

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

FLUXO DE POTÊNCIA VIBRATÓRIA EM COMPONENTES
ESTRUTURAIS TIPO BARRAS E VIGAS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

EDMAR BAARS

Florianópolis, março de 1996

FLUXO DE POTÊNCIA VIBRATÓRIA EM COMPONENTES ESTRUTURAIS
TIPO BARRAS E VIGAS

EDMAR BAARS

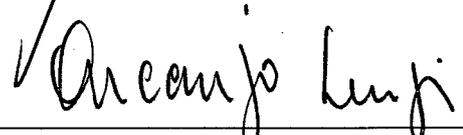
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E
RUÍDO, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Antônio Fábio C. da Silva, Dr.Eng.
Coordenador

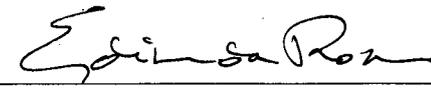


Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Alberto Tamagna, Dr. Eng.



Prof. Edison da Rosa, Dr. Eng.



Prof. Roberto Jordan, Dr. Eng.

AGRADECIMENTOS

.Ao amigo Arcanjo, pela orientação, pelo incentivo e pelo aprendizado;

.Aos amigos Márcio, Alvarenga, Neri, Acir, Fú, Paulinho, Ednilson, Edson, Joseval..., por terem me agüentado reclamando esse tempão;

.Aos meus familiares, pelo estímulo e compreensão;

.À Cacá, por tudo;

.Ao pessoal da EMC, que contribuiu de alguma forma nesta caminhada;

.À CAPES e ao CNPq, pelo apoio financeiro;

.Ao pessoal da EMBRACO, principalmente ao Dropa, pelo incentivo diário;

.À EMBRACO, pelo apoio na parte experimental.

ÍNDICE

1.	INTRODUÇÃO.....	1
2.	CONCEITOS E DEFINIÇÕES BÁSICAS	6
	2.1. Potência instantânea.....	6
	2.2. Fluxo de potência.....	7
	2.3. Intensidade estrutural.....	11
	2.4. Balanço de potências.....	12
3.	FLUXO DE POTÊNCIA AO LONGO DE COMPONENTES ESTRUTURAIIS.....	16
	3.1. Fluxo de potência propagado por ondas longitudinais.....	16
	3.1.1. Equações de movimento.....	17
	3.1.2. Fluxo de potência.....	19
	3.1.3. Fluxo de potência ao longo de uma barra livre-livre.....	23
	3.2. Fluxo de potência propagado por ondas de flexão.....	31
	3.2.1. Equações de movimento.....	32
	3.2.2. Fluxo de potência ao longo de uma viga.....	39
	3.2.3. Fluxo de potência em campo distante.....	40
	3.2.4. Fluxo de potência em campo próximo.....	43
	3.2.5. Fluxo de potência em uma viga finita.....	47
	3.2.6. Análise de resultados.....	57
4.	FLUXO DE POTÊNCIA ENTRE COMPONENTES ACOPLADOS.....	60
	4.1. Fluxo de potência entre dois osciladores acoplados.....	61
	4.2. Fluxo de potência entre componentes contínuos acoplados.....	70
	4.3. Fluxo de potência transmitido entre barras acopladas.....	77

4.3.1. Análise de resultados.....	82
4.3.1.1. Duas barras acopladas.....	82
4.3.1.2. Três barras acopladas.....	93
4.4. Fluxo de potência transmitido entre vigas acopladas.....	101
4.4.1. Duas vigas acopladas em L.....	102
4.4.2. Resultados.....	106
5. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL.....	122
5.1. Equações básicas do método.....	124
5.2. Casos especiais.....	130
5.3. Expressões práticas para medição do fluxo de potência.....	134
5.4. Descrição do experimento.....	137
5.5. Análise dos resultados.....	139
5.5.1. Componente simples.....	139
5.5.2. Duas vigas acopladas.....	145
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.	149
APÊNDICE A - Escala decibel.....	153
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	154

SIMBOLOGIA

Abaixo estão relacionados os símbolos utilizados ao longo deste trabalho, sendo que os mais específicos encontram-se adequadamente descritos ao longo do trabalho.

F = força de excitação

V = velocidade de translação

M_f = torque

θ = velocidade angular

Π = potência instantânea

ϕ_{AB} = diferença de fase entre as grandezas A e B

Y_{ii} = mobilidade do i-ésimo ponto

Z_{ii} = impedância do i-ésimo ponto

ω = frequência angular

G_{AB} = densidade espectral cruzada entre as grandezas A e B

G_{AA} = densidade espectral da grandeza A

P_i = fluxo de potência

P_{IN} = potência de entrada ou fornecida

P_{ij} = potência transferida do i-ésimo ao j-ésimo componente

$Pd_j = P_d^j$ = potência dissipada no j-ésimo componente

P_T = fluxo de potência total

P_M = fluxo de potência transmitida pelo esforço flexor

P_V = fluxo de potência transmitida pelo esforço cortante

ET_j = energia total do j-ésimo componente

η_j = fator de amortecimento do j-ésimo componente

m' = massa por unidade de comprimento

E = módulo de elasticidade
 ρ = densidade do material
 B = rigidez à flexão
 $K_{L,B}$ = número de onda para ondas longitudinal e de flexão
 I = momento de inércia
 λ = comprimento de onda
 V_y = velocidade transversal na direção y
 F_y = força cisalhante na direção y
 ω_z = velocidade angular na direção z
 M_z = momento fletor na direção z
 d = distância entre os pontos do array
 H_{ij} = função resposta em frequência entre as grandezas
 dos ponto j e i

CONVENÇÕES

O símbolo \rightarrow sobre a variável indica grandeza vetorial
 O símbolo $\overline{\quad}$ sobre a variável indica grandeza complexa
 O símbolo $*$ ao lado da variável indica o complexo conjugado
 O símbolo $\text{Re}\{\}$ indica a parte real do termo entre parênteses
 O símbolo $\text{Im}\{\}$ indica a parte imaginária do termo entre parênteses
 O símbolo $\langle \rangle$ indica o valor esperado
 O símbolo $|\quad|$ indica valor absoluto
 O subscrito i indica o i -ésimo ponto de interesse
 O subscrito L indica variável relacionada à onda longitudinal
 O subscrito B indica variável relacionada à onda de flexão
 O símbolo j à frente de uma variável indica $\sqrt{-1}$

RESUMO

As vibrações geradas em pontos específicos das estruturas mais complexas são facilmente transmitidas ao longo dos componentes através dos vários tipos de ondas, gerando níveis indesejáveis de vibração e de ruído. O controle destes níveis pode ser obtido reduzindo-se o fluxo de potência transmitida aos componentes de interesse. Desta forma, o conhecimento dos mecanismos de propagação é muito útil no controle das vibrações e do ruído, bem como, é indispensável para a identificação das fontes e dos caminhos de propagação.

Este trabalho trata da formulação e dos conceitos básicos que regem a transmissão de potência ao longo de componentes estruturais, do tipo barra e viga, sujeitos respectivamente às ondas longitudinal e de flexão.

O fluxo de potência transmitido através das uniões entre componentes acoplados é obtida utilizando-se o método da mobilidade, que é análogo ao da matriz de transferência.

Para os sistemas formados por componentes acoplados são analisados os efeitos da rigidez de acoplamento, do amortecimento estrutural e da rigidez estrutural sobre as potências de entrada, a transferida e a energia vibratória total.

É apresentada uma formulação para a determinação experimental das potências de entrada, transferida, e dos fluxos de potência ao longo do componente em campo próximo e no distante, utilizando respectivamente conjuntos de dois e de quatro transdutores.

ABSTRACT

Vibrations generated in specific regions of complex structures can be easily transmitted through its components by the various kinds of waves, and frequently causing excessively high noise and vibration levels. Such levels can be controlled by reducing the power flowing into the components of interest. The precise knowledge of the energy propagation mechanisms is very useful for the noise and vibration control, and indispensable for the vibration sources identification and propagation paths.

This work presents basic concepts and theoretical formulations related to the power transmitted by longitudinal and flexural waves in bars and beam like structural components. Structural systems are here composed of simple bars connected together. Effects of coupling stiffness, structural damping and structural stiffness over the total vibratory energy and over the powers input and transmitted through the joints are analyzed.

The power flow transmitted through the joints of the coupled components is obtained by use of the mobility method, which is similar to the transfer matrix method.

The effects of coupling stiffness, structural damping and components structural stiffness upon the absorbed, transmitted power and total vibratory energy of the system are analyzed.

Basic expressions used in the experimental determination of the input and transmitted powers and of the power transmitted along a component are presented for two and four transducers arrays.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

As vibrações geradas por máquinas e equipamentos em muitas situações práticas transmitem-se estruturalmente por vários tipos de ondas. Quando atingem componentes estruturais que possuem maior densidade modal geram níveis elevados de vibrações e, conseqüentemente, ruído.

Os métodos de análise dinâmica de estruturas têm como objetivo básico a redução destes níveis, através da redução do fluxo líquido de potência vibratória entre as fontes e os componentes nos quais o controle é realizado. Assim, o entendimento dos mecanismos de propagação da potência vibratória é indispensável na análise, no diagnóstico e no controle. Através da determinação dos fluxos líquidos de potência, podem-se identificar os principais caminhos de propagação e as fontes de energia do sistema. Na análise pelas técnicas de fluxo de potência, o procedimento considera basicamente três partes: fontes de energia, caminhos de propagação e o componente de interesse, conforme mostrados na figura 1.1.

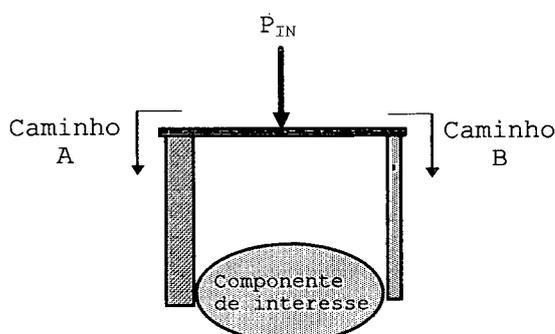


Figura 1.1 - Sistema genérico, subdividido em fonte de energia (P_{IN}), caminhos de propagação (A e B) e componente de interesse.

Desta forma podem ser avaliados os efeitos de alterações que visam o controle da resposta estrutural, como:

- Nos caminhos de propagação - através da introdução de elementos dissipativos e elásticos, e de modificações estruturais;
- Nos componentes de interesse - pela introdução de amortecimento, e de modificações estruturais;
- Na fonte de energia - através do seu isolamento ou da sua redução.

O conhecimento das técnicas de fluxo de potência, bem como dos parâmetros relacionados à sua propagação, são muito úteis no controle do ruído e das vibrações, principalmente em casos onde existem caminhos distintos de propagação.

Experimentalmente, o fluxo de potência é representado por meio da intensidade estrutural. Sua aplicação é restrita aos componentes estruturais tipo vigas e placas. Para estes tipos de componentes é possível estabelecer relações simples entre as grandezas relacionadas ao fluxo de potência com a resposta superficial. Assim o entendimento dos conceitos e mecanismos relacionados à transmissão de potência em estruturas é fundamental para a sua aplicação em casos práticos.

O fluxo de potência mecânica, considerado uma grandeza fundamental, começou a ser largamente empregada em problemas dinâmicos a partir da década de 60, com os trabalhos de Newland [26 e 27] e de Lyon [25], que analisaram o fluxo de potência entre osciladores acoplados, que mais tarde originaram o método Análise Estatística Energética (SEA).

Noiseux apresentou em 1970 [10] o primeiro trabalho sobre a determinação experimental do fluxo de potência ou intensidade estrutural em placas e vigas uniformes. Mostrou os efeitos de campo

próximo e apresentou um método para a obtenção experimental do fluxo utilizando dois acelerômetros. Entretanto, sua metodologia é válida apenas nas regiões de campo distante.

Em 1976, Pavic [3] apresentou uma formulação geral para a determinação experimental do fluxo de potência em placas e vigas no domínio do tempo. Utilizou para isto as técnicas de diferenças finitas para um array de quatro transdutores. Contudo, o processamento dos sinais foi realizado eletronicamente em equipamentos construídos especificamente para o experimento.

Verheij, em 1980 [5], obteve a partir das técnicas desenvolvidas por Noiseux e Pavic, os fluxos de potências transmitidas por ondas de torção, longitudinal e de flexão, no domínio da frequência, empregando os conceitos de densidade espectral.

Vários trabalhos teóricos foram publicados versando sobre o fluxo de potência em placas e vigas e seus respectivos acoplamentos, porém são sempre restritos aos componentes de geometria mais simples.

Este trabalho tem como objetivo básico apresentar os conceitos que regem a transmissão de potência em componentes tipo viga submetido às ondas longitudinal e de flexão, de forma que os mecanismos de propagação de potência para ondas de flexão em campo próximo e distante sejam entendidos, visando à aplicação em problemas práticos. Além disso, tem-se como objetivo avaliar os efeitos de alterações nos caminhos de propagação e nos componentes de interesse sobre as potências de entrada, transferidas e nas energias vibratórias totais dos componentes. Por último, objetiva-se apresentar a formulação para a determinação experimental do fluxo de potência ou intensidade estrutural [7], bem como alguns resultados para componentes submetidos a ondas de flexão.

A formulação dos conceitos é toda feita em termos da teoria da onda [6]. A análise realizada considera estado estacionário de vibração, sendo que o amortecimento estrutural foi assumido como histerético e constante ao longo da faixa de frequências de análise.

A análise experimental considerou apenas ondas de flexão. A formulação do método é baseada na teoria da onda, no fato de que os esforços internos podem ser obtidos em função da velocidade superficial do componente, nos conceitos de densidade espectral, nos conceitos função resposta em frequência e no método de diferenças finitas. Os resultados foram obtidos utilizando um array de quatro acelerômetros para o campo próximo, que foi reduzido a dois nas medições em campo distante.

O capítulo 2 apresenta os conceitos básicos da metodologia, baseada em sinais harmônicos, em banda larga e no domínio do tempo, e algumas definições utilizadas ao longo do trabalho.

No capítulo 3 é apresentada a formulação para a propagação do fluxo de potência por ondas longitudinais e de flexão em componentes do tipo barra e viga, isolados. São analisados os efeitos de campo próximo e distante, bem como a distribuição do fluxo de potência ao longo do componente. É realizada, também, uma análise paramétrica mostrando os efeitos de algumas alterações estruturais sobre o fluxo de potência.

No capítulo 4 são avaliados os componentes acoplados, iniciando por dois osciladores e, em seguida, para duas e três barras e, finalizando, em duas vigas unidas em L, pinadas na união. É apresentado o método da mobilidade, utilizado na determinação da resposta dos sistemas acoplados. São analisados os efeitos da rigidez do acoplamento, amortecimento estrutural e rigidez à propagação da onda sobre os modos de ressonância do sistema, bem como da potência de

entrada, transferida e das energias vibratórias totais dos componentes.

No capítulo 5 é apresentada a formulação do método para determinação experimental do fluxo de potência ou intensidade estrutural em vigas submetidas a ondas de flexão. São discutidos alguns cuidados e dificuldades encontradas na medição. São mostrados resultados para o fluxo em componentes simples e acoplados, comparados aos obtidos analiticamente. O experimento foi realizado com um sistema de análise de sinais de dois canais, sendo que as densidades espectrais entre os pontos do array foram estimadas a partir das propriedades das funções resposta em frequência [24].

Finalmente, no capítulo 6, são apresentadas e discutidas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS E DEFINIÇÕES BÁSICAS

2.1 - POTÊNCIA INSTANTÂNEA

A potência instantânea representa a taxa de trabalho realizado ou de energia fornecida para um sistema mecânico [1]. Considerando um esforço de excitação \mathbf{F} , aplicado no ponto i , que causa um deslocamento de velocidade \mathbf{V} no mesmo ponto (figura 2.1), é definida pelo produto escalar entre as quantidades instantâneas destas duas grandezas mecânicas que agem na mesma direção.

$$\Pi(t)_i \equiv \vec{F}(t)_i \cdot \vec{V}(t)_i \quad (2.1)$$



Figura 2.1 - Sistema mecânico genérico.

Caso a excitação seja dada por um torque e a resposta em função da velocidade angular, a potência instantânea é, então, dada por:

$$\Pi(t)_i \equiv \vec{M}f(t)_i \cdot \vec{\theta}(t)_i \quad (2.2)$$

na qual

$\Pi(t)_i$ - Potência instantânea fornecida ao ponto i

$F(t)_i$ - Força de excitação aplicada no ponto i

$V(t)_i$ - Velocidade no ponto i

$M_f(t)_i$ - Torque aplicado no ponto i

$\theta(t)_i$ - Velocidade angular no ponto i

\rightarrow - Grandeza vetorial

2.2 - FLUXO DE POTÊNCIA

Em sistemas dinâmicos a potência média, P_i , tem maior importância do que a potência instantânea [1], sendo definida como a média temporal dos valores instantâneos da potência, e denominada de fluxo de potência.

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{F}(t)_i \cdot \vec{V}(t)_i dt \quad (2.3)$$

O comportamento dinâmico de sistemas mecânicos lineares, em estado estacionário, pode ser representado por funções harmônicas. Estritamente falando, funções harmônicas possuem duração infinita. Fisicamente são válidas no intervalo de tempo onde a resposta do sistema possa ser considerada como estacionária. Tal comportamento se dá quando a energia total (somatório entre energia cinética e potencial) que aumenta de zero no instante inicial, atinge um valor invariante no tempo.

Para que o sistema seja mantido em estado estacionário a potência que é dissipada deve ser fornecida pelos esforços de excitação. No estado transiente, este balanço de potência não é válido, visto que a potência dissipada é menor do que a fornecida, sendo que o excedente de energia irá aumentar as energias cinética e

potencial até que, mantida a excitação constante, o equilíbrio seja atingido.

Considerando um esforço de excitação harmônico o fluxo de potência pode ser dado por:

$$P_i = \frac{1}{2} F_i V_i \cos \phi_{FV} \quad (2.4)$$

ou, em notação complexa,

$$P_i = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{F}_i \bar{V}_i^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{F}_i^* \bar{V}_i\} \quad (2.5)$$

O fluxo de potência pode ser obtido também em função da mobilidade ou da impedância estrutural.

$$P_i = \frac{1}{2} |F_i|^2 \operatorname{Re}\{Y_{ii}\} = \frac{1}{2} |V_i|^2 \operatorname{Re}\{Z_{ii}\} \quad (2.6)$$

O caso mais geral consiste em considerar uma excitação aleatória, sendo que o fluxo de potência é obtido a partir da função densidade espectral cruzada entre a força e a velocidade [2,3,4],

$$\overline{P_i(f)} = \overline{G_{FV}(f)} \quad (2.7)$$

Esta expressão pode ser rescrita no domínio da frequência como o produto entre força e velocidade,

$$\overline{P_i(f)} = \langle \bar{F}_i^*(f) \bar{V}_i(f) \rangle_e \quad (2.8)$$

O fluxo de potência é dado pela parte real das expressões (2.7) e (2.8), denominado também de potência ativa, que está relacionado à dissipação de potência no sistema (ver equação (2.9)). A parte imaginária representa a potência reativa, que não será abordada neste trabalho:

$$P_i(f) = \text{Re} \left\{ \left\langle \overline{F}_i^*(f) \overline{V}_i(f) \right\rangle_e \right\} = \text{Re} \left\{ \overline{G_{FV}}(f) \right\} \quad (2.9)$$

O fluxo de potência também pode ser obtido a partir das funções resposta em frequência e da densidade espectral do esforço de excitação, analogamente à equação (2.6):

$$P_i(f) = G_{FF}(f)_i \text{Re}\{Y_{ii}\} \quad (2.10)$$

Caso a força de excitação seja desconhecida, a equação (2.10) pode ser rescrita em função da densidade espectral da resposta no ponto de excitação, na forma :

$$P_i(f) = G_{WV}(f)_i \text{Re}\left\{ \left(\overline{Y}_{ii} \right)^{-1} \right\} = G_{WV}(f)_i \text{Re}\left\{ \overline{Z}_{ii}(f) \right\} \quad (2.11)$$

As expressões (2.7) a (2.11) fornecem a potência em Watts/Hz, sendo que os valores totais são obtidos integrando-se a potência na banda de interesse.

O fluxo de potência pode também ser determinado em função de outras grandezas mecânicas, como aceleração e deslocamento, bastando

introduzir as relações equivalentes [5] mostradas pelas equações abaixo, e na tabela 2.1.

$$\langle xy \rangle_t = \langle x(t)y(t) \rangle_t \quad (2.12)$$

$$\left\langle x \int y \right\rangle_t = \left\langle x(t) \int_0^t y(\tau) d\tau \right\rangle_t \quad (2.13)$$

Domínio do Tempo	Domínio da Frequência	
	Sinal Senoidal	Sinal de Banda Larga
$\langle xy \rangle_t = \langle yx \rangle_t$	$\frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{X}^* \bar{Y}\}$	$\int_0^\infty \operatorname{Re}\{G_{XY}(f)\} df$
$\left\langle x \int y \right\rangle_t = -\left\langle y \int x \right\rangle_t$	$\frac{1}{2\omega} \operatorname{Re}\{\bar{X}^* \bar{Y}\}$	$\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im}\{G_{XY}(f)\}}{\omega} df$
$\left\langle x \int \int y \right\rangle_t = \left\langle y \int \int x \right\rangle_t$	$-\frac{1}{2\omega^2} \operatorname{Re}\{\bar{X}^* \bar{Y}\}$	$-\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im}\{G_{XY}(f)\}}{\omega^2} df$
$\left\langle \int x \int \int y \right\rangle_t = -\left\langle \int y \int \int x \right\rangle_t$	$\frac{1}{2\omega^3} \operatorname{Re}\{\bar{X}^* \bar{Y}\}$	$\int_0^\infty \frac{\operatorname{Im}\{G_{XY}(f)\}}{\omega^3} df$

Tabela 2.1 - Equivalência de relações no domínio do tempo com o da frequência.

Sendo que :

Pi - Fluxo de potência [watts]

T - Período de oscilação [s]

|| - Módulo

ϕ_{IJ} - Diferença de fase entre as grandezas I e J

$\bar{}$ - Variável complexa

* - Complexo conjugado

Re{ } - Parte real da expressão entre chaves

Y_{ii} - Mobilidade no ponto i

Z_{ii} - Impedância no ponto i

f - frequência

G_{FV} - Densidade espectral cruzada entre as grandezas força e velocidade

G_{FF} - Densidade espectral da grandeza força

$\langle \rangle_e$ - Valor esperado sobre um conjunto de eventos e.

As equações apresentadas acima são válidas apenas para um esforço de excitação. Quando o sistema apresentar múltiplos esforços em pontos distintos as dificuldades na obtenção da potência aumentam enormemente. Mas caso o acoplamento entre os vários pontos de excitação possam ser considerados como fracos, a potência é obtida como se cada esforço de excitação atuasse sem interferir nos outros [2]. Para a utilização das outras equações devem ser conhecidas as mobilidades de transferência entre os vários pontos de excitação.

2.3 - INTENSIDADE ESTRUTURAL

A intensidade estrutural representa o fluxo de potência ou energia que atravessa uma unidade de área situada perpendicularmente

ao fluxo [6]. De forma geral pode ser obtida pelo produto entre tensão e velocidade.

$$\bar{I}S(f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{\sigma}(f)_i \bar{v}(f)_i^*\} \quad (2.14)$$

no qual;

$I S(f)_i$ - Intensidade estrutural no ponto i

$\sigma(f)_i$ - Tensão no ponto i

É uma grandeza vetorial, com componentes nas três direções ortogonais [3]. Entretanto, em estruturas típicas, considera-se que o fluxo de potência não varie ao longo da espessura, visto que não se tem acesso ao meio de propagação, e então a normalização pela área nem sempre ocorre [7]. Por exemplo, na intensidade estrutural para um campo bidimensional (como placas finas), a normalização pela área é reduzida ao comprimento transversal, ou seja, potência por unidade de largura. Para campos unidirecionais, como vigas transmitindo ondas longitudinais, não é necessária a normalização, visto que o fluxo de potência já representa a intensidade estrutural, pois todos os pontos da seção transversal possuem as mesmas velocidades.

2.4 - BALANÇO DE POTÊNCIAS

Um sistema dinâmico composto por vários componentes acoplados pode ser representado em função das potências de entrada, transferida e dissipada em cada componente. Considerando que o acoplamento é conservativo e que o estado seja estacionário, tem-se:

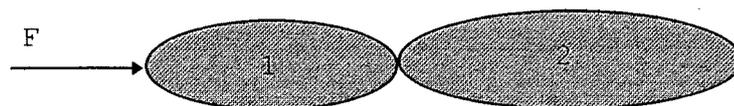


Figura 2.2 - Sistema formado por dois componentes acoplados.

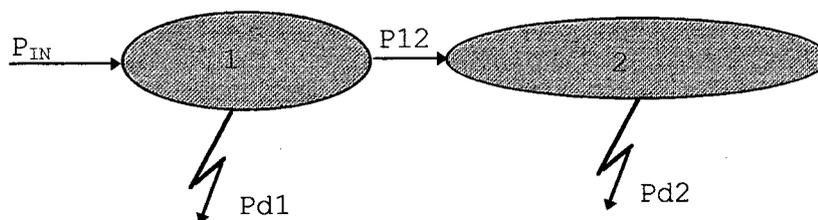


Figura 2.3 - Sistema representado em função dos fluxos de potência.

Fazendo-se um balanço de potências para cada componente conclui-se que a potência de entrada, ou fornecida, é igual à dissipada nos componentes do sistema, e a potência transferida é igual à potência dissipada no(s) componente(s) à frente do acoplamento, conforme mostrado nas equações (2.15) a (2.16).

Balanço de potências para o componente 1:

$$P_{IN} - P_{12} - P_{d1} = 0 \quad (2.15)$$

Balanço de potências para o componente 2:

$$P_{12} - P_{d2} = 0 \quad (2.16)$$

As energias vibratórias totais de cada componente podem ser escritas em função das potências de entrada e transferida, considerando-se que a potência dissipada é diretamente proporcional à frequência angular, ao fator de amortecimento e à energia vibratória total [4], dadas de forma genérica por:

$$P_{d_i} = \omega \eta_i E_i \quad (2.17)$$

$$E_j = \frac{P_{ij}}{\omega \eta_j} \quad (2.18)$$

$$E_i = \frac{P_{in} - P_{ij}}{\omega \eta_i} \quad (2.19)$$

Assim, conhecidas as potências de entrada e transferidas podem ser estimadas as energias vibratórias totais de cada componente, definida por:

$$E_i = m_i \langle V_{rms}^2 \rangle_x \quad (2.20)$$

sendo

P_{IN} - Potência de entrada ou fornecida

P_{I2} - Potência transferida

P_{ij} - Potência transferida do componente i ao j

P_{di} - Potência dissipada no componente i

E_i - Energia vibratória total do componente i

η - Fator de perda ou amortecimento

ω - Frequência angular

V_{rms} - Velocidade média rms

$\langle \rangle_x$ - Média espacial

$\langle \rangle_t$ - Média temporal

m_i - Massa total do componente i

CAPÍTULO 3

FLUXO DE POTÊNCIA AO LONGO DE COMPONENTES ESTRUTURAIS

A potência vibratória é transmitida em meios contínuos através dos esforços internos e dissipada ao longo do componente sob a forma de calor. A análise do fluxo de potência ao longo de componentes simples é de suma importância, já que mesmo quando acoplados a outros componentes o fluxo poderá ser estimado experimentalmente através de medições da resposta estrutural em um dos componentes do sistema.

O entendimento dos mecanismos de propagação é muito útil quando o objetivo é reduzir a resposta estrutural, principalmente nos casos em que a irradiação de ruído é parte integrante do problema.

3.1 - FLUXO DE POTÊNCIA PROPAGADO POR ONDAS LONGITUDINAIS

Neste tipo de onda a direção de deslocamento das seções transversais coincide com a direção de propagação da onda. Ocorrem em estruturas nas quais as dimensões da seção transversal são bem menores do que o comprimento, e assim o efeito de Poisson pode ser desprezado [6]. Apesar de apresentar menor densidade modal que as ondas de flexão, são importantes na transmissão de potência em estruturas de grande porte (grandes dimensões) ou quando acopladas a outros tipos de ondas, como de flexão, por exemplo. Especificamente neste trabalho representam as ondas cuja propagação é modelada em função de equações diferenciais de segunda ordem.

Como o principal objetivo deste trabalho consiste no estudo da potência transmitida e propagada, foi escolhida a velocidade como a grandeza física para descrever o movimento causado pela passagem da

perturbação no estado de tensão, visto que a potência mecânica é diretamente proporcional à velocidade e devido aos conceitos de mobilidade utilizados nos próximos capítulos.

3.1.1 - Equações de movimento

A velocidade de cada seção perpendicular ao eixo longitudinal de propagação da onda é dada pela equação diferencial de segunda ordem, em relação às grandezas tempo e posição, conforme equação (3.1), sendo que foram assumidas as seguintes considerações:

- V_L é a velocidade de deslocamento para a posição x
- o efeito Poisson pode ser desprezado
- o movimento é linear
- a lei de Hooke é obedecida
- o material é homogêneo e isotrópico
- a seção transversal é constante

O único mecanismo de dissipação é o amortecimento interno do material, sendo que as energias perdidas por irradiação acústica foram desprezadas. A equação de movimento é dada pela equação :

$$E S \frac{\partial^2 V_L(x, t)}{\partial x^2} - m' \frac{\partial^2 V_L(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3.1)$$

na qual,

E - módulo de elasticidade;

S - área da seção transversal;

V_L - amplitude da velocidade axial da seção transversal;
 m' - massa por unidade de comprimento.

Para ondas monocromáticas a equação (3.1) pode ser rescrita em função do número de onda longitudinal, K_L , e da transformada de Fourier da velocidade,

$$\frac{\partial^2 \overline{V_L(x, f)}}{\partial x^2} + \overline{K_L}^2 \overline{V_L(x, f)} = 0 \quad (3.2)$$

cuja solução, obtida pelo método da separação de variáveis, pode ser expressa através das formas apresentadas nas equações (3.3) e (3.4),

$$\overline{V_L(x, f)} = \overline{A1(f)} e^{-j\overline{K_L}x} + \overline{A2(f)} e^{j\overline{K_L}x} \quad (3.3)$$

$$\overline{V_L(x, f)} = \overline{A3(f)} \sin \overline{K_L}x + \overline{A4(f)} \cos \overline{K_L}x \quad (3.4)$$

nas quais, $\overline{\quad}$ representa variável complexa; $A1$, $A2$, $A3$ e $A4$ são as constantes a serem determinadas a partir das condições de contorno, e K_L , o número de onda longitudinal.

O mecanismo de dissipação de energia foi considerado como histerético. Assim, o fator de perda é introduzido através do módulo complexo de elasticidade,

$$\overline{E} = E(1 + j\eta) \quad (3.5)$$

e, são definidos a velocidade de propagação da onda ($\overline{C_L}$) e o número de onda ($\overline{K_L}$) complexos, conforme mostrado a seguir:

$$\bar{c}_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \cong c_L \left(1 + j \frac{\eta}{2}\right) \quad (3.6)$$

$$\bar{K}_L = \frac{2\pi f}{\bar{c}_L} \cong K_L \left(1 - j \frac{\eta}{2}\right) \quad (3.7)$$

As expressões aproximadas acima são obtidas expandindo-se a raiz quadrada da expressão complexa através de séries de potência e considerando apenas os termos de ordem de grandeza até η .

Os termos $e^{-j\bar{K}_L X}$ e $e^{j\bar{K}_L X}$ representam, respectivamente, as ondas que se propagam nas direções positiva e negativa do eixo longitudinal. Em componentes finitos, a superposição destes termos, inclusive os causados pelas reflexões ocorridas nas descontinuidades do meio de propagação, geram as ondas estacionárias.

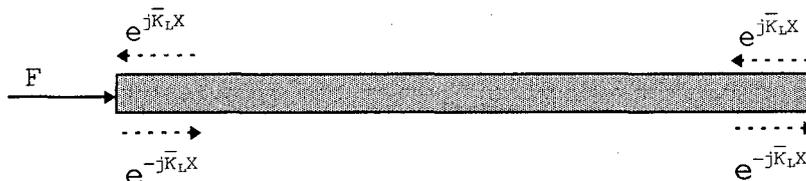


Figura 3.1 - Propagação das ondas longitudinais.

3.1.2 - Fluxo de potência

A potência é transmitida ao longo do componente pelas tensões axiais internas, ou pelo esforço axial resultante, gerados pelas perturbações no campo de propagação da onda. O esforço axial é diretamente proporcional à velocidade (derivada da deslocamento axial no domínio do tempo), conforme mostrado nas equações abaixo:

$$\frac{\partial \sigma_x(x, t)}{\partial t} = -E \frac{\partial v_L(x, t)}{\partial x} \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial F(x, t)}{\partial t} = -E S \frac{\partial v_L(x, t)}{\partial x} \quad (3.9)$$

Ou, no domínio da frequência,

$$\overline{\sigma_x(x, f)} = j \frac{\bar{E}}{\omega} \frac{\partial \overline{v_L(x, f)}}{\partial x} \quad (3.10)$$

$$\overline{F(x, f)} = j \frac{\bar{E} S}{\omega} \frac{\partial \overline{v_L(x, f)}}{\partial x} \quad (3.11)$$

O fluxo líquido de potência que atravessa uma seção transversal da barra, pode ser determinado substituindo as expressões (3.10) e (3.3) na equação (2.5), e representa a energia dissipada na região posterior à seção de análise:

$$P_L(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{F(x, f)} \overline{v_L(x, f)}^* \right\} \quad (3.12)$$

Considerando uma barra excitada por uma força (F) em uma das extremidades, conforme mostrado na figura 3.1, o fluxo de potência no ponto de aplicação da força é igual à potência fornecida ou de entrada. A medida em que se aproxima da outra extremidade, o fluxo de potência diminui até zero, quando X é igual a L. Isto obedece às condições físicas que o balanço de potência deve obedecer em cada seção da barra.

Nas seções próximas do ponto de aplicação da força o fluxo líquido de potência (potência transmitida) tende ao valor da potência de entrada, isto é, ao da potência fornecida à barra, a qual assume-se que tenha um fator de amortecimento estrutural (η) uniformemente distribuído.

Nas proximidades da outra extremidade a potência transmitida tende a zero, porque a potência absorvida pela barra já foi quase totalmente dissipada na região anterior à seção analisada. Isto pode ser corroborado fazendo um balanço de potências sobre o componente mostrado na figura 3.2, o qual indica mais uma vez que a potência de entrada ou fornecida (P_{IN}) é igual a potência total dissipada, conforme também indicado na figura 3.3.

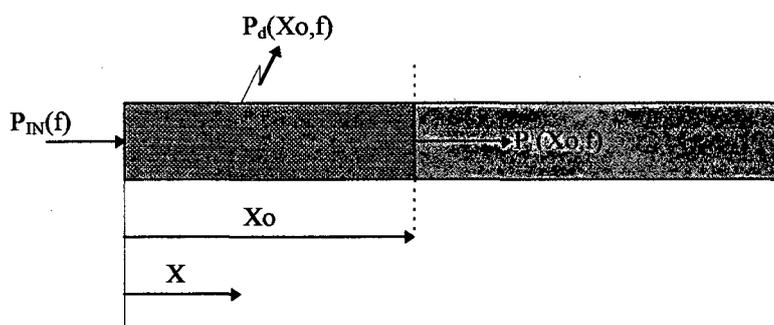


Figura 3.2 - Fluxos de potência na barra excitada por uma força F em $X=0$.

A figura 3.2 acima indica que, em uma seção transversal qualquer (X_0), o balanço de potência deve ser obedecido:

$$P_{IN} = P_d(x_0, f) + P_L(x_0, f) \quad (3.13)$$

na qual, $P_d(X_0, f)$ representa a potência dissipada pela barra no trecho até X_0 , e $P_L(X_0, f)$ representa o fluxo transmitido através da seção X_0 .

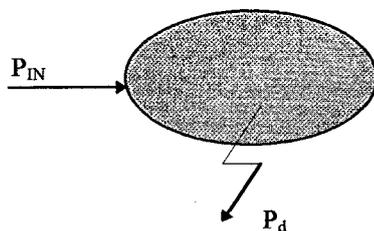


Figura 3.3 - Fluxos de Potências em um componente genérico.

Fazendo um balanço de potências para todo componente genérico (figura 3.3), obtém-se:

$$P_{IN}(f) = P_d(f) \quad (3.14)$$

Como P_d é proporcional à energia vibratória total do componente, dada pela expressão (2.17), conclui-se que:

$$P_{IN}(f) = \omega \eta E_T(f) \quad (3.15)$$

No capítulo 4 serão analisados os fluxos de potência através de componentes acoplados, unidos em pontos específicos. Nas uniões, o fluxo de potência representa o que está sendo transmitido para o outro componente, sendo denominado de potência transmitida ou transferida, P_{12} , nos quais

η - Fator de amortecimento

σ_x - Tensão axial

P_L - Fluxo de potência transmitida por ondas longitudinais

P_d - Potência dissipada

P_{IN} - Potência de entrada ou fornecida

E_T - Energia vibratória total

$Re\{\}$ - Parcela real da expressão entre chaves

ρ - densidade do material [kg/m^3]

b - largura da barra [m]

h - espessura da barra [m]

3.1.3 - Fluxo de Potência ao longo de uma barra livre-livre

Este item detalha os parâmetros relacionados ao fluxo de potência em uma barra livre-livre, excitada na extremidade, em $X = 0$, por uma força harmônica, F , conforme mostrada na figura 3.4, e tendo as seguintes características:

$$E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\rho = 7860 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$L = 5,2 \text{ m}$$

$$b = 0,06 \text{ m}$$

$$h = 0,01 \text{ m}$$

$$\eta = 0,01$$

A análise foi realizada na faixa de 250 Hz a 5 kHz, dividida em 1000 pontos espectrais, com espaçamento de 1/12 de oitava a partir da frequência inicial.

A força, F , de magnitude constante, 1 N, teve a frequência variada, varrendo a faixa de interesse (250 Hz a 5000 Hz).

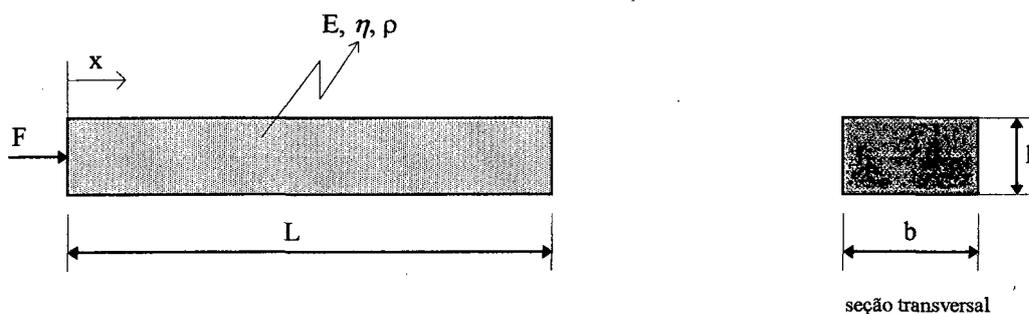


Figura 3.4 - Barra livre-livre excitada em $X=0$.

As constantes da equação (3.4) foram obtidas considerando-se as condições de contorno nas extremidades ($F(x=0)=1$ N e $F(x=L)=0$) aplicadas na equação (3.11).

Para a determinação da energia total pela equação (2.20), bem como das grandezas analisadas ao longo do comprimento da barra, esta teve sua dimensão longitudinal dividida em 41 pontos igualmente espaçados.

A figura 3.5 mostra os espectros das potências de entrada e dissipadas obtidas respectivamente pelas equações (3.12) e (2.17). Nesta figura observa-se que a potência fornecida é igual a dissipada, conforme a equação (3.14).

Nas figuras 3.6 e 3.7 estão mostrados, respectivamente, os espectros do nível de velocidade e da fase entre força e velocidade, em $X=0$. Como a força de excitação é unitária, o espectro da velocidade representa a mobilidade no ponto de excitação.

Como esperado, os maiores níveis de potência fornecida coincidem com as frequências de ressonância. Isto ocorre porque nestas frequências a resposta do sistema é basicamente resistiva, dependendo apenas dos mecanismos de dissipação. Fisicamente, força e velocidade estão em fase, facilitando o fornecimento de energia ao sistema, conforme mostrado na figura 3.7. Sabe-se também que é nas ressonâncias

em que os sistemas dinâmicos apresentam maior capacidade de absorver energia, sendo que a resposta é inversamente proporcional ao amortecimento estrutural.

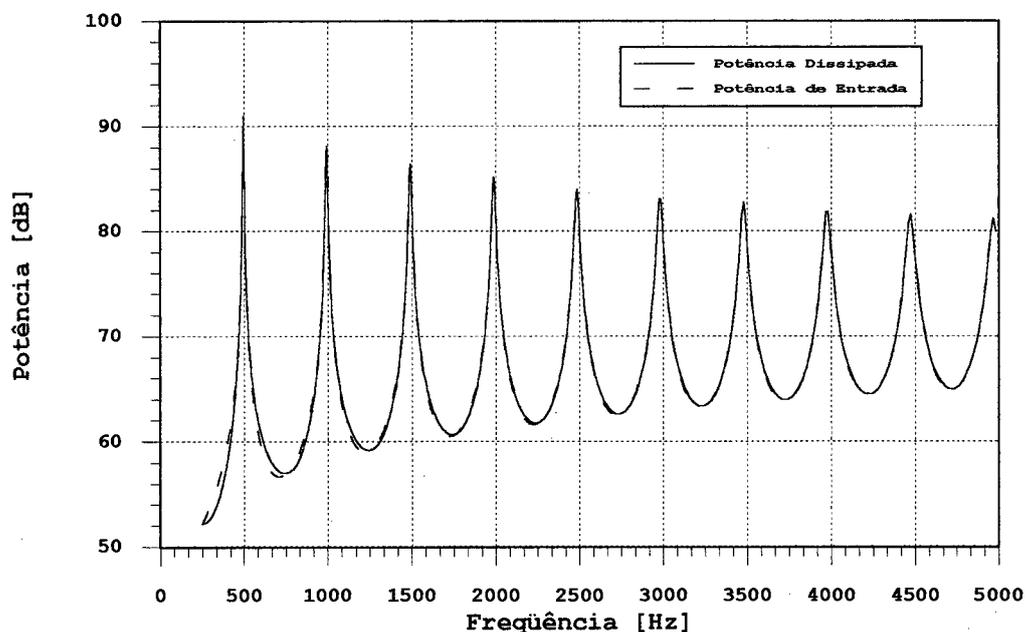


Figura 3.5 - Comparação entre as potências fornecida (ou de entrada) e dissipada.

O fluxo de potência ao longo da barra, normalizado pela potência de entrada, para três modos distintos, é mostrado na figura 3.8.

As regiões que apresentam maior taxa de variação do fluxo de potência, representam as regiões físicas do modo que mais dissipam energia, pois devido ao modelo de dissipação considerado, através da equação (3.9), o fator de amortecimento é multiplicado pela deformação. Portanto, as regiões que apresentam os maiores níveis de deformação e, conseqüentemente, de tensão interna (ou esforço axial interno), são as regiões de maior dissipação, conforme mostrado na figura 3.9.

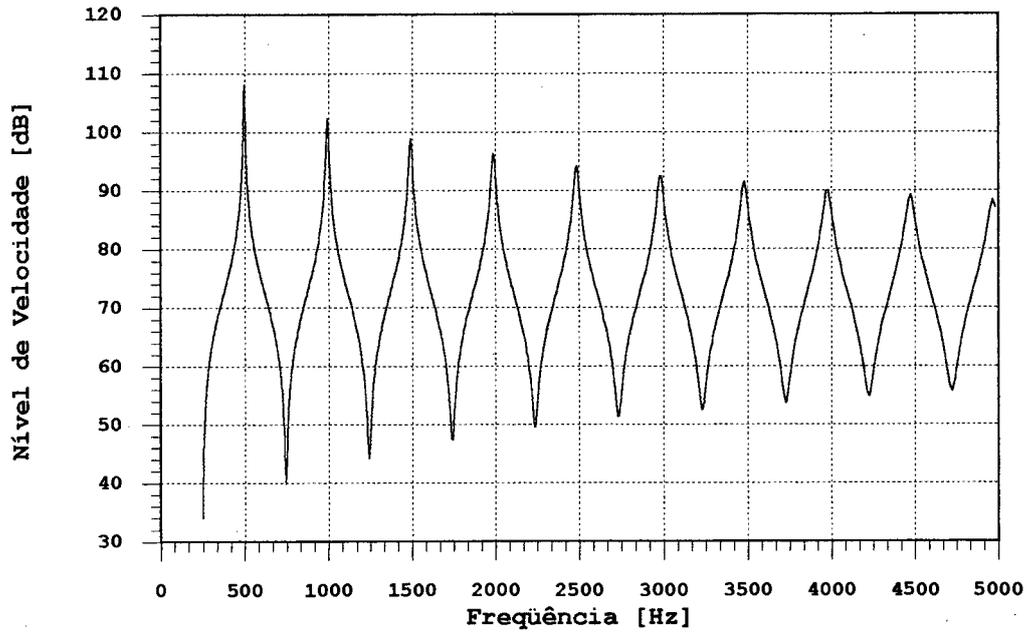


Figura 3.6 - Espectro do nível de velocidade para a posição $x=0$.

