TIPOS DE PROBLEMAS

Além, da série característica de problemas apresentada no primário, há outros tipos de problemas como:

a) problema estorieta.

b) problemas em série.

c) problemas para formular ou vestir.

d) problemas que exigem lógica.

Os dois primeiros tipos são mais usados nos primeiros segundos e terceiros graus.

Multiplicação: multiplicando com diversos algarismos

MULTIPLICAÇÃO COM MULTIPLICANDO REPRESENTADO POR 2 ALGARISMOS.

Usando o mesmo processo da apresentação de multiplicação com adições de parcelas iguais levar a criança à conclusão que multiplicando qualquer número por 10 é bastante acrescentar-lhe um zero à direita.

Exemplo:

a) $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 20$

ou

$10 \times 2 = 20$

b) $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 50$

ou

$10 \times 5 = 50$

c) $15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 + 15 = 150.$

ou

10 X 15 = 150

Apresentar inúmeros exercícios até que as crianças descubram que para multiplicar um número por dez é bastante acrescentar-lhe um zero à direita.

$$\begin{array}{r} 15 \\ \text{X } 10 \\ \hline 150 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 13 \\ \text{X } 10 \\ \hline 130 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45 \\ \text{X } 10 \\ \hline 450 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ \text{X } 10 \\ \hline 620 \end{array}$$

Quando o multiplicador fôr 20, levar a criança a decompor o número:

20 = 10 + 10 ou 2 X 10

Exemplos:

```
  15   |      15     15      150  |        15      30
X 20   | ou X 10   X 10  + 150    | ou  X   2  X  10
----   |    ----   ----    ----   |     ----    ----
 300   |     150    150     300   |       30     300
```

O mesmo faremos se o multiplicador fôr 30, 40, 50 ......

Exemplo:

12 X 30
30 = 10 + 10 + 10
ou
3 X 10

```
  12  |                         120  |       12     36
X 30  |    12     12     12     120  |    X  3   X 10
----  | ou X 10  X 10  X 10  + 120   | ou   ---    ---
 360  |   ---    ---    ---     ---  |
      |   120    120    120     360  |       36    360
```

Encaminhando a criança a usar a decomposição fàcilmente ela a usará quando se lhe apresentar multiplicador representado por dois algarismos, sendo o segundo diferente de zero.

Exemplo: 24 X 13

Decompondo o multiplicador

13 = 10 + 3

```
   24    24      72   |        42
X   3 X  10  + 240    |     + 24
 ----  ----    ----   | ou  ----
   72   240     312   |      168 ........    4 X 42
                      |     +840 ........   20 X 42
                      |    1.008 ........   24 X 42
```

MULTIPLICADOR REPRESENTADO POR TRÊS ALGARISMOS.

De início apresentaremos casos de multiplicadores 100. 200, 300, ...

Fàcilmente a criança perceberá, depois de uma série de exercícios, que, é bastante acrescentar dois zeros à direita dos números que se pretendem multiplicar.

Exemplos: 32 X 100 = 3.200
45 X 100 = 4.500
36 X 100 = 3.600

No caso de lhes apresentarmos multiplicadores 200, 300, 400, ... é só usar a decomposição.

Exemplo: 32 X 300.

Decompondo: 300 = 3 X 100.

```
   32     3.200   |       32
X 100    X    3   | ou X 300
-----    ------   |    -----
3.200     9.600   |    9.600 ......   300 X 32
```

A criança assim encaminhada, dentro de uma boa compreensão, nunca encontrará dificuldade em nenhum caso da multiplicação, pois, a efetuará sabendo o que faz.

Outros exemplos:
1) — 123 X 105.
Decompondo: 105 = 100 + 5.

```
  123        123        615
X   5    X   100   + 12.300
-----    -------   --------
  615     12.300     12.915
```

ou

```
  123
X 105
------
   615 ......   5 X 123
12.300 ...... 100 X 123
------
12.915 ...... 105 X 123
```

2) — 232 X 306.

Decompondo: 306 = 300 + 6.

```
  232       232        1.392
X   6    X  300    + 69.600
-----    ------    --------
1.392    64.600      70.992
```

ou


```
   232
 X 306
------
 1.392 ......   6 X 232
69.600 ...... 300 X 232
------
70.992 ...... 306 X 232
```

3) — 324 X 125.

Decompondo: 125 = 100 + 20 + 5.

```
  324       324       324          1.620
X   5     X  20    X  100        + 6.480
-----     -----    ------         32.400
1.620     6.480    32.400        -------
                                  40.500
```

ou

```
   324
 X 125
------
 1.620 ............   5 X 324
 6.480 ............  20 X 324
32.400 ............ 100 X 324
------
40.500 ............ 125 X 324
```

PROVA PARA VERIFICAR A EXATIDÃO DA OPERAÇÃO.

Ao estudar a operação multiplicação, o aluno concluiu que a ordem dos fatôres não altera o produto, portanto aplicando a propriedade comutativa, está êle, efetuando a prova real.

```
  232        25
X  25      X232
-----      ----
1.160        50
4.640       75
-----      50
5.800      ----
           5.800
```

ATIVIDADES

1) — Efetue estas multiplicações:

a) 10 X 2

b) 10 X 5

c) 10 X 6

d) 10 X 9

2) — Efetue:

a) 3 X 40

b) 4 X 50

c) 5 X 30

3) — Efetue:

a) 12 X 20

b) 15 X 30

c) 14 X 30

4) — Efetue

a) 24 X 40

b) 30 X 60

c) 28 X 50

5) — Efetue estas operações, usando a decomposição do multiplicador:

a) 42 X 23

b) 36 X 12

c) 14 X 13

d) 53 X 32

6) — Efetue estas operações sem usar a decomposição:

a) 43 X 12

b) 52 X 23

c) 65 X 32

d) 52 X 21

7) — Efetue:

a) 42 X 100

b) 36 X 100

c) 58 X 100

d) 63 X 100

8) — Efetue:

a) 32 X 200
b) 41 X 300
c) 32 X 400
d) 43 X 300

9) — Efetue:

a) 42 X 106
b) 53 X 203
c) 61 X 301
d) 72 X 403

10) — Efetue:

a) 126 X 123

b) 235 X 132

c) 302 X 132

d) 416 X 203

11) — Coloque nos quadradinhos o número de vêzes que está multiplicando o número 125.

```
    125
X    23
------
    375   ____________ ☐ X 125
   250    ____________ ☐ X 125
------
  2.875   ____________ ☐ X 125
```

12) — Complete os fatos fundamentais, ligando-os por meio de uma linha aos produtos.

6 X 2	35
5 X 8	12
9 X 3	40
7 X 5	27

13) — Complete:

Pêras	Preço
1	NCr$ 0,30
8	--------

14) — Na igualdade: 39 × 32 = 1.248.
O nome da operação é ....
O nome de 1.248 é ....
39 e 32 .... ou .... e ....

15) — Olhe esta indicação:

```
  312
X  39
```

— Quando você diz três vêzes dois, quantas vêzes você está multiplicando o dois?

16) — Escreva se é falso ou verdadeiro

200 = 2 X 100
362 = 3 X 100 + 6 X 10 + 20

17) — Escreva se é falso ou verdadeiro

17 X 100 = 1.700
26 X 100 = 0.026

18) — Complete:

36 = 30 + 6 ou 3 dúzias
48 = 40 + 8 ou ...... dúzias
24 = 20 + 4 ou ...... dúzias

19 — Faça o inverso de:

4 X 6 = 24
100 + 3 = 103
26 + 200 = 226

20) — Cálcule o valor do $\square$ em:

a) $68 + \square = 70$
b) $\square + 12 = 62$
c) $26 - \square = 6$
d) $\square - 12 = 20$

1) — Complete êste quadro.

PREÇO	QUANTIDADE
NCr$ 0,28	1 MAÇÃ
———	3 MAÇÃS
———	1 DÚZIA DE MAÇÃS

2) — Complete:

BOLAS	PREÇO
5	
1	NCr$ 0,45
8	

PROBLEMAS TIPO ESTORIETA

3) — Vicentinho foi ao mercado com seu pai e comprou uma dúzia e meia de pêras, a NCr$ 0,15 Quanto seu pai gastou?

4) — Regina foi ao pomar com sua tia; ela colheu 15 laranjas e sua tia as vendeu a NCr$ 0,03 cada. Quanto receberam pela vendas das frutas?

PROBLEMAS TIPO SÉRIE:

5) — Henrique comprou 9 lápis a NCr$ 0,52 cada um. Quanto pagou por êles?

a) Êle vendou os lápis a NCr$ 0,60 cada um Quanto recebeu?

b) Quanto Henrique ganhou em cada lápis?

6) — Paulo comprou 18 cadernos a NCr$ 0,68 cada um. Quanto gastou?

a) Êle vendeu a metade a NCr$ 0,75 cada um. Quanto recebeu?

b) A outra metade êle vendeu a NCr$ 0,82 cada um. Quanto recebeu na segunda venda ?

c) Quanto recebeu nas duas vendas?

7) — Paulo colheu uma dúzia de ovos de pata e uma dezena de ovos de galinha. Quanto ovos colheu ao todo?

a) Vendeu os ovos de pata a NCr$ 0,09 cada um. Quanto recebeu?

b) Os ovos de galinhas foram vendidos a NCr$ 0,08 cada. Quanto recebeu por êles?

TIPO "VESTIR PROBLEMAS".

8) — Faça problemas para estas estruturas:

$$\boxed{3m} \xrightarrow{+4m} \boxed{\quad} \xrightarrow{\times NCr\$\ 1{,}20} \boxed{\quad}$$

$$\boxed{120} \xrightarrow{-80} \boxed{\quad} \xrightarrow{:8} \boxed{\quad}$$

9) — Ligue certo:

10 X 12
8 X 9
13 X 13
125 X 6

750
120
72
169

10) — Escreva no quadradinho, por qual número, 179 está sendo multiplicado:

179 X 35 = 6.265

```
   179
 X  35
 -----
   895  ........ [  ]
  537   ........ [  ]
 -----
 6.265  ........ [  ]
```

11) — Complete:

a) 225 X 10 =
b) 184 X 100 =
c) 239 X 1.000 =
d) 136 X 100 =

12) — Resolva os exercícios abaixo de acôrdo com o modêlo:

Singular: Um lápis custa NCr$ 0,08.

Plural: 3 lápis custam NCr$ 0,08 $\times$ 3.

Plural: 3 lápis custam NCr$ 0,24.

A operação que passa uma sentença do singular para o plural é a multiplicação. No exemplo acima multiplicamos NCr$ 0,08 por 3 (três).

a) Singular: Um caderno custa NCr$ 0,12.
Plural: 5 cadernos custam NCr$ ......

b) Singular: Um lenço custa NCr$ 2,00.
Plural: 4 lenços custam NCr$ ......

c) Singular: Um figo custa NCr$ 0,03.
Plural: 8 figos custam NCr$......

Relações:

Dôbro - metade

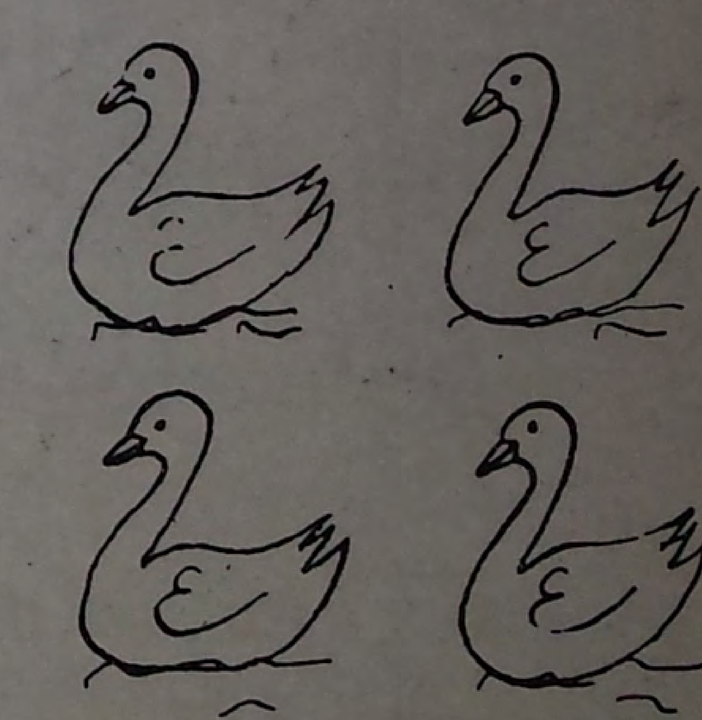
Triplo - terça parte

DÔBRO — METADE
TRIPLO — TÊRÇA PARTE.

A criança do 2.° ano já deve ter o conceito de dôbro e triplo; metade e têrça parte; mas, é necessário que façamos uma recordação através de atitvidades bem variadas. O uso do flanelógrafo facilita bastante o nosso objetivo.

ATIVIDADES

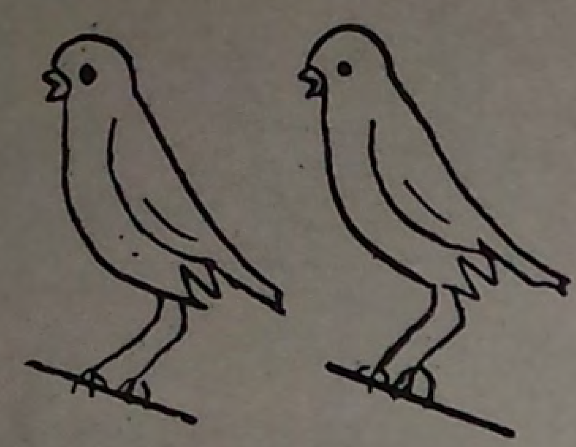
1 — Colocar no flanelógrafo o dôbro de 2 patinhos.



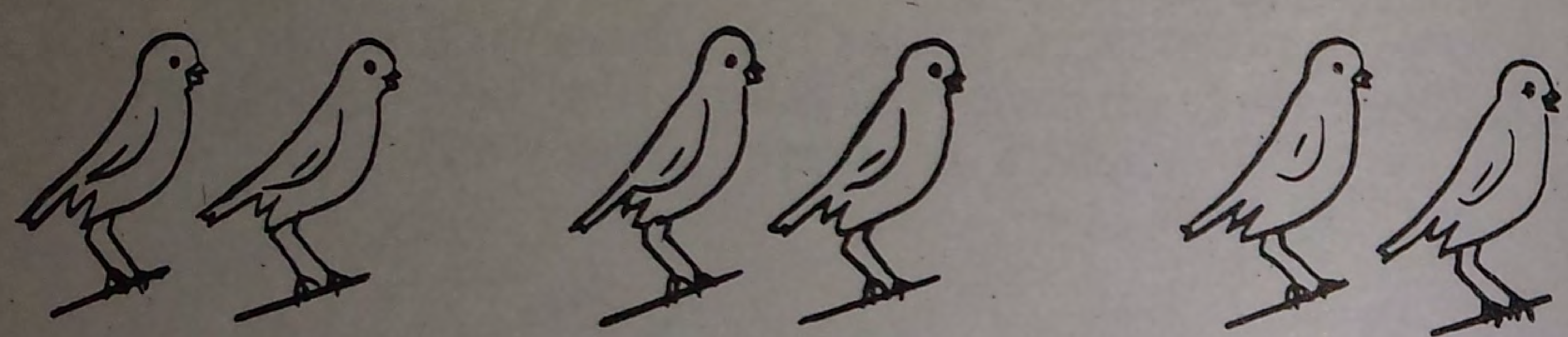
Levar a criança a notar que o dôbro de 2 é 2 + 2 ou 2 X 2.

Uma variedade bem rica de exemplos como êste levam a criança à fixação de seus conhecimentos.

2 — Colocar no flanelógrafo 2 passarinhos.



Pedir à criança que acrescente passarinhos até completar o triplo.



Logo: $2 + 2 + 2$ ou 3×2 é o triplo de 2

3 — Colocar 4 gatinhos no flanelógrafo.

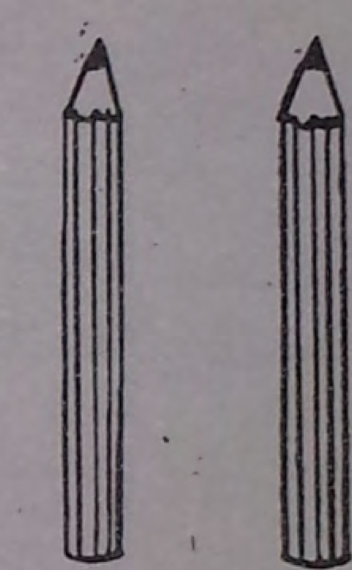
— Qual é a metade de 4 gatinhos?

