colunas (X), linhas (Y) e seções (Z) devem existir para cobrir completamente a geometria passada. Caso tais espaçamentos sejam submúltiplos das respectivas dimensões do paralelepípedo, a discretização abrangerá perfeitamente a geometria fornecida, conforme a Figura 5.5 (c).



Seja, por exemplo, um caso mais usual de um cubo de 20 cm de aresta, conforme exibe a linha em azul na Figura 5.6. Neste caso, o paralelepípedo que sobrescreve o objeto é o próprio cubo, e a malha discretizadora adotada é de 10 cm para todos os eixos, criando então 2 colunas, linhas e seções.

Na mesma figura, os números no centro de cada elemento são chamados de *ordem*, e representam a identificação numérica única de cada elemento discretizado. A *ordem* é dada pela varredura sequencial dos eixos X, Y e Z. Esta propriedade é muito importante, pois será utilizada para ordenar e identificar todos os elementos discretizados dentro da matriz das distâncias $\underline{D}_{m,n}$ e no vetor das vagarosidades \underline{P}_n , constantes na Equação 4.6.



Figura 5.6 - Identificação dos elementos discretizados

O armazenamento das informações de cada elemento será realizado com o uso de uma matriz tridimensional chamada *elementos*. A localização de cada elemento armazenado em *elementos* utilizará a posição de sua coluna, linha e seção respectiva, ou seja, *elementos(coluna,linha,seção)*. Por exemplo, seja um elemento localizado na 2^{a} coluna, 3^{a} linha e 4^{a} seção, seu armazenamento se dará em *elementos(2,3,4)*.

Utilizando orientação a objeto, cada elemento armazenado possuirá as seguintes propriedades: *velocidade*, *vagarosidade*, *ordem*, e *lista de pontos*. A *velocidade* e *vagarosidade* são os campos nos quais são armazenados os respectivos valores resultantes do processamento tomográfico para o elemento. A *lista de pontos* será explicada no item 5.8.2.1.

Já para análise tomográfica bidimensional, todos os elementos ficam alojados na seção 1, onde o espaçamento da malha em Z é zero, assim como a *altura* do *sólido(1)*. Após o usuário definir a malha nos eixos X e Y, o programa calcula a quantidade de colunas e de linhas

necessárias, conforme exibe a Figura 5.7 (a) para uma seção de 20x20 cm, com malha de 2,5 cm em ambos os eixos.

Caso a seção em análise não seja retangular, a discretização ainda assim deve abranger toda a seção transversal, conforme exibe a Figura 5.7 (b), iniciando pelo ponto em vermelho (retângulo sobrescrito), e abrangendo a seção transversal em função da quantidade de linhas e colunas. Na Figura 5.7, os números no centro dos elementos são a propriedade *ordem* dos mesmos.



Figura 5.7 - Discretização de uma seção transversal (a) retangular (b) não retangular

Uma característica própria desse processo é que alguns elementos discretizados estão totalmente fora da seção transversal e simplesmente não participarão do processo tomográfico (Figura 5.7 (b)). Outros elementos estão sobre o limite da seção transversal, e, deste modo, participam parcialmente do processo. Para eliminar distorções que decorrem dessa participação parcial é necessário mesclar tais elementos com os elementos vizinhos que estão mais inseridos na seção transversal. Maiores detalhes serão vistos item 5.9.1.

5.5 PONTOS DE LEITURA

Os pontos de leituras são as posições espaciais na superfície do objeto nas quais os transdutores poderão ser alocados para a realização dos ensaios ultrassônicos. O usuário deverá nomear e indicar a posição cartesiana de cada ponto de leitura, sendo que sua localização poderá

ocupar qualquer ponto da superfície da seção transversal. Essas características possibilitam a aplicação da tomografia para as mais variadas situações de campo.

Os pontos de leituras são armazenados no vetor *pontos de leituras(ordem)*, cuja ordem de armazenamento é dada pela sequência de fornecimento dos pontos pelo usuário. Cada ponto de leitura armazenado terá as seguintes propriedades: *nome e localizacao(3)*. O *nome* é a propriedade dada ao nome do ponto e a *localizacao(3)* é um vetor que armazena as três coordenadas cartesianas do ponto.

Como a maioria das seções transversais é retangular, um processo automático de criação dos pontos pode ser adotado. Neste modelo automático considera-se que os pontos de leitura estão posicionados exatamente no meio das facetas externas dos elementos discretizados externos, conforme a Figura 5.8.



Figura 5.8 – Localização dos pontos de leitura (a) bidimensional (b) tridimensional

Para identificar os pontos de leitura, de tal forma a possibilitar ao usuário a correta execução do ensaio, adota-se uma identificação referenciada com os pontos cardeais.

Primeiramente, imagine que o objeto retangular a ser estudado teve algumas de suas arestas cortadas e suas faces foram posicionadas conforme mostra a Figura 5.9.



Figura 5.9 - Identificação das faces utilizadas

A partir da orientação das faces de acordo com a Figura 5.9, os pontos de leitura são identificados pela face, linha e coluna pertencentes, seguindo a sequência exibida na Figura 5.10 (a). Na Figura 5.10 (b) ilustra-se a nomenclatura para as faces sul e norte.



Figura 5.10 – Pontos de leitura (a) distribuição em todas as faces (b) exemplo para as faces sul e norte

Então os pontos de leitura são identificados pela face, linha e coluna pertencentes, por exemplo, Sul-L1-C1, Leste-L3-C2 e tantos outros. A nomenclatura pode ser abreviada, indicando apenas a primeira

letra da face, com isso os dois pontos dados anteriormente ficam SL1C1 e LL3C2, respectivamente. Na Figura 5.11 encontra-se essa representação abreviada dos pontos de leituras para o caso tridimensional com 4 elementos discretizados.



Figura 5.11 – Exemplo tridimensional da identificação dos pontos de leitura para uma discretização com 4 elementos

Já o caso bidimensional é uma simplificação do caso tridimensional, onde as faces Tampa e Fundo não receberão pontos de leitura. Também não é necessário adotar linhas e colunas no caso bidimensional. Simplesmente identificam-se os pontos de leitura pela face e a seu número associado, conforme Figura 5.12, já adotando a nomenclatura abreviada.



Figura 5.12 – Exemplo bidimensional da identificação dos pontos de leitura para uma discretização com 25 elementos

5.6 SELEÇÃO DAS LEITURAS EFETUADAS

Nesta etapa o usuário deve selecionar as leituras que serão utilizadas no ensaio. As leituras são nomeadas pela união dos dois pontos de leituras utilizados para a mesma. Ou seja, a leitura *Sul-C3-L2/Norte-C4-L4* é originada pelo posicionamento dos transdutores nos pontos de leitura *Sul-C3-L2* e *Norte-C4-L4*, como mostra a Figura 5.13. O programa aceita a introdução de leituras com qualquer combinação entre dois pontos de leituras, incluindo entre faces adjacentes.



Figura 5.13 - Representação da leitura Sul-C3-L2/Norte-C4-L4

Cada leitura selecionada é armazenada no vetor *leituras*, que tem as seguintes propriedades: *ponto de leitura inicial, ponto de leitura final* e *tempo de propagação*. As propriedades ponto de leitura inicial (emissor) e final (receptor) simplesmente gravam os dois pontos de leitura utilizados. Já o *tempo de propagação* armazena o tempo obtido pelo ensaio ultrassônico.

Na escolha dos pontos emissor e receptor deve-se procurar reduzir o número total de pontos de leitura que serão usados como emissores, pois, como apresentado no item 5.10, essa quantidade impacta sensivelmente no tempo de processamento.

Para facilitar o processo de seleção das leituras, os modos mais usuais de leituras (Figura 3.8) são contemplados com um gerador automático pelo TUCOM.

5.7 MATERIAL

Nesta etapa, o usuário deve escolher se o material que está sendo ensaiado é o concreto ou madeira. No caso do concreto, não há mais informações a serem fornecidas pelo usuário, pois o mesmo é isotrópico. Já para madeira, há vários detalhes a respeito de sua ortotropia e curvatura dos anéis de crescimento que devem ser inseridos no programa pelo usuário.

5.7.1 Madeira – Curva de referência

Para considerar as características ortotrópicas da madeira é necessário conhecer a curva de referência (r_a) da espécie em análise (Equações 4.18 e 4.20). O TUCOM permite o uso das equações de Christoffel e de Hankinson para modelar a curva r_a . No caso das equações de Christoffel, o usuário deve entrar com os elementos pertinentes da matriz de rigidez (Equação 4.22). Já para utilizar a equação de Hankinson, deve ser inserido no programa a relação V_T/V_R (Equação 4.26).

5.7.2 Madeira – Sistema de referência

A curva de referência r_a depende do ângulo θ entre a conexão e o eixo tangencial. Como a conexão é geometricamente determinada na malha da Teoria da Rede, há necessidade em se determinar a inclinação do eixo tangencial ao longo da seção transversal.

Para solucionar esse problema, o TUCOM permite o uso de três modelos de sistemas de referência dos eixos principais do material. Por analogia com coordenadas polares, os sistemas de referência adotados nesta tese foram nomeados como: ortotrópico, ortotrópico polar circular e ortotrópico polar generalizado.

5.7.2.1 Ortotrópico

Trata-se do exemplo explorado no item 4.2.2.1, onde foi efetuada a montagem do sistema tomográfico. Neste caso, os anéis de crescimento da madeira são considerados retilíneos, ou seja, os eixos principais do material não variam sua inclinação ao longo da seção transversal.

5.7.2.2 Ortotrópico polar circular

Em uma seção transversal a curvatura dos anéis de crescimento normalmente não pode ser desprezada e, portanto, seus eixos principais possuem diferentes inclinações para cada ponto da seção transversal, sendo necessário mapear como essa variação ocorre.

No sistema de referência ortotrópico polar circular, adota-se um modelo de anéis de crescimento circulares e concêntricos em um único polo, no caso a medula. A Figura 5.14 representa uma seção transversal de uma peça de madeira nessa situação, onde existe uma conexão i-j (em azul), representada de forma ampliada, cujo seu ponto central é identificado por "c". Conhecendo o posicionamento da medula da madeira (m), o ângulo entre a conexão i-j e o eixo tangencial é dado por $\theta = 90^{\circ} - \alpha + \beta$, onde o α representa o ângulo do eixo radial com a horizontal e β o ângulo da conexão i-j com a horizontal. Com relação ao posicionamento da medula, caso a mesma não esteja visível, o método exposto no item 5.7.3 pode ser utilizado na sua determinação.



Figura 5.14 – Cálculo do ângulo entre a conexão i-j e o eixo tangencial

5.7.2.3 Ortotrópico polar generalizado

Ainda existem vários casos onde, por motivos do próprio crescimento da árvore, a curvatura dos anéis de crescimento não assume uma forma circular e sim genérica (Figura 5.15 (a)). Além disso, o posicionamento da medula não necessariamente estará no centro geométrico da seção transversal da árvore, indicando uma diferença de crescimento entre as direções (Figura 5.15 (b)).



Figura 5.15 – Formatos dos anéis de crescimento (a) forma genérica (b) medula não centralizada

Fonte: (a) Ganguly (2015) (b) Mayer (2015)

Para trabalhar com essas diferentes geometrias, optou-se por utilizar, para cada anel modelado, uma função *spline* do terceiro grau interpolante parametrizada em duas dimensões (RUGGIERO; LOPES, 1996; WOLFRAM, 2015).

O processo de construção dessa modelagem se inicia com o usuário fornecendo o formato de 1 anel, que será usado como referência. No caso de árvores, sua forma externa pode ser utilizada para obter o formato dos anéis de crescimento. Já para elementos estruturais de madeira desdobrada, pode-se visualizar as seções transversais de suas extremidades, porém, se estas estiverem obstruídas, a determinação do formato dos anéis torna-se um desafio a ser pesquisado em futuros trabalhos.

Conhecendo o formato do anel, o usuário insere a sequência de pontos no espaço bidimensional que definem a forma do mesmo. Esta sequência de pontos é utilizada para criar a *spline* utilizando-se, como condição de contorno, o fechamento da função, igualando as coordenadas e inclinações dos pontos final e inicial.

Utilizando os pontos do contorno externo das seções transversais exibidas na Figura 5.15 para modelar o anel de referência de cada caso, criam-se as *splines* indicadas na Figura 5.16.



Figura 5.16 – Anel de crescimento referência (a) forma genérica (b) medula não centralizada

O usuário também deve fornecer a posição da medula (ver item 5.7.3), que é necessária para criar segmentos retas que ligam a mesma com cada ponto utilizado para descrever a forma do anel de crescimento fornecido pelo usuário (Figura 5.16). Estes segmentos são então subdivididos em função do número de anéis que o usuário deseja criar. Essa divisão ocorre de forma proporcional ao comprimento de cada segmento de reta, de tal forma que os anéis fiquem igualmente espaçados em cada segmento. Os pontos obtidos por essa divisão proporcional são utilizados para criar novas *splines*, ou seja, novos anéis. Utilizando 10 anéis de crescimento para os exemplos estudados, obtêm-se as seções exibidas na Figura 5.17.



Figura 5.17 – Anéis de crescimento (a) forma genérica (b) medula não centralizada

Concluída a modelagem dos anéis de crescimento, o programa calcula a inclinação de cada função *spline* em relação à horizontal em vários pontos ao longo das mesmas, onde o espaçamento entre estes pontos é determinado pelo usuário. Assim é obtido um campo de pontos onde está associado a cada ponto uma inclinação do eixo tangencial em relação à horizontal, determinando-se assim a orientação do eixo tangencial ao longo de toda seção transversal. Como a inclinação das conexões em relação à horizontal também é conhecida, a obtenção de θ é efetuada apenas pela diferença entre ambas inclinações.

5.7.3 Madeira – Localização da medula

Conceitualmente sabe-se que a medula está localizada na posição espacial da madeira onde as direções radiais convergem. Considerando um meio homogêneo, ou seja, madeira sem defeitos ou nós, tem-se que as leituras ultrassônicas efetuadas nas direções radiais são mais rápidas que as tangenciais. Portanto, pode-se afirmar que a posição da medula pode ser obtida pelo cruzamento das leituras mais rápidas de cada ponto de leitura utilizado.

Para encontrar tal posição, primeiramente calcula-se a velocidade de todas as leituras, dada pela simples divisão da distância cartesiana entre o emissor e o receptor pelo tempo de propagação obtido do ensaio ultrassônico. Posteriormente cria-se uma lista de pontos, em formato de malha retangular (Figura 3.20 (b)), ao longo da seção transversal (Figura 3.20 (a)) e também fora da mesma. As dimensões da malha, bem como seus espaçamentos, podem ser configurados pelo usuário.



Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

Então efetua-se uma varredura na lista de leituras que passa por cada ponto de leitura, com o objetivo de identificar a leitura que possui direção mais próxima ao ponto da malha testado. Tal seleção cria um grupo de leituras que convergem para o ponto testado, conforme ilustra o exemplo da Figura 5.19



Figura 5.19 – Leituras de cada ponto de leitura que possuem direção mais próxima ao ponto no canto inferior esquerdo

Este processo é efetuado para todos os pontos da malha adotada, criando então um grupo de leituras para cada ponto testado. O grupo de leituras que mais reunir leituras radiais será o grupo que apresentar a maior soma das velocidades de suas leituras. Por consequência, a convergência das leituras deste grupo indicará a posição da medula, conforme exibe a Figura 5.20.



Figura 5.20 – Grupo de leituras radiais cuja convergência indica a posição da medula

Para obter o ponto de convergência, calcula-se a equação da reta que passa pelo emissor e pelo receptor de cada leitura selecionada e monta-se um sistema de equações. Como pode ser visto, tal sistema é sobredeterminado e inconsistente (item 4.2.1.2), sendo o processo iterativo de Cimmino (item 4.2.1.2.1) o mais indicado para a resolução deste tipo de sistema de equações.

Além disso, o método de Cimmino permite estipular fatores de ponderação diferentes para cada equação. Deste modo, equações de leituras mais velozes, por estarem mais próximas da direção radial, podem receber mais peso na resolução do sistema, atraindo para si a localização da medula.

Com isso, o cálculo dos fatores de ponderação para cada equação envolvida é dado por:

$$\lambda_i = \frac{V_i}{\sum_{k=1}^m V_k};$$

onde:

 λ_i : fator de ponderação da equação *i*;

 V_i : velocidade da leitura da equação i;

m: número de equações e leituras selecionadas.

Como será visto no item 6.3, trata-se de um processo aproximado. Contudo o mesmo consegue fornecer uma localização satisfatória da medula, que já pode ser utilizada no processo da tomografia. Para este método apresentar melhores resultados, deve-se efetuar o maior número de leituras possível, preferindo o modo de leitura **quatro faces completo** ou **generalizado**. Também é possível aumentar o número de pontos de leitura, ao custo de uma parte experimental mais trabalhosa.

Conforme adotado, é necessário que a seção transversal analisada seja homogênea, o que pode ser difícil de encontrar em campo. O uso de múltiplas seções, escolhidas nas melhores posições do elemento estrutural, pode amenizar os efeitos de possíveis não homogeneidades sobre a detecção da posição da medula.

5.8 PERCURSOS PERMITIDOS

A Teoria da Rede exige que sejam definidos os percursos que a onda pode percorrer no objeto, sendo que nessa implementação optou-se por uma malha retangular. Para criar essa malha, primeiramente, foram criados os pontos e depois suas conexões. Os algoritmos desenvolvidos e sua utilização conjunta são descritos na sequência (itens 5.8.1 a 5.8.4).

5.8.1 Adição dos pontos

Para o programa funcionar coerentemente, vários pontos de diferentes origens devem ser adicionados no vetor *pontos da teoria da rede*. Utilizando orientação a objetos, esse vetor possuirá a propriedade *localização*, que guardará as coordenadas espaciais do ponto.

Para criar tais pontos, dois algoritmos diferentes foram implementados: *seção vazia* e *seção cheia*.

5.8.1.1 Algoritmo da seção vazia

Esse algoritmo tem como objetivo a criação dos pontos nas interfaces entre os elementos discretizados, e não no meio dos mesmos, por isso recebe o nome de *seção vazia*.

O primeiro grupo de pontos a ser adicionados são os provenientes da discretização, já determinada em 5.4. Tais pontos são separados em dois grupos: os principais e os secundários. A Figura 5.21 (a) apresenta uma seção quadrada de 20 cm de aresta, com malha discretizadora de 10 cm em ambos eixos. Os pontos principais (em verde na Figura 5.21 (a)) devem ser posicionados nos cantos dos elementos e não podem ser retirados. Os pontos secundários (em azul na mesma figura) são posicionados nas arestas dos elementos discretizados, sendo que sua distribuição deve ser uniforme.

Os pontos secundários podem aparecer em qualquer quantidade, até mesmo serem removidos, contudo quanto mais pontos secundários forem aplicados, mais refinada será a malha e melhores serão os resultados. Todavia, como o próprio ensaio experimental possui uma precisão limite no posicionamento dos transdutores, a utilização de uma malha mais fina que essa precisão é desnecessária, pois os cálculos estariam sendo efetuados com um número de algarismos significativos superior ao requerido.



Figura 5.21 – Seção vazia – (a) pontos da discretização – (b) adição de pontos devido à geometria não retangular

Caso à geometria não seja retangular, pontos primários e secundários que estiverem fora da seção transversal devem ser excluídos da malha (pontos em preto na Figura 5.21 (b)). Para verificar se um ponto está ou não dentro da seção transversal deve-se utilizar o algoritmo "ponto dentro de polígono" descrito no item 5.8.1.3.

Além disso, pontos adicionais devem ser adotados de tal forma a manter a representatividade do meio na propagação do pulso ultrassônico. Primeiramente, adicionam-se os pontos dos vértices da geometria, em vermelho na Figura 5.21 (b). Posteriormente, são adicionados os pontos relativos à projeção dos pontos secundários e dos principais na direção do eixo X sobre os segmentos de retas que definem a geometria e que não estão sobre a malha discretizadora (pontos em rosa na mesma figura). Posteriormente, são adicionados os pontos da projeção na direção do eixo Y (ponto em amarelo na mesma figura).

Após a adição de tantos pontos, é possível que algum ponto esteja na mesma coordenada que outro, sendo que uma rotina para deletar um dos pontos sobrepostos deve ser executada.

5.8.1.2 Algoritmo da seção cheia

Esse algoritmo recebe tal nome pois, além dos pontos adicionados pelo algoritmo da *seção vazia*, na *seção cheia* também serão adicionados pontos no meio dos elementos discretizados, seguindo a malha dos pontos secundários conforme demonstra os pontos em cinza na Figura 5.23. Percebe-se, novamente, a exclusão dos pontos que não estiverem contidos dentro da seção transversal (Figura 5.23 (b)).



Figura 5.22 – Seção cheia – (a) pontos da discretização – (b) adição de pontos devido à geometria não retangular

5.8.1.3 Algoritmo ponto dentro de polígono

Para calcular se um ponto está dentro de um polígono genérico, deve-se efetuar o seguinte procedimento. Inicialmente, cria-se um retângulo *s* que envolve o polígono nos seus pontos extremos (Figura 5.23). Cria-se um ponto (P_e) fora deste retângulo, assim é possível afirmar que este ponto também é externo ao polígono. Liga-se este P_e a cada um dos pontos a serem analisados. Se este segmento de reta cruzar um número ímpar de segmentos de retas que definem o polígono, o ponto está dentro do mesmo. Se cruzar um número par, o ponto está fora. No exemplo da Figura 5.23, para chegar ao P_1 cruza-se 1 vez, ao P_2 3 vezes e ao P_3 2 vezes, confirmando e exemplificando o algoritmo.



Figura 5.23 - Algoritmo ponto dentro de polígono

Lembrando que, caso a reta que liga P_e com cada um dos pontos analisados cruzar sobre um vértice da seção, haverá uma contagem dupla de interseções oriunda dos dois segmentos de reta do vértice. Neste caso, deve-se considerar apenas uma interseção.

5.8.2 Adição das conexões

Conhecidos os algoritmos utilizados para adicionar os pontos, pode-se proceder para os algoritmos que efetuam a adição das conexões. Cada conexão será armazenada no vetor *conexões da teoria da rede* e, utilizando orientação a objetos, possuirá várias propriedades:

- ponto inicial e ponto final: registra respectivamente o número identificador do ponto inicial e final da conexão, obtidos do vetor pontos da teoria da rede;
- elemento: registra qual elemento a conexão percorre;
- comprimento: grava o comprimento da conexão;
- r_a: no caso da madeira, guarda a relação r_a da referida conexão (itens 4.2.2.2 e 5.7.1), para concreto r_a é unitário;
- θ : no caso da madeira, guarda o ângulo que a conexão possui em relação ao eixo tangencial (item 5.7.2), para concreto θ é nulo.

Devido a motivos que serão explorados na sequência, algumas condições são sempre necessárias para as conexões:

- nenhuma conexão pode percorrer diferentes elementos discretizados;
- nenhuma conexão pode passar sobre um ponto nodal, sendo essa sobreposição permitida apenas nas extremidades da conexão;
- para o caso bidimensional, nenhuma conexão pode estar parcial ou totalmente fora da seção transversal definida na parte geométrica;
- para o caso tridimensional, nenhuma conexão pode estar parcial ou totalmente fora dos sólidos definidos na parte geométrica.

Para satisfazer tais condições, foram respectivamente criados os seguintes algoritmos descritos nos próximos itens: *ponto dentro de elementos discretizados, ponto dentro de segmento de reta, segmento de reta dentro de polígono* e segmento de reta dentro de sólido.

5.8.2.1 Algoritmo ponto dentro de elementos discretizados

Dois elementos discretizados vizinhos podem possuir diferentes velocidades, contudo o método empregado admite que cada conexão possua apenas uma velocidade ao longo do seu comprimento. Deste modo, a mesma conexão nunca pode percorrer por dois elementos distintos.

