

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC**  
**CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO - CSE**  
**DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

**ISRAEL ALFREDSSON ANIJAR**

Comparação do poder explicativo dos modelos CAPM e Fama-French no mercado de ações  
brasileiro

Florianópolis, 2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC**  
**CENTRO SÓCIO-ECONÔMICO DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES**  
**INTERNACIONAIS CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS**  
**DISCIPLINA: MONOGRAFIA - CNM 5420**

Comparação do poder explicativo dos modelos CAPM e Fama-French no mercado de ações brasileiro

**Aluno (a): Israel Alfredsson Anijar**

**Assinatura:**

**Matrícula: 11101819**

**Orientador: Prof. Guilherme V. Moura**

**De acordo:**

Florianópolis, 2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

Comparação do poder explicativo dos modelos CAPM e Fama-French no mercado de ações brasileiro

Monografia apresentada como requisito obrigatório para a obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas pela Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC.

Aluno: Israel A. Anijar

Orientador: Professor Dr. Guilherme Valle Moura

FLORIANÓPOLIS, 2015

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

A banca examinadora resolveu atribuir a nota 9,0 ao aluno Israel Alfredsson Anijar na disciplina CNM 5420 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Área de concentração: Economia.

Data de aprovação: 03/12/2015

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura  
Orientador

---

Prof. Dr. André Alves Portela  
Membro

---

Prof. Dr. Jaylson Jair da Silveira  
Membro

FLORIANÓPOLIS, 2015

## RESUMO

Esse estudo busca comparar dois dos modelos de precificação de ativos e verificar qual deles melhor explica os retornos das ações da bolsa de valores brasileira Bovespa no período de 2005-2014. Os modelos avaliados foram o modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), largamente conhecido na área de finanças, e o modelo de três fatores de Fama-French. A diferença entre esses modelos é que o primeiro considera o fator de mercado como o único responsável pela diferença de retorno entre os ativos financeiros enquanto o segundo adiciona dois novos fatores, um relacionado ao valor de mercado e o outro ao índice BE/ME das ações, conhecidos como SMB (*small-minus-big*) e HML (*high-minus-low*), respectivamente. Os resultados encontrados demonstraram que existe uma superioridade de explicação no modelo de três fatores Fama-French quando comparado ao modelo CAPM.

**Palavras-chave:** Modelo CAPM. Modelo de três fatores de Fama-French. Valor de mercado. Índice BE/ME.

## ABSTRACT

This study seeks to compare two of the asset pricing models and verify which one of them better explains the returns of the financial assets in the Brazilian stock market Bovespa in the 2005-2014 period. The evaluated models are the CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), very well-known in finances, and the Fama-French three-factor model. The difference between these models is that the first considers only the market premium as the responsible for the difference in the returns of the financial assets, while the second adds two more factors, one related to the market value and the other one to the BE/ME index, know as the SMB (*small minus big*) and HML (*high minus low*), respectively. The results show that exists a superiority of explanation in the Fama-French three-factor model when compared to the CAPM

**Keywords:** CAPM model. Fama-French three-factor model. Market Equity. BE/ME index.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de primeiramente agradecer a Deus porque há 5 anos atrás me livrou da depressão, da síndrome do pânico e da morte. Não tenho palavras para descrever a felicidade que tenho de agora estar casado, em paz, cheio de esperança, vida e me formando em Economia. Muito obrigado Jesus!

Agradeço também aos meus pais, Jacob e Ulla Anijar, por todo incentivo, apoio e investimento que fizeram nos meus sonhos. Obrigado por sempre acreditar em mim, mesmo quando eu não acreditava.

Agradeço a minha querida e amada esposa, pois foi minha principal fonte de motivação durante a graduação. Obrigado por sempre me apoiar, me cobrar para estudar e dar o melhor de mim.

Agradeço a minha sogra, Cris e meu sogro, Rogério, por me darem a chacoalhada na medida certa e no momento que precisei. Com certeza foram forte influência para que eu prosseguisse no curso.

Agradeço ao Prof. André Portela por ter sido minha principal fonte de inspiração no curso de Economia. Seus ensinamentos até hoje ficaram gravados na minha mente e seu exemplo de excelência, vou levar para a vida toda.

Por último, mas não menos importante, agradeço ao Prof. Guilherme Moura, meu orientador, por toda a paciência, ensinamentos, atenção e prontidão que teve durante todo o processo de execução deste trabalho. Agradeço por cada segundo dedicado para que eu fizesse um trabalho com qualidade.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Exemplo de FPR com distúrbios estocásticos.....	19
<b>Figura 2:</b> Exemplo da linha de regressão estimada pelo MQO.....	22
<b>Figura 3:</b> Exemplo de caso em que há homocedasticidade. ....	23
<b>Figura 4:</b> Exemplo de caso em que há heterocedasticidade. ....	23
<b>Figura 5:</b> Exemplo de caso em que a heterocedasticidade influencia o resultado das regressões.....	27
<b>Figura 6:</b> Exemplo da reta CML.....	32
<b>Figura 7:</b> Exemplo da SML para o índice Dow Jones (2011-2014).....	34
<b>Figura 8:</b> Histograma com colunas indicando a frequência que as regressões obtiveram determinado p-valor para cada nível de significância.....	50



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1:</b> Resumo de como as carteiras foram formadas.....	40
<b>Tabela 2:</b> Retornos médios anuais para cada carteira formada e média geral de todos os anos em %.....	43
<b>Tabela 3:</b> Resumo do resultado de quantas regressões de cada modelo demonstraram normalidade nos resíduos.....	45
<b>Tabela 4:</b> Resumo do resultado de quantos coeficientes das regressões de cada modelo demonstraram ser significantes.....	46
<b>Tabela 5:</b> Resumo do resultado da porcentagem de coeficientes das regressões de cada modelo demonstraram ser significantes e o valor médio dos $\beta$ 's de cada variável.....	46
<b>Tabela 6:</b> Resumo dos testes de multicolineariedade aplicado às quarenta regressões feitas a partir do modelo Fama-French.....	47
<b>Tabela 7:</b> Valores do teste de correlação aplicado às variáveis do modelo Fama-French e CAPM.....	48
<b>Tabela 8:</b> Média dos coeficientes de determinação, $R^2$ , obtidos através das regressões, desvios padrões dos $R^2$ e resumo da quantidade de vezes que um modelo obteve $R^2$ maior que o outro. ....	48
<b>Tabela 9:</b> Tabela contendo o número e nome de cada ação utilizada neste trabalho, $R^2$ do modelo irrestrito, $R^2$ do modelo restrito, valor do teste F obtido, valor do $F\alpha$ obtido, p-valor e resumo de significância para cada ação. ....	49
<b>Tabela 10:</b> Resumo da quantidade de ações que demonstraram ter p-valor abaixo de 5% para o teste F.....	50

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

**Ação ON** - Ação ordinária

**Ação PN** - Ação preferencial

**BE/ME** - *Book-to-market equity*

**BOVESPA** - Bolsa de valores de São Paulo

**CAPM** - *Capital Asset Pricing Model*

**CML** – *Capital Market Line*

**MCRL** – Modelo de Clássico de Regressão Linear

**E/P** – *Earnings per price ratio* (Lucros por ação/Preço por ação)

**HML** - *High book-to-market minus low book-to-market*

**IBOVESPA** - Índice BOVESPA, representa o desempenho médio de ações negociadas na BOVESPA

**ME** - *Market equity* (valor de mercado)

**MQO** - Mínimos Quadrados Ordinários

**MQP** – Mínimos Quadrados Ponderados

**SLB** - Sharpe-Lintner-Black

**SMB** - Small market equity

**SML** - Security Market Line

**R<sup>2</sup>** - Coeficiente de determinação

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
1.1 Tema e Problema.....	11
1.2 Objetivo Geral .....	12
1.2.1 Objetivos Específicos .....	12
1.3 Justificativa.....	12
2 METODOLOGIA .....	14
2.2 Modelo de Regressão Linear Clássico (MRLC).....	14
2.2.1 Modelo de Regressão Linear Clássico para duas variáveis.....	14
2.2.2 Modelo de Regressão Linear Clássico para múltiplas variáveis.....	17
2.3 Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).....	18
2.4 Teste de Heterocedasticidade.....	23
2.5 Método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP).....	25
2.6 Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ).....	29
2.7 Teste de Normalidade dos Resíduos.....	29
2.8 Teste F.....	30
3 REVISÃO TEÓRICA.....	33
3.1 Modelo CAPM.....	33
3.2 Modelo Fama-French.....	37
3.3 Valor de Mercado (ME).....	39
3.4 Índice BE/ME.....	40
3.5 Construção dos Fatores e Carteiras.....	41
3.5.1 Fator SMB.....	42
3.5.2 Fator HML.....	43
4 RESULTADOS.....	44
4.1 Base de Dados.....	44
4.2 Resultados das Carteiras.....	45
4.3 Resultados Econométricos.....	46
5 CONCLUSÃO.....	55
REFERÊNCIAS.....	56
ANEXO.....	58

## 1 INTRODUÇÃO

Nesse trabalho pretende-se verificar se realmente existe uma superioridade no modelo de três fatores de Fama-French (1992) em relação ao modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), quanto à explicação dos retornos das ações da Bovespa no período 2005-2014.

Dentre estes dois modelos citados, o modelo CAPM é amplamente conhecido e o mais adotado no contexto de finanças brasileiras, tanto na área acadêmica como na área profissional. O modelo adota um fator, beta ( $\beta$ ), que mede a sensibilidade do retorno do ativo em relação ao retorno do mercado como única variável explicativa para as diferenças dos retornos dos ativos financeiros e afirma que esse fator de mercado tem relação linear com os retornos dos ativos financeiros.

O modelo de três fatores Fama-French (1992) surge depois dos criadores desse modelo perceberem que os retornos poderiam ser melhor explicados se junto ao  $\beta$ , do modelo CAPM, fossem acrescentados mais dois novos fatores, o fator SMB e HML, pois verificaram que haviam evidências de que ativos com certas características teriam um retorno médio excedente não explicado. O primeiro fator adicional citado, o SMB, é formado basicamente com base no valor de mercado das empresas analisadas e o segundo fator é o HML, que por sua vez, é formado principalmente com base no índice BE/ME, *book-to-market equity* das empresas (mais conhecido no Brasil como uma inversão do múltiplo P/VPA, ou seja, uma razão entre o valor patrimonial de uma empresa sobre o preço de uma ação da mesma empresa). Fama e French descobriram em seu modelo que empresas com baixo valor de mercado tem um retorno médio superior ao de empresas com alto valor de mercado e empresas que com alto índice BE/ME tem um retorno médio superior às empresas com ativos de baixo índice BE/ME.

De acordo com os resultados encontrados por Fama-French (1992) o modelo de três fatores criado por eles tem um poder explicativo superior ao modelo CAPM com relação aos retornos das ações analisadas.

O trabalho está dividido em cinco capítulos:

- No primeiro capítulo, serão expostas a introdução, os objetivos gerais e

específicos, o tema e problema e a justificativa explicitando e detalhando o que será tratado neste trabalho;

- No segundo capítulo será exposta a metodologia do trabalho, abordando os testes e ferramentas econométricas utilizadas ao longo das regressões e análises;
- No terceiro capítulo será realizada uma revisão teórica dos modelos, índices e de como foram formadas as carteiras e os fatores do trabalho;
- No quarto capítulo serão expostos os resultados encontrados para a base de dados utilizada, os resultados das análises e testes econométricos e a verificação do melhor modelo para a explicação dos retornos das ações;
- No último capítulo será realizada uma conclusão com base em tudo que foi analisado, indicando o resultado dos objetivos que se havia previamente estabelecido ao se fazer este trabalho;

## **1.1 Tema e Problema**

Uma das maiores dificuldades encontradas pelos profissionais de finanças, analistas, gestores, corretores e até mesmo os próprios investidores do mercado financeiro é descobrir quais as melhores ações para investir na bolsa de valores. Alguns recursos estão disponíveis para auxiliar esses profissionais na tomada de decisão, mas o grande problema é que todas elas são baseadas em informações passadas e/ou realizadas e as futuras são fundamentadas em expectativas e modelos de previsão. É importante ressaltar que a intenção de quem decide investir é de maximizar a rentabilidade do seu dinheiro dentro da sua determinada zona de aversão ao risco. Como o futuro é incerto, é de fundamental importância que hajam modelos como estes dois que estamos analisando para que auxiliem os profissionais no estudo da composição dos retornos das ações para uma melhor tomada de decisão. Para isso, milhões de reais são gastos com salários de analistas de mercado e inúmeras horas são gastas em pesquisas para encontrar melhores soluções para esse problema. Como dito anteriormente, neste trabalho, serão destacados e analisados dois modelos em especial, o modelo Fama-French e o modelo CAPM, bem difundidos na área acadêmica e profissional e analisar qual desses modelos é melhor na explicação dos retornos das ações estudadas.

Algumas pesquisas anteriores como Fama-French (1992) e Costa Jr. (2000) demonstram que existe uma superioridade do modelo Fama-French em relação ao modelo

CAPM, porém, por outro lado, existem pesquisas como o de Rayes, A. C., Araújo, G., Barbedo, C. (2011) que demonstram uma incapacidade do modelo Fama-French (1992) de explicar os retornos das ações da Bovespa devido a uma quebra estrutural em termos de liquidez que houve essa bolsa de valores sofreu em 2006. Por isso, a intenção é verificar em um período mais atual, de 2005-2014, qual o modelo tem tido o maior sucesso na explicação dos retornos.

## 1.2 Objetivo Geral

Comparar o Modelo Fama-French (1992) ao Modelo CAPM e verificar qual modelo é superior na explicação dos retornos das ações do mercado brasileiro incluídas na bolsa de valores Bovespa nos últimos dez anos, 2005-2014.

### 1.2.1 Objetivos Específicos

- Analisar a composição dos retornos das ações da Bovespa;
- Verificar a relação entre os retornos das ações da Bovespa e o beta ( $\beta$ ) do modelo CAPM;
- Verificar a relação entre os retornos das ações da Bovespa e os fatores sugeridos pelo Modelo Fama-French, valor de mercado (do inglês Market Equity, ME) e o índice BE/ME (conhecido como *book-to-market equity*);
- Explicar a partir dos resultados obtidos qual dos modelos mostrou-se mais adequado para explicar os retornos das ações no período.