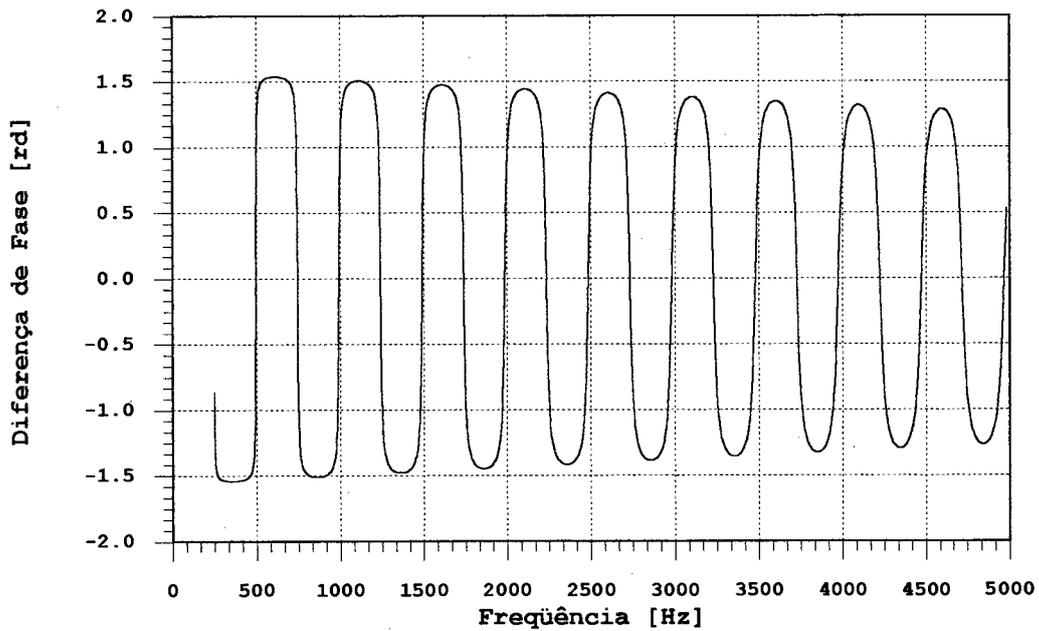


Figura 3.7 - Espectro da diferença de fase entre força e velocidade para a posição $x=0$.

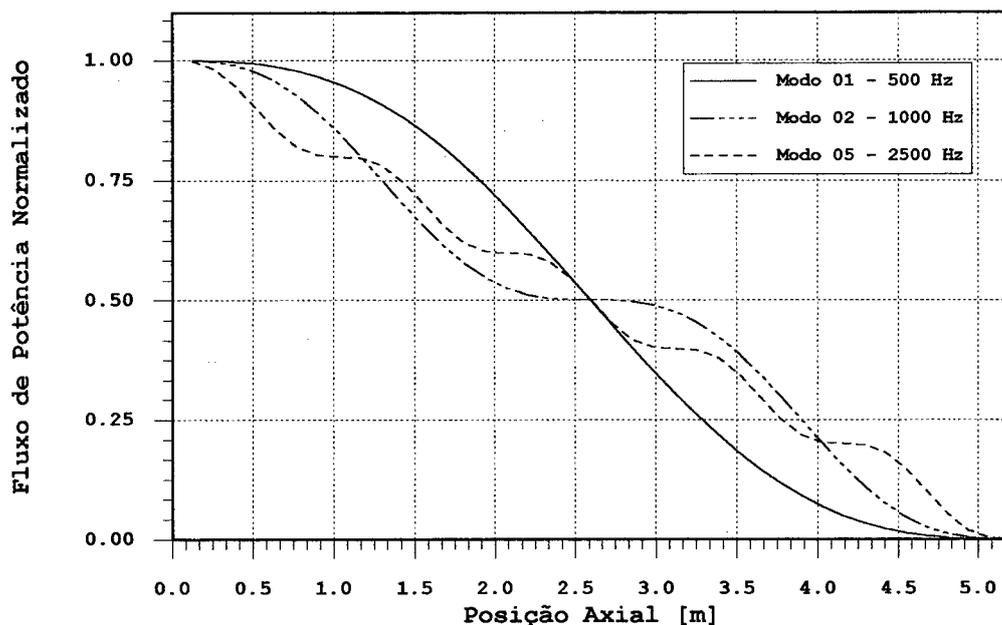


Figura 3.8 - Fluxo de Potência ao longo do eixo axial.

Igualmente, estas regiões podem ser identificadas como as de maiores taxas de variação nas curvas de distribuição de velocidade dos modos, conforme mostrado na figura 3.10.

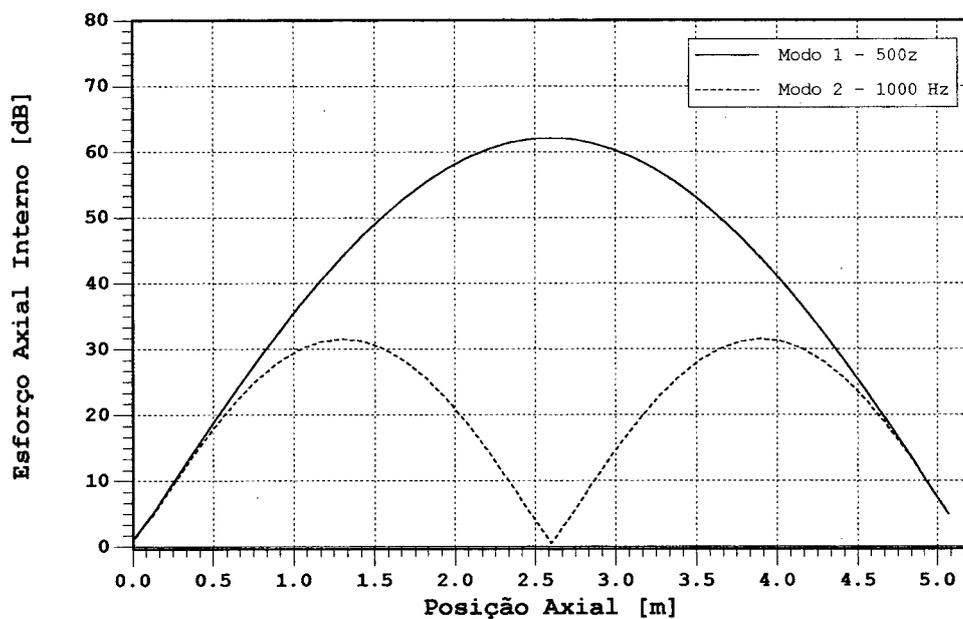


Figura 3.9 - Módulo do esforço axial interno para os primeiro e segundo modos.

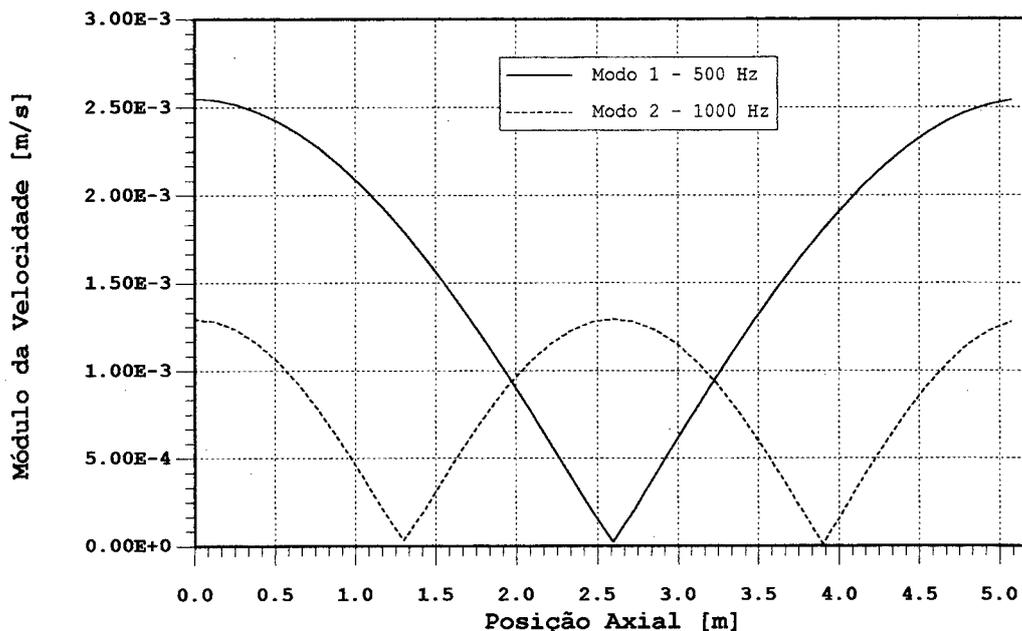


Figura 3.10 -Distribuição da velocidade ao longo da barra para o primeiro e segundo modos.

Foram também analisados os efeitos do amortecimento e da área da seção transversal sobre o fluxo de potência e sobre a energia total do componente.

Com o aumento do fator de amortecimento estrutural, observa-se uma redução na potência fornecida aos modos. No entanto, a potência total permanece inalterada, já que uma maior quantidade de potência é fornecida às regiões intermediárias das ressonâncias, conforme mostrado na figura 3.11. Isto indica que, se mantida a excitação constante, o sistema tem a mesma capacidade em dissipar energia, ou seja, com o aumento do amortecimento o limite de dissipação é alcançado para amplitudes de deformação menores. O que pode ser observado pelo espectro de energia total mostrado na figura 3.12, no qual os níveis de energia total diminuem com o aumento do amortecimento; o mesmo ocorre com a energia total integrada ao longo da faixa de frequências de análise, já que é fortemente dependente dos níveis das ressonâncias.

O aumento da área da seção transversal contribuí para a redução tanto da potência fornecida ao sistema , quanto da sua energia total, visto que proporciona um aumento da rigidez estrutural (redução da mobilidade) o que causa uma redução das tensões internas, e das deformações. Diminui assim, a velocidade e a potência dissipada, conforme mostrado na figura 3.13.

Considerando uma seção quadrada, com área $H \times H$, a velocidade e as tensões internas são inversamente proporcionais a H , e assim a potência fornecida é inversamente proporcional à área da seção. O mesmo raciocínio é válido para a energia total mostrada na figura 3.14.

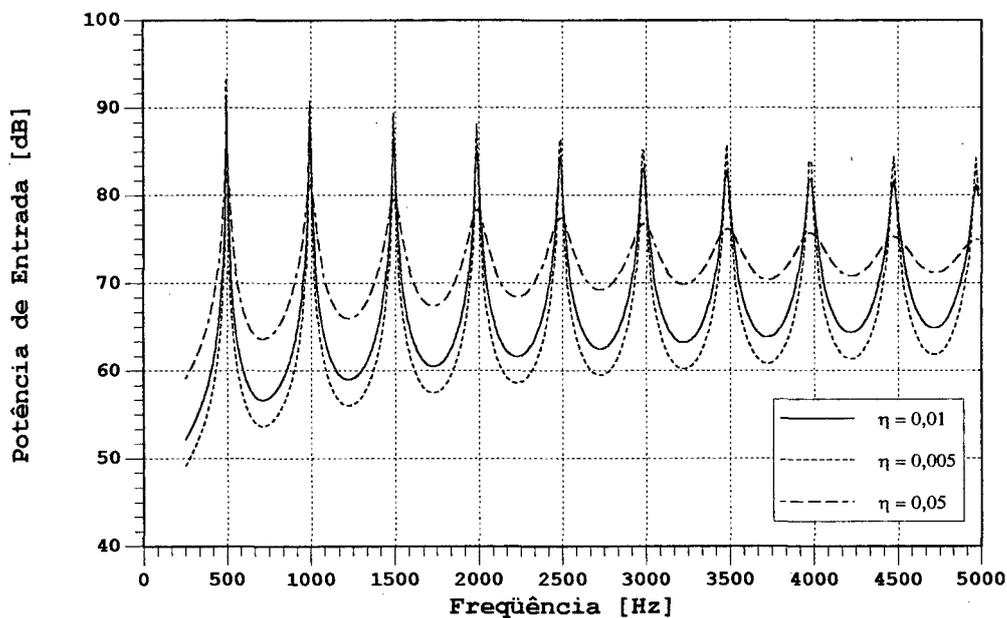


Figura 3.11 - Espectro da potência de entrada para η igual a 0,005, 0,01 e 0,05.

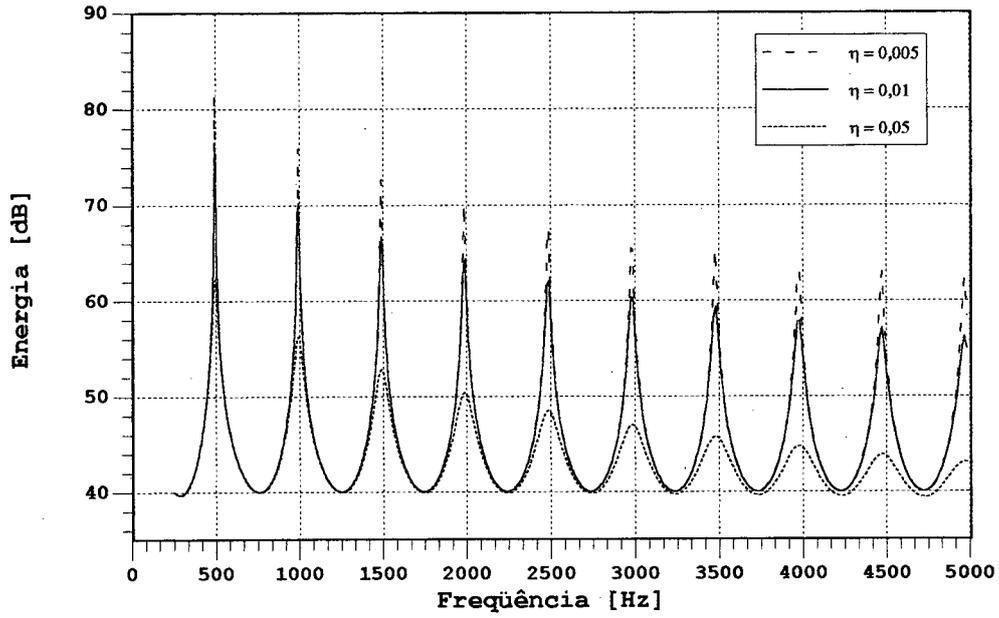


Figura 3.12 - Espectro da energia total para η igual a 0,005, 0,01 e 0,05.

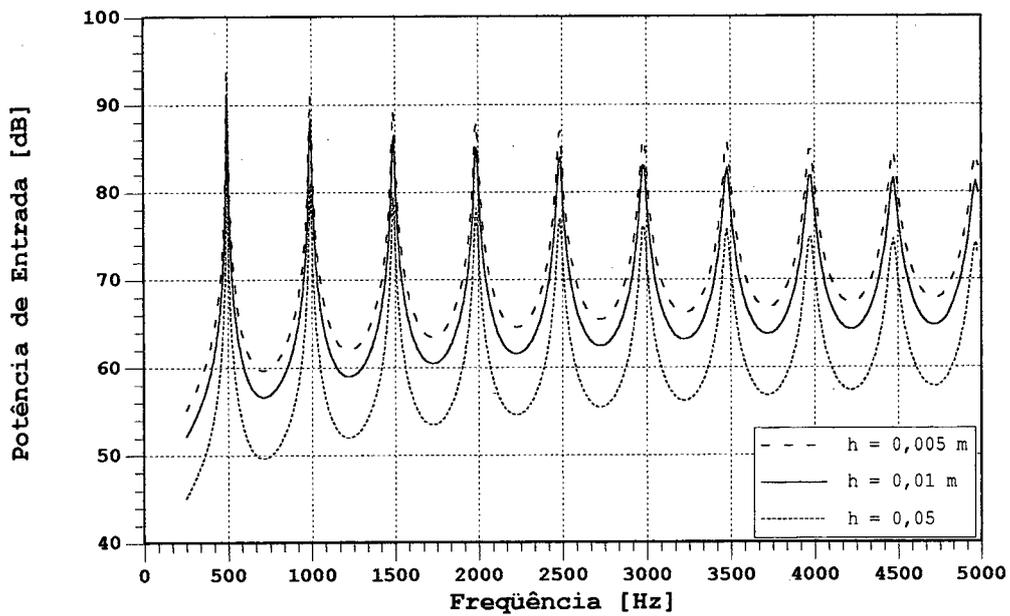


Figura 3.13 - Potência de entrada para as espessuras de 0,005, 0,01 e 0,05 m.

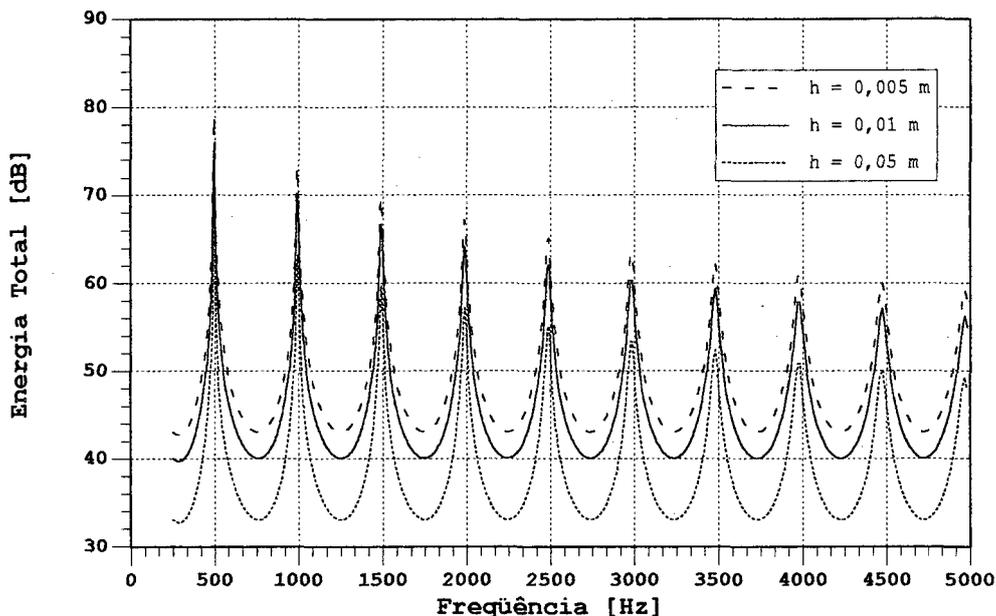


Figura 3.14 - Energia total para as espessuras de 0,005, 0,01 e 0,05 m.

3.2 - FLUXO DE POTÊNCIA PROPAGADO POR ONDAS DE FLEXÃO

As ondas de flexão são, dentre as transmitidas em sólidos, as mais importantes por gerarem deflexões na direção transversal à direção de propagação da potência vibratória, e por serem responsáveis pela maior parte da irradiação de ruído por estruturas. Além disto, estruturas vibrando sob este tipo de onda possuem considerável densidade modal, o que facilita a irradiação nas suas ressonâncias, aumentando ainda mais sua importância quando o objetivo final consiste em reduzir o ruído irradiado.

O presente item aborda apenas a propagação de ondas de flexão em vigas cujas dimensões da seção transversal são bem menores que o menor comprimento de onda analisado. Desta forma podem ser desprezados os efeitos de inércia de rotação e as deformações por cisalhamento (vigas Euler-Bernoulli).

3.2.1 - Equações de Movimento

A dinâmica do movimento para ondas de flexão que se propagam na direção axial de uma viga está relacionada a um conjunto de quatro variáveis: velocidade transversal (V_y); velocidade angular na direção Z , perpendicular ao eixo axial (W_z); momento flexor (M_z), que atua sobre a seção transversal, também na direção Z ; e o esforço cortante (F_y) transmitido através da seção.

As figuras 3.15 e 3.16 mostram o sistema de eixos usados para representar a viga e os esforços que atuam em um elemento infinitesimal [6].

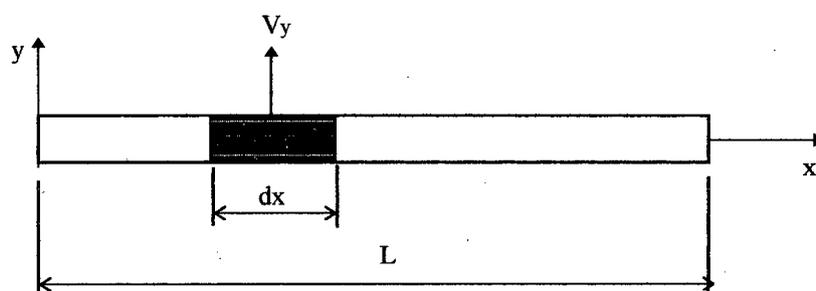


Figura 3.15 - Representação do movimento transversal do elemento dx de uma viga.

Na formulação da equação de movimento da viga foram assumidas as seguintes considerações:

- os efeitos de inércia rotatória e deformações por cisalhamento podem ser desprezados;
- a área da seção transversal é constante e retangular;
- o produto EI é constante ao longo da viga;
- a viga tem seção simétrica em relação ao seu eixo neutro;

- o material é homogêneo e isotrópico;
- o comportamento do sistema é linear;
- as deformações são muito pequenas em relação às dimensões da viga;
- o amortecimento é do tipo histerético e considerado uniformemente distribuído ao longo de todo o volume da viga.

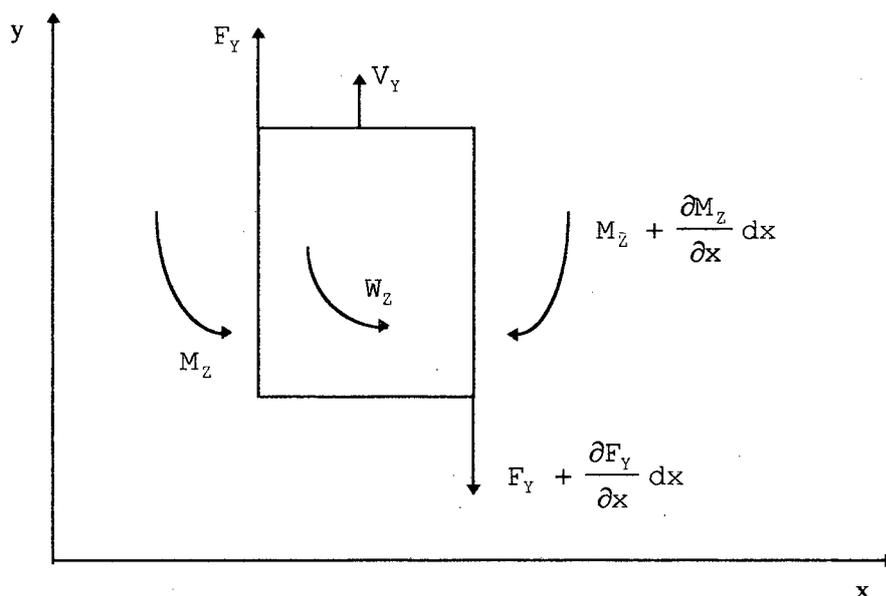


Figura 3.16 - Representação do campo de variáveis que atuam sobre o elemento de viga dx .

As variáveis acima citadas estão relacionadas com a velocidade transversal através das seguintes equações diferenciais:

$$W_z = \frac{\partial V_Y}{\partial x} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial t} = -B \frac{\partial^2 V_Y}{\partial x^2} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial F_Y}{\partial t} = B \frac{\partial^3 V_Y}{\partial x^3} \quad (3.18)$$

A constante B é denominada de rigidez à flexão, sendo dada pelo produto entre o módulo de elasticidade (E) e o momento de inércia (I):

$$B = E I \quad (3.19)$$

sendo que para uma viga de seção retangular:

$$I = \frac{b h^3}{12} \quad (3.20)$$

O movimento transversal é representado através da equação diferencial de quarta ordem (equação 3.21):

$$-B \frac{\partial^4 V_Y(x, t)}{\partial x^4} = m' \frac{\partial^2 V_Y(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.21)$$

cuja solução, que pode ser obtida por separação de variáveis, é normalmente expressa na forma:

$$V_Y(x, t) = (\bar{C}_1 e^{-jKx} + \bar{C}_2 e^{-Kx} + \bar{C}_3 e^{jKx} + \bar{C}_4 e^{Kx}) e^{j\omega t} \quad (3.22)$$

As equações (3.16) a (3.22) podem ser rescritas no domínio da frequência [4, 6]:

$$\overline{W}_z(x, f) = \frac{\partial \overline{V}_Y(x, f)}{\partial x} \quad (3.23)$$

$$\overline{M}_z(x, f) = \frac{j\overline{B}}{\omega} \frac{\partial^2 \overline{V}_Y(x, f)}{\partial x^2} \quad (3.24)$$

$$\overline{F}_Y(x, f) = -\frac{\partial \overline{M}_z(x, f)}{\partial x} = \frac{-j\overline{B}}{\omega} \frac{\partial^3 \overline{V}_Y(x, f)}{\partial x^3} \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial^4 \overline{V}_Y(x, f)}{\partial x^4} - \overline{K}_B \overline{V}_Y(x, f) = 0 \quad (3.26)$$

De forma análoga à realizada para as ondas longitudinais, o amortecimento é considerado através do módulo complexo de elasticidade. Assim, a velocidade de propagação da onda de flexão \overline{C}_B , também chamada de velocidade de fase, e o número de onda de flexão \overline{K}_B , são dados por:

$$\overline{C}_B = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 \overline{E} I}{m'}} \quad (3.27)$$

$$\overline{K}_B = \frac{\omega}{\overline{C}_B} = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m'}{\overline{E} I}} \quad (3.28)$$

ou expandindo em série de potência, considerando apenas os termos da ordem de grandeza de η , tem-se.

$$\overline{C}_B \cong C_B \left(1 + j \frac{\eta}{4}\right) \cong \sqrt[4]{\frac{\omega^2 B}{m'}} \left(1 + j \frac{\eta}{4}\right) \quad (3.29)$$

$$\overline{K_B} \cong K_B \left(1 - j \frac{\eta}{4}\right) \cong \sqrt[4]{\frac{\omega^2 m'}{B}} \left(1 - j \frac{\eta}{4}\right) \quad (3.30)$$

A solução da equação (3.26) é análoga à equação (3.22), sendo, no entanto, representada no domínio da frequência:

$$\overline{V_Y(x, f)} = \overline{D1(f)} e^{-j\overline{K_B}x} + \overline{D2(f)} e^{-\overline{K_B}x} + \overline{D3(f)} e^{j\overline{K_B}x} + \overline{D4(f)} e^{\overline{K_B}x} \quad (3.31)$$

As constantes $\overline{D1(f)}$, $\overline{D2(f)}$, $\overline{D3(f)}$ e $\overline{D4(f)}$ são determinadas a partir das condições de contorno, resumidas na tabela 3.1. As variáveis indicadas nas equações acima representam:

V_Y - Velocidade transversal

F_Y - Força de cisalhamento

M_2 - Momento flexor

ω_2 - Velocidade angular

B - Rigidez à flexão

I - Momento de Inércia

$\overline{K_B}$ - Número de onda de flexão

$\overline{C_B}$ - Velocidade de fase

m' - Massa por unidade de comprimento

— - Representa variável complexa

λ - Comprimento de onda

A solução geral, equação (3.31), é composta por quatro termos, envolvendo quatro variáveis, as quais são obtidas através de duas condições independentes de contorno para cada uma das extremidades da viga.

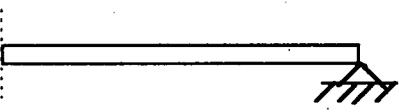
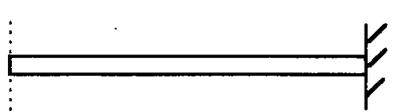
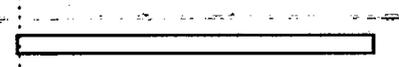
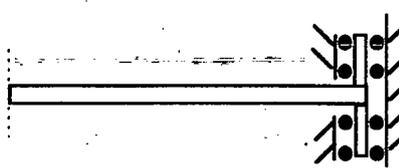
	$M_z = 0$	$W_z = 0$
$V_y = 0$		
$F_y = 0$		

Tabela 1 - Representação das condições de contorno no extremo direito da viga.

Os termos $e^{-j\bar{k}_B x}$ e $e^{j\bar{k}_B x}$ representam as ondas que se propagam nas direções positiva e negativa, respectivamente, do eixo longitudinal. Enquanto que $e^{-\bar{k}_B x}$ e $e^{\bar{k}_B x}$ representam os efeitos de campo próximo, que ocorrem próximo às descontinuidades e dos pontos de aplicação de esforços externos, nas direções positiva e negativa, respectivamente, do eixo de propagação. Os termos de campo próximo são exponenciais decrescentes, desaparecendo a pequenas distâncias das descontinuidades. Por exemplo, seja uma onda que se propaga desde $X < 0$, $\overline{D1(f)} e^{-j\bar{k}_B x}$, ao encontrar uma descontinuidade em $X=0$ (extremidade) dará origem a uma onda refletida, $\overline{D3(f)} e^{j\bar{k}_B x}$ e aos efeitos de campo próximo, $\overline{D2(f)} e^{-\bar{k}_B x}$, e $\overline{D4(f)} e^{\bar{k}_B x}$, conforme mostrado na figura 3.17.

Os termos de campo próximo não expressam a propagação de energia. Eles unem-se às parcelas da onda que realmente propagam energia ao longo da estrutura, funcionando como uma espécie de acoplamento entre os esforços de flexão e cisalhamento, de modo que obedecem às condições de contorno. Estes termos possuem mesma magnitude das parcelas que carregam a energia. Entretanto decaem

rapidamente desde sua origem (extremidades). Rescrevendo o termo de campo próximo em função do comprimento de onda (λ), observa-se que para uma distância de um comprimento de onda a partir da origem, sua amplitude reduz-se a apenas 0,19 % do valor inicial [9]. Alguns autores [4, 5, 6, 7, 9, 10, 17] consideram que estes termos possam ser desprezados para vigas de grandes comprimentos, ou quando $K_B x \gg 0$.

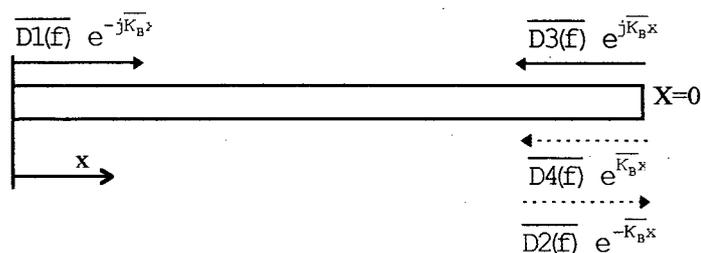


Figura 3.17 - Efeitos da reflexão da onda e do campo próximo.

A seguir é demonstrada a variação das amplitudes dos termos de campo próximo para algumas distâncias a partir da origem, em relação aos seus respectivos valores iniciais. A magnitude é expressa por:

$$\text{Mag} = e^{-2\pi(x/\lambda)} \quad (3.32)$$

Para um comprimento de onda ($x = \lambda$), a amplitude torna-se 0,19% da inicial, enquanto que para meio comprimento de onda ($x = \lambda/2$), a contribuição do termo fica reduzida a 4,3%.

Isto demonstra que os efeitos de campo próximo restringem-se às regiões próximas das descontinuidades da viga [9, 10].

3.2.2 - Fluxo de potência ao longo de uma viga

Vigas Euler-Bernoulli consideram apenas as deflexões provocada pela flexão do componente estrutural. Estas deformações geram um campo de tensões internas que são responsáveis pela propagação de energia ao longo da viga. O campo de tensões por sua vez é devido a dois esforços, o cortante e o flexor, sendo este o responsável pela rotação do mesmo. Assim a potência vibratória propaga-se através da atuação destes dois esforços [4, 6, 9], dados pelas parcelas abaixo:

$$P_V(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{F_Y(x, f)} \overline{V_Y(x, f)}^* \right\} \quad (3.33)$$

$$P_M(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{M_Z(x, f)} \overline{W_Z(x, f)}^* \right\} \quad (3.34)$$

e a potência total é dada pela soma destas duas parcelas:

$$P_T(x, f) = P_V(x, f) + P_M(x, f) \quad (3.35)$$

Estes dois mecanismos de propagação são acopladas pelos efeitos de campo próximo. Sabe-se, contudo, que estas componentes ($e^{\pm j\overline{K_B}x}$) são importantes apenas nas proximidades das descontinuidades ou das excitações aplicadas, não sendo responsáveis pela transmissão de energia. Por este motivo a propagação em uma viga é dividida em duas regiões [9, 10, 11]:

- região de campo próximo, na qual existem tanto as parcelas da onda que realmente transmitem a energia através do componente ($e^{\pm j\overline{K_B}x}$), quanto as que não transmitem energia;

- região de campo distante, onde os efeitos dos termos $e^{\pm j\bar{K}_B x}$ são insignificantes, podendo-se desprezá-los.

Nas quais:

P_V - Fluxo de potência transmitido pelo esforço cisalhante;

P_M - Fluxo de potência transmitido pelo esforço flexor;

P_T - Fluxo de potência total transmitido por ondas de flexão.

3.2.3 - Fluxo de potência em campo distante

O campo distante é assumido em regiões suficientemente afastadas das regiões de descontinuidades estruturais ou dos pontos de alterações bruscas dos esforços internos. Nestas regiões os termos $e^{\pm j\bar{K}_B x}$ da equação (3.31) podem ser ignorados, e a velocidade da viga é dada apenas pela equação (3.36) [10]:

$$\overline{V_Y^d(x, f)} = \overline{D1(f)} e^{-j\bar{K}_B x} + \overline{D3(f)} e^{j\bar{K}_B x} \quad (3.36)$$

A parcela do fluxo de potência transmitida pelo esforço cortante é obtida substituindo-se as equações (3.25) e (3.36) na equação (3.33):

$$\overline{V_Y^d(x, f)}^* = \overline{D1(f)} e^{j\bar{K}_B x} + \overline{D3(f)} e^{-j\bar{K}_B x} \quad (3.37)$$

$$\overline{F_Y^d(x, f)} = \frac{\bar{B} \bar{K}_B^3}{j\omega} \left\{ \overline{D1(f)} e^{-j\bar{K}_B x} - \overline{D3(f)} e^{j\bar{K}_B x} \right\} \quad (3.38)$$

$$P_V^d(x, f) = \frac{B K_B^3}{2\omega} \left\{ |\overline{D1(f)}|^2 - |\overline{D3(f)}|^2 \right\} \quad (3.39)$$

De forma semelhante, o fluxo transmitido pelo esforço interno de flexão é determinado substituindo-se as equações (3.23) e (3.24) na equação (3.34).

$$\overline{W}_z^d(x, f) = j\overline{K}_B \left\{ \overline{D1}(f) e^{j\overline{K}_B x} - \overline{D3}(f) e^{-j\overline{K}_B x} \right\} \quad (3.40)$$

$$\overline{M}_z(x, f) = \frac{\overline{B} \overline{K}_B^2}{j\omega} \left\{ \overline{D1}(f) e^{-j\overline{K}_B x} + \overline{D3}(f) e^{j\overline{K}_B x} \right\} \quad (3.41)$$

$$P_M^d(x, f) = \frac{B K_B^3}{2\omega} \left\{ |\overline{D1}(f)|^2 - |\overline{D3}(f)|^2 \right\} \quad (3.42)$$

A potência total é então dada pela soma das parcelas devidas a cada esforço:

$$P_T^d(x, f) = \frac{B K_B^3}{\omega} \left\{ |\overline{D1}(f)|^2 - |\overline{D3}(f)|^2 \right\} \quad (3.43)$$

O sobrescrito **d** nas equações (3.36) a (3.43) representam formulação para campo distante.

No campo distante, a potência é transmitida igualmente pelos esforços internos de flexão e cortante. A potência que é assim transmitida através de uma seção da viga representa o fluxo líquido de potência no estado estacionário, ou seja, a diferença entre a potência que é propagada na direção positiva do eixo e a refletida, na direção negativa.

O fluxo de potência através de uma seção posicionada em x_1 é igual à potência total dissipada na região compreendida pelo intervalo

$x_1 \leq x \leq L$; assim, será máximo em $x=0$ (posição da excitação) e zero em $x=L$.

Considerando amortecimento nulo, as amplitudes que se propagam no sentido positivo são iguais às que se propagam no sentido negativo, e assim o fluxo líquido de potência é nulo. Contudo, caso o amortecimento nas extremidades da viga seja consideravelmente maior do que o distribuído ao longo do componente, o fluxo de potência é praticamente constante ao longo do eixo axial. No caso de um componente com amortecimento distribuído, apenas, o fluxo decresce à medida que x aumenta, conforme mostrado na figura 3.18. Nesta mesma figura pode ser observado que as parcelas P_V e P_M tendem a ser iguais. As pequenas diferenças se devem ao fato de que as regiões modais em que cada esforço dissipa maior energia são distintas. Estes efeitos são reduzidos quanto maior for a potência transmitida pelas uniões.

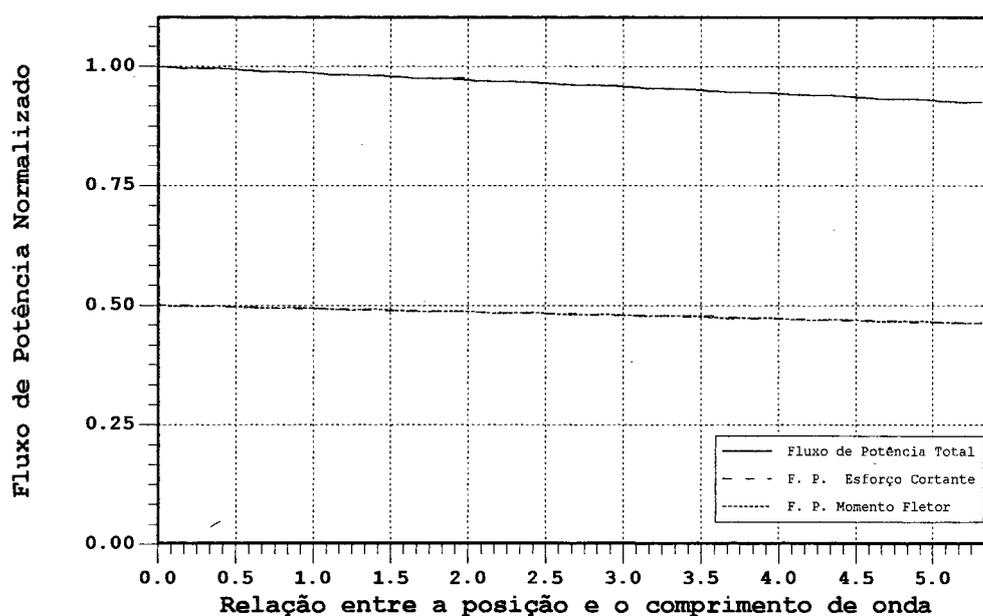


Figura 3.18 - Fluxo de potência em campo distante.

Portanto, em campo distante, para que o fluxo líquido de potência seja conhecido, basta determinar o fluxo de potência dado por

um dos esforços, multiplicando-o por 2. Isto tem grande importância na determinação experimental do fluxo e está analisado em detalhes no capítulo V.

3.2.4 - Fluxo de potência no campo próximo

Seja uma viga semi-infinita excitada por uma força em $x=0$. A resposta [10] é dada por:

$$\overline{V_Y^p(x, f)} = \overline{D1(f)} e^{-j\overline{k_B}x} + \overline{D2(f)} e^{-\overline{K_B}x} \quad (3.44)$$

Os fluxos de potência são obtidos das equações (3.33) e (3.34) e na forma:

$$\overline{P_V^p(x, f)} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{\overline{B}}{j\omega} \frac{\partial^3 \overline{V_Y^p(x, f)}}{\partial x^3} \overline{V_Y^p(x, f)}^* \right\} \quad (3.45)$$

$$\overline{P_M^p(x, f)} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{-\overline{B}}{j\omega} \frac{\partial^2 \overline{V_Y^p(x, f)}}{\partial x^2} \frac{\partial \overline{V_Y^p(x, f)}^*}{\partial x} \right\} \quad (3.46)$$

Substituindo as derivadas parciais e considerando que as constantes complexas das equações (3.44) e (3.46) são dadas por:

$$\overline{D1(f)} = |\overline{D1(f)}| e^{j\theta(f)} \quad (3.47)$$

$$\overline{D2(f)} = |\overline{D2(f)}| e^{j\phi(f)} \quad (3.48)$$

e definido-se α como sendo a diferença entre as fases ϕ e θ das equações acima:

$$\alpha(f) = \phi(f) - \theta(f) \quad (3.49)$$

chega-se respectivamente aos fluxos de potência transmitidos pelos esforços cortante e flexor, dados pelas equações (3.50) e (3.51):

$$P_V^p(x, f) = \frac{B K_B^3}{2\omega} \left\{ |\overline{D1(f)}|^2 + |\overline{D1(f)}| |\overline{D2(f)}| [\cos(K_B x + \alpha) + \sin(K_B x + \alpha)] e^{-K_B x} \right\} \quad (3.50)$$

$$P_M^p(x, f) = \frac{B K_B^3}{2\omega} \left\{ |\overline{D1(f)}|^2 - |\overline{D1(f)}| |\overline{D2(f)}| [\cos(K_B x + \alpha) + \sin(K_B x + \alpha)] e^{-K_B x} \right\} \quad (3.51)$$

nas quais o sobrescrito **p** indica parâmetros válidos para o campo próximo.

A potência total é dada pela soma das equações (3.50) e (3.51):

$$P_T^N(x, f) = P_V^N + P_M^N = \frac{BK_B^3}{\omega} |\overline{D1(f)}|^2 \quad (3.52)$$

O fluxo de potência indicado pela equação (3.52), independe da posição ao longo da viga. Isto se deve por não ter-se considerado o amortecimento distribuído ao longo do componente. A dissipação, portanto, ocorre apenas no ponto extremo da viga, oposto ao da excitação. Esta consideração também é válida quando o componente analisado dissipa bem menos potência do que aos quais está acoplado.

Na região de campo próximo os termos $e^{\pm K_B x}$ não podem ser

desprezados, pois os fluxos de potência transmitidos pelas parcelas P_M e P_V não são necessariamente iguais, conforme mostrado pelas equações (3.50) e (3.51), podendo diferir muito dos 50 % do fluxo total em campo distante.

Seja, como exemplo, a viga mostrada na figura 3.19, que é excitada por uma força cisalhante em $x=0$. Neste ponto o fluxo de potência devido ao esforço flexor é zero, sendo que toda a potência é transmitida pelo esforço cisalhante. Afastando-se do ponto de excitação estas duas parcelas tendem a igualar-se, ou seja, os termos de campo próximo acoplam estes dois componentes, fazendo com que cada um seja responsável pela propagação da metade do fluxo de potência total, conforme mostrado na figura 3.20, o que ocorre aproximadamente a partir de meio comprimento de onda. De forma análoga, o mesmo comportamento é observado quando é considerado o amortecimento ao longo do componente, como mostrado na figura 3.21; apenas os fluxos decrescem a medida em que se avança no eixo longitudinal.

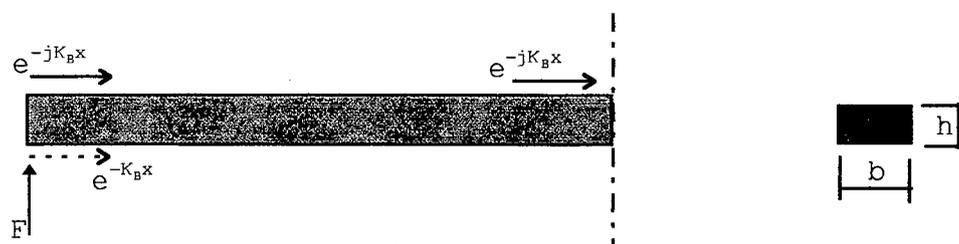


Figura 3.19 - Viga semi-infinita excitada em $x=0$.

