



Universidade Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

**Aplicação de Controle Ótimo de Nível em Vasos
Separadores**

Marcos Moreira de Xerez Sobral



0.250.110-8

UFSC-BU

Florianópolis
1996

Marcos Moreira de Xerez Sobral

Aplicação de Controle Ótimo de Nível em Vasos Separadores

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia.

Orientador: Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.

Florianópolis
1996

Marcos Moreira de Xerez Sobral

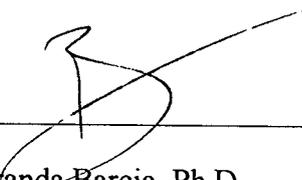
Aplicação de Controle Ótimo de Nível em Vasos Separadores

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do Título de **Mestre**, Especialidade em Engenharia de Produção, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.



Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Coordenador

Banca Examinadora:



Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.
Orientador



Fernando Álvaro Ostuni Gauthier, Dr.
Membro



Rogério Cid Bastos, Dr.
Membro

Às equipes de operação embarcadas nas plataformas marítimas de produção de petróleo da PETROBRÁS, cuja dedicação e espírito de corpo contribuem decisivamente para tornar esta Empresa uma peça fundamental para a independência e afirmação econômica do País.

Agradecimentos

À Petróleo Brasileiro S.A. , pelo investimento e confiança em mim depositados.

A Alexandre Lugtenburg de Garcia e José Luis Loureiro Alves, pelos indispensáveis apoio e incentivo.

A Marcos Teixeira Pochmann, pela solicitude para a obtenção de informações e pelas sugestões e idéias, que contribuíram significativamente para este trabalho.

A minha família e amigos, sempre presentes apesar da distância.

Sumário

| | |
|--|------|
| Resumo | vii |
| Abstract | viii |
| | |
| Capítulo 1 - Introdução | |
| 1.1 Considerações Gerais | 1 |
| 1.2 Objetivos do Trabalho | 2 |
| 1.3 Organização da Dissertação | 3 |
| | |
| Capítulo 2 - Descrição do Problema | |
| 2.1 Produção de Petróleo em Plataformas Marítimas | 5 |
| 2.2 Controle de Nível em Vasos Separadores | 8 |
| | |
| Capítulo 3 - Controle Ótimo | |
| 3.1 Introdução | 13 |
| 3.2 Problema Básico | 16 |
| 3.3 Algoritmo de Programação Dinâmica | 19 |
| 3.4 Sistemas Lineares com Funcional de Custo Quadrático | 24 |
| | |
| Capítulo 4 - Formulação e Solução do Problema | |
| 4.1 Modelagem | 33 |
| 4.2 Avaliação Inicial - Comparação com Controlador PI | 42 |
| | |
| Capítulo 5 - Simulação do Controlador Ótimo para as | |
| Condições de uma Planta Real | |
| 5.1 Características da Planta | 62 |

| | |
|---|-----|
| 5.2 Obtenção dos Valores de Distúrbio | 64 |
| 5.3 Avaliação Estatística do Espaço de Distúrbios | 67 |
| 5.4 Sintonia do Controlador Ótimo | 81 |
| 5.5 Simulação Final | 89 |
| Capítulo 6 - Conclusões Finais e Recomendações | |
| 6.1 Observações Gerais | 108 |
| 6.2 Características da Solução Obtida | 109 |
| 6.3 Limitações e Análises Adicionais Sugeridas | 110 |
| 6.4 Extensão para Problemas com Informação Imperfeita de Estado ... | 112 |
| Apêndice A - Controlador PI | 118 |
| Apêndice B - Problemas com Informação Imperfeita de Estado | 121 |
| Apêndice C - Espaço de Distúrbios de Observação | 133 |
| Referências Bibliográficas | 138 |

Resumo

Partindo da hipótese de que o bom funcionamento de um vaso separador independe de um esquema de controle que mantenha o nível rigidamente próximo de um valor de referência, um objetivo de controle que permita uma maior excursão nos valores de nível é estabelecido. O controle de nível em vasos separadores é modelado como um problema de controle ótimo e uma solução para o objetivo definido é determinada. É proposto um procedimento para sintonia do controlador ótimo de forma a atender às restrições operacionais em termos de valores admissíveis máximo e mínimo de nível. Registros históricos das variáveis de processo de uma planta real são utilizados para obter uma descrição probabilística dos distúrbios que agem sobre o vaso separador. É executada uma simulação do controlador ótimo para estes distúrbios e os resultados são comparados com o controlador convencional PI atualmente em uso na planta, cujo comportamento é também obtido a partir de registros históricos. São indicadas as vantagens potenciais na utilização do novo esquema de controle e sugeridas extensões do mesmo para o tratamento de informação incompleta de estado. São também apresentados resultados preliminares neste sentido.

Abstract

A level control objective that allows a wider variation on level values is established assuming that the good performance of a decanter vase is independent of a control strategy that keeps the level tightly close to the set point. The level control problem for decanter vases is formulated as an optimal control problem, for which a solution is determined considering the established objective. A tuning procedure for the optimal controller is proposed as to attain to operational constraints of maximum and minimum acceptable level values. Process variables historic data from a real plant are used to develop a probabilistic representation of the input flow disturbances to a decanter vase. A simulation for the optimal controller is performed using this disturbance representation and the results are compared to the conventional PI controller presently in use at the plant. The PI response is also obtained from historic data. Potential advantages on the use of the optimal control strategy are pointed out. Extensions to the controller are suggested as to deal with imperfect state information. Some preliminary results in this direction are also presented.

Capítulo 1 - Introdução

1.1 Considerações Gerais

A indústria do petróleo é reconhecidamente um segmento econômico caracterizado pelos altos níveis de investimento, risco e, em contrapartida, retorno de capital. A exploração e produção de petróleo em alto mar potencializa ainda mais estes aspectos, não apenas devido ao ambiente hostil, mas também por envolver jazidas de grande porte.

Grandes jazidas significam grandes vazões de produção e, conseqüentemente, instalações com capacidade e complexidade crescentes. Todavia, durante muito tempo, as plantas de processo instaladas a bordo de plataformas de produção foram consideradas de pouco complexas. E realmente são, se comparadas àquelas encontradas, por exemplo, em refinarias ou outros ramos da indústria. Assim, a “simplicidade do processo” fez com as atenções ou prioridades se desviassem da busca de alternativas de controle, fazendo com que as soluções adotadas sempre se restringissem aos convencionais controladores PID.

A crescente busca de melhoria dos níveis de segurança e produtividade das plataformas, levou à adoção de tecnologias de automação industrial também nestas instalações. A decorrente facilidade na operação do processo acabou por possibilitar uma maior disponibilidade para atividades relacionadas com a avaliação de performance da planta e, conseqüentemente, das soluções de controle até então adotadas. A partir disso, situações onde potencialmente a utilização de estratégias de controle mais adequadas gerariam ganhos de produtividade começaram a ser identificadas. Uma delas se refere

ao controle de nível de vasos separadores, para o qual será desenvolvida e avaliada uma solução alternativa ao longo deste trabalho.

Antes de estabelecer mais precisamente os objetivos do trabalho, cabe aqui um comentário com relação ao enfoque prioritário na aplicação, que como o próprio título sugere, foi adotado. Assim sendo, demonstrações e resultados teóricos intermediários foram, em geral, apenas indicados e as referências correspondentes citadas, tendo sido considerado mais relevante o tratamento das questões relativas a aplicação dos resultados finais a uma situação real.

1.2 Objetivos do Trabalho

O objetivo deste trabalho é desenvolver e avaliar uma estratégia de controle alternativa àquela atualmente empregada para o controle de nível em vasos separadores instalados em plataformas marítimas (*offshore*) de produção de petróleo.

Atualmente, esta tarefa é executada mediante a utilização de controladores convencionais tipo PI (Proporcional e Integral) que implementam um controle “justo” do nível em torno de um valor de referência (*set point*) estabelecido. Partindo da hipótese inicial de que, para a realização eficiente da separação óleo-gás no interior do vaso, o controle de nível nesses equipamentos prescinde da rigorosa manutenção do estado próximo do *set point*, o que se busca é uma solução que possibilite uma maior excursão dos valores de nível, caracterizando um controle mais “solto”.

Para tanto, devem ser levadas em consideração as especificidades do processo de produção de petróleo no mar e o nível atual de instrumentação da planta, assim como os

equipamentos disponíveis na arquitetura de automação existente a bordo das plataformas.

1.3 Organização da Dissertação

A produção de petróleo no mar atribui ao problema de controle de nível em vasos separadores algumas características particulares. O Capítulo 2 inicialmente apresenta uma descrição geral do processo *offshore* de produção de petróleo, assim como do ambiente de automação industrial existente nas plataformas, no qual devem estar inseridas todas as soluções de controle de processo utilizadas a bordo. Em seguida, são apresentados os aspectos que caracterizam o controle de nível em vasos separadores. São feitas considerações a respeito do comportamento da vazão de entrada de óleo nos vasos e descreve-se os equipamentos e a instrumentação usualmente envolvida no controle de nível. Finalmente, é também apresentada a hipótese sobre o funcionamento dos vasos separadores na qual se baseou o tipo de solução de controle buscada.

O Capítulo 3 apresenta os aspectos da teoria de Controle Ótimo que foram empregados no desenvolvimento da solução de controle buscada. É definido o problema básico de controle ótimo discreto e apresentado o algoritmo de programação dinâmica que o resolve. O caso especial envolvendo sistemas lineares e funcionais de custo quadráticos é especificamente analisado, tendo em vista a concordância com o problema sendo tratado.

No Capítulo 4 o controle de nível em um vaso separador genérico é modelado como um problema de controle ótimo. Utilizando os resultados para sistemas lineares com funcional de custo quadrático apresentados no Capítulo 3, é obtida uma solução do problema, a qual é então aplicada a uma situação hipotética através de simulação. Os

resultados são comparados com os da simulação de um controlador PI, atuando na mesma situação. A formulação do controlador PI utilizada nesta simulação é apresentada no Apêndice A.

No Capítulo 5, a solução genérica obtida no Capítulo 4 é particularizada para uma situação real. As características de um vaso separador específico são inseridas no simulador e o perfil da vazão de entrada de óleo a que ele esteve submetido por um período de dez dias é reconstruído a partir de dados históricos do processo. Os dados do perfil de vazão são analisados estatisticamente de forma a se obter uma representação probabilística dos mesmos, necessária na sintonia do controlador ótimo para as condições reais da planta. São executadas simulações do controlador ótimo submetido ao perfil de vazão obtido e seu comportamento é comparado ao do controlador da planta, obtido também a partir dos arquivos históricos do processo.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões finais do trabalho, apontadas algumas limitações dos resultados obtidos e indicadas as análises adicionais a serem feitas de forma possibilitar uma avaliação ainda mais completa do controlador desenvolvido. São também sugeridos temas para futuros desenvolvimentos. Dentre eles, o mais relevante é a consideração de problemas envolvendo informação imperfeita de estado. Nesse sentido, são apresentadas algumas análises iniciais, assim como sugeridas possíveis soluções para aspectos problemáticos já identificados. Os apêndices B e C foram incluídos com o intuito de servirem como subsídio para este desenvolvimento posterior, contendo respectivamente, um resumo teórico da obtenção da solução do problema de controle ótimo com informação imperfeita de estado e uma avaliação inicial da distribuição dos ruídos nas leituras de nível.

Capítulo 2 - Descrição do Problema

2.1 Produção de Petróleo em Plataformas Marítimas

Assim como em outras parte do mundo, a descoberta de relevantes jazidas de hidrocarbonetos em alto mar na costa brasileira tem feito com que a PETROBRÁS venha investindo cada vez mais na instalação de plataformas marítimas de produção de petróleo. A exploração destas jazidas constitui empreendimento de grandes proporções, tanto do ponto de vista de investimento financeiro quanto do potencial de retorno do mesmo, tendo em vista os volumes de produção envolvidos e o porte das instalações que se fazem necessárias.

O petróleo como encontrado na natureza é na verdade uma mistura, composta basicamente de óleo, gás e água. Assim, de forma genérica, pode-se dizer que os equipamentos instalados em uma plataforma de produção visam:

- possibilitar a elevação do petróleo, desde o reservatório no subsolo marítimo, até a plataforma;
- efetuar a separação óleo-gás-água;
- comprimir o gás para sua exportação através de gasodutos;
- exportar o óleo através de oleodutos ou para monobóias, onde é feito seu carregamento em navios-tanque;
- tratar a água para descarte, re-injeção no reservatório ou alguma utilização à bordo.

A crescente complexidade das modernas plantas de processo químico e petroquímico vem exigindo a utilização de técnicas de controle e automação cada vez mais

avançadas, visando adequar os níveis de operação aos padrões estabelecidos de produtividade e segurança. Nesse sentido, a partir de 1989 o então Departamento de Produção da PETROBRÁS decidiu padronizar os sistemas de supervisão a serem instalados nas futuras plataformas de produção de petróleo.

Como resultado, foi definida uma arquitetura básica denominada ECOS (Estação Central de Operação e Supervisão). Esta arquitetura é baseada em *hardware* de mercado e *software* de supervisão configurável, incorporando os conceitos de sistemas abertos. Destinada inicialmente à implementação do sistema supervisorio, atualmente a ECOS serve como plataforma básica para outros sistemas de apoio à operação de processos [16].

A utilização da arquitetura ECOS permitiu, além das vantagens operacionais inerentes à utilização de tecnologias de automação industrial, uma melhor definição em termos arquitetônicos dos ambientes de operação e de equipamentos, na sala de controle. No primeiro deles encontram-se basicamente as estações de trabalho que interfaceiam a ECOS com os operadores de processo, definindo assim o espaço de trabalho de supervisão e operação. No segundo encontram-se instalados os diversos equipamentos que compõem a arquitetura, tais como os computadores, controladores de malha e PLC's (ver figura 2.1).

O sistema de supervisão da ECOS disponibiliza para o operador da planta uma série de funções a partir da sala de controle [1], dentre elas :

- apresentação de valores de variáveis de processo em tempo real e geração de gráficos de tendência;
- anúncio e reconhecimento de alarmes;
- acionamento, desligamento e sinalização de estado operacional de equipamentos;
- alteração de parâmetros de operação;

- registro de eventos e histórico de variáveis de processo.

O registro histórico de variáveis de processo permite a posterior análise *offline* do comportamento do processo. A disponibilidade destes dados foi fundamental para o desenvolvimento deste trabalho.

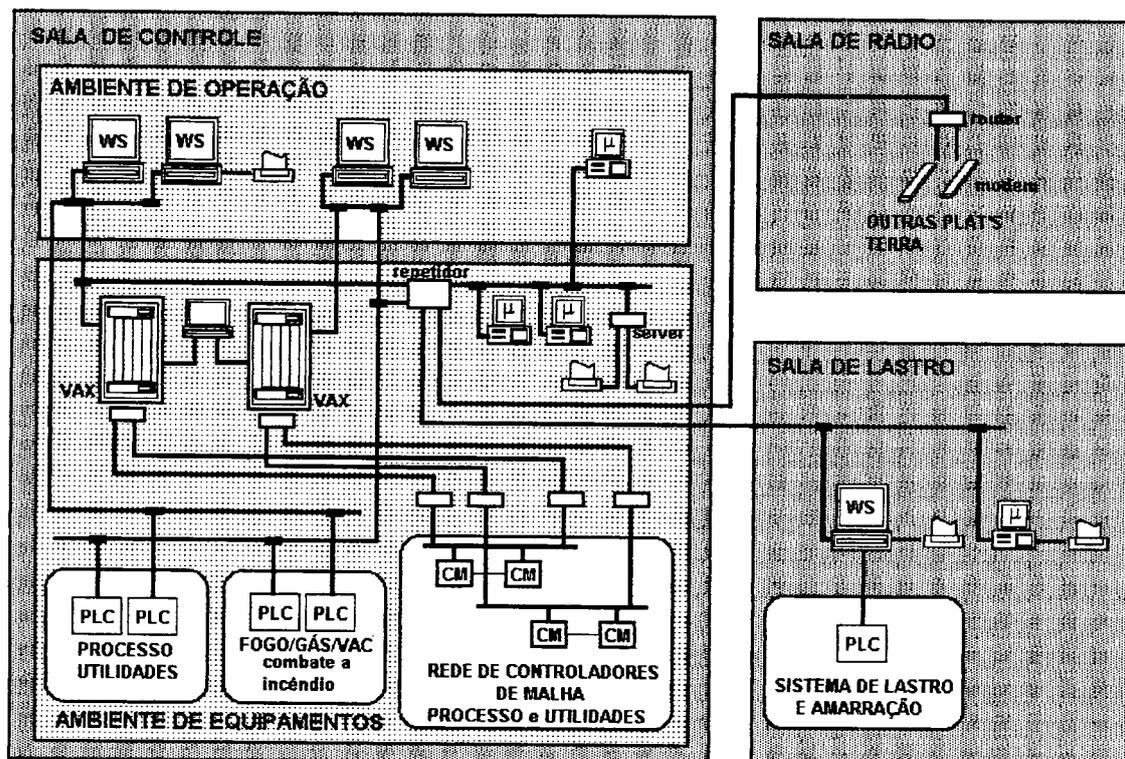


Figura 2.1
Arquitetura ECOS

Neste trabalho, será especialmente focalizado o trecho da planta de processo onde se encontram os equipamentos responsáveis pela separação da mistura óleo-gás-água. Esta separação é realizada em vasos (vasos separadores) onde a mistura deve repousar durante um determinado tempo (tempo de residência), suficiente para que a água (mais pesada) decante e o gás se desprenda do óleo. Para que a separação se realize de forma eficiente, o petróleo é aquecido antes de entrar nos separadores, onde ainda são

adicionados produtos químicos (desmulsificantes e antiespumantes) que também facilitam e aceleram o processo (ver figura 2.2).

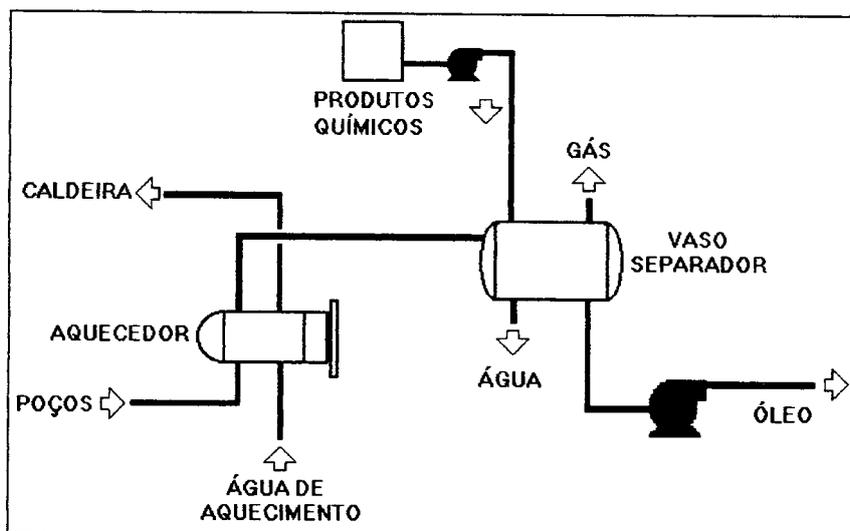


Figura 2.2
Separação Óleo/Gás/Água

Uma premissa básica para o projeto deste processo são as estimativas de composição e volume do petróleo a ser produzido. Estas estimativas são obtidas a partir de amostras do petróleo extraído do reservatório e de estudos geológicos que determinam suas dimensões e potencialidade de produção. A partir destas informações é possível estabelecer (dentre outros parâmetros) o tempo de residência necessário e as dimensões dos vasos separadores.

2.2 Controle de Nível dos Vasos Separadores

Assim como qualquer outro equipamento, existem critérios e especificações a serem seguidos durante a operação do vaso separador, de tal forma que sua função seja executada eficientemente e dentro de limites de segurança. Estas especificações são em geral traduzidas em termos de valores das variáveis de processo relevantes, que devem ser monitoradas ou controladas. A figura 2.3 mostra esquematicamente um vaso

separador e os instrumentos usualmente utilizados para controle e medição. A nomenclatura utilizada para identificação dos equipamentos e instrumentos (*tag names*) está descrita na Tabela 2.1.

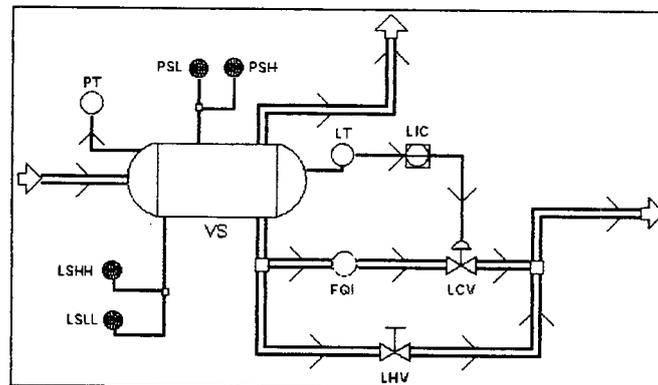


Figura 2.3

| Prefixo de tag-name | Descrição |
|---------------------|---|
| VS | vaso separador |
| LT | transmissor de nível |
| LIC | controlador de nível |
| LCV | válvula de controle de nível |
| LHV | válvula manual de <i>by-pass</i> |
| FQI | totalizador de vazão |
| LSHH | chave de intertravamento de nível muito alto |
| LSLL | chave de intertravamento de nível muito baixo |
| PT | transmissor de pressão |
| PSHH | chave de intertravamento de pressão muito alta |
| PSLL | chave de intertravamento de pressão muito baixa |

Tabela 2.1
Identificação de Instrumentos/Equipamentos

No que se refere ao nível de óleo em seu interior, existem limitações para os valores que ele pode assumir em um vaso separador. Um nível alto em demasia aumenta a pressão interna no vaso, o que dificulta a separação, podendo acarretar o arraste de óleo para as linha de gás, além de ultrapassar a capacidade mecânica do vaso. Por outro lado, um nível muito baixo pode fazer com que haja arraste de gás para a linha de óleo.

Assim sendo, os vasos separadores dispõem de chaves de intertravamento que disparam ações de segurança (fechamento/abertura de válvulas) sempre que o valor do nível

atinge um dos limites preestabelecidos para nível alto (LSHH) ou nível baixo (LSLL). Naturalmente, o acionamento destes dispositivos de segurança são indesejáveis em termos do funcionamento da planta já que, em geral, acarretam a interrupção da produção ou mesmo a parada total da planta (*shutdown*).

O controle do nível do óleo nos vasos separadores é feito através de controladores (LIC) do tipo PI (Proporcional e Integral), como é usual em controles de nível na indústria [12]. A ação de controle sobre o processo é executada mediante a variação da abertura da válvula de controle (LCV), que é decidida pelo controlador. Um controlador deste tipo (PI) implementa o objetivo de controle que pode ser traduzido pela assertiva “manter o nível em um valor pré-determinado (*set point*)”, definido como um valor entre os limites de nível alto e baixo. O atendimento deste objetivo obviamente impede que o valor do nível atinja os limites fixados nas chaves de intertravamento. Entretanto, o real objetivo de controle não deve ser confundido (como às vezes o é) com “evitar a ação do intertravamento”.

Pode-se dizer que o *set point* do nível é, na realidade, estipulado em função da vazão e composição estimadas para o petróleo a ser produzido. Ou seja, dados a vazão e composição estimadas, e as dimensões do vaso, determina-se o nível médio do óleo que irá propiciar um tempo de residência adequado (e possibilitar a realização da separação).

O comportamento da vazão de produção é caracterizado pelas chamadas “golfadas”. A não uniformidade da mistura óleo e gás proveniente dos poços, faz com que sejam formados bolsões intercalados com predominância ora de óleo, ora de gás, nas linhas de produção até a plataforma. Como consequência, a vazão de cada uma das fases da mistura apresenta variações que podem ser bastante bruscas e com amplitude.

No intuito de “manter o nível no *set point*” e “impedir *shutdown*”, os controladores de nível são em geral sintonizados (ajustados) de tal forma que distúrbios na vazão de entrada sejam compensados por variações equivalentes na vazão de saída. Um controlador sintonizado desta forma responde à ocorrência de golfadas imprimindo variações bruscas na abertura da válvula de controle, gerando desgaste mecânico (possivelmente excessivo) da mesma ao longo do tempo.

A composição do petróleo e a vazão de produção dos poços variam também com a idade do reservatório. Assim, o tempo de residência, as dimensões do vaso e o valor de *set point* determinados inicialmente perdem significância com o passar do tempo. A manutenção do nível em seu valor de *set point* não necessariamente irá garantir uma separação adequada da mistura óleo-gás durante toda a vida útil da plataforma.

Do acima exposto tem-se que, para que o processo de separação seja realizado satisfatoriamente, vários aspectos devem ser analisados, desde uma avaliação mais precisa e atualizada da composição do petróleo produzido, passando pelo dimensionamento dos equipamentos (vasos e válvulas), até o estabelecimento de uma estratégia de controle mais adequada. Neste trabalho será tratado este último aspecto, especificamente buscando fazer uso da capacitância dos vasos separadores para proporcionar um maior tempo de residência do óleo em seu interior.

Apesar de objetivamente não ser sua função, um vaso separador também trabalha como um vaso pulmão (*surge tank*), absorvendo as variações da vazão sendo produzida pelos poços mediante alterações em seu nível interno de óleo. Naturalmente, e a partir do que foi exposto acima, o poder de amortecimento proporcionado pelo separador (sua capacitância) é limitado pela atuação do controlador e pelos valores associados às chaves de intertravamento (nível máximo e mínimo). Atualmente, a capacitância dos vasos é informalmente encarada como uma reserva de contingência, da qual se faz uso

quando o conjunto controlador-válvula não for capaz de gerar uma vazão de saída que compense uma variação da vazão de entrada.

Entretanto, e diante da incerteza quanto ao tempo de residência necessário para uma separação adequada, pode-se encarar a capacitância do vaso separador, não como uma reserva de contingência, mas sim como uma característica a ser explorada de forma a possibilitar um maior tempo de residência do óleo no vaso. Para que isso ocorra, é necessário que o controlador permita que o valor do nível excursions dentro da faixa de operação limitada pelos valores máximo e mínimo, ao invés de procurar exercer um controle “justo” em torno do *set point*. Como a ação de controle é exercida através de variações na abertura da válvula de saída, será buscada a definição de um controlador que exerça esta ação de forma “suave”, diminuindo a taxa de variação na vazão de saída e, conseqüentemente, permitindo uma maior amplitude nos valores de nível.

Controladores com esta característica são referidos como controladores de média de nível (*average level controllers*) [11] e sua utilização é em geral proposta para tanques que têm como função o amortecimento de variações de vazão (*surge tanks*). Neste trabalho será analisada a viabilidade de sua utilização também em vasos separadores.

Capítulo 3 - Controle Ótimo

3.1 Introdução

Segundo Chenoweth [3], o controle ótimo diferencia-se do controle clássico em vários aspectos. Um deles é que, em controle ótimo, é necessária uma modelagem do processo no espaço de estados (*state space model*), enquanto que o controle clássico utiliza modelos no domínio de transformadas. Todavia, possivelmente a mais relevante diferença reside na formulação das especificações. As especificações dos critérios de comportamento em controle clássico envolvem índices no domínio da frequência e do tempo tais como: tempo de resposta, tempo de decaimento, *overshoot* máximo, margens de ganho e fase, e largura de banda.

Em controle ótimo, um tipo radicalmente distinto de critério de comportamento é usualmente especificado. Por exemplo, no projeto de um controlador pode ser desejável que todas as variáveis de processo se mantenham “próximas” de seus *set-points* mediante o uso de um mínimo de “esforço de controle”. Este problema pode ser perfeitamente tratado por uma solução de controle ótimo mediante a inclusão do esforço de controle e das perturbações nas variáveis de processo em um índice de resposta a ser minimizado. Este índice de resposta, usualmente denominado *função objetivo* ou *função custo*, é a base da técnica de controle ótimo. Na realidade, o problema de controle ótimo pode ser estabelecido como sendo o de “determinar o controle que levará o processo a minimizar (ou maximizar) o índice de resposta, sujeito às restrições físicas impostas ao processo”.

Neste ponto é interessante descrever um modelo genérico no qual o problema que será

analisado se enquadra. Trata-se de um modelo para problemas de tomada de decisão sequencial envolvendo um sistema dinâmico descrito como uma estrutura que recebe entradas, gera saídas e para o qual as entradas são decididas a partir da observação do histórico de saídas. Trata-se portanto de um sistema que possibilita realimentação (*feedback*).

Tal sistema pode ser caracterizado por três conjuntos U , W e Y e uma função $S:U \times W \rightarrow Y$. Chamaremos U o conjunto de *entradas*, W o conjunto de *incertezas*, Y o conjunto de *saídas* e S a *função do sistema*. Assim, uma entrada $u \in U$ e um valor de incerteza $w \in W$ geram uma saída $y \in Y$ através da função do sistema, ou seja, $y = S(u, w)$. Além disso, é suposto que a escolha de u é feita por algum tipo de tomador de decisão (o qual deseja-se projetar) enquanto que a escolha de w é feita, digamos, pela Natureza através de algum mecanismo, probabilístico ou não.

O tomador de decisão, ou *controlador*, deverá estabelecer uma função ou sequência temporal para os valores de u . Havendo a possibilidade de observar a evolução no tempo das saídas y é natural que possam ser feitas inferências a respeito dos valores das incertezas w , o que pode ser útil na definição dos valores de u . Esta é idéia básica do *controlador por realimentação ou "feedback"* - o valor da saída é utilizado na determinação da entrada, realimentando o sistema (ver figura 3.1).

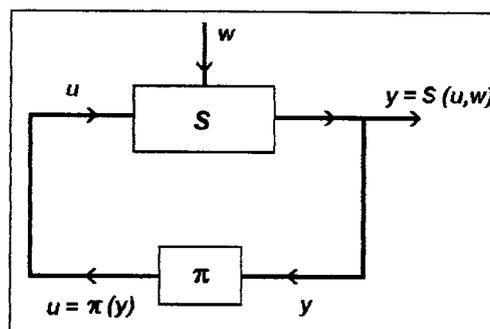


Figura 3.1
Controlador por Realimentação - Feedback

Define-se um controlador por realimentação como sendo uma função $\pi: Y \rightarrow U$ segundo a qual, para cada $w \in W$, a equação $u = \pi[S(u, w)]$ tem uma solução única (dependente de w) para u . Por ser definido em termos de uma função, o controlador também costuma ser chamado de *política* ou *função de decisão*.

Assim, dado um certo valor de incerteza w , o controlador π fornece um único valor de entrada u , e o sistema gera um único valor de saída y . Em outras palavras, o controlador π e a incerteza w estabelecem uma configuração (comportamento) única para o sistema, caracterizada por (u, w, y) . Matematicamente, pode-se então escrever $(u, w, y) = f(\pi, w)$ onde f é a função determinada pela função S do sistema.

Dado um sistema S , existe toda uma classe de funções que exibem as características acima descritas para a função $\pi(y)$. Entretanto, em qualquer situação prática, a classe de controladores por realimentação considerados *admissíveis* sofre restrições de causalidade (os valores de entrada não devem depender de valores futuros da saída) além de outras de caráter prático. Assim, denomina-se Π o conjunto de todas as funções de decisão admissíveis para uma determinada situação e o projeto de um controlador por realimentação passa a ser um problema de obtenção de uma função $\pi \in \Pi$.

É razoável pensar que, dentre as diversas funções $\pi \in \Pi$, algumas sejam preferíveis em relação às demais, segundo um certo critério. Além disso, é possível que, segundo o mesmo critério, uma delas seja preferível em relação à todas outras. O que é buscado em Controle Ótimo é exatamente a identificação da política de controle admissível que melhor atende a um critério preestabelecido. Para tanto, este critério deve ser traduzido matematicamente em uma função (ou funcional), chamada *função objetivo* ou *função custo*, dependendo da conotação dada em sua formulação. Através da maximização (do

objetivo) ou minimização (do custo) desta função é possível identificar a *política de controle ótima*.

É apresentada a seguir a descrição do chamado problema básico de controle ótimo no tempo discreto. Esta descrição é bastante genérica, de tal forma que uma gama abrangente de problemas reais podem ser modelados através dela. Além disso, e como será visto mais adiante, outros tipos de problemas, que à primeira vista não se enquadrariam em sua descrição, podem ser reduzidos à sua forma mediante algumas manipulações.

3.2 Problema Básico

É dado o sistema dinâmico modelado no tempo discreto pela seguinte equação de sistema (ou *equação de estado*):

$$x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, w_k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.1)$$

onde,

- x_k é chamada *variável de estado*, ou simplesmente *estado*, e é um elemento do *espaço de estados* S_k , $k = 0, 1, \dots, N-1$
- u_k é chamada *variável de controle*, ou simplesmente *controle*, é um elemento do *espaço de controles* C_k , $k = 0, 1, \dots, N-1$ e pertence a um subconjunto não vazio $U_k(x_k)$ de C_k que depende do estado corrente x_k [$u_k \in U_k(x_k) \subset C_k$ para todo $x_k \in S_k$, $k = 0, 1, \dots, N-1$]
- w_k é chamado "*distúrbio*" *randômico*, ou simplesmente *distúrbio*, e é um elemento do *espaço de distúrbios* D_k , $k = 0, 1, \dots, N-1$

O distúrbio randômico w_k é caracterizado por uma medida de probabilidade $P_k(\cdot|x_k, u_k)$ definida em uma coleção de eventos em D_k . Esta medida de probabilidade pode depender explicitamente de x_k e u_k , mas não de valores anteriores de w_k .

As políticas de controle consideradas admissíveis são compostas por uma seqüência finita de funções $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$, onde as funções $\mu_k: S_k \rightarrow C_k$ e $\mu_k(x_k) \in U_k(x_k)$ para todo $x_k \in S_k$.

Dado um valor inicial do estado x_0 , o problema é determinar uma política de controle $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$ que minimize o funcional de custo

$$J_\pi(x_0) = E_{w_k} \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k[x_k, \mu_k(x_k), w_k] \right\} \quad (3.2)$$

sujeito à equação de sistema 3.1 e sendo conhecidas as funções

$$g_N: S_N \rightarrow R \quad g_k: S_k \times C_k \times D_k \rightarrow R \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

A partir da descrição acima, observa-se que qualquer política de controle $\{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$ é função do valor corrente do estado x_k . A interpretação física do processo associado é que, a cada intervalo de tempo k , o controlador observa o valor corrente do estado x_k e decide, através de μ_k , o valor do controle u_k a ser aplicado ao sistema. Subsequentemente, ocorre o distúrbio w_k e um novo valor de estado x_{k+1} é gerado segundo a equação de estado do sistema (ver figura 3.2).

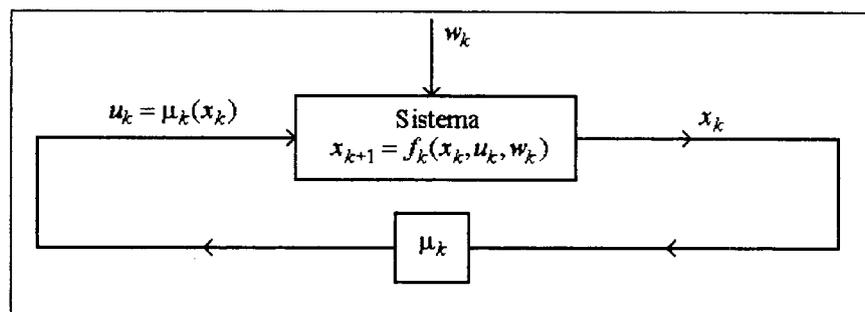


Figura 3.2

Para cada intervalo de tempo, existe uma função g_k que associa à configuração corrente do sistema um valor real. Como foi visto anteriormente, a configuração do sistema é caracterizada pela tupla (entradas, saídas, distúrbios) ou, na nomenclatura utilizada na descrição do problema básico, a tupla (x_k, u_k, w_k) . Cada uma das funções g_k representa a tradução matemática do critério de seleção de políticas de controle. Assim g_k é a função objetivo ou função custo no intervalo k . O valor de $g_k(x_k, u_k, w_k)$ é o custo incorrido no intervalo k ou a parcela de contribuição gerada neste intervalo para alcançar o objetivo. Semelhantemente, a função $g_N(x_N)$ é a função custo ou objetivo no intervalo final. Como qualquer controle ou ocorrência de distúrbio no intervalo N só irá gerar uma resposta do sistema no intervalo seguinte, é razoável que a função objetivo no intervalo N seja uma função apenas do valor do estado.

O valor do funcional $J_\pi(x_0)$ é composto pelo somatório das parcelas de custo (ou do objetivo) geradas a cada intervalo pelas funções g_k e g_N , e o que se busca minimizar é o seu valor esperado ou expectativa, já que ele é função das variáveis aleatórias w_k .

Finalmente, deve-se ressaltar que a existência de uma política admissível de controle que minimiza o funcional de custo não é garantida *a priori*. Pode ocorrer uma situação na qual é possível escolher políticas de controle que levem o funcional $J_\pi(x_0)$ a assumir valores arbitrariamente pequenos. Neste caso diz-se que o valor mínimo de $J_\pi(x_0)$ é $-\infty$, e que não existe uma política de controle ótima. Uma situação similar pode também ocorrer mesmo quando o valor de $J_\pi(x_0)$ apresenta um limite inferior mas não existe uma política admissível que o alcance.

Assim sendo, o maior limite inferior do conjunto de números reais $\{J_\pi(x_0) | \pi \in \Pi\}$, ou seja, o conjunto dos valores do funcional de custo $J_\pi(x_0)$ que podem ser obtidos através da utilização de uma política admissível $\pi \in \Pi$ é indicado por

$$J^*(x_0) = \inf_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(x_0)$$

e é chamado o *valor ótimo* do problema. Quando uma política ótima π^* existe, escreve-se

$$J^*(x_0) = J_{\pi^*}(x_0) = \min_{\pi \in \Pi} J_{\pi}(x_0)$$

Quando não existe uma política ótima, pode ser de interesse a determinação de uma política ε -ótima, ou seja, uma política $\bar{\pi}$ tal que

$$J^*(x_0) \leq J_{\bar{\pi}}(x_0) \leq J^*(x_0) + \varepsilon$$

onde ε indica um número pequeno representando um desvio aceitável do ótimo.

Deve-se também notar que o valor ótimo do problema depende do valor inicial do estado. Diferentes valores iniciais do estado levarão a diferentes valores ótimos a eles associados. Assim, a função J^* que associa a cada valor inicial do estado x_0 seu valor ótimo correspondente $J^*(x_0)$ é chamada de *função de valor ótimo*.

3.3 Algoritmo de Programação Dinâmica

Antes de apresentar o algoritmo de programação dinâmica que resolve o problema básico da seção 3.2, será analisado mais detalhadamente o processo de evolução no tempo do sistema.

Uma vez selecionada uma política de controle admissível $\{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$, a seguinte sequência de eventos é vislumbrada:

Intervalo 0

1. o controlador observa x_0 e aplica o controle $u_0 = \mu_0(x_0)$;
2. o distúrbio w_0 é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_0(\cdot | x_0, \mu_0(x_0))$;

3. um custo $g_0[x_0, \mu_0(x_0), w_0]$ é incorrido;
4. o novo estado x_1 é gerado de acordo com a equação de estado $x_1 = f_0[x_0, \mu_0(x_0), w_0]$

Intervalo k

1. o controlador observa x_k e aplica o controle $u_k = \mu_k(x_k)$;
2. o distúrbio w_k é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_k(\cdot | x_k, \mu_k(x_k))$;
3. um custo $g_k[x_k, \mu_k(x_k), w_k]$ é incorrido e somado aos custos anteriores;
4. o novo estado x_{k+1} é gerado de acordo com a equação de estado $x_{k+1} = f_k[x_k, \mu_k(x_k), w_k]$

Intervalo $N-1$

1. o controlador observa x_{N-1} e aplica o controle $u_{N-1} = \mu_{N-1}(x_{N-1})$;
2. o distúrbio w_{N-1} é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{N-1}(\cdot | x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}))$;
3. um custo $g_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}), w_{N-1}]$ é incorrido e somado aos custos anteriores;
4. o estado final x_N é gerado de acordo com a equação de estado $x_N = f_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}), w_{N-1}]$
5. o custo final $g_N(x_N)$ é incorrido e somado aos custos anteriores.

Como já foi observado anteriormente, o valor do custo total do problema é composto por uma soma de parcelas de custo, geradas a cada intervalo pelas funções g_k e, no intervalo final (ou no anterior a ele) pela função g_N . Os valores destas funções dependem, além do valor corrente do estado, dos valores assumidos pelas variáveis aleatórias w_k , geradas de acordo com as probabilidades P_k . Assim, é apresentada a seguir a composição, a cada intervalo, do valor esperado do custo total do problema, mas retrocedendo no tempo.