Para respeitar essa regra, executa-se uma rotina que faz uma mera verificação espacial e identifica os pontos que estão dentro, ou na superfície, de cada elemento discretizado, criando então uma lista de pontos para cada elemento. Essa lista é armazenada na propriedade *lista de pontos* de cada elemento constante na matriz *elementos*, conforme comentado em 5.4. Nota-se que alguns pontos pertencem a mais de um elemento, conforme exibe a Figura 5.24.



Figura 5.24 – Algoritmo ponto dentro de elementos discretizados (a) geometria retangular (b) geometria não retangular

Agora basta criar as conexões entre cada ponto pertencente ao mesmo elemento, deste modo, uma conexão nunca irá percorrer em diferentes elementos. O exemplo bidimensional exposto pode ser facilmente extrapolado para o caso tridimensional.

5.8.2.2 Algoritmo ponto dentro de segmento de reta

Não faz sentido algum criar dois caminhos diferentes que possuam o mesmo tempo de trânsito e que, nas extremidades, ligam os mesmos

pontos. Isso apenas aumenta, desnecessariamente, o tempo de processamento do algoritmo de Dijkstra que irá verificar qual caminho é mais rápido, apesar de já ser possível afirmar que possuem o mesmo tempo. Na Figura 5.25, estão, em vermelho, alguns exemplos de conexões que não deveriam existir pois, em verde, já existem outras conexões que ligam os pontos nodais entre si. Percebe-se a grande quantidade de conexões desnecessárias se simplesmente forem ligados todos os pontos dos elementos de forma irrestrita. Na Figura 5.25 apresentam-se conexões com uma leve curvatura de forma a facilitar a visualização, embora na realidade estas conexões são retilíneas. Esta forma de representação é também utilizada em outras figuras desta tese.



Figura 5.25 – Caminhos necessários (verdes) e desnecessários (vermelhos) – (a) seção vazia – (b) seção cheia

Para resolver esse problema, antes de criar qualquer conexão que ligue dois pontos, deve-se verificar se a mesma não cruza um terceiro ponto ao longo do seu comprimento. Para isso, é verificado se todos os outros pontos do elemento estão ou não contidos no segmento de reta que define a conexão.

5.8.2.3 Algoritmo segmento de reta dentro de polígono

Seja um caso bidimensional conforme exibe a Figura 5.26 (a). Se forem ligados entre si todos os pontos de um mesmo elemento discretizado, pode-se acabar criando conexões por fora da seção transversal, como ilustra a Figura 5.26 (b). Destaca-se que os pontos em preto são desconsiderados, pois estão fora da seção. Deste modo, a finalidade desse algoritmo é determinar quando uma conexão (ou segmento de reta), está totalmente dentro da seção transversal (ou polígono), incluindo o seu perímetro. Na Figura 5.26 (c) estão destacadas algumas conexões a serem estudadas, onde há três casos diferentes de classificação das conexões em relação à seção transversal. O primeiro caso, em azul claro, estão as conexões totalmente fora da seção. No segundo caso, em vermelho, as conexões que estão parcialmente fora. Por último, em verde, um exemplo de conexão que está totalmente dentro da seção.



Figura 5.26 – Conexões e sua relação com a seção transversal (a) seção transversal e pontos (b) conexões criadas entre todos os pontos de um mesmo elemento (c) estudo de algumas conexões (d) detalhe

Para classificar corretamente cada conexão, deve-se seguir o seguinte procedimento. Primeiramente, calculam-se os pontos de intersecção entre a conexão em análise e os segmentos de reta que definem a seção transversal. Tais intersecções estão identificadas pelos círculos pretos na Figura 5.26 (d), onde os pontos extremos das conexões
também são incluídos na lista, mesmo que não possuam uma intersecção com a seção transversal. Quando a intersecção ocorrer em um vértice da seção transversal, haverá uma contagem dupla de intersecções, oriunda dos dois segmentos de retas ligados a este vértice. Neste caso, deve-se considerar apenas uma intersecção.

Então, cada conexão pode ser subdividida em trechos separados pelos pontos de intersecção consecutivos. Esse processo proporciona a certeza de que todos os trechos estão totalmente dentro ou totalmente fora da seção transversal. Assim, se for possível afirmar que todos os trechos da conexão estão dentro da seção transversal, a conexão como um todo também estará.

Para avaliar cada trecho da conexão em análise, deve-se calcular o seu ponto central, identificados pelos círculos azuis na Figura 5.26 (d). Então verifica-se, utilizando o algoritmo do item 5.8.1.3, se tal ponto central encontra-se dentro da seção transversal. Caso positivo, pode-se afirmar que o trecho também está dentro da seção. Quando forem avaliados todos os trechos, já é possível afirmar se a conexão está ou não totalmente dentro da seção transversal.

5.8.2.4 Algoritmo segmento de reta dentro de sólido

Para os casos tridimensionais a ligação irrestrita de todos os pontos de um mesmo elemento discretizado também poderia criar conexões que percorreriam por fora do sólido discretizado na etapa geométrica. Deste modo, esse algoritmo é responsável por verificar se um segmento de reta está totalmente dentro do sólido discretizado.

Seja então um sólido definido por uma seção transversal em formato "L", conforme exibe a Figura 5.27. Nessa figura, as faces superior e inferior são as respectivas seções transversais e as faces laterais são compostas por triângulos espaciais, conforme definido no item 5.3.2.



Figura 5.27 – Sólido utilizado no exemplo em estudo

Já na Figura 5.28, estão exemplificados 5 segmentos de retas, cujas colorações refletem seu posicionamento em relação ao sólido, que agora foi representado sem as diagonais dos triângulos espaciais para facilitar a visualização. O segmento de reta em azul claro está totalmente fora do sólido, em vermelho parcialmente fora e em verde totalmente dentro do sólido.



Figura 5.28 – Segmentos de retas estudados – verde está totalmente dentro do sólido – azul totalmente fora do sólido – vermelho parcialmente fora do sólido

Para identificar propriamente qual caso cada segmento de reta pertence, adota-se o mesmo princípio do caso bidimensional. Cada segmento de reta é subdividido em trechos através da intersecção entre o segmento e os triângulos espaciais, representados pelos círculos pretos na Figura 5.28 (Perspectiva). Novamente, nessa lista também inclui-se as extremidades dos segmentos de retas, mesmo que não exista intersecção.

Então é verificado se cada trecho está dentro ou fora do sólido, sendo que, para isso, é calculado o ponto central dos mesmos, representados pelos círculos azuis na Figura 5.28 (Perspectiva). Utilizando o algoritmo do item 5.8.1.3, é verificado se esse ponto central está contido dentro da seção transversal. Caso afirmativo, o trecho encontra-se dentro do sólido e parte-se para a verificação do próximo trecho. Ao terminar de verificar todos os trechos, se os mesmos estão todos dentro do sólido, já é possível afirmar que o segmento de reta também está.

5.8.3 Meio isotrópico

A teoria tomográfica aplicada neste estudo consiste que uma seção transversal isotrópica e heterogênea pode ser discretizada em vários elementos isotrópicos e homogêneos. Dentro de cada um desses elementos, o menor tempo de propagação entre dois pontos é quando o pulso ultrassônico percorre em um segmento de reta que liga os mesmos. Deste modo, não há necessidade de existir pontos internos no elemento discretizado, apenas devem ser criados pontos na interface entre os elementos e nos limites da seção transversal.

5.8.3.1 Caso bidimensional

Com isso posto, conclui-se que o melhor algoritmo para criar os pontos da seção transversal do caso isotrópico bidimensional é o da *seção vazia*. Após executado esse algoritmo, que retorna com uma lista dos pontos a serem criados, ainda devem ser adicionados à malha os pontos de leituras fornecidos pelo usuário.

Com os pontos conhecidos, executa-se o algoritmo do item 5.8.2.1 e criam-se todas as conexões de cada elemento discretizado, onde cada conexão percorre apenas por um elemento. Ao criar cada conexão, a mesma passa pelas verificações dos itens 5.8.2.2 e 5.8.2.3, proporcionando a certeza de que não está sendo criada uma conexão redundante (desnecessária) e que a mesma está totalmente contida dentro da seção transversal. A Figura 5.29 possui dois exemplos da malha da Teoria da Rede para o caso bidimensional.



Figura 5.29 – Exemplos da malha da Teoria da Rede para o caso bidimensional – (a) geometria retangular – (b) geometria não retangular

5.8.3.2 Caso tridimensional

No caso tridimensional, é necessário criar pontos ao longo da altura do sólido, em camadas perpendiculares ao eixo Z, sendo que o espaçamento entre tais camadas seguirá o espaçamento dos pontos secundários em Z, determinado pelo usuário.

Seja um cubo de 20 cm de aresta discretizado com 2 colunas, linhas e seções, conforme exibe a Figura 5.30 (a). Se forem adotados 2 pontos secundários no eixo Z, o programa irá adotar 2 camadas uniformemente distribuídas em Z para cada elemento discretizado. Em tais camadas, representadas pela seção transversal vermelha na Figura 5.30 (b), serão criados os pontos utilizando o *algoritmo da seção vazia*, descrito no item 5.8.1.1. Já para as camadas que estão posicionadas na interface entre os elementos discretizados, em verde na Figura 5.30 (b), será utilizado o *algoritmo da seção cheia* para criar os pontos.



Figura 5.30 – Definição das camadas onde adicionar os pontos – (a) objeto discretizado – (b) posicionamento das camadas

Esse processo resulta em uma distribuição dos pontos apenas nas facetas dos elementos discretizados, e não no interior dos mesmos, exatamente como almejado para o caso isotrópico.

Seja outro exemplo constante na Figura 5.31 (a), onde tem-se 1 elemento discretizado, cujos pontos foram distribuídos utilizando 2 pontos secundários nos eixos X e Y e 1 ponto secundário no eixo Z. Na Figura 5.31, (b) tem-se o mesmo exemplo, contudo agora aplicado em 4 elementos discretizados.



Figura 5.31 – Exemplos de distribuição dos pontos para (a) 1 elemento discretizado (b) 4 elementos discretizados

Essa listagem de pontos ainda sofre a adição dos pontos de leituras escolhidos pelo usuário. Então executa-se o algoritmo do item 5.8.2.1 e

criam-se as conexões combinando todos os pontos de um mesmo elemento discretizado. Cada conexão criada passa pelos algoritmos dos itens 5.8.2.2 e 5.8.2.4, garantindo que não há conexões redundantes e que nenhuma passa pelo lado externo do sólido. Na Figura 5.32 encontram-se as conexões para o caso de 1 elemento discretizado, conforme exibido na Figura 5.31 (a). A exibição do caso com 4 elementos não é possível devido à alta densidade das conexões no desenho.



Figura 5.32 – Exemplos das conexões criadas para 1 elemento discretizado (a) apenas as conexões de 1 ponto (b) todas as conexões

5.8.4 Meio ortotrópico – madeira

No caso da madeira, optou-se por implementar computacionalmente apenas a tomografia bidimensional, pois foi considerada muito alta a relação custo/benefício da técnica tridimensional. Lembrando que a maioria dos elementos estruturais em madeira são lineares, o que proporciona bons resultados para a aplicação da técnica bidimensional.

O baixo interesse na técnica da tomografia ultrassônica tridimensional para a madeira também é compartilhada pelas pesquisas, onde não foi encontrado nenhum artigo a respeito. Lembrando que é sempre possível efetuar múltiplas tomografias bidimensionais de um mesmo objeto em diferentes alturas e, posteriormente, criar um tomograma tridimensional apenas utilizando processos interpolativos (BUCUR, 2005; MARTINIS *et al.*, 2004).

No caso isotrópico e homogêneo, o caminho mais rápido para um pulso transitar de um ponto a outro é pelo do segmento de reta que liga os mesmos. Contudo, na madeira, por ser um material ortotrópico e usualmente apresentar uma curvatura não desprezível dos anéis de crescimento, o caminho mais rápido pode ser curvo. Portanto, para possuir um processamento representativo, o programa deve considerar tal possibilidade.

Por este motivo, será utilizado o *algoritmo da seção cheia* para criar a lista de pontos da malha da Teoria da Rede. Os pontos internos aos elementos (e não em sua periferia) permitem que o pulso percorra caminhos que alteram sua direção ao longo do mesmo elemento discretizado. Os pontos de leituras fornecidos pelo usuário são novamente adicionados a esta lista de pontos.

Então, executa-se o algoritmo do item 5.8.2.1 e criam-se as conexões efetuando a combinação dois a dois de todos os pontos pertencentes a um mesmo elemento discretizado. Tais conexões passam pelo crivo dos algoritmos dos itens 5.8.2.2 e 5.8.2.3, garantindo que as mesmas não são redundantes e que percorrem apenas por dentro da seção transversal.

O resultado desse processo pode ser visto na Figura 5.33 (a), onde as conexões de alguns pontos selecionados estão sendo exibidas e na Figura 5.33 (b) onde estão todas conexões exibidas.



Figura 5.33 – Malha da Teoria da Rede criada para a madeira (a) algumas conexões selecionadas (b) todas as conexões

Com as conexões criadas, deve-se calcular o ângulo θ entre a conexão e o eixo tangencial, cujo procedimento deve seguir o exposto no item 5.7.2.

Destaca-se que se o comprimento das conexões for muito grande em relação à curvatura dos anéis de crescimento, a adoção de apenas 1 ângulo θ para a conexão pode não ser uma boa representação da realidade. Como o tamanho da conexão está associado ao tamanho do elemento discretizado, cabe ao usuário determinar tal tamanho em função da madeira ensaiada.

Caso, em função do problema estudado pelo usuário, seja necessário adotar elementos discretizados com tamanho grande em relação à curvatura dos anéis, o TUCOM ainda permite o usuário configurar um limite máximo no comprimento das conexões a serem criadas.

Determinado o ângulo θ , pode-se calcular o fator r_a de cada conexão criada. O cálculo de r_a deve ser efetuado em função do modelo de ortotropia adotado pelo usuário, descritos no item 4.2.2.2. Obtido r_a , altera-se o comprimento cartesiano de cada conexão, conforme exposto na Equação 4.18.

5.9 RESTRIÇÕES OPCIONAIS

O TUCOM permite a adição de restrições impostas pelo usuário para a resolução tomográfica. Essas restrições tem o objetivo de satisfazer alguma necessidade relativa ao ensaio que está sendo executado, sendo que o usuário deve avaliar a necessidade e coerência em seu uso.

5.9.1 Mesclar elementos discretizados

Conforme já comentado no item 5.4, ocorrem distorções no processo tomográfico quando um elemento discretizado fica apenas com uma parcela de sua área dentro da seção transversal. Como a área participativa do elemento é pequena, poucas leituras o atravessam, tornando pobre o envolvimento desse elemento no sistema de equações. Este fato expõe tal elemento a uma oscilação de velocidade muito superior à dos elementos inteiramente contidos na seção.

Em termos matemáticos, a participação deste elemento na matriz $\underline{D}_{m,n}$ é modesta, o que acaba requerendo uma variação maior da vagarosidade (e velocidade) para equilibrar o sistema de equações tomográfico a cada passo iterativo.

A solução mais simples para resolver este problema é mesclar o elemento parcialmente inserido na seção com um elemento vizinho totalmente presente dentro da seção, criando então um elemento único.

O processo de mesclagem também serve para diminuir o grau de indeterminação do sistema de equações tomográfico, assim reduzindo a resolução do tomograma e diminuindo a quantidade de leituras ultrassônicas necessária para tornar o problema determinado ou sobredeterminado (item 4.2.1.2).

5.9.2 Velocidade média, mínima, máxima e fixa

O TUCOM disponibiliza ao usuário outros 4 tipos de restrições na velocidade dos elementos discretizados e que são aplicadas após o processamento de Cimmino, como pode ser visto na Figura 5.34.

O processo de impor as restrições apenas modifica o campo de velocidades fornecido pelo processo de Cimmino, determinando novos valores de velocidade para cada elemento discretizado envolvido com as restrições criadas pelo usuário.

A restrição de **velocidade média** calcula a velocidade média entre os elementos selecionados e, posteriormente, atribui aos mesmos elementos esta velocidade média calculada. As restrições de **velocidade mínima** e de **velocidade máxima** estipulam respectivamente um limite inferior e superior para os elementos selecionados. Caso a velocidade esteja fora estes limites estipulados, o programa impõe o respectivo limite no valor da velocidade do elemento. A restrição de **velocidade fixa** impõe uma velocidade determinada pelo usuário aos elementos selecionados.

A necessidade do uso destas restrições está intimamente ligada ao problema em estudo. Por exemplo, pode-se conhecer a posição e o formato de um duto dentro do elemento estrutural, o que possibilita a discretização do mesmo e a atribuição de uma velocidade fixa nula aos seus elementos.

5.10 PROCESSAMENTO TOMOGRÁFICO

O processamento tomográfico é o processo iterativo responsável por calcular o tomograma da seção ou sólido em análise, sendo que, dentro desse processamento, há outros dois processos iterativos: de Dijkstra e de Cimmino. Uma visão geral sobre o fluxograma de processamento encontra-se na Figura 5.34, onde cada etapa será comentada a seguir.



Figura 5.34 – Fluxograma do Processamento Tomográfico do TUCOM

O passo inicial do processo consiste em determinar uma velocidade inicial para todos os elementos discretizados. Recomenda-se um valor representativo para o material em estudo, ou seja, para o concreto sugerese de 3000 a 5000 m/s e para a madeira de 500 a 2000 m/s (sentido tangencial), sendo configurável pelo usuário. Com a velocidade inicial determinada, calcula-se a vagarosidade e as mesmas são armazenadas no vetor *elementos* nas propriedades *velocidade* e *vagarosidade*, respectivamente.

Então executa-se o algoritmo *cálculo dos caminhos de onda*, que calcula o caminho de onda que cada leitura percorre no objeto. Para isso, cada emissor fornecido pelo usuário (item 5.6) é utilizado para executar o algoritmo de Dijkstra (item 4.2.1.3.4.1). Desta forma, como já comentado no item 5.6, quanto menor a quantidade total de pontos de leituras que são utilizados como emissores, sensivelmente menor também será o tempo de processamento.

O algoritmo de Dijkstra padrão, executaria seu processo iterativo até atingir todos os pontos, contudo isso não é necessário pois apenas deseja-se conhecer os percursos até os receptores. Por este motivo, o critério de parada do algoritmo de Dijkstra é até a chegada do processamento em todos os receptores ligados ao emissor utilizado.

Após executado o algoritmo *cálculo dos caminhos de onda*, estão determinados os caminhos mais rápidos dos emissores até todos os respectivos receptores. Conhecido o caminho, ou seja, a sequência de conexões percorrida por cada leitura, pode-se efetuar a montagem da matriz $D_{m,n}$. Nessa montagem, não há diferenças entre os materiais, pois as conexões já sofreram variação de comprimento de tal forma a considerar a anisotropia da madeira, conforme exposto no item 5.8.4.

A montagem inicia-se varrendo cada uma das *leituras*, e depois cada uma de suas conexões. Em cada *conexão*, é anotado o *elemento* a qual a conexão pertence e o seu respectivo *comprimento*. Assim, o valor numérico do comprimento é adicionado na matriz $\underline{D}_{m,n}$, na correspondente linha da leitura e coluna do elemento.

Com isso, todos os elementos da Equação 4.6 estão determinados, bastando resolver o sistema. Para tal, será executado 1 ciclo do processo iterativo de Cimmino Otimizado. Obtidas as vagarosidades e velocidades (inverso), aplicam-se as restrições, como exibido no item 5.9.

Com o resultado dessa iteração determinado, verifica-se o atendimento dos critérios de parada configurados pelo usuário. Caso afirmativo, o processo iterativo é interrompido e o algoritmo que gera o tomograma é executado. Caso negativo, o processo iterativo continua calculando os novos percursos das leituras a partir do novo campo de velocidades obtido. Com relação aos critérios de parada, o TUCOM disponibiliza ao usuário as seguintes opções: nº de iterações, tempo de processamento, variação mínima absoluta ou relativa no intervalo de uma ou mais iterações. Deste modo, o usuário pode escolher o melhor critério de parada que se enquadra no problema proposto.

5.10.1 Aceleração do processo de convergência

O processamento tomográfico, se executado conforme exposto no item 5.10, apresenta uma convergência rápida no início, contudo quanto mais próximo do resultado final, mais lenta é sua aproximação. Essa característica é própria do processo de Cimmino, conforme constatado por Perlin (2011).

Utilizando uma seção transversal, com campo de velocidades determinado, leituras ultrassônicas foram numericamente simuladas (item

6) e, posteriormente, inseridas no TUCOM. O programa efetuou o processamento e obteve o tomograma da seção analisada.

No momento não interessa o campo de velocidades adotado, ou seu resultado final, e sim a evolução do processo iterativo até o mesmo. Dos 64 elementos discretizados na seção, foram escolhidos os elementos 37, 38 e 39 para analisar a evolução de suas velocidades ao longo do processo, conforme exibe a Figura 5.35 (a). Todos os elementos tinham 5000 m/s como velocidade inicial e, logo nas primeiras iterações, ocorre uma rápida variação das velocidades para convergir para a solução. Em seguida, o processo torna-se lento, requerendo várias iterações para chegar em uma solução estável.

O processo iterativo foi conduzido até 5 mil iterações, levando 9 horas de processamento em um computador usual (processador de 2,10 GHz), muito acima do necessário para se obter um resultado aceitável. Esse resultado foi utilizado como referência para o cálculo do erro relativo de cada velocidade dos três elementos ao longo das iterações, conforme exibe a Figura 5.35 (b). Percebe-se nesta figura que o elemento 37 é o mais lento para obter a precisão relativa de 1%, requerendo 606 iterações, onde o tempo de processamento foi de 1 hora e 10 minutos.



Figura 5.35 – Convergência do processo iterativo normal – (a) velocidade – (b) erro relativo

Uma forma de aumentar a velocidade de convergência ao resultado é acelerar a parte lenta do processo iterativo. No processo normal, executa-se, a cada passo iterativo global, apenas 1 passo iterativo de Cimmino. No início do processo, apenas 1 passo de Cimmino provoca grandes modificações de velocidade nos elementos, contudo, logo após poucas iterações a variação provocada por apenas 1 passo de Cimmino é muito modesta. A Figura 5.36 (a) exibe na linha azul a maior variação, dentre todos os elementos, de velocidade registrada para cada passo iterativo pelo processo normal. Destaca-se nesta figura que já na iteração nº 37 a maior variação ficou inferior à 4 m/s, e prossegue oscilando em torno de 2,5 m/s. Considerando que estas são as maiores variações, todos os demais elementos possuem variações menores em cada passo iterativo, ficando claro o motivo da lentidão.



Figura 5.36 – Comparação entre o processo usual e o acelerado – (a) maior variação de velocidade em cada passo iterativo – (b) número de iterações de Cimmino para cada iteração global

A solução proposta é, na mesma iteração global (Figura 5.34), executar quantos passos de Cimmino forem necessários até que a maior variação fique acima de um nível mínimo, que pode ser determinado pelo usuário. Com isso, cria-se uma variação mínima que a etapa de Cimmino deve produzir em cada passo iterativo global. Se, por exemplo, for determinado que a variação máxima deva ser superior a 10 m/s, obtém-se o gráfico da maior variação de velocidade conforme exibe a linha alaranjada na Figura 5.36 (a). Para obter essa variação foram necessárias diferentes quantidades de passos de Cimmino para cada iteração global, conforme exibe a Figura 5.36 (b).

Com relação a progressão das velocidades dos três elementos selecionados, a imposição de um limite mínimo para a maior variação resultou em uma aceleração no processo de convergência. A Figura 5.37 demonstra tal aceleração, onde foram necessárias apenas 169 iterações

(18 minutos) para o elemento 37 atingir a precisão de 1%, muito inferior as 606 iterações (1 hora e 10 minutos) requeridas pelo processo normal.



Figura 5.37 – Convergência do processo iterativo normal e acelerado – (a) velocidade – (b) erro relativo

O único inconveniente em se utilizar esse processo acelerado é a redução na precisão da resposta final, uma vez que, como está sendo imposta uma variação mínima para a etapa de Cimmino, o processo não consegue acertar a resposta numericamente mais exata possível.