## 1.3 Justificativa

Um dos assuntos mais importantes quando se fala em finanças, sejam elas pessoais ou corporativas, e investimentos no geral é a questão da rentabilidade. Ou seja, a porcentagem de retorno que determinado investimento trará para o investidor. As ações de bolsas de valores são uma das escolhas disponíveis, entre os ativos financeiros, para investidores investirem seus recursos. Por essa razão, existe um interesse no meio acadêmico e até entre os investidores de se entender como a rentabilidade dessas ações podem ser explicados, como

ela é determinada e como tirar proveito dessas informações para se ter uma previsão mais precisa e fazer decisões mais acertadas na hora de investir. Então podemos ver que é de extrema importância saber quais são os principais fatores que influenciam o comportamento de cada ativo financeiro ao longo do tempo e, principalmente, como são explicados os retornos desses ativos no mercado em que estão inseridos.

Espera-se que neste trabalho haja uma contribuição analítica e explanatória sobre os principais fatores que influenciam e explicam os retornos das bolsas de valores, para que haja um melhor entendimento sobre o assunto abordado, assim como, uma definição sobre a importância de se considerar outros fatores além do  $\beta$  (do modelo CAPM) quando se quer entender melhor quais fatores influenciam os retornos dos ativos do mercado.

## 2 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho se baseia em diversas fontes primárias e secundárias, como por exemplo, trabalhos acadêmicos, artigos científicos e publicações em jornais que abordam o tema de finanças e citam os modelos, as variáveis e os índices que são utilizados e abordados ao longo do texto. Portanto, através de análises quantitativas com base em teorias de finanças modernas e modelos econométricos atuais procura-se chegar a resultados explicativos e satisfatórios sobre o retorno das ações brasileiras.

Estas informações serão utilizadas, cruzadas e analisadas para que se possa chegar aos resultados esperados. Após a interpretação dos dados, pretende-se fazer uma análise detalhada dos resultados com toda a fundamentação teórica necessária para melhor explicá-los.

### 2.2 Modelo de Regressão Linear Clássico (MRLC)

Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição) o Modelo de Regressão Linear Clássico, ou simplesmente MRLC, é um modelo utilizado como base para os métodos analíticos de regressão linear. Alguns dos métodos que utilizam esse modelo são amplamente conhecidos na área de estatística como, por exemplo, o mais conhecido Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), o Método dos Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) e o Método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP). Esse modelo está fundamentado em dez premissas. Abordaremos essas premissas primeiro para modelos com apenas duas variáveis, como é o caso do CAPM, e logo em seguida, para regressões com múltiplas variáveis.

#### 2.2.1 Modelo de Regressão Linear para Duas Variáveis

Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), as premissas são:

- 1ª Premissa: Modelo de Regressão Linear

Isso quer dizer que a regressão é linear nos parâmetros, ou seja:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

- 2ª Premissa: Os valores de X são fixos em amostras repetidas.



Em termos técnicos,  $X$  é assumido como não-estocástico. Isso significa que a análise da regressão é uma análise condicional à regressão.

- 3ª Premissa: Média do distúrbio estocástico  $u_i$  igual a zero.

O significado disso é que o valor condicional da média de  $u_i$  é zero, ou seja:

$$E(u_i | X_i) = 0$$

Em outras palavras o que essa premissa diz é que os fatores não explicitamente incluídos no modelo, ou seja, que estariam intrínsecos em  $u_i$  não afetam sistematicamente o valor médio de  $Y$ .

- 4ª Premissa: Homocedasticidade ou variância igual nas observações de  $u_i$ .

Dados os valores de  $X$ , a variância de  $u_i$  é a mesma para todas as observações. Isso quer dizer que as variâncias condicionais de  $u_i$  são idênticas, ou seja:

$$\begin{aligned} \text{var}(u_i | X_i) &= E[u_i - E(u_i | X_i)]^2 \\ &= E(u_i^2 | X_i) = \sigma^2 \end{aligned}$$

Nota:  $\text{var}$  = variância.

De uma forma mais simples, a variação sobre a reta da regressão é a mesma para todos os valores de  $X$ .

- 5ª Premissa: Sem autocorrelação entre os distúrbios.

Dados dois valores de  $X$ ,  $X_i$  e  $X_j$  ( $i \neq j$ ), a correlação entre qualquer  $u_i$  e  $u_j$  ( $i \neq j$ ) é zero.

$$\begin{aligned} \text{cov}(u_i, u_j | X_i, X_j) &= E\{[u_i - E(u_i)] | X_i\} \{[u_j - E(u_j)] | X_j\} \\ &= E(u_i | X_i)(u_j | X_j) = 0 \end{aligned}$$

Onde  $i$  e  $j$  são duas diferentes observações e  $\text{cov}$  = covariância. Em outras palavras, a premissa diz que  $u_i$  e  $u_j$  não tem autocorrelação.

- 6ª Premissa: Covariância entre  $u_i$  e  $X_i$  ou  $E(u_i | X_i) = 0$ .

$$\begin{aligned} cov(u_i, X_i) &= E [u_i - E(u_i)][X_i - E(X_i)] \\ &= E [u_i (X_i - E(X_i))] \text{ como } E(u_i) = 0 \\ &= E(u_i | X_i) - E(X_i)E(u_i) \text{ como } E(X_i) \text{ não é estocástico} \\ &= E(u_i | X_i) \text{ como } E(u_i) = 0 \\ &= 0 \text{ por premissa} \end{aligned}$$

Essa premissa diz que não há covariância entre  $X$  e  $u_i$ , pois se houvesse correlação ou covariância entre eles não seria possível encontrar a influência individual de cada um sobre  $Y$ , a variável dependente.

- 7ª Premissa: O número de observações  $n$  deve ser maior que o número de parâmetros a serem estimados.

Em outras palavras, o número de observações  $n$  deve ser um número maior que o número de variáveis explanatórias ou independentes.

- 8ª Premissa: Variabilidade dos valores de  $X$ .

Os valores de  $X$  de uma amostra não podem ser todos iguais. Em termos mais técnicos, a var ( $X$ ) deve ser um número finito positivo.

Isso é importante, pois se todos os valores de  $X$  forem iguais então  $X_i = \bar{X}$  e o denominador da equação será igual a zero, tornando impossível estimar  $\beta_2$  e portanto  $\beta_1$ . A variação tanto de  $X$  como de  $Y$  é de extrema importância para se usar a análise de regressão como ferramenta de pesquisa.

- 9ª Premissa: O modelo de regressão é corretamente especificado.

Em outras palavras, não há viés de especificação ou erro no modelo usado na análise

empírica.

- 10ª Premissa: Não há perfeita multicolinearidade.

O que essa premissa diz é que não há uma relação perfeitamente linear entre as variáveis explanatórias.

### 2.2.2 Modelo de Regressão Linear para Múltiplas Variáveis

Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), para o modelo utilizando múltiplas variáveis, a base na qual as regressões serão operadas será a mesma do modelo para duas variáveis com apenas algumas alterações.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

A primeira diferença se refere a 6ª premissa, pois se utilizará mais variáveis. Então, a premissa seria modificada para:

Covariância entre  $u_i$  e cada variável  $X$  deve ser igual a zero, ou:

$$cov(u_i, X_{2i}) = cov(u_i, X_{3i}) = \dots = cov(u_i, X_{ki}) = 0$$

E a outra diferença se refere ao fato de não poder existir colinearidade ou multicolinearidade entre as variáveis  $X$ . Em outras palavras, não pode existir uma relação linear exata entre  $X_2$ ,  $X_3$  ou qualquer outro  $X_k$ .

O fato de não haver colinearidade significa que não existe uma série de números,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  que sejam mutuamente iguais a zero que:

$$\lambda_2 X_{2i} + \lambda_3 X_{3i} = 0$$

Se uma relação linear exata como essa existe, então  $X_2$  e  $X_3$  são colineares ou linearmente dependentes. Por outro lado, se a equação:  $(\lambda_2 X_{2i} + \lambda_3 X_{3i} = 0)$  se mostra verdadeira somente quando  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ , então  $X_2$  e  $X_3$  são linearmente dependentes.

Por exemplo:

$$X_{2i} = -10X_{3i}.$$

As duas variáveis são linearmente dependentes, e se ambas estão incluídas em um modelo de regressão, haverá colinearidade perfeita entre os regressores.

### 2.3 Método dos Quadrados Mínimos Ordinários

Neste trabalho será utilizado o método dos Quadrados Mínimos Ordinários (MQO), o método mais amplamente utilizado na área de econometria. Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), a descoberta do MQO é atribuída a Friedrich Gauss, um matemático alemão. Esse método estima a função de regressão populacional (FRP) com base na função de regressão amostral (FRA) e o faz minimizando a soma dos quadrados dos resíduos da regressão, otimizando o grau de ajuste do modelo aos dados observados. Nessa análise de regressão, o objetivo é obter uma equação matemática que expresse o relacionamento entre a variável dependente (resposta) e as variáveis independentes, denominadas de explicativas. Ao obter uma relação funcional entre a variável dependente e as variáveis explicativas torna possível realizar previsões, assumindo valores nas variáveis independentes e obtendo o valor possível da variável dependente, o que permite estabelecer tomada de decisões. É importante ressaltar que por se tratar de uma regressão e não uma correlação, existe uma relação de causalidade entre a variável dependente e as variáveis independentes, ou seja, as variáveis dependentes são as que influenciam a variável dependente e isso não acontece de forma contrária.

A FRP básica é dada por:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

Onde:

$Y_i$  = Variável dependente;

$\beta_1$  = Constante ou intercepto;

$\beta_2$  = Inclinação;

$X_i$  = Variável independente;

$u_i$  = Termo de erro estocástico;

Ao se estimar a regressão, como  $Y_i$  e  $X_1$  possuem uma lista de valores com dados, o MQO encontra as estimativas para  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , gerando a seguinte equação:

$$Y = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i$$

$$= \hat{Y} + \hat{u}_i$$

$$\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

$$= Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i$$

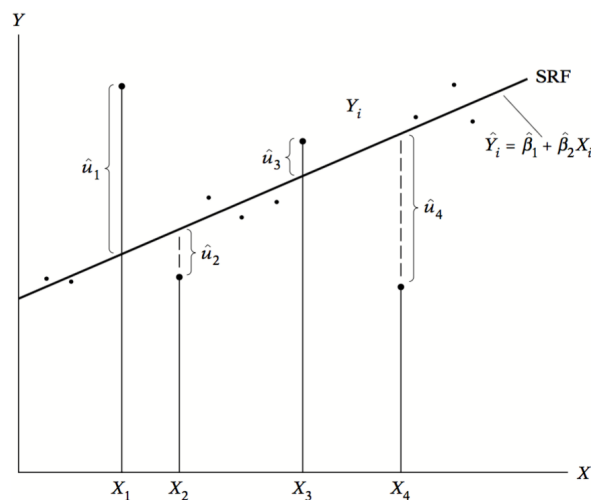
Onde:

$\hat{Y}_i$  = valor estimado (média condicionada) de  $Y_i$  ;

$\hat{u}_i$  = resíduos ou a diferença entre o verdadeiro  $Y$  e o estimado;

O objetivo é determinar a FRP, dadas  $n$  observações de  $Y$  e  $X$ , de forma que fique o mais próxima possível de  $Y$ . Para isso deve-se escolher a FPR de maneira que a soma dos resíduos  $\sum \hat{u}_i = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)$  é o menor possível. O problema é que, como se pode ver na figura abaixo, se calculado simplesmente dessa forma, será dado o mesmo peso ou importância para os diferentes  $\hat{u}_i$  o que pode trazer consequências para análise, como a soma dos resíduos igualar a zero, mesmo com resíduos mais espalhados que os outros pela FRP.

**Figura 1:** Exemplo de FPR com distúrbios estocásticos.



Fonte: Gujarati (2006, 4ª Edição, Pág. 59)

É nesse contexto que o método dos mínimos quadrados se mostra muito importante para a solução desse problema, pois conserta a FPR de forma que:

$$\begin{aligned}\sum \hat{u}_i^2 &= \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \\ &= \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i)^2\end{aligned}$$

Ou seja, a soma dos resíduos se torna a menor possível,  $\hat{u}_i^2$  é igual aos resíduos ao quadrado. Ao elevar ao quadrado, o método dá mais peso para os resíduos mais afastados como o  $\hat{u}_1$  e  $\hat{u}_4$  do que os resíduos  $\hat{u}_2$  e  $\hat{u}_3$  da Figura 1. Isso elimina a possibilidade de a soma dos resíduos permanecer pequena mesmo com resíduos bem espalhados ao longo da FPR, pois nesse método, quanto maior os distúrbios em  $\hat{u}_i$ , maior será  $\hat{u}_i^2$ .

Um outro fator importante do MQO é o fato de que os estimadores obtidos por ele têm propriedades estatísticas muito desejadas.

A partir da fórmula  $\sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i)^2$ , podemos assumir que:

$$\sum \hat{u}_i^2 = f(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$$

Em palavras, a soma do quadrado dos resíduos é uma função dos  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$ . Para qualquer série de dados, diferentes valores de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  resultarão em diferentes valores de  $\hat{u}_i$  e conseqüentemente, diferentes valores de  $\sum \hat{u}_i^2$ . O método MQO é de extrema importância para isso, pois precisa-se escolher os valores de  $\hat{\beta}_1$  e  $\hat{\beta}_2$  que resultarão no menor valor de  $\hat{u}_i^2$  para que se tenha resultados mais precisos. O método calcula isso da a partir das seguintes fórmulas, conhecidas como equações normais:

$$\begin{aligned}\sum Y_i &= n\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 \sum X_i \\ \sum Y_i X_i &= \hat{\beta}_1 \sum X_i + \hat{\beta}_2 \sum X_i^2\end{aligned}$$

Onde:

$n$  = tamanho da amostra;

Resolvendo para  $\hat{\beta}_2$  encontra-se:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2}$$

Onde:

$$x_i = (X_i - \bar{X});$$

$$y_i = (Y_i - \bar{Y});$$

E para  $\hat{\beta}_1$ :

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i \sum X_i Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

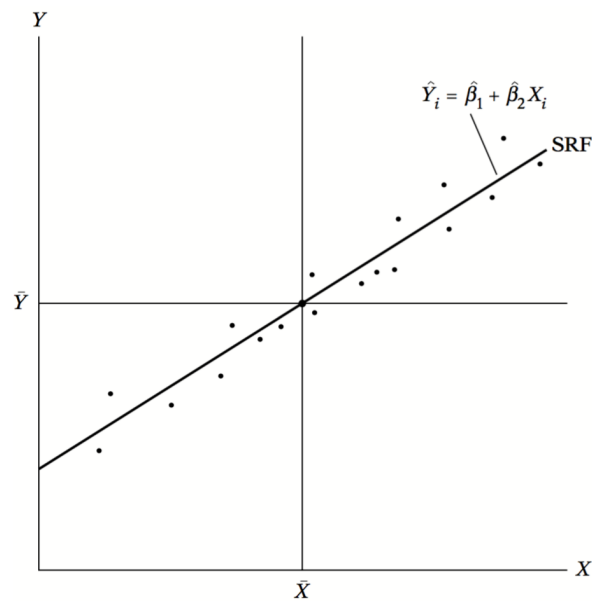
$$\hat{\beta}_1 = \bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}$$

Os estimadores obtidos anteriormente são conhecidos como estimadores mínimos quadrados, pois são derivados do método dos mínimos quadrados.