Indica-se por J_π^N o valor esperado da última parcela de custo gerada durante o

processo, denotando o custo incorrido no estado final N através da aplicação da política de controle π . Assim, tem-se que

$$J_{\pi}^N(x_N) = E_{w_{N-1}} \{g_N(x_N)\} \quad (3.3)$$

Note-se que a expectância é referente ao valor do distúrbio no intervalo $N-1$ tendo em vista que, após ocorrer o distúrbio w_{N-1} o valor do estado x_N fica definido pela equação de estado do sistema. Assim pode-se rescrever a expressão 3.3 como

$$J_{\pi}^N(x_{N-1}) = E_{w_{N-1}} \{g_N[f_{N-1}(x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}), w_{N-1})]\} \quad (3.4)$$

Ainda no intervalo $N-1$, é incorrida uma outra parcela de custo, equivalente ao valor esperado da função $g_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}), w_{N-1}]$. Somando as duas parcelas, tem-se então que

$$J_{\pi}^{N-1}(x_{N-1}) = E_{w_{N-1}} \{g_{N-1}(x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1}), w_{N-1}) + J_{\pi}^N(x_{N-1})\} \quad (3.5)$$

denotando o valor esperado do custo incorrido desde o início do intervalo $N-1$ até o final através da aplicação da política de controle π . Em outras palavras, $J_{\pi}^{N-1}(x_{N-1})$ é valor esperado do “custo até o final” no intervalo $N-1$, para aplicação da política de controle π quando o estado neste intervalo vale x_{N-1} .

Neste ponto serão introduzidas algumas hipóteses adicionais ao problema básico, no que se refere aos espaços de distúrbios D_k e às expectâncias utilizadas na composição do funcional de custo. A primeira delas é que, para $k = 0, 1, \dots, N-1$, os espaços de distúrbio D_k são conjuntos enumeráveis, finitos ou não. A outra é a de que as expectâncias em todos os termos do funcional de custo existem e são finitas para todas as políticas de controle admissíveis π .

Se os espaços de distúrbios D_k são conjuntos enumeráveis, então pode-se escrever

$$D_k = \{w_k^1, w_k^2, \dots\} = \{w_k^i\} \quad i=1, 2, \dots \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

e é possível associar uma probabilidade $p_k^i(x_k, u_k)$ a cada um dos valores w_k^i .

Desta forma, a expressão 3.5 que fornece o custo até final pode agora ser reescrita como

$$J_\pi^{N-1}(x_{N-1}) = \sum_{i=1}^{\infty} p_{N-1}^i[x_{N-1}, \mu_{N-1}(x_{N-1})] \times \left\{ g_{N-1}(x_{N-1}, \mu(x_{N-1}), w_{N-1}) + J_\pi^N(x_{N-1}) \right\}$$

Seguindo novamente a composição do valor esperado do custo total do problema, e passando agora para o intervalo $N-2$, tem-se que o valor esperado do custo incorrido neste intervalo é dado por

$$E_{w_{N-2}} \left\{ g_{N-2}[x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2}), w_{N-2}] \right\}$$

A expressão do “custo até o final” para o intervalo $N-2$ é, então, dada por

$$J_\pi^{N-2}(x_{N-2}) = E_{w_{N-2}} \left\{ g_{N-2}(x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2}), w_{N-2}) + J_\pi^{N-1}(x_{N-2}) \right\} \quad (3.6)$$

Note-se que em 3.6 o custo até o final em $N-1$ está indicado em função do valor do estado no intervalo $N-2$. A expressão de $J_\pi^{N-1}(x_{N-2})$ pode ser obtida a partir de 3.5, substituindo x_{N-1} por seu valor fornecido pela equação de estado $f_{N-2}(x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2}), w_{N-2})$.

Explicitando o cálculo das expectativas em relação a w_{N-2} , a expressão 3.6 pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} J_\pi^{N-2}(x_{N-2}) &= \sum_{i=1}^{\infty} p_{N-2}^i[x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2})] \\ &\quad \times \left\{ g_{N-2}[x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2}), w_{N-2}^i] \right. \\ &\quad \left. + J_\pi^{N-1}[f_{N-2}(x_{N-2}, \mu_{N-2}(x_{N-2}), w_{N-2}^i)] \right\} \end{aligned}$$

Assim, em um intervalo k genérico, o custo até o final vale

$$\begin{aligned} J_\pi^k(x_k) &= \sum_{i=1}^{\infty} p_k^i[x_k, \mu_k(x_k)] \times \left\{ g_k[x_k, \mu_k(x_k), w_k^i] \right. \\ &\quad \left. + J_\pi^{k-1}[f_k(x_k, \mu_k(x_k), w_{k-1}^i)] \right\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Seguindo no caminho regressivo no tempo chega-se ao intervalo $k=0$, e à expressão

para $J_{\pi}^0(x_0)$ que acumula os custos durante todo processo e é portanto igual ao custo total do problema $J_{\pi}(x_0)$, partindo do estado inicial x_0 e para a aplicação da política de controle π . A minimização de $J_{\pi}(x_0)$ fornece o valor ótimo $J^*(x_0)$ e, conseqüentemente, a indicação da política ótima de controle π^* .

Apesar de ter sido obtida uma expressão para o custo total a ser minimizado, esta tarefa se apresenta como extremamente complexa, uma vez que é necessário minimizar a expressão do funcional de custo para toda uma classe de funções do estado corrente. A técnica de Programação Dinâmica decompõe este problema em uma série de problemas de minimização sobre o espaço de controles, ao invés do espaço de estados. Para tanto, utiliza-se o mesmo enfoque de composição do valor do funcional de custo de forma regressiva no tempo e um conceito bastante simples conhecido como *princípio de otimização* de Bellman [2].

Em linhas gerais, o princípio de otimização estabelece que, em um problema sequencial de tomada de decisão, se é possível determinar em um intervalo k uma seqüência de controles ótima até o final do período $\{u_k^*, u_{k+1}^*, \dots, u_{N-1}^*\}$, esta seqüência faz parte da seqüência ótima para a solução do problema como um todo $\{u_0^*, u_1^*, \dots, u_{N-1}^*\}$.

Utilizando esta idéia, o algoritmo de programação dinâmica que resolve o problema básico de controle ótimo discreto é apresentado por Bertsekas [2] como segue.

Dado de $J^*(x_0)$ é valor ótimo do funcional de custo para o problema básico, então $J^*(x_0) = J_0(x_0)$ onde $J_0(x_0)$ é obtido pelo último passo do algoritmo de programação dinâmica que retrocede no tempo, do intervalo $N-1$ ao intervalo 0 , dado pelas seguintes expressões:

$$J_N(x_N) = g_N(x_N) \quad (3.8)$$

$$J_k(x_k) = \inf_{u_k \in U_k(x_k)} E \left\{ g_k(x_k, u_k, w_k) + J_{k-1}[f_k(x_k, u_k, w_k)] \right\} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.9)$$

Na utilização prática do algoritmo (3.8) e (3.9), busca-se obter uma expressão analítica aplicável em todos os intervalos de tempo, o que nem sempre é possível. Felizmente, esta possibilidade se confirma para uma série de problemas reais, inclusive o caso particular de interesse neste trabalho, como será mostrado na seção a seguir.

3.4 Sistemas Lineares com Funcional de Custo Quadrático

Neste item é analisado um caso especial do problema básico descrito na seção 3.2, no qual o problema de controle de nível de que enfocado neste trabalho se encaixa. Trata-se das situações nas quais o sistema dinâmico em estudo é modelado através de uma equação de diferenças linear e o funcional de custo é uma expressão quadrática.

Assim, a equação de estado para este tipo de sistema tem a forma

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.10)$$

onde as variáveis de estado $x_k \in R^n$, as variáveis de controle $u_k \in R^m$ e as matrizes A_k e B_k são dadas e tem, respectivamente, dimensões $n \times n$ e $n \times m$. Os vetores de distúrbios w_k são independentes e aleatórios, com distribuições de probabilidades conhecidas e não dependentes de x_k e u_k . Além disso, a médias dessas distribuições é zero e seus segundos momentos são finitos.

O funcional de custo tem a seguinte forma quadrática (os apóstrofos indicam transposição):

$$E_{\substack{w_k \\ k=0, \dots, N-1}} \left\{ x_N' Q_N x_N + \sum_{k=0}^{N-1} (x_k' Q_k x_k + u_k' R_k u_k) \right\} \quad (3.11)$$

onde as matrizes Q_k e R_k são dadas e tem dimensões $n \times n$ e $m \times m$, respectivamente. Além disso, consideramos que Q_k e R_k são simétricas e que Q_k é positiva semidefinida e R_k é positiva definida.¹

O problema consiste então em determinar a sequência de controles $\{\mu_0^*(x_0), \mu_1^*(x_1), \dots, \mu_{N-1}^*(x_{N-1})\}$ que minimiza o funcional de custo 3.11.

A forma do funcional 3.11, além propiciar uma série de simplificações na solução do problema, é bastante popular por surgir espontaneamente em vários problemas reais. Como apresentada acima, por exemplo, ela representa o objetivo de manter o estado do sistema próximo à origem com um dispêndio mínimo de esforço de controle.

A aplicação do algoritmo de programação dinâmica apresentado na seção 3.3 ao problema acima descrito resulta em:

$$J_N(x_N) = x_N' Q_N x_N \quad (3.12)$$

$$J_k(x_k) = \min_{u_k} E \{ x_k' Q_k x_k + u_k' R_k u_k + J_{k+1}(A_k x_k + B_k u_k + w_k) \} \quad (3.13)$$

Verifica-se que o custo até o final dado pelas funções J_k são quadráticos e, por conseguinte, os controles serão dados por expressões lineares em função do estado corrente. Para constatar esta conclusão, aplica-se a expressão 3.13 para intervalo $N-1$.

Expandindo a forma quadrática e utilizando o fato de que $E\{w_{N-1}\} = 0$, obtém-se

$$\begin{aligned} J_{N-1}(x_{N-1}) = & x_{N-1}' Q_{N-1} x_{N-1} + \min_{w_{N-1}} [u_{N-1}' R_{N-1} u_{N-1} + u_{N-1}' B_{N-1}' Q_N B_{N-1} u_{N-1} \\ & + x_{N-1}' A_{N-1}' Q_N A_{N-1} x_{N-1} + 2x_{N-1}' A_{N-1}' Q_N B_{N-1} u_{N-1}] \\ & + E\{w_{N-1}' Q_N w_{N-1}\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Derivando em relação a u_{N-1} e igualando a zero obtém-se

$$u_{N-1}^* = -(R_{N-1} + B_{N-1}' Q_N B_{N-1})^{-1} B_{N-1}' Q_N A_{N-1} x_{N-1} \quad (3.15)$$

que é uma expressão linear em função de x_{N-1} .

¹ Uma matriz $n \times n$ quadrada simétrica A é dita **positiva semidefinida** se $x'Ax \geq 0$ para todo $x \in R^n$. Se $x'Ax > 0$ para $\{x \in R^n \mid x \neq 0\}$ então ela é dita **positiva definida**.

Substituindo 3.15 em 3.14 e mediante algumas manipulações laboriosas porém diretas é obtida a expressão do custo até o final em $N-1$ rescrita como

$$J_{N-1}(x_{N-1}) = x'_{N-1} K_{N-1} x_{N-1} + E\{w'_{N-1} Q_N w_{N-1}\} \quad (3.16)$$

onde a matriz K_{N-1} é dada pela expressão

$$K_{N-1} = A'_{N-1} [Q_N - Q_N B_{N-1} (B'_{N-1} Q_N B_{N-1} + R_{N-1})^{-1} B'_{N-1} Q_N] A_{N-1} + Q_{N-1} \quad (3.17)$$

e também é uma matriz simétrica e semidefinida.

Continuando a aplicação do algoritmo de programação dinâmica chega-se a uma solução na qual a lei de controle ótima é dada a cada intervalo de tempo pela expressão

$$\mu_k^*(x_k) = L_k x_k \quad (3.18)$$

onde as matrizes L_k são obtidas pela expressão

$$L_k = -(B'_k K_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B'_k K_{k+1} A_k \quad (3.19)$$

e as matrizes K_k são fornecidas pelo algoritmo recursivo

$$K_n = Q_N \quad (3.20)$$

$$K_k = A'_k [K_{k+1} - K_{k+1} B_k (B'_k K_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B'_k K_{k+1}] A_k + Q_k \quad (3.21)$$

O valor ótimo do problema é dado por

$$J_0(x_0) = x'_0 K_0 x_0 + \sum_{k=0}^{N-1} E\{w'_k K_{k+1} w_k\} \quad (3.22)$$

Observa-se então que a solução obtida pode ser encarada como um controlador proporcional com ganho variável no tempo. Além disso, as matrizes de ganho L_k independem do estado corrente ou do estado inicial, podendo portanto serem pré-computadas para posterior utilização. Este controlador pode ser esquematicamente representado como na figura 3.3, onde o valor do estado x_k é repassado por *feedback* para a entrada do sistema, passando pela matriz de ganho linear L_k .

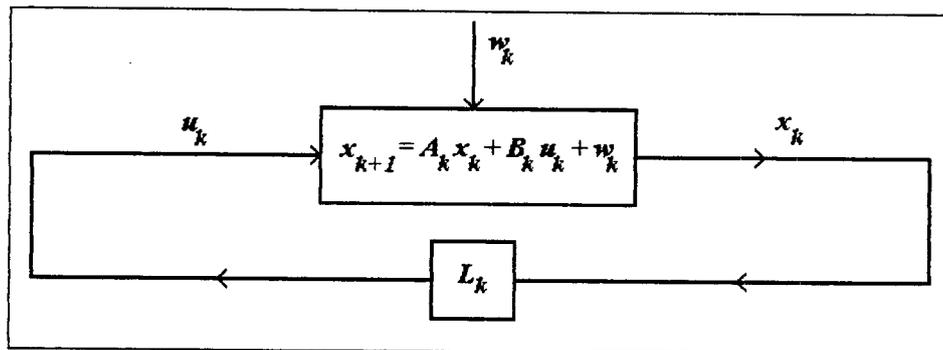


Figura 3.3
Sistema linear com custo quadrático

Restringindo ainda mais o caso particular sendo analisado, supondo que o sistema dinâmico, além de linear, é invariante no tempo² e que as matrizes Q_k e R_k também são constantes e iguais a Q e R respectivamente, uma solução ainda mais atrativa é obtida. Isso deve-se ao fato de que a expressão 3.21 representa, em sua forma discreta e matricial, a conhecida equação diferencial de Riccati, cujas características e propriedades foram exaustivamente estudadas.

Uma delas é a de que, quando o número de intervalos de tempo é grande, ou seja $N \rightarrow \infty$, a solução K_k da expressão 3.21 tende para a resposta em regime K da chamada equação algébrica matricial de Riccati

$$K = A'[K - KB(B'KB + R)^{-1}B'K]A + Q \quad (3.22)$$

Dizer que a matriz K_k tende para uma matriz constante K , significa que todos os elementos $k_{ij,k}$ de K_k tendem para um valor \hat{k}_{ij} , como mostrado no gráfico da figura 3.4.

² Um sistema linear $x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k$ é dito **invariante no tempo** se $A_k = A$ e $B_k = B$ para todo k .

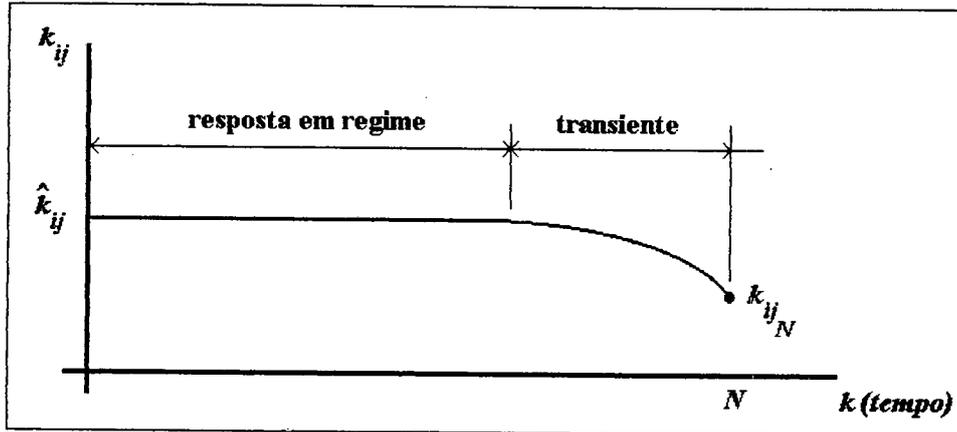


Figura 3.4
Comportamento assintótico dos elementos da matriz de Riccati

Assim, a solução do problema passa a ser dada uma lei de controle linear e estacionária do tipo $\{\mu^*, \mu^*, \dots, \mu^*\}$ dada por

$$\mu^*(x) = Lx \quad (3.23)$$

$$L = -(B'KB + R)^{-1} B'KA \quad (3.24)$$

Esta é uma solução ainda mais atrativa, especialmente para sistemas de controle aplicados a processos químicos onde, em geral, busca-se uma política de controle para um horizonte infinito de tempo ($N \rightarrow \infty$).

Mediante algumas hipóteses adicionais relativas às matrizes A , B e Q , Bertsekas [2] apresenta uma detalhada demonstração de que a matriz K , solução em regime da equação de Riccati 3.21, é uma matriz positiva definida para qualquer matriz inicial Q positiva semidefinida e, além disso, que a aplicação da lei de controle 3.24 resulta em um **sistema estável**. O conceito de **estabilidade** e as interpretações físicas das hipóteses adicionais acima, que envolvem os conceitos de **controlabilidade** e **observabilidade**, são de extrema importância em teoria de controle. Estes três conceitos são introduzidos a seguir, assim como seu relacionamento com o resultado e as hipóteses adicionais acima citadas.

Controlabilidade

Segundo Luenberger [9], um sistema dinâmico definido através da equação de estado 3.10 é dito totalmente **controlável** se para $x_0 = 0$ e qualquer valor de estado $x_f \in R^n$ existe uma sequência finita de controles $\{u_0, u_1, u_2, \dots, u_{N-1}\}$ que aplicada em 3.10 resulta em $x_N = x_f$, quando $w_k = 0$ para $k = 0, 1, \dots, N-1$. Em outras palavras, um sistema é controlável se é possível levá-lo da origem até qualquer valor de estado mediante um número finito de controles, na ausência de distúrbios externos.

Pode-se demonstrar [2][9] que o sistema 3.10 é controlável se, e somente se, a **matriz de controlabilidade** M definida como

$$M = [B, AB, \dots, A^{n-1}B] \quad (3.25)$$

tem posto³ n . Neste caso, diz-se que as matrizes (A, B) formam um **par controlável**.

Observabilidade

O conceito de observabilidade é análogo ao de controlabilidade mas, para melhor compreendê-lo será introduzida uma forma um pouco diferente de especificação de um sistema dinâmico. Muitas vezes, não são de interesse para um certo problema de controle (ou não plausíveis de medição) os valores de todas as variáveis de estado x_k , mas sim de outras grandezas derivadas delas. Assim, para um sistema definido pela equação de estado 3.10, pode-se definir

$$y_k = C x_k \quad (3.26)$$

onde o vetor $y_k \in R^p$ contém as variáveis de interesse (ou mensuráveis, observáveis) do sistema, compostas por uma combinação linear das variáveis de estado x_k definida pela

³ O **posto** de uma matriz A é igual ao número máximo de linhas linearmente independentes de A . É também igual ao número máximo de colunas linearmente independentes. Uma matriz $m \times n$ é dita de **posto completo** se seu posto for igual ao menor número dentre m e n . Uma matriz quadrada tem posto completo se, e somente se, ela for inversível (ou seja, não singular).

matriz C de dimensões $p \times n$.

Novamente segundo Luenberger [9], um sistema definido pela equação de estado 3.10 é dito totalmente **observável** se a partir de uma sequência finita de valores das variáveis observáveis $\{y_0, y_1, \dots, y_{N-1}\}$ é possível determinar-se o valor do estado inicial x_0 , quando $w_k = 0$ para $k = 0, 1, \dots, N-1$. Ou seja, se não é possível medir os valores de estado x_k , mas apenas os de y_k , um número finito N de valores de y_k é suficiente para determinar o estado inicial x_0 , na ausência de distúrbios externos. Ou ainda, o estado do sistema é observável a partir das variáveis medidas.

Pode-se demonstrar que um sistema definido pela equação de estado 3.10 e com variáveis de interesse definidas por 3.26 é totalmente observável se, e somente se, a **matriz de observabilidade** S definida como

$$S = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

tiver posto n .

Do ponto de vista estritamente matemático, a condição da matriz S ter posto n é equivalente a que a matriz $[C, C'A', \dots, C'A'^{n-1}]$ tenha posto n , ou seja, que o par (A', C') seja um par controlável.

Na especificação de sistema sendo utilizada não são feitas considerações explícitas a respeito de quais variáveis de estado são observáveis ou de interesse. Entretanto, na formulação do funcional de custo 3.11, uma seleção adequada dos elementos das matrizes Q_k (mantendo, é claro, as condições de simetria e de resultar em uma matriz

positiva semidefinida) exercem exatamente o papel de seleção das variáveis de interesse dentre as variáveis de estado. Na prática, é uma seleção (e combinação) de variáveis de estado que se busca fazer através das matrizes Q_k , de tal forma que o funcional de custo traduza o objetivo pretendido em cada problema específico.

Observando que as parcelas do funcional de custo envolvendo o valor do estado podem ser rescritas como

$$x_k' Q_k x_k = x_k' C' C x_k \quad (3.28)$$

verifica-se que a matriz C na expressão acima é análoga àquela da expressão 3.26.

Estabilidade

Uma matriz D de dimensões $n \times n$ é **estável** se $\lim_{k \rightarrow \infty} D^k x = 0$ para todo vetor $x \in R^n$ (ou equivalentemente, $\lim_{k \rightarrow \infty} D^k = 0$).

Para a equação de estado 3.10, considerando a ausência de distúrbios e substituindo o controle u_k pela expressão da lei de controle linear estacionária 3.23 obtém-se

$$x_{k+1} = Ax_k + BLx_k = (A+BL)x_k \quad (3.29)$$

Aplicando sucessivamente esta expressão, um estado genérico x_k pode ser escrito em função do estado inicial x_0 através de

$$x_k = (A+BL)^k x_0 \quad (3.30)$$

Assim, o sistema resultante da aplicação da política de controle 3.23 será estável se a matriz resultante de sua aplicação $D = (A+BL)$ for estável. Ou seja, o sistema é estável se na ausência de distúrbios $x_N \rightarrow 0$ quando $N \rightarrow \infty$.

Este é o resultado demonstrado por Bertsekas [2] para a lei de controle linear estacionária 3.23 aplicada ao sistema definido pela equação de estado 3.10 quando as seguintes hipóteses são verificadas:

- as matrizes A e B formam um par controlável;
- a matriz Q pode ser escrita como $Q = C'C$ e o par (A,C) é observável.

Assim, em uma aplicação prática deve-se buscar uma representação do sistema e do funcional de custo que atenda às condições acima, de forma a garantir a obtenção de uma política de controle estacionária.

No Capítulo 4 é apresentada a aplicação da solução acima descrita para uma situação de controle de nível em um vaso separador.

Capítulo 4 - Formulação e Solução do Problema

4.1 Modelagem

Será agora estabelecido o modelo a ser utilizado no desenvolvimento do controlador de nível para um vaso separador. Este modelo deve ser capaz de representar o relacionamento entre as variáveis relevantes do problema e descrever seu comportamento ao longo do tempo. Optou-se por uma representação discreta do tempo, o que leva a um modelo baseado em equações de diferenças, que fornecem o valor de uma variável em um determinado intervalo de tempo em função de valores em intervalos de tempo anteriores.

As variáveis envolvidas na descrição do comportamento do nível de óleo em um vaso separador estão indicadas esquematicamente na figura 4.1.

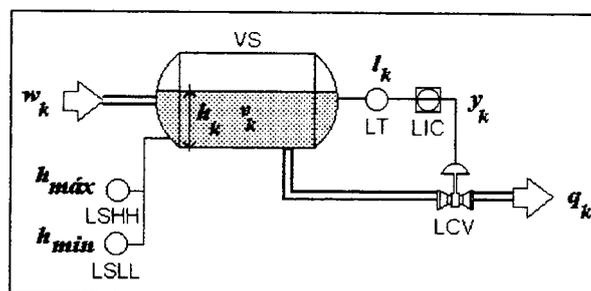


Figura 4.1
Variáveis envolvidas no Modelo do Vaso Separador

Assim, tem-se:

h_k - nível do óleo no interior do tanque no intervalo de tempo k ;

v_k - volume de óleo existente no interior do vaso no intervalo de tempo k ;

$h_{m\acute{a}x}$ - valor máximo permitido para o nível do óleo no interior do tanque;

h_{min} - valor mínimo permitido para o nível do óleo no interior do tanque;

w_k - vazão de entrada de óleo no vaso no intervalo k , equivalente ao volume de óleo que entra no vaso no intervalo k quando este é unitário;

q_k - vazão de saída de óleo do vaso no intervalo k , equivalente ao volume de óleo que sai do vaso no intervalo k quando este é unitário;

l_k - leitura fornecida pelo transmissor de nível no intervalo k ;

y_k - sinal de saída do controlador no intervalo k .

Será suposto que w_k possa ser descrito como $\bar{w} + \eta_k$, onde \bar{w} é um valor médio e η_k é a componente aleatória do distúrbio, dada por uma certa distribuição de probabilidades com média zero.

Usualmente a leitura de nível fornecida pelo transmissor é apresentada como um percentual de sua faixa de leitura. No jargão de instrumentação utiliza-se o termo em língua inglesa *span* ou *range* para se referir à faixa de leitura de um transmissor, definida pelos valores máximo $l_{máx}$ e mínimo l_{min} que podem ser indicados pelo instrumento. Assim, a leitura do transmissor l_k correspondente a um valor de nível h_k é dada por

$$l_k = sat\left(\frac{h_k - l_{min}}{l_{máx} - l_{min}}\right) \quad (4.1)$$

onde $sat(x)$ é a função definida por

$$sat(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad (4.2)$$

O sinal de saída do controlador y_k para a válvula também é gerado como um percentual de abertura da válvula. Chamando $q_{máx}$ a capacidade máxima de vazão da válvula de

controle para as condições operacionais da planta, tem-se que o sinal de controle y_k correspondente a uma vazão de saída de óleo desejada do vaso separador q_k é dado por

$$y_k = \text{sat}\left(\frac{q_k}{q_{máx}}\right) \quad (4.3)$$

Como foi visto anteriormente, o controle de nível de óleo em um vaso separador leva em consideração requisitos operacionais para o funcionamento do vaso estabelecidos em termos de um valor de referência ou *set point* \bar{h} e limites máximo $h_{máx}$ e mínimo $h_{mín}$ para o nível. A geometria do vaso estabelece uma relação entre o nível e o volume de óleo em seu interior. Para um vaso cilíndrico horizontal, esta relação é dada por (ver figura 4.2):

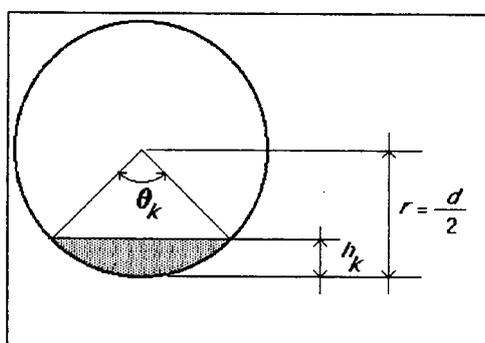


Figura 4.2
Seção transversal do vaso separador

$$\theta_k = 2 \arccos\left(\frac{r - h_k}{r}\right) \quad (4.4)$$

$$v_k = \frac{1}{2} L_{\text{vaso}} r^2 (\theta_k - \sin \theta_k) \quad (4.5)$$

onde L_{vaso} é o comprimento longitudinal e r o raio interno do vaso.

Utilizando as expressões 4.4 e 4.5 pode-se encarar o controle de nível no vaso separador como sendo o controle de seu volume interno de óleo, determinando valores de *set point* \bar{v} e limites máximo $v_{máx}$ e mínimo $v_{mín}$ para o volume. No desenvolvimento do controlador proposto neste trabalho estará sendo utilizando o enfoque de encarar o problema de controle de nível como o de controle de volume, de forma a facilitar os

cálculos e concentrar a atenção no problema de controle propriamente dito. Os dois enfoques são claramente equivalentes e a diferença entre eles está esquematizada na figura 4.3. Os conversores indicados na figura são triviais e baseiam-se nas expressões 4.1, 4.4 e 4.5 acima apresentadas.

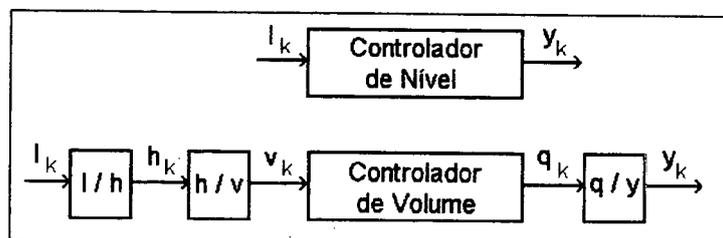


Figura 4.3
Controlador de nível X controlador de volume

A equação de diferenças básica que descreve o comportamento do volume de óleo no vaso é obtida a partir do balanço de massa em seu interior. A variação do volume de óleo no interior do vaso entre dois intervalos de tempo consecutivos é equivalente à diferença entre o volume que entrou e o volume que saiu do vaso no intervalo de tempo anterior. Assim, escreve-se

$$v_{k+1} - v_k = w_k - q_k \quad (4.6)$$

A expressão 4.6 é linear e, portanto, o sistema que está sendo analisado também o é. Note-se que isso tornou-se possível por estar-se encarando o problema de controle de nível como sendo de controle de volume, evitando assim lidar diretamente com a não linearidade geométrica do vaso (expressões 4.4 e 4.5). Utilizando a nomenclatura apresentada na seção 3.2, tem-se que v_k é a **variável de estado** que descreve o comportamento do sistema, q_k é o **controle** e w_k é o **distúrbio** que age sobre o sistema.

Para que o problema esteja formulado como um problema de controle ótimo (como descrito no Capítulo 3) deve-se agora estabelecer o objetivo de controle através de um funcional de custo. Como foi já apontado na descrição geral do problema (Capítulo 2),

está sendo assumindo que um controle de volume “justo” em torno do *set point* \bar{v} não é essencial para o bom funcionamento do vaso separador. Deseja-se que o volume possa variar dentro da faixa limitada pelos valores de ajuste das chaves de intertravamento $v_{m\acute{a}x}$ e $v_{m\acute{i}n}$. Além disso, o controlador PI atualmente utilizado responde bruscamente a variações bruscas na vazão de entrada w , pois seu objetivo intrínseco é manter o nível o mais próximo possível do *set point*.

Assim, o objetivo é obter um controlador que gere uma resposta mais suave em termos de variações na vazão de saída q . Por conseguinte, será estipulado um custo associado a variações na vazão de saída ($q_{k+1} - q_k$). Não obstante, é ainda desejável que, ao final de um período discreto de controle (N intervalos de tempo), o valor do estado esteja próximo ao valor de referência no último intervalo. Para tanto, deve-se também estipular um custo final envolvendo a diferença entre o estado e seu valor de referência.

A função de custo deve, então, ter a seguinte forma geral:

$$J = g_N(v_N - \bar{v}) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k(q_{k+1} - q_k) \quad (4.7)$$

Antes de definir de forma precisa as funções g_N e g_k , é conveniente introduzir algumas modificações na equação de estado básica 4.6. Inicialmente é definido e_k como sendo o erro do volume em relação ao seu *set point* no intervalo k , ou seja

$$e_k = v_k - \bar{v} \quad (4.8)$$

e a equação de estado passa a ser

$$e_{k+1} = e_k - q_k + w_k$$

ou

$$e_{k+1} = e_k - q_k + \bar{w} + \eta_k \quad (4.9)$$

já que $w_k = \bar{w} + \eta_k$.

Pode-se também definir d_k como sendo o desequilíbrio médio entre vazões de entrada e saída no intervalo k , ou seja

$$d_k = \bar{w} - q_k \quad (4.10)$$

o que permite rescrever 4.9 como

$$e_{k+1} = e_k + d_k + \eta_k \quad (4.11)$$

Finalmente, define-se u_k como sendo a variação na vazão de saída no instante k , ou seja

$$u_k = q_{k+1} - q_k \quad (4.12)$$

Como \bar{w} é constante para todos os intervalos de tempo, a relação entre os desequilíbrios médios de vazão em dois intervalos de tempo consecutivos é dada por

$$d_{k+1} = d_k - u_k \quad (4.13)$$

e o sistema passa a ser descrito pela seguinte equação matricial de diferenças que reúne as equações 4.11 e 4.13

$$\begin{bmatrix} e_{k+1} \\ d_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_k \\ d_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \eta_k \quad (4.14)$$

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + B \cdot u_k + C \cdot \eta_k \quad (4.15)$$

com valores iniciais $e_0 = v_0 - \bar{v}$ e $d_0 = \bar{w} - q_0$. Note-se que para o sistema assim definido, as matrizes (A, B) formam um par controlável, conforme a definição apresentada na seção 3.4.

Tem-se portanto um sistema linear invariante no tempo. Assim sendo, seria bastante atrativo expressar o funcional de custo 4.7 de forma quadrática, o que permite utilizar os resultados descritos seção 3.4 para sistemas lineares invariantes no tempo com funcional de custo quadrático. Ou seja, obter uma lei de controle linear estacionária em função do estado corrente. Para tanto, o funcional de custo deve ter a forma da expressão 3.14, reproduzidas abaixo

$$x'_N Q_N x_N + \sum_{k=0}^{N-1} (x'_k Q_k x_k + u'_k R_k u_k) \quad (4.16)$$

Claramente o objetivo parcial de minimização da variação das vazões de saída está adequadamente representado no funcional acima através da parcela $u'_k R_k u_k$. Para o problema específico sendo analisado $R_k = R$ para todo $k = 0, 1, \dots, N-1$ e trata-se na realidade de um escalar, tendo em vista que u_k também é um escalar. Assim, observa-se que

$$u'_k R u_k = R u_k^2 = R (q_{k+1} - q_k)^2 \quad (4.17)$$

e a minimização do funcional irá minimizar a soma dos quadrados das variações na vazão de saída em cada intervalo. O valor de R pode ser encarado como um parâmetro de ajuste da influência das variações de vazão de saída no custo total a ser minimizado. Quanto maior o valor de R maior será o peso deste objetivo parcial na composição da lei de controle.

Similarmente, o objetivo parcial de levar o estado para seu valor de referência no intervalo final também pode ser adequadamente traduzido pela parcela $x'_N Q_N x_N$, definindo a matriz Q_N como

$$Q_N = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

onde α é um escalar positivo, de tal forma que a parcela de custo referente ao estado final seja dada por

$$x'_N Q_N x_N = \begin{bmatrix} e_N & d_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_N \\ d_N \end{bmatrix} = \alpha (e_N^2 + d_N^2) \quad (4.19)$$

ou seja, a minimização do funcional de custo irá minimizar a soma dos quadrados do erro do volume e do desequilíbrio médio de vazões no intervalo final. Note-se que igualar as vazões de entrada e saída no intervalo final é uma condição necessária para que o volume se mantenha igual ao seu valor de referência e esta condição, apesar de

não ter sido explicitamente citada como um objetivo a ser alcançado, foi naturalmente incluída no funcional de custo.

Observe-se que a matriz Q_N definida acima, pode ser decomposta como $Q_N = C'C$ onde

$$C = C' = \begin{bmatrix} \sqrt{\alpha} & 0 \\ 0 & \sqrt{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

e as matrizes (A,C) formam um par observável, conforme a definição apresentada na seção 3.4.

É claro que o valor mais óbvio para o escalar α seria 1. Entretanto, preferiu-se deixar sua seleção em aberto, de tal forma que ele também possa servir como um parâmetro de ajuste do controlador, de forma similar ao valor de R na expressão 4.17.

Finalmente, devem ser definidos os elementos das matrizes Q_k . A parcela $x_k' Q_k x_k$ do funcional de custo estende a todo o período de controle o objetivo de minimizar a diferença entre o volume corrente e o de referência, assim como o desequilíbrio de vazões. Como essa característica não faz parte do objetivo definido para o controlador, seria desejável que tal parcela não estivesse presente no funcional de custo. Entretanto, para manter a estrutura original do funcional de custo, e mesmo para desenvolver um melhor sentimento quanto ao comportamento do controlador, essa parcela foi mantida e as matrizes Q_k definidas como

$$Q_k = Q = \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \quad k = 0,1,\dots,N-1 \quad (4.21)$$

onde β , tal qual α na expressão 4.19 e R na expressão 4.17, passa a ser um parâmetro de ajuste, a ser feito tão pequeno quanto se queira diminuir o peso da expressão $x_k' Q_k x_k$ na lei de controle a ser determinada.

Note-se que, a menos que façamos $\alpha = \beta$, o que não faria muito sentido à luz das intenções acima expostas para a utilização destes parâmetros, não teremos $Q_N = Q_k = Q$,

o que é uma condição para garantir a convergência da solução da equação de Riccati para um valor em regime, conforme exposto na seção 3.4. Entretanto, ao menos inicialmente, estamos dispostos a pagar o preço de não obter uma lei de controle estacionária, em favor de manter um funcional de custo totalmente compatível com os objetivos definidos. Todavia, como será demonstrado mais adiante pelos resultados iniciais obtidos, será ainda possível utilizar uma política de controle estacionária.

Definidas a equação de estado e o funcional de custo, aplica-se a solução apresentada na seção 3.4 para um sistema linear com custo quadrático e obtém-se que a política de controle será dada por

$$u_k = L_k x_k = G_{v_k} e_k + G_{d_k} d_k \quad (4.22)$$

onde G_{v_k} e G_{d_k} representam os ganhos lineares aplicados a cada uma das variáveis de estado e são os elementos da matrizes linha L_k dadas por

$$L_k = -\frac{1}{(B'K_{k+1}B + R)} B'K_{k+1}A \quad (4.23)$$

e as matrizes K_k são obtidas pelo algoritmo regressivo

$$K_N = Q_N \quad (4.24)$$

$$K_k = A' \left[K_{k+1} - \frac{1}{(B'K_{k+1}B + R)} K_{k+1} B B' K_{k+1} \right] A + Q \quad (4.25)$$

A partir das dimensões das matrizes do problema é facilmente verificável que o termo que aparece como denominador nas expressões 4.23 e 4.25 são escalares e que as matrizes L_k são vetores coluna 2×1 e as matrizes K_k são 4×4 .

Note-se que o controlador obtido é equivalente a dois controladores proporcionais cujas saídas são somadas para compor a ação de controle final (ver figura 4.4). O valor esperado do distúrbio \bar{w} surge como sendo o *set point* do controlador adicional ao usualmente encontrado. Essa configuração abre a possibilidade de implementação do

controlador ótimo através dos controladores de malha usualmente empregados na indústria.

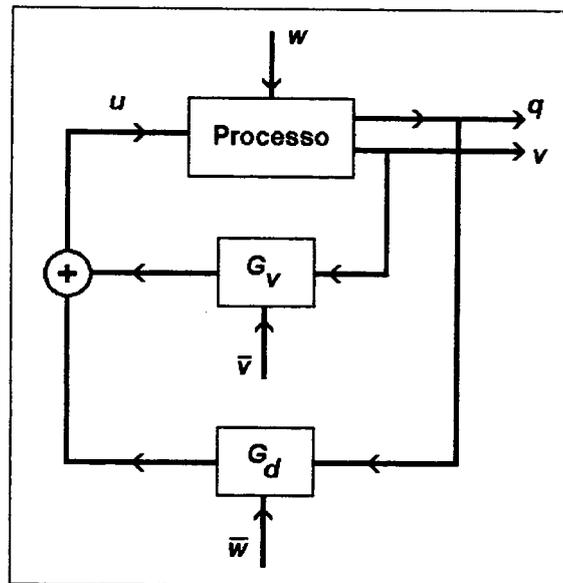


Figura 4.4
Configuração Esquemática do Controlador Obtido

Usualmente, avalia-se o comportamento de um controlador para situações simples como um degrau unitário de *set point* ou carga. A avaliação inicial do controlador obtido acima para um degrau unitário de distúrbio é apresentada na seção seguinte, e sua resposta comparada com a de um controlador PI (proporcional e integral).

