EDIL

ANTÔNIO MARMO DE OLIVEIRA

mate-mática

TERCEIRA SÉRIE
GINASIAL

ENSINO PROGRAMADO

Êste livro foi organizado de conformidade com o chamado *ensino programado*, que parte do princípio de que a aprendizagem é mais eficiente quando o aluno estuda um assunto *em pequenas doses*. Cada programa é, calculadamente, dosado para que seja assimilado de modo fácil.

Outros princípios do *ensino programado* marcam, ainda, todos os capítulos desta obra, como sejam:

A *resposta ativa*, pela qual o aluno aplica de pronto o que aprendeu, por ter melhor assimilado a teoria.

A *avaliação imediata* das respostas que permite aqüilatar a rapidez da aprendizagem.

Os princípios de *velocidade própria* e *verificação de aprendizagem* que possibilitam uma adaptação do grau de conhecimento de cada aluno, uma revisão e um aperfeiçoamento constante do programa.

Tôdas estas condições fazem com que a *Matemática Moderna — Curso Programado* seja um livro ideal para o estudante de matemática.

O Professor Antônio Marmo de Oliveira é engenheiro civil e catedrático de Álgebra Moderna da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Taubaté e de Matemática Moderna do Instituto de Educação Monteiro Lobato, da mesma cidade. Foi laureado com o "Prêmio Esso de Ciências" por um trabalho sôbre "Teoria das Rotações".

O professor Antônio Marmo de Oliveira, em colaboração com o Professor Agostinho Silva, é autor da LISA-Biblioteca de Matemática Moderna, publicada pela LISA-Livros Irradiantes S. A.

MATEMÁTICA MODERNA

ANTÔNIO MARMO DE OLIVEIRA
Engenheiro Civil; Professor de Álgebra Moderna na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Taubaté e de Matemática no Instituto de Educação Monteiro Lobato, em Taubaté.

MATEMÁTICA MODERNA

3.ª SÉRIE GINASIAL

EDITÔRA DIDÁTICA IRRADIANTE S.A.

EDITÔRA DIDÁTICA IRRADIANTE S. A.
Rua Diogo Vaz, 291 — Cambuci
Tels. 278-2488 - 278-0015 - 278-0085
SÃO PAULO — BRASIL — 1969

ENSINO PROGRAMADO

Êste livro usa o denominado ENSINO PROGRAMADO.

Recentes descobertas da Psicologia da Aprendizagem vieram mostrar que, se o material de ensino fôr cuidadosamente preparado, o aluno aprenderá melhor um assunto, cometendo poucos erros.

A aprendizagem programada tem como base o princípio de que a aprendizagem é mais eficiente quando o aluno estuda *em pequenas doses* (Princípio das Pequenas Doses).

Um programa é constituído por uma coleção de pequenas unidades fáceis de ser aprendidas.

Além do Princípio das Pequenas Doses, a aprendizagem programada têm como base os seguintes princípios: Da Resposta Ativa, da Avaliação Imediata, da Velocidade Própria e da Verificação da Aprendizagem.

Quando o aluno aprende fazendo, dizemos que êle está aprendendo mediante o Princípio da Resposta Ativa (o aluno aprende melhor, se êle aplica imediatamente o que aprendeu).

Um aluno que pode avaliar imediatamente os resultados de sua aprendizagem, provàvelmente aprenderá muito mais depressa que aquêle que espera um longo tempo para poder fazer tal avaliação. É nesse fato que se baseia o Princípio da Avaliação Imediata.

Sabemos que as nossas classes, principalmente as primeiras séries, são compostas de alunos com os mais diversificados graus de conhecimento, sendo, portanto, completamente heterogêneas.

Se a velocidade com que é dada uma matéria é muito rápida, diversos alunos deixarão de aprender.

Na aprendizagem programada, cada aluno pode aprender com a velocidade que lhe convier. Êste é o Princípio da Velocidade Própria.

É no Princípio da Verificação da Aprendizagem que o professor encontrará uma eficiente avaliação do seu programa. Em outras palavras: o *Princípio da Verificação da Aprendizagem* permite a revisão e o aperfeiçoamento dos programas.

COMO USAR ÊSTE LIVRO

Caro leitor, como você já percebeu, um material de aprendizagem programada tem várias características.

O programa é apresentado por meio de uma série de pequenas doses, preparadas cuidadosamente, a que chamaremos *estágios*. (Não confunda aprendizagem programada com teste).

Em freqüentes intervalos você terá que escrever uma resposta (no lugar reservado para isso).

Logo em seguida você receberá a resposta certa e a ligação com os *estágios* anteriores.

Siga as seguintes instruções e terá, temos certeza, pleno êxito nos seus estudos:

1.º) cubra as respostas, que se acham abaixo de cada *estágio*, com uma tira de papel, de modo que sòmente a pergunta seja visível;

2.º) leia cuidadosamente cada *estágio*. Não escreva sua resposta sem antes ter lido completamente o mesmo.

3.º) em seguida escreva (ou assinale) a responta nos intervalos reservados para isso;

4.º) agora deslize a tira de papel, de modo que a resposta se torne visível;

5.º) verifique a sua resposta. Se você respondeu corretamente, passe para o próximo *estágio* e repita as instruções anteriores;

6.º) se a sua resposta não foi correta, tente descobrir por que. Só depois de ter descoberto a causa é que você deve passar à frente.

(*a*) Deodoro da Fonseca; (*b*) Floriano Peixoto; (*c*) Costa e Silva.

Resp: (*a*) *Deodoro da Fonseca.*

2.º) — O número 8 é um número: ....

(*a*) ímpar; (*b*) par; (*c*) primo

Resp: (*b*) *par.*

UNIDADES

Unidade I — Números Reais

Unidade II — Geometria

Unidade I — Números Reais

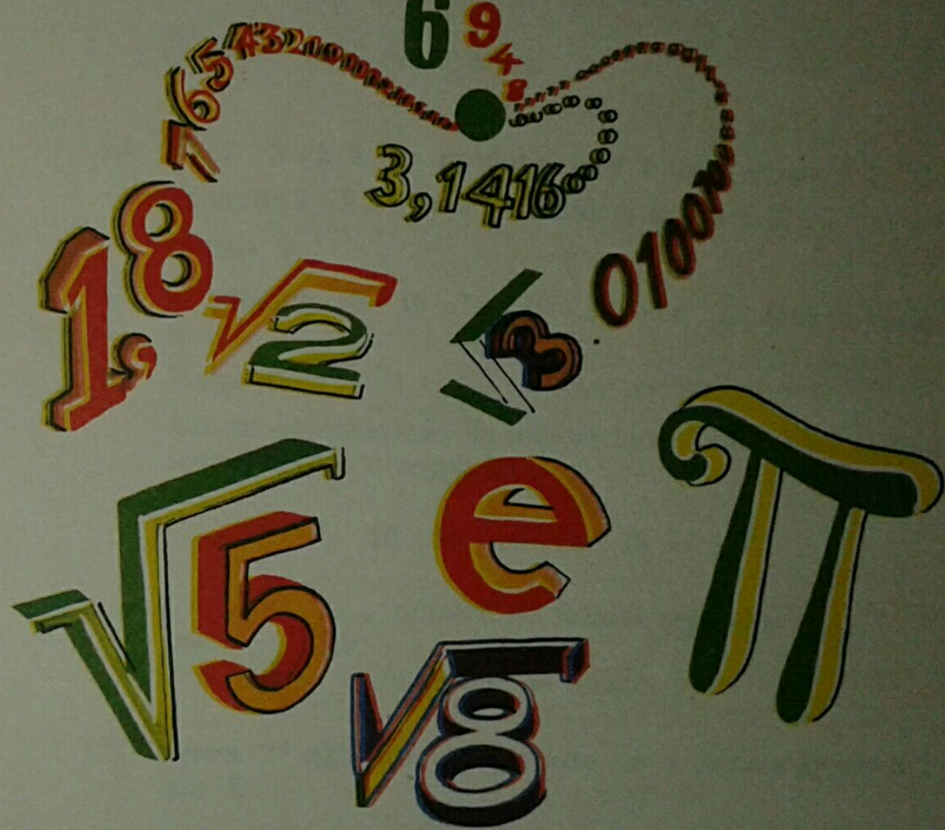
Unidade II — Geometria

UNIDADE — I

NÚMEROS REAIS

Capítulos

NÚMEROS REAIS



UNIDADE I

NÚMEROS REAIS

I - POTENCIAÇÃO

1 — Potência de um Número

1.1 $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ é um produto de 4 fatôres iguais a 2. O produto $2 \cdot 2 \cdot 2$ tem .... fatôres iguais a 2.

Resp.: 3

1.2 O produto $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ tem .... fatôres iguais a 10.

Resp.: 5

Um modo abreviado de indicar um produto de 5 fatôres iguais a 10 é o seguinte:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5$$

↙ número de fatôres repetidos

onde 10^5

↖ fator que se repete

1.3 Assim 2^4 significa um produto de 4 fatôres iguais a 2, isto é,

$$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Do mesmo modo 2^3 significa um produto de .... fatôres iguais a 2, isto é,

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Resp.: 3

1.4 10^6 significa um produto de ...... fatôres iguais a 10, isto é:

$$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Resp.: 6

1.5 10^7 significa um produto de ...... fatôres iguais a ...., isto é:

$$10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$$

Resp.: 7, 10

1.6 3^8 significa um produto de 8 fatôres iguais a 3, isto é,

$$3^8 = \text{..............................}$$

Resp.: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

1.7 3^7 significa um produto de ...... fatôres iguais a ......, isto é:

$$3^7 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Resp.: 7, 3

1.8 3^5 significa um produto de ...... fatôres iguais a ......, isto é:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Resp.: 5, 3

1.9 1^5 significa um produto de ...... fatôres iguais a ......, isto é:

$$1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$$

Resp.: 5, 1

3^5 se lê potência de base 3 e expoente 5

↙ expoente
3^5
↖ base

1.10 Na potência 10^4, 10 é a base e ...... é o expoente

Resp.: 4

1.11 Na potência 2^8, 2 é a .... e 8 é o expoente.

Resp.: base

1.12 Na potência 3^5, 3 é a .... e 5 é o ....

Resp.: base, expoente.

1.13 4^2 significa um produto de 2 fatôres iguais a 4, onde 4 é a base e 2 é o ....

Resp.: expoente

1.14 O expoente indica quantas vêzes devemos repetir a base. Assim em 4^3, o expoente ...... indica que devemos repetir a base 4, três vêzes.

Resp.: 3

1.15 $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ significa um produto de 5 fatôres iguais a $\frac{3}{2}$, isto é:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

1.16 Na potência $\left(\frac{3}{2}\right)^5$ o racional $\frac{3}{2}$ é a .... e 5 é o ....

Resp.: base, expoente.

1.17 $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ significa um produto de 4 fatôres iguais a $\frac{1}{2}$, isto é:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \text{..............................}$$

Resp.: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

1.18 Em $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ a base é ...... e o expoente é ......

Resp.: $\frac{1}{2}$, 4

Se $a \in Q$ e $n \in Z^+$, então a potência n de a é o número relativo a^n que pode ser calculado por:

$$\underbrace{a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots\ldots\ldots a}_{n \text{ fatôres}}$$

Em outras palavras a^n é um produto de n fatôres, iguais a a. São também válidas as convenções:

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

1.19 Assim $(-2)^2 = (-3) \cdot (-3) =$ ......

Resp.: $(+9)$

1.20 $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) =$ ......

Resp.: $-\frac{1}{8}$

1.21 $(+7)^3 =$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $= 343$

Resp.: $(+7)^3 = (+7) \cdot (+7) \cdot (+7) = 343$

1.22 $(-3)^1 =$ ......

Resp.: -3

1.23 $(-8)^0 =$ ......

Resp.: 1

1.24 $(-1)^5 =$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $=$ ......

Resp.: -1

1.25 $(-1)^4 =$ .... $=$ ......

Resp.: $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = +1$

1.26 $(-1)^9 =$ .... $=$ ......

Resp.: $(-1)^9 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

1.27 $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) =$ ......

Resp.: $-\frac{27}{8}$

1.28 $\left(+\frac{5}{7}\right)^0 =$ ......

Resp.: $+1$

1.29 $\left(-\frac{5}{7}\right)^1 =$ ......

Resp.: $-\frac{5}{7}$

1.30 $(-0{,}2)^3 =$ .... $=$ ......

Resp.: $(-0{,}2) = (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) = -0{,}008$

2 — Operações com Potências

2.1 $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$ e $5^4 =$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ......

Resp.: 5, 5, 5, 5

2.2 $5^7 =$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ...... $\cdot$ ......

Resp.: 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

2.3 $5^3 \cdot 5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{3 \text{ fatôres}} \cdot \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{4 \text{ fatôres}} =$

$= \underbrace{\ldots \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \ldots \cdot \ldots}_{7 \text{ fatôres}}$

Resp.: 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

2.4 $5^3 \cdot 5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{7 \text{ fatôres}} = \ldots$

Resp.: 5^7

2.5 Como $7 = 3 + 4$, teremos $5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4} = \ldots$

Resp.: 5^7

Você acabou de ver que $5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4}$

2.6 Do mesmo modo $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ pois

$$2^3 \cdot 2^2 = \underbrace{\ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots}_{5 \text{ fatôres}} = 2^5$$

Resp.: 2, 2, 2, 2, 2

De um modo geral

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2.7 Assim $2^3 \cdot 2^7 = 2^{3+\ldots} = 2^{10}$

Resp.: 7

2.8 $3^2 \cdot 3^6 = 3^{\ldots + \ldots} = 3^8$

Resp.: 2, 6

2.9 $a^5 \cdot a^7 = \ldots\ldots = a^{12}$

Resp.: a^{5+7}

2.10 $x^3 \cdot x^4 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: x^{3+4}, x^7

2.11 $x^8 \cdot x^6 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$.

Resp.: x^{8+6}, x^{14}

2.12 $7^1 \cdot 7^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: 7^{1+3}, 7^4

2.13 $7^0 \cdot 7^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: 7^{0+3}, 7^3

Observe que $7^0 \cdot 7^3 = 7^{0+3} = 7^3$

Em outras palavras 7^0 funcionou como *elemento neutro da multiplicação*, que é o número 1.

Portanto $7^0 = 1$.

2.14 $8^0 \cdot 8^5 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: 8^{0+5}, 8^5

2.15 $a^0 \cdot a^6 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: a^{0+6}, a^6

2.16 $a^0 \cdot a^m = \ldots\ldots = a^m$

Resp.: a^{0+m}

2.17 $a^2 \cdot a^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$

Resp.: a^{2+3}, a^5

2.18 $a^2 \cdot \ldots\ldots = a^5$

Resp.: a^3

Você acabou de resolver o seguinte problema: Achar uma potência do número a que multiplicado por a^2 é igual a a^5. Êsse problema nada mais é do que o problema da *divisão*, ou seja:

$$a^5 = a^3 \cdot a^2 \Longleftrightarrow a^3 = a^5 \div a^2$$

2.19 Realmente, para todo número $a \neq 0$ teremos que:

$$a^5 \div a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a \cdot a}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a \cdot a \cdot a = \ldots\ldots$$

Resp.: a^3

2.20 Do mesmo modo, para $a \neq 0$, teremos que:

$$a^7 \div a^3 = \frac{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{\cancel{a} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a \cdot a \cdot a \cdot a = \text{......}$$

Resp.: a^4

2.21 Observemos que:

$$a^5 \div a^2 = a^{5-2} = a^3$$
$$a^7 \div a^3 = a^{7-3} = a^4$$
$$a^6 \div a^4 = a^{6-4} = \text{......}$$

Resp.: a^2

De modo geral, para todo número $a \neq 0$, teremos que:

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

2.22 Assim $a^{10} \div a^4 = a^{10-4} =$ ......

Resp.: a^6

2.23 $5^7 \div 5^4 = 5^{7-4} =$ ......