É importante ressaltar que o MQO obedece às premissas do MRLC vistas anteriormente. Além disso, seguem alguns fatos sobre os estimadores:

- São expressos em termos de observações quantitativas;
- São estimadores pontuais, ou seja, cada estimador irá retornar um único valor;
- São estimados a partir da série de dados, então a linha da regressão é facilmente obtida.

A linha da regressão obtida na Figura 2 abaixo obedece às seguintes propriedades:

**Figura 2:** Exemplo da linha de regressão estimada pelo MQO.

Fonte: Gujarati (2006, 4ª Edição)

1. A linha passa pelas médias de  $X$  e  $Y$ .
2. O valor médio de  $\hat{Y}_i$  é igual a média do valor de  $Y$ , pois:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_i &= \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i \\ &= (\bar{Y} - \hat{\beta}_2 \bar{X}) + \hat{\beta}_2 X_i \\ &= \bar{Y} + \hat{\beta}_2 (X_i - \bar{X})\end{aligned}$$

Isso resulta em:

$$\hat{\bar{Y}} = \bar{Y}$$

3. O valor da média dos resíduos  $\hat{u}_i$  é igual a zero.
4. Os resíduos  $\hat{u}_i$  não são correlacionados aos valores de  $Y_i$  e  $X_i$ .

## 2.4 Heterocedasticidade

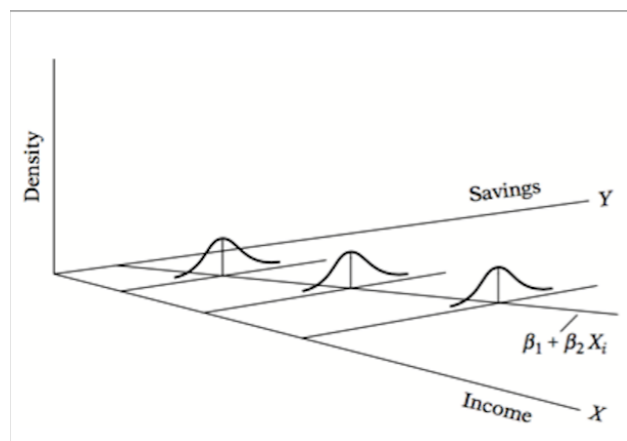
Como foi visto anteriormente, uma das premissas mais importante no MRLC, e



consequentemente no MQO, é o da homocedasticidade ou ausência de heterocedasticidade. Isso significa dizer que a variância do distúrbio do termo  $u_i$ , condicionado aos valores escolhidos das variáveis explanatórias, é uma constante igual a  $\sigma^2$ . Simbolicamente, isso é representado da seguinte forma:

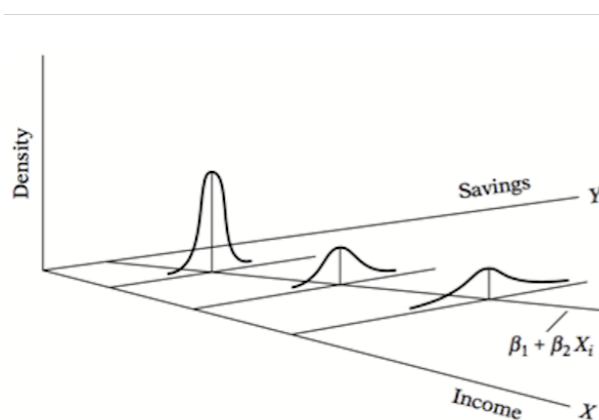
$$E(u_i^2) = \sigma^2 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

**Figura 3:** Exemplo de caso em que há homocedasticidade.



Fonte: Gujarati (2006, 4ª Edição)

**Figura 4:** Exemplo de caso em que há heterocedasticidade.



Fonte: Gujarati (2006, 4ª Edição)

Como a Figura 3 mostra, a variância condicionada de  $Y_i$  (que é igual ao de  $u_i$ ),

condicionado para um dado  $X_i$ , permanece o mesmo independentemente dos valores da variável  $X$ .

Em contraste com isso, considere a Figura 4, que mostra que a variância condicionada de  $Y_i$  aumenta quando  $X$  aumenta. Nesse caso, as variâncias de  $Y_i$  não são iguais. Então, existe heterocedasticidade. Simbolicamente:

$$E(u_i^2) = \sigma_i^2$$

O subscrito de  $\sigma^2$  mostra que as variâncias condicionadas de  $u_i$  (= variâncias condicionadas de  $Y_i$ ) não são mais constantes e é a grande diferença entre as funções da homocedasticidade e heterocedasticidade.

Como neste trabalho se utilizará dados financeiros que possuem variância muito irregular em  $u_i$ , será necessário fazer uma modelagem em  $u_i$  para que os dados possam satisfazer a premissa da MRLC.

## 2.5 Método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP)

Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), como o estimador  $\hat{\beta}_2$  do método MQO, embora ainda permaneça linear e constante, não é o melhor para quando há a presença de heterocedasticidade e não resulta no valor de menor varância, neste trabalho iremos utilizar o método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) que é um caso específico do método dos Mínimos Quadrados Generalizados (MQG).

O que esse método, o MQP, faz diferente do MQO, é utilizar as diferentes variabilidades da variável dependente de  $Y$ . Ou seja, coloca diferentes pesos para as diversas variabilidades, o que não é feito no MQO, e por isso é capaz de produzir estimadores BLUE. O método faz isso da seguinte forma, considere a fórmula:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

Para facilitar a manipulação algébrica, pode-se escrever:

$$Y_i = \beta_1 X_{0i} + \beta_2 X_i + u_i$$

Onde:

$X_0 = 1$  para cada  $i$ .

Assumindo que as variâncias  $\sigma_i^2$  são conhecidas, se divide a fórmula acima por  $\sigma_i$ :

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_1 \left( \frac{X_{0i}}{\sigma_i} \right) + \beta_2 \left( \frac{X_i}{\sigma_i} \right) + \left( \frac{u_i}{\sigma_i} \right)$$

O que, para facilitar a escrita, será escrito assim:

$$Y_i^* = \beta_1^* X_{0i}^* + \beta_2^* X_i^* + u_i^*$$

O sinal “\*” simplesmente indica que aquela variável está dividida por  $\sigma_i$ . Os parâmetros  $\beta_1$  e  $\beta_2$  serão escritos como  $\beta_1^*$  e  $\beta_2^*$  para se diferenciar dos parâmetros obtidos no MQO. O propósito de se modificar o MQO é para que:

$$\text{var}(u_i^*) = E(u_i^*)^2 = E\left(\frac{u_i}{\sigma_i}\right)^2$$

Como  $\sigma_i^2$  é conhecido

$$\text{var}(u_i^*) = \frac{1}{\sigma_i^2} E(u_i^2)$$

Como  $E(u_i^2) = \sigma_i^2$ :

$$\text{var}(u_i^*) = \frac{1}{\sigma_i^2} (\sigma_i^2)$$

$$\text{var}(u_i^*) = 1.$$

O que significa que a variância de  $u_i^*$  é constante. Em outras palavras, a variância dos distúrbios modelados é homocedástica. Com esse detalhe, agora a regressão está obedecendo a premissa de homocedasticidade da MRLC. Isso faz com que os estimadores se tornem BLUE. Para obter esses estimadores, os cálculos são feitos da seguinte forma:

Em primeiro lugar se escreve a fórmula FPR:

$$Y_i^* = \beta_1^* X_{0i}^* + \beta_2^* X_i^* + u_i^*$$

Depois, para se obter os estimadores de MQP, a fórmula acima é minimizada:

$$\sum \hat{u}_i^{2*} = \sum (Y_i^* - \beta_1^* X_{0i}^* - \beta_2^* X_i^*)^2$$

Isso resulta em:

$$\hat{\beta}_2^* = \frac{(\sum w_i)(\sum w_i X_i Y_i) - (\sum w_i X_i)(\sum w_i Y_i)}{(\sum w_i)(\sum w_i X_i^2) - (\sum w_i X_i)^2}$$

E a sua variância é dada por:

$$var(\hat{\beta}_2^*) = \frac{(\sum w_i)}{(\sum w_i)(\sum w_i X_i^2) - (\sum w_i X_i)^2}$$

Onde  $w_i = 1/\sigma_i^2$ .

Quando  $\sigma_i^2$  não é conhecido, como no caso deste trabalho, Gujarati (2006, 4ª Edição) sugere que através do procedimento de White de correção da heterocedasticidade dos erros padrões é possível se chegar aos mesmos resultados. Veja o exemplo abaixo:

Considerando,

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i \quad var(u_i) = \sigma_i^2$$

Onde:

$$var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2}$$

Como  $\sigma_i^2$  não é conhecido ou diretamente observável, White sugere a utilização de  $\hat{u}_i^2$ , no lugar de  $\sigma_i^2$  e estimar a  $var(\hat{\beta}_2)$  da seguinte forma:

$$var(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum x_i^2 \hat{u}_i^2}{(\sum x_i^2)^2}$$

Segundo White, essa equação é um estimador consistente da da equação anterior. Em outras palavras, essa equação converge para anterior quando a amostra aumenta indefinidamente.

Comparando o método do MQO com o MQP temos o seguinte:

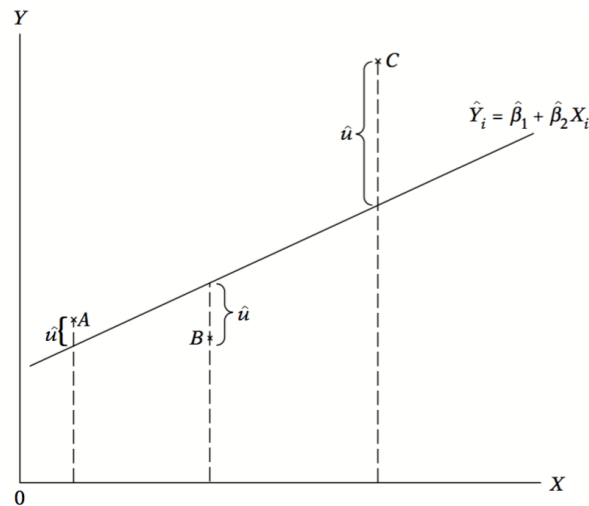
$$\text{MQO: } \sum \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_i)^2$$

$$\text{MQP: } \sum w_i \hat{u}_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_2^* X_i)^2$$

Portanto, a diferença está em que MQP minimiza a soma dos quadrados dos resíduos ponderados com  $w_i = 1/\sigma_i^2$  agindo como o termo de ponderação, mas no MQO se minimiza sem ponderação.

Como a fórmula (MQP) mostra, em MQP o peso é alocado para cada observação de forma inversamente proporcional ao seu  $\sigma_i$ , ou seja, as observações vindas de uma população com maior  $\sigma_i$  terão menor peso relativo e as observações vindas de uma população com menor  $\sigma_i$  terão um peso proporcionalmente maior na minimização de RSS. Para um melhor entendimento, observe a figura abaixo:

**Figura 5:** Exemplo de caso em que a heterocedasticidade influencia o resultado das regressões.



Fonte: Gujarati (2006, 4ª Edição)

No MQO cada  $\hat{u}_i^2$  associado com os pontos A, B e C receberia o mesmo peso na minimização de RSS. Ou seja, o ponto C iria dominar a RSS devido seu maior distúrbio. Já no MQP, a observação do ponto C receberá um peso menor do que as outras duas observações, minimizando os distúrbios e transformando a regressão em homocedástica.

## 2.6 Coeficiente de Determinação

Com relação ao coeficiente de determinação, pode-se dizer que ele é importantíssimo quando se fala em ajuste do modelo estimado, pois mede numa escala de 0 a 1 o quanto a linha da regressão se “encaixa” ou explica os dados. Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), se todas as observações se encaixam na linha da regressão, então se tem um ajuste perfeito, então  $R^2 = 1$ , de forma oposta, se não há ajuste nenhum,  $R^2 = 0$ . Porém, o caso de ajuste perfeito é muito raro, pois geralmente há  $\hat{u}_i$  positivos e negativos. O que se almeja numa regressão é que os resíduos perto da linha da regressão sejam os menores possíveis. Numa regressão de duas variáveis, o coeficiente é denotado como  $r^2$  e numa regressão com múltiplas variáveis,  $R^2$ .

## 2.7 Teste de Normalidade dos Resíduos

Para testar a normalidade dos resíduos da parte empírica deste trabalho será utilizado o teste de normalidade de Jarque-Bera (JB). Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição) esse teste é assintótico, para grandes amostras e é baseado no MQO abordado anteriormente. Primeiramente o teste computa a assimetria e a curtose resíduos e usa para fazer o teste estatístico a seguir:

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right]$$

Onde:

$n$  = tamanho da amostra

$S$  = coeficiente de assimetria

$K$  = coeficiente de curtose

O teste JB é um teste que considera a hipótese mútua de que para uma variável normalmente distribuída,  $S = 0$  e  $K = 3$ . Nesse caso, o valor do teste será esperado como igual a 0. Sob a hipótese nula de que os resíduos são normalmente distribuídos, Jarque e Bera mostraram que assintoticamente a estatística JB dada pela fórmula acima segue a distribuição chi-quadrado com 2 graus de liberdade. Se o  $p$ -valor computado da estatística JB é suficientemente baixo, o que acontecerá se o valor da estatística é muito diferente de 0, se

pode rejeitar a hipótese de que os resíduos são normalmente distribuídos. Mas se o  $p$ -valor é razoavelmente alto, o que acontecerá se o valor da estatística é perto de zero, então não se rejeita a hipótese de normalidade.

