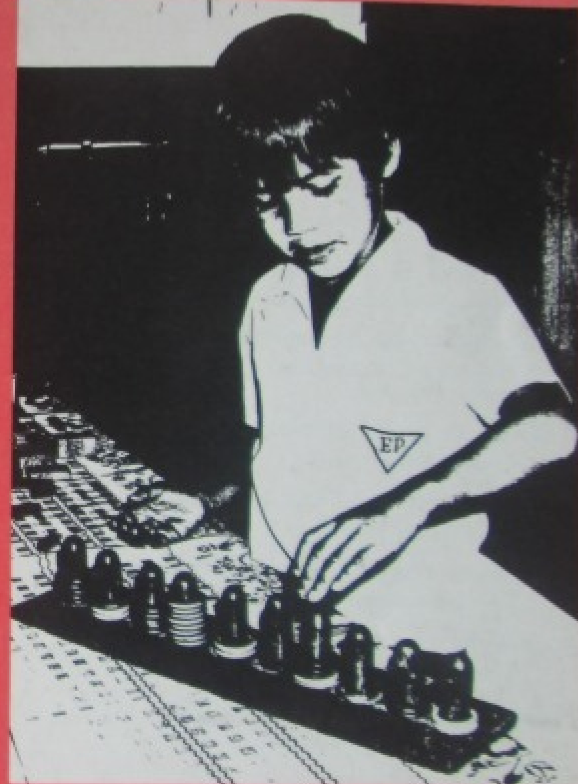
lúcia maria joppert
de moura carvalho

divisão



SÉRIE MATERIAIS PARA EXPERIMENTAÇÃO

Publicados

- Avaliação do rendimento escolar
  Sérvula de Souza Paixão
- Divisão
  Lúcia Maria Joppert de Moura Carvalho
- Trabalho independente
  Sarah Lerner Sadcovitz
- Excursões educativas
  Letícia Maria Santos de Faria
- Transamazônica
  Luci Carriço Ramos
- Primeiro cantinho de leitura
  Célia Tamapolsky

A sair

- Diagnóstico de dificuldades na aprendizagem da leitura
  Wanda Rollin Pinheiro Lopes
- Uma experiência de **team-teaching**
  Nise Maria L. B. Magalhães
  Martha Albuquerque
- O ar, um projeto de ciências
  Ceisa de Moura Abdon
- A criança de 6 e 7 anos na 1.ª série
  Selene Ribeiro Kepler
- Banco do estudante, método de projetos
  Léa Cutz Gaudenzi
- O medo, o lar e a escola
  Generice Albertina Vieira
- Dramatização didática
  Letícia Maria Santos de Faria
- Caminhos para o ensino da leitura
  Lúcia Marques Pinheiro

CAPA

Foto de aluno da Escola Christiano Hamann, da rede oficial do Estado da Guanabara.

DIVISÃO

INSTITUTO NACIONAL DE
ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS

direção
Ayrton de Carvalho Mattos

CENTRO BRASILEIRO DE
PESQUISAS EDUCACIONAIS

direção
Elza Rodrigues Martins

série
MATERIAIS PARA EXPERIMENTAÇÃO

coordenação
Elza Nascimento Alves

assessoria
Cenerice Albertina Vieira

capa
Anna-Beli Hardino de Mello

fotografia
Armando Neves Júnior

diagramação
Sérgio Fragoso

ilustração
Marilena Silveira Lima Teixeira

revisão
Walter Maia de Almeida

Rua Voluntários da Pátria, 107 - AC 02
20000 - Rio de Janeiro, GB - Brasil

LÚCIA MARIA JOPPERT DE MOURA CARVALHO

DIVISÃO

MEC — INEP — CBPE

1973

APRESENTAÇÃO

Este folheto compõe a série "Materiais para Experimentação" relacionada a Projeto que o Centro Brasileiro de Pesquisas Educacionais está desenvolvendo com o objetivo de oferecer aos Estados e Territórios bases para a elaboração de currículos e programas da escola fundamental.

Entre os trabalhos realizados para embasamento do Projeto constou um levantamento, em amostragem, da opinião do professorado sobre:

- forma de apresentação do programa
- tipos de orientação aconselháveis
- materiais auxiliares desejados

A série "Materiais para Experimentação" constitui, tanto quanto possível, uma tentativa de resposta ao pronunciamento dos professores sobre materiais de apoio sentidos como necessários para implementação das primeiras séries do Ensino de 1.º Grau.

Pretende-se, com esta série, levar ao conhecimento do professor experiências bem sucedidas de outros professores, bem como orientação sobre aspectos relevantes do processo ensino-aprendizagem, com base nos resultados obtidos ou observados pelos autores em suas atividades profissionais, ligadas direta ou indiretamente à prática docente.