Resp.: 5^3

2.24 $2^8 \div 2^3 = 2^{8-3} =$ ......

Resp.: 2^5

2.25 $2^9 \div 2^3 = 2^{\text{......} - \text{......}} = 2^6$

Resp.: 9, 3

2.26 $7^4 \div 7^2 =$ .... $=$ ......

Resp.: 7^{4-2}, 7^2

2.27 $7^8 \div 7^0 = 7^{8-0} =$ ......

Resp.: 7^8

2.28 $(0,5)^3 \div (0,5)^1 =$ .... $=$ ....

Resp.: $(0,5)^{3-1}$, $(0,5)^2$

2.29 $\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \left(\frac{3}{4}\right)^{8-6} =$ ....

Resp.: $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

2.30 $(-5)^8 \div (-5)^2 =$ .... $=$ ....

Resp.: $(-5)^{8-2}$, $(-5)^6$

3 — Exercícios

3.1 Efetuar

(a) $3^4 \div 3^2$

(b) $8^7 \cdot 8^3$

(c) $10^4 \cdot 10^3$

(d) $(-5)^2 \cdot (-5)^4$

(e) $(-2)^{10} \div (-2)^3$

(f) $(-5)^{13} \div (-5)^{13}$

(g) $(0,2)^6 \div (0,2)^2$

(h) $\left(\frac{1}{4}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6$

(i) $\left(\frac{1}{4}\right)^8 \div \left(\frac{1}{4}\right)^6$

(j) $y^{10} \div y^4$

Resp.:

(a) 3^2

(b) 8^{10}

(c) 10^7

(d) $(-5)^6$

(e) $(-2)^7$

(f) $(-5)^0 = 1$

(g) $(0,2)^4$

(h) $\left(\frac{1}{4}\right)^{14}$

(i) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

(j) y^6

3.2 Calcular $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2 \cdot 2^5$

Resp.: 2^{13}

3.3 Verificar se $4^2 \cdot 4^3 = 4^3 \cdot 4^2$

Solução

Realmente

$$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^{3+2} = 4^3 \cdot 4^2$$

3.4 Verificar se $a^m \cdot a^n = a^n \cdot a^m$

Solução:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} = a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

3.5 A multiplicação de potências de mesma base é comutativa?

Resp.: Sim, pois $a^m \cdot a^n = a^n \cdot a^m$

3.6 Verificar se $(8^2 \cdot 8^4) \cdot 8^6 = 8^2 \cdot (8^4 \cdot 8^6)$

Resp.: Sim

3.7 Verificar se $(a^m \cdot a^n) \cdot a^p = a^m \cdot (a^n \cdot a^p)$

Solução:

$$(a^m \cdot a^n) \cdot a^p = (a^{m+n}) \cdot a^p = a^{m+n+p}$$
$$a^m \cdot (a^n \cdot a^p) = a^m \cdot (a^{n+p}) = a^{m+n+p}$$

Portanto:

$$(a^m \cdot a^n) \cdot a^p = a^m \cdot (a^n \cdot a^p)$$

3.8 A multiplicação de potências de mesma base, é associativa?

Resp.: Sim

3.9 Qual é o elemento neutro da multiplicação de potências de mesma base?

Resp.: a^0

3.10 Calcular $x^3 \cdot y^2 \cdot x^5 \cdot y$

Resp.: $x^{3+5} \cdot y^{2+1} = x^8 \cdot y^3$

3.11 Calcular $(x^8 \cdot y^7) \div (x^5 \cdot y^5)$

Solução:

$$(x^8 \cdot y^7) \div (x^5 \cdot y^5) = (x^8 \div x^5) \cdot (y^7 \div y^5)$$
$$= x^{8-5} \cdot y^{7-5} = x^3 \cdot y^2$$

3.12 Calcular $\dfrac{x^8 \cdot y^5 \cdot w^7}{x^5 \cdot y \cdot w^2}$

Solução:

$$\frac{x^8 \cdot y^5 \cdot w^7}{x^5 \cdot y^5 \cdot w^2} = x^{8-5} \cdot y^{5-1} \cdot w^{7-2} = x^3 \cdot y^4 \cdot w^5$$

3.13 Calcular $\dfrac{x^7 \cdot y^{10} \cdot w^6}{x^7 \cdot y^6 \cdot w^4}$

Resp.: $x^0 \cdot y^4 w^2 = y^4 w^2$

3.14 Calcular $\dfrac{a^{10} \cdot b^8 \cdot c^{15}}{c^{10} \cdot a^9 \cdot b^3}$

Resp.: $a^{10-9} \cdot b^{8-3} \cdot c^{15 \cdot 10} = a^1 \cdot b^5 \cdot c^5 = a \cdot b^5 \cdot c^6$

3.15 Calcular $\dfrac{7^5 \cdot 4^2 \cdot 3^6 \cdot 2}{7^3 \cdot 4 \cdot 3^3}$

Resp.: $7^2 \cdot 4 \cdot 3^3 \cdot 2$

3.16 Calcular $(x^3)^4$

Solução:

Façamos $x^3 = y$ então

$$(x^3)^4 = y^4 = y \cdot y \cdot y \cdot y = x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot x^3$$

Portanto

$$(x^3)^4 = x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 \cdot x^3 = x^{3+3+3+3} = x^{12}$$

Observemos que $3 \cdot 4 = 12$ e portanto

$$(x^3)^4 = x^{3 \cdot 4} = x^{12}$$

Ou seja, para elevarmos uma potência a uma outra potência, devemos multiplicar os expoentes.

3.17 Calcular $(x^2)^5$

Solução:

$$(x^2)^5 = x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = x^{2+2+2+2+2} = x^{10}$$

Ou simplesmente

$$(x^2)^5 = x^{2 \cdot 5} = x^{10}$$

3.18 Calcular $(x^3)^6$

Resp.: x^{18}

3.19 Calcular $(x^5)^4$

Resp.: x^{20}

3.20 Mostre que se m e n são inteiros positivos então $(a^m)^n = a^{m.n}$

3.21 Simplifique a fração $\dfrac{7^4}{7^5} = \dfrac{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}$

Resp.: $\dfrac{1}{7}$

3.22 Escreva o quociente de $\dfrac{7^4}{7^5}$ na forma de uma potência de base 7.

Solução:

$$\frac{7^4}{7^5} = 7^4 \div 7^5 = 7^{4-5}$$

Como

$$4 - 5 = -1 \text{ teremos}$$

$$\frac{7^4}{7^5} = 7^{4-5} = 7^{-1}$$

Observemos que pelo exercício anterior (3,21) $\dfrac{7^4}{7^5} = \dfrac{1}{7}$, portanto:

$$\frac{1}{7} = 7^{-1}$$

3.23 Mostre que $\dfrac{a^4}{a^5} = \dfrac{1}{a} = a^{-1}$

Solução:

$$\frac{a^4}{a^5} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a} = \frac{1}{a}$$

Por sua vez

$$\frac{a^4}{a^5} = a^4 \div a^5 = a^{4-5} = a^{-1}$$

Portanto

$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$

3.24 Aplicando a fórmula $\dfrac{1}{a} = a^{-1}$, escreva na forma de expoente negativo os seguintes números:

(a) $\dfrac{1}{8}$ (d) $\dfrac{1}{5}$

(b) $\dfrac{1}{9}$ (e) $\dfrac{1}{3}$

(c) $\dfrac{1}{10}$ (f) $\dfrac{1}{100}$

Resp.: (a) 8^{-1} (d) 5^{-1}

(b) 9^{-1} (e) 3^{-1}

(c) 10^{-1} (f) 100^{-1}

3.25 Mostre que $\dfrac{1}{100} = 10^{-2}$

Solução:

$$\frac{1}{100} = 100^{-1}$$

Como $100 = 10 \cdot 10 = 10^2$ teremos

$$\frac{1}{100} = 100^{-1} = (10^2)^{-1} = 10^{2.(-1)} = 10^{-2}$$

Ou seja

$$\frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

3.26 Mostre, calculando $\dfrac{a^3}{a^5}$ que $\dfrac{1}{a^2} = a^{-2}$ para todo $a \neq 0$

Sugestão:

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2} \quad \text{e} \quad \frac{a^3}{a^5} = a^{3-5}$$

3.27 Usando a fórmula $\dfrac{1}{a^2} = a^{-2}$ escreva os seguintes números na forma de expoente negativo:

(a) $\frac{1}{8^2}$ (d) $\frac{1}{6^2}$

(b) $\frac{1}{9^2}$ (e) $\frac{1}{30^2}$

(c) $\frac{1}{5^2}$ (f) $\frac{1}{x^2}$

Resp.:

(a) 8^{-2} (d) 6^{-2}

(b) 9^{-2} (e) 30^{-2}

(c) 5^{-2} (f) x^{-2}

3.28 Verifique se $\frac{2}{x} = 2 \cdot x^{-1}$

Sugestão:

$$\frac{2}{x} = 2 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)$$

3.29 Verifique se $\frac{1}{a^3} = a^{-3}$ $(a \neq 0)$

3.30 Idem para $\frac{1}{a^4} = a^{-4}$

3.31 Idem para $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

4 — Extensão do conceito de potência

Nos programas anteriores vimos que para todo número racional $a \neq 0$ são válidas as seguintes fórmulas:

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(3) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Nessas fórmulas m e n são números *inteiros relativos*.
Faremos aqui uma extensão do conceito de potência, considerando que as fórmulas (1) (2) e (3) dadas acima, são válidas para expoentes racionais.

4.1 Assim $a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{4}{5}} = a^{\frac{3}{5}+\frac{4}{5}} = a^{\frac{7}{5}}$

Do mesmo modo $a^{\frac{2}{5}} \cdot a^{\frac{6}{5}} = a^{\frac{2}{5}+\frac{6}{5}} =$ ....

Resp.: $a^{\frac{8}{5}}$

4.2 $6^{\frac{3}{4}} \cdot 6^{\frac{7}{4}} = 6^{\frac{3}{4}+\frac{7}{4}} =$ ....

Resp.: $6^{\frac{10}{4}}$ ou $6^{\frac{5}{2}}$ $\left(\text{pois } \frac{10}{4} = \frac{5}{2}\right)$

4.3 $8^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{4}{2}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $8^{\frac{1}{2}+\frac{4}{2}}$, $8^{\frac{5}{2}}$

4.4 $5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{7}{3}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $5^{\frac{1}{3}+\frac{7}{3}}$, $5^{\frac{8}{3}}$

4.5 $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{3}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $x^{\frac{2}{3}+\frac{3}{3}}$, $x^{\frac{5}{3}}$

4.6 $8^{\frac{4}{7}} \div 8^{\frac{3}{7}} = 8^{\frac{4}{7}-\frac{3}{7}} =$ ....

Resp.: $8^{\frac{1}{7}}$

4.7 $y^{\frac{8}{3}} \div y^{\frac{5}{3}} = y^{\frac{8}{3}-\frac{5}{3}} =$ ....

Resp.: $y^{\frac{3}{3}}$ ou $y^1 = y$

4.8 $x^{\frac{3}{4}} \div x^{\frac{0}{4}} = x^{\frac{3}{4}-\frac{0}{4}} =$ ....

Resp.: $x^{\frac{3}{4}}$

4.9 $7^{\frac{2}{3}} \div 7^{\frac{1}{3}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $7^{\frac{2}{3}-\frac{1}{3}}, \ 7^{\frac{1}{3}}$

4.10 $(a^2)^{\frac{2}{3}} = a^{2\cdot\frac{2}{3}} =$ ....

Resp.: $a^{\frac{4}{3}}$

4.11 $(7^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{4}} = 7^{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}} =$ ....

Resp.: $7^{\frac{2}{12}}$

4.12 $(5^{\frac{4}{3}})^{\frac{7}{2}} = 5^{\frac{4}{3}\cdot\frac{7}{2}} =$ ....

Resp.: $5^{\frac{28}{6}}$ ou $5^{\frac{14}{3}}$

4.13 $(5^{\frac{1}{2}})^2 = 5^{\frac{1}{2}\cdot 2} =$ ....

Resp.: $5^{\frac{2}{2}}$ ou 5

4.14 $(3^{\frac{1}{4}})^4 = 3^{\frac{1}{4}\cdot 4} =$ ....

Resp.: $3^{\frac{4}{4}}$ ou 3

4.15 $(5^{\frac{5}{2}})^2 = 8^{\frac{5}{2}\cdot 2} =$ ....

Resp.: 8^{10}

4.16 $(x^{\frac{2}{3}})^{\frac{8}{5}} = x^{\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{5}} =$ ....

Resp.: $x^{\frac{16}{15}}$

4.17 $(y^7)^{\frac{1}{2}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $y^{7\cdot\frac{1}{2}}, \ y^{\frac{7}{2}}$

4.18 $(5^3)^{\frac{3}{4}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $5^{3\cdot\frac{3}{4}}, \ 5^{\frac{9}{4}}$

4.19 $(a^{\frac{1}{5}})^2 =$ .... $=$ ....

Resp.: $a^{\frac{1}{2}\cdot 2}, \ a^{\frac{2}{2}}$

4.20 $(5^{\frac{3}{4}})^{\frac{4}{3}} =$ .... $=$ ....

Resp.: $5^{\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}}, \ 5^{\frac{12}{12}}$

5 — Sumário

5.1 *Multiplicação de potências*

Se a, m, e n são números racionais, então a multiplicação das potências a^m e a^n pode ser feita do seguinte modo:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

isto é, devemos *somar* os expoentes.

5.2 *Elemento neutro*

O elemento neutro da multiplicação de potências é: a^0

Realmente

$$a^m \cdot a^0 = a^{m+0} = a^m$$

e

$$a^0 \cdot a^m = a^{0+m} = a^m$$

5.3 *Divisão de potências*

Para dividirmos duas potências de mesma base devemos subtrair os expoentes, isto é:

$$a^m + a^n = a^{m-n}$$

onde $a \neq 0$, m, e $n \in Q$.

5.4 *Expoente negativo*

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

para $a \neq 0$ e $m \in Q$.

