

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

Luiz Fernando Veloso Borba Navolar

**MODELAGEM DA DIREÇÃO DE RETORNO A PARTIR  
DA DINÂMICA DE VOLATILIDADE:  
ANÁLISES EMPÍRICAS**

Florianópolis

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Navolar, Luiz Fernando Veloso Borba  
Modelagem da Direção de Retorno a Partir da Dinâmica de  
Volatilidade: Análises Empíricas / Luiz Fernando Veloso  
Borba Navolar ; orientador, André Alves Portela Santos -  
Florianópolis, SC, 2015.  
84 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Sócio-Econômico. Programa de Pós-Graduação em  
Economia.

Inclui referências

1. Economia. 2. Direção de mudança. 3. Dependência de  
sinal. 4. Volatilidade condicional. 5. Logit. I. Santos,  
André Alves Portela. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

Luiz Fernando Veloso Borba Navolar

**MODELAGEM DA DIREÇÃO DE RETORNO A PARTIR  
DA DINÂMICA DE VOLATILIDADE:  
ANÁLISES EMPÍRICAS**

Dissertação submetida ao Programa  
de Pós-Graduação em Economia para  
a obtenção do Grau de Mestre.

Orientador

UFSC: Prof. Dr. André Alves Portela  
Santos

Florianópolis

2015



## RESUMO

O trabalho investiga a significância estatística e econômica da correlação entre variância condicional e a direção do movimento de retorno. Para tanto, realiza um estudo em três séries financeiras: o par cambial real/dólar, o índice Ibovespa e o índice SP&500. Para a estimação de variância condicional, foram comparados os resultados de dois processos: *RiskMetrics*<sup>TM</sup> e GARCH(1, 1). As estimações *logit* são realizadas em frequência diárias com sobreposição. A metodologia da agregação dos dados foi tal que as previsões foram realizadas sempre em um único passo à frente — e de tamanhos variados, correspondentes aos horizontes de cálculo de retorno —, de modo a possivelmente minimizar o erro estatístico de previsão. Considerando as distintas séries e horizontes de estimação mencionados, foram estimados cerca de 3 milhões de modelos *logit* e 5,25 milhões de variâncias condicionais. Como resultados do estudo empírico, foram encontrados resultados promissores. Há evidências de que o horizonte de estimação ótimo discutido na literatura se observa na prática, e a taxa de informação contribui, de fato, para a acurácia e excesso de retorno superiores. Os sinais obtidos com a metodologia para a série do par cambial aplicados a uma estratégia simulada obteve até 60,8% de acerto em operações de prazo médio de 154,5 dias úteis, o que é compatível com a teoria. Semelhante resultado foi obtido nas outras duas séries. O retorno médio por operação, em determinada estratégia empregada ao índice Ibovespa, apresentou taxa de 29,1% ao ano, com acerto de 56,3% dos sinais previstos. Demais estratégias também resultaram em bons retornos para essa série. Por fim, os resultados obtidos foram analisados à luz dos testes de acurácia direcional de Pesaran e Timmermann (1992) e de excesso de rentabilidade de Anatolyev e Gerko (2005).

**Palavras-chave:** Previsão da direção de mudança. Dependência de sinal. Volatilidade condicional. Logit.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Reatividade da previsão de sinal $\mathfrak{A}^0$ em função da taxa de informação. ....	24
Figura 2	Par cambial real/dólar — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014. ....	38
Figura 3	Índice Ibovespa — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014. ....	40
Figura 4	Índice SP&500 — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014. ....	41
Figura 5	Série real/dólar — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas <i>ex-post</i> e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização <i>ex-ante</i> . ....	44
Figura 6	Série real/dólar — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento. ....	47
Figura 7	Índice Ibovespa — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas <i>ex-post</i> e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização <i>ex-ante</i> . ....	50
Figura 8	Índice Ibovespa — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento. ....	53
Figura 9	Índice SP&500 — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas <i>ex-post</i> e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização <i>ex-ante</i> . ....	55
Figura 10	Índice SP&500 — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento. ....	58





## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Par cambial real/dólar — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014. ....	39
Tabela 2	Índice Ibovespa — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014. ....	39
Tabela 3	Índice SP&500 — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014. ....	42
Tabela 4	Série real/dólar — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento. ....	46
Tabela 5	Série real/dólar — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares. ....	48
Tabela 6	Índice Ibovespa — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento. ....	51
Tabela 7	Índice Ibovespa — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares. ....	54
Tabela 8	Índice SP&500 — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento. ....	57
Tabela 9	Índice SP&500 — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares. ....	59
Tabela 10	Série real/dólar — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal <i>logit</i> . ....	73
Tabela 11	Série índice Ibovespa — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal <i>logit</i> . ....	77
Tabela 12	Série índice SP&500 — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal <i>logit</i> . ....	81



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	11
2	MODELAGEM DO SINAL DO RETORNO .	15
2.1	REVISÃO DA LITERATURA .....	15
2.2	SINAL, VOLATILIDADE E MÉDIA CONDICIONAL	19
2.3	REATIVIDADE À VOLATILIDADE E PROBABILIDADE DE PREVISÃO ‘ÓTIMA’ .....	21
2.4	O MODELO DE ESTIMAÇÃO COM BASE NA VOLATILIDADE CONDICIONAL .....	25
2.5	MODELOS PARA PREVISÃO DA VOLATILIDADE	27
2.5.1	Modelo <i>RiskMetrics</i> <sup>TM</sup> .....	27
2.5.2	Modelo GARCH(1, 1) .....	28
2.6	AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA E ECONÔMICA DA PREVISIBILIDADE DE SINAL .....	29
2.6.1	Estratégias de Investimentos Simuladas .....	30
2.6.2	Construção da estatística AD .....	32
2.6.3	Construção da estatística ER .....	34
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS ...	37
3.1	DADOS E SUA MANIPULAÇÃO .....	37
3.1.1	Descrição das séries utilizadas .....	37
4	ANÁLISE EMPÍRICA .....	43
4.1	ANÁLISE EMPÍRICA DA SÉRIE REAL/DÓLAR ..	43
4.1.1	Acurácias observadas para o par cambial real/dólar .....	43
4.1.2	Análise estatística e econômica dos resultados do par cambial real/dólar .....	47
4.2	ANÁLISE EMPÍRICA DO ÍNDICE IBOVESPA ...	50
4.2.1	Acurácias observadas para o índice Ibovespa ..	50
4.2.2	Análise estatística e econômica dos resultados do índice Ibovespa .....	53
4.3	ANÁLISE EMPÍRICA DO ÍNDICE SP&500 .....	55
4.3.1	Acurácias observadas para o índice SP&500 ...	55
4.3.2	Análise estatística e econômica dos resultados do índice SP&500 .....	58
5	CONCLUSÃO .....	61
	REFERÊNCIAS .....	67

APÊNDICE A – Série real/dólar — Resultados tabulados das previsões de sinal <i>logit</i> para horizontes selecionados .....	73
APÊNDICE B – Série índice Ibovespa — Resultados tabulados das previsões de sinal <i>logit</i> para horizontes selecionados .....	77
APÊNDICE C – Série índice SP&500 — Resultados tabulados das previsões de sinal <i>logit</i> para horizontes selecionados .....	81

## 1 INTRODUÇÃO

A previsão de sinal do retorno consiste em prever a direção de mudança resultante da variação de preço de um ativo. Enquanto se espera que os retornos de séries financeiras em mercados eficientes não apresentem dependência de média condicional, o mesmo não ocorre em relação à variância condicional, que apresenta autocorrelação e correlação com a série dos retornos. Na literatura, há diversas metodologias para a previsão, com razoável probabilidade de sucesso, da direção da mudança de um ativo<sup>1</sup> — tarefa de extremo interesse e utilidade, tanto para a discussão da teoria de mercados eficientes quanto para o usufruto de investidores individuais e gestores de carteira. Uma metodologia particularmente promissora é a previsão de sinal com base nessas características da variância condicional.

Levich (2001) esclarece o porquê desse interesse com um exemplo ilustrativo do par cambial yen/dólar. Sob a expectativa de depreciação do yen frente ao dólar — o que resulta em um retorno esperado negativo do yen frente ao dólar e positivo do dólar frente ao yen — seriam geradas operações de venda de yen e compra de dólar. Assim, o trabalho observa que a previsão de sinal é interessante porque, para ser bem-sucedido em lucrar em uma operação, seja no mercado de capitais, de derivativos ou cambial, quase sempre basta acertar ao prever a direção de variação, sem necessariamente conhecer o tamanho exato da variação no preço dos ativos. Embora intuitiva, essa asserção do autor é realista? A análise de significância econômica da previsibilidade de sinal proporciona verificar isso empiricamente.

A previsão da direção de mudança — ou, em outro termo usual, a previsão do sinal do retorno — da série financeira com base na volatilidade condicional é um campo bastante promissor, e relativamente recente, da literatura especializada. Nesta dissertação, são realizadas algumas aplicações empíricas ampliadas de Christoffersen e Diebold (2006a), alicerçadas sobre um modelo *logit* e processo *RiskMetrics*<sup>TM</sup> (JP Morgan, 1996) para previsão da volatilidade condicional.

Para realizar a previsão de sinal são utilizados dois processos de volatilidade condicional. O primeiro, o próprio *RiskMetrics*<sup>TM</sup>, como aplicado por Christoffersen e Diebold (2006a). O segundo processo é o

---

<sup>1</sup>Há uma lista de trabalhos investigados na seção seguinte que confirmam essas observações: Breen, Glosten e Jagannathan (1989), Leitch e Tanner (1991), Wagner, Shellans e Paul (1992), Pesaran e Timmermann (1995), Kuan e Liu (1995), Womack (1996), Gençay (1998), entre outros.

GARCH(1, 1), proposto por Bollerslev (1986) e escolhido por ser um dos estimadores de volatilidade condicional mais robustos da literatura. A volatilidade condicional estimada com esses modelos é utilizada, então, como variável explicativa para uma regressão logística, que fornece uma estimação de probabilidade de retorno futuro com sinal positivo.

Nas previsões de volatilidade condicional, as séries de retornos utilizadas são aferidas a partir da série de preços agregadas de acordo com o horizonte de previsão desejado. Desta maneira, toda previsão realizada é feita apenas um passo à frente para diversos horizontes de cálculo de retorno — com tamanhos compreendidos entre 1 a 250 dias úteis. Em outras palavras, os dados foram selecionados em intervalos adequados a fim de que, a qualquer momento presente  $t$ , seja possível realizar uma previsão de apenas um passo à frente, mas equivalente à um grande número de dias. Assim, essa escolha metodológica adotada proporciona estimar a volatilidade condicional — e, conseqüentemente, a probabilidade de retorno positivo — para qualquer momento entre amanhã ( $t + 1$ ) e um ano no futuro ( $t + 250$ ) sem necessidade de estimações recursivas. Esse método torna-se interessante pois é recorrente na literatura a expectativa de que um menor número de passos reduza o erro de previsão.

Parte relevante do esforço de ampliação do trabalho de Christoffersen e Diebold (2006a) está na verificação das observações de Levich (2001), observando empiricamente se a informação carregada pela variância possibilita a obtenção de excessos de retorno. Para este fim, são aplicados dois testes estatísticos aos sinais estimados: o teste de acurácia direcional — AD, proposto por Pesaran e Timmermann (1992), que indica a consistência estatística do acerto das previsões; e o teste de excessos de rentabilidade — ER, proposto por Anatolyev e Gerko (2005), que indica ser estatisticamente consistente a possibilidade de ganho financeiro com as previsões.

No desenvolvimento desta dissertação, analisam-se as relações entre características essenciais e necessárias às estimações propostas, em especial a dependência observada pela literatura entre volatilidade e sinal do retorno, uma vez que as probabilidades de retorno com sinal positivo são estimadas a partir da previsão de volatilidade.

A metodologia é então aplicada em três séries financeiras: o par cambial real/dólar, o índice Ibovespa e o índice SP&500. As séries são recortadas em iguais intervalos, compreendidos entre 15 de janeiro de 1999 a 14 de janeiro de 2014. Para cada uma das séries é estimado um modelo de referência do tipo passeio aleatório e estimados os modelos *logit* com os dois distintos métodos já mencionados de estimação de

volatilidade.

A fim de desenvolver o exposto, a presente dissertação divide-se, além desta seção introdutória e uma breve conclusão discriminando os resultados do trabalho, em três seções principais. Na primeira delas é discutido o embasamento teórico da metodologia e expostas as relações entre as principais características da série temporal que afetam a estimação: independência da média condicional, dependência dos retornos de sinais e dependência na volatilidade dos retornos. A seção seguinte descreve as séries de dados utilizadas. Por fim, na terceira das seções mencionadas, os modelos são estimados e é realizada uma análise empírica, apresentando os resultados obtidos.





## 2 MODELAGEM DO SINAL DO RETORNO

Neste capítulo são explicitadas as relações teóricas sobre as quais os cálculos das previsões com base nas volatilidades se baseiam. A primeira seção traz uma revisão bibliográfica sucinta das principais referências para este trabalho. A segunda seção trata das características conhecidas das séries de retornos e importantes relações de dependência e independência entre elas. Também nesse espaço, numa subseção, é analisada a taxa de informação e introduzidos os argumentos que sustentam haver um horizonte ótimo de previsão com base na volatilidade. Na terceira seção são construídos os modelos de previsão com base na volatilidade condicional. Na quarta seção são escolhidos dois processos para a volatilidade condicional, necessários ao modelo de previsão de sinais. Por fim, a última seção fundamenta duas estatísticas de teste para avaliação econômica da previsibilidade de sinal.

### 2.1 REVISÃO DA LITERATURA

A avaliação do desempenho de previsões financeiras é um desafio antigo, remontando, ao menos, ao trabalho seminal de Cowles (1933), que encontrou evidências de que o retorno auferido por profissionais de mercado em geral não superavam o retorno esperado. Desde então, houve um fértil debate acadêmico sobre a real possibilidade de obter excessos de retorno com significância econômica em mercados financeiros de alta concorrência.

Fama (1965) estabelece um marco ao esboçar o que veio a se tornar a hipótese clássica de eficiência de mercados. Segundo ele, em um mercado onde a informação relevante tem custo quase zero, o preço de um ativo reflete toda a informação disponível, e esse é portanto a melhor estimativa de seu valor intrínseco.

Em claro antagonismo, uma ampla literatura aponta que: i) a informação tem custo diferente de zero; ii) os preços de grandes mercados financeiros não refletem toda a informação disponível; e iii) é possível obter excessos de retorno decorrentes dessa informação.

De fato, investidores individuais do mercado e corretoras têm um alto custo corrente para processar informações — seja ao preço de horas-trabalho gastas para analisar dados ou ao dispêndio de recursos a fim de produzir ou adquirir essas análises — e então identificar quais os títulos mais adequados aos seus perfis de risco e estratégias de portfólio.

(WOMACK, 1996)

Havendo esses custos, os preços de mercado não podem refletir perfeitamente toda a informação disponível; caso contrário, angariadores de informação não obteriam excessos de retorno. Nesse caso, essa atividade de angariação não deteria valor econômico. (GROSSMAN; STIGLITZ, 1980)

Nesse contexto, hipóteses na forma fraca para mercados eficientes foram desenvolvidas já a partir da década de 70, conciliando com a teoria a existência de informações não amplamente disponíveis que proporcionam excessos de retorno<sup>2</sup>. Como resultado direto desses esforços teóricos, aprofundou-se a investigação da significância econômica dos excessos de retorno observados e o desenvolvimento de novos métodos para previsão para séries financeiras.

Dito isso, ainda é bastante disputada a adequada interpretação econômica das muitas evidências de excessos de retorno. É possível que aspectos previsíveis da série de retornos sejam apenas reflexos de um retorno esperado heterocedástico, o que não refuta a hipótese de mercado eficiente. De outro modo, ao assumir o retorno esperado constante, toma-se os excessos de retorno encontrados como uma evidência de ineficiência. Portanto, só é possível interpretar teoricamente o retorno esperado junto a um modelo para equilíbrio intertemporal da economia; e, sendo dependente de um modelo, é uma interpretação inconclusiva. (FAMA, 1991; PESARAN; TIMMERMANN, 1995)

Sugere-se que, se é inconclusivo avaliar teoricamente a significância econômica do potencial preditivo de um componente da série de retornos, uma alternativa é avaliá-la empiricamente. Para tanto, verifica-se a possibilidade da evidência ser explorada economicamente em uma estratégia de investimentos simulada. (FAMA, 1965; WAGNER; SHELLANS; PAUL, 1992; PESARAN; TIMMERMANN, 1995)

A metodologia adotada nesta dissertação para avaliar os excessos de retorno encontrados segue essa alternativa. Portanto, destaca-se aqui o alerta de Pesaran e Timmermann (1995) para dois problemas, incorridos usualmente na literatura, ao desenvolver este tipo de simulação. O primeiro concerne ao uso de regressões que utilizam um conjunto informação  $\Omega_T$  para fazer previsões para o  $t$ -ésimo elemento da série financeira, onde  $t = 1, 2, \dots, T$ , e, assim, produz previsões intra-amostrais.

O segundo ressalta o problema da incerteza de modelo. A utilização de um único modelo com parâmetros fixos ao longo de toda

---

<sup>2</sup>Essas hipóteses são formuladas e discutidas em diversos trabalhos; com especial destaque: Jensen (1978), Grossman e Stiglitz (1980) e Fama (1991).

uma amostra não é uma boa escolha metodológica para modelar um processo estocástico. Especialmente para esse caso, mas não só, o conhecimento prévio dos dados deve ser evitado para que a modelagem não capture um comportamento particular observado *ex-post* da amostra específica<sup>3</sup>.