## 2.8 Teste F

O teste de maior importância, devido ao seu peso decisivo, neste trabalho é o teste F. Segundo Gujarati (2006, 4ª Edição), o procedimento do teste F é um método formal para decidir se um grupo de variáveis deve ou não ser adicionada a um modelo de regressão. Muitas vezes, os pesquisadores defrontam-se com a tarefa de escolher entre vários modelos concorrentes, envolvendo a mesma variável dependente, mas com diferentes variáveis explicativas, como é o caso que se está analisando entre os dois modelos de análise. Para que haja uma comparação boa entre os dois modelos, não será feito somente uma comparação entre os coeficientes de determinação, pois se fosse assim, mesmo que houvesse um aumento no ajuste do modelo, não se poderia dizer com propriedade que houve uma diminuição de  $u_i$ , o que é almejado ao se aumentar o número de variáveis explicativas. Portanto o teste mais conclusivo neste caso é o teste F.

Esse teste será realizado da seguinte forma:

Dado uma regressão com  $k$ -variáveis:

$$Y_i = \alpha_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

Para testar a hipótese:

$$H_0: \beta_3 = \beta_4 = \dots = \beta_k = 0$$

(Ou seja, a hipótese nula é de que o grupo de coeficientes analisados acima são simultaneamente iguais a zero)

Aplicado ao que se está testando neste trabalho, o teste fica da seguinte forma:

Modelo CAPM:

$$Y_{i,t} = \alpha + \beta_1 (Ibov_t - R_{f,t}) + \varepsilon_{i,t}$$

Modelo Fama-French:

$$Y_{i,t} = \alpha + \beta_1 (Ibov_t - R_{f,t}) + \beta_2 SMB_t + \beta_3 HML_t + \varepsilon_{i,t}$$

Para o teste de hipótese:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$$

Para o cálculo de F se utilizará o coeficiente de determinação,  $R^2$ , do modelo irrestrito (Fama-French) e o coeficiente de determinação do modelo restrito (CAPM) para verificar a hipótese nula de que os dois fatores adicionais, ou seja, o  $\beta_2$  e o  $\beta_3$  são simultaneamente iguais a zero.

O cálculo é feito através da seguinte fórmula:

$$F = \frac{(R_{irrestrito}^2 - R_{restrito}^2) / (m)}{(1 - R_{irrestrito}^2) / (n - k)}$$

Onde:

$R_{irrestrito}^2$  = Coeficiente de determinação ou ajuste do modelo irrestrito;

$R_{restrito}^2$  = Coeficiente de determinação ou ajuste do modelo restrito;

$m$  = número de restrições impostas;

$n$  = tamanho da amostra;

$k$  = número de coeficientes;

Se  $F > F\alpha(m, n-k)$ , rejeita-se  $H_0$ ; se o resultado for o contrário, não se rejeita. Onde  $F\alpha(m, n-k)$  é o valor crítico de F para a significância  $\alpha$ , numerador  $(k-1)$  são os graus de liberdade. Alternativamente, se o p-valor de F da equação acima é suficientemente baixo, pode-se rejeitar  $H_0$ .



### 3 REVISÃO TEÓRICA

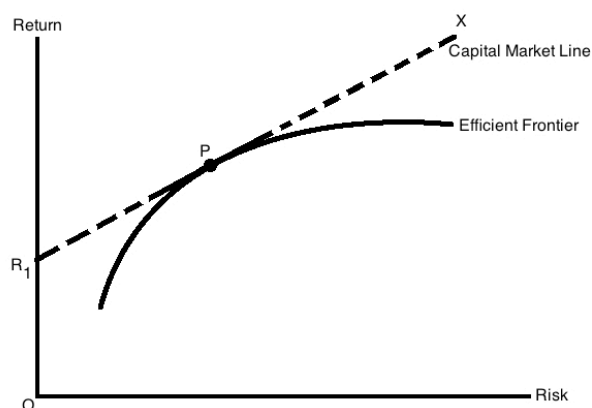
#### 3.1 Modelo CAPM

Sobre o Modelo CAPM é importante ressaltar que ele faz parte do que se conhece hoje como teoria moderna de finanças e sua formulação teve como base as ideias anteriormente expostas por Henry Markowitz. Markowitz (1952, p. 79, tradução livre):

Existe uma regra que diz que o investidor deve diversificar e maximizar os retornos esperados. A regra diz que o investidor tem que (ou deve) diversificar seus investimentos entre todos ativos que trazem o máximo de retorno esperado. A lei dos grandes números irá garantir que o retorno do portfólio será quase igual ao retorno esperado. Essa regra é um caso especial de retornos esperados - regra das variâncias dos retornos. Ela assume que existe um portfólio que traz o máximo de retorno esperado e uma mínima variância combinados, e recomenda esse portfólio para o investidor. Essa afirmação que a lei dos grandes números aplica para os ativos não pode ser aceita. Os retornos dos ativos são muito intercorrelacionados. A diversificação não pode eliminar totalmente a variância. O portfólio com o retorno esperado máximo não é necessariamente aquele com a mínima variância. Existe uma taxa entre o que investidor pode ganhar de retorno esperado e ao mesmo tempo perder variância ou ter a variância reduzida por escolher retornos esperados menores.

Fica claro, com base na afirmação acima, que Markowitz tinha uma opinião contrária a regra vigente no meio acadêmico e profissional da época e alega que essa regra não pode ser aceita, pois os retornos dos ativos são muito intercorrelacionados. O pesquisador descobre nas suas pesquisas que os investidores tomam suas decisões de investimento baseado basicamente em dois parâmetros: o retorno esperado e a variância dos ativos financeiros. Segundo ele, o investidor sempre deseja ter o maior retorno esperado possível com base na sua aversão ao risco, definido como a volatilidade dos ativos. Em outras palavras, entre dois ativos com o mesmo risco e retornos diferentes, o investidor sempre optará pelo de maior retorno.

**Figura 6:** Exemplo de reta CML



Fonte: Wikipédia.

Segundo Assaf Neto (2014, 12ª Edição), um dos resultados principais dos estudos de Markowitz foi a descoberta da fronteira eficiente e a reta CML, Capital Market Line. A fronteira eficiente é formada por ações com o maior retorno possível para cada nível de risco ou, como também conhecido, desvio padrão ou volatilidade, enquanto a reta CML é uma reta tangente a fronteira eficiente vindo desde o eixo x, exatamente onde no ponto onde o retorno do ativo livre de risco está. Essa reta forma as diversas carteiras possíveis de serem formadas de forma eficiente, ou seja, tomando as ações com melhores retornos para os diferentes níveis de risco incluindo o ativo livre de risco no portfólio.

Como dito anteriormente, a primeira versão do modelo CAPM foi desenvolvida nos anos 60 com base nas conclusões de Markowitz (1952) e Tobin (1958). É um modelo de apreçamento de ativos, cuja sigla vem do inglês, *Capital Asset Pricing Model*, e foi o primeiro modelo que conseguiu demonstrar que a relação linear entre o retorno esperado e o beta de mercado, tanto para carteira de ativos como para ativos individuais em um mercado em equilíbrio.

O modelo CAPM tem uma série de hipóteses simplificadoras que são apresentadas a seguir de acordo com Costa Jr. (2012):

1. Os indivíduos tomam suas decisões de investimentos baseados no valor esperado e variância das distribuições futuras das taxas de rentabilidade;
2. O mercado é perfeitamente competitivo, não existe custo de transação, não

existe imposto e todos os ativos são infinitamente divisíveis;

3. Os indivíduos são racionais, avessos ao risco e maximizam sua utilidade esperada dentro do mesmo horizonte de investimento que é de um período de tempo;
4. Os indivíduos têm expectativas homogêneas;
5. Existe um ativo sem risco,  $R_f$ , e todos os indivíduos podem emprestar e tomar emprestado à mesma taxa,  $R_f$ .

Sobre a descoberta desse modelo, Rubinstein (2006), historiador da área de finanças, diz que é um dos maiores mistérios nos eventos históricos da teoria de investimentos e que mesmo que o crédito geralmente seja dado a Sharpe (1964), três outros cientistas da área de finanças, Jack Treynor (1999), William Sharpe (1964), John Lintner (1965) e Jan Mossin (1966) também recebem crédito pela descoberta.

A fórmula do modelo é dada pela seguinte equação:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{im} (E(R_m) - R_f) \quad (1)$$

Onde:

$E(R_i)$  = Retorno Esperado;

$R_f$  = Retorno do ativo livre de risco;

$\beta_{im}$  = Risco sistêmico ou de mercado, calculado da seguinte forma:  $\beta_{im} = \frac{Cov(R_i, R_m)}{\sigma^2(R_m)}$ ;

$E(R_m)$  = Retorno de mercado;

$(E(R_m) - R_f)$  = Prêmio de risco por investir em determinado produto.

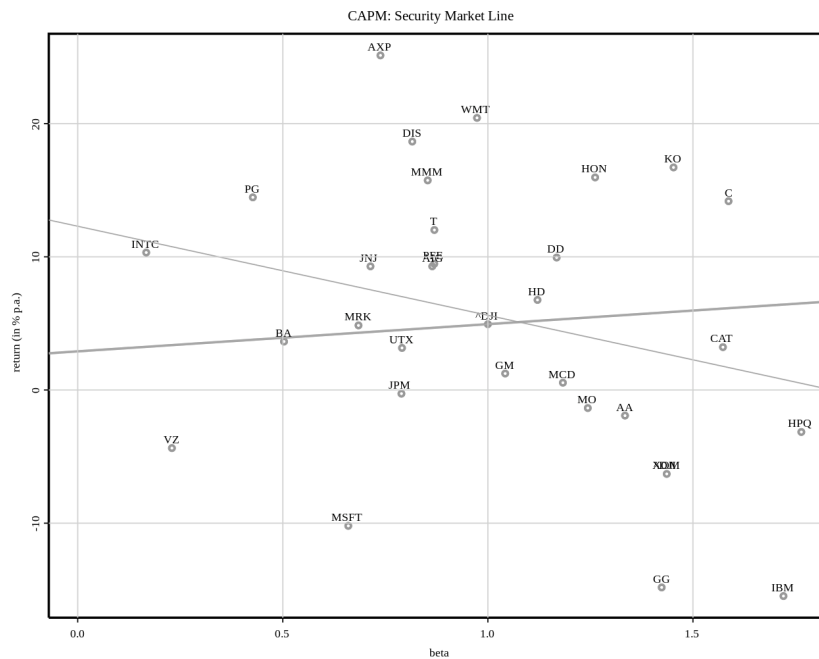
Em palavras, segundo o CAPM, o retorno esperado pelos investidores está relacionado ao retorno livre de risco, geralmente se utiliza a taxa paga pelos títulos de longo prazo do governo, somado a multiplicação do  $\beta_{im}$  (risco sistêmico ou de mercado) pelo prêmio de risco de se investir naquele ativo. O prêmio de risco esperado é dado pela diferença entre o retorno de mercado e o retorno do ativo livre de risco e é proporcional ao risco não diversificável ou sistêmico, conhecido como  $\beta$ , que mede a contribuição do ativo para a variância dos retornos do portfólio de mercado.

Um ponto importante de se destacar e que se pode perceber ao analisar a fórmula do

modelo CAPM é que ele assume que os investidores serão compensados somente pelo risco sistemático assumido ao se investir em um ativo, ou seja, assume que o risco não-sistemático pode ser completamente anulado através da diversificação. Além disso, assume que o prêmio de risco varia proporcionalmente ao  $\beta$ .

Uma das utilizações práticas desse modelo é para verificar se ações estão supervalorizadas, subvalorizadas e precificadas corretamente, ou seja, pelo valor justo através da reta conhecida como *Security Market Line*, ou simplesmente SML, reta formada por um eixo vertical, onde se situam os retornos esperados das ações e um eixo horizontal, onde são colocados os valores dos  $\beta$ 's das ações estudadas. Observe o gráfico:

**Figura 7:** Exemplo da SML para o índice Dow Jones (2011-2014).



Fonte: Wikipédia (2015).

Concluindo sobre a importância do modelo CAPM, Rubinstein (2006, p. 175, tradução livre) diz o seguinte:

O CAPM tem tido uma enorme repercussão em subsequentes trabalhos acadêmicos em finanças. Hoje em dia, é usado habitualmente por profissionais como base para avaliar investimentos e medir a performance dos gestores de investimentos. Além disso, pode-se dar crédito ao modelo por encorajar o desenvolvimento de fundos indexados nas décadas depois da sua descoberta. O CAPM leva o nome dado no trabalho de Sharpe,

que por sua vez, foi a principal razão por ele ter recebido o Prêmio Nobel em Ciências Econômicas em 1990.