4.2 Avaliação Inicial - Comparação com Controlador PI

Para uma avaliação inicial do controlador ótimo será investigada sua resposta para um degrau de distúrbio e compará-la com a de um controlador PI, atualmente utilizado para controle de nível em vasos separadores. O Apêndice A contém a formulação e os resultados da simulação de um controlador PI para a mesma situação de controle descrita a seguir.

O problema de controle que será analisado inicialmente é o de um sistema representado pela equação de estado dada pela expressão 4.14 (seção 4.1) e com as seguintes condições de contorno:

- volume inicial $v_0 = 1$
- volume de referência (*set point*) $\bar{v} = 1$
- por conseguinte, erro inicial do volume $e_0 = 0$
- vazão de saída inicial $q_0 = 1$
- distúrbio constante $\bar{w} = 2$ e $\eta_k = 0$, para todo k
- por conseguinte, desequilíbrio inicial de vazões¹ $d_0 = 1$, ou seja, 100% da vazão inicial.

O objetivo é, não apenas observar o comportamento geral do controlador ótimo, mas também verificar a influência dos parâmetros de ajuste R , α e β em sua resposta. Além disso, como não pode ser garantido *a priori* que uma lei de controle estacionária será obtida ($Q_N \neq Q_k$ - ver seção 4.1), o número de intervalos de tempo N também deve ser considerado como um parâmetro de ajuste para o problema.

De forma a sistematizar a análise, serão utilizados alguns índices para comparação entre alternativas que são usualmente empregados na avaliação de controladores, tais como:

- sobrepasso (*overshoot*) de estado - valor máximo atingido pela variável de estado.

Apesar do modelo definir o erro do volume e_k e o desequilíbrio de vazões d_k como variáveis de estado, estaremos mais interessados no valor máximo atingido pelo volume v_k . O valor máximo do desequilíbrio de vazões será sempre igual ao desequilíbrio inicial ($w - q_0$), já que o distúrbio w é considerado constante e a

¹ Como está sendo suposto um distúrbio constante ($\eta_k=0$), a diferença entre \bar{w} e q_k representa exatamente o desequilíbrio entre vazões de entrada e saída do vaso, e não um valor *médio*. Assim, será omitido o adjetivo *médio* enquanto esta situação particular estiver sendo tratada.

atuação do controlador irá diminuir esta diferença a partir do primeiro intervalo de tempo. Como também está sendo suposto que o desequilíbrio de vazões inicial é positivo, ao ser citado *overshoot* de estado estar-se-á referindo-se ao valor máximo atingido pelo volume acima de seu *set point*, ou seja, $\max[v_k - \bar{v}]$. Em uma situação real este valor deve ser menor do que o valor limite v_{max} estipulado na chave de intertravamento menos o *set point* de volume ($v_{max} - \bar{v}$).

- *overshoot* de controle - valor máximo atingido pela variável de controle. De forma similar, estar-se-á referindo-se ao valor máximo atingido pela vazão de saída q_k acima do distúrbio w a ser equilibrado, e não ao valor máximo do desequilíbrio de vazões d_k . Ou seja, o ponto de interesse é o valor de $\max[q_k - w]$. Este valor tem sua importância no fato de que, numa situação real, o valor máximo de vazão de saída está limitado pela capacidade da válvula de controle.
- erro permanente (*offset*) - valor residual da diferença entre o volume v_N e o valor de *set point* \bar{v} (equivalente a e_N em nosso modelo). É uma medida do quanto foi alcançado o objetivo parcial de levar o sistema para seu *set point* no final do período de controle. Alternativamente, caso o controlador “garanta” que o erro permanente seja eliminado ao final do período de controle, pode ser relevante a informação de quanto tempo foi necessário para que o erro se apresentasse menor do que um determinado valor pequeno. Ou seja, qual é o intervalo j tal que, para todo $j \leq k \leq N$ observa-se $e_k \leq \epsilon_e$, onde ϵ_e é um valor considerado pequeno para *offset* de volume.
- desequilíbrio permanente (*offset*) de vazões - valor residual da diferença entre o valor da vazão q_N e o valor do distúrbio w . É também uma medida do quanto foi alcançado o objetivo parcial de levar o sistema para seu *set point* no final do

período de controle, já que a manutenção de um desequilíbrio de vazões irá afastar o valor do volume de seu *set point* na ausência de ações de controle. Novamente, existe a alternativa de considerar o tempo necessário para que o desequilíbrio de vazões seja eliminado, ou seja, qual foi o intervalo j tal que, para todo $j \leq k \leq N$ foi observado $d_k \leq \varepsilon_d$, onde ε_d é um valor considerado pequeno para *offset* de vazões.

Além desses, deve-se também utilizar índices relacionados ao objetivo principal a ser alcançado pelo controlador, ou seja, minimização de vazões de saída. McDonald et al. [11] empregam um índice que expressa o valor máximo da taxa de variação da vazão de saída (*maximum rate of change in outlet flow* - MRCO), o que é uma medida da mais brusca ação tomada pelo controlador. No modelo sendo utilizado esse índice é definido por

$$MRCO = \max_{k=0, \dots, N-1} |u_k| \quad (4.26)$$

Tem-se portanto que o *MRCO* é uma medida pontual do esforço de controle exercido. Além dela, é também interessante dispor de uma medida do esforço total de controle despendido e será utilizado para tanto a parcela correspondente do funcional de custo (expressão 4.17), excluindo o parâmetro de ajuste R . Assim, define-se o esforço total de controle como

$$\tau = \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2 \quad (4.27)$$

Como ponto de partida será utilizada uma configuração de parâmetros de ajuste com $\alpha=1$, $\beta = 0.5$ e $R = 2$. Estes valores buscam traduzir a idéia de que, inicialmente, considera-se que a minimização das variações na vazão de saída é duas vezes mais relevante do que levar o sistema para seu *set point* no final do período, e portanto $R=2\alpha$.

Este último objetivo parcial é, por sua vez, é duas vezes mais importante do que manter o estado em seu set point ao longo do período, o que leva a $\alpha = 2\beta$.

Fixados estes parâmetros, a resposta do controlador foi simulada com valores do número de intervalos de tempo N variando de 5 a 30.

A figura 4.5 apresenta o gráfico dos valores permanentes de erro de volume e de equilíbrio de vazões obtidos em cada uma das simulações. Observa-se que para valores de N maiores do que 10 o desequilíbrio inicial de vazões é totalmente absorvido pela ação do controlador. Já o erro permanente assume valores desprezíveis para N acima de 13 intervalos.

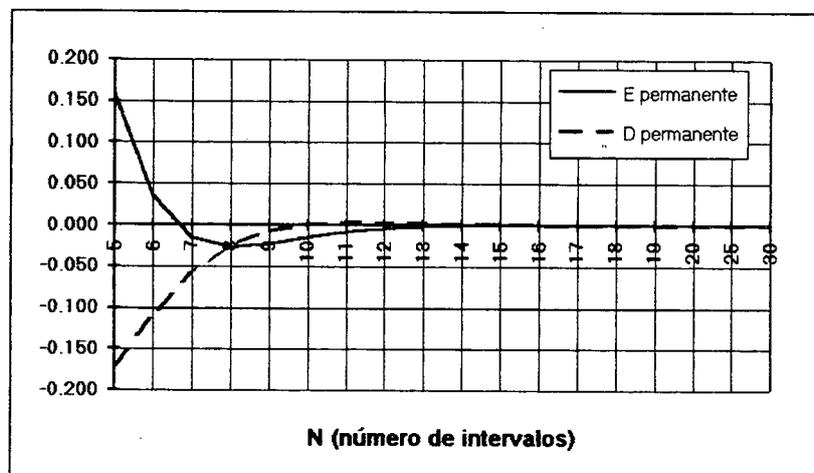


Figura 4.5
Variação do erro e desequilíbrio de vazões permanentes em função de N

As figuras 4.6 a 4.9 apresentam o mesmo tipo de gráfico para os demais índices de comparação.

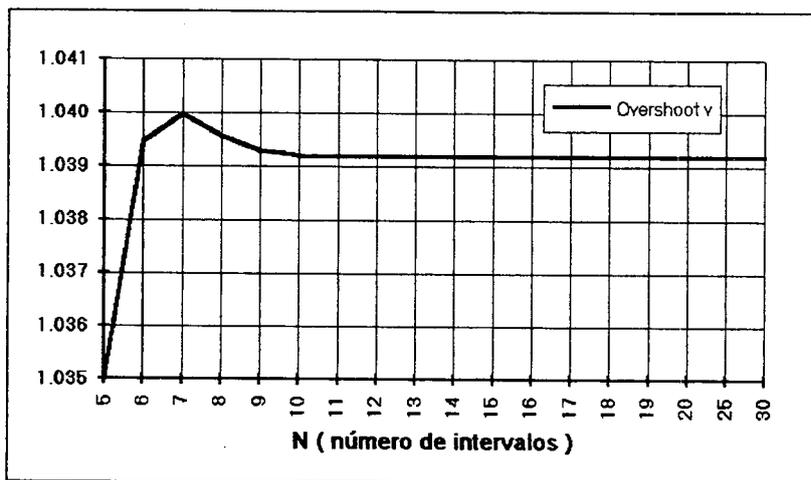


Figura 4.6
Variação do *overshoot* de volume em função de N

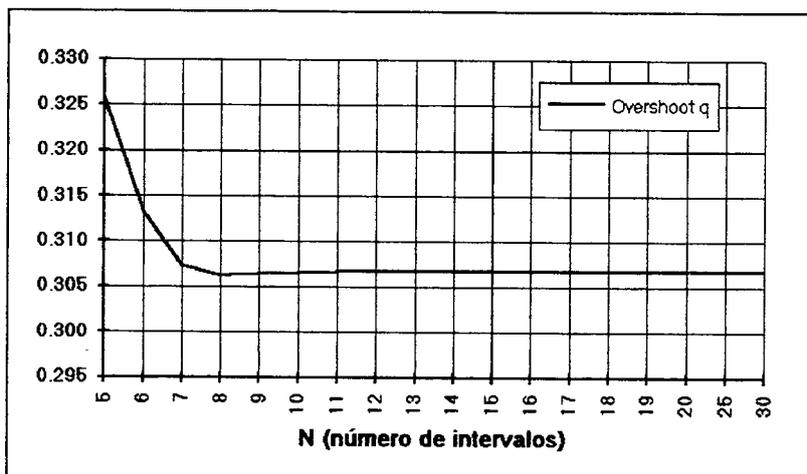


Figura 4.7
Variação do *overshoot* de vazão de saída em função de N

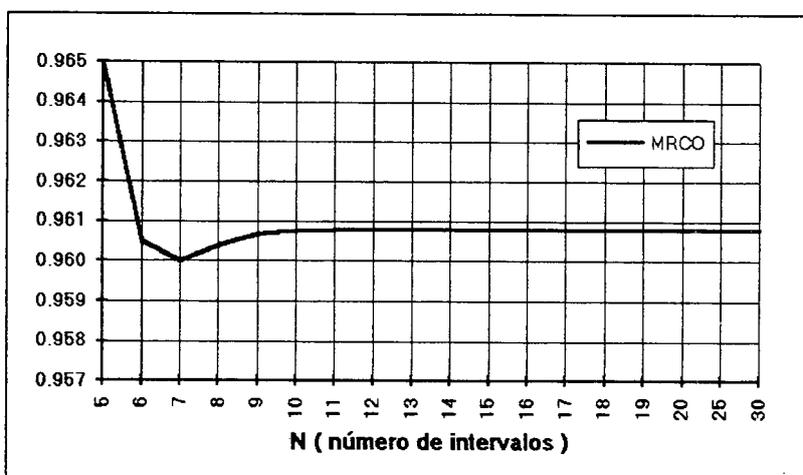


Figura 4.8
Variação do *MRCO* em função de N

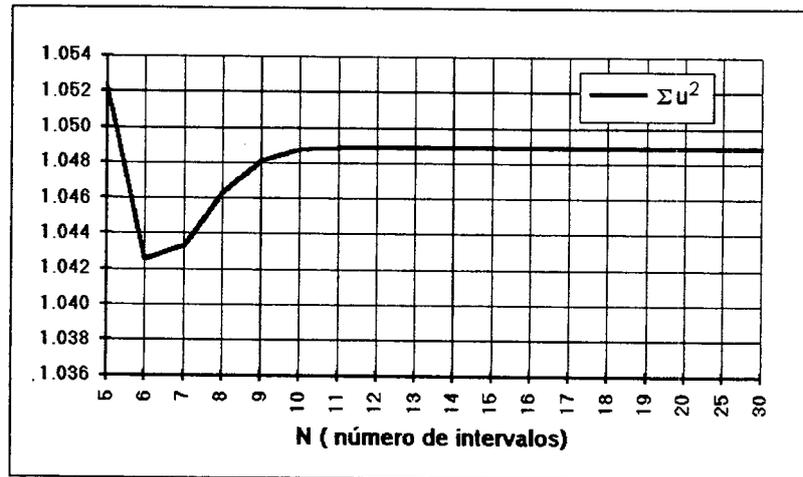


Figura 4.9
Variação do esforço total de controle em função de N

Observa-se que para $N > 10$ os valores de *overshoot* de estado e vazão se apresentam constantes, o mesmo acontecendo com os valores de MRCO e esforço total de controle para $N > 11$. Ou seja, a resposta do controlador não se altera quando o número de intervalos de tempo é pouco maior do 10. Isso parece indicar que a lei de controle é constante para um horizonte de controle grande.

Realmente, verificando o comportamento ao longo do tempo dos ganhos lineares G_v e G_d (expressão 4.22), constata-se que, nas simulações com número de intervalos de tempo $N > 5$, seus valores se mantêm constantes desde o intervalo de tempo inicial k_0 até o intervalo $k = N - 5$. Ou seja, apenas nos 5 últimos intervalos de tempo a lei de controle sofre alterações. Esta constatação pode ser verificada através dos gráficos das figuras 4.10 e 4.11, onde são apresentadas as variações de G_v e G_d ao longo do tempo para as simulações com número de intervalos de tempo N igual a 5, 10 e 15.

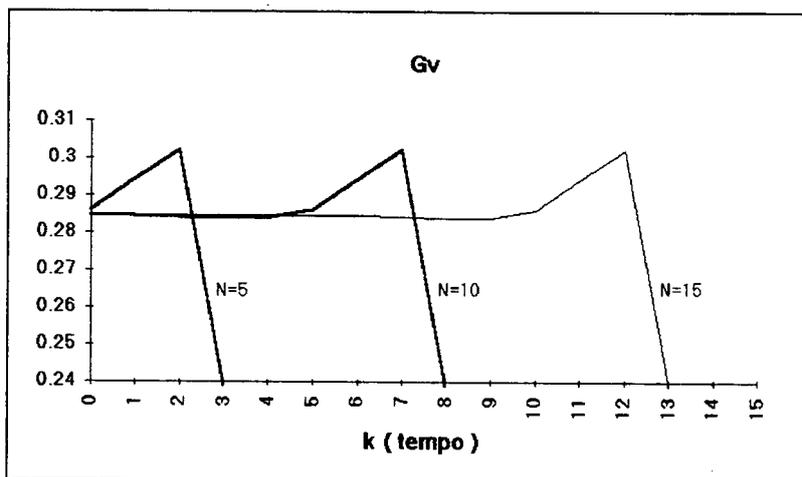


Figura 4.10
Variação de G_v ao longo do tempo em função de N

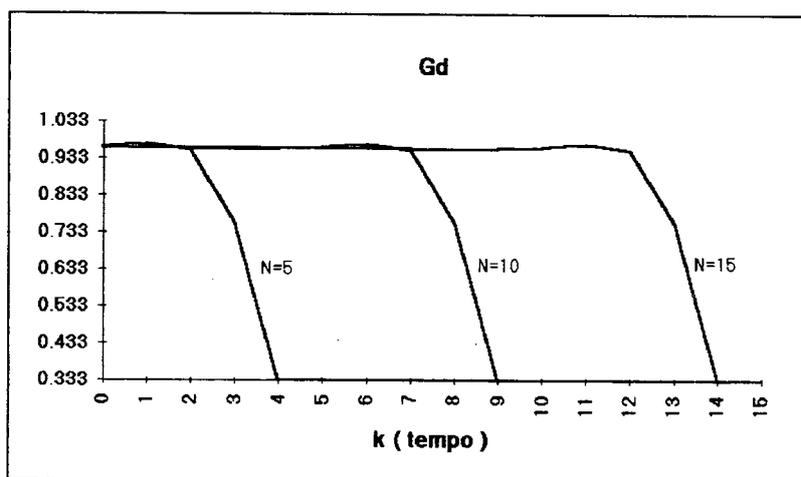


Figura 4.11
Variação de G_d ao longo do tempo em função de N

Como foi visto na seção 3.4, os ganhos G_v e G_d são os elementos da matriz L_k que fornece a lei de controle. Além disso, viu-se que esta matriz será constante para valores grandes de k caso a matriz K_k , solução da equação de Ricatti, convergir para um valor estacionário. Uma das condições para garantir esta convergência, para o caso de sistemas lineares com funcional de custo quadrático, é que todas as matrizes envolvidas na composição do funcional de custo sejam constantes. Apesar de estar sendo utilizada uma matriz Q_N no último intervalo de tempo diferente da matriz Q para os demais intervalos, a lei de controle obtida é estacionária para valores de $N > 5$. É interessante

verificar a semelhança dos gráficos das figuras 4.10 e 4.11 com aquele apresentado na figura 3.4 (seção 3.4). Como o problema envolve um horizonte de controle infinito, tem-se que a lei de controle fornecida pelo controlador ótimo, por ser estacionária, é adequada quanto a este aspecto.

A figura 4.12 apresenta o gráfico da resposta do controlador ótimo em termos do comportamento do volume e da vazão de saída ao longo do tempo. Esse comportamento é exatamente o mesmo para quaisquer valores de $N \geq 10$.

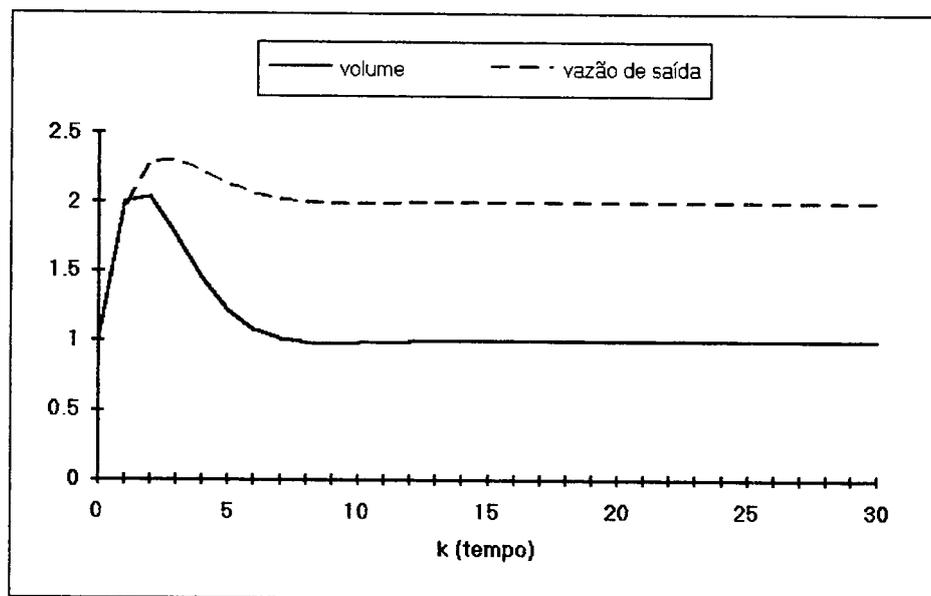


Figura 4.12
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$, $R = 2$, $N \geq 10$

A tabela 4.1 apresenta os valores dos índices de comparação entre o controlador ótimo (CO) e o controlador PI (ver Apêndice A). Estão também assinaladas as diferenças percentuais entre os índices dos dois controladores. Esta diferença foi calculada tomando como base os valores para o controlador PI, ou seja

$$\Delta \% = \left(\frac{\text{índice}_{PI} - \text{índice}_{CO}}{\text{índice}_{CO}} \right) 100 \quad (4.28)$$

Assim, valores positivos de $\Delta\%$ indicam uma melhora de performance do controlador ótimo em relação ao controlador PI.

| | CO | PI | $\Delta\%$ |
|------------------------------|--------------------------------|-------------|------------|
| | $\alpha=1.0, \beta=0.5, R=2.0$ | | |
| <i>overshoot</i> de estado | 1.039 | 1.100 | 5.87 |
| <i>overshoot</i> de controle | 0.307 | 0.647 | 110.75 |
| MRCO | 0.961 | 0.900 | -6.35 |
| erro ≤ 0.001 | $N \geq 11$ | $N \geq 23$ | 109.09 |
| deseq.vazão ≤ 0.001 | $N \geq 14$ | $N \geq 32$ | 128.57 |
| esforço total de controle | 1.049 | 1.554 | 48.14 |

Tabela 4.1
Comparação CO X PI

Analisando os valores da tabela 4.1 constata-se que, apesar de despender um esforço total de controle menor do que o PI, o controlador ótimo foi capaz de equilibrar o sistema mais rapidamente. Além disso, os *overshoots* de estado e controle apresentados pelo controlador ótimo ainda foram menores do que os do PI.

Entretanto, o controlador ótimo submete a válvula de controle a um esforço máximo instantâneo maior ($\Delta\%_{\text{MRCO}} = -6.35$), o que a princípio não parece ser satisfatório. McDonald et al. [11] apresentam uma solução para controle médio de nível na qual o funcional de custo a ser minimizado envolve especificamente (e apenas) o valor máximo da taxa de variação da vazão de saída, obtendo uma melhoria nos valores de MRCO de cerca de 45% em relação ao controlador PI. Como o funcional de custo aqui utilizado envolve o somatório de todas as variações na vazão de saída e não o seu valor máximo, a minimização do valor total de esforço de controle foi obtida às custas de um esforço pontual elevado.

Intuitivamente, será possível diminuir o valor de MRCO do controlador ótimo através da manipulação do parâmetro de ajuste R , de tal forma a atribuir um maior peso às variações da vazão de saída na composição do custo total. Obviamente o esforço total

de controle será reduzido, restando investigar o quão significativa pode ser a redução no valor pontual de MRCO.

Para tanto, foi realizada uma nova série de simulações do controlador ótimo, estipulando valores de R gradativamente maiores em cada uma delas ($R = 2, \dots, 15$), enquanto os demais parâmetros foram mantidos em seus valores originais ($\alpha = 1$ e $\beta = 0.5$). Todas as simulações foram executadas para um número de intervalos de tempo $N = 30$.

Os resultados obtidos indicaram que realmente é possível uma redução considerável nos valores de MRCO. Já para $R=3$, o valor de MRCO obtido é equivalente àquele do controlador PI como pode ser visto através da figura 4.13 que mostra o gráfico de variação dos valores de MRCO e esforço total de controle Σu^2 em função de R . Através do gráfico observa-se também que, por outro lado, aumentos sucessivos em R levam a melhorias cada vez menores nos valores de ambos os índices.

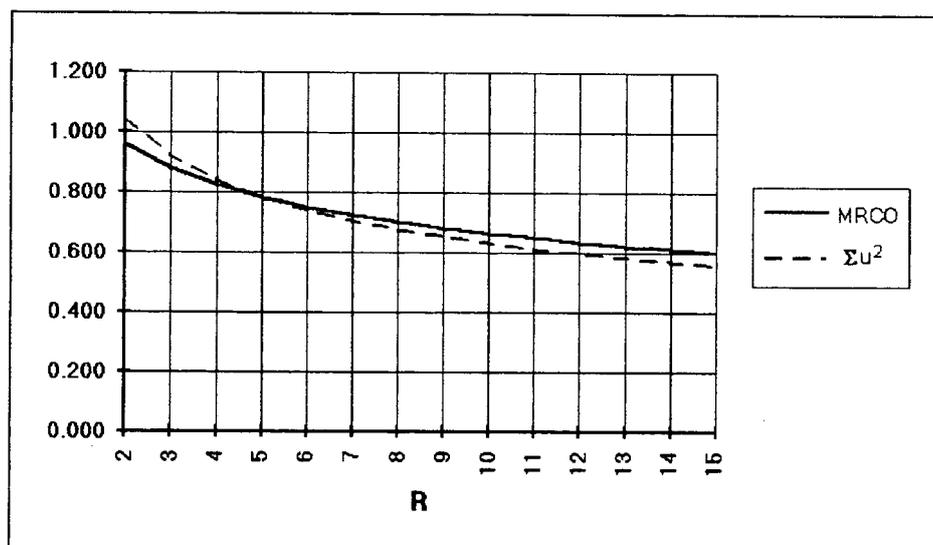


Figura 4.13
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$

Como poderia ser esperado, as alterações em R provocam um aumento gradativo nos valores de *overshoot* de volume, já que a ação do controlador é mais suave. Já o

overshoot de vazão, apesar de decrescer, apresentou uma variação muito pequena. O gráfico da figura 4.14 mostra a variação destes dois índices com relação a R , a partir do qual estas observações podem ser constatadas.

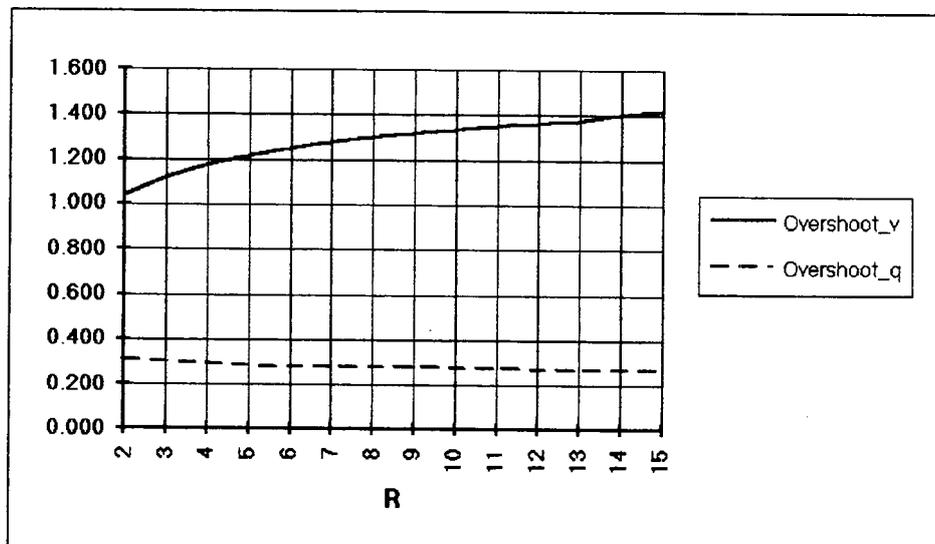


Figura 4.14
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$

Novamente, a suavização da ação do controlador também faz com que o tempo para equilibrar o sistema seja ampliado. Todavia, mesmo para valores altos de R , o controlador ótimo atinge o equilíbrio mais rapidamente do que o controlador PI. A figura 4.15 mostra o gráfico da variação do tempo necessário para alcançar valores pequenos de erro no volume e desequilíbrio de vazões em função de R .

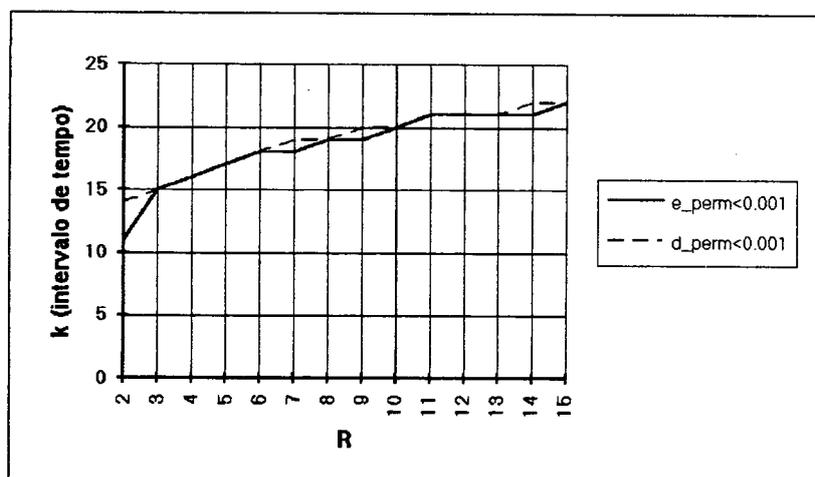


Figura 4.15
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$

Naturalmente, alterações em R provocam modificações nos valores dos ganhos G_v e G_d que definem a lei de controle. As figura 4.16 e 4.17 apresentam os gráficos da variação ao longo do tempo dos ganhos G_v e G_d para três valores de R . Observa-se novamente sua convergência para valores em regime, levando à uma lei de controle estacionária.

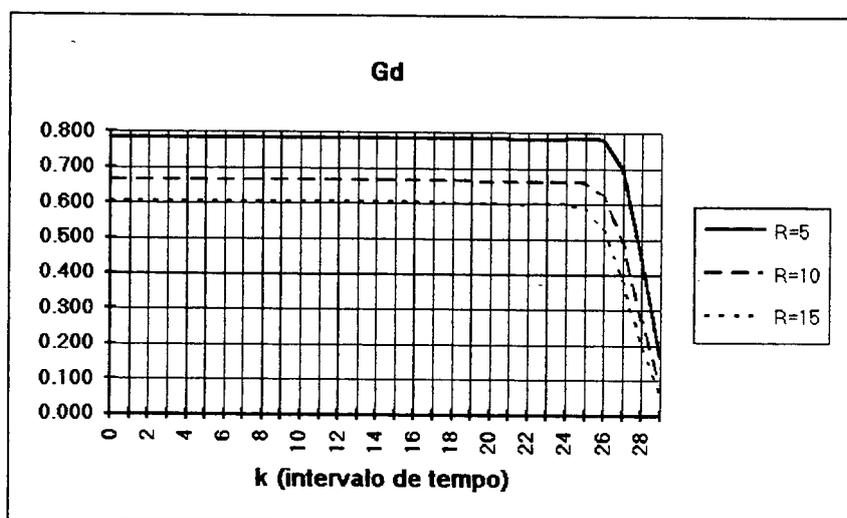


Figura 4.16
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$

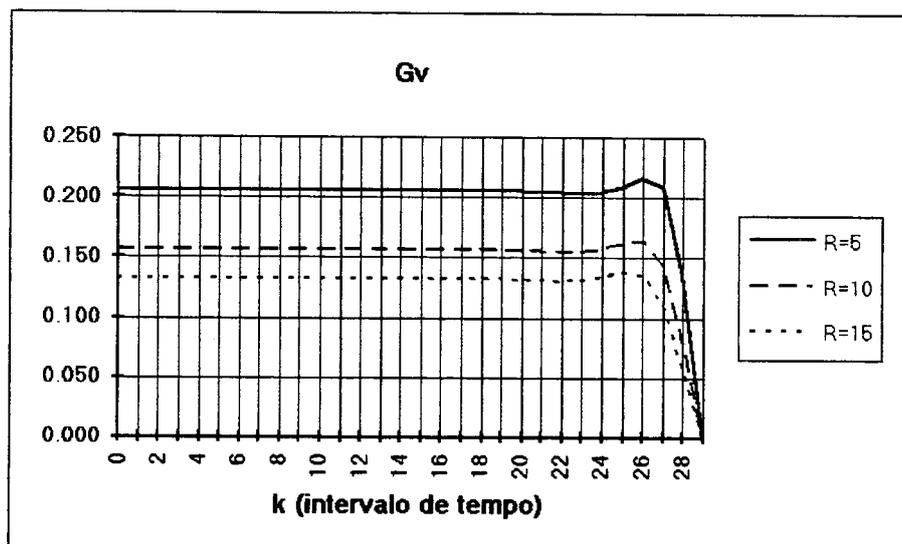


Figura 4.17
Controlador Ótimo (CO) - $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.5$

Será agora analisada a influência do parâmetro de ajuste α no comportamento do controlador ótimo. Como foi visto, ele estabelece o peso com o qual o erro do volume e

o desequilíbrio de vazões no intervalo de tempo final contribuem para o valor do funcional de custo a ser minimizado. Uma nova série de simulações foi realizada e os resultados obtidos indicaram que os diversos índices de comparação não foram afetados por alterações no valor de α . Uma análise mais detalhada mostrou que os valores em regime dos ganhos G_v e G_d também não se modificam mediante alterações deste parâmetro, ou seja, a matriz K solução em regime da equação de Riccati não depende do valor da matriz Q_N cujos elementos são definidos por α (ver expressão 4.18). Naturalmente, nos intervalos de tempo próximos ao final, correspondentes ao transiente da solução da equação de Riccati, o valor de α influencia os valores assumidos por G_v e G_d , sendo portanto relevante para problemas com um horizonte curto de controle. Como o problema envolve um horizonte de controle infinito e, portanto, é de interesse a fase em regime da lei de controle, conclui-se que este parâmetro é irrelevante para a solução buscada.

Resta ainda analisar a influência do parâmetro β . Como apresentado na seção 4.1, este parâmetro inclui no funcional de custo uma parcela que não corresponde aos objetivos de controle definidos, devendo assumir um valor pequeno de tal forma a apenas compor a estrutura do funcional sem influenciar no comportamento do controlador. Foi visto mais acima que estipulando $\beta = 0.5$ e manipulando o valor de R foi possível obter um comportamento satisfatório do controlador ótimo. Intuitivamente, sabe-se que aumentando o valor de β a resposta do controlador deverá exibir uma diminuição no *overshoot* de volume e aumentos nos valores de MRCO e esforço total de controle, o que não é interessante à luz dos objetivos de controle estabelecidos. Por outro lado, valores ainda menores de β deverão levar a variações contrárias nestes mesmos índices.

Para avaliar quantitativamente esta influência, foi executada uma nova série de simulações variando os valores de β e utilizando o valor original de $R (=2.0)$.

A figura 4.18 apresenta o gráfico da variação dos valores de *overshoot* de estado e de controle em função de β . Observa-se que, realmente, valores menores de β resultam em um aumento considerável no *overshoot* de estado, enquanto que o *overshoot* de controle se apresenta mais estável. Esta diferença de sensibilidade a variações no parâmetro de ajuste entre os *overshoots* de estado e de controle também foi notada ao ser analisada a influência de R no comportamento do controlador (figura 4.14). Assim, observa-se que evitar que limites impostos à variável de estado v_k (chaves de intertravamento) sejam atingidos mediante a manipulação de parâmetros de ajuste do controlador é mais factível do que evitar que limites impostos à vazão de saída (capacidade da válvula) sejam ultrapassados.

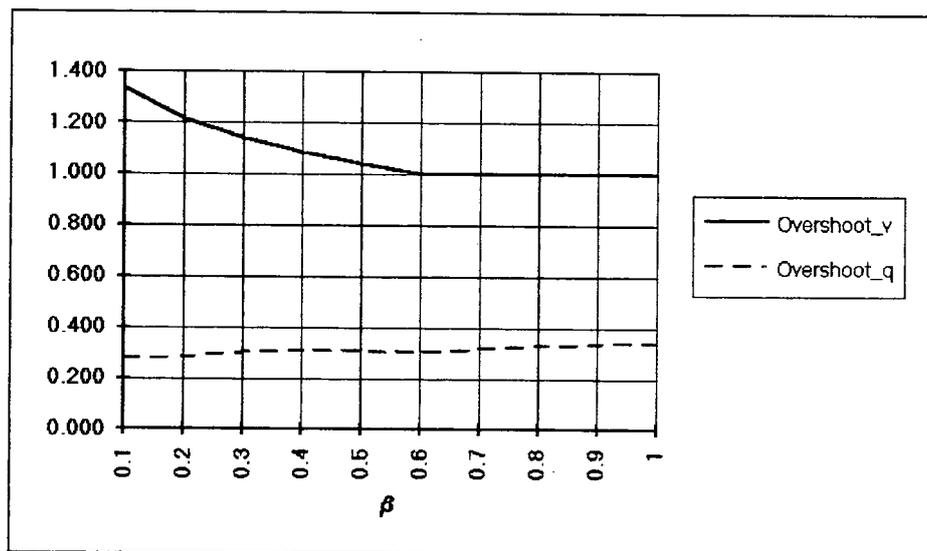


Figura 4.16
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

É também interessante observar que o *overshoot* de volume não se altera para valores de β maiores do que 0.6, indicando que estipular $\beta > 0.6$ não resultará em diminuição do valor de *overshoot*.

Os valores de MRCO e do esforço total de controle se mostraram particularmente sensíveis a variações em β , como pode ser visto no gráfico da figura 4.19. O esforço total de controle sofre um aumento de mais de 100% para a faixa de valores de β considerada, enquanto que o MRCO chega quase a dobrar de valor. Para este último, entretanto, observa-se que a taxa de aumento em seu valor diminuiu a medida que β aumenta. O mesmo comportamento não se verifica tão claramente para o esforço total de controle.

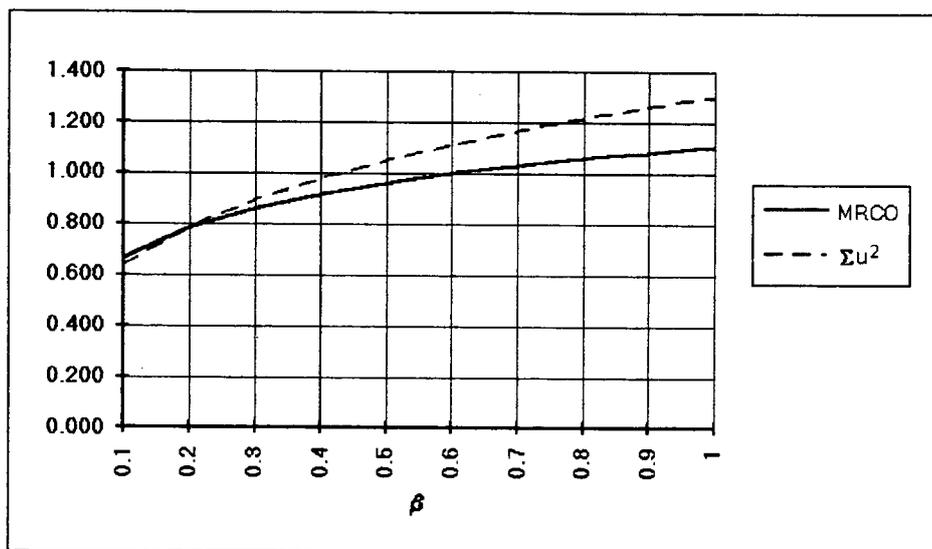


Figura 4.19
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

Os tempos necessários para a eliminação dos *offsets* de volume e de desequilíbrio de vazões foram os mesmos para todos os valores de β considerados, observando-se um aumento à medida que o parâmetro diminui (o que seria esperado tendo em vista a suavização da ação do controlador). O gráfico da figura 4.20 mostra esta variação e indica que para $\beta > 0.8$, o tempo necessário para equilibrar o sistema se mantém constante. Cabe ressaltar que, mesmo para $\beta = 0.1$, o controlador ótimo apresenta uma performance melhor do que o controlador PI neste aspecto (ver tabela 4.1).

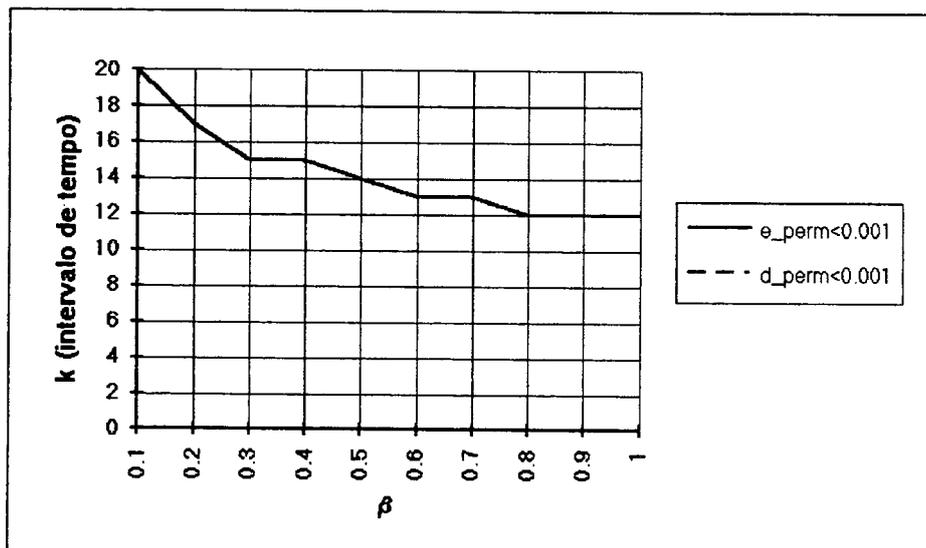


Figura 4.20
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

A influência de β no comportamento dos ganhos G_v e G_d pode ser observada a partir dos gráficos apresentados nas figuras 4.21 e 4.22. Nota-se que o período de tempo correspondente ao transiente da lei de controle aumenta inversamente com o valor de β . Isso não chega a representar um problema para o caso específico sendo estudado pois o interesse encontra-se na fase estacionária, que continua sendo alcançada para um número relativamente pequeno de intervalos de tempo.