O comportamento da volatilidade é um dos campos mais ativos e bem-sucedidos de previsão econômica nas décadas recentes. O caso particular avaliado no presente trabalho, a correlação entre volatilidade e retorno, é característica comumente observada de séries financeiras e, portanto, amplamente pesquisada pela literatura econométrica. Entre alguns dos estudos de destaque que investigam empiricamente a relação da volatilidade condicional e retorno estão Engle, Lilien e Robins (1987), French, Schwert e Stambaugh (1987), Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988), Bollerslev, Chou e Kroner (1992), Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), e demais outros.

Engle, Lilien e Robins (1987) expande o modelo ARCH-M para prever o prêmio de risco médio de títulos públicos pós-fixados com base na variância condicional. French, Schwert e Stambaugh (1987) encontra evidências para correlação positiva entre o prêmio de risco esperado para o índice S&P. No ano seguinte Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988) aprofundam esse trabalho ao utilizar um processo multivariado de heterocedasticidade condicional para estimar retornos para ações e títulos, de curto e longo prazo e observam que a covariância condicional, além de variar ao longo do tempo, é significante para a determinação do prêmio de risco.

Bollerslev, Chou e Kroner (1992) fazem uma revisão teórica e empírica do desenvolvimento e uso dos modelos da classe ARCH para previsão de heterocedasticidade condicional, que surgiram a partir da modelagem originalmente proposta por Engle (1982). Um dos modelos analisados é próprio GARCH(1, 1) (BOLLERSLEV, 1986), utilizados nesta dissertação como um dos estimadores de volatilidade condicional.

Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) desenvolvem um trabalho com modelos mais sofisticados. Explora-se a relação intertemporal entre o valor esperado de ações e risco, evidenciado na volatilidade dos excessos de retorno<sup>4</sup>. Para tanto, modela a sazonalidade da volatili-

---

<sup>3</sup>Incerteza de modelo é um tema estudado com profundidade por diversos trabalhos, entre eles Chatfield (1995), Chatfield (1996) e Chatfield (2006).

<sup>4</sup>Os excessos de retorno utilizados como série de dados em modelos que levam em conta o risco, usualmente se referem à diferença entre a série de retornos e a série da taxa de juros nominais livre de risco. Outra definição possível de excessos de retorno é a utilizada no desenvolvimento deste trabalho. Nos próximos capítulos, “excessos de retorno” se referirá ao retorno obtido acima do retorno esperado  $\mu$ .

dade, inovações para os retornos de maneira a impactar sua relação com a volatilidade condicional — estimada a partir da taxa de juros nominais livre de risco. Como resultado, relata fortes evidências de correlação negativa entre a média condicional e a variância condicional dos retornos. Também observa uma menor persistência da variância condicional nos excessos de retorno mensais em relação aos excessos de retorno diários.

Embora seja sabido que o mercado financeiro utiliza amplamente estratégias do tipo *market timing* — que define compras e vendas com base na expectativa de movimentação direcional do mercado — é relativamente recente a popularização na literatura do campo de estudos voltados à previsão da direção de mudança dos retornos. Christoffersen e Diebold (2006a) enfatizam que é frequente os trabalhos que propõem modelar a previsão de sinal obterem taxas de sucesso surpreendentes. Da amostra de estudos por eles elencados, podem ser destacados, dentre outros: Breen, Glosten e Jagannathan (1989), Kuan e Liu (1995), Pesaran e Timmermann (1995), Womack (1996), Gençay (1998).

Breen, Glosten e Jagannathan (1989), por exemplo, desenvolvem um modelo de previsão de direção de mudança para *New York Stock Exchange* — NYSE com base na taxa livre de risco para títulos públicos americanos. São obtidos retornos compatíveis com o encontrado por seus pares. Em especial, enquanto suas previsões de sinal resultaram em excessos de retorno de 0,55% — apenas 2 pontos básicos acima do desempenho do índice —, esse apresentou um desvio-padrão 22% menor. Ainda, sugere que a modelagem da heterocedasticidade condicional é relevante para aprimorar seu modelo.

Womack (1996) estuda as recomendações das principais corretoras americanas e identifica uma boa performance dessas ao prever a direção de mudança do preço dos ativos. Nos meses seguintes ao evento de adição de títulos na lista de recomendação de venda, por exemplo, foi encontrada uma variação média no preço de -11%.

Leitch e Tanner (1991) fazem uma ampla análise da rentabilidade da previsão de direção de mudança e investigam a correlação entre rendimentos auferidos e medidas tradicionais para a qualidade de previsão. Em especial, o método de medição da acurácia direcional (CICARELLI, 1982), utilizada nesta dissertação para avaliar os resultados da previsão, é a única que apresenta uma forte correlação estatística com a rentabilidade.

Para a estimação de sinais dos retornos para pares cambiais com base na correlação intertemporal, Kuan e Liu (1995) propõem um sistema de redes neurais em duas etapas. O sistema seleciona e compara

os resultados para dezenas de diferentes processos e parametrizações. Para a libra esterlina e o yen, houve casos onde a taxa de previsão de sinal foi 60% e com alta significância para o teste de acurácia direcional proposto por Pesaran e Timmermann (1992).

Tangenciando aspectos dos últimos dois trabalhos citados, Gençay (1998) se vale de redes neurais para prever sinais em função dos retornos passados e maximizar a rentabilidade com base em simples regras de operação. Encontra, para o índice *Dow Jones Industrial Average* — DJIA em seis quadriênios entre 1963 a 1988, acurácias de previsão de sinal variando entre 57% e 61%, e retornos de até 50% no mesmo período em que uma estratégia tipo *buy and hold* ofereceu retornos de -36,50%.

Pesaran e Timmermann (1995) utilizam um critério de seleção e múltiplos modelos para prever sinais para o S&P500. Com uma modelagem buscando relacionar o ciclo real de negócios com o excessos de retorno, identificam uma particular previsibilidade de sinal em momentos de maior volatilidade da série financeira. Para todos os meses entre 1960 e 1992 encontram, no mínimo, 58% de acurácia direcional. Já Pesaran e Timmermann (2004) analisam o real impacto para a previsibilidade de sinal ao ignorar quebras estruturais no mercado.

Confirmando a expectativa externada em Breen, Glosten e Jagannathan (1989), Christoffersen e Diebold (2006a) oferecem um ferramental teórico e prático para estudar a heterocedasticidade condicional e sua relação probabilística com o sinal dos retornos. Como resultado, desenvolvem um modelo com boa capacidade preditiva para o sinal do S&P500. O trabalho infere probabilidade de acerto de aproximadamente 75% em média para horizontes de um ano.

Auxiliada por alguns achados dessa vasta literatura pregressa, esta dissertação se vale do ferramental proposto por Christoffersen e Diebold (2006a) e avança, estudando a significância econômica da previsão da probabilidade de sinal com base na heterocedasticidade condicional da série dos retornos.

## 2.2 SINAL, VOLATILIDADE E MÉDIA CONDICIONAL

A metodologia de previsão utilizada nesta dissertação se desenvolve a partir da análise relacional de três aspectos distintos da série de retornos: independência da média condicional, dependência da volatilidade condicional e dependência de sinal.

Christoffersen e Diebold (2006a) esclarecem que, embora seja

razoavelmente difundido que a independência da média condicional e dependência da variância condicional são estatisticamente compatíveis, sua relação com a dependência de sinal é um tema ainda pouco explorado pela literatura econométrica. No entanto, a forte autocorrelação da variância condicional, associada à sua correlação com a direção de mudança da série de retornos, traz possibilidades promissoras para o exercício da previsão de sinais.

Os autores destacam que ativos corretamente precificados a partir da informação disponibilizada livremente, como em mercados eficientes, apresentam retornos condicionais aproximadamente independentes, tornando a previsão de retornos uma tarefa difícil. Portanto, considerar que a série de retornos de um ativo desses mercados possui média condicional independente nos oferece uma boa aproximação da realidade<sup>5</sup>. Dito isso, dada uma série de retornos  $R_{t+1}$ , é observada independência da média condicional caso, para todo  $\Omega_t$ , a esperança do retorno futuro dado um conjunto informação é igual a esperança do retorno futuro:

$$E[R_{t+1} \mid \Omega_t] = E[R_{t+1}], \quad (2.1)$$

onde  $\Omega_t$  é o conjunto informação  $\Omega$  disponível até o momento  $t$ .

É vantajoso trabalhar com média condicional independente. É uma situação limite que anula um efeito que não é de interesse desta dissertação explorar. Embora a dependência da média condicional possa trazer mais informação para a previsão de sinal, a relação entre a previsão de sinal e a volatilidade condicional dos retornos não depende da previsibilidade da média condicional para ocorrer.

Enquanto a asserção de independência da média implica que previsões para o retorno fora da amostra são difíceis ou impossíveis de se realizar, o mesmo não se aplica à previsão da variância condicional dos retornos, cuja revisão de literatura indica que pode ser feita com sucesso.

A variância condicional possui uma notável dependência temporal, portanto, existe previsibilidade na volatilidade do retorno dos ativos. Dizemos que a série apresenta dependência da variância condicional  $\sigma^2$  quando a variância do retorno futuro, considerado o conjunto informação disponível, é diferente da variância do retorno futuro que

---

<sup>5</sup>A despeito de ser uma boa aproximação de trabalho, há debate na literatura e resultados empíricos divergentes sobre se pode ocorrer média condicional fracamente dependente no retorno em horizontes curtos e longos, conforme mencionado anteriormente. Ainda, vale lembrar que essa discussão não nos é pertinente aqui, uma vez que a dependência de sinal e volatilidade não são afetadas pela existência ou não de dependência na média condicional.

não leva em conta esse conjunto informação, de modo que a esperança de se observar um retorno positivo é distinta daquela sujeita a um conjunto informação:

$$\sigma_{t+1|\Omega_t}^2 \equiv \text{var}(R_{t+1} | \Omega_t) \neq \sigma_{t+1}^2, \quad (2.2)$$

para um dado  $\Omega_t$ .

Por fim, a previsão de sinal será possível sempre que um indicador  $I_{t+1}^0 \equiv I(R_{t+1} > 0)$  (variável que assume valor “1”, sempre que o elemento correspondente na série de retornos é positivo, ou valor “0”, caso contrário) apresentar dependência em relação a algum conjunto informação  $\Omega_t$ , tal que

$$E[I(R_{t+1} > 0) | \Omega_t] \neq E[I(R_{t+1} > 0)]. \quad (2.3)$$

$\hat{\sigma}_{t+1|\Omega_t}^2$  é componente de  $\Omega_t$ , e a forte correlação relatada pela literatura entre variância condicional e direção de mudança contribui para (2.3) ser observado.

### 2.3 REATIVIDADE À VOLATILIDADE E PROBABILIDADE DE PREVISÃO ‘ÓTIMA’

Definidas essas propriedades da série de retornos, é possível estudar o comportamento da dinâmica de sinal em função da dinâmica da volatilidade. Seja o vetor  $\mathbf{R}$  de retornos distribuído ao redor de uma média incondicional  $\mu$  e de uma variância condicional dependente de  $t$ ,  $\sigma_{t+1|t}^2 \equiv \sigma_{t+1|\Omega_t}^2$ , então:

$$R_{t+1} \sim N\left(\mu, \sigma_{t+1|t}^2\right), \quad \mu \neq 0, \quad (2.4)$$

e a probabilidade de retorno positivo será

$$\begin{aligned} \Pr(R_{t+1} > 0) &= 1 - \Pr(R_{t+1} < 0) \\ &= 1 - \Pr\left(\frac{R_{t+1} - \mu}{\sigma_{t+1|t}} < -\frac{\mu}{\sigma_{t+1|t}}\right) \\ &= \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma_{t+1|t}}\right), \end{aligned} \quad (2.5)$$

em que  $\Phi(\cdot)$  é a função de densidade acumulada — f.d.a. — de uma distribuição gaussiana normal padrão  $N(0, 1)$ , e  $\mu$  o retorno esperado

constante.

Christoffersen e Diebold (2006a) analisam o caso para  $\mu > 0$ , porém uma generalização pode ser realizada. De fato, a previsibilidade de sinal acontecerá sempre que  $\mu \neq 0$ . Ainda que  $\mu$  constante implique em distribuição simétrica ao redor da média incondicional,  $\mu \neq 0$  garantirá que  $\Pr(R > 0) \neq 0,5$ . Porém, caso  $\mu = 0$  ou  $\sigma = Const.$ , não haveria previsibilidade de sinal, porque a probabilidade de se observar um  $I^0(R_{t+1} > 0)$  qualquer seria sempre constante. Assim, a dinâmica da previsibilidade de retorno positivo — em outras palavras, a previsibilidade de sinal — depende diretamente da dinâmica da volatilidade condicional.

Esse mecanismo relacional pode ser melhor compreendido ao observar os casos extremos. Considerado um  $\mu$  positivo, à medida que  $\sigma$  tende a zero, a probabilidade de retorno positivo aumenta monotonicamente. Caso  $\mu$  seja negativo, a probabilidade de retorno positivo decresce, acompanhando a redução  $\sigma$ . É evidente: quanto menor  $\sigma$ , mais próximo de  $\mu$  a distribuição dos retornos acontecerá e será maior a área da distribuição composta por eventos de retorno de mesmo sinal que  $\mu$ . O raciocínio inverso também é válido e, quando  $\sigma$  tende ao infinito, a área de uma função de densidade de probabilidade — f.d.p. — representando eventos de mesmo sinal que  $\mu$  se reduzirá, se aproximando de 50% da distribuição. Tal exercício de análise consolida a intuição quanto às características importantes da série de retornos de ativos e nos permite algumas prévias conclusões: i) a previsão de sinal depende da previsão da volatilidade; ii) a previsão de sinal depende do retorno esperado; iii) a previsibilidade de sinal é decrescente em volatilidade; iv) a probabilidade de retorno  $R \neq 0$  tende a 50% quando a volatilidade tende ao infinito; e v) a relação entre sinal e volatilidade não depende da dinâmica da média condicional.

A previsão de sinal fora da amostra é explorada no presente trabalho pela correlação dos retornos com a volatilidade, o que implica numa relação de dependência. Para compreender como essa dependência se traduz em capacidade de previsão, é necessário estudar a variação da probabilidade de retorno positivo em  $t + 1$ , observada em (2.5), em relação às variações da volatilidade estimada para  $t + 1$ . Considerando  $R_{t+1}^N$  o  $R_{t+1}$  normalizado, tal que

$$R_{t+1}^N \equiv \frac{R_{t+1} - \mu}{\sigma_{t+1}} \quad (2.6)$$

obtém-se a equação de reatividade  $\mathfrak{R}^0$  proposta por Christoffersen e



Diebold (2006a):

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{R}^0 &= \frac{\partial \Pr(R_{t+1}^N > 0)}{\partial \sigma_{t+1|t}} \\
 &= \frac{-\partial \Pr(R_{t+1}^N < 0)}{\partial R_{t+1}^N} \frac{\partial R_{t+1}^N}{\partial \sigma_{t+1|t}} \\
 &= -\Phi'(0) \left( \frac{\partial R_{t+1}^N}{\partial \sigma_{t+1|t}} \right),
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

em que  $\Phi'(x) = \phi(x)$  é a f.d.p..

Desenvolvendo a última igualdade de (2.7), pela definição de (2.6) temos:

$$\phi(0) = \phi\left(\frac{0 - \mu}{\sigma_{t+1|t}}\right)$$

e

$$\frac{\partial R_{t+1}^N}{\partial \sigma_{t+1|t}} = \frac{-(R_{t+1} - \mu)}{\sigma_{t+1|t}^2}.$$

Avaliando em  $R_{t+1} = 0$ , temos como resultado

$$\mathfrak{R}^0 = \phi\left(\frac{-\mu}{\sigma_{t+1|t}}\right) \left(\frac{-\mu}{\sigma_{t+1|t}^2}\right), \tag{2.8}$$

em que  $\phi(\cdot)$  é a f.d.p. dos retornos padronizados.

Assim, a reatividade da previsão de sinal à variação da volatilidade é obtida a partir da derivada da probabilidade do retorno futuro positivo em relação à volatilidade  $\hat{\sigma}$  esperada em  $t + 1$  calculada em  $t$ .

Essa reatividade  $\mathfrak{R}^0$  será negativa sempre que  $\mu > 0$ ; e positiva, caso contrário.

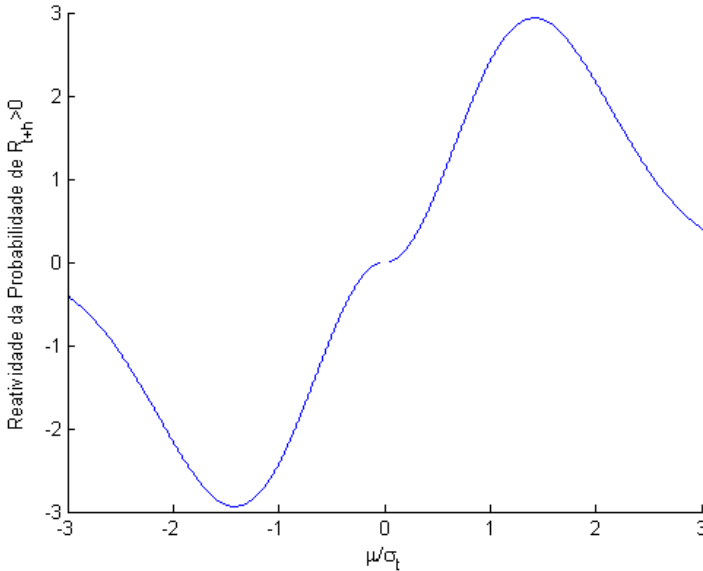
Diebold e Christoffersen (2006a) explicam o caso onde  $\mu$  é positivo:

“[...]crucialmente, porém,  $\mathfrak{R}$  não é monótono em  $\frac{\mu}{\sigma}$ , mas no lugar disso ele atinge um mínimo em  $\frac{\mu}{\sigma} = \sqrt{2} \cong 1,41$ . Um comportamento assim faz sentido: para  $\frac{\mu}{\sigma}$  próximo a zero, a probabilidade de um retorno positivo pode desviar pouco de  $\frac{1}{2}$  [50% de chance]; e, por outro lado, para valores muito grandes de  $\frac{\mu}{\sigma}$  [um desvio-padrão relativamente pequeno] a probabilidade de um retorno positivo desvia pouco de 1 [100% de chance de valor positivo], e, de novo, a reatividade é pe-

quena.”