$4 : 2 =$

4 — Colocar 6 lápis em cima da carteira.

— Qual é a têrça parte de 6 lápis?

$6 : 3 = 2$



Levar à criança a notar, a relação que existe entre, dôbro e metade, triplo e têrça parte.

5 — Preencha os quadradinhos:

	dôbro		triplo
15		6	
12		8	
6		4	

6 — Preencha os quadradinhos:

	metade		terça parte		metade
24		12		18	
12		15		20	
18		9		6	

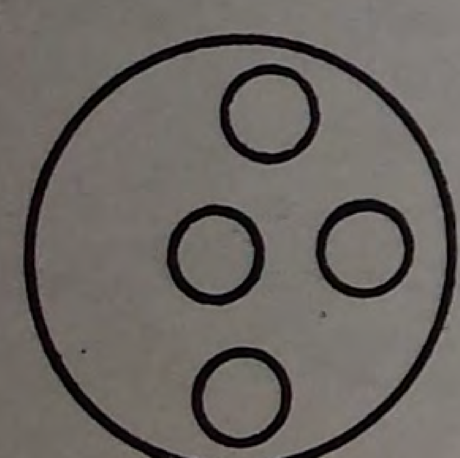
7 — Oito ratinhos é o dôbro de ......; portanto ...... é a metade de oito.

Quatro bonecas é o dôbro de ......; portanto, duas boneca é a .... de quatro bonecas.

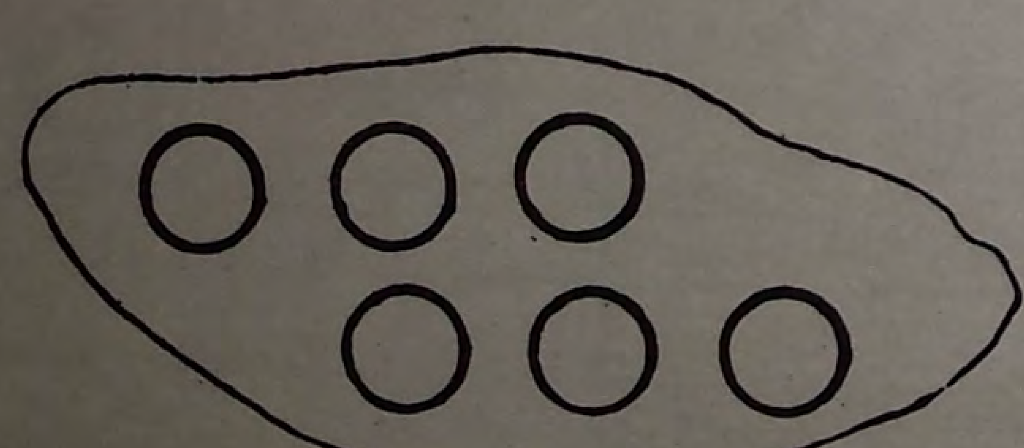
8 — Nove carrinhos é o triplo de ......; portanto ...... é a têrça parte de nove carrinhos.

12 lápis é o triplo de .... lápis; portanto .... é a têrça parte de 12 carrinhos.

9 — Você é capaz de fazer um conjunto com o dôbro dos elementos dêste conjunto e outro com a metade? Faça então.



10 — Faça dois conjuntos: um com o triplo de elementos dêste conjunto e outro com a têrça parte.



PROBLEMAS.

Problemas "tipo estorietas":

1 — Paulo tinha 16 piões; seu primo veio visitá-lo e Paulo o presenteou com a metade de seus piões. Quantos piões seu primo recebeu de presente?

2 — Estela foi ao sítio e pescou 30 lambaris; sua irmã fritou a têrça parte dos peixes na hora do almôço. Quantos peixinhos elas comeram?

3 — Um sitiante vendeu 18 leitões na véspera de Natal, e, no fim do ano dobrou a venda de animais. Quantos leitões vendeu nos dois dias?

Problemas "tipo série":

1 — a) Nelson possui 15 lápis pretos, oito vermelhos e 10 azuis. Quantos lápis êle possui?

b) Êle deu a têrça parte a seu pai. Com quantos lápis êle ficou?

c) Dos lápis que sobraram êle vendeu a metade para a sua tia; quantos lápis êle tem agora?

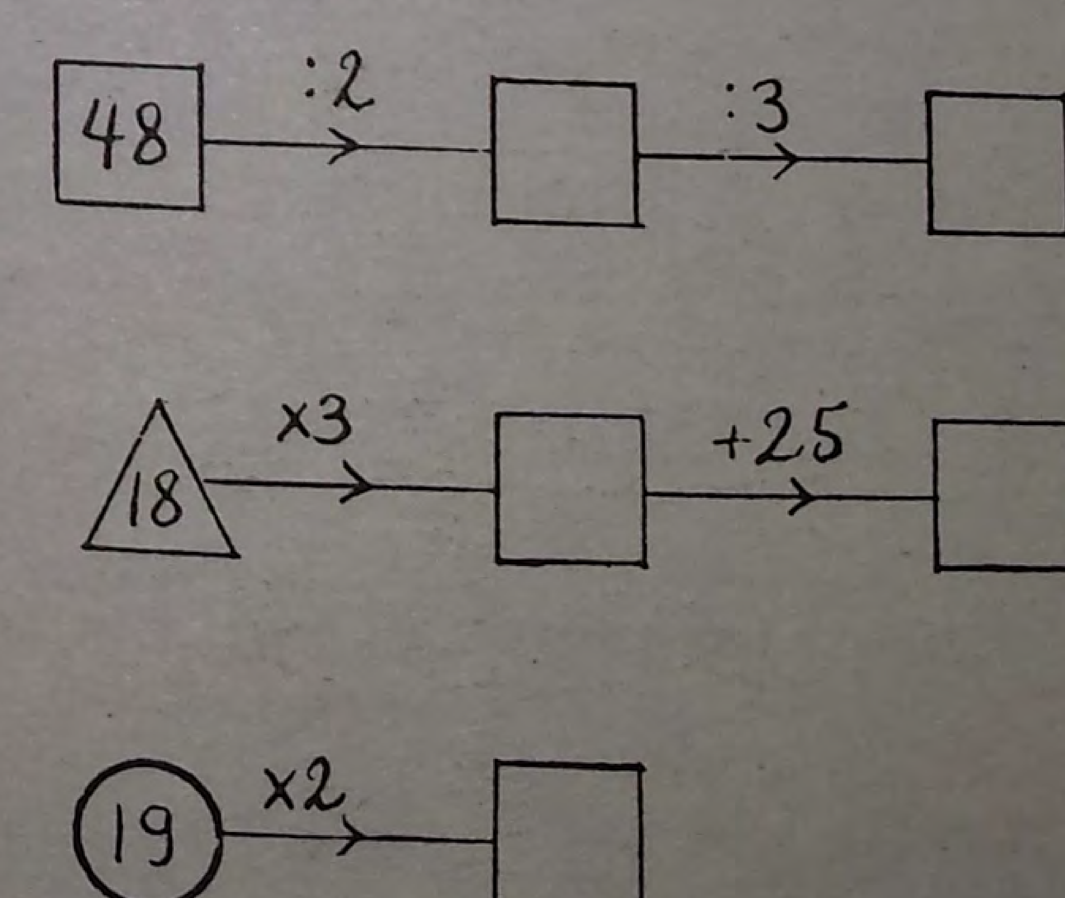
2 — a) Mara possuia uma dúzia e meia de figos. Ganhou uma caixa com o dôbro. Com quantas frutas ela ficou?

b) Dessas frutas ela deu a metade para Regina. Quantos frutas Regina ganhou?

c) Das frutas que sobraram Mara deu a têrça parte a Alex; com quantas Mara ficou?

Vestir problemas.

Formule problemas com estas estruturas.



Duração: 1 mês.

Unidade de trabalho: Do índio ao bandeirante.

Objetivos de aprendizagem e fixação de:

Noção do dôbro e triplo.

Multiplicação com dois algarismos representando o multiplicador.

Geometria: — O paralelepípedo. — O retângulo.

I — Índios.

a) Contagem de índios, de ocas, de seus instrumentos etc.

b) Cálculos de frutas colhidas em dois, três, quatro e até doze ou mais galhos de árvores, imaginando que em cada galho as quantidades sejam iguais. (multiplicação com dois algarismos representando o multiplicando).

c) Forma das ocas; superfícies de seus vasos: curvas e planas.

d) Contagem de contas e penas usadas nos enfeites — noção de dôbro e triplo.

II — Rio Tietê — São Paulo.
Praia — São Vicente.

a) pescarias.

b) trajetos pelos rios e montanhas.

c) cálculo de tempo gasto.

III — Tiradentes — Ouro e Pedras Preciosas.

a) Preço.

b) Situações envolvendo o percurso das viagens de Tiradentes às fazendas, pregando suas idéias de liberdade.

IV — Bandeirantes.

a) Contagem de bandeiras e dos homens que as formavam.

b) Caixas onde levavam os alimentos. Estudo do paralelepípedo.

c) Bandeira, forma da bandeira. Estudo do retângulo.

Divisão
Divisor representado por um ou dois algarismos

DIVISÃO DE NÚMEROS REPRESENTADOS POR UM ALGARISMO NO DIVISOR.

A criança, inicialmente, precisa aprender a calcular quocientes simples, valendo-se dos fatos fundamentais objetivados pelo professor. Logo, a seguir êsses mesmos fatos lhes serão apresentados pela indicação da divisão armada.

1.° ETAPA

Exemplos:

a) 4 : 2 = □

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ \cline{2-2} -4 & 2 \text{ unidades} \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Processo seguido:

1.°) 4 unidades : 2 = 2 unidades

2.°) 2 X 2 = 4; coloca-se o produto sob o dividendo 4 e efetua-se a subtração.

3.°) Resto: 0 (zero).

---

b) 8 : 4 = □

$$\begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ \cline{2-2} -8 & 2 \text{ unidades} \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Processo seguido:

1.°) 8 u : 4 = 2 u

2.°) 2 X 4 = 8; coloca-se o produto sob o dividendo 8 e efetua-se a subtração.

3.°) Resto: 0 (zero).

---

c) $15 : 3 = \square$

```
   15 | 3
 — 15   5 unidades
 ----
    0
```

Processo seguido:

1.°) 15 = 1d + 5u
15 = 15u

2.°) 15u : 3 = 5u
5u X 3 = 15; escreve-se o produto 15 sob o dividendo 15 e efetua-se a subtração.

3.°) Resto: 0 (zero).

---

d) $24 : 8 = \square$

```
   24 | 8
 — 24   3 unidades
 ----
    0
```

Processo seguido:

1.°) 24 = 2d + 4u
24 = 24u

2.°) 24u : 8 = 3u; 3 X 8 = 24; escreve-se o produto 24 sob o dividendo 24 e efetua-se a subtração.

3.°) Resto: 0 (zero).

2.ª ETAPA

Apresentar à criança, divisões com dividendos representados por dois algarismos, e divisor por um, que exijam ser efetuadas por etapas.

```
  24 | 2
 — 2   1 d + 2 u.
 ---
  04
  -4
 ---
   0
```


Processo seguido:

1.°) Decompondo-se o número 24;
24 = 2d + 4u

2.°) 2d : 2 = 1 d.

3.°) 1 X 2 = 2; coloca-se o produto sob o dividendo 2 e efetua-se a subtração. Resto: 0 (zero).

4.°) Abaixam-se 4 unidades.
4u : 2 = 2
2 X 2 = 4; o produto é colocado sob o 4 abaixado e efetua-se a subtração. Resto: 0 (zero).

3.ª ETAPA

Calcular quocientes com restos simples:

Exemplo:

$16 : 5 = \square$

```
   16 | 5
 — 15   3
 ----
    1
```

Processo usado:

a) Decompondo 16
16 = 1d + 6u
1d : 5 não é possível.

b) 16u: 5 = 3 unidades.

3 X 5 = 15; escreve-se o produto 15 sob o dividendo 16 e efetua-se a subtração.
16 — 15 = 1.
Resto: 1 (um).

Efetuar divisões com dividendos representados por 2 algarismos com divisores representados por um algarismo, que deixem restos.

Exemplos:

a) $37 : 2 = \square$

$$\begin{array}{r|l} 37 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 2\updownarrow & 1d + 8u \\ \cline{1-1} 17 & \\ -\ 16 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Processo usado:

a) Decompondo o número 37.

37 = 3d + 7u.

b) 3d : 2 = 1d.

1 X 2 = 2; escreve-se o produto sob o dividendo 3 e efetua-se a subtração:

3d — 2d = 1d.

c) Decompondo 1d em unidades; 1d = 10u; abaixando-se as 7 unidades temos:

10u + 7u = 17u

d) 17u : 2 = 8u
8 X 2 = 16; escreve-se o produto sob o número 17 e efetua-se a subtração:
17u — 16u = 1u.
Resto: 1 (um).

b) $318 : 2 = \square$

$$\begin{array}{r|l} 318 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 2\updownarrow & 1c + 5d + 9u \\ \cline{1-1} 11 & \\ -\ 10\updownarrow & \\ \cline{1-1} 18 & \\ -\ 18 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Processo seguido:

a) Decompondo o número 318.

318 = 3 centenas + 1 dezena + 8 unidades.

b) 3 centenas : 2 = 1 centena.

1 c × 2 = 2 c; escreve-se o produto sob o 3 e efetua-se a subtração.

3c — 2c = 1 centena.

c) Decompondo 1 centena em dezenas.
1c = 10d; abaixando 1 dezena temos 11 dezenas.

d) 11 dezenas : 2 = 5 dezenas.
5d X 2 = 10d; escreve-se o produto (10) sob o número 11 e efetua-se a subtração.
11d — 10d = 1 dezena.

e) Decompondo 1 dezena em unidades.

1d = 10u; abaixando as 8 unidades temos 18 unidades.

18 unidades : 2 = 9 unidades.

9 unidades X 2 = 18 unidades.

f) Efetuando a subtração 18 — 18 = 0.
Resto: 0 (zero).

5.ª ETAPA

Apresentar divisões em que surja a necessidade de abaixar dois algarismos no dividendo.

Exemplo:

$136 : 3 = \square$

```
 136 | 3
-12  |---------
---    4d + 5u
  16
- 15
----
   1
```

Processo seguido:

a) Decompondo o número 136.

$136 = 1c + 3d + 6u.$

b) 1 centena : 3 = ? no divisor não se encontra nenhuma centena.

c) Decompondo 1 centena em dezenas.

1 centena = 10 dezenas; acrescentando-as às 3 dezenas temos 13 dezenas, principiando a divisão por:

13 dezenas : 3 = 4 dezenas.

4 dezenas X 3 = 12 dezenas; escrevem-se as 12 dezenas sob às 13 dezenas e efetua-se a subtração.

13 dezenas — 12 dezenas = 1 dezena.

Procede-se daí em diante da maneira já ensinada anteriormente.

6.ª ETAPA

Apresentar divisões em que os dividendos sejam menores que os divisores.

Exemplos:

$618 : 3 = \square$

```
 618  | 3
- 6   |--------------
----    2c + 0d + 6u
 018
- 18
----
   0
```

Processo seguido:

a) Decompondo o número 618.
618 = 6 centenas + 1 dezena + 8 unidades.

6 centenas : 3 = 2 centenas.

2 centenas X 3 = 6 centenas.

6 centenas — 6 centenas = 0.

b) Abaixando uma dezena.
1 dezena : 3 = 1 não pode — não se obtém nenhuma dezena.

Decompõe-se 1 dezena em 10 unidades e abaixam-se as oito unidades, que somarão 18 unidades.

18 unidades : 3 = 6 unidades.

6 unidades $\times$ 3 = 18.

18 unidades — 18 unidades = 0.
Resto: 0 (zero).

Efetue:

a) $2.121 : 3 = \square$

b) $3.206 : 4 = \square$

c) $3.204 : 5 = \square$

7.ª ETAPA

Apresentar casos em que o dividendo contenha vários zeros à direita.

36.300 : 3 = □

```
 36300 | 3
— 3      -----
 ---    12100
  06
— 6
 ---
   03
—   3
 -----
    0
```

Levar a criança a descobrir a regra prática de acrescentar zeros à direita no quociente, e, ao uso oral das decomposições. Ouvi-la dizer que: 3 dezenas de milhar dividido por 3 é igual a uma dezena de milhar e assim por diante.

8.ª ETAPA

Apresentar casos em que no quociente apareçam mais de um zero.