Em outras palavras, a obtenção da resposta mais exata possível pode requisitar uma variação de velocidade inferior ao limite mínimo estipulado, levando o processo iterativo para além da resposta. Considerando um exemplo hipotético, se a velocidade exata é 5005 m/s, o limite mínimo estipulado é 10 m/s e o passo iterativo encontra-se em 5000 m/s, o processo iterativo pode ficar variando entre 5000 e 5010 m/s sem conseguir atingir a resposta. Ou seja, o processo iterativo ficará rondando a resposta, se deslocado além e aquém da mesma.

Entretanto, usando uma visão holística, deve-se lembrar que o problema manipula leituras reais que possuem erros experimentais intrínsecos. Considerando o caso das leituras ultrassônicas, variações de velocidade menores que 10 m/s são completamente desprezíveis.

Deste modo, o uso de um limite mínimo de 10 m/s para a máxima variação registrada em cada passo iterativo elimina o processamento desnecessário de casas decimais além dos algarismos significativos requeridos pelo problema experimental.

5.11 TOMOGRAMA

O processo de construção de um tomograma se inicia definindo sua resolução, ou seja, o tamanho que cada pixel irá ocupar na seção transversal. A Figura 5.38 (a) representa uma malha de pixels (em verde) que pode ser adotada, onde deve ser determinada a velocidade do pulso ultrassônico no seu ponto central (em azul), sendo essa velocidade depois convertida em uma escala de cores. Deste modo, cada pixel terá uma velocidade e uma cor associada, construindo-se então o tomograma.



Figura 5.38 – Construção do tomograma – (a) malha de pixels utilizada – (b) pontos com velocidades conhecidas – (c) distância entre um pixel e pontos com velocidades conhecidas

As velocidades em cada pixel podem ser obtidas pela interpolação das velocidades de cada elemento discretizado obtidas pelo processamento tomográfico. Estas velocidades conhecidas são associadas espacialmente ao ponto central do respectivo elemento, conforme exibe a Figura 5.38 (b). Deste modo, tem-se dois grupos de pontos, um com as velocidades conhecidas e o outro com as velocidades desconhecidas.

Para obter as velocidades desconhecidas utiliza-se equação:

$$\underline{\mathbf{V}_{h}^{(d)}} = \underline{\zeta_{h,n}} * \underline{\mathbf{V}_{n}};$$

onde:

 $\underline{V}_{h}^{(d)}$: é o vetor das velocidades dos *h* pontos com velocidades desconhecidas;

 $\underline{V_n}$: é o vetor das velocidades dos *n* pontos com velocidades conhecidas;

 $\underline{\zeta_{h,n}}$: é a matriz dos pesos que cada ponto conhecido possui sobre o cálculo de cada ponto desconhecido.

A matriz $\zeta_{i,j}$ é obtida utilizando-se alguma função interpoladora $f(d_{i,j})$ relacionada à distância $d_{i,j}$ entre o ponto desconhecido i e o ponto conhecido j. Optou-se por uma função *spline* de terceiro grau interpolante (RUGGIERO; LOPES, 1996), com os pontos (0,1) e (alcance,0), e com inclinação nula em ambas as extremidades como condição de contorno. A variável alcance (Figura 5.38 (c)), a ser determinada em cada malha discretizadora, é a distância máxima que um ponto com velocidade conhecida para ser considerado no cálculo da interpolação, sendo que acima dessa distância seu peso é nulo. Esse mecanismo permite que a velocidade de cada pixel seja influenciada apenas pelos elementos mais próximos. A Figura 5.39 representa graficamente a função interpoladora adotada.



Calculado o valor de $f(d_{i,j})$, os pesos de um mesmo ponto de velocidade desconhecida devem ser normalizados, obtendo que $\zeta_{i,j} = f(d_{i,j}) / \sum_{k=1}^{n} f(d_{i,k})$.

Obtidas as velocidades para cada pixel, pode-se efetuar a conversão da velocidade para a escala de cores. Utilizando o modelo tonalidade, saturação e brilho, o TUCOM fixa a saturação e o brilho em 100% e 50%, respectivamente. Já a tonalidade é calculada pela interpolação linear da velocidade do pixel considerando que 83,33% (magenta) corresponde à $V_{mín}$, e 0% (vermelho) corresponde à $V_{máx}$, onde $V_{mín}$ e $V_{máx}$ são os limites de velocidade determinados pelo usuário para a escala de cores.

Na Figura 5.40, exibe-se como a resolução altera o tomograma. Na Figura 5.40 (a), tem-se 1 pixel por elemento, sendo, portanto, a representação tomográfica sem interpolação, ou seja, a transcrição em cores do exato resultado do processamento tomográfico. Nessa figura, todos os elementos discretizados possuem velocidade de 4000 m/s, exceto os elementos da 2 coluna, linhas 3, 4 e 5 (de baixo para cima), que possuem respectivamente as velocidades de 3000, 3200 e 3400 m/s. Na Figura 5.40 (b) são 16 pixels (4x4) por elemento, mesma resolução adotada na Figura 5.38 (a). E na Figura 5.40 (c) são 400 pixels (20x20) por elemento, criando um tomograma interpolado de alta resolução. A interpolação pode criar tomogramas de alta resolução, contudo a resolução do processo tomográfico é determinada pelo número de elementos discretizados na seção transversal, que está diretamente ligado ao número de leituras ultrassônicas executadas. Na Figura 5.41 encontrase um tomograma exibido diretamente na tela do TUCOM.



Figura 5.40 – Exemplos de tomogramas com diferentes resoluções – (a) 1 pixel por elemento – (b) 16 pixels por elemento – (c) 400 pixels por elemento – (d) escala de 3000 a 5000 m/s



Figura 5.41 – Tela do programa TUCOM

6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Simulações numéricas de propagação de ondas mecânicas podem ser utilizadas na obtenção dos tempos de propagação entre um ponto emissor e vários outros pontos receptores, obtendo, portanto, várias leituras.

A possibilidade de obter tais leituras numericamente simuladas pode ser muito útil para diferentes linhas de pesquisas. As maiores vantagens são a realização de estudos que requerem uma quantidade elevada de leituras e a ausência de erros oriundos do processo experimental.

Para realizar tais simulações numéricas, utilizou-se uma considerável parcela da estrutura do programa TUCOM, com mesma definição geométrica, discretização, pontos de leituras, leituras selecionadas, materiais e percursos permitidos. Contudo, é necessário que o usuário forneça o campo de velocidades que deve ser adotado na simulação.

Então executa-se isoladamente o algoritmo *cálculo dos caminhos de onda*, cuja descrição encontra-se no item 5.10. Esse algoritmo irá executar o algoritmo de Dijkstra para cada emissor das leituras selecionadas, assim fornecendo o tempo de propagação de todas as leituras requeridas pelo usuário.

6.1 AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE DE DETECÇÃO DA TOMOGRAFIA ULTRASSÔNICA

Este estudo teve como objetivo determinar o maior espaçamento da malha de leituras que deve ser utilizado para detectar não homogeneidades com tamanhos variados em uma estrutura de concreto. Foram avaliadas relações entre tamanho da região ensaiada (L) e tamanho da não homogeneidade (h), L/h entre 3 a 12. Também foi avaliada a influência da posição da não homogeneidade no elemento ensaiado. Para tanto foram estudadas duas situações: a primeira com o centro da não homogeneidade encontrando-se no centro da seção (Figura 6.1), e a segunda com o centro se encontrando a, aproximadamente, 2/3 das bordas inferior e esquerda da seção (Figura 6.2).

Para isso, foram criados 12 modelos com seções bidimensionais quadrangulares de 40 cm de aresta e com os diferentes tamanhos e posições de não homogeneidades.





Os elementos discretizados que representam as não homogeneidades receberam uma velocidade fixa de 3000 m/s, enquanto que os demais elementos receberam 4000 m/s. O espaçamento adotado dos pontos secundários da Teoria da Rede foi de 0,3 cm em X e Y.

Sobre cada um destes modelos foram executadas 8 malhas de leituras, todas numericamente simuladas pelo modo de leitura quatro faces simples, conforme exibe a Figura 6.3, onde **d** representa o tamanho da malha de leituras utilizada (cm).



Figura 6.3 - Malha de leituras utilizadas em todos os modelos

Em ordem crescente de L/d, cada uma dessas malhas apresentou respectivamente 18, 32, 72, 128, 200, 288, 392 e 512 leituras aplicadas em cada um dos 12 modelos estudados, gerando então 96 casos e 19.704 tempos de propagação numericamente simulados.

Utilizando novamente o TUCOM, cada caso teve inserido no programa sua geometria, discretização (igual a respectiva malha de leitura) e as leituras e seus tempos simulados de propagação utilizando-se o mesmo espaçamento adotado dos pontos secundários da Teoria da Rede de 0,3 cm em X e Y.

O processamento tomográfico foi iniciado com velocidade inicial de 5000 m/s para todos os elementos discretizados e, para acelerar o processo, foi utilizado 10 m/s como limite mínimo para a máxima variação da etapa de Cimmino (ver item 5.10.1). O critério de parada adotado foi uma variação relativa menor que 1% em um intervalo de 50 passos iterativos globais.

Devido a sua quantidade, infelizmente não será possível exibir todos os tomogramas, sendo selecionados dois casos a título ilustrativo, conforme exibe a Figura 6.4.



Figura 6.4 – Exemplo de tomogramas utilizados no estudo (a) L1/2, L/h=10 e L/d=16 (b) L2/3, L/h=6 e L/d=12 (c) velocidade em m/s

Considerando que o exemplo exposto possui um meio com velocidade predominante de 4000 m/s, e adotando que o ensaio ultrassônico apresenta uma variação experimental aproximada de 5%, tem-se que uma variação experimental absoluta neste ensaio é da ordem de 200 m/s.

Portanto, para considerar que a detecção de uma não homogeneidade foi bem sucedida, considerou-se que existe a necessidade de ao menos 1 elemento discretizado apresentar velocidade inferior a 3800 m/s.

Ainda há a possibilidade do processamento tomográfico dividir a influência dessa não homogeneidade em dois ou mais elementos, portanto, também considerou-se uma detecção positiva quando dois ou mais elementos adjacentes possuírem uma velocidade inferior a 3850 m/s.

Utilizando estes critérios foi possível mensurar a capacidade de detecção tomográfica e transcrevê-la em forma gráfica, conforme exibe as Figuras 6.5 e 6.6.



Figura 6.5 – Detectabilidade das não homogeneidades com centro em L/2



Figura 6.6 – Detectabilidade das não homogeneidades com centro em L2/3

Analisando os resultados obtidos, pode-se destacar que a maior relação h/d nos casos L/2 (Figura 6.5) foi quando L/d=12 e L/h=8, e também quando L/d=6 e L/h=4, proporcionando um h/d=1,5. Já nos casos L2/3 (Figura 6.6) a maior relação h/d foi quando L/d=10 e L/h=6, proporcionando um h/d=1,7. Como, a princípio, a posição da não homogeneidade é desconhecida, pode-se concluir que a tomografia ultrassônica é capaz de detectar não homogeneidades com dimensão maior que 1,7 vezes o espaçamento da malha de leituras utilizada. Contudo, para o uso prático, recomenda-se que esta relação seja 2, assim proporcionando uma margem de segurança ao experimento real.

Apesar dos estudos terem sido efetuados para uma seção de 40 cm, a aplicabilidade dessas conclusões pode ser expandida para outras dimensões, desde que respeitada as abrangências de L/d e L/h adotadas nestas simulações numéricas e exibidas nas Figuras 6.5 e 6.6. É claro que o uso dessas figuras não elimina os limites experimentais intrínsecos do ensaio ultrassônico, que são função de vários parâmetros como, por exemplo, a frequência dos transdutores. Maiores informações encontramse no item 2.

6.2 EFEITO TRIDIMENSIONAL NA CAPACIDADE DE DETECÇÃO

As simulações numéricas executadas no item anterior para detectar não homogeneidades foram efetuadas em seções bidimensionais. Contudo, a realidade experimental poderá apresentar efeitos tridimensionais indesejados em uma análise tomográfica bidimensional.

Em termos práticos, a aplicabilidade das Figuras 6.5 e 6.6 também está condicionada ao tamanho da não homogeneidade no plano perpendicular ao da seção analisada, doravante nomeado como altura.

Caso a altura dessa não homogeneidade seja igual ou inferior ao seu tamanho no plano da seção transversal analisada, o pulso ultrassônico poderá percorrer pelas faces superior e inferior da não homogeneidade, e não pela sua lateral como é almejado.

Este problema já foi experimentalmente identificado na dissertação de Perlin (2011), onde duas não homogeneidades de mesma seção transversal, porém com alturas diferentes, foram concretadas e ensaiadas. Na Figura 6.7 encontram-se dois corpos de prova cúbicos com 20 cm de aresta concretados com blocos de EPS de seção quadrada de 5 cm de aresta. A diferença encontra-se na altura do EPS, onde na Figura 6.7 (a) o mesmo possui 5 cm e na Figura 6.7 (b) possui 10 cm.



Figura 6.7 – Corpos de prova com não homogeneidades de igual seção transversal porém com diferentes alturas Fonte: Perlin (2011)

Os resultados obtidos por Perlin (2011) deixaram claro que o pulso ultrassônico percorria o sólido pelo lado superior ou inferior do EPS no caso da Figura 6.7 (a), enquanto que no caso da Figura 6.7 (b) o pulso percorria pela lateral, por ser um caminho menor.

Deste modo, caso a altura da não homogeneidade seja igual ou inferior à sua dimensão na seção analisada, sua detectabilidade pode ficar prejudicada em uma análise bidimensional.

Um bom exemplo dessa situação seria a concretagem de um pilar de 20x20 cm de seção transversal com uma placa de EPS de 10x10x0,5 cm, conforme exibe a Figura 6.8. A presença deste EPS reduz 25% a área do pilar na seção em que se encontra, prejudicando severamente sua resistência mecânica. Apesar de toda esta redução, nenhuma leitura ultrassônica executada no plano do EPS se modificaria com sua presença, pois a mesma se propagaria pela face superior e inferior do EPS. Deste modo, nenhuma análise tomográfica bidimensional detectaria o EPS.



Figura 6.8 – Pilar concretado com placa de EPS (cm)

Contudo, seriam sensíveis ao EPS as leituras cuja linha que liga o emissor ao receptor cruze a placa de EPS em um ângulo diferente de zero, ou seja, executadas fora do plano bidimensional. Neste contexto, a utilização da tomografia ultrassônica tridimensional entra como solução para detectar o EPS.

Para efetuar um estudo tomográfico tridimensional no modelo exposto na Figura 6.8, inicialmente foi necessário simular numericamente as leituras. Para discretizar tal modelo, sua seção transversal de 20x20 cm foi discretizada com uma malha de 2,5 cm em X e Y. A altura utilizada no modelo foi de 12,5 cm, que foi discretizada em 0,5 cm. Essa configuração proporcionou 1600 elementos discretizados em 8 linhas e colunas e 25 seções, conforme exibe a Figura 6.9 (a). Todos os elementos receberam velocidade de 4000 m/s, exceto alguns elementos da seção nº 13, marcados em verde na Figura 6.9 (b), que receberam velocidade nula, simulando então a placa de EPS.



Figura 6.9 – Discretização do modelo estudado (a) representação dos 1600 elementos (b) elementos da 13ª seção

O material utilizado foi o concreto e o espaçamento adotado dos pontos secundários da Teoria da Rede foi de 0,5 cm em X, Y e Z. Sobre este modelo, foram numericamente simuladas leituras utilizando uma malha de 2,5 cm de espaçamento em X, Y e Z, no modo de leitura **quatro faces simples**, considerando todas as combinações tridimensionais. Ao total foram simuladas 3.200 leituras, conforme exibe a Figura 6.10 (a). Na Figura 6.10 (b) encontra-se um exemplo das leituras utilizadas por apenas 1 emissor.



Figura 6.10 – Leituras numericamente simuladas (a) todas (b) apenas de um emissor

Com as leituras obtidas, as mesmas foram inseridas no TUCOM, juntamente com a geometria, discretização de 2,5 cm em todos os eixos,

o que resultou em 320 elementos discretizados em 8 linhas e colunas e 5 seções, conforme exibe a Figura 6.11. O material utilizado foi o concreto e malha dos pontos secundários adotada foi de 0,5 cm em todos os eixos.



Figura 6.11 - Discretização adotada

O processamento foi iniciado com 5000 m/s de velocidade inicial e com 10 m/s como limite inferior para a variação máxima da etapa de Cimmino (item 5.10.1). Devido ao tamanho enorme da malha da Teoria da Rede formada neste caso, seu processamento era muito lento. Deste modo, optou-se por parar o processo iterativo em 50 iterações globais, o que custou 127 horas de processamento em um processador de 2,10 GHz, já proporcionando um resultado satisfatório. Devido à simetria do problema, os tomogramas das seções transversais 1 e 2 são respectivamente iguais às seções 4 e 5, conforme exibe a Figura 6.12. Os tomogramas das seções transversais 1, 2, 3, 4 e 5 foram produzidos nas coordenadas Z respectivamente iguais a 1,25, 3,75, 6,25, 8,75 e 11,25 cm (Figura 6.11). Para o cálculo do tomograma interpolado utilizou-se 3 cm de alcance e pixel com tamanho 0,1 cm (item 5.11).



Os tomogramas das seções 1, 2, 4 e 5 são homogêneos. A única exceção é uma leve diminuição da velocidade nas bordas dos tomogramas das seções 1 e 5, que não existiriam se o processamento continuasse além das 127 horas utilizadas. Em outras palavras, essas regiões de baixa velocidade podem ser desprezadas, pois elas apenas existem porque o critério de parada utilizado foi o tempo de processamento, e não a precisão numérica. Já o tomograma da seção 3 indica claramente a existência de uma não homogeneidade no centro da seção transversal, detectando perfeitamente a existência do EPS de 0,5 cm de espessura.

A execução de um estudo similar ao desenvolvido no item 6.1, contudo agora para o caso tridimensional, requereria meses de processamento, o que torna muito alta a relação custo/benefício dessa abordagem tridimensional.

6.3 LOCALIZAÇÃO DA MEDULA

Com o intuito verificar a eficiência do método proposto no item 5.7.3 para detectar a posição da medula, esta tese efetuou leituras numericamente simuladas em 10 modelos com diferentes posicionamentos da medula.

Foram utilizados dois grupos de modelos, o primeiro com um formato geométrico genérico e o segundo com formato quadrangular de 20 cm de aresta. No primeiro grupo, os modelos foram discretizados com malha de 3,02 cm em X e 2,85 cm em Y (Figura 6.13 (a)). Já no segundo grupo, os modelos foram discretizados com malha de 2,5 cm em X e Y (Figura 6.13 (b)).

Nos dois modelos que utilizam o formato genérico foi aplicado o modo de leitura **generalizado**, requerendo 190 leituras para cada modelo (Figura 6.13 (c)). Nos oito modelos que utilizam o formato retangular, foi empregado o modo de leitura **quatro faces completo**, necessitando de 384 leituras para cada modelo (Figura 6.13 (d)). Ao total neste estudo foram numericamente simuladas 3.452 leituras.



Figura 6.13 – Geometria, discretização e leituras utilizadas nos modelos (a) geometria genérica e sua discretização (b) geometria retangular e sua discretização (c) leituras da geometria genérica (d) leituras da geometria retangular

Em todos os modelos foi utilizado a equação de Hankinson como curva de referência da ortotropia, com $V_T/V_R = 0,7$. O espaçamento dos pontos secundários da Teoria da Rede foi de 0,3 cm em X e Y, sem limite máximo para o comprimento das conexões (item 5.8.4). Para a simulação das leituras, todos os elementos discretizados receberam velocidade tangencial fixa em 1.300 m/s.

Já o sistema de referência utilizado para a simulação varia em cada modelo, conforme exibem as Figuras 6.14 e 6.15, onde o ponto em azul representa a posição da medula e as curvas em verde representam as curvaturas dos anéis de crescimento.



Modelo 6



Figura 6.15 - Sistemas de referência adotados para cada modelo (a) Modelo 7 (b) Modelo 8 (c) Modelo 9 (d) Modelo 10

Os Modelos 1, 2 e 10 utilizaram um sistema de referência ortotrópico polar generalizado, enquanto que os demais modelos utilizaram o ortotrópico polar circular. Os Modelos 1 e 2 representam a seção geométrica de uma árvore ou um elemento estrutural de madeira roliça. Os demais modelos representam elementos estruturais em madeira obtidos com diferentes posições de desdobra em relação à medula.

Nas Figuras 6.16 e 6.17 encontram-se exibidas a posição estimada da medula (em preto) e as leituras utilizadas para sua localização, obtidas pelo processo apresentado no item 5.7.3. A localização original da medula está representada em azul. Em caso de sobreposição, apenas o ponto em preto encontra-se exibido. A malha de pontos adotada no processo possui espaçamento de 1 cm em X e Y.





Figura 6.17 - Localização da medula original (azul) e calculada (preto) (a) Modelo 7 (b) Modelo 8 (c) Modelo 9 (d) Modelo 10

Como é possível perceber, alguns modelos apresentaram erros de localização da medula superiores aos demais. Os maiores erros foram registrados nos Modelos 8 e 9, provavelmente provocados pela grande distância da medula em relação à seção transversal desdobrada.

A Tabela 6.1 exibe os erros obtidos na localização da medula para cada modelo estudado.

Modelo	Erro (cm)	Modelo	Erro (cm)
1	0,2	6	0,3
2	1,3	7	0,6
3	0,0	8	3,7
4	0,0	9	9,0
5	0,8	10	1,5

Tabela 6.1 - Erros de localização da medula obtidos pelos modelos

Como já comentado no item 5.7.3, o método não é exato, porém seu resultado é satisfatório e pode ser utilizado no processamento tomográfico desenvolvido nessa tese.

6.4 MODOS DE LEITURA APLICADOS NA MADEIRA

Esta simulação possui o objetivo de verificar se há diferenças no resultado tomográfico proporcionado pelos modos de leitura **quatro faces simples** e **quatro faces completo** quando aplicados em uma peça de madeira.

Seja o modelo digital de uma seção transversal quadrada de 20 cm de aresta, discretizada com 8 linhas e colunas, conforme exibe a Figura 6.18.



Figura 6.18 - Modelo digital utilizado

Neste modelo, os elementos discretizados receberam a velocidade tangencial de 1300 m/s, com exceção os elementos em verde na Figura 6.18, que receberam velocidade nula para representar um vazio. Para modelar a ortotropia da madeira adotou-se a equação de Hankinson, com $V_T/V_R = 0,7$. Para a malha dos pontos secundários da Teoria da Rede foi adotado espaçamento de 0,3 cm para os eixos X e Y, sem limite de comprimento para as conexões. O sistema de referência adotado foi o **ortotrópico polar circular**, conforme exibe a Figura 6.19.



Figura 6.19 – Sistema de referência adotado

Utilizando uma malha de leitura com 2,5 cm de espaçamento, foram efetuadas simulações numéricas de leituras no modo quatro faces simples e quatro faces completo (Figura 6.20). Neste ensaio foram numericamente simuladas 512 leituras.



Figura 6.20 – Modos de leituras numericamente simulados (a) quatro faces simples (b) quatro faces completo

Tais leituras foram inseridas no TUCOM que efetuou o processamento tomográfico. A velocidade inicial adotada foi de 1000 m/s para todos os elementos discretizados e o critério de parada escolhido foi uma variação inferior a 1% em 50 passos iterativos. Para acelerar o processo, foi adotado um limite mínimo para a variação máxima da etapa de Cimmino de 10 m/s (detalhes em 5.10.1). Os tomogramas obtidos estão expostos na Figura 6.21.


Figura 6.21 – Comparação entre os tomogramas obtidos utilizado os modos de leitura (a) quatro faces simples (b) quatro faces completo (c) escala em m/s

Nota-se que o tomograma produzido com o modo de leitura quatro faces completo apresenta um resultado muito superior ao do modo quatro faces simples.