Os pontos extremos de reatividade podem ser vistos na figura 1, que maximiza  $\mathfrak{R}^0$  em função de  $\frac{\mu}{\sigma_t}$ , para uma distribuição normal.

Figura 1 – Reatividade da previsão de sinal  $\mathfrak{R}^0$  em função da taxa de informação.



*Nota:* O gráfico plota a reatividade  $\mathfrak{R}^0$  em função da taxa de informação. Os pontos extremos da função ocorrem quando  $\frac{\mu}{\sigma_t}$  é aproximadamente -1,41 ou 1,41.

Mais uma vez, analisando as situações extremas é possível compreender o exposto claramente. No excerto, os autores mostram que quando a volatilidade tende ao infinito a taxa de informação se aproxima de zero, e  $\mathfrak{R}^0$  também se aproximará de zero. Nesse cenário, não haverá previsão de sinal, uma vez que as probabilidades do sinal ser positivo ou negativo se aproximaram ambas de 50%. Por outro lado, seguindo o mesmo raciocínio, à medida que a volatilidade se aproxime de zero a taxa de informação tenderá ao infinito, e assim se preverá o sinal com 100% de certeza; o que faz sentido, já que com desvio-padrão próximo a zero a previsão será  $\mu$ , uma constante conhecida. Nesse segundo caso, vale ressaltar que há previsão de sinal, embora não com

base na dinâmica da volatilidade, que não colaborou para realizar as previsões — diferente do cenário de interesse aqui estudado.

Especialmente para a modelagem de  $\mathfrak{R}^0$ , em que o modelo deve ser otimizado em função exclusiva de  $\sigma_{t+1|t}$ , esse cenário de interesse acontecerá nos horizontes de cálculo de retorno de tamanhos intermediários, e não nos extremos. Como  $\mu$  cresce à medida em que o horizonte de cálculo do retorno cresce, nos horizontes intermediários a previsibilidade pode ser “ótima” em função da volatilidade, porque é mais provável que aconteça a taxa de informação  $\frac{\mu}{\sigma_{t+1|t}}$  igual a 1,41. Nesse caso, escolher um horizonte específico pode ser percebido como uma forma de calibrar o tamanho de  $\mu$  em relação a  $\sigma_{t+1|t}$  para otimizar  $\mathfrak{R}^0$ . Isso só é possível porque  $\mu$  e o  $\sigma_{t+1|t}$  relativos a um horizonte  $h$  não mantêm proporção constante para  $h = 1, 2, \dots, n$ .

## 2.4 O MODELO DE ESTIMAÇÃO COM BASE NA VOLATILIDADE CONDICIONAL

Como demonstrado nas seções anteriores, ao utilizar a volatilidade condicional para prever a direção e intensidade de mudança de uma série financeira, é possível otimizar a reatividade da volatilidade em função de  $\sigma_{t+1|t}$ .

Em  $\mathfrak{R}^0$ , a reatividade da probabilidade de se observar um sinal positivo a  $\sigma_{t+1|t}$  depende de um horizonte previsão ótimo  $h^*$  escolhido, que será o horizonte em que  $\frac{\mu}{\sigma_t} \cong \pm 1,41$ .

A fim de verificar a teoria para a maximização da previsibilidade da probabilidade de sinal — em outras palavras, a probabilidade de observar  $R_{t+1} > 0$  — é necessário uma análise empírica de acurácia de previsão e da viabilidade econômica.

Para o caso de previsibilidade de sinal, espera-se encontrar um horizonte  $h$  ‘ótimo’ ao comparar os múltiplos valores de  $\frac{\mu}{\sigma_t}$ , relativos a diversos horizontes de estimação: isto é, identificar um horizonte tal que  $\frac{\mu}{\sigma_t}$  mais se aproxime de  $\pm 1,41$ . O objetivo é verificar a expectativa de que a acurácia do modelo é decrescente quando  $\frac{\mu}{\sigma_{t+1|t}}$  se afasta de  $\pm 1,41$ .

Os resultados obtidos são testados com as estatísticas AD e ER — no intuito de confirmar que os resultados não são aleatórios — e comparados com uma estratégia simples do tipo *buy & hold*, com a qual se compra um título no momento inicial,  $t = 1$ , e vende-se apenas no momento final,  $t = T$ .

As previsões são realizadas com auxílio de um modelo de re-

gressão *logit* que associa uma volatilidade condicional prevista para o momento  $t+h$  a uma probabilidade esperada de observar um  $R_{t+h} > 0$ .

O modelo considera a correlação entre as séries de sinais de retornos e as séries de volatilidades condicionais para fazer essa previsão probabilística. Ambas as séries são recortadas em intervalo progresso ao momento da previsão, de maneira que o conjunto informação utilizado seja sempre  $\Omega_t$  — e nunca  $\Omega_{t+h}$  ou  $\Omega_T$  —, garantindo que, de fato, sejam realizadas previsões apenas fora da amostra.

Para construir o modelo, primeiro considere  $\mathbf{S}$  a série financeira observada e  $\mathbf{R}_h$  um vetor de retornos diários  $h$ -periodizados, calculados diariamente, tal que cada elemento de  $\mathbf{R}_h$  seja definido por

$$R_{h,t} = \frac{S_t - S_{t-h}}{S_{t-h}}. \quad (2.9)$$

Neste momento, a apresentação de  $\mathbf{R}_h$  nos possibilita esclarecer algumas definições potencialmente ambíguas e estabelecer um padrão formal para a exposição de elementos matemáticos.

O negrito indica se tratar de um vetor ou matriz. No caso específico de  $\mathbf{R}$ , é uma matriz composta por 250 vetores-coluna  $\mathbf{R}_h$ . Cada um deles representa o vetor de retornos diários e  $h$ -periodizados da série financeira, onde cada elemento  $t$  do vetor é calculado com base na variação relativa ao elemento  $t-h$ . Em outras palavras, cada elemento  $t$  do vetor  $\mathbf{R}_h$  contabiliza os retornos da série  $S$  para os últimos  $h$ -dias em relação ao dia  $t$ .

A distinção prática que aqui se faz é entre  $h$ -periodização e  $h$ -intervalação. Todas as séries construídas no presente trabalho, se não informado explicitamente o contrário, são diárias — ou 1-intervaladas, ou intervaladas diariamente. Assim, o vetor  $\mathbf{R}_h$  corresponde à série de retornos com base no dia  $t-h$  respectivo a cada dia  $t$  amostrado diariamente.

Com isso em mente, considere o vetor  $\mathbf{I}^0$  de indicadores para os eventos onde ( $R_{h,t} > 0$ ). Seus elementos típicos serão:

$$I_{h,t}^0 = I(R_{h,t} > 0), \quad (2.10)$$

Em que  $I_{h,t}^0$  assume valor “1” caso a expressão ( $R_{h,t} > 0$ ) seja verdadeira, e “0” caso contrário. A partir de (2.8) e o indicador de evento de interesse, podemos construir a primeira etapa de um modelo tipo *logit* para previsão de probabilidade em função de  $\sigma_{t+1|t}$ :

$$I_{h,t+h}^0 = F(\hat{\sigma}_{h,t}) + \varepsilon_{h,t+h}. \quad (2.11)$$

Onde  $F(\hat{\sigma}_{h,t})$  é a função logística binomial tal que

$$F(\hat{\sigma}_{h,t}) = \frac{e^{(x_{h,t})}}{1 + e^{(x_{h,t})}} \quad (2.12)$$

e  $x_{h,t}$  é a variável  $\frac{1}{\hat{\sigma}_{h,t}}$  linearizada, tal que  $x_{h,t} = b_{1,h,t-h} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{h,t}} \times b_{2,h,t-h}$ .

Os parâmetros  $\mathbf{b}_{h,t}$ , estimados para qualquer momento  $t$ , traduzem a relação linear entre o vetor de observações  $\frac{1}{\hat{\sigma}_{h,t}}$  e o vetor indicador de eventos observados  $I_{h,t}^0$ . Para essa estimação, é utilizada uma janela móvel de 1250 elementos, equivalente a 5 anos. Com a janela móvel, são usados apenas os  $n = 1250 - 1$  elementos anteriores a  $t$ , além do próprio  $t$ , para capturar a relação contemporânea das variáveis.

Assim, os vetores utilizados na linearização são recortados no intervalo  $t-n$  até  $t$  a fim de estimar os  $\mathbf{b}_{h,t}$  parâmetros com o máximo de informação relevante. E como o objetivo de  $\mathbf{b}_{h,t}$  é relacionar o histórico da volatilidade condicional  $\sigma_h$  com os eventos  $\mathbf{I}_h^0$  observados, séries diárias dessas observações trazem muito mais informação sobre uma possível correlação histórica do que séries  $h$ -intervaladas. Portanto, são essas as utilizadas nessa etapa para qualquer horizonte de previsão  $h$ .

O resultado da função *logit* será uma probabilidade estimada  $P_{h,t+h}^0$  para o evento  $I_{h,t+h}^0 = 1$ . As probabilidades obtidas são convertidas, então, no vetor  $\hat{\mathbf{I}}_h^0$  — cujos elementos assumem valor “1”, caso  $P_{h,t}^0 \geq 0,5$ , ou “0”, caso contrário.

## 2.5 MODELOS PARA PREVISÃO DA VOLATILIDADE

Para a estimação e previsão das volatilidades condicionais, são empregados dois diferentes métodos: o método *RiskMetrics*<sup>TM</sup>, com o parâmetro de decaimento exponencial  $\lambda$  usual igual a 0,94; e o clássico GARCH(1,1). A construção desses estimadores é realizada a seguir.

### 2.5.1 Modelo *RiskMetrics*<sup>TM</sup>

Para  $\hat{\sigma}$  foi utilizado o modelo de previsão *RiskMetrics*<sup>TM</sup> que, como o nome indica, é uma metodologia para a previsão de volatilidade de riscos, desenvolvida pelo banco JP Morgan. Segundo Christoffersen e Diebold (2006a), o modelo tem vantagens por ter conexão com o tradicional método GARCH, e é utilizado aqui, além do método GARCH,

para fins comparativos.

Portanto, como em Christoffersen e Diebold (2006a), o parâmetro de suavização exponencial  $\lambda$  é também definido como 0,94, usual na literatura, e utiliza-se para a previsão de  $\sigma_{t+1}$  a equação

$$\hat{\sigma}_{h,t+1}^2 = (1 - \lambda)R_{h,t}^2 + \lambda\hat{\sigma}_{h,t}^2. \quad (2.13)$$

Uma observação: as séries das variáveis explicativas são  $h$ -intervaladas tal que  $t-h$  seja equivalente à  $t-1$ ,  $t-h-h$  seja equivalente à  $t-2$ , e assim sucessivamente. Dessa maneira, no momento presente  $t$ , uma previsão para  $t+1$  é equivalente a uma previsão  $t+h$ . Desse modo, espera-se que o erro estatístico seja bastante reduzido se comparado a uma abordagem que demandasse  $h$  previsões sucessivas.

As raízes quadradas das variâncias condicionais obtidas são armazenadas em uma matriz de volatilidades condicionais  $\hat{\sigma}$ . Os inversos dos elementos  $\hat{\sigma}_{h,t+1}$  são utilizados como variáveis explicativas da função *logit*.

### 2.5.2 Modelo GARCH(1, 1)

O modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* — GARCH foi desenvolvido por Bollerslev (1986), contribuindo para a classe de modelos ARCH. Já em 1982 os modelos tipo ARCH possibilitaram um processo no qual a variância condicional muda ao longo do tempo em função dos erros passados, mesmo mantendo a variância incondicional constante. Para tanto, os modelos da classe ARCH possuem uma estrutura de defasagem fixa declinante. À luz deste contexto, Bollerslev desenvolveu o modelo GARCH para permitir um processo com memória longa, mas com uma maior flexibilidade da estrutura de defasagem.

Enquanto no processo ARCH( $q$ ) a variância condicional é especificada como uma função linear dos erros passados amostrados, o processo GARCH( $p, q$ ) é construído de tal maneira que a variância condicional defasada seja parte do processo. Portanto, o modelo GARCH(1, 1) para previsão da variância condicional  $\hat{\sigma}_{h,t+h}^2$  leva em conta não só o último erro estocástico  $\varepsilon_t$ , mas também a última variância condicional  $\hat{\sigma}_t^2$ . Para a construção do modelo temos:

$$\varepsilon_t \mid \Omega_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (2.14)$$

e

$$\hat{\sigma}_{h,t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \beta_1 \hat{\sigma}_t^2, \quad (2.15)$$

para  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_1 > 0$ ,  $\beta_1 > 0$  e  $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ .

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  de (2.15) são estimados por quase-máxima verosimilhança. O modelo GARCH(1,1) se torna relativamente simples, porém se mantém como um estimador de variância condicional muito usual da literatura, tendo mostrado melhor poder preditivo que processos de maior complexidade. (HANSEN; LUNDE, 2005)

Para as estimações do modelo GARCH(1,1), as séries das variáveis explicativas são  $h$ -intervaladas com o mesmo objetivo de realizar esse procedimento no modelo *RiskMetrics*<sup>TM</sup>. Dessa forma, previsões no momento  $t$  realizadas para o momento  $t+h$  são de apenas um passo à frente e, portanto, se espera que carreguem menos erro estatístico do que múltiplas previsões sucessivas.

Por fim, cada variância condicional  $\hat{\sigma}_{h,t}^2$  estimada é transformada em volatilidade condicional ao extrair sua raiz quadrada e, então, armazenada em uma nova matriz de resultados  $\hat{\sigma}$ . Seguindo o mesmo procedimento utilizado no processo anterior, o inverso dos elementos de  $\hat{\sigma}_h$  são usados como variável de entrada para o modelo *logit*.

## 2.6 AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA E ECONÔMICA DA PREVISIBILIDADE DE SINAL

Para julgar a capacidade de previsão de séries financeiras, o sucesso das previsões fora da amostra são mais relevantes do que o ajuste intra-amostral do modelo. Mais do que explicar bem o comportamento de uma amostra de série financeira, um modelo utilizado por um investidor interessado em lucrar deve ter, no mínimo, um bom ajuste às futuras observações da série amostrada.

Especialmente no caso da modelagem para o sinal do retorno, minimizar o erro de previsão contribui bastante para o lucro do investidor, mas não é uma tarefa equivalente a maximizar seu lucro.

Essa distinção conceitual fica clara ao analisar a acurácia e rentabilidade da previsibilidade de sinal dos modelos utilizando dois testes estatísticos.

O teste de acurácia direcional — AD, desenvolvido por Pesaran e Timmermann (1992), verifica a independência estatística da acurácia das previsões de direção de mudança, testando se, de fato, os acertos do modelo são estatisticamente significantes. A estatística AD testa a previsibilidade de sinal.

Já o teste de excesso de rentabilidade — ER (ANATOLYEV; GERKO, 2005) nos informa se é estatisticamente significativa o excesso de retorno observado com o emprego de uma estratégia de investimento. Em outras palavras, a estatística ER é um teste estatístico formal para previsibilidade da média dos retornos de uma estratégia de investimentos, dado o modelo de previsão de sinais.

É possível que a estatística AD se mostre significativa e positiva quando o modelo prevê bem os sinais futuros de uma série, mas, ao mesmo tempo, que a estatística ER não seja significativa e positiva. Isso será observado caso a soma dos bons resultados auferidos pelos acertos do modelo seja sistematicamente menor do que a soma de poucos prejuízos acumulados com os erros.

Ambos os testes são construídos e aplicados aos sinais e retornos obtidos com as estratégias de investimento simuladas. Esses resultados são analisados empiricamente no Capítulo 4.

### 2.6.1 Estratégias de Investimentos Simuladas

Considerando que foram previstos os sinais de investimento  $\hat{\mathbf{I}}^0$  para retornos  $h$  dias no futuro em um momento qualquer  $t$ , a decisão de compra ou venda de títulos é definida pela estratégia de investimento simulada básica, resumida em

$$\begin{cases} \text{comprar títulos} & \text{se } \hat{I}_{h,t+h}^0 = 1, \\ \text{vender títulos} & \text{se } \hat{I}_{h,t+h}^0 = 0. \end{cases} \quad (2.16)$$

Assim, caso  $\hat{I}_{h,t+h}^0 = 1$ , será adquirido um lote padrão do título em questão a ser liquidado no momento  $t + h$ . Caso contrário, se  $\hat{I}_{h,t+h}^0 = 0$ , será aberta uma posição de venda a descoberto de mesmo valor do lote padrão, a ser recomprada ao preço vigente no momento  $t + h$ .

Essa estratégia básica de investimentos é aplicada de três maneiras diferentes: Primeiro, da maneira mais direta possível, em que, dado um horizonte  $h$  qualquer, se investe em todos os sinais emitidos para aquele horizonte. Essa estratégia gerará 250 diferentes simulações de investimento — uma para cada  $h$  — e será identificado *ex-post* o horizonte cuja taxa de informação associada mais se aproxima de  $\pm 1,41$ . Essa abordagem é interessante para auxiliar a verificação de que a taxa de informação, de fato, contribui para uma melhor capacidade de previsão. Essa estratégia será chamada de estratégia 1.



Segundo, investindo com diversos prazos, e em cada momento  $t$  escolhendo qual o horizonte  $h$  apresenta taxa de informação que mais se aproxima de  $\pm 1,41$ . Essa estratégia gerará apenas uma simulação por série e modelo analisados. Essa é uma decisão de otimização *ex-ante* e, portanto, mais se aproxima do caso real. A seguir nos referiremos a essa estratégia como estratégia 2.