6 — Exercícios

6.1 Efetue as seguintes multiplicações

(*a*) $2^3 \cdot 2^{\frac{4}{2}}$

(*b*) $2^{\frac{6}{5}} \cdot 2^{\frac{7}{3}}$

(*c*) $8^{\frac{1}{4}} \cdot 8^4$

Solução:

(*a*) $2^3 \cdot 2^{\frac{4}{2}} = 2^{3+\frac{4}{2}} = 2^{\frac{6}{2}+\frac{4}{2}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5$

(*b*) $2^{\frac{6}{5}} \cdot 2^{\frac{7}{3}} = 2^{\frac{6}{5}+\frac{7}{3}} = 2^{\frac{18+35}{15}} = 2^{\frac{53}{15}}$

(*c*) $8^{\frac{1}{4}} \cdot 8^4 = 8^{\frac{1}{4}+4} = 2^{\frac{1}{4}+\frac{16}{4}} = 2^{\frac{17}{4}}$

6.2 Efetue as seguintes multiplicações

(*a*) $3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$

(*b*) $8^2 \cdot 8^{\frac{1}{3}}$

(*c*) $2^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\frac{5}{2}}$

(*d*) $7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{2}{4}}$

(*e*) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$

(*f*) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{6}}$

Resp.:

(*a*) $3^{\frac{5}{6}}$ (*d*) $7^{\frac{3}{4}}$

(*b*) $8^{\frac{7}{3}}$ (*e*) $a^{\frac{5}{6}}$

(*c*) $2^{\frac{13}{4}}$ (*f*) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$

6.3 Qual é o elemento neutro da multiplicação de potências de mesma base?

Resp.: a^0 para todo $a \neq 0$

6.4 Qual é o elemento inverso de a^m na multiplicação de potências de mesma base?

Solução:

O inverso de a^m será a^{-m}

Realmente:

$$a^m \cdot a^{-m} = a^{m+(-m)} = a^{m-m} = a^0$$

ou seja

$$a^m \cdot a^{-m} = a^0$$

6.5 Qual é o elemento de a^4 na multiplicação de potências de mesma base?

Resp.: a^{-4}

6.6 Efetue as seguintes divisões

(*a*) $2^{\frac{7}{3}} \div 2^{\frac{4}{3}}$

(*b*) $2^{\frac{5}{6}} \div 2^{\frac{2}{6}}$

(*c*) $3^{\frac{7}{5}} \div 3^{\frac{1}{5}}$

(*d*) $8^{\frac{5}{2}} \div 8^{\frac{1}{4}}$

(*e*) $9^{\frac{1}{3}} \div 9^{\frac{1}{2}}$

(*f*) $9^2 \div 9^{\frac{1}{2}}$

Resp.:

(*a*) $2^{\frac{3}{3}} = 2$ (*d*) $8^{\frac{9}{4}}$

(b) $2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}}$ (e) $9^{-\frac{1}{6}}$

(c) $3^{\frac{6}{6}}$ (f) $9^{\frac{3}{2}}$

6.6 Efetue as seguintes divisões

(a) $x^2 \div x^{\frac{3}{2}}$

(b) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{1}{3}}$

(c) $y^{\frac{7}{2}} \div y^{\frac{1}{2}}$

(d) $y^{-3} \div y^2$

(e) $z^4 \div z^{-3}$

(f) $z^{\frac{2}{3}} \div z^{-\frac{1}{3}}$

Resp.:

(a) $x^{\frac{1}{2}}$ (d) y^{-5}

(b) $x^{\frac{1}{6}}$ (e) y^{+7}

(c) $y^{\frac{6}{2}} = y^3$ (f) $z^{\frac{3}{3}} = z$

6.7 Qual é o elemento neutro da divisão de potencial de mesma base?

Resp.: a^0 (para $a \neq 0$)

6.8 Mostre que $(x \cdot y)^3 = x^3 \cdot y^3$

Solução:

Pela definição de potência teremos

$$(x \cdot y)^3 = (x \cdot y) \cdot (x \cdot y) \cdot (x \cdot y)$$

Eliminando-se os parênteses

$$(x \cdot y)^3 = x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y$$

como $x \cdot x \cdot x = x^3$ e $y \cdot y \cdot y = y^3$ teremos

$$(x \cdot y)^3 = x^3 \cdot y^3$$

Observação:

De modo geral

$$(x \cdot y)^m = x^m \cdot y^m$$

6.9 Simplifique o produto $(x \cdot y)^2 \cdot (x \cdot y)^3$

primeira solução:

$$\begin{aligned}(x \cdot y)^2 \cdot (x \cdot y)^3 &= x^2 \cdot y^2 \cdot x^3 \cdot y^3 \\ &= x^2 \cdot x^3 \cdot y^2 \cdot y^3 \\ &= x^5 \cdot y^5\end{aligned}$$

segunda solução:

$$(x \cdot y)^2 \cdot (x \cdot y)^3 = (x \cdot y)^{2+3} = (x \cdot y)^5 = x^5 \cdot y^5$$

6.10 Simplifique o produto $(x \cdot y)^2 \cdot (x \cdot y)^4$
Resp.: $x^6 \cdot y^6$

6.11 Simplifique $(x^2 \cdot y)^2 \cdot (x \cdot y)^3$
Resp.: $x^7 \cdot y^5$

6.12 Efetue as seguintes potências

(a) $(2^3)^{\frac{1}{2}}$

(b) $(5^{\frac{1}{2}})^2$

(c) $(x^{\frac{3}{4}})^7$

(d) $(y^{\frac{2}{3}})^5$

(e) $(m^2)^{\frac{5}{7}}$

(f) $(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{2}{5}}$

Resp.:

(a) $2^{\frac{3}{2}}$ (d) $y^{\frac{10}{3}}$

(b) $5^{\frac{2}{2}} = 5$ (e) $m^{\frac{10}{7}}$

(c) $x^{\frac{21}{4}}$ (f) $x^{\frac{6}{20}} = x^{\frac{3}{10}}$

7 — Raiz

a^2 lê-se "*a ao quadrado*"

5^2 lê-se "5 ao *quadrado*"

a^3 lê-se "*a* ao *cubo*"

a^4 lê-se "*a* à *quarta potência*"

7.1 8^2 lê-se 8 ao ....

Resp.: quadrado

7.2 $8^2 = 8 \times 8 = 64$ enquanto que $5^2 = 5 \times 5 =$ ....

Resp.: 25

7.3 O número 8 é um número que elevado ao quadrado é igual a 64. O número 5 é um número que elevado ao quadrado é igual a ....

Resp.: 25

7.4 O número positivo que elevado ao quadrado é igual a 25 é ....

Resp.: 5, pois $5^2 = 25$

7.5 O número positivo que elevado ao quadrado é igual a 64 é ....

Resp.: 8, pois $8^2 = 64$

7.6 O número 5 recebe o nome de *raiz quadrada* de 25

O número 8 recebe o nome de *raiz quadrada* de ....

Resp.: 64

Raiz quadrada de um número a é um outro número x, que elevado ao quadrado é igual a a.

$$x^2 = a \text{ então } x \text{ é a raiz quadrada de } a$$

7.7 Assim 5 é a raiz quadrada de 25 pois $5^2 =$ ....

Resp.: 25

7.8 9 é a raiz quadrada de 81 pois $9^2 =$ ....

Resp.: 81

7.9 4 é a raiz quadrada de 16, pois $4^2 =$ ....

Resp.: 16

7.10 -4 também é raiz quadrada de 16 pois $(-4)^2 = (-4) \cdot (-4) =$ ....

Resp.: 16

7.11 3 é raiz quadrada de 9 pois $3^2 = 3 \cdot 3 =$ ....

Resp.: 9

7.12 -3 também é raiz quadrada de 9 pois $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) =$
$=$ ....

Resp.: 9

7.13 6 é raiz quadrada de 36 pois $(-6)^2 = (-6) \cdot (-6) =$ ....

Resp.: 36

7.14 O número 36 tem duas raizes quadradas, uma é o número 6 e a outra é o número ....

Resp.: -6

Com o símbolo $\sqrt[2]{a}$ iremos indicar a raiz quadrada do número a.

Assim $\sqrt[2]{36}$ indica a raiz quadrada de 36.

7.15 $\sqrt[2]{64}$ indica a raiz quadrada de 64, enquanto que $\sqrt[2]{25}$ indica a raiz quadrada de ....

Resp.: 25

7.16 $\sqrt[2]{64} = 8$ pois $8^2 =$ ....

Resp.: 64

7.17 $\sqrt[2]{25} = 5$ pois $5^2 =$ ....

Resp.: 25

7.18 $\sqrt[2]{36} = 6$ pois $6^2 =$ ....

Resp.: 36

7.19 $\sqrt[2]{9} = 3$ pois $3^2 =$ ....

Resp.: 9

7.20 $\sqrt[2]{4} = 2$ pois $2^2 =$ ……

Resp.: 4

7.21 $\sqrt[2]{4} = -2$ pois $(-2)^2 =$ ……

Resp.: 4

7.22 O símbolo $\sqrt[3]{8}$ indica a raiz cúbica de 8. A raiz cúbica de 8 é um número que elevado ao cubo é igual a 8.

Assim $2^3 = 8$ então $\sqrt[3]{8} =$ ……

Reps:. 2

7.23 $\sqrt[3]{8} = 2$ pois $2^3 =$ ……

Resp.: 8

7.24 $\sqrt[3]{27} = 3$ pois $3^3 =$ ……

Resp.: 27

7.25 Como $4^3 = 64$ então $\sqrt[3]{64} =$ ……

Resp.: 4

7.26 $\sqrt[3]{64} = 4$ pois $4^3 =$ ……

Resp.: 64

7.27 Raiz cúbica de um número a é um outro número x que elevado ao cubo é igual a a. Assim a raiz cúbica de 125 é 5 pois $5^3 =$ ……

Resp.: 125

7.28 Complete

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ pois } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{27} = \ldots\ldots \text{ pois } 3^3 = 27$$

Resp.: 3

7.29 Complete

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{125} = \ldots\ldots$$

Resp.: 5, pois $5^3 = 125$

7.30 $11^3 = 1331$ então $\sqrt[3]{1331} =$ ……

Resp.: 11

7.31 O símbolo $\sqrt[2]{a}$ indica a raiz …… do número a.

Resp.: quadrada

7.32 O símbolo $\sqrt[3]{a}$ indica a raiz …… do número a.

Resp.: cúbica

7.33 $\sqrt[2]{a}$ é um número que elevado ao quadrado fica igual a a.
$\sqrt[3]{a}$ é um número que elevado ao cubo fica igual a …… .

Resp.: a

7.34 Com o símbolo $\sqrt[4]{a}$ estaremos indicando a raiz quarta de a.

Assim o símbolo $\sqrt[4]{16}$ indica a raiz …… de 16.

Resp.: quarta

7.35 O número 2 é a raiz quarta de 16 porque $2^4 = 16$.

Assim $\sqrt[4]{16} = 2$ porque $2^4 =$ ……

Resp.: 16

7.36 O número 3 é a raiz quarta de 81 porque $3^4 = 81$

Assim $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 =$ ……

Resp.: 81

7.37 Complete

$$\sqrt[4]{16} = 2^4 \Longleftrightarrow 2^4 = 16$$

$$\sqrt[4]{81} = 3^4 \Longleftrightarrow 3^4 = 81$$

$$\sqrt[4]{256} = 4 \Longleftrightarrow 4^4 = \ldots\ldots$$

Resp.: 256

7.38 Complete

$$\sqrt[2]{4} = 2 \Longleftrightarrow 2^2 = 4$$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \Longleftrightarrow 2^3 = 8$$

$$\sqrt[4]{16} = 2 \iff \text{......} = 16$$

Resp.: 2^4

7.39 Complete

$$\sqrt[2]{9} = 3 \iff 3^2 = 9$$
$$\sqrt[3]{27} = 3 \iff 3^3 = 27$$
$$\sqrt[4]{81} = 3 \iff 3^4 = \text{......}$$
$$\sqrt[5]{243} = 3 \iff 3^5 = 243$$

Resp.: 81

7.40 Complete

$\sqrt[2]{8}$ significa "raiz quadrada de 8", ou também "raiz segunda de 8"

$\sqrt[3]{8}$ significa "raiz cúbica de 8" ou "raiz terceira de 8"

$\sqrt[4]{8}$ significa "raiz quarta de 8"

$\sqrt[5]{8}$ significa "raiz quinta de 8".

$\sqrt[6]{8}$ significa "raiz .... de 8"

Resp.: raiz sexta

Com o símbolo $\sqrt[n]{a}$ estaremos indicando a raiz *n*-ésima do número *a*.

$\sqrt[n]{a}$ é um número que elevado a potência *n* fica igual a *a*.

$$[\sqrt[n]{a}]^n = a$$

7.41 Assim

$$[\sqrt[2]{a}]^2 = a$$
$$[\sqrt[3]{a}]^3 = a$$
$$[\sqrt[4]{a}]^4 = a$$
$$[\sqrt[5]{a}]^5 = \text{......}$$

Resp.: *a*

7.42 $[\sqrt{13}]^2 = \text{......}$

Resp.: 13

8 — Exercício

8.1 Por que 8 é a raiz quadrada de 64?

Resp.: Porque $8^2 = 64$

8.2 Complete

(*a*) $10^2 = 100 \iff \sqrt[2]{100} = \text{......}$

(*b*) $11^2 = 121 \iff \sqrt[2]{121} = \text{......}$

(*c*) $\sqrt[2]{144} = 12 \iff 12^2 = \text{......}$

(*d*) $\sqrt[2]{169} = 13 \iff 13^2 = \text{......}$

(*e*) $\sqrt[2]{196} = 14 \iff 14^2 = \text{......}$

(*f*) $\sqrt[2]{225} = 15 \iff \text{......} = 225$

(*g*) $16^2 = 256 \iff \sqrt[2]{256} = \text{......}$

(*h*) $17^2 = 289 \iff \text{......} = 17$

(*i*) $18^2 = 324 \iff \text{......} = 18$

Resp.:

(*a*) 10	(*d*) 169	(*g*) 16
(*b*) 11	(*e*) 196	(*h*) $\sqrt[2]{289}$
(*c*) 144	(*f*) 15^2	(*i*) $\sqrt[2]{324}$

8.3 Complete

(*a*) $1^2 = 1 \cdot 1 = 1 \iff \sqrt[2]{1} = 1$

(*b*) $2^2 = 2 \cdot 2 = 4 \iff \sqrt[2]{4} = 2$

(*c*) $3^2 = \text{......} = 9 \iff \sqrt[2]{9} = 3$

(*d*) $4^2 = \text{......} = \text{...} \iff \sqrt[2]{16} = 9$

(*e*) $5^2 = 5 \cdot 5 = \text{...} \iff \sqrt[2]{25} = \text{......}$

Resp.:

(*c*) $3 \cdot 3$

(*d*) $4 \cdot 4$, 16

(*e*) 25, 5

8.4 De acôrdo com a tabela abaixo, calcule as raízes indicadas (raízes positivas):

a	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
$\sqrt[2]{a}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(*a*) $\sqrt[2]{81} =$ ....

(*b*) $\sqrt[2]{36} =$ ....

(*c*) $\sqrt[2]{9} =$ ....

(*d*) $\sqrt[2]{25} =$ ....

(*e*) $\sqrt[2]{49} =$ ....

(*f*) $\sqrt[2]{100} =$ ....

(*g*) $\sqrt[2]{4} =$ ....

(*h*) $\sqrt[2]{1} =$ ....

(*i*) $\sqrt[2]{16} =$ ....

(*j*) $\sqrt[2]{64} =$ ....

Resp.:

(*a*) 9 (*b*) 6 (*c*) 3 (*d*) 5 (*e*) 7

(*f*) 10 (*g*) 2 (*h*) 1 (*i*) 4 (*j*) 8

8.4 Dar a definição de raiz quadrada de um número

8.5 $31^2 = 961 \Longleftrightarrow \sqrt[2]{961} =$ ....

Resp.: 31

8.6 Complete

(*a*) $1^3 = 1 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{1} =$ ....

(*b*) $2^3 =$ .... $\Longleftrightarrow \sqrt[3]{8} =$ ....

(*c*) $3^3 =$ .... $\Longleftrightarrow \sqrt[3]{27} =$ ....

(*d*) $4^3 = 64 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{64} =$ ....

(*e*) $5^3 = 125 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{125} =$ ....