Objetiva-se, ainda, testar a eficácia do tipo de comunicação escolhido para chegar ao professorado: pequenos folhetos, escritos em linguagem simples e direta em que princípios e conceitos básicos de educação são muito mais inferidos pelo leitor do que apresentados sob qualquer forma de sistematização teórica.

Trata-se, naturalmente, de materiais que o INEP pretende submeter à experimentação controlada a fim de obter evidências sobre:

- receptividade do professor
- adequação do conteúdo, forma e extensão da mensagem transmitida, entre professores de diferentes níveis de formação nas várias regiões do País
- eficiência do material como elemento de motivação do professor e instrumento para operacionalização da Reforma do Ensino de 1.º Grau

A edição desta série faz parte do Subprojeto Publicações do INEP.

O presente folheto é de autoria de Lúcia Maria Joppert de Moura Carvalho, com especialização em Didática do Ensino da Matemática, professora durante 18 anos da Escola Guatemala, tendo ainda exercido atividade docente em cursos de especialização e aperfeiçoamento para professores, promovidos pelo Instituto de Educação da Guanabara.

Elza Nascimento Alves
Coordenadora da Série

SUMÁRIO

I - Introdução

Divisão é a operação fundamental considerada mais difícil.

Não é um processo direto como a multiplicação e adição. Envolve uma dificuldade particular, que é a estimativa do quociente, mesmo nos casos mais simples.

Cada quociente parcial tem que ser calculado e, se em alguma etapa houver erro, será necessário corrigi-lo antes de continuar o processo. É uma operação complexa para quem ensina e para quem aprende. Seu estudo deve ser feito passo a passo. Só será apresentada nova dificuldade, se a anterior estiver totalmente vencida.

Parece não ter havido maior preocupação em fazer a criança compreender o processo, dando-se mais ênfase à parte do mecanismo. Essa orientação, porém, leva a criança a memorizar sem compreender porque deve agir desta ou daquela maneira.

Assim como no ensino da multiplicação o processo tem de partir da adição, mostrando ao aluno que a nova operação nada mais é do que uma adição de parcelas iguais, no ensino da divisão, pode mostrar que dividir é realizar subtrações sucessivas ou repetidas com subtraendos iguais.

É muito importante que o aluno parta de experiências com material concreto, variado, manipule esse material, dramatize; comece, portanto, por uma fase concreta.

Passará, depois, à semi-concreta, na qual a criança lida com desenhos e esquemas, ilustrando as situações apresentadas: passa linhas em volta de objetos para formar grupos menores dentro de um conjunto maior, desenha grupos com o mesmo número de objetos, em vez de usar somente a verbalização.

Só mais tarde, quando o significado da operação já estiver interiorizado, o aluno passará à fase abstrata, trabalhando, então, com símbolos numéricos.

Convém ressaltar que o cálculo surge, quase sempre, de situações problema. Raramente é um fim em si mesmo. A criança não pode compreender o problema se o adulto lhe disser "que conta deve ser feita". Ela necessita ver como a situação apresentada pode ser "traduzida" em desenho ou por meio de objetos (dependendo da fase em que se encontre), e a respectiva correspondência com os símbolos numéricos, encontrando a resposta por ela própria.

O sentido da divisão está baseado na ação de dividir — separação de um conjunto em subconjuntos iguais, o que pode acontecer de duas maneiras:

** Conhecendo a quantidade de objetos de que se compõe cada subconjunto, pode-se determinar o número de subconjuntos contidos no conjunto maior.*

Ex.: Quantos subconjuntos de 3 objetos podem ser formados com 24 objetos?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão — comparação ou medida.

** Conhecendo o número de subconjuntos que vão ser formados, procura-se saber o número de objetos de cada um.*

Ex.: Um conjunto de 24 objetos deve ser dividido em 8 subconjuntos iguais. Quantos objetos haverá em cada um?

Este tipo de ação de dividir é chamado de divisão — repartição ou partição.

É aconselhável iniciar o ensino da divisão sempre pelo primeiro tipo, tendo em vista o desenvolvimento da compreensão dos mecanismos envolvidos na operação de dividir.

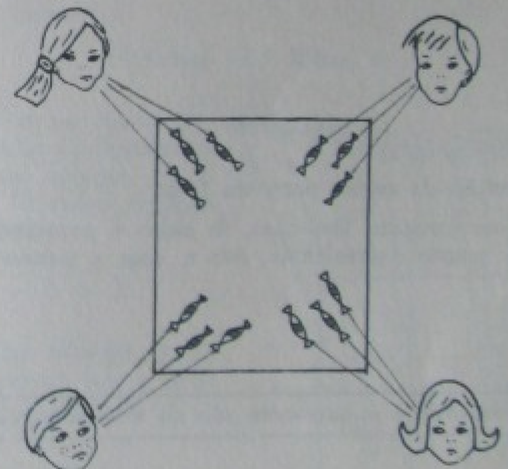
Lúcia Maria Joppert de M. Carvalho

II - Idéias da divisão

Antes de ensinar a dividir, apresente situações simples que ajudem a criança a compreender as idéias básicas envolvidas no conceito de DIVISÃO.