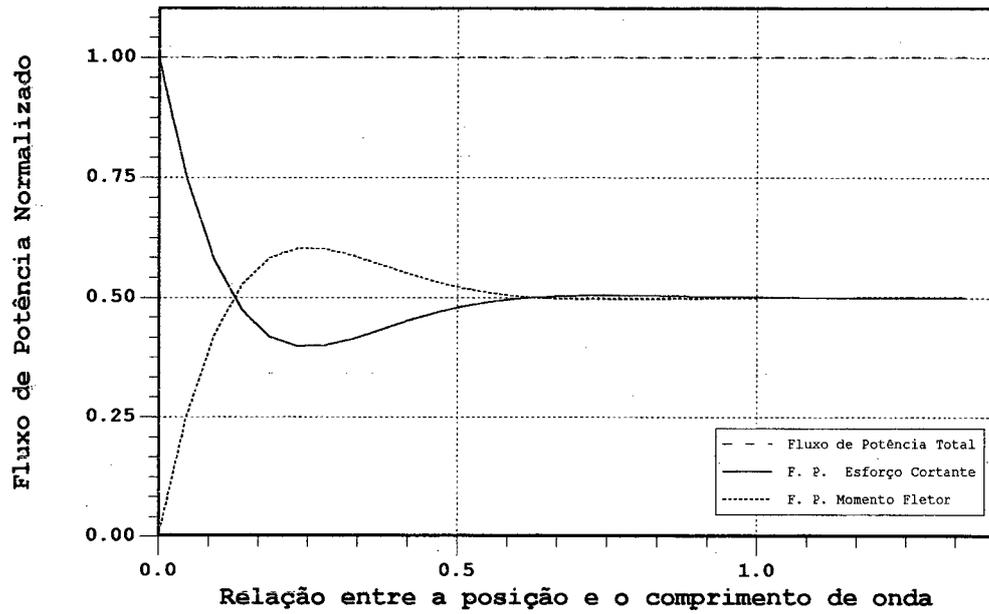


Figura 3.20 - Fluxo de potência ao longo de um componente semi-infinito, desprezando seu amortecimento.

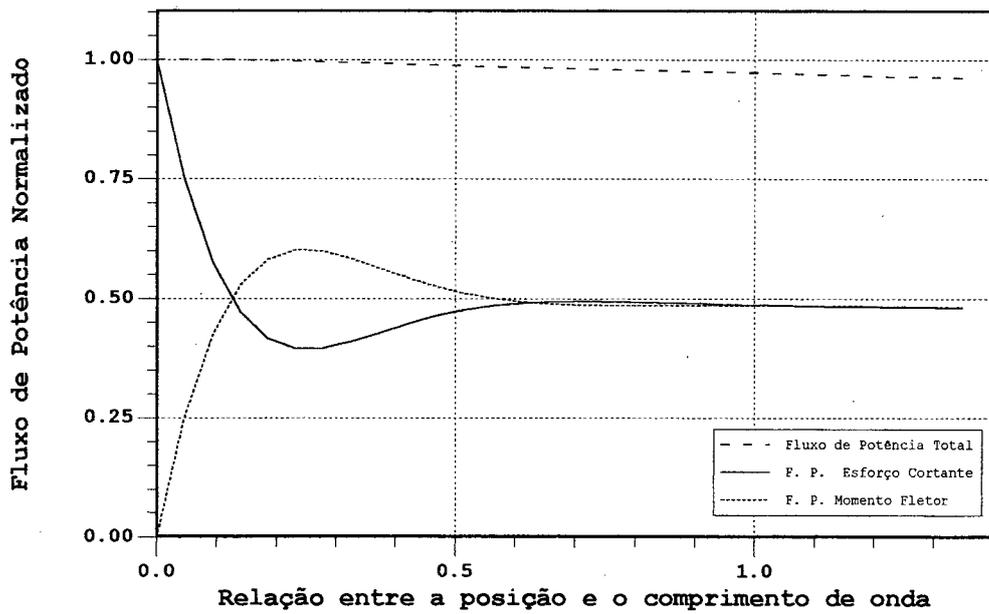


Figura 3.21 - Fluxo de potência ao longo de um componente semi-infinito, considerando um fator de amortecimento de 0.05.

3.2.5 - Fluxo de potência em uma viga finita

Seja uma viga conforme mostrado pela figura 3.22, a qual é excitada por uma força unitária em $x=0$ e pivotada na outra extremidade ($x=L$). Considera-se o amortecimento distribuído ao longo do componente e expresso através do módulo complexo de elasticidade.

A velocidade transversal é dada pela equação 3.31, sendo que as constantes são determinadas pelas condições de contorno para cada frequência considerada.

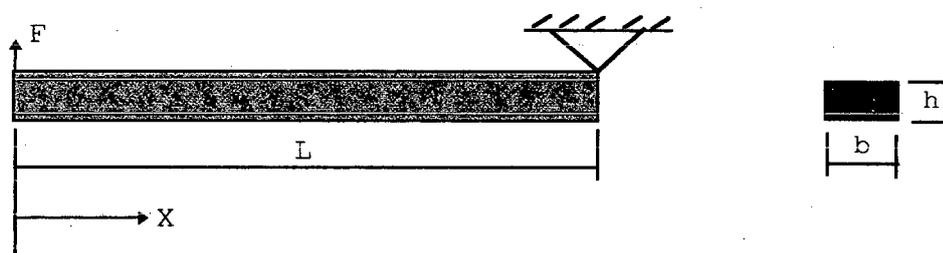


Figura 3.22 - Viga finita, pivotada-livre, excitada em $x=0$.

Como mencionado anteriormente, são necessárias quatro condições de contorno, conforme mostrado na tabela 3.2.

	V_Y	W_Z	F_Y	M_Z
$X=0$	--	--	F	0
$X=L$	0	--	--	0

Tabela 3.2 - Condições de contorno para a viga mostrada na figura 3.22.

A solução da equação diferencial do movimento da viga é dada por:

$$\overline{V}_Y(x, f) = \overline{C1}(f) \cos \overline{K}_B x + \overline{C2}(f) \sin \overline{K}_B x + \overline{C3}(f) \cosh \overline{K}_B x + \overline{C4}(f) \sinh \overline{K}_B x \quad (3.31)$$

sendo

$$\overline{C1(f)} = \overline{C3(f)} = \frac{j\omega F \sinh \bar{K}_B L \sin \bar{K}_B L}{\overline{DEN(f)}} \quad (3.53)$$

$$\overline{C2(f)} = \frac{-j\omega F \sinh \bar{K}_B L \cos \bar{K}_B L}{\overline{DEN(f)}} \quad (3.54)$$

$$\overline{C4(f)} = \frac{-j\omega F \cosh \bar{K}_B L \sin \bar{K}_B L}{\overline{DEN(f)}} \quad (3.55)$$

$$\overline{DEN(f)} = BK_B^3 (\cos \bar{K}_B L \sinh \bar{K}_B L - \sin \bar{K}_B L \cosh \bar{K}_B L) \quad (3.56)$$

As parcelas P_M , P_V bem como o fluxo de potência total são determinadas respectivamente a partir das equações (3.33), (3.34) e (3.35).

A seguir é analisado o fluxo de potência no sistema mostrado pela figura 3.22, o qual possui as seguintes características geométricas e mecânicas:

$$L = 2\text{m}$$

$$b = 0,05 \text{ m}$$

$$h = 0,01 \text{ m}$$

$$\eta = 0,01$$

$$\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 2,1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

A faixa de análise compreende as frequências entre 2 Hz a 800 Hz, divididos em 1000 pontos espectrais. A análise ao longo do comprimento foi efetuada dividindo-se o comprimento L em 50 pontos.

Conforme já mencionado, a propagação da potência ao longo do comprimento da viga é dividida em três regiões distintas, sendo duas

regiões de campo próximo (localizadas próximas das extremidades), e uma em campo distante, conforme mostrado na figura 3.23. As extensões das regiões dependem dos comprimentos de onda. Contudo, pode-se assumir que a região de campo próximo está compreendida entre aproximadamente meio comprimento de onda das extremidades.

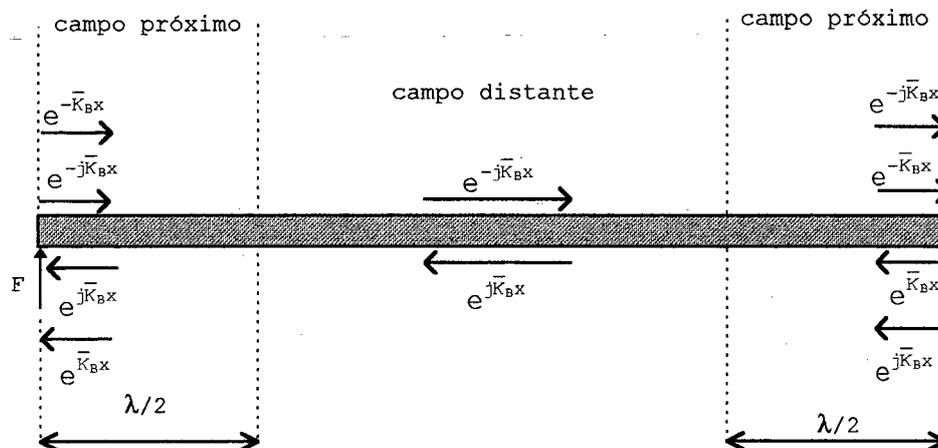


Figura 3.23 - Regiões de propagação em uma viga finita.

Isto pode ser melhor observado através das figuras 3.24 e 3.25, nas quais são mostrados os fluxos de potência transmitidos pelos esforços cortante e flexor, e o fluxo de potência total ao longo do eixo longitudinal. A ordenada mostra os fluxos de potência normalizados pela potência de entrada e a abcissa mostra a variação do comprimento da viga normalizado pelo comprimento de onda λ_B .

Para comprimentos de onda na mesma ordem de grandeza que o comprimento da viga (baixas frequências), o fluxo de potência ocorre praticamente todo em campo próximo (figura 3.24).

No ponto de aplicação da força, todo o fluxo de potência é transmitido pelo esforço cortante, devido à condição de contorno. À medida que a distância aumenta, ocorre uma progressiva diminuição da potência propagada via o esforço cortante compensada pelo aumento da propagação via o esforço flexor, até que no campo distante ambos

contribuem com aproximadamente metade do fluxo de potência total. Este fato é atingido quando os efeitos dos termos $e^{\mp jk_B x}$ são desprezíveis, restando, então, apenas os termos $e^{\mp jk_B x}$.

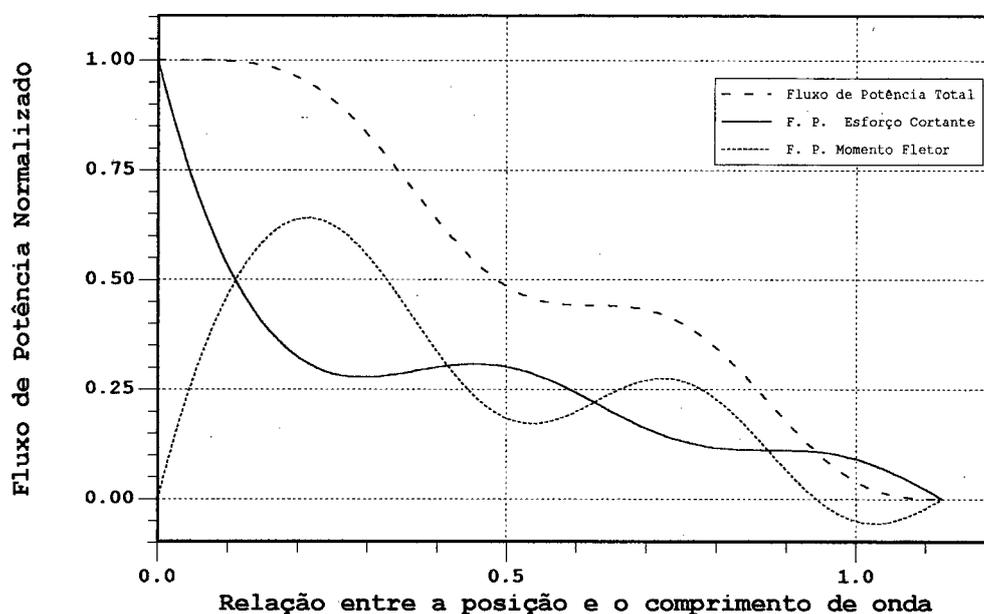


Figura 3.24 - Fluxos de Potência para o segundo modo da viga.

O conhecimento das regiões de propagação é muito importante na determinação experimental do fluxo de potência ou intensidade estrutural, e será abordado em maiores detalhes no capítulo V.

Para frequências maiores (comprimentos de ondas menores), as regiões de campo próximo ficam restritas às pequenas regiões nas proximidades dos extremos, sendo que a transmissão da potência se dá predominantemente em campo distante, conforme mostrado na figura 3.25.

Conforme mostrado no item 3.2.1, pode-se obter o fluxo de potência total, aproximadamente, pelo dobro da potência transmitida pelo esforço cortante ou flexor, já que são aproximadamente iguais. Isto é evidenciado observando-se a figura 3.26, na qual são mostrados os fluxos de potência de cada esforço interno normalizados pelo fluxo

total em cada seção. Cada parcela contribui, no campo distante, com aproximadamente 50 % do fluxo total. As parcelas não são exatamente iguais devido ao mecanismo de amortecimento considerado, que é proporcional às deflexões transversais e angulares, visto que seus máximos não ocorrem nas mesmas posições, mas sim defasados de Π radianos. Contudo estas diferenças tendem a diminuir quando a potência dissipada ao longo do componente for bem menor do que a dissipada no restante do sistema analisado.

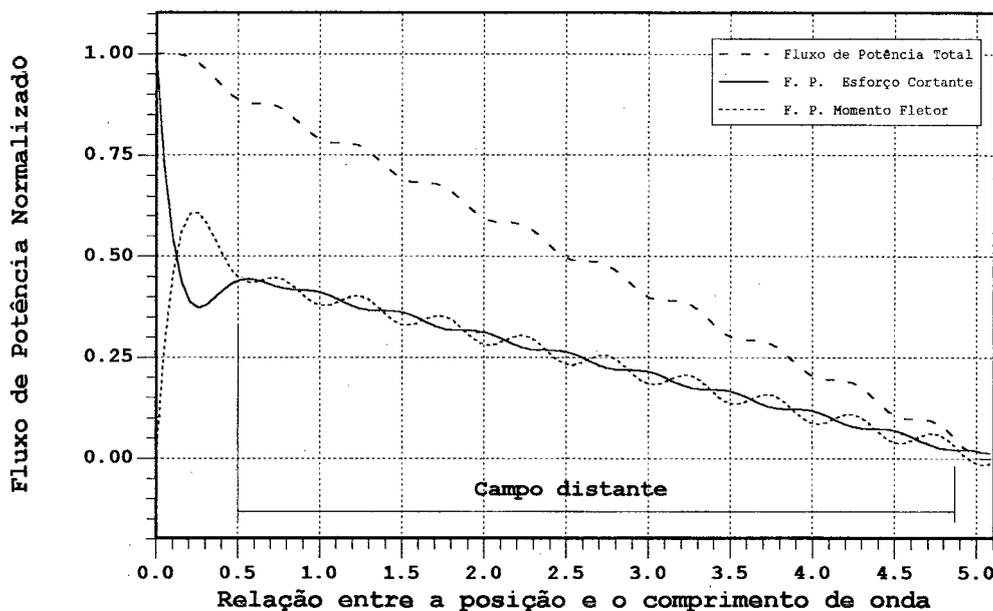


Figura 3.25 - Fluxos de potência para o décimo modo da viga.

É importante ressaltar que o fluxo de potência total só pode ser aproximado pelo dobro dos fluxos transmitidos por um dos esforços internos quando a análise é realizada nas regiões de campo distante. Esta mesma previsão, quando feita em campo próximo, pode acarretar em erros significativos, como será abordado no capítulo V.

Outro efeito do campo próximo pode ser observado em $X \approx L$, onde a parcela do fluxo devido ao esforço flexor é negativo (figuras 3.24 e 3.25), o que não tem significado físico. Isto ocorre para que a

condição de contorno, fluxo de potência líquido total nulo em $X=L$, seja respeitada.

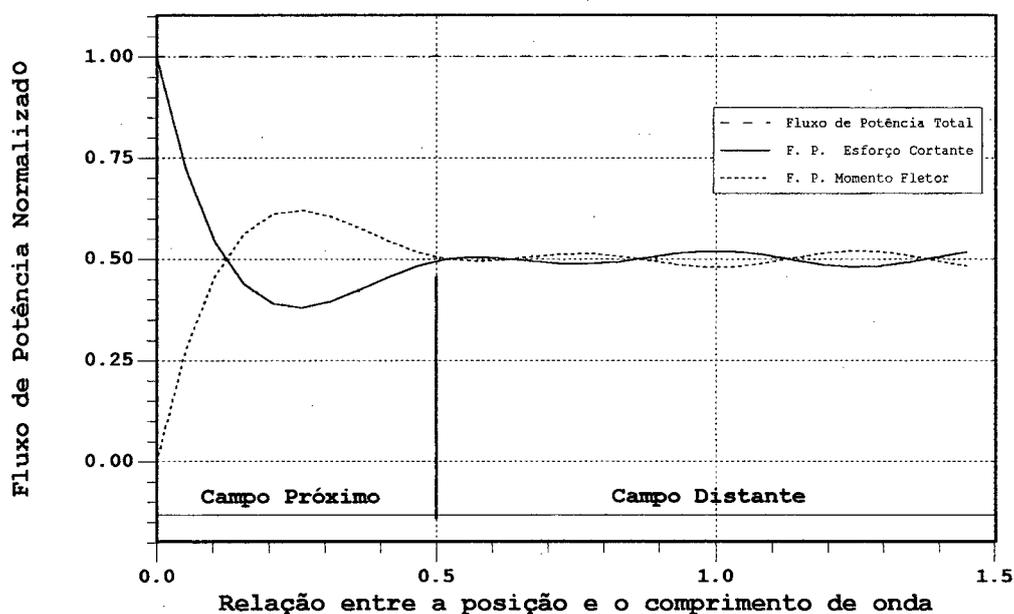


Figura 3.26 - Fluxos de potência normalizados pela potência total.

Conforme mostrado no item 3.1, o balanço de potências para onda de flexão também é válido, ou seja, a potência de entrada ou fornecida é igual à potência dissipada em estado estacionário, conforme mostrado na figura 3.27.

Como o principal objetivo da determinação do fluxo de potência em componentes estruturais consiste em identificar os principais caminhos de propagação, tem-se interesse no espectro do fluxo de potência. A figura 3.28 mostra os fluxos de potência em três pontos da viga. No ponto de aplicação da força, em $X=0$, outro em $X=0,01$ m (região predominantemente de campo próximo para toda a faixa de frequência analisada) e, por último, no ponto $X=1$ m, região considerada de campo distante a partir de 120 Hz.

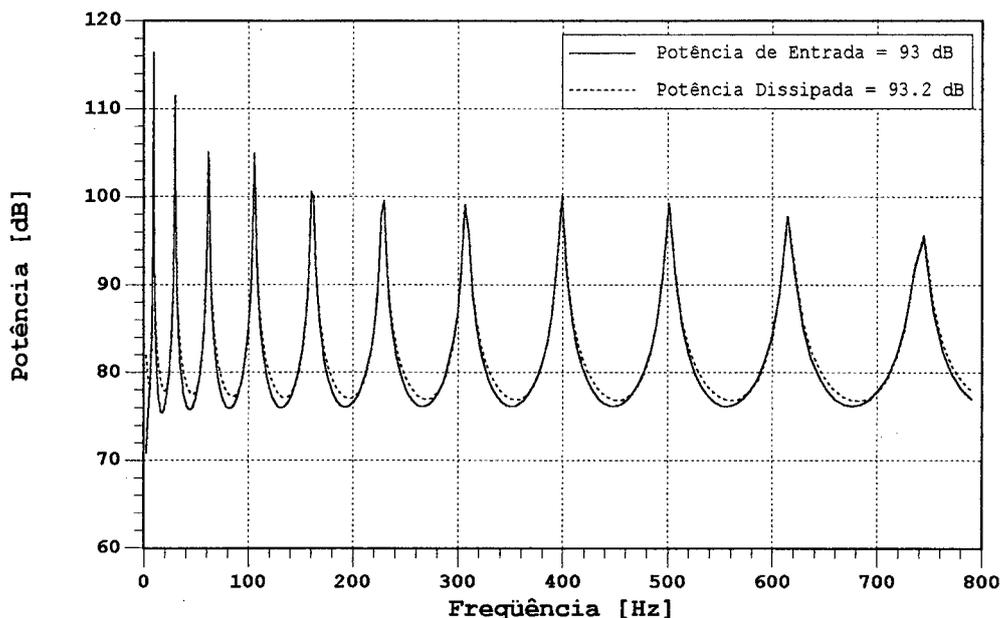


Figura 3.27 - Comparação entre as potências de entrada e dissipada.

O fluxo de potência através de uma seção da viga corresponde à potência total dissipada na região posterior à seção. Por isso é máximo em $X=0$, onde é igual à potência de entrada ou fornecida, e aproximadamente igual à de entrada em $X=0,01$ m, já que quase toda a potência que foi fornecida ainda será dissipada nos 1,99 m restantes da viga. Já em $X=1$ m é 3 dB inferior à potência fornecida, visto que resta mais 1m da viga para dissipar energia, os outros 50 % já foram dissipados no 1m anteriores a seção, conforme mostrado na figura 3.28. O fluxo de potência total (integrado ao longo da faixa de frequência de análise) fornecido em $X=0$ é de 93 dB, enquanto que para $X=0,01$ m é de 93 dB e em $X=1$ m de 90,7 dB, conforme mostrado na tabela 3.3.

Em $X=0$ a potência fornecida é suprida unicamente pelo esforço cortante, sendo que a parcela devida ao momento flexor é nula, já que a condição de contorno neste ponto tem momento flexor nulo e esforço cortante igual à força de excitação. Caso as condições de contorno fossem invertidas, o momento flexor seria o responsável pelo

fornecimento de potência, enquanto o esforço cortante seria nulo, conforme mostrado na figura 3.29.

Em $X=0.01\text{m}$, região de forte campo próximo, praticamente o fluxo de potência total é ainda dado pelo componente do esforço cortante, conforme mostrado na figura 3.30. É importante salientar que nesta região não é possível determinar experimentalmente o fluxo de potência utilizando a técnica de dois acelerômetros [10], o que será discutido no capítulo V.

Já para $X=1\text{m}$, a partir de 120 Hz o fluxo de potência total é igualmente distribuído entre os dois esforços, conforme apresentado na figura 3.31, na qual pode-se observar que os fluxos transmitidos pelos esforços internos são aproximadamente iguais.

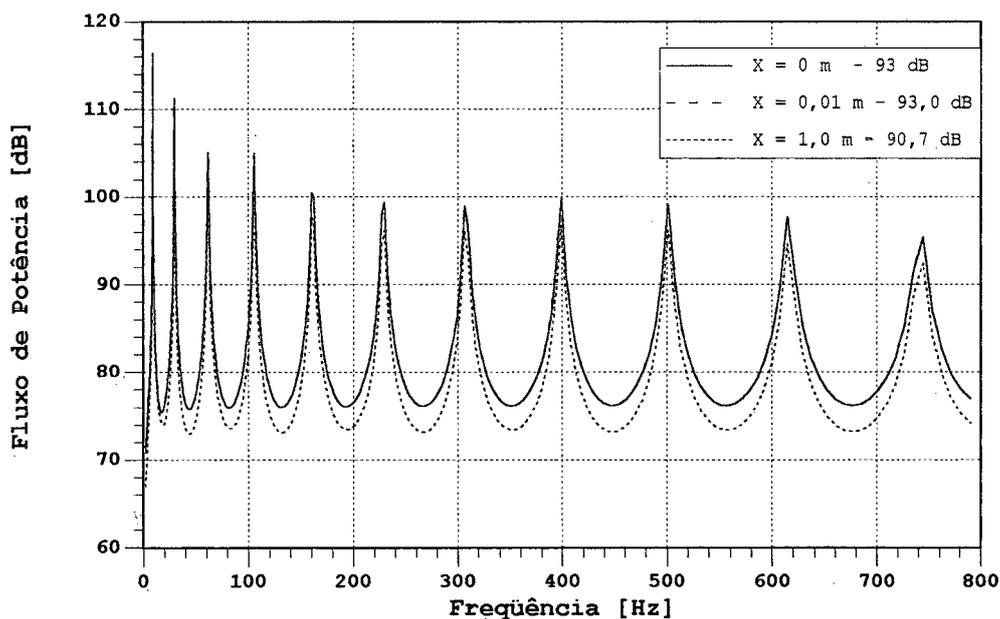


Figura 3.28 - Fluxos de potência para as seções localizadas em $X=0$, $X=0,01\text{m}$ e $X=1\text{m}$.

O valor total do fluxo de potência devido ao momento flexor integrado na faixa de frequência analisada é cerca de 2,5 dB superior ao valor total do fluxo devido ao esforço cortante, o que se deve pela

significativa contribuição do primeiro modo para a posição analisada, pois devido aos efeitos de campo próximo, nesta posição o fluxo devido ao momento é bem superior, sendo que seu efeito sobre o valor total é bem significativo, conforme mostrado na figura 3.32.

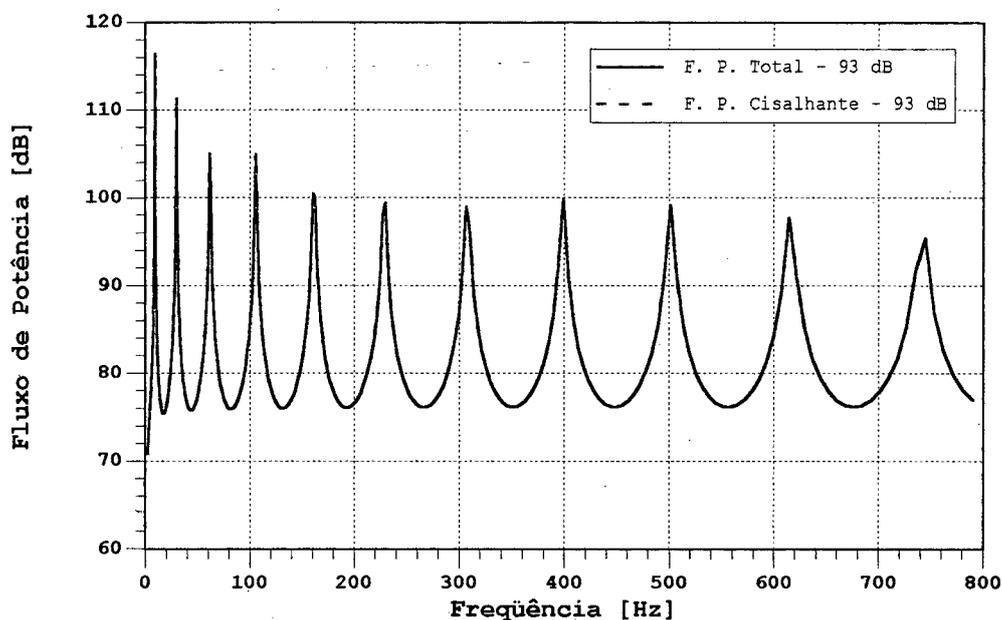


Figura 3.29 - Fluxos de potências total e devido ao esforço cortante em $X=0$.

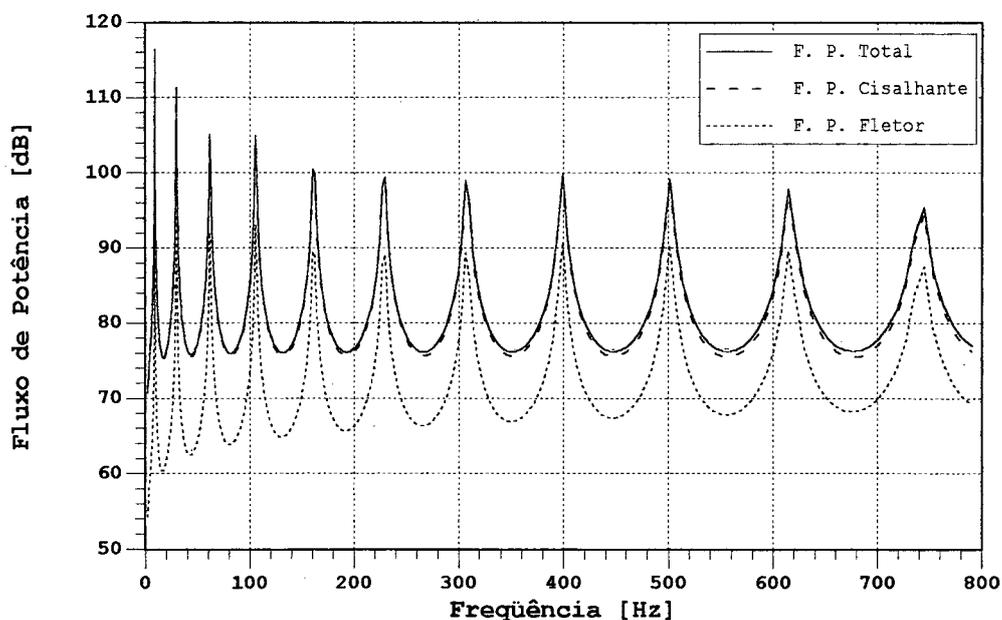


Figura 3.30 - Fluxos de potência em $X=0,01$ m - região de forte campo próximo.

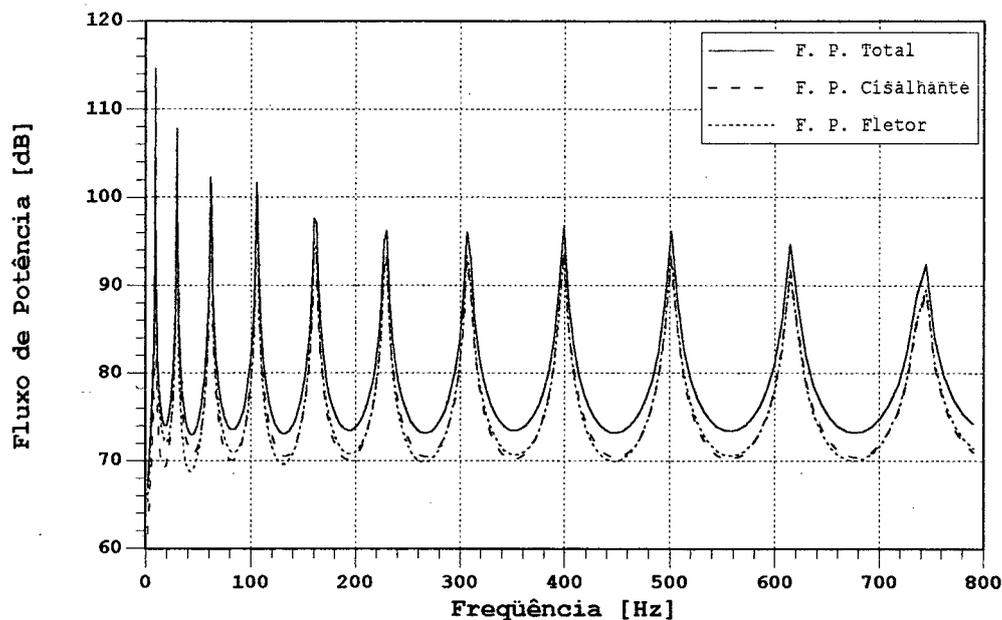


Figura 3.31 - Fluxos de potência em $X=1$ m - posição central da viga.
Região de campo distante para $f > 120$ Hz.

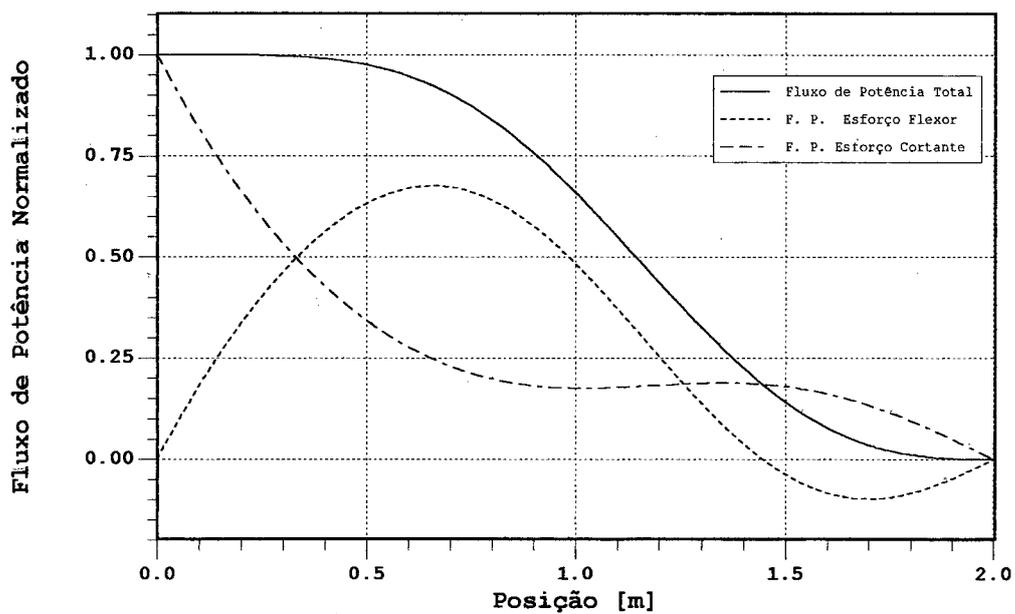


Figura 3.32 - Fluxos de potência total, devidos aos esforços cortante e flexor ao longo do eixo longitudinal, para o primeiro modo.

3.2.6 - Análise de resultados

Complementarmente são mostrados abaixo alguns resultados que reforçam as conclusões apresentadas até o momento.

Nas figuras 3.33 e 3.34 são mostradas as comparações entre as magnitudes das velocidades transversal e angular, e entre os esforços flexor e cortante para o segundo modo da viga utilizada na seção 3.2.5.

Pode ser observada a maior variação na amplitude da velocidade angular, o que provoca magnitudes um pouco maiores para o momento flexor interno, e, conseqüentemente, maior potência dissipada e fluxo de potência transmitidos por este esforço interno, como observado nas figuras 3.24, 3.25 e 3.32.

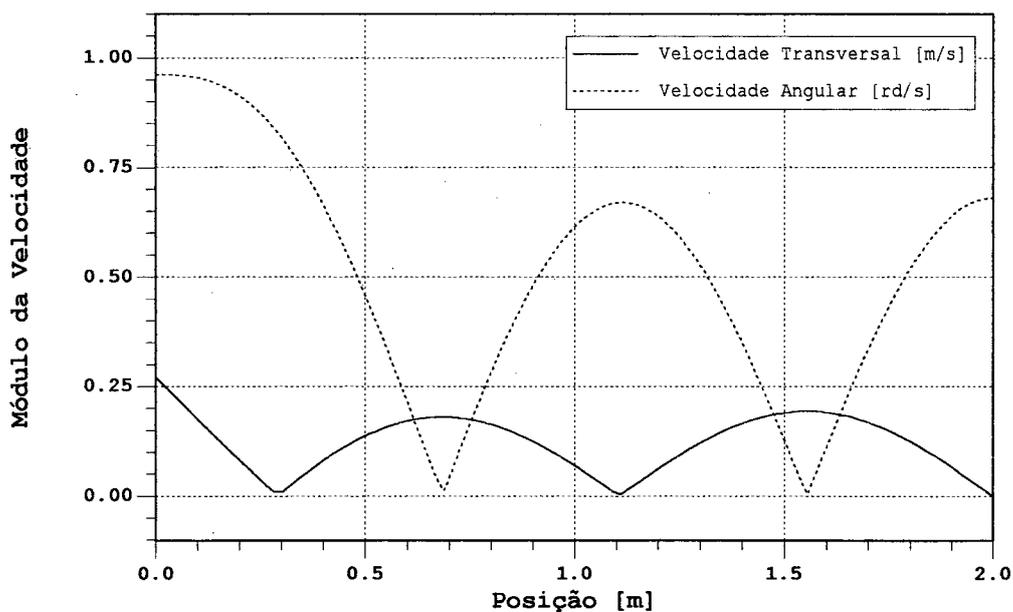


Figura 3.33 - Comparação entre os módulos das velocidades transversal e angular para o segundo modo.

Finalizando, para a viga analisada no item 3.2.5 realizou-se uma análise paramétrica do efeito do amortecimento e espessura em duas posições da viga, $X=0$ e $X=1$ m. Os resultados foram condensados e apresentados na tabela 3.3, sob a forma de valores totais integrados na faixa de frequência analisada.

Caso	Obs.	η	h	X	P_T	E_M	P_F	P_d	E_T	$2 P_M$
					$P_M + P_F$	[dB]	[dB]	[dB]	[dB]	[dB]
1	campo próximo	0,005	0,01	0	93,4	0	93,4	93,5	97,1	0
2	campo próximo	0,01	0,01	0	93,1	0	93,1	93,2	93,8	0
3	campo próximo	0,05	0,01	0	93	0	93	93,4	87,5	0
4	campo distante	0,005	0,01	1	91,1	89,1	86,6	90,5	94,1	92,1
5	campo distante	0,01	0,01	1	90,7	88,8	86,3	90,1	90,8	91,8
6	campo distante	0,05	0,01	1	90,7	88,7	86,2	90,1	84	91,7
7	campo próximo	0,01	0,05	0	78,5	0	78,5	78,9	75,9	0
8	campo próximo	0,05	0,05	0	78,6	0	78,6	79,9	73,8	0
9	campo distante	0,01	0,05	1	76,3	74,4	71,7	75,7	70,8	77,4
10	campo distante	0,05	0,05	1	76,3	74,4	71,7	76	66,6	77,5

Tabela 3.3 - Valores totais das grandezas analisadas integradas na faixa de frequência considerada.

Para $X=1$ m, os fluxos de potência representam a potência que é dissipada no 1 m restantes da viga, enquanto a energia vibratória total representa a energia da metade do componente.

Observa-se que nos casos 1, 2 e 3, apesar da variação do amortecimento, as potências dissipadas e fornecidas são aproximadamente iguais, enquanto que a energia total diminui com o aumento do amortecimento. O mesmo efeito é verificado nos casos 7 e 8,

para espessura maior. Este comportamento se deve ao fato do sistema ter uma mesma capacidade em dissipar potência, ou seja, variando-se o amortecimento apenas altera-se a amplitude de deformação em que é atingido o estado estacionário.

Nos casos 4,5 e 6 e analogamente para 9 e 10, é válido o comentado acima, com a ressalva de que é considerada apenas a metade da viga. Deve-se observar que a parcela do fluxo devida ao momento flexor é diferente do fluxo devido ao esforço cortante, devido à contribuição dos primeiros modos, conforme já comentado e mostrado na figura 3.32. Assim a estimativa do fluxo total pelo dobro do fluxo devido ao momento flexor é superestimada em aproximadamente 1 dB.

O aumento da espessura da viga, causa um aumento da rigidez à flexão, casos 7 a 10, reduzindo a densidade modal da banda analisada, diminuindo a energia total e a potência dissipada.

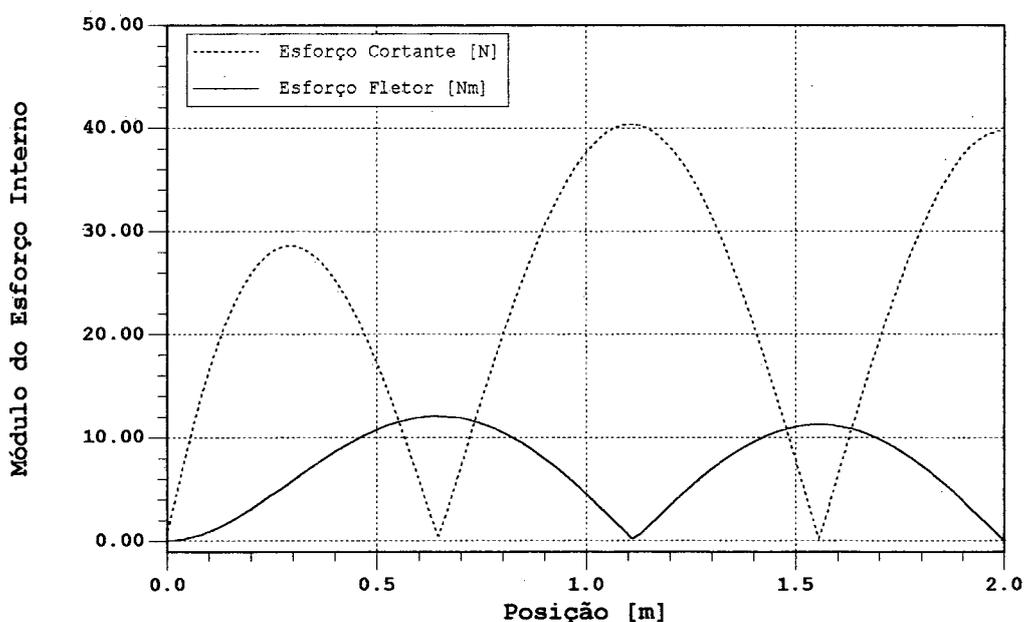


Figura 3.34 - Comparação entre os módulos das distribuições dos esforços flexor e cisalhante ao longo do eixo longitudinal do componente.

CAPÍTULO 4

FLUXO DE POTÊNCIA ENTRE COMPONENTES ACOPLADOS

A grande maioria das estruturas é constituída de vários componentes simples acoplados entre si. Alguns possuem função estrutural enquanto que outros possuem funções secundárias, como proteções, suportes, segurança, etc. A energia vibratória é transmitida ao longo dos componentes através de suas uniões, atingindo os componentes que possuem maior eficiência de irradiação de ruído, como placas, cascas e painéis.

O conhecimento dos mecanismos de transmissão da potência vibratória, a identificação dos caminhos que mais contribuem para a propagação, certamente auxiliam na definição das alternativas que visam à redução do fluxo de potência, e, por consequência, dos níveis de vibração e do ruído irradiado.

Existem vários métodos disponíveis para prever o fluxo de potência entre componentes acoplados. O presente trabalho baseia-se no método desenvolvido por Cuschieri [12 a 15], denominado fluxo de potência por mobilidade. Este método é análogo ao da matriz de transferência, e envolve a determinação das velocidades e dos esforços nas uniões em função das funções resposta em frequência (mobilidades) dos componentes isolados, considerando apenas os esforços de reação nas uniões.

Neste capítulo será abordado o caso clássico de dois osciladores acoplados e, posteriormente, componentes tipo vigas acopladas considerando ondas longitudinais e de flexão.

4.1 - FLUXO DE POTÊNCIA ENTRE DOIS OSCILADORES ACOPLADOS

Seja um sistema clássico, composto por dois osciladores formados respectivamente pelos elementos M_1 , K_1 , e M_2 , K_2 , os quais são acoplados via um elemento elástico K_C , conforme mostrado na figura 4.1. Os elementos elásticos K_1 , K_2 e K_C são responsáveis pelo armazenamento da energia potencial e pela dissipação de potência. O amortecimento foi considerado hysterético, sendo o fator de amortecimento estrutural assumido como constante em toda banda de análise. A potência é fornecida via a massa do oscilador 1 através da força de excitação F .

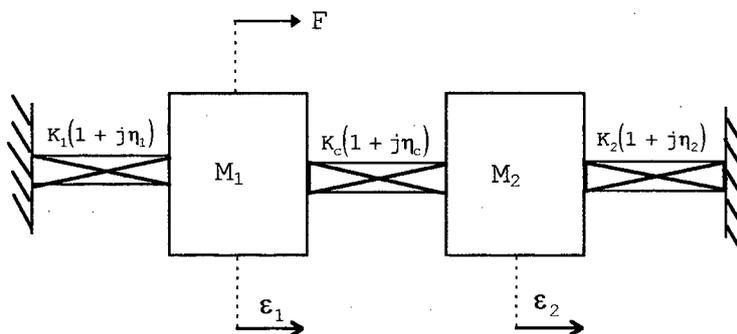


Figura 4.1 - Dois osciladores acoplados.