Exemplos:

```
  3018 | 3
         -----
  3     1.006
  ----
  0018
—   18
  ----
     0
```

Observações: O processo mais aconselhado a ser usado nas divisões é o chamado **longo**. Evita possíveis erros de subtrações feitas mentalmente, ao que a criança ainda não está segura. Logo, que o professor notar que o aluno efetua mentalmente os cálculos, pode abandonar êsse processo, recorrendo ao abreviado.

DIVISÃO DE NÚMEROS REPRESENTADOS POR DOIS ALGARISMOS NO DIVISOR

Há uma série de exercícios preparatórios que, dados desde o início do ano pelo professor, nos permite verificar, se a criança tem a necessária prontidão para poder ser iniciada no processo da divisão de números representados por dois algarismos.

A divisão por um algarismo não é novidade para a criança. Com ela jogou, brincou e trabalhou quando ainda a chamava de fato fundamental da divisão.

```
 4 : 2    ou     4 | 2
 6 : 3    ou     6 | 3
 8 : 4    ou     8 | 4
10 : 5    ou    10 | 5
```

Vejamos a série de exercícios necessária a um bom aprendizado da divisão por dois algarismos.

I) Casos simples serão apresentados de início:

```
66 | 2     44 | 2     88 | 2
63 | 3     42 | 2     84 | 4
82 | 2     66 | 3     69 | 3
42 | 2     24 | 2     36 | 3
```

Esta série de divisões é efetuada fàcilmente pelas crianças não apresentando nenhum grau de dificuldade.

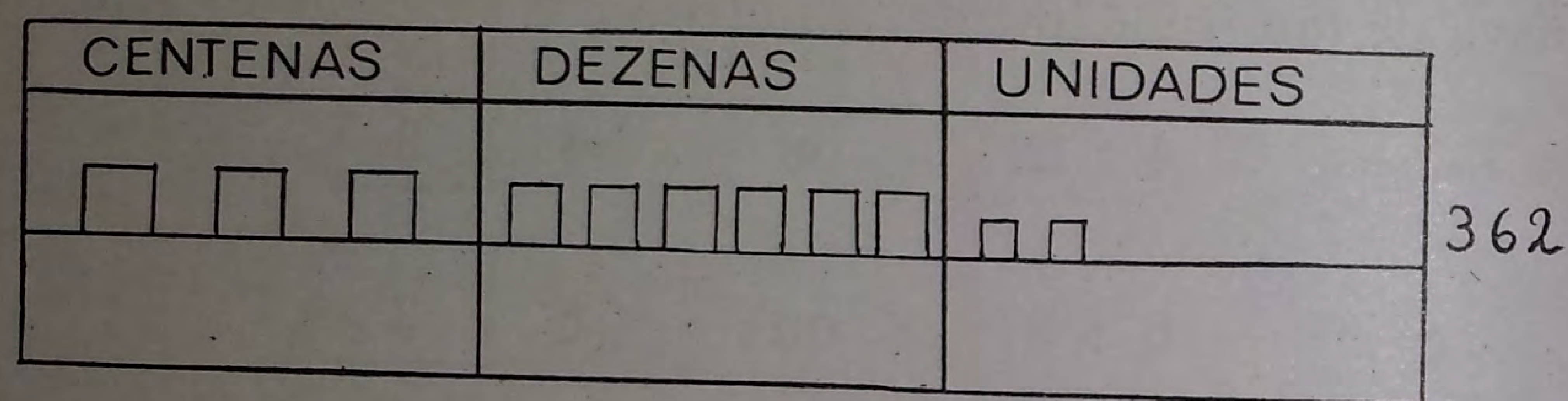
II) Recordação por meio de uma rica série de exercícios de decomposição dos números.

$$362 = 300 + 60 + 2$$

$$362 = \boxed{3 \times 100} + \boxed{6 \times 10} + 2$$

362 = 3 centenas + 6 dezenas + 2 unidades.

III) Representação dos números no Cartaz Valor de Lugar.

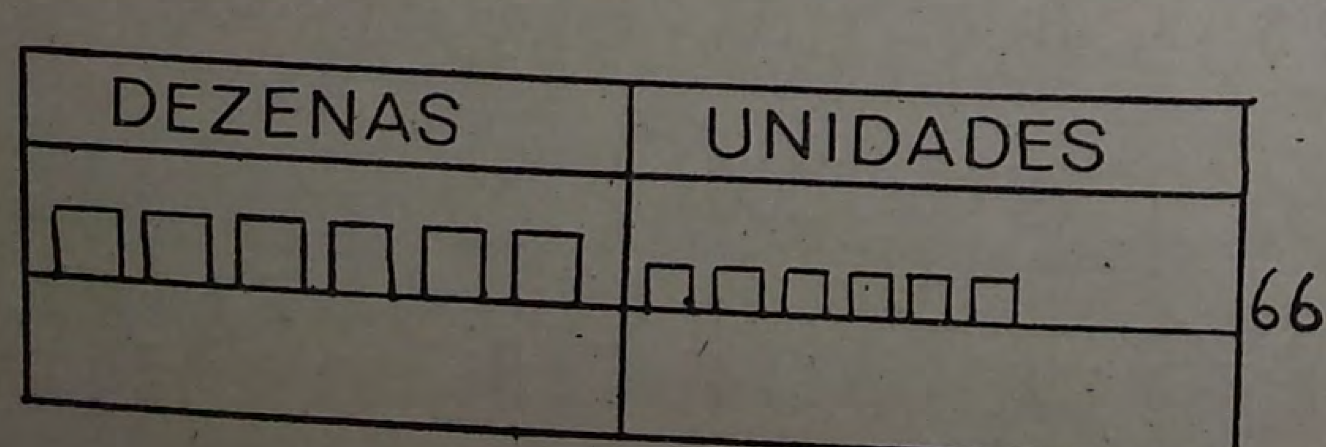


Com exercícios bem variados dêstes três aspectos, pode o professor por meio de uma situação da vida real apresentar à criança, um problema e iniciar o processo da divisão por dois algarismos por etapas.

1.ª ETAPA

O professor tem 66 fôlhas de papel de linguagem e vai distribuí-las entre 22 alunos. Quantas fôlhas deverá dar a cada aluno?

Decompondo o número 66.



Simbolizando: 66 fôlhas divididas entre 22 alunos.

— Vamos verificar se 6 dezenas podem ser divididas entre 22 conjuntos, cabendo uma dezena a cada conjunto.

6 dezenas + 6 unidades | 22

Não pode, pois tenho sòmente 6 dezenas e os conjuntos são 22. Verificar então, se 66 unidades podem ser repartidas em 22 conjuntos, cabendo uma ou mais unidades (fôlhas) a cada conjunto.

66 unidades | 22

Agora, sim; 66 unidades podem ser repartidas em 22 conjuntos e, cabem três unidades (fôlhas) a cada um.

$$\text{Logo:}\quad \begin{array}{r|l} 66 & 22 \\ \cline{2-2} -66 & 3 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

O uso do processo longo torna a divisão mais acessível à criança, evitando certos erros. Logo, que o professor perceber que ela adquiriu certa prática é aconselhável a mudança para o processo abreviado, embora não haja inconveniente algum o uso do processo longo.

Insistir nestas divisões simples sempre envolvendo situações que possam ser vividas pelas crianças.

44 | 22   88 | 22   66 | 33   88 | 44

42 | 21   63 | 31   82 | 41   63 | 21

É fator essencial a uma boa aprendizagem que o professor mude de uma série de exercícios para outras, sòmente quando a anterior tenha sido completamente dominada.

2.ª ETAPA

O professor valendo-se de uma situação real introduz a divisão: 485 | 23

— Decompondo o dividendo 485.

485 = 4 centenas + 8 dezenas + 4 unidades.

— Verificar se as 4 centenas podem ser divididas em 23 conjuntos cabendo uma centena a cada conjunto.

4 centenas + 8 dezenas + 4 unidades | 23

Não pode, pois tenho sòmente 4 centenas e os conjuntos são 23.

— Decompor o dividendo 485 em dezenas e unidades.

485 = 48 dezenas + 4 unidades.

— Verificar, então, se 48 dezenas podem ser repartidas em 23 conjuntos cabendo uma ou mais dezenas a cada conjunto.

48 dezenas + 5 unidades | 23

Agora sim: 48 dezenas podem ser repartidas em 23 conjuntos e cabem 2 dezenas a cada um e restam ainda 2 dezenas.

```
48 dezenas + 5 unidades | 23
— 46 dezenas              2
  2 dezenas
```

— Como não podemos dividir as 2 dezenas que restaram em 23 conjunto, vamos decompô-la em unidades.

2 dezenas = 20 unidades. Como já tínhamos 5 unidades ficamos com 25 unidades.

Verificar se 25 unidades podem ser repartidas em 23 conjuntos cabendo uma ou mais unidades a cada conjunto.

```
25 unidades | 23
— 23          1
   2
```

```
Portanto: 485 | 23
         — 46   21
           25
         — 23
            2
```

Não há necessidade do aluno efetuar separadamente os passos seguidos, é bastante que, de início, os coloque ao lado ou abaixo.

Exemplo:

```
 485 | 23
— 46   21
  25
— 23
   2
```

Processo seguido:

a) 485 = 4c + 8d + 5u

485 = 48d + 5u

48d : 23 = 2d

b) 2 X 3 = 6u

2 d X 2 = 4d; escreve-se o resultado da multiplicação (46) sob o dividendo considerado (48) e efetua-se a subtração.

c) Restam 2 dezenas.

2d = 20 unidades.

20u + 5u = 25u

25u : 23 = 1u

d) 1 X 3 = 3u

1 X 2 = 2d; escreve-se o produto 23 sob 25 e, efetua-se a subtração.

GRADUAÇÕES DE DIFICULDADES

As dificuldades devem ser bem dosadas, a fim de, evitar falhas no processo de aprendizagem.

Os passos que sugerimos ao professor, quanto à apresentação dos divisores, são os seguintes:

1.º passo: Apresentação de divisões cujos divisores apresentam na casa das unidades, o algarismo **zero** e o último algarismo, à direita do dividendo também zero.

420 : 10 = $\square$

360 : 30 = $\square$

240 : 20 = $\square$

560 : 50 = $\square$

840 : 80 = $\square$

2.º passo: Apresentação de divisores sendo a ordem das unidades, representada pelo algarismo zero.

324 : 10 $\square$

268 : 20 $\square$

489 : 40 $\square$

693 : 60 $\square$

Os divisores devem variar de 10 a 90.

3.º passo: Apresentação de divisores sendo a ordem das unidades representada pelo algarismo 1 (um), iniciando-se com o número 21.

325 : 21 = $\square$

438 : 31 = $\square$

887 : 41 = $\square$

Os divisores devem variar de 21 a 91.

4.º passo: Apresentação de divisores sendo a ordem das unidades representada pelo algarismo 2 (dois), iniciando-se no algarismo 32.

463 : 32 = $\square$

588 : 42 = $\square$

864 : 62 = $\square$

Os divisores devem variar de 32 a 92.

Os demais passos, levando em conta que, o algarismo baixo nas unidades do divisor facilita o cálculo para o encontro do algarismo no quociente, devem seguir esta ordem:

5.º passo: Divisores cuja ordem das unidades seja representada pelo algarismo 3 (três); variando de 43 a 93.

6.º passo: Divisores, cuja ordem das unidades seja representada pelo algarismo 4 (quatro); variando de 54 a 94.

7.º passo: Divisores cuja ordem das unidades seja representada pelc algarismo 5 (cinco); variando de 65 a 95.

8.º passo: Divisores cuja ordem das unidades seja representada pelo algarismo 6 (seis); variando de 76 a 96.

9.º passo: Divisores, cuja ordem das unidades seja representada pelo algarismo 7 (sete); portanto de 87 e 97.

10.º passo: Divisores cuja ordem das unidades seja representada pelo algarismo 8 (oito); portanto sòmente 98.

11.º passo: Divisores representados pelos mesmos algarismos 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 e 99.

12.º passo: Divisores: 12, 23, 34, 45, 56, 67, 78 e 89.

13.º passo: Divisores: 13, 24, 35, 46, 57, 68 e 79.

14.º passo: Divisores: 14, 25, 36, 47, 58 e 69

15.º passo: Divisores: 15, 26, 37, 48, e 59

16.º passo: Divisores: 16, 27, 38 e 49.

17.º passo: Divisores: 17, 28 e 39.

18.º passo: Divisores: 18 e 29.

19.º passo: Divisor: 19.

Passos a serem seguidos, quanto à outras dificuldades:

1.º passo: Quociente representado por um algarismo e divisão exata.

32 | 32   42 | 21   63 | 31

2.º passo: Quociente representado por um algarismo e divisão não exata; restos, de início menores que 10, e, depois, maiores que 10.

36 | 32   48 | 21   65 | 31   48 | 32   59 | 21

3.º passo: Quociente fácil de calcular, subtração sem recursos à ordem superior; divisões exatas, a princípio.

372 : 31 = $\square$

336 : 21 = $\square$

375 : 31 = $\square$

338 : 21 = $\square$

4.º passo: Quociente fácil de calcular, subtração com recursos à ordem superior, multiplicação sem reservas.

2.643 : 32 = $\square$

```
 2643 | 32
— 256   82
   83
 — 64
   19
```

Êste processo é um dos mais difíceis, pois apresenta subtrações com recursos.

Finalmente deve-se apresentar casos em que as subtrações se apresentem com recursos à ordem superior, e, as multiplicaçõs com reservas.

3.310 : 35 = $\square$

```
 3310 | 35
— 315   94
  160
— 140
   20
```

Quando a última ordem, à direita do divisor fôr 7, 8 e 9 é mais fácil usar o arredondamento; por exemplo, quocientes 19, 29, 39 etc., devem ser arredondados para 20, 30, 40, etc. torna-se mais fácil a estimativa do quociente.

Duração: 1 mês.

Unidade de trabalho: Os vegetais.

Divisão com divisor representado por dois algarismos.

Noção de metade e têrça parte.

Geometria: Triângulos — Linhas.

I — Árvores frutíferas.

a) contagem — correspondência entre conjuntos.

b) — cálculo do preço de uma fruta — situações matemáticas envolvendo a operação divisão tendo o divisor representado por dois algarismos.

c) compra e venda de frutas.

II — Os legumes e tubérculos.

a) compras na feira — situações envolvendo trocos.

b) caixas de legumes e tubérculos — forma das caixas e dos tubérculos.

c) estudo do retângulo, quadrado e triângulo — lados da caixa.

III — Cereais.

a) compra e venda de trigo, centeio e milho.

IV — Cana de açúcar.

a) compra e venda de açúcar.

b) álcool — litro e meio litro.

c) rapadura — quilo e meio quilo.

V — Bebidas: chá e café.

a) compra e venda.

b) situações matemáticas envolvendo as operações fundamentais.

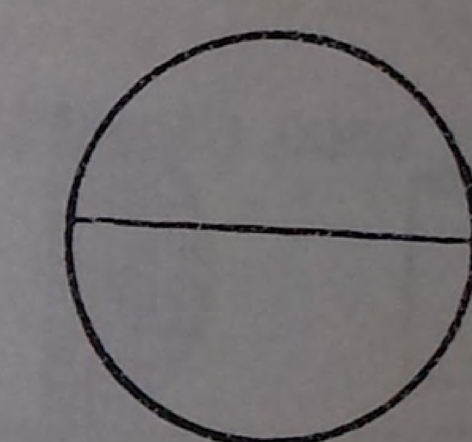
Noção de fração

A FRAÇÃO

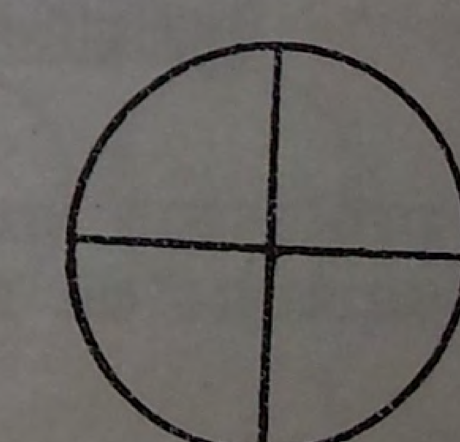
A criança nesta altura já tem noção de metade e têrça parte, deve-se-lhe planejar atividades referentes à inclusão de frações que representem quartos.

Como tôdas as experiências devem ser vividas concretamente, vamos trabalhar em classe com material que o próprio aluno possa ter, como figuras geométricas cortadas em cartolina.

Exemplo:



A) Dobrar o círculo em duas partes iguais.
Levar a criança ao conceito de metade.