No tomograma da Figura 6.21 (a) existe uma região de baixa velocidade no canto superior direito do tomograma, sendo que sua existência não condiz com o modelo estudado e não é fruto de erros nas leituras pois as mesmas foram numericamente simuladas.

Esse comportamento, que não ocorre no concreto, é motivado pela obtenção de um sistema tomográfico pobre. Esse fato pode ser observando ao comparar os caminhos das leituras da primeira iteração do processamento global do caso isotrópico (Figura 6.22 (a)) com o caso ortotrópico estudado (Figura 6.22 (b)), ambos com o modo de leitura quatro faces simples.



Figura 6.22 – Caminhos de onda na 1 iteração (a) caso isotrópico com modo de leitura quatro faces simples (b) caso ortotrópico com modo de leitura quatro faces simples (c) caso ortotrópico com modo de leitura quatro faces completo

Nota-se que no caso isotrópico (Figura 6.22 (a)) as leituras sempre possuem propagação retilínea, pois a velocidade inicial é igual para todos os elementos discretizados, ou seja, o meio é homogêneo no primeiro passo iterativo.

Já no caso ortotrópico modelado com Hankinson $V_T/V_R = 0,7$, mesmo sendo inicialmente um meio homogêneo, a ortotropia e a curvatura dos anéis de crescimento (Figura 6.19) fazem com que as leituras mais rápidas propagem fora da linha reta, preferindo mais caminhos radiais do que tangenciais, conforme exibe a Figura 6.22 (b). Este efeito também é visto no último passo iterativo (n° 632) do tomograma obtido com o modo de leitura quatro faces simples (Figura 6.21 (a)).

É claro que essa característica da propagação das ondas no caso da madeira tem impacto direto na construção da matriz tomográfica $\underline{D}_{m,n}$. A escassez de leituras que percorrem nas regiões periféricas e a sua concentração no centro da seção transversal cria um sistema tomográfico pobre, onde os elementos discretizados periféricos ficam menos participativos no sistema tomográfico. Isso expõe os mesmos a maiores flutuações de velocidade do que os demais.

Para solucionar este problema que ocorre na madeira, deve-se efetuar o modo de leitura quatro faces completo (Figura 6.22 (c)), pois proporciona um melhor "travamento" dos elementos da periferia no sistema de equações tomográfico. Isso cria um sistema de equações bem condicionado, eliminado as flutuações de velocidade dos elementos periféricos, como é exibido no tomograma da Figura 6.21 (b).

Portanto conclui-se que para a madeira deve-se utilizar o modo de leitura quatro faces completo e, quando a geometria permitir, o modo generalizado.

7 PROGRAMA EXPERIMENTAL

Para demonstrar e avaliar a capacidade que o TUCOM possui em detectar não homogeneidades em elementos de concreto e madeira, foram executados ensaios experimentais com não homogeneidades conhecidas. Essas não homogeneidades conhecidas foram comparadas com os tomogramas e foi avaliada a eficiência do método na detecção das mesmas.

7.1 ENSAIOS NO CONCRETO

Para o concreto, foram criados oito corpos de provas, divididos em dois grupos. O primeiro grupo foi composto de 4 corpos de prova cúbicos com aresta de 20 cm (CP1, CP2, CP3 e CP4), nos quais, à exceção do CP1, foram incluídas diferentes geometrias de blocos de EPS para simular não homogeneidades.

No segundo grupo, também composto por 4 corpos de prova cúbicos de 20 cm de aresta (CP1a, CP2a, CP3a e CP4a), foram adicionadas barras de aço simulando uma possível armadura do elemento estrutural. Com este ensaio deseja-se verificar se o aço iria dificultar a detecção das não homogeneidades, qual seu nível de influência e se há alguma forma de mitigar essas possíveis distorções.

Foram utilizadas 4 barras de 12,5 mm posicionadas verticalmente nos cantos, representado uma armadura longitudinal. Já para simular os estribos, foram utilizadas 3 barras de 6,3 mm posicionadas horizontalmente a cada 5 cm. O cobrimento utilizado foi de 2 cm.

Nas Figuras 7.1 e 7.2 estão exibidos os detalhamentos de cada corpo de prova. Na Tabela 7.1 encontra-se o traço utilizado.





Figura 7.2 – Detalhamento dos diferentes CPs

Tabela 7.1 – Traço do concreto utilizado	
Material	Massa (kg)
Cimento CP V-ARI RS	1
Areia Artificial	1,684
Areia Natural	0,722
Brita 0	2,787
Água	0,55
Aditivo Plastificante Polifuncional	0,005
Mira 76 (Grace)	

7.1.1 Ensaios nos corpos de prova sem armadura

Após 30 dias de cura, leituras ultrassônicas foram realizadas em modo bidimensional, com varredura **quatro faces completo** (Figura 3.8 (e)), malha de 2,5 cm, analisando o plano horizontal médio dos corpos de prova, exatamente no meio das não homogeneidades de EPS. A Figura 7.3 ilustra o posicionamento dos transdutores e as leituras realizadas.



Figura 7.3 – Posicionamento dos transdutores de 200 kHz – (a) localização dos pontos de leitura – (b) leituras no plano analisado

O equipamento utilizado foi o Pundit Lab, com transdutores planos de 200 kHz de 2 cm de diâmetro. Cada um dos quatro corpos de prova requereu 384 leituras, resultando em um total de 1.536 leituras realizadas neste ensaio.

7.1.1.1 Análise das leituras

Durante a análise dos resultados, foi identificado que leituras efetuadas com os transdutores muito próximos entre si apresentaram um resultado inconsistente. Na Figura 7.4 está exibida a velocidade de cada leitura efetuada no CP1 em função da distância entre os transdutores. Considerando uma velocidade média de 5000 m/s, o comprimento de onda do pulso foi de 2,5 cm, também exibido na mesma figura.



Figura 7.4 – Velocidades das leituras ultrassônicas do CP1 em função da distância entre os transdutores

Na Figura 7.4, nota-se que as leituras nas quais os transdutores eram posicionados a uma distância menor que 5,8 cm apresentaram um aumento na velocidade, o que não corresponde com a realidade do CP1. Este efeito pode ser provocado por dois fatores:

- a) proximidade dos transdutores em relação ao seu comprimento de onda do pulso, conforme abordado no item 2.1;
- b) efeito angular, resultado da dificuldade em se determinar o ponto exato de emissão e recepção do pulso em um transdutor de face plana quando ambos estão próximos, fato já explorado por Perlin (2011) e Ramírez (2015).

Como são poucas leituras afetadas por este aumento injustificado de velocidade (Figura 7.5), foi optado pela simples não utilização de tais leituras nos estudos tomográficos subsequentes (item 7.1.1.2).



Figura 7.5 – Leituras não utilizadas no processo tomográfico

7.1.1.2 Estudos tomográficos

A realização das leituras no modo **quatro faces completo** permitiu que fossem analisados os tomogramas gerados por quadro modos de leituras: **duas faces opostas, três faces, quatro faces simples** e **quatro faces completo**.

A Figura 7.6 representa as leituras utilizadas em cada modo estudado, já excluindo as leituras comentadas no item 7.1.1.1.



Figura 7.6 – Modo de leituras analisados para cada caso (a) duas faces opostas (b) três faces (c) quatro faces simples (d) quatro faces completo

Para cada modo estudado, foram inseridos no TUCOM, além das leituras pertinentes, a geometria, a discretização de 2,5 cm em X e Y e a malha de pontos secundários de 0,3 cm em X e Y da Teoria da Rede. No processamento tomográfico foi utilizada a velocidade inicial de 5000 m/s para todos os elementos e como critério de parada uma variação inferior a 1% em 50 passos iterativos. Para acelerar o processo, foi adotado 10 m/s como limite inferior para a maior variação da etapa de Cimmino.

Aproximadamente após 1 hora de processamento para cada caso, o TUCOM emitiu os tomogramas interpolados, onde utilizou-se 0,1 cm como tamanho do pixel e 3 cm de alcance de interpolação (item 5.11).



Figura 7.7 – Tomogramas do CP1 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo







Figura 7.8 – Tomogramas do CP2 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo







Figura 7.9 – Tomogramas do CP3 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo







Figura 7.10 – Tomogramas do CP4 (a) CP (b) escala (m/s) (c) duas faces opostas (d) três faces (e) quatro faces simples (f) quatro faces completo

Iniciando a análise dos tomogramas pelo CP1 (Figura 7.7), os mesmos exibem uma seção transversal homogênea, com velocidade média em torno de 4600 m/s. A única exceção é o tomograma produzido pelo modo de leitura três faces (Figura 7.7 (d)), que apresentou uma suave cor azulada no centro do seu tomograma.

Para o CP2 (Figura 7.8) o EPS foi bem detectado pelos tomogramas. No modo de leitura duas faces opostas (Figura 7.8 (c)), apesar de ter detectado o EPS, o mesmo apareceu com velocidades não tão baixas, indicando uma menor sensibilidade na sua detecção quando comparado aos tomogramas dos demais modos de leitura. Fato esse que também se repete para o CP3 e CP4, indicando que o modo duas faces opostas pode detectar não homogeneidades, contudo é menos sensível as mesmas em relação aos demais modos de leituras, o que torna mais difícil sua detecção.

Para o CP3, o modo duas faces opostas (Figura 7.9 (c)) foi executado nas faces leste-oeste, sendo a configuração geométrica mais difícil de se detectar o EPS. Caso fosse optado pelo modo duas faces opostas porém utilizando as faces norte-sul, o EPS seria melhor detectado devido ao desvio maior das leituras ao contornar o EPS. Utilizando os dados experimentais do CP3, essa hipótese foi positivamente verificada conforme exibem os tomogramas da Figura 7.11 (d) (faces leste-oeste) e da Figura 7.11 (e) (faces norte-sul).



Figura 7.11 – Tomogramas do CP3 para diferentes leituras no modo duas faces opostas (a) faces leste-oeste (b) faces norte-sul (c) escala (m/s) (d) tomograma das leituras leste-oeste (e) tomograma das leituras norte-sul

Nos tomogramas do CP3 do modo quatro faces simples e completo, constantes na Figura 7.9 (e,f), é possível até verificar a orientação horizontal da não homogeneidade, o que está em sintonia com o posicionamento do EPS utilizado.

Com relação aos tomogramas do CP4 (Figura 7.10), conforme já comentado o modo duas faces opostas detecta fracamente o EPS (Figura 7.10 (a)). Contudo os demais modos detectaram o EPS com completo sucesso, sendo que o modo três faces e quatro faces completo (Figura 7.10 (d,f)) inclusive capturaram a inclinação do EPS.

Somente foi possível registrar essa inclinação pelo uso da Teoria da Rede para calcular o caminho das leituras. Na Figura 7.12 o CP4, com o modo de leitura quatro faces completo, foi processado pelo TUCOM considerando uma propagação retilínea (Figura 7.12 (e)) e uma propagação pela Teoria da Rede (Figura 7.12 (f)). Os tomogramas produzidos Figura 7.12 (c,d) indicam claramente que o cálculo do caminho de onda pela Teoria da Rede amplia a capacidade de detecção e melhora expressivamente o formato do tomograma.



Figura 7.12 – Tomogramas do CP4 (a) CP (b) escala (m/s) (c) tomograma com propagação retilínea das leituras (d) tomograma com propagação pela Teoria da Rede (e) percursos das leituras com propagação retilínea (f) percursos das leituras com propagação pela Teoria da Rede

Efetuando uma comparação geral entre os tomogramas construídos a partir de diferentes modos de leituras em todos os corpos de prova, percebe-se que, quanto maior o número de leituras executadas, melhor será o tomograma produzido. Deve-se dar preferência pelos modos de leituras **quatro faces simples, quatro faces completo** e, quando a geometria permite, o modo **generalizado**.

7.1.2 Ensaios nos corpos de prova com armadura

Para os corpos de prova com armadura o procedimento foi semelhante aos corpos de prova sem armadura. Após 30 dias de cura, leituras ultrassônicas foram realizadas em modo bidimensional, com malha de 2,5 cm, analisando o plano horizontal médio dos corpos de prova (CPs), exatamente no meio das não homogeneidades de EPS. A Figura 7.13 (a) ilustra o posicionamento dos transdutores. A única diferença foi a execução do modo de leitura, que seria **quatro faces completo**, contudo apenas com as leituras do modo **quatro faces simples** (Figura 7.13 (b)) já foi possível obter todas as conclusões pertinentes ao ensaio, não sendo necessário a execução do modo completo. Neste ensaio foram realizadas 512 leituras com o equipamento Pundit Lab, sendo utilizados transdutores planos de 200 kHz de 2 cm de diâmetro.



Figura 7.13 – Posicionamento dos transdutores de 200 kHz – (a) localização dos pontos de leitura – (b) leituras no plano analisado

7.1.2.1 Análise das leituras

Após a realização das leituras ultrassônicas, calculou-se a variação entre os tempos de propagação das respectivas leituras efetuadas nos



corpos de prova sem armadura e com armadura, cujo resultado é exibido na Figura 7.14.

Figura 7.14 – Variação no tempo de propagação das leituras efetuadas nos corpos de prova sem armadura e com armadura

Analisando apenas a variação do tempo provocada pela inclusão da armadura em um corpo de prova sem EPS, ou seja, a variação das leituras do CP1 para o CP1a, nota-se que a maioria das variações absolutas ficaram abaixo de 2 *us*, sendo que apenas duas leituras apresentaram variação absoluta de até 3 *us*. Isso demonstra que a utilização da armadura, no experimento proposto, não alterou significativamente a velocidade do pulso ultrassônico.

Analisando o total das 512 leituras comparadas, 93% das leituras obtiveram variação absoluta de até 2 us, e, apenas, 7% registraram variação de 2 us até 6 us. Também deve-se considerar que a existência da armadura deveria aumentar a velocidade do pulso ultrassônico, diminuindo então seu tempo de propagação. Analisando a Figura 7.14, nota-se que apenas 8 leituras registraram redução maior que 2 us no tempo de propagação.

Sabe-se que as leituras são teoricamente influenciadas pela presença da armadura, contudo, a partir dos resultados deste experimento, é possível concluir que, nas situações estudadas, essa influência não é suficientemente grande para se destacar da variação experimental, própria do ensaio ultrassônico.

7.1.2.2 Estudos tomográficos

Utilizando as mesmas configurações de processamento e interpolação empregadas no item 7.1.1.2, são obtidos os tomogramas exibidos na Figura 7.15. Nota-se uma boa semelhança entre os respectivos tomogramas dos corpos de prova sem armadura e com armadura, construídos com o modo de leitura quatro faces simples.



Figura 7.15 – Tomogramas dos corpos de prova com armadura obtidos com o modo de leitura quatro faces simples (a) CP1a (b) CP2a (c) CP3a (d) CP4a (e) legenda em m/s

Deste ensaio conclui-se que a armadura utilizada, nos casos estudados, não influenciou consideravelmente a detecção das não homogeneidades. Contudo, essa constatação não se estende a seções transversais maiores e/ou com barras de aço de maior bitola, onde a presença do aço certamente influenciará mais a velocidade do pulso ultrassônico (MEDEIROS; PADARATZ; PINTO, 2009; MEDEIROS, 2007; SOARES JUNIOR; PADARATZ; PINTO, 2006).

7.2 ENSAIOS NA MADEIRA

7.2.1 Eucalipto (*Eucalyptus grandis*)

Partes de toras de Eucalipto (*Eucalyptus grandis*) de uma mesma árvore, de aproximadamente 25 cm de diâmetro, foram recolhidas em campo no mesmo dia do seu abatimento (Figura 7.16 (a)). Após dois meses de secagem ao ar, discos transversais ao tronco foram confeccionados (Figura 7.16 (b)). Também foi realizada uma limpeza geral dos discos, retirando a casca e outros resíduos.



Figura 7.16 – Toras utilizadas no ensaio (a) abatimento em campo (b) confecção em discos

Para caracterizar a espécie de madeira, foi utilizada a técnica da micrografia, com o equipamento Microm HM 400 para criar as lâminas e o Fotomicroscópio Leica DM 2500. A técnica microscópica utilizou os produtos Safranina, que torna a lignina vermelha, e Astra, que torna a celulose azul. As fotos (Figura 7.17) permitiram que a espécie de madeira fosse classificada como *Eucalyptus grandis*.



Figura 7.17 – Micrografias da amostra de madeira ensaiada ampliadas em 20 vezes (a) seção longitudinal-tangencial (b) seção transversal

Os discos confeccionados foram utilizados nos estudos expostos nos próximos itens.

7.2.1.1 Investigação do comportamento ortotrópico

Destes discos, foram extraídos quatro corpos de prova com dimensões de $3.9 \times 3.9 \times 3.8 \ cm$, $4.0 \times 4.2 \times 3.8 \ cm$, $5.5 \times 4.9 \times 4.7 \ cm$ e $4.0 \times 3.4 \times 5.9 \ cm$. Estas dimensões foram escolhidas para que a curvatura dos anéis de crescimento pudesse ser considerada retilínea ao longo do corpo de prova.

Tais corpos de prova possuem ângulos entre uma das faces e o plano Tangencial-Longitudinal da madeira de 0°, 15° , 30° e 45° . Os mesmos corpos de prova permitem que os ângulos 60° , 75° e 90° também estejam disponíveis, se utilizados as outras faces dos corpos de prova (Figura 7.18).



Figura 7.18 – Corte dos corpos de prova com orientação específica (a) gabaritos (b) corpos de prova e gabaritos

Os corpos de prova, após confecção, foram armazenados por 5 meses dentro de uma caixa, em ambiente sem ventilação, com o intuito de promover uma lenta secagem nos mesmos. Em intervalos aproximados de 10 dias, as massas dos CPs foram registradas, conforme exibe a Figura 7.19.



Nota-se que no período de 4,1 a 4,7 meses após o corte dos CPs, houve variação maior da massa em função do tempo em relação ao restante do tempo de registro, o que ocorre para todos os corpos de prova. Este período coincide com o verão, quando o aumento de calor intensificou a velocidade da perda de umidade. No período entre 4,7 a 7,1 meses depois da fabricação dos corpos de prova não houve variação significativa da massa, que permitiu concluir que a umidade da madeira estava em equilíbrio com o ambiente e somente poderia diminuir se fosse feita secagem forçada. Por este motivo, na idade de 7,2 meses depois da fabricação dos corpos de prova, promoveu-se a secagem forçada em estufa à temperatura de 103° C $\pm 2^{\circ}$ C, conforme estabelece a NBR7190:1997, até que fossem obtidas as massas seca dos CPs. Os valores de massa seca de cada um dos quatro corpos de prova serviram para cálculo dos teores de umidade para cada etapa do período de secagem, conforme exibe a Figura 7.20.



Simultaneamente ao processo de secagem, ensaios de ultrassom foram efetuados em cada corpo de prova. Este procedimento permite que a velocidade de propagação de cada um dos ângulos já mencionados (Figura 7.18) seja registrada nos teores de umidade de cada etapa de secagem dos corpos de prova. Ao total foram realizadas 256 leituras ultrassônicas com o equipamento Pundit Lab e transdutores planos de 200 kHz de 2 cm de diâmetro, o que proporcionou um comprimento de onda do pulso de, aproximadamente, 1 cm para uma velocidade de 2.000 m/s. Como o corpo de prova possui comprimento de 4 cm, seria aconselhável o uso de transdutores com maior frequência (ver item 2.2), contudo os mesmos não estavam disponíveis para o ensaio. Os resultados obtidos estão exibidos na Figura 7.21.



Figura 7.21 – Evolução das leituras ultrassônicos nos CPs para diferentes angulações em relação ao eixo tangencial

Observa-se que, conforme a madeira perdia umidade, a velocidade do pulso ultrassônico aumentava, destaque à leitura feita para 0% de teor de umidade, nitidamente mais veloz que as demais.

Utilizando a Equação 4.24, é possível comparar as curvas experimentais com as respectivas curvas de Hankinson, onde $V_R e V_T$ são obtidos do próprio ensaio experimental. Na Figura 7.22 essa comparação é apresentada para as velocidades nos teores de umidade 0%, 16.1% e 71.4%.



Figura 7.22 – Comparação entre a curva experimental e a curva de Hankinson para três diferentes teores de umidade

Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

A comparação entre as curvas experimentais e a curva empírica de Hankinson mostra comportamentos semelhantes. Isso demonstra que é possível utilizar tal curva para modelar o comportamento ortotrópico da velocidade do ultrassom na madeira, conforme comentado no item 4.2.2.2.2.

Para utilizar a equação de Hankinson como curva modeladora da ortotropia é necessário conhecer a relação V_T/V_R para cada taxa de umidade obtida no dia do ensaio. A Figura 7.23 exibe essa correlação.



Figura 7.23 – Relação V_T/V_R para cada taxa de umidade

Infelizmente, devido à rápida secagem provocada pelo calor do verão, poucos pontos foram obtidos no intervalo mediano da taxa de umidade. Contudo, foram identificados dois patamares bem definidos da relação V_T/V_R em função da taxa de umidade, fato que nitidamente está relacionado ao ponto de saturação das fibras. Conclusão semelhante foi obtida na tese de Costa (2005).

Os dados da Figura 7.23 apontam uma relação V_T/V_R aproximadamente igual à 0,7 para uma taxa de umidade abaixo do ponto de saturação das fibras e uma relação de aproximadamente 0,78 para uma taxa de umidade superior a este ponto de saturação.

Essas relações podem então ser utilizadas para construir a curva de referência de Hankinson e utilizadas no processo tomográfico, conforme comentado no item 4.2.2.2.2.

7.2.1.2 Estados de integridade analisados

Da mesma tora de *Eucalyptus grandis* foi extraído outro disco de 12 cm de espessura. Neste disco, diferentes estados de integridade foram

produzidos e submetidos ao ensaio ultrassônico. Os estados de integridade utilizados estão exibidos na Figura 7.24.



(a) – Estado I (b) – Estado II (c) – Estado III Figura 7.24 – Estados de integridade estudados (a) Estado I (b) Estado II (c) Estado III

Foram utilizados 20 pontos de leituras no corpo de prova, conforme marcação exibida na Figura 7.24. Empregando o modo de leitura **generalizado**, cada estado requisitou 190 leituras (Figura 7.25), resultando em um total de 570 leituras. As leituras foram executadas com equipamento Pundit e transdutores cônicos de 30 kHz.



Figura 7.25 – Leituras executadas para cada Estado de Integridade

7.2.1.3 Análise das leituras

Assim como foi efetuado no concreto (item 7.1.1.1), as leituras obtidas foram analisadas para verificar a existência de alguma inconformidade. Analisando apenas as leituras do Estado de Integridade I, as velocidades de cada leitura foram calculadas utilizando as respectivas distâncias cartesianas entre os transdutores. Tais velocidades

foram correlacionadas com estas distâncias, gerando a Figura 7.26, que também já exibe o comprimento de onda do pulso de 5,7 cm, obtido a partir de uma velocidade de 1700 m/s.



Figura 7.26 – Velocidades das leituras ultrassônicas do Estado de Integridade I em função da distância entre os transdutores

Os resultados da Figura 7.26 indicam um aumento da velocidade conforme reduzia-se a distância entre os transdutores. Cabe destacar que, quanto mais próximos estavam os transdutores, mais tangencial era a leitura executada, não sendo, portanto, coerente este aumento de velocidade.

Nesta mesma figura nota-se que este aumento de velocidade ocorre para leituras efetuadas com $L < 13 \ cm$, que corresponde a 2,2 λ . Este resultado conjuga com as conclusões obtidas nas pesquisas de Trinca (2006) e Oliveira *et al.* (2006), que afirmaram que para se obter uma leitura consistente, a distância entre os transdutores deve ser três vezes o comprimento de onda do pulso, ou seja, $L/\lambda > 3$.

Entretanto, como as leituras com L entre 13 e 16 cm estavam coerentes, optou-se por eliminar dos estudos subsequentes (itens 7.2.1.4 e 7.2.1.5) apenas as leituras com L < 13 cm, conforme ilustra a Figura 7.27.