### 3.2 Modelo Fama-French

O modelo Fama-French surgiu depois de diversas pesquisas e descobertas anteriores, seus criadores se utilizaram de inúmeros indícios encontrados por esses pesquisadores e contradições encontradas na aplicação do modelo CAPM ao longo da história. Algumas pesquisas contribuintes para a formação do modelo são:

- Banz (1981): descobriu que o valor de mercado das ações ajuda na explicação dos retornos médios das ações e ações de baixo valor de mercado (ME) tem retornos mais altos que as ações de alto valor de mercado;
- Bhandari (1988): descobriu que a alavancagem ajuda na explicação dos retornos médios das ações em teste que incluem o valor de mercado e o risco sistêmico  $\beta$  do CAPM;
- Stattman (1980) e Rosenberg, Reid e Lanstein (1985): descobriram que os retornos médios das ações americanas eram positivamente correlacionados com o índice BE/ME das empresas;
- Chan, Hamao e Lakonishok (1991): descobriram que o índice BE/ME tem uma forte influência na explicação dos retornos médios de ações japonesas;
- Basu (1983): demonstrou que o índice L/P (Lucro por ação/Preço por ação) também ajuda a explicar os retornos médios de ações americanas em testes que incluem o valor de mercado (ME) e o risco sistêmico  $\beta$  do CAPM;
- Ball (1978): demonstra que o índice L/P consegue explicar vários fatores não nomeados nos retornos esperados e que o índice tem tendência a ser alto em ações com maiores riscos e retornos esperados;

Com base nessas pesquisas Fama-French (1992) chegaram a conclusão de que a explicação dos retornos de ativos financeiros poderia ser melhor explicada se acrescentados outros fatores ao modelo CAPM além do  $\beta$ , pois verificaram que a relação anteriormente defendida por Black, Jensen e Scholes (1972) para o período anterior à 1969, entre o  $\beta$  e o retorno médio das ações, havia desaparecido desde então. Em seu texto Fama-French (1992,

p. 428, tradução livre) dizem o seguinte:

Como Reinganum (1981) e Lakonishok e Shapiro (1986), nós verificamos que a relação entre o  $\beta$  e o retorno médio desaparece durante os anos mais recentes, período 1963-1990, até mesmo quando usado sozinho para explicar os retornos médios. O apêndice mostra que a relação simples que há entre o  $\beta$  e o retorno médio é tão fraca nos 50 anos do período 1941-1990. Resumindo, nossos testes não suportam a mais básica das previsões do modelo SLB (modelo CAPM), que o a média dos retornos das ações são positivamente correlacionadas com os  $\beta$ s.

Por isso, esse modelo vem como uma resposta e complemento ao modelo CAPM no que diz respeito à explicação da composição dos retornos médios. Para isso, o modelo se utiliza de três fatores, o próprio  $\beta$  do modelo CAPM e adiciona mais dois fatores importantes na explicação dos retornos excedentes dessas ações. Esses dois fatores se apoiam principalmente em dois múltiplos de mercado, o valor de mercado e o BE/ME. Os autores demonstram em seu texto de 1992 que embora a alavancagem das empresas e o índice L/P sejam fatores importantes na explicação dos retornos, e sua utilização é colocada da seguinte forma pelos autores Fama-French (1992, p. 428, tradução livre):

Diferentemente da simples relação entre o  $\beta$  e o retorno médio, as relações entre retorno médio e capitalização, alavancagem, L/P, e *book-to-market equity* são fortes. Em diversos testes, a relação negativa entre tamanho e retorno médio é robusta para a conclusão de outras variáveis. A positiva relação entre *book-to-market equity* e retorno médio também persiste na competição com outras variáveis. Além disso, mesmo que o efeito da capitalização tenha atraído mais atenção, o múltiplo *book-to-market equity* tem um desempenho consistente na explicação dos retornos médios. Em resumo, nossos resultados são: (a) O  $\beta$  não parece ajudar a explicar os retornos médios, e (b) a combinação de capitalização de mercado e o múltiplo *book-to-market equity* parece absorver as funções da alavancagem e do múltiplo L/P no retorno médio das ações, pelo menos durante o período analisado, 1963-1990.

E ainda, Fama-French (1992, p. 429, tradução livre):

Qualquer que sejam as causas econômicas intrínsecas, nosso resultado principal é simples. Duas variáveis facilmente medidas, valor de mercado (ME) e índice BE/ME, nos dão uma simples e poderosa caracterização dos retornos médios das ações para o período de 1963-1990.

A partir do levantamento dos múltiplos de mercados citados, o modelo propõe a construção de dois fatores o SMB e o HML. O SMB é um fator relacionado ao valor de mercado das ações e o fator HML é relacionado ao índice BE/ME (a construção desses fatores será explicada posteriormente nesse trabalho).

$$E(R_i) = R_f + \beta_{im} (E(R_m) - R_f) + \beta_2 \text{SMB} + \beta_3 \text{HML} \quad (2)$$

Onde:

$E(R_i)$  = Retorno Esperado;

$R_f$  = Retorno do ativo livre de risco;

$\beta_{im}$  = Risco sistêmico ou de mercado, calculado da seguinte forma:  $\beta_{im} = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)}$  ;

$E(R_m)$  = Retorno de mercado;

$(E(R_m) - R_f)$  = Prêmio de risco por investir em determinado produto;

SMB = Fator tamanho relacionado ao valor de mercado das ações;

HML = Fator relacionado ao índice BE/ME;

### 3.3 Valor de mercado (ME)

O valor de mercado é obtido mediante a multiplicação do preço unitário das ações de uma empresa no mercado pelo número de ações em circulação. Ou seja, corresponde ao valor total das ações negociáveis da empresa, considerando-se a cotação dessas ações no mercado. Simbolicamente:

$$ME = P \times N$$

Onde:

P = Preço unitário das ações;

N = Número de ações em circulação;

Basicamente, é uma estimativa do valor de mercado dessa empresa de acordo com as expectativas acerca de condições econômicas e monetárias futuras. É considerado por muitos como uma aproximação do valor da empresa.

Sobre esse múltiplo, Fama-French (1992, p. 427, tradução livre) diz o seguinte:

Existem diversas contradições empíricas no modelo proposto por Sharpe-Lintner-Black (SLB). A mais proeminente é do efeito de capitalização de mercado de Banz (1981). Ele encontrou que o *market equity*, ME (o valor de uma ação multiplicado pelo número de ações), soma à explicação do cruzamento dos retornos médios providos pelos  $\beta$ 's de

mercado. O retorno médio de pequenas ações (baixo ME) é muito alto dados os seus  $\beta$ 's estimados, o retorno médio de grandes ações é muito baixo.

É, portanto, com base nessa afirmação e por considerar esse múltiplo de extrema importância na explicação dos retornos das ações que Fama-French introduzem esse múltiplo nos cálculos dos fatores para a construção do modelo de três fatores.

### 3.4 Índice BE/ME

O índice BE/ME é uma inversão do múltiplo P/VPA, razão entre o preço e valor patrimonial por ação, bem conhecido no mercado financeiro brasileiro. Ou seja:

$$BE/ME = \frac{1}{P/VPA} = \frac{VPA}{P}$$

Onde:

P = Preço unitário da ação;

VPA = Valor patrimonial unitário da ação;

É usado para se obter a razão entre o valor patrimonial por ação (VPA) de uma companhia e o preço da mesma ação, de forma que se pode tabular os múltiplos de diversas ações e depois compará-los para se ter uma ideia de qual empresa está com seu valor mais elevado em termos de seu valor patrimonial e vice-versa. O VPA é calculado através do valor patrimonial de uma empresa dividido pelo número de ações. Fama-French (1992, p. 427, tradução livre) destaca bem a sua importância na explicação dos retornos das ações:

Statman (1980) e Rosenberg, Reid, and Lanstein (1985) descobriram que os retornos das ações nos EUA têm correlação positiva com a razão entre o valor patrimonial por ação e a capitalização de mercado, ME. Chan, Hamao, and Lakonishok (1991) descobriram que o *book-to-market equity*, BE/ME, também tem uma função importante na explicação dos retornos das ações Japonesas.

Visto a importância deste múltiplo na análise e explicação dos retornos das ações em outros mercados, assim como a utilização de um múltiplo similar a este, o P/VPA, na análise das ações brasileiras é, portanto, completamente compreensível a utilização deste múltiplo na construção de um modelo geral que explique de forma satisfatória o retorno das ações.



### 3.5 Construção dos Fatores e Carteiras

A metodologia empregada para construção dos fatores de mercado referente ao modelo Fama-French (1992), valor de mercado (determinado pela multiplicação entre o preço de fechamento da ação no período  $t$  e o número de ações existentes no período) e índice BE/ME (índice de valor patrimonial da ação/preço – determinado pela divisão entre o valor patrimonial da ação em dezembro do ano anterior e o preço desta ação no período  $t$ ) foi a metodologia padrão utilizada por Fama-French (1992) na construção do modelo dos três fatores, similar ao procedimento empregado em Mussa et alii (2012). Os retornos diários de cada ação foram extraídos do sistema Economatica e os retornos das carteiras foram determinados pela média aritmética das ações componentes diariamente.

Depois de recolhidas todas as informações, incluindo os retornos, valor de mercado e P/VPA de cada ação para cada dia do período, todos os dados foram distribuídos em diferentes planilhas, totalizando mais de 6 milhões de dados que após serem filtrados passaram para um total de 320 mil dados. As ações foram divididas conforme Fama e French (1992), primeiramente pelos seus valores de mercado pela mediana desses valores para cada dia. As ações que tinham o valor de mercado abaixo da mediana foram classificadas como “Small” e as que tinham valor de mercado acima da mediana, foram classificadas como “Big”. A partir dessa primeira classificação pode-se utilizar o índice BE/ME para dividir as ações entre “Value”, “Neutral” e “Growth”. Para isso, as ações foram divididas em quintis e separadas em 3 grupos: abaixo do percentil de 20% (Value), entre 20% e 80% (Neutral) e os acima do percentil de 80% (Growth). Com essa divisão, foram formadas as 6 carteiras para estimação do modelo e (Small Value, Small Neutral, Small Growth, Big Value, Big Neutral e Big Growth) para toda a análise que será posteriormente explicada. Veja a tabela com o resumo da formação das carteiras:

**Tabela 1:** Resumo de como as carteiras foram formadas.

Carteiras	Descrição
Small Growth	Ações com baixo valor de mercado e baixo índice BE/ME
Small Neutral	Ações com baixo valor de mercado e médio índice BE/ME
Small Value	Ações com baixo valor de mercado e alto índice BE/ME
Big Growth	Ações com alto valor de mercado e baixo índice BE/ME
Big Neutral	Ações com alto valor de mercado e médio índice BE/ME
Big Value	Ações com alto valor de mercado e alto índice BE/ME

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 3.5.1 Fator SMB

O fator SMB é o fator estreitamente ligado ao valor de mercado ou “tamanho” das ações que compõe o modelo Fama-French. Para a formação do fator, utiliza-se a média do retorno das três carteiras de ações de empresas pequenas menos a média do retorno das três carteiras de ações de empresas grandes:

$$\text{SMB} = \frac{1}{3} (\text{Small Value} + \text{Small Neutral} + \text{Small Growth}) - \frac{1}{3} (\text{Big Value} + \text{Big Neutral} + \text{Big Growth}) \quad (2)$$

Fama-French (1992) ao realizar o cálculo acima estavam, em outras palavras, subtraindo o retorno das ações de baixo valor de mercado do retorno das ações de alto valor de mercado, resultando no excedente de retorno que essas ações de baixo valor de mercado possuem em relação as de alto valor de mercado.

### 3.5.2 Fator HML

O fator HML é calculado a partir da média do retorno das duas carteiras de ações de empresas com alto BE/ME menos o retorno das duas carteiras de ações de empresas com baixo BE/ME:

$$HML = \frac{1}{2} (Small Value + Big Value) - \frac{1}{2} (Small Growth + Big Growth) \quad (3)$$

No caso do Fator HML, o resultado dessa subtração é exatamente o retorno excedente que as ações de alto índice BE/ME têm em relação as ações de baixo índice BE/ME.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Base de Dados

Para a construção da base de dados foram utilizados os mesmos critérios de Caldera, Moura e Santos (2013b), com exceção do período e do sistema do qual foram recolhidas as informações, pois pretende-se abordar um período mais atual. A construção dos fatores do modelo Fama-French (1992) foi feita a partir da base de dados que consiste na observação diária de preços de fechamento de 619 ações que fizeram parte da Bovespa durante o período de Janeiro de 2005 à Dezembro de 2014. Os dados referentes a valor contábil, valor de mercado e rentabilidade diária, corrigida para proventos e dividendos, foram todos retirados do sistema Económica.

Inicialmente foram consideradas todas as ações que fizeram parte da Bovespa durante o período analisado, porém, após aplicados os critérios de exclusão listados abaixo restaram 40 ações na base de dados. Foram efetuadas as seguintes exclusões:

- Foram excluídas ações que não apresentavam cotações diárias consecutivas para o período de 12 meses anteriores ou 12 meses posteriores ao de formação das carteiras. Os 12 meses posteriores para o cálculo do retorno das ações, que foram utilizados para a obtenção dos prêmios pelos fatores de risco, bem como dos retornos das carteiras;
- Ações sem valor de mercado em 31 de dezembro e 30 de junho, com tolerância de 21 dias;
- Ações de empresas que não possuíam Patrimônio Líquido positivo em dezembro;
- Ações de empresas financeiras, devido a seu alto grau de endividamento, característico do setor. A exclusão decorre da influência que o endividamento tem sobre o índice BE/ME e do fato do endividamento de empresas financeiras não ter o mesmo significado do endividamento de empresas não-financeiras;
- Além disso, para que não houvessem distorções do índice BE/ME em empresas que possuíam ações de classe ON e PN, o valor de mercado para cálculo do índice foi obtido pelo somatório dos valores de mercado das ações ON e PN, mesmo que uma

das duas classes de ações não tenha permanecido na amostra. Caso a ação não tenha apresentado valor de mercado em junho, com tolerância de 21 dias, para uma das duas classes de ações, ambas foram excluídas do estudo;

## 4.2 Resultados das Carteiras

Neste trabalho foi observada uma base de dados de dez anos de ações negociadas no mercado de ações brasileiro, com a intenção de se comparar os modelos Fama-French e CAPM. Os resultados encontrados ao se dividirem as carteiras conforme as características apontadas por Fama-French (1992), o valor de mercado e índice BE/ME das ações, mostram que a carteira formada com as ações de menor valor de mercado e os mais altos índices BE/ME tem o melhor retorno médio anual, comparado com as outras carteiras. Veja a tabela:

**Tabela 2:** Retornos médios anuais para cada carteira formada e média geral de todos os anos em %.

Ano	Small Growth	Small Neutral	Small Value	Big Growth	Big Neutral	Big Value
2005	-2.644%	-0.025%	3.088%	-2.221%	0.068%	2.709%
2006	-2.396%	0.097%	3.057%	-2.115%	0.099%	2.585%
2007	-2.276%	0.020%	2.805%	-1.960%	0.081%	2.432%
2008	-3.573%	-0.219%	3.366%	-3.184%	-0.083%	3.198%
2009	-2.617%	-0.010%	3.122%	-2.200%	0.098%	2.617%
2010	-2.079%	0.003%	2.341%	-1.777%	-0.013%	2.039%
2011	-2.330%	-0.093%	2.352%	-1.881%	-0.009%	2.028%
2012	-2.584%	0.095%	2.813%	-2.012%	0.065%	2.154%
2013	-2.528%	-0.041%	2.764%	-1.930%	0.000%	2.060%
2014	-2.927%	-0.105%	2.769%	-2.274%	-0.053%	2.281%
Média Total	-2.595%	-0.028%	2.848%	-2.156%	0.025%	2.410%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Esse é um dado importante, pois nesse caso, confirma as afirmações de Fama-French que as ações com menor valor de mercado têm retornos maiores do que as ações com maior valor de mercado e ações com altos índices BE/ME têm retornos médios maiores que as ações com baixo índice BE/ME. Porém, a Tabela 2 também mostra uma certa contradição com relação a essas afirmações, pois se compararmos as carteiras “paralelas” com relação a

tamanho, veremos que a carteira Small Growth obteve um retorno menor que a carteira Big Growth e da mesma forma, a carteira Small Neutral obteve um retorno menor que a carteira Big Neutral. Outra análise interessante é que dentro da categorial Small (ações com baixo valor de mercado), ou seja, as carteiras Small Growth, Small Neutral e Small Value, nota-se uma imensa superioridade da carteira Small Value em termos de retornos médios. Da mesma forma, nota-se que dentro da categoria Big (ações com alto valor de mercado), a categoria Big Value possui retornos médios muito superiores às outras duas carteiras. A principal lição que se pode tirar da Tabela 2 é que a carteira formada por ações com baixo valor de mercado e alto índice BE/ME possui o maior retorno médio no período dos últimos dez anos.