Terceiro, investindo com diversos prazos, e em cada momento  $t$  escolhendo qual o horizonte  $h$  que apresenta sinal com maior probabilidade  $P_{h,t+h}^0$  de acontecer. Essa estratégia também gerará apenas uma simulação por série e modelo analisados. Novamente, essa é uma decisão de otimização *ex-ante* e reflete um cenário factível de investimento. Essa estratégia é identificada neste trabalho como estratégia 3.

Nos últimos dois casos, a escolha do horizonte ótimo  $h_t^*$  acontece diariamente. No primeiro caso, é identificado um  $h^*$  ótimo *ex-ante*.

Ademais, as estratégias de investimentos utilizadas nas simulações são bastante simples, e suas execuções seguem todas as seguintes parametrizações:

- i A fim de comparar os resultados entre múltiplos modelos, em cada simulação opera-se apenas com um modelo de previsão;
- ii Compra-se um lote padrão  $L$  de \$1.000 unidades monetárias — u.m. do ativo no momento  $t$  se o modelo prevê em  $t$  alta para o momento  $t + h$ . Vende-se a mesma quantidade do ativo a descoberto se a previsão é de queda;
- iii Independentemente do desempenho, a posição é fechada apenas em  $t+h$ , e embolsado o retorno  $r_{t+h}$ . Não há *stop loss* ou outra maneira de gerenciamento de risco;
- iv Como serão analisadas apenas as taxas de retorno obtidas por operação, o saldo inicial da carteira é irrelevante para a análise;
- v Embora o lote padrão das operações realizadas seja \$1.000 u.m., o número de posições abertas não depende do saldo em carteira — em outras palavras, é possível operar sem limite de margem;
- vi Não são cobradas taxas ou comissões de nenhum tipo.

A partir das séries simuladas, será calculada a taxa de retorno das operações anualizada, levando em conta o número de operações  $N_h$ , o tamanho do lote-padrão  $L$  e a duração da operação, quantificada pelo

horizonte  $h$ . Assim,

$$r^{\mu,a} = \left(1 + \frac{Si - Sf}{N_h \times L}\right)^{\frac{250}{h}} - 1, \quad (2.17)$$

onde  $Sf$  é o saldo final das observações, e  $a$  o indicador convenicionado para taxa anualizada. Quanto à  $h$ , para a estratégia 1, ele é o próprio prazo  $h$  constante nas operações da simulação. Para as estratégias 2 e 3,  $h_t^*$  muda ao longo do tempo, e portanto  $h$  assume o valor do prazo médio de todas as operações realizadas. Para qualquer caso, assume-se  $h \equiv h^*$ .

A ideia central, ao se estabelecer uma taxa que compare a média das operações, é ignorar as divergências de montante aplicado. Essas divergências são obstáculo na análise comparativa dos saldos de simulações com horizontes distintos, mas com número de operações iguais. Para a construção dessa taxa, como é utilizado um lote padrão, é possível medir facilmente a taxa de retorno por operação.

### 2.6.2 Construção da estatística AD

A estatística AD verifica a proporção de sinais dos retornos corretamente previstos e testa se a hipótese nula de independência da acurácia direcional é aceita ou rejeitada, tal que

$$H_0^{AD} : E[\text{sinal}(R_t) \mid \Omega_{t-1}] = \text{const}. \quad (2.18)$$

Rejeitada a hipótese  $H_0^{AD}$ , há a confirmação estatística de que o conjunto informação utilizado para as previsões de fato contribui para a acurácia da previsão de sinais.

Seja  $T$  o número de previsões, a estatística é construída pela diferença de dois estimadores  $\tilde{A}_T$  e  $\tilde{B}_T$  normalizados pela variância  $\hat{V}_{AD}$ , tal que:

$$AD \equiv \frac{\tilde{A}_T - \tilde{B}_T}{\sqrt{\hat{V}_{AD}}} \xrightarrow{d} N(0, 1). \quad (2.19)$$

Definindo  $\hat{R}_t$  a previsão de  $R_t$  e a função  $\text{sinal}(\cdot)$ , que assume valor  $+1$  caso  $\hat{R}_t \geq 0$  e  $-1$  caso contrário, a construção do teste compara os dois estimadores  $\tilde{A}_T$  e  $\tilde{B}_T$ :

$$\tilde{A}_T = \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(\hat{R}_t) \text{sinal}(R_t) \quad (2.20)$$

e

$$\tilde{B}_T = \left( \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(\hat{R}_t) \right) \left( \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(R_t) \right). \quad (2.21)$$

Enquanto o primeiro,  $\tilde{A}_T$ , quantifica a taxa de sucesso de previsão obtida pelo modelo, o segundo,  $\tilde{B}_T$ , estima uma taxa de sucesso média de referência. Essa taxa de referência considera independência entre a previsão e a variável observada. Assim, equivale a um modelo hipotético que lança sinais de alta e baixa aleatoriamente, com as proporções de sinais de alta e de baixa iguais às geradas pelo modelo testado, quantificadas *ex-post*. Caso a hipótese nula não seja rejeitada,  $\tilde{A}_T$  e  $\tilde{B}_T$  serão estatisticamente iguais.

A variância  $\hat{V}_{AD}$  é obtida a partir de

$$\hat{V}_{AD} = 16 \frac{T-1}{T^2} \hat{p}_{\hat{R}}(1-\hat{p}_{\hat{R}})\hat{p}_R(1-\hat{p}_R). \quad (2.22)$$

Em (2.22),  $\hat{p}_R$  expressa a probabilidade estimada de uma observação  $R$  positiva tal que

$$\hat{p}_R = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(R_t) \right), \quad (2.23)$$

enquanto  $\hat{p}_{\hat{R}}$  estima a probabilidade de uma previsão  $\hat{R}$  positiva dada por

$$\hat{p}_{\hat{R}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(\hat{R}_t) \right). \quad (2.24)$$

Como  $\hat{V}_{AD}$  normaliza a distribuição sendo a variância e componente divisor do termo  $(\tilde{A}_T - \tilde{B}_T)$ , é importante que seja não só um valor não-negativo — como se esperaria naturalmente da variância —, mas estritamente positivo. Para garantir que essa restrição não seja violada, basta que  $\hat{p}_R$  e  $\hat{p}_{\hat{R}}$  sejam não degeneradas. Para tanto, probabilidades  $\hat{p}$  necessariamente diferem de 0 e 1.

Quanto maior a diferença entre  $\tilde{A}_T$  e  $\tilde{B}_T$ , mais o teste terá poder. Porém, é importante salientar que é fundamental para os objetivos desse trabalho observar  $\tilde{A}_T > \tilde{B}_T$ .

Analisando a construção da estatística AD, fica claro que, caso a taxa de acurácia do modelo,  $\tilde{A}_T$ , seja maior que a taxa obtida com sinais distribuídos aleatoriamente à maneira de  $\tilde{B}_T$ , a estatística será positiva. Portanto, estatísticas AD positivas que apresentem significância nos revelam que o modelo forneceu consistentemente uma acurácia maior do que a referência obtida por processo aleatório. O inverso também é válido e ilustra o porquê de, ainda que significantes, estatísticas AD negativas não serem um resultado relevante: estatísticas AD negativas indicam que consistentemente o modelo errou mais do que a referência.

### 2.6.3 Construção da estatística ER

A estatística ER apresenta uma construção muito similar à estatística AD,

$$ER \equiv \frac{A_T - B_T}{\sqrt{\hat{V}_{ER}}} \xrightarrow{d} N(0, 1). \quad (2.25)$$

Porém, leva em conta a diferença entre estimadores diferentes. O primeiro, o retorno esperado obtido com a média de  $r_t$ . O segundo, de uma taxa média de referência, equivalente a obtida por um processo de sinais de compra e venda aleatórios, com construção similar à empregada em  $\tilde{B}_T$ .

Isso posto, a estatística testa não só a previsibilidade de sinal da série de retornos, mas a previsibilidade do excesso de retorno dessa estratégia de investimentos, onde a hipótese nula de independência de média é dada por

$$H_0^{ER} : E[r_t \mid \Omega_{t-1}] = const. \quad (2.26)$$

Caso rejeitada, observa-se que a taxa de retorno média obtida pelo modelo é sistematicamente diferente daquela obtida por processo aleatório.

Seja  $r_t = \text{sinal}(\hat{R}_t)R_t$ , na estatística ER os estimadores comparados são assim definidos:

$$A_T = \frac{1}{T} \sum_t r_t \quad (2.27)$$

e

$$B_T = \left( \frac{1}{T} \sum_t \text{sinal}(\hat{R}_t) \right) \left( \frac{1}{T} \sum_t R_t \right). \quad (2.28)$$

O estimador  $A_T$  captura a taxa de retorno esperada em uma dada operação qualquer realizada com a estratégia de investimentos, enquanto o estimador  $B_T$  constrói uma taxa de retorno esperada para um processo aleatório, usada como referência.

Conclui a construção do estimador a variância sob a hipótese nula de  $(A_T - B_T)$ , que normaliza a estatística:

$$\hat{V}_{ER} = \frac{4}{T^2} \hat{p}_{\hat{R}} (1 - \hat{p}_{\hat{R}}) \sum_t (R_t - \bar{R})^2. \quad (2.29)$$

As mesmas restrições à  $\hat{V}_{AD}$  quanto  $\hat{p}_R$  e  $\hat{p}_{\hat{R}}$  também se aplicam para  $\hat{V}_{ER}$ .

A interpretação de ER é semelhante à AD, assim como a construção da estatística. Apenas estatísticas positivas e significantes indicam excesso de rentabilidade face à taxa média de referência obtida por processo aleatório.



### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são expostas e comparadas as três séries de dados utilizadas, analisando-se as características da sua série de retornos diárias e do retorno diário ao quadrado — utilizado como uma *proxy* da variância realizada.

#### 3.1 DADOS E SUA MANIPULAÇÃO

A fim de investigar empiricamente a previsibilidade de sinal com base na volatilidade, são utilizadas três séries temporais de frequência diária: a série do par cambial real/dólar e as séries dos índices Ibovespa e SP&500<sup>6</sup>. Pela escolha dessas três séries tão distintas — uma cambial, e dois índices de bolsas de valores — objetivou-se estudar como o modelo se comportaria em diversos mercados. O recorte utilizado para as séries foi do dia 15 de janeiro de 1999 até 14 de janeiro de 2014, totalizando amostras de 15 anos e aproximadamente 3750 observações; período definido considerando o real após regime de câmbio fixo. Todos os tratamentos e processos relativos aos dados necessários à pesquisa, bem como os procedimentos matemáticos e estatísticos, foram realizados através do software *MATLAB*<sup>TM</sup> versão R2014a.

As séries de retornos foram calculadas para cada série financeira com o intuito de realizar previsões, sempre um passo à frente, para 1 dia até 250 dias no futuro. Os retornos  $R_{h,t}$  foram calculados para cada elemento  $t$  de uma série em relação ao momento  $t - h$ , com  $h$  variando entre 1 e 250. Assim, cada série financeira foi convertida em 250 diferentes séries diárias de retornos  $h$ -periodizados. A construção das séries  $\mathbf{R}_h$  são um dos temas do capítulo anterior, como exposto na equação (2.9).

##### 3.1.1 Descrição das séries utilizadas

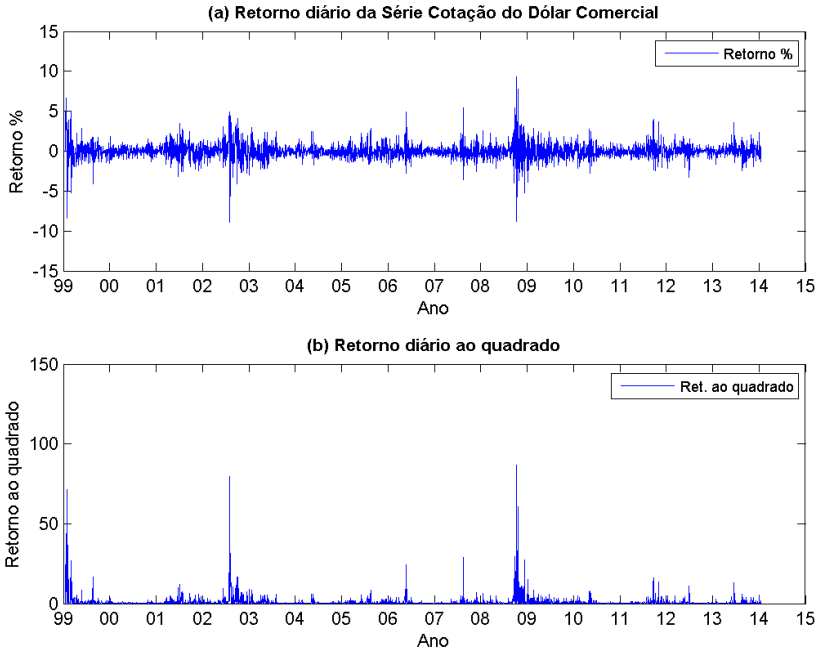
As figuras 2, 3 e 4 trazem as séries de retornos de período diário para cada uma das três séries utilizadas na análise empírica. Cada série apresenta características próprias, que são expostas na presente seção.

---

<sup>6</sup>A série do par cambial em questão é fornecida pelo Banco Central do Brasil — BCB e registrada sob o código 1 e o título “Taxa de câmbio livre do dólar para venda — diário”. Já as séries dos índices foram obtidas através do software Economática.

Junto à cada figura há também um segundo painel com o gráfico do retorno ao quadrado, utilizado como *proxy* da variância realizada. Uma tabela com as estatísticas descritivas das séries do retorno e do retorno ao quadrado acompanham os gráficos.

Figura 2 – Par cambial real/dólar — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014.



*Nota:* O gráfico plota duas séries. O painel (a) expõe o retorno diário — a variação percentual em relação ao dia anterior — da série da cotação do dólar comercial. O painel (b) traz o gráfico com a referência de variância diária realizada da série, definida como o quadrado do retorno diário.

A série diária de retornos do dólar comercial apresenta retorno médio próximo de zero, com 0,02% de média. Como observado na Figura 2, a maior alta diária foi de 9,33%, enquanto a maior queda corresponde a uma variação de -8,94%. As estatísticas descritivas associadas à figura podem ser vistas na Tabela 1.

Assim, tanto a série de retornos quanto a série de retornos ao quadrado, *proxy* da variância realizada, possuem amplitudes relativamente baixas. O desvio-padrão esperado é de aproximadamente 1%.

Uma assimetria positiva e alta da série, de 0,23, indica que os



Tabela 1 – Par cambial real/dólar — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014.

Série Diária	Retorno	Ret. ao Quadrado
<b>Média</b>	0,018	0,996
<b>Máxima</b>	9,327	86,991
<b>Mínima</b>	-8,935	0
<b>Amplitude</b>	18,262	86,991
<b>Desvio-Padrão</b>	0,998	3,722
<b>Assimetria</b>	0,232	13,381
<b>Curtose</b>	14,943	245,358

*Notas: Os retornos estão em porcentagem. A tabela complementa a Figura 2 com as estatísticas descritivas principais de ambas as séries obtidas a partir da série da cotação do dólar comercial.*

retornos positivos são mais frequentes que os retornos negativos. A curtose observada em 14,95 é alta se comparada com a distribuição normal, indicando uma concentração grande de elementos muito próximos ao retorno médio.

Já a série do retorno para períodos diários do índice Ibovespa apresenta um comportamento bem distinto da série do dólar comercial, como pode ser visto na Figura 3 e acompanhado na Tabela 2.

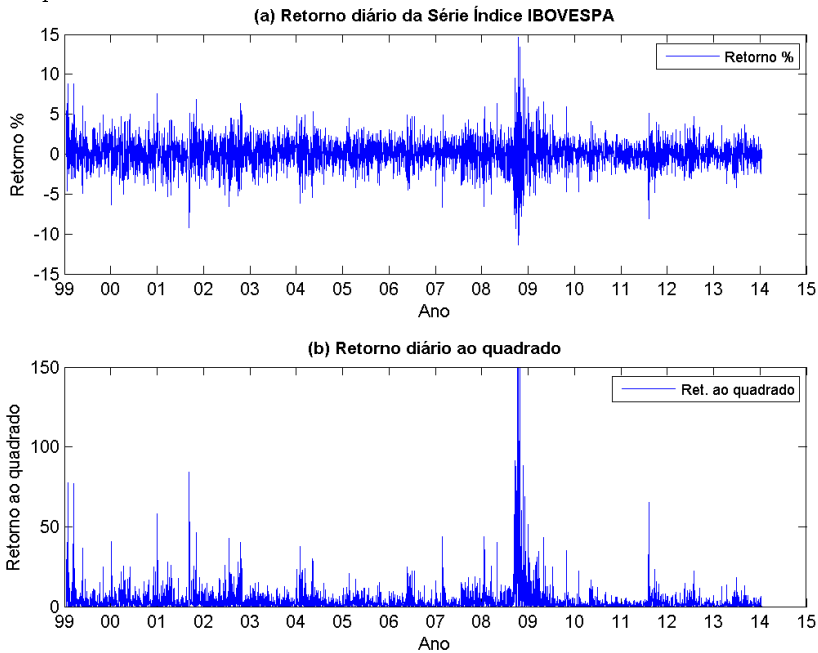
Tabela 2 – Índice Ibovespa — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014.