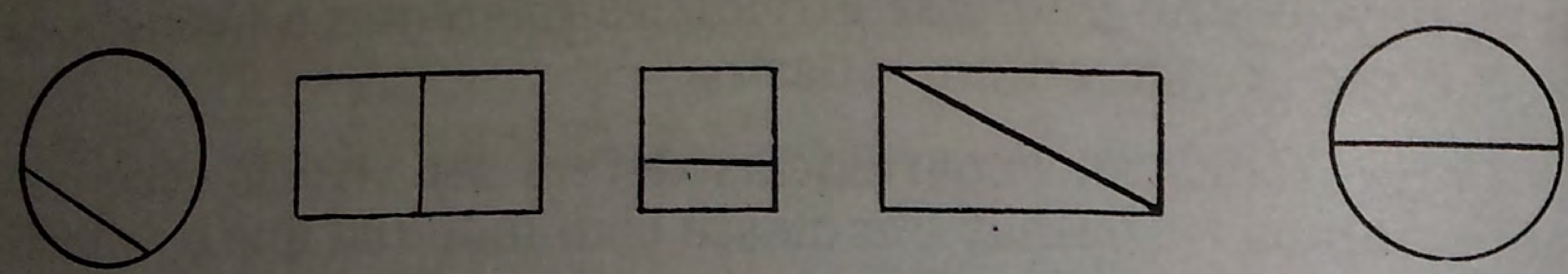
B) Dobrar o círculo em quatro partes iguais.
Levar a criança a notar que cada parte é um quarto.

O mesmo devemos fazer com outras figuras geométricas até que, a criança chegue a formar conceitos de unidades separadas em dez partes iguais.

O aluno deve saber identificar os inteiros divididos igualmente em suas diversas maneiras.

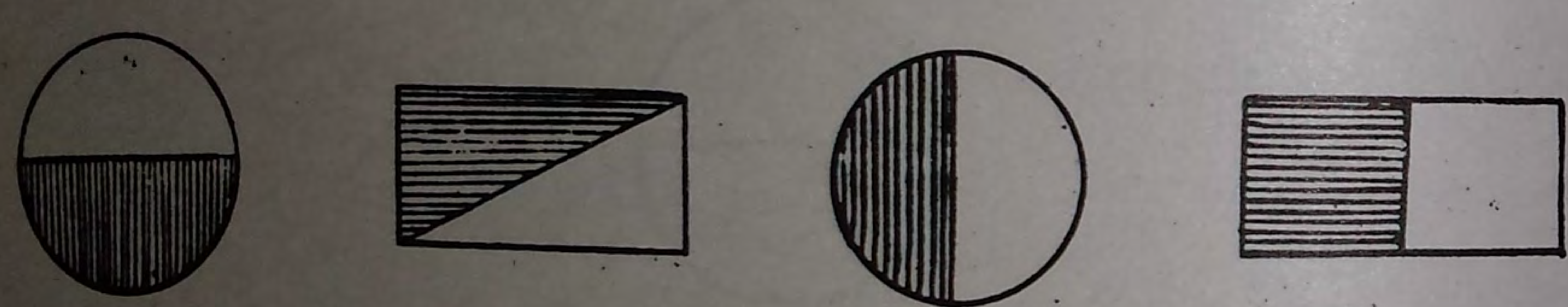
A apresentação de várias figuras, para que indique o que lhe fôr pedido é um ótimo exercício.

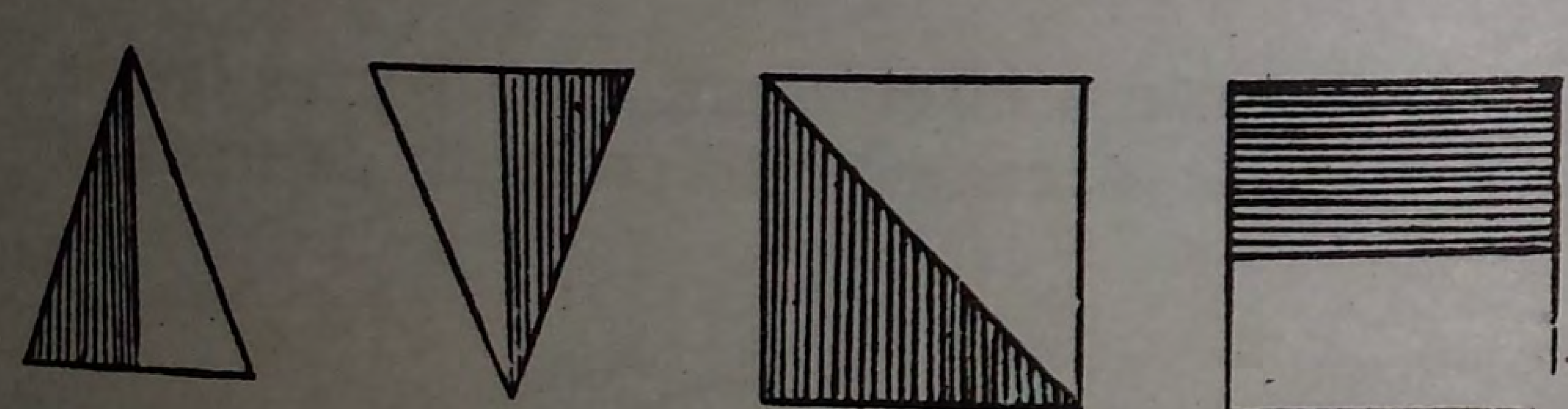
Exemplos:



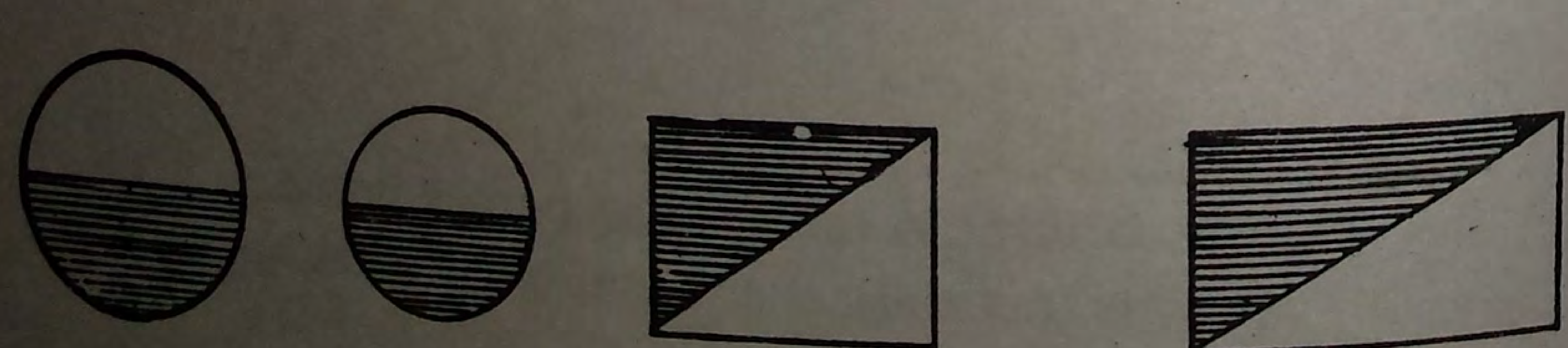
Quais as figuras que foram divididas em metade?

Fazer a criança observar que pode encontrar metade dividindo a unidade de várias maneiras, desde que as partes sejam iguais.



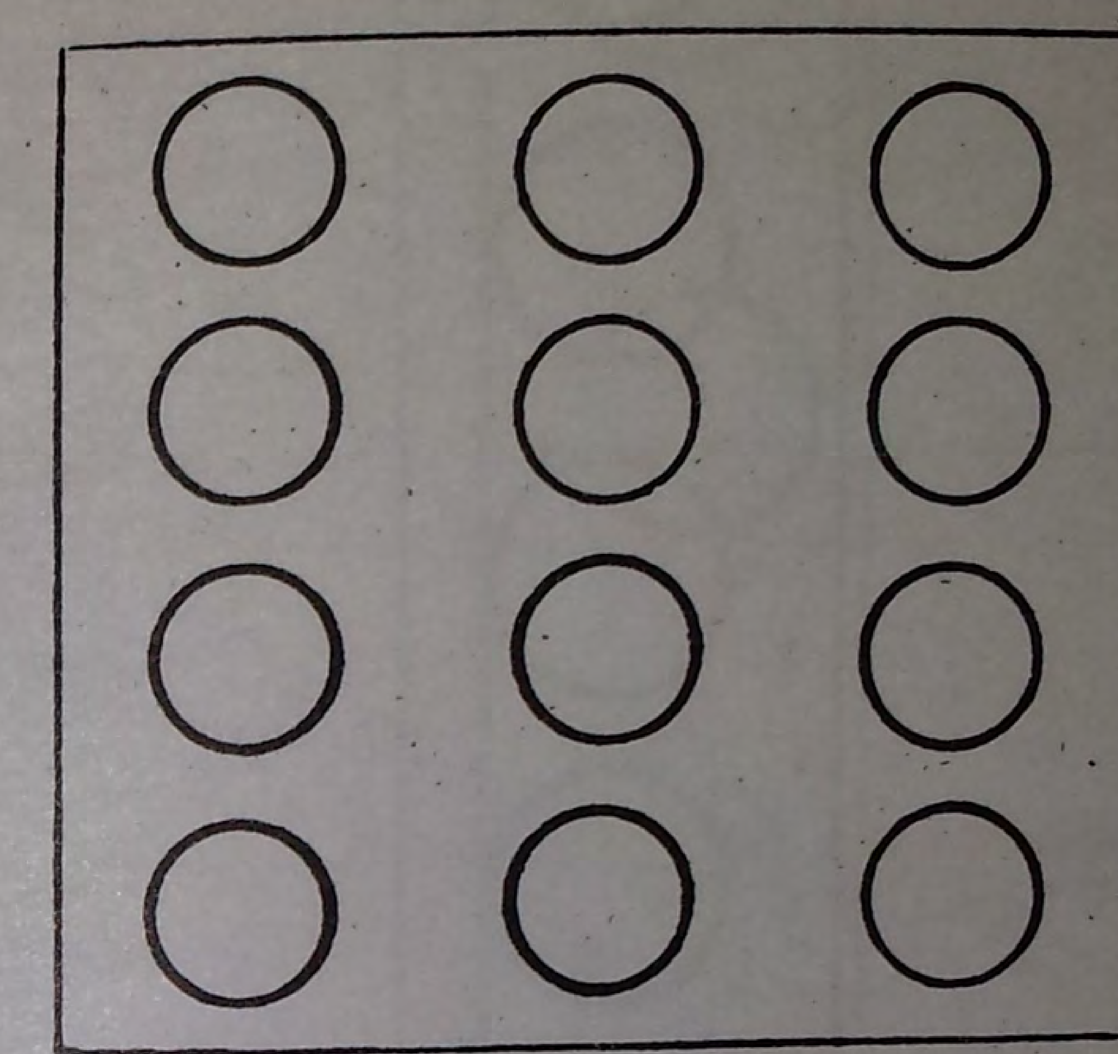


É importante que o professor encaminhe a criança de modo a notar que: — O tamanho da metade depende do tamanho do inteiro.

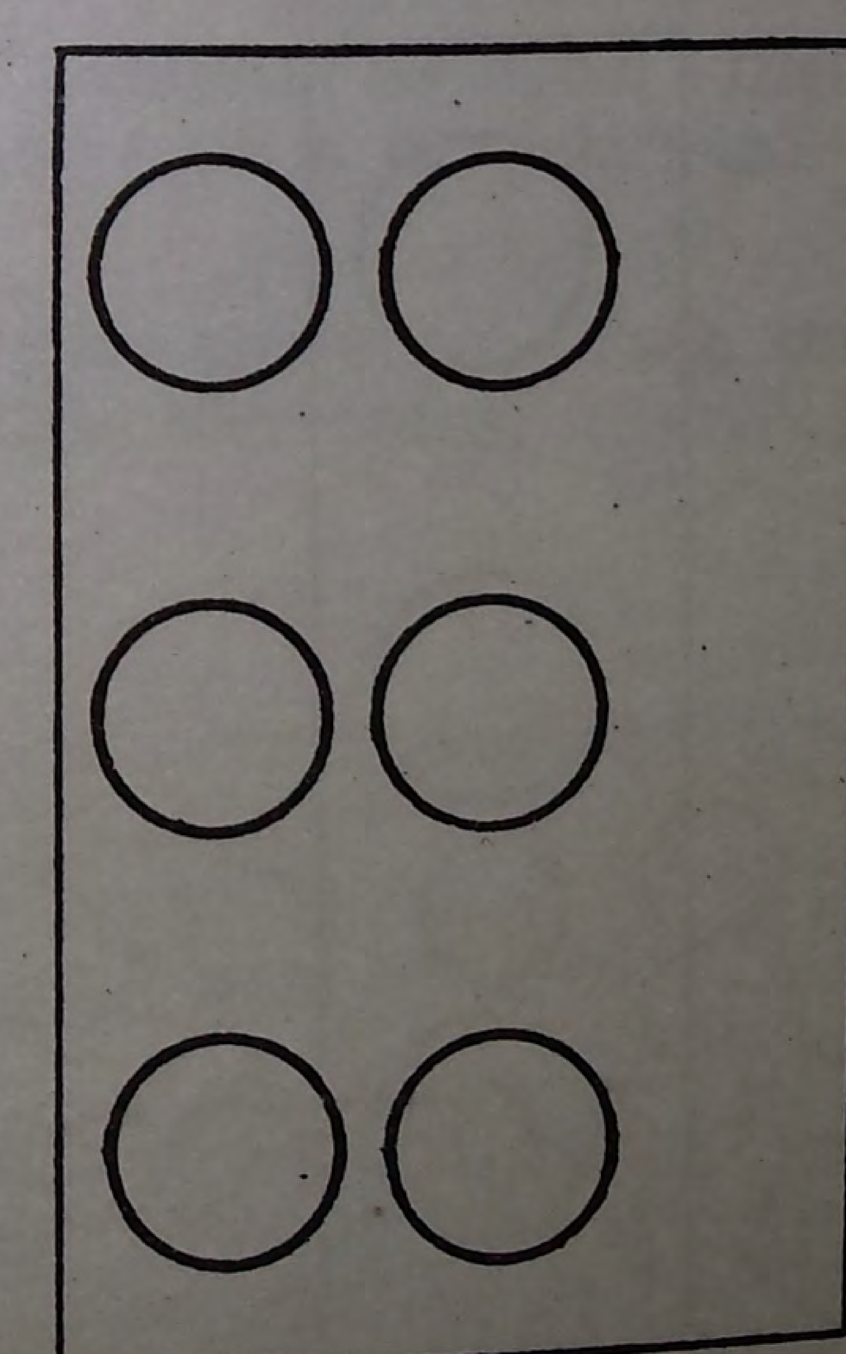


Introduzir do mesmo modo as noções de quartos, quintos, sextos, sétimos, oitavos, nonos e décimos.

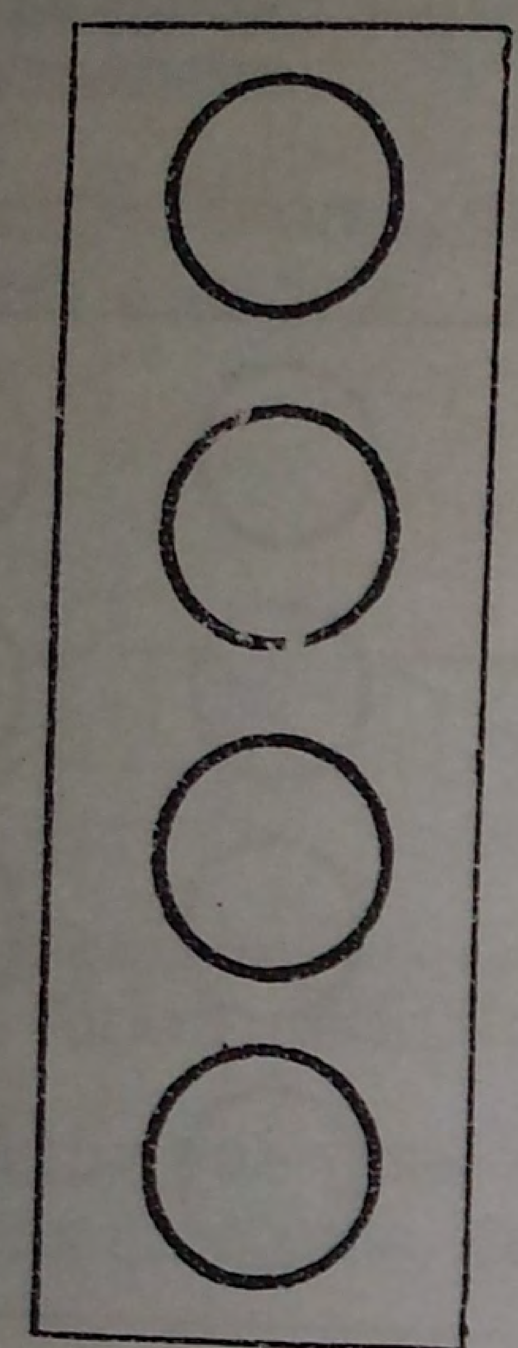
Fazer a criança perceber que ela também pode encontrar frações de um conjunto.