As equações que descrevem as respostas (na forma de velocidade) das massas 1 e 2 podem ser obtidas pelo princípio de D'Alambert, por exemplo. Como o sistema é considerado linear, uma excitação harmônica proporcionará também uma resposta harmônica. As equações de movimento estão apresentadas a seguir [1]:

$$\dot{\epsilon}_1 [\omega^2 M_1 - (\overline{K_C} + \overline{K_1})] + \overline{K_C} \dot{\epsilon}_2 + j\omega F = 0 \quad (4.1)$$

$$\dot{\epsilon}_2 [\omega^2 M_2 - (\overline{K_C} + \overline{K_2})] + \overline{K_C} \dot{\epsilon}_1 = 0 \quad (4.2)$$

Dividindo, respectivamente, todos os termos das equações (4.1) e (4.2) por M_1 e M_2 , e fazendo-se:

$$f_1 = \frac{F}{M_1} \quad (4.3)$$

$$a_1 = \overline{K_1} + \overline{K_c} \quad (4.4)$$

$$a_2 = \overline{K_2} + \overline{K_c} \quad (4.5)$$

$$b_1 = \frac{\overline{K_c}}{M_1} \quad (4.6)$$

$$b_2 = \frac{\overline{K_c}}{M_2} \quad (4.7)$$

as equações (4.1) e (4.2) podem ser rescritas em função das velocidades de cada massa, na forma:

$$-a_1 \dot{\epsilon}_1 + \omega^2 \dot{\epsilon}_1 + b_1 \dot{\epsilon}_2 + j\omega f_1 = 0 \quad (4.8)$$

$$-a_2 \dot{\epsilon}_2 + \omega^2 \dot{\epsilon}_2 + b_2 \dot{\epsilon}_1 = 0 \quad (4.9)$$

E, finalmente, resolvendo-se o sistema de equações acima, chega-se às equações da resposta de cada oscilador:

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{j\omega f_1 (a_2 - \omega^2)}{[(a_1 - \omega^2)(a_2 - \omega^2) - b_1 b_2]} \quad (4.10)$$

$$\dot{\epsilon}_2 = \frac{j\omega f_1 b_2}{[(a_1 - \omega^2)(a_2 - \omega^2) - b_1 b_2]} \quad (4.11)$$

Desprezando o amortecimento dos osciladores, as ressonâncias ocorrem quando as velocidades de cada massa tendem a valores infinitos, o que acontece quando os denominadores das equações (4.10)

e (4.11) tendem a zero. Isto nos leva à equação geral para a determinação das frequências de ressonância dos osciladores acoplados:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{a_1 + a_2}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}(a_1 - a_2)^2 + b_1 b_2} \quad (4.12)$$

Para dois osciladores iguais, os termos a_1 e a_2 , e b_1 e b_2 são iguais, reduzindo a equação (4.12) a:

$$\omega_{1,2}^2 = a \pm b \quad (4.13)$$

ou

$$\omega_1^2 = \frac{K}{M} \quad (4.14)$$

$$\omega_2^2 = \frac{K + 2K_c}{M} = \left(1 + \frac{2K_c}{K}\right) \omega_1^2 \quad (4.15)$$

sendo

$\dot{\epsilon}_i$ - Velocidade do i -ésimo oscilador

K_i - Rigidez do i -ésimo oscilador

M_i - Massa do i -ésimo oscilador

η_i - Fator de amortecimento do i -ésimo oscilador

E_i - Energia vibratória total do i -ésimo oscilador

K_c - Rigidez do elemento de acoplamento

η_c - Fator de amortecimento do elemento de acoplamento

ω_n - n -ésima frequência angular de ressonância do sistema acoplado

No primeiro modo os osciladores movem-se em fase com a mesma amplitude. O elemento de acoplamento não sofre deformação, o que

confere aos osciladores um comportamento como se estivessem desacoplados, conforme mostrado nas figuras 4.2 e 4.3. Já para o segundo modo, os osciladores vibram em oposição de fase, conferindo ao elemento de acoplamento uma deformação considerável.

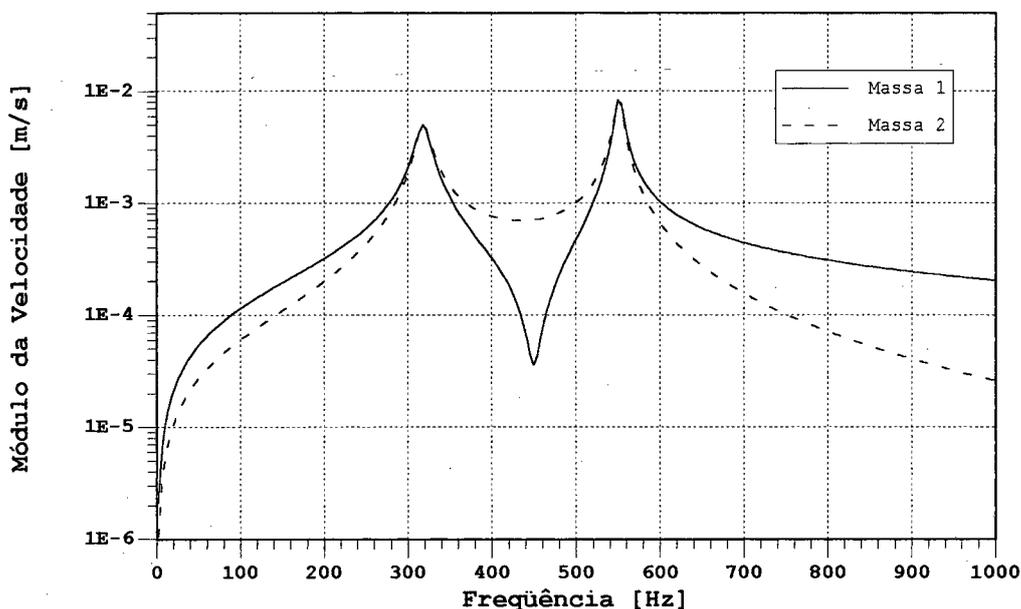


Figura 4.2 - Módulo das velocidades das massas 1 e 2 .

Considerando ainda dois osciladores iguais, porém com $K_c \ll K$, o segundo modo será aproximadamente igual ao primeiro, ou seja, os osciladores vibrarão como se estivessem isolados (desacoplados), independentemente da frequência. Neste caso diz-se que o acoplamento é fraco, conforme mostrado pela figura 4.4.

Mesmo quando os osciladores forem diferentes, mas fracamente acoplados ($K_c \ll K_{1,2}$) as massas 1 e 2 vibrarão cada uma em seus modos isoladamente, como se estivessem igualmente desacopladas, sendo que suas frequências de ressonância são:

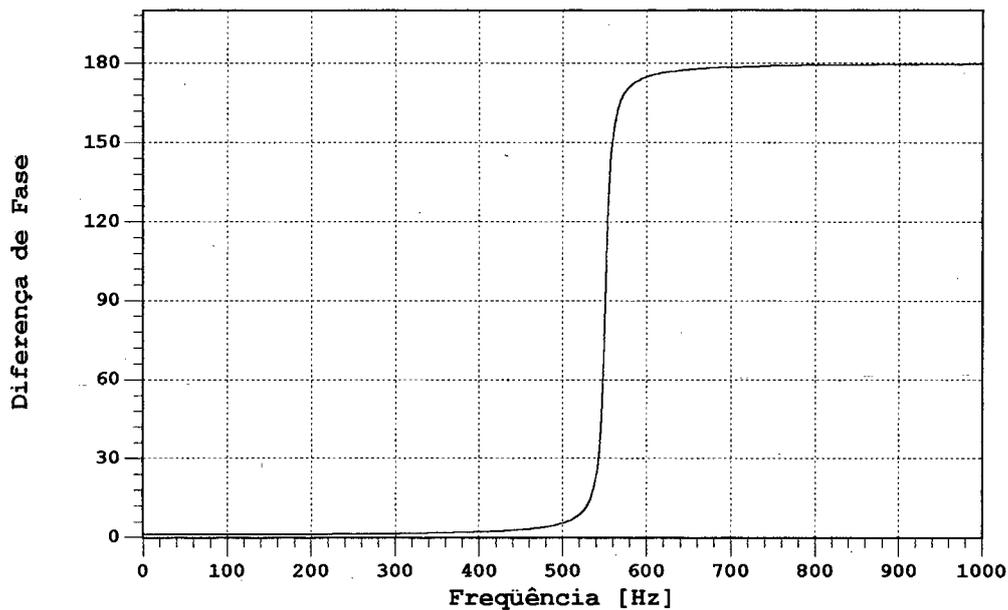


Figura 4.3 - Diferença entre as fases das velocidades das massas 1 e 2.

$$\omega_1^2 \approx a_1 \approx \frac{K_1}{M_1} \quad (4.16)$$

$$\omega_2^2 \approx a_2 \approx \frac{K_2}{M_2} \quad (4.17)$$

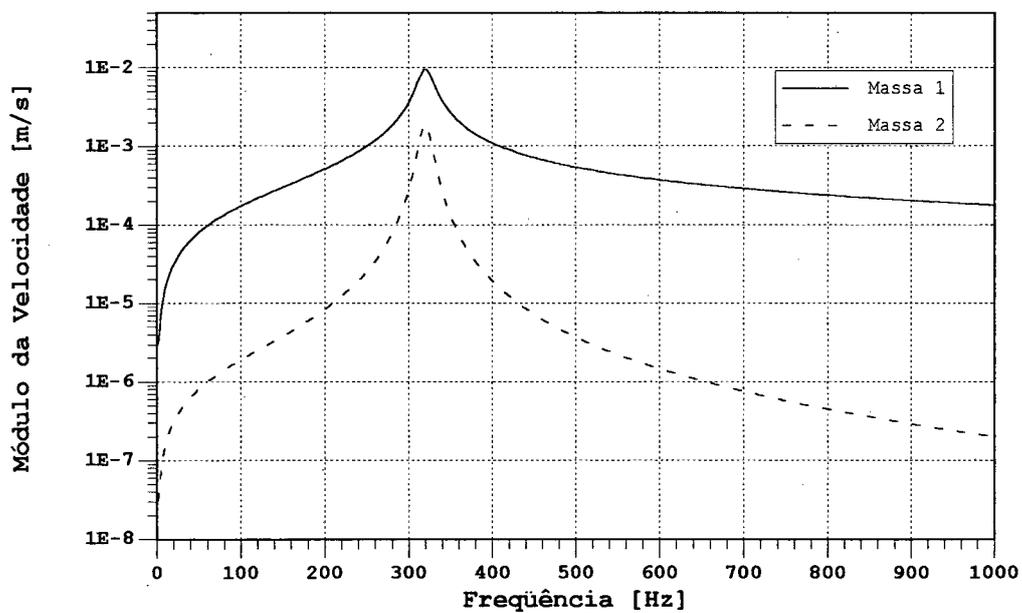


Figura 4.4 - Velocidades das massas 1 e 2 para osciladores iguais considerando fraco acoplamento.

A menor amplitude da massa 2 se deve à menor força de acoplamento, já que é diretamente proporcional à rigidez do acoplamento (veja a figura 4.4).

A potência fornecida ao sistema representa a potência total que é dissipada em cada um dos osciladores e no elemento de acoplamento. Já a potência transferida para o segundo oscilador representa apenas a potência dissipada neste componente, e é proporcional à sua energia vibratória total. Os comentários realizados acima podem ser melhor entendidos quando o sistema é representado segundo as potências de entrada, transferida e dissipadas, conforme mostrado na figura 4.5, na qual:

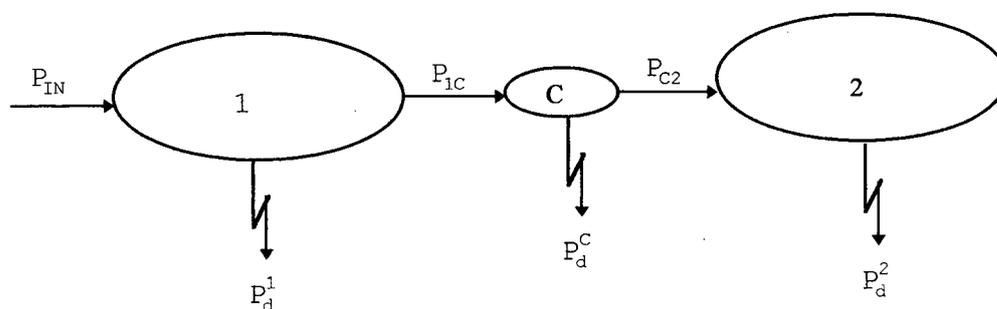


Figura 4.5 - Sistema formado por dois osciladores acoplados representado sob a forma de diagrama de potências.

P_{IN} - potência de entrada ou fornecida;

P_d^j - potência dissipada no j -ésimo componente;

P_{ij} - potência líquida transferida do i -ésimo ao j -ésimo componente.

Fazendo-se um balanço de potências para cada componente do sistema, obtém-se:

$$P_{IN}(f) = P_d^1 + P_d^2 + P_d^C \quad (4.18)$$

$$P_{1C}(f) = P_d^2 + P_d^C \quad (4.19)$$

$$P_{C2}(f) = P_d^2 \quad (4.20)$$

Sabendo-se que a potência dissipada no j -ésimo oscilador é proporcional à sua velocidade, pode-se escrever:

$$P_d^j = \frac{1}{2} \eta_j K_j |\dot{\epsilon}_j|^2 \quad (4.21)$$

Conclui-se que a partir das potências podem-se obter as energias totais ou as velocidades, média temporal, de cada componente.

Para pequenos amortecimentos, onde a frequência de ressonância é praticamente igual à não-amortecida, a potência dissipada é proporcional à energia total do componente:

$$P_d^j = \eta_j \omega_n \langle E_j \rangle \quad (4.22)$$

A potência de entrada pode ser obtida através da equação (2.5):

$$P_{IN}(f) = \frac{1}{2} \text{Re}\{F \dot{\epsilon}_1^*\} \quad (4.23)$$

Já a potência transferida para o segundo oscilador é dada pela mesma equação, ou seja, através da parte real do produto entre a força de acoplamento (F_c) pelo complexo conjugado da velocidade do segundo oscilador:

$$P_{C2}(f) = \frac{1}{2} \text{Re}\{F_c \dot{\epsilon}_2^*\} \quad (4.27)$$

sendo que a força de acoplamento é dada pela equação (4.28) e indicada na figura 4.6.

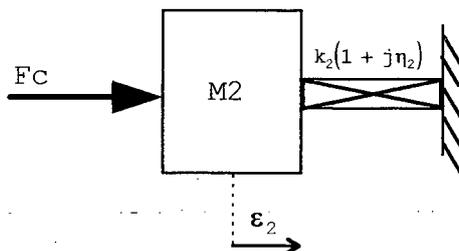


Figura 4.6 - Representação da força de acoplamento.

$$F_c = \frac{\overline{K_c}(\dot{\epsilon}_2 - \dot{\epsilon}_1)}{j\omega} \quad (4.28)$$

Uma forma alternativa de determinar as potências de entrada e transferida é através das mobilidades, ou impedâncias, nos pontos onde os esforços de excitação e de acoplamento são respectivamente aplicados, expressas pela equação (2.6).

As figuras 4.7 e 4.8 mostram as potências de entrada e transferida para o caso de dois osciladores com acoplamento fraco e forte acoplamentos, considerando-os conservativos. Pode-se notar que para forte acoplamento aparecem dois modos distintos, enquanto que quando fraco, apenas um modo é observado. Conforme já comentado anteriormente, neste caso os osciladores se comportam como se estivessem desacoplados. Veja a figura 4.7.

Comportamento semelhante é observado para a potência transferida, sendo que para fraco acoplamento a potência transferida é bem menor, pois a força de acoplamento é reduzida em relação ao forte acoplamento.

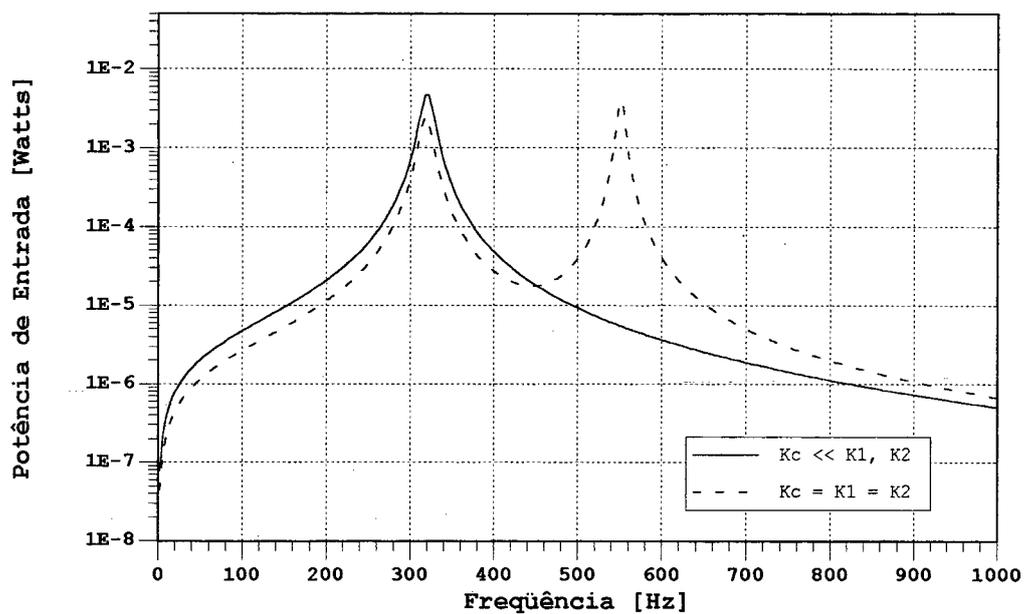


Figura 4.7 - Potências de entrada para o sistema da figura 1 considerando acoplamento fraco e forte.

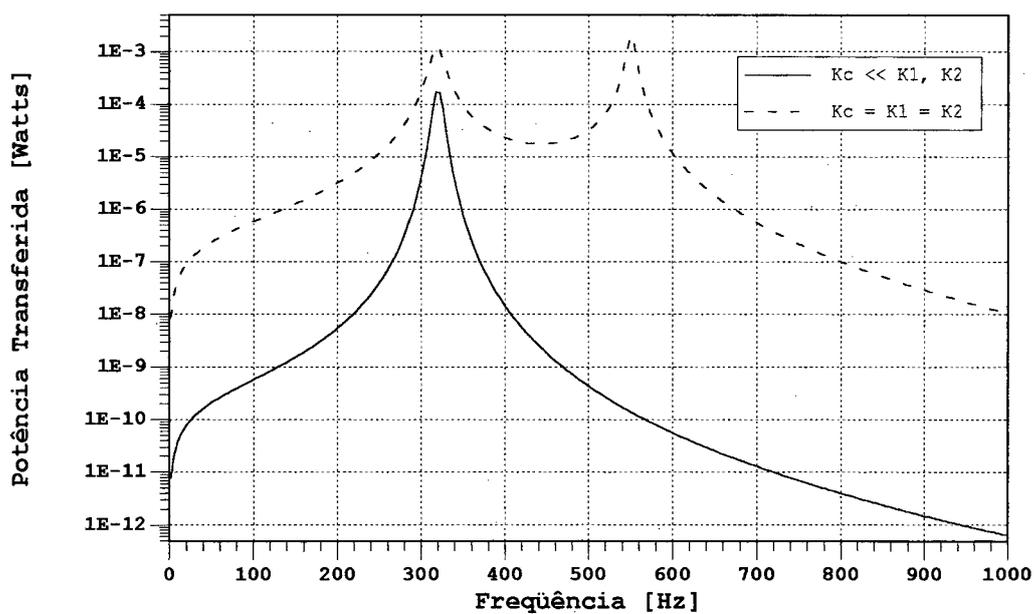


Figura 4.8 - Potências transferidas para acoplamento fraco e forte.

4.2 - FLUXO DE POTÊNCIA ENTRE COMPONENTES CONTÍNUOS ACOPLADOS

Existem vários métodos para a previsão do fluxo de potência e da resposta de sistemas complexos (entende-se por sistemas complexos aqueles compostos por componentes mais simples, como vigas e placas).

No método clássico, as constantes da equação do movimento de cada componente são determinados simultaneamente levando-se em consideração suas condições de contorno [6, 13]. Por exemplo, duas barras unidas em linha transmitindo ondas longitudinais apresentam os mesmos deslocamentos e esforços no ponto de união [17]. Este método é relativamente simples para sistemas formados por poucos componentes. Entretanto, pode-se tornar muito moroso e trabalhoso quando é considerado um maior número de componentes e/ou quando são assumidos vários tipos de ondas simultaneamente.

Outro método que vem sendo utilizado é o de elementos finitos, que para análises de resposta harmônica em faixas mais largas de frequência, mesmo com os avanços dos *hardwares* e dos processadores, necessita ainda de grande tempo de processamento e de máquinas de maior porte.

Neste trabalho será usado o método da mobilidade [12 a 16], também conhecido como o método da impedância ou da receptância. Este método baseia-se nos princípios de superposição dos efeitos e da reciprocidade, válidos em sistemas lineares. O método não utiliza as equações de movimento mas sim as soluções da resposta ou funções resposta em frequência, que podem ser obtidas via os métodos clássicos analíticos ou da superposição modal, o método de elementos finitos, procedimentos experimentais ou, até por conveniência, uma combinação destes. De forma geral, para o componente da figura 4.8, o qual tem condições de contorno bem definidas, o vetor velocidade no ponto 2

pode ser obtido a partir da função resposta em frequência, conforme mostrado na equação (4.29):

$$\overline{V_2(f)} = \overline{Y_{12}(f)} F_1(f) \quad (4.29)$$

na qual, $\overline{Y_{12}(f)}$ é a mobilidade de transferência entre os pontos 1 e 2, $F_1(f)$ a força de excitação, e $\overline{V_2(f)}$ é a velocidade no ponto 2.

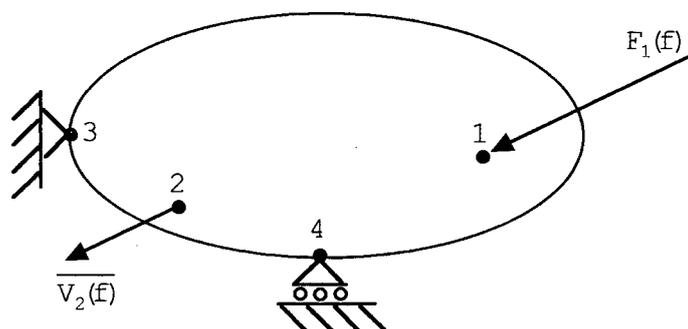


Figura 4.8 - Sistema mecânico genérico.

Neste método é importante observar que as mobilidades devem contemplar todas as condições de contorno. A resposta, em um ponto de interesse, quando atuam mais de um esforço sobre o componente, é obtida por um simples somatório de seus efeitos, válido para sistemas lineares:

$$\overline{V_2(f)} = \overline{Y_{12}(f)} \overline{F_1(f)} + \overline{Y_{22}(f)} \overline{F_2(f)} + \overline{Y_{23}(f)} \overline{F_3(f)} + \dots \quad (4.30)$$

Esta propriedade permite determinar a velocidade ou o fluxo de potência através das uniões de componentes acoplados, conforme mostrado na figura 4.9, para componentes acoplados em linha.

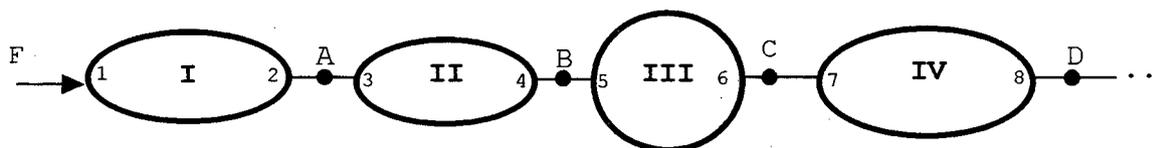


Figura 4.9 - Sistema mecânico genérico acoplado em linha.

Fazendo um diagrama de corpo livre, no qual consideram-se os esforços de reação nas uniões dos componentes, visto que para a obtenção dos fluxos de potência através das uniões (potências transferidas), são necessários os esforços de acoplamento e as velocidades nestes pontos. A potência de entrada ou fornecida ao sistema é obtida com a força de excitação e a respectiva velocidade do ponto de sua aplicação, conforme mostrado na figura 4.10.

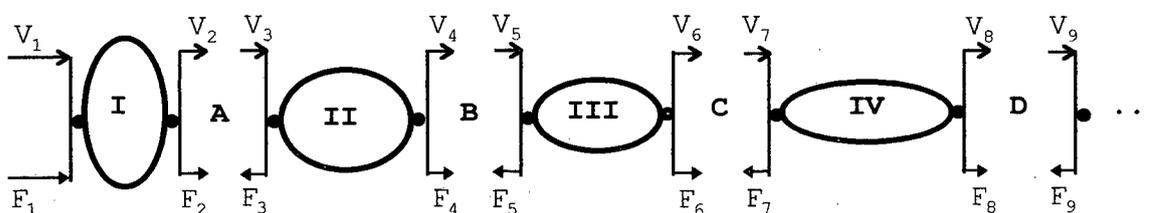


Figura 4.10 - Diagrama de corpo livre para o sistema genérico mostrado na figura 4.9.

De forma análoga ao método da matriz de transferência podem-se escrever as equações para as velocidades nos pontos de excitação e nas uniões. Estas equações são todas escritas em função das mobilidades de cada componente considerado como desacoplado, levando em conta os esforços de excitação e de acoplamento.

Considerando-se as condições de continuidade [6] nas uniões, nas quais as velocidades são iguais e a resultante dos esforços deve ser nula, e o princípio da reciprocidade, pode-se escrever:

$$V_2 = V_3 = V_A \quad (4.31)$$

$$V_4 = V_5 = V_B \quad (4.32)$$

$$V_6 = V_7 = V_C \quad (4.33)$$

$$V_8 = V_9 = V_D \quad (4.34)$$

$$F_2 = F_3 = F_A \quad (4.35)$$

$$F_4 = F_5 = F_B \quad (4.36)$$

$$F_6 = F_7 = F_C \quad (4.37)$$

$$F_8 = F_9 = F_D \quad (4.38)$$

Assim, as equações para as velocidades no ponto de excitação e nas uniões são, respectivamente, dadas por:

$$\overline{V_1(f)} = \overline{F_1(f)} \overline{Y_{11}(f)} + \overline{F_A(f)} \overline{Y_{21}(f)} \quad (4.39)$$

$$\overline{V_A(f)} = \overline{F_1(f)} \overline{Y_{12}(f)} + \overline{F_A(f)} \overline{Y_{22}(f)} = -\overline{F_A(f)} \overline{Y_{33}(f)} + \overline{F_B(f)} \overline{Y_{34}(f)} \quad (4.40)$$

$$\overline{V_B(f)} = -\overline{F_A(f)} \overline{Y_{34}(f)} + \overline{F_B(f)} \overline{Y_{44}(f)} = -\overline{F_B(f)} \overline{Y_{55}(f)} + \overline{F_C(f)} \overline{Y_{56}(f)} \quad (4.41)$$

$$\overline{V_C(f)} = -\overline{F_B(f)} \overline{Y_{56}(f)} + \overline{F_C(f)} \overline{Y_{66}(f)} = -\overline{F_C(f)} \overline{Y_{77}(f)} + \overline{F_D(f)} \overline{Y_{78}(f)} \quad (4.42)$$

$$\overline{V_D(f)} = -\overline{F_C(f)} \overline{Y_{78}(f)} + \overline{F_D(f)} \overline{Y_{88}(f)} = -\overline{F_D(f)} \overline{Y_{99}(f)} \quad (4.43)$$

As equações acima podem ser rescritas na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \overline{V_1} \\ \overline{V_A} \\ \overline{V_B} \\ \overline{V_C} \\ \overline{V_D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\overline{Y_{11}} & \overline{Y_{12}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\overline{Y_{33}} & \overline{Y_{34}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\overline{Y_{55}} & \overline{Y_{56}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\overline{Y_{77}} & \overline{Y_{78}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\overline{Y_{99}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{F_1} \\ \overline{F_A} \\ \overline{F_B} \\ \overline{F_C} \\ \overline{F_D} \end{Bmatrix} \quad (3.44)$$

Das equações (3.39) a (3.43) pode-se determinar os esforços nas uniões, conforme mostrado pela equação (3.45).

$$\begin{bmatrix} -(\overline{Y_{22}} + \overline{Y_{33}}) & \overline{Y_{34}} & 0 & 0 \\ \overline{Y_{34}} & -(\overline{Y_{44}} + \overline{Y_{55}}) & \overline{Y_{56}} & 0 \\ 0 & \overline{Y_{56}} & -(\overline{Y_{66}} + \overline{Y_{77}}) & \overline{Y_{78}} \\ 0 & 0 & \overline{Y_{78}} & -(\overline{Y_{88}} + \overline{Y_{99}}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{F_A} \\ \overline{F_B} \\ \overline{F_C} \\ \overline{F_D} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{F_1 Y_{12}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

Finalmente, as potências de entrada e transferidas através das uniões são obtidas a partir da equação (2.5), ou na forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} P_{IN} \\ P_A \\ P_B \\ P_C \\ P_D \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \text{Re} \begin{bmatrix} \overline{V_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{V_A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{V_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{V_C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{V_D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{F_1} \\ \overline{F_A} \\ \overline{F_B} \\ \overline{F_C} \\ \overline{F_D} \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

O sistema da figura 4.10 pode também ser representado em função das potências de entrada, transferidas e dissipadas, conforme mostra a figura 4.11.

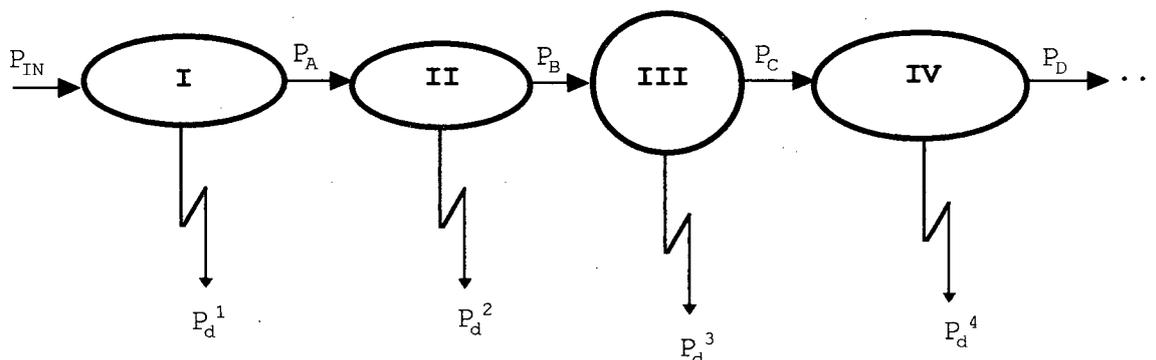


Figura 4.11 - Sistema genérico mostrado na figura 4.9 representado em função dos fluxos de potência.

A partir das potências de entrada e transferidas, pode-se estimar a energia vibratória total de cada componente, e conseqüentemente na velocidade média espacial.

$$P_d^j(f) = \omega \eta_j E_j(f) \quad (4.47)$$

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} \eta_1^{-1} & -\eta_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_2^{-1} & -\eta_2^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_3^{-1} & -\eta_3^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta_4^{-1} & -\eta_4^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \eta_5^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{IN} \\ P_A \\ P_B \\ P_C \\ P_D \end{Bmatrix} \quad (4.48)$$

sendo

E_j - a energia total do j -ésimo componente;

P_{IN} - a potência de entrada ou fornecida;

P_d^j - a potência dissipada pelo j -ésimo componente;

$P_{A,B,C,D}$ - a potência líquida transferida, ou o fluxo de potência através das uniões A a D, respectivamente;

F_i - os esforços de excitação e de acoplamento do i -ésimo ponto;

V_i - a velocidade do i -ésimo ponto.

Esta formulação considera que a potência seja transmitida apenas por um tipo de esforço, válida para componentes unidos em linha.

No caso da potência ser propagada por mais de um esforço de acoplamento ou quando são consideradas mais de um tipo de onda presentes simultaneamente no componente, surge um conjunto de equações (matrizes) análogas às apresentadas para cada tipo de onda ou esforço de acoplamento na união.

Sumarizando, por este procedimento de solução o sistema é subdividido em componentes mais simples, sendo considerados os esforços nas uniões. Para cada componente são determinadas para a posição de aplicação dos esforços de excitação e acoplamento, as

velocidades com base no princípio da superposição dos efeitos, e em função das mobilidades de entrada, de transferência e de saída. Assim, conhecidas as mobilidades, a partir das equações (4.46) e (4.48), são obtidos os fluxos de potência e as energias totais de cada componente. As mobilidades são representadas pelas equações:

Y_{ii} - a mobilidade de entrada

Y_{ij} - a mobilidade de transferência

Y_{jj} - a mobilidade de saída

$$\overline{Y_{ii}} = \frac{\overline{V_i}}{F_i} \quad (4.49)$$

$$\overline{Y_{ij}} = \overline{Y_{ji}} = \frac{\overline{V_j}}{F_i} = \frac{\overline{V_i}}{F_j} \quad (4.50)$$

$$\overline{Y_{jj}} = \frac{\overline{V_j}}{F_j} \quad (4.51)$$

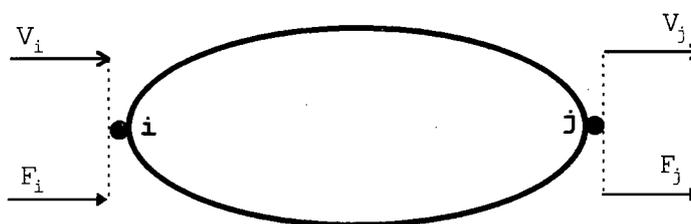


Figura 4.12 - Representação das velocidades e esforços em um componente genérico.

Quando os componentes apresentam mais de um esforço de acoplamento nos pontos de união, ou para vários componentes acoplados no mesmo ponto, as condições de continuidade devem ser obedecidas.

Uma das principais vantagens deste método é que as mobilidades podem tanto ser determinadas experimentalmente, ou analiticamente, bem como por métodos numéricos. Apresenta grande vantagem em sistemas periódicos e quase periódicos (quando as condições de contorno nas uniões se repetem), sendo que a solução é fortemente dependente da qualidade e representatividade das mobilidades estimadas [16].

4.3 - FLUXO DE POTÊNCIA TRANSMITIDO ENTRE BARRAS ACOPLADAS

Seja um sistema formado por três barras acopladas, conforme mostrado na figura 4.13. O acoplamento genérico é representado por um elemento elástico. Uma das barras é excitada na extremidade livre por uma força harmônica de módulo unitário. Os elementos de acoplamento têm rigidez K_A e K_B e o amortecimento na união, bem como no restante do sistema, é considerado como histerético. As massas dos elementos de união foram desprezadas.

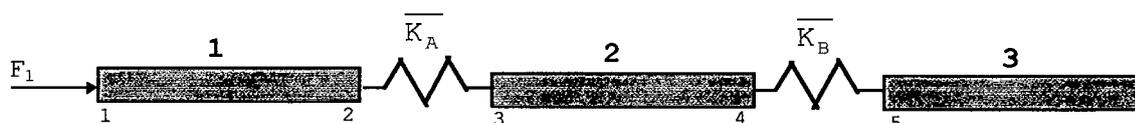


Figura 4.13 - Sistema formado por três barras acopladas.

As potências de entrada e transferidas são obtidas pelo método da mobilidade apresentado no item 4.2, no qual o sistema é separado em subsistemas considerando-se os esforços nas uniões. As velocidades nas extremidades dos componentes são representadas por V_j , onde $j=1\dots 5$, enquanto que F_A e F_B são os esforços de acoplamento, dados pelas equações (4.52) e (4.53) e mostrados na figura 4.14:

$$\overline{F}_A = \frac{K_A}{j\omega} (\overline{V}_3 - \overline{V}_2) \quad (4.52)$$

$$\overline{F}_B = \frac{K_B}{j\omega} (\overline{V}_5 - \overline{V}_4) \quad (4.53)$$

De forma genérica a rigidez dos elementos de união são:

$$\overline{K}_A = K_A (1 + j\eta_A) \quad (4.54)$$

$$\overline{K}_B = K_B (1 + j\eta_B) \quad (4.55)$$

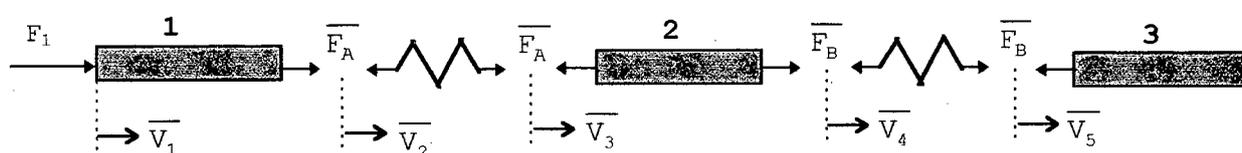


Figura 4.14 - Diagrama de esforços e velocidades nas uniões.

As velocidades, os esforços de acoplamento, e as potências de entrada e transferidas estão relacionadas na forma matricial, pelas equações abaixo:

$$\begin{Bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_3 \\ \overline{V}_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_{11} & \overline{Y}_{12} & 0 \\ 0 & -\overline{Y}_{33} & \overline{Y}_{34} \\ 0 & 0 & -\overline{Y}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{F}_1 \\ \overline{F}_A \\ \overline{F}_B \end{Bmatrix} \quad (4.56)$$

$$\begin{Bmatrix} \overline{F}_A \\ \overline{F}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\overline{F}_1 \overline{Y}_{12} \\ 0 \end{Bmatrix} \left[\begin{array}{cc} (\overline{Y}_{KA} + \overline{Y}_{22} + \overline{Y}_{33}) & -\overline{Y}_{33} \\ -\overline{Y}_{33} & (\overline{Y}_{KB} + \overline{Y}_{44} + \overline{Y}_{55}) \end{array} \right]^{-1} \quad (4.56)$$

$$\begin{Bmatrix} P_{IN} \\ P_A \\ P_B \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \begin{bmatrix} \overline{V_1}^* & 0 & 0 \\ 0 & \overline{V_3}^* & 0 \\ 0 & 0 & \overline{V_5}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_A \\ F_B \end{Bmatrix} \quad (4.57)$$

O primeiro passo para a solução do sistema de equações acima consiste em obter as mobilidades de cada componente.

As mobilidades dos elementos de acoplamento são:

$$\overline{Y_{KA}} = \frac{j\omega}{K_A} ; \quad \overline{Y_{KB}} = \frac{j\omega}{K_B} \quad (4.58, 4.59)$$

As mobilidades referentes a cada componente são obtidas através da análise da figura 4.15.



Figura 4.15 - Componente genérico.

O componente mostrado na figura 4.15 pode ser representado pelas mobilidades de entrada, de transferência e de saída, obtidas conforme mostrado abaixo:

a) Mobilidade de Entrada

$$\overline{Y_{ii}} = \frac{\overline{V}_i}{\overline{F}_i} \quad (4.60)$$

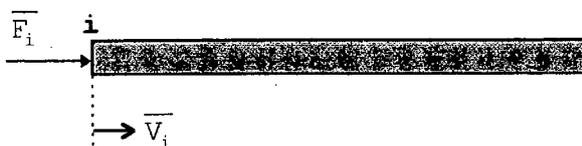


Figura 4.16 - Mobilidade de entrada.

b) Mobilidade de Transferência

$$\overline{Y}_{ij} = \overline{Y}_{ji} = \frac{\overline{V}_j}{\overline{F}_i} = \frac{\overline{V}_i}{\overline{F}_j} \quad (4.61)$$

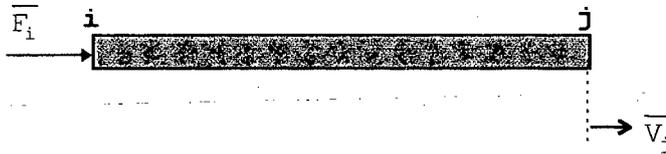


Figura 4.17 - Mobilidade de transferência.

c) Mobilidade de Saída

$$\overline{Y}_{jj} = \frac{\overline{V}_j}{\overline{F}_j} \quad (4.62)$$

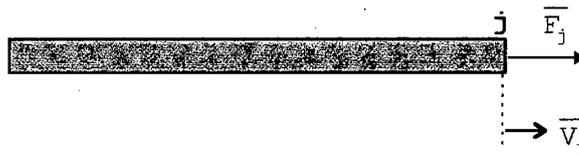


Figura 4.18 - Mobilidade de saída.

Em seguida são obtidos os esforços nas uniões (através da equação (4.56)), as velocidades (equação (4.55)) e os fluxos de potência (equação (4.57)).

Para componentes unidos rigidamente, sem elementos elásticos nas uniões, basta fazer os valores de rigidez K_A e K_B tenderem a infinito, ou as mobilidades Y_{KA} e Y_{KB} tenderem a zero. E desta forma, $\overline{V}_2 = \overline{V}_3$ e $\overline{V}_4 = \overline{V}_5$, resultando nos seguintes esforços de acoplamento:

$$\begin{Bmatrix} \overline{F}_A \\ \overline{F}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -F_1 \overline{Y}_{12} \\ 0 \end{Bmatrix} \left[\begin{array}{cc} (\overline{Y}_{22} + \overline{Y}_{33}) & -\overline{Y}_{33} \\ -\overline{Y}_{33} & (\overline{Y}_{44} + \overline{Y}_{55}) \end{array} \right]^{-1} \quad (4.63)$$

Considerando-se acoplamento conservativo, ou seja, amortecimento nulo nas uniões, as energias totais de cada componente são dadas por:

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{bmatrix} \eta_1^{-1} & \eta_1^{-1} & 0 \\ 0 & \eta_2^{-1} & \eta_2^{-1} \\ 0 & 0 & \eta_3^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_{IN} \\ P_A \\ P_B \end{Bmatrix} \quad (4.64)$$

As mesmas equações apresentadas acima podem ser utilizadas para um sistema composto por dois componentes acoplados, bastando acoplar dois dos três componentes do modelo rigidamente sem amortecimento no ponto de união, e atribuir as mesmas propriedades mecânicas e geométricas às barras. O comprimento original de um dos componentes deve ser distribuído entre os dois do modelo, conforme mostrado na figura 4.19.

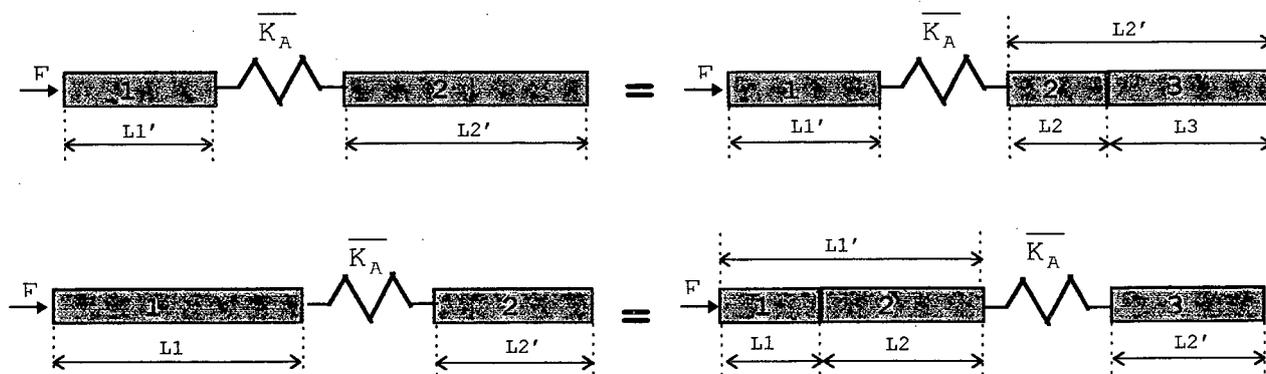


Figura 4.19 - Sistema formado por dois componentes modelado pelas equações (4.56) a (4.58), para três componentes acoplados.

4.3.1 - Análise de resultados

4.3.1.1 - Duas barras acopladas

Seja o sistema mostrado na figura 4.20, formado por duas barras acopladas, excitado por uma força longitudinal.