Figura 7.27 – Leituras ultrassônicas (a) não utilizadas (b) utilizadas

7.2.1.4 Estudos tomográficos

Os três estados de integridade expostos no item 7.2.1.2 foram analisados pelo TUCOM. Todos os dados de entrada são os mesmos para cada estado de integridade, exceto as leituras ultrassônicas.

Primeiramente a geometria do disco foi inserida no programa, juntamente com uma discretização de 3,02 e 2,85 cm para os eixos X e Y, respectivamente, conforme exibe a Figura 7.28 (a). Estes valores de espaçamento da malha de discretização foram escolhidos para acomodar a geometria irregular da peça ensaiada.



Figura 7.28 – Geometria e discretização (a) original (b) efetiva

Percebe-se que alguns elementos estão totalmente fora da seção, o que simplesmente exclui os mesmos do processamento tomográfico. Por

outro lado, outros elementos estão parcialmente fora da seção transversal, o que provocará, conforme visto no item 5.9.1, deformações nos tomogramas produzidos. Deste modo, os seguintes grupos de elementos discretizados foram mesclados entre si: 1, 2, 3, 4/6, 7, 8, 9/10, 11, 12/17, 18/19, 20/46, 47/53, 54/55, 56/62, 63/64, 65, 66, 67 e 69, 70, 71, 72. Portanto, a discretização efetiva adotada está exibida na Figura 7.28 (b).

A curva de Hankinson, com $V_T/V_R = 0.7$ (Figura 7.23, umidade < PSF), foi utilizada para modelar a ortotropia e o sistema de referência adotado foi o **ortotrópico polar generalizado**. Tal sistema de referência foi discretizado com 20 divisões radiais, o que já proporcionava uma densidade satisfatória dos anéis de crescimento, conforme exibe a Figura 7.29.



Figura 7.29 - Sistema de referência adotado

A malha adotada dos pontos secundários da Teoria da Rede possui 0,3 cm de espaçamento para o eixo X e Y, sem limite para o tamanho das conexões. O processamento teve como velocidade inicial 1000 m/s para todos os elementos e como critério de parada uma variação máxima menor que 1% em 50 passos iterativos. Os estados I, II e III concluíram o processamento com 219, 199 e 707 iterações, respectivamente.

Na Figura 7.30, encontram-se os tomogramas gerados para cada estado, onde, para a interpolação, utilizou-se 3,5 cm como alcance e 0,1 cm como tamanho do pixel.



Analisando o resultado do Estado I, percebe-se um tomograma relativamente homogêneo, com uma velocidade tangencial média de aproximadamente 1300 m/s. Entretanto, há uma região de baixa velocidade à esquerda do mesmo, cuja ocorrência não foi compreendida. Deve-se salientar que esta região está localizada praticamente sobre a medula, parte mais antiga da árvore.

Já no Estado II, nota-se o aparecimento de uma região de baixa velocidade exatamente sobre o furo efetuado no corpo de prova, mostrando sua sensibilidade ao mesmo.

No Estado III houve sucesso da detecção simultânea de ambas não homogeneidades criadas. Destaca-se que o tomograma foi sensível também ao tamanho das mesmas, criando uma região azul maior para a perfuração também maior.

Para comparar a evolução da teoria empregada nessa tese com os seus respectivos tomogramas, na Figura 7.31 seguem os tomogramas produzidos considerando um processamento: isotrópico com propagação linear (item 4.2.1.2), isotrópico com propagação pela Teoria da Rede (item 4.2.1.3) e ortotrópico com modelagem dos anéis de crescimento e propagação pela Teoria da Rede (item 4.2.2).



No caso isotrópico com propagação linear, percebe-se que não foi possível detectar as perfurações executadas. Os tomogramas indicam apenas uma região de alta velocidade próxima ao centro da seção, provocada pela aglomeração das velozes leituras radiais nesta localização, e uma região de menor velocidade na parte periférica da seção, agora provocada pela aglomeração das lentas leituras tangenciais nesta região. Essa conclusão pode ser obtida classificando as leituras em dois grupos, separados a partir da média das velocidades, que, no Estado de Integridade I, resultou em 1.740 m/s. Na Figura 7.32 é exibida essa separação das leituras mais rápidas e mais lentas respectivamente no centro e na periferia da seção. Como pode ser visto, esse resultado não indica a integridade do material, porém reflete a natureza anisotrópica da madeira.



Figura 7.32 – Leituras e tomograma do Estado de Integridade I processado pelo método isotrópico com propagação linear (a) leituras com velocidade maior que 1.740 m/s (b) leituras com velocidade menor que 1.740 m/s (c) escala em m/s

No caso isotrópico com propagação pela Teoria da Rede, as leituras tendem a contornar as perfurações, possibilitando sua melhor detecção. Contudo permanecem as regiões de alta velocidade em torno da medula, o que acaba prejudicando a identificação das não homogeneidades.

Já no caso ortotrópico com modelagem dos anéis de crescimento e propagação pela Teoria da Rede, as regiões da alta velocidade não aparecem no tomograma devido às considerações relativas à natureza anisotrópica do disco. Isso produz um tomograma mais condizente com o estado real da peça e identifica melhor as perfurações executadas.

7.2.1.5 Localização da medula

Utilizando o método exposto no item 5.7.3 para calcular a posição da medula, pode-se compará-la com a posição real e aferir a precisão do método com dados experimentais.

A malha de pontos adotada possui um espaçamento de 1 cm em X e Y, conforme exibe a Figura 7.33 (a). O resultado encontra-se exposto na Figura 7.33 (b), onde a posição real da medula está em azul e a obtida pelo método está em preto. As leituras utilizadas para calcular a posição da medula estão em vermelho.



Figura 7.33 – Cálculo da posição da medula (a) malha de pontos (b) posição original da medula (azul) e a obtida pelo método (preto)

Nota-se que a posição calculada é satisfatória para os estudos tomográficos, onde o erro obtido foi de 0,6 cm.

7.2.2 Garapeira (Apuleia leiocarpa)

Uma viga de Garapeira (*Apuleia leiocarpa*) de seção transversal quadrada de 20 cm de aresta (Figura 7.34 (a)) foi cortada em corpos de prova de 10 cm de espessura (Figura 7.34 (b)).



Figura 7.34 – Garapeira utilizada no ensaio (a) viga original (b) corpos de prova de 10 cm de comprimento

Também foram confeccionados três corpos de prova que foram secados em estufa à temperatura de $103^{\circ}C \pm 2^{\circ}C$, conforme estabelece a
NBR7190:1997, para a obtenção do teor de umidade, cujo resultado foi de 14,8%. A densidade para este teor de umidade ficou em 0,744 g/cm³.

7.2.2.1 Investigação do comportamento ortotrópico

Outros quatro corpos de prova também foram confeccionados para a execução da investigação do comportamento ortotrópico do material. O processo de fabricação seguiu o mesmo procedimento efetuado no estudo do Eucalipto, conforme já exposto na Figura 7.18. As leituras foram executadas com o equipamento Pundit Lab e transdutores planos de 200 kHz com 2 cm de diâmetro.

Utilizando a equação empírica de Hankinson (Equação 4.24), com os valores de V_R e V_T obtidos do ensaio experimental, é possível obter a curva de velocidade segundo modelo de Hankinson.

Outra fonte do comportamento ortotrópico da Garapeira pode ser obtida na pesquisa de Trinca (2011), através dos coeficientes da matriz de rigidez expostos na Tabela 4.1. Tais coeficientes, juntamente com uma massa específica de 744 kg/m³, podem ser utilizados na Equação 4.21 para se obter a curva de velocidade de Christoffel.

Transformando cada uma destas curvas de velocidade em curvas de vagarosidade e dividindo seus valores pelas respectivas vagarosidades tangenciais, são obtidas as curvas de referência de cada modelo.



As curvas de velocidade e de referência encontram-se exibidas na Figura 7.35.

Figura 7.35 – Modelos de ortotropia estudados (a) curva de velocidade (b) curva de referência (c) legenda

7.2.2.2 Estados de integridade analisados

Foram analisados 3 estados de integridade em um corpo de prova com seção retangular de 20 cm de aresta e 10 cm de espessura, conforme exibe a Figura 7.36. As perfurações foram executadas na direção longitudinal das fibras.



(a) – Estado I (b) – Estado II (c) – Estado III Figura 7.36 – Estados de integridade estudados (a) Estado I (b) Estado II (c) Estado III

Uma malha de pontos de leitura de 2,5 cm de espaçamento em X e Y foi adotada. Utilizando o modo de leitura quatro faces completo, foram realizadas 384 leituras (Figura 7.37) para cada estado de integridade, resultando em um total de 1.152 leituras realizadas neste ensaio. As leituras, realizadas na metade da espessura do corpo de prova, foram efetuadas com o equipamento Pundit Lab e transdutores planos de 200 kHz com 2 cm de diâmetro.



Figura 7.37 - Leituras executadas para cada estado de integridade

7.2.2.3 Análise das leituras

Assim como no caso do Eucalipto (item 7.2.1.3), as leituras produzidas neste ensaio também foram analisadas para procurar alguma inconformidade. Analisando apenas as leituras do Estado de Integridade I, as velocidades de cada leitura foram calculadas utilizando as respectivas distâncias cartesianas entre os transdutores. Tais velocidades foram correlacionadas com estas distâncias, gerando a Figura 7.38, que também já exibe o comprimento de onda do pulso de 1,0 cm, obtido a partir de uma velocidade de 2.000 m/s.



Figura 7.38 – Velocidades das leituras ultrassônicas do Estado de Integridade I em função da distância entre os transdutores

Novamente percebe-se o aumento da velocidade conforme os transdutores se aproximam. Neste estudo da Garapeira, optou-se por excluir todas as leituras com L < 8 cm, ponto no qual se nota uma ascensão incoerente da velocidade. A Figura 7.39 exibe as leituras utilizadas e não utilizadas nas etapas subsequentes (itens 7.2.2.4 e 7.2.2.5).



Figura 7.39 – Leituras (a) não utilizadas e (b) utilizadas no processo tomográfico



Como pode ser visto na Figura 7.36 a medula não se encontra na seção transversal. Portanto, para determinar a posição da medula será utilizado o método exposto no item 5.7.3.

No caso, a curvatura dos anéis de crescimento indica que a medula está abaixo da face sul, contudo o método empregado para localizar a medula será utilizado sem essa informação. Deste modo, considerando que a medula possa estar em qualquer posição em relação à seção transversal, será utilizada uma malha de pontos que abrange uma região 20 cm distanciada de todas as bordas do corpo de prova. O espaçamento adotado para a malha de pontos foi de 1 cm em X e Y, conforme exibe a Figura 7.40 (a).

O resultado encontra-se exposto na Figura 7.40 (b), onde as leituras utilizadas para calcular a posição da medula estão em vermelho.



Figura 7.40 – Cálculo da posição da medula (a) malha de pontos (b) posição obtida pelo método (preto)

Como não é conhecida a posição real da medula, círculos concêntricos na posição calculada da medula estão exibidos em preto na Figura 7.40 (b). Nota-se uma boa correlação entre os anéis de crescimento e tais círculos.

7.2.2.5 Estudos tomográficos

Os três estados de integridade exibidos na Figura 7.36 foram analisados pelo TUCOM. Para todos, foi utilizada uma discretização com espaçamento de 2,5 cm em X e Y e o sistema de referência adotado foi ortotrópico polar circular, conforme exibe a Figura 7.41.



Figura 7.41 – Discretização (em azul) e Sistema de Referência (em preto) utilizados

Com relação à curva de referência a ser adotada, optou-se por utilizar tanto a curva de Hankinson, quanto a de Christoffel, exibidas na Figura 7.35. A malha adotada dos pontos secundários da Teoria da Rede possui 0,3 cm de espaçamento para o eixo X e Y, sem limite para o tamanho das conexões.

O processamento teve como velocidade inicial 1000 m/s para todos os elementos e como critério de parada uma variação máxima menor que 1% em 50 passos iterativos. Para gerar os tomogramas, exibidos na Figura 7.42, foi empregado 3,0 cm como alcance e 0,1 cm como tamanho do pixel.



(a) – Estado I (b) – Estado II (c) – Estado III (d) Figura 7.42 – Tomogramas de cada estado de integridade analisados com as curvas de Christoffel e Hankinson (a) Estado I (b) Estado II (c) Estado III (d) velocidade em m/s

Os tomogramas produzidos quando se utilizou Christoffel como curva de referência apresentaram bons resultados. O tomograma do Estado de Integridade I apresenta uma seção relativamente homogênea, e os tomogramas dos Estado de Integridade II e III identificaram as perfurações, inclusive sendo sensíveis a suas respectivas dimensões. Apenas destaca-se que no Estado de Integridade II existe uma zona de baixa velocidade no canto superior esquerdo, cuja ocorrência não foi compreendida.

Já nos tomogramas produzidos com a curva de Hankinson também é possível identificar as não homogeneidades, contudo a qualidade dos mesmos está nitidamente inferior aos tomogramas produzidos com Christoffel.

Como a única diferença entre estes casos é a curva de referência adotada, pode-se concluir que a curva de Christoffel, obtida da tese de Trinca (2011), representa melhor a ortotropia da madeira do que a curva de Hankinson, obtida a partir dos ensaios experimentais desta tese.

Destaca-se que Trinca (2011) utilizou avançados processos de corte dos corpos de prova e de medição da velocidade do pulso ultrassônico, com transdutores de 1000 kHz, haja vista que o objetivo geral de sua tese era exatamente a determinação das constantes elásticas de espécies de madeira crescidas no Brasil a partir de leituras ultrassônicas.

Esta tese, por outro lado, não possui tal escopo, sendo, portanto, os dados produzidos por Trinca (2011) mais representativos da ortotropia da garapeira do que os dados produzidos nesta tese com transdutores de 200 kHz. Deste ensaio conclui-se que, para produzir tomogramas de qualidade, também é necessário adotar uma caracterização ortotrópica de qualidade da madeira utilizada.

8 COMENTÁRIOS FINAIS

Nessa tese foram demonstradas as limitações que o ensaio ultrassônico convencional possui na detecção de não homogeneidades internas em elementos de concreto e madeira. Com a intenção de melhorar significativamente os resultados obtidos por este ensaio, foi proposta a aplicação da técnica tomográfica utilizando a velocidade do pulso ultrassônico como medida física.

Com esse objetivo, foi necessário efetuar uma revisão bibliográfica sobre a tomografia ultrassônica, estudando a montagem e a resolução do sistema de equações tomográfico. Também foram comparados quatro métodos para considerar a heterogeneidade do meio, sendo que o escolhido foi o método da Teoria da Rede, proposto por Moser (1991).

Como vantagem em relação aos demais métodos, destaca-se que a Teoria da Rede é segura e precisa, pois sempre fornece o trajeto que representa o menor tempo de propagação entre um ponto emissor e todos os pontos receptores envolvidos. Além disso, o método da Teoria da Rede facilmente se adapta à diferentes geometrias, o que inclusive favorece sua implementação tridimensional. Como já constatado em outras pesquisas, a consideração da heterogeneidade do meio possibilita que o caminho do ultrassônico possa efetuar curvas, contornando pulso não homogeneidades e regiões de baixa velocidade, sendo, portanto, muito mais realístico que o caminho retilíneo.

Com relação à tomografia ultrassônica para madeira, foi proposto um método inédito para considerar a ortotropia de cada espécie de madeira dentro do processamento tomográfico. Para utilizar este método, é necessário adotar um modelo matemático para caracterizar o comportamento ortotrópico da madeira ensaiada, sendo que duas formulações foram empregadas: a de Christoffel e a de Hankinson.

Como demonstrado no item 4.2.2.2.3, as equações de Christoffel, deduzidas a partir da Teoria da Elasticidade Linear (item 10.1.3), representam melhor a ortotropia da madeira do que a equação de Hankinson, proposta empiricamente. Diante disso conclui-se que, quando os coeficientes da matriz de rigidez da madeira em estudo estão disponíveis, deve-se dar preferência ao uso da formulação de Christoffel.

Além disso, a técnica empregada possibilita a modelagem dos anéis de crescimento, deste modo referenciando corretamente a inclinação dos eixos principais da madeira ao longo da seção transversal (item 5.7.2). Para isso, três modelos podem ser adotados: o ortotrópico, o ortotrópico polar circular e o ortotrópico polar generalizado. Com relação ao modelo ortotrópico, o mesmo deve ser empregado quando curvatura dos anéis de crescimento possa ser considerada linear. Já o modelo ortotrópico polar circular deve ser utilizado quando os anéis de crescimento possuírem um formato circular e concêntrico na medula. E, por último, o modelo ortotrópico polar generalizado pode ser empregado quando os anéis de crescimento possuem um formato qualquer, fornecido pelo usuário.

Para corretamente modelar os anéis de crescimento, também é necessário conhecer a posição da medula, que, quando não se encontra visível, pode ser determinada através de um método inédito, descrito no item 5.7.3. Tal método, que utiliza apenas leituras ultrassônicas, pode detectar o posicionamento da medula até mesmo quando esta se encontra fora da seção transversal. A consideração da ortotropia, própria de cada espécie, com a inclinação dos eixos principais ao longo da seção transversal, própria de cada árvore, permite ao programa considerar a natureza anisotrópica de cada peça de madeira dentro do processamento tomográfico.

Com relação ao programa desenvolvido, nomeado de TUCOM, o mesmo foi idealizado para ser uma ferramenta de pesquisa, deste modo permitindo ao usuário modificar várias configurações, normalmente com edição bloqueada em programas comerciais. Portanto, o correto uso do TUCOM exige um conhecimento prévio de suas configurações, funcionalidades e limitações.

O programa foi construído de tal forma a permitir o processamento de qualquer seção transversal e, para os casos isotrópicos, até mesmo objetos tridimensionais. A localização dos pontos de leitura e a seleção das leituras efetuadas são processos completamente flexíveis, característica essa necessária para atender as diferentes condições de campo. A construção da malha da Teoria da Rede também é configurável, permitindo que o usuário defina o grau de precisão almejado. Com relação ao processamento tomográfico, uma proposta para sua aceleração é apresentada, o que representou, no exemplo estudado, uma redução de 72% do número total de iterações. Por último, no item 5.11, é descrito o método adotado para confeccionar os tomogramas interpolados.

Além de resolver o problema tomográfico, o TUCOM também permite a simulação numérica de leituras, o que tornou possível efetuar estudos de detectabilidade de não homogeneidades, de localização da medula e de comparação entre os tomogramas produzidos por diferentes modos de leitura quando aplicados na madeira. Ao total esta tese efetuou 26.868 leituras numericamente simuladas. O estudo sobre a detectabilidade de não homogeneidades desenvolveu um ábaco de detecção que pode ser utilizado como referência para definir a malha de leituras em inspeções de campo.

Já o estudo sobre a localização da medula permitiu testar o método proposto no item 5.7.3 para 10 diferentes casos de posicionamento da medula, cujos resultados demonstraram a aplicabilidade do método.

Com relação ao estudo sobre o impacto que diferentes modos de leitura provocam na confecção dos tomogramas na madeira, ficou clara a necessidade de se efetuar leituras radiais e tangenciais, favorecendo a criação de um sistema tomográfico bem condicionado. Neste sentido, para utilizar a tomografia na madeira, é recomendável adotar os modos de leitura **quatro faces completo** ou **generalizado**.

Quanto aos ensaios experimentais, executados no concreto e na madeira, seu objetivo consistiu em verificar do funcionamento do método e do programa tomográfico. Ao total foram experimentalmente executadas 4.033 leituras ultrassônicas.

Os ensaios realizados nos corpos de prova de concreto sem armadura proporcionaram ótimos tomogramas. Da comparação entre os modos de leitura é possível concluir que os modos **duas faces opostas** e **três faces** conseguem detectar as não homogeneidades, contudo, conforme comentado anteriormente, podem apresentar algumas deficiências. Já o modo de leitura **quatro faces simples** apresentou ótimos resultados e o modo **quatro faces completo** melhorou ainda mais a forma das não homogeneidades detectadas. Entretanto, a escolha do modo de leitura não é somente em função da qualidade do tomograma, mas também do número de leituras necessário. O modo **quatro faces completo** requer o triplo de leituras quando comparado com o modo **quatro faces simples**, sendo que isso deve ser considerado no processo de escolha.

Os ensaios realizados nos corpos de prova de concreto com armadura apresentaram resultados semelhantes aos obtidos nos corpos de prova sem armadura, demonstrando que, nos casos estudados, a armadura não influenciou significativamente a propagação dos pulsos ultrassônicos.

A partir do resultado dos ensaios no Eucalipto (*Eucalytus grandis*), construíram-se as curvas do comportamento ortotrópico, cujos valores foram utilizados no processamento tomográfico, que, por sua vez, gerou ótimos tomogramas. Além disso, foi possível demonstrar com sucesso o funcionamento do método para detectar a posição da medula a partir de dados experimentais.

Os ensaios na Garapeira (*Apuleia leiocarpa*) produziram tomogramas de boa qualidade, onde destaca-se a necessidade de uma representativa caracterização ortotrópica da madeira empregada. Além disso, neste ensaio foi possível detectar a posição da medula, que estava fora da seção transversal, demonstrando a viabilidade experimental da técnica proposta.

Com todas estas etapas finalizadas, pode-se afirmar que o objetivo geral da tese foi atingido, assim como todos seus objetivos específicos. Fica evidenciado que o método tomográfico é complexo, devendo ser executado somente por pessoas cujos conhecimentos na área estejam consolidados. Espera-se que esta tese tenha contribuído para o aperfeiçoamento e disseminação da tomografia ultrassônica em concreto e madeira no campo técnico e científico.

8.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Vários estudos podem ser efetuados com relação à tomografia ultrassônica, dentre eles destacam-se:

- 1) concreto;
 - a) efetuar estudos com transdutores de outras frequências e com pulsos transversais;
 - b) utilizar grandes seções transversais, como as empregadas em grandes estruturas, para verificar o comportamento tomográfico nessas geometrias;
 - c) compreender o efeito do aço sobre a detecção de não homogeneidades e desenvolver um modelo para mitigar suas influências;
 - d) efetuar estudo com outros tipos de não homogeneidades, como, por exemplo, argamassas, concretos deteriorados, dutos e bainhas de protensão;
 - e) aplicar a tomografia ultrassônica utilizando a atenuação de sinal do pulso ultrassônico como medida física;
 - f) desenvolver ferramentas que facilitem o processo de execução das leituras;
 - g) efetuar estudos experimentais tridimensionais;
- 2) madeira;
 - a) empregar a tomografia ultrassônica em várias espécies de madeiras;

- b) utilizar corpos de prova com vasto posicionamento da medula em relação à seção transversal e com diferentes inclinações nos anéis de crescimento;
- c) utilizar outros tipos de não homogeneidades, como, por exemplo, trincas naturais e ataque de insetos e fungos;
- d) desenvolver e implementar a teoria necessária para a utilização da tomografia ultrassônica em meio ortotrópico com a atenuação de sinal do pulso ultrassônico como medida física.

9 BIBLIOGRAFIA

AGGELIS, D. G. et al. Numerical simulation of elastic waves for visualization of defects. **Construction and Building Materials**, v. 25, n. 4, p. 1503–1512, abr. 2011.

AGGELIS, D. G.; SHIOTANI, T. Repair evaluation of concrete cracks using surface and through-transmission wave measurements. **Cement and Concrete Composites**, v. 29, n. 9, p. 700–711, maio 2007.

ALLISON, R. B. Acoustic tomography and microdrill resistance density mensurements compared to x-ray CT scan on white birch (Betula papyrifera). In: 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2011, Sopron. **Anais...** Sopron: 2011.

ALVES, R. C. **Qualificação dos ensaios não destrutivos para estimar as características físico-mecânicas das madeira**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM C **597-02: Standard test method for pulse velocity through concrete**. American Society For Testing and Materials. West Conshohocken, 2003.