Série	Retorno Diário	Ret. ao Quadrado
<b>Média</b>	0,072	3,558
<b>Máxima</b>	14,659	214,893
<b>Mínima</b>	-11,393	0,000
<b>Amplitude</b>	26,052	214,893
<b>Desvio-Padrão</b>	1,885	8,651
<b>Assimetria</b>	0,116	10,380
<b>Curtose</b>	6,905	180,591

*Notas: Os retornos estão em porcentagem. A tabela complementa a Figura 3 com as estatísticas descritivas principais de ambas as séries obtidas a partir da série do índice Ibovespa.*

A princípio, um retorno esperado nessa série financeira é um pouco maior do que o encontrado na do dólar. A Ibovespa apresenta cerca de 0,07% de retorno esperado. Pela teoria e metodologias utilizadas nesta dissertação, espera-se que o índice Ibovespa, por um maior retorno esperado, forneça melhor capacidade preditiva para o modelo *logit*. Quanto mais distante o retorno esperado de zero, maior a proba-

Figura 3 – Índice Ibovespa — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014.



*Nota: O gráfico plota duas séries. O painel (a) expõe a série do retorno diário — a variação percentual em relação ao dia anterior — da série da cotação do índice Ibovespa. O painel (b) traz o gráfico com a referência de variância realizada diária do índice Ibovespa, definida como o quadrado do retorno diário.*

bilidade de um retorno distribuído normalmente ser positivo, e maior a probabilidade de acerto do modelo.

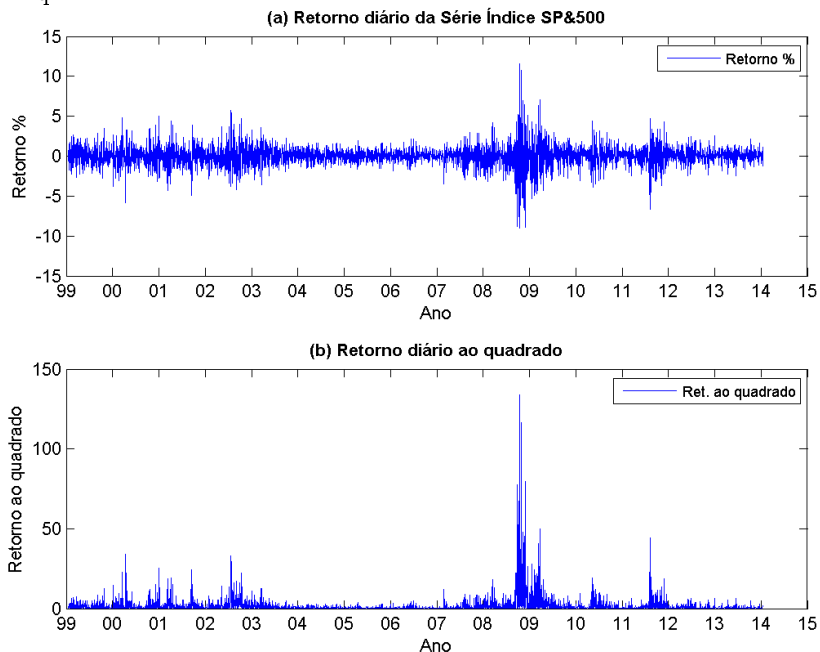
Pode ser observado na Figura 3 uma amplitude maior, com retorno em período diário máximo de 14,7% e mínimo de -11,4%. Por decorrência, a amplitude do retorno ao quadrado é mais elevada que na primeira série.

A assimetria em 0,12 da série Ibovespa indica que os retornos positivos têm frequência ligeiramente maior do que os retornos negativos.

Uma curtose observada em 6,9 é alta se comparada com a normal, mas menor que a observada para o dólar comercial, indicando uma menor concentração de observações próximas do retorno médio do que o observado na primeira série. Apesar de maior variância, com a

leptocurtose observada espera-se melhores resultados, uma vez que a distribuição dos retornos tem  $\mu > 0$  e mais densidade próximo à média.

Figura 4 – Índice SP&500 — série de retornos diários e retornos diários ao quadrado de 1999 até 2014.



*Nota:* O gráfico plota duas séries. O painel (a) expõe a série do retorno diário — a variação percentual em relação ao dia anterior — da série da cotação do índice SP&500. O painel (b) traz o gráfico com a referência de variância realizada diária obtida a partir da série, definida como o quadrado do retorno diário.

Por fim, a Figura 4 traz a série do retorno para períodos diários do índice SP&500, que apresenta semelhanças e diferenças com as outras duas séries. Essa série, como o par cambial real/dólar, tem um baixo retorno esperado, estabelecido em 0,02%. Porém, diferente da série do Ibovespa, há muitas décadas o SP&500 já era composto por papéis de bastante liquidez e peso financeiro. Como efeito, enquanto o Ibovespa começava se desenvolver à época da liberação cambial de 1999 — o início das séries analisadas — o SP&500 já apresentava um comportamento mais próximo do esperado de um mercado eficiente. A Tabela 3 traz as estatísticas descritivas que acompanham a figura.

A amplitude da série também é similar ao dólar, com retorno

Tabela 3 – Índice SP&amp;500 — estatísticas descritivas — de 1999 até 2014.

Série Diária	Retorno	Ret. ao Quadrado
<b>Média</b>	0,019	1,692
<b>Máxima</b>	11,580	134,097
<b>Mínima</b>	-9,035	0
<b>Amplitude</b>	20,615	134,097
<b>Desvio-Padrão</b>	1,300	5,260
<b>Assimetria</b>	0,015	12,008
<b>Curtose</b>	10,661	221,617
<b>Curtose</b>	6,905	180,591

*Notas: Os retornos estão em porcentagem. A tabela complementa a Figura 4 com as estatísticas descritivas principais de ambas as séries obtidas a partir da série da cotação do índice SP&500.*

observado máximo de 11,6% e mínimo de -9%. As amplitudes, tanto do retorno quanto do retorno ao quadrado, se comportam como esperado e são modestas. Respectivamente 20,1% e 164,1.

Em contrapartida, a assimetria e a curtose são mais próximas à observada na segunda série analisada, o índice Ibovespa. Devido à média quase zero, a assimetria observada de 0,015 indica uma frequência próxima entre retornos positivos e retornos negativos, com a predominância dos positivos. Já a leptocurtose observada em 10,7 indica que há maior densidade ao redor do retorno médio do que o observado no índice Ibovespa. E menos do que o observado para o dólar comercial.

## 4 ANÁLISE EMPÍRICA

Neste capítulo são estimados os modelos. Ele é composto por três seções. Cada uma delas traz os achados para uma das três séries financeiras analisadas: o par cambial real/dólar e os índices Ibovespa e SP&500, respectivamente. Cada seção é dividida em duas partes; na primeira parte, os resultados para as taxas de acurácia obtidas pelos modelos *logit* são observados; na segunda parte, a acurácia direcional e excesso de retorno obtidos com a série são analisados, com auxílio de testes estatísticos e simulação de carteira baseadas nas previsões da direção do sinal do retorno.

### 4.1 ANÁLISE EMPÍRICA DA SÉRIE REAL/DÓLAR

#### 4.1.1 Acurácias observadas para o par cambial real/dólar

A Figura 5 traz, nos painéis (a.1) e (b.1), a acurácia observada nas simulações realizadas em cada um dos 250 horizontes  $h$  de cálculo de retorno da série cambial real/dólar para os dois modelos utilizados nas previsões. Foram utilizadas 3768 observações diárias entre 1999 e 2014 e, dependendo do horizonte estimado, foram realizadas entre 1769 e 2516 previsões.

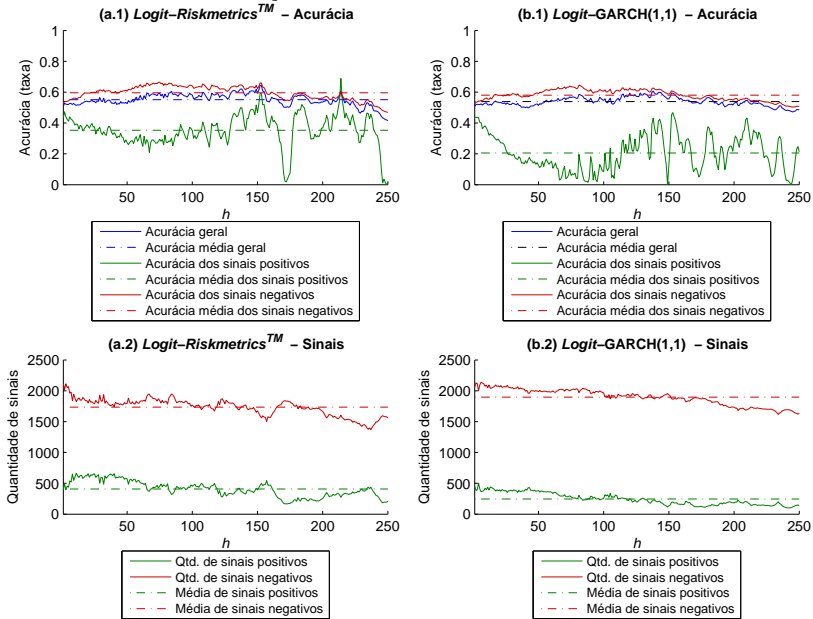
A Figura 5 revela que tanto o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> quanto o *logit-GARCH*(1,1) não são bons em prever os sinais positivos, mas sim, os negativos. Não só a acurácia dos sinais negativos é maior, como também o número de sinais negativos indicados pelo modelo é bastante superior ao número de sinais positivos. Esse comportamento é esperado, porque, como visto na Tabela 4, cerca de 60,6% dos eventos observados foram negativos e a modelagem de previsão de sinal adotada depende diretamente da distribuição dos retornos.

A Tabela 4 traz a acurácia e o número de observações para três estratégias de investimento para cada um dos dois modelos utilizados. A tabela informa que a escolha *ex-post* do horizonte  $h^*$  otimizador da taxa de informação — Estratégia 1 — não oferece um resultado tão bom quanto a escolha *ex-ante* da taxa — Estratégia 2<sup>7</sup>. Isso vale para os dois modelos de previsão. Esse resultado era esperado porque, considerando uma boa estimação da taxa de informação, supostamente otimizá-la a

<sup>7</sup>A diferença entre as estratégias enumeradas aqui é explicada em detalhes na subseção 2.6.1.

cada momento  $t$  capturaria melhor o movimento da taxa de informação do que a simples verificação da taxa de informação média *ex-post*.

Figura 5 – Série real/dólar — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas *ex-post* e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização *ex-ante*



Nota: A Figura 5 apresenta a acurácia analisada das previsões de sinal para os 250 prazos distintos. Os painéis (a.1) e (b.1) trazem a acurácia nos sinais fornecidos em cada horizonte e a acurácia média ao longo desses horizontes. Os painéis (a.2) e (b.2) oferecem o número de sinais observados por tipo em cada horizonte.

Para o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, enquanto a Estratégia 1 identifica corretamente apenas 43,3% dos sinais de retornos com prazo  $h^* = 246$  dias úteis, a Estratégia 2 identifica corretamente 59,1% dos sinais para investimentos com prazo médio  $h^* = 66,2$  dias úteis.

Nas duas estratégias mencionadas, o modelo *logit-GARCH*(1,1) acompanha o modelo tipo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>. Enquanto a Estratégia 1 apresenta 48,5% de acurácia em  $h^* = 250$ , a Estratégia 2 apresenta 57,5% de acurácia em investimentos com um prazo médio  $h^* = 116,5\%$ .

Uma terceira estratégia de investimentos para seleção dos sinais foi utilizada. Na Estratégia 3, a cada momento  $t$  foi escolhido o sinal lançado pelo modelo naquele momento que oferecia a maior probabi-

lidade de ocorrência, independentemente do prazo  $h$  associado. Para o caso *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, observou-se uma acurácia de 56,6% com a utilização dessa estratégia, contra 60,8% que foi obtido com o modelo *logit-GARCH*(1,1). O prazo médio associado a esses sinais foi, respectivamente,  $h^* = 172,3$  dias úteis, no primeiro modelo, e  $h^* = 154,5$  dias úteis, no segundo.

Por fim, a Tabela 4, traduz em números o observado na Figura 5: em absolutamente todos os modelos e estratégias empregados na série, a acurácia dos sinais negativos é sempre maior do que a acurácia de sinais positivos e, também, são sempre observados em maior frequência.

Tabela 4 – Série real/dólar — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento

Item	Todos	Positivos	Negativos
<b>Logit-RiskMetrics<sup>TM</sup></b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
Acurácia em $h^*$ ( $h^*$ )	0,433(246)	0,011(246)	0,482(246)
Qtd. de sinais (%)	1781(100,0)	184(10,3)	1597(89,7)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
Acurácia ( $h_t^*$ médio)	0,591(66,2)	0,488(106,1)	0,596(64,2)
Qtd. de sinais (%)	1769(100,0)	82(4,6)	1687(95,4)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
Acurácia ( $h_t^*$ médio)	0,566(172,3)	0,526(194,4)	0,572(169,2)
Qtd. de sinais (%)	1769(100,0)	213(12,0)	1556(88,0)
<i>Referências</i>			
Acurácia média por $h$	0,551	0,353	0,596
Ac. máx. ex-post ( $h$ )	0,644(152)	0,591(152)	0,660(152)
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
Acurácia em $h^*$ ( $h^*$ )	0,485(250)	0,213(250)	0,508(250)
Qtd. de sinais (%)	1769(100,0)	136(7,7)	1633(92,3)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
Acurácia ( $h_t^*$ médio)	0,575(116,5)	0,478(217,5)	0,581(111,1)
Qtd. de sinais (%)	1769(100,0)	90(5,1)	1679(94,9)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
Acurácia ( $h_t^*$ médio)	0,608(154,5)	0,415(197,3)	0,618(152,5)
Qtd. de sinais (%)	1769(100,0)	82(4,6)	1687(95,4)
<i>Referências</i>			
Acurácia média por $h$	0,539	0,206	0,581
Ac. máx. ex-post ( $h$ )	0,607(138)	0,431(138)	0,628(138)
<b>Eventos Observados</b>			
Média de eventos (%)	2142,5(100,0)	844,1(39,4)	1298,4(60,6)

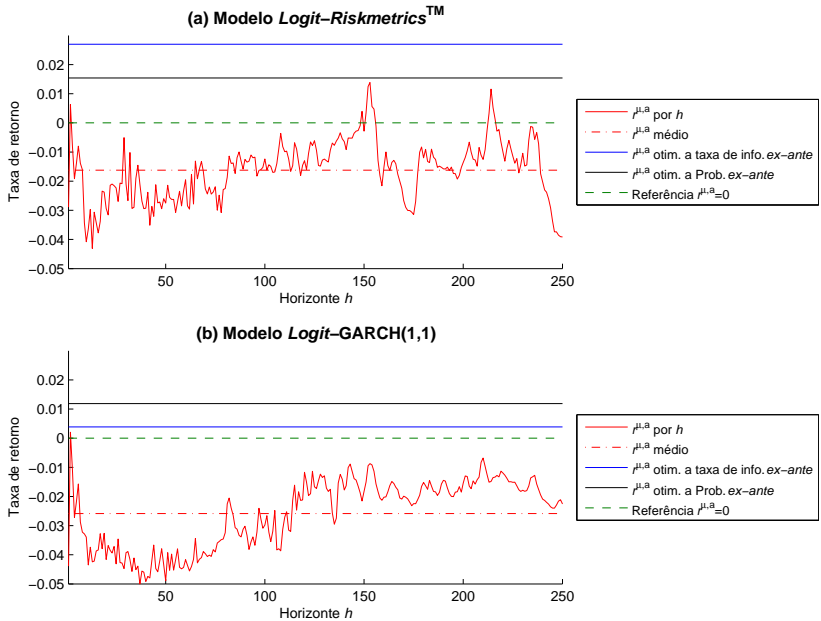
Notas: Para a série do real/dólar, a tabela apresenta informações para observar a acurácia de três diferentes estratégias de investimento utilizando-se de dois processos diferentes para a estimação da variância.



### 4.1.2 Análise estatística e econômica dos resultados do par cambial real/dólar

Além da verificação das acurácias, também é estudado o comportamento dos retornos auferidos pelas três estratégias de investimento adotadas. A Figura 6 plota, em vermelho, os retornos  $r^{\mu,a}$  calculados<sup>8</sup> para cada um dos 250 horizontes  $h$ . Em azul e preto, são plotados os retornos obtidos com as estratégias 2 e 3, respectivamente, para comparação.

Figura 6 – Série real/dólar — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento



*Nota:* A Figura 6 apresenta as taxas de retorno observadas *ex-post* para todos os horizontes em comparação com as duas taxas obtidas com as estratégias de otimização *ex-ante*. O painel (a) se refere ao modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>. O painel (b) traz as informações relativas ao modelo *logit-GARCH(1,1)*.

É possível notar que, tanto para o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> quanto para o *logit-GARCH(1,1)*, os retornos  $r^{\mu,a}$  das estratégias 2 e 3 se sobressaem aos resultados para simulações em qualquer  $h$  analisado

<sup>8</sup>A construção do retorno  $r^{\mu,a}$  é explicado na equação (2.17).

Tabela 5 – Série real/dólar — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares.

Item	Otimizando	Otimizando	Otimizando
	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-post</i> (Estratégia 1)	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 2)	$P_{h,t}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 3)
<b>Logit-RiskMetrics™</b>			
$h^*$	246	66,154	172,276
AD( <i>p</i> -valor)	-13,074(0,000)	1,514(0,130)	2,698(0,007)
Acurácia	0,433	0,591	0,566
ER( <i>p</i> -valor)	-11,201(0,000)	2,512(0,012)	3,191(0,001)
$r^{\mu,\alpha}$	-0,037	0,027	0,015
Qtd. de sinais	1781	1769	1769
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
$h^*$	250	116,492	154,531
AD( <i>p</i> -valor)	-6,267(0,000)	1,095(0,274)	0,587(0,557)
Acurácia	0,485	0,575	0,608
ER( <i>p</i> -valor)	-5,504(0,000)	2,515(0,012)	0,733(0,463)
$r^{\mu,\alpha}$	-0,023	0,004	0,012
Qtd. de sinais	1769	1769	1769
<b>Referências</b>			
$\mu$ a.a.		0,020	
$r$ a.a. <i>buy &amp; hold</i>		0,014	

*Notas: Para a série do par cambial real/dólar, a tabela apresenta as estatísticas de acurácia direcional e excesso de rentabilidade de dois modelos logit aplicados em três estratégias de investimento.*

individualmente.