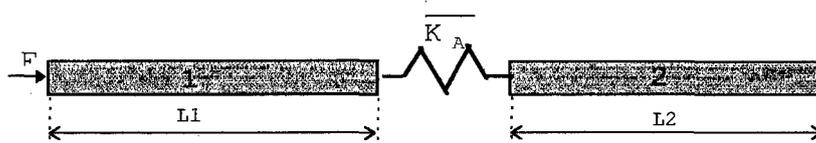


Figura 4.20 - Sistema formado por duas barras acopladas.

As barras são de aço, o acoplamento foi considerado como conservativo e a propagação de energia ocorre apenas por ondas longitudinais.

Mantendo-se as condições de excitação inalteradas (estado estacionário) existem vários fatores estruturais que alteram o comportamento dinâmico do sistema e, por consequência, os fluxos de potência de entrada e transferida, bem como as energias totais e as frequências de ressonância do sistema.

Os efeitos da rigidez do acoplamento, área da seção transversal e amortecimento foram analisados de forma paramétrica, na faixa de frequências compreendida entre 50 a 5000 Hz. Os casos analisados e os valores totais, integrados na faixa de frequências considerada, bem como das potências de entrada e transferida, e das energias vibratórias totais de cada componente, estão sumarizados nas tabelas 4.2 e 4.3.

caso	L1 [m]	L2 [m]	η_1	η_2	S1 [m ²]	S2 [m ²]	K N/m
1	5	5	0,01	0,01	0,0025	0,0025	∞
2	5	5	0,01	0,01	0,0025	0,0025	10^8
3	5	5	0,01	0,01	0,0025	0,0025	10^4
4	5	5	0,01	0,005	0,0025	0,0025	∞
5	5	5	0,01	0,05	0,0025	0,0025	∞
6	5	5	0,01	0,01	$6,25 \times 10^{-4}$	0,05	∞
7	5	5	0,01	0,01	0,01	0,05	∞
8	5	8	0,01	0,05	0,01	0,05	$10^{8,5}$
9	5	8	0,01	0,05	0,01	0,05	∞

Tabela 4.2 - Configurações testadas.

caso	P_{IN} [dB]	P_{12} [dB]	E_1 [dB]	E_2 [dB]	Observações
1	94,2	91,2	75,7	75,7	referência
2	93,7	89,4	74,2	73,4	efeito do acoplamento
3	93,2	31,5	75,6	16,3	
4	94,2	89,4	76,9	76,8	efeito do amortecimento
5	94,2	93,3	71,2	70,9	
6	100,7	95,2	84,6	79,7	efeito da seção transversal
7	87,6	83,2	68,4	67,7	
8	87,7	84,2	66,6	63	efeito do acoplamento
9	87,9	86,9	63,1	64,9	

Tabela 4.3 - Valores totais, integrados na faixa de 50 Hz a 5000 Hz, dos casos apresentados na tabela 4.2, considerando uma força de excitação constante, de magnitude 1 N.

a) Efeito da rigidez do acoplamento

O efeito da rigidez do acoplamento foi analisado para duas barras iguais (casos 1, 2 e 3) e para barras diferentes (casos 8 e 9). Para rigidez tendendo a infinito (caso 1), o sistema comporta-se como uma barra única, a potência transferida é 3 dB inferior à potência de entrada, já que 50 % da potência é dissipada em cada um dos componentes. Quando a rigidez é reduzida a um valor intermediário, caso 2, e posteriormente para um acoplamento flexível (caso 3), a potência fornecida é igualmente reduzida, o mesmo ocorrendo com a energia total do segundo componente.

Nas figuras 4.21 e 4.22 são mostrados os espectros das potências fornecida e transferida, respectivamente. Para $K = 10^8$ N/m o acoplamento tende a forte em baixas frequências, e a fraco nas altas. Enquanto que para $K = 10^4$ N/m o acoplamento é fraco em todo o espectro analisado, a potência transferida e por consequência a energia total são drasticamente reduzidas, sendo que os componentes vibram como se estivessem praticamente desacoplados.

A mudança das frequências de ressonâncias se deve ao efeito do acoplamento, conforme já comentado no item 4.1.

A figura 4.23 mostra o efeito da rigidez do acoplamento sobre a energia total do segundo componente. Na qual observa-se que a redução do fluxo de potência transferida provoca a diminuição da resposta vibratória deste componente.

O efeito da redução da rigidez no acoplamento pode também ser observado através do fluxo de potência ao longo do sistema, conforme mostrado nas figuras 4.24 e 4.25 para o primeiro e oitavo modo respectivamente. O fluxo de potência foi normalizado pela potência de entrada.

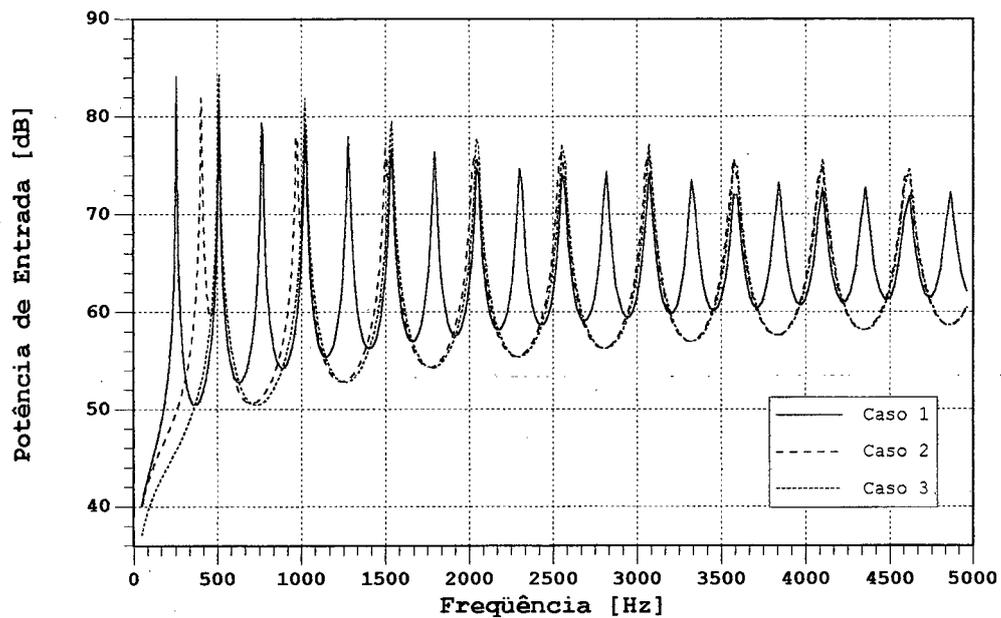


Figura 4.21 - Espectros da potência de entrada para diferentes valores da rigidez de acoplamento K_A .

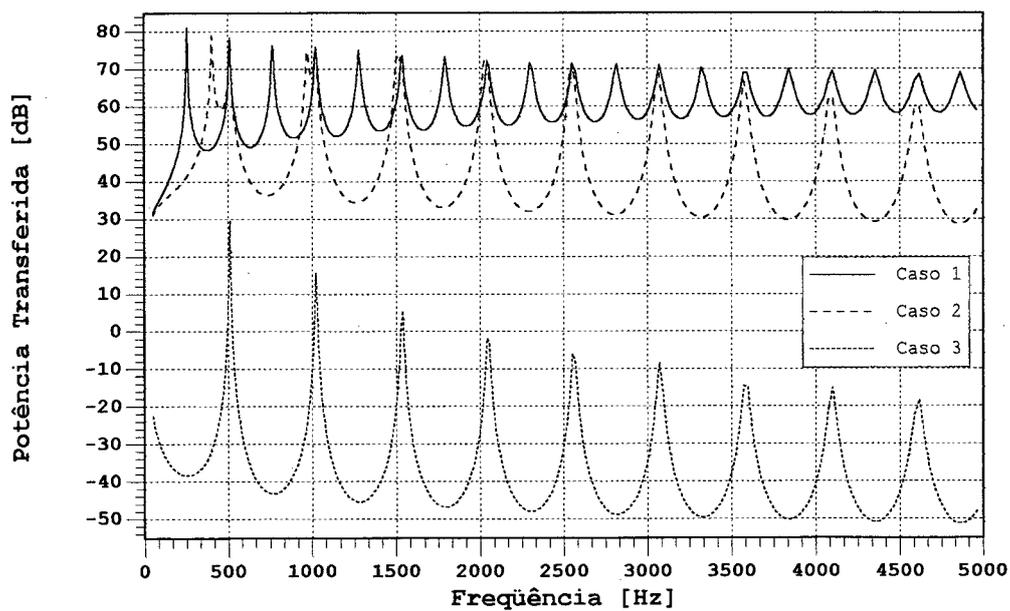


Figura 4.22 - Espectros da potência transferida para diferentes valores da rigidez de acoplamento K_A .

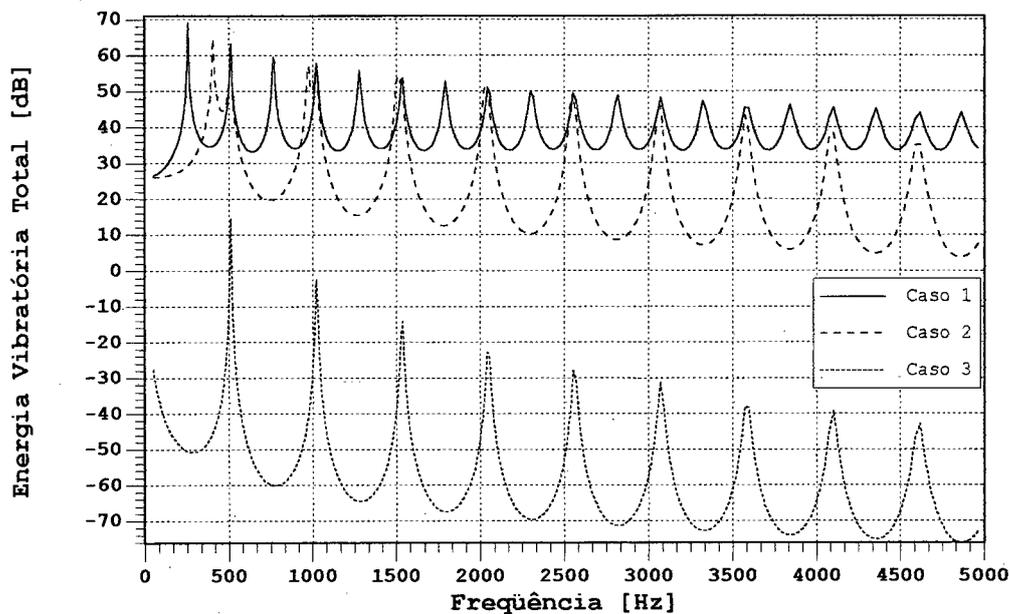


Figura 4.23 - Espectros da energia total do segundo componente para diferentes valores da rigidez de acoplamento K_A .

Conforme já comentado, para forte acoplamento em ambos os casos analisados, em $X = 5m$ apenas 50% da potência de entrada é transferida ao segundo componente.

O efeito do acoplamento altera a contribuição de cada componente na formação do modo; para fraco acoplamento por exemplo, o modo se acomoda em cada componente separadamente, como se estivessem desacoplados. É por este motivo que as frequências dos respectivos modos são aproximadamente o dobro quando se alteram as condições de forte para fraco acoplamento, sendo que para acoplamentos mais fracos a maior parte da energia é dissipada no componente que é diretamente excitado.

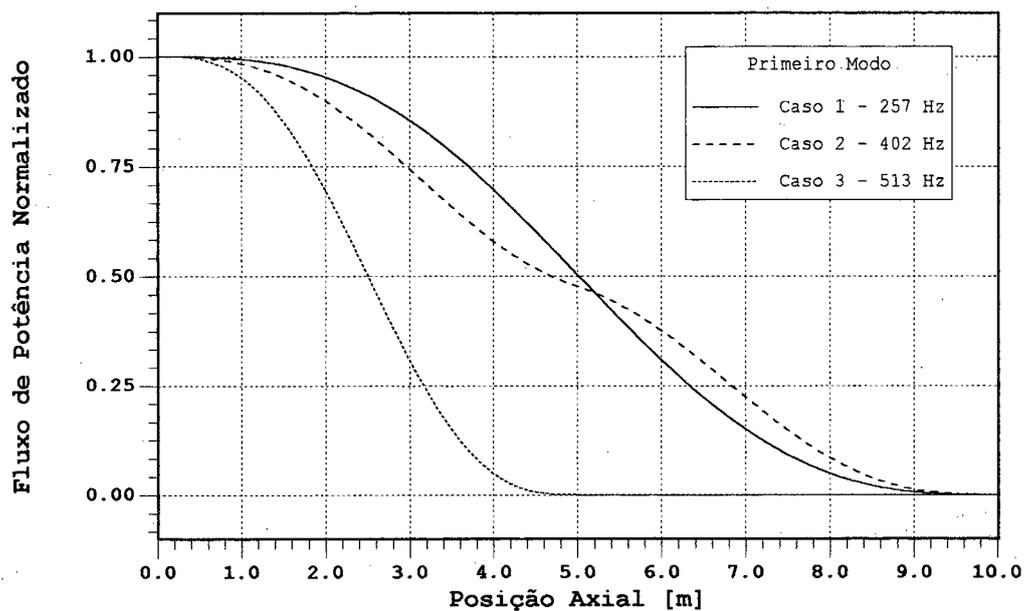


Figura 4.24 - Fluxo de potência normalizado ao longo do sistema para o primeiro modo do sistema.

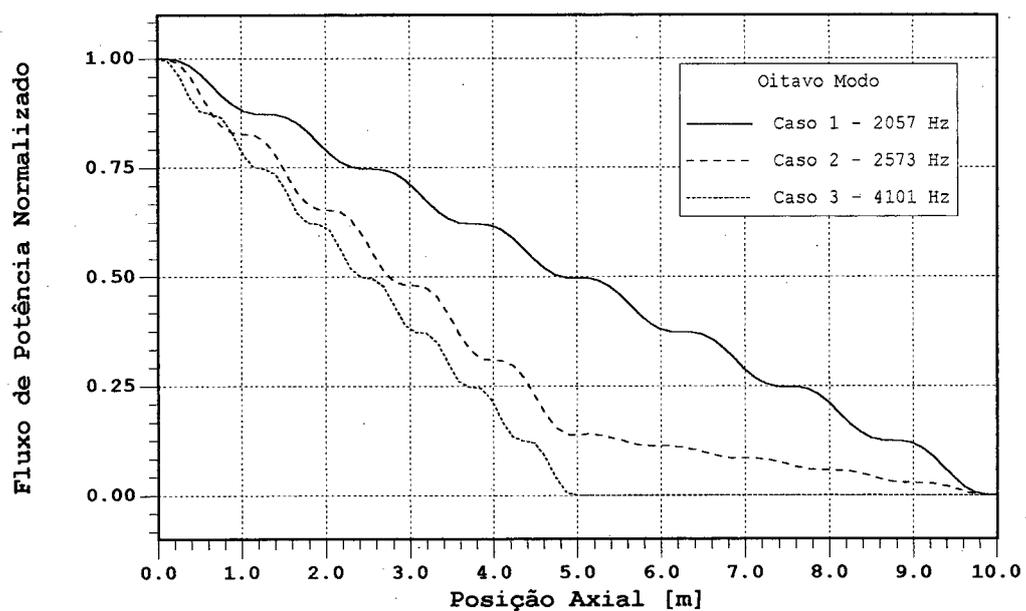


Figura 4.25 - Fluxo de potência normalizado ao longo do sistema para o oitavo modo do sistema.

b) Efeito do amortecimento estrutural

Como mencionado no capítulo 3, o estado estacionário é atingido quando a potência dissipada pelo sistema é igual à fornecida. Quando o amortecimento estrutural é aumentado, este equilíbrio é atingido para menores amplitudes de velocidade. Entretanto, a potência dissipada total (integrada na faixa de frequências analisada) mantém-se sempre inalterada, independentemente do amortecimento, conforme pode ser observado na tabela 4.2. A potência total fornecida ao sistema para os casos 1, 4 e 5 é a mesma.

No entanto, a parcela que é dissipada em cada componente é alterada conforme seu respectivo fator de amortecimento. Assim, para o caso 1 50 % da potência fornecida é dissipada em cada um dos componentes. Mas quando os componentes apresentam diferentes fatores de amortecimento, a maior parcela de potência é consumida no componente de maior amortecimento, apesar de apresentar menor energia total. No caso 5 a maior parte da potência fornecida é dissipada no segundo componente, sendo que o primeiro tem a função de servir apenas como um caminho de propagação para o segundo componente.

As figuras 4.26 e 4.27 mostram os espectros do fluxo de potência fornecida e transferida para os três casos citados acima. E, apesar das potências totais fornecidas serem iguais, as potências fornecidas aos modos diminuem ao ser aumentado o amortecimento, enquanto que aumentam nas regiões entre os modos, fazendo com que a potência total permaneça constante. O mesmo comportamento é observado para a potência transferida, figura 4.27.

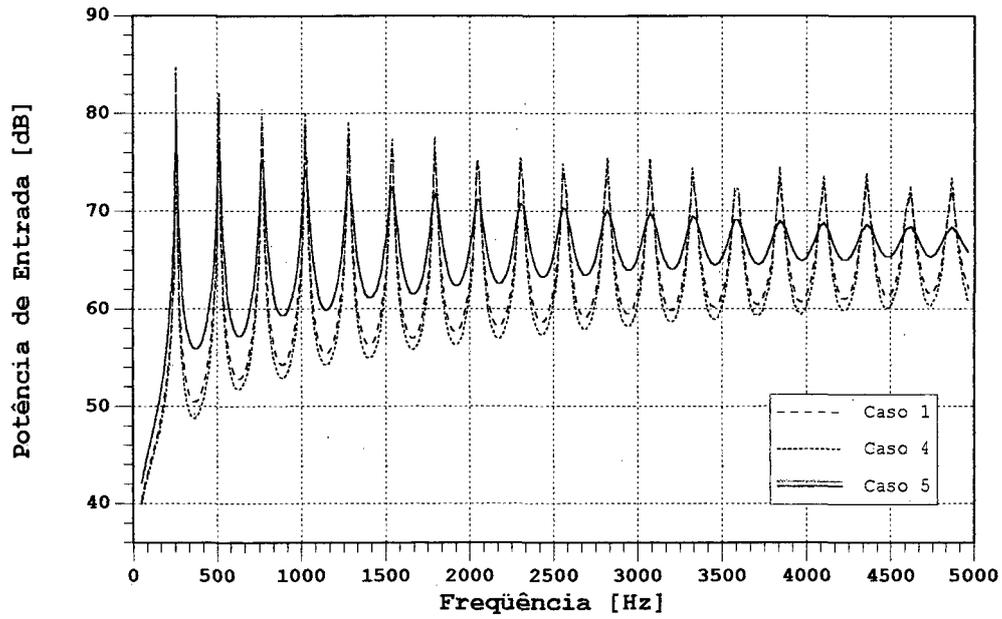


Figura 4.26 - Fluxos de potência de entrada para valores diferentes de amortecimento da barra 2.

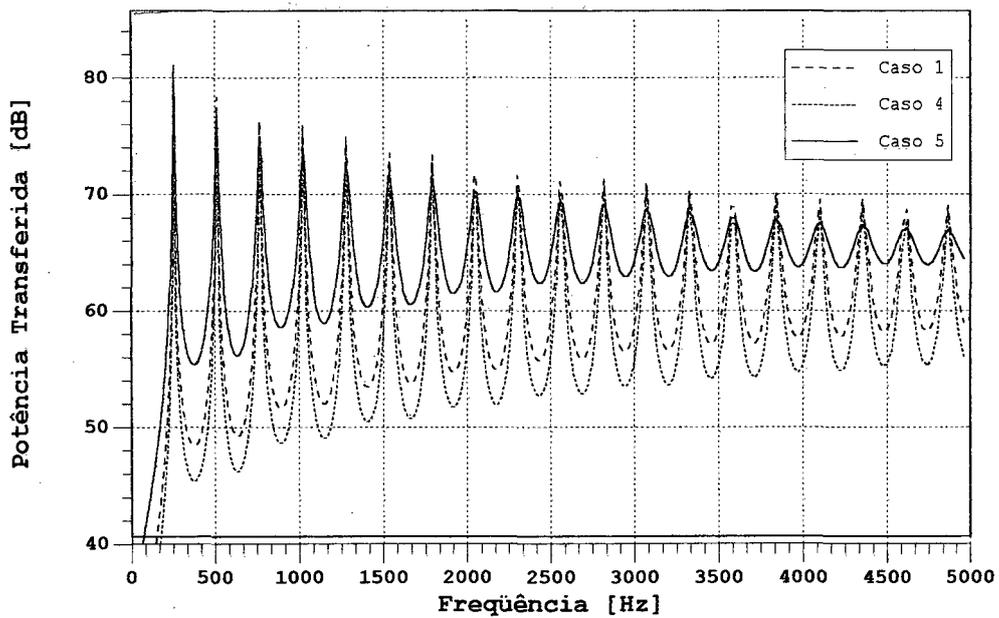


Figura 4.27 - Fluxos de potência transferida para valores diferentes de amortecimento da barra 2.

A energia total dos componentes diminuem quando o amortecimento de um dos componentes é aumentado, conforme descrito acima e mostrado na figura 4.28.

O efeito da variação do amortecimento sobre o fluxo de potência ao longo do sistema para os primeiro e oitavo modos pode também ser observado nas figuras 4.29 e 4.30. Quando é aumentado o amortecimento do primeiro componente, praticamente toda a potência é nele dissipada. Enquanto que quando o fator de amortecimento do segundo componente é aumentado, o primeiro tem a função principal de servir de caminho de propagação, dissipando pequena parcela da potência total fornecida ao sistema.

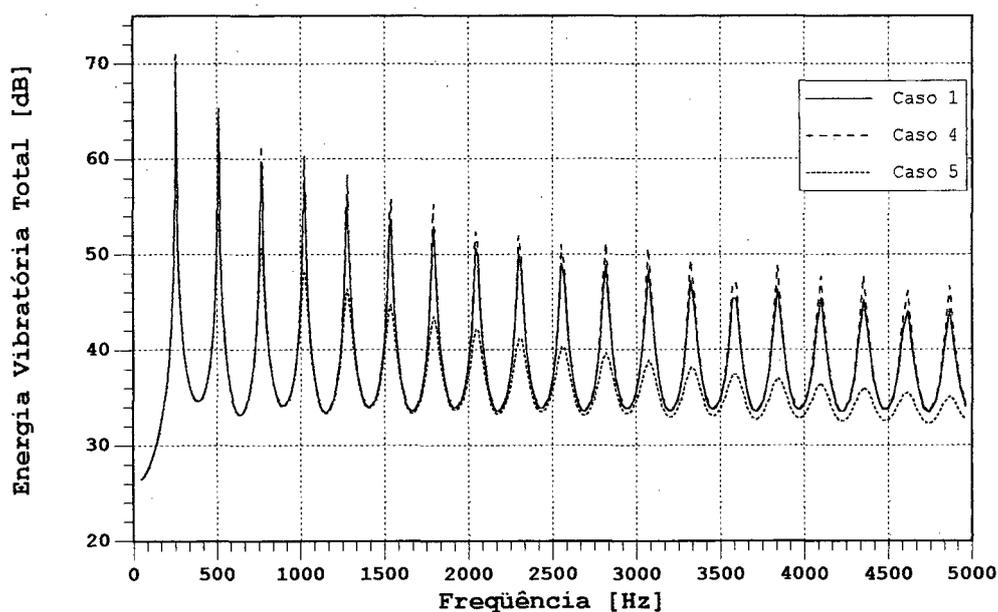


Figura 4.28 - Energia vibratória total do segundo componente para valores diferentes de amortecimento da barra 2.

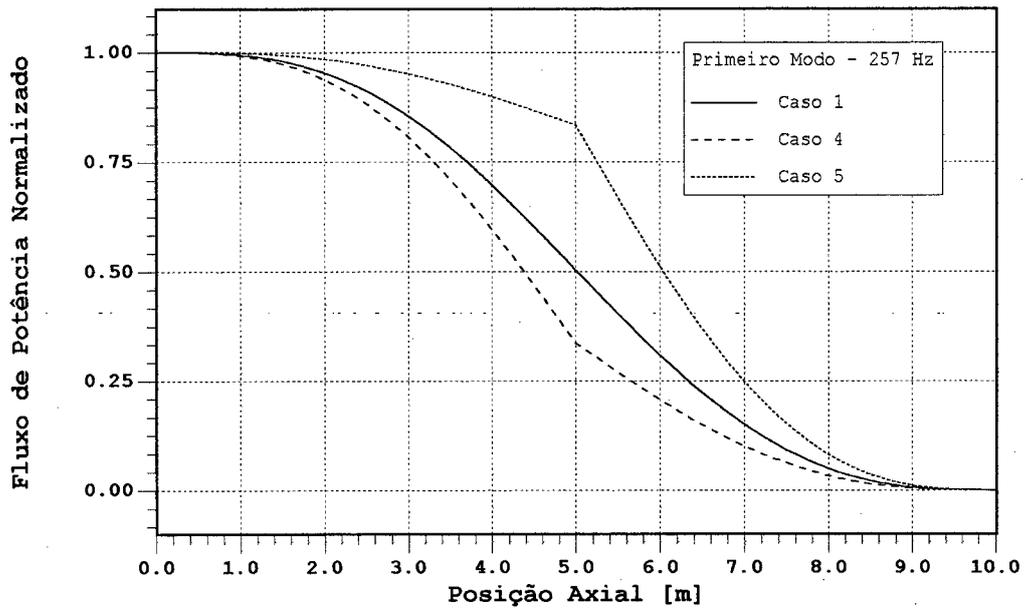


Figura 4.29 - Fluxo de potência ao longo do eixo longitudinal do sistema para o primeiro modo, variando o amortecimento da barra 2. Barras fortemente acopladas.

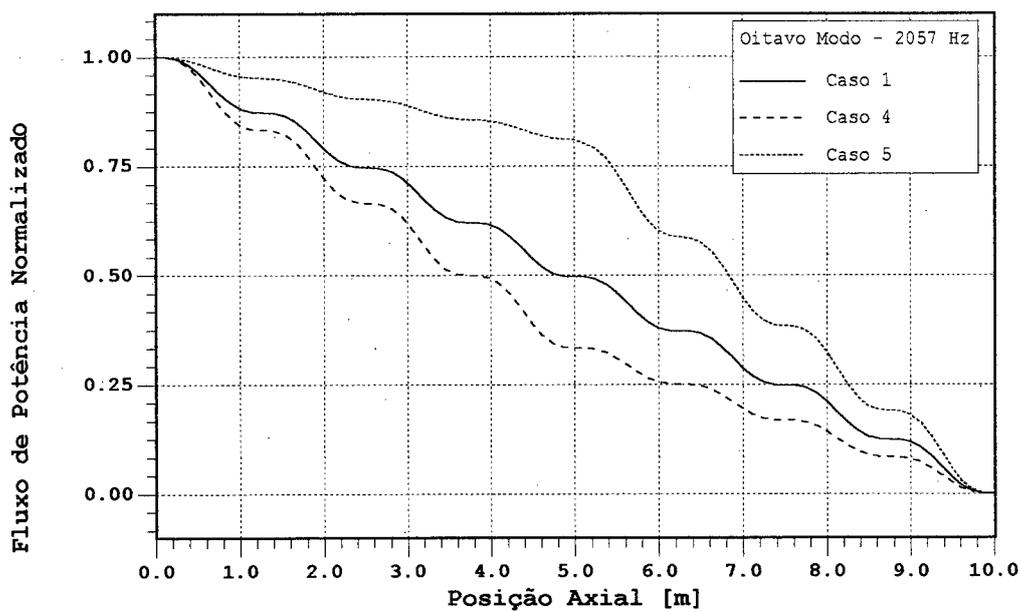


Figura 4.30 - Fluxo de potência ao longo do eixo longitudinal do sistema para o oitavo modo, variando o amortecimento da barra 2. Barras fortemente acopladas.

c) Efeito da seção transversal

Diferentes seções transversais provocam alterações nas mobilidades nos pontos de acoplamento e de excitação, podendo tanto facilitar como dificultar a transmissão de potência ao componente e ao sistema. Podem também alterar o fluxo de potência ao longo dos caminhos de transmissão. Na figura 4.31 são mostrados os espectros da potência de entrada para os casos 6 e 7, na qual observa-se que o sistema consome menor potência quando a área da seção transversal do componente 1 é aumentada. Isto se deve ao fato do componente apresentar menor mobilidade e assim, para uma mesma força de excitação a potência de entrada é menor, reduzindo também a potência transferida e conseqüentemente as energias totais dos componentes, conforme mostrado pela figura 4.32.

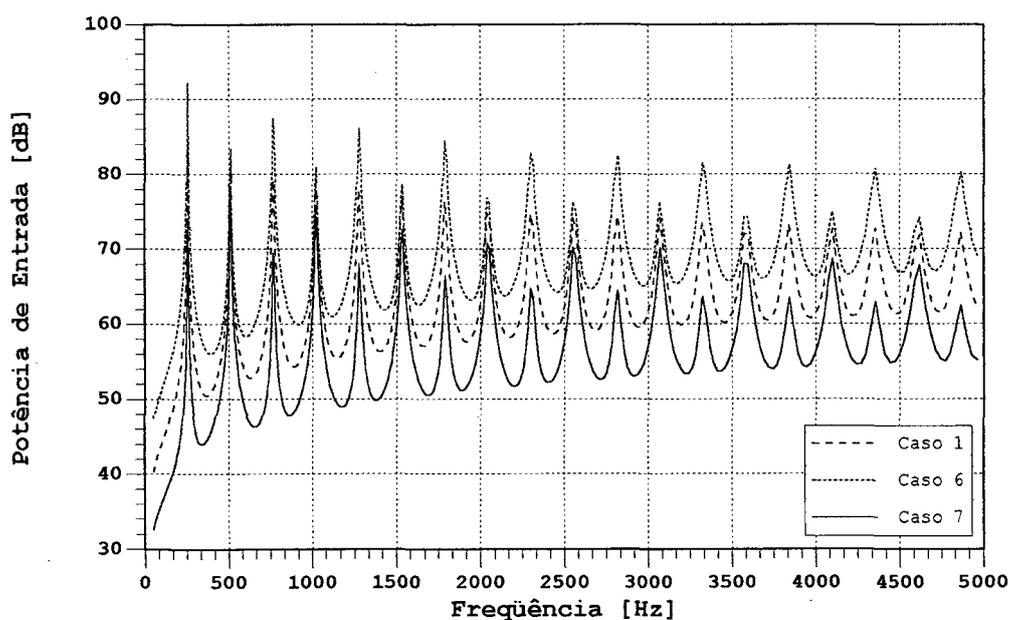


Figura 4.31 - Espectros das potências de entrada para valores diferentes de seção transversal da barra 2.

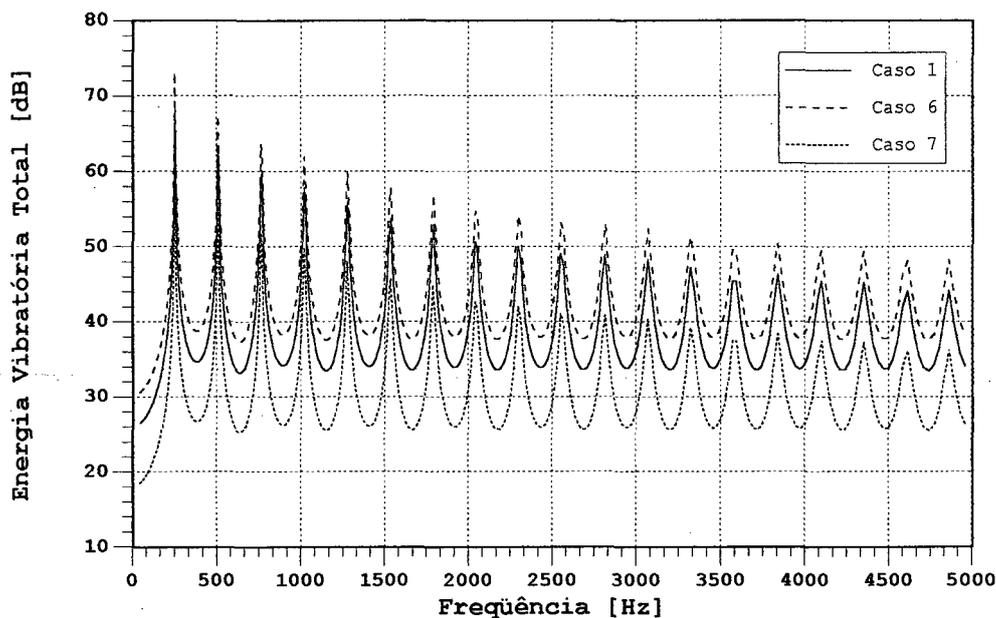


Figura 4.32 - Espectros das Energias vibratórias totais do segundo componente para valores diferentes de seção transversal da barra 2.

4.3.1.2 - Três barras acopladas

Seja um sistema formado por três barras acopladas vibrando por ondas longitudinais, conforme mostrado na figura 4.33, e no qual objetiva-se reduzir a resposta vibratória do terceiro componente, já que por apresentar o maior comprimento, possui maior densidade modal que os demais. Isto pode ser alcançado considerando-se três alternativas, listadas abaixo:

- a) Alteração da rigidez do acoplamento;
- b) Alterações nas áreas das seções transversais dos componentes;
- c) Alteração dos fatores de amortecimento dos componentes.

Na análise, o acoplamento foi considerado como conservativo, ou seja, não há dissipação de potência nas uniões. Alguns parâmetros

geométricos e propriedades mecânicas do material foram mantidos constantes, e os que foram alterados estão indicados na tabela 4.4.

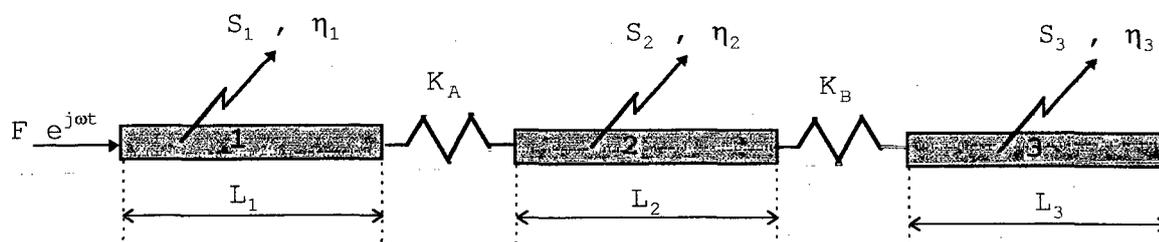


Figura 4.33 - Sistema composto por três barras acopladas, através de acoplamentos conservativos.

Caso	K_A N/m	K_B N/m	S_1 10^{-2} m^2	S_2 10^{-2} m^2	S_3 10^{-2} m^2	η_1	η_2	η_3
11	∞	∞	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01
12	∞	1×10^5	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01
13	1×10^5	∞	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01
14	1×10^5	1×10^5	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01	0,01
15	∞	∞	0,03	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01
16	∞	∞	0,03	0,15	0,01	0,01	0,01	0,01
17	∞	∞	0,03	0,05	0,01	0,01	0,01	0,05
18	∞	∞	0,03	0,05	0,01	0,01	0,05	0,01
19	∞	∞	0,03	0,050	0,01	0,01	0,01	0,1

Tabela 4.4 - Grandezas avaliadas na análise.

Na tabela 4.5 são mostrados os valores totais, integração na faixa de frequência considerada dos valores das grandezas analisadas nos casos listados na tabela 4.4.

Caso	P_{IN} dB	P_{12} dB	P_{23} dB	E_1 dB	E_2 dB	E_3 dB	f_1 Hz	f_3 Hz	f_8 Hz	Observação
11	103,7	101,6	100,0	84,4	80,7	86,5	126,4	371	1065	Referência
12	103,7	100,5	97,3	85,4	81,2	84,5	149,0	416	1145	Efeito do Acoplamento
13	103,0	93,0	92,0	85,4	71,9	81,3	132,4	471	1289	
14	102,9	91,6	89,7	85,4	71,1	78,5	155,0	471	1145	
15	103,8	100,2	97,6	86,8	80,2	84,0	126,4	371	1065	Efeito da Seção
16	103,8	102,5	101,3	81,9	83,3	88,2	126,4	371	1065	
17	103,7	102,6	101,9	81,5	77,6	81,1	126,4	371	1065	Efeito do Amortecimento
18	103,7	102,6	98,2	82,0	78,4	85,3	126,4	371	1065	
19	103,7	102,8	102,3	80,2	76,0	78,5	126,4	371	1065	

Tabela 4.5 - Valores globais (integrados na faixa de frequência analisada) das grandezas observadas, considerando uma força de excitação constante de 1 N.

a) Efeito da rigidez do acoplamento (casos 11 a 14)

Conforme já mencionado no item anterior, uma das formas eficientes de reduzir a resposta de um componente, que está acoplado a outros, consiste em reduzir o fluxo de potência que chega até ele. Isto pode ser conseguido basicamente de várias maneiras:

- A primeira, e mais comum, é a redução do acoplamento entre o componente de interesse e o restante do sistema (caso 12);
- A segunda consiste em identificar o componente estrutural que recebe a excitação externa e isolá-lo do restante da estrutura (caso 13).
- Por último, pode-se aplicar todas as alternativas descritas acima simultaneamente (caso 14);

A comparação entre os espectros das potências transferidas para os casos 11 a 14, é mostrada na figura 4.34, na qual observa-se que a maior redução do fluxo é conseguida no caso 14. A segunda melhor opção foi o caso 13, o que não é surpresa, visto que a diferença de áreas entre os componentes 2 e 3 dificulta a propagação do fluxo, mesmo para forte acoplamento.

As reduções obtidas nos fluxos de potência transferida refletem diretamente na diminuição da energia vibratória total do terceiro componente, como é mostrado na figura 4.35. Através desta percebe-se que quanto menor o fluxo de potência, menor será a resposta do componente.

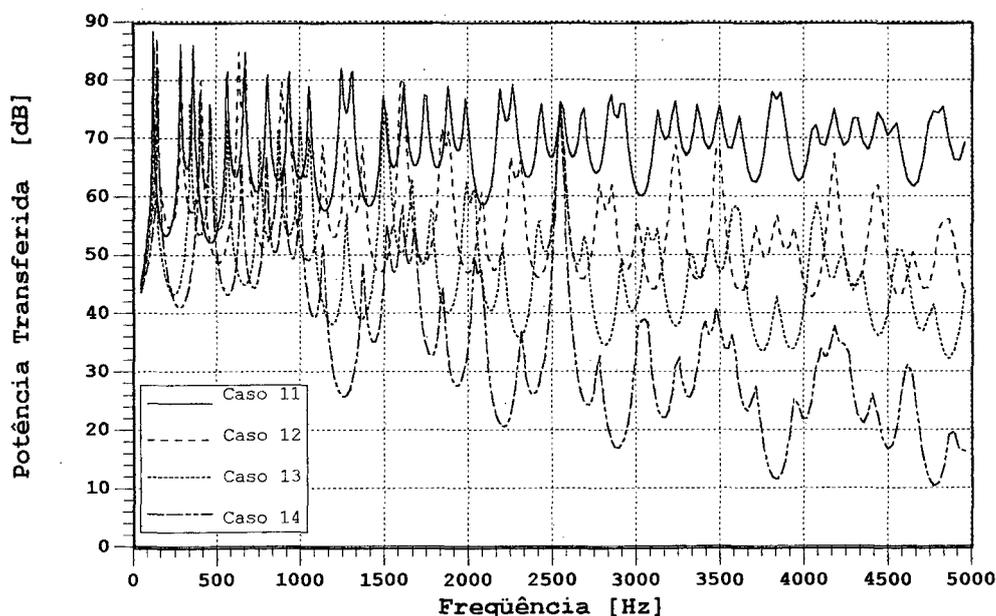


Figura 4.34 - Fluxo de potência transferida para o terceiro componente. Efeito do acoplamento.

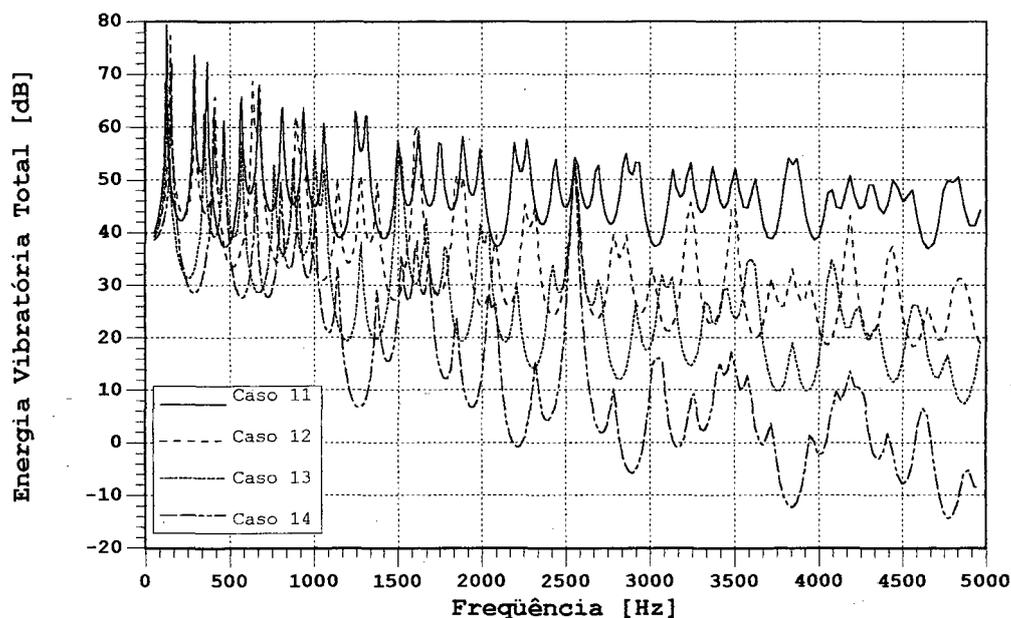


Figura 4.35 - Energia vibratória total do terceiro componente.
Efeito do acoplamento.

b) Efeito da área da seção (casos 11, 15 e 16)

Outra forma efetiva de reduzir o fluxo de potência transferida é promover diferenças de áreas entre os componentes, que irão gerar impedâncias ou mobilidades distintas no ponto de união, fazendo com que parte da energia seja refletida.

Nesta análise assumiu-se que o único componente passível de alteração é o segundo, sendo que sua área foi alterada para $0,001 \text{ m}^2$ e para $0,0015 \text{ m}^2$ (casos 15 e 16, respectivamente).

O fluxo de potência é reduzido, principalmente nas altas frequências, onde os efeitos das discontinuidades são mais significativos. Um fator de dez entre as áreas das seções transversais dos elementos 2 e 3 provoca uma maior reflexão do que quando utilizado um fator de cinco, conforme pode ser observado pela figura 4.36. Já para um fator de uma vez e meia, as áreas são quase iguais, e as

diferenças de mobilidades são pequenas, facilitando a propagação. Mesmas conclusões são observadas na figura 4.37, na qual observa-se que os menores níveis de energia vibratória também são obtidos para as maiores diferenças de áreas.

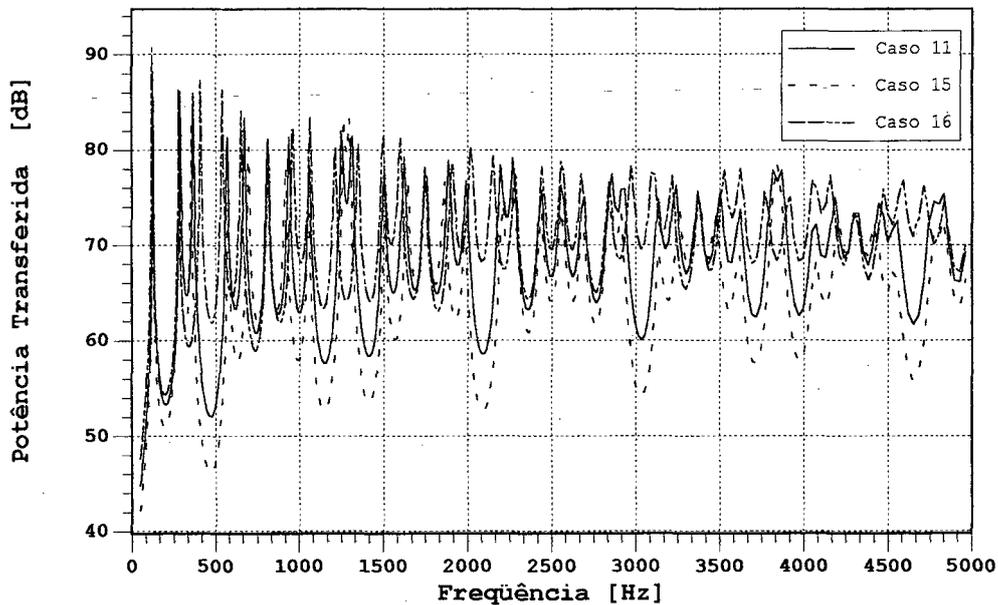


Figura 4.36 - Fluxo de potência transferida ao terceiro componente. Efeito da área da seção transversal.