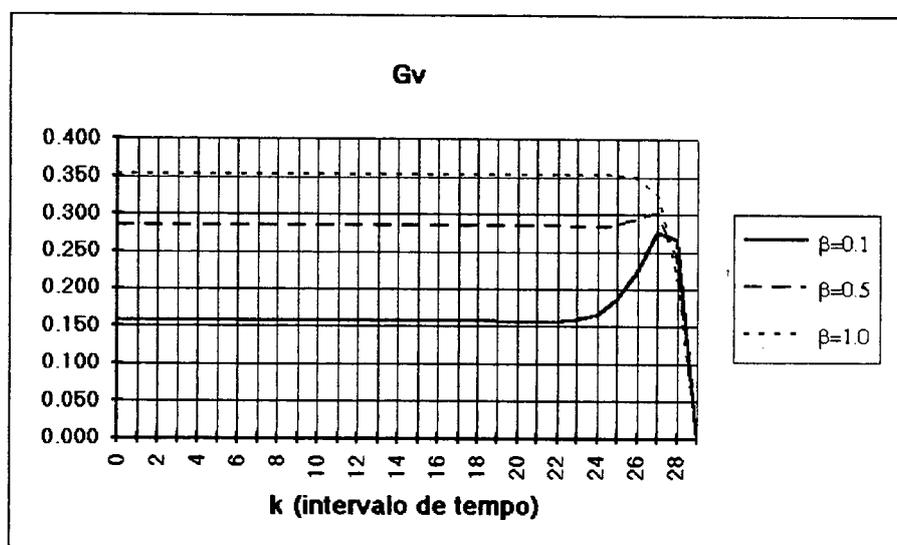


Figura 4.21
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

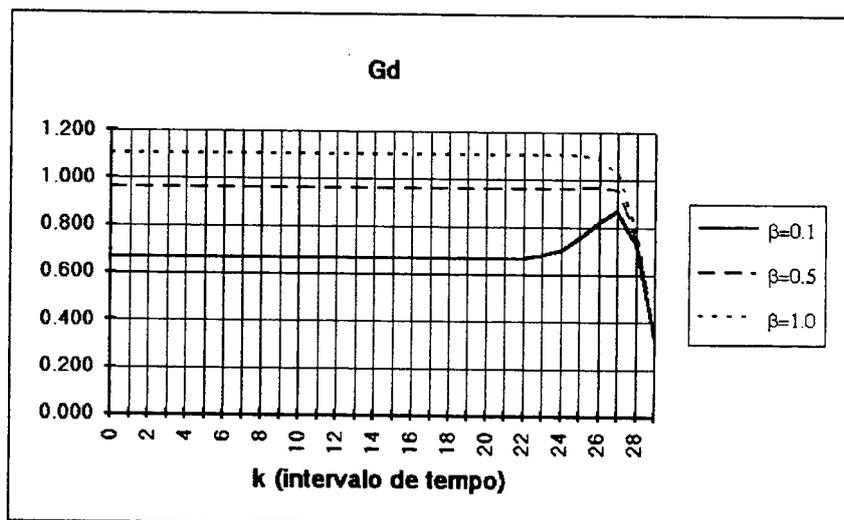


Figura 4.22
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

Caberia um questionamento com relação ao fato de β representar um aspecto não incluído em nosso objetivo de controle. A simples eliminação deste aspecto, fazendo $\beta = 0$ e, conseqüentemente, eliminando a parcela $x_k' Q_k x_k$ do funcional de custo, seria mais coerente do que estabelecer um valor pequeno para o parâmetro. Uma simulação do controlador ótimo com $\beta = 0$ mostrou que, do ponto de vista prático, é interessante mantê-lo no funcional de custo com um valor pequeno pois, caso contrário, o *overshoot* de estado assume valores extremamente elevados (ver figura 4.23). Em uma situação real isso inevitavelmente acarretaria o acionamento da chave de intertravamento.

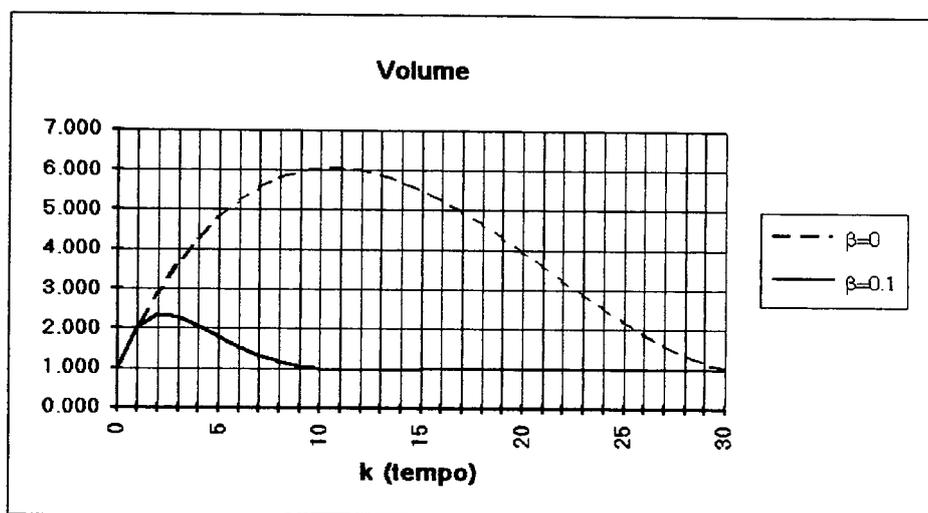


Figura 4.23
Controlador Ótimo (CO) - $R = 2.0$

A necessidade de manutenção da parcela “indesejada” no funcional de custo, para o caso que está sendo analisado, tem uma outra forma de ser justificada, mais matemática. Como a parcela de custo referente ao estado final perde o sentido quando se está interessado apenas na fase em regime da lei de controle, ela pode ser eliminada do funcional de custo ($\alpha=0$). Se a parcela $x'_k Q_k x_k$ também for excluída, o funcional de custo passa a ser apenas $J = \sum u'_k R u_k$ que é minimizado fazendo $u_k = 0$, para todo k , ou seja, aplicando um controle nulo. Obviamente esta não é uma lei de controle aceitável. O gráfico da figura 4.22 foi obtido em uma simulação para a qual a parcela de custo referente ao estado final estava presente, ou seja, $\alpha \neq 0$. A excessiva excursão observada nos valores do estado é devido ao fato que praticamente nenhum controle é exercido até próximo ao intervalo final, quando a parcela de custo $x'_N Q_N x_N$ passa a influenciar significativamente a lei de controle.²

Diante dos resultados acima, pode-se concluir que o controlador ótimo apresenta vantagens potenciais sobre o controlador PI atualmente em uso. No que se refere ao esforço imposto à válvula de controle, o controlador ótimo mostra-se superior ao PI, fundamentalmente por incluir especificamente este aspecto em sua formulação, o que não acontece para o controlador PI. A performance de um controlador PI é, em geral, avaliada em termos do tempo necessário para equilibrar o sistema e do valor de *overshoot* do estado. Foi visto que o controlador ótimo é capaz de eliminar os *offsets* de estado e de desequilíbrio de vazão mais rapidamente do que o controlador PI.

O esquema de controle atualmente utilizado realmente propicia valores de *overshoot* de estado menores, já que o objetivo intrínseco do controlador PI é trazer o valor do estado

²Na realidade, G_v e G_d tendem para zero quando $N \rightarrow \infty$, neste caso.

para seu *set point*. A hipótese básica é de que um controle justo do volume próximo ao *set point* não é primordial e que, portanto, valores maiores de *overshoot* podem ser tolerados. Entretanto, há de se considerar as limitações existentes quanto aos valores máximo e mínimo do volume, concretizadas através das chaves de intertravamento.

Os estudos acima mostram que é possível modificar a resposta do controlador ótimo através da manipulação de seus parâmetros, o que deve ser feito visando atender às limitações impostas em cada situação específica de controle, assim como proposto por Chenoweth [3]. Os resultados obtidos indicam que, dos parâmetros inicialmente considerados, apenas β e R são realmente relevantes e que β deve ser pequeno embora maior do que zero. Assim, parece que uma boa estratégia para sintonia do controlador ótimo é estipular $\beta = 0.1$ (ou até mesmo menor) e procurar atender às limitações de uma situação prática através da manipulação de R . Este foi o procedimento utilizado na aplicação do controlador ótimo em uma situação real de controle de nível em um vaso separador, apresentada no Capítulo 5.

Capítulo 5 - Simulação do Controlador Ótimo para as Condições de uma Planta Real

5.1 Características da Planta

Para a avaliação do controlador ótimo em uma situação real foi selecionado um dos vasos separadores da Plataforma de Albacora (S10), instalada na Bacia de Campos (RJ). A planta de separação da plataforma S10 é composta por três sequências de separadores (trens de separação), entre os quais é distribuído todo o petróleo proveniente dos poços. Cada trem de separação é por sua vez composto por dois vasos separadores em série, denominados de primeiro e segundo estágio.

A simulação executada envolveu um dos vasos separadores de primeiro estágio, especificamente aquele identificado pelo *tag name* V2BA. A figura 5.1 mostra esquematicamente este separador, assim como os demais equipamentos e instrumentos a ele relacionados. As características destes equipamentos necessárias para sua representação adequada na simulação estão resumidas na tabela 5.1.

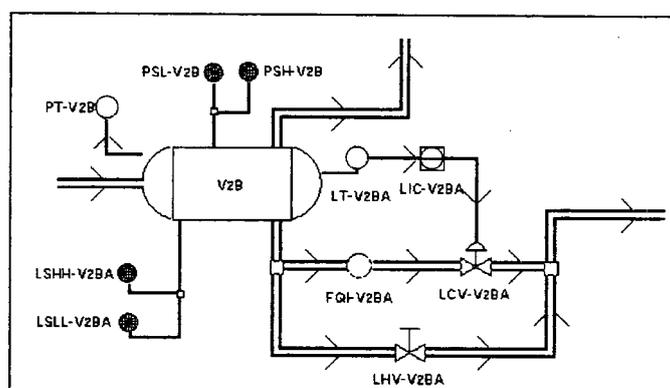


Figura 5.1
Separador V2BA

| Tag Name | Descrição | Características |
|-----------|------------------------------|--|
| V2BA | vaso separador | diâmetro = 1.80 m comprimento = 7.20 m |
| LT-V2BA | transmissor de nível | alcance máx. = 1.27 m alcance min. = 0.90 m |
| LSHH-V2BA | chave de nível muito alto | ponto de atuação = 1.57 m |
| LSLL-V2BA | chave de nível muito baixo | ponto de atuação = 0.51 m |
| LIC-V2BA | controlador de nível | tipo : PI set point = 30% |
| LCV-V2BA | válvula de controle de nível | coef. de vazão máx. = 136 fator crítico de vazão = 0.8 pressão de vapor = 0.42 pressão crítica = 23 |

Tabela 5.1
Características de Equipamentos e Instrumentos

Como já foi apontado anteriormente, o controlador ótimo desenvolvido utiliza o enfoque de encarar o controle de nível como sendo um problema de controle de volume. Assim sendo, é necessário transformar os valores de *set point* e limites de atuação das chaves de intertravamento constantes da tabela 5.1 para uso na simulação do controlador de volume. Utilizando as relações entre nível e volume para um vaso cilíndrico horizontal apresentadas na seção 4.1, o *set point* de volume \bar{v} pode ser determinado como segue.

$$\bar{h} = \bar{l}(l_{máx} - l_{min}) + l_{min} = 0.30(1.27 - 0.90) + 0.90 = 1.011 \text{ m}$$

$$\bar{\theta} = 2 \arccos\left(\frac{r - \bar{h}}{r}\right) = 2 \arccos\left(\frac{0.9 - 1.011}{0.9}\right) = 3.389 \text{ rad}$$

$$\bar{v} = \frac{1}{2} L_{vaso} r^2 (\bar{\theta} - \sin \bar{\theta}) = \frac{1}{2} \times 7.20 \times 0.90^2 (3.389 - \sin 3.389) = 10.596 \text{ m}^3$$

Cálculos similares levam a determinação de $v_{máx} = 16.957 \text{ m}^3$ e $v_{min} = 4.269 \text{ m}^3$, correspondentes em volume dos valores de atuação das chaves de nível muito alto e muito baixo.

Um aspecto prático a ser considerado na simulação é a limitação existente em uma planta real no que se refere ao *range* do transmissor de nível. Como indicado na tabela 5.1, no caso do vaso V2BA o transmissor só é capaz de informar leituras dentro da faixa 1.27 – 0.9 metros. Fora desta faixa o transmissor *satura*, ou seja, transmite para o controlador uma informação correspondente ao limite (máximo ou mínimo) que foi ultrapassado. Naturalmente, essa limitação pode ter um impacto bastante significativo na performance do controlador já que, por exemplo, caso o nível real seja 1.40m (acima portanto do alcance máximo) o controlador tomará uma decisão baseada na informação de que o nível vale 1.27m (o alcance máximo). Através de cálculos similares ao acima descritos, determina-se que para o transmissor de nível do V2BA, a faixa correspondente de leituras de volume é de 13.817 a 9.161 m³.

Para simular uma situação real da planta é necessário não apenas dispor de um modelo de seu funcionamento (a equação de estado), mas também submetê-lo a um perfil de distúrbios que representem a realidade das condições a que ela está sujeita. A seção 5.2 a seguir trata da obtenção deste perfil de distúrbios a partir dos registros históricos do sistema de supervisão da plataforma.

5.2 Obtenção dos Valores de Distúrbio

A planta de processo da Plataforma de Albacora é dotada de um sistema de supervisão tal como descrito no Capítulo 2. Através deste sistema são gerados arquivos históricos diários, nos quais são registrados, a cada 15 segundos, os valores de diversas variáveis de processo. Para o trecho da planta referente ao separador V2BA são gravados nestes arquivos os valores correspondentes às seguintes leituras de instrumentos:

| Tag-name | Descrição | Unidades |
|----------|--|----------------------|
| FQHV2BA | vazão horária de óleo na saída do separador | m ³ /hora |
| LCVV2BA | comando para abertura da válvula de controle | % |
| LT V2BA | nível de óleo no separador de 1º estágio | % |
| LV2BASP | <i>set point</i> do nível de óleo | % |
| PT V2B | pressão interna no separador de 1º estágio | psi |

Tabela 5.2
Leituras de Instrumentos Disponíveis

Note-se que não é feita medição da vazão de entrada no vaso separador. Como foi visto no Capítulo 2, o petróleo que chega à plataforma é uma mistura de óleo, água e gás, e o problema de medição de vazão de fluidos multifásicos ainda não dispõe de uma solução de engenharia plenamente satisfatória. Assim sendo, não está disponível (ao menos não diretamente) a informação de qual é o distúrbio a que está sujeito o vaso separador. Entretanto é possível estimá-lo utilizando a própria equação de estado do sistema e as demais leituras disponíveis.

A partir do balanço de massa no vaso separador, foi apresentada na seção 4.1 a equação de estado básica (expressão 4.6) que pode ser rescrita como

$$w_k = v_{k+1} - v_k + q_k \quad (5.1)$$

indicando que o volume w_k que entrou no vaso em um determinado intervalo de tempo k , é igual à variação verificada no volume interno ($v_{k+1} - v_k$) acrescida do volume q_k que saiu do vaso no mesmo intervalo.

Os valores dos volumes v_k a cada 15 segundos podem ser determinados, a partir das leituras do transmissor de nível LTV2BA, através de cálculo idêntico ao apresentado na seção anterior para a determinação do *set point* de volume.

Os valores de q_k também podem ser calculados a cada 15 segundos a partir das leituras disponíveis da vazão de saída do vaso FQHV2BA (em m³/hora) através de

$$q_k = 0.5(F_{k+1} + F_k) \frac{15\text{seg}}{3600\text{seg / hora}} \quad (5.2)$$

onde F_k e F_{k+1} são duas leituras consecutivas de FQHV2BA. Na expressão 5.2 é assumido que o volume que sai do vaso durante um intervalo de tempo de 15 segundos pode ser aproximado pela área do trapézio definido pelas leituras de vazão no início e final do intervalo.

Utilizando a formulação acima, os dados históricos de dois dias considerados típicos de produção da plataforma (4 e 5 de setembro de 1995) foram processados, gerando uma sequência de valores volumétricos (m^3) de distúrbio. A figura 5.2 apresenta o gráfico dos valores de w_k obtidos para o período de 00:00 a 01:00 horas do dia 04 de setembro de 1995. No eixo das abscissas está indicado o número sequencial das leituras, que estão novamente espaçadas de 15 segundos (ou seja, a leitura # 120, por exemplo, corresponde ao instante de tempo $120 \times 15 \text{ segundos} = 30 \text{ min.}$)

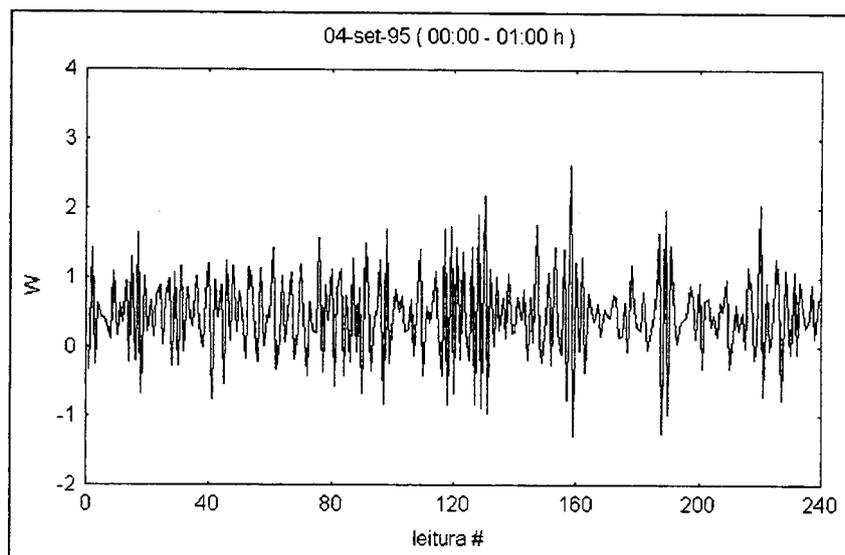


Figura 5.2
Valores de distúrbio w_k

Como pode ser constatado a partir do gráfico acima, foram obtidos valores negativos para o volume entrando no vaso, o que é fisicamente impossível de ocorrer. A explicação para este resultado baseia-se no fato de que faz parte da cultura operacional

nas plataformas manter a válvula de *by-pass* LHV-V2BA (ver figura 5.1) parcialmente aberta, de forma a aumentar a vazão de produção do vaso. Assim, os valores negativos de w_k representam uma vazão que está na realidade está saindo do vaso pela válvula de *by-pass* .

A formulação e os cálculos até agora apresentados não levam em consideração esta vazão adicional, que aliás não é monitorada pelo sistema de supervisão da planta (e portanto não está disponível nos arquivos históricos). Do ponto de vista estritamente matemático, valores negativos de distúrbio não representam qualquer tipo de inconsistência - a equação de estado continua representando a evolução no tempo do sistema e a lei de controle continua sendo a responsável por “tratar” o distúrbio (negativo ou positivo) de forma a minimizar o funcional de custo. Do ponto de vista físico, o que inicialmente parecia ser uma incoerência, deixa de sê-lo caso os distúrbios sejam encarados como sendo a diferença entre a vazão que entra no vaso proveniente dos poços e a vazão que sai pela válvula de *by-pass*. Desta forma, os distúrbios w_k podem assumir valores positivos ou negativos, e a formulação adotada continua válida. Na seção 5.3 a seguir, os valores de w_k obtidos como acima descrito são analisados visando obter uma representação probabilística do espaço de distúrbios.

5.3 Avaliação Estatística do Espaço de Distúrbios

Na busca de um modelo probabilístico que represente adequadamente o espaço de distúrbios, deve-se considerar algumas características e fatores que afetam o comportamento da vazão de entrada nos vasos separadores. Dois deles já foram comentados no Capítulo 2. O primeiro se refere ao fato de que o comportamento de um

reservatório se altera ao longo do tempo, à medida que sua jazida vai sendo explorada. Isso poderia indicar a utilização de um modelo no qual a média dos distúrbios apresente uma tendência de decaimento. Todavia, espera-se que este comportamento esteja associado a períodos longos de tempo (com ordem de grandeza de anos), de tal forma que sua influência não seja significativa para horizontes de análise mais curtos (dias, semanas ou mesmo meses).

Outro aspecto já mencionado anteriormente, relaciona-se com as chamadas “golfadas” na produção dos poços. O fato do petróleo produzido ser uma mistura não uniforme de óleo, gás e água, faz com que a vazão que chega à plataforma sofra alterações bruscas, com magnitude e intervalos de recorrência aleatórios. A utilização de um modelo que preveja algum tipo de correlação sequencial entre realizações não parece ser indicado, sendo preferível a hipótese de que os distúrbios a cada instante são variáveis aleatórias independentes.

Outro aspecto que influencia a vazão de entrada nos vasos separadores são as alterações no comportamento da planta como um todo, decorrentes de manobras operacionais. Assim como acontece em outros tipos de instalações industriais, existem procedimentos operacionais que ao serem executados resultam em alterações no chamado ponto de operação da planta. A necessidade de modificar o comportamento da planta pode ser originada pela ocorrência de contingências (queda ou perda de eficiência de equipamentos) ou mesmo tratar-se de eventos sistematicamente previstos, como a manutenção de equipamentos. Uma manobra que é executada de forma sistemática e que tipicamente altera a vazão de petróleo que chega aos vasos separadores é o realinhamento de poços para teste. Normalmente, existe sempre pelo menos um poço tendo sua produção direcionada exclusivamente para um vaso separador especial (separador de teste) para que seu comportamento individual seja analisado. A produção

dos demais poços é reunida em um coletor e distribuída entre os três trens de separação. A mudança do poço que se encontra alinhado para o separador de teste altera a produção a ser distribuída pelos demais e, conseqüentemente, a vazão que chega a cada um deles.

Para a avaliação do espaço de distúrbios foram gerados (segundo o procedimento apresentado na seção 5.2) dados correspondentes a 10 dias operação da planta (de 3 a 12 de setembro de 1995). Considerando-se que os valores de w são gerados a cada 15 segundos, trata-se de um volume considerável de dados. Assim sendo, eles foram organizados em arquivos correspondentes a períodos de 6 horas consecutivas (1440 valores por arquivo).

Tomando vantagem desta organização dos dados, inicialmente foram consideradas amostras com 6 horas de duração, para as quais foram calculadas estatísticas básicas e gerado o gráfico de médias apresentado na figura 5.3.

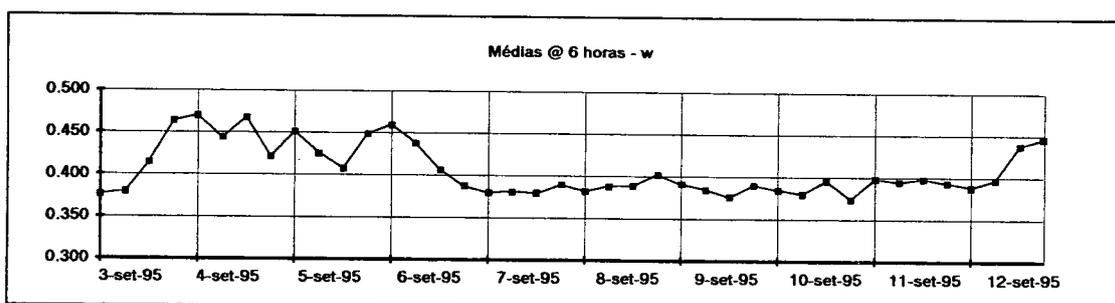


Figura 5.3
Distúrbios médios a cada 6 horas

O gráfico mostra que no período entre o início do dia 7 até o final do dia 11 de setembro, as médias amostrais apresentaram uma variação pequena, mantendo-se em um patamar próximo a 0.38 m^3 . Já nos dias 4 e 5, apesar de não se identificar tão nitidamente um patamar constante, nota-se claramente um deslocamento positivo das médias. Os dias 3 e 6 parecem indicar as transições entre os dois níveis observados para as médias, o mesmo acontecendo no dia 12 de setembro.

É claro que a representação mais “cômoda” para o espaço de distúrbios seria uma distribuição única, válida para todos os intervalos de tempo. Todavia, as observações acima, indicam que pelo menos duas situações distintas ocorrem - possivelmente devido a uma manobra que alterou o ponto de operação da planta durante os dias 4 e 5. Para analisar se a diferença entre os dois supostos níveis de operação é estatisticamente significativa, tomou-se uma amostra de valores de distúrbio correspondente a todo o dia 3 de setembro, onde se observa a ocorrência de uma transição entre os dois níveis.

Considerando a amostra diária como um todo, as estatísticas básicas correspondentes foram calculadas e constam da tabela 5.3. Foram também gerados o histograma de frequência para os valores de distúrbio e o gráfico de probabilidade de normalidade para amostra, apresentados respectivamente nas figuras 5.4 e 5.5.

| w | | | |
|-----------------------------|---------|---------------|--------|
| 03-set-95 (00:00 - 24:00 h) | | | |
| 5756 valores | | | |
| Média | 0.4085 | Desvio Padrão | 0.4588 |
| Mínimo | -1.6427 | Erro Padrão | 0.0060 |
| Máximo | 2.8329 | Skewness | 0.1486 |
| Variância | 0.2105 | Kurtosis | 1.1059 |

Tabela 5.3
Estatísticas básicas para amostra diária de w em 03-set-95

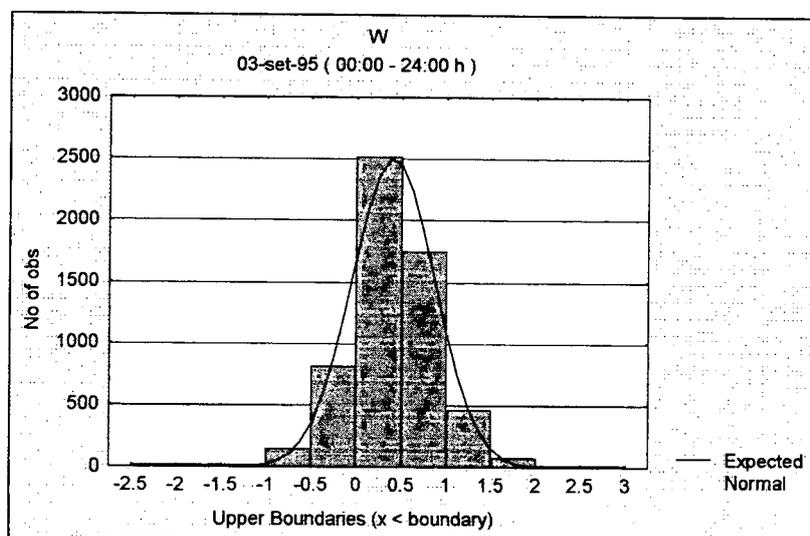


Figura 5.4
Histograma de valores de w - amostra diária em 03-set-95

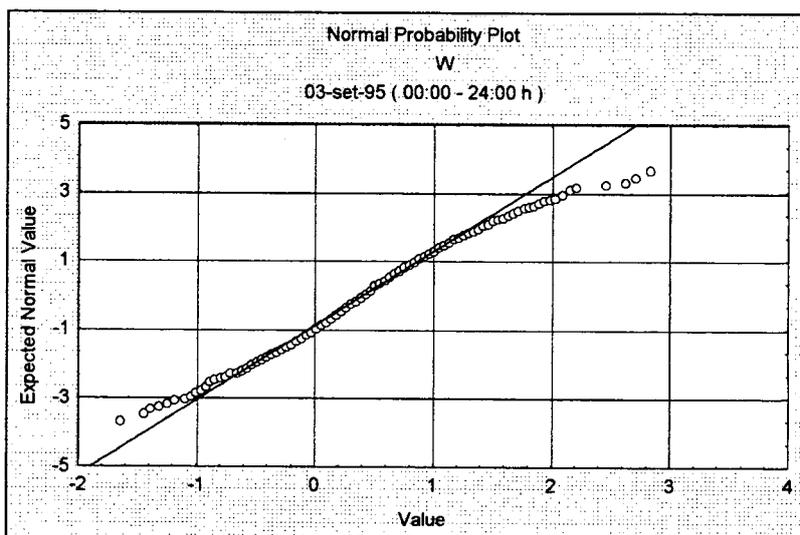


Figura 5.5
Gráfico de probabilidade de normalidade - amostra diária de w em 03-set-95

Os resultados indicam uma concordância razoável da amostra com uma distribuição normal, apesar dos desvios observados nos valores extremos (ver gráfico de probabilidade de normalidade - figura 5.5). Todavia, o objetivo principal da análise desta amostra é verificar a ocorrência de uma transição ao longo do dia. Assim sendo, os dados foram reorganizados em 24 amostras horárias de forma a permitir o acompanhamento da média ao longo do dia e a execução de uma análise de variância (ANOVA), cujos resultados são apresentados na tabela 5.4.

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|----------------------|
| Entre Grupos | 15.0347 | 23 | 0.6537 | 3.1315 | 6.6×10^{-7} |
| Dentro dos Grupos | 1196.505 | 5732 | 0.2087 | | |

Tabela 5.4
Análise de Variância - 03-set-95 - 00:00-24:00 horas

O nível de significância estatística obtido para os efeitos de diferenças das médias entre grupos indica fortemente que a hipótese nula (não existência de diferença entre as médias) deve ser rejeitada, contrariando a aparente adaptação da amostra diária a uma

distribuição normal única. As diferenças entre as médias dos grupos horários é também nitidamente observada através do gráfico de médias apresentado na figura 5.6. A ocorrência de um degrau nas médias de distúrbios entre 14:00 e 15:00 horas é claramente indicada.

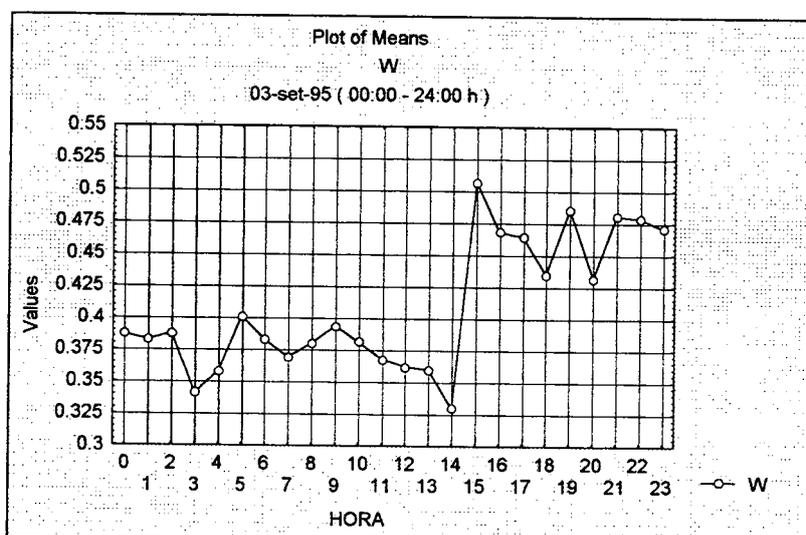


Figura 5.6
Médias horárias de w em 03-set-95

Para melhor caracterizar o degrau nas médias, foi investigada a homogeneidade do comportamento dos distúrbios antes e depois de sua ocorrência. Para tanto, foram realizadas, ainda para os dados do dia 3 de setembro, duas outras análises de variância - uma envolvendo as amostras horárias até as 15:00 horas e outra para as amostras a partir das 15:00 horas. Os resultados destas análises são apresentados nas tabelas 5.5 e 5.6 e indicam probabilidades elevadas para o erro na rejeição da hipótese nula (79.88% e 91.51%). Assim, pode-se concluir que os distúrbios seguiam distribuições distintas antes e após as 15:00 horas.

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|--------|
| Entre Grupos | 1.3 | 14 | 0.0923 | 0.6773 | 0.7988 |
| Dentro dos Grupos | 491.258 | 3583 | 0.1371 | | |

Tabela 5.5
Análise de Variância - 03-set-95 - 00:00-15:00 horas

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|--------|
| Entre Grupos | 1.0781 | 8 | 0.1348 | 0.4107 | 0.9151 |
| Dentro dos Grupos | 705.2468 | 2149 | 0.3282 | | |

Tabela 5.6
Análise de Variância - 03-set-95 - 15:00-24:00 horas

As estimativas das características destas distribuições são obtidas das duas amostras resultantes da divisão da amostra diária (antes e após 15:00 h). Para cada uma delas são apresentados a seguir os histogramas de frequência, gráficos de probabilidade de normalidade e estatísticas básicas (figuras 5.7 a 5.10 e tabelas 5.7 e 5.8).

| w | |
|-----------------------------|--------|
| 03-set-95 (00:00 - 15:00 h) | |
| 3598 valores | |
| Média | 0.3722 |
| Variância | 0.1369 |
| Desvio Padrão | 0.3700 |

Tabela 5.7
Estatísticas básicas para amostra de w em 03-set-95 (00:00 - 15:00 h)

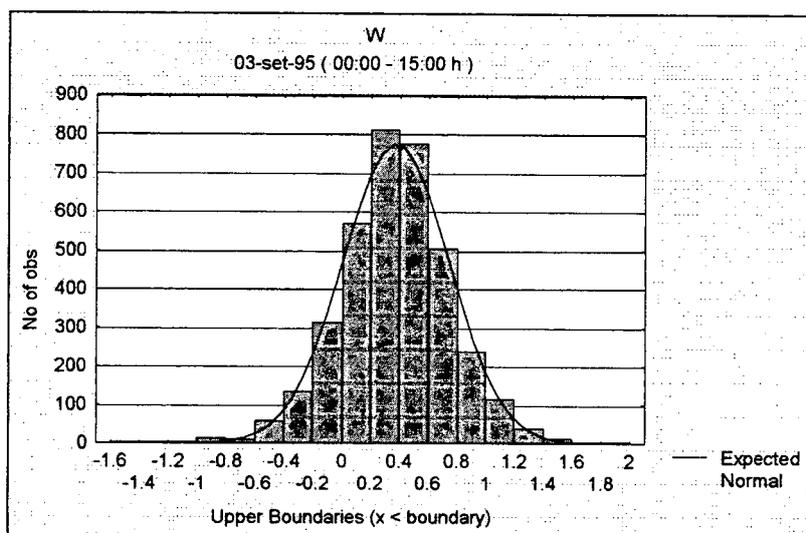


Figura 5.7
Histograma de valores de w em 03-set-95 (00:00 - 15:00 h)

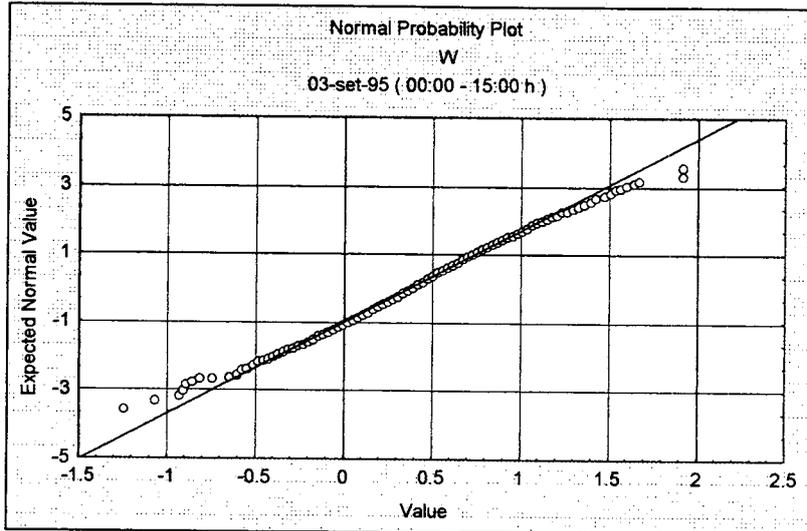


Figura 5.8

Gráfico de probabilidade de normalidade - amostra de w em 03-set-95 (00:00 - 15:00 h)

| w | |
|-----------------------------|--------|
| 03-set-95 (15:00 - 24:00 h) | |
| 2158 valores | |
| Média | 0.4690 |
| Variância | 0.5722 |
| Desvio Padrão | 0.3275 |

Tabela 5.8

Estatísticas básicas para amostra de w em 03-set-95 (15:00 - 24:00 h)

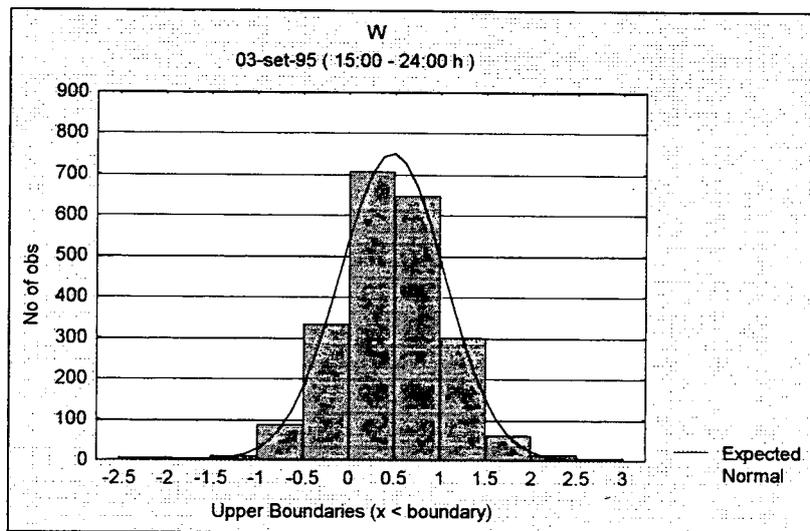


Figura 5.9

Histograma de valores de w em 03-set-95 (15:00 - 24:00 h)

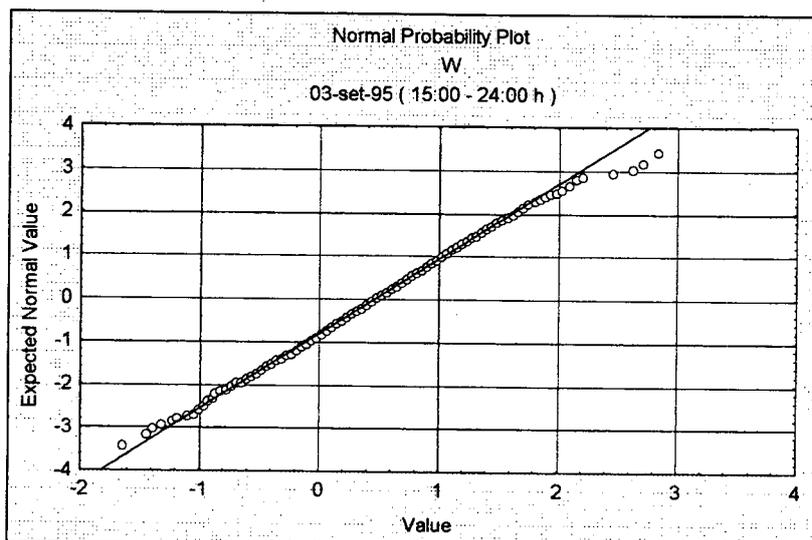


Figura 5.10

Gráfico de probabilidade de normalidade - amostra de w em 03-set-95 (15:00 - 24:00 h)

Um conjunto de análises similares foi realizado para os dados do dia 6 de setembro, onde foi preliminarmente identificada a transição de retorno ao nível mais baixo das médias (ver figura 5.3). Assim, foram novamente montadas 24 amostras horárias e executada uma análise de variância, cujos resultados estão sumarizados na tabela 5.9.