### **4.3 Resultados Econométricos**

Para se chegar às conclusões a respeito de qual dos modelos melhor explica o retorno das ações é de extrema importância que testes econométricos sejam realizados para verificar a significância estatística de tudo que se está estimando. Serão consideradas para a avaliação dos dois modelos, as seguintes ferramentas econométricas na seguinte ordem: a questão da heterocedasticidade, teste de normalidade dos resíduos, teste *t*-student, teste de multicolineariedade, correlação entre os fatores, coeficiente de determinação e o teste F.

Como foi dito anteriormente, no segundo capítulo deste trabalho, para evitar a heterocedasticidade dos dados financeiros, se utilizou o método dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) para estimar a amostra e ao mesmo tempo corrigir a heterocedasticidade dos resíduos para não haverem distorções nos resultados das regressões. Portanto, a amostra é homocedástica, não há variações irregulares nos distúrbios da amostra.

Com relação ao teste de normalidade dos resíduos, foi realizado o teste de normalidade de Jarque Bera (JB) para cada regressão tanto para o modelo Fama-French como para o modelo CAPM e encontrou-se o seguinte:

**Tabela 3:** Resumo do resultado de quantas regressões de cada modelo demonstraram normalidade nos resíduos.

Modelo	Teste de Normalidade	Quantidade
Fama-French	Rejeita $H_0$	40
	Aceita $H_0$	0
CAPM	Rejeita $H_0$	5
	Aceita $H_0$	35

Fonte: Elaborada pelo autor.

O parâmetro para decisão é a hipótese nula,  $H_0$ , de que os resíduos são normalmente distribuídos. Portanto, dizer que se “Rejeita  $H_0$ ”, significa que os resíduos não são normalmente distribuídos e dizer que se “Aceita  $H_0$ ”, significa que os resíduos são normalmente distribuídos. Para ambos os modelos o critério adotado foi de 95% de significância,  $\alpha$ . Então, o que se pode notar é que para o modelo Fama-French, as quarenta regressões mostraram resíduos que não são normalmente distribuídos. Já para o modelo CAPM, apenas cinco regressões de ações se enquadram nesse perfil, enquanto trinta e cinco mostram resíduos normalmente distribuídos.

Embora não haja normalidade dos resíduos em boa parte da amostra correspondente ao modelo Fama-French e essa seja uma das premissas do MCLR, para o teste F que será realizado neste trabalho, o erro precisa ser independente, mas não necessariamente normal. A hipótese de normalidade é importante para o teste de hipótese exato, mas caso a normalidade seja rejeitada, como nesse caso, é possível usar o teorema do limite central e usar testes de hipótese assintóticos, como o caso do teste F utilizado neste trabalho.

Com relação a significância dos coeficientes, foi realizado o teste t, que em suma, sob a hipótese nula de que os coeficientes são iguais a 0, testa a significância do coeficiente. Para ambos os modelos o critério utilizado foi de 95% de significância,  $\alpha$ . Segue uma tabela com o resumo dos resultados desse teste:

**Tabela 4:** Resumo do resultado de quantos coeficientes das regressões de cada modelo demonstraram ser significantes.

Modelo	Variáveis	Teste t	Quantidade
Fama-French	Constante Rf	Significante	5
		Não	35
	Prêmio de Risco (FF)	Significante	40
		Não	0
	SMB	Significante	35
		Não	5
HML	Significante	2	
	Não	38	
CAPM	Constante Rf	Significante	16
		Não	24
	Prêmio de Risco	Significante	40
		Não	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

A decisão sobre os dados acima funciona da seguinte forma: encontrados o valor de t para cada coeficiente, é feita uma análise do p-valor encontrado para os valores de t. Se o p-valor for menor que 5%, o coeficiente é denominado “Significante”, e se for maior, simplesmente de “Não”, indicando o coeficiente daquela variável não é significativo. Veja a tabela abaixo:

**Tabela 5:** Resumo do resultado de quantos coeficientes das regressões de cada modelo demonstraram ser significantes em % e o valor médio dos  $\beta$ 's de cada variável.

Modelo	Variáveis	Média $\beta$	%
Fama-French	Rf (FF)	0.017825751	13%
	Prêmio de Risco (FF)	0.767044305	100%
	SMB	0.115069795	88%
	HML	0.004419469	5%
CAPM	Rf	0.065451648	40%
	Prêmio de Risco	0.740380693	100%

Fonte: Elaborada pelo autor.

Portanto, os resultados de destaque ao realizar o teste t em toda a amostra é que o  $\beta$  do prêmio de risco permanece sendo significativo para 100% dos seus coeficientes nos dois modelos analisados, mesmo sendo realizado em um período e mercado diferente dos testes pioneiros desse fator. Outro resultado de destaque é o coeficiente do fator HML, pois mostra



que apenas 5% dos coeficientes são significantes em toda a amostra e testes realizados para o modelo Fama-French, enquanto o coeficiente do fator SMB se mostrou significativa para 88% das ações. Uma das possíveis razões para esse resultado é o fato de que os fatores têm desvio padrão muito alto, o que influencia o valor de  $t$ .

Com relação a colinearidade entre os fatores, foi realizado um teste de multicolinearidade especificamente para o modelo Fama-French. Pois como se trata de um modelo com três fatores, pode ser que haja colinearidade entre eles, ou seja, que um fator seja colinear com algum dos outros. O risco de não se fazer o esse teste é que, se estimados juntamente numa regressão, não se saberá ao certo qual o grau que cada fator está explicando a variável dependente.

**Tabela 6:** Resumo dos testes de multicolinearidade aplicado às quarenta regressões feitas a partir do modelo Fama-French.

Teste de Multicolinearidade (Fama-French)	
Rm_Rf	1.052
FatorSMB	1.013
FatorHML	1.039

Fonte: Elaborada pelo autor.

O valor mínimo possível para esse teste é igual a 1 e fatores com valores maiores que 10 podem indicar algum problema de colinearidade. Como se pode ver na Tabela 6, o fator prêmio de risco teve valor de 1,052, enquanto o fator SMB e o fator HML, 1,013 e 1,039, respectivamente. Portanto, com base nos parâmetros do teste realizado, não há problemas de colinearidade entre os fatores do modelo Fama-French desta amostra. Só foi colocado um quadro, pois todos os testes de multicolinearidade realizados para as quarenta ações obtiveram o mesmo resultado.

Após o teste de multicolinearidade, foi realizado o teste de correlação entre os fatores. Esse teste visa mostrar de que forma os fatores da regressão estão correlacionados entre si.

**Tabela 7:** Valores do teste de correlação aplicado às variáveis do modelo Fama-French e CAPM.

	<i>Retorno</i>	<i>Rf</i>	<i>Rm-Rf</i>	<i>Fator SMB</i>	<i>Fator HML</i>
Retorno	1				
Rf	0.006853	1			
Rm-Rf	0.557617	0.008676	1		
Fator SMB	-0.068274	-0.019108	-0.193741	1	
Fator HML	0.064837	0.200331	0.112796	-0.027197	1

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como se pode notar, existe uma correlação positiva com valor de 0,006853 entre os retornos e o prêmio de risco de mercado, confirmando a teoria defendida pelo modelo CAPM. Também é possível confirmar, pelos dados da Tabela 7, as afirmações e descobertas utilizadas por Fama-French (1992), pois se verifica uma correlação negativa com valor de -0,068274 entre os retornos e o fator SMB e uma relação positiva com valor de 0,064837 com relação ao fator HML. Em outras palavras, isso mostra que a teoria de que ações com menor valor de mercado tem maiores retornos do que ações com maior valor de mercado, também se confirma na prática. E ações com altos índices BE/ME ou, como são denominadas, “value”, tem retornos superiores quando comparadas a ações com baixos índices BE/ME ou, como são denominadas, “growth”.

Quanto ao coeficiente de determinação, foi realizado uma tabela com o resumo de todos coeficientes de determinação das regressões estimadas, tanto para o modelo irrestrito, modelo Fama-French, como para o modelo restrito, modelo CAPM, e depois se tirou a média de todos esses coeficientes. Veja abaixo:

**Tabela 8:** Média dos coeficientes de determinação,  $R^2$ , obtidos através das regressões, desvios padrões dos  $R^2$  e resumo da quantidade de vezes que um modelo obteve  $R^2$  maior que o outro.

Modelo	$R^2$	$\sigma(R^2)$	$R^2$ Superior
Fama-French	0.321753919	0.155225222	40
CAPM	0.279783387	0.157196722	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

De acordo com a Tabela 8, se pode notar que embora os dois modelos possuam coeficientes de determinação baixos e muito próximos entre si 0,32175 (Fama-French) e 0,27978 (CAPM), pode-se dizer que há um grau de ajuste maior no modelo Fama-French,

pois entre as quarenta ações estimadas o modelo obteve um coeficiente de determinação maior que o CAPM, mostrando que há um incremento na explicação dos retornos das ações quando são acrescentados os dois fatores SMB e HML.

Como foi dito anteriormente, o coeficiente de determinação sozinho não é o suficiente para provar que o modelo Fama-French é superior ao modelo CAPM, pois não mostra se houve uma redução de  $u_i$ , o que é almejado ao se aumentar o número de variáveis explicativas. Portanto o teste mais conclusivo neste caso é o teste F. Os resultados desse teste são os seguintes, veja a tabela:

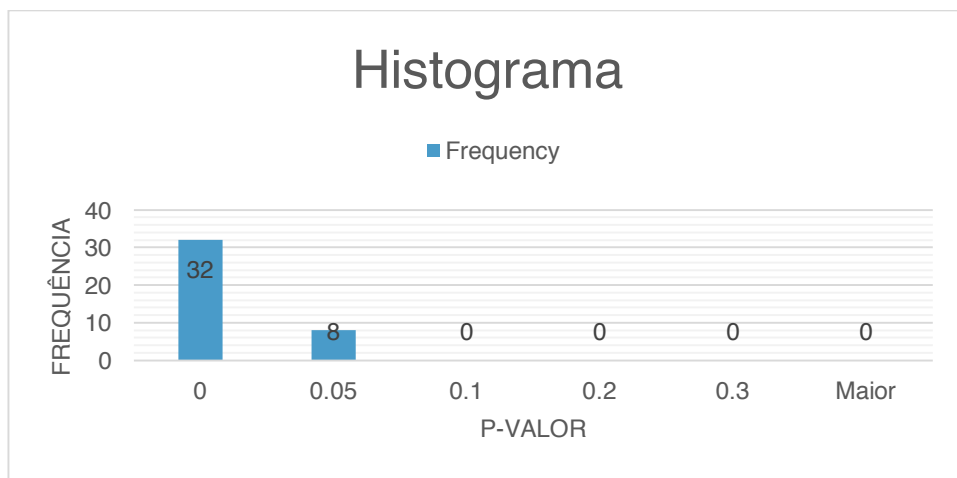
**Tabela 9:** Tabela contendo o número e nome de cada ação utilizada neste trabalho,  $R^2$  do modelo irrestrito,  $R^2$  do modelo restrito, valor do teste F obtido, valor do  $F\alpha$  obtido, p-valor e resumo de significância para cada ação.