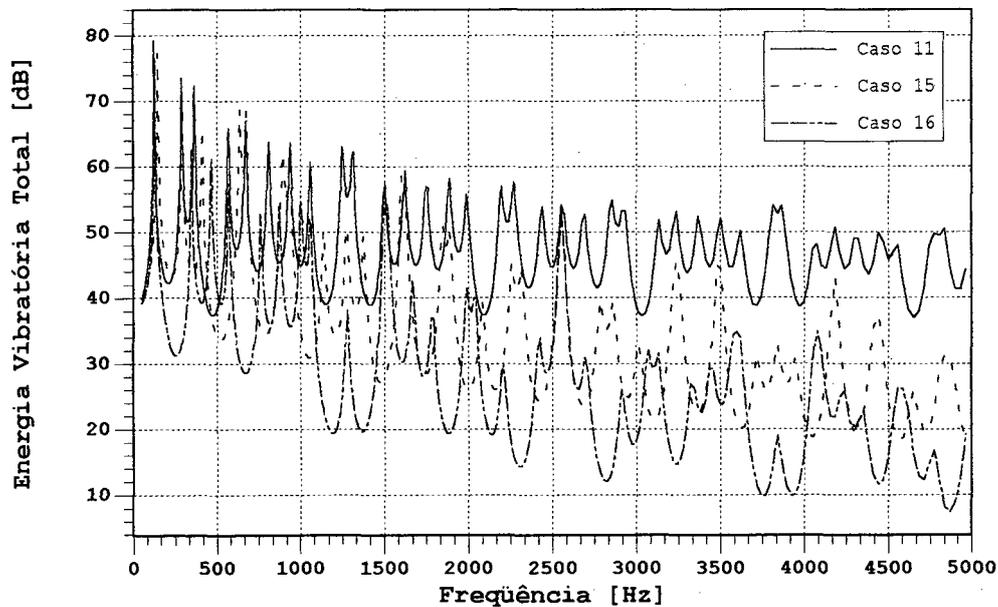


Figura 4.37 - Energia vibratória total do terceiro componente. Efeito da área da seção transversal.

c) Efeito do amortecimento (casos 11, 17, 18 e 19)

Quando não é possível efetuar alterações nos acoplamentos ou nas áreas da seção transversal, pode-se introduzir amortecimento tanto no componente de interesse quanto em algum outro pertencente ao caminho de propagação. Conforme mostrado na figura 4.38, com ambas as alterações, verificou-se uma redução na energia vibratória total. Contudo, o mais efetivo é aumentar o amortecimento do componente de interesse.

Apesar das reduções na energia total, o fluxo de potência fornecido ao componente aumenta com o aumento do seu fator de amortecimento, conforme mostrado na figura 4.39. Conforme já descrito no item 3.1, a potência total consumida pelo sistema não é alterada com o aumento do amortecimento (tabela 4.5). No entanto, aquele componente que apresenta o maior fator de amortecimento será responsável pela maior parte da potência dissipada pelo sistema, e assim o fluxo de potência transferida para este componente também aumenta. Como o terceiro componente tem o maior comprimento, possui maior densidade modal, o que também favorece a maior dissipação de potência em relação aos demais.

Caso se esteja interessado em uma frequência específica, relacionada a um dos modos do sistema, recomenda-se aumentar o amortecimento do componente que mais acomoda este modo, conforme pode ser observado na figura 4.38. Isto é, do componente que apresentar maiores respostas neste modo de vibração.

Concluindo, sempre que se dificulta a propagação do fluxo de potência através de alterações nos acoplamentos, ou por diferenças de áreas, obtém-se uma redução do fluxo de potência líquida pelo acoplamento e conseqüente redução da resposta vibratória. Entretanto,

quando a forma escolhida for o aumento de amortecimento, apesar da redução da energia vibratória total tem-se um maior fluxo de potência transferida ao componente, o que também acaba por reduzir a energia vibratória total dos outros componentes, visto que o sistema absorve a mesma potência.

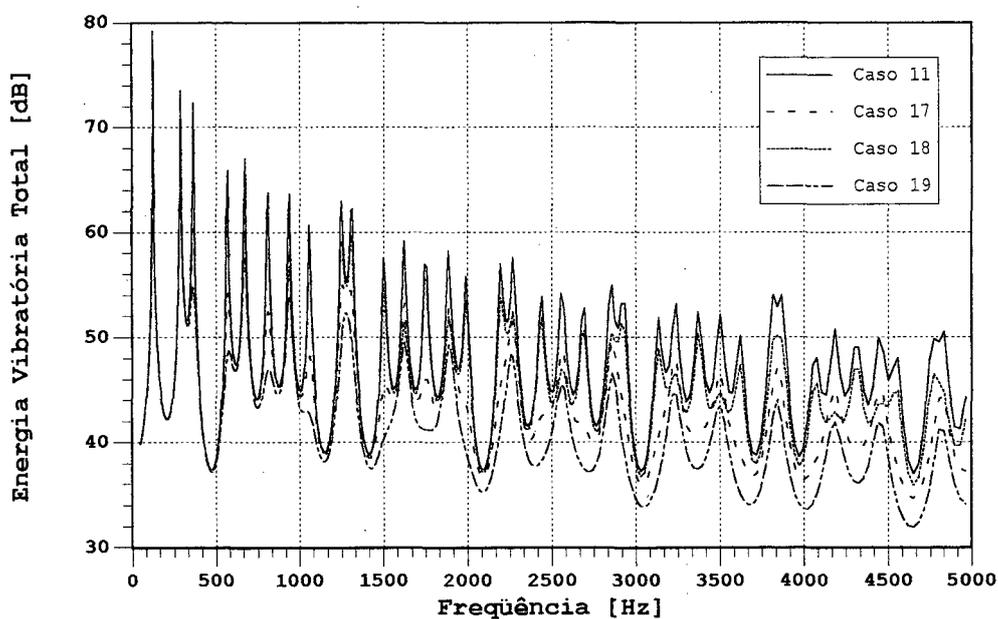


Figura 4.38 - Energia vibratória total do terceiro componente.
Efeito do amortecimento estrutural.

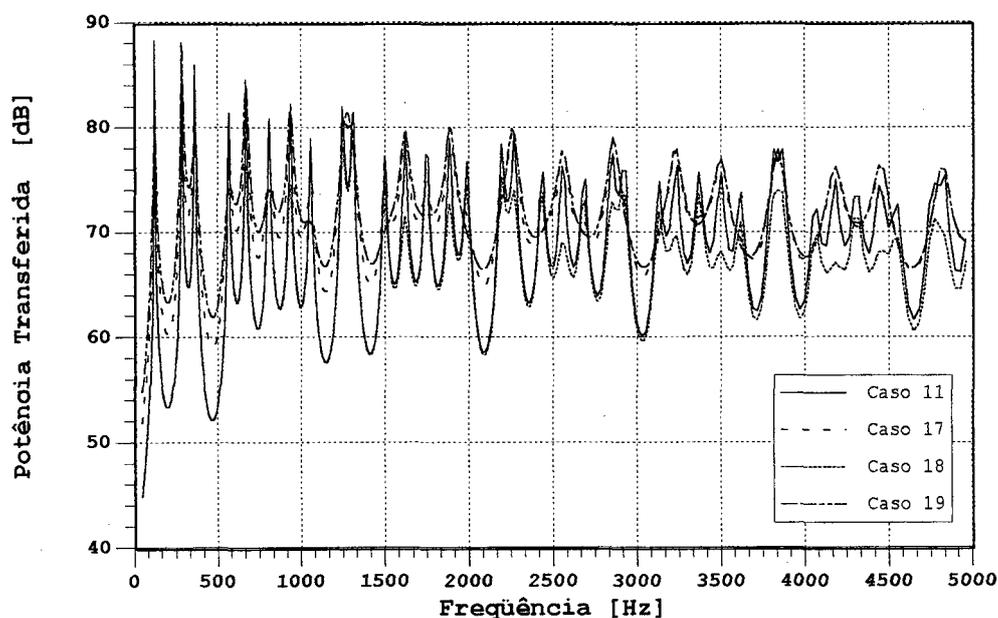


Figura 4.39 - Fluxo de potência transferida para o terceiro componente.
Efeito do amortecimento estrutural.

4.4 - FLUXO DE POTÊNCIA TRANSMITIDO ENTRE VIGAS ACOPLADAS

Neste item será analisado o fluxo de potência transmitida através de uma união conservativa para vigas acopladas, considerando alguns aspectos como rigidez do acoplamento, rigidez a flexão e amortecimento.

Seja uma união genérica de duas vigas, sem vínculos, denominada livre, na qual a potência é transmitida tanto pelos esforços de flexão como pelo de cisalhamento, conforme mostra o diagrama de corpo livre da união (figura 4.40). O mesmo comportamento é observado para uniões em T, conforme é mostrado no diagrama de corpo livre na figura 4.41.

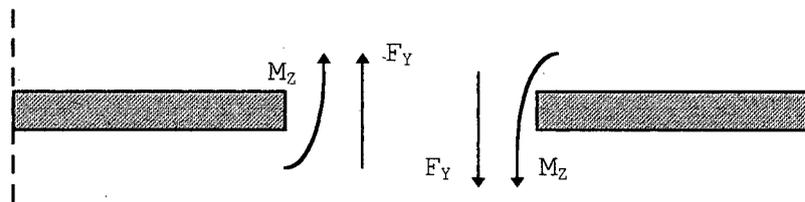


Figura 4.40 - União genérica entre dois componentes.

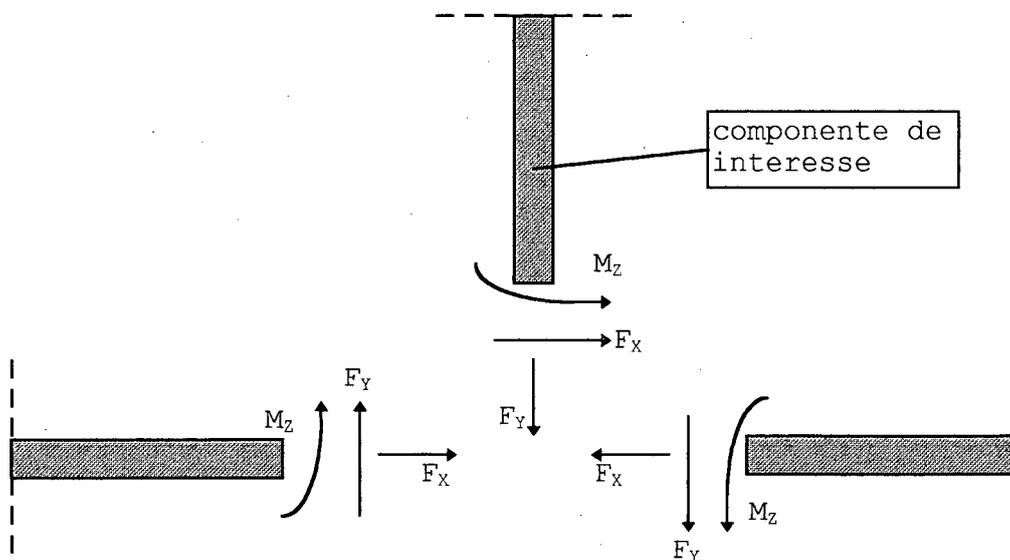


Figura 4.41 - Diagrama de corpo livre de união em T.

De forma a simplificar o modelo, considera-se que o ponto de união seja pinado. Com isto a potência será transmitida apenas pelos esforços de flexão. O que não consiste em uma simplificação muito grosseira, quando são analisadas uniões em L ou T, visto que o esforço de cisalhamento em um componente passa a corresponder um esforço axial naquele acoplado ortogonalmente, conforme mostrado na figura 4.41. E como as estruturas submetidas por ondas longitudinais possuem menor densidade modal, podem ser desprezados seus efeitos, principalmente em vigas mais curtas. Os maiores erros são cometidos nas frequências de ressonância, que surgirão para um sistema pinado e não com características de livre na união.

4.4.1 - Duas vigas acopladas em L

Conforme descrito acima nas vigas unidas em L, o ponto de união pode ser representado como pinado, conforme figura 4.43. Os esforços internos e as velocidades transversais e de rotação estão no diagrama de corpo livre da figura 4.42, sendo que os fluxos de potência são obtidos pelo método da mobilidade.

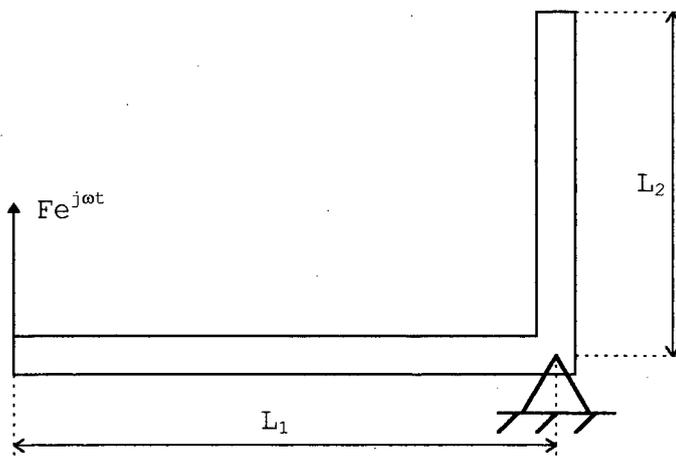


Figura 4.42 - Duas vigas acopladas e L.

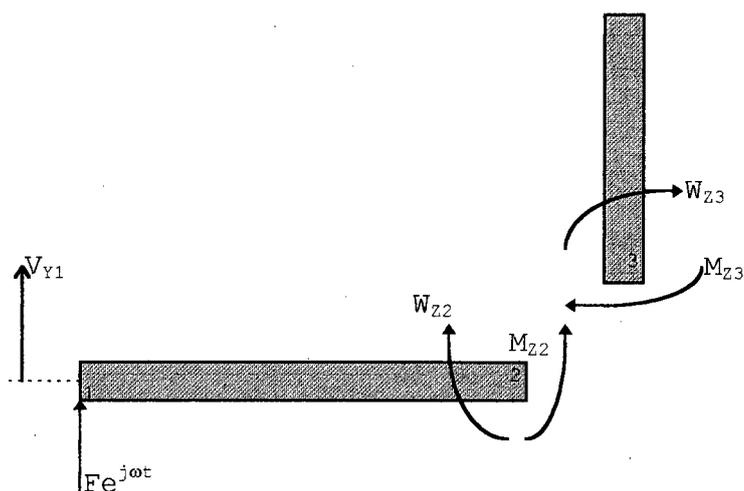


Figura 4.43 - Esforços e velocidades nos pontos de excitação e união para o sistema da figura 4.42.

Para a aplicação do método da mobilidade devem-se determinar as mobilidades de entrada, de transferência e de saída das vigas, conforme mencionado no item 4.2.

a) mobilidade de entrada - componente 1

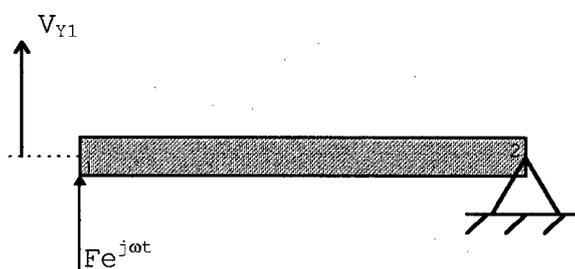


Figura 4.44 - Mobilidade de entrada.

$$\overline{Y_{11}} = \frac{V_{Y1}}{F_1} \quad (4.65)$$

b) mobilidade de transferência - componente 1

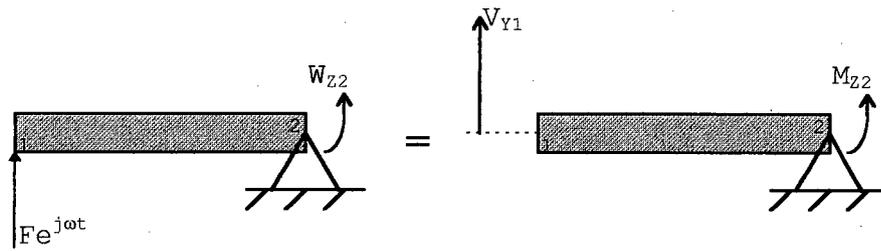


Figura 4.45 - Mobilidade de transferência.

$$\overline{Y_{12}} = \overline{Y_{21}} = \frac{\overline{W_{Z2}}}{F_1} = \frac{\overline{V_{Y1}}}{M_{Z2}} \quad (4.66)$$

c) mobilidade de saída - componente 1

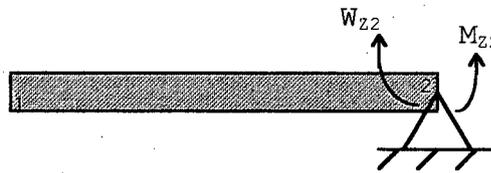


Figura 4.47 - Mobilidade de saída.

$$\overline{Y_{22}} = \frac{\overline{W_{Z2}}}{M_{Z2}} \quad (4.67)$$

d) Mobilidade de entrada - componente 2

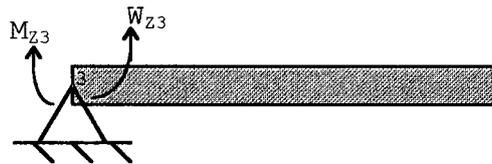


Figura 4.47 - Mobilidade de entrada do segundo componente.

$$\overline{Y_{33}} = \frac{\overline{W_{Z3}}}{M_{Z3}} \quad (4.68)$$

As mobilidades indicadas acima podem ser obtidas por qualquer método. Neste trabalho foram obtidas analiticamente, através das expressões (3.28) e (3.14), resultando nas seguintes expressões:

$$\overline{Y_{11}(f)} = \frac{\overline{V_Y(x=0)}}{\overline{F(x=0)}} = \frac{j\omega 2 \sinh(\overline{K_B L}) \sin(\overline{K_B L})}{\overline{BK_B}^2 \overline{DEN(f)}} \quad (4.69)$$

$$\overline{Y_{12}(f)} = \overline{Y_{21}(f)} = \frac{\overline{W_Z(x=L)}}{\overline{F(x=0)}} = \frac{-j\omega (\sin(\overline{K_B L}) + \sinh(\overline{K_B L}))}{\overline{BK_B}^2 \overline{DEN(f)}} \quad (4.70)$$

$$\overline{Y_{22}(f)} = \overline{Y_{33}(f)} = \frac{\overline{W_Z(x=L)}}{\overline{M(x=L)}} = \frac{j\omega (\cos(\overline{K_B L}) \cosh(\overline{K_B L}) + 1)}{\overline{BK_B}^2 \overline{DEN(f)}} \quad (4.71)$$

sendo

$$\overline{DEN(f)} = \cos(\overline{K_B L}) \sinh(\overline{K_B L}) - \sin(\overline{K_B L}) \cosh(\overline{K_B L}) \quad (4.72)$$

As potências de entrada e transferida são obtidas substituindo-se as mobilidades acima nas equações (3.37), (3.38) e (3.39), resultando em:

$$P_{IN}(f) = \frac{|F_1|^2}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{Y_{11}(f)} - \frac{\overline{Y_{12}(f)}^2}{\overline{Y_{22}(f)} + \overline{Y_{33}(f)}} \right\} \quad (4.73)$$

$$P_{12}(f) = \frac{|F_1|^2}{2} \left| \frac{\overline{Y_{12}(f)}}{\overline{Y_{22}(f)} + \overline{Y_{33}(f)}} \right|^2 \operatorname{Re} \{ \overline{Y_{33}(f)} \} \quad (4.74)$$

A razão entre a potência transferida ao segundo componente e a potência de entrada é definida como razão de potências $RP(f)$, é dada por:

$$RP(f) = \frac{P_{12}(f)}{P_{IN}(f)} \quad (4.75)$$

Da expressão (4.73), pode-se observar que o termo entre chaves representa a mobilidade de entrada do sistema, enquanto que os dois primeiros termos da expressão (4.74) representam o esforço de flexão (M_A) no ponto de união.

4.4.2 - Resultados

Inicialmente a análise é realizada em um sistema composto por duas vigas idênticas, acopladas rigidamente em L, conforme mostrado na figura 4.42. Na união considera-se um vínculo de segunda ordem de forma a permitir apenas rotação. Desta maneira a potência é transmitida somente através dos esforços de flexão.

A resposta deste sistema é uma combinação entre a resposta dos seus componentes como se estivessem desacoplados e bloqueados. A resposta bloqueada é obtida engastando-se o componente com qual o de interesse está acoplado, ou simplesmente assumindo que o outro esteja completamente parado, conforme mostrado na figura 4.48.

Isto ocorre por que para algumas frequências de ressonância o ponto de união sofre rotação, ou seja, as duas vigas têm o mesmo modo de vibrar e o fazem em fase, o que confere aos componentes isoladamente um comportamento de desacoplados. Estes são os modos desacoplados. Já em outras frequências de ressonância, os modos também

são iguais, no entanto os componentes vibram em oposição de fase, fazendo com que a rotação resultante no ponto de união seja nula, e desta forma o componente vibra como se o outro estivesse totalmente bloqueado. São chamados de modos bloqueados.

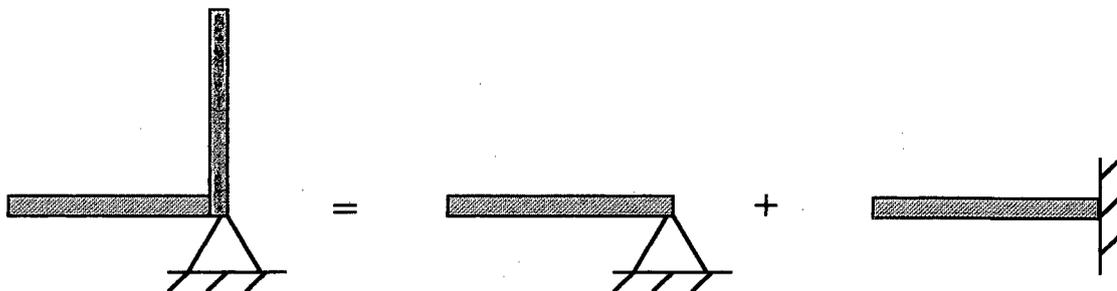


Figura 4.48 - Resposta desacoplada e bloqueada, respectivamente.

Este comportamento pode ser observado nas figuras 4.50 e 4.51, nas quais são mostradas as deformações para os oito primeiros modos. Na figura 4.49 são mostrados as mobilidades em $X=0$ para um sistema composto por duas vigas idênticas unidas em L, para uma viga pinada-livre (desacoplada), e para uma viga engastada-livre (bloqueada). As frequências de ressonância do sistema composto são exatamente uma combinação das ressonâncias das outras duas configurações. Efeito análogo foi descrito no item 4.1 para dois osciladores acoplados.

Os resultados mostrados nas figuras 4.49 a 4.51, foram obtidos a partir de um sistema com a configuração mostrada abaixo e na tabela 4.6 para o caso 1.

$$L_1 = L_2 = 1 \text{ m}$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 0,01$$

$$b_1 = b_2 = 0,01 \text{ m}$$

$$h_1 = h_2 = 0,01 \text{ m}$$

$$\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 2,1 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

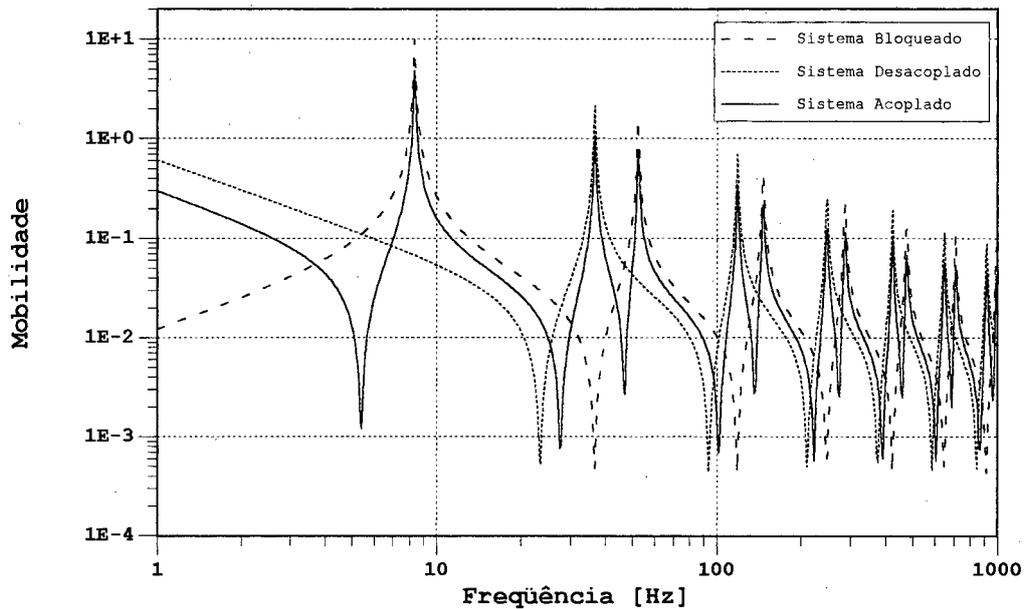


Figura 4.49 - Mobilidades para os componentes desacoplados, bloqueados e acoplados.

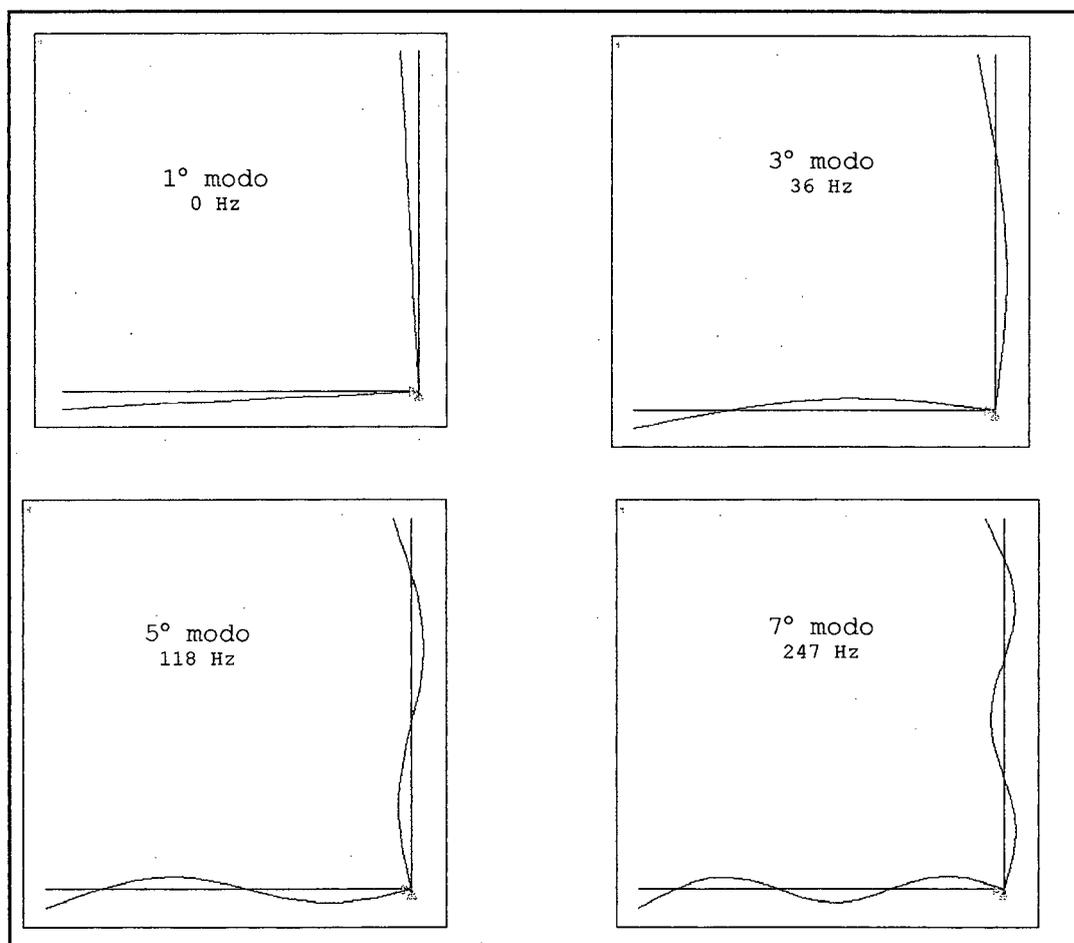


Figura 4.50 - Modos desacoplados.

Como os componentes são iguais e apresentam as mesmas frequências de ressonância, a metade da potência de entrada é dissipada em cada um deles, conforme mostrado na figura 4.52.

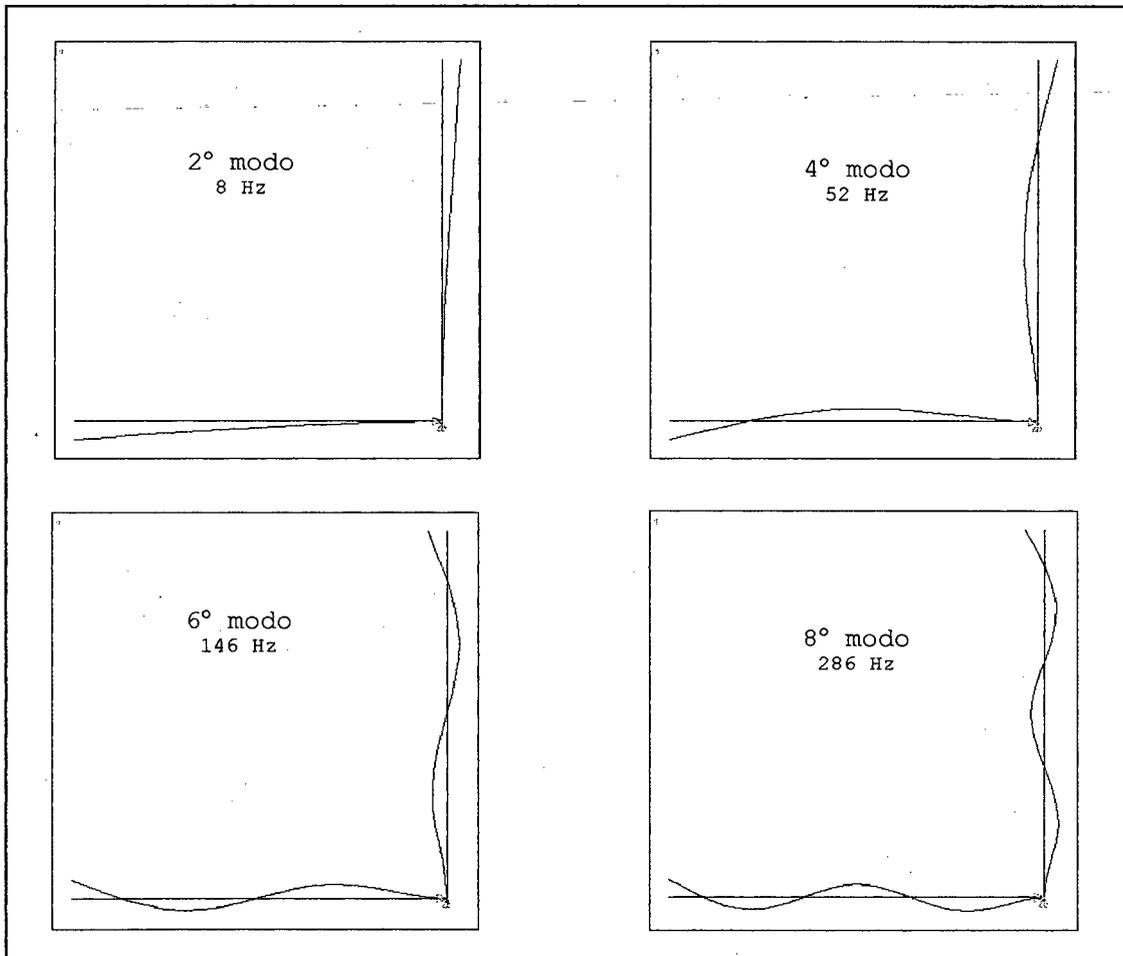


Figura 4.51 - Modos bloqueados.

Nas ressonâncias, o fluxo de potência transferida é três decibéis inferior ao da fornecida ($RP=0,5$). Para frequências crescentes nas regiões de transição entre os modos bloqueados e desacoplados, a energia do primeiro componente é superior à do segundo ($RP<0,5$), enquanto entre os modos desacoplados e bloqueados sua energia é inferior ($RP>0,5$).

Isto indica que nas ressonâncias as energias totais de cada componente são exatamente iguais ou que dissipam a mesma quantidade de potência. Os valores da razão de potências superior a 0,5 indicam que a maior parte da potência fornecida é dissipada pelo segundo componente, ocorrendo o contrário para valores inferiores a 0,5.

A razão de potenciais igual a 0,5 indica um forte acoplamento entre componentes iguais.

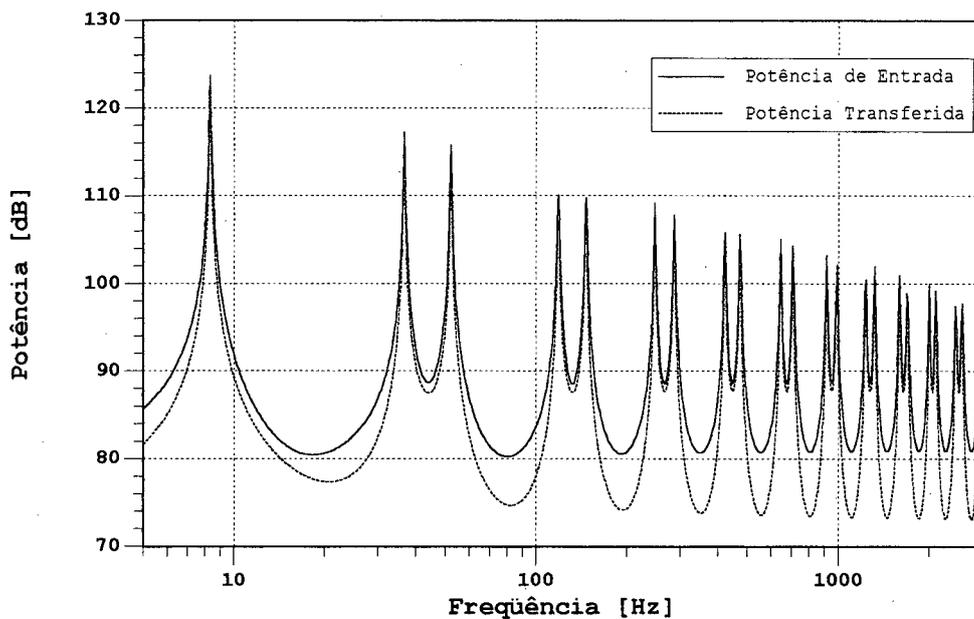


Figura 4.52 - Fluxos de potência fornecida e transferida para duas vigas iguais acopladas rigidamente.

Segundo teoria básica de SEA [18, 28], a potência transferida entre dois osciladores acoplados é proporcional à diferença entre suas energias vibratórias totais

$$P_{12}(f) = \gamma(f) (E_1(f) - E_2(f)) \quad (4.76)$$

na qual $E_1(f)$ e $E_2(f)$ são, respectivamente, as energias reais de cada oscilador, e $\gamma(f)$ representa uma constante de proporcionalidade

associada com o modos bloqueados, com os parâmetros dos osciladores e com a severidade do acoplamento.

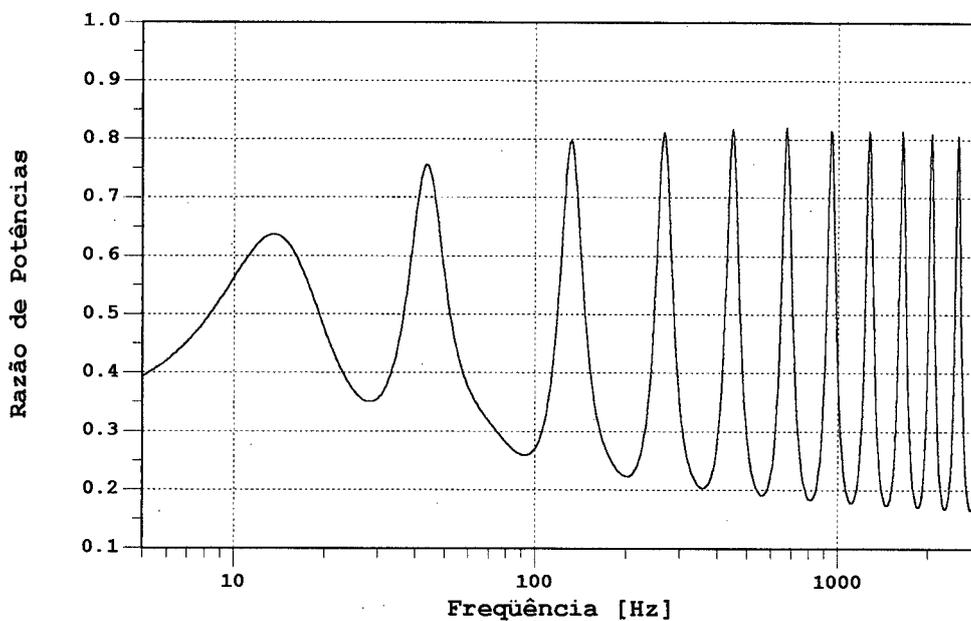


Figura 4.53 - Razão de potências para duas vigas iguais acopladas rigidamente. Caso 21 da tabela 4.6.

Observa-se assim que quando as energias vibratórias dos componentes são iguais o termo que representa a severidade do acoplamento tende a infinito.

Quando a rigidez do acoplamento é reduzida, observa-se uma alteração nas frequências de ressonância, causadas essencialmente pelas alteração nos esforços de acoplamento, e uma tendência de forte acoplamento nas frequências mais baixas, sendo que à medida que a frequência cresce, esta tendência diminuí, desaparecendo mais rapidamente quanto menor for a rigidez do acoplamento.

Pode-se considerar que o acoplamento tende a fraco quando a influência de um componente sobre o outro não alterar mais as frequências de ressonância do sistema. Assim, cada componente vibra como se estivesse praticamente desacoplado, conforme mostrado nas figuras 4.54 e 4.55.

Mesmo para uma rigidez de acoplamento de 100 Nm/rd, que é baixa quando comparada às dimensões do sistema, observa-se que as energias totais dos componentes são aproximadamente iguais nas ressonâncias até aproximadamente 120 Hz, conforme mostrado na figura 4.55.

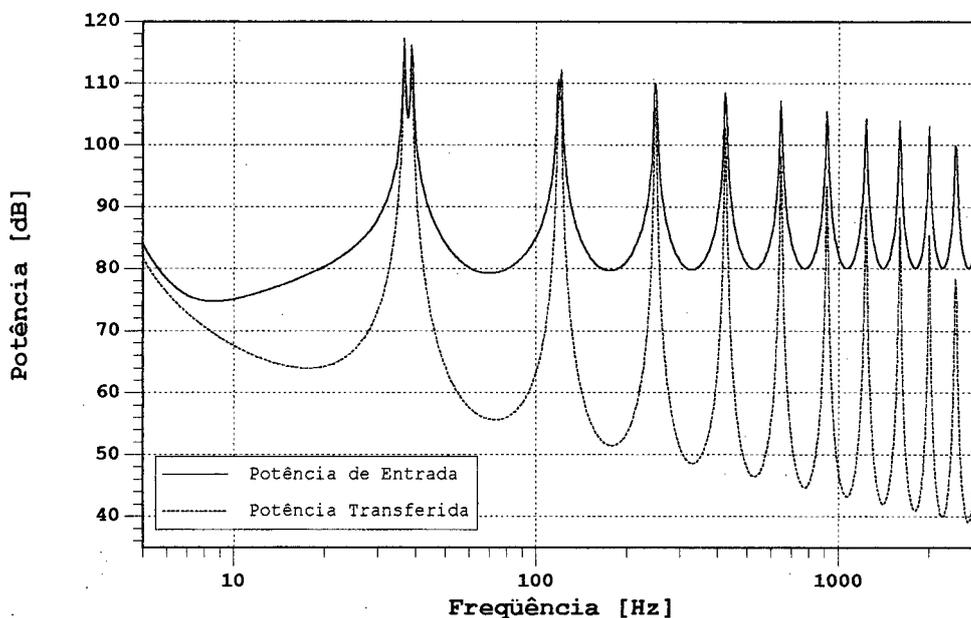


Figura 4.54 - Fluxos de potência fornecida e transferida para uma rigidez de acoplamento de 100 Nm/rd. Caso 22 da tabela 4.6.

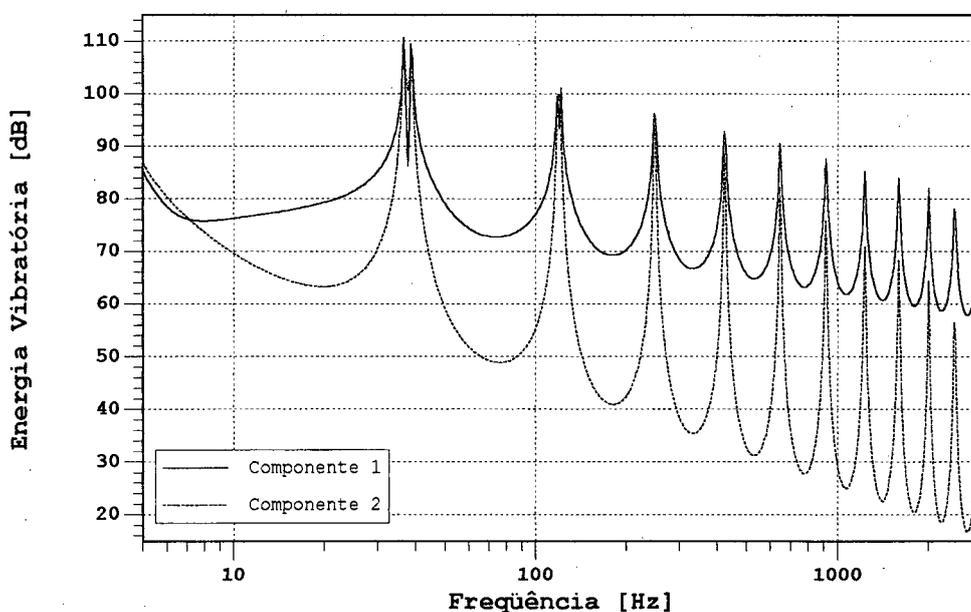


Figura 4.55 - Energias totais dos componentes para uma rigidez de acoplamento de 100 Nm/rd. Caso 22 da tabela 4.6

Acima desta frequência a energia do segundo componente é drasticamente reduzida. Pode ainda ser observado nos três primeiros modos a influência de um componente sobre o outro.

Apesar do acoplamento, os efeitos de campo próximo estão presentes, já que a potência é fornecida por meio do esforço cisalhante, e a partir de meio comprimento de onda (aproximadamente) passa ser igualmente transmitida pelos dois esforços internos. A uma distância de meio comprimento de onda do ponto de união, o fluxo de potência passa a ser gradualmente transmitido apenas pelo esforço flexor, que novamente acaba sendo redistribuído a meio comprimento de onda do ponto de acoplamento no segundo componente, como é mostrado na figura 4.56.

Quando o acoplamento tende a fraco, os efeitos de campo próximo nas proximidades da união praticamente desaparecem, o que mostra que o componente tende a responder como se estivesse desacoplado, o que permite a determinação experimental do fluxo de potência na região da união através da técnica de dois transdutores, como mostrado na figura 4.57. Entretanto, no início do segundo componente este efeito volta a ser significativo, que responde em altas frequências como uma viga pinada-livre excitada por um momento flexor(veja figura 4.58).