A 

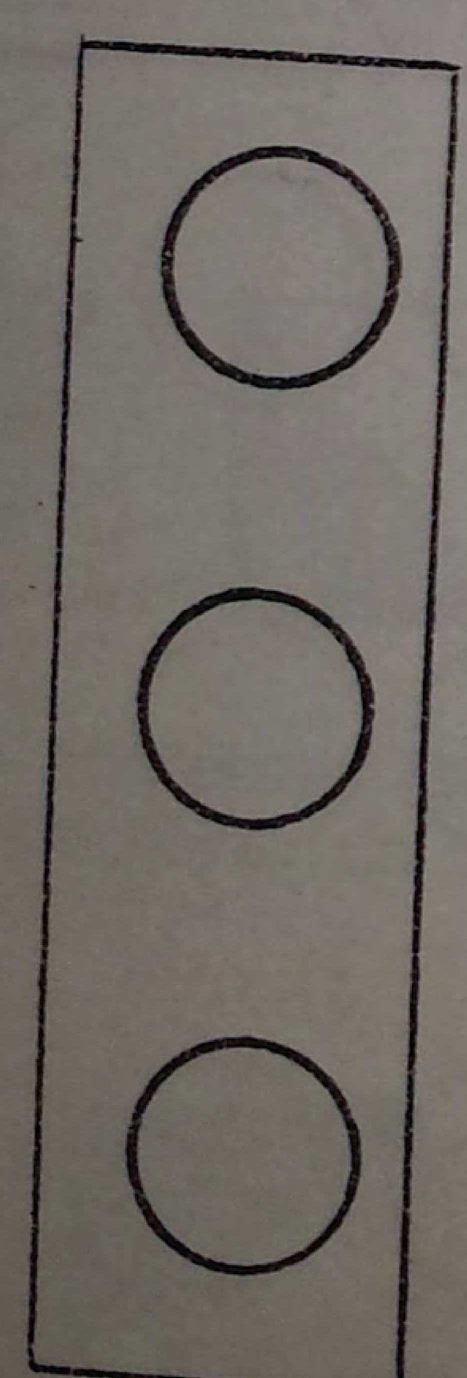
a) Desenhe um conjunto com a metade das bolinhas do conjunto A.



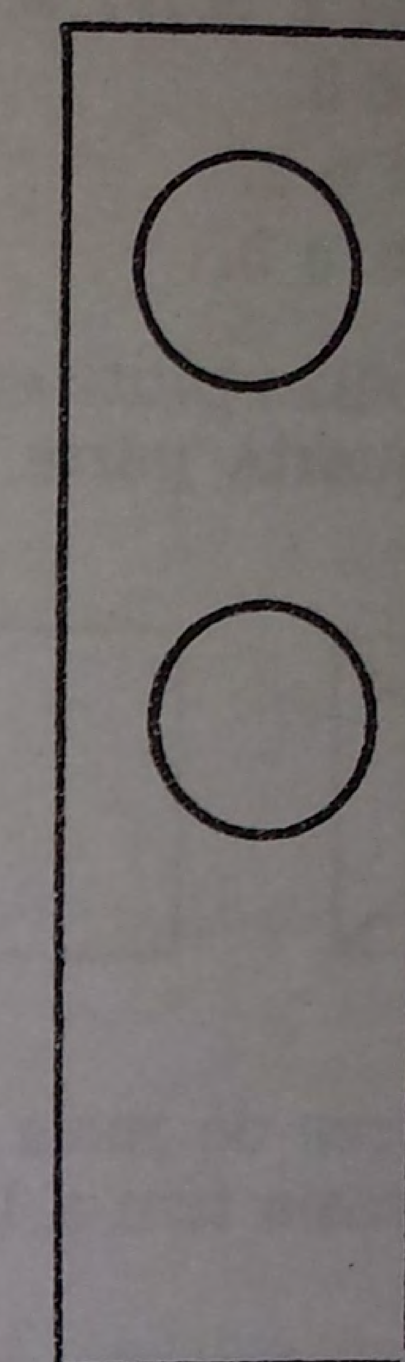
b) Desenhe um conjunto com a têrça parte das bolinhas do conjunto A.



c) Desenhe um conjunto com a quarta parte das bolinhas do conjunto A.



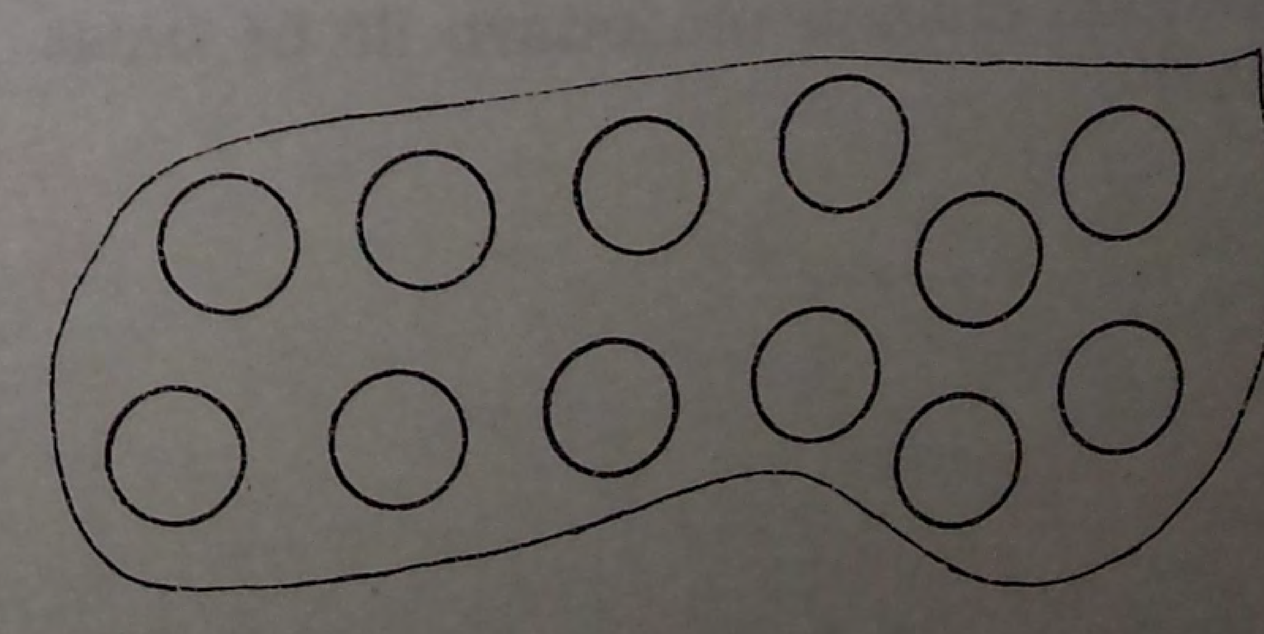
d) Desenhe um conjunto com a sexta parte das bolinhas do conjunto A.



Problemas de Frações:

1 — Papai comprou 36 figos. Distribuiu -nos um têrço e colocou os outros na geladeira. Quantos figos papai distribuiu?

2 — Olhe êste conjunto. Faça um outro que tenha a quarta parte dêste elementos.

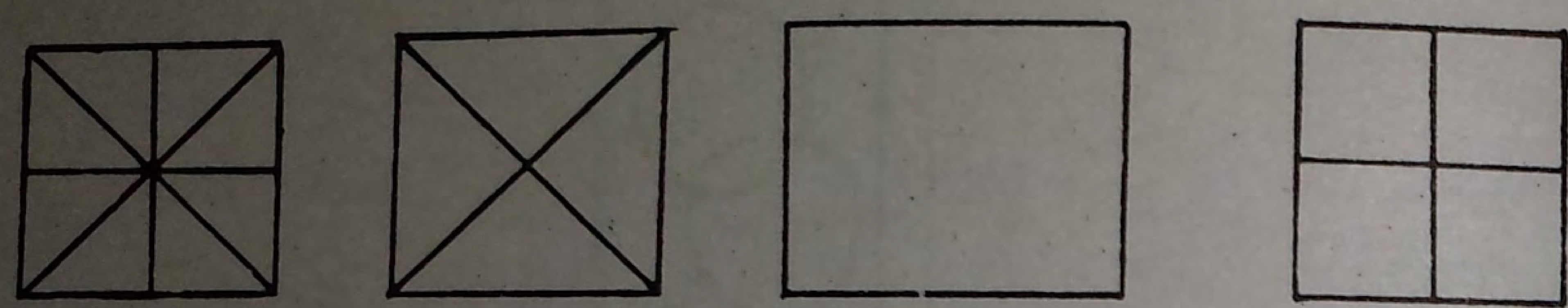


3 — Paulinho foi pescar e trouxe 30 peixes. Um décimo dêles eram lambaris. Quantos lambaris êle pescou?

4 — Escreva "F" ou "V".

Um quarto de 20 é igual a 5.
Um nono de 27 é 8.
Um oitavo de 64 é 8.
Um sétimo de 21 é 3.

5 — Nos desenhos abaixo pinte em vermelho a parte que estiver representando a quarta parte.



6 — Zélia tem 12 pares de meia e sua irmã tem a metade. Quantos pares de meia tem a irmã de Zélia?

7 — Colhi 42 rosas e coloquei a sétima parte delas num vaso. Quantas rosas tem no vaso?

8 — Um avicultor comprou 81 pintinhos. Verificou que a nona parte dêles eram brancos. Quantos pintinhos brancos êle tem?

9 — Uma laranja tinha 20 gomos. Lúcia chupou a quinta parte dêles. Quantos gomos ela chupou?

10 — Paulo comeu um sétimo de um queijo e Maria comeu um sexto. Quem comeu maior parte? Faça um desenho e verifique.

11 — Joaquim chupou um oitavo de 64 balas. Quantas balas êle chupou?

Geometría

GEOMETRIA.

FORMAS ESFÉRICAS — CÚBICAS — CILÍNDRICAS

O CUBO O QUADRADO

Depois de uma revisão cuidadosa das formas esféricas, cúbicas e cilíndricas, já estudadas no 1.º ano por meio de muitos exercícios, para melhor fixação das noções adquiridas, podemos passar ao estudo de algumas figuras geométricas.

Certo é que, a geometria está presente em todo lugar. Fácil, portanto é ao professor levar o aluno a observar as superfícies dos objetos de uso diário como: caneta, lápis, borracha, estôjo, cabo de vassoura, rôlo de macarrão, dados, e mais uma infinidade de objetos com os quais o aluno mantém contato direto.

Pela observação, a criança vai notar, que a parte externa dos objetos apresenta-se, ora plana, ora curva e aprenderá que há superfícies planas e curvas.

Observando e tomando conhecimento direto com o que veem, a aprendizagem é rápida e eficiente.

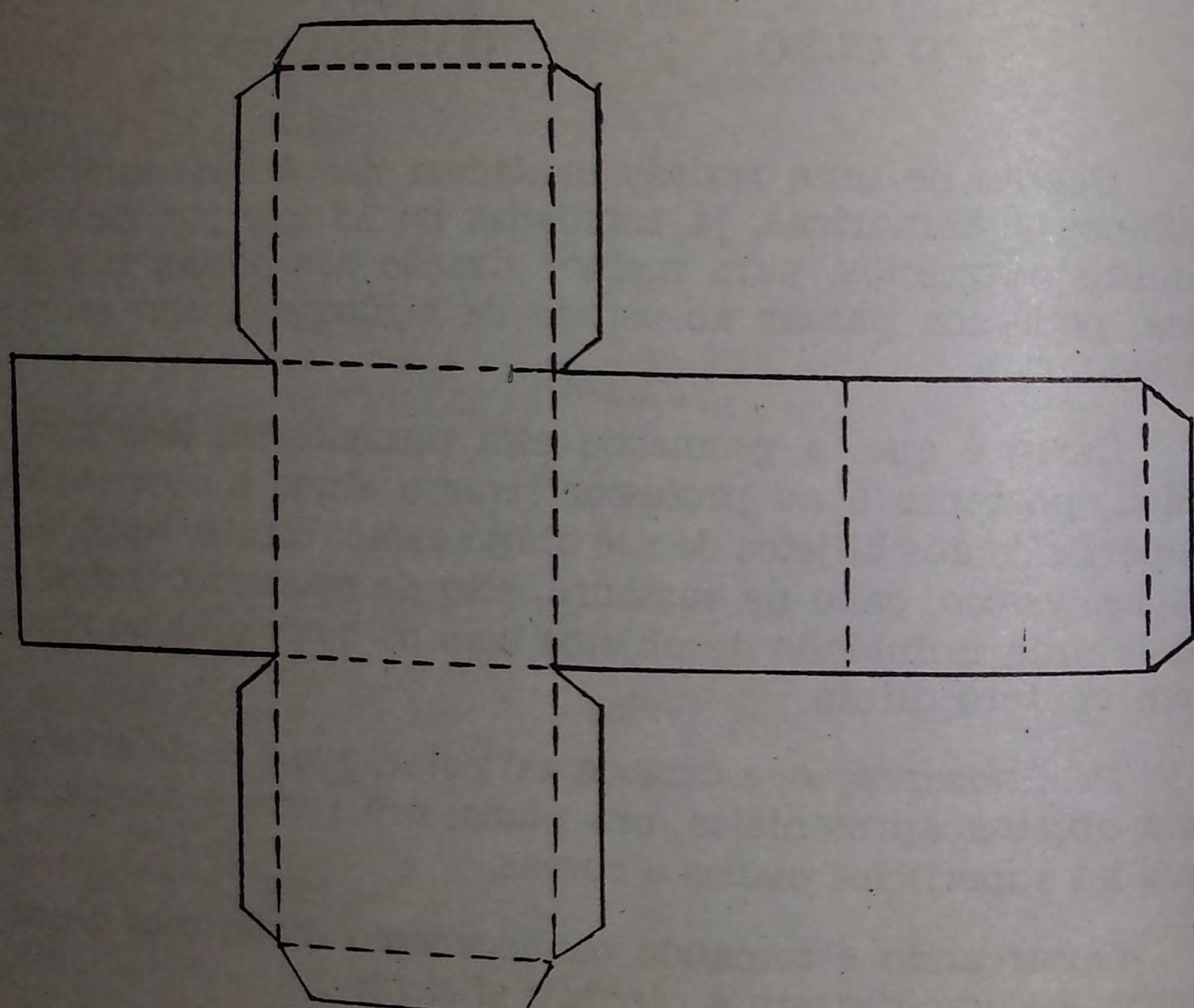
O desenho e a construção de sólidos geométricos são atividades preponderantes no ensino da geometria.

A criança, antes mesmo de vir à escola, já brinca com cubos. Tornaremos a aula mais atraente, fazendo dela um brinquedo, construindo cubos e enfeitando suas faces com desenhos coloridos, recortados pelas próprias crianças. Só assim estarão aptas a estudar o quadrado, pois, além de o ver, já o construiu.

O cubo, que tanto encanta a criança, é um ótimo auxiliar, às primeiras noções do ensino do quadrado. Na construção, o professor deve ter cuidado de examinar que as faces sejam figuras de lados equivalentes e de superfícies planas.

Com habilidade, o professor levará o aluno a observar que, tôdas as faces têm a mesma forma e poderá dizer-lhe que, tôdas as figuras com aquela forma são chamadas **quadrados.**

PLANIFICAÇÃO DO CUBO



Modo de armar:

a) Recortar pelas bordas.
b) Dobrar pelas linhas vincadas.
c) Colar, tendo o cuidado de usar a cola sòmente nos rebordos.
d) Ornamentar as faces (quadrados) com desenhos coloridos ou decalcomania.

A construção do cubo faz parte de trabalhos manuais e permite uma série de exercícios de observação como:

— contar as faces ou quadradinhos.

— contar os vértices. (ponto de intersecção dos lados).

— contar as arestas.

— observar que tôdas as faces têm o mesmo tamanho e feitio.