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|---------|
| Entre Grupos | 30.9222 | 23 | 1.3444 | 4.8936 | 1.3E-13 |
| Dentro dos Grupos | 1574.774 | 5732 | 0.2747 | | |

Tabela 5.9

Análise de Variância - 06-set-95 - 00:00-24:00 horas

Como esperado, o nível de significância estatística obtido para os efeitos de diferenças das médias entre grupos indica fortemente que a hipótese nula (não existência de diferença entre as médias) deve ser rejeitada. Novamente, o gráfico das médias horárias ao longo do dia 6 de setembro (figura 5.11) mostra claramente a ocorrência de uma perturbação entre 10:00 e 11:00 horas. A estabilização da planta ocorreu somente a

partir das 13:00 horas, mas em um nível visivelmente inferior ao que apresentava até as 9:00 horas.

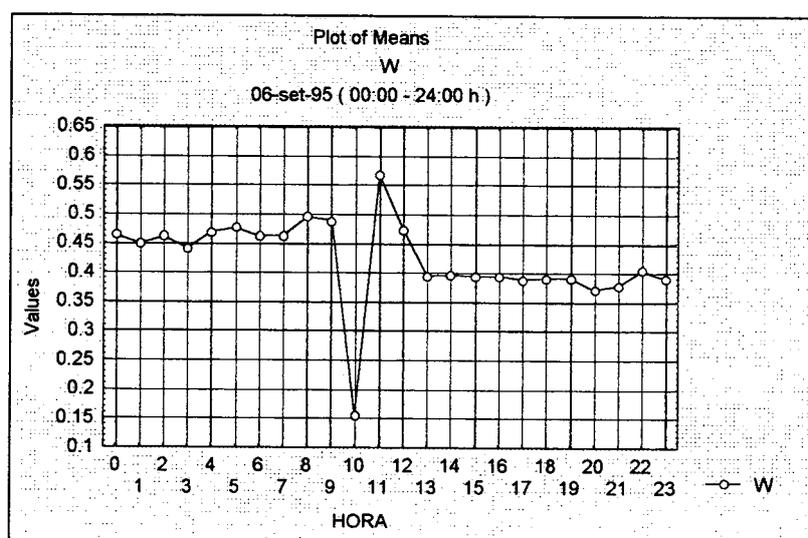


Figura 5.11
Médias horárias de w em 06-set-95

Para a análise do comportamento da média antes e depois da alteração observada, foram desprezadas as amostras horárias correspondentes ao período das 10:00 às 13:00 horas. Assim, foram executadas análises de variância para dois conjuntos de amostras horárias, correspondentes aos períodos de 0 às 10:00 horas e de 13:00 às 24:00 horas. Os resultados destas análises estão apresentados nas tabelas 5.10 e 5.11.

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|--------|
| Entre Grupos | 0.5796 | 3 | 0.0644 | 0.1898 | 0.9953 |
| Dentro dos Grupos | 810.5819 | 2389 | 0.3393 | | |

Tabela 5.10
Análise de Variância - 06-set-95 - 00:00-10:00 horas

| Fonte de Variação | SQ dos desvios | Graus de Liberdade | SQ médio | F | P |
|-------------------|----------------|--------------------|----------|--------|--------|
| Entre Grupos | 0.1925 | 10 | 0.01925 | 0.0820 | 0.9999 |
| Dentro dos Grupos | 616.709 | 2627 | 0.2348 | | |

Tabela 5.11
Análise de Variância - 06-set-95 - 13:00-24:00 horas

A probabilidade de erro na rejeição da hipótese nula em ambas as análises é bastante alta e, portanto, pode-se chegar à conclusões análogas àquelas obtidas para o dia 3 de setembro. Ou seja, antes das 10:00 horas, os distúrbios seguiam uma determinada distribuição e, após as 13:00 horas eles passam a seguir uma outra. Novamente foram calculadas as estatísticas das amostras correspondentes aos dois comportamentos, cujos valores estão apresentados na tabelas 5.12 e 5.13.

| w | |
|-----------------------------|--------|
| 06-set-95 (00:00 - 10:00 h) | |
| 2158 valores | |
| Média | 0.4665 |
| Variância | 0.5816 |
| Desvio Padrão | 0.3383 |

Tabela 5.12
Estatísticas básicas para amostra de w em 06-set-95 (00:00 - 10:00 h)

| w | |
|-----------------------------|--------|
| 06-set-95 (13:00 - 24:00 h) | |
| 2638 valores | |
| Média | 0.3901 |
| Variância | 0.4837 |
| Desvio Padrão | 0.2339 |

Tabela 5.13
Estatísticas básicas para amostra de w em 06-set-95 (13:00 - 24:00 h)

Deve-se notar a semelhança entre as médias obtidas antes da ocorrência do degrau no dias 3 de setembro (0.37 m^3 - ver tabela 5.6) e após a ocorrência do degrau no dia 6 setembro (0.39 m^3 - tabela 5.12). Isso é uma indicação de que a distribuição dos distúrbios antes da ocorrência do degrau no dia 3 de setembro é a mesma observada após o degrau do dia 6. Além disso, a pouca variação observada nas médias das amostras com 6 horas de duração, inicialmente utilizadas na geração do gráfico de

médias da figura 5.3, indica que esta mesma distribuição pode representar o perfil de distúrbios até o dia 11 setembro.

De forma análoga, observa-se a semelhança entre as médias calculas no dia 3 após a ocorrência do degrau (0.4690 m^3 - ver tabela 5.8) e no dia 6 antes da ocorrência do degrau (0.4665 m^3 - ver tabela 5.12). Diante disso, pode-se assumir que durante os dias 4 e 5 setembro, os distúrbios também sejam representados por uma única distribuição. Em outras palavras, tem-se que entre os dias 3 e 11 de setembro, os distúrbios podem ser representados por duas distribuições de probabilidade, aplicáveis como indicado na figura 5.12.

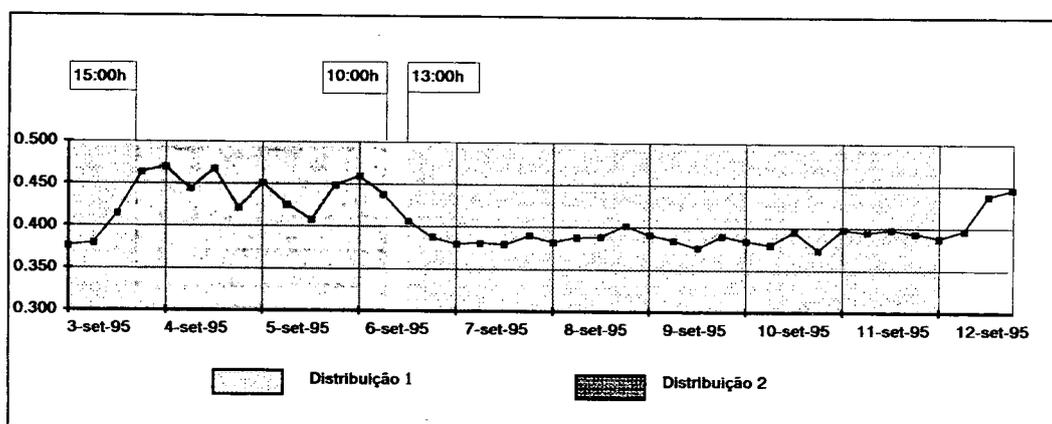


Figura 5.12
Aplicabilidade das distribuições de valores de w

Para uma caracterização final destas duas distribuições decidiu-se tomar como estimativas de média e variância os valores de amostras diárias completa (5760 valores). Assim, foram montadas amostras diárias correspondentes aos dias 4 e 8 de setembro, para estimar os parâmetros das distribuições 2 e 1, respectivamente. As estatísticas básicas calculadas para a amostra do dia 8 (distribuição 1) estão contidas na tabela 5.14, e as figuras 5.13 e 5.14 apresentam o histograma de frequências e o gráfico de probabilidade de normalidade de mesma amostra. Os mesmos resultados para a

amostra do dia 4 de setembro (distribuição 2) estão apresentados na tabela 5.15 e figuras 5.15 e 5.16.

| w | | | |
|-----------------------------|---------|---------------|---------|
| 08-set-95 (00:00 - 24:00 h) | | | |
| 5756 valores | | | |
| Média | 0.3902 | Desvio Padrão | 0.2637 |
| Mínimo | -0.5539 | Erro Padrão | 0.0035 |
| Máximo | 1.3666 | Skewness | -0.0739 |
| Variância | 0.0695 | Kurtosis | 0.0978 |

Tabela 5.14
Estatísticas básicas para amostra diária de w em 08-set-95

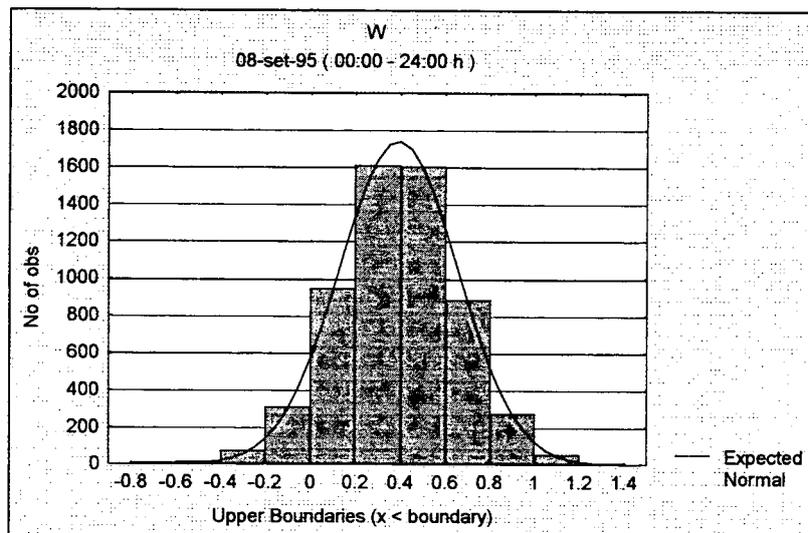


Figura 5.13
Histograma de valores de w - amostra diária em 08-set-95

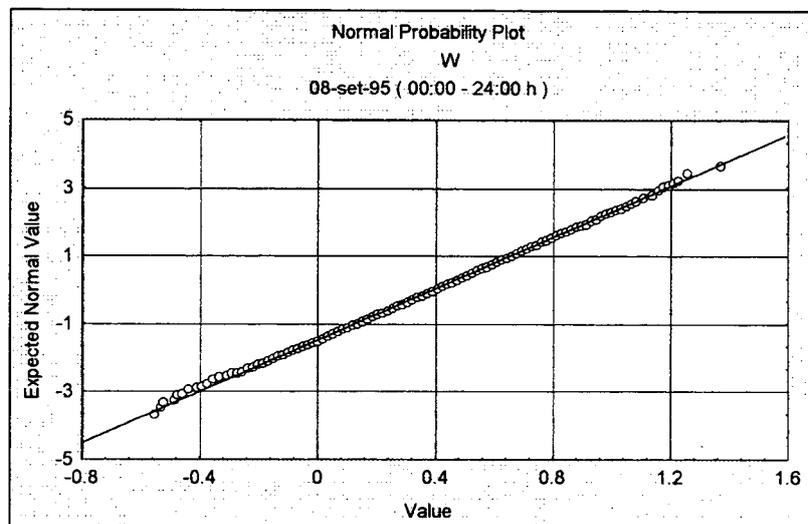


Figura 5.14
Gráfico de probabilidade de normalidade - amostra diária de w em 08-set-95

| w | | | |
|-----------------------------|---------|---------------|--------|
| 04-set-95 (00:00 - 24:00 h) | | | |
| 5756 valores | | | |
| Média | 0.4508 | Desvio Padrão | 0.5994 |
| Mínimo | -1.4674 | Erro Padrão | 0.0079 |
| Máximo | 2.7449 | Skewness | 0.0495 |
| Variância | 0.3593 | Kurtosis | 0.0108 |

Tabela 5.15
Estatísticas básicas para amostra diária de w em 04-set-95

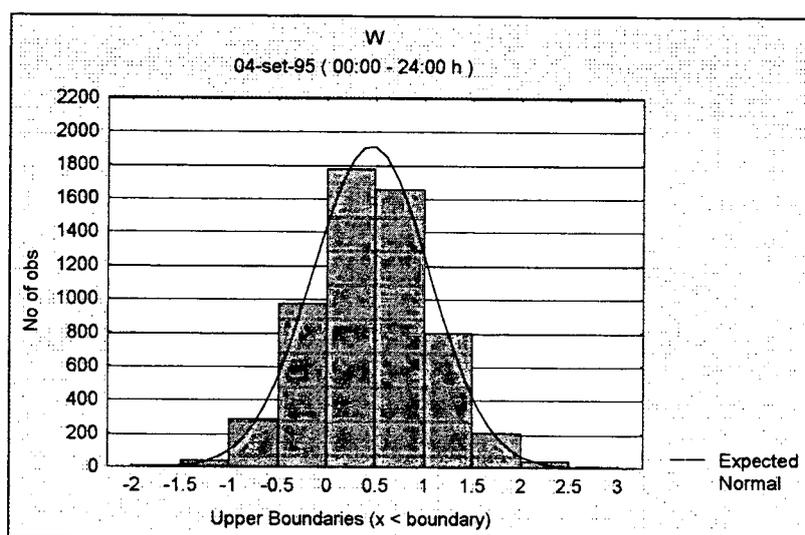


Figura 5.15
Histograma de valores de w - amostra diária em 04-set-95

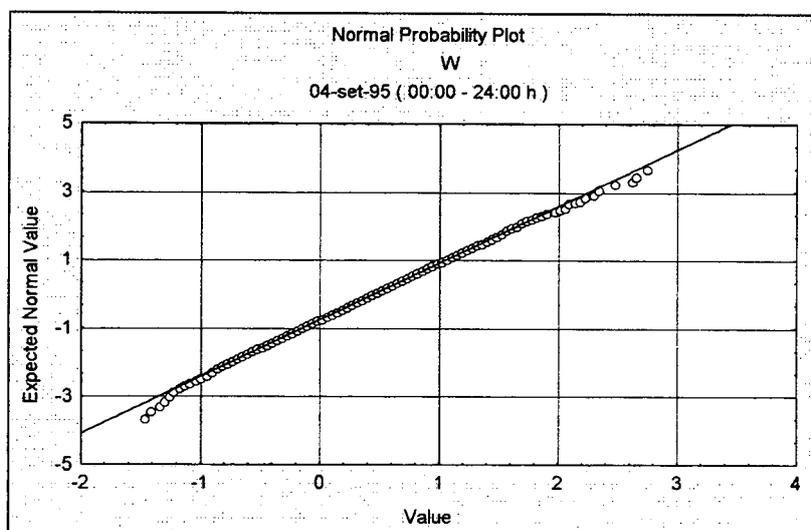


Figura 5.16
Gráfico de probabilidade de normalidade - amostra diária de w em 04-set-95

Os resultados acima indicam a boa concordância de ambas as amostras com distribuições normais, e finalmente caracteriza-se as distribuições 1 e 2 como indicado na tabela 5.16.

| $N(\mu_w, \sigma_w^2)$ | | |
|------------------------|---------|--------------|
| Distribuição | μ_w | σ_w^2 |
| 1 | 0.3902 | 0.0695 |
| 2 | 0.4508 | 0.3593 |

Tabela 5.16
Caracterização das distribuições de valores de w

No modelo introduzido na seção 4.1 para o controle de nível do vaso V2BA, foi estabelecido que os distúrbios seriam representados por uma parcela constante \bar{w} acrescida de uma componente aleatória η_k , descrita por uma distribuição de probabilidades com média zero. Os resultados aqui obtidos são imediatamente representados nesta forma fazendo $\bar{w} = \mu_w$ e $\eta_k = N(0, \sigma_\eta^2)$, onde $\sigma_\eta^2 = \sigma_w^2$. Denominando D_1 e D_2 os espaços de distúrbios caracterizados pelas distribuições obtidas temos

| $w_k = \bar{w} + \eta_k$ | | |
|--------------------------|-----------|-----------------|
| Espaço de Distúrbios | \bar{w} | σ_η^2 |
| D_1 | 0.3902 | 0.0695 |
| D_2 | 0.4508 | 0.3593 |

Tabela 5.17
Caracterização dos espaços de distúrbios

5.4 Sintonia do Controlador Ótimo

Na seção 4.2 foi visto que o comportamento do controlador ótimo pode ser alterado mediante a manipulação dos parâmetros introduzidos no funcional de custo. Foi

constatado que, para um problema envolvendo um horizonte infinito de controle (como é o caso do controle de nível sendo analisado), o parâmetro α perde significado tendo em vista o interesse na obtenção de uma lei de controle estacionária. Quanto ao parâmetro β , apesar de representar uma parcela “indesejada” no funcional de custo, foi visto que ele deveria ser mantido com o valor recomendado de 0.1 (ou menor), de forma a limitar a exagerada excursão do estado observada quando de sua eliminação. O parâmetro R deve, então, ser o responsável pelo ajuste final da resposta do controlador, de forma a evitar a ultrapassagem dos limites operacionais do vaso, caracterizados pelos pontos de atuação das chaves de intertravamento.

Nas análises que levaram às conclusões acima foi suposto um valor determinístico e constante para o distúrbio. Para um distúrbio definido desta forma ($w = \text{constante}$), partindo de uma condição inicial com variáveis de estado e_0 e d_0 estabelecidas, é possível determinar iterativamente o valor de R que impede que um valor limite de estado seja atingido. Em outras palavras, definido o seu contorno, é possível através de uma sequência de simulações do controlador, sintonizar um valor de R que resolve de forma ótima o problema de controle para um distúrbio determinístico e uma limitação de estado conhecidos. A questão que se coloca é agora a de como proceder o ajuste do parâmetro R quando o distúrbio é uma variável aleatória, como é o caso do controle de nível sendo analisado.

McDonald et al.[11] apresentam uma solução para um problema de controle de nível médio (*averaging level controller*) com condições de contorno especificadas em termos de um o valor de distúrbio (determinístico) e um *overshoot* máximo de estado. O controlador relatado impede de forma ótima que o nível ultrapasse o valor máximo permitido quando o distúrbio for igual ao inicialmente estipulado, fornecendo uma solução sub-ótima para valores de distúrbio menores.

A disponibilidade de uma representação probabilística do espaço de distúrbios permite que um valor de R possa ser estipulado utilizando um enfoque semelhante. Ao invés de estipular diretamente um valor de distúrbio, especifica-se uma probabilidade para sua ocorrência e, através do modelo probabilístico, determina-se o valor de distúrbio a ela correspondente. O controlador pode, então, ser ajustado para este valor de distúrbio e o valor máximo de *overshoot* permitido, através de uma série de simulações nas quais o valor de R é iterativamente alterado. Novamente, este procedimento pressupõe que o ônus de uma solução sub-ótima para valores menores de distúrbio seja assumido.

Outro aspecto que deve ser definido para as simulações de sintonia do controlador refere-se ao estado inicial do sistema. Seguindo uma vez mais o sugerido por McDonald et al.[11], foi adotado que a condição inicial da simulação corresponde ao sistema em equilíbrio, ou seja, $v_0 = \bar{v}$ e $q_0 = \bar{w}$.

Como já foi citado várias vezes, os valores de estado a serem evitados correspondem aos pontos de atuação das chaves de intertravamento. Assim, seria natural que o valor máximo de *overshoot* para sintonia do controlador fosse exatamente o valor especificado no sensor de nível alto. Para o caso específico do separador V2BA, foram calculados na seção 5.1 os valores em volume correspondentes ao ponto de atuação de LSHH e do alcance máximo do transmissor de nível, respectivamente, 16.957 m^3 e 13.817 m^3 . Logo, o intertravamento será acionado para valores do volume sensivelmente superiores ao alcance máximo do transmissor, ou seja, para uma situação na qual o controlador não mais recebe uma informação correta sobre o valor do estado (ver seção 5.1). Como fora do *range* do transmissor, não existe garantia quanto ao funcionamento correto do controlador, decidiu-se estabelecer como *overshoot* máximo para sintonia o alcance máximo do transmissor ($v_{m\acute{a}x} = 13.817 \text{ m}^3$), e não o ponto de atuação do intertravamento.

Na seção 5.3 foram determinadas duas representações distintas para o espaço de distúrbios. Considerando inicialmente o espaço de distúrbios D_2 ($\bar{w} = 0.4508 \text{ m}^3$ e $\sigma_\eta^2 = 0.3593 \text{ m}^9$), e estipulando uma probabilidade de ocorrência de distúrbio de 99% tem-se, através de um cálculo simples de probabilidades, $w_{0.99} = 1.847 \text{ m}^3$, ou seja $P(w_k \leq 1.847 \text{ m}^3) = 0.99$.

Uma nova série de simulações do controlador ótimo, semelhantes às aquelas apresentadas na seção 4.2, foram realizadas partindo de uma condição inicial com:

- $v_0 = \bar{v} = 10.596 \text{ m}^3$;
- $e_0 = 0$, por conseguinte;
- $q_0 = 0.4508 \text{ m}^3$;
- $w = 1.847 \text{ m}^3$ (constante);
- $d_0 = 1.397 \text{ m}^3$, por conseguinte.

Partindo de um valor de $R=2.0$, este parâmetro foi iterativamente alterado a cada simulação, até obter-se um valor máximo de v_k bastante próximo do alcance máximo $v_{max} = 13.817 \text{ m}^3$.

Os resultados das simulações indicaram que mesmo para distúrbios com probabilidade de ocorrência de até 99%, a capacidade do vaso separador é bastante elevada em comparação com os valores de vazão de entrada. Nas análises apresentadas na seção 4.2 foram utilizados valores de R variando entre 2 e 15, com $\beta = 0.1$, tendo sido observado que quanto maior o valor de R , maior o *overshoot* de estado. Mantido este valor de β , as simulações agora executadas mostraram que o limite máximo estabelecido para o volume só é atingido para $R = 34$.

Na seção 4.2 também foi observado que, mantido o valor de R , a diminuição de β acarretou um aumento no período transiente da lei de controle. Para a relação entre R e

β determinada acima, o período transiente da lei de controle é sensivelmente maior do aqueles observados na seção 4.2, embora os valores dos ganhos lineares ainda se estabilizem com $G_d = 0.3302$ e $G_v = 0.0459$ (ver figuras 5.17 e 5.18). Assim, a lei de controle resultante da sintonia do controlador ótimo através do procedimento acima descrito é dada por

$$u_k = G_v \cdot e_k + G_d \cdot d_k = 0.0459 e_k + 0.3302 d_k \quad (5.3)$$

A resposta do controlador, em termos do comportamento do volume e da vazão de saída, para as condições utilizadas em sua sintonia está apresentada nos gráficos das figuras 5.19 e 5.20 .

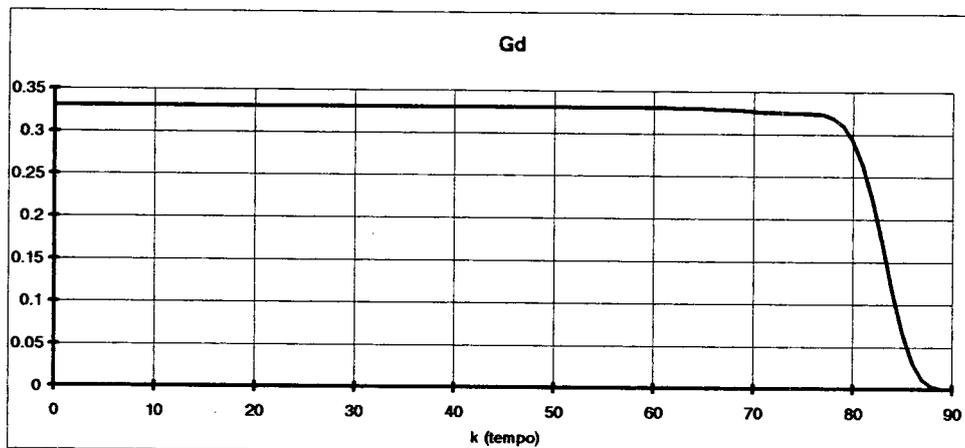


Figura 5.17
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios $D_2 - \beta = 0.1, R = 34$

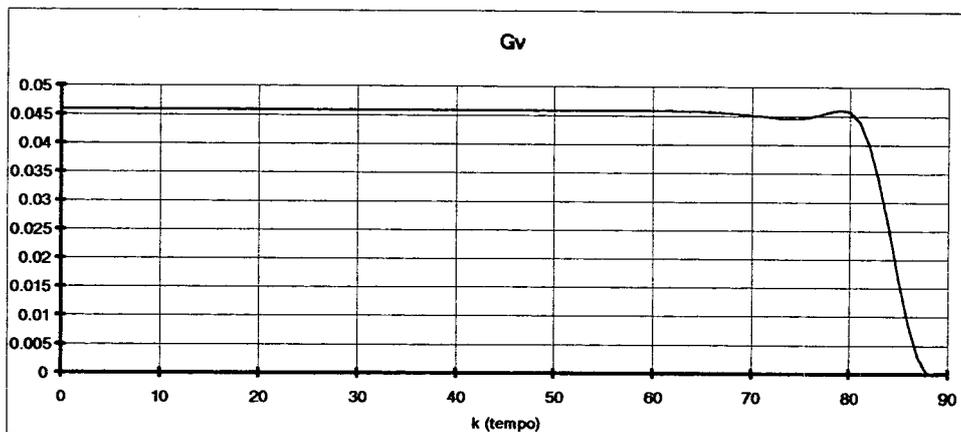


Figura 5.18
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios $D_2 - \beta = 0.1, R = 34$

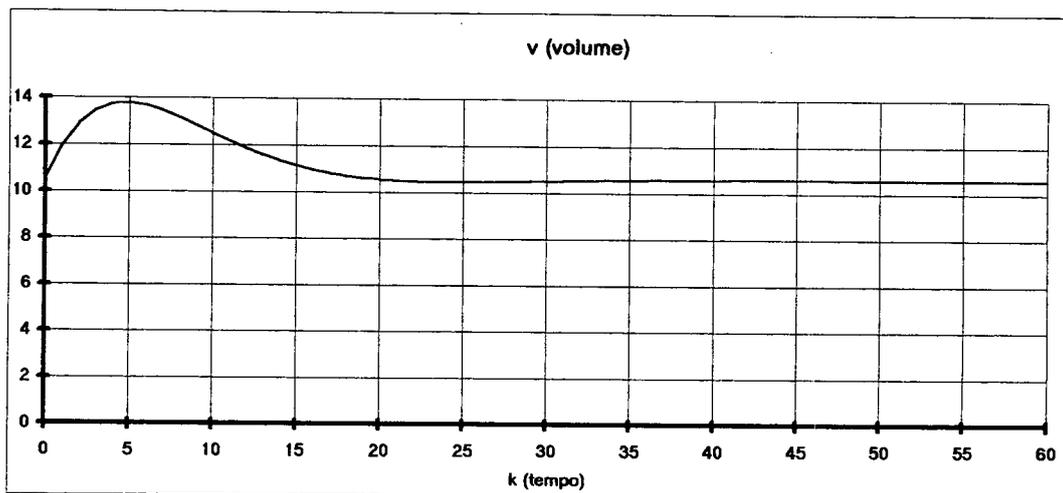


Figura 5.19
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios D_2 - $\beta = 0.1$, $R = 34$

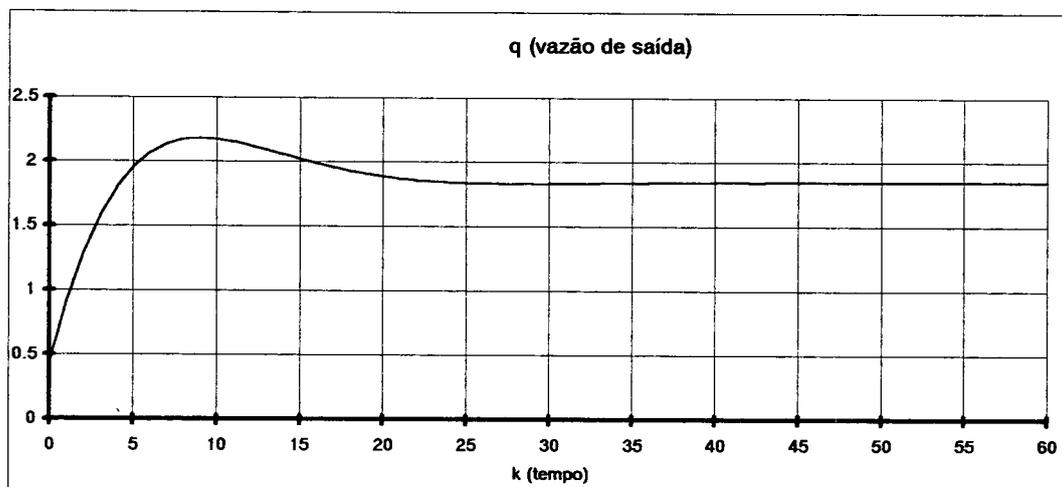


Figura 5.20
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios D_2 - $\beta = 0.1$, $R = 34$

O mesmo procedimento de sintonia foi executado também para o espaço de distúrbios D_1 ($\bar{w} = 0.3902 \text{ m}^3$ e $\sigma_{\eta}^2 = 0.0695 \text{ m}^9$), para o qual o distúrbio máximo com 99% de probabilidade de ocorrência vale $w_{0,99} = 1.004 \text{ m}^3$. As condições iniciais para as simulações passam a ser:

- $v_0 = \bar{v} = 10.596 \text{ m}^3$;
- $e_0 = 0$, por conseguinte;
- $q_0 = 0.3902 \text{ m}^3$;

- $w=1.004 \text{ m}^3$ (constante);
- $d_0=0.614 \text{ m}^3$, por conseguinte.

Como este espaço de distúrbios é menos severo, os valores de β e R determinados agora foram, respectivamente, menor e maior do que os anteriores. Assim, para que o volume não ultrapasse o limite de 13.817 m^3 obteve-se, para $\beta=0.01$, um valor de R igual 135.

As figuras 5.21 e 5.22 mostram os gráficos da evolução no tempo dos ganhos lineares G_v e G_d , que se estabilizaram em 0.0081 e 0.1313, respectivamente. A lei de controle estacionária obtida é, portanto, dada por

$$u_k = G_v \cdot e_k + G_d \cdot d_k = 0.0081 e_k + 0.1313 d_k \quad (5.4)$$

A resposta do controlador, em termos do comportamento do volume e da vazão de saída, para as condições utilizadas em sua sintonia está apresentada nos gráficos das figuras 5.23 e 5.24.

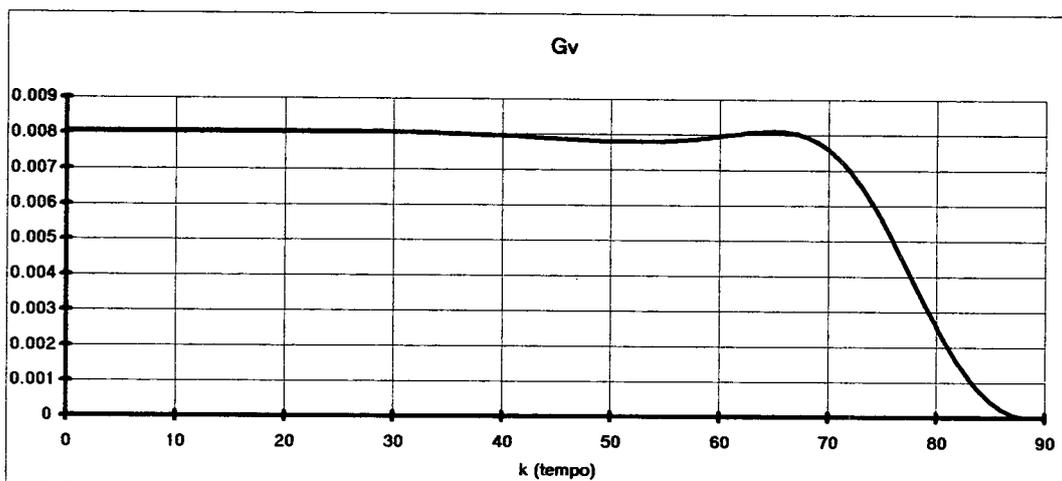


Figura 5.21
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios D_1 - $\beta = 0.01$, $R = 135$

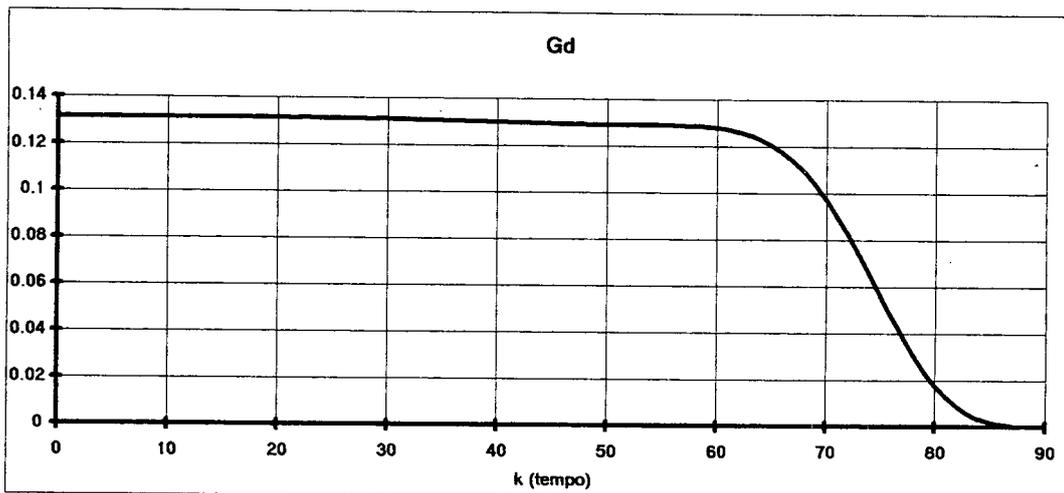


Figura 5.22
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios $D_1 - \beta = 0.01, R = 135$

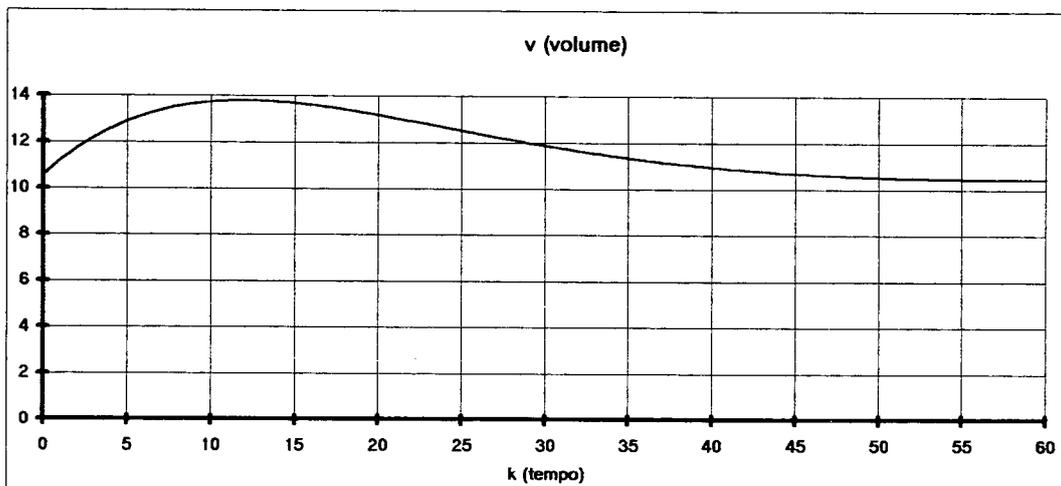


Figura 5.23
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios $D_1 - \beta = 0.01, R = 135$

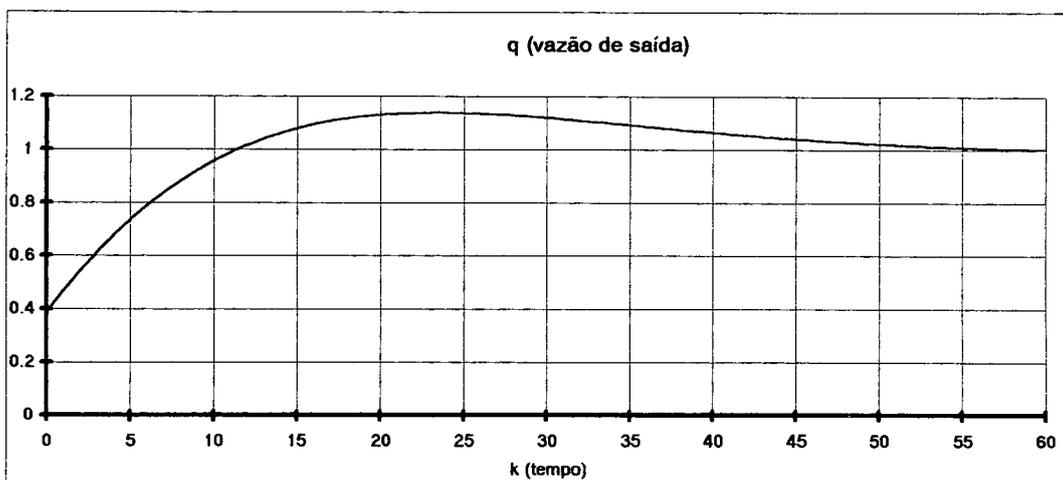


Figura 5.24
Controlador Ótimo - Espaço de distúrbios $D_1 - \beta = 0.01, R = 135$

Assim, os procedimentos de sintonia executados nesta seção levaram a duas configurações do controlador ótimo, que serão identificadas por CO1 e CO2 (Controlador Ótimo 1 e 2), ajustados às características dos espaços de distúrbios D_1 e D_2 , respectivamente. Em resumo, as características dos espaços de distúrbios e dos controladores ótimos correspondentes estão apresentadas na tabela 5.18.

| Espaço de Distúrbio | | | | Controlador Ótimo | | | | |
|---------------------|-----------|-----------------|------------|-------------------|--------|-----|---------|-----|
| | \bar{w} | σ_η^2 | $w_{0.99}$ | G_v | G_d | R | β | |
| D_1 | 0.3902 | 0.0695 | 1.004 | 0.0081 | 0.1313 | 135 | 0.01 | CO1 |
| D_2 | 0.4508 | 0.3593 | 1.8474 | 0.0459 | 0.3302 | 34 | 0.1 | CO2 |

Tabela 5.18
Características dos espaços de distúrbios e configurações do CO correspondentes

5.5 Simulação Final

Naturalmente, é interessante que os resultados da simulação do controlador ótimo para os dados de uma planta real sejam comparados com algum tipo de referência, de forma a possibilitar uma melhor avaliação de seu comportamento.

Para a avaliação de sua proposta de controlador ótimo, McDonald et al. [11] utilizam resultados simulados para, dentre outros tipos de controladores, um controlador PI cuja sintonia de parâmetros é feita de forma análoga a que foi aplicada na seção 5.3. O procedimento para o caso de um controlador PI envolve a fixação do amortecimento em seu valor crítico ($T_i = T_u$, ver Apêndice A), e a variação do ganho proporcional K_p até que o *overshoot* de volume seja equivalente ao limite máximo que se deseja evitar. Dado um valor determinístico e constante de distúrbio, um controlador PI ajustado desta forma impede que o limite máximo do estado seja atingido, para distúrbios de até o valor estipulado.

Uma referência de comparação deste tipo poderia ser utilizada aqui, já que um simulador para o controlador PI está disponível, bastando sintonizá-lo como indicado acima e submetê-lo aos mesmos perfis de distúrbio aplicados ao controlador ótimo. Todavia, deve-se analisar o que uma comparação desta forma indicaria, e qual seria a sua contribuição para os reais objetivos deste trabalho.

Como estabelecido no Capítulo 1, o que se busca é analisar uma estratégia alternativa para aquela atualmente empregada em controle de nível de vasos separadores. Os controladores PID ditos convencionais implementam o objetivo genérico de manter uma variável de processo próxima de seu valor de *set point*. Através de variações de configuração (P, PI, PD ou PID) e de sintonia de seus parâmetros, este objetivo genérico pode receber qualificações do tipo “rapidamente”, “sem apresentar *offset*”, “com um *overshoot* pequeno”, etc. Assim, podemos dizer que um controlador PI define apenas uma família de controladores, cujos integrantes são distinguidos entre si pelos valores de seus parâmetros, que definem a resposta que cada um deles apresenta.

O que parece ser relevante para os objetivos deste trabalho não é uma comparação entre o controlador ótimo desenvolvido e um controlador PI ajustado para exibir um determinado valor de *overshoot*, mas sim com o controlador PI que atualmente é utilizado na planta. A reprodução, através de uma simulação, deste último controlador requer o conhecimento dos valores de K_p e T_i que definem seu comportamento. Infelizmente, os valores dos parâmetros de ajuste dos controladores da planta, apesar de necessariamente estarem disponíveis no sistema de supervisão, não são registrados nos arquivos históricos gerados. Além disso, usualmente eles sofrem modificações, à critério dos operadores, para atender a eventuais alterações nas condições operacionais da planta (ou até mesmo preferências pessoais dos operadores).