Além da mera observação das acurácias e retornos, é imprescindível a verificação estatística desses resultados para a certificação de que é baixa a probabilidade de serem eventos aleatórios e, então, terem valor econômico. As estatísticas de teste AD e ER para as três estratégias empregadas e seus respectivos *p*-valores podem ser encontrados na Tabela 5.

Essa tabela informa, para ambos os modelos de previsão empregados e as três estratégias simuladas, além das estatísticas AD e ER e seus respectivos *p*-valores, a acurácia e retorno associados. Ainda, informa duas referências para análise dos retornos: o retorno esperado anual da série e um retorno anual obtido com uma estratégia do tipo

*buy & hold*<sup>9</sup>.

Quanto à Estratégia 1, verifica-se que a estatística de acurácia direcional — AD —, e a estatística de excessos de retorno — ER — são negativas e significantes (ao nível de ao menos 99,9%), indicando que o desempenho, tanto no *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> quanto no *logit-GARCH*(1,1) é inferior ao que seria obtido em um caso aleatório.

Por outro lado, o mesmo não se observa em relação à simulação da Estratégia 2. O teste de acurácia direcional se mostrou positivo a um fraco nível de significância, 87%, para o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>. Já o *logit-GARCH*(1,1) apresentou significância ainda menor, com  $AD = 1,095$  ( $p$  – valor = 0,274). Não obstante, para os dois modelos, a Estratégia 2 apresentou estatística ER positiva e significativa ao nível de ao menos 98,7%.

Portanto, os retornos auferidos com a Estratégia 2 são estatisticamente diferentes e superiores ao que aconteceria caso os sinais atribuídos aos eventos que compõem essa estratégia fossem aleatoriamente alocados. Assim, observa-se que, mesmo ambos apresentando boas estatísticas ER, o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> obter  $r^{\mu,a} = 2,7\%$  ao ano, contra apenas 0,04% ao ano do *logit-GARCH*(1,1).

Adicionalmente, é interessante destacar que o retorno obtido com o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> é superior ao retorno anual esperado para a série, estabelecido em 2,0%.

A Estratégia 3 aplicada aos resultados do modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, por sua vez, rejeita as hipóteses  $H_0$  da estatística AD e ER ao nível de significância de ao menos 99%, mas ainda apresenta acurácia e retorno ligeiramente inferiores ao obtido pela Estratégia 2. O retorno encontrado pela Estratégia 3, de 1,5%, é superior ao obtido por uma estratégia do tipo *buy & hold*, para a série do par cambial.

---

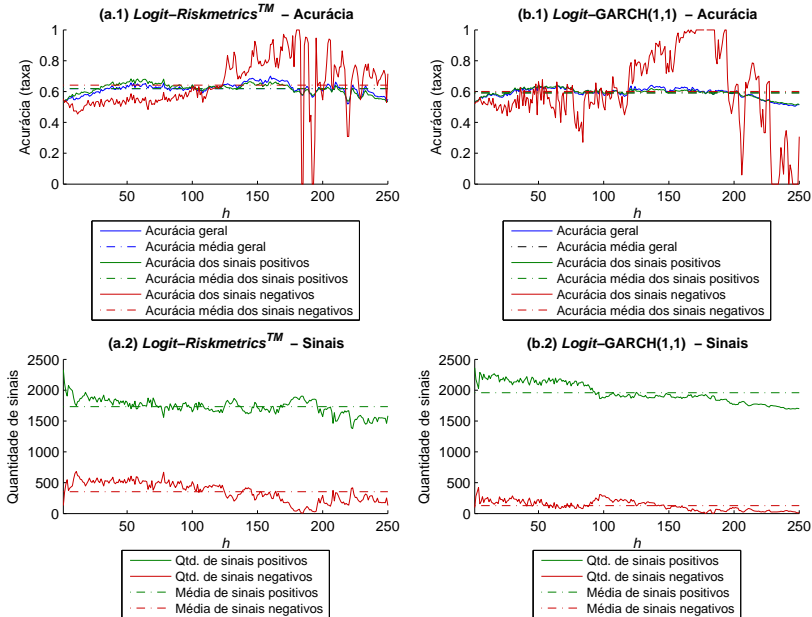
<sup>9</sup>O retorno esperado anual é calculado pela média dos retornos amostrados anualmente. Já o retorno da estratégia do tipo *buy & hold* é auferido pela anualização do retorno encontrado entre o momento inicial da série de investimentos até o momento final — período superior a um ano.

## 4.2 ANÁLISE EMPÍRICA DO ÍNDICE IBOVESPA

### 4.2.1 Acurácias observadas para o índice Ibovespa

A Figura 7 apresenta a acurácia analisada das previsões para a série do índice Ibovespa, por horizonte. A série utilizada compreende 3713 observações, e foram realizadas entre 1714 e 2461 previsões, para os diversos horizontes de cálculo de retorno. Diferente do par cambial real/dólar, sinais negativos são o tipo menos numeroso, mas, em média, apresentam uma maior taxa de acurácia. Uma explicação plausível para esse fato é uma menor liquidez de títulos de venda a descoberto, disponíveis em menor quantidade e em apenas alguns papéis que compõem o índice.

Figura 7 – Índice Ibovespa — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas *ex-post* e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização *ex-ante*



Nota: A Figura 7 apresenta a acurácia analisada das previsões de sinal para os 250 prazos distintos. Os painéis (a.1) e (b.1) trazem a acurácia nos sinais fornecidos em cada horizonte e a acurácia média ao longo desses horizontes. Os painéis (a.2) e (b.2) oferecem o número de sinais observados por tipo em cada horizonte.

Tabela 6 – Índice Ibovespa — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento

Item	Todos	Positivos	Negativos
<b>Logit-RiskMetrics™</b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia em <math>h^*</math> (<math>h^*</math>)</b>	0,559(14)	0,586(14)	0,471(14)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	2422(100,0)	1866(77,0)	556(23,0)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,616(61,1)	0,640(65,4)	0,468(33,8)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1714(100,0)	1479(86,3)	235(13,7)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,622(174,9)	0,647(192,1)	0,519(104,4)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1714(100,0)	1377(80,3)	337(19,7)
<i>Referências</i>			
<b>Acurácia média por <math>h</math></b>	0,618	0,619	0,642
<b>Ac. máx. ex-post (<math>h</math>)</b>	0,700(160)	0,663(160)	0,905(160)
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia em <math>h^*</math> (<math>h^*</math>)</b>	0,616(98)	0,614(98)	0,624(98)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	2170(100,0)	1867(86,0)	303(14,0)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,580(102,3)	0,582(104,5)	0,531(46,1)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1714(100,0)	1650(96,3)	64(3,7)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,563(189,8)	0,550(195,6)	0,741(110,7)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1714(100,0)	1598(93,2)	116(6,8)
<i>Referências</i>			
<b>Acurácia média por <math>h</math></b>	0,592	0,591	0,601
<b>Ac. máx. ex-post (<math>h</math>)</b>	0,645(50)	0,643(50)	0,664(50)
<b>Eventos Observados</b>			
<b>Média de eventos (%)</b>	2087,5(100,0)	1211,6(58,0)	875,9(42,0)

*Notas: Para a série do índice Ibovespa, a tabela apresenta informações para observar a acurácia de três diferentes estratégias de investimento utilizando-se de dois processos diferentes para a estimação da variância.*

Interessante observar, as taxas de acurácia dos sinais negativos chegam a ser bastante superiores a 80% para previsões para prazos entre 150 e 200 dias úteis, como pode ser observado nos painéis (a.1) e (b.1). Existe um número bem reduzido desses sinais nesses horizontes, mas o comportamento é muito perceptível, tanto nas previsões *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> quanto nos resultados *logit-GARCH*(1,1).

A Tabela 6 informa que 58% dos eventos são positivos, o que corrobora com o fato de ambos os modelos indicarem predominantemente sinais de crescimento.

Adicionalmente, a Tabela 6 reúne as acurácias das três estratégias aplicadas aos sinais previstos com os dois modelos utilizados. As acurácias observadas pelo modelo são bastante elevadas. Em especial, quando se considera apenas sinais de mesma direção.

No modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, a acurácia das estratégias 2 e 3, respectivamente, 61,6% e 62,2%, superam a da Estratégia 1, estabelecida em 55,9%. O destaque é maior quando se analisa apenas as indicações de crescimento: quando na Estratégia 1 a acurácia dos eventos positivos é 58,6%, na Estratégia 2 ela se estabelece em 64%, e é superada apenas pela Estratégia 3, cujos sinais positivos acertam 64,7% das vezes.

No caso da simulação de horizonte fixo  $h^* = 160$ , que apresentou máxima acurácia, utilizada aqui apenas como uma referência, apresentou acurácia geral de 70%. A acurácia dos sinais apenas positivos foi de 66,3%. Já a acurácia dos negativos, 90,5%, dentre 306 sinais negativos previstos.

As previsões *logit-GARCH*(1,1) também apresentaram destaques importantes. Enquanto a Estratégia 1 acertou 61,6% das vezes, a Estratégia 2 e 3 acertaram, respectivamente, 58% e 56,3%. Porém, especialmente na Estratégia 3, 74,1% dos 116 sinais negativos emitidos foram corretamente identificados. Para referência, no modelo *logit-GARCH*(1,1), a simulação para o horizonte  $h = 50$  foi o que apresentou maior acurácia: 64,5%.

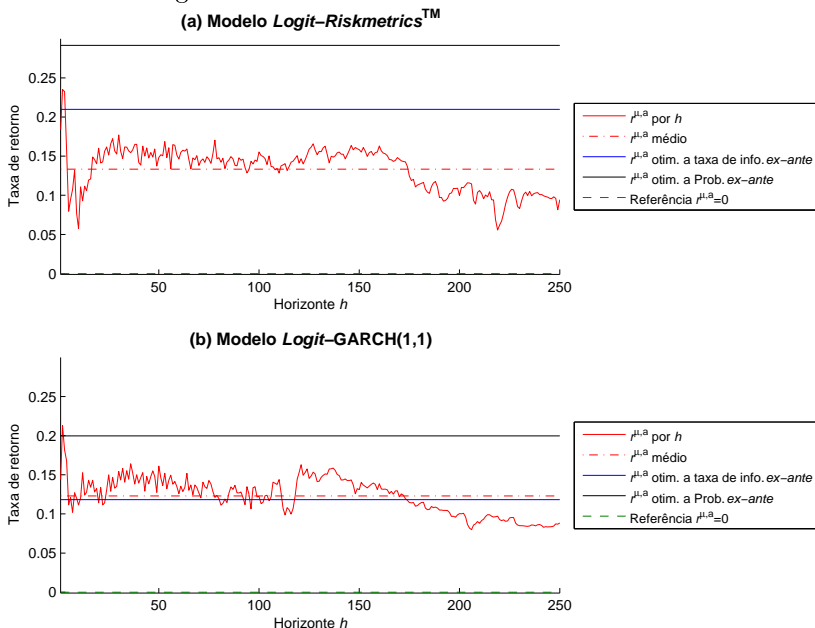
## 4.2.2 Análise estatística e econômica dos resultados do índice Ibovespa

Os retornos obtidos pelas simulações de carteira da série do índice Ibovespa foram bastante elevados. Não houve caso em que o retorno  $r^{\mu,a}$  tenha sido negativo.

A Figura 8 mostra que o retorno obtido com a Estratégia 3 supera sempre a Estratégia 2, e quase todos os retornos das simulações em horizontes individuais. Inclusive os horizontes  $h^* = 14$  e  $h^* = 98$  — os horizontes ótimos selecionados pela Estratégia 1 para os resultados dos modelos *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> e *logit-GARCH*(1,1), respectivamente.

Analisando a Tabela 7, isso fica bem claro. Para o *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, enquanto as operações da Estratégia 1 alcançam uma média de

Figura 8 – Índice Ibovespa — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento



Nota: A Figura 8 apresenta as taxas de retorno observadas *ex-post* para todos os horizontes em comparação com as duas taxas obtidas com as estratégias de otimização *ex-ante*. O painel (a) se refere ao modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>. O painel (b) traz as informações relativas ao modelo *logit-GARCH*(1,1).

Tabela 7 – Índice Ibovespa — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares.

Item	Otimizando	Otimizando	Otimizando
	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-post</i> (Estratégia 1)	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 2)	$P_{h,t}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 3)
<b>Logit-RiskMetrics™</b>			
$h^*$	14	61,104	174,895
AD( <i>p</i> -valor)	2,384(0,017)	3,169(0,002)	5,625(0,000)
Acurácia	0,559	0,616	0,622
ER( <i>p</i> -valor)	1,960(0,050)	5,603(0,000)	7,895(0,000)
$r^{\mu,\alpha}$	0,106	0,210	0,291
Qtd. de sinais	2422	1714	1714
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
$h^*$	98	102,314	189,815
AD( <i>p</i> -valor)	7,794(0,000)	1,797(0,072)	6,075(0,000)
Acurácia	0,616	0,580	0,563
ER( <i>p</i> -valor)	6,177(0,000)	2,141(0,032)	4,598(0,000)
$r^{\mu,\alpha}$	0,135	0,118	0,200
Qtd. de sinais	2170	1714	1714
<b>Referências</b>			
$\mu$ a.a.		0,075	
$r$ a.a. <i>buy &amp; hold</i>		0,016	

*Notas: Para a série do índice Ibovespa, a tabela apresenta as estatísticas de acurácia direcional e excessos de rentabilidade de dois modelos logit aplicados em três estratégias de investimento.*

10,6% de retorno anualizado, a Estratégia 2 oferece 21,0%, e a Estratégia 3 se estabelece em 29,1% de retorno anualizado médio por operação. Quanto aos retornos observados para o *logit*-GARCH(1,1), os resultados são também relevantes. A Estratégia 1, com os sinais desse modelo, alcança retorno por operação de 13,5% ao ano. As estratégias 2 e 3, respectivamente, apresentam retornos de 11,8% e 20% ao ano.

Para todos os casos, a estatística ER se mostra significativa ao nível de ao menos 95%. Para ambos os modelos e as três estratégias simuladas, a estatística AD se mostra significativa sempre ao nível de ao menos 90%.

Adicionalmente, para todos os modelos e estratégias, os retornos auferidos foram sempre superiores ao retorno esperado anual  $\mu$  e ao retorno obtido pela estratégia tipo *buy & hold*.

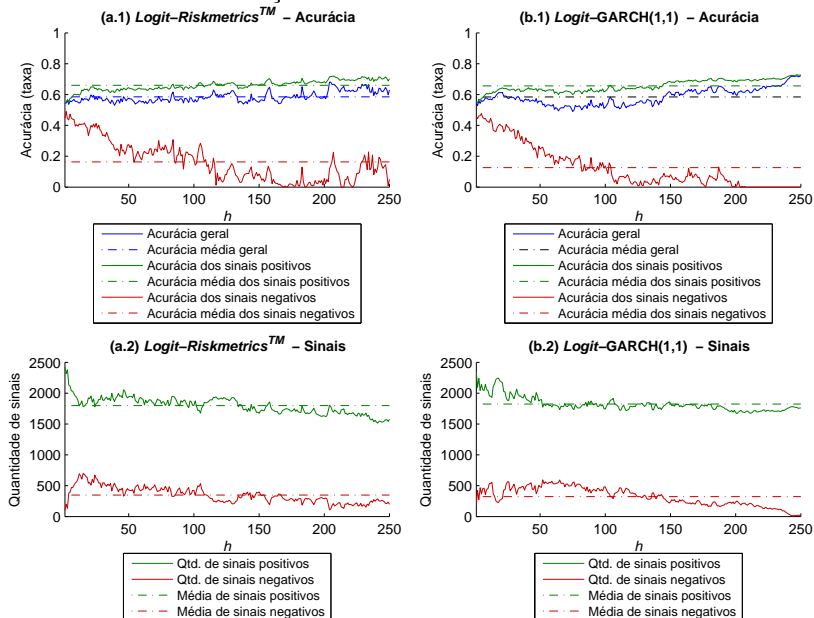


### 4.3 ANÁLISE EMPÍRICA DO ÍNDICE SP&500

#### 4.3.1 Acurácias observadas para o índice SP&500

A série SP&500 apresenta 3773 observações no período recortado, entre 1999 e 2014. Para cada horizonte de cálculo dos retornos, foram realizadas entre 1774 e 2521 previsões. A acurácia observada para as simulações de carteira com horizonte fixo, revelam que sinais negativos para o índice SP&500 são previstos com uma baixa acurácia. Também, esses sinais são os de menor frequência, fato compatível ao observado na série do par cambial real/dólar. Isso pode ser verificado na Figura 9.

Figura 9 – Índice SP&500 — Acurácias das previsões de sinal por horizonte analisadas *ex-post* e acurácias das estratégias de investimento com decisão de otimização *ex-ante*



Nota: A Figura 9 apresenta a acurácia analisada das previsões de sinal para os 250 prazos distintos. Os painéis (a.1) e (b.1) trazem a acurácia nos sinais fornecidos em cada horizonte e a acurácia média ao longo desses horizontes. Os painéis (a.2) e (b.2) oferecem o número de sinais observados por tipo em cada horizonte.

Dos eventos realizados, 68,2% foram positivos. As altas acurácias observadas para as previsões no SP&500 nas diversas estratégias de investimento empregadas não são surpreendentes, porque refletem a distribuição dos eventos reais.