(*f*) $6^3 = 216 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{216} =$ ....

(*g*) $7^3 = 343 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{343} =$ ....

(*h*) $8^3 = 512 \Longleftrightarrow$ .... $=$ ....

(*i*) $9^3 =$ .... $\Longleftrightarrow \sqrt[3]{729} =$ ....

(*j*) $10^3 =$ .... $\Longleftrightarrow \sqrt[3]{1000} =$ ....

(*l*) $11^3 =$ .... $\Longleftrightarrow$ .... $= 11$

(*m*) $12^3 = 1728 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{\ldots\ldots} = 12$

(*n*) $13^3 = 2197 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{2197} =$ ....

(*o*) $19^3 = 6859 \Longleftrightarrow \sqrt[3]{6859} =$ ....

Resp.:

(*a*) 1

(*b*) 8, 2

(*c*) 27, 3

(*d*) 4

(*e*) 5

(*f*) 6

(*g*) 7

(*h*) $\sqrt[3]{512}$

(*i*) 729

(*j*) 1000, 10

(*l*) 1331, $\sqrt[3]{1331}$

(*m*) $\sqrt{1728}$

(*n*) 13

(*o*) 19

8.7 Sabemos que um número composto pode ser representado por uma matriz retangular (veja o tomo I desta série de livros)

Assim os números 4, 6, e 8 podem ser representados por:

```
*  *      * * *      * * * *
*  *      * * *      * * * *
  4         6           8
```

Reparem que o 4 é representado por um *quadrado* (daí o nome quadrado perfeito)

Represente por uma matriz quadrada os seguintes *quadrados perfeitos* 9, 16 e 25.

Resp.:

```
* * *     * * * *     * * * * *
* * *     * * * *     * * * * *
* * *     * * * *     * * * * *
          * * * *     * * * * *
                      * * * * *
  9          16           25
```

8.8 Complete a tabela dada abaixo

a	1	8	27	64	125	216	343	512	729
$\sqrt[3]{a}$			3			6		8	

8.9 Usando a tabela do exercício anterior, calcule as seguintes raízes cúbicas

(a) $\sqrt[3]{216}$ (e) $\sqrt[3]{343}$

(b) $\sqrt[3]{512}$ (f) $\sqrt[3]{729}$

(c) $\sqrt[3]{64}$ (g) $\sqrt[3]{1}$

(d) $\sqrt[3]{125}$ (h) $\sqrt[3]{8}$

Resp.:

(a) 6 (c) 4 (e) 7 (g) 1

(b) 8 (d) 5 (f) 9 (h) 2

8.10 Qual é o número x que elevado ao cubo é igual a 1000?

Solução:

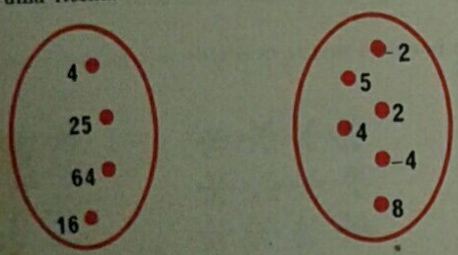
$$x^3 = 1000 \iff x = \sqrt[3]{1000} = 10$$

pois $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

8.11 Qual é o número x que elevado ao cubo é igual a 27?

Resp.: $x = 3$

8.12 No diagrama abaixo ligue, cada número à sua raiz quadrada, por meio de uma flecha.



Resp.:

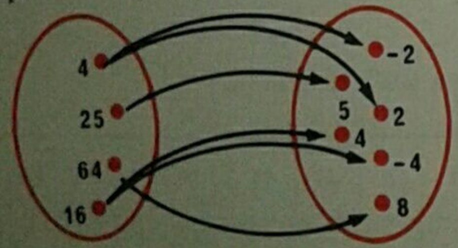


FIG. 1

8.13 O que é raiz quarta de um número a?

Resp.: É um outro número x tal que $x^4 = a$

8.14 Calcule x, sendo $x = [\sqrt[3]{2}]^3$

Resp.: $x = 2$

8.15 Calcule x, sendo $x = [\sqrt[2]{3}]^4$

Solução:

$$x = [\sqrt[2]{3}]^4 = [\sqrt[2]{3}]^2 \cdot [\sqrt[2]{3}]^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

8.16 Mostre que $[\sqrt[2]{a}]^4 = a^2$

Solução:

$$[\sqrt[2]{a}]^4 = [\sqrt[2]{a}]^2 \cdot [\sqrt[2]{a}]^2 = a \cdot a = a^2$$

8.17 Mostre que $[\sqrt[2]{a}]^6 = a^3$

Sugestão:

$$[\sqrt[2]{a}]^6 = [\sqrt[2]{a}]^2 \cdot [\sqrt[2]{a}]^2 \cdot [\sqrt[2]{a}]^2$$

8.18 Calcule x, sendo $x = [\sqrt[2]{2}]^6$

Resp.: $x = a^3 = 8$

8.19 Mostre que $[\sqrt[3]{a}]^6 = a^2$

8.20 Mostre que $[\sqrt[3]{a}]^7 = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$

Solução:

$$[\sqrt[3]{a}]^7 = [\sqrt[3]{a}]^6 \cdot [\sqrt[3]{a}]$$

Mas pelo exercício anterior

$$[\sqrt[3]{a}]^6 = a^2$$

então:

$$[\sqrt[3]{a}]^7 = [\sqrt[3]{a}]^6 \cdot [\sqrt[3]{a}] = a^2 \cdot \sqrt[3]{a}$$

8.21 Mostre que $[\sqrt[2]{a}]^3 = a \sqrt[2]{a}$

II - RADICIAÇÃO

9 — Radiciação

Sabemos que $\sqrt[2]{25} = 5$. Podemos pensar numa operação que associe ao número 25 e sua raiz quadrada que é 5. Melhor ainda podemos pensar numa operação que associe ao par (2, 25) a raiz quadrada de 25.

A operação R que associa ao par ordenado (n, a) o número $\sqrt[n]{a}$ recebe o nome de radiciação

$$(n, a) \xrightarrow{R} \sqrt[n]{a}$$

9.1 Assim ao par (2, 25) a radiciação associa o número $\sqrt[2]{25}$ que é igual a 5.

Simbòlicamente $(2, 25) \xrightarrow{R}$ ....

Resp.: 5

9.2 $(n, a) \xrightarrow{R} \sqrt[n]{a}$ significa que a operação R associa ao par (n, a) o número ....

Resp.: $\sqrt[n]{a}$

9.3 Ao par (3, 8) a operação de radiciação associa o número $\sqrt[3]{8}$, isto é $(3, 8) \xrightarrow{R}$ ....

Resp.: $\sqrt[3]{8}$

9.4 Complete

(a) $(4, 16) \xrightarrow{R} \sqrt[4]{16}$

(b) $(3, 27) \xrightarrow{R}$ ....

(c) (........) $\xrightarrow{R} \sqrt[3]{9}$

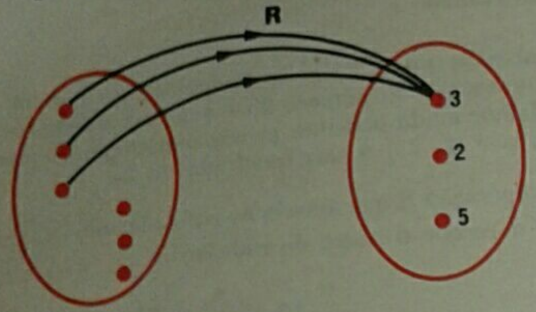
(d) $(5, 625 \xrightarrow{R}$ ....

Resp.:

(*b*) $\sqrt[3]{27}$

(*c*) $(2, 9)$

9.5 Complete o diagrama abaixo



Resp.:

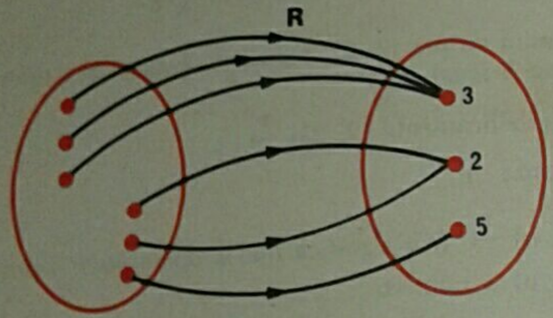


FIG. 2

10 — Sumário

10.1 *Potências*

a^2 se lê "*a* ao quadrado"

a^3 se lê "*a* ao cubo"

a^4 se lê "*a* a quarta potência"

a^n se lê "*a* a *n*-ésima potência"

10.2 *Raízes*

$\sqrt[2]{a}$ indica "*a* raiz quadrada de *a*"

$\sqrt[3]{a}$ indica "a raiz cúbica de *a*"

$\sqrt[n]{a}$ indica "a raiz *n*–ésima de *a*"

Nomenclatura

índice ↘ ↙ radical

$\sqrt[n]{a}$

↖ radicando

10.3 *Raiz n-ésima*

Raiz *n*-ésima de um número *a* é um outro número *x* tal que $x^n = a$,
isto é:

$$x^n = a \Longleftrightarrow x = \sqrt[n]{a}$$

10.4 *Potenciação de raízes*

$$[\sqrt[2]{a}]^2 = a$$

$$[\sqrt[3]{a}]^3 = a$$

$$[\sqrt[n]{a}]^n = a$$

10.5 *Radiciação*

A operação *R* que associa ao par (n, a) o número $\sqrt[n]{a}$ recebe o nome de *radiciação*

$$(n, a) \xrightarrow{R} \sqrt[n]{a}$$

11 — Raízes e Expoentes Fracionários

11.1 Sabemos que $[\sqrt[3]{a}]^3 = a$ e que

$$[a^{\frac{1}{3}}]^3 = a^{\frac{1}{3} \cdot 3} = a^{\frac{3}{3}} = \ldots\ldots$$

Resp.: *a*

11.2 De

$$[\sqrt[3]{a}]^3 = a$$

e

$$[a^{\frac{1}{3}}]^3 = a$$

podemos concluir que: $[\sqrt[3]{a}]^3 = \ldots\ldots$

Resp.: $[a^{\frac{1}{3}}]^3$

11.3 De $[\sqrt[3]{a}]^3 = [a^{\frac{1}{3}}]^3$ podemos concluir que $\sqrt[3]{a} = \ldots\ldots$.

Resp.: $a^{\frac{1}{3}}$

Acabamos de concluir que $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

11.4 Assim $7^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\ldots\ldots}$

Resp.: 7

11.5 Do mesmo modo $\sqrt[3]{8} = (\ldots\ldots)^{\frac{1}{3}}$

Resp.: 8

11.6 Sabemos $[\sqrt[n]{a}]^n = a$ e

$$[a^{\frac{1}{n}}]^n = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = a^{\frac{n}{n}} = \ldots\ldots$$

Resp.: a

11.7 De

$$[\sqrt[n]{a}]^n = a$$

e

$$[a^{\frac{1}{n}}]^n = a$$

podemos concluir que $[\sqrt[n]{a}]^n = \ldots\ldots$

Resp.: $[a^{\frac{1}{n}}]^n$

11.8 De $[\sqrt[n]{a}]^n = [a^{\frac{1}{n}}]^n$ podemos concluir que $\sqrt[n]{a} = \ldots\ldots$

Resp.: $a^{\frac{1}{n}}$

Acabamos de concluir que:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

11.9 Assim $a^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{a}$ e $a^{\frac{1}{n}} = \ldots\ldots$

Resp.: $\sqrt[n]{a}$

11.10 $\sqrt[6]{3} = \ldots\ldots$

Resp.: $3^{\frac{1}{6}}$

12 — Exercícios

12.1 Escreva na forma de expoente fracionário, as seguintes raízes

(a) $\sqrt[3]{2}$ (g) $\sqrt[2]{a}$

(b) $\sqrt[4]{2}$ (h) $\sqrt[3]{a}$

(c) $\sqrt[5]{2}$ (i) $\sqrt[4]{a}$

(d) $\sqrt[6]{2}$ (j) $\sqrt[5]{a}$

(e) $\sqrt{2}$ (l) $\sqrt[6]{a}$

(f) $\sqrt{2}$ (m) $\sqrt{a}$

Resp.:

(a) $2^{\frac{1}{3}}$ (g) $a^{\frac{1}{2}}$

(b) $2^{\frac{1}{4}}$ (h) $a^{\frac{1}{3}}$

(c) $a^{\frac{1}{5}}$ (i) $a^{\frac{1}{4}}$

(d) $2^{\frac{1}{6}}$ (j) $a^{\frac{1}{5}}$

(e) $2^{\frac{1}{7}}$ (l) $a^{\frac{1}{6}}$

(f) $2^{\frac{1}{2}}$ (m) $a^{\frac{1}{7}}$

12.2 Escreva na forma de uma raiz, as seguintes potências

(a) $3^{\frac{1}{7}}$ (e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ (i) $0^{\frac{1}{5}}$

(b) $8^{\frac{1}{2}}$ (f) $\left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{1}{3}}$ (j) $(-1)^{\frac{1}{3}}$

(c) $9^{\frac{1}{3}}$ (g) $(0,8)^{\frac{1}{4}}$ (l) $(-2)^{\frac{1}{4}}$

(d) $a^{\frac{1}{4}}$ (h) $(0,01)^{\frac{1}{2}}$ (m) $\left(-\frac{7}{5}\right)^{0,5}$

Resp.:

(a) $\sqrt[7]{3}$ (e) $\sqrt[2]{\frac{3}{4}}$ (i) $\sqrt[5]{0}$

(b) $\sqrt[2]{8}$ (f) $\sqrt[3]{\frac{5}{7}}$ (j) $\sqrt[3]{-1}$

(c) $\sqrt[3]{9}$ (g) $\sqrt[4]{0,8}$ (l) $\sqrt[4]{-2}$

(d) $\sqrt[4]{a}$ (h) $\sqrt[2]{0,01}$ (m) $\sqrt[2]{-\frac{7}{5}}$

12.3 Mostrar que $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Solução:

$$\sqrt[n]{a^m} = (a^m)^{\frac{1}{n}} = a^{m.\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}}$$

12.4 Escrever $\sqrt[3]{a^4}$ na forma de potência com expoente fracionário

Resp.: $a^{\frac{4}{3}}$

12.5 Escrever $2^{\frac{2}{3}}$ na forma de raiz

Resp.: $\sqrt[3]{2^2}$

12.6 Mostrar $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Solução:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

12.7 Mostre que $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8}$

Sugestão:

Use o resultado do exercício anterior

12.8 Mostre que $\frac{1}{\sqrt[2]{3}} = \frac{\sqrt[2]{3}}{3}$

Solução:

Multipliquemos $\frac{1}{\sqrt[2]{3}}$ por $1 = \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{3}}$

isto é:

$$\frac{1}{\sqrt[2]{3}} = \frac{1}{\sqrt[2]{3}} \cdot \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{3}} = \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[2]{3}}$$

$$= \frac{\sqrt[2]{3}}{(\sqrt[2]{3})^2} = \frac{\sqrt[2]{3}}{3}$$

12.9 Mostre que

$$\frac{1}{\sqrt[2]{n}} = \frac{\sqrt[2]{n}}{n}$$

12.10 Mostre que $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

Sugestão:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = (a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{m.n}}$$