Todavia, o comportamento do controlador PI da planta real pode ser recuperado a partir dos arquivos históricos, basicamente através das leituras de nível e de vazão de saída do vaso separador (LTV2BA e FQHV2BA) neles armazenadas. A disponibilidade destas leituras permite que, mesmo sem o conhecimento dos parâmetros de ajuste do controlador, o resultado da aplicação da estratégia de controle atualmente utilizada na planta real possa ser observado. Assim sendo, esta é a referência de comparação que será utilizada a seguir para a avaliação do controlador ótimo.

As simulações executadas para o controlador ótimo envolveram períodos com uma hora de duração, tendo sido mantido o espaçamento de 15 segundos entre intervalos, o mesmo originalmente utilizado na gravação de leituras de instrumentos nos arquivos históricos.

Naturalmente, as condições iniciais de cada simulação devem ser obtidas a partir das leituras correspondentes disponíveis nos arquivos históricos. Para o controlador ótimo, as condições iniciais são definidas pelos do erro e_0 e do desequilíbrio médio de vazões d_0 . O volume inicial v_0 pode ser calculado tomando como base o valor da leitura de nível LT_V2BA (ver tabela 5.2) correspondente ao instante inicial da simulação e utilizando a relação entre nível e volume apresentada na seção 4.1 (expressões 4.1, 4.4 e 4.5). Obtido v_0 , o erro inicial e_0 é imediatamente determinado ($e_0 = v_0 - \bar{v}$).

Para determinar o desequilíbrio médio de vazões d_0 foram utilizadas as leituras FQHV2BA (ver tabela 5.2) da vazão pela válvula de controle. Novamente, lembrando que no modelo desenvolvido as vazões são representadas como volumes, e os valores dos FQI são apresentados em m^3 /hora, a vazão (em volume instantâneo) no início das simulações foram avaliadas através de duas leituras consecutivas de FQHV2BA, fazendo

$$q_0 = 0.5(F_1 + F_0) \frac{15\text{seg}}{3600\text{seg / hora}} \quad (5.5)$$

onde F_0 é a leitura FQHV2BA correspondente ao início da simulação, F_1 é a leitura imediatamente seguinte, e 15 segundos é o intervalo de tempo entre leituras. Note-se que esta é a mesma expressão utilizada na obtenção dos valores de distúrbio (expressão 5.2). Similarmente, obtido q_0 , o desequilíbrio médio de vazões inicial d_0 é imediatamente determinado ($d_0 = \bar{w} - q_0$).

Para a comparação dos resultados da simulação do controlador ótimo com o comportamento do controlador PI em uso na planta, além dos gráficos do volume e da vazão de saída ao longo do tempo, é interessante utilizar alguns valores que representem índices de performance para cada um deles. Nesse sentido, foram calculados para os períodos de uma hora considerado em cada simulação, os valores dos seguintes parâmetros :

- MRCO - taxa máxima de variação na vazão de saída (ver seção 4.2);
- $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ - representando o esforço total imposto à válvula de controle (ver seção 4.2);
- $v_{m\acute{a}x}$, $v_{m\acute{i}n}$ e $v_{m\acute{e}d}io$ - valores máximo, mínimo e médio observados para o volume;
- $q_{m\acute{a}x}$, $q_{m\acute{i}n}$ e $q_{m\acute{e}d}io$ - análogos dos valores acima para a vazão;
- V_p - volume total de óleo produzido pelo separador, calculado como

$$V_p = \frac{1}{2}(q_0 + q_N) + \sum_{k=1}^{N-1} q_k \quad (5.6)$$

onde q_0 e q_N são, respectivamente, as vazões de saída nos instantes inicial e final do período sendo considerado.

Como visto nas seções anteriores, foram identificadas duas representações para os espaços de distúrbios (D_1 e D_2) e, correspondentemente, ajustadas duas configurações

para o controlador ótimo (CO1 e CO2). Inicialmente, foram selecionados dois períodos de uma hora relativos a cada um dos espaços de distúrbios e executadas simulações utilizando as configurações correspondentes do controlador ótimo. Os resultados obtidos são apresentados a seguir, consistindo dos gráficos do perfil de distúrbios e dos comportamentos do volume e da vazão de saída, gerados pelo simulador do controlador ótimo e obtidos a partir dos arquivos históricos (estes últimos identificados pelo título S10 - denominação da Plataforma de Albacora). Além dos gráficos, são também apresentadas tabelas com os valores dos parâmetros de comparação acima definidos.

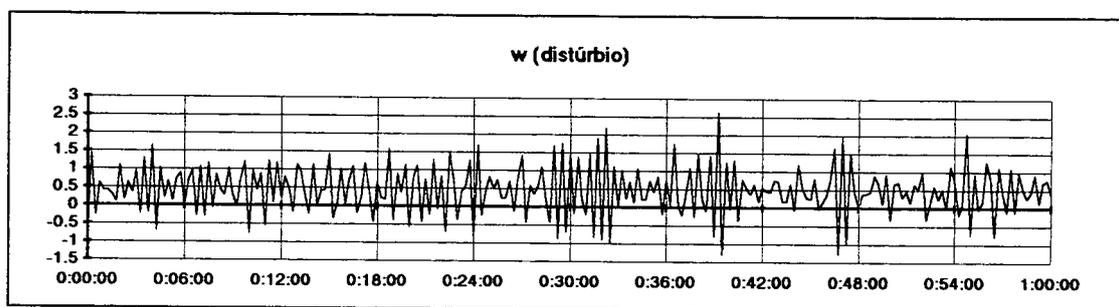


Figura 5.25
Perfil de distúrbios em 04-set-95 00:00 - 01:00 h

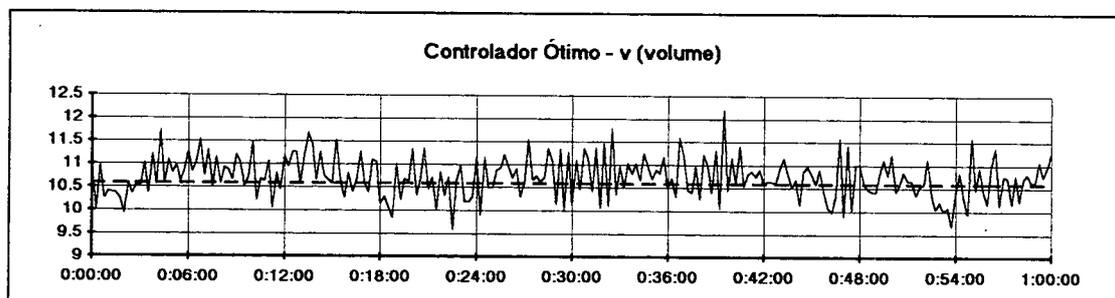


Figura 5.26
Volume de óleo em 04-set-95 00:00 - 01:00 h
Configuração do controlador ótimo CO2

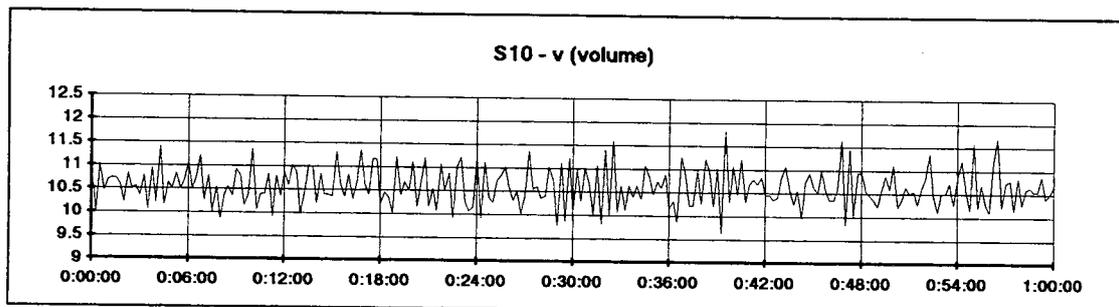


Figura 5.27
Volume de óleo em 04-set-95 00:00 - 01:00 h
Controlador atual da planta

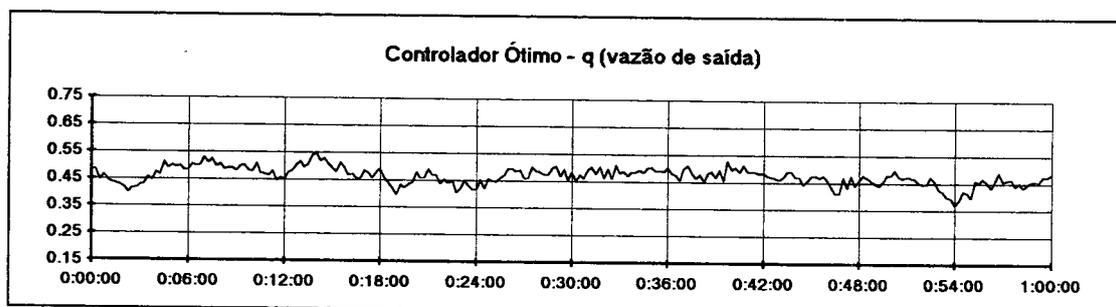


Figura 5.28
Vazão de saída em 04-set-95 00:00 - 01:00 h
Configuração do controlador ótimo CO2

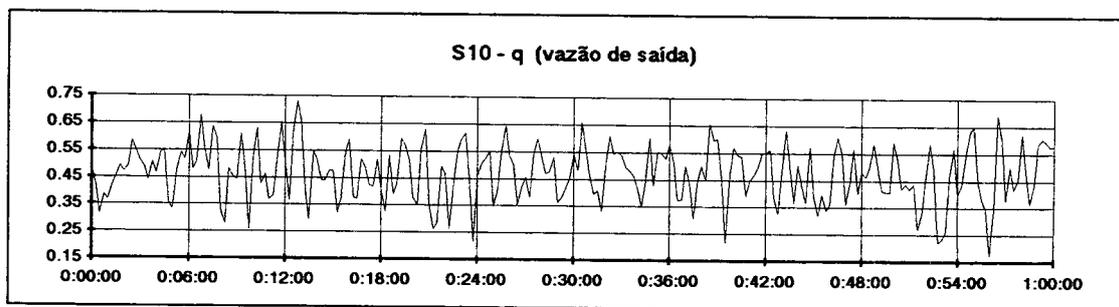


Figura 5.29
Vazão de saída em 04-set-95 00:00 - 01:00 h
Controlador atual da planta

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | v_{\max} | v_{\min} | $v_{\text{médio}}$ | q_{\max} | q_{\min} | $q_{\text{médio}}$ | V_p |
|------------|-------|-------------------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|--------------------|---------|
| CO | 0.072 | 0.109 | 12.189 | 9.588 | 10.722 | 0.547 | 0.370 | 0.468 | 112.340 |
| S10 | 0.349 | 3.350 | 11.822 | 9.640 | 10.604 | 0.730 | 0.176 | 0.471 | 112.945 |

Tabela 5.19
04-set-95 00:00 - 01:00 h
Controlador atual da planta X configuração do controlador ótimo CO2

A partir dos gráficos das figuras 5.25 a 5.29, o contraste mais nítido entre o comportamento dos dois controladores é a diferença na evolução das vazões de saída. O controlador ótimo proporciona variações significativamente menores e, por

consequente, os valores dos índices de esforço de controle são drasticamente reduzidos como indicado na tabela 5.19.

Diferenças no comportamento do volume não se configuram tão claramente nos gráficos (figuras 5.26 e 5.27). Todavia, pelos valores máximos e mínimos alcançados pelo volume indicados na tabela 5.19, verifica-se que o controlador ótimo proporciona uma maior excursão do volume, como era inicialmente desejado.

A vazão de saída média fornecida pelo controlador ótimo é menor do que a observada na planta. Isso parece ser uma consequência da natural diminuição na amplitude das variações na vazão de saída propiciada pela suavização da ação de controle. Os resultados obtidos nas simulações a seguir mostram que nem sempre isso acontece. Independentemente do motivo, uma vazão média menor na saída do vaso resultou em um volume médio maior e, portanto, uma ligeira diminuição no volume total produzido pelo controlador ótimo.

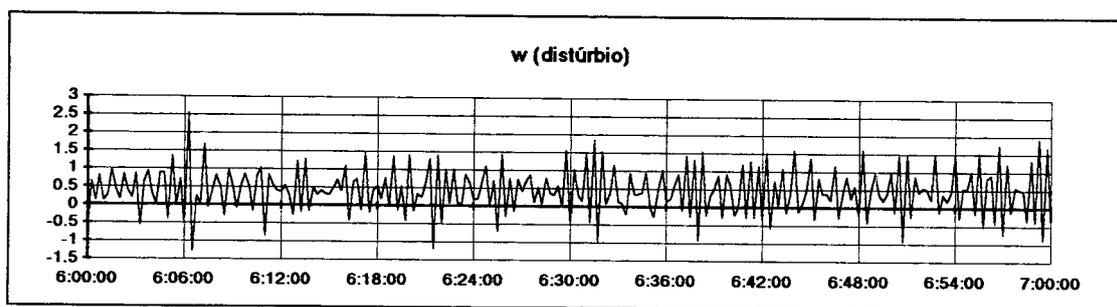


Figura 5.30
Perfil de distúrbios em 05-set-95 06:00 - 07:00 h

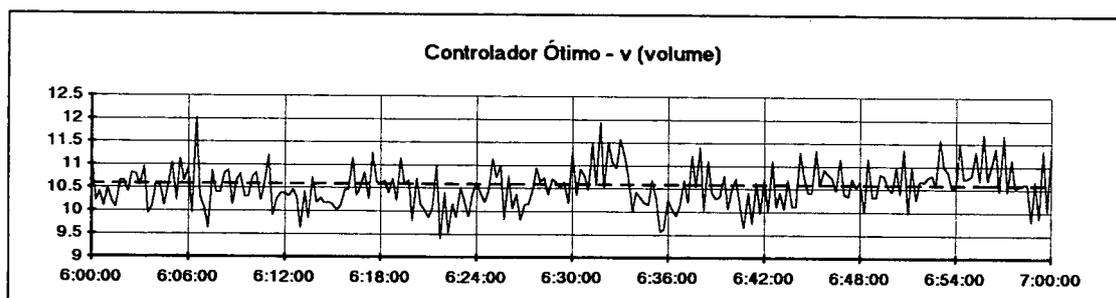


Figura 5.31
Volume de óleo em 05-set-95 06:00 - 07:00 h
Configuração do controlador ótimo CO2

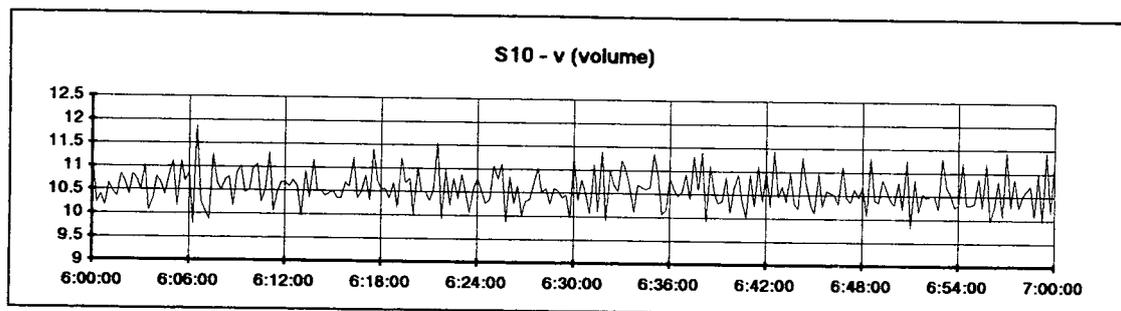


Figura 5.32
Volume de óleo em 05-set-95 06:00 - 07:00 h
Controlador atual da planta

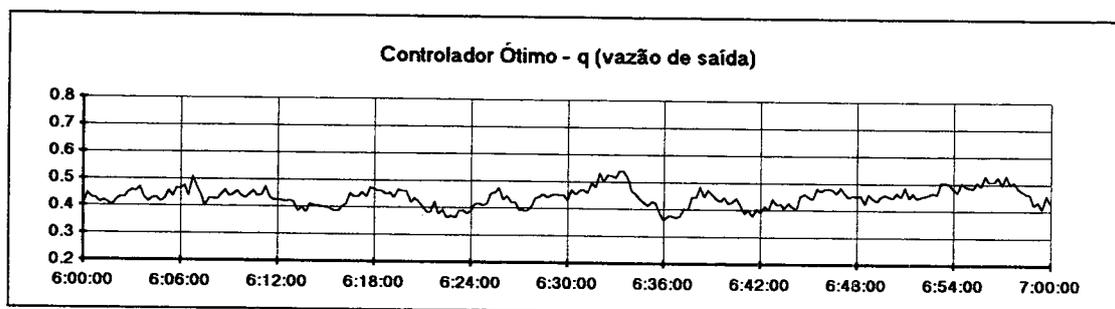


Figura 5.33
Vazão de saída em 05-set-95 06:00 - 07:00 h
Configuração do controlador ótimo CO2

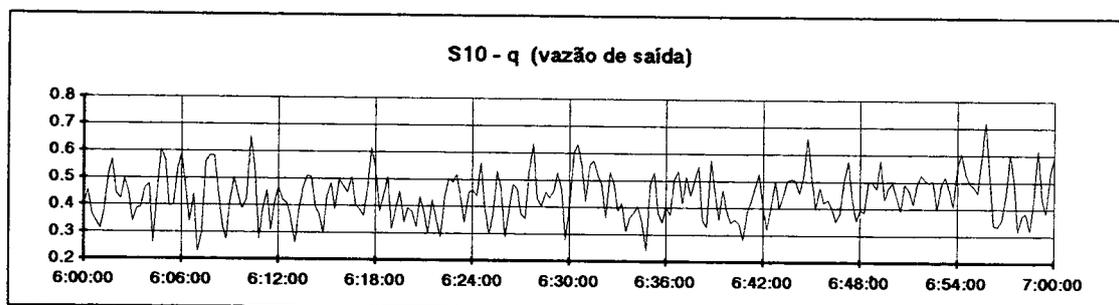


Figura 5.34
Vazão de saída em 05-set-95 06:00 - 07:00 h
Controlador atual da planta

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | V_{\max} | V_{\min} | $V_{\text{méd}}io$ | q_{\max} | q_{\min} | $q_{\text{méd}}io$ | V_p |
|-----|-------|-------------------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|--------------------|---------|
| CO | 0.070 | 0.107 | 12.019 | 9.408 | 10.535 | 0.539 | 0.362 | 0.442 | 106.003 |
| S10 | 0.268 | 2.376 | 11.869 | 9.784 | 10.591 | 0.721 | 0.230 | 0.441 | 105.469 |

Tabela 5.20
05-set-95 06:00 - 07:00 h
Controlador atual da planta X configuração do controlador ótimo CO2

Novamente, os resultados referentes ao esforço de controle despendido em cada caso são sensivelmente favoráveis ao controlador ótimo (ver tabela 5.20).

Nesta simulação a diferença nos comportamentos do volume são mais observáveis a partir dos gráficos das figuras 5.31 e 5.32, além da maior amplitude proporcionada pelo

controlador ótimo como indicado pelos valores da tabela 5.20. É possível observar nos gráficos que as componentes de alta frequência nas respostas do volume de ambos os controladores é bastante similar. Entretanto, o controlador ótimo apresenta uma componente de baixa frequência que permite uma maior excursão do volume. Esse comportamento pode ser identificado no período entre 6:12 – 6:18 h , quando a resposta do controlador ótimo é bem similar à do controlador da planta, mas em um patamar mais baixo. O mesmo acontece no período entre 6:45 – 7:00 h, com a resposta do controlador ótimo em um patamar mais elevado.

Os resultados constantes da tabela 5.20 para as vazões de saída indicam que apesar do controlador ótimo apresentar uma menor amplitude (devido à suavização da ação de controle), a vazão média para os dois controladores foram praticamente iguais. Assim, uma vazão média menor não necessariamente acarreta um menor volume produzido, como aconteceu na simulação anterior. Na realidade o que se espera é que os resultados em termos de vazão produzida sejam equivalentes. As diferenças observadas são numericamente bem pequenas e podem desprezadas.

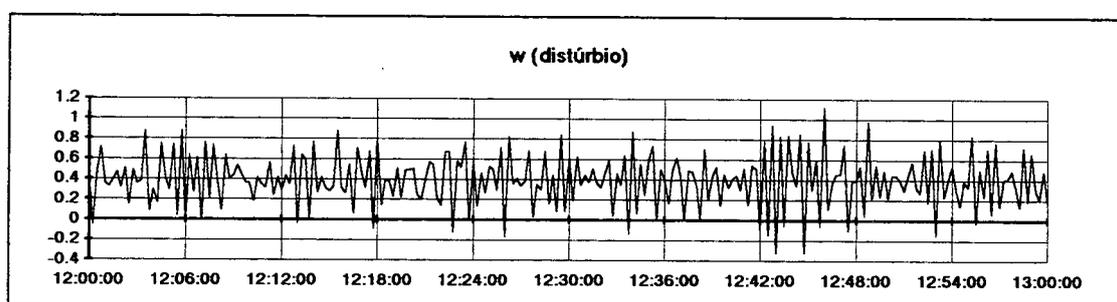


Figura 5.35
Perfil de distúrbios em 08-set-95 12:00 - 13:00 h

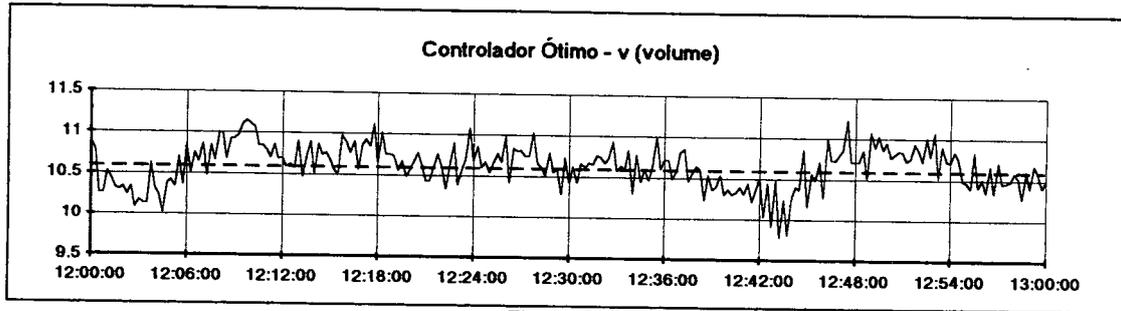


Figura 5.36
Volume de óleo em 08-set-95 12:00 - 13:00 h
Configuração do controlador ótimo CO1

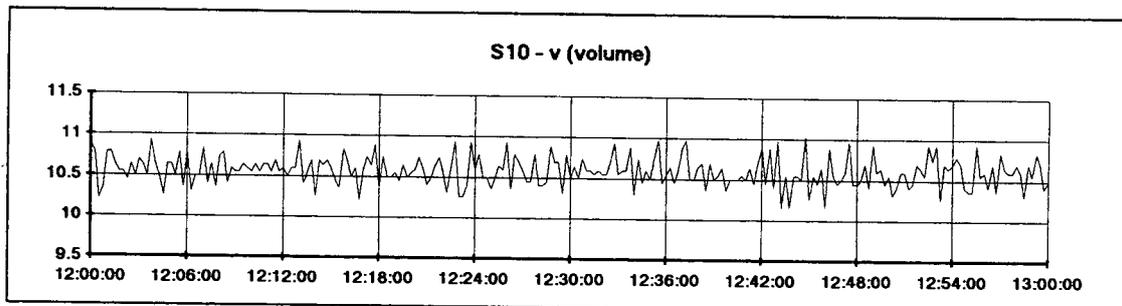


Figura 5.37
Volume de óleo em 08-set-95 12:00 - 13:00 h
Controlador atual da planta

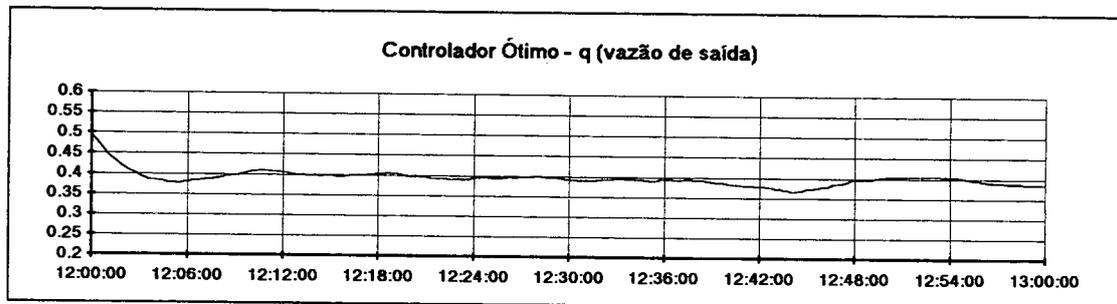


Figura 5.38
Vazão de saída em 08-set-95 12:00 - 13:00 h
Configuração do controlador ótimo CO1

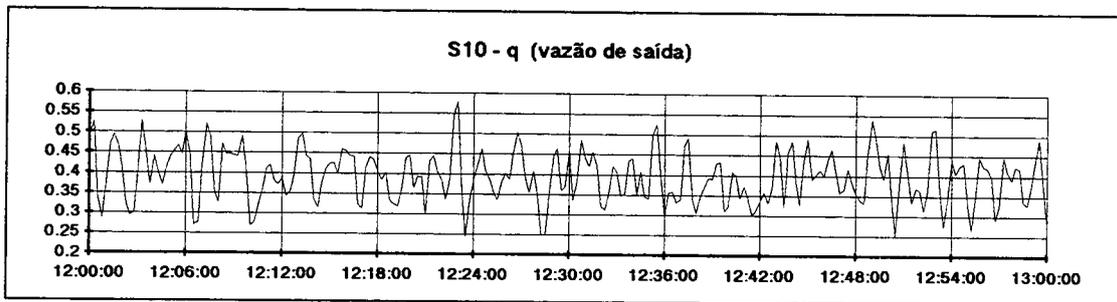


Figura 5.39
Vazão de saída em 08-set-95 12:00 - 13:00 h
Controlador atual da planta

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | $V_{m\acute{a}x}$ | $V_{m\acute{i}n}$ | $V_{m\acute{e}d\acute{i}o}$ | $Q_{m\acute{a}x}$ | $Q_{m\acute{i}n}$ | $Q_{m\acute{e}d\acute{i}o}$ | V_p |
|-----|--------|-------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|--------|
| CO | -0.014 | 0.002 | 11.215 | 9.783 | 10.624 | 0.495 | 0.366 | 0.395 | 94.851 |
| S10 | 0.203 | 1.133 | 11.023 | 10.167 | 10.586 | 0.578 | 0.244 | 0.395 | 94.462 |

Tabela 5.21
08-set-95 12:00 - 13:00 h
Controlador atual da planta X configuração do controlador ótimo CO1

As diferenças nos comportamentos do volume ficaram ainda mais claras para este período. A comparação entre os gráficos das figuras 5.36 e 5.37 mostra nitidamente a maior excursão permitida pelo uso do controlador ótimo, corroborada pela diferença entre os valores máximos e mínimos constantes da tabela 5.21.

O espaço de distúrbios para o dia 8 de setembro (D1) é menos severo do que o aplicado nos dois períodos anteriormente analisados. Assim sendo, a sintonia do controlador ótimo resultou em uma lei de controle ainda mais suave em termos de variações na vazão de saída. O gráfico figura 5.38 mostra que, realmente, a vazão de saída proporcionada pelo controlador CO1 varia muito pouco (praticamente constante entre 12:12 – 12:36 h), o que acarretou valores para os índices de esforço de controle ainda menores (ver tabela 5.21).

Pode-se dizer então que o controlador ótimo está implementando uma estratégia de controle tal que, quando as variações na entrada (distúrbios) são pequenos em relação à capacidade do sistema em absorve-las (a capacitância do vaso), a ação de controle é quase nula (vazão de saída aproximadamente constante).

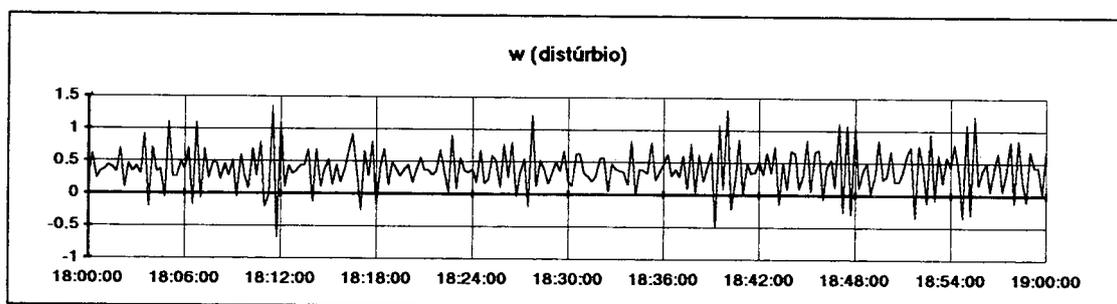


Figura 5.40
Perfil de distúrbios em 09-set-95 18:00 - 19:00 h

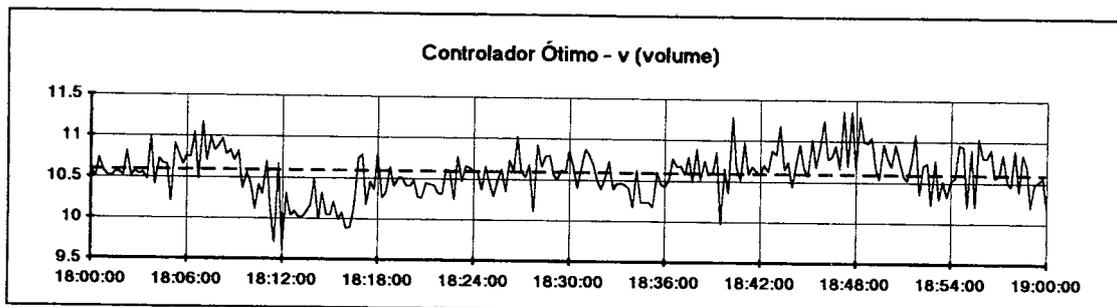


Figura 5.41
Volume de óleo em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Configuração do controlador ótimo CO1

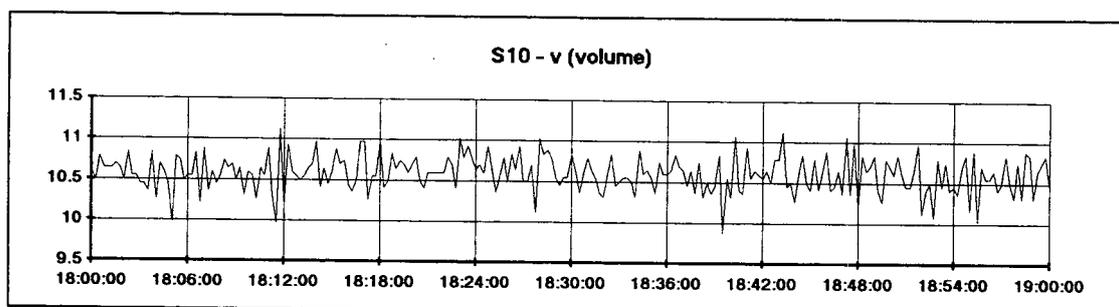


Figura 5.42
Volume de óleo em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Controlador atual da planta

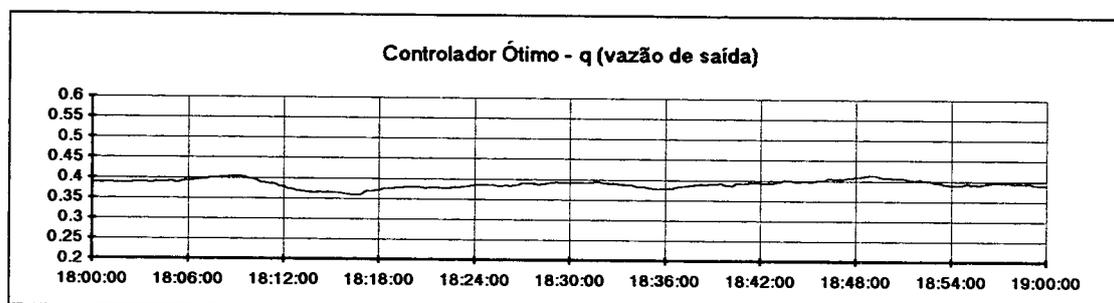


Figura 5.43
Vazão de saída em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Configuração do controlador ótimo CO1

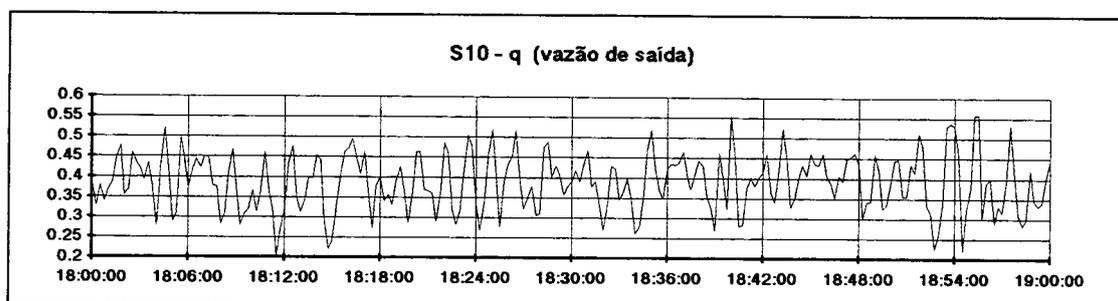


Figura 5.44
Vazão de saída em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Controlador atual da planta

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | $v_{\text{máx}}$ | $v_{\text{mín}}$ | $v_{\text{médio}}$ | $q_{\text{máx}}$ | $q_{\text{mín}}$ | $q_{\text{médio}}$ | V_p |
|------------|--------|-------------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|--------------------|--------|
| CO | -0.007 | 0.001 | 11.360 | 9.607 | 10.576 | 0.413 | 0.358 | 0.389 | 93.366 |
| S10 | 0.256 | 1.398 | 11.118 | 9.880 | 10.593 | 0.557 | 0.203 | 0.388 | 92.711 |

Tabela 5.22
09-set-95 18:00 - 19:00 h
Controlador atual da planta X configuração do controlador ótimo CO1

Os resultados para este último período confirmam as observações feitas para os períodos anteriores, indicando uma potencial vantagem na utilização do controlador ótimo proposto, já que seu uso possibilita o atendimento das limitações impostas aos valores do nível (volume) mediante um sensivelmente menor esforço de controle. Deve-se, no entanto, ressaltar que as análises até aqui executadas simularam o controlador ótimo ajustado para as distribuições de distúrbios previamente determinadas.

Em uma aplicação real, o conhecimento *a priori* das características possíveis de serem assumidas pelo espaço de distúrbios é inviável. Todavia, existe toda uma série de ferramentas estatísticas para controle da média de uma sequência de valores de uma variável, tais como o algoritmo de somas cumulativas (CUSUM) e o esquema de controle *V-Mask* [8]. Este último parece especialmente interessante não apenas pela simplicidade de implementação mas também por fornecer, além do alarme em caso de desvio estatisticamente significativo da média das observações, uma estimativa da nova média sendo exibida pela variável. Assim, partindo de uma estimativa inicial para as características do espaço de distúrbios, seria possível, mediante o uso de um desses esquemas de controle de média, identificar uma alteração significativa na média dos distúrbios e atualizar o valor de \bar{w} sendo utilizado pelo controlador ótimo.

Um arranjo deste tipo é esquematicamente apresentado na figura 5.45, e daria ao controlador características adaptativas já que “o algoritmo de identificação [de \bar{w}] continuamente atualiza o modelo [de representação dos distúrbios] baseado em medições das saídas do processo”¹.

¹ FISHER [5]. p. 14

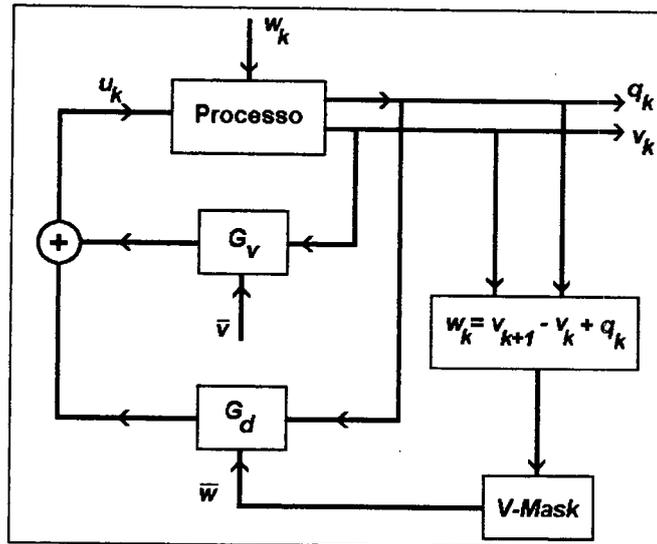


Figura 5.45
Configuração Adaptativa do Controlador Ótimo

Note-se entretanto, que a configuração sugerida acima atualizaria apenas os valores de \bar{w} , mas não os ganhos lineares G_v e G_d . Uma alteração no valor médio do espaço de distúrbios deve gerar também uma mudança nos valores de G_v e G_d , seguindo o procedimento de sintonia proposto na seção 5.4. Apesar disso, foram executadas duas outras simulações do controlador ótimo visando avaliar sua performance com o arranjo de adaptação apenas parcial sugerido acima.

Assim, a configuração do controlador CO1 foi submetida aos distúrbios do dia 5 de setembro (espaço de distúrbio D2), mantendo os valores dos ganhos G_v e G_d e alterando apenas o valor de \bar{w} de 0.3902 m^3 para 0.4508 m^3 . Esta seria a configuração do controlador caso ele inicialmente estivesse ajustado para o espaço de distúrbios D1 ($\bar{w}=0.3902 \text{ m}^3$) e, através de um esquema de controle de média dos distúrbios, fosse identificada uma elevação da média para 0.4508 m^3 .

Os resultados desta simulação são apresentados a seguir. Para uma maior comodidade na comparação, os gráficos de resposta do controlador CO2, originalmente utilizado para o período em questão, foram aqui reproduzidos. Com o mesmo intuito, a tabela

com os valores numéricos dos índices de comparação a seguir também inclui os resultados anteriormente obtidos, assim como aqueles referentes aos dados da planta.