Na Tabela 8 se vê que o horizonte  $h = 204$  foi, dentre todos os outros, o com máxima acurácia do modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, com 68,1% de acerto nos sinais previstos. Esse valor de referência é ultrapassado somente pela Estratégia 3, que obtém 68,2%. A Estratégia 3, levando em conta apenas os sinais positivos, atinge 69,3% de acerto.

O *logit-GARCH*(1,1), por sua vez, tem acurácia máxima na simulação do horizonte  $h = 250$ , quando acerta 72,3% das operações. A Estratégia 1 identificou corretamente o horizonte de máxima acurácia, apontando como horizonte ótimo  $h^* = 250$ , o horizonte que de fato apresenta o melhor desempenho nas previsões.

Embora não seja possível utilizar a Estratégia 1 em um cenário real, uma vez que é uma escolha de otimização *ex-post* ao investimento, sua análise é especialmente interessante para casos como esse, onde é possível observar um indício empírico da dependência entre acurácia e taxa de informação nessa modelagem.

Tabela 8 – Índice SP&amp;500 — Acurácias das previsões aplicadas em decisões de investimento

Item	Todos	Positivos	Negativos
<b>Logit-RiskMetrics™</b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia em <math>h^*</math> (<math>h^*</math>)</b>	0,646(247)	0,714(247)	0,145(247)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1783(100,0)	1569(88,0)	214(12,0)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,600(88,1)	0,639(89,1)	0,249(79,2)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1774(100,0)	1597(90,0)	177(10,0)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,682(210,9)	0,693(210,4)	0,000(240,2)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1774(100,0)	1747(98,5)	27(1,5)
<i>Referências</i>			
<b>Acurácia média por <math>h</math></b>	0,585	0,660	0,163
<b>Ac. máx. ex-post (<math>h</math>)</b>	0,681(204)	0,715(204)	0,120(204)
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
<i>Estratégia 1: escolha ex-post do <math>h^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia em <math>h^*</math> (<math>h^*</math>)</b>	0,723(250)	0,728(250)	0,000(250)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1774(100,0)	1762(99,3)	12(0,7)
<i>Estratégia 2: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da taxa de info. <math>\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}^*}</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,612(109,9)	0,655(113,3)	0,217(79,1)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1774(100,0)	1599(90,1)	175(9,9)
<i>Estratégia 3: escolha ex-ante do <math>h_t^*</math> otimizador da probabilidade <math>P_{h,t}^*</math></i>			
<b>Acurácia (<math>h_t^*</math> médio)</b>	0,479(188,0)	0,615(196,8)	0,051(160,2)
<b>Qtd. de sinais (%)</b>	1774(100,0)	1345(75,8)	429(24,2)
<i>Referências</i>			
<b>Acurácia média por <math>h</math></b>	0,585	0,656	0,126
<b>Ac. máx. ex-post (<math>h</math>)</b>	0,723(250)	0,728(250)	0,000(250)
<b>Eventos Observados</b>			
<b>Média de eventos (%)</b>	2147,5(100,0)	1464,5(68,2)	683,0(31,8)

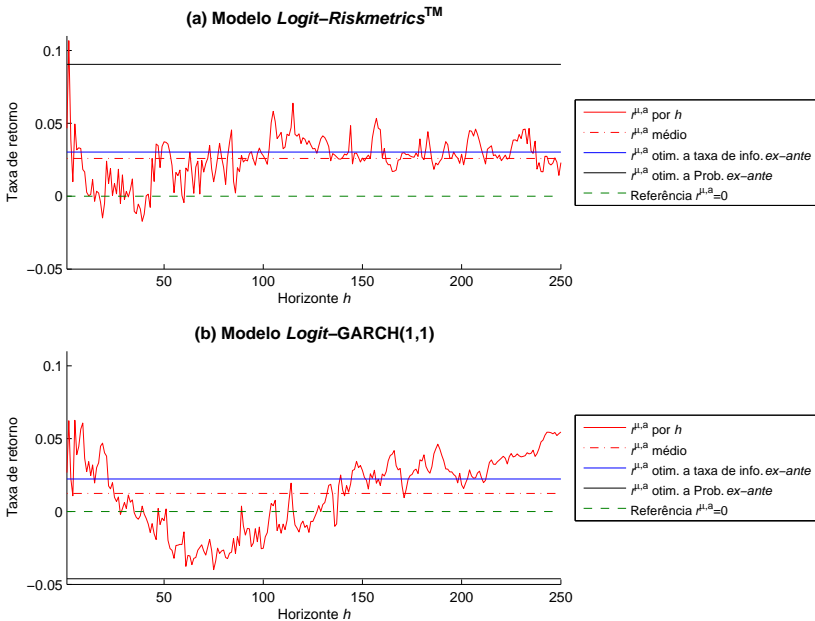
Notas: Para a série do índice SP&500, a tabela apresenta informações para observar a acurácia de três diferentes estratégias de investimento utilizando-se de dois processos diferentes para a estimação da variância.

### 4.3.2 Análise estatística e econômica dos resultados do índice SP&500

Analisando a Figura 10 podemos realizar algumas observações. No painel (a), vemos que o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> apresenta um retorno para a Estratégia 2 (linha azul) muito próximo da média do retorno entre horizontes. Já a Estratégia 3 (linha preta) apresenta uma alta taxa de retorno, em 9%. Em contrapartida, o mesmo não ocorre no painel (b) que traz os retornos médios por operação observados, aplicados aos resultados do *logit-GARCH*(1,1). A Estratégia 3 para essa série apresenta o único resultado negativo das otimizações *ex-ante*, -4,6%.

Com exceção do retorno  $r^{\mu,a} = 9\%$  da Estratégia 3 aplicada

Figura 10 – Índice SP&500 — Retorno médio anualizado por operação em três estratégias de investimento



*Nota:* A Figura 10 apresenta as taxas de retorno observadas *ex-post* para todos os horizontes em comparação com as duas taxas obtidas com as estratégias de otimização *ex-ante*. O painel (a) se refere ao modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>. O painel (b) traz as informações relativas ao modelo *logit-GARCH*(1,1).

Tabela 9 – Índice SP&amp;500 — Acurácias, retornos observados, testes estatísticos e informações auxiliares.

Item	Otimizando	Otimizando	Otimizando
	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-post</i> (Estratégia 1)	$\frac{R_{h,t}}{\sigma_{h,t+h}}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 2)	$P_{h,t}$ <i>ex-ante</i> (Estratégia 3)
<b>Logit-RiskMetrics<sup>TM</sup></b>			
$h^*$	247	88,148	210,900
AD( $p$ -valor)	-4,373(0,000)	-2,984(0,003)	-3,451(0,001)
Acurácia	0,646	0,600	0,682
ER( $p$ -valor)	-5,213(0,000)	-2,296(0,022)	-3,017(0,003)
$r^{\mu,a}$	0,026	0,030	0,090
Qtd. de sinais	1783	1774	1774
<b>Logit-GARCH(1,1)</b>			
$h^*$	250	109,877	187,967
AD( $p$ -valor)	-2,118(0,034)	-3,400(0,001)	-13,088(0,000)
Acurácia	0,723	0,612	0,479
ER( $p$ -valor)	-1,232(0,218)	-7,460(0,000)	-11,836(0,000)
$r^{\mu,a}$	0,055	0,022	-0,046
Qtd. de sinais	1774	1774	1774
<b>Referências</b>			
$\mu$ a.a.		0,070	
$r$ a.a. <i>buy &amp; hold</i>		0,036	

*Notas: Para a série do índice SP&500, a tabela apresenta as estatísticas de acurácia direcional e excessos de rentabilidade de dois modelos logit aplicados em três estratégias de investimento.*

aos resultados do modelo *logit-RiskMetrics<sup>TM</sup>*, todos os outros foram inferiores ao retorno esperado  $\mu$  anualizado.

Por fim, a Tabela 9 revela que, embora a taxa de acurácia em muitos casos seja alta — acima de 60% em 5 dos 6 casos exibidos na tabela — tanto as acurácias encontradas quanto os retornos auferidos são inferiores ao que seria obtido num caso aleatório. Confirma isso a observação de que as estatísticas AD se apresentam negativas e estatisticamente significantes ao nível de ao menos 96%, em todas as combinações de modelos e estratégias para a série. As estatísticas ER das simulações, por sua vez, também apresentam resultados semelhantes: todas negativas, indicando que, se o modelo não produz um processo aleatório, contribui para resultados piores do que o que viria a ser obtido por um processo aleatório. Cabe destacar que, devido às

especificidades da modelagem, os testes AD e ER são realizados sobre sinais selecionados dentre todos os sinais estimados. Desta forma, AD e ER, em especial para as estratégias 2 e 3, comparam os resultados obtidos com um processo aleatório para escolher os sinais para os eventos selecionados. Embora esse seja um resultado importante, não é possível inferir a partir das estatísticas se essas estratégias, de fato, fornecem resultados superiores a um processo aleatório aplicado a totalidade dos eventos observados.

## 5 CONCLUSÃO

Uma ampla literatura discute a dependência temporal entre a variância condicional e o retorno observado. Esta dissertação faz uso da variância condicional para estimar a direção de variação de um retorno futuro e, em sequência, sistematicamente avaliar a significância econômica dos resultados obtidos com a adaptação da modelagem de Christoffersen e Diebold (2006a), em três diferentes mercados. Como contribuição, foi verificado empiricamente que a modelagem apresenta excessos de retorno estatisticamente significantes para casos em que a taxa de informação se aproxima  $\pm 1,41$ . Em especial para o índice Ibovespa, o que é esperado pela literatura (PESARAN; TIMMERMANN, 1995; GENÇAY, 1998) devido à destacada volatilidade neste mercado em relação aos dois outros.

A respeito da estrutura do modelo, observa-se aqui que, ao aplicar a metodologia exposta, estimando a volatilidade condicional com os processos *RiskMetrics*<sup>TM</sup> e GARCH(1, 1), segue-se a sugestão de Christoffersen e Diebold (2006a) para, que em futuro trabalho, se investigue as diferenças de resultado produzidas pelo uso de distintos modelos de estimação de volatilidade condicional.

Assim, previsões *RiskMetrics*<sup>TM</sup> e GARCH(1, 1) foram realizadas para a volatilidade condicional e associadas a um modelo *logit*. Foram produzidas cerca de 3 milhões de regressões *logit*<sup>10</sup> e taxas de informação obtidas a partir desses processos proporcionaram identificar o horizonte ótimo resultante de cada combinação de séries, modelos e estratégias.

Para as duas séries — o par cambial real/dólar e o índice Ibovespa — as estratégias de investimento utilizadas para previsão fora da amostra apresentaram acurácia e excessos de retorno acima do esperado num caso aleatório, segundo as estatísticas AD e ER.

O índice SP&500 apresentou também altas taxas de acurácia e um retorno acima do retorno esperado, mas as estatísticas AD e ER não indicaram especial contribuição do modelo.

Assim, considerando três séries financeiras, dois modelos *logit* empregados para previsão fora da amostra em três estratégias de investimento simuladas — apresenta-se os resultados de destaque:

i Quanto ao par cambial real/dólar, o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>

---

<sup>10</sup>Foram dois modelos *logit* estimados para 250 horizontes únicos; cada modelo e cada horizonte inferiu resultados para aproximadamente 2000 eventos em cada uma das três séries analisadas.

forneceu 59,1% de acurácia nos investimentos realizados em horizonte escolhido em função da taxa de informação (Estratégia 2). O prazo médio desses investimentos foi 66,2 dias. As operações dessa simulação ofereceram retorno médio de 2,7% ao ano. Em comparação, o retorno esperado para a série do real/dólar foi 2% ao ano;

- ii Ainda para o par cambial real/dólar, o modelo *logit*-GARCH(1,1) encontrou 60,8% de acurácia nos investimentos realizados em horizonte escolhido em função da probabilidade (Estratégia 3). À despeito disso, esses resultados não foram estatisticamente significantes;
- iii O índice Ibovespa foi a série que respondeu melhor à modelagem de previsão. Para todos as simulações, as estatísticas AD e ER foram positivas e significantes ao nível de, ao menos, 90%. Todos os retornos observados são superiores ao retorno esperado e ao desempenho de uma estratégia do tipo *buy & hold*;
- iv Ainda quanto à mesma série, com o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup>, a Estratégia 1 alcançou 55,9% de acurácia e 10,6% de retorno anualizado por operação, de prazo médio de 14 dias. A Estratégia 2 encontrou 61,6% de acurácia e 21% de retorno, em operações com prazo médio de 61 dias úteis. Já a Estratégia 3 obteve 62,2% de acerto e, em média, 29,1% de retorno anualizado por operação com prazo médio de 174 dias úteis;
- v O modelo *logit*-GARCH(1,1) aplicado ao índice Ibovespa teve resultados semelhantes. Com destaque, a Estratégia 1, que desempenhou 61,6% de acertos na previsão de sinal, no horizonte ótimo  $h^* = 98$ , e exibiu retorno médio por operação de 13,5% ao ano. A Estratégia 3 também se sobressai: a taxa de retorno obtida por operação foi 20% ao ano, com prazo médio de 189,8 dias úteis;
- vi Para o índice SP&500, o modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> apresenta altas acurácias, entre 60% e 68,2%, dependendo da estratégia de investimentos utilizada. Já o *logit*-GARCH(1,1) oferece acurácias entre 47,9% e 72,3%, dependendo da estratégia. Cabe destacar, a Estratégia 1 identifica corretamente o horizonte de máxima acurácia de sinais. Ainda, no caso GARCH(1,1), a Estratégia 3 apresenta retorno de 9% ao ano por operação, o único retorno superior ao retorno esperado dentre as estratégias simuladas para o SP&500;
- vii Todas as estatísticas AD e ER para o índice SP&500 foram negativas, o que indica que tanto a previsão de sinais quanto os ex-



cessos de retorno não são significantes e superiores a um processo de atribuição aleatória de sinais para os eventos selecionados pelas estratégias.

Entre outras observações importantes, especialmente quanto aos resultados da Estratégia 2, os horizontes indicados pela taxa de informação ótima apresenta tamanhos intermediários — isto é, nem tão pequenos, como um dia à frente, nem tão grandes, como um ano à frente — e usualmente apresentam boas taxas de acurácia, como prevê a literatura. O mesmo não se observa para a Estratégia 1 aplicada às séries do par cambial real/dólar e do índice S&P500, cujos modelos, aparentemente, apresentam taxas de acurácia maiores com horizontes mais longos. Supõe-se que essas observações sejam resultados de propriedades da distribuição de retornos características das séries.

Embora sejam destacados os retornos elevados obtidos para a série do índice Ibovespa, associados a altas acurácias, as observadas para as simulações de carteira do SP&500 não são acompanhadas de retornos acima de  $\mu$ . A conclusão intuitiva é de que não basta prever corretamente os sinais para obter retornos positivos. Em especial se os sinais corretamente previstos resultarem em ganhos substancialmente menores do que as perdas decorrentes das previsões incorretas. Nesse sentido, o exemplo de Leitch e Tanner (1991) discutido na introdução pode ser criticado e, ao menos, argumentar que sua validade está condicionada a casos específicos. Distribuições distintas dos retornos dos eventos corretamente previstos em relação aos incorretamente previstos podem resultar em prejuízos, mesmo quando a taxa de acurácia direcional do modelo é bastante elevada.

Os resultados encontrados, aliados ao indicador de acurácia e a estatística ER, indicam que, ao menos para as séries do par cambial real/dólar e índice Ibovespa a modelagem testada pode ser utilizada na previsão cambial e na definição de estratégia de investimentos lucrativos, especialmente nos horizontes de 3 a 9 meses à frente.

Ademais, embora a Estratégia 1 não sirva para um investimento real, sua finalidade é de análise e, com ela e o desempenho da Estratégia 2, observou-se indícios empíricos de que a acurácia direcional é maior quando a taxa de informação se próxima mais de  $\pm 1,41$ . Em especial, para o caso SP&500, onde a Estratégia 1 identificou com precisão o horizonte de máxima acurácia, através desse critério.

Devido às exigências da modelagem empregada, é compreensível que bons retornos e acurácias não apresentem bons resultados para as estatísticas AD e ER, em especial para os casos das estratégias 2 e 3. Para essas estratégias, a seleção e avaliação dos sinais precisou ser rea-

lizada em duas etapas: primeiro, foi identificado um conjunto de sinais a serem utilizados na simulação de investimento; depois, foi avaliado se a acurácia e retornos obtidos por esses sinais selecionados têm desempenho estatisticamente diferente do caso de distribuição aleatória de sinais para os mesmos eventos. Essa abordagem não é incorreta, mas precisa ser interpretada com rigor técnico: a estatística AD e ER testam uma segunda seleção de sinais, em relação à aleatoriedade no sentido dessa segunda seleção de sinais. Uma sugestão que fica para futuros trabalhos é modificar as já estabelecidas estatísticas AD e ER, a fim de comparar essa segunda seleção com o caso aleatório aplicado sobre os eventos reais. Assim, é possível inferir com maior precisão a real superioridade dos modelos frente a um processo verdadeiramente aleatório.

Outra sugestão é o uso, em trabalhos futuros, de um teste de comparação de acurácia preditiva, como o teste DM (DIEBOLD; MARIANO, 2002), por exemplo, para verificar a significância estatística de um desempenho superior do modelo no horizonte ótimo em relação à seus pares.

Esses resultados, embora satisfatórios, tangem superficialmente as possibilidades da modelagem em questão. Diversos avanços podem ser realizados. Foi evidenciado empiricamente que diferentes modelos de volatilidade condicional respondem de maneira diferente a diferentes séries. Sabendo disso, repete-se a sugestão de Christoffersen e Diebold (2006a) de que a modelagem da assimetria e curtose condicionais, bem como o teste de outras modelagens para a volatilidade, tem muito a contribuir para a qualidade do modelo.