12.11 Mostre que $\sqrt[n]{k^n \cdot a} = k\sqrt[n]{a}$

Solução:

$$\sqrt[n]{k^n \cdot a} = [k^n \cdot a]^{\frac{1}{n}} = (k^n)^{\frac{1}{n}} \cdot a^{\frac{1}{n}} = k^{\frac{1}{n}} \cdot a^{\frac{1}{n}}$$

$$= k \cdot a^{\frac{1}{n}} = k\sqrt[n]{a}$$

12.12 Mostre que $\sqrt[2]{4a} = 2\sqrt[2]{a}$

Solução: Fazendo-se $k^2 = 4$ e $n = 2$ na fórmula do exercício anterior, teremos:

$$\sqrt[2]{4a} = \sqrt[2]{4}\sqrt[2]{a} = 2\sqrt[2]{a}$$

12.13 Mostre que $\sqrt[2]{12} = 2\sqrt[2]{3}$

Sugestão:

$$\sqrt[2]{12} = \sqrt[2]{4 \cdot 3}$$

12.14 Mostre que $2 \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{20}$

Solução:

$$2 \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{4} \cdot \sqrt[2]{5} \quad \text{pois} \quad 2 = \sqrt{4}$$

Portanto

$$2 \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{4} \cdot \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{4 \cdot 5} = \sqrt[2]{20}$$

12.15 Usando a fórmula $k\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{k^n \cdot a}$ introduza nos radicais os fatôres que se encontram fora dêle nos seguintes casos:

(*a*) $3 \cdot \sqrt[2]{2}$ (*c*) $k\sqrt[2]{2}$ (*e*) $x \cdot y \cdot \sqrt[2]{a}$

(*b*) $2 \cdot \sqrt[2]{7}$ (*d*) $x\sqrt[2]{3}$ (*f*) $3 \cdot \sqrt[2]{3}$

Resp.:

(*a*) $\sqrt[2]{18}$ (*a*) $\sqrt[2]{2 \cdot k^2}$ (*e*) $\sqrt[2]{x^2 \cdot y^2 \cdot a}$

(*b*) $\sqrt[2]{28}$ (*b*) $\sqrt[2]{3 \cdot x}$ (*f*) $\sqrt[2]{27}$

12.16 Mostre que $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

12.17 Calcule $\sqrt{\dfrac{81}{25}}$

Solução:

$$\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} \text{ pois } \sqrt{81} = 9 \text{ e } \sqrt{25} = 5$$

12.18 Calcule $\sqrt{\dfrac{36}{49}}$

Resp.: $\dfrac{6}{7}$

13 — Raiz Quadrada Aproximada

Vimos que $\sqrt[2]{64} = 8$, $\sqrt[2]{36} = 6$ $\sqrt[2]{\dfrac{81}{25}} = \dfrac{9}{5} \ldots$ etc.

Com êsses resultados podemos pensar que a raiz quadrada de um *número racional* é um *racional.*

Bem, isto não é sempre verdade.

Em outras palavras existem números racionais cujas raizes quadradas não são racionais.

Um exemplo disso se acha em $\sqrt{2}$ que não é um número racional, pois 2 não é um quadrado perfeito.

13.1 $\sqrt{36} = 6$, é *número racional*, pois 36 é um quadrado perfeito. Enquanto que $\sqrt{3}$ não é um número racional pois 3 não é um ....

Resp.: quadrado perfeito

13.2 $\sqrt{9} = 3$ é um número racional pois 9 é um quadrado perfeito enquanto que $\sqrt{8}$ não é um número .... pois 8 não é quadrado perfeito.

Resp.: racional.

13.3 O número 7 não é um quadrado perfeito então $\sqrt{7}$ não é um número ....

Resp.: racional.

13.4 O número 10 não é um .... então $\sqrt{10}$ não é um número racional

Resp.: quadrado perfeito.

Números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, etc., não são números racionais, isto é, não podem ser escritos na forma de uma fração.

Mas existem números racionais que se aproximam muito dêsses números. Assim 1,4 é aproximadamente igual a $\sqrt{2}$, pois $(1,4)^2 = 1,4 \times 1,4 = 1,96$ que é quase igual a 2. *Diremos que* 1,4 *é a raiz aproximada de* 2. Usando o sinal $\simeq$ para significar "*aproximadamente igual*", poderemos escrever que:

$$\sqrt{2} \simeq 1{,}4 \text{ pois } 1{,}4^2 = 1{,}9 \quad \cong 2$$

13.5 Multiplique 1,73 por 1,73

$1{,}73 \times 1{,}73 =$ ....

Resp.: 2,9929

13.6 2,9929 é um número "quase" igual ao número 3 isto é $1{,}73^2 \cong 3$.

De $1{,}72^2 \cong$ podemos concluir que $\sqrt[2]{3}$ é aproximadamente igual a ....

Resp.: 1,73

13.7 $1{,}73 \cong \sqrt[2]{3}$ significa que o número 1,73 é .... igual a $\sqrt[2]{3}$.

Resp.: aproximadamente

13.8 $1{,}73 \cong \sqrt[2]{3}$ porque $1{,}73^2 = 2{,}9929 \cong$ ......

Resp.: 3

13.9 O número 2 é a raiz exata de 4 pois $2^2 = 4$, enquanto que 1,73 é uma raiz .... de 3 pois $1{,}73^2 = 2{,}9929$ que é aproximadamente igual a 3.

Resp.: aproximada

13.10 Já vimos que 1,4 é uma raiz aproximada de 2 pois $1{,}4^2$ é uma raiz aproximada de 2 pois $1{,}4^2 = 1{,}96$ que é aproximadamente igual a 2.

Multiplique agora 1,41 por 1,41

$1{,}41 \times 1{,}41 =$ ....

Resp.: 1,9881

13.11 $1{,}41^2 = 1{,}9881$ é um número próximo de 2. Portanto podemos escrever que $1{,}41 \cong \sqrt[2]{}$ ......

Resp.: 2

Observemos que 1,4 e 1,41 são duas aproximações de $\sqrt[2]{2}$.

Como $1{,}96 < 1{,}9881 < 2$ diremos que 1,9881 "*está mais próximo de 2" do que* 1,96 e que 1,41 é uma *aproximação melhor* de $\sqrt{2}$ do que o número 1,4.

13.12 Assinale a melhor aproximação do $\sqrt{3}$

(*a*) 1,7 sendo $1{,}7^2 = 2.89$

(*b*) 1,732 sendo $1{,}9321^2 = 2{,}999824$

(*c*) 1,73 sendo $1{,}73^2 = 2{,}9929$

Resp.: (*b*) 1,732

13.13 Assinale a melhor aproximação de $\sqrt[2]{2}$:

(*a*) 1,41 sendo $1{,}41^2 = 1{,}9881$

(*b*) 1,4 sendo $1{,}4^2 = 1{,}96$

(*c*) 1,4160 sendo $1{,}4160^2 = 2{,}005056$

(*d*) 1,4142 sendo $1{,}4142^2 = 1{,}99996164$

Resp.: (*d*) 1,4142

13.14 Assinale a melhor aproximação de $\sqrt[2]{5}$

(*a*) 2,2 sendo $2{,}2^2 = 4{,}84$

(*b*) 2,230 sendo $2{,}230^2 = 4{,}97290$

(c) 2,236 sendo $2{,}236^2 = 4{,}999696$

Resp.: (*c*) 2,236

13.15 2,236 é a raiz aproximada de 5 pois $2{,}236^2 = 4{,}999696 \cong$ ......

Resp.: 5

13.16 1,4142 é a raiz aproximada de 2 pois $1{,}4142^2 =$ .... $\cong 2$.

Resp.: 1,99996164

14 — Tabela de Raízes Quadradas

Na tabela abaixo encontramos os quadrados e as raízes quadradas dos números naturais de 1 até 99.

n	n^2	$\sqrt[2]{n}$	n	n^2	$\sqrt[2]{n}$	n	n^2	$\sqrt{n}$
1	1	1	34	1 156	5,8310	67	4 489	8,1854
2	4	1,4142	35	1 225	5,9161	68	4 624	8,2462
3	9	1,7321	36	1 296	6	69	4 761	8,3066
4	16	2	37	1 369	6,0828	70	4 900	8,3666
5	25	2,2361	38	1 444	6,1644	71	5 041	8,4261
6	36	2,4495	39	1 521	6,2450	72	5 184	8,4853
7	49	2,6458	40	1 600	6,3246	73	5 329	8,5440
8	64	2,8284	41	1 681	6,4031	74	5 476	8,6023
9	81	3	42	1 764	6,4807	75	5 625	8,6603
10	100	3,1623	43	1 849	6,5574	76	5 776	8,7178
11	121	3,3166	44	1 936	6,6332	77	5 929	8,7750
12	144	3,4641	45	2 025	6,7082	78	6 084	8,8318
13	169	3,6056	46	2 116	6,7823	79	6 241	8,8882
14	196	3,7417	47	2 209	6,8557	80	6 400	8,9443
15	225	3,8730	48	2 304	6,9282	81	6 561	9
16	256	4	49	2 401	7	82	6 724	9,0554
17	289	4,1231	50	2 500	7,0711	83	6 889	9,1104
18	324	4,2426	51	2 601	7,1414	84	7 056	9,1652
19	361	4,3589	52	2 704	7,2111	85	7 225	9,2195
20	400	4,4721	53	2 809	7,1801	86	7 396	9,2736
21	441	4,5826	54	2 916	7,3485	87	7 569	9,3274
22	484	4,6904	55	3 025	7,4162	88	7 744	9,3808
23	529	4,7958	56	3 136	7,4833	89	7 921	9,4340
24	576	4,8990	57	3 249	7,5498	90	8 100	9,4868
25	625	5	58	3 364	7,6158	91	8 281	9,5394
26	676	5,0990	60	3 481	7,6811	92	8 464	9,5917
27	729	5,1962	59	3 600	7,7460	93	8 649	9,6437
28	784	5,2915	61	3 721	7,8102	94	8 836	9,6954
29	841	5,3852	62	3 844	8,8740	95	9 025	9,7468
30	900	5,4772	63	3 969	7,9373	96	9 216	9,6980
31	961	5,5678	64	4 096	8	97	9 409	9,8489
32	1 024	5,6569	65	4 225	8,0623	98	9 604	9,8995
33	1 089	5,7446	66	4 356	8,1240	99	9 801	0,9199

15 — Sumário

Raiz quadrada

Raiz quadrada de um número a é um outro número x que elevado ao quadrado é igual a a.

$$x = \sqrt[2]{a} \Longleftrightarrow x^2 = a$$

15.2 *Raízes e expoentes fracionários*

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Em particular

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

15.3 *Raízes aproximadas*

Existem números, tais como 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, . . . etc. que não são quadrados perfeitos e portanto não admitem raizes quadradas exatas, mas sim aproximadas.

A tabela anterior fornece essas aproximações.

16 — Exercícios

16.1 Com o auxílio da tabela anterior, calcule o valor aproximado das seguintes raízes:

(*a*) $\sqrt[2]{6}$ (*f*) $\sqrt[2]{13}$

(*b*) $\sqrt[2]{7}$ (*g*) $\sqrt[2]{43}$

(*c*) $\sqrt[2]{22}$ (*h*) $\sqrt[2]{72}$

(*d*) $\sqrt[2]{30}$ (*i*) $\sqrt[2]{85}$

(*e*) $\sqrt[2]{87}$ (*j*) $\sqrt[2]{18}$

Resp.:

(*a*) 2,4495 (*f*) 3,6056

(*b*) 2,6458 (*g*) 6,5574

(*c*) 4,6904 (*h*) 8,4853

(*d*) 5,4772 (*i*) 9,2195

(*e*) 9,3274 (*j*) 4,2426

16.2 Calcular, aproximadamente, $\sqrt[2]{160}$

Solução: Como 160 não se acha na tabela, devemos decompô-lo em fatôres que se encontram na tabela.

Podemos escrever 160 como sendo o produto de 8 por 20, isto é $160 = 8.20$ portanto $\sqrt[2]{160} = \sqrt[2]{8} \cdot \sqrt{20}$

A tabela nos fornece

$$\sqrt[2]{8} \cong 2,28284$$
$$\sqrt[2]{20} \cong 4,4721$$

Então

$$\sqrt[2]{160} \cong 2,8281 \cdot 4,1721 \cong 12,6490$$

Observação: O resultado da multiplicação acima é 12,6488764 que foi arredondado para 12,6490

16.3 Calcular, aproximadamente $\sqrt[2]{200}$

Solução:

$$200 = 2 \cdot 100$$

Portanto

$$\sqrt[2]{200} = \sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[2]{100}$$

Como

$$\sqrt[2]{100} = 10$$

e

$$\sqrt[2]{2} = 1,4142$$

teremos

$$\sqrt[2]{200} \cong 1,4142 \cdot 10 = 14,142$$

16.4 Calcular $\sqrt[2]{300}$
Resp.: 17,321

16.5 Calcular $\sqrt[2]{500}$
Resp.: 22,361

16.6 Calcular $\sqrt[2]{810}$

Sugestão: $810 = 81 \cdot 10$
Resp.: 28,4607

16.7 Calcular $\sqrt[2]{\dfrac{3}{4}}$

Solução:

$$\sqrt[2]{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt[2]{3}}{\sqrt[2]{4}} = \frac{\sqrt[2]{3}}{2}$$

Como

$$\sqrt[2]{3} \cong 1,7321$$

teremos

$$\frac{\sqrt[2]{3}}{2} \cong \frac{1,7321}{2} \cong 0,8660$$

16.8 Calcular $\sqrt[2]{\dfrac{2}{4}}$

Resp.: 0,7071

16.9 O cálculo aproximado de raízes quadradas que não se acham na tabela pode ser feito pelo processo denominado *interpolação.*

Como exemplo dêsse processo resolveremos o seguintes problema: $\sqrt[2]{33,5}$.

Solução:

Para calcular $\sqrt[2]{33,5}$, podemos pensar que o mesmo se acha entre $\sqrt[2]{33}$ e $\sqrt[2]{34}$

$$\begin{aligned} \sqrt[2]{34} &\cong 5,8310 \\ \sqrt[2]{33} &\cong 5,7446 \\ \text{diferença} &\cong 0,0864 \end{aligned}$$

Como a diferença entre 33,5 e 33 é 0,5 teremos:

$$\sqrt{33,5} = 5,7446 + 0,5 \cdot 0,0864$$

ou seja

$$\sqrt[2]{33,5} = 5,7446 + 0,0432$$
$$\sqrt[2]{33,5} = 5,7878$$

16.10 Calcular por interpolação $\sqrt[2]{23,5}$.
Resp.: 4,8474

17 — Numerais decimais

Tôda fração que possa ser escrita sob a forma $\dfrac{a}{10^n}$ com a e $n \in N$ é denominada de fração decimal.

Em outras palavras uma fração é decimal se o seu denominador é uma potência natural de 10.

17.1 Assim $\frac{5}{100}$ é uma fração decimal pois 100 é uma potência de 10.

Do mesmo modo $\frac{2}{1000}$ é uma fração decimal pois .... é uma potência de 10.

Resp.: 1000

17.2 A fração $\frac{3}{10}$ é decimal pois 10 é uma .... de 10.

Resp.: potência

17.3 A fração $\frac{4}{7}$ não é uma fração .... pois 7 não uma potência (natural) de 10.

Resp.: decimal

17.4 A fração $\frac{8}{10000}$ é uma fração decimal pois ....
....

Resp.: 10000 é uma potência de 10

17.5 Você já sabe que 0,2 é um outro modo de escrever $\frac{2}{10}$.

Assim 0,3 é uma outra maneira de escrever ....