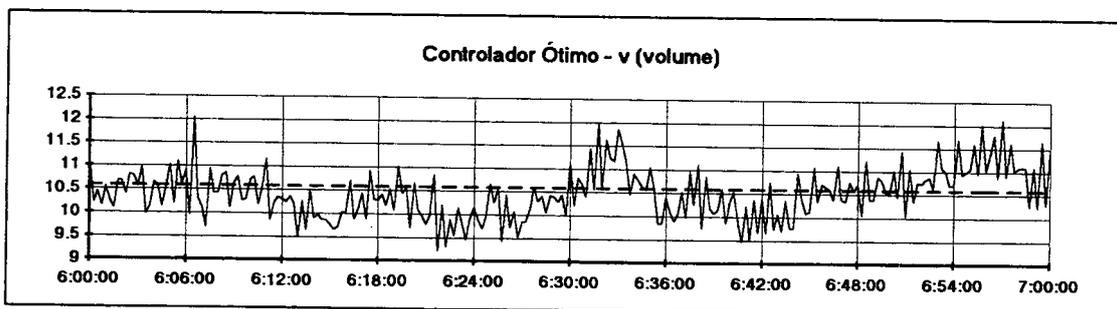


Figura 5.46

5-set-95 06:00 - 07:00 h Espaço de distúrbios D2
Volume de óleo para configuração do controlador ótimo CO1 c/ $\bar{w}=0.4508$

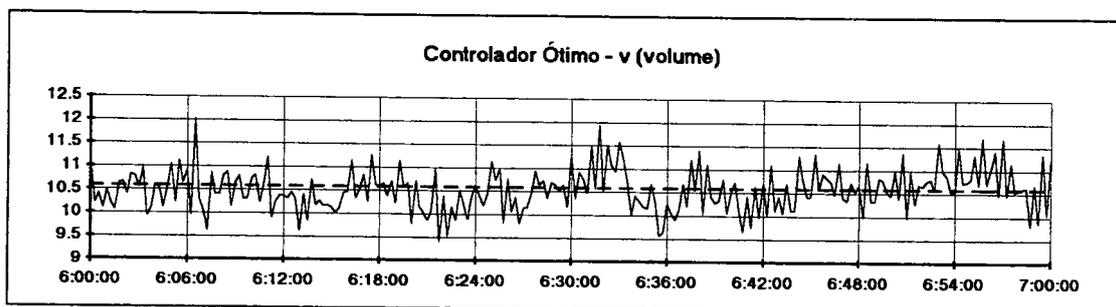


Figura 5.47

5-set-95 06:00 - 07:00 h Espaço de distúrbios D2
Volume de óleo para configuração do controlador ótimo CO2

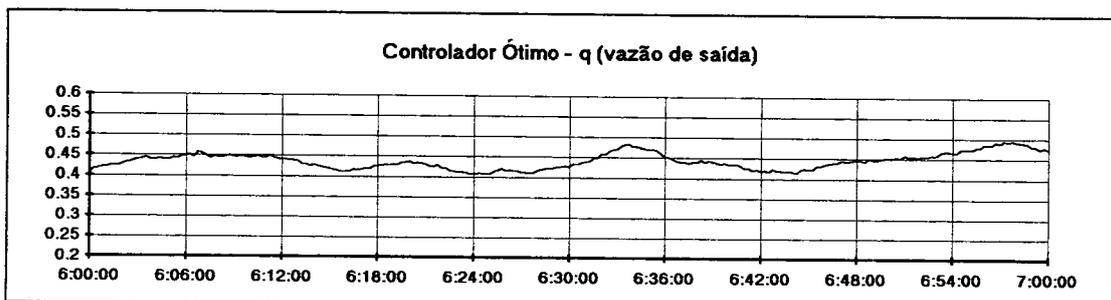


Figura 5.48

5-set-95 06:00 - 07:00 h Espaço de distúrbios D2
Vazão de saída para configuração do controlador ótimo CO1 c/ $\bar{w}=0.4508$

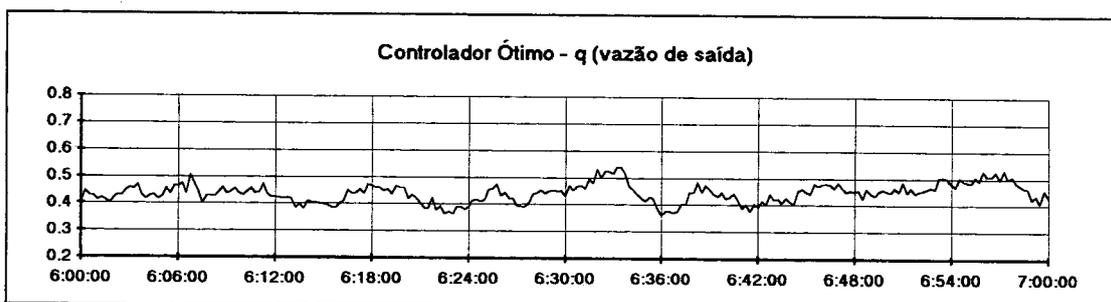


Figura 5.49

5-set-95 06:00 - 07:00 h Espaço de distúrbios D2
Vazão de saída para configuração do controlador ótimo CO2

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | $V_{\text{máx}}$ | $V_{\text{mín}}$ | $V_{\text{médio}}$ | $Q_{\text{máx}}$ | $Q_{\text{mín}}$ | $Q_{\text{médio}}$ | V_p |
|-------------------------|-------|-------------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|--------------------|---------|
| CO2 | 0.070 | 0.107 | 12.019 | 9.408 | 10.535 | 0.539 | 0.362 | 0.442 | 106.003 |
| S10 | 0.268 | 2.376 | 11.869 | 9.784 | 10.591 | 0.721 | 0.230 | 0.441 | 105.469 |
| CO1 alterado | 0.012 | 0.003 | 12.114 | 9.224 | 10.471 | 0.495 | 0.405 | 0.441 | 105.799 |

Tabela 5.23

5-set-95 06:00 - 07:00 h Espaço de distúrbios D2

Controlador ótimo CO2 X controlador atual da planta X controlador ótimo CO1 c/ $\bar{w}=0.4508$

A configuração CO1 foi a obtida para o espaço de distúrbios menos severo, apresentando os menores valores de ganhos lineares. Assim sendo, seria esperado que o comportamento do controlador com esta configuração e submetido ao espaço de distúrbios mais rigoroso apresentasse uma resposta mais suave. Isso realmente acontece, já que:

- comparando as respostas de volume (figuras 5.46 e 5.47), observa-se que o controlador CO1 alterado permite uma maior amplitude de variação, o que também pode ser visto pelos valores numéricos constantes da tabela 5.23;
- mesmo apresentando uma maior excursão, os valores estabelecidos como limites para o volume continuaram não sendo atingidos;
- também como seria esperado, os índices referentes ao esforço de controle se apresentam bem menores para o controlador CO1 alterado, pois os menores valores de ganho possibilitam uma ação de controle ainda mais suave, como também fica claro comparando-se os gráficos da vazão de saída (figuras 5.48 e 5.49).

Estes resultados indicam que mediante a atualização apenas dos valores de \bar{w} , é possível manter uma performance do controlador ótimo superior a do atual esquema de controle utilizado na planta. Todavia, deve-se observar que apesar terem sido obtidos resultados ainda melhores do que aqueles obtidos para a configuração originalmente

estabelecida para o espaço de distúrbios considerado, isso não significa que os valores menores de ganhos devam ser utilizados nesta situação. Na verdade, a “garantia” fornecida pelo procedimento de sintonia no sentido de não serem ultrapassados os limites para os valores do estado foram perdidas. Assim, tais limites somente não foram ultrapassados nesta simulação devido ao fato de não terem ocorridos valores de distúrbio muito elevados (com pouca probabilidade de ocorrência).

Uma outra simulação foi executada, desta vez submetendo a configuração CO2 aos distúrbios do dia 9 de setembro (D1), alterando apenas o valor de \bar{w} de 0.4508 m^3 para 0.3902 m^3 . De forma análoga à situação anterior, esta seria a configuração do controlador caso ele inicialmente estivesse ajustado para o espaço de distúrbios D2 ($\bar{w}=0.4508 \text{ m}^3$) e, através de um esquema de controle de média dos distúrbios, fosse identificada uma diminuição da média para 0.3902 m^3 .

Os resultados obtidos são apresentados a seguir. Novamente, para uma maior comodidade de comparação, são reproduzidos agora os gráficos relativos aos controladores da planta. A tabela com os valores numéricos dos índices de comparação inclui os resultados obtidos para a configuração do controlador originalmente empregada para este espaço de distúrbios.

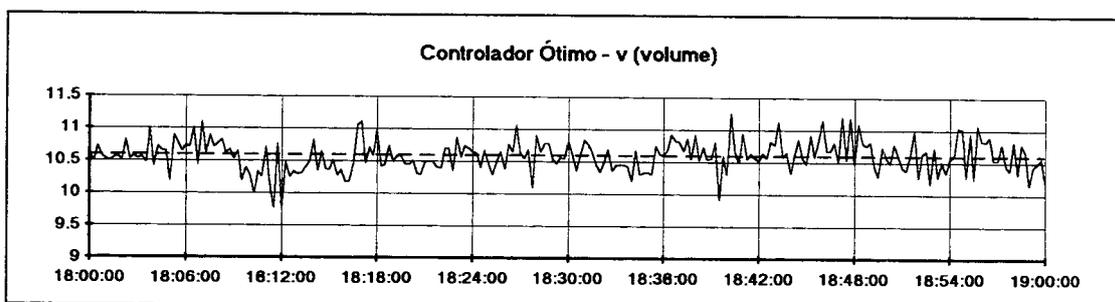


Figura 5.50
09-set-95 18:00 - 19:00 h Espaço de distúrbios D1
Volume de óleo para configuração do controlador ótimo CO2 c/ $\bar{w}=0.3902$

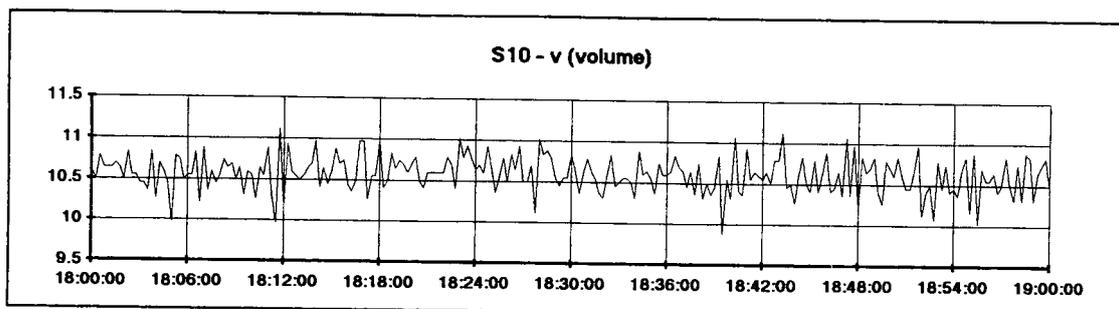


Figura 5.51
Volume de óleo em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Controlador atual da planta

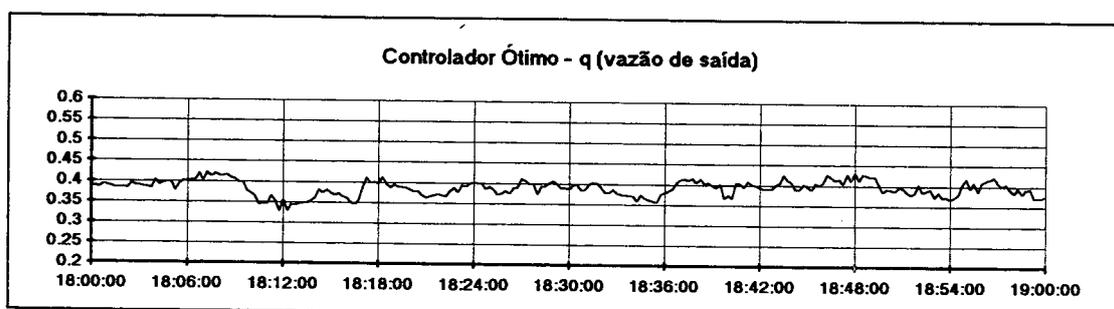


Figura 5.52
09-set-95 18:00 - 19:00 h Espaço de distúrbios D1
Vazão de saída para configuração do controlador ótimo CO2 c/ $\bar{w}=0.3902$

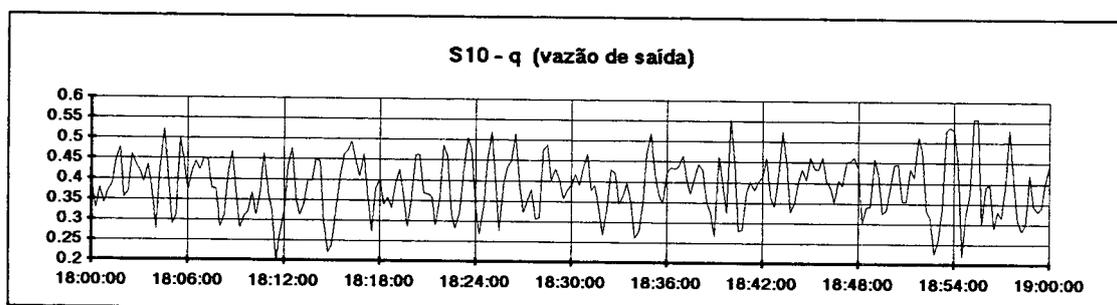


Figura 5.53
Vazão de saída em 09-set-95 18:00 - 19:00 h
Controlador atual da planta

| | MRCO | $\Sigma(q_{k+1}-q_k)^2$ | V_{\max} | V_{\min} | $V_{\text{médio}}$ | q_{\max} | q_{\min} | $q_{\text{médio}}$ | V_p |
|-----------------|--------|-------------------------|------------|------------|--------------------|------------|------------|--------------------|--------|
| CO1 | -0.007 | 0.001 | 11.360 | 9.607 | 10.576 | 0.413 | 0.358 | 0.389 | 93.366 |
| S10 | 0.256 | 1.398 | 11.118 | 9.880 | 10.593 | 0.557 | 0.203 | 0.388 | 92.711 |
| CO2 alterado | 0.038 | 0.030 | 11.251 | 9.756 | 10.585 | 0.432 | 0.328 | 0.389 | 93.351 |

Tabela 5.24
09-set-95 18:00 - 19:00 h Espaço de distúrbios D1
Controlador ótimo CO1 X controlador atual da planta X controlador ótimo CO2 c/ $\bar{w}=0.3902$

Era esperado que, para os critérios sendo adotados, os resultados do controlador CO2 alterado fossem inferiores ao do controlador CO1, que foi ajustado para as condições específicas do espaço de distúrbios considerado nesta simulação. Entretanto, é mais

interessante a comparação do controlador CO2 alterado com os resultados exibidos pelo controlador atual da planta. Verifica-se que, mesmo com valores de ganho ajustados para uma condição de distúrbios mais severa, o controlador ótimo continua apresentando vantagens. Ou seja, ele ainda possibilita o atendimento às limitações nos valores do estado com um esforço de controle significativamente menor.

Note-se que neste caso, a perda da “garantia” de não ultrapassar os limites do estado não ocorre, como foi apontado no caso anterior. É claro que isso é obtido às custas de não serem alcançados resultados equivalentes ao da configuração CO1. Todavia, a diminuição de performance em relação à configuração mais adequadamente sintonizada é pequena, se comparada com a melhoria em relação ao controlador atual da planta.

Capítulo 6 - Conclusões Finais e Recomendações

6.1 Observações Gerais

A importância da disponibilidade de dados

Grande parte do desenvolvimento deste trabalho só foi possível mediante a disponibilidade de dados do processo. É claro que o principal objetivo na utilização de tecnologias de Automação Industrial não é a geração de históricos de variáveis de processo. Não obstante, este subproduto do aumento da segurança e da produtividade da instalação como um todo, é um elemento básico para a execução de análises e avaliações *off-line*, além de possibilitar a utilização de técnicas avançadas no desenvolvimento de novas aplicações para a planta.

O enfoque de Controle Ótimo

A modelagem de uma situação de controle como um problema de controle ótimo possibilita o estabelecimento de forma mais clara e precisa dos reais objetivos que se deseja alcançar. O objetivo genérico dos controladores PID convencionais pode ser alterado de modo a atender aos requisitos específicos de aplicação. Todavia, estes requisitos devem ser “traduzidos” em termos dos parâmetros de sintonia do PID, o que nem sempre pode ser feito de uma maneira direta.

Na situação analisada neste trabalho, o objetivo de minimizar as variações na vazão de saída estão explícitos na formulação de seu origem ao controlador. É claro que a ação de um controlador PI pode ser “suavizada” mediante a estipulação de um ganho proporcional menor e um tempo integral maior do que os valores originalmente em uso.

A questão, cuja resposta é de difícil obtenção, é de qual seriam as alterações nesses parâmetros que levariam a uma minimização da variação das vazões de saída.

Note-se também que a solução de um problema de controle ótimo não necessariamente leva ao estabelecimento de um algoritmo “diferente”. A solução de controle ótimo obtida é, como foi visto, uma composição de dois controladores proporcionais. Assim, o que se obteve foi um arranjo, e não um algoritmo diferente do usual.

6.2 Características da Solução Obtida

Os resultados obtidos indicam que o controlador ótimo desenvolvido se apresenta como uma opção de estratégia de controle de nível para vasos separadores potencialmente vantajosa em comparação com aquela atualmente utilizada. As principais características do controlador ótimo que justificam esta conclusão são:

- ele possibilita um controle de nível mais suave, gerando esforços sensivelmente menores sobre os equipamentos finais de atuação no processo;
- é possível sintonizá-lo de forma a atender aos requisitos que limitam os valores admissíveis para o nível interno nos vasos;
- sua implementação não envolve a utilização de equipamentos diferentes daqueles atualmente empregados na arquitetura de automação das plataformas;
- sua utilização não pressupõe aumento do nível de instrumentação, sendo suficientes as medições atualmente disponíveis.

Não obstante, deve-se ressaltar algumas limitações das análises executadas, cuja ampliação ou revisão mais detalhada poderá eventualmente levar a um maior

embasamento das conclusões acima. Recomendações neste sentido são apresentadas a seguir.

6.3 Limitações e Análises Adicionais Sugeridas

Espaços de distúrbios

Um período de dez dias parece ser um horizonte de tempo razoável para uma análise preliminar no que se refere aos espaços de distúrbios. Análises similares às aqui apresentadas devem ser feitas para uma amplitude maior de tempo, de forma a identificar outras possíveis ocorrências de distribuições de distúrbios.

Intervalo de amostragem

O intervalo de tempo utilizado em todas as simulações executadas foi de 15 segundos. Isso representou uma comodidade já que os dados históricos disponíveis foram gravados utilizando este mesmo intervalo. O intervalo de amostragem utilizado nos controladores reais é da ordem de décimos de segundo. De uma forma geral, a performance de um controlador tende a aumentar a medida que o intervalo entre tomadas de decisão de controle diminui [11]. É importante que uma simulação da solução obtida seja realizada utilizando um intervalo de amostragem mais próximo do real pois espera-se que os parâmetros de sintonia devam ser alterados devido à maior precisão dos dados.

Medição de vazão

O controlador ótimo desenvolvido pressupõe a utilização de uma medição (ou estimativa) da vazão de saída do vaso separador, que é uma das variáveis de estado do modelo utilizado. O fluido produzido pelos separadores de primeiro estágio ainda pode

ser considerado multifásico. A existência dos separadores de segundo estágio é justificada exatamente porque ainda existe gás misturado ao óleo que sai dos separadores de primeiro estágio. Assim, a medição feita pelos FQI's é usualmente considerada pouco precisa. Todavia, existe a possibilidade de se dispensar a utilização desta medição pelo controlador, mediante a disponibilidade de algum modelo que relacione a abertura da válvula de controle (que é a ação de controle decidida e, portanto, é conhecida) com a vazão que está sendo proporcionada. Este modelo utilizaria necessariamente a medição da pressão interna do vaso (também disponível), considerada mais precisa. Assim, o desequilíbrio de vazões seria estimado a partir do modelo e não a partir da medição de vazão. Cabem ainda análises posteriores no sentido de verificar qual a opção que resultaria em uma menor imprecisão, ou mesmo aquela que possibilitaria uma melhor avaliação das imprecisões envolvidas, de forma a representa-las probabilisticamente. Uma modelagem deste tipo é fundamental para a utilização da solução de problemas com informação imperfeita de estado comentada mais adiante.

Sintonia e adaptatividade

O procedimento de sintonia do controlador ótimo apresentado na seção 5.4 utiliza a representação do espaço de distúrbios (média e variância) na determinação dos ganhos lineares G_v e G_d através de uma sucessão de simulações. Assim, alterações na média ou na variância do espaço de distúrbios levam a alterações também nos valores de G_v e G_d . A utilização do esquema de controle de média *V-Mask* sugerida na seção 5.4 possibilita a atualização do *set point* \bar{w} sempre que uma alteração na média dos distúrbio seja identificada. Todavia, o esquema *V-Mask* não fornece estimativas relativas a alterações na variabilidade da sequência de valores sendo acompanhada.

Desta forma a adaptatividade proposta para o controlador ainda é bastante limitada pois:

- não atualiza os valores dos ganhos quando uma alteração na média dos distúrbios é identificada;
- não foi previsto um mecanismo de identificação de alteração na variabilidade dos distúrbios.

Sugere-se, portanto, o desenvolvimento de estudos no sentido de aprimorar a capacidade de adaptação do controlador a variações no espaço de distúrbios.

6.4 Extensão para Problemas com Informação Imperfeita de Estado

A eficiência de qualquer estratégia de controle é dependente da qualidade das medições disponíveis de variáveis de processo. No caso do controle de nível de vasos separadores, as medições diretamente envolvidas são o nível e, eventualmente (como apontado acima), a vazão de saída. A tecnologia de instrumentação, apesar de estar em constante desenvolvimento e possibilitar medições cada vez mais precisas, sempre fornecerá soluções que envolvem um certo grau de incerteza nas informações obtidas. Segundo Fisher [5], “em todas as pesquisas relativas a requisitos para controle industrial [...], a chave para uma melhoria no controle tem sempre sido estabelecida em termos de ‘mais e melhores medições’”. A posição de cobrança, de certa forma cômoda, por melhorias na instrumentação deve ter como contrapartida, um esforço no desenvolvimento de técnicas que possibilitem tratar as inevitáveis incertezas envolvidas no processo de medição. Uma opção neste sentido é apresentada por Bertsekas [2] através de uma extensão da metodologia geral utilizada neste trabalho.

Trata-se da solução do chamado problema de controle ótimo discreto com informação imperfeita de estado, no qual o controlador, ao invés de conhecer os valores x_k do estado a cada intervalo de tempo, tem acesso a uma observação do mesmo z_k , dada por

$$z_0 = h_0(x_0, \xi_0), \quad z_k = h_k(x_k, u_{k-1}, \xi_k), \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (6.1)$$

onde ξ_k é um distúrbio aleatório da observação, cuja probabilidade de ocorrência deve ser conhecida. A solução deste problema envolve a sua redução a um problema com informação perfeita de estado e a aplicação de um algoritmo de programação dinâmica similar ao que utilizado neste trabalho. O Apêndice B apresenta, de forma resumida, a definição do problema com informação imperfeita de estado e a obtenção de sua solução geral, assim como as simplificações possíveis para o caso de sistemas lineares com funcional de custo quadrático.

Assim como ocorreu para o problema com informação perfeita de estado, o caso especial de sistemas lineares com funcional de custo quadrático do problema com informação imperfeita de estado possibilita, mediante o atendimento de condições de controlabilidade e observabilidade, a obtenção de uma lei de controle que, para horizontes infinitos de controle, se apresenta estacionária. O controlador resultante pode ser visto como contendo duas componentes. A primeira delas é um estimador para o valor do estado, a partir das informações disponíveis (as observações passadas do estado e os controles já decididos). A outra é um controlador ótimo que resolve um problema com informação perfeita de estado, que neste caso é a estimativa fornecida pela primeira componente. Ainda segundo Bertsekas [2] (ver Apêndice B), para o caso particular em as componentes aleatórias das observações ξ_k e dos distúrbios η_k são variáveis gaussianas independentes, o estimador ótimo do estado é obtido pelo

consagrado filtro de Kalman, que permite uma implementação recursiva extremamente adequada para uma utilização *on-line*.

Como foi visto anteriormente (ver seção 5.3), os distúrbios podem ser representados por variáveis aleatórias independentes, bastando uma avaliação dos ruídos de observação para que a solução do problema com informação imperfeita de estado seja diretamente aplicável ao controle de nível do vaso V2BA. Dentre os arquivos históricos disponíveis, o do dia 21 de setembro é especialmente útil na obtenção de uma estimativa dos ruídos na leitura de nível. Durante boa parte de deste dia o processo da plataforma S10 esteve parado por problemas operacionais, o que significa que não havia produção de petróleo chegando à planta. Todavia, os sinais de leitura de nível dos vasos separadores continuaram exibindo uma variação, denotando o ruído intrínseco da instrumentação utilizada. Uma análise estatística preliminar desses dados está apresentada no Apêndice C, e os resultados indicaram a adequação de sua modelagem através de uma distribuição normal. Todavia, alguns estudos e avaliações ainda se fazem necessários para utilização desses resultados, como é comentado a seguir.

Um primeiro aspecto que requer investigações adicionais é a possibilidade de que os parâmetros da distribuição de ruídos de observação de nível dependam do próprio valor do nível, como acontece em alguns processos de medição. Neste caso a distribuição ajustada no Apêndice C só seria válida para valores de leitura de nível iguais a zero.

A solução de controle desenvolvida utilizou o enfoque de encarar o problema de controle de nível como sendo um problema de controle de volume (ver seção 4.1). Desta forma, a relação entre nível e volume (por sinal, não linear) não foi envolvida no desenvolvimento do controlador ótimo. Todavia ela deverá ser considerada para a obtenção da distribuição dos ruídos de observação de volume a partir da distribuição de ruídos de nível.

Deve-se, portanto, resolver um problema que envolve a obtenção da função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória (ruído de volume - ξ_v) definida com uma função de outra variável aleatória (ruído de nível - ξ_{LT}), cuja função densidade de probabilidade é conhecida. Ou seja, dados a f.d.p.¹ $g(\xi_{LT})$ e a função $r(\xi_{LT})=\xi_v$, determinar a f.d.p. $f(\xi_v)$. Para tanto, os métodos analíticos usualmente citados na bibliografia envolvem a inversão da função característica da distribuição desejada ϕ_{ξ_v} , obtida através de uma integral envolvendo a função $r(\xi_{LT})$ e a função de probabilidade acumulada da distribuição conhecida $G(\xi_{LT})$ [7], ou o procedimento equivalente de derivar a função de probabilidade acumulada da distribuição desejada $F(\xi_v)$, obtida a partir da função densidade de probabilidade conhecida $G(\xi_{LT})$ e da relação entre as duas variáveis $r(\xi_{LT})$ [10]. Em ambos os casos, as simplificações possíveis devido ao fato da distribuição conhecida ser gaussiana, desaparecem diante da complexidade da função $r(\xi_{LT})$, envolvendo arco-cosseno e seno (ver seção 4.1).

Um método alternativo proposto para situações analiticamente complexas é gerar, através de uma simulação de Monte Carlo, uma amostra suficientemente grande da variável aleatória cuja distribuição de probabilidades é conhecida. Aplicando a função que relaciona as duas variáveis sobre a amostra assim gerada, é possível obter uma amostra (também grande) da variável para a qual se deseja obter a distribuição de probabilidades, e aproximar as probabilidades teóricas pelas frequências relativas nesta amostra (aplicando a Lei dos Grandes Números) [10]. Este procedimento é eficiente para o cálculo da probabilidade de ocorrência de eventos definidos em termos da variável cuja distribuição não é conhecida. Como o que se busca é uma caracterização da distribuição, ele só será útil se a amostra de valores de ruído de volume assim obtida

¹ função densidade de probabilidade

se ajustar a uma distribuição conhecida. O Apêndice C apresenta alguns resultados para a amostra de valores de ruído de volume ξ_v obtida a partir dos valores de ruído de nível ξ_{LT} disponíveis. É claro que, neste caso, a simulação de Monte Carlo foi desnecessária tendo em vista que a amostra de valores de ξ_{LT} já se configurava grande o bastante (1920 valores). Os resultados indicam que os valores de ruído de volume ξ_v também poderiam ser considerados como normalmente distribuídos.

Assumindo que a caracterização da distribuição de ξ_v seja aceitável, a não linearidade da relação nível-volume traz ainda um outro aspecto a ser considerado. Mesmo supondo que a distribuição de ξ_{LT} seja constante para todos os valores nível, um mesmo valor de ruído ξ_{LT} representa valores distintos de ruído ξ_v , dependendo do valor do nível (ver figura 6.1).

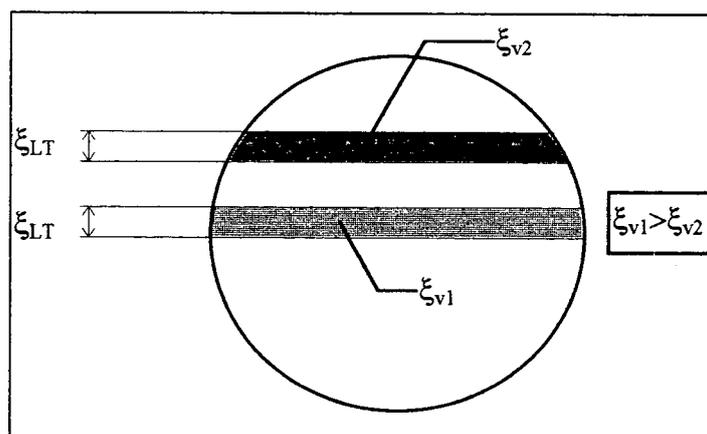


Figura 6.1
Seção Transversal do Vaso Separador

Todavia, e dependendo de uma melhor avaliação, as limitações impostas pelo range de alcance do transmissor de nível podem levar a uma simplificação, ou mesmo a uma desconsideração, dos efeitos de não-linearidade. Como foi visto na seção 5.1, no caso específico do transmissor de nível do vaso V2BA, o range de leitura está limitado pelo

intervalo 0.9 – 1.27 m. Deve-se avaliar se, dentro desta faixa limitada de valores de nível, ao assumir como sendo linear a relação nível-volume (figura 6.2), ou mesmo tomando um valor médio constante para a seção do vaso (figura 6.3), o erro no qual se incorre poderia ser desprezível.

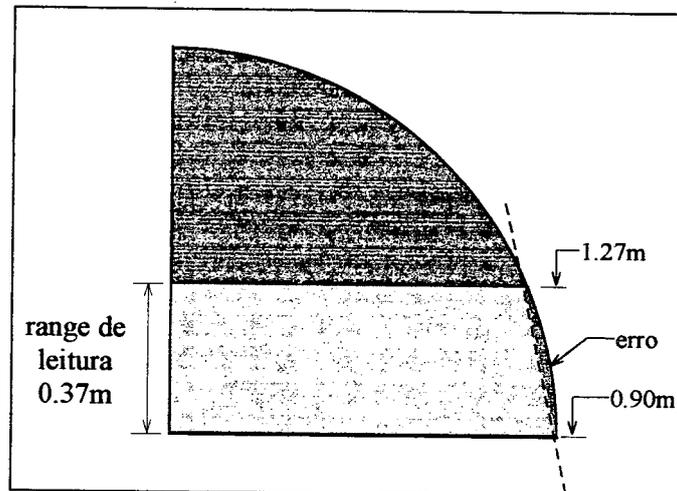


Figura 6.2
Aproximação linear da variação do volume em função do nível

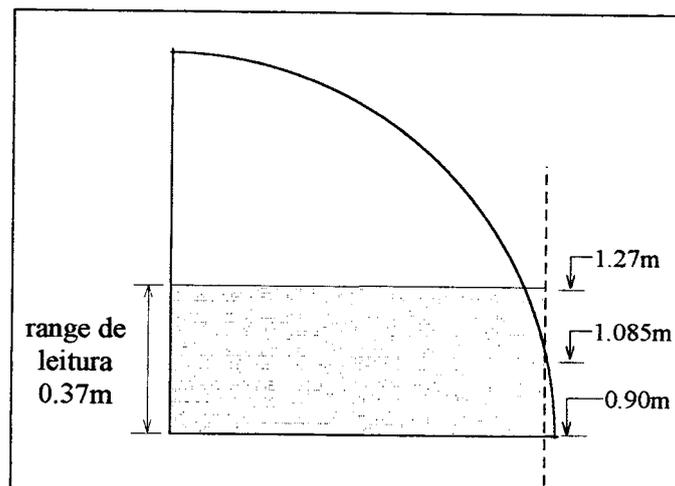


Figura 6.3
Aproximação considerando variações constantes de volume em função do nível

Apêndice A

Controlador Proporcional-Integral (PI)

Os chamados controladores convencionais (PID - Proporcional, Integral, Derivativo) são ainda hoje os “cavalos de trabalho” da indústria de uma forma geral, sendo utilizados como solução de prateleira para uma vasta gama de problemas de controle. Para situações de controle de nível é usual empregar-se a versão reduzida desta classe de controladores sem a parcela derivativa. O controlador resultante é consequentemente denominado PI (Proporcional, Integral) e sua lei de controle discreta é dada por [14]

$$u_k = u_0 + P_k + I_k \quad (\text{A1})$$

$$P_k = K_p(x_k - \bar{x}) \quad (\text{A2})$$

$$I_{k+1} = I_k + \left(\frac{K_p}{T_i}\right)(x_k - \bar{x}) \quad (\text{A3})$$

onde:

- u_k é a saída do controlador no intervalo k ;
- u_0 é o valor de saída em modo manual do controlador;
- P_k é a parcela proporcional da ação de controle no intervalo k ;
- x_k é o valor da variável a ser controlada no intervalo k ;
- \bar{x} é o valor de referência ou set point da variável sendo controlada;
- K_p é a constante de proporcional do controlador;
- I_k é a parcela integral da ação de controle no intervalo k ;
- T_i é a constante ou tempo integral do controlador.

Os valores das constantes K_p e T_i devem ser selecionados em função das características do processo e dos objetivos desejados. Uma das técnicas mais utilizadas na prática para

a sintonia de controladores PID é o conhecido método de Ziegler-Nichols, baseado nos valores limites de estabilidade do sistema [12][15].

Segundo este método, inicialmente deve ser determinado o valor do ganho crítico do sistema K_u . Para tanto, elimina-se as parcelas integral e derivativa do controlador e impõe-se ao sistema um degrau de distúrbio (de *set point* ou de carga). Em seguida manipula-se o valor do ganho proporcional K_p até que a resposta do controlador apresente uma oscilação com amplitude constante (sem amortecimento ou amplificação) em torno do valor médio. O valor do ganho total do sistema correspondente a este comportamento do controlador é o ganho crítico K_u e o período da oscilação é período crítico T_u . Para controladores PI, os valores de ajuste são dados por

$$K_p = 0.45 K_u \quad (A4)$$

$$T_i = T_u / 1.2 \quad (A5)$$

Para o problema de controle de volume do sistema descrito pela expressão 4.6 (seção 4.1) e um distúrbio $w = 2$, a simulação de um controlador PI forneceu $K_u = 2.0$ e $T_u = 2.0$ e, portanto, os valores da constante proporcional e do tempo integral devem ser $K_p = 0.9$ e $T_i = 1.6667$.

O comportamento do controlador PI ajustado com os parâmetros acima está mostrado na figura A.1 e os valores dos índices de compração constam da tabela A.1

| PI | |
|------------------------------|-------------|
| <i>overshoot</i> do estado | 1.100 |
| <i>overshoot</i> do controle | 0.647 |
| MRCO | 0.900 |
| erro ≤ 0.001 | $N \geq 23$ |
| deseq.vazões ≤ 0.001 | $N \geq 32$ |
| $\Sigma(u_k - u_{k-1})^2$ | 1.554 |

Tabela A.1
Índices de resposta do controlador PI

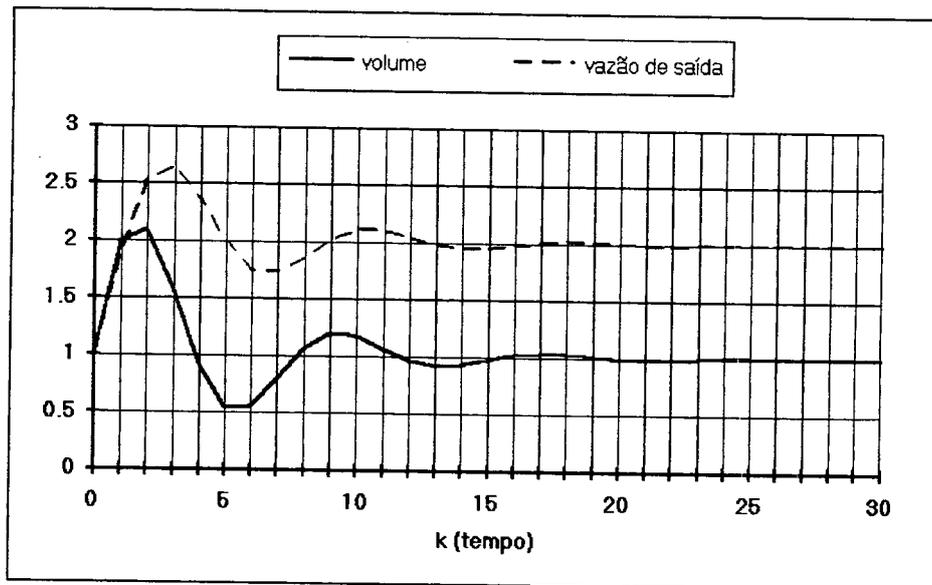


Figura A.1
Resposta do controlador PI

Como indicado na tabela A.1, o esforço total de controle para o controlador PI é representado por $\Sigma(u_k - u_{k-1})^2$ e não por $\Sigma(u_k)^2$ como para o controlador ótimo. Isso deve-se ao fato de que, no controlador PI, o controle é a própria vazão de saída q_k e não sua variação ($q_{k+1} - q_k$) como no controlador ótimo.

É também interessante apontar que o esforço total de controle não se alterou após o intervalo $k = 17$, indicando que após este intervalo de tempo o sistema já havia praticamente se estabilizado (os controles passaram a ter valores insignificantes). A evolução do esforço total de controle até alguns intervalos intermediários é apresentada na tabela A.2 abaixo.

| $k=1, \dots, N$ | $\Sigma(u_k - u_{k-1})^2$ |
|-----------------|---------------------------|
| $N = 5$ | 1.438 |
| $N = 10$ | 1.544 |
| $N = 15$ | 1.552 |
| $N \geq 17$ | 1.554 |

Tabela A.2
Esforço total de controle do controlador PI

Apêndice B

Problemas com Informação Imperfeita de Estados

Problema Básico com Informação Imperfeita de Estado

O problema básico para o caso de informação imperfeita de estado é similar àquele com informação perfeita. Ao invés de ter acesso aos valores x_k do estado, o controlador tem acesso à observações z_k do estado, que apresentam a seguinte forma

$$z_0 = h_0(x_0, \xi_0), \quad z_k = h_k(x_k, u_{k-1}, \xi_k), \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{B.1})$$

onde z_k pertence a um dado espaço de observações Z_k , e $\xi_k \in \Xi_k$ é um distúrbio aleatório nas observações, caracterizado por uma dada medida de probabilidade $P_{\xi_0}(\cdot|x_0)$, $P_{\xi_k}(\cdot|x_k, u_{k-1})$, $k=1, 2, \dots, N-1$, que pode depender explicitamente do valor corrente do estado x_k e do valor do controle no intervalo anterior u_{k-1} , mas não de valores anteriores do distúrbio de observação ξ_0, \dots, ξ_{k-1} e nem de nenhum dos valores de distúrbio w_0, \dots, w_k .

O valor inicial do estado x_0 é também aleatório e caracterizado por uma dada medida de probabilidade P_{x_0} . A medida de probabilidade $P_{w_k}(\cdot|x_k, u_k)$, que caracteriza os distúrbios é dada e pode depender explicitamente de x_k e de u_k , mas não de valores anteriores de distúrbio w_0, \dots, w_{k-1} . O controle u_k é restrito a assumir valores de um subconjunto não vazio $C_k \subset U_k$, que não depende de x_k .

O vetor I_k de informações disponíveis no intervalo k , é definido por

$$I_k = (z_0, z_1, \dots, z_k, u_0, u_1, \dots, u_{k-1}) \quad k=1, 2, \dots, N-1 \quad (\text{B.2})$$

$$I_0 = z_0$$

São consideradas admissíveis as leis de controle compostas por uma sequência $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$ onde as funções $\mu_k: I_k \rightarrow C_k$ e $\mu_k(I_k) \in U_k(x_k)$ para $k=0, \dots, N-1$.

O problema é encontrar a lei de controle $\pi = \{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{N-1}\}$ que minimiza o funcional de custo

$$J_\pi = \underset{\substack{x_0, w_k, \xi_k \\ k=0,1,\dots,N-1}}{E} \left\{ g_N(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} g_k[x_k, \mu_k(I_k), w_k] \right\} \quad (\text{B.3})$$

sujeito à equação de sistema

$$x_{k+1} = f_k[x_k, \mu_k(I_k), w_k] \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.4})$$

e à equação de observações (ou de medições)

$$\begin{aligned} z_0 &= h_0(x_0, \xi_0) \\ z_k &= h_k[x_k, \mu_{k-1}(I_k), \xi_k] \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

e sendo conhecidas as funções

$$g_N: S_N \rightarrow R \quad g_k: S_k \times C_k \times D_k \rightarrow R \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

Note-se a diferença entre este problema e o problema básico com informação perfeita do estado, apresentado na seção 3.2. Antes buscava-se uma regra que possibilitasse definir o controle u_k a ser aplicado sobre cada estado x_k e intervalo k . Agora busca-se uma regra que estabeleça o controle a ser aplicado para todos os possíveis vetores de informações I_k , ou seja, para cada sequência de medições recebida e controles aplicados até o intervalo k .