Um estudo mais profundo da dinâmica de otimização da equação de reatividade  $\mathfrak{R}^0$  proporcionaria maneiras de produzir uma estratégia de investimento mais acurada e, espera-se, com melhores retornos. Ainda, seria de especial interesse para investidores aplicar a modelagem proposta para o caso de um portfólio composto por dois ou mais títulos.

O volume de estimações realizadas para a mesma série sugere o uso de um teste do tipo *Reality Check* (WHITE, 2000) para verificar o efeito de *data snooping*. Dito isso, observa-se que a metodologia utilizada aparenta ser pouco suscetível a esse tipo de erro. Para a Estratégia 1, embora a simulação ótima analisada seja selecionada dentre 250 horizontes, o critério de seleção não depende diretamente da acurácia observada. As amostras para cada simulação são suficientemente grandes ( $> 1500$  observações) e os sinais escolhidos pelas estratégias de investimento são selecionados com critérios estritos, de maneira que a

probabilidade de um evento extremo acontecer torna-se bastante reduzida.

Em futuras implementações de uma estratégia de operação, é possível filtrar a qualidade dos resultados parametrizando o modelo para sinalizar compra ou venda apenas para eventos de alta probabilidade de sucesso. Vale relembrar: os resultados aqui apresentados decorrem de sinais de compra e venda sinalizados pelos modelos *logit* com 50% ou mais de probabilidade de acerto. É possível definir um fator de sensibilidade *threshold* de, por exemplo, 55% ou 60%, reduzindo o número de sinais, mas aumentando com facilidade a acurácia e retornos do modelo. Inclusive, na aplicação da Estratégia 2, que escolhe o horizonte  $h_t^*$  com base na taxa de informação. Assim, para futuras pesquisas, aliadas a estratégias de investimento mais complexas, é teoricamente possível atingir taxas de sucesso ainda mais satisfatórias com o uso da mesma modelagem.

Como sugestão final, espera-se que trabalhos futuros investiguem os indícios de que retornos associados a sinais corretamente previstos e não corretamente previstos podem apresentar distribuições distintas. Esse é um esforço que contribuiria significativamente com o arcabouço teórico e compreensão da relação não monotônica entre taxa de retorno e previsibilidade de sinal.



## REFERÊNCIAS

- ANATOLYEV, S.; GERKO, A. A trading approach to testing for predictability. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 23, n. 4, p. 455–461, 2005. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1198/073500104000000640>>.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of econometrics**, Elsevier, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986.
- BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. Arch modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence. **Journal of econometrics**, Elsevier, v. 52, n. 1, p. 5–59, 1992.
- BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R. F.; WOOLDRIDGE, J. M. A capital asset pricing model with time-varying covariances. **The Journal of Political Economy**, JSTOR, p. 116–131, 1988.
- BREEN, W.; GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R. Economic Significance of Predictable Variations in Stock Index Returns. **Journal of Finance**, v. 44, n. 5, p. 1177–89, December 1989. Disponível em: <<http://ideas.repec.org/a/bla/jfinan/v44y1989i5p1177-89.html>>.
- CHATFIELD, C. Model Uncertainty, Data Mining and Statistical Inference. **Journal of the Royal Statistical Society. Series A (Statistics in Society)**, Blackwell Publishing for the Royal Statistical Society, v. 158, n. 3, p. 419–466, 1995. ISSN 09641998. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2307/2983440>>.
- CHATFIELD, C. Model uncertainty and forecast accuracy. **Journal of Forecasting**, Wiley Online Library, v. 15, n. 7, p. 495–508, 1996.
- CHATFIELD, C. Model uncertainty. **Encyclopedia of Environmetrics**, Wiley Online Library, 2006.
- CHRISTOFFERSEN, P. F.; DIEBOLD, F. X. Financial asset returns, direction-of-change forecasting, and volatility dynamics. **Management Science**, v. 52, n. 8, p. 1273–1287, Agosto 2006. Disponível em: <<http://dblp.uni-trier.de/db/journals/mansci/mansci52.html#ChristoffersenD06>>.

CHRISTOFFERSEN, P. F.; DIEBOLD, F. X. Financial asset returns, direction-of-change forecasting, and volatility dynamics.

**Management Science**, v. 52, n. 8, Agosto 2006. Complemento Online. Disponível em:

<[http://www.informs.org/content/download/15809/182451/file/Christoffersen\\_Diebold\\_8\\_06EC1.pdf](http://www.informs.org/content/download/15809/182451/file/Christoffersen_Diebold_8_06EC1.pdf)>.

CICARELLI, J. A new method of evaluating the accuracy of economic forecasts. **Journal of Macroeconomics**, Elsevier, v. 4, n. 4, p. 469–475, 1982.

COWLES, A. Can stock market forecasters forecast? **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 309–324, 1933.

DIEBOLD, F. X.; MARIANO, R. S. Comparing predictive accuracy. **Journal of Business & economic statistics**, v. 20, n. 1, 2002.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 987–1007, 1982.

ENGLE, R. F.; LILIEN, D. M.; ROBINS, R. P. Estimating time varying risk premia in the term structure: The arch-m model. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 391–407, 1987. Disponível em: <<http://EconPapers.repec.org/RePEc:ecm:emetrp:v:55:y:1987:i:2:p:391-407>>.

FAMA, E. F. Random walks in stock market prices. **Financial Analysts Journal**, The Financial Analysts Federation, p. 55–59, 1965.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: Ii. **The journal of finance**, Wiley Online Library, v. 46, n. 5, p. 1575–1617, 1991.

FRENCH, K. R.; SCHWERT, G. W.; STAMBAUGH, R. F. Expected stock returns and volatility. **Journal of financial Economics**, Elsevier, v. 19, n. 1, p. 3–29, 1987.

GENÇAY, R. Optimization of technical trading strategies and the profitability in security markets. **Economics Letters**, Elsevier, v. 59, n. 2, p. 249–254, 1998.

GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **The journal of finance**, Wiley Online Library, v. 48, n. 5, p. 1779–1801, 1993.

GROSSMAN, S. J.; STIGLITZ, J. E. On the impossibility of informationally efficient markets. **The American economic review**, JSTOR, p. 393–408, 1980.

HANSEN, P. R.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a garch (1, 1)? **Journal of applied econometrics**, Wiley Online Library, v. 20, n. 7, p. 873–889, 2005. Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jae.800/pdf>.

JENSEN, M. C. Some anomalous evidence regarding market efficiency. **Journal of financial economics**, Elsevier, v. 6, n. 2, p. 95–101, 1978.

JP Morgan. **Riskmetrics: technical document**. [S.l.]: Morgan Guaranty Trust Company of New York, 1996.

KUAN, C.-M.; LIU, T. Forecasting exchange rates using feedforward and recurrent neural networks. **Journal of Applied Econometrics**, Wiley Online Library, v. 10, n. 4, p. 347–364, 1995.

LEITCH, G.; TANNER, J. E. Economic Forecast Evaluation: Profits versus the Conventional Error Measures. **American Economic Review**, v. 81, n. 3, p. 580–90, June 1991. Disponível em: <http://ideas.repec.org/a/aea/aecrev/v81y1991i3p580-90.html>.

LEVICH, R. M. **International financial markets**. [S.l.]: McGraw-Hill/Irwin, 2001.

PESARAN, M. H.; TIMMERMANN, A. A simple nonparametric test of predictive performance. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 10, n. 4, p. 461–465, Outubro 1992. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/1391822>.

PESARAN, M. H.; TIMMERMANN, A. Predictability of stock returns: Robustness and economic significance. **The Journal of Finance**, Wiley Online Library, v. 50, n. 4, p. 1201–1228, 1995.

PESARAN, M. H.; TIMMERMANN, A. How costly is it to ignore breaks when forecasting the direction of a time series? **International Journal of Forecasting**, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 411–425, 2004.

WAGNER, J. C.; SHELLANS, S.; PAUL, R. Market timing works where it matters most... in the real world. **The Journal of Portfolio Management**, Institutional Investor Journals, v. 18, n. 4, p. 86–90, 1992.

WHITE, H. A reality check for data snooping. **Econometrica**, Wiley Online Library, v. 68, n. 5, p. 1097–1126, 2000.

WOMACK, K. L. Do brokerage analysts' recommendations have investment value? **The Journal of Finance**, Wiley Online Library, v. 51, n. 1, p. 137–167, 1996.



**APÊNDICE A - Série real/dólar — Resultados tabulados  
das previsões de sinal *logit* para horizontes selecionados**



Tabela 10: Série real/dólar — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal *logit*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Médias entre diversos horizontes <math>h</math></b>		
Acurácia média	0,551	0,539
Média de sinais	2142,5	2142,5
Média de $r^{\mu,a}$	-0,016	-0,026
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia máxima</b>		
$h$	152,000	138,000
Acurácia	0,64421	0,60665
Número de sinais	2063	2105
$r^{\mu,a}$	0,012	-0,012
ER ( $p$ -valor)	3,965(0,000)	-2,356(0,018)
AD ( $p$ -valor)	9,783(0,000)	1,718(0,086)
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia mínima</b>		
$h$	250	245
Acurácia	0,415	0,472
Número de sinais	1769	1784
$r^{\mu,a}$	-0,039	-0,024
ER ( $p$ -valor)	-11,449(0,000)	-6,490(0,000)
AD ( $p$ -valor)	-14,004(0,000)	-9,786(0,000)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 1</math></b>		
Acurácia	0,508	0,507
Número de sinais	2516	2516
$r^{\mu,a}$	-0,029	-0,044
ER ( $p$ -valor)	-1,047(0,295)	-1,423(0,155)
AD ( $p$ -valor)	-1,582(0,114)	-1,540(0,123)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 5</math></b>		
Acurácia	0,520	0,520
Número de sinais	2504	2504
$r^{\mu,a}$	-0,014	-0,022
ER ( $p$ -valor)	-1,153(0,249)	-1,713(0,087)
AD ( $p$ -valor)	-1,711(0,087)	-1,989(0,047)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 20</math></b>		
Acurácia	0,538	0,532
Número de sinais	2459	2459
$r^{\mu,a}$	-0,029	-0,042
ER ( $p$ -valor)	-3,596(0,000)	-6,190(0,000)
AD ( $p$ -valor)	-1,098(0,272)	-5,079(0,000)

*Continua na próxima página*

Tabela 10 – *Continuação da página anterior*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com ER máxima</b>		
$h$	214	210
Acurácia	0,609	0,548
Número de sinais	1877	1889
$r^{\mu,a}$	0,012	-0,007
ER ( $p$ -valor)	6,967(0,000)	1,499(0,134)
AD ( $p$ -valor)	8,750(0,000)	-0,189(0,850)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com AD máxima</b>		
$h$	153	153
Acurácia	0,643	0,593
Número de sinais	2060	2060
$r^{\mu,a}$	0,014	-0,009
ER ( $p$ -valor)	4,188(0,000)	-0,366(0,715)
AD ( $p$ -valor)	9,906(0,000)	1,989(0,047)

*Notas: A tabela reúne os resultados e observações relevantes para dois modelos aplicados à série do par cambial real/dólar recortada em um período de 15 anos, de 1999 até 2014: um modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> e um *logit-GARCH*(1,1). Para um conjunto de horizontes  $h$  selecionados são informados a taxa de acurácia, o número de sinais fornecidos pelo modelo, a estatística AD, a estatística ER, e a taxa de retorno  $r^{\mu,a}$ . Retornos e acurácias são exibidos em taxas.*

**APÊNDICE B – Série índice Ibovespa — Resultados  
tabulados das previsões de sinal *logit* para horizontes  
selecionados**



Tabela 11: Série índice Ibovespa — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal *logit*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Médias entre diversos horizontes <math>h</math></b>		
Acurácia média	0,618	0,592
Média de sinais	2087,5	2087,5
Média de $r^{\mu,a}$	0,133	0,123
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia máxima</b>		
$h$	160,000	50,000
Acurácia	0,7001	0,64477
Número de sinais	1984	2314
$r^{\mu,a}$	0,163	0,161
ER ( $p$ -valor)	11,716(0,000)	6,721(0,000)
AD ( $p$ -valor)	18,487(0,000)	8,986(0,000)
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia mínima</b>		
$h$	219	247
Acurácia	0,520	0,505
Número de sinais	1807	1723
$r^{\mu,a}$	0,056	0,085
ER ( $p$ -valor)	-5,383(0,000)	-1,394(0,163)
AD ( $p$ -valor)	-3,577(0,000)	-4,938(0,000)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 1</math></b>		
Acurácia	0,531	0,527
Número de sinais	2461	2461
$r^{\mu,a}$	0,184	0,144
ER ( $p$ -valor)	1,379(0,168)	0,536(0,592)
AD ( $p$ -valor)	1,860(0,063)	0,927(0,354)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 5</math></b>		
Acurácia	0,554	0,556
Número de sinais	2449	2449
$r^{\mu,a}$	0,080	0,112
ER ( $p$ -valor)	-0,192(0,848)	0,176(0,861)
AD ( $p$ -valor)	2,870(0,004)	2,905(0,004)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 20</math></b>		
Acurácia	0,582	0,565
Número de sinais	2404	2404
$r^{\mu,a}$	0,160	0,114
ER ( $p$ -valor)	5,440(0,000)	1,413(0,158)
AD ( $p$ -valor)	5,517(0,000)	2,539(0,011)

*Continua na próxima página*

Tabela 11 – *Continuação da página anterior*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com ER máxima</b>		
$h$	160	121
Acurácia	0,700	0,637
Número de sinais	1984	2101
$r^{\mu,a}$	0,163	0,163
ER ( $p$ -valor)	11,716(0,000)	9,734(0,000)
AD ( $p$ -valor)	18,487(0,000)	11,776(0,000)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com AD máxima</b>		
$h$	160	137
Acurácia	0,700	0,641
Número de sinais	1984	2053
$r^{\mu,a}$	0,163	0,159
ER ( $p$ -valor)	11,716(0,000)	9,291(0,000)
AD ( $p$ -valor)	18,487(0,000)	12,515(0,000)

*Notas: A tabela reúne os resultados e observações relevantes para dois modelos aplicados à série do índice Ibovespa recortada em um período de 15 anos, de 1999 até 2014: um modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> e um *logit-GARCH*(1,1). Para um conjunto de horizontes  $h$  selecionados são informados a taxa de acurácia, o número de sinais fornecidos pelo modelo, a estatística AD, a estatística ER, e a taxa de retorno  $r^{\mu,a}$ . Retornos e acurácias são exibidos em taxas.*



**APÊNDICE C - Série índice SP&500 — Resultados  
tabulados das previsões de sinal *logit* para horizontes  
selecionados**



Tabela 12: Série índice SP&500 — Resultados analisados por horizonte das previsões de sinal *logit*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Médias entre diversos horizontes <math>h</math></b>		
Acurácia média	0,585	0,585
Média de sinais	2147,5	2147,5
Média de $r^{\mu,a}$	0,026	0,012
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia máxima</b>		
$h$	204,000	250,000
Acurácia	0,68096	0,72266
Número de sinais	1912	1774
$r^{\mu,a}$	0,045	0,055
ER ( $p$ -valor)	-3,750(0,000)	-1,232(0,218)
AD ( $p$ -valor)	-3,729(0,000)	-2,118(0,034)
<b>Resultados para horizonte <math>h</math> com acurácia mínima</b>		
$h$	39	75
Acurácia	0,530	0,490
Número de sinais	2407	2299
$r^{\mu,a}$	-0,017	-0,040
ER ( $p$ -valor)	-7,386(0,000)	-13,298(0,000)
AD ( $p$ -valor)	-6,012(0,000)	-11,221(0,000)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 1</math></b>		
Acurácia	0,545	0,543
Número de sinais	2521	2521
$r^{\mu,a}$	0,047	0,027
ER ( $p$ -valor)	-0,718(0,473)	-0,974(0,330)
AD ( $p$ -valor)	-0,126(0,900)	0,167(0,867)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 5</math></b>		
Acurácia	0,559	0,561
Número de sinais	2509	2509
$r^{\mu,a}$	0,050	0,063
ER ( $p$ -valor)	0,290(0,772)	0,918(0,359)
AD ( $p$ -valor)	1,791(0,073)	1,847(0,065)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h = 20</math></b>		
Acurácia	0,575	0,612
Número de sinais	2464	2464
$r^{\mu,a}$	-0,005	0,040
ER ( $p$ -valor)	-4,094(0,000)	-1,314(0,189)
AD ( $p$ -valor)	0,097(0,923)	1,216(0,224)

*Continua na próxima página*

Tabela 12 – *Continuação da página anterior*

Item	<i>Logit-RiskMetrics</i> <sup>TM</sup>	<i>Logit-GARCH</i> (1,1)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com ER máxima</b>		
$h$	105	9
Acurácia	0,583	0,577
Número de sinais	2209	2497
$r^{\mu,a}$	0,058	0,061
ER ( $p$ -valor)	4,890(0,000)	1,389(0,165)
AD ( $p$ -valor)	-1,613(0,107)	1,486(0,137)
<b>Resultados observados para o horizonte <math>h</math> com AD máxima</b>		
$h$	23	12
Acurácia	0,596	0,571
Número de sinais	2455	2488
$r^{\mu,a}$	0,019	0,034
ER ( $p$ -valor)	-1,778(0,075)	-0,092(0,927)
AD ( $p$ -valor)	2,509(0,012)	2,144(0,032)

*Notas: A tabela reúne os resultados e observações relevantes para dois modelos aplicados à série do índice SPÉ500 recortada em um período de 15 anos, de 1999 até 2014: um modelo *logit-RiskMetrics*<sup>TM</sup> e um *logit-GARCH*(1,1). Para um conjunto de horizontes  $h$  selecionados são informados a taxa de acurácia, o número de sinais fornecidos pelo modelo, a estatística AD, a estatística ER, e a taxa de retorno  $r^{\mu,a}$ . Retornos e acurácias são exibidos em taxas.*