Resp.: $\frac{3}{10}$

17.6 0,02 é um outro modo de escrever $\frac{2}{100}$.

Assim, 0,03 é uma outra maneira de escrever ....

Resp.: $\frac{3}{100}$

17.7 Assim $0{,}02 = \frac{2}{100}$ e $0{,}03 =$ ....

Resp.: $\frac{3}{100}$

17.8 Do mesmo modo $0{,}002 = \frac{2}{1000}$ e $0{,}007 =$ ....

Resp.: $\frac{7}{1000}$

17.9 $0{,}0004 =$ ....

Resp.: $0{,}0004 = \frac{4}{10000}$

17.10 O numeral 0,05 é chamado de forma decimal da fração $\frac{5}{100}$. A forma decimal da fração $\frac{4}{100}$ é ....

Resp.: 0,04

17.11 O numeral 0,005 é a forma decimal da fração ....

Resp.: $\frac{5}{1000}$

17.12 O numeral 0,5 é a forma decimal da fração ....

Resp.: $\frac{5}{10}$

17.13 A forma decimal da fração $\frac{7}{1000}$ é ....

Resp.: 0,007

17.14 A forma decimal da fração $\frac{12}{1000}$ é ....

Resp.: 0,012

18 — Sumário

18.1 *Fração decimal*

Uma fração é decimal quando o seu denominador é uma potência de 10 (sendo o expoente um número natural).

18.2 *Forma decimal*

Como você já sabe, um outro numeral usado para representar um número racional, é a *forma decimal*, imprópriamente denominada *número decimal*.

Uma forma decimal é composta de duas partes:

parte inteira

parte decimal

Exemplo: Em $\frac{285}{10} = 28,5$.

28 é a parte inteira e 5 décimos é a parte decimal

18.3 *Formas decimais infinitas*

Existem também, formas decimais do tipo:

$$\frac{1}{3} = 0,333 \ldots$$

que recebem o nome de decimal infinita ou dízima periódica.

19 — Exercícios

19.1 Representa sob a forma decimal os seguintes racionais:

(*a*) $\frac{4}{10}$ (*d*) $\frac{72}{100}$

(*b*) $\frac{15}{100}$ (*e*) $\frac{72}{1000}$

(*c*) $\frac{1}{1000}$ (*f*) $\frac{72}{10000}$

Resp.:

(*a*) 0,4 (*d*) 0,72

(*b*) 0,15 (*e*) 0,072

(*c*) 0,001 (*f*) 0,0072

19.2 Escreva sob a forma decimal as seguintes frações:

(*a*) $\frac{302}{100}$

(*b*) $\frac{741}{1000}$

(*c*) $\frac{2}{1000000}$

Resp.: (*a*) 3,02 (*b*) 0,741 (*c*) 0,000002

19.3 Escreva como uma fração decimal, os seguintes numerais:

(*a*) 0,1 (*f*) 0,22

(*b*) 0,01 (*g*) 0,222

(*c*) 0,001 (*h*) 0,022

(*d*) 0,0001 (*i*) 0,745

(*e*) 0,00001 (*j*) 7,45

Resp.:

(*a*) $\frac{1}{10}$ (*f*) $\frac{22}{100}$

(*b*) $\frac{1}{100}$ (*g*) $\frac{222}{1000}$

(*c*) $\frac{1}{1000}$ (*h*) $\frac{22}{1000}$

(*d*) $\frac{1}{10000}$ (*i*) $\frac{745}{1000}$

(*e*) $\frac{1}{100000}$ (*j*) $\frac{745}{100}$

19.4 O numeral 0,1 é lido um décimo, 0,4 é lido 4 décimos, etc. Leia os seguintes numerais:

(*a*) 0,2 (*d*) 2,3

(*b*) 0,5 (*e*) 0,8

(*c*) 2,5 (*f*) 0,9

Resp.:

(*a*) dois décimos

(*b*) cinco décimos

(*c*) dois inteiros e cinco décimos

(*d*) dois inteiros e três décimos

(*e*) oito décimos

(*f*) nove décimos

19.5 Os numerais 0,01, 0,04 e 0,72 são lidos respectivamente um centésimo, 4 centésimos, setenta e dois centésimos.

Leia os seguintes numerais:

(*a*) 0,02 (*e*) 0,20
(*b*) 0,05 (*f*) 0,23
(*c*) 0,80 (*g*) 0,03
(*d*) 0,83 (*h*) 4,27

Resp.:

(*a*) dois centésimos
(*b*) cinco centésimos
(*c*) oitenta centésimos
(*d*) oitenta e três centésimos
(*e*) vinte centésimos
(*f*) vinte e três centésimos
(*g*) três centésimos
(*h*) quatro inteiros e vinte e sete centésimos

19.6 Os numerais 0,001, 0,004, 0,700, 0,248 são lidos respectivamente: um milésimo, quatro milésimos, setecentos milésimos, duzentos e quarenta e 8 milésimos

Leia os seguintes numerais:

(*a*) 0,005 (*e*) 2,003
(*b*) 0,006 (*f*) 2,030
(*c*) 0,060 (*g*) 2,300
(*d*) 0,063 (*h*) 5,301

Resp.:

(*a*) cinco milésimos
(*b*) seis milésimos
(*c*) sessenta milésimos
(*d*) sessenta e três milésimos
(*e*) dois inteiros e três milésimos
(*f*) dois inteiros e trinta milésimos
(*g*) dois inteiros e trezentos milésimos
(*h*) cinco inteiros e trezentos e um milésimos

19.7 Leia os seguintes numerais:

(*a*) 0,1

(*b*) 0,01
(*c*) 0,001
(*d*) 0,0001
(*e*) 0,00001

Resp.:

(*a*) um décimo
(*b*) um centésimo
(*c*) um milésimo
(*d*) um décimo de milésimo
(*e*) um milésimo

19.8 Oitenta centésimos e oito décimos são dois numerais de um mesmo número?

Solução:

$$\text{oitenta centésimos} = 0{,}80 = \frac{80}{100} = \frac{8}{10}$$

$$\text{oito décimos} = 0{,}8 = \frac{8}{10}$$

portanto 0,80 = 0,8 ou seja:

Acrescentando-se à esquerda da forma decimal de um número racional, um ou mais zeros, a forma decimal assim obtida é ainda numeral do mesmo número racional.

19.9 Verificar se o 0,7 = 0,70 = 0,700

Resp.: sim pois $\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = 0{,}7$

19.10 Efetuar 0,20 + 0,32

Solução:

como $0{,}20 = \frac{20}{100}$

e $0{,}32 = \frac{32}{100}$

teremos

$$0{,}20 + 0{,}32 = \frac{20}{100} + \frac{32}{100} = \frac{52}{100} = 0{,}52$$

portanto 0,20 + 0,32 = 0,52

Podemos efetuar essa adição, segundo o conhecido algoritmo dado abaixo:

$$\begin{array}{r} 0{,}20 \\ 0{,}32 \\ \hline 0{,}52 \end{array}$$

19.11 Efetuar $0{,}200 + 0{,}320 + 0{,}271$

Resp.: 0,791

19.12 Efetuar $0{,}21 + 0{,}32 + 0{,}27$

Resp.: 0,80

19.13 Efetuar $0{,}32 - 0{,}28$

Solução:

como $$0{,}32 = \frac{32}{100}$$

e $$0{,}28 = \frac{28}{100}$$

teremos:

$$0{,}32 - 0{,}28 = \frac{32}{100} - \frac{28}{100}$$

$$= \frac{4}{100} = 0{,}04$$

portanto

$$0{,}32 - 0{,}28 = 0{,}04$$

Ao mesmo resultado podemos chegar, utilizando o algoritmo abaixo:

$$\begin{array}{r} 0{,}32 \\ 0{,}28 \\ \hline 0{,}04 \end{array}$$

19.14 Efetuar $0{,}027 - 0{,}005$

Resp.: 0,022

19.15 Efetuar $0{,}02 \cdot 0{,}003$

Solução:

como $$0{,}02 = \frac{2}{100}$$

e $$0{,}003 = \frac{3}{1000}$$

teremos

$$0{,}02 \cdot 0{,}003 = \frac{2}{100} \cdot \frac{3}{1000} = \frac{6}{100000}$$

$$= 0{,}00006$$

19.16 Efetuar $0{,}12 \cdot 0{,}05$

Solução:

$$0{,}12 \cdot 0{,}05 = \frac{12}{100} \cdot \frac{5}{100} = \frac{60}{10000}$$

$$= \frac{6}{1000} = 0{,}006$$

portanto $0{,}12 \cdot 0{,}05 = 0{,}006$

19.17 Efetuar as operações indicadas:

(*a*) $0{,}78 + 0{,}09 + 0{,}54$

(*b*) $0{,}354 - 0{,}086$

(*c*) $0{,}28 \cdot 0{,}79$

(*d*) $0{,}01 \cdot 2{,}5$

Resp.:

(*a*) 1,41

(*b*) 0,268

(*c*) 0,2212

(*d*) 0,0025

19.18 Calcular $0{,}5 \div 0{,}1$

Solução:

como $$0{,}5 = \frac{5}{10}$$

e $$0{,}1 = \frac{1}{10}$$

teremos

$$0{,}5 \div 0{,}1 = \frac{5}{10} \div \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \div \frac{10}{1} = \frac{50}{10} = 5$$

Portanto $0{,}5 \div 0{,}1 = 5$

19.19 Calcular 0,5 ÷ 2

Solução:

$$0,5 \div 2 = \frac{5}{10} \div \frac{2}{1} = \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{20} = \frac{25}{100} = 0,25$$

portanto 0,5 ÷ 2 = 0,25

19.20 Efetuar as seguintes divisões

(*a*) 1,25 ÷ 0,25

(*b*) 0,125 ÷ 2,5

(*c*) 0,125 ÷ 0,25

(*d*) 0,01 ÷ 0,01

(*e*) 0,5 ÷ 0,2

Resp.:

(*a*) 5

(*b*) 0,05

(*c*) 0,5

(*d*) 1,01

(*e*) 2,5

19.21 Achar uma fração eqüivalente a $\frac{2}{10}$ cujo denominador é uma potência de 10.

Resp.: $\frac{8}{100}$.

19.22 Qual a forma decimal de $\frac{2}{25}$?

Solução:

como $\frac{2}{25} = \frac{8}{100}$

teremos $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 0,08$

portanto 0,08 é a forma decimal de $\frac{2}{25}$

19.23 Qual a forma decimal de $\frac{1}{2}$?

Resp.: 0,5.

19.24 Usando o algoritmo da divisão mostre que a forma decimal de

$$1 \div 2 = \frac{1}{2} \text{ é } 0,5$$

Resp.: realmente dividindo 1 por 2 obteremos para quociente 0,5.

19.25 Mostre que $\frac{1}{3} = 0,333$ .... efetuando a divisão de 1 por 3.

Solução:

```
1,0000 ....... | 2
 10            0,333
  10
   10
   ..
   ..
```

19.26 Mostre que $\frac{2}{9} = 0,222$ .... efetuando a divisão de 2 por 9.

19.27 Calcular 0,333 .... + 0,222 ....

Solução:

como 0,333 .... $= \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$

e 0,333 .... $= \frac{2}{9}$

teremos

0,333 .... + 0,222 .... $= \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

De $\frac{5}{9} = 0,555$ ....

concluímos que:

0,333 .... + 0,222 .... = 0,555 ....

Isto significa que para adicionarmos duas formas decimais infinitas podemos utilizar o dispositivo abaixo:

$$\begin{array}{r} 0{,}333 \ldots\ldots \\ +\ 0{,}222 \ldots\ldots \\ \hline \end{array}$$

19.28 Adicionar $\frac{6}{9} = 0{,}666 \ldots\ldots$ com $\frac{1}{9} = 0{,}111 \ldots\ldots$

Resp.: $0.777 \ldots\ldots$

19.29 Calcular $0{,}666 \ldots\ldots + 0{,}333 \ldots\ldots$

Resp.: $0{,}999 \ldots\ldots = 1$

19.30 Mostre que $\frac{10}{99} = 0{,}10101010 \ldots\ldots$, dividindo 10 por 99

19.31 Mostre que $\frac{100}{999} = 0{,}100100100 \ldots\ldots$, dividindo 100 por 999

19.32 Escrever na forma $\frac{a}{b}$ a dízima $0{,}424242 \ldots\ldots$

Solução:

$$0{,}424242 \ldots\ldots = 4{,}2 \cdot (0{,}101010 \ldots\ldots)$$

Mas $$0{,}101010 \ldots\ldots = \frac{10}{99}$$

Então $$0{,}424242 = 4{,}2 \cdot \frac{10}{99} = \frac{42}{99}$$

19.33 Mostre que $0{,}383838 \ldots\ldots$ é igual a $\frac{38}{99}$

Sugestão:

$$0{,}383838 \ldots\ldots = 3{,}8 \cdot (0{,}101010 \ldots\ldots)$$

19.34 Mostre que $0{,}287287287 \ldots\ldots = \frac{287}{999}$

Sugestão:

$$0{,}287287287 = 2{,}87 \cdot (0{,}100100100 \ldots\ldots)$$

19.35 Mostre que $1{,}333 \ldots\ldots = \frac{13}{9}$

Sugestão:

$$1{,}333 \ldots\ldots = 1 + 0{,}333 \ldots\ldots$$

III - NÚMEROS IRRACIONAIS

20 – Números Irracionais

20.1 $\frac{1}{3} = 0{,}3333 \ldots\ldots$ e $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = 2(0{,}3333 \ldots\ldots)$

Resp.: $0{,}6666 \ldots\ldots$ $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

20.2 $1 = 0{,}9999 \ldots\ldots$, $2 = 1 + 1 = 1 + 0{,}999 \ldots\ldots$
$= 1{,}0000 \ldots\ldots$ e $3 = 2 + 1 = 2 + 0{,}999 \ldots\ldots$
$= \ldots\ldots\ldots$

Resp.: $2.999 \ldots\ldots\ldots$

20.3 $\frac{1}{99} = 0{,}01010101 \ldots\ldots\ldots$

e $\frac{2}{9} = 2 \cdot (0{,}010101 \ldots\ldots\ldots)$

Resp.: $0{,}020202 \ldots\ldots\ldots$

Qualquer número racional pode ser representado por meio de uma periódica (ou forma decimal periódica).

20.4 Existem formas decimais infinitas *não periódicas*, isto é, que não apresentam repetições ou períodos, por exemplo a forma decimal $0{,}1001000100001 \ldots\ldots$ é não periódica (depois de cada 1 aparece mais um zero).

Mas a forma decimal $0{,}101010 \ldots\ldots$ é $\ldots\ldots\ldots$ pois apresenta sempre repetido o 10 que é um período.

Resp.: periódica

20.5 A forma decimal $0{,}101010 \ldots$ representa um número racional pois é periódica. Enquanto que a forma decimal

0,1001000100001 . . . não representa um ....
.... pois não é periódica.

Resp.: número racional

Uma forma decimal infinita não periódica, não representa um racional.

20.6 Sabemos que $\sqrt[2]{2} = 1,414213 \ldots \cdot 1,41423 \ldots$ é uma forma não periódica, portanto $\sqrt[2]{2} = 1,41\,4213 \ldots$

a) é um número racional

b) não é um número racional

Resp.: *b*) não é um número racional

20.7 Sabemos que $\sqrt[2]{3} = 1,7321 \ldots$ e que $1,7321 \ldots$ não é periódica, portanto $\sqrt[2]{3} = 1,7321 \ldots$

a) é um número racional

b) não é um número racional

Resp.: *b*) não é um número racional

Números como $\sqrt[2]{2}$, $\sqrt[2]{3}$, $\sqrt[2]{5}$, etc., que são representados por formas decimais não periódicas recebem o nome de números irracionais.