As energias vibratórias totais de cada componente, quando calculadas pela expressão (4.77) e, a partir do balanço de potências baseadas na equação (2.17), são exatamente iguais nas ressonâncias e suas proximidades, representando em geral, uma boa e prática aproximação para todo o espectro, conforme mostrado nas figuras 4.59 e 4.60. Nestas figuras são comparados os espectros obtidos a partir da expressão (4.77), onde o componente foi discretizado em 40 pontos ao

longo do seu comprimento, com as energias totais obtidas pelas expressões de balanço de potências, (2.18) e (2.19), respectivamente, para o segundo e primeiro componente.

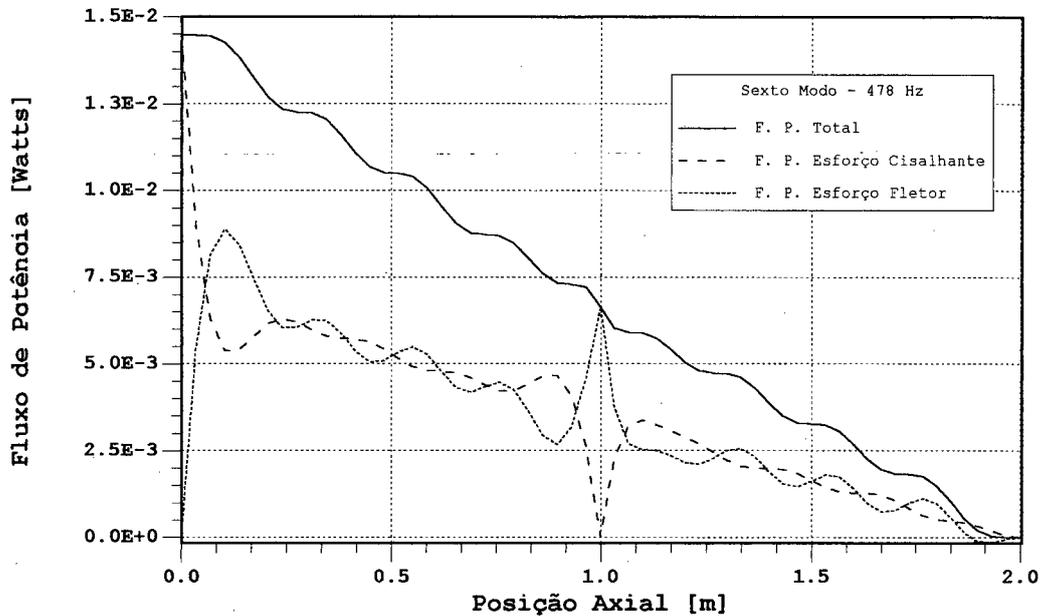


Figura 4.56 - Fluxo de potência ao longo do sistema para o sexto modo (478 Hz) assumindo forte acoplamento. Caso 21 da tabela 4.6.

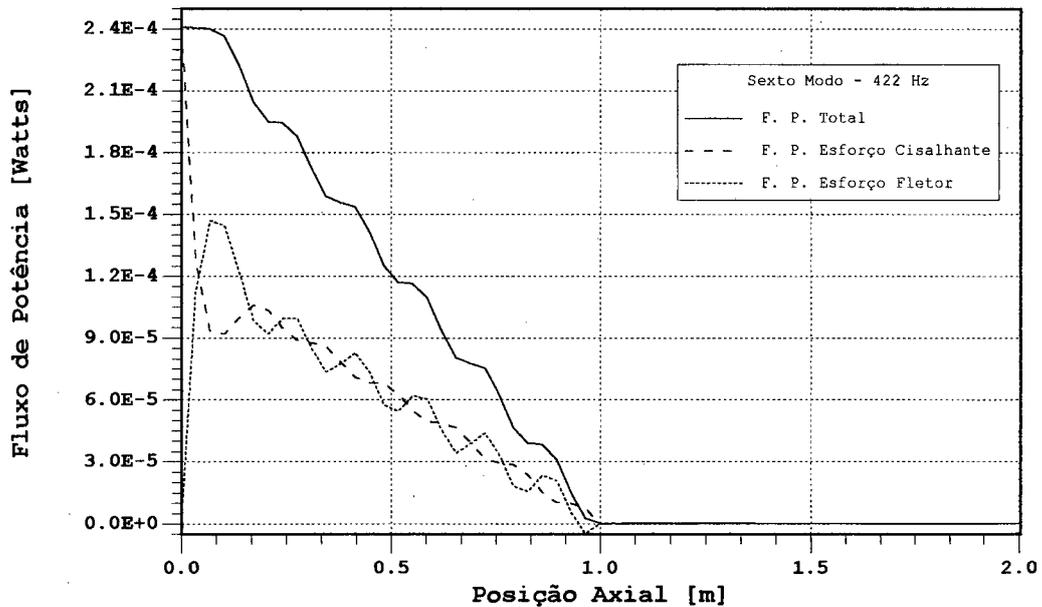


Figura 4.57 - Fluxo de potência ao longo do sistema para fraco acoplamento (100 Nm/rd) para o sexto modo (422 Hz). Caso 22 da tabela 4.6.

$$P_d^i(f) = E_i \eta_i \omega \tag{2.17}$$

$$E_i(f) = m' \frac{L_i}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|V(x_i, f)|^2}{2} \tag{4.77}$$

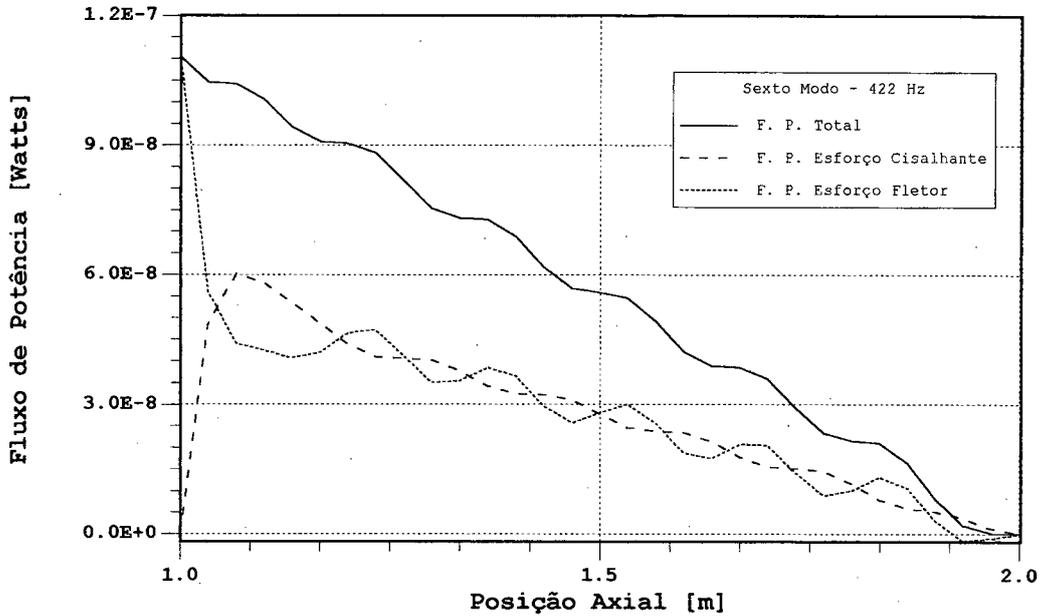


Figura 4.58 - Fluxo de potência ao longo do segundo componente considerando fraco acoplamento (100 Nm/rd) para o sexto modo (422 Hz). Zoom da figura 4.57.

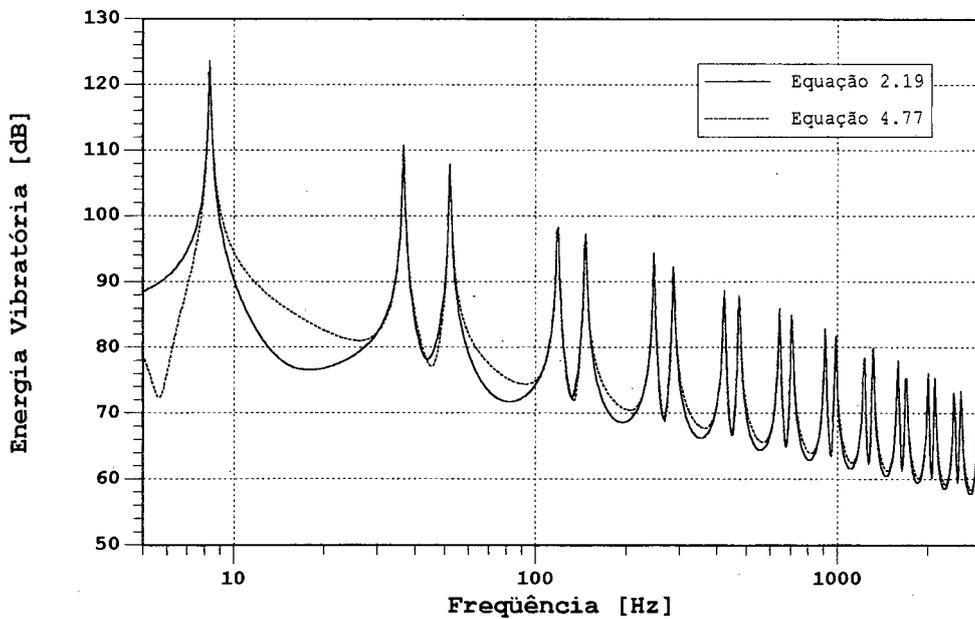


Figura 4.59 - Energias vibratórias totais do primeiro componente calculadas pelas expressões (2.19) e (4.77). Caso 21 da tabela 4.6.

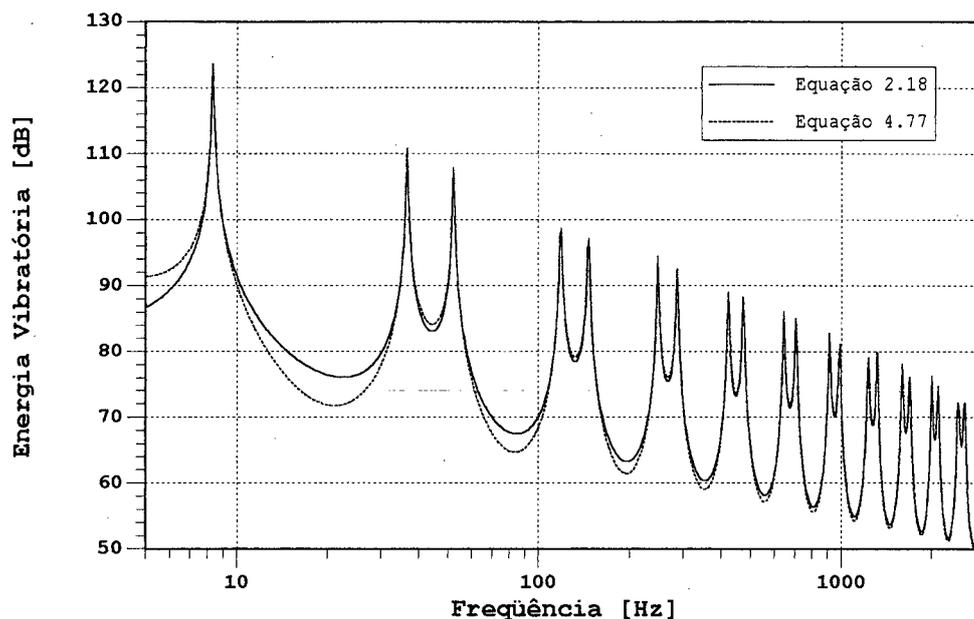


Figura 4.60 - Energias vibratórias totais do segundo componente calculadas pelas expressões (2.18) e (4.77). Caso 21 da tabela 4.6.

Efeitos semelhantes são observados quando vigas diferentes são acopladas, cujas características geométricas são mostradas na tabela 4.6 para os casos 28 e 29, considerando $b_1 = b_2 = 0,01$ m. As frequências de ressonância não são mais dadas pelos modos desacoplados e bloqueados, visto que cada componente acomoda modos distintos. As energias vibratórias totais não são mais iguais quando a rigidez da união tende a infinito. Nas ressonâncias do segundo componente, o primeiro apresenta comportamento de corpo rígido, funcionando apenas como um meio transmissor de potência, dissipando pouca potência. Já para as ressonâncias do primeiro componente, o segundo responde apenas por estar a ele rigidamente acoplado, dissipando também quantidade bastante inferior de potência, sendo a potência transmitida é bastante inferior à fornecida, conforme mostrado na figura 4.61.

Estas características proporcionam ao espectro da razão de potências outra interpretação, ou seja, apresenta valores próximos a um nas ressonâncias do segundo componente, e valores muito pequenos

nas ressonâncias do primeiro, conforme mostrado pela figura 4.62, já que nas ressonâncias do segundo componente, a potência fornecida é praticamente igual à transmitida, pois quase toda a potência é dissipada nos modos deste componente.

O mesmo pode ser concluído dos espectros das energias vibratórias totais, mostrados na figura 4.63, na qual observa-se que as frequências que apresentam os maiores valores são referentes aos modos que predominam em cada componente.

Para fraco acoplamento, os efeitos de um componente sobre o outro são menos pronunciados. Da mesma forma como foi observado para vigas iguais, e nas altas frequências, cada componente tende a responder como se estivesse desacoplado do outro.

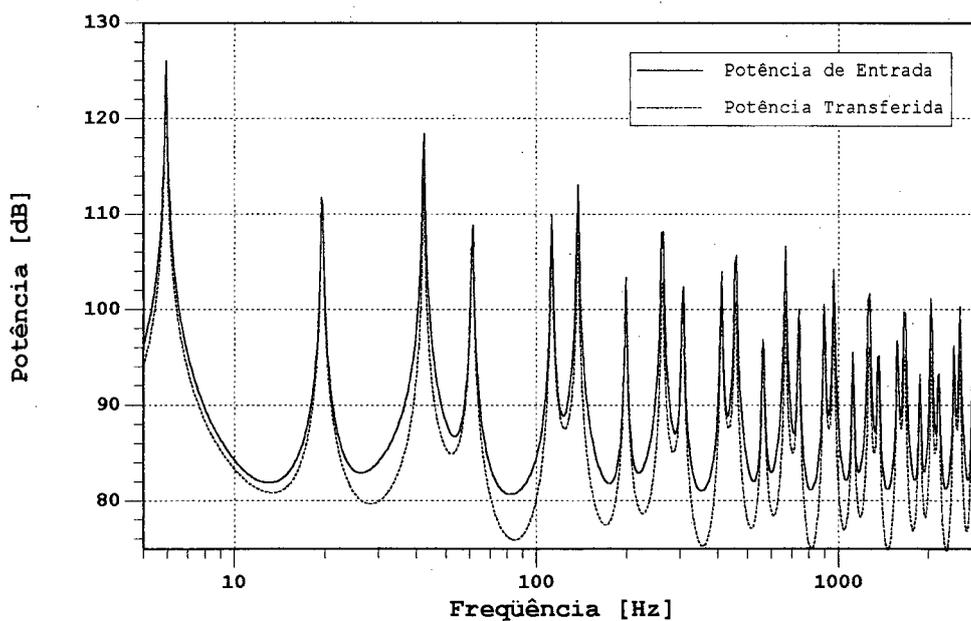


Figura 4.61 - Fluxos de potência de entrada e transferida para duas vigas diferentes acopladas rigidamente. Caso 28 da tabela 4.6.

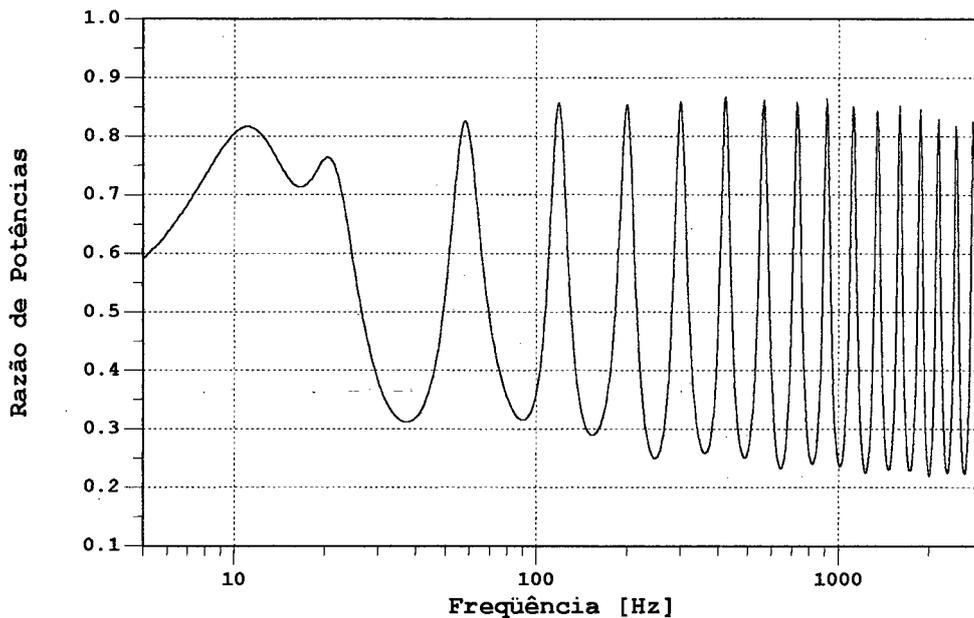


Figura 4.62 - Razão de potências para duas vigas diferentes acopladas rigidamente. Caso 28 da tabela 4.6.

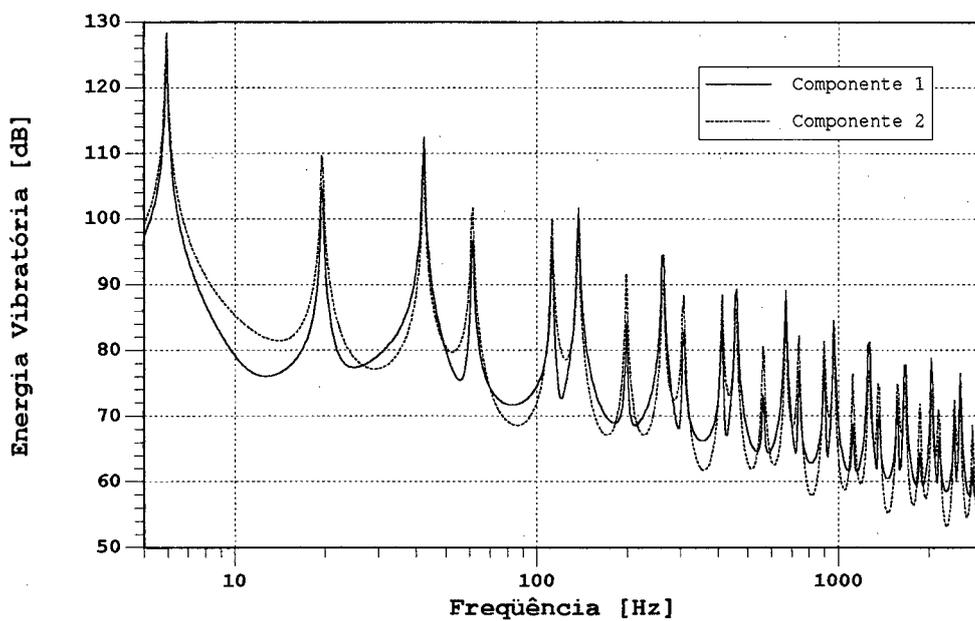


Figura 4.63 - Energias vibratórias totais de cada componente para duas vigas diferentes acopladas rigidamente. Caso 28 da tabela 4.6.

A influência do segundo componente sobre o primeiro praticamente desaparece acima de 1000 Hz. Nas altas frequências, no entanto, nota-se maior facilidade em transmitir potência nas ressonâncias do primeiro componente, principalmente quando coincide com as proximidades de alguma ressonância do segundo, conforme mostrado na figura 4.64.

Na figura 4.65 são mostradas as energias totais de cada componente, e novamente para fraco acoplamento verifica-se a diminuição da energia do segundo componente. Os valores mais elevados observados no espectro de energia do segundo componente correspondem à coincidência entre as regiões de ressonância dos componentes.

Os efeitos de amortecimento e aumento da rigidez à flexão tem o mesmo comportamento apresentado para vigas iguais acopladas, sendo que um resumo dos valores totais (integrados na faixa de frequências considerada) das grandezas analisadas, para os casos acima, é mostrado na tabela 4.6.

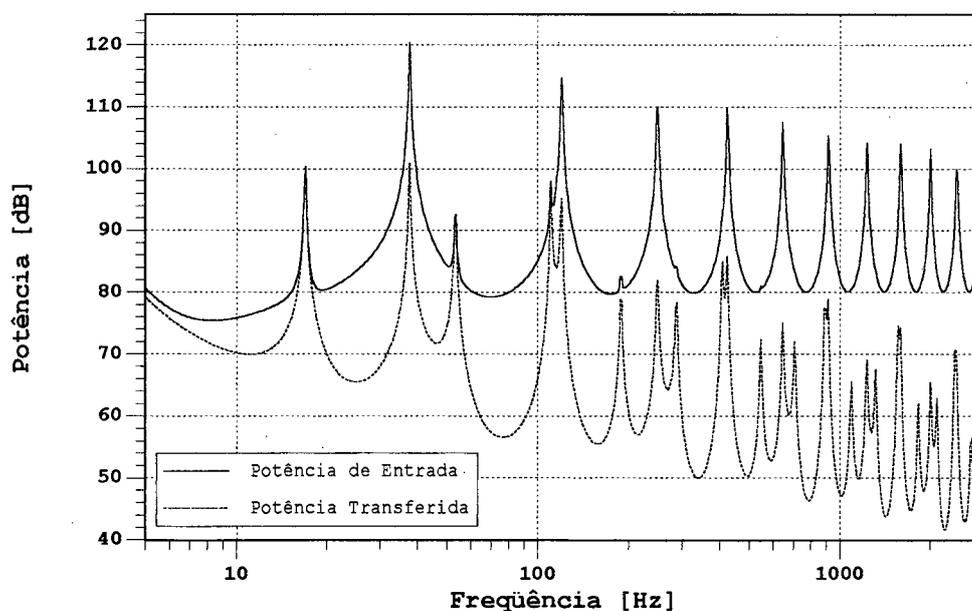


Figura 4.64 - Fluxos de potência fornecida e transferida para duas vigas diferentes considerando fraco acoplamento, 100 Nm/rd. Caso 29 da tabela 4.6.

caso	L ₁ m	L ₂ m	η ₁	η ₂	h ₁ m	h ₂ m	K _A Nm/rd	P _{IN} dB	P ₁₂ dB	E ₁ dB	E ₂ dB
21	1,0	1,0	0,01	0,01	0,01	0,01	∞	128,6	125,6	126,5	126,5
22	1,0	1,0	0,01	0,01	0,01	0,01	10 ²	125,1	121,0	116,8	116,3
23	1,0	1,0	0,01	0,01	0,01	0,01	10 ⁵	128,6	125,6	126,6	126,6
24	1,0	1,0	0,01	0,001	0,01	0,01	∞	129,2	118,8	129,8	129,8
25	1,0	1,0	0,01	0,1	0,01	0,01	∞	128,4	128	119,0	118,9
26	1,0	1,0	0,01	0,01	0,01	0,1	∞	120,8	115,8	119,6	117,0
27	1,0	1,0	0,01	0,01	0,1	0,1	∞	115,0	112,7	99,7	101,2
28	1,0	1,5	0,01	0,01	0,01	0,01	∞	130,4	128,0	129,0	131,3
29	1,0	1,5	0,01	0,01	0,01	0,01	10 ²	125,3	108,4	120,0	106,0
30	1,0	1,5	0,01	0,005	0,01	0,01	∞	130,2	129,5	123,4	125,6
31	1,0	1,5	0,01	0,01	0,01	0,05	∞	120,5	119,1	108,0	112,8

Tabela 4.6 - Valores totais (integrados na faixa de frequências considerada) das grandezas analisadas neste item.

Ao longo da análise a largura (b) das vigas foi considerada constante e igual a 0,01 m.

A força de excitação foi assumida como igual a 1 N na faixa de frequência de análise.

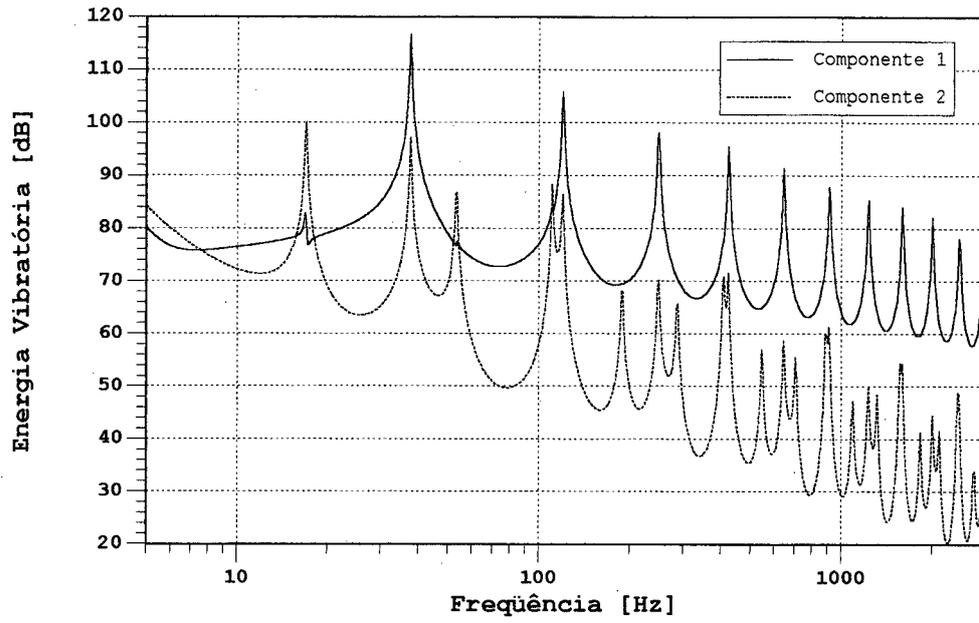


Figura 4.65 - Energias vibratórias totais para duas vigas diferentes considerando fraco acoplamento, 100 Nm/rd. Caso 29 da tabela 4.6.

CAPÍTULO 5

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL

Experimentalmente, o fluxo de potência é obtido por meio dos conceitos de intensidade estrutural, que tem uma forte correlação com a intensidade acústica. Entretanto, na intensidade acústica a medição da velocidade de partícula é substituída pela medição da pressão sonora com dois microfones, enquanto que na intensidade estrutural as grandezas dinâmicas (força e momento) são obtidas através das medições da velocidade superficial do componente [20]. Ao contrário da propagação das ondas acústicas, na propagação estrutural não se tem acesso ao interior do meio de propagação. Desta forma, o fluxo de potência é obtido indiretamente por meio da resposta superficial da estrutura. Isto restringe sua aplicação às frequências em que somente exista fluxo de potência na direção paralela à superfície estrutural e nos componentes em que os esforços internos possam ser relacionados à resposta da superfície [21]. Por todas estas razões, o método de intensidade estrutural é aplicado em componentes tipo vigas, placas ou cascas.

O método utilizado neste trabalho foi desenvolvido por Linjama e Lahti [7, 19], com base nos três mais importantes trabalhos publicados nesta área, nos últimos 20 anos. Um dos trabalhos pioneiros, foi publicado por Noiseux [10], o qual apresentou um método para medições em campo distante para vigas e placas, utilizando dois acelerômetros e procedendo a análise no domínio do tempo. Pavic [11, 23] apresentou um trabalho de destaque, no qual empregou o método de diferenças finitas na obtenção da intensidade por meio de estimativas dos fluxos propagados pelos esforços internos, cortante e flexor.

Utilizou um array de quatro acelerômetros, o que possibilitou fazer medições na região de campo próximo no domínio do tempo. E com o propósito de facilitar as análises, através da utilização de sistemas normais de análise de sinais, Verheij [5, 20] propôs a adoção dos métodos apresentados por Noiseux e Pavic no domínio da frequência, através das técnicas de densidade espectral. Por último, Linjama e Lathi adicionaram, ao que foi apresentado acima, os conceitos de função resposta em frequência para estimar as funções de densidade espectral quando os sinais forem estacionários, o que permitiu medições de intensidade tanto em campo distante quanto em campo próximo utilizando um sistema de análise de sinais de dois canais, apenas.

As medições no domínio do tempo dependem um menor tempo, no entanto exigem o uso de um sistema eletrônico específico. No domínio da frequência, apesar do maior tempo gasto, é possível utilizar um sistema de medição comum e, caso o sinal seja estacionário, qualquer analisador espectral simples de dois canais. É importante salientar, entretanto, que caso se escolha um sistema específico para medições de intensidade estrutural, os custos dos equipamentos para a análise no tempo são menores. Sendo que os problemas de fase apontados pelos adeptos da análise em frequência [5, 7] podem ser facilmente contornados [3, 21, 22].

Neste capítulo será apresentado o método para a obtenção do fluxo de potência transmitida em uma direção para ondas de flexão em vigas no domínio da frequência. Serão mostrados resultados experimentais para um componente simples, e um sistema formado por duas vigas em L, utilizando um sistema de análise de sinais de dois canais.

5.1 - EQUAÇÕES BÁSICAS DO MÉTODO

O fluxo de potência que atravessa uma seção da viga é determinado indiretamente por meio das equações para ondas de flexão no domínio da frequência apresentadas no capítulo 3 (item 3.2). O fluxo de potência total é dado pela soma das parcelas $P_V(x, f)$ e $P_M(x, f)$:

$$P_V(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{F_Y(x, f)} \overline{V_Y(x, f)}^* \right\} \quad (3.31)$$

$$P_M(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \overline{M_Z(x, f)} \overline{W_Z(x, f)}^* \right\} \quad (3.32)$$

$$P_T(x, f) = P_V(x, f) + P_M(x, f) \quad (3.33)$$

Enquanto as velocidades e os esforços são dados por:

$$\overline{W_Z(x, f)} = \frac{\partial \overline{V_Y(x, f)}}{\partial x} \quad (3.21)$$

$$\overline{M_Z(x, f)} = \frac{j\bar{B}}{\omega} \frac{\partial^2 \overline{V_Y(x, f)}}{\partial x^2} \quad (3.22)$$

$$\overline{F_Y(x, f)} = -\frac{\partial \overline{M_Z(x, f)}}{\partial x} = \frac{-j\bar{B}}{\omega} \frac{\partial^3 \overline{V_Y(x, f)}}{\partial x^3} \quad (3.23)$$

conforme mostrado nas figuras 3.16 e 3.17.

Os fluxos de potência para uma seção específica do componente podem ser rescritos em funções das densidades espectrais cruzadas,

conforme mostrado no capítulo 2. Assim são obtidas as equações seguintes, nas quais $\langle \rangle_e$ denota o valor esperado:

$$P_V(f) = \text{Re}\{\overline{G_{FV}(f)}\} = \text{Re}\left\langle \overline{F_Y(f)} \overline{V_Y(f)}^* \right\rangle_e \quad (5.1)$$

$$P_M(f) = \text{Re}\{\overline{G_{MW}(f)}\} = \text{Re}\left\langle \overline{M_Z(f)} \overline{W_Z(f)}^* \right\rangle_e \quad (5.2)$$

As derivadas espaciais das equações (3.21) a (3.23) podem ser estimadas utilizando-se o método de diferenças finitas [3, 10], por meio de uma malha (*array*) de pontos em torno do ponto de interesse, conforme mostrado na figura 5.1.

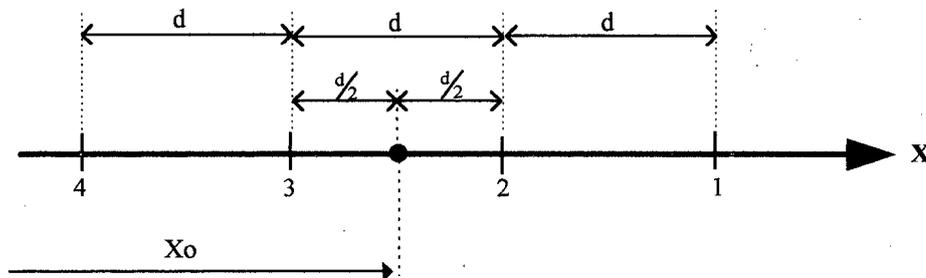


Figura 5.1 - Malha de pontos para predição das derivadas espaciais das equações 3.21 a 3.23.

Considerando pequenas deflexões, a primeira derivada espacial da grandeza de interesse (a velocidade transversal) é aproximadamente igual a diferença entre os valores do ponto 2 e do ponto 3, dividida pela distância entre eles. Aplicando o mesmo princípio podem ser estimadas as demais derivadas, conforme exposto nas equações (5.3) a (5.6), para a posição X_0 :

$$\frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{1}{d} (v_2 - v_3) \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2d^2} (V_1 - V_2 - V_3 + V_4) \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial^3 V}{\partial x^3} \approx \frac{1}{d^3} (V_1 - 3V_2 + 3V_3 - V_4) \quad (5.5)$$

Como não existe ponto de medição em X_0 , a velocidade transversal pode ser estimada pelo valor médio entre os pontos 2 e 3:

$$V \approx \frac{1}{2} (V_2 + V_3) \quad (5.6)$$

Desta forma, as expressões (3.21) a (3.23) podem ser estimadas, experimentalmente, através de medições da velocidade transversal nas quatro posições da malha. Com o propósito de simplificar as expressões, será suprimida a notação (X_0, f) das grandezas relacionadas ao fluxo de potência. Então:

$$\overline{w}_z \approx \frac{1}{d} (\overline{v}_2 - \overline{v}_3) \quad (5.7)$$

$$\overline{M}_z \approx \frac{-B}{2j\omega d^2} (\overline{v}_1 - \overline{v}_2 - \overline{v}_3 + \overline{v}_4) \quad (5.8)$$

$$\overline{F}_y \approx \frac{B}{j\omega d^3} (\overline{v}_1 - 3\overline{v}_2 + 3\overline{v}_3 - \overline{v}_4) \quad (5.9)$$

As estimativas para os fluxos de potência são obtidas substituindo-se as equações (5.6) a (5.9) nas equações (5.1) e (5.2), sendo mostradas abaixo:

$$P_V(f) = \frac{B}{j\omega 2d^3} \left\langle (\overline{V_1} - 3\overline{V_2} + 3\overline{V_3} - \overline{V_4}) (\overline{V_2} + \overline{V_3})^* \right\rangle_e \quad (5.10)$$

$$P_M(f) = \frac{-B}{j\omega 2d^3} \left\langle (\overline{V_1} - \overline{V_2} - \overline{V_3} + \overline{V_4}) (\overline{V_2} - \overline{V_3})^* \right\rangle_e \quad (5.11)$$

Efetuada-se as multiplicações dos termos entre $\langle \rangle$, e repetindo-se o procedimento mostrado no capítulo 2, as expressões (5.10) e (5.11) podem ser rescritas em função das densidades espectrais:

$$\langle \overline{V_i}^* \overline{V_j} \rangle = \overline{G_{ij}} \quad (5.12)$$

$$\overline{G_{ij}^*} = \overline{G_{ji}} = \langle \overline{V_i} \overline{V_j}^* \rangle \quad (5.13)$$

Assim, os fluxos de potência são expressos em função das densidades espectrais das velocidades entre os quatro pontos da malha:

$$\overline{P_V(f)} = \frac{B}{j\omega 2d^3} \left\{ 3(\overline{G_{33}} - \overline{G_{22}}) + j6\text{Im}\{\overline{G_{23}}\} + \overline{G_{31}} + \overline{G_{21}} - \overline{G_{24}} - \overline{G_{34}} \right\} \quad (5.14)$$

$$\overline{P_M(f)} = \frac{-B}{j\omega 2d^3} \left\{ (\overline{G_{22}} - \overline{G_{33}}) + j2\text{Im}\{\overline{G_{23}}\} + \overline{G_{31}} - \overline{G_{21}} - \overline{G_{24}} + \overline{G_{34}} \right\} \quad (5.15)$$

O fluxo de potência total é obtido pela soma das equações (5.14) e (5.15), resultando em

$$\overline{P_T(f)} = \frac{B}{j\omega d^3} \left\{ (\overline{G_{33}} - \overline{G_{22}}) + j4\text{Im}\{\overline{G_{23}}\} + \overline{G_{31}} - \overline{G_{24}} \right\} \quad (5.16)$$

Finalmente, o fluxo de potência é dado pela parte real da expressão (5.16):

$$P_T(f) = \frac{B}{j\omega d^3} \operatorname{Im}\{4\overline{G_{23}} - \overline{G_{13}} - \overline{G_{24}}\} \quad (5.17)$$

A expressão (5.17) é geral, válida tanto para campo próximo como para campo distante. Para determiná-la, necessita-se de um analisador de quatro canais, já que as densidades espectrais devem ser obtidas simultaneamente. Entretanto, caso possa ser considerado que o sistema esteja em estado estacionário, as funções densidade espectrais podem ser estimadas através das funções resposta em frequência [24], o que permite que a expressão (5.17) seja obtida com a utilização de um sistema de análise de sinais de 2 canais, apenas.

As densidades espectrais são estimadas utilizando-se o auto espectro de um sinal de referência e as funções resposta em frequência (FRF) entre o sinal de referência e os pontos de interesse [7], conforme a equação abaixo:

$$\overline{G_{ij}}(f) = \overline{H_{Ri}}(f)^* \overline{H_{Rj}}(f) \overline{G_{RR}}(f) \quad (5.18)$$

O sinal de referência pode tanto ser a força de excitação, quanto a resposta em qualquer ponto do componente, inclusive do array.

Tomando apenas a parte real, as expressões (5.14), (5.15) e (5.16) são rescritas, respectivamente, na forma:

$$P_V(f) = \frac{B}{2\omega d^3} \operatorname{Im}\{\overline{G_V}(f)\} \quad (5.19)$$

$$P_M(f) = \frac{B}{2\omega d^3} \operatorname{Im}\{\overline{G_M}(f)\} \quad (5.20)$$

$$P_T(f) = \frac{B}{\omega d^3} \text{Im}\{\overline{G_T(f)}\} \quad (5.21)$$

Tomando o sinal de força como referência e considerando que $\overline{H_{ij}(f)} = \overline{H_{ij}}$, tem-se

$$\overline{G_V(f)} = \{6\overline{H_{F2}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F1}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F2}} \overline{H_{F4}} + \overline{H_{F2}} \overline{H_{F1}} - \overline{H_{F3}} \overline{H_{F4}}\} G_{FF}(f) \quad (5.22)$$

$$\overline{G_M(f)} = \{2\overline{H_{F2}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F1}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F2}} \overline{H_{F4}} - \overline{H_{F2}} \overline{H_{F1}} + \overline{H_{F3}} \overline{H_{F4}}\} G_{FF}(f) \quad (5.23)$$

$$\overline{G_T(f)} = \{4\overline{H_{F2}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F1}} \overline{H_{F3}} - \overline{H_{F2}} \overline{H_{F4}}\} G_{FF}(f) \quad (5.24)$$

Caso a excitação seja desconhecida, ou haja impossibilidade de medição, pode ser utilizado o sinal de velocidade de qualquer ponto do componente como referência. Desde que este ponto não pertença à malha de diferenças finitas, basta rescrever as equações (5.22) a (5.24), substituindo apenas o índice F por V.

Se for utilizado o sinal de um ponto da malha como referência, ponto 2, por exemplo, tem-se

$$\overline{G_T(f)} = \{4\overline{H_{23}} - \overline{H_{21}} \overline{H_{23}} - \overline{H_{24}}\} G_{22}(f) \quad (5.25)$$

Este arranjo só pode ser utilizado caso não sejam necessárias correções de fase entre os vários componentes da cadeia de medição.

5.2 - CASOS ESPECIAIS

a) Potência de entrada ou fornecida

A potência fornecida pode ser diretamente obtida através da parte real da densidade espectral cruzada entre a força de excitação e a velocidade estrutural no mesmo ponto. Caso a excitação seja um momento fletor, deve-se utilizar a parte real da densidade espectral entre o momento de excitação e a velocidade angular:

$$P_{IN}(\bar{f}) = \text{Re}\{\overline{G_{FV}(\bar{f})}\} \quad (5.26)$$

A potência de entrada também pode ser obtida multiplicando-se o auto espectro da força de excitação pela parte real da mobilidade no ponto de aplicação da força:

$$P_{IN}(\bar{f}) = G_{FF}(\bar{f}) \text{Re}\{\overline{M_{11}(\bar{f})}\} \quad (5.27)$$

b. Fluxo de potência em campo distante

O fluxo de potência em campo distante pode ser obtido multiplicando uma das parcelas responsáveis pela transmissão da potência por dois, já que são aproximadamente iguais (capítulo 3). No entanto, usualmente utiliza-se o fluxo de potência devido à parcela relativa ao momento fletor, já que envolve derivadas espaciais de segunda ordem que são obtidas experimentalmente com mais facilidade, ou seja:

$$P_T^d(f) = 2P_M(f) = 2 \operatorname{Re}\{\overline{P_M(f)}\} \quad (5.28)$$

Como os termos que representam os efeitos de campo próximo na equação (3.29) podem ser desprezados, o momento fletor interno é diretamente proporcional à velocidade do componente,

$$\overline{M_z^d(x_0, f)} = \frac{BK_B^{-2}}{j\omega} \overline{V_Y(x_0, f)} \quad (5.29)$$

que, quando substituído na equação (5.2) juntamente com as equações (5.3) e (5.6), resulta em:

$$\overline{P_M^d(f)} = \left\langle \overline{W_z(f)} \cdot \overline{M_z^d(f)} \right\rangle_e = \left(\frac{\sqrt{B m'}}{j2d} \right) \left\langle (V_2 - V_3)(V_2 + V_3) \right\rangle_e \quad (5.30)$$

Introduzindo as relações de densidade espectral (5.12) e (5.13), e tomando a parte real multiplicada por dois, obtém-se a estimativa para o fluxo de potência total em campo distante, expressa abaixo

$$P_T^d(f) = \left(\frac{2\sqrt{B m'}}{d} \right) \operatorname{Im}\{\overline{G_{23}(f)}\} \quad (5.31)$$

Para a determinação da expressão (5.31) são necessários apenas as velocidades de dois pontos da malha, o que facilita em muito a análise. Deve-se observar que esta equação foi deduzida para os pontos dois e três da malha, indicados na figura 5.2.

No entanto, existe outra forma de prever o fluxo de potência em campo distante, que consiste em utilizar um transdutor de

velocidade de translação e outro de velocidade de rotação, como mostrado na figura 5.3.

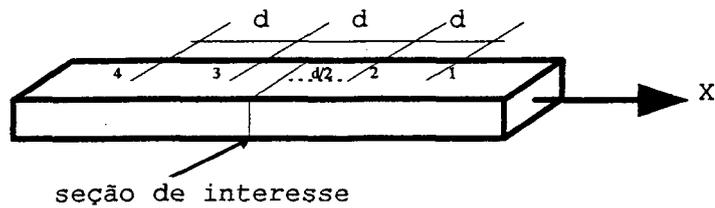


Figura 5.2 - Malha de transdutores em linha.

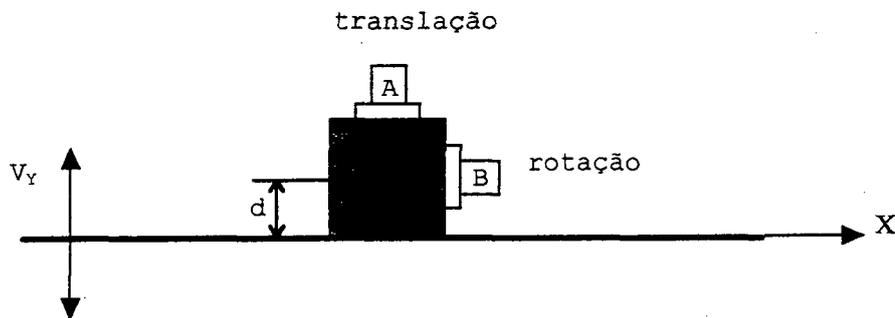


Figura 5.3 - Arranjo de transdutores para obter o fluxo de potência em campo distante.