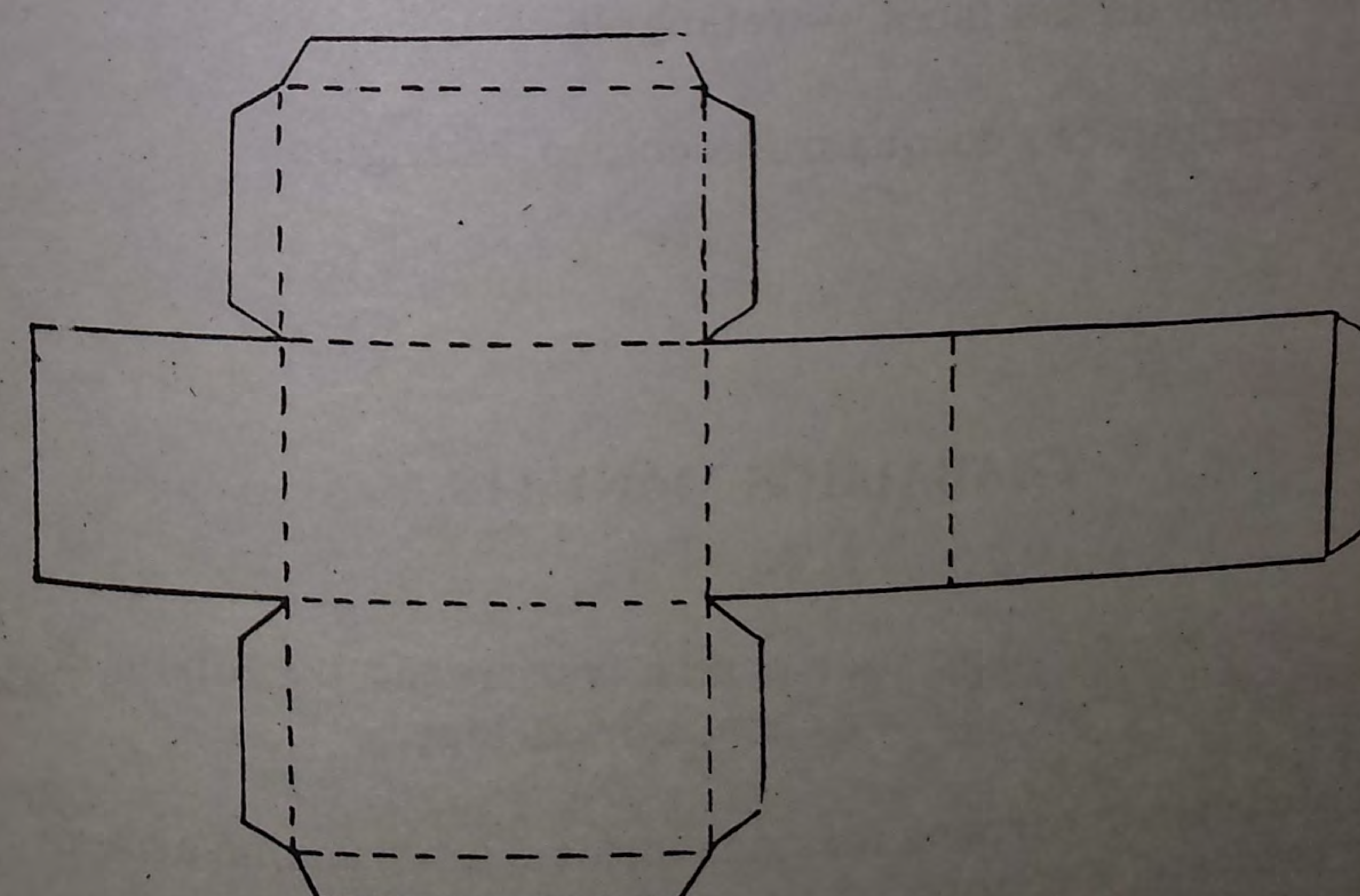
— fazer o aluno desenhar uma face do cubo.

— fazer o aluno construir uma face do cubo em cartolina.

O PARALELEPÍPEDO — O RETANGULO

Como construiu o cubo e encantada como está com o fruto de seu trabalho, a criança vai construir o paralelepípedo e procura enfeitar as suas faces com o que de mais belo lhe parece, embora, nós os adultos muitas vêzes não estejamos de acôrdo com a sua concepção de belo.

PLANIFICAÇÃO DO PARALELEPÍPEDO.



Modo de armar:

a) recortar pelas bordas.

b) dobrar pelas linhas vincadas.

c) colar, tendo o cuidado de usar a cola sòmente nos rebordos.

d) Ornamentar as faces com desenhos coloridos ou decalcomanias.

A construção do paralelepípedo nos leva a uma série de exercícios.

— contar as faces e observar que no paralelepípedo construído, duas faces são quadrados e as outras quatro faces apresentam a forma e tamanhos diferentes.

— contar os vértices e arestas.

— estudo das faces — são planas — dois quadrados — quatro faces apresentam os lados equivalentes, dois a dois.

— nome dessas faces — **retângulo.**

— comparação do quadrado com o retângulo.

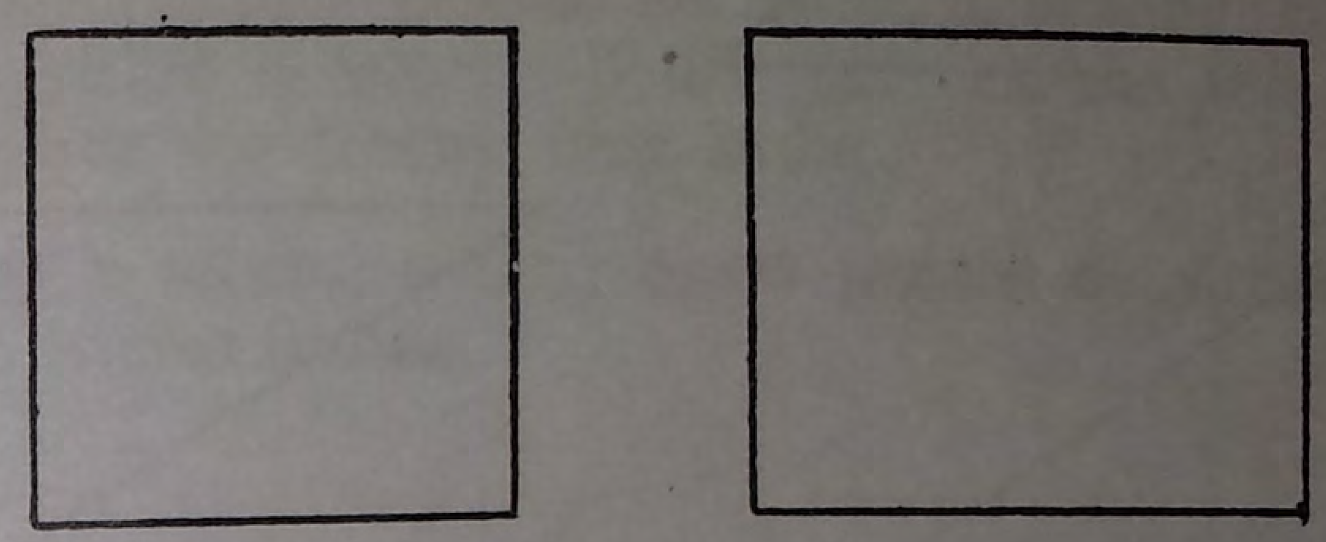
TRABALHOS MANUAIS.

O professor poderá usar para a construção do cubo e do paralelepípedo além da cartolina, a modelagem.

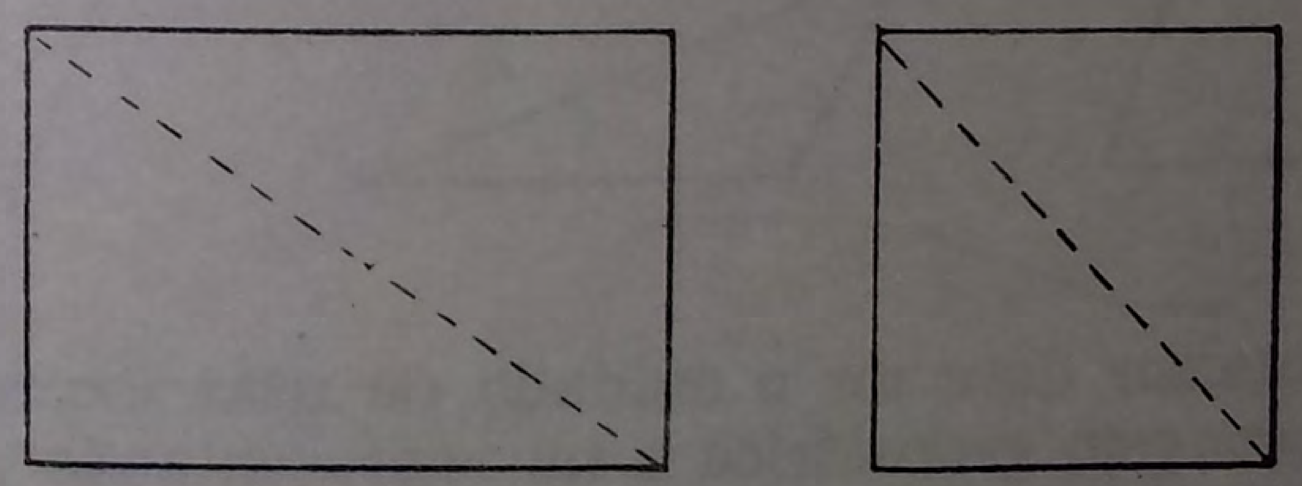
Modelar em barro ou massa colorida é um trabalho atraente e agradável à criança.

TRIÂNGULO.

Para introduzir noções de triângulos, mandar desenhar e recortar quadrados e retângulos em cartolina.



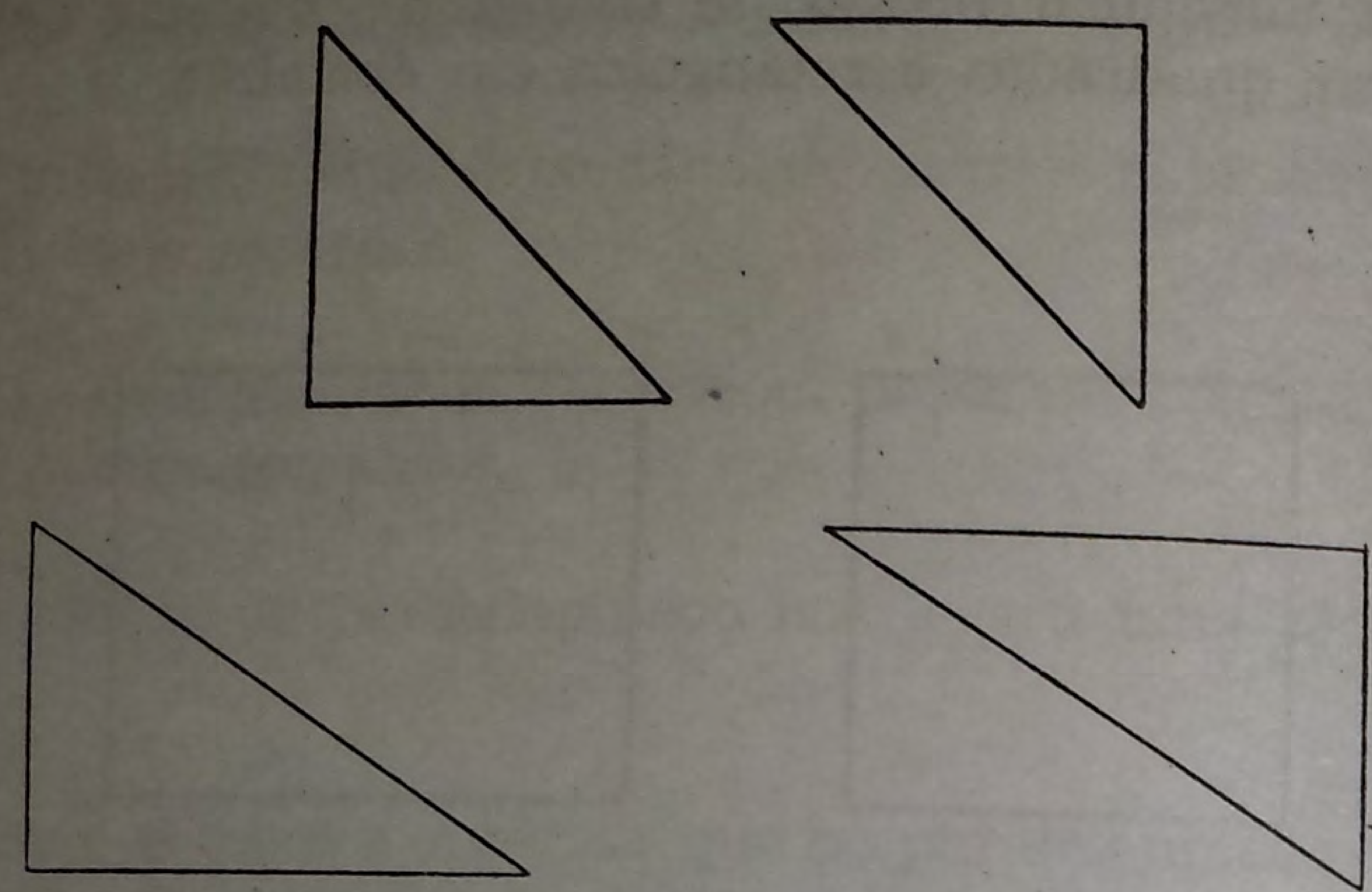
Com um linha pontilhada mandar unir os vértices opostos.



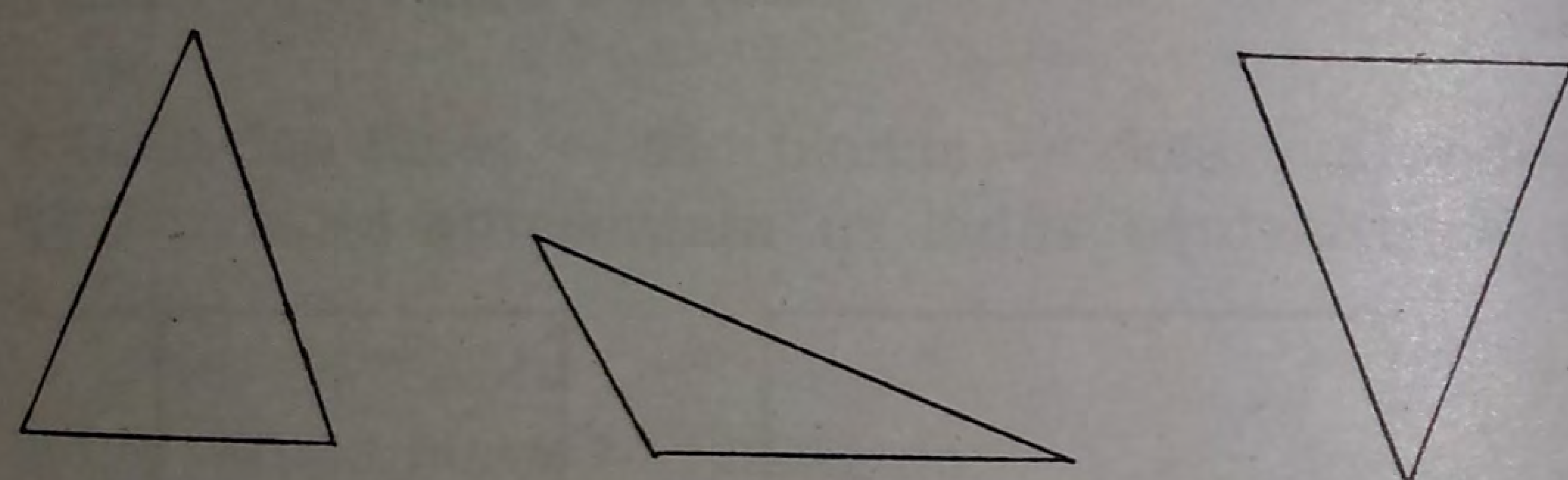
Cortar na linha pontilhada e fazer a criança observar que construiu com um quadrado, duas figuras congruentes com lados e ângulos **equivalentes.**

O têrmo **congruente**, parece de início difícil; mas, note o colega que paralelepípedo é um vocábulo mais esquisito e, no entanto, as crianças acostumadas a êle, o usam fàcilmente, por lhe ser familiar. Importante é fazer uso de têrmos exatos para que mais tarde o aluno não venha a sofrer por desconhecê-los ou pior ainda por usá-los errôneamente.