20.8 Se um número pode ser representado por uma forma decimal periódica êle é racional.

Se um número pode ser representado por uma forma decimal não periódica êle é ....

Resp.: irracional

20.9 Se um número é irracional então êle pode ser representado por forma decimal

a) não periódica

b) periódica

Resp.: *a*) não periódica

20.10 Consideremos a forma decimal infinita não periódica

3,1415926535 . . .

Essa forma representa um número muito famoso que é chamado de π (*lêtra grega, que se lê "pi"*).

O número π (pi) não é um número racional. É um número

....

Resp.: irracional

21 — Exercícios

21.1 Escreva uma forma decimal não periódica infinita, usando sòmente os números 0 e 3.

21.2 A forma decimal 0,12345678910111213 .... é periódica ou não periódica?

Resp.: não periódica

21.3 A forma decimal 234,723723723 .... é periódica ou não periódica?

Resp.: periódica

21.4 Descreva com suas próprias palavras a lei de formação de cada uma das seguintes formas decimais não periódicas:

(*a*) 0, 1010010001 ....

(*b*) 0, 010110111011110 ....

(*c*) 1, 2131415161 ....

(*d*) 1, 21221222122221 ....

(*e*) 0, 135791113151719 21 ....

21.5 A forma decimal 0,99999 .... representa um número racional ou irracional? Qual?

Resp.: racional, representa o número 1

21.6 $\sqrt[2]{4} = 1,99999$ .... é um número racional ou irracional?

Resp.: Racional, pois 1,999 .... é periódica e igual a 2

21.7 $\sqrt[2]{10} = 3,1723$ .... é um número racional ou irracional?

Resp.: irracional

21.8 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 1,4142$ .... $+ 1,7321$ .... $=$ ————

Resp.: 3,1473

21.9 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3,1473$ .... é um número racional ou irracional?

Resp.: 3,1473

21.10 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3{,}1473$ .... é um número racional ou irracional?
Resp.: irracional

Observação: Ao escrevermos $\sqrt{2} \simeq 1{,}4142$ estamos dizendo que $\sqrt{2}$ é aproximadamente dado por 1,4142, que é uma forma decimal finita.

Mas ao escrevermos $\sqrt{2} = 1{,}4142$ .... estamos dizendo que $\sqrt{2}$ é exatamente 1,4142 .... que é uma forma decimal infinita (a reticências indica que a forma é infinita).

21.11 Um outro número muito famoso em matemática é o número representado pela letra *e* e dado pela forma decimal infinita:

$$e = 2{,}71828182845904523536028 74 \ldots\ldots$$

Portanto *e* é um número ....
Resp.: irracional

IV - NÚMEROS REAIS

22 — Números Reais

Acabamos de ver dois tipos de números; os racionais e os irracionais.

É conveniente darmos um nome ao conjunto formado tanto pelos números racionais como pelos irracionais. Chamaremos tal conjunto de *conjunto dos números reais.*

Definição: Todo número que possa ser representado por uma forma decimal (finita ou infinita, periódica ou não periódica) recebe o nome de *número real.*

22.1 Número real é todo número que pode ser representado por uma forma decimal. Essa forma decimal deve ser:

(*a*) finita

(*b*) infinita e periódica

(*c*) infinita e não periódica

(*d*) infinita ou finita e periódica ou não periódica.

Resp.: (*d*).

22.2 A forma decimal 0,9999 . . .. representa um número real?

(*a*) sim

(*b*) não

Resp.: sim

22.3 A forma decimal 0.101001000 . . . é um número real?

(*a*) sim

(*b*) não

Resp.: sim

22.4 Todo número irracional é um número real?

(*a*) sim

(*b*) não

Resp.: (*a*) sim

22.5 $\sqrt[3]{3}$ é um número irracional, que é também um número ....

Resp.: real

22.6 A forma decimal finita 0,25 é um número real?

(*a*) sim

(*b*) não

Resp.: (*a*) sim

22.7 Todo número racional, é real.

$\frac{1}{4}$ é um número racional, logo é um número ....

Resp.: real

22.8 Um determinado número real x é representado por uma forma decimal infinita periódica.

Podemos afirmar que x é:

(*a*) número irracional

(*b*) número racional

Resp.: (*b*) número racional

22.9 Todo número racional é real, portanto podemos dizer que o conjunto dos números reais contém o conjunto dos números ....

Resp.: racionais

22.10 Seja R o conjunto dos números reais e Q o conjunto dos racionais. Então podemos escrever que:

(*a*) $R \subset Q$

(*b*) $Q \subset R$

(*c*) $Q \not\subset R$

Resp.: (*b*) $Q \subset R$

22.11 O esquema abaixo

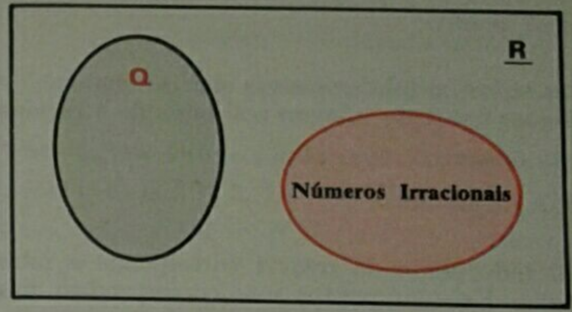


FIG. 3

Mostra que:

(*a*) O conjunto Q é um subconjunto do conjunto dos números irracionais.

(*b*) O conjunto dos números irracionais se acha contido no conjunto dos números reais.

(*c*) Existem números reais que não são irracionais.

Resp.: (*b*)

23 — A reta real

Já sabemos que cada número racional corresponde a um ponto da reta, como indica a figura abaixo.

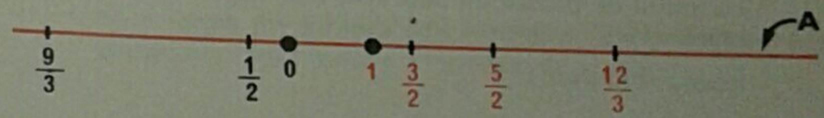


FIG. 4

23.1 A cada número racional podemos fazer corresponder um só .... da reta A.

Resp.: ponto

23.2 Existem pontos de A que não correspondem a números racionais.

Então nem todo .... da reta A corresponde a um número racional.

Resp.: ponto

23.3 Nem todos os números reais são racionais. Sabemos que todo número real que não é racional é chamado número ....

Resp.: irracional

23.4 Nem todo ponto da reta A corresponde a números racionais. Existem pontos que correspondem a números que não são racionais, isto é, números ....

Resp.: irracionais

23.5 Todo ponto da reta que não corresponde a um número racional, corresponde a um número ....

Resp.: irracional

Números racionais e irracionais são números reais, portanto:

A cada ponto de uma reta corresponde um número real e vice-versa, isto é, a correspondência ponto $\longleftrightarrow$ número real é biunívoca.

23.6 Existe uma correspondência .... entre o conjunto de pontos de uma reta e o conjunto de números reais.

Resp.: biunívoca

23.7 Dizer que a correspondência

ponto $\longleftrightarrow$ reta

é biunívoca, é dizer que a cada ponto da reta corresponde um número .... e vice-versa, isto é a cada número real corresponde um ....

Resp.: real, ponto

Definição: *A reta real* é uma reta em que foi estabelecida a correspondência biunívoca

ponto $\longleftrightarrow$ número real

23.8 A figura abaixo nos mostra a localização de $\sqrt[2]{2}$ na reta real.

Nessa figura foram consideradas as seguintes desigualdades: $1 < \sqrt[2]{2} < 2$, $1{,}4 < \sqrt[2]{2} < 1{,}5$, $1{,}41 < \sqrt[2]{2} <$ $<$ ...., $1{,}414 < \sqrt[2]{2} < 1{,}415$ e $1{,}4142 < \sqrt[2]{1{,}4143}$.

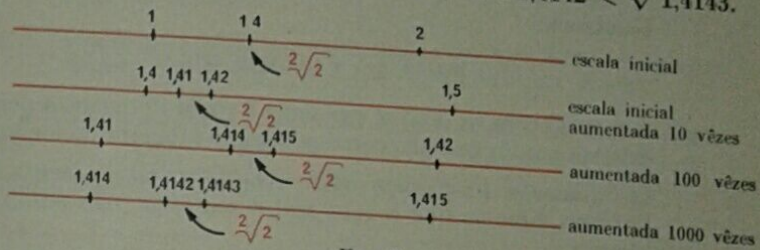


FIG. 5

Resp.: 1,42

24 — Sumário

24.1 *Números reais*

Todo número que possa ser representado por uma forma decimal recebe o nome de número real.

Se a forma fôr finita, ou se fôr infinita periódica, o número real representado pela mesma é racional.

Se a forma fôr infinita não periódica, o número real representado pela mesma é irracional.

Número real
- racional
  - forma decimal finita
  - forma decimal infinita periódica
- irracional
  - forma decimal infinita e não periódica

24. 2 *Conjunto dos números reais*

Representamos por um R o conjunto dos números reais. O conjunto R contém como subconjuntos os conjuntos dos números racionais e irracionais.

24.3 *Números irracionais famosos*

O número e e o número π são dois números irracionais famosos, dados respectivamente pelas seguintes formas decimais:

$$e = 2{,}7182818284590\ \ldots$$
$$\pi = 3{,}1415926535\ \ldots$$

24.4 *Reta real.*

É tôda reta em que foi estabelecida a correspondência biunívoca:

$$\text{ponto} \longleftrightarrow \text{número real}$$

A reta só com os pontos racionais é cheia de lacunas pois existem pontos que não correspondem a números racionais.

Os números irracionais vêm *completar* essas lacunas. Por isso diremos que a reta real é *completa* (não admite lacunas).

Essa propriedade é muito importante pois muitas propriedades dos números reais dependem da mesma.

25 — Exercício

25.1 Classificar as formas decimais abaixo com o seguinte critério: F para as finitas, I para as infinitas, P para as periódicas e N para as não periódicas.

(*a*) 1, 203452034520345 ....

(*b*) 2, 0101

(*c*) 1, 234567891011121314 ....

(*d*) 234567, 12121212 ....

(*e*) 4, 5445445444454444445

(*f*) 0,25

(*g*) 12, 322332223332222333 ....

(*h*) 9, 999999999999

Resp.: (*a*) IP (*c*) IN (*e*) IN (*g*) IN
(*b*) F (*d*) IP (*f*) F (*h*) F

25.2 Entre as formas decimais do exercício anterior, quais representam números racionais e quais representam números irracionais?

Resp.: números racionais (*a*), (*b*), (*d*), (*f*) e (*h*)
números irracionais (*c*), (*e*), e (*g*)

25.3 Entre os números racionais

0,99999 .... e 0,8888 ....

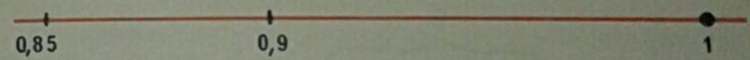
qual é o maior?

Resp.: 0,99999 ....

25.4 Os números 0,9, 0,99, 0,999, etc., são sucessivas aproximações de que número?

Resp.: do número 1

25.5 Mostre sôbre a reta real que os pontos 0,9, 0,99, 0,999, etc., se aproximam cada vez mais de 1 (use a reta da figura abaixo)



Resp.:

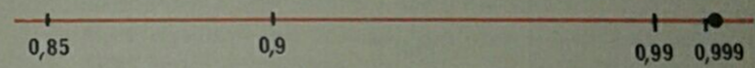


FIG. 6

25.6 Consideremos o número irracional $\frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707167$ .... Localize $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (aproximadamente) na reta real por meio de sucessivas ampliações (como fizemos em 21.8)

Sugestão:

$$0{,}7 < \frac{\sqrt{2}}{2^4} < 0{,}8,\ 0{,}70 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 0{,}71,\ 0{,}707 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 0{,}708$$

25.7 Existe um número real entre 0,9 e 1? E entre 0,99 e 1?

Resp.: sim, sim

25.8 $\frac{0{,}9 + 1}{2}$ é um número real entre 0,9 e 1?

Resp.: Sim, pois $\frac{0{,}9 + 1}{2} = 0{,}95$ e $0{,}9 < 0{,}95 < 1$.

25.9 $\frac{0{,}99 + 1}{2}$ é um número real entre 0,99 e 1?

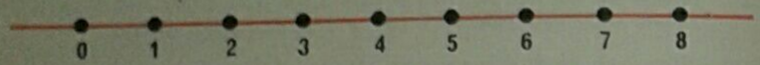
Resp.: Sim, pois $\dfrac{0{,}99 + 1}{2} = 0{,}995$

25.10 Sejam a e b números reais. Sendo $a > b$ o número real $\dfrac{a+b}{2}$ estará sempre entre b e a?

Resp.: Sim, pois sendo $a > b$ teremos $b < \dfrac{b+a}{2} < a$

25.11 O que significa dizer que a reta real é completa?

25.12 Seja B o conjunto dos números reais maiores ou iguais a 2 e menores ou iguais a 5. Represente na reta real o conjunto B.



Resp.:

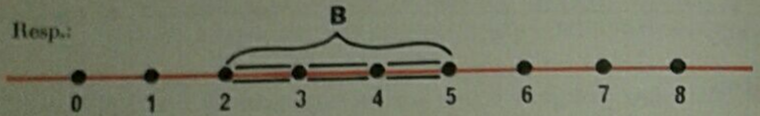


FIG. 7

25.13 Considere os números reais:

(a) 3,12047 ....

(b) 3,12050 ....

(c) 3,12049 ....

Qual é o maior dêles? Qual é o menor?

Resp.: (a) é o menor, (b) o maior

25.14 Os números $x = 0{,}1010010001$ .... e $y = 0{,}0101101110$ .... são racionais ou irracionais?

Resp.: São irracionais

25.15 O número x e y do exercício anterior são irracionais. Calcule $x + y$. O número $x + y$ é também irracional?

Solução:

$$\begin{aligned} x &= 0{,}1010010001 \ldots\ldots \\ y &= 0{,}0101101110 \ldots\ldots \\ \hline x + y &= 0{,}1111111111 \ldots\ldots \end{aligned}$$

como

$$0{,}1111111111 \ldots\ldots = \frac{1}{3} \text{ teremos}$$

$$x + y = \frac{1}{3} \text{ que é um número racional}$$

25.16 A soma de dois irracionais é um outro irracional?

Resp.: não

25.17 A soma de dois racionais é um outro racional?

Resp.: sim

25.18 Sabendo que $\sqrt[3]{3}$ é irracional, prove que $\sqrt[3]{3} + 1$ é irracional também

Solução:

Suponhamos ao contrário que $\sqrt[3]{3} + 1$ seja racional.

Adicionemos a êsse número o número racional -1.

Como a soma de dois racionais é um outro racional o número resultante deverá ser racional.

Então $(\sqrt[3]{3} + 1) - 1 = \sqrt[3]{3} + 0 = \sqrt[3]{3}$ deve ser racional, o que é um absurdo pois sabemos que $\sqrt[3]{3}$ é irracional.

Portanto $\sqrt[3]{3} + 1$ não pode ser racional, só restando ser irracional.