A primeira derivada espacial da velocidade de translação é dada por:

$$\frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{v_B}{d} \quad (5.32)$$

Desta forma a equação (5.29) pode ser rescrita como

$$\overline{P_M^d(f)} = \left\langle \overline{W_z(f)} \cdot \overline{M_z^d(f)} \right\rangle_e = \left(\frac{\sqrt{B m'}}{j2d} \right) \left\langle \left(\overline{V_B(f)} \cdot \overline{V_A(f)} \right) \right\rangle_e = \left(\frac{\sqrt{B m'}}{jd} \right) \overline{G_{BA}(f)} \quad (5.33)$$

E, finalmente, tomando a parcela real da expressão (5.33) e multiplicando-a por dois, obtém-se

$$P_T^d(f) = \left(\frac{2\sqrt{B m'}}{d} \right) \text{Im}\{\overline{G_{BA}(f)}\} \quad (5.34)$$

Pode ser observado que mesmo utilizando um arranjo diferente de transdutores, as equações (5.31) e (5.34) são iguais.

É importante salientar que os efeitos de campo próximo existem para que as condições de equilíbrio dinâmico nos contornos sejam satisfeitas, onde a continuidade das propriedades físicas do meio de propagação da onda é interrompida. As expressões (5.31) e (5.34) somente podem ser utilizadas para estimativas do fluxo de potência em campo distante, onde as parcelas devidas ao momento fletor e esforço cisalhante são aproximadamente iguais, visto que em suas deduções foram desprezados os efeitos de campo próximo.

c. Potência transferida

A potência transferida, bem como a fornecida, podem ser estimadas indiretamente via a determinação das energias totais de cada componente do sistema, que por sua vez são obtidas a partir de medições de velocidade média espacial dos componentes. Assim são obtidas as potências dissipadas em cada componente que, aplicadas as equações de balanço de potências para dois componentes acoplados, equações (2.17) a (2.19), resultam em,

$$P_{12}(f) = P_d^2(f) = \omega \eta_2 E_2^2(f) \quad (5.35)$$

$$P_{IN}(f) = P_d^1(f) + P_d^2(f) = \omega(\eta_1 E_1(f) + \eta_2 E_2(f)) \quad (5.36)$$

Estas equações permitem estimar as potências transferida e fornecida em sistemas acoplados quando não se tem acesso às informações necessárias nos pontos de excitação e de união, desde que o fator de amortecimento seja conhecido.

5.3 - EXPRESSÕES PRÁTICAS PARA MEDIÇÃO DO FLUXO DE POTÊNCIA

Na grande maioria das vezes, as vibrações de componentes estruturais são obtidas experimentalmente utilizando-se transdutores de aceleração (acelerômetros). Desta maneira, as equações deduzidas devem ser alteradas, levando-se em consideração a relação entre velocidade e aceleração mostradas nas equações (5.36) e (5.37):

$$\overline{V(f)} = \frac{\overline{a(f)}}{j\omega} \quad (5.36)$$

$$G_{VV}(f) = \frac{G_{aa}(f)}{\omega^2} \quad (5.37)$$

Por este motivo elas serão rescritas em função das medições de aceleração.

a) Potência de entrada

$$P_{IN}(f) = \frac{1}{\omega} \operatorname{Re}\{\overline{G_{Fa}(f)}\} = \frac{1}{\omega} G_{FF}(f) \operatorname{Im}\{\overline{I_{11}(f)}\} = \frac{1}{\omega} G_{aa}(f) \operatorname{Im}\{\overline{A_{11}(f)}\} \quad (5.38)$$

na qual,

$$\overline{I_{ii}(f)} = \frac{\overline{a_i(f)}}{\overline{F_i(f)}} \quad \text{é a inertância no ponto de excitação, e}$$

$$\overline{A_{ii}(f)} = \frac{\overline{F_i(f)}}{\overline{a_i(f)}} \quad \text{é a massa aparente no ponto de excitação.}$$

b) Fluxo de potência em campo distante

A estimativa do fluxo de potência no ponto central do array de dois acelerômetros é obtida por:

$$P_T^d(f) = \left(\frac{2\sqrt{B} m(x)}{d\omega^2} \right) \text{Im}\{\overline{G_{23}(f)}\} \quad (5.39)$$

Caso a densidade espectral cruzada seja estimada via FRF, tem-se

$$\overline{G_{23}(f)} = \overline{H_{F2}(f)}^* \overline{H_{F3}(f)} \overline{G_{FF}(f)} \quad (5.40)$$

na qual $\overline{H_{F2}(f)}$ e $\overline{H_{F3}(f)}$ são, respectivamente, as FRF entre a força (referência) e o sinal de aceleração dos pontos 2 e 3 da malha.

c) Fluxo de potência em campo próximo

Para a determinação do fluxo de potência em campo próximo, é necessária a utilização da malha de 4 pontos (figura 5.2),

$$P_T(f) = \frac{B}{\omega^3 d^3} \text{Im}\{\overline{G_T^a(f)}\} \quad (5.41)$$

na qual $\overline{G_T^a(f)}$ é obtida pelas densidades espectrais cruzadas entre as acelerações dos pontos da malha:

$$\overline{G_T^a(f)} = \left\{ 4\overline{G_{23}^a(f)} - \overline{G_{13}^a(f)} - \overline{G_{24}^a(f)} \right\} \quad (5.42)$$

Na equação (5.42) os sinais de aceleração dos pontos da malha devem ser adquiridos simultaneamente. Para regime estacionário esta equação pode ser estimada via as FRF, conforme equação (5.18), apenas rescrevendo-as em função dos sinais de aceleração do array. Considerando a força de excitação, ou a aceleração de qualquer ponto do componente, exceto do array como referência,

$$\overline{G_T^a(f)} = \left\{ 4\overline{H_{F2}^* H_{F3}} - \overline{H_{F1}^* H_{F3}} - \overline{H_{F2}^* H_{F4}} \right\} G_{FF}(f) \quad (5.43)$$

ou à aceleração do segundo ponto do array.

$$\overline{G_T^a(f)} = \left\{ 4\overline{H_{23}} - \overline{H_{21}^* H_{23}} - \overline{H_{24}} \right\} G_{22}^a(f) \quad (5.44)$$

d) Potência transferida

Em sistemas formados por componentes acoplados geralmente não se tem acesso aos esforços nas regiões de união, e a potência transferida pode então ser estimada de duas formas:

1. Posicionando-se a malha de transdutores o mais próximo possível do ponto de união, utilizando as expressões deduzidas acima;

2. Determinando a potência transferida a partir das potências dissipadas que são obtidas em função da energia total de cada componente, equações (5.35) e (5.36), obtendo-se

$$E_i(f) = \frac{m(x)L}{N} \left(\sum_{n=1}^N \frac{|a_n(f)|^2}{2\omega^2} \right) \quad (5.45)$$

Como os fluxos de potência são obtidos a partir da potência dissipada, equação (5.35), a qualidade das estimativas é diretamente dependente da qualidade do fator de amortecimento estrutural que pode ser obtido experimentalmente através dos métodos do decaimento, da banda de meia potência ou da potência de entrada.

5.4 - DESCRIÇÃO DO EXPERIMENTO

As medições foram realizadas em dois sistemas, uma viga livre-livre e duas vigas acopladas em L, ambas de aço, excitadas em uma extremidade com ruído branco.

Os sinais foram amostrados na faixa compreendida entre 0 a 3200 Hz, discretizados em 801 pontos espectrais.

O sistema de medição e a instrumentação utilizados estão mostrados na figura 5.5.

Foi utilizado um array fixo de quatro acelerômetros de 2.2 gramas cada (BK 4393), e nas medições dos sinais de entrada foi utilizada uma cabeça de impedância (BK 8000).

As fases entre os transdutores do array foram verificadas, tendo como referência o sinal do transdutor da posição 1. Foi

encontrada uma diferença máxima de oito graus entre o transdutor 1 em relação aos posicionados em três e quatro, na faixa de 200 a 800 Hz.

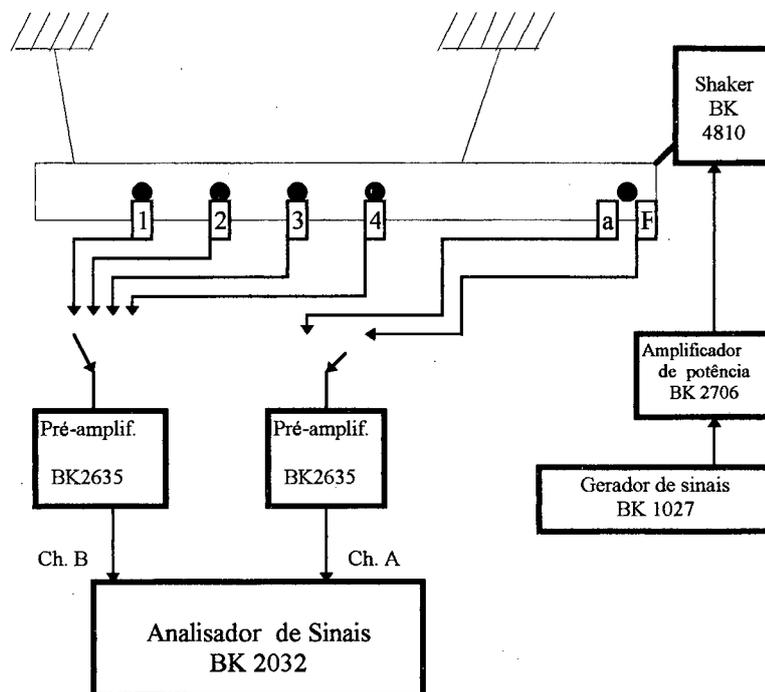


Figura 5.5 - Cadeia de medição e instrumentação utilizada na determinação do fluxo de potência.

Observou-se uma diferença de 180 graus entre os sinais de aceleração e força da cabeça de impedância, o mesmo ocorrendo entre a aceleração da cabeça de impedância e o acelerômetro 1. Ambas foram corrigidas no próprio analisador.

Os resultados de coerência entre os sinais amostrados foram considerados adequados, não sendo necessária a sua apresentação, já que não agregam novas informações.

5.5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.5.1 - Componente simples

As medições foram realizadas em uma viga de aço livre-livre de um metro de comprimento, excitada por uma força cortante em uma extremidade, e suspensa por dois fios de *nylon*, conforme mostrado na figura 5.6.

O fluxo de potência foi estimado em campo próximo através da equação (5.41), tomando a força e a aceleração do ponto de excitação como referência, já que foi utilizado um sistema de análise de dois canais. Para as medições no campo distante foram utilizadas as equações (5.39) e (5.40) considerando o arranjo de transdutores mostrado na figura 5.2, e a equação (5.41) com sinal de força de excitação como referência. A potência de entrada foi estimada pelas equações 5.26 e 5.36.

Os resultados experimentais foram comparados com predições analíticas, considerando a força de excitação constante na faixa de frequências analisada, igual ao valor médio da força na banda de frequência utilizada no experimento. O fator de amortecimento foi estimado pelo método da potência de entrada, sendo também assumido o valor médio na faixa analisada.

Os fluxos de potência foram obtidos através das equações mostradas no item 3.2, considerando as seguintes propriedades geométricas e mecânicas:

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$\eta = 0,012$$

$$L = 1,0 \text{ m}$$

$$b = 0,068 \text{ m}$$

$$h = 0,003 \text{ m}$$

$$X_A = 0,03 \text{ m}$$

$$X_B = 0,5 \text{ m}$$

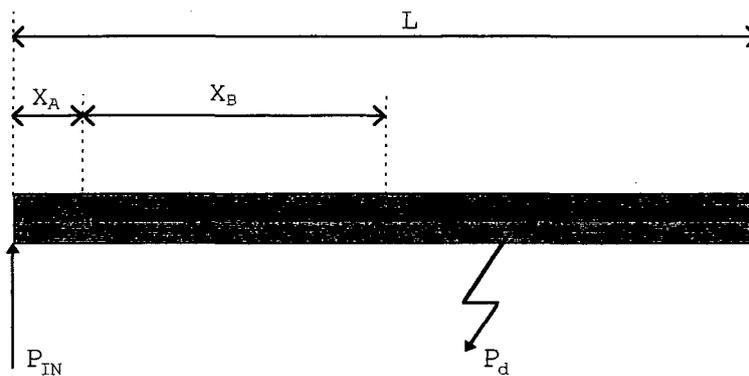


Figura 5.6 - Posições em que foram determinados os fluxos de potência.

Na figura 5.7 são mostrados os espectros de potência de entrada obtidas pelas equações (5.38) e (5.36) (assumindo que os valores referentes ao segundo componente são nulos) e comparados ao predito analiticamente.

Observa-se boa concordância com os valores obtidos analiticamente, sendo que as diferenças nas frequências de ressonância são atribuídas aos efeitos de massa introduzidos pela fixação da cabeça de impedância, bem como do material viscoelástico adicionado à viga. Em baixas frequências (até 500 Hz) percebe-se alguma diferença nas amplitudes, que são atribuídas à variação da magnitude da excitação, ao longo do espectro ao sinal aleatório gerado (ruído branco).

Como esperado, a potência de entrada obtida pela equação (5.36) é praticamente igual a obtida pela (5.38), apesar da utilização de um fator de amortecimento constante em todo espectro.

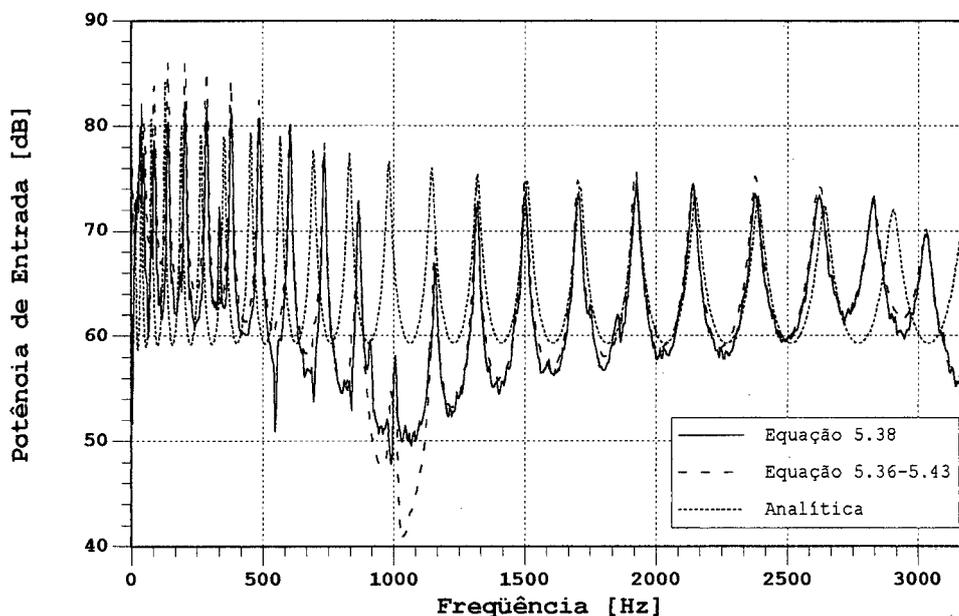


Figura 5.7 - Estimativas para a potência de entrada pelas equações (5.38), (5.36) e (5.43).

Na obtenção da energia vibratória total foram utilizados 23 pontos de medição, distribuídos igualmente ao longo do componente.

A figura 5.8 mostra o erro relativo cometido apenas pela aplicação do método de diferenças finitas, que está relacionado ao menor comprimento de onda analisado e a distância (d) entre os pontos da malha. Linjama [7] sugere que a frequência de corte é atingida quando esta distância for igual a um quinto do menor comprimento de onda analisado. Entretanto, na figura 5.8 estão mostrados os erros cometidos em função da frequência para quatro espaçamentos entre os pontos da malha. Segundo o critério proposto por Linjama, considerando uma distância entre os pontos de 0,02 metros, a frequência de corte é de 2500 Hz, aproximadamente. No entanto, em 2000 Hz o erro relativo já

é superior a 27 %, que é considerado elevado, visto que ainda devem ser acrescentadas as incertezas de medição. No experimento foi utilizada uma distância de 0,01 metros, que resulta em um erro relativo de 8 % em 2000 Hz e de 12 % em 3000 Hz. Contudo, a utilização de uma distância d muito pequena traz erros no processamento dos sinais do array, pois seus valores ficam muito próximos, incorrendo em erros de truncamento, principalmente nas baixas frequências.

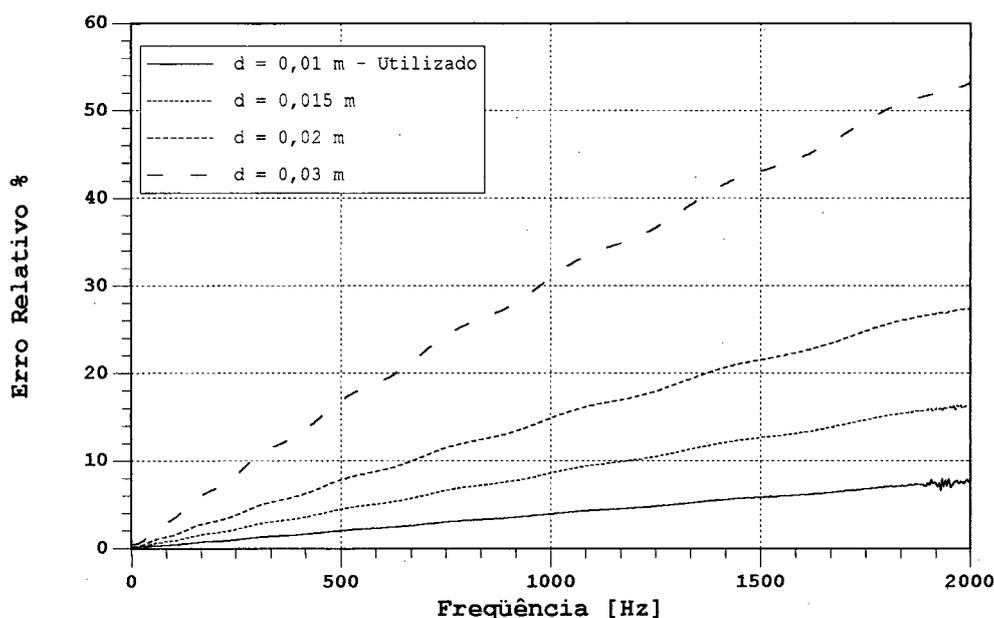


Figura 5.8 - Erro relativo cometido com a aplicação do método de diferenças finitas.

Na figura 5.9 são mostrados os fluxos de potência obtidos no ponto B (região de campo distante), na qual são comparados os resultados obtidos pelas equações (5.39), (5.40) e (5.42).

Observa-se que quando a equação (5.39) é estimada a partir da (5.40), apresenta boa concordância com a obtida diretamente pela densidade espectral cruzada. Os resultados obtidos por estas duas equações são muito próximos aos obtidos analiticamente, sendo que as diferenças verificadas nas amplitudes em baixas frequências e nas

freqüências de ressonância se devem aos mesmos motivos expostos para a figura 5.7. No entanto, na predição realizada a partir da equação (5.42), na qual são utilizados os quatro pontos do array, verificam-se grandes diferenças, principalmente nas freqüências abaixo de 700 Hz. Podem ser atribuídos aos problemas no processamento das funções resposta em freqüências (FRF), pois devido aos maiores comprimentos de onda, as diferenças nos sinais amostrados pelos pontos do array ficam reduzidos, deixando a predição muito sensível à contaminação por ruído e aos problemas de truncamento. Outro problema é o baixo amortecimento estrutural, que pode introduzir variações na fase das FRF, introduzindo erros expressivos. Certamente estes erros são minimizados com a aquisição simultânea dos sinais dos pontos do array, principalmente em estruturas leves, como a utilizada.

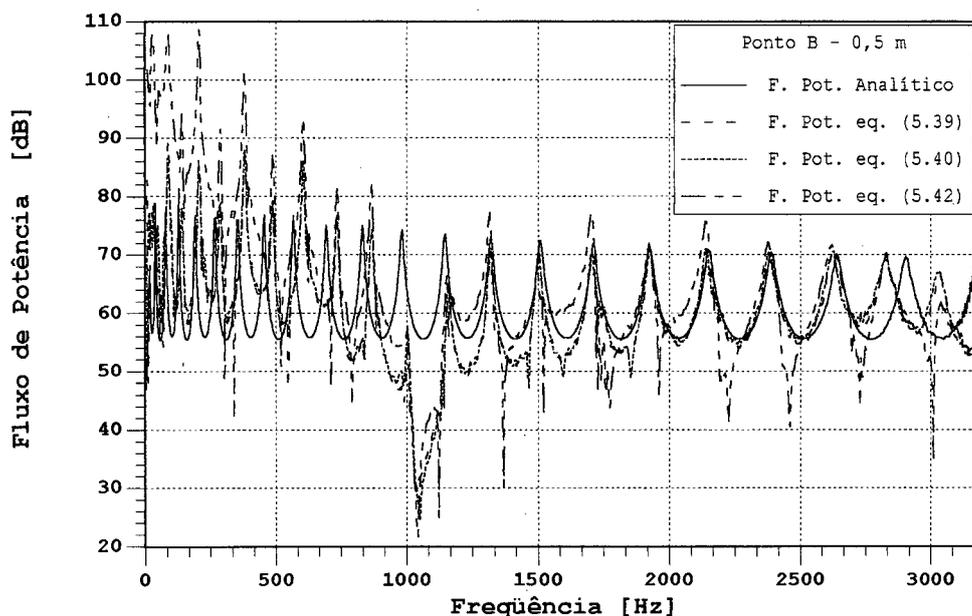


Figura 5.9 - Fluxo de potência em campo distante.

Na equação (5.39) os sinais são amostrados simultaneamente e, como não há a necessidade de outros processamentos, os resultados são

menos sensíveis ao ruído. Entretanto, só pode ser utilizada em campo distante.

Finalmente, na figura 5.10 são mostrados os espectros do fluxo de potência para o ponto A do componente (região de campo próximo), onde as equações (5.39) e (5.40) não podem ser utilizadas. Foi utilizada a equação (5.42), estimada a partir da (5.43), tomando respectivamente a aceleração e a força no ponto de excitação como referência. Os resultados obtidos com a utilização destes sinais como referência também apresentaram problemas com ruído, principalmente nas frequências abaixo de 700 Hz, devido aos mesmos motivos apresentados nas medições em campo distante, com a utilização da equação (5.42).

Estes resultados podem ser melhorados em componentes de maior porte, ou com um maior amortecimento. Os erros podem ser amplificados com as medições sequenciais dos sinais do array, ou seja, deslocando um acelerômetro ao longo do array, principalmente em estruturas leves.

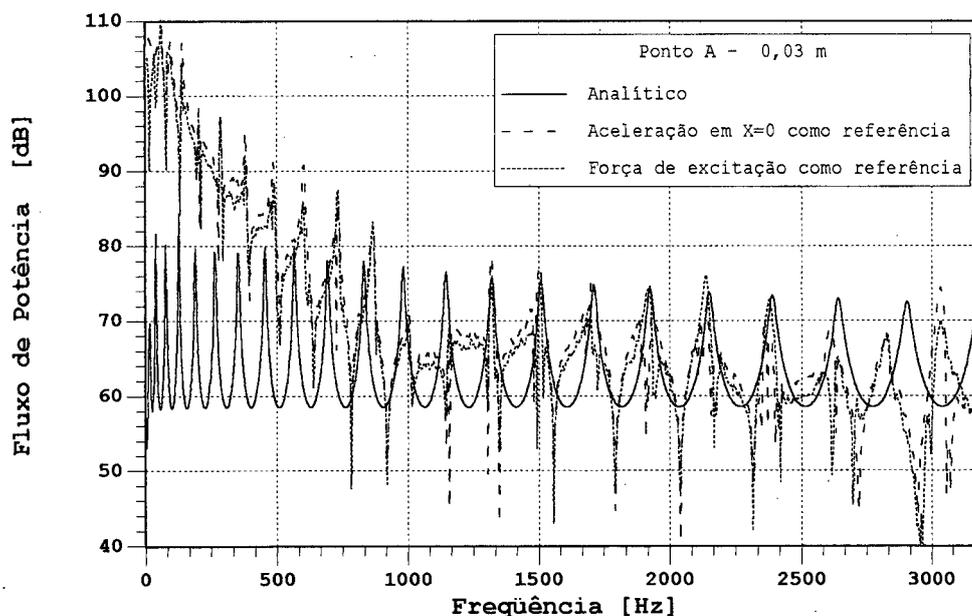


Figura 5.10 - Fluxo de potência em campo próximo, estimado pela equação (5.42) para os sinais de força e de aceleração como referência .

5.5.2 - Duas vigas unidas em L

Para o sistema formado por duas vigas iguais unidas em L e pinadas na união (figura 5.11), foram obtidos os fluxos de potência de entrada e transferida através das equações de balanço de potências, (5.36) e (5.35), respectivamente. As propriedades mecânicas e geométricas estão listadas abaixo.

$$E = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$$

$$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 0,012$$

$$L_1 = L_2 = 0,2 \text{ m}$$

$$b_1 = b_2 = 0,03 \text{ m}$$

$$h_1 = h_2 = 0,003 \text{ m}$$

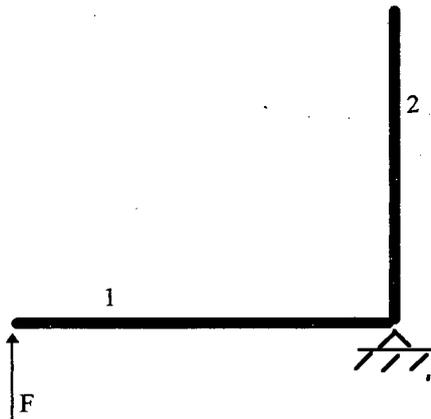


Figura 5.11 - Duas vigas unidas em L.

O componente 1 foi excitado com ruído branco. A condição de apoio tipo pino na união foi obtida com a utilização de uma base metálica e dois parafusos pontiagudos, que foram inseridos cerca de 2

milímetros no ponto de união. O amortecimento de cada componente foi aumentado com a utilização de fitas de material viscoelástico auto adesivas.

A velocidade média espacial foi obtida pela medição da aceleração em 10 pontos, distribuídos uniformemente ao longo do eixo longitudinal de cada componente.

A figura 5.12 mostra o espectro da potência de entrada estimado pela equação (5.36) e o obtido analiticamente.

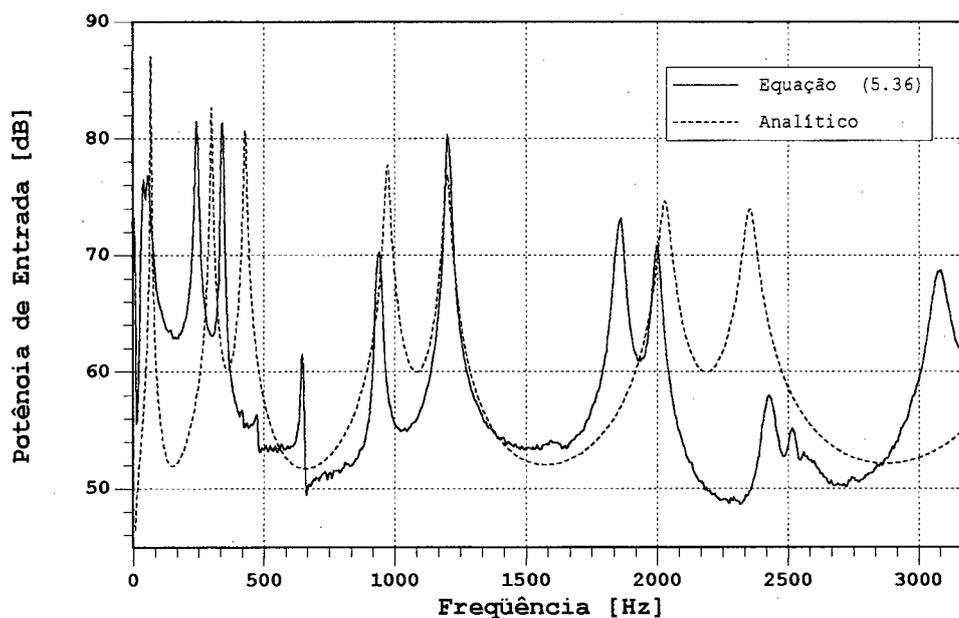


Figura 5.12 - Potência de entrada estimada pela equação (5.36).

São observadas algumas diferenças nas freqüências de ressonância e alguns picos espúrios, atribuídos principalmente às dificuldades na reprodução da condição de contorno. Como os parafusos não são rígidos, observou-se a transmissão de energia para a base maciça, com isto a restrição imposta à velocidade transversal no ponto de união no modelo analítico não é garantida no modelo experimental.

Mesmo assim, os resultados são considerados satisfatórios. Podem ser percebidos os modos bloqueados e desacoplados, descritos no item 4.4.

A potência transferida é mostrada na figura 5.13, na qual são observados os mesmos efeitos descritos acima. Contudo deve-se observar a boa concordância nas amplitudes das ressonâncias.

Finalizando, a figura 5.14 apresenta os espectros da energia vibratória total para o segundo componente obtidos através da equação (5.45) e analiticamente. Novamente são válidos os comentários realizados acima, chamando atenção para a boa concordância das amplitudes nas ressonâncias.

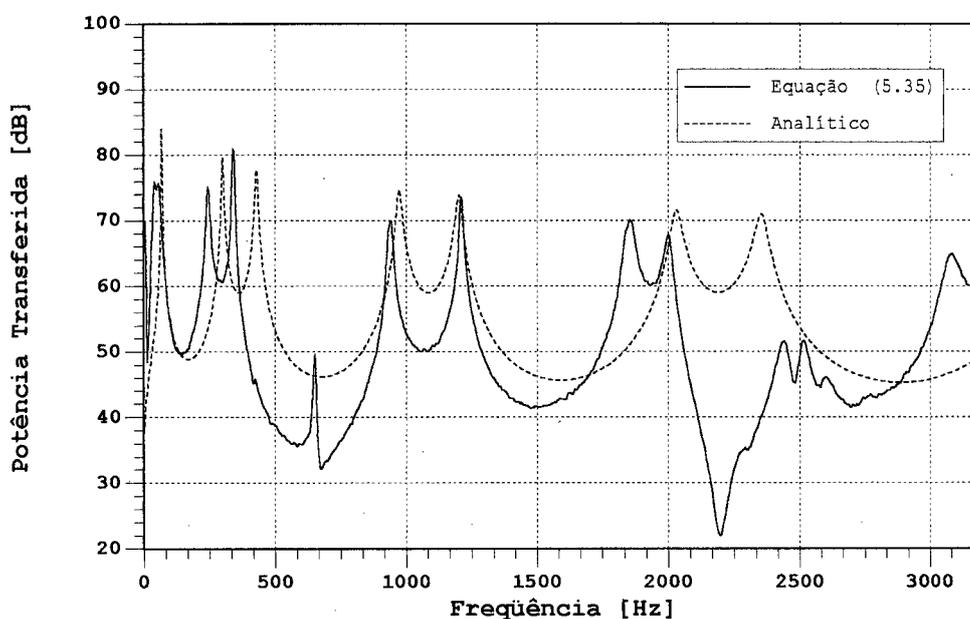


Figura 5.13 - Potência transferida obtida através da equação (5.35).

Os resultados mostram que a determinação dos fluxos de potência de entrada e transferida, obtidos indiretamente pelas equações de balanço de potências, são uma boa opção quando se tem acesso a todo o componente. Tem as vantagens de não depender de processamentos mais complexos, e de ser baseada em simples medições de

aceleração. Entretanto, a qualidade dos resultados depende diretamente do número de pontos medidos ao longo do componente, e da qualidade do valor predito para o fator de amortecimento estrutural.

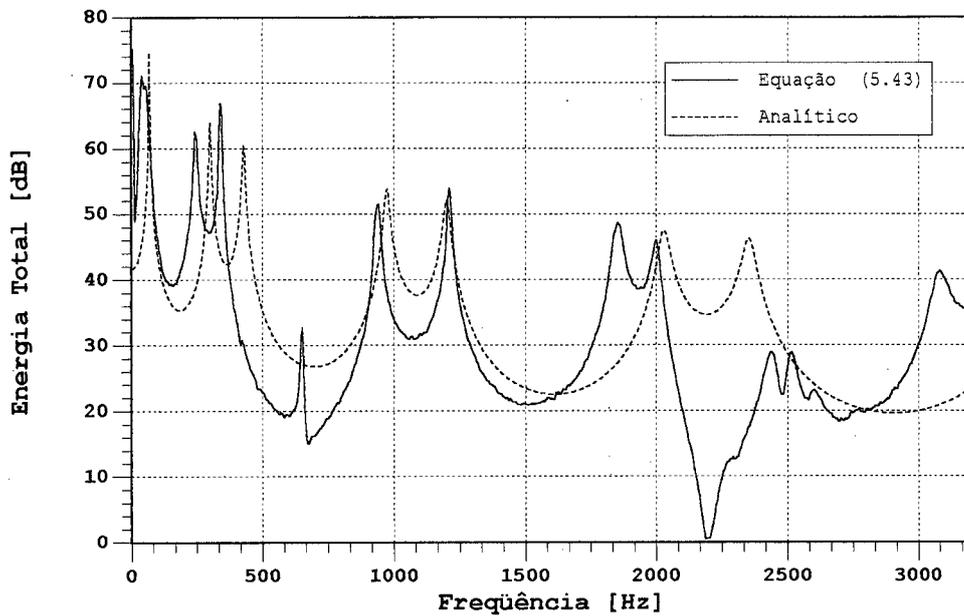


Figura 5.14 - Energia vibratória total para o segundo componente, obtida através da equação (5.43).

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são feitos alguns comentários e conclusões acerca do que foi apresentado nos capítulos anteriores.

Da teoria apresentada nos capítulos 2 e 3, observa-se que apesar de simples e de fácil utilização, estes conceitos são aplicados somente em componentes mais simples, dificultando sua aplicação em componentes com geometria mais complexa.

Em componentes simples, o aumento no amortecimento estrutural diminui a energia total. Contudo, a potência absorvida permanece constante. Apesar do fluxo de potência diminuir nas ressonâncias, aumenta nas regiões intermediárias, fazendo com que o fluxo fornecido em banda larga permaneça inalterado. O sistema tem a mesma capacidade de absorver energia, sendo que as alterações no amortecimento apenas deslocam os níveis de resposta, de forma que a condição de balanço de potência seja sempre obedecida.

Para ondas de flexão os efeitos de campo próximo estão claramente presentes, devendo-se tomar cuidado principalmente nas predições experimentais, quando for utilizado o método de dois transdutores.

Os fluxos de potência transmitidos pelos esforços flexor e cisalhante não são exatamente iguais, mesmo em campo distante, pois a dissipação de energia está diretamente relacionada aos esforços

internos, cujos máximos ocorrem defasados de Π rd. Estas diferenças tendem a diminuir em componentes acoplados, principalmente quando a dissipação no componente for bem menor do que no restante do sistema.

O método da mobilidade é de fácil aplicação, sendo vantajoso em sistemas quase periódicos, nos quais as condições de contorno se repetem ao longo do sistema. Apresenta a grande vantagem de que pode ser alimentado com funções resposta em frequência (FRF) obtidas por métodos distintos, o que aumenta sua flexibilidade. No entanto, sua aplicação é dificultada quando vários componentes diferentes são acoplados.

Assumindo que a relação entre a potência dissipada e a energia vibratória total é válida em todo o espectro, a partir das equações de balanço de potências, as energias totais dos componente acoplados podem ser obtidas a partir das potências de entrada e transferidas, e vice-versa.

O efeito do aumento do amortecimento em componentes acoplados, acaba por reduzir a resposta de todo o sistema, visto que o sistema absorve a mesma potência em banda larga quando a excitação é mantida constante, sendo que o componente cujo amortecimento foi aumentado será responsável pela dissipação da maior parte da potência fornecida, o que aumenta o fluxo de potência transferida a este componente.

Quando são acoplados componentes diferentes, cada um possui modos distintos, fazendo com que os componentes do sistema respondam simplesmente por estarem acoplados ao componente que apresenta uma dada ressonância. Assim quando a forma de controle é a introdução de

amortecimento, deve-se fazê-lo no componente que efetivamente acomoda o modo, pois será mais efetiva.

De forma geral, sempre que se dificultar a propagação da potência, quer pela redução da rigidez de acoplamento ou pelo aumento da rigidez estrutural, as energias totais são reduzidas. Caso se decida atuar nos caminhos de propagação, deve-se optar pelos componentes com maior densidade modal, caso o problema não se apresentem em uma frequência específica.

Nas determinações experimentais, verificou-se que a utilização do array de quatro transdutores, cujos sinais não são adquiridos simultaneamente, apresentam resultados com muito ruído, devido ao maior número de operações realizadas com estes sinais. Outro fato é que às fases das FRF são muito sensíveis a variações ao longo da medição, visto o pequeno amortecimento do componente testado. Estes erros certamente seriam diminuídos com a aquisição e processamento simultâneo dos sinais do array, usando o processamento indicado pela equação (5.42) e utilizando um sistema de análise de sinais de quatro canais, ou em componentes mais robustos, com maior amortecimento.

A determinação das potências de entrada e transferida pelas equações de balanço de potências apresentou resultados satisfatórios, sendo uma boa alternativa para as predições experimentais, visto que são necessárias apenas medições da resposta em vários pontos do sistema, não exigindo maiores processamentos.

Contudo, quando a equação (5.42) é estimada pelas funções resposta em frequência, o experimento torna-se moroso, servindo apenas

para análises esporádicas. Caso fosse utilizado mais freqüentemente recomenda-se a análise em tempo real, com equipamentos especialmente desenvolvidos.

Com base no que foi comentado acima, podem ser sugeridos alguns trabalhos, visando a continuidade do que foi iniciado aqui:

- Análise do fluxo de potência entre placas e cascas acopladas, reforçadas por elementos tipo vigas;
- Avaliação dos métodos de determinação experimental do fluxo de potência em estruturas, avaliando desde os erros cometidos, seus efeitos sobre os resultados e as formas de correção;
- Fazer uma ampla análise de sensibilidade, considerando os fluxos preditos teórica ou numericamente, com o obtido experimentalmente, para placas e vigas;
- Aplicação dos conceitos de fluxo de potência em uma estrutura típica, formada por vários caminhos de propagação, objetivando a identificação dos principais caminhos de transmissão e das maiores fontes de energia;
- Avaliar métodos alternativos que representem o fluxo de potência e que possam ser aplicados em estruturas mais complexas, como por exemplo, o método da intensidade superficial;
- Análise do fluxo de potência entre uma cavidade acústica e uma estrutura formada por placas e vice e versa.

APÊNDICE A

ESCALA DECIBEL

As grandezas analisadas ao longo do trabalho são expressas em escala decibel. A tabela A.1 mostra os valores de referência utilizados [8].

	Definição	Valor de Referência
Nível de Potência	$LP = 10 \log \left(\frac{P}{P_{REF}} \right)$	$P_{REF} = 1p \text{ W}$
Nível de Energia Vibratória	$LE = 10 \log \left(\frac{E}{E_{REF}} \right)$	$E_{REF} = 1p \text{ J}$
Nível de Aceleração Vibratória	$LA = 20 \log \left(\frac{A}{A_{REF}} \right)$	$A_{REF} = 10\mu \frac{m}{s^2}$
Nível de Velocidade Vibratória	$LV = 20 \log \left(\frac{V}{V_{REF}} \right)$	$V_{REF} = 10n \frac{m}{s}$
Nível de Velocidade Angular	$LW = 20 \log \left(\frac{W}{W_{REF}} \right)$	$W_{REF} = 10n \frac{rd}{s}$
Nível de Esforço Cisalhante	$LF = 20 \log \left(\frac{F}{F_{REF}} \right)$	$F_{REF} = 1\mu \text{ N}$
Nível de Esforço Fletor	$LM = 20 \log \left(\frac{M}{M_{REF}} \right)$	$M_{REF} = 1\mu \text{ Nm}$

Tabela A.1 - Equações e valores de referência da escala decibel.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ingard, K. U., "Fundamentals of Waves and Oscillations", Cambridge University Press, New York, 1988.
- [2] Pinnington, R. J., Redman-White, W. e Brown, K. T., "Methods for Structural Power Transmission Measurement", International Congress on Recent Developments in Acoustic Intensity Measurement, Senlis, 1981, 229-236.
- [3] Pavic, G., "Measurement of Structure Borne Wave Intensity, Part I: Formulation of the Methods", Journal of Sound and Vibration, 1976, vol. 49, 221-230.
- [4] Norton, M. P., "Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers", Cambridge University Press, New York, 1989.
- [5] Verheij, J. W., "Cross Spectral Density Methods for Measuring Structure Borne Power Flow on Beams and Pipes", Journal of Sound and Vibration, 1980, vol. 70(1), 133-139.
- [6] Cremer, L., Heckel, M.e Ungar, E. E., "Structure-Borne Sound", Springer-Verlag (2nd edition) , Berlin, 1988.
- [7] Linjama, J. e Lahti, T., "Estimation of Bending Wave Intensity in Beams Using the Frequency Response Technique", Journal of Sound and Vibration, 1992, vol. 153(1), 21-36.

- [8] Beranek, L. L., "Noise and Vibration Control", McGraw-Hill, 1971, New York.
- [9] Goyder, H. G. D. e White, R. G., "Vibration Power Flow From Machines Into Built-up Structures, Part I: Introduction and Approximate Analyses of Beam and Plate-Like Foundations", Journal of Sound and Vibration, 1980, vol. 68(1), 59-75.
- [10] Noiseux, D. U., "Measurement of Power Flow in Uniform Beams and Plates", Journal of the Acoustical Society of America, 1970, vol. 47, 238-247.
- [11] Pavic, G., "Structural Surface Intensity: A Novel Approach in Vibration Analysis and Diagnostics", Second International Congress on Acoustic Intensity, Senlis, 1985, 219-226.
- [12] Cuschieri, J. M., "Structural Power-Flow Analysis Using a Mobility Approach of an L-Shaped Plate", Journal of the Acoustical Society of America, 1990, vol. 87(3), 1159-1165.
- [13] McCollum, M. D. e Cuschieri, J. M., "Thick Plate Bending Wave Transmission using a Mobility Power Flow Approach", Journal of the Acoustical Society of America, 1990, vol. 88(3), 1472-1479.
- [14] Cuschieri, J. M., "Vibration Transmission Through Periodic Structures Using a Mobility Power Flow Approach", Journal of Sound and Vibration, 1990, vol. 143(1), 65-74.

- [15] Cuschieri, J. M., "Parametric Analysis of the Power Flow on an L-Shaped Plate Using a Mobility Power Flow Approach", Journal of the Acoustical Society of America, 1992, vol. 91(5), 2686-2695.
- [16] Nashif, A. D., Jones, D. I. G., Henderson, J. P., "Vibration Damping", John Wiley & Sons, 1985, New York.
- [17] Wohlever, J. C. e Bernhard, R. J., "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", Journal of Sound and Vibration, 1992, vol. 153(1), 1-19.
- [18] Lyon, R. H., "Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Applications", MIT Press, Massachusetts, 1975.
- [19] Linjama, J. e Lahti, T., "Measurement of Bending Wave Reflection and Impedance in a Beam by the Structural Intensity Technique", Journal of Sound and Vibration, 1993, vol. 161(2), 317-331.
- [20] Verheij, J. W., "On the Measurement of Energy Flow Along Liquid Filled Pipes", Second International Congress on Acoustic Intensity, Senlis, 1985, 201-208.
- [21] Pavic, G., "Determination of Sound Power-Flow in Structures: Principles and Problems of Realization", International Congress on Recent Developments in a Acoustic Intensity Measurement, Senlis, 1981, 209-215.

- [22] Pavic, G., "Structural Surface Intensity: An Alternative Approach in Vibration Analysis and Diagnostics", Journal of Sound and Vibration, 1987, vol. 115(3), 405-422.
- [23] Gravic, L. e Pavic, G., "A Finite Element Method for Computation of Structural Intensity by the Normal Mode Approach", Journal of Sound and Vibration, 1993, vol. 164(1), 29-43.
- [24] Bendat, J. S. e Piersol, A. G., "Random Data: Analysis and Measurement Procedures", John Wiley & Sons (second edition), New York, 1986.
- [25] Lyon, R. H. e Maidanik, G., "Power Flow Between Linearly Coupled Oscillators", Journal of the Acoustical Society of America, 1962, vol. 34, 623-639.
- [26] Newland, D. E., "Power Flow Between a Class of Coupled Oscillators", Journal of Sound and Vibration, 1968, vol. 43, 553-559.
- [27] Newland, D. E., "Calculation of Power Flow Between Coupled Oscillators", Journal of Sound and Vibration, 1966, vol. 3, 262-274.
- [28] Lenzi, A., "Apostila do Curso de Análise Estatística Energética", Laboratório de Vibrações e Acústica, UFSC, 1991.