AMODEI, J. B. et al. Avaliação preliminar da qualidade da madeira de Tectona grandis L. f. através da tomografia de impulso. **Floresta e Ambiente**, v. 17, n. 2, p. 124–128, 2010.

AMODEI, J. B. et al. Avaliação do perfil radial do lenho de árvores de teca (Tectona Grandis L.F.), através da tomografia de impulso. Floresta e Ambiente, v. 18, n. 2, p. 144–152, 2011.

AMSTRONG, J. P.; PATTERSON, D. W.; SNECKENBERGER, J. E. Comparison of three equations for predicting stress wave velocity as a function of grain angle. **Wood and Fiber Science**, v. 23, p. 32–43, 1991.

ANDRADE, T.; SILVA, A. J. C. Patologia das estruturas. In: ISAIA, G. C. (Ed.). . **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**. São Paulo: IBRACON, 2005. p. 1600.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS - ABNT. NBR 8802 - Concreto endurecido - Determinação da velocidade de propagação de onda. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.

ATKIN, R. J.; FOX, N. An Introduction to the Theory of Elasticity. Mineola: Dover Publications, 2005.

AUGÉ, F. Influence de l'humidité du bois et de sa temperature sur la propagation des ultrasons. Rapp DEA. Université de Nancy I. Nancy, 1990.

AZEVEDO JÚNIOR, A. P. Avaliação não destrutiva de propriedades mecânicas de madeiras através da técnica do ultra-som: fundamentos físicos e resultados experimentais. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.

BAIRD, C. S. **Helmholtz Decomposition of Vector Fields**. Disponível em: <<u>http://faculty.uml.edu/cbaird/95.657(2012)/Helmholtz_Decomposition.pdf</u> >. Acesso em: 7 mar. 2014.

BARTHOLOMEU, A. **Classificacao de pecas estruturais de madeira através do ultra-som**. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícula) -Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001.

BATISTA, F. A. F. et al. Reprodução e produção da condição interna de peças de madeira através de imagens representativas da propagação de ondas. **Madeira Arquitetura & Engenharia**, v. 10, n. 25, p. 23–32, jul. 2009.

BENZI, M. Gianfranco cimmino's contributions to numerical mathematics. Disponível em: http://www.mathcs.emory.edu/~benzi/. Acesso em: 12 maio. 2010.

BRAILE, P. Seismic wave demonstrations and animations. Disponível em: http://web.ics.purdue.edu/~braile/edumod/waves/WaveDemo.htm. Acesso em: 3 jan. 2014.

BRANCHERIAU, L. et al. Application of ultrasonic tomography to characterize the mechanical state of standing trees (Picea abies). Journal of **Physics: Conference Series**, v. 353, 9 mar. 2012.

BROWN, R. J. Relationships between the velocities and the elastic constants of an anisotropic solid possessing orthorhombic symmetry. Disponível em:

<https://www.crewes.org/ForOurSponsors/ResearchReports/1989/1989-17.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2014.

BRÜCHERT, F. et al. Tomography of the internal structure of roundwood – a comparison of x-ray based computed tomography and stress wave. In: 18TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2013, Madison. Anais... Madison: United States Department of Acriculture, 2013.

BUCUR, V. **Ondes ultrasonores dans le bois. Caracterisation mecanique et qualite de certaines essences de bois**. Thèse (Doctorat en Génie Mécanique) - Institut Supérieur des Materiaux et de la Construction Mécanique, Saint-Ouen, 1984.

BUCUR, V. Ultrasonic techniques for nondestructive testing of standing trees. **Ultrasonics**, v. 43, n. 4, p. 237–9, mar. 2005.

BUCUR, V. Acoustics of Wood. New York: Springer, 2006.

BUNGEY, J. H.; MILLARD, S. G.; GRANTHAM, M. G. **Testing of Concrete in Structures**. 4 ed. London: Taylor and Francis, 2006.

BUTTCHEVITZ, A. W. et al. Análise da influência da qualidade do adensamento na homogeneidade do concreto utilizando ensaio não destrutivo. In: 52° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2010, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: IBRACON, 2010.

CANDIAN, M.; SALES, A. Aplicação das técnicas não-destrutivas de ultrasom, vibração transversal e ondas de tensão para avaliação de madeira. **Ambiente Construído**, v. 9, n. 4, p. 83–98, out. 2009.

CARRASCO, E. V. M.; AZEVEDO JÚNIOR, A. P. Avaliação não destrutiva de propriedades mecânicas de madeiras através de ultra-som – fundamentos físicos e resultados experimentais. **Cerne**, v. 9, n. 2, p. 178–191, jul. 2003.

CARRASCO, E. V. M.; TEIXEIRA, R. A. Methodology for inspection of wood pathologies using ultrasonic pulses. **Cerne**, v. 18, n. 3, p. 479–486, mar. 2012.

CHANG, Y.-S. **Spherical Seismic Waves**. Disponível em: <<u>http://demonstrations.wolfram.com/SphericalSeismicWaves/></u>. Acesso em: 2 mar. 2014.

CHEVVA, K.; SHIRKE, J. M.; GHOSH, N. Assessment of concrete quality using non-destructive techniques, Ghatghar project, Maharashtra, India. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, v. 67, n. 1, p. 65–70, 14 nov. 2007.

CHINTA, P. K. Ultrasonic Nondestructive Testing of Inhomogeneous Isotropic and Anisotropic Media: Modeling and Imaging. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Kessel University, Kessel, 2013.

CHRISTOFFEL, E. B. Ueber die Fortpflanzung von Stössen durch elastische feste Körper. **Annali di Matematica Pura ed Applicata**, v. 8, n. 1, p. 193–243, dez. 1877.

CIMMINO, G. Calcolo Approssimato per le soluzioni dei sistemidi equazioni lineari. La Ricerca Scientifica, v. 16, n. 9, p. 326333, 1938.

COMMITTEE, R. T. Recommendation of RILEM TC 218-SFC: Sonic methods for quality control of fresh cementitious materials. **Materials and Structures**, v. 44, n. 6, p. 1047–1062, 13 abr. 2011.

CORMEN, T. H. et al. **Algoritmos: teoria e prática**. Tradução por Arlete Simille Marques. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier Inc., 2012.

COSTA, O. A. L. DA. Velocidade de propagação de ondas de ultra-som na madeira para diferentes condições de umidade. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícula) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

DACKERMANN, U. et al. In situ assessment of structural timber using stress-wave measurements. **Materials and Structures**, v. 47, n. 5, p. 787–803, 2014.

DEANS, S. R. **The Radon Transform and some of its applications**. New York: John Wiley & Sons, 1983.

DEFLORIO, G.; FINK, S.; SCHWARZE, F. W. M. R. Detection of incipient decay in tree stems with sonic tomography after wounding and fungal inoculation. **Wood Science and Technology**, v. 42, n. 2, p. 117–132, 17 out. 2007.

DIJK, R. VAN. Associação de métodos não destrutivos para inspeção de estruturas de madeira. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícula) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

DIJKSTRA, E. W. A note on two problems in connexion with graphs. Numerische Mathematik, v. 1, p. 269–271, 1959.

DIVOS, F.; DIVOS, P. Resolution of Stress Wave Based Acoustic Tomography. In: 14TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2005, Eberswalde. Anais... Eberswalde: WoodNDT, 2005.

EMANUELLI JUNIOR, A. C. et al. Emprego do ultrassom para detectar a presença de cabos de protensão em estruturas de concreto. In: 52° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2010, Fortaleza. Anais... Fortaleza: IBRACON, 2010.

EMERSON, R. et al. Ultrasonic Inspection of Glued Laminated Timber Fabricated with Defects. In: ANNUAL MEETING OF THE TRANSPORTATION RESEARCH BOARD, 2001, Washington. Anais... Washington: 2001.

EMERSON, R. et al. Ultrasonic inspection of large bridge timbers. Forest **Products Journal**, v. 52, n. 9, p. 88–95, 2002.

FERRARO, C. C.; BOYD, A. J.; CONSOLAZIO, G. R. Evaluation of damage to bridge piers using pulse velocity tomography. **Construction and Building Materials**, v. 38, p. 1303–1309, jan. 2013.

FILLER, A. G. The history, development and impact of computed imaging in neurological diagnosis and neurosurgery: CT, MRI, and DTI. **Nature Precedings**, p. 1–69, 13 jul. 2009.

FRANÇA, F. et al. Nondestructive Assessment of Schizolobium amazonicum with Stress Wave Tomography. In: 18TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2013, Madison. **Anais...** Madison: United States Department of Acriculture, 2013.

FRENCH, A. P. Vibrations and Waves: the M.I.T introductory physics series. New York: W.W. Norton & Company Inc., 1971.

FULLER, J. J.; ROSS, R. J.; DRAMM, J. R. Honeycomb and Surface Check Detection Using Ultrasonic Nondestructive Evaluation. United States Department of Agriculture. Madison, 1994.

GANGULY, B. **Tree Trunk Cross Section**. Disponível em: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tree_Trunk_Cross_Section_-__Kolkata_2011-06-04_3690.JPG>. Acesso em: 25 mar. 2015.

GILBERT, E. A.; SMILEY, E. T. Picus sonic tomography for the quantification of decay in white oak (Quercus Alba) and hickory (Carya spp.). **Journal of Arborichulture**, v. 30, n. 5, p. 277–281, set. 2004.

GÖCKE, L. et al. Combining sonic and electrical impedance tomography for nondestructive testing of trees. 2007, Duluth. **Anais...** Duluth: 2007.

GONÇALVES, R. et al. Tomografia ultrassônica para inspeção de toras e de árvores. **Revista Abende**, v. 46, p. 40–43, 2011.

GRAFF, K. F. . Wave Motion in Elastic Solids. London: Oxford University Press, 1975.

HAACH, V. G.; JULIANI, L. M. Application of ultrasonic tomography to detection of damages in concrete. In: 9TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL DYNAMICS, 2014, Porto. Anais... Porto: European Association for Structural Dynamics, 2014.

HAI-YAN, Z.; ZHEN-QING, L. Propagation of Elastic Plane Waves in Homogeneous Anisotropic Media. Journal of Shanghai University, v. 8, n. 2, p. 164–168, 2004.

HALL, K. S. Air-coupled ultrasonic tomographic imaging of concrete elements. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, 2011.

HEARMON, R. F. S. **The elasticity of wood and plywood**. Department of Science and Industry Research, Forest Products Research, Special Report 7. London, 1948.

HELENE, P.; ANDRADE, T. Concreto de cimento Portland. In: ISAIA, G. C. (Ed.). . Materiais de construção civil e princípios de ciência e engenharia de materiais. 2 ed. São Paulo: IBRACON, 2010. p. 1712.

IUSEM, A. N.; PIERRO, A. R. Fundamentos Matemáticos da Tomografia Computadorizada: métodos de transformação. **Matemática Universitária**, v. 11, p. 53–65, jun. 1990a.

IUSEM, A. N.; PIERRO, A. R. Fundamentos Matemáticos da Tomografia Computadorizada: método de expansão em séries. **Matemática Universitária**, n. 12, p. 57–85, dez. 1990b.

JACKSON, M. J.; TWEETON, D. R. **MIGRATOM - Geophysical** tomography using wavefront migration and fuzzy constraints. U.S. Department of Interior - Bureau of Mines. Washington, 1994.

JACKSON, M. J.; TWEETON, D. R. **3DTOM: Three-Dimensional** Geophysical Tomography. U.S. Department of Interior - Bureau of Mines. Washington, 1996.

JULIAN, B. R.; GUBBINS, D. Threee-dimensional seismic ray tracing. Journal of Geophysics, v. 43, p. 95–113, 1977.

KAZEMI-NAJAFI, S.; SHALBAFAN, A.; EBRAHIMI, G. Internal decay assessment in standing beech trees using ultrasonic velocity measurement. **European Journal of Forest Research**, v. 128, n. 4, p. 345–350, 14 mar. 2009.

KELEMEN, G. Tree risk assessments in three dimension. In: SERBIAN FORESTRY CONGRESS, 2010, Belgrade. Anais... Belgrade: University of Belgrade, 2010.

KEPLER, W. F.; BOND, L. J.; FRANGOPOL, D. M. Improved assessment of mass concrete dams using acoustic travel time tomography Part I - theory. **Construction and Building Materials**, v. 14, n. 3, p. 133–146, abr. 2000a.

KEPLER, W. F.; BOND, L. J.; FRANGOPOL, D. M. Improved assessment of mass concrete dams using acoustic travel time tomography Part II application. **Construction and Building Materials**, v. 14, n. 3, p. 147–156, abr. 2000b.

KESHKAR, N. **Wood cross section**. Disponível em: http://cdn.tutsplus.com/psd/uploads/legacy/0563_Banana_Ship/wood_cross/section.jpg>. Acesso em: 12 jan. 2014.

KWANG-MO, K. et al. Development of a portable ultrasonic computed tomography system for detecting decay in wood. In: 15TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2007, Duluth. Anais... Duluth: 2007.

LANE, C. The Development of a 2D Ultrasonic Array Inspection for Single Crystal Turbine Blades. Cham: Springer International Publishing, 2014.

LATORRACA, J. V. D. F. et al. Efeito da umidade da madeira na propagação de ondas mecânicas. **Floresta e Ambiente**, v. 18, n. 4, p. 451–459, 2011.

LEE, S. et al. Application of the ultrasonic testing for condition assessment of traditional wooden building. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 2010, Riva del Garda. **Anais...** Riva del Garda: 2010.

LEMPRIERE, B. M. Ultrasound and Elastic Waves. New York: Elsevier Inc., 2003.

LI, G. et al. Analysis of wave velocity patterns in black cherry trees and its effect on internal decay detection. In: 18TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2013, Madison. **Anais...** Madison: United States Department of Acriculture, 2013.

LI, H. et al. Research on a field non-destructive wood component testing technology for ancient architecture. In: 16TH INTERNATIONAL

SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2009, Beijing. Anais... Beijing: 2009.

LI, L. et al. Acoustic tomography in relation to 2D ultrasonic velocity and hardness mappings. **Wood Science and Technology**, v. 46, n. 1-3, p. 551–561, 17 maio 2011.

LIANG, S. et al. Evaluation of Acoustic Tomography for Tree Decay Detection. In: 15TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2007, Duluth. Anais... Duluth: 2007.

LIANG, S. et al. Defect diagnosis and hazarad assessment of historic tress with stress wave tomography. In: 16TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2009, Beijing. Anais... Beijing: 2009.

LIN, C. J. et al. Detecting deterioration in royal palm (roystonea regia) using ultrasonic tomographic and resistance microdrilling techniques. **Journal of Tropic Forest Science**, v. 23, n. 3, p. 260–270, 2011.

LIN, C.-J. et al. Application of an ultrasonic tomographic technique for detecting defects in standing trees. **International Biodeterioration & Biodegradation**, v. 62, n. 4, p. 434–441, dez. 2008.

LINO, A. C. L. et al. Use of laser to determine profile of trees. In: 18TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2013, Madison. **Anais...** Madison: United States Department of Agriculture, 2013.

LITTLE, R. W. Elasticity. New York: Dover Publications, 2010.

MA, Q. Acoustic tomography and its application in laboratory resting of reservoir rocks. Tese (Doutorado em Geotecnia) - The University of Oklahoma, Norman, 1995.

MALHOTRA, V. M.; CARINO, N. J. Handbook on nondestructive testing of concrete. 2 ed. West Conshohocken: CRC Press, 2004.

MARTIN, J. et al. Ultrasonic tomography of grouted duct post-tensioned reinforced concrete bridge beams. **NDT & E International**, v. 34, n. 2, p. 107–113, mar. 2001.

MARTINIS, R. et al. Tomographie ultrasonore pour les arbres sur pied. Annals of Forest Science, v. 61, n. 2, p. 157–162, mar. 2004.

MARTINS, R. A. O nascimento de uma nova física. In: Scientific American Brasil: Gênios da Ciência: Quânticos. São Paulo: Duetto Editorial, 2006.

MARTINS, S. C. F. **ARQUITETURA DA TERRA ROXA : Inspeções em peças de madeira de patrimônio histórico rural utilizando ultrassom**. Tese (Doutorado em Arquitetura e Urbanismo) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

MASCIA, N. T.; LAHR, F. A. R. Remarks on orthotropic elastic models applied to wood. **Materials Research**, v. 9, n. 3, p. 301–310, 2006.

MAURER, H. R. et al. Application of nonlinear acoustic tomography for nondestructive testing of trees. In: 14TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2005, Hanover. **Anais...** Hanover: United States Department of Acriculture, 2005.

MAYER, G. **Tree Ring Gallery**. Disponível em: http://web.utk.edu/~grissino/treering-gallery2.htm>. Acesso em: 25 mar. 2015.

MEDEIROS, A. Aplicação do Ultra-Som na Estimativa da Profundidade de Fendas Superficiais e na Avaliação. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

MEDEIROS, A.; PADARATZ, I. J.; PINTO, R. C. DE A. Influência da Presença de Armaduras na Estimativa da Profundidade de Fissuras Superficiais em Concreto Armado através do Ultra-som. In: 51° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2009, Curitiba. Anais... Curitiba: IBRACON, 2009.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. Concreto: microestrutura, propriedades e materiais. 3 ed. São Paulo: IBRACON, 2008.

MIT. **The Wave Equation - MIT OpenCourseWare**. Disponível em: http://ocw.mit.edu/courses/earth-atmospheric-and-planetary-sciences/12-510-introduction-to-seismology-spring-2010/lecture-notes/lec5.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2014.

MOMOKI, S. et al. Large-scale evaluation of concrete repair by threedimensional elastic-wave-based visualization technique. **Structural Health Monitoring**, v. 12, n. 3, p. 240–251, 18 mar. 2013.

MOSER, T. J. Shortest path calculation of seismic rays. **Geophysics**, v. 56, n. 1, p. 59–67, jan. 1991.

MULDOON, R. et al. Identifying voids in plastic ducts in post-tensioning prestressed concrete members by resonant frequency of impact–echo, SIBIE and tomography. **Construction and Building Materials**, v. 21, n. 3, p. 527–537, mar. 2007.

NICOLOTTI, G. et al. Application and comparison of three tomographic techniques for detection of decay in trees. **Journal of Arborichulture**, v. 29, n. 2, p. 66–78, mar. 2003.

OLIVEIRA, F. G. R. et al. Efeito do comprimento do corpo-de-prova na velocidade ultra-sônica em madeiras. **Revista Árvore**, v. 30, n. 1, p. 141–145, nov. 2006.

PADUELLI, M. C. Estudo da técnica de ondas de tensão como instrumento de avaliação interna de árvores urbanas. Tese (Doutorado em Engenharia Urbana) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2011.

PEREIRA, L. C. et al. Tomografia de impulso para avaliação do interior do lenho de árvores. **Revista da Sociedade Brasileira de Arborização Urbana**, v. 2, n. 2, p. 65–75, 2007.

PERLIN, L. P. **Tomografia ultrassônica em concreto: desenvolvimento de ferramenta computacional**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

PFEIL, W.; PFEIL, M. Estruturas de Madeira. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

PRIETO, F.; LASAYGUES, P. Literature review of acoustic and ultrasonic tomography in standing trees. **Trees**, v. 28, n. 6, p. 1559–1567, 2014.

RADON, J. Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten. **Berichte der Sächsischen Akademie der Wissenschaft**, v. 69, p. 262–277, 1917.

RAMÍREZ, F. C. **Detecção de danos em estruturas de concreto por meio de tomografia ultrassônica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

RAWLINSON, N. PEAT8002 - SEISMOLOGY - Lecture 8: ray tracinginpractice.Disponívelem:<http://rses.anu.edu.au/~nick/teachdoc/lecture8.pdf>.Acesso2014.

RHEINHEIMER, V.; PINTO, R. C. DE A.; PADARATZ, I. J. Análise da qualidade do concreto de um pilar da ponte colombo salles através do ensaio de ultra-som. In: 48° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2006, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: IBRACON, 2006.

RIGGIO, M.; PIAZZA, M. Stress waves tomography for the analysis of structural timber: limits, applications, possible combinations with other analysis techniques. In: 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2011, Sopron. Anais... Sopron: 2011.

RINN, F.; KRAFT, A. Influence of wood anatomy on stress-wave tomography. In: 14TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2005, Hanover. Anais... Hanover: United States Department of Acriculture, 2005.

RODRIGUES, F. P. M. **Perícias e avaliações**. Disponível em: <<u>http://www.peritos.eng.br></u>. Acesso em: 15 jan. 2011.

ROSE, J. J. Ultrasonic waves in solid media. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

ROSS, R. J.; WHITE, R. H. Wood and Timber Condition Assessment Manual, Second Edition. Washington: United States Department of Acriculture, 2014.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. R. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais. 2 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.

RUST, S. A new tomographic device for the non-destructive testing of trees. In: 12H INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2000, Sopron. **Anais...** Sopron: United States Department of Agriculture, 2000.

SAKAI, H.; MINAMISAWA, A.; TAKAGI, K. Effect of moisture content on ultrasonic velocity and attenuation in woods. **Ultrasonics**, v. 28, p. 0–3, nov. 1990.

SAMBUELLI, L. et al. Ultrasonic, electric and radar measurements for living trees assessment. **Bollettino di Geofisica Teorica e Applicata**, v. 44, n. 3, p. 253–279, set. 2003.

SECCO, C. B. et al. Ultrassom na geração de imagens representativas da condição interna da madeira com presença de ocos. In: XII ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 2010a, Larvas. Anais... Larvas: EBRAMEM, 2010.

SECCO, C. B. et al. Avaliação de dois tipos de medição na detecção da condição interna da madeira por ultrassom. Madeira Arquitetura & Engenharia, v. 11, n. 27, p. 1–6, jul. 2010b.

SECCO, C. B. **Detecção de ocos em toras utilizando métodos de propagação de ondas ultrassônicas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

SECCO, C. B. et al. Behavior of ultrasonic waves in wood with presence of holes. **Cerne**, v. 18, n. 3, p. 507–514, mar. 2012.

SHALI, T.; SOMAYAJI, S.; MATHEWS, M. S. Ultrasonic pulse velocity technique for inspection and evaluation of timber. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 12, n. 2, p. 180–185, maio 2000.

SHIOTANI, T. et al. Elastic wave validation of large concrete structures repaired by means of cement grouting. **Construction and Building Materials**, v. 23, n. 7, p. 2647–2652, jul. 2009.

SILVA FILHO, L. C. P. DA; HELENE, P. Análise de estruturas de concreto com problemas de resistência e fissuração. In: ISAIA, G. C. (Ed.). . **Concreto: ciência e tecnologia**. São Paulo: IBRACON, 2011. p. 1946.

SILVEIRA, R.; PADARATZ, I. J.; PINTO, R. C. DE A. Detecção de falhas internas de concretagem com auxílio do ultrassom. In: 51° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2009, Curitiba. **Anais...** Curitiba: IBRACON, 2009.

SING, S. et al. Research on propagation velocity of stress wave and ultrasonic wave on indefectible cross section of standing tree. In: 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2011, Sopron. **Anais...** Sopron: 2011.

SOARES JUNIOR, P. C.; PADARATZ, I. J.; PINTO, R. C. DE A. Influência da presença de armadura na detecção de falhas internas de concretagem através do uso do ultra-som. In: 48° CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2006, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IBRACON, 2006.

TEDER, M. et al. Overview of some non-destructive methods for in situ assessment of structural timber. In: 3° INTERNATIONAL CONFERENCE CIVIL ENGINEERING, 2011, Jelgava. **Anais...** Jelgava: Latvia University of Agriculture, 2011.

TIMOSHENKO, S.; GOODIER, J. N. **Theory of Elasticity**. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1951.

TOMIKAWA, Y. et al. Nondestructive inspection of a wooden pole using ultrasonic computed tomography. **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, v. 33, n. 4, p. 354–8, jul. 1986.