25.19 Sabendo que $\sqrt[3]{2}$ é irracional demonstre que $\sqrt[3]{2} + 5$ é também irracional.

Sugestão: use um raciocínio análogo ao anterior

25.20 O conjunto dos racionais é dito *denso* sôbre a reta real porque sempre existe um número racional entre dois outros racionais dados. Podemos dizer o mesmo sôbre o conjunto dos números irracionais?

Resp.: Sim

25.21 O conjunto dos números inteiros é denso na reta real?

Resp.: Não, pois entre dois números inteiros dados na reta real, não existe um outro inteiro entre êles.

25.22 A soma de dois números reais é um número real?

Resp.: Sim

25.23 Qual é o elemento neutro da adição de números reais?

Solução: Seja x um número real, então x pode ser representado por uma forma decimal.

Admitamos que x seja representado por

$$x = a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f \ \ldots\ldots$$

onde a, b, c, d, e, f etc., são números inteiros compreendidos entre 0 e 9

Consideremos a forma decimal

$$0 = 0{,}00000 \ \ldots\ldots$$

Evidentemente

$$\begin{aligned} x + 0 &= a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f \ \ldots\ldots + 0{,}00000 \ \ldots\ldots \\ &= a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f \ \ldots\ldots = x \end{aligned}$$

Portanto 0 é o elemento neutro da adição

25.24 A adição de inteiros é comutativa? E associativa?

Resp.: Sim, Sim.

25.25 Qual é o inverso aditivo do número real x?

Resp.: $-x$, pois $(-x) + (+x) = 0$

25.26 Qual é o inverso aditivo de $\sqrt[3]{7}$?

Resp.: $-\sqrt[3]{7}$

25.27 Enumere tôdas as propriedades da adição e da multiplicação de números reais.

Resp.:

Propriedades	Adição	Multiplicação
comutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
associativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
elemento neutro	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
elemento inverso	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1$
Distributiva da multiplicação em relação a adição	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	

25.28 Exprimir na forma decimal os seguintes números racionais

(a) $3 + \dfrac{1}{3}$

(c) $3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3}}}$

(b) $3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3}}$

Resp.: Simplificando os números racionais acima teremos:

(a) $\dfrac{10}{3} = 3{,}333 \ \ldots\ldots,$ (c) $\dfrac{109}{33} = 3{,}30303 \ \ldots\ldots$

(b) $\dfrac{33}{10} = 3{,}3$

25.29 Uma expressão da forma

$$a + \cfrac{b}{c + \cfrac{d}{e + \cfrac{f}{g + \ddots}}}$$

é denominada de fração contínua

Assim a expressão

$$3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{3_{\ddots}}}}$$

é uma ....

Resp.: fração contínua

25.30 Uma outra maneira de representarmos um número real, é utilizarmos uma fração contínua.

Verifique se a fração contínua finita

$$2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2}}}$$

representa o número real $\dfrac{67}{29}$.

Solução:

$$2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{}{4 + \cdots}} \qquad 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{\frac{9}{2}}} \qquad 2 + \cfrac{1}{\frac{29}{9}}$$

$$= 2 + \frac{9}{29} = \frac{67}{29}$$

(Uma fração contínua finita representa um número racional).

25.31 Verificar se a fração contínua infinita

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cdots}}}$$

representa o número irracional $\sqrt{2}$:

Solução: Calculemos os valôres de:

(*a*) $1 + \frac{1}{2}$

(*b*) $1 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}$

(*c*) $1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$

(*d*) $1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$

Cálculo de (*a*)

$$1 + \frac{1}{2} = 1 + 0{,}5 = 1{,}5$$

Cálculo de (*b*)

$$1 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{5}{2}}} = 1 + \frac{2}{5} = 1{,}4$$

Cálculo de (*c*)

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{5}{2}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \frac{2}{5}} = 1 + \cfrac{1}{\frac{12}{5}}$$

$$= 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12} = 1{,}41666 \ldots\ldots\ldots$$

Cálculo de (*d*)

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{5}{2}}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{5}}}$$

$$= 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\frac{12}{5}}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \frac{5}{12}} = 1 + \cfrac{1}{\frac{29}{12}}$$

$$1 + \frac{12}{29} = \frac{41}{29} \simeq 1{,}4138 \simeq 1{,}414$$

Observemos que os valôres obtidos 1,5, 1,4, 1,416 ...., 1,414 se aproximam de $\sqrt{2}$.

25.32 Verificar se a fração contínua infinita

$$3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{15 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{292 + \cdots}}}}$$

representa o número irracional $\pi = 3{,}14159 \ldots\ldots\ldots$

Resp.: Obteremos os seguintes valôres

$$\frac{3}{1} = 3 \qquad \frac{22}{7} \simeq 3{,}1429 \qquad \frac{333}{106} \simeq 3{,}14152$$

$\frac{355}{113} = 3{,}14159292035 \ldots\ldots\ldots$ (que se aproxima de π com um êrro na sétima casa decimal).

25.33 Verificar se a fração contínua infinita

$$2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4} \cdots}}}}$$

representa o número irracional $e = 2{,}728282 \ldots\ldots\ldots$

Resp.: Obteremos os seguintes valôres:

$$2,\ 3,\ \frac{8}{3},\ \frac{11}{4},\ \frac{19}{7},\ \frac{87}{32} \cong 2{,}719$$

26 — Abscissa de um ponto da reta real

Vimos que a cada ponto da reta real corresponde um número real e vice-versa.

Chamaremos êsse número de *abscissa* do *ponto*.

26.1 Olhe a reta real da figura abaixo

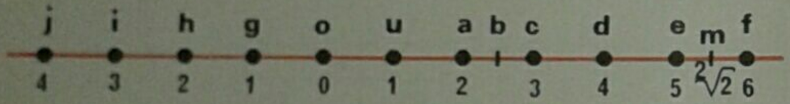


FIG. 8

A abscissa do ponto h é -2, enquanto que a abscissa do ponto c é ......

Resp.: 3

26.2 A abscissa do ponto a é ......

Resp.: 2

26.3 A abscissa do ponto g é ....

Resp.: -1

26.4 A abscissa do ponto b é ....

Resp.: $\sqrt[3]{6}$

Com os símbolos a (a), $b(\sqrt[3]{30})$, $c(3)$, $g(-1)$, etc. queremos significar respectivamente que: a abscissa do ponto a é 2, a do ponto b, é $\sqrt[3]{30}$, a do ponto c é 3, a do ponto g é -1, etc..

26.5 Assim $j(-4)$ significa que a abscissa de j é -4, enquanto que $i(-3)$ significa que a abscissa do ponto i é ....

Resp.: -3

26.6 $o(O)$ significa que a abscissa do ponto o é O enquanto que $u(1)$ significa que a abscissa do ponto ...... é ......

Resp.: u, 1

26.7 Ao ponto d fazemos corresponder o número real 4. Assim $d(4)$ significa que 4 é a abscissa do ponto ......

Resp.: d

26.8 A abscissa de um ponto da reta real é um número ....

Resp.: real

26.9 Dada a abscissa de um ponto da reta real ficamos conhecendo êsse ponto, pois a correspondência ponto ↔ abscissa é:

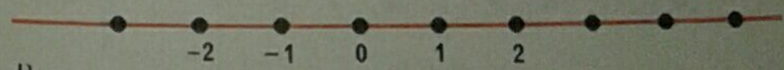
(*a*) unívoca

(*b*) biunívoca

(*c*) plurívoca

Resp.: (*b*) biunívoca

26.10 Localize sôbre a reta real da figura abaixo, os pontos $a(-3)$, $b(2)$ e $c(4)$.



Resp.:

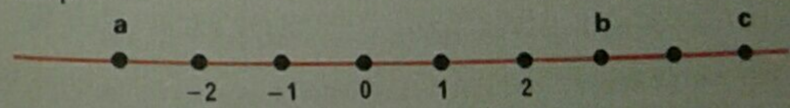


FIG. 9

27 — Sumário

27.1 *Correspondência ponto ↔ número real*

Na reta real, cada ponto corresponde a um só número real, e cada número real a um só ponto.

Em outras palavras a correspondência ponto ↔ número real é biunívoca.

27.2 *Abscissa de um ponto.*

O número real que corresponde a um ponto da reta real recebe o nome da abscissa da reta.

27.3 *Simbologia*

Para simbolizar que x é abscissa de um ponto a, escreveremos

$$a(x)$$

Assim,

$a(x)$ significa ponto a de abscissa x.

28 — Exercícios

28.1 Marque numa reta real os seguintes pontos:

$a(3)$, $b(2)$, $c(-1)$, $d\left(\frac{2}{3}\right)$

$e\left(-\frac{3}{7}\right)$ $f(\sqrt[2]{2})$ e $h(-\sqrt[2]{5})$

Sugestão: tome $\sqrt[2]{2} \cong 1{,}4$ e $\sqrt[2]{5} = 2{,}2$

Resp.:

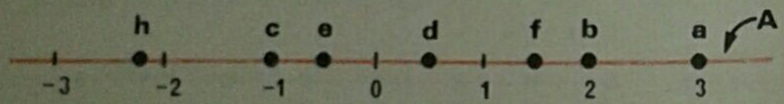


Fig. 10

28.2 Quais são as abscissas dos pontos a, b, c, d, e, f e h, da reta A da figura acima?

Resp.: São respectivamente 3, 2, −1, $\frac{2}{3}$, $\frac{-3}{7}$, $\sqrt[2]{2}$ e $-\sqrt[2]{5}$

28.3 A reta real é uma reta orientada? Justificar

Resp.: Sim, pois entre os elementos da mesma existe uma relação de ordem (recordemos que uma reta orientada ou eixo é tôda reta que tenha uma relação de ordem)

28.4 Na reta real cada número corresponde a um ....

Resp.: ponto

28.5 Existe na reta real um ponto que corresponde ao número zero. Êste ponto é chamado de *origem* da reta real.

Qual é a abscissa da origem?

Resp.: é o número zero

28.6 Para graduarmos uma reta, temos que escolher uma unidade de medida. O ponto u se acha a uma unidade da origem. Quais as possíveis abscissas de u?

Resp.: Se u estiver a uma unidade da origem no sentido positivo a sua abcissa é $+1$. Se u estiver a uma unidade da origem no sentido negativo a sua abscissa é -1.

28.7 O sentido positivo na reta real é indicado por uma flecha.

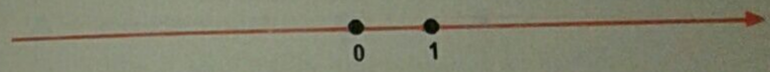


Fig. 11

28.8 Faça a graduação da reta acima, com a unidade indicada na mesma e marque os seguintes pontos:

$u(1)$ $a(-2)$ $b(-3)$ $c(0)$ $d(2)$

Resp.:

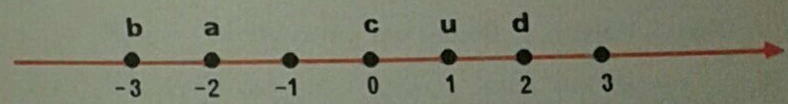


Fig. 12

28.9 Um ponto $a(x_a)$ está entre dois pontos $b(x_b)$ e $c(x_c)$ se e sòmente se $x_b < x_a < x_c$.

Na figura anterior o ponto a está entre b e c? Por que?

Resp.: está, pois $-3 < -2 < 0$

28.10 O conjunto dos pontos de uma reta que se acha entre dois pontos delas b e c recebe o nome de *segmento de extremos* b e c. Se incluirmos os extremos b e c nesse conjunto o segmento se diz *fechado*, se os excluirmos, o segmento se dirá *aberto*. Desenhe na reta abaixo o segmento fechado de extremos $b(-1)$ e $c(2)$

Resp.:

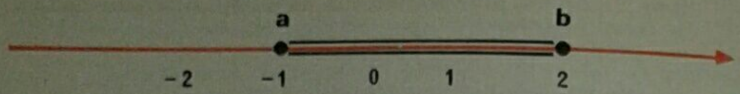


FIG. 13

Observação: O segmento aberto de extremos *b* e *c* é representado por:

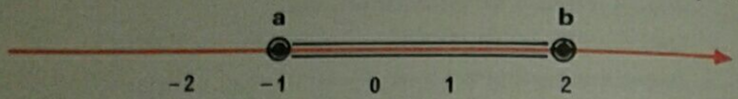


FIG. 14

29 — Sistema Coordenado Unidimensional

29.1 Olhe a reta real *A* dada abaixo:

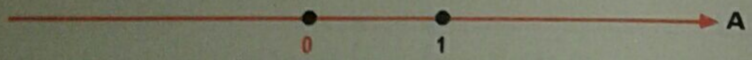


FIG. 15

Em *A*, a origem é representada por ...., a unidade de medida é dada pela distância de 0 até ...., e a direção considerada como positiva está indicada por uma ....

Resp.: 0(zero), 1, flecha

Diremos que numa reta real foi estabelecido um *sistema coordenado* unidimensional quando na mesma encontramos:

1.º) um ponto origem
2.º) uma unidade de medida
3.º) um sentido escolhido como positivo

29.2 Na reta *A* de 29.1 encontramos estabelecido um sistema de coordenada unidimensional, pois na mesma encontramos.

1.º) um ponto origem (indicado por 0)
2.º) uma ....
3.º) um sentido ....

Resp.: 2.º) unidade de medida
3.º) escolhido como positivo

29.3 Em que reta (entre as retas dadas abaixo) foi estabelecido um sistema coordenado unidimensional?

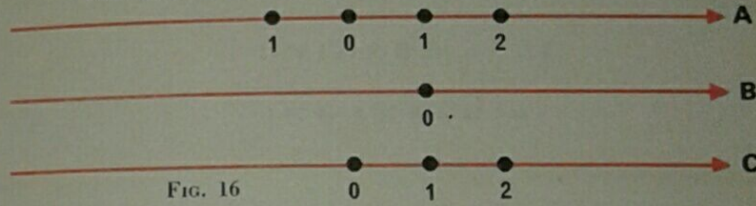


FIG. 16

Resp.: Só em *C*. Em *A* não temos um sistema coordenado, unidimensional, pois não existe uma unidade de medida *única*.

Em *B* não temos uma unidade de medida.

29.4 Na reta *D* da figura abaixo não foi estabelecido um sistema coordenado unidimensional?

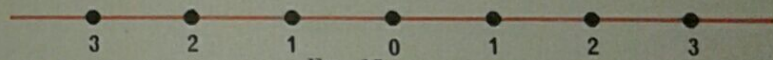


FIG. 17

falta escolher um ....

Resp.: sentido como positivo

29.5 Em quais das retas abaixo, temos um sistema coordenado unidimensional?

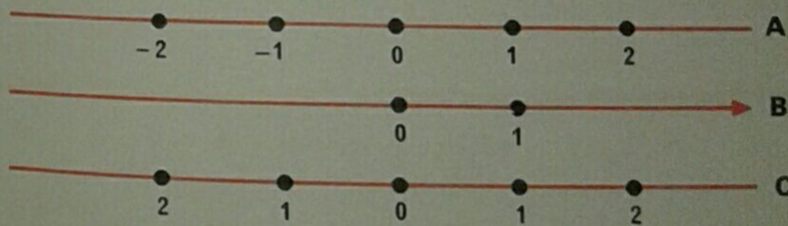


FIG. 18

Resp.: *A* e *B*

29.6 A cada ponto p de um sistema coordenado unidimensional corresponde um número real x.

O número x recebe o nome de .... do ponto p.

Resp.: abscissa.