A sequência de eventos que ocorrem a partir da seleção de uma política de controle admissível é descrita como:

Intervalo 0

1. o estado inicial x_0 é gerado de acordo com a medida de probabilidade P_{x_0} ;

2. o distúrbio de observação ξ_0 é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{\xi_0}(\cdot|x_0)$;
3. o controlador observa $z_0 = h_0(x_0, \xi_0)$ e aplica o controle $u_0 = \mu_0(I_0)$, onde $I_0 = z_0$;
4. o distúrbio w_0 é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{w_0}(\cdot|x_0, \mu_0(I_0))$;
5. um custo $g_0[x_0, \mu_0(I_0), w_0]$ é incorrido;
6. o novo estado x_1 é gerado de acordo com a equação de estado $x_1 = f_0[x_0, \mu_0(I_0), w_0]$

Intervalo k

1. o distúrbio de observação ξ_k é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{\xi_k}(\cdot|x_k, u_{k-1})$;
2. o controlador observa $z_k = h_k[x_k, \mu_{k-1}(I_{k-1}), \xi_k]$ e aplica o controle $u_k = \mu_k(I_k)$, onde $I_k = (z_0, \dots, z_k, u_0, \dots, u_{k-1})$;
3. o distúrbio w_k é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{w_k}(\cdot|x_k, \mu_k(I_k))$;
4. um custo $g_k[x_k, \mu_k(I_k), w_k]$ é incorrido e somado aos custos anteriores;
5. o novo estado x_{k+1} é gerado de acordo com a equação de estado $x_{k+1} = f_k[x_k, \mu_k(I_k), w_k]$

Intervalo $N-1$

1. o distúrbio de observação ξ_{N-1} é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{\xi_{N-1}}(\cdot|x_{N-1}, u_{N-2})$;
2. o controlador observa $z_{N-1} = h_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-2}(I_{N-2}), \xi_{N-1}]$ e aplica o controle $u_{N-1} = \mu_{N-1}(I_{N-1})$, onde $I_{N-1} = (z_0, \dots, z_{N-1}, u_0, \dots, u_{N-2})$;
3. o distúrbio w_{N-1} é gerado de acordo com a medida de probabilidade $P_{w_{N-1}}(\cdot|x_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1}))$;
4. um custo $g_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1}), w_{N-1}]$ é incorrido;

5. o estado final x_N é gerado de acordo com a equação de estado

$$x_N = f_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1}), w_{N-1}]$$

6. o custo final $g_N(x_N)$ é incorrido e somado aos custos anteriores.

Redução ao Caso de Informação Perfeita de Estados

Por sua definição (expressão B.2), o vetor de informações I_{k+1} em um certo intervalo é igual ao vetor de informações no intervalo anterior I_k acrescido do último controle aplicado u_k e da observação que acaba de se tornar disponível z_{k+1} . Ou seja,

$$I_{k+1} = (I_k, z_{k+1}, u_k), \quad k = 0, 1, \dots, N-2 \quad I_0 = z_0 \quad (\text{B.6})$$

Também a partir da definição de I_k pode-se escrever

$$P(z_{k+1} | I_k, u_k) = P(z_{k+1} | I_k, u_k, z_0, z_1, \dots, z_k) \quad (\text{B.7})$$

ou seja, os valores de z_{k+1} dependem explicitamente apenas dos valores de I_k e u_k , sendo independentes de valores anteriores de z_k . Além disso, substituindo z_{k+1} por seu valor dado pela expressão B.1, tem-se

$$P(z_{k+1} | I_k, u_k) = P[h_{k+1}(x_{k+1}, u_k, \xi_{k+1}) | I_k, u_k] \quad (\text{B.8})$$

e constata-se que a medida de probabilidade de z_{k+1} é completamente determinada a partir das estatísticas dadas para o problema original (ou seja, $P_{\xi k}(\cdot | x_k, u_{k-1})$ e $P_{wk}(\cdot | x_k, u_k)$) e de I_k e u_k .

Encarando a expressão B.6 como sendo a equação de estado de um novo sistema, tem-se como estado o vetor de informações I_k , como controle o mesmo do sistema originalmente sendo analisado u_k e os distúrbios são as parcelas aleatórias das observações z_{k+1} . Além disso, o novo distúrbio aleatório é dependente apenas dos valores correntes de estado e controle do novo sistema, como indica a expressão B.7, e é possível determiná-los, como indica a expressão B.8. Logo, este novo sistema pode

ser encarado como um sistema com informação perfeita de estado. Desta forma, o problema de minimizar um funcional de custo dado por

$$\tilde{J}_\pi = E_{z_k} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{g}_k[I_k, \mu_k(I_k)] \right\} \quad (\text{B.9})$$

pode ser resolvido através do algoritmo de programação dinâmica apresentado na seção 3.3 para o problema com informação perfeita de estado. Além disso, se as funções \tilde{g}_k do funcional acima forem definidas de tal forma que ele seja equivalente ao funcional do problema com informação imperfeita de estado (dado pela expressão B.3), a solução do problema com informação perfeita de estado do novo sistema definido será também a solução do problema com informação imperfeita de estado.

Esta equivalência se verifica para as funções \tilde{g}_k , $k=0, \dots, N-1$, definidas por

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{N-1}[I_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1})] &= \\ &= E_{x_{N-1}, w_{N-1}} \left\{ g_N[f_{N-1}[x_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1}), w_{N-1}]] + \left| I_{N-1}, \mu_{N-1}(I_{N-1}) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\tilde{g}_k[I_k, \mu_k(I_k)] = E_{x_k, w_k} \{ g_k[x_k, \mu_k(I_k), w_k] | I_k, \mu_k(I_k) \} \quad (\text{B.11})$$

Note-se que para o cálculo das expectativas acima são necessárias as medidas de probabilidade condicional $P(w_k | I_k, \mu_k(I_k))$, $k=0, 1, \dots, N-1$, que podem ser determinadas, todavia, a partir de $P(w_k | x_k, \mu_k(I_k))$ e $P(x_k | I_k)$, que são definidas a partir das probabilidades dadas para o problema.

Assim, é possível aplicar o algoritmo de programação dinâmica apresentado na seção 3.3, obtendo

$$J_{N-1}(I_{N-1}) = \inf_{u_{N-1} \in U_{N-1}} \tilde{g}_{N-1}(I_{N-1}, u_{N-1}) \quad (\text{B.12})$$

$$J_k(I_k) = \inf_{u_k \in U_k} \left[\tilde{g}_k(I_k, u_k) + E_{z_{k+1}} \left\{ J_{k+1}(I_k, z_{k+1}, u_k) | I_k, u_k \right\} \right] \quad (\text{B.13})$$

Finalmente, substituindo nas expressões B.12 e B.13 os valores das funções \tilde{g}_k dados pelas expressões B.10 e B.11, obtém-se o algoritmo de programação dinâmica que resolve o problema com informação imperfeita de estado como segue

$$J_{N-1}(I_{N-1}) = \inf_{u_{N-1} \in U_{N-1}} [E_{x_{N-1}, w_{N-1}} \{ g_N [f_{N-1}(x_{N-1}, u_{N-1}, w_{N-1})] + g_{N-1}(x_{N-1}, u_{N-1}, w_{N-1}) | I_{N-1}, u_{N-1} \}] \quad (B.14)$$

$$J_k(I_k) = \inf_{u_k \in U_k} [E_{x_k, w_k} \{ g_k(x_k, u_k, w_k) + J_{k+1}[I_k, h_{k+1}[f_k(x_k, u_k, w_k), u_k, \xi_{k+1}], u_k] | I_{N-1}, u_{N-1} \}] \quad (B.15)$$

Uma melhor visualização da utilização do algoritmo B.14, B.15 é possível a partir da sequência de passos por ele prescrita, apresentada a seguir.

- inicialmente, minimizar a expressão B.14 para todos os possíveis valores do vetor de informações I_{N-1} , obtendo o valor do controle ótimo $u_{N-1}^* = \mu_{N-1}^*(I_{N-1})$;
- substituir o valor de u_{N-1} acima na expressão B.14, obtendo $J_{N-1}(I_{N-1})$;
- substituir $I_{N-1} = (I_{N-2}, z_{N-2}, u_{N-1})$ na expressão de $J_{N-1}(I_{N-1})$ acima, obtendo $J_{N-1}(I_{N-2})$;
- minimizar a expressão B.15 com $k=N-2$, substituindo a expressão de $J_{N-1}(I_{N-2})$ acima, para todos os possíveis valores de I_{N-2} , obtendo o valor do controle ótimo $u_{N-2}^* = \mu_{N-2}^*(I_{N-2})$;
- substituir o valor de u_{N-2} acima na expressão B.15, obtendo $J_{N-2}(I_{N-2})$;
- substituir $I_{N-2} = (I_{N-3}, z_{N-3}, u_{N-2})$ na expressão de $J_{N-2}(I_{N-2})$ acima, obtendo $J_{N-2}(I_{N-3})$;
- minimizar a expressão B.15 com $k=N-3$, substituindo a expressão de $J_{N-2}(I_{N-3})$ acima, para todos os possíveis valores de I_{N-3} , obtendo o valor do controle ótimo $u_{N-3}^* = \mu_{N-3}^*(I_{N-3})$;

e assim sucessivamente até que o custo ótimo do problema é obtido de

$$J^* = E_{z_0} \{J_0(z_0)\} \quad (\text{B.16})$$

Sistemas Lineares com Funcional de Custo Quadrático

Considere-se o sistema linear com equação de estado dada por

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.17})$$

e o funcional de custo quadrático definido como

$$E_{\substack{w_k \\ k=0, \dots, N-1}} \left\{ x_N' Q_N x_N + \sum_{k=0}^{N-1} (x_k' Q_k x_k + u_k' R_k u_k) \right\} \quad (\text{B.18})$$

No início de cada intervalo, o controlador tem acesso a uma observação do estado dada por

$$z_k = C_k x_k + \xi_k \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{B.19})$$

onde $z_k \in R^s$, C_k é uma matriz $s \times m$, $k = 0, 1, \dots, N-1$, e $\xi_k \in R^s$ é um vetor de ruído na observação com uma distribuição de probabilidade conhecida. Além disso, os vetores ξ_k são vetores aleatórios independentes entre si e também independentes de w_k e x_0 .

Utilizando a redução ao caso de informação perfeita de estado e o algoritmo de programação dinâmica apresentados anteriormente tem-se

$$J_{N-1}(I_{N-1}) = \min_{u_{N-1}} \left[E_{x_{N-1}, w_{N-1}} \left\{ (A_{N-1} x_{N-1} + B_{N-1} u_{N-1} + w_{N-1})' Q_{N-1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (A_{N-1} x_{N-1} + B_{N-1} u_{N-1} + w_{N-1}) + x_{N-1}' Q_{N-1} x_{N-1} + \right. \right. \\ \left. \left. + u_{N-1}' R_{N-1} u_{N-1} \mid I_{N-1} \right\} \right]$$

Usando o fato de que $E\{w_{N-1} \mid I_{N-1}\} = E\{w_{N-1}\} = 0$, obtém-se

$$J_{N-1}(I_{N-1}) = E_{x_{N-1}} \left\{ x_{N-1}' (A_{N-1}' Q_{N-1} A_{N-1} + Q_{N-1}) x_{N-1} \mid I_{N-1} + \right. \\ \left. + E_{w_{N-1}} \left\{ w_{N-1}' Q_{N-1} w_{N-1} \right\} + \right. \\ \left. + \min_{u_{N-1}} [u_{N-1}' (B_{N-1}' Q_{N-1} + R_{N-1}) u_{N-1} + 2E\{x_{N-1} \mid I_{N-1}\}' A_{N-1}' Q_{N-1} B_{N-1} u_{N-1}] \right\} \quad (\text{B.20})$$

e derivando a expressão a ser minimizada em relação a u_{N-1} , tem-se

$$\mu_{N-1}^*(I_{N-1}) = u_{N-1}^* = -(B'_{N-1}Q_{N-1}B_{N-1} + R_{N-1})^{-1}B'_{N-1}Q_{N-1}A_{N-1}E\{x_{N-1}|I_{N-1}\} \quad (\text{B.21})$$

Substituindo B.21 em B.20, é possível obter a expressão para o custo até o final no intervalo $N-1$

$$\begin{aligned} J_{N-1}(I_{N-1}) = & E_{x_{N-1}} \{x'_{N-1}K_{N-1}x_{N-1}|I_{N-1}\} + \\ & + E_{x_{N-1}} \{[x_{N-1} - E\{x_{N-1}|I_{N-1}\}]'P_{N-1}[x_{N-1} - E\{x_{N-1}|I_{N-1}\}]|I_{N-1}\} + \\ & + E_{w_{N-1}} \{w'_{N-1}Q_{N-1}w_{N-1}\} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

onde as matrizes K_{N-1} e P_{N-1} são dadas por

$$P_{N-1} = A'_{N-1}Q_{N-1}B_{N-1}(R_{N-1} + B'_{N-1}Q_{N-1})^{-1}B'_{N-1}Q_{N-1}A_{N-1} \quad (\text{B.23})$$

$$K_{N-1} = A'_{N-1}Q_{N-1}A_{N-1} - P_{N-1} + Q_{N-1} \quad (\text{B.24})$$

Prosseguindo na aplicação do algoritmo de programação dinâmica para os demais intervalos de tempo, chega-se à forma geral da política de controle ótima, dada por

$$\mu_k^*(I_k) = L_k E\{x_k|I_k\} \quad (\text{B.25})$$

onde as matrizes L_k são dadas por

$$L_k = -(B'_k K_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B'_k K_{k+1} A_k \quad (\text{B.26})$$

e as matrizes K_k , solução da equação de Riccati, são fornecidas pelo algoritmo recursivo

$$K_n = Q_N \quad (\text{B.27})$$

$$K_k = A'_k [K_{k+1} - K_{k+1} B_k (B'_k K_{k+1} B_k + R_k)^{-1} B'_k K_{k+1}] A_k + Q_k \quad (\text{B.28})$$

Note-se a equivalência entre a política ótima de controle obtida e aquela apresentada na seção 3.4 para o caso de informação perfeita de estado, apenas substituindo o valor determinístico de x_k por seu valor esperado condicional $E\{x_k|I_k\}$. Além disso, a expressão que fornece as matrizes de ganho L_k é idêntica a obtida anteriormente, indicando que elas são independentes das estatísticas de um problema específico.

Assim, a solução obtida pode ser vista como composta por um **atuador**, que é um controlador idêntico aquele obtido seção 3.4, acrescido de um **estimador** para o valor do estado, como mostrado na figura B.1. Ou seja, o estimador gera o valor esperado do estado $E\{x_k|I_k\}$ que é fornecido como entrada para o atuador, que o multiplica pela matriz de ganho L_k , gerando o controle $u_k = L_k E\{x_k|I_k\}$ a ser aplicado ao sistema.

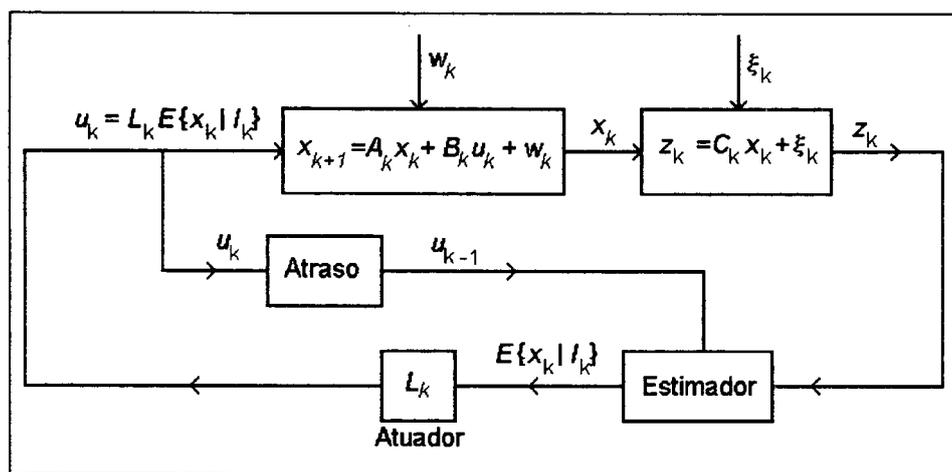


Figura B.1
Configuração do controlador + estimador

O projeto do estimador de estados não é necessariamente um problema trivial. Entretanto, um importante caso particular deste problema, quando os distúrbios w_k e ξ_k , assim como o estado inicial x_0 são vetores aleatórios normais (gaussianos), apresenta uma solução através do conhecido filtro de Kalman. O algoritmo que implementa este filtro é organizado recursivamente, de tal forma que apenas os mais recentes valores da observação z_k , do controle u_{k-1} e da estimativa do estado $E\{x_{k-1}|I_{k-1}\}$ são necessários para a obtenção da nova estimativa de estado $E\{x_k|I_k\}$.

O algoritmo recursivo do filtro de Kalman é dado como segue [2]:

$$E\{x_{k+1}|I_{k+1}\} = A_k E\{x_k|I_k\} + B_k u_k + \sum_{k+1|k+1} C_{k+1}' N_{k+1}^{-1} [z_{k+1} - C_{k+1} (A_k E\{x_k|I_k\} + B_k u_k)]$$

$$k = 1, 0, \dots, N-1 \quad (\text{B.29})$$

$$E\{x_0|I_0\} = E\{x_0\} + \Sigma_{0|0}C_0'N_0^{-1}[z_0 - C_0E\{x_0\}] \quad (\text{B.30})$$

onde as matrizes $\Sigma_{k|k}$ podem ser pre-computadas e são obtidas recursivamente por

$$\Sigma_{k+1|k+1} = \Sigma_{k+1|k} - \Sigma_{k+1|k}C_{k+1}'(C_{k+1}\Sigma_{k+1|k}C_{k+1}' + N_{k+1})^{-1}C_{k+1}\Sigma_{k+1|k} \quad (\text{B.31})$$

$$\Sigma_{k+1|k} = A_k\Sigma_{k|k}A_k' + M_k \quad k = 1, 0, \dots, N-1 \quad (\text{B.32})$$

com

$$\Sigma_{0|0} = S - SC_0'(C_0SC_0' + N_0)^{-1}C_0'S \quad (\text{B.33})$$

Nas expressões (B.29) a (B.33), as matrizes M_k , N_k e S são, respectivamente, as matrizes de covariâncias de w_k , ξ_k e x_0 e é assumido que as matrizes N_k são positivas definidas e que as distribuições de probabilidade de w_k e ξ_k têm média zero, ou seja

$$E\{w_k\} = E\{\xi_k\} = 0$$

$$M_k = E\{w_k w_k'\}, \quad N_k = E\{\xi_k \xi_k'\} \quad k = 1, 0, \dots, N-1$$

$$S = E\{[x_0 - E\{x_0\}][x_0 - E\{x_0\}]'\}$$

Tal como aconteceu para o caso de informação perfeita de estado, a hipótese adicional de que o sistema linear é invariante no tempo permite simplificações que levam a uma configuração de controlador extremamente atrativo em termos de implementação para um horizonte de controle que tende ao infinito ($N \rightarrow \infty$). Agora, entretanto, será incluída a hipótese de que, além do sistema, as distribuições de probabilidade dos distúrbios de estado e de observações também são invariantes no tempo. Neste caso, não apenas as matrizes de ganho L_k do atuador tenderão para um valor estacionário L , mas também as matrizes $\Sigma_{k|k}$ do algoritmo do filtro de Kalman tenderão para um valor $\bar{\Sigma}$ estacionário.

De forma análoga ao que foi visto na seção 3.4, serão feitas hipóteses adicionais com relação às matrizes A e B da equação de estado do sistema linear B.17 e com relação à matriz M de covariância dos distúrbios de estado. A interpretação destas hipóteses

adicionais estarão, novamente, relacionadas com os conceitos de controlabilidade, observabilidade e estabilidade do sistema resultante da aplicação da política de controle.

Assim, caso o sistema e as distribuições dos distúrbios (de estado e de observação) forem invariantes no tempo, será obtida uma política ótima de controle estacionária para valores grandes de k , dada por :

$$\mu^*(I_k) = L\hat{x}_k \quad (\text{B.34})$$

onde

$$\hat{x}_k = E\{x_k | I_k\}$$

$$e \quad L = -(R' + B'KB)^{-1}B'KA$$

e a matriz K é dada pela solução em regime da equação de Riccati

$$K = A'[K - KB(B'KB + R)^{-1}B'K]A + Q \quad (\text{B.35})$$

cuja existência é assegurada quando as matrizes A e B formam um par controlável (A,B) e as matrizes A e F , onde $Q = F'F$, formam um par observável (A,F) .

A expectância condicional \hat{x}_k é gerada pela solução em regime da equação do filtro de Kalman

$$\hat{x}_{k+1} = (A + BL)\hat{x}_k + \bar{\Sigma}C'N^{-1}[z_{k+1} - C(A + BL)\hat{x}_k] \quad (\text{B.36})$$

onde $\bar{\Sigma}$ é dada por

$$\bar{\Sigma} = \Sigma - \Sigma C'(C\Sigma C' + N)^{-1}C\Sigma \quad (\text{B.37})$$

e Σ é a solução positiva semi-definida simétrica e única da equação de Riccati algébrica

$$\Sigma = A[\Sigma - \Sigma C'(C\Sigma C' + N)^{-1}C\Sigma]A' + M \quad (\text{B.38})$$

cuja existência é assegurada quando as matrizes A e C formam um par observável (A,C) e as matrizes A e D , onde $M = D'D$, formam um par controlável (A,D) .

Substituindo a expressão da lei de controle estacionária B.34 na equação de estado do sistema B.17 tem-se

$$x_{k+1} = Ax_k + BL\hat{x}_k + w_k \quad (\text{B.39})$$

Substituindo o valor de x_{k+1} acima na expressão das observações B.19, é possível escrever

$$z_{k+1} = Cx_{k+1} + \xi_{k+1} = CAx_k + CBL\hat{x}_k + Cw_k + \xi_{k+1}$$

Substituindo a expressão acima na expressão B.36 da estimativa do estado \hat{x}_{k+1} , e rearrumando os termos, obtém-se

$$\hat{x}_{k+1} = \bar{\Sigma}'N^{-1}CAx_k + (A + BL - \bar{\Sigma}'N^{-1}CA)\hat{x}_k + \bar{\Sigma}'N^{-1}(Cw_k + \xi_{k+1}) \quad (\text{B.40})$$

Note-se que, a partir das expressões B.39 e B.40, é possível agora encarar o sistema resultante da aplicação da lei de controle e da estimativa de estado como sendo um sistema de dimensão $2n$, cuja equação de estado é dada por

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ \hat{x}_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BL \\ \bar{\Sigma}'N^{-1}CA & A + BL - \bar{\Sigma}'N^{-1}CA \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k \\ \hat{x}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{\Sigma}'N^{-1}C & \bar{\Sigma}'N^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_k \\ \xi_{k+1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.41})$$

Novamente, é desejável que a matriz do sistema acima seja uma matriz estável, de tal forma que o sistema também o seja. De forma semelhante ao caso de informação perfeita de estado, demonstra-se que esta matriz é estável, caso as condições de observabilidade e controlabilidade anteriormente estabelecidas sejam verificadas [2].

Apêndice C

Espaço de Distúrbios de Observação

As figuras C.1 a C.8 apresentam os gráficos das leituras da pressão interna (em psi) e do nível (em % do *range* do transmissor) no vaso separador V2BA ao longo do dia 21 de setembro de 1995, gerados a partir dos dados disponíveis no arquivo histórico do sistema de supervisão da plataforma. Cada gráfico envolve um período com seis horas de duração e o eixo das abcissas indica o número sequencial das leituras, espaçadas de 15 segundos, dentro do período (i.e., a leitura # 240 corresponde ao instante 1 hora após o início do período).

Nota-se que a partir das 9:00h a pressão interna do vaso (que já havia apresentado uma acentuada queda por volta das 3:30 h) se mantém constante com um valor próximo da pressão atmosférica. Isso é um indicativo de que ocorreu uma parada de produção na planta, e a chegada de óleo proveniente dos poços foi interrompida. Todavia, o transmissor de nível continuou registrando variações. Conclui-se assim que os valores de nível registrados a partir das 9:00h representam apenas o ruído do processo de medição de nível (ξ_{LT}).

Selecionando-se o período entre 13:00 – 21:00h, quando não se observa nenhuma alteração na leitura de pressão, foi montada uma amostra dos valores fornecidos pelo transmissor de nível. As estatísticas básicas calculadas para esta amostra são apresentadas na tabela C.1 enquanto que as figuras C.9 e C.10 apresentam o histograma de valores de ξ_{LT} e o gráfico de probabilidade de normalidade da amostra.

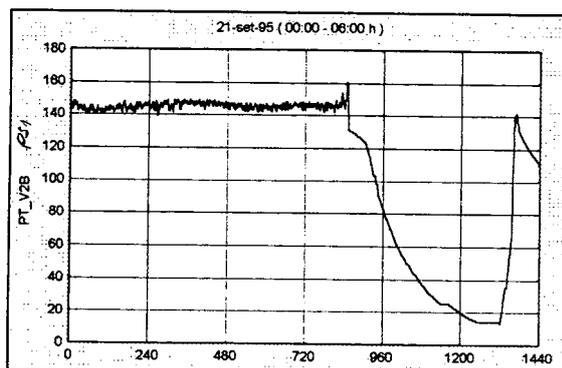


Figura C.1
Pressão
00:00 - 06:00 h

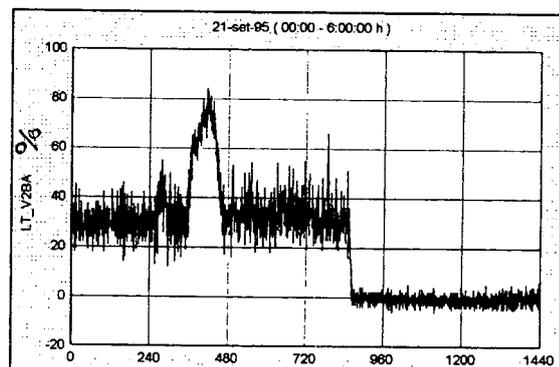


Figura C.2
Nível
00:00 - 06:00 h

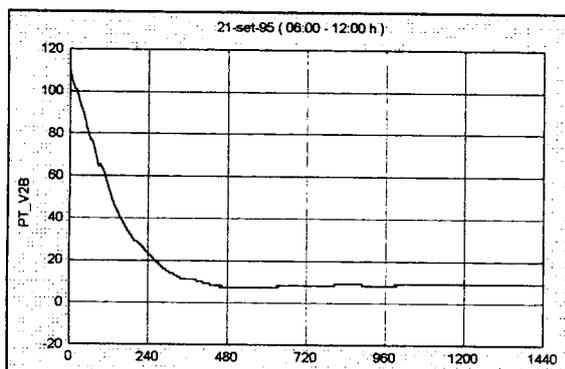


Figura C.3
Pressão
06:00 - 12:00 h

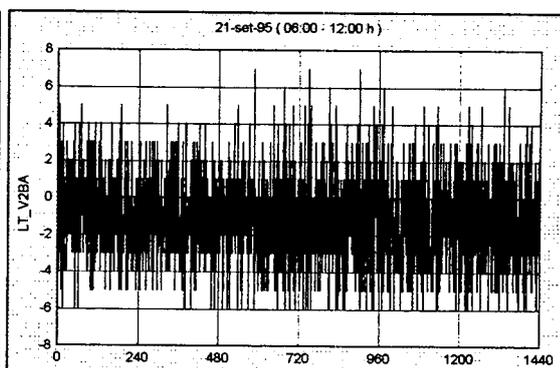


Figura C.4
Nível
06:00 - 12:00 h

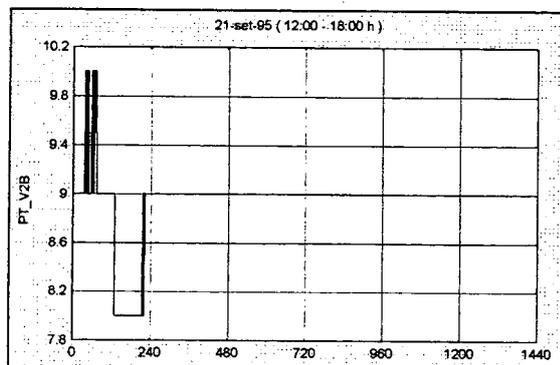


Figura C.5
Pressão
12:00 - 18:00 h

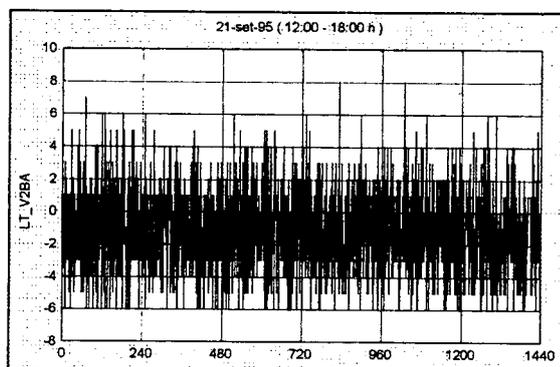


Figura C.6
Nível
12:00 - 18:00 h

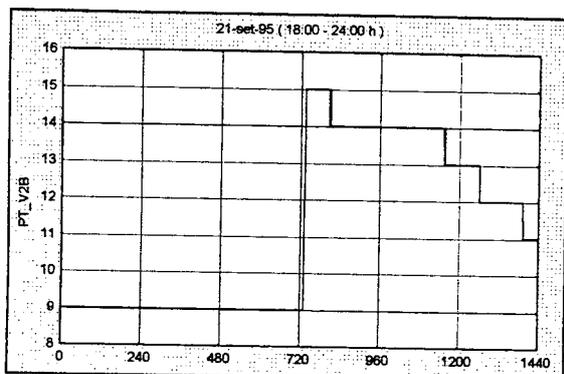


Figura C.7
Pressão
18:00 - 24:00 h

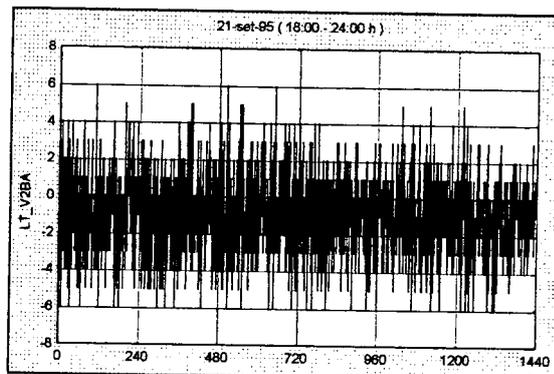


Figura C.8
Nível
18:00 - 24:00 h

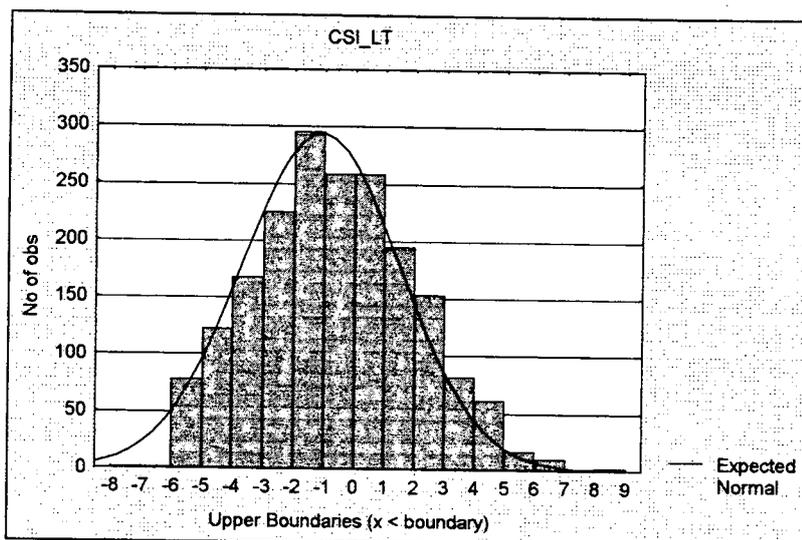


Figura C.9
Histograma dos valores de ξ_{LT} (ruído de nível)

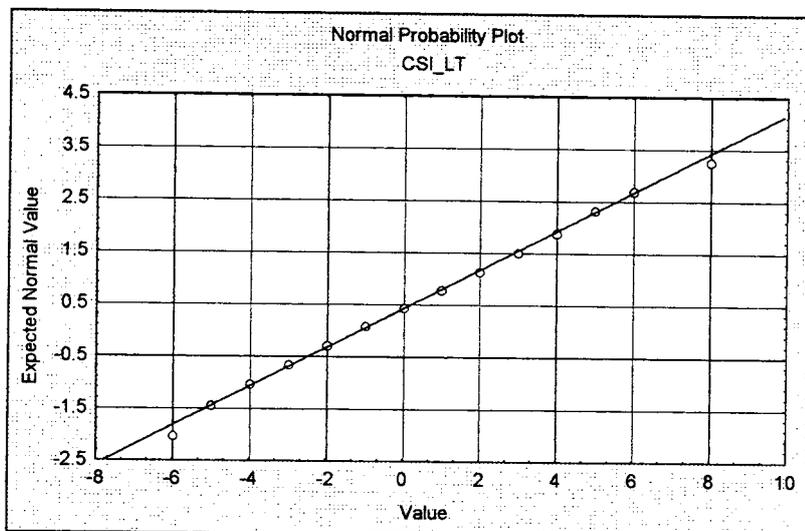


Figura C.10
Gráfico de probabilidade de normalidade para ξ_{LT} (ruído de nível)

| ξ_{LT} | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|--------|
| 21-set-95 (13:00 - 21:00 h) | | | |
| 1920 valores | | | |
| Média | -1.112 | Desvio Padrão | 2.604 |
| Mínimo | -6 | Erro Padrão | 0.059 |
| Máximo | 8 | Skewness | 0.211 |
| Variância | 6.782 | Kurtosis | -0.374 |

Tabela C.1

Estatísticas básicas para ξ_{LT} (ruído de nível)

Os resultados acima indicam que o ruído na transmissão de nível pode ser representado por uma distribuição normal. Note-se também a presença de um bias negativo na medição.

Aplicando-se a relação entre nível e volume (seção 4.1), os valores acima podem ser transformados em ruídos de medição de volume (ξ_v). Note-se entretanto, que uma leitura de nível igual a zero representa, pelo menos, um valor de volume correspondente a 9.161 m^3 , tendo em vista o *range* de leitura do transmissor (ver seção 5.1). Assim, a relação entre nível e volume foi diretamente aplicada sobre os valores de ruído de nível e, do resultado, foi descontado o valor mínimo de leitura de volume acima.

As estatísticas básicas para a amostra de ξ_v resultante da operação acima são apresentadas na tabela C.2. Novamente, o histograma de frequência dos valores de ξ_v e o gráfico de probabilidade de normalidade da amostra são apresentados nas figuras C.11 e C.12, respectivamente.

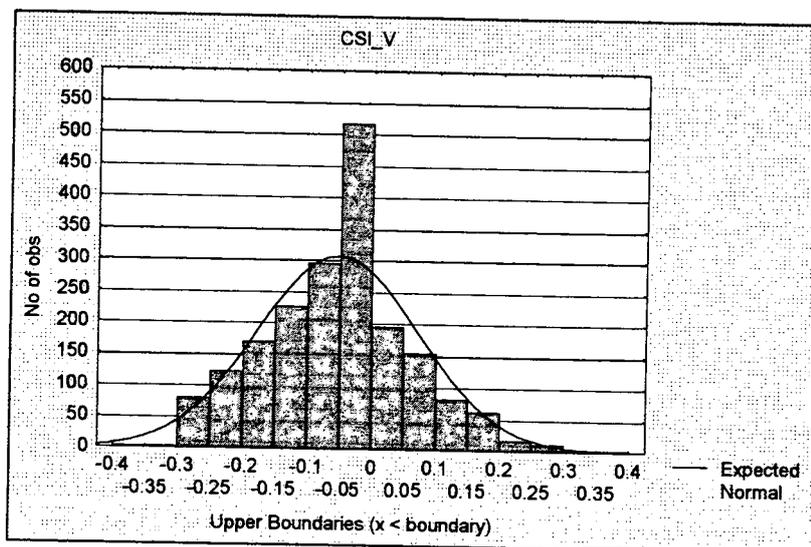


Figura C.11

Histograma dos valores de ξ_v (ruído de volume)

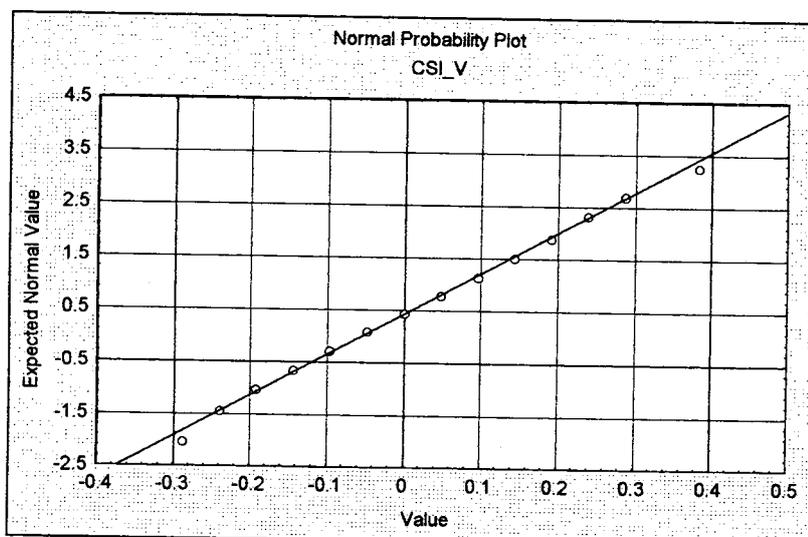


Figura C.12

Gráfico de probabilidade de normalidade para ξ_v (ruído de volume)

| ξ_v | | | |
|-----------------------------|--------|---------------|--------|
| 21-set-95 (13:00 - 21:00 h) | | | |
| 1920 valores | | | |
| Média | -0.053 | Desvio Padrão | 0.125 |
| Mínimo | -0.288 | Erro Padrão | 0.003 |
| Máximo | 0.383 | Skewness | 0.211 |
| Variância | 0.016 | Kurtosis | -0.374 |

Tabela C.2

Estatísticas básicas para ξ_v (ruído de volume)

Referências Bibliográficas

- [1] ALVES, J.L.L., LISBOA, V.M.S., Operação da Plataforma de Piloto de Marlim através do Sistema de Supervisão. *III Seminário de Automação na Indústria*. Volta Redonda, RJ: ABM - Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 1993.
- [2] BERTSEKAS, D.P. Dynamic Programming and Stochastic Control. In: BELLMAN, R. (Ed.). *Mathematics in Science and Engineering*, vol. 125. New York: Academic Press, 1976.
- [3] CHENOWETH, D.L. Modern Control Theory. In: DESHPANDE, P.B. (Ed.). *Multivariable Process Control*. North Carolina, EUA: ISA - Instrument Society of America, 1989. p. 206-240.
- [4] DOUGLAS, J.M. *Process Dynamics and Control*, vol. 2. New Jersey, EUA: Prentice-Hall, Inc., 1972.
- [5] FISHER, G.F., Process Control: An Overview and Personal Perspective. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 69, fev. 1991.
- [6] HANDA, V.K., BARCIA, R.M., Construction Production Planning. *Journal of Construction Engineering and Management*, vol. 112, N° 2, jun. 1986.
- [7] KENDALL, M.G., STUART, A., *The Advanced Theory of Statistics*, vol. 1. London, GB : Charles Griffin & Co. Ltd, 1969.
- [8] LUCAS, J.M., The Design and Use of V-Mask Control Schemes. *Journal of Quality Technology*, vol. 8, N° 1, jan. 1976.
- [9] LUENBERGER, D.G. *Introduction to Dynamic Systems - Theory, Models and Applications*. New York: John Wiley & Sons, 1979.

- [10] MEYER, P.L., *Probabilidade - Aplicações à Estatística*. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1983.
- [11] McDONALD, K.A., McAVOY, T.J. and TITS, A. Optimal Averaging Level Control. *AIChE Journal*, vol.37, N° 1, p. 75-86, jan. 1986.
- [12] MOLLENKAMP, R. A. *Controle Automático de Processos*. São Paulo: EBRAS, 1988.
- [13] TAFNER, J., BRANCHER, A. e TAFNER, M.A., *Metodologia Científica*. Curitiba, PR: Juruá Editora, 1995.
- [14] TEIXEIRA, E.B. de F. *Diagnóstico Inteligente de Falhas em um Processo de Separação Óleo-Gás em Plataformas Offshore*. Rio de Janeiro, 1993. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica). Coordenação dos Programas de Pós-graduação em Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE/UFRJ).
- [15] TZAFESTAS, S., PAPANIKOLOPOULOS, N.P. , Incremental Fuzzy Expert PID Control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 37, N° 5, p. 365-371, out. 1990
- [16] XEREZ, M. de, Módulo de Diagnóstico de Processo para a Arquitetura ECOS. *III Seminário de Automação na Indústria*. Volta Redonda, RJ: ABM - Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 1993.