TRINCA, A. J. Influência da dimensão do corpo-de-prova no ensaio destrutivo de compressão paralela às fibras e no ensaio não-destrutivo utilizando ultra-som. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) -Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

TRINCA, A. J. **Metodologia para determinação das constantes elásticas da madeira por ultrassom**. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícula) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

TWEETON, D. R.; JACKSON, M. J.; ROESSLER, K. S. **BOMCRATR - A curved ray tomographic computer program for geophysical applications**. U.S. Department of Interior - Bureau of Mines. Washington, 1990.

UM, J.; THURBER, C. A fast algorithm for two-point seismic ray tracing. **Bulletin of the Seismological Society of America**, v. 77, n. 3, p. 972–986, jun. 1987.

VILLAÇA, S. F.; GARCIA, L. F. T. Introdução à Teoria da Elasticidade. 3 ed. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1998.

WANG, L. et al. Reconstruction of three-dimensional stress wave tomography for detecting inner defects in logs. In: 17TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2011, Sopron. Anais... Sopron: 2011.

WANG, L. H. et al. Effect of sensor quantity on measurement accuracy of log inner defects by using stress wave. **Journal of Forestry Research**, v. 18, n. 3, p. 221–225, 2007.

WANG, X.; ALLISON, R. B. Decay detection in Red oak trees using a combination of visual Inspection , acoustic testing, and resistance microdrilling. **Arboriculture e Urban Forestry**, v. 34, n. 1, p. 1–4, 2008.

WANG, X.; ALLISON, R. B.; ROSS, R. J. Acoustic Tomography for Decay Detection in Red Oak Trees. United States Departamento of Agriculture. Washington, 2007.

WANG, X.; WIEDENBECK, J.; LIANG, S. Acoustic tomography for decay detection in black cherry trees. **Wood and Fiber Science**, v. 41, n. 2, p. 127–137, 2009.

WANG, Y. Seismic ray tracing in anisotropic media: a modified Newton algorithm for solving highly nonlinear systems. **Journal of Geophysics and Engineering**, v. 79, n. 1, p. 1–7, 2014.

WOLFRAM. **Cubic Spline**. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/CubicSpline.html>. Acesso em: 15 nov. 2014.

XOJO INC. Xojo. Disponível em: <www.xojo.com>. Acesso em: 10 jan. 2014.

YANG, L. J. et al. Detection of tension wood in Eucalypt discs using ultrasonic and stress wave techniques. In: 15TH INTERNATIONAL NONDESTRUCTIVE TESTING AND EVALUATION OF WOOD SYMPOSIUM, 2007, Duluth. **Anais...** Duluth: 2007.

YU, Z. et al. Impulse stress wave tomography for inspecting wood componentes of ancient wood structures. In: 16TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 2009, Beijing. Anais... Beijing: 2009.

ZHAO, M.; XU, X. Tomographic diagnosis of defects in hydraulic concrete structure. **Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China**, v. 2, n. 3, p. 226–232, 15 jul. 2008.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R. **Equações Diferenciais**. Tradução por Alfredo Alves Farias. 3 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

10 APÊNDICES

10.1 PROPAGAÇÃO DE ONDAS MECÂNICAS EM SÓLIDOS

10.1.1 A onda mecânica

Quando uma rápida perturbação é provocada em um meio, seu sistema de partículas sofre um distúrbio do estado estacionário. Essa perturbação, de origem cinética, provoca o aparecimento de forças conservativas que tendem a estabilizar o sistema novamente. Nessa sistemática de trocas de energias cinéticas por potenciais e vice-versa, o meio acaba sofrendo ondas de tensão.

Independente do meio, gás, líquido ou sólido, toda onda mecânica possui características próprias, como a frequência de oscilação (f), o período (T), o comprimento de onda (λ), a amplitude (A), a velocidade de propagação (V), a variação angular por comprimento unitário (k) e a frequência angular (ω). Tais propriedades se relacionam entre si por conhecidas expressões matemáticas.

Em um caso unidimensional, como a vibração vertical de uma ponta de uma corda, o resultado é conhecido movimento harmônico simples (MHS), representado pela Equação 10.1.

$$u(x,t) = A * sen(kx - \omega t)$$
 10.1

Onde *u* representa o deslocamento vertical da corda e x a posição do elemento vibrado verticalmente. Substituindo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ e $\omega = 2\pi f$ na Equação 10.1, e sabendo-se que $f = V/\lambda$, tem-se:

$$u(x,t) = A * sen\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - Vt)\right]$$
10.2

Esta Equação 10.2 permite, a partir da derivação com relação à posição x e ao tempo t, a obtenção da equação diferencial que governa a propagação unidimensional de uma onda, conforme representado pela Equação 10.3.

Maiores detalhes sobre esse desenvolvimento podem ser encontrados em French (1971). A mesma equação pode ser deduzida pelo equilíbrio de um segmento de uma corda em ondulação (GRAFF, 1975; ROSE, 1999; ZILL; CULLEN, 2001).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} V^2 \quad \therefore \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$
 10.3

10.1.2 Meio Isotrópico Infinito

As equações que regem a propagação de uma onda em um meio isotrópico infinito tridimensional podem ser obtidas a partir da Figura 10.1, sendo que maiores detalhes sobre esta dedução podem ser encontrados em Graff (1975) e Rose (1999).



Figura 10.1 – Paralelepípedo infinitesimal

Aplicando a segunda lei de Newton, pode-se calcular o equilíbrio desse paralelepípedo obtendo a seguinte equação:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho b_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} , \qquad 10.4$$

onde:

 $\rho: \text{massa específica do material;}$ $\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}: \text{aceleração;}$ $u_i: \text{deslocamentos;}$ $b_i: \text{forças de campo;}$ $\tau_{ii}: \text{tensões.}$ Considerando as relações deformação-deslocamento, escritas na Equação 10.5 e utilizando as equações constitutivas para um material isotrópico, as relações tensão-deformação apresentadas na Equação 10.6 são obtidas.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$
 10.5

$$\tau_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$
 10.6

onde:

 $\lambda e \mu$ são as constantes de Lamé:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)};$$

 δ_{ij} : delta de Kronecker;

v: coeficiente de Poisson;

E: módulo de elasticidade.

As Equações 10.4, 10.5 e 10.6 são clássicas dentro da área de conhecimento da Teoria da Elasticidade Linear, sendo que sua dedução não será abordada nessa tese. O leitor interessado pode consultar uma literatura específica (ATKIN; FOX, 2005; LITTLE, 2010; TIMOSHENKO; GOODIER, 1951; VILLAÇA; GARCIA, 1998).

Substituindo a Equação 10.5 na 10.6, obtém-se:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \lambda \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} + 2\mu \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \;; \\ \tau_{ij} &= \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \;. \end{aligned}$$

Derivando τ_{ij} em relação à x_j , tem-se:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} \right) ;$$
$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} \delta_{ij} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} .$$

Considerando que:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} = \nabla^2 u_i \; ;$$

onde:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} ;$$

tem-se:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_k} \delta_{ij} + \mu \nabla^2 u_i + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} \; .$$

Como o termo que multiplica o delta de Kronecker somente irá existir se i = j, então $\partial x_i = \partial x_j$, obtendo:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} \delta_{ij} + \mu \nabla^2 u_i + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} \,.$$

Com isso, o mesmo termo não contém mais o índice mudo j, sendo substituído pelo índice livre i, o que torna o delta de Kronecker desnecessário:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} + \mu \nabla^2 u_i + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i}.$$

Como:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_k} = \frac{\partial u_j}{\partial x_j}$$

obtém-se:

$$\begin{split} &\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \nabla^2 u_i + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} ; \\ &\frac{\tau_{ij}}{\partial x_j} = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \nabla^2 u_i \; . \end{split}$$

Considerando:

$$\nabla \cdot \vec{A} = A_{i,i} = \frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \frac{\partial A_3}{\partial x_3} ;$$

$$\nabla \mathbf{A} = \mathbf{A}_{,i} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x_3} \end{bmatrix};$$

obtém-se, já utilizando a notação vetorial:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} .$$
 10.7

Substituindo a Equação 10.7 na Equação 10.4, desprezando as forças de campo e considerando novamente a notação vetorial, tem-se:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} .$$
 10.8

Para melhorar a representação da Equação 10.8, o vetor deslocamento \vec{u} pode ser expresso pela decomposição de Helmholtz, que utiliza a soma de um campo vetorial divergente com um campo vetorial rotacional para representar um campo vetorial qualquer (Figura 10.2).



Figura 10.2 – Decomposição de Helmholtz (a) campo vetorial divergente (b) campo vetorial rotacional Fonte: Baird (2012)

Deste modo, \vec{u} será expresso por:

$$\vec{u} = \nabla \Phi + \nabla \times \vec{H}$$
; 10.9

onde Φ e \vec{H} são os potenciais escalar e vetorial dos campos divergente e rotacional, respectivamente. Como \vec{H} está relacionado a um campo vetorial rotacional e sem divergência, define-se que $\nabla \cdot \vec{H} = 0$. Substituindo a Equação 10.9 na Equação 10.8, obtém-se:

$$\rho \frac{\partial^2 (\nabla \Phi + \nabla \times \vec{H})}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot (\nabla \Phi + \nabla \times \vec{H}) + \mu \nabla^2 (\nabla \Phi + \nabla \times \vec{H});$$

$$\rho \nabla \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho \nabla \times \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \begin{cases} (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \Phi + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} + \cdots \\ + \mu \nabla^2 \nabla \Phi + \mu \nabla^2 \nabla \times \vec{H} \end{cases};$$
(10.10)

Considerando a identidade vetorial dada por:

$$\nabla^2 \vec{u} = \nabla \nabla \cdot \vec{u} - \nabla \times \nabla \times \vec{u} ; \qquad 10.11$$

onde:

$$\nabla \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i_1} & \vec{i_2} & \vec{i_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{vmatrix};$$

obtém-se:

$$\begin{split} \rho \nabla \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho \nabla \times \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= \begin{cases} (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \Phi + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} + \cdots \\ + \mu (\nabla \nabla \cdot \nabla \Phi - \nabla \times \nabla \times \nabla \Phi) + \mu \nabla^2 \nabla \times \vec{H} \end{cases} ; \\ \rho \nabla \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho \nabla \times \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= \begin{cases} (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \Phi + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} + \cdots \\ - \mu \nabla \times \nabla \times \nabla \Phi + \mu \nabla^2 \nabla \times \vec{H} \end{cases} \end{cases} . \end{split}$$

Utilizando as seguintes identidades vetoriais:

$$\nabla \cdot \nabla \Phi = \nabla^2 \Phi; \qquad \nabla \times \nabla \times \nabla \Phi = 0; \qquad \nabla \cdot \nabla \times \vec{H} = 0;$$

obtém-se:

$$\rho \nabla \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \rho \nabla \times \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla \nabla^2 \Phi + \mu \nabla^2 \nabla \times \vec{H} \ ;$$

$$(\lambda + 2\mu)\nabla\nabla^{2}\Phi + \mu\nabla^{2}\nabla \times \vec{H} - \rho\nabla\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial t^{2}} - \rho\nabla \times \frac{\partial^{2}\vec{H}}{\partial t^{2}} = 0;$$

$$\nabla\left[(\lambda + 2\mu)\nabla^{2}\Phi - \rho\frac{\partial^{2}\Phi}{\partial t^{2}}\right] + \nabla \times\left[\mu\nabla^{2}\vec{H} - \rho\frac{\partial^{2}\vec{H}}{\partial t^{2}}\right] = 0.$$
 10.12
A Equação 10.12 somente será satisfeita se ambos os termos forem nulos, com isso tem-se:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \Phi - \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= 0 ; \\ (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \Phi &= \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} ; \\ \nabla^2 \Phi &= \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} ; \end{aligned} \qquad \qquad \mu \nabla^2 \vec{H} - \rho \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= 0 ; \\ \mu \nabla^2 \vec{H} &= \rho \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} ; \\ \nabla^2 \vec{H} &= \frac{\rho}{\mu} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} . \end{aligned}$$

Percebe-se que o formato das Equações 10.13 é análogo ao formato exibido na Equação 10.3, tratando-se portanto de uma equação de onda. É claro que é necessário considerar que as Equações 10.13 tratam de uma ondulação no espaço tridimensional, já a Equação 10.3 trata de uma ondulação no espaço unidimensional.

Colocando as Equações 10.13 no mesmo formato da Equação 10.3, obtém-se:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{V_L^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} ;$$
$$V_L = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} ;$$

substituindo $\lambda e \mu$:

$$V_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}};$$
 10.14

e para a segunda equação:

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{V_T^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} ;$$
$$V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} ;$$

substituindo μ :

$$V_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}.$$
 10.15

Como $\nabla^2 \Phi$ representa um campo vetorial divergente, sua equação de onda representa uma propagação de ondas longitudinais, onde sua velocidade é definida como V_L . Já $\nabla^2 \vec{H}$ representa um campo vetorial rotacional, sendo que sua equação de onda representa uma propagação de ondas transversais, com velocidade definida como V_T .

10.1.2.1 Ondas longitudinais

Neste tipo de onda as partículas vibram na mesma direção de propagação da onda, assim como ocorre no ar. Desta forma, as ondas longitudinais provocam compressões e trações sucessivas nas ligações entre as partículas. Sendo o tipo de onda mecânica mais veloz, as ondas longitudinais também são conhecidas como ondas primárias ou *p-waves*, onde sua velocidade é dada pela Equação 10.14. A Figura 10.3 demonstra o seu movimento.





10.1.2.2 Ondas transversais

Já nas ondas transversais, a vibração das partículas é perpendicular em relação à direção de propagação da onda. Dessa forma são caracterizadas típicas tensões de cisalhamento no sólido, fazendo com que esse tipo de onda receba também o nome de *shear-waves* ou *s-waves*. Como é o segundo tipo de onda mecânica mais rápida, também são conhecidas por ondas secundárias, onde sua velocidade é dada pela Equação 10.15. A Figura 10.4 ilustra o seu movimento.



Figura 10.4 - Ondas transversais (a) unidimensional (b) bidimensional Fonte: (a) adaptado de Braile (2004) (b) adaptado de Chang (2014)

10.1.3 Meio ortotrópico infinito

Existem diferenças marcantes entre a propagação de ondas em um meio isotrópico e um meio ortotrópico, sendo que nessa tese serão abordadas apenas as mais pertinentes a esta pesquisa.

A principal delas é que a velocidade da onda em um meio ortotrópico é função do ângulo em relação aos eixos principais do material, ao contrário do meio isotrópico cuja velocidade é constante para qualquer direção (ROSE, 1999). O cálculo da velocidade de propagação para um material ortotrópico será demonstrado no item 10.1.3.1.

Outra característica própria de um meio ortotrópico infinito é que existem três tipos de ondas, uma longitudinal e duas transversais. Quando se propaga sobre um dos eixos principais do material, a onda longitudinal provoca uma vibração nas partículas no mesmo sentido de propagação da onda (Figura 10.5 (a)). Já as ondas transversais, quando ainda percorrendo sobre um dos eixos principais, vibram perpendicularmente à direção de propagação da onda, sendo que uma vibra no plano horizontal (Figura 10.5 (c)) e a outra no plano vertical (Figura 10.5 (e)).

Contudo, quando a onda se propaga fora dos eixos principais do material, a direção de vibração das partículas não é mais paralela ou perpendicular à direção de propagação da onda. Devido à ortotropia, a direção de vibração sofre um desvio de sua direção usual, onde ondas longitudinais provocam um pouco de tensões de cisalhamento e ondas transversais provocam um pouco de tensões normais. Por esse motivo, as ondas recebem o prefixo "quase" quando percorrem fora dos eixos principais, conforme exibe a Figura 10.5 (bdf) (BUCUR, 2006).



Figura 10.5 – Propagação de ondas em meio ortotrópico – (a)(c)(e) propagação sobre o eixo principal do material – (b)(d)(f) propagação fora do eixo principal

10.1.3.1 Equação de Christoffel

Essa resolução segue a dedução proposta pelo cientista alemão Elwin Bruno Christoffel (CHRISTOFFEL, 1877), sendo que a elaboração deste item utilizou diversas referências bibliográficas (AZEVEDO JÚNIOR, 2002; BROWN, 1989; BUCUR, 2006; CARRASCO; AZEVEDO JÚNIOR, 2003; HAI-YAN; ZHEN-QING, 2004; LANE, 2014; LEMPRIERE, 2003; MIT, 2008; ROSE, 1999; TRINCA, 2011).

Para o caso ortotrópico a dedução se inicia utilizando novamente a segunda lei de Newton e as relações deformação-deslocamento (com índices trocados por adaptação), já exibidas no item 10.1.2 e repetidas na sequência.

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \rho b_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i}; \qquad \varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right)$$
10.16

Utilizando a lei de Hooke Generalizada obtém-se a seguinte relação tensão-deformação:

$$\tau_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \ . \tag{10.17}$$

Substituindo as deformações ε_{kl} na Equação 10.17, introduzindo as tensões τ_{ij} na equação da segunda lei de Newton e desconsiderando as forças de campo, obtém-se:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \right).$$
 10.18

Como $k \in l$, são índices mudos, tem-se que:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \cdots \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

portanto:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} = 2 \frac{\partial u_k}{\partial x_l};$$

resultando:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_{ijkl} \frac{1}{2} \left(2 \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) \right);$$
$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l}.$$
10.19

Para solucionar essa equação diferencial é necessário obter a função dos deslocamentos *u* que a satisfaça. Em 1877, Christoffel propôs o uso da equação de onda harmônica plana para a solução do problema,

sendo que essa equação pode ser obtida efetuando uma adaptação da Equação 10.1.

É necessário transformar essa equação de tal forma a considerar uma vibração nas três dimensões. Para facilitar o entendimento deste processo, foram elaboradas duas representações de uma onda vibrando e se propagando em duas dimensões. A primeira consiste em uma onda se propagando sobre um dos eixos principais do material (Figura 10.6) e a segunda propagando-se fora destes eixos (Figura 10.7). Destaca-se na Figura 10.7 o ângulo ζ + 90 existente entre a direção de propagação da onda e a direção de vibração das partículas, fato já explicado no item 10.1.3.



Figura 10.6 – Propagação de uma onda harmônica em duas dimensões sobre um dos eixos principais de um material ortotrópico



Figura 10.7 – Propagação de uma onda harmônica em duas dimensões fora dos eixos principais de um material ortotrópico

Com o auxílio das duas figuras acima é possível perceber que, independente da polarização, as grandezas deslocamento (u) e amplitude máxima (A) necessitam ser representadas em cada eixo envolvido. O comprimento percorrido pela onda no ponto **P**, que na Equação 10.1 era apenas sobre o eixo x, será substituído por s, que representa o comprimento percorrido no espaço bidimensional. Por outro lado, a frequência angular (ω) e o tempo (t) estão respectivamente relacionados com a geração da onda e o tempo em análise, sendo, portanto, independentes dos eixos. Deste modo tem-se a seguinte equação:

$$u_i = A_i * sen(ks - \omega t) , \qquad 10.20$$

onde:

 u_i : é o deslocamento do ponto **P** em cada dimensão;

 A_i : é a amplitude máxima da onda em cada dimensão;

k: variação angular por comprimento unitário no sentido de propagação da onda;

s: comprimento percorrido até P no sentido de propagação da onda;

ω: frequência angular;

t: tempo transcorrido.

É possível também decompor s em função dos eixos, utilizando para isso a Figura 10.8.



Figura 10.8 - Decomposição de s (a) frentes de ondas (b) detalhamento no ponto P

A Figura 10.8 (a) exibe uma representação da propagação das frentes de onda, cujo vetor \vec{n} contém os cossenos diretores do sentido de propagação. Os ângulos $\alpha \in \beta$ são respectivamente os ângulos entre os eixos $x_1 \in x_2$ com relação ao sentido de propagação. A Figura 10.8 (b) demonstra um detalhamento melhor das coordenadas do ponto **P**, onde é possível retirar as seguintes conclusões:

$$s = s_1 + s_2 ;$$

$$s = \cos(\alpha) x_1 + \cos(\beta) x_2 ;$$

$$s = n_1 x_1 + n_2 x_2 .$$

Substituindo s na Equação 10.20, tem-se:

$$u_i = A_i * sen(k(n_1x_1 + n_2x_2) - \omega t)$$
. 10.21

Com relação ao comprimento de onda (λ), este também deve ser decomposto nos eixos, conforme exibe a Figura 10.9.



Figura 10.9 - Decomposição do comprimento de onda em cada eixo

Da Figura 10.9 é possível extrair as seguintes relações:

$$\begin{split} \lambda &= \lambda_1 \cos(\alpha) \therefore \lambda = \lambda_1 n_1 ; \\ \lambda &= \lambda_2 \cos(\beta) \therefore \lambda = \lambda_2 n_2 ; \end{split}$$

ou ainda, de forma vetorial:

$$\lambda_i = \frac{\lambda}{n_i} ; \qquad 10.22$$

onde λ_i é o comprimento de onda em cada dimensão.

A última grandeza a ser decomposta é a variação angular por comprimento unitário (k). Lembrando que $k = 2\pi/\lambda$, pode-se extrair que:

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i}.$$

Substituindo a Equação 10.22 na equação acima, tem-se:

$$k_i = \frac{2\pi n_i}{\lambda};$$

como $k = 2\pi/\lambda$, obtém-se:

$$k_i = k n_i . 10.23$$

Substituindo a Equação 10.23 na Equação 10.21, obtém-se:

$$u_i = A_i * sen((k_1x_1 + k_2x_2) - \omega t).$$

Efetuando uma analogia, pode-se expandir a equação acima para uma notação vetorial no espaço tridimensional, resultando:

$$u_i = A_i * sen(k_q x_q - \omega t).$$
 10.24

Considerando que a substituição da função seno por cosseno na Equação 10.24 cria uma função equivalente, apenas com a fase defasada em $\pi/2$, pode-se obter que:

$$u_i = A_i * \cos(k_q x_q - \omega t) . \qquad 10.25$$

Utilizando a Relação de Euler, dada por:

$$e^{\underline{i}x} = \cos(x) + \underline{i} * \operatorname{sen}(x) ,$$

onde <u>i</u> (sublinhado) é a unidade imaginária, pode-se substituí-la na Equação 10.25, desconsiderando-se a parcela imaginária, pois ondas mecânicas são reais. Sendo assim, obtém-se a Equação 10.26, equação de ondas harmônicas planas proposta por Christoffel para solucionar a equação diferencial exibida na Equação 10.19.

$$u_i = A_i * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)}$$
 10.26

Derivando duas vezes u_i (Equação 10.26) em relação à t, tem-se:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = A_i * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)} (-\omega)^2;$$

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \omega^2 u_i .$$
 10.27

Derivando-se agora u_k (Equação 10.26, com *i* adaptado para *k*) em relação à x_i e x_l tem-se:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x_j} = A_k * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)}(k_j);$$

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = A_k * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)}(k_j k_l);$$

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = k_j k_l u_k .$$
10.28

Substituindo as Equações 10.27 e 10.28 na Equação 10.19, tem-se:

$$\rho\omega^2 u_i = C_{ijkl}k_jk_lu_k ;$$

$$\rho\omega^2 u_i - C_{ijkl}k_jk_lu_k = 0 .$$

Considerando que $u_i = u_k \delta_{ik}$, tem-se:

$$\begin{split} \rho \omega^2 u_k \delta_{ik} - C_{ijkl} k_j k_l u_k &= 0 ; \\ \big[\rho \omega^2 \delta_{ik} - C_{ijkl} k_j k_l \big] u_k &= 0 . \end{split}$$

Substituindo u_k (Equação 10.26, com *i* adaptado para *k*), tem-se:

$$\left[\rho\omega^2\delta_{ik}-C_{ijkl}k_jk_l\right]A_k*e^{\underline{i}\left(k_qx_q-\omega t\right)}=0~.~10.29$$

Analisando as Figuras 10.6 e 10.7, pode-se obter que a direção de vibração das partículas, também conhecida como a polarização da onda, pode ser calculada pela seguinte relação:

$$A_i = Ap_i \quad , \qquad \qquad \mathbf{10.30}$$

onde:

 A_i : é a amplitude máxima de vibração em cada uma das dimensões; A: é a amplitude máxima de vibração de onda;

 p_i : cossenos diretores da direção de vibração.