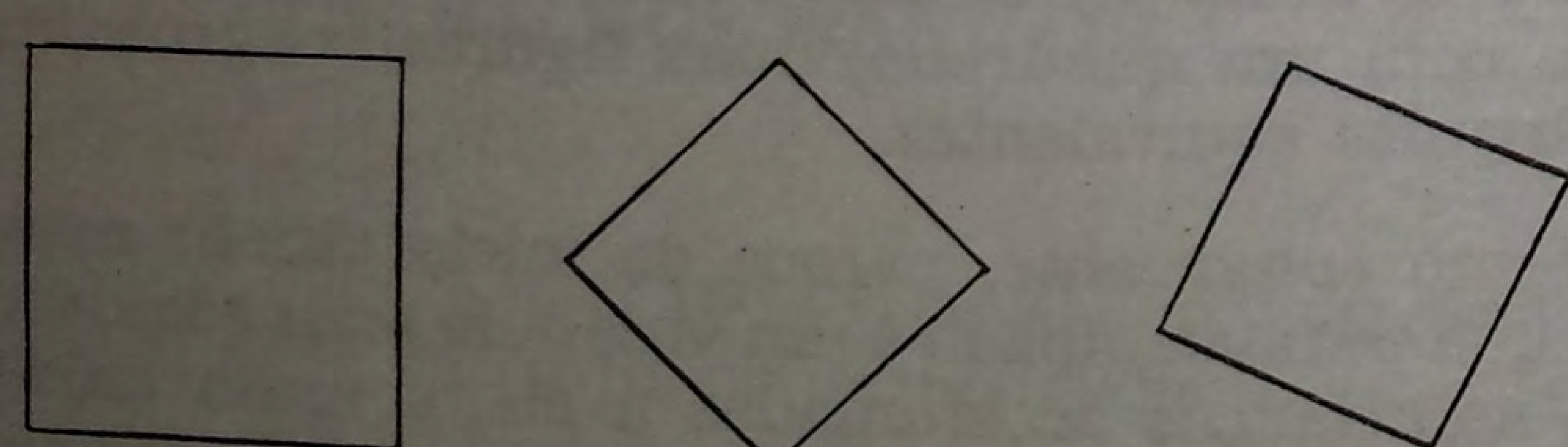
Com o retângulo, também, conseguiu, formar duas figuras congruentes. **Essas figuras têm três lados e chamam-se triângulos.**



Tôdas as figuras formadas por três lados são triângulos



O professor deve ter o cuidado de usar expressões exatas na linguagem geométrica e na representação gráfica dos sólidos e figuras. É conveniente levar o aluno a colocar o modêlo do quadrado que fêz, em diversas posições para bem o conhecer.



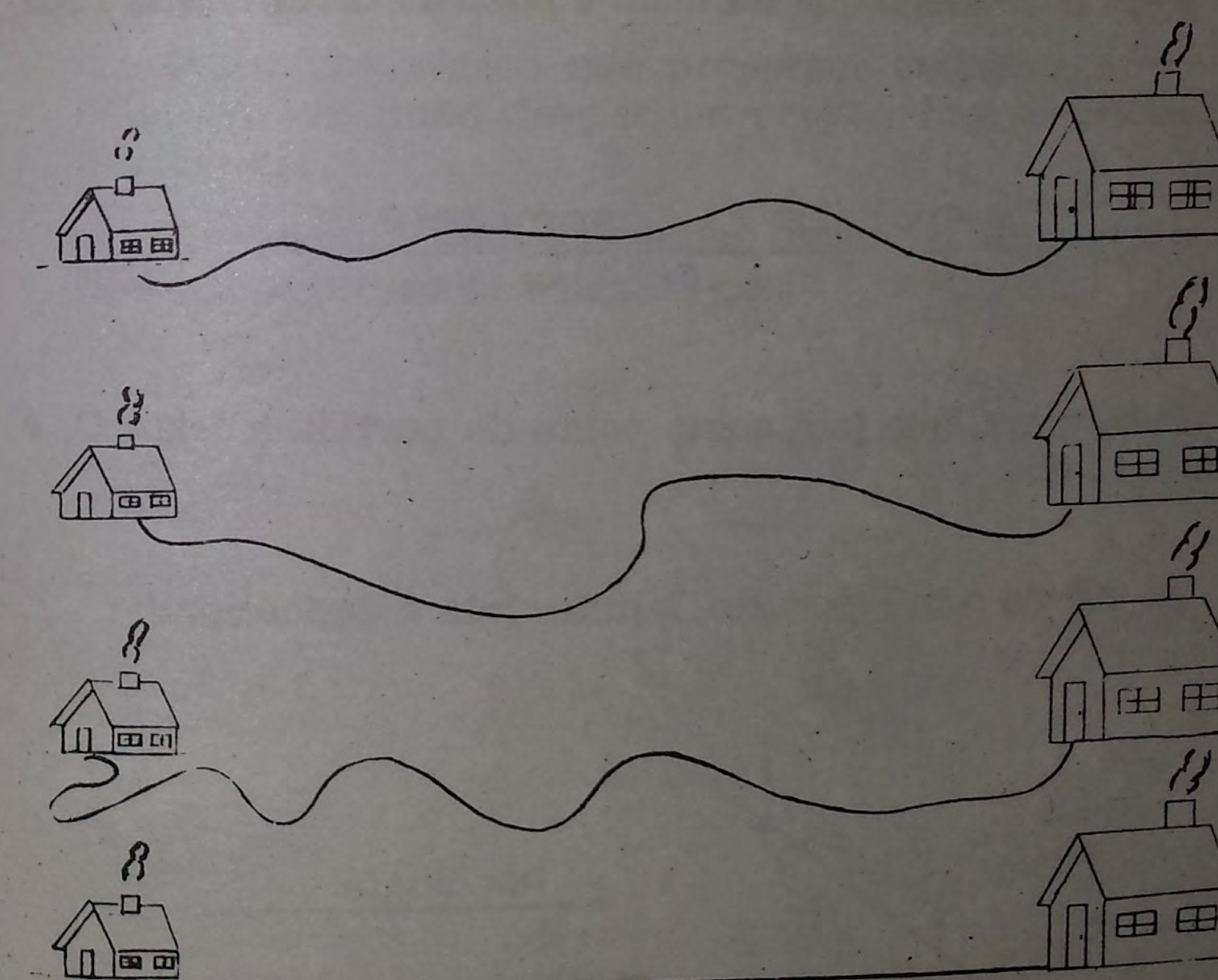
O mesmo deve ser feito com outras figuras geométricas.

PONTO LINHAS.

O conceito de ponto e linha é intuitivo. Apresentando ao aluno, várias manchas na lousa, pedir que êle identifique aquela que mais se assemelhe ao ponto, levando-o a reconhecer que a mancha menor, deixada pelo giz é a que reproduz melhor o **ponto.**

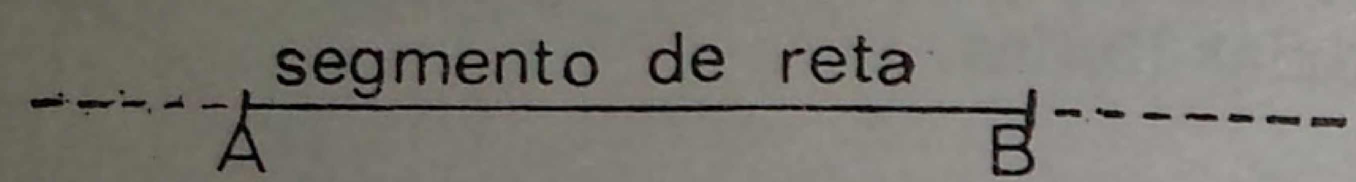
Marcando dois pontos na lousa, indicando um, a casa do aluno, e outro a escola, pedir que desenhe **um caminho**, e dizer-lhe que êle traçou uma **linha.**

Levar o aluno, a unir êsses pontos de várias maneiras, traçando várias linhas.

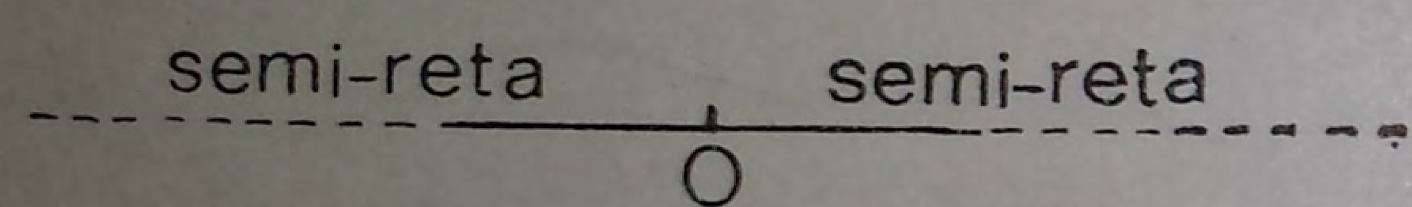


Dizer-lhe que, ao unir dois pontos, por meio de uma linha, de qualquer maneira que o faça, essas linhas chamam-se **linhas curvas** e que quando o aluno unir, os dois pontos usando o caminho mais curto, êle traça uma linha curva, mas uma linha curva especial, e, por ser muito importante, recebe o nome de **linha reta.**

A linha reta é um conjunto de infinitos pontos. Não tem princípio nem fim, sempre pode ser prolongada. Quando nela marco dois pontos, assinalando uma parte tenho um **segmento de reta.**

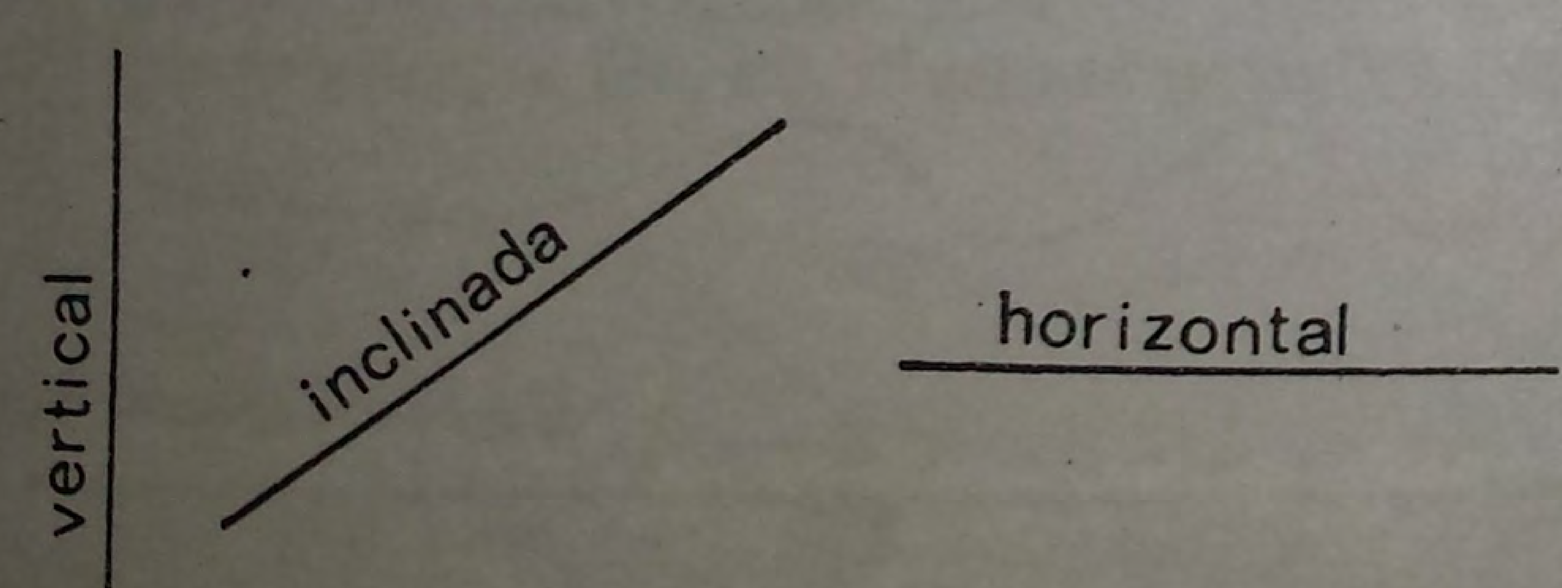


Mostrar ao aluno que também é possível dividir uma reta ao meio.



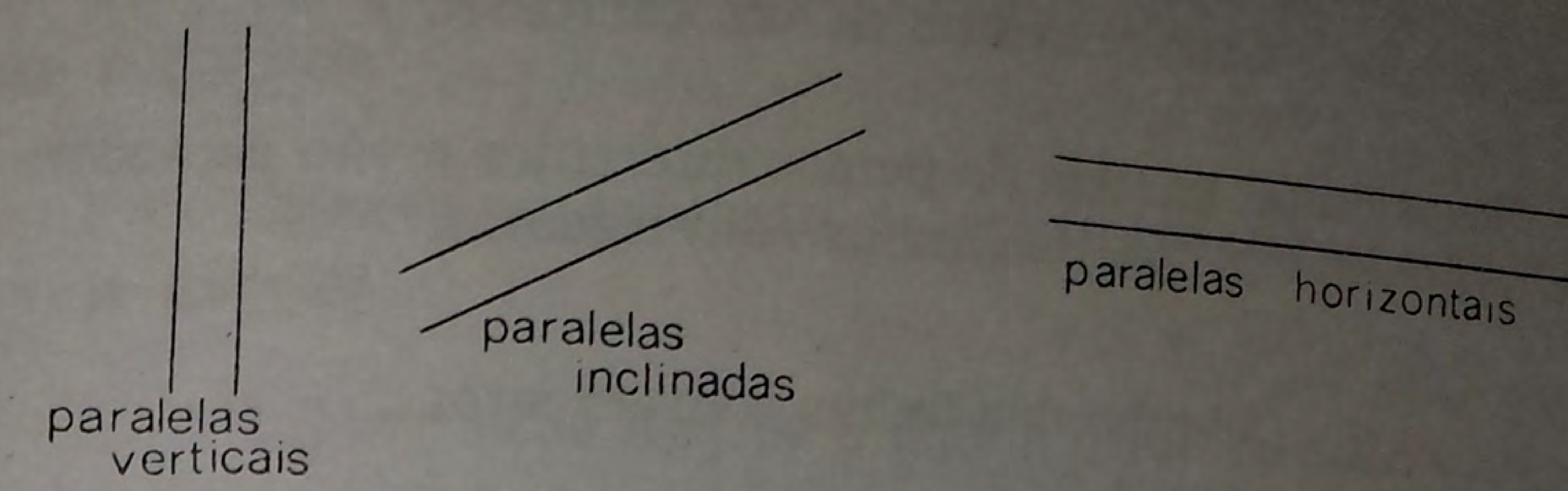
Cada parte, que tem como ponto de partida a letra O, é uma semi-reta.

De acôrdo com a posição, a linha reta é denominada:



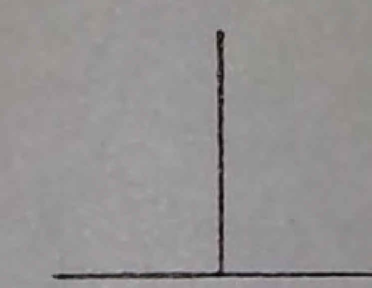
Devem ser mostrados exemplos nos traços das linhas das janelas, das portas, dos canteiros do jardim, etc.

Duas retas que sempre conservam a mesma distância, na sua separação são as paralelas. (consideradas no mesmo plano).



Exemplos de paralelas: as ruas, os trilhos de estrada de ferro.

Uma reta vertical que encontra outra horizontal é uma **perpendicular.**



Pedir aos alunos que procurem exemplos de perpendiculares. Ao aluno deve-se-lhe proporcionar o prazer da redescoberta.