#	Nome	$R^2$ (F-F)	$R^2$ (CAPM)	F-TEST	FDA	P-Valor	< 5%
1	Braskem	0.31331	0.28681	47.62751	1	0	Significante
2	CCR	0.21751	0.19304	38.59562	1	0	Significante
3	Cemig3	0.24655	0.19756	80.27138	1	0	Significante
4	Cemig4	0.37802	0.26753	219.30660	1	0	Significante
5	Comgas	0.15689	0.14925	11.18540	0.99999	1.45921E-05	Significante
6	Copel	0.33049	0.29600	63.59443	1	0	Significante
7	CPFL E.	0.29851	0.27016	49.88763	1	0	Significante
8	Dasa	0.16902	0.12437	66.32981	1	0	Significante
9	Eletronbras3	0.34618	0.29405	98.42898	1	0	Significante
10	Eletronbras6	0.32990	0.26740	115.14750	1	0	Significante
11	Embraer	0.15893	0.13816	30.49022	1	8.30447E-14	Significante
12	Forja T.	0.15253	0.08186	102.94770	1	0	Significante
13	Gerdau3	0.51988	0.50062	49.52897	1	0	Significante
14	Gerdau4	0.60349	0.58562	55.63545	1	0	Significante
15	Gerdau M.	0.57282	0.56105	34.00434	1	2.66454E-15	Significante
16	Gol	0.27342	0.18758	145.84602	1	0	Significante
17	Grendene	0.15143	0.08446	97.43618	1	0	Significante
18	Ideiasnet	0.17863	0.09146	131.01037	1	0	Significante
19	Klabin S/A	0.35188	0.31690	66.63484	1	0	Significante
20	Light S/A	0.25016	0.20482	74.63552	1	0	Significante
21	Lojas Am.	0.40110	0.34556	114.48383	1	0	Significante
22	Marcopolo	0.22349	0.16960	85.66407	1	0	Significante
23	Natura	0.17395	0.15201	32.78707	1	8.88178E-15	Significante
24	Oi	0.30065	0.23610	113.94960	1	0	Significante
25	P. Açúcar	0.27189	0.24748	41.38863	1	0	Significante
26	Petrobras3	0.57533	0.53113	128.48056	1	0	Significante
27	Petrobras4	0.61527	0.56772	152.57931	1	0	Significante
28	P. Seguro	0.21625	0.18282	52.66080	1	0	Significante
29	Randon	0.25295	0.20058	86.54408	1	0	Significante
30	Sabesp	0.28375	0.27149	21.13161	1	7.94915E-10	Significante
31	Sid Nac	0.58056	0.54472	105.48306	1	0	Significante
32	Souza Cruz	0.22939	0.21125	29.06757	1	3.32956E-13	Significante
33	Suzano	0.28700	0.21500	124.65186	1	0	Significante
34	Tel. Br3	0.12012	0.08238	52.95475	1	0	Significante
35	Tel. Br6	0.21813	0.15844	94.24818	1	0	Significante
36	Tim	0.22463	0.18599	61.52060	1	0	Significante
37	Tractebel	0.14208	0.12387	26.20195	1	5.49183E-12	Significante
38	Usiminas	0.49731	0.49498	5.72782	0.99670	0.003297569	Significante
39	Vale3	0.61447	0.56938	144.38961	1	0	Significante
40	Vale5	0.64230	0.60215	138.55662	1	0	Significante

Fonte: Elaborada pelo autor.

Lembrando que esse teste é decisivo para o que estamos analisando e que a hipótese nula é de que os coeficientes dos fatores SMB e HML são simultaneamente iguais a zero. Em outras palavras, o teste busca demonstrar os fatores são estatisticamente significantes ou não. Portanto, os resultados mostram que para um  $\alpha$ , nível de significância, de 95%, os coeficientes dos fatores adicionais do modelo Fama-French se mostraram significantes. Para uma melhor visualização, observe o histograma abaixo:

**Figura 8:** Histograma com colunas indicando a frequência que as regressões obtiveram determinado p-valor para cada nível de significância.



Fonte: Elaborada pelo autor.

E a tabela resumo:

**Tabela 10:** Resumo da quantidade de ações que demonstraram ter p-valor abaixo de 5% para o teste F.

<i>P-Valor</i>	<i>Frequência</i>
0	32
0.05	8
0.1	0
0.2	0
0.3	0
Maior	0

Fonte: Elaborada pelo autor.

Como se pode ver pelos dados da Tabela 10 e pela análise do histograma, as quarenta regressões do modelo irrestrito, Fama-French, mostraram um p-valor abaixo de 5%, o que traz um resultado importantíssimo para este trabalho, pois prova que há superioridade explicativa do modelo Fama-French comparado ao modelo CAPM, já que os coeficientes dos

fatores adicionais são estatisticamente significantes e, portanto, diferentes de zero.

Uma das problemáticas desse trabalho é o fato de que se está realizando o mesmo teste para série de dados diferentes, 40 (quarenta) regressões diferentes, com nível de significância de 95%. O problema de se realizar múltiplos testes é que a medida que aumentamos o número de testes de hipóteses que fazemos, também aumentamos a probabilidade de um evento raro, e, portanto, aumentamos a probabilidade de rejeitar incorretamente uma hipótese nula correta (ou seja, cometer um erro Tipo I). Por isso, será adotado também uma análise dos mesmos testes para um nível de significância de 99%, com a intenção de reduzir os possíveis erros probabilísticos devido aos múltiplos testes realizados. O resultado depois da análise feita na mesma Tabela 10 e na Figura 8, é que 32 (trinta e duas) das 40 (quarenta) ações mostraram coeficientes dos fatores SMB e HML diferentes de zero. O resultado de 32 (trinta e duas) entre 40 (quarenta) ações (índice de 80% de sucesso) demonstrarem que os coeficientes dos fatores são significantes, ainda é um resultado muito favorável para o modelo Fama-French. Fato que não deve ser negligenciado, pois denota uma superioridade explicativa desse modelo com relação ao modelo CAPM.

## 5 CONCLUSÃO

Esse trabalho foi realizado com o objetivo de comparar os dois modelos, o modelo CAPM e o modelo Fama-French, e verificar qual deles melhor explica os retornos médios das ações do mercado brasileiro. Na busca pelos resultados entre essa comparação, foram pesquisados mais de 6 milhões de dados entre 619 ações até aplicar os filtros, explicados na metodologia deste trabalho, e restarem apenas 40 ações. Alguns dos resultados encontrados são que conclusões e descobertas de pesquisadores anteriores em outros mercados e até mesmo por Fama-French (1992) nas ações americanas, ainda se sustentam e podem ser aplicadas às finanças brasileiras. O primeiro deles está no fato de que o valor de mercado é uma variável que notavelmente influencia no retorno das ações, ou seja, empresas com baixo valor de mercado mostraram ter retornos superiores as de alto valor de mercado. O segundo é que as ações com alto índice BE/ME também mostraram ter retornos maiores que ações com baixo índice BE/ME.

Com relação aos resultados encontrados nas regressões individuais pelo modelo MQO, não se pode dizer que a diferença entre a explicação do modelo Fama-French e do modelo CAPM seja muito grande, mas pode-se dizer que é satisfatória. A principal hipótese a ser testada neste trabalho foi de analisar se os fatores adicionados pelo modelo Fama-French eram mutuamente iguais a zero, pois se fossem, estaria comprovado que o modelo CAPM era superior. Porém de forma contrária, se não fossem iguais a zero e houvesse significância no p-valor do teste F, ficaria claro que o modelo Fama-French é superior na explicação dos retornos. O que se teve como resultado foi que entre as quarenta ações estimadas, o coeficiente de determinação -  $R^2$  - do modelo de três fatores se mostrou superior em todas elas, e ainda, o citado p-valor do teste F com restrições mostrou que, para 95% de significância, os retornos das ações são significativamente melhor explicados pelo modelo Fama-French (1992). Portanto, pode-se concluir que há uma superioridade - embora breve - do modelo Fama-French de três fatores na explicação dos retornos médios das ações do mercado brasileiro de ações no período de 2005-2014 quando comparado ao modelo CAPM.

## REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 12. ed. 265-294. São Paulo: Atlas, 2014.
- BALL, Ray. **Anomalies in Relationships between Securities' Yields and Yield-surrogates**, *Journal of Financial Economics*, Vol. 6(2-3), 103-126, 1978.
- BANZ, Rolf W., **The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks**. *Journal of Financial Economics*, 9, 3-18, 1981.
- BASU, Sanjoy. **The Relationship Between Earnings' Yield, Market Value and Return for NYSE Common Stocks: Further Evidence**. *Journal of Financial Economics*, Vol. 12(1), 1983.
- BHANDARI, Laxmi C., **Debt/Equity Ratio and Expected Common Stock Returns: Empirical Evidence**. *Journal of Finance*, Vol. 43(2), 507-528, 1988.
- CALDEIRA, João F., MOURA, Guilherme; SANTOS, André P., **Seleção de Carteiras Utilizando o Modelo Fama-French-Carhart**. 2013b.
- CHAN, Louis C. K.; HAMAOKA, Yasushi; LAKONISHOK, Josef. **Fundamental and Stock Returns in Japan**. *Journal of Finance*, Vol. 46(5), 1739-1764, 1991.
- COSTA, Newton Jr.; NEVES, Myrian B., **Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações**. *Revista Brasileira de Economia*, 54(1):123–137, 2000.
- COSTA; Newton Jr. **Apostila de Mercado de Capitais (UFSC)**, 96-121, 2012.
- ECONOMÁTICA**. Base de dados.
- FAMA, Eugene. F.; FRENCH, Kenneth R., **The cross-section of expected stock returns**. *Journal of Finance*, 47(2):427– 465, 1992.
- GUJARATI, Damodar N., **Econometria Básica**, 4<sup>a</sup>. ed. Campus, 2006
- JENSEN, Michael C.; BLACK, Fisher; SCHOLES, Myron S., **The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests**. Michael C. Jensen, STUDIES IN THE THEORY OF CAPITAL MARKETS, Praeger Publishers Inc., 1972.
- LINTNER, J., **The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets**. *Review of Economics and Statistics*, 47, 13—37, 1965.
- MARKOWITZ, Henry, **Portfolio Selection**. *Journal of Finance*, 7(1), 77—91, 1952.
- MOSSIN, Jan. **Equilibrium in a Capital Asset Market**. *Journal of the Econometric Society*, Vol. 34, No. 4, 768-783, 1966.

MUSSA, Adriano; SANTOS, José O.; FAMÁ, Rubens, **A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de Fama & French aplicado ao mercado acionário brasileiro.** *Revista de Gestão*, 19(3):431–447, 2012.

RAYES, Ana C.; ARAÚJO, Gustavo; BARBEDO, Cláudio. **O modelo de 3 fatores de fama e french ainda explica os retornos no mercado acionário brasileiro?** *Revista Alcance*, 2011.

SHARPE, William F., **Capital Assets Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk.** *The Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3, 425-442, 1964.

STATTMAN, Dennis W., **Book values and Stock Returns.** *The Chicago MBA: A Journal of Selected Papers*, Vol. 4, 25-45, 1980.

TOBIN, James. **Liquidity Preference as Behavior Towards Risk.** *Review of Economic Studies* 25.1: 65–86, 1958.

ROSENBERG, Barr; KENNETH, Reid; LANSTEIN, Ronald. **Persuasive Evidence of Market Inefficiency,** *Journal of Portfolio Management*, Vol. 11(2), 1985.

RUBINSTEIN, Mark. **A History of the Theory of Investments – My annotated biography,** 150-350, 2006.



## ANEXO

Tabela 11: Resumo dos resultados das regressões para cada um dos modelos.

Nome	Modelo	Variáveis	Coef.	Desvio Padrão	P-Valor	< 5%	t	p-valor	< 5%
Braskem	Fama-French	Rf (FF)	0.05369	0.15203	0.72403	Não	308.564	9.9E-68	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.86673	0.02704	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.18598	0.05146	0.00031	Significativo			
		HML	-0.00303	0.01659	0.85508	Não			
	CAPM	Rf	0.02712	0.04080	0.50626	Não	301.438	3.0E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.86065	0.02731	0.00000	Significativo			
CCR	Fama-French	Rf (FF)	0.17220	0.14153	0.22385	Não	408.217	2.3E-89	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.66238	0.02536	0.00000	Significativo			
		SMB	0.14359	0.04966	0.00387	Significativo			
		HML	-0.00615	0.01541	0.68985	Não			
	CAPM	Rf	0.10859	0.03788	0.00419	Significativo	446.548	4.5E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.62147	0.02557	0.00000	Significativo			
Cemig3	Fama-French	Rf (FF)	-0.02395	0.12453	0.84751	Não	1408.34 2	1.5E-306	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.56498	0.02261	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.35837	0.04395	0.00000	Significativo			
		HML	0.01221	0.01393	0.38086	Não			
	CAPM	Rf	0.10366	0.03708	0.00522	Significativo	0.000	0.0E+00	Rejeita H0
		Prêmio de Risco	0.60221	0.02442	0.00000	Significativo			
Cemig4	Fama-French	Rf (FF)	-0.05185	0.11641	0.65602	Não	1252.49 6	1.1E-272	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.67433	0.01885	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.34349	0.04420	0.00000	Significativo			
		HML	0.01625	0.01275	0.20265	Não			
	CAPM	Rf	0.08401	0.03602	0.01977	Significativo	0.000	0.0E+00	Rejeita H0
		Prêmio de Risco	0.67424	0.02245	0.00000	Significativo			
Congas	Fama-French	Rf (FF)	0.06012	0.10088	0.55124	Não	284.270	1.9E-62	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.42127	0.02005	0.00000	Significativo			
		SMB	0.26551	0.03877	0.00000	Significativo			
		HML	0.00117	0.01077	0.91351	Não			
	CAPM	Rf	0.07177	0.03015	0.01736	Significativo	0.000	0.0E+00	Rejeita H0
		Prêmio de Risco	0.40361	0.01939	0.00000	Significativo			
Copel	Fama-French	Rf (FF)	-0.12451	0.12773	0.32977	Não	451.229	1.0E-98	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.74865	0.02181	0.00000	Significativo			
		SMB	0.06257	0.04305	0.14619	Não			
		HML	0.02222	0.01414	0.11621	Não			
	CAPM	Rf	0.09129	0.03521	0.00957	Significativo	0.000	0.0E+00	Rejeita H0
		Prêmio de Risco	0.73328	0.02275	0.00000	Significativo			
CPFL Energia	Fama-French	Rf (FF)	-0.04869	0.10861	0.65396	Não	147.603	8.9E-33	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.58942	0.01927	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.15284	0.03829	0.00007	Significativo			
		HML	0.01280	0.01187	0.28122	Não			
	CAPM	Rf	0.07282	0.03041	0.01671	Significativo	153.788	1.5E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.59408	0.01965	0.00000	Significativo			
Dasa	Fama-French	Rf (FF)	-0.00318	0.15413	0.98355	Não	278.769	2.9E-61	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.57185	0.02686	0.00000	Significativo			
		SMB	0.58182	0.05412	0.00000	Significativo			