Substituindo as Equações 10.30 e 10.23 (com os índices adaptados) na Equação 10.29 e lembrando que $\omega = Vk$, obtém-se:

$$\begin{split} & \left[\rho(Vk)^2 \delta_{ik} - C_{ijkl} k n_j k n_l\right] A p_k * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)} = 0 ; \\ & \left[\rho V^2 \delta_{ik} - C_{ijkl} n_j n_l\right] k^2 A p_k * e^{\underline{i}(k_q x_q - \omega t)} = 0 . \end{split}$$

Essa expressão somente é verificada quando:

$$[\rho V^2 \delta_{ik} - C_{ijkl} n_j n_l] p_k = 0 \quad \therefore \quad [C_{ijkl} n_j n_l - \rho V^2 \delta_{ik}] p_k = 0.$$
 10.31

Adotando o tensor de rigidez de Christoffel, dado por:

$$\Gamma_{ik} = C_{ijkl} n_j n_l ;$$

obtém-se a clássica Equação de Christoffel para propagação de ondas:

$$[\Gamma_{ik} - \rho V^2 \delta_{ik}] p_k = 0 . 10.32$$

Que pode ser transformada para seu formato matricial:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho V^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} - \rho V^2 & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = 0 .$$
 10.33

Expandindo Γ_{ik} , tem-se:

$$\begin{split} & \Gamma_{11} = \begin{bmatrix} C_{1111}n_1n_1 + C_{1112}n_1n_2 + C_{1113}n_1n_3 + \cdots \\ C_{1211}n_2n_1 + C_{1212}n_2n_2 + C_{1213}n_2n_3 + \cdots \\ C_{1311}n_3n_1 + C_{1312}n_3n_2 + C_{1313}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{12} = \begin{bmatrix} C_{1121}n_1n_1 + C_{1122}n_1n_2 + C_{1123}n_1n_3 + \cdots \\ C_{1221}n_2n_1 + C_{1222}n_2n_2 + C_{1223}n_2n_3 + \cdots \\ C_{1321}n_3n_1 + C_{1322}n_3n_2 + C_{1323}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{13} = \begin{bmatrix} C_{1131}n_1n_1 + C_{1132}n_1n_2 + C_{1133}n_1n_3 + \cdots \\ C_{1231}n_2n_1 + C_{1232}n_2n_2 + C_{1233}n_2n_3 + \cdots \\ C_{1331}n_3n_1 + C_{1332}n_3n_2 + C_{1333}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{22} = \begin{bmatrix} C_{2121}n_1n_1 + C_{2122}n_1n_2 + C_{2123}n_1n_3 + \cdots \\ C_{2221}n_2n_1 + C_{2222}n_2n_2 + C_{2223}n_2n_3 + \cdots \\ C_{2321}n_3n_1 + C_{2322}n_3n_2 + C_{2333}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{23} = \begin{bmatrix} C_{2131}n_1n_1 + C_{2132}n_1n_2 + C_{2133}n_1n_3 + \cdots \\ C_{2331}n_3n_1 + C_{2332}n_3n_2 + C_{2333}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{33} = \begin{bmatrix} C_{3131}n_1n_1 + C_{3132}n_1n_2 + C_{3133}n_1n_3 + \cdots \\ C_{3331}n_3n_1 + C_{3332}n_3n_2 + C_{3333}n_3n_3 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

e, devido à simetria de [*C*], tem-se que:

$$\Gamma_{21} = \Gamma_{12}; \ \Gamma_{31} = \Gamma_{13}; \ \Gamma_{32} = \Gamma_{23}.$$

É conveniente expressar essas equações em função da notação de Voigt, adotando a regra exibida na Figura 10.10.



Figura 10.10 – Correlação entre as notações indicial (em preto) e de Voigt (em vermelho)

Portanto:

$$\begin{split} & \Gamma_{11} = \begin{bmatrix} C_{11}n_1n_1 + C_{16}n_1n_2 + C_{15}n_1n_3 + \cdots \\ C_{61}n_2n_1 + C_{66}n_2n_2 + C_{65}n_2n_3 + \cdots \\ C_{51}n_3n_1 + C_{56}n_3n_2 + C_{55}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{12} = \begin{bmatrix} C_{16}n_1n_1 + C_{12}n_1n_2 + C_{14}n_1n_3 + \cdots \\ C_{66}n_2n_1 + C_{62}n_2n_2 + C_{64}n_2n_3 + \cdots \\ C_{56}n_3n_1 + C_{52}n_3n_2 + C_{54}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{13} = \begin{bmatrix} C_{15}n_1n_1 + C_{14}n_1n_2 + C_{13}n_1n_3 + \cdots \\ C_{65}n_2n_1 + C_{64}n_2n_2 + C_{63}n_2n_3 + \cdots \\ C_{55}n_3n_1 + C_{54}n_3n_2 + C_{53}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{22} = \begin{bmatrix} C_{66}n_1n_1 + C_{62}n_1n_2 + C_{64}n_1n_3 + \cdots \\ C_{26}n_2n_1 + C_{22}n_2n_2 + C_{24}n_2n_3 + \cdots \\ C_{46}n_3n_1 + C_{42}n_3n_2 + C_{44}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{23} = \begin{bmatrix} C_{65}n_1n_1 + C_{64}n_1n_2 + C_{63}n_1n_3 + \cdots \\ C_{25}n_2n_1 + C_{24}n_2n_2 + C_{23}n_2n_3 + \cdots \\ C_{45}n_3n_1 + C_{44}n_3n_2 + C_{43}n_3n_3 \end{bmatrix}; \\ & \Gamma_{33} = \begin{bmatrix} C_{55}n_1n_1 + C_{54}n_1n_2 + C_{53}n_1n_3 + \cdots \\ C_{45}n_2n_1 + C_{44}n_2n_2 + C_{43}n_2n_3 + \cdots \\ C_{45}n_3n_1 + C_{44}n_3n_2 + C_{43}n_3n_3 \end{bmatrix}. \end{split}$$

Levando em consideração a simetria da matriz C e sua aplicação para materiais ortotrópicos, cuja matriz de rigidez é dada por:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

e adotando que $n_1 = l, n_2 = m, n_3 = n$, chega-se a:

$$\Gamma_{11} = C_{11}l^2 + C_{66}m^2 + C_{55}n^2;
\Gamma_{22} = C_{66}l^2 + C_{22}m^2 + C_{44}n^2;
\Gamma_{33} = C_{55}l^2 + C_{44}m^2 + C_{33}n^2;
\Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66})lm;
\Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55})ln;
\Gamma_{23} = (C_{23} + C_{44})mn.$$
10.34

Voltando-se à Equação 10.33, percebe-se que se trata de um típico problema de autovalores e autovetores, com cada autovalor correspondendo à velocidade de propagação de um dos tipos de ondas que atuam no meio ortotrópico (Figura 10.5), e com seus autovetores correspondendo à direção de vibração, ou polarização, do respectivo tipo de onda.

A solução é dada pela equação:

$$(\rho V^2)^3 - I_1(\rho V^2)^2 - I_2(\rho V^2) - I_3 = 0; \qquad 10.35$$

onde:

 I_1 , I_2 e I_3 são os invariantes do problema, dados por:

$$\begin{split} I_1 &= \Gamma_{11} + \Gamma_{22} + \Gamma_{33}; \\ I_2 &= \begin{vmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{vmatrix}; \\ I_3 &= \begin{vmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{vmatrix}. \end{split}$$

10.1.3.1.1 Propagação sobre um eixo

Considerando uma propagação de onda que ocorra apenas sobre um dos eixos, por exemplo, o eixo tangencial (eixo 3), a direção de propagação é dada por l = 0; m = 0; n = 1. Com isso, as Equações 10.34 resultam:

$$\begin{split} & \Gamma_{11} = C_{55}; \\ & \Gamma_{22} = C_{44}; \\ & \Gamma_{33} = C_{33}; \\ & \Gamma_{12} = 0; \\ & \Gamma_{13} = 0; \\ & \Gamma_{23} = 0. \end{split}$$

Aplicando esses resultados na Equação 10.33, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} C_{55} - \rho V^2 & 0 & 0 \\ 0 & C_{44} - \rho V^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = 0$$

Desta forma, as equações ficam desconectadas:

$$(C_{55} - \rho V^2) p_1 = 0; (C_{44} - \rho V^2) p_2 = 0; (C_{33} - \rho V^2) p_3 = 0.$$
 10.36

Sabendo que o vetor $\{p\}$ são os cossenos diretores da direção de polarização da onda, tem-se que:

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = 1. 10.37$$

Com isso, três soluções podem ser encontradas, cada uma em relação a um tipo de onda. Por exemplo, a onda longitudinal, que se polariza na direção paralela à propagação da onda (Figura 10.5 (a)), no caso, na direção de n, o vetor da direção de polarização é dado por: $p_1 = p_2 = 0$; $p_3 = 1$.

Substituindo essa polarização na Equação 10.36, as duas primeiras equações se anulam e a terceira equação resulta:

$$(C_{33} - \rho V^2) 1 = 0 \quad \therefore \quad V = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}.$$
 10.38

Agora, considerando as ondas transversais, onde a polarização ocorre perpendicularmente à direção de propagação. Deste modo, há duas opções: $\{p\} = (1; 0; 0) \ e \ \{p\} = (0; 1; 0)$. Substituindo $\{p\} = (1; 0; 0)$ na Equação 10.36, a segunda e última equação se anulam e a primeira resulta:

$$(C_{55} - \rho V^2) \mathbf{1} = \mathbf{0} \quad \therefore \quad V = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}}.$$

Já a segunda opção, $\{p\} = (0; 1; 0)$, resulta:

$$(C_{44} - \rho V^2) \mathbf{1} = \mathbf{0} \quad \therefore \quad V = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}.$$

Utilizando o mesmo método, porém considerando a propagação em outros eixos, pode-se obter a velocidade dos três tipos de onda atuando nos três eixos do material, conforme consta na Tabela 10.1.

Tabela 10.1 - Velocidade de propagação dos três tipos de onda nos três eixos principais

Eixo de Propagação	Polarização	Tipo de Onda	Velocidade
Longitudinal $\{n\} = (1; 0; 0)$	${p} = (1; 0; 0)$	Longitudinal	$V = \sqrt{C_{11}/\rho}$
	${p} = (0; 1; 0)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{66}/\rho}$
	${p} = (0; 0; 1)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{55}/\rho}$
Radial $\{n\} = (0; 1; 0)$	${p} = (1; 0; 0)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{66}/\rho}$
	${p} = (0; 1; 0)$	Longitudinal	$V = \sqrt{C_{22}/\rho}$
	${p} = (0; 0; 1)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{44}/\rho}$
Tangencial $\{n\} = (0; 0; 1)$	${p} = (1; 0; 0)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{55}/\rho}$
	${p} = (0; 1; 0)$	Transversal	$V = \sqrt{C_{44}/\rho}$
	${p} = (0; 0; 1)$	Longitudinal	$V = \sqrt{C_{33}/\rho}$

Cabe destacar que os tipos de ondas exibidos na Tabela 10.1 são ondas puras, ou seja, se polarizam em apenas em um eixo e essa polarização é paralela ou perpendicular à direção de propagação (Figura 10.5 (a,c,e)).

10.1.3.1.2 Propagação sobre um plano

Considerando que a propagação ocorra apenas em um plano, por exemplo, plano 2-3 (radial-tangencial), isso implica que:

$$l = 0; m^2 + n^2 = 1^2$$
.

Deste modo, as Equações 10.34 resultam:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= C_{66}m^2 + C_{55}n^2; \\
\Gamma_{22} &= C_{22}m^2 + C_{44}n^2; \\
\Gamma_{33} &= C_{44}m^2 + C_{33}n^2; \\
\Gamma_{12} &= 0; \\
\Gamma_{13} &= 0; \\
\Gamma_{23} &= (C_{23} + C_{44})mn.
\end{aligned}$$
10.39

Aplicando esses resultados na Equação 10.33, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} - \rho V^2 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{22} - \rho V^2 & \Gamma_{23} \\ 0 & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} - \rho V^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = 0.$$
 10.40

Com isso, a primeira equação se desconecta das demais, resultando em:

$$\begin{split} &(\varGamma_{11}-\rho V^2)p_1=0;\\ &\left[\begin{matrix} \varGamma_{22}-\rho V^2 & \varGamma_{23} \\ & \varGamma_{32} & \varGamma_{33}-\rho V^2 \end{matrix} \right] {p_2 \atop p_3}=0. \end{split}$$

Como se pode perceber, da primeira equação tem-se que $\Gamma_{11} - \rho V^2 = 0$ ou $p_1 = 0$. Adotando que $\Gamma_{11} - \rho V^2 = 0$, isso implica que $p_1 \neq 0$, ou seja, está sendo considerada uma onda cuja polarização possui alguma componente no eixo 1, fora do plano 2-3 de propagação. Deste modo deduz-se que se trata de uma onda transversal que atua fora do plano de propagação (Figura 10.5 (ef)). A velocidade de tal onda é dada por:

$$\Gamma_{11} - \rho V^2 = 0;$$
$$V = \sqrt{\frac{\Gamma_{11}}{\rho}}.$$

Substituindo Γ_{11} (Equação 10.39):

$$V = \sqrt{\frac{C_{66}m^2 + C_{55}n^2}{\rho}}.$$

Por outro lado, adotando a solução trivial na primeira equação, ou seja, $p_1 = 0$, a equação se anula. Com isso está se desconsiderando o tipo

de onda que se polariza na direção do eixo 1, ou seja, a onda transversal calculada anteriormente (Figura 10.5 (e,f)).

Deste modo, a segunda e a terceira equações formam um problema de autovalores e autovetores, cuja solução não trivial é dada por:

$$V = \sqrt{\frac{\Gamma_{22} + \Gamma_{33} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} + \Gamma_{33})^2 - 4(\Gamma_{22}\Gamma_{33} - {\Gamma_{23}}^2)}{2\rho}},$$
 10.41

onde os valores de Γ são dados pela Equação 10.39.

Utilizando o sinal positivo na Equação 10.41 obtém-se a velocidade da onda longitudinal, já utilizando o sinal negativo a velocidade da onda transversal, sendo que ambas se polarizam no mesmo plano de propagação. Na raiz mais externa não deve ser considerado o sinal negativo, pois apenas representa a onda se propagando em sentido contrário.

A Equação 10.41 deve ser utilizada com {n} no primeiro quadrante, caso contrário ocorrerão problemas com sinais. No caso de ser utilizada a seguinte notação {n} = {0; sen θ ; cos θ }, onde θ é o ângulo entre {n} e o eixo tangencial (x_3), deve-se respeitar que $0 \le \theta \le \pi/2$. Na Figura 10.11 encontra-se o exemplo para obter θ com \vec{n} nos quatro quadrantes.



Figura 10.11 – Utilização do ângulo entre o vetor propagação \vec{n} e o eixo tangencial (x_3)

Empregando o mesmo procedimento podem ser encontradas as equações das velocidades de propagação dos três tipos de onda para os outros dois planos formado pelos eixos do material. Contudo, uma análise atenta aponta que não é necessário efetuar a dedução novamente, basta modificar os índices de forma coerente, conforme exibe a Tabela 10.2.

Plano de Propagação	Polarização	Tipo de Onda	Velocidade
Longitudinal- Radial {n} = (l; m; 0)	$\{p\} = (p_1; p_2; 0)$	QL e QT	$V = \sqrt{\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{22} \pm \sqrt{(\Gamma_{11} + \Gamma_{22})^2 - 4(\Gamma_{11}\Gamma_{22} - \Gamma_{12}^2)}}{2\rho}}$
	$\{p\} = (p_1; p_2; p_3)$	QT	$V = \sqrt{\Gamma_{33}/\rho}$
Longitudinal- Tangencial $\{n\} = (l; 0; n)$	$\{p\} = (p_1; 0; p_3)$	QL e QT	$V = \sqrt{\frac{\Gamma_{11} + \Gamma_{33} \pm \sqrt{(\Gamma_{11} + \Gamma_{33})^2 - 4(\Gamma_{11}\Gamma_{33} - {\Gamma_{13}}^2)}{2\rho}}$
	$\{p\} = (p_1; p_2; p_3)$	QT	$V = \sqrt{\Gamma_{22}/\rho}$
Radial- Tangencial $\{n\} = (0; m; n)$	${p} = (0; p_2; p_3)$	QL e QT	$V = \sqrt{\frac{\Gamma_{22} + \Gamma_{33} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} + \Gamma_{33})^2 - 4(\Gamma_{22}\Gamma_{33} - \Gamma_{23}^2)}}{2\rho}}$
	${p} = (p_1; p_2; p_3)$	QT	$V = \sqrt{\Gamma_{11}/\rho}$

Tabela 10.2 - Velocidade de propagação dos três tipos de onda em planos formados pelos eixos do material

Obs. 1: as direções de propagação das ondas, suas polarizações e tipos de onda estão corretos se for considerado uma propagação fora dos eixos. Para propagação sobre os eixos usar a Tabela 10.1.

Obs. 2: QL: quase-longitudinal; QT: quase-transversal.

Obs. 3: para as fórmulas de velocidades compartilhadas, usar o sinal + e – para obter QL e QT, respectivamente.

Obs. 4: os valores de Γ devem ser obtidos nas Equações 10.34.

10.2 COMPASSO DE MEDIÇÃO

Conhecido internacionalmente como *caliper*, esse instrumento não possui venda no Brasil e não foram encontrados trabalhos publicados em português que o mencionavam. Optou-se então por nomeá-lo pela sua tradução literal: compasso de medição.

Trata-se de um instrumento que possui dois braços, com mesmo comprimento, ligados por uma dobradiça. Um angulômetro eletrônico é fixado nestes braços e mede o ângulo de abertura entre os mesmos. Esse instrumento foi então confeccionado em aço inox conforme especificações constantes nas Figuras 10.12 e 10.13.



Tese de Doutorado - Lourenço Panosso Perlin

Percebe-se que a Peça 4 é removível, possibilitando que o instrumento possa ser utilizado com dois comprimentos (Figura 10.14), escolhidos em função do objeto a ser mensurado.



Figura 10.14 – Funcionamento do compasso de medição nos dois tamanhos (a) $b = 132, 5 \ cm$ (b) $b = 82, 5 \ cm$

Para efetuar uma medição de distância entre dois pontos, posicionam-se as pontas do compasso nos pontos e efetua-se a leitura do ângulo a de abertura (Figura 10.14). Como a distância do braço do compasso b é conhecida, a distância d fica determinada pela Equação 10.42.

$$sen(a/2) = \frac{d/2}{b}$$
 $\therefore d = 2b * sen(a/2)$ 10.42

Deste modo, onde a geometria impossibilita o uso de trena, esse equipamento possibilita a medição da distância entre dois pontos de um objeto, conforme exibe a Figura 10.15.



Figura 10.15 – Uso do compasso de medição

A obtenção das distâncias entre dois pontos será utilizada para calcular as coordenadas dos pontos utilizados na definição da seção transversal, conforme é explicado no próximo item.

10.2.1 Cálculo das coordenadas dos pontos

Para calcular as coordenadas dos pontos utilizados na determinação da seção transversal é necessário adotar um procedimento de medição e de cálculo.

Primeiramente deve-se fixar a seção transversal no plano cartesiano com relação à translação e rotação. Para isso, dois pontos principais devem ser adotados. No caso será utilizada a rosa dos ventos para determinar estes pontos, contudo outro referencial pode ser adotado em função da situação em campo.

Então, seja uma seção transversal, conforme exibida na Figura 10.16 (a). O ponto mais ao sul é marcado no objeto e nomeado como Ponto 1 e o ponto ao norte deste Ponto 1 também é marcado no objeto. Ambos os pontos estão representados em azul na Figura 10.16 (b), pois são os pontos referenciais.



Figura 10.16 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) seção transversal (b) pontos referenciais

Próximo passo é definir quantos pontos serão utilizados à leste e à oeste dos pontos referenciais. Esses pontos são marcados no objeto e procede-se a numeração dos mesmos em ordem crescente a partir do Ponto 1 e sempre no sentido anti-horário (Figura 10.17 (a)). Com todos os pontos marcados e identificados no objeto, procede-se a medição das distâncias com o uso do compasso de medição. Devem ser mensuradas as distâncias entre os pontos referenciais e todos pontos, conforme exibe a Figura 10.17 (b).



Figura 10.17 – Determinação dos pontos da seção transversal (a) todos os pontos (b) medição das distâncias

Para travar a translação da seção transversal no plano cartesiano, determina-se a localização do Ponto 1 de forma arbitrária: $(P1_x, P1_y)$. Já para travar a rotação da seção, o outro ponto principal, no caso Ponto 9,

deve ficar localizado acima do Ponto 1, ou seja, sua posição cartesiana será $(P1_x, P1_y + d_{19})$, onde d_{19} é a distância entre os Pontos 1 e 9. Deste modo a seção está fixa, sendo que todos os outros pontos (em preto) serão obtidos com base nos pontos referenciais (em azul).

O cálculo da posição cartesiana dos demais pontos é o resultado da interseção de dois círculos centrados nos Pontos 1 e 9, conforme exibe a Figura 10.18.



Figura 10.18 – Ilustração do cálculo da posição cartesiana dos demais pontos (a) Ponto 11 (b) Ponto 5

Tem-se então um caso de dois círculos secantes, pois se cruzam em dois pontos. A coordenada x do centro dos dois círculos é a mesma, o que simplifica os cálculos. Seja então a Figura 10.19, onde R1 e R2 representam os dois pontos de referência; $D_{R1,P}$ e $D_{R2,P}$ representam respectivamente a distância dos pontos R1 e R2 ao ponto P a ser encontrado; P_0 e P_L as duas soluções possíveis para a interseção.



Figura 10.19 - Interseção de dois círculos secantes

Considerando os triângulos retângulos formado pelos pontos $(R1, P_0, m)$ e $(R2, P_0, m)$, obtém-se as seguintes relações trigonométricas:

$$d_{R2,P}^{2} = a^{2} + b^{2}$$
;
 $d_{R1,P}^{2} = c^{2} + b^{2}$.

Isolando b^2 da segunda equação e substituindo na primeira, obtémse a Equação 10.43

$$d_{R2,P}^{2} = a^{2} - c^{2} + d_{R1,P}^{2}$$
 10.43

Como $a + c = d_{R1,R2}$, onde $d_{R1,R2}$ é a distância entre R1 e R2, pode-se isolar *a* obtendo: $a = d_{R1,R2} - c$. Substituindo *a* na Equação 10.43, tem-se:

$$d_{R2,P}^{2} = (d_{R1,R2} - c)^{2} - c^{2} + d_{R1,P}^{2}$$

Isolando c, tem-se:

$$c = \frac{d_{R1,P}^{2} - d_{R2,P}^{2} + d_{R1,R2}^{2}}{2d_{R1,R2}}$$

Para calcular *b*, basta utilizar novamente a relação trigonométrica:

$$d_{R1,P}^{2} = c^{2} + b^{2} \quad \therefore \quad b = \sqrt{d_{R1,P}^{2} - c^{2}}$$

Deste modo, P é calculado em função da posição do ponto. Caso o ponto fique ao leste dos pontos de referência a seguinte equação deve ser utilizada:

$$P_L = \left(R1_x + b; R1_y + c\right) \ .$$

E caso fique ao oeste, utiliza-se:

$$P_0 = \left(R1_x - b; R1_y + c\right) \ .$$

Para o exemplo numérico em questão, onde o segundo ponto de referência (R2) é o Ponto 9, os pontos menores que 9 estão à leste e os maiores que 9 à oeste.

Repetindo esse procedimento para todos os pontos, a seção transversal é obtida pela ligação sequencial de segmentos de retas entre os pontos, conforme exibe a Figura 10.20. Percebe-se que a utilização dos pontos em quantidade e distribuição coerente proporciona uma boa representação da seção.



Figura 10.20 – Obtenção da seção transversal por segmentos de retas entre os pontos utilizados