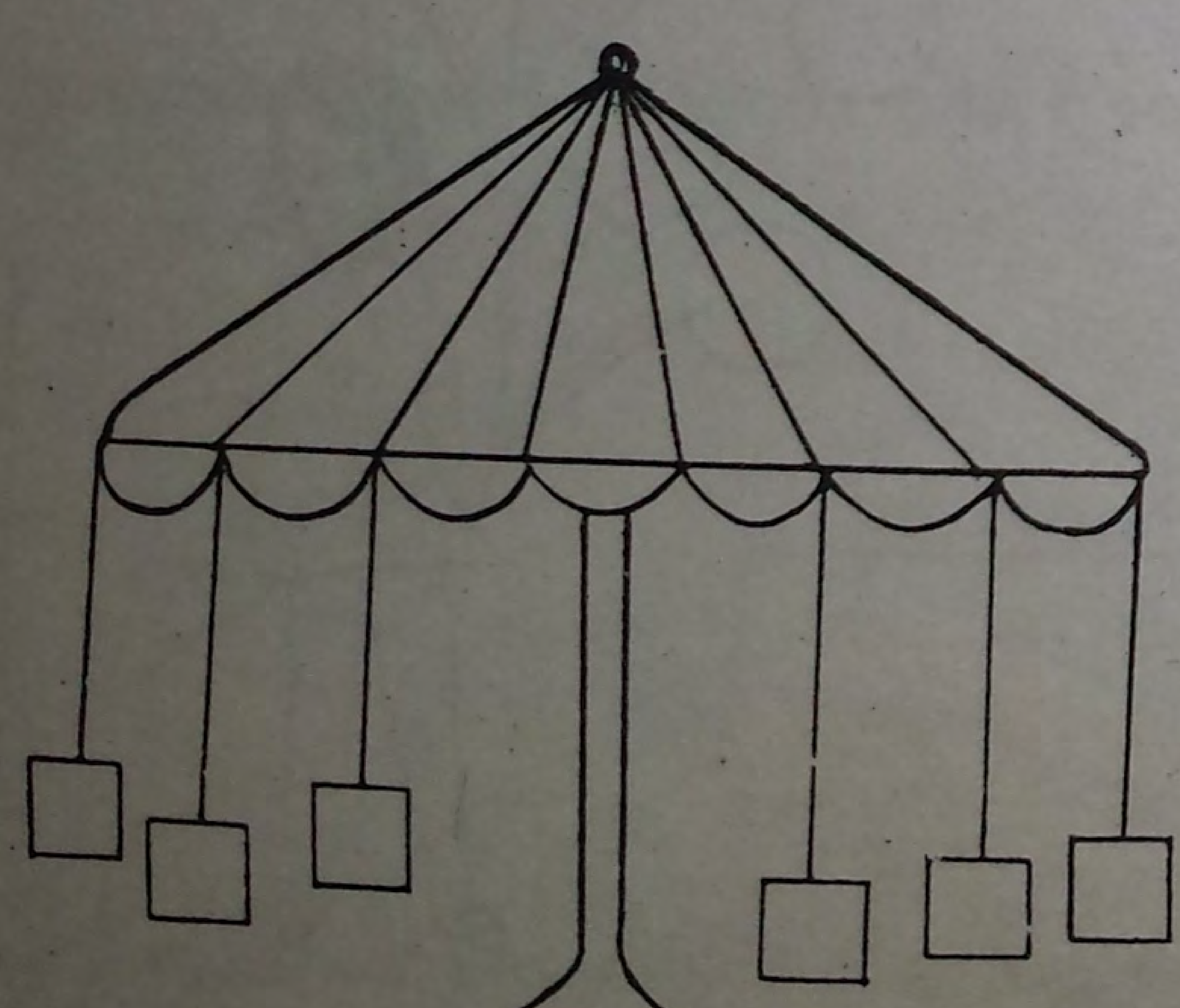
Apresentar tipos de linhas, como as conservadas pelos fios que seguram as bolas de gás.

Essas linhas partem do mesmo ponto. São as **divergentes.**

Apresentar tipos de linhas, como as formadas pelas varetas de um guarda-chuva ou de um carrossel.

Essas linhas partem de pontos diferentes e vão se encontrar no mesmo ponto. São linhas **convergentes.**

Desenho das linhas convergentes

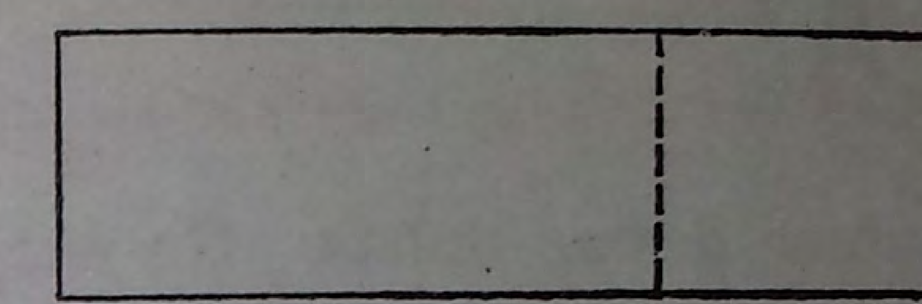


ATIVIDADES

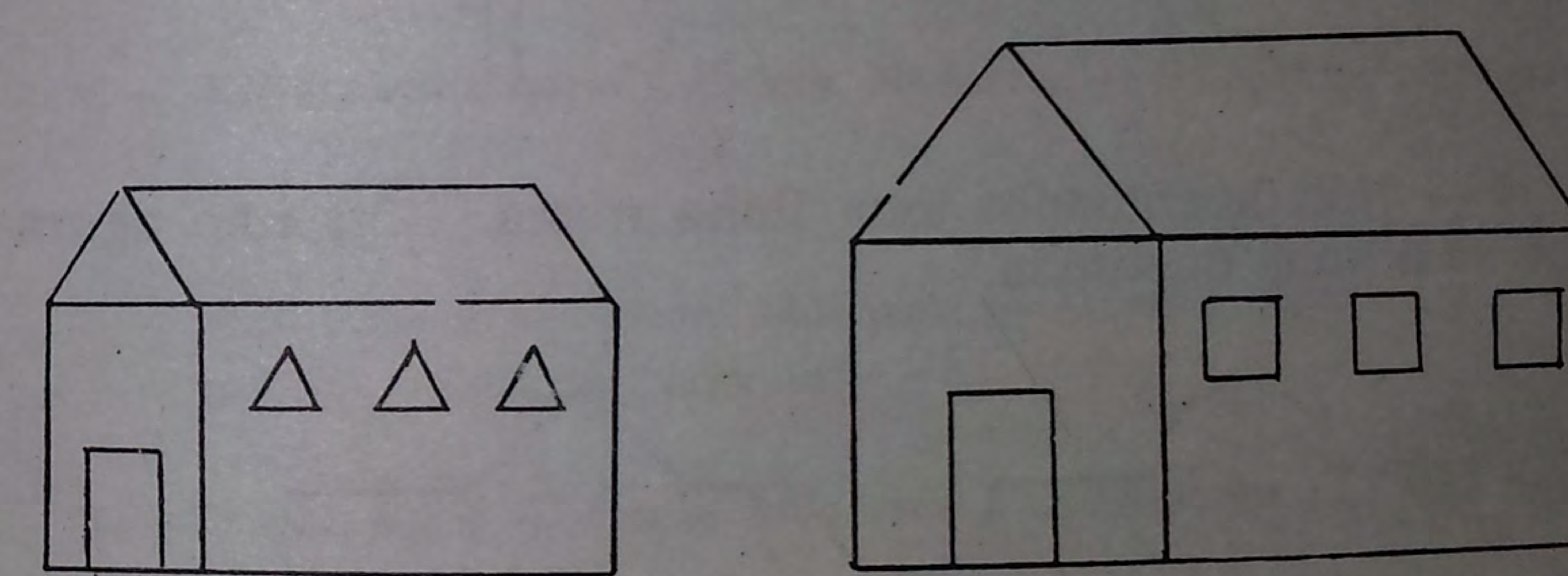
1 — Complete: O dado tem superfície plana; a laranja tem superfície . . . .

2 — Escreva um conjunto de três frutas que apresente a forma esférica.

3 — Separe estas figuras e diga o nome de cada uma.

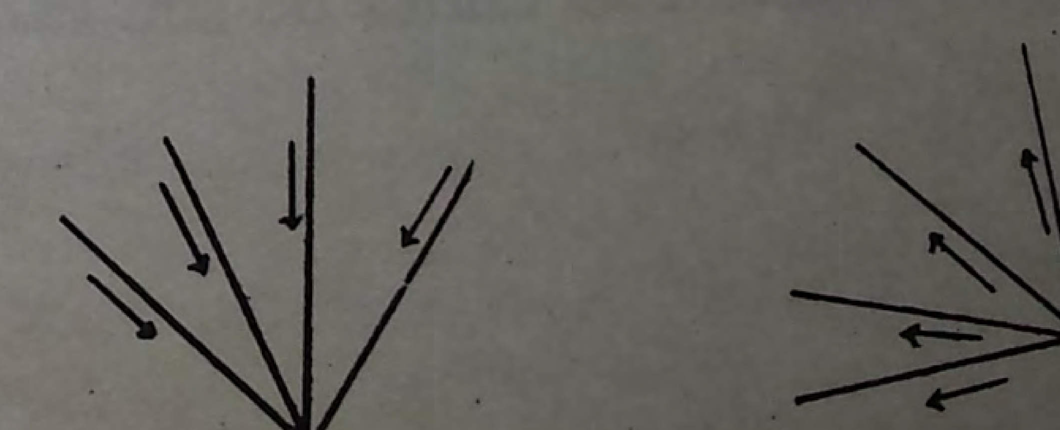


4 — No desenho abaixo pinte os triângulos de verde, os quadrados de amarelo e os retângulos de azul.

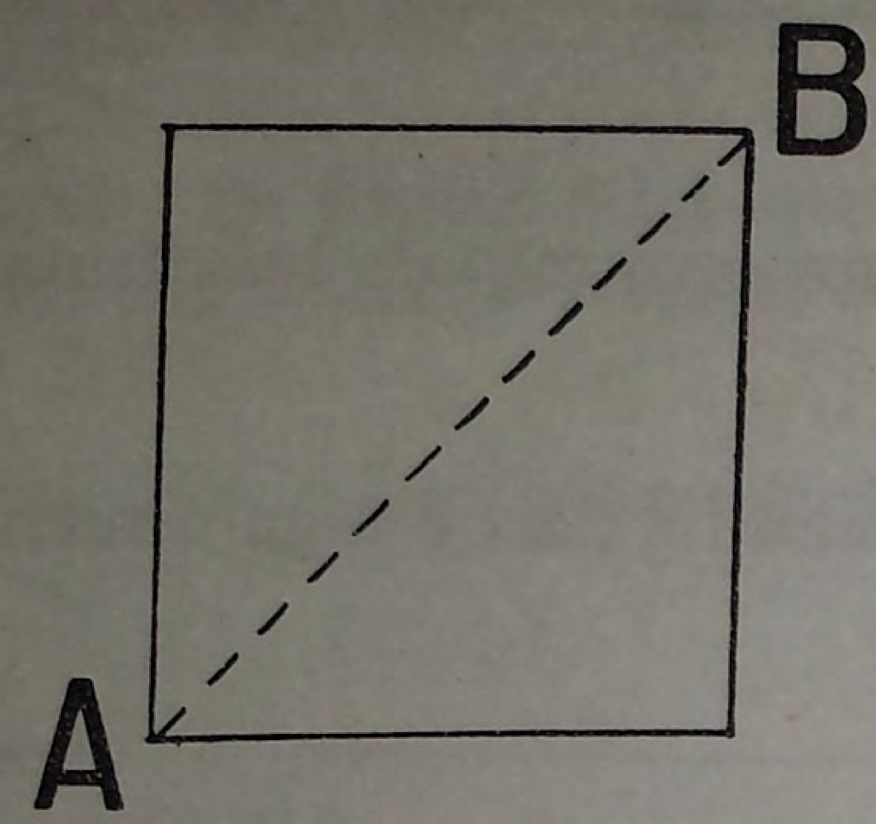


5 — A parte verde da nossa bandeira representa um . . . .

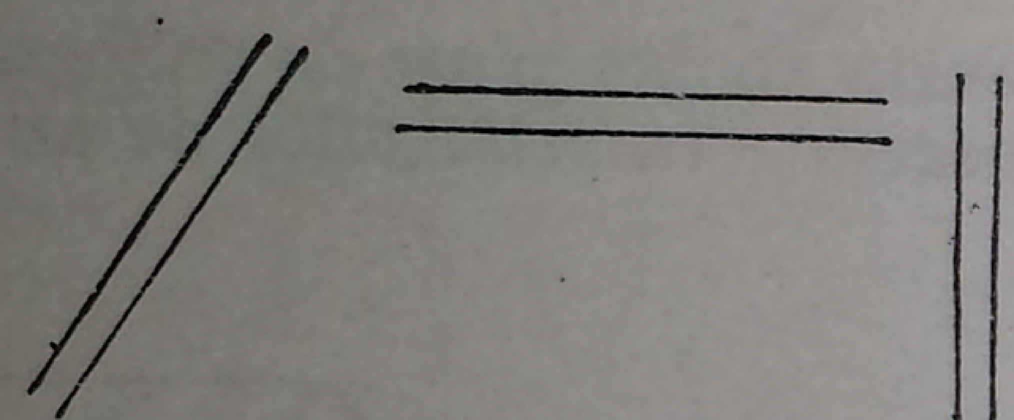
6 — Diga o nome destas linhas. Você conhece algum objeto em que elas estejam representadas? Desenhe-o.



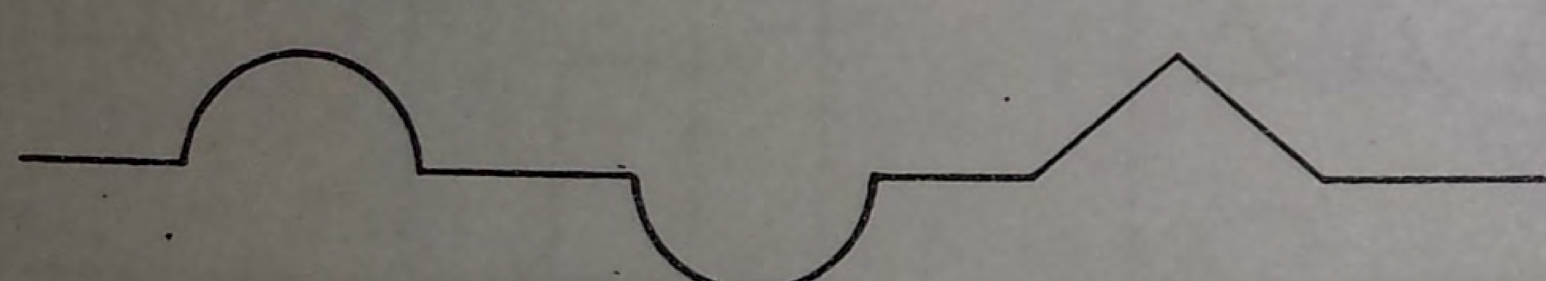
7 — No desenho abaixo ligue o ponto A ao ponto B. Quantas figuras você formou? Qual o nome delas?



8 — Diga o nome destas linhas. Na sua classe existem linhas dêsse tipo?



9 — Nós desenhamos uma linha mista. Desenhe agora você uma linha quebrada.



10 — Quantos retângulos você conta num paralelepípedo?

11 — Faça um cubo de cartolina com 3 cm de aresta (lado do quadrado).

12 — Como se chamam as linhas de seu caderno de linguagem?

BIBLIOGRAFIA

1 — **Matemática, Metodologia e Complementos para professôres primários** — Ruy Madsen Barbosa I, II e III volume.

2 — **Metodologia da Matemática** — Irene de Albuquerque.

3 — **Matemática na Escola Primária Moderna** — Norma Cunha Osório e Rizza de Araújo Pôrto.

4 — **Matemática na Escola Elementar** — I N E P

5 — **Algebra y Geometria para la Escuela Primária** — Dr. C. Gateño.

6 — **Matemática para a Escola Moderna** — Scipione Di Pierro Neto — I B E P.

7 — **Matemática — Curso Moderno** — Osvaldo Sangiorgi — Volume I — Editôra Nacional.

8 — **Matemática — Curso Moderno** — A. Bôscolo e B. Castrucci — F.T.D.

9 — **Matemática Moderna para o ensino secundário** G. E. E. M. — Publicação n.º 1 — Série Professor.

10 — **Mathématiques Modernes — Enseignement Elémentaire** — Lucienne Felix.

11 — **Initiation a la Géometrie** — Dunod — Paris — Lucienne Felix.

12 — **Nosso Universo Maravilhoso** — Livraria "El Ateneo"

13 — **Metodologia do Ensino Primário** — Amaral Fontoura.

14 — **A Pedagogia das Matemáticas** — André Fouché.

15 — **Apostilas de Lógica Matemática** — Osvaldo Sangiorgi.

16 — **Didática da Matemática** — Profª. Maria Ednée de Andrades Jacques da Silva.

17 — **Elementos da Teoria dos Conjuntos** — Benedito Castrucci.

18 — **Curso de Desenho para a 2.ª Série Ginasial** — José de Arruda Penteado.

19 — **Matemática na Escola Primária** — M.E.C.

20 — **Matemática** — Ary Quintella — 1.ª Série.

21 — **Enciclopédia Prática Jackson** — Volume X (Matemáticas).

22 — **Mathématiques Moderne** — Papy.

23 — **O Ensino da Aritmética pela Compreensão** — Foster E. Grossnickler e Leo J. Brueckner.

ÍNDICE