	CAPM	HML	0.00620	0.01678	0.71177	Não	357.805	3.6E+02	Aceita HO
		Rf	0.05175	0.04283	0.22712	Não			
		Prêmio de Risco	0.51741	0.02762	0.00000	Significativo			
Eletrobras3	Fama-French	Rf (FF)	-0.36941	0.13690	0.00702	Significativo	1022.063	1.2E-222	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.86487	0.02503	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.09372	0.05190	0.07108	Não			
		HML	0.03902	0.01579	0.01352	Significativo			
	CAPM	Rf	0.01642	0.04424	0.71051	Não	947.823	9.5E+02	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.90961	0.02836	0.00000	Significativo					
Eletrobras6	Fama-French	Rf (FF)	-0.26600	0.13902	0.05582	Não	3477.067	0.0E+00	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.81631	0.02410	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.05269	0.04987	0.29087	Não			
		HML	0.03101	0.01585	0.05061	Não			
	CAPM	Rf	0.03202	0.04298	0.45637	Não	3373.492	3.4E+03	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.84328	0.02809	0.00000	Significativo					
Embraer	Fama-French	Rf (FF)	0.04619	0.14623	0.75213	Não	384.833	2.7E-84	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.56682	0.02638	0.00000	Significativo			
		SMB	0.21511	0.05122	0.00003	Significativo			
		HML	0.00167	0.01608	0.91738	Não			
	CAPM	Rf	0.05942	0.04064	0.14388	Não	419.504	4.2E+02	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.53806	0.02704	0.00000	Significativo					
Forja Taurus	Fama-French	Rf (FF)	0.28256	0.15096	0.06135	Não	1141.193	1.6E-248	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.59671	0.03173	0.00000	Significativo			
		SMB	0.83377	0.06688	0.00000	Significativo			
		HML	-0.02713	0.01633	0.09663	Não			
	CAPM	Rf	0.07153	0.05436	0.18832	Não	1407.501	1.4E+03	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.53530	0.03607	0.00000	Significativo					
Gerdau3	Fama-French	Rf (FF)	-0.03864	0.11669	0.74054	Não	56.331	5.9E-13	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.99573	0.02038	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.28721	0.04011	0.00000	Significativo			
		HML	0.00739	0.01259	0.55762	Não			
	CAPM	Rf	0.04579	0.05436	0.18832	Não	63.182	6.3E+01	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.53530	0.03607	0.00000	Significativo					
Gerdau4	Fama-French	Rf (FF)	-0.08311	0.11276	0.46118	Não	101.995	7.1E-23	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.11014	0.01897	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.25412	0.03859	0.00000	Significativo			
		HML	0.01166	0.01238	0.34633	Não			
	CAPM	Rf	0.04579	0.03335	0.16992	Não	114.279	1.1E+02	Aceita HO
Prêmio de Risco	1.03580	0.02082	0.00000	Significativo					
Gerdau Met	Fama-French	Rf (FF)	-0.01080	0.11514	0.92527	Não	103.714	3.0E-23	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.11444	0.02005	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.17442	0.04077	0.00002	Significativo			
		HML	0.00461	0.01275	0.71797	Não			
	CAPM	Rf	0.04390	0.03256	0.17768	Não	116.673	1.2E+02	Aceita HO
Prêmio de Risco	1.16301	0.02070	0.00000	Significativo					
Gol	Fama-French	Rf (FF)	-0.39122	0.19524	0.04520	Significativo	939.844	8.2E-205	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.01256	0.03441	0.00000	Significativo			
		SMB	0.86190	0.06781	0.00000	Significativo			
		HML	0.04153	0.02217	0.06115	Não			
	CAPM	Rf	0.03724	0.05903	0.52817	Não	829.853	8.3E+02	Aceita HO
Prêmio de Risco	0.92062	0.03855	0.00000	Significativo					

		Risco							
Grendene	Fama-French	Rf (FF)	0.39968	0.12076	0.00095	Significativo	430.096	4.0E-94	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.43071	0.02259	0.00000	Significativo			
		SMB	0.56524	0.04687	0.00000	Significativo			
		HML	-0.03444	0.01266	0.00656	Significativo			
	CAPM	Rf	0.07045	0.03767	0.06161	Não	565.043	5.7E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.36378	0.02410	0.00000	Significativo			
Ideiasnet	Fama-French	Rf (FF)	0.21119	0.16266	0.19429	Não	570.099	1.6E-124	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.68425	0.03362	0.00000	Significativo			
		SMB	1.01844	0.07172	0.00000	Significativo			
		HML	-0.01547	0.01752	0.37719	Não			
	CAPM	Rf	0.08734	0.05766	0.12996	Não	634.515	6.3E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.59066	0.03746	0.00000	Significativo			
Klabin S/A	Fama-French	Rf (FF)	0.01752	0.12720	0.89047	Não	131.987	2.2E-29	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.91892	0.02536	0.00000	Significativo			
		SMB	0.46750	0.04607	0.00000	Significativo			
		HML	0.00874	0.01374	0.52497	Não			
	CAPM	Rf	0.09342	0.03829	0.01478	Significativo	163.911	1.6E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.85205	0.02517	0.00000	Significativo			
Light S/A	Fama-French	Rf (FF)	0.11040	0.15080	0.46420	Não	1228.178	2.0E-267	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.75411	0.02644	0.00000	Significativo			
		SMB	0.42902	0.05131	0.00000	Significativo			
		HML	-0.00682	0.01675	0.68412	Não			
	CAPM	Rf	0.04738	0.04353	0.27651	Não	1410.124	1.4E+03	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.71425	0.02832	0.00000	Significativo			
Lojas Americ	Fama-French	Rf (FF)	0.05142	0.13962	0.71270	Não	458.714	2.5E-100	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.95812	0.02363	0.00000	Significativo			
		SMB	0.50669	0.04682	0.00000	Significativo			
		HML	0.00674	0.01485	0.65013	Não			
	CAPM	Rf	0.11588	0.03873	0.00280	Significativo	533.651	5.3E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.90268	0.02500	0.00000	Significativo			
Marcopolo	Fama-French	Rf (FF)	0.00288	0.14646	0.98434	Não	195.820	3.0E-43	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.67493	0.02670	0.00000	Significativo			
		SMB	0.66061	0.05121	0.00000	Significativo			
		HML	0.01183	0.01546	0.44422	Não			
	CAPM	Rf	0.11386	0.04163	0.00628	Significativo	240.488	2.4E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.61960	0.02759	0.00000	Significativo			
Natura	Fama-French	Rf (FF)	-0.08711	0.14498	0.54801	Não	344.473	1.6E-75	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.59983	0.02653	0.00000	Significativo			
		SMB	0.18509	0.04943	0.00018	Significativo			
		HML	0.01649	0.01572	0.29420	Não			
	CAPM	Rf	0.06728	0.04010	0.09350	Não	356.572	3.6E+02	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.55920	0.02658	0.00000	Significativo			
Oi	Fama-French	Rf (FF)	0.06913	0.18171	0.70366	Não	1299.151	7.8E-283	Rejeita H0
		Prêmio de Risco (FF)	0.96861	0.02979	0.00000	Significativo			
		SMB	0.50164	0.06092	0.00000	Significativo			
		HML	-0.00881	0.02024	0.66339	Não			
	CAPM	Rf	-0.02570	0.05203	0.62144	Não	1324.175	1.3E+03	Aceita H0
		Prêmio de Risco	0.89443	0.03237	0.00000	Significativo			
P.Acucar-Cbd	Fama-French	Rf (FF)	0.15250	0.12710	0.23029	Não	346.145	6.8E-76	Rejeita H0
		Prêmio de Risco	0.64501	0.02136	0.00000	Significativo			

		Risco (FF)					353.978	3.5E+02	Aceita HO
		SMB	0.14852	0.04208	0.00042	Significativo			
		HML	-0.00856	0.01342	0.52370	Não			
		Rf	0.07090	0.03367	0.03535	Significativo			
	CAPM	Prêmio de Risco	0.62553	0.02195	0.00000	Significativo	780.407	3.4E-170	Rejeita HO
		Rf (FF)	0.09091	0.11227	0.41817	Não			
		Prêmio de Risco (FF)	1.03933	0.01954	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.47017	0.03934	0.00000	Significativo			
	Fama-French	HML	-0.00643	0.01229	0.60095	Não	940.222	9.4E+02	Aceita HO
		Rf	0.03577	0.03166	0.25863	Não			
		Prêmio de Risco	1.11891	0.02115	0.00000	Significativo			
		Rf (FF)	0.13588	0.10311	0.18769	Não			
	Fama-French	Prêmio de Risco (FF)	1.02435	0.01757	0.00000	Significativo	772.479	1.8E-168	Rejeita HO
		SMB	-0.41408	0.03635	0.00000	Significativo			
		HML	-0.01029	0.01136	0.36516	Não			
		Rf	0.04642	0.02948	0.11551	Não			
	CAPM	Prêmio de Risco	1.10898	0.01947	0.00000	Significativo	0.000	0.0E+00	Rejeita HO
		Rf (FF)	-0.04091	0.11918	0.73145	Não			
		Prêmio de Risco (FF)	0.54266	0.02105	0.00000	Significativo			
		SMB	0.35343	0.04160	0.00000	Significativo			
	Fama-French	HML	0.01457	0.01274	0.25288	Não	330.399	1.8E-72	Rejeita HO
		Rf	0.10881	0.03341	0.00114	Significativo			
		Prêmio de Risco	0.50198	0.02135	0.00000	Significativo			
		Rf (FF)	0.24668	0.14079	0.07988	Não			
	Fama-French	Prêmio de Risco (FF)	0.69364	0.02475	0.00000	Significativo	335.337	1.5E-73	Rejeita HO
		SMB	0.58897	0.04829	0.00000	Significativo			
		HML	-0.01854	0.01506	0.21836	Não			
		Rf	0.06681	0.03932	0.08942	Não			
	CAPM	Prêmio de Risco	0.63882	0.02566	0.00000	Significativo	598.361	6.0E+02	Aceita HO
		Rf (FF)	0.19339	0.14054	0.16892	Não			
		Prêmio de Risco (FF)	0.76975	0.02465	0.00000	Significativo			
		SMB	0.21874	0.04870	0.00001	Significativo			
	Fama-French	HML	-0.01049	0.01542	0.49631	Não	461.458	6.2E-101	Rejeita HO
		Rf	0.08997	0.03869	0.02012	Significativo			
		Prêmio de Risco	0.75943	0.02503	0.00000	Significativo			
		Rf (FF)	-0.10498	0.12511	0.40149	Não			
	Fama-French	Prêmio de Risco (FF)	1.15997	0.02068	0.00000	Significativo	1083.604	5.0E-236	Rejeita HO
		SMB	-0.20708	0.04372	0.00000	Significativo			
		HML	0.01427	0.01381	0.30160	Não			
		Rf	0.05257	0.03620	0.14660	Não			
	CAPM	Prêmio de Risco	1.22300	0.02250	0.00000	Significativo	1145.380	1.1E+03	Aceita HO
		Rf (FF)	-0.13683	0.13141	0.29786	Não			
		Prêmio de Risco (FF)	0.59025	0.02287	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.13588	0.04583	0.00306	Significativo			
	Fama-French	HML	0.02256	0.01434	0.11578	Não	213.517	4.3E-47	Rejeita HO
		Rf	0.08931	0.03655	0.01462	Significativo			
		Prêmio de Risco	0.59505	0.02314	0.00000	Significativo			
		Rf (FF)	-0.01562	0.14933	0.91670	Não			
	Fama-French	Prêmio de Risco (FF)	0.76800	0.02502	0.00000	Significativo	187.499	1.9E-41	Rejeita HO
		SMB	0.64304	0.05072	0.00000	Significativo			
		HML	0.00694	0.01621	0.66870	Não			
		Rf (FF)	-0.01562	0.14933	0.91670	Não			

	CAPM	Rf	0.04881	0.04155	0.24021	Não	169.330	1.7E+02	Aceita HO
		Prêmio de Risco	0.68345	0.02628	0.00000	Significativo			
Telef Brasil	Fama-French	Rf (FF)	0.03810	0.11734	0.74547	Não	298.068	1.9E-65	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.31723	0.02151	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.31876	0.04037	0.00000	Significativo			
		HML	0.00167	0.01274	0.89602	Não			
	CAPM	Rf	0.06309	0.03278	0.05436	Não	281.715	2.8E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	0.32260	0.02166	0.00000	Significativo				
Telef Brasil	Fama-French	Rf (FF)	-0.07848	0.11841	0.50753	Não	274.675	2.3E-60	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.48001	0.02054	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.27451	0.03964	0.00000	Significativo			
		HML	0.01357	0.01280	0.28951	Não			
	CAPM	Rf	0.06072	0.03202	0.05802	Não	281.715	2.8E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	0.45052	0.02089	0.00000	Significativo				
Tim Part S/A	Fama-French	Rf (FF)	-0.10647	0.17557	0.54429	Não	2998.190	0.0E+00	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.80964	0.03124	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.07318	0.06232	0.24039	Não			
		HML	0.02151	0.01959	0.27243	Não			
	CAPM	Rf	0.10641	0.05135	0.03834	Significativo	2932.197	2.9E+03	Aceita HO
	Prêmio de Risco	0.81288	0.03422	0.00000	Significativo				
Tractebel	Fama-French	Rf (FF)	0.00344	0.12867	0.97867	Não	337.912	4.2E-74	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	0.45523	0.02448	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.17454	0.04584	0.00014	Significativo			
		HML	0.01100	0.01429	0.44141	Não			
	CAPM	Rf	0.11282	0.03777	0.00284	Significativo	316.806	3.2E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	0.46806	0.02505	0.00000	Significativo				
Usiminas	Fama-French	Rf (FF)	-0.06597	0.14230	0.64299	Não	577.935	3.2E-126	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.17173	0.02421	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.02655	0.05172	0.60771	Não			
		HML	0.00782	0.01568	0.61811	Não			
	CAPM	Rf	0.02653	0.04180	0.52575	Não	569.623	5.7E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	1.21416	0.02468	0.00000	Significativo				
Vale3	Fama-French	Rf (FF)	0.19658	0.09580	0.04028	Significativo	113.661	2.1E-25	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.03893	0.01761	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.34501	0.03498	0.00000	Significativo			
		HML	-0.01521	0.01079	0.15861	Não			
	CAPM	Rf	0.05026	0.02806	0.07340	Não	120.275	1.2E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	1.06672	0.01867	0.00000	Significativo				
Vale5	Fama-French	Rf (FF)	0.22632	0.08519	0.00794	Significativo	122.736	2.2E-27	Rejeita HO
		Prêmio de Risco (FF)	1.00936	0.01621	0.00000	Significativo			
		SMB	-0.30581	0.03155	0.00000	Significativo			
		HML	-0.01726	0.00961	0.07254	Não			
	CAPM	Rf	0.05583	0.02584	0.03081	Significativo	136.373	1.4E+02	Aceita HO
	Prêmio de Risco	1.04055	0.01702	0.00000	Significativo				

Fonte: Elaborada pelo autor.