Você pode propor casos assim:

* Maria tem um saco com 12 balas e quer distribuir todas elas, em quantidades iguais, entre 4 colegas. Quantas balas vai receber cada um deles?



O conjunto de 12 balas foi igualmente *repartido entre* as 4 crianças, recebendo cada criança 3 balas.

12 balas $\div$ 4 = 3 balas

• Um operário arrumou 20 parafusos em 5 pacotes. Quantos parafusos ficaram em cada pacote?

Os 20 parafusos foram repartidos, igualmente, pelos 5 pacotes, ficando 4 parafusos em cada pacote.

20 parafusos ÷ 5 = 4 parafusos

Os exemplos mostram que a divisão encerra a idéia de

REPARTIR

Chame a atenção da turma para um fato:

Ao repartir um conjunto (no caso, de balas e parafusos) em subconjuntos ou grupos equivalentes, isto é, com o mesmo número de elementos,

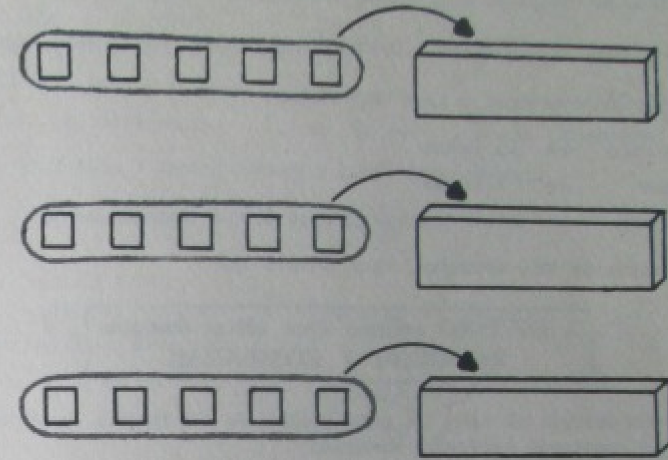
o dividendo e o quociente são da mesma espécie

Exemplificando com o caso das balas:

dividendo → 12 balas
quociente → 3 balas
divisor → número de crianças

Proponha outras situações de divisão:

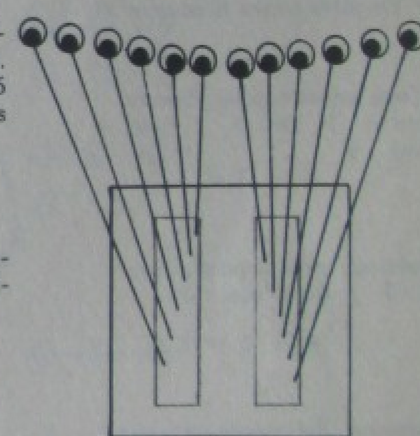
• Alberto tem um jogo de 15 fichas guardadas em caixas. Em cada uma cabem 5 fichas. Quantas caixas tem o jogo de Alberto?



O conjunto de 15 fichas forma 3 grupos de 5 fichas. No jogo há, portanto, 3 caixas.

15 fichas ÷ 5 fichas = 3

• Na folha de um álbum podem ser coladas 12 figurinhas, dispostas em colunas de 6 figurinhas. Quantas colunas há na folha?



12 ÷ 6 = 2

Com os dois últimos exemplos você mostra que a divisão encerra a idéia de

COMPARAR

Leve a criança a comparar uma quantidade maior com outra menor, determinando quantas vezes a menor está contida na maior, ou quantas vezes um conjunto, com menor número de elementos, está contido no conjunto com maior número de elementos.

Neste caso, *o dividendo e o divisor é que são da mesma espécie.*

Exemplificando com o caso das fichas:

dividendo → 15 fichas
divisor → 5 fichas
quociente → número de vezes que 5 está contido em 15

Por meio de tais situações, você mostra que

A DIVISÃO encerra duas idéias distintas
REPARTIR e COMPARAR

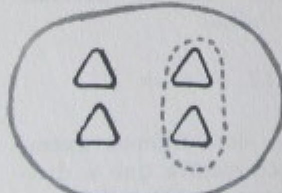
Convém insistir na idéia de comparação ou de medida, lembrando que ao comparar você está medindo.

Procure visualizar a idéia:

* Quantas vezes 6 contém 2?

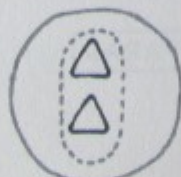
Você subtraiu pela *primeira vez* o 2 de 6 e ficou com 4

$6 - 2 = 4$



Subtraiu pela *segunda vez* o 2 e ficou com 2

$4 - 2 = 2$



Subtraiu pela *terceira vez* o 2 e encontrou 0

$2 - 2 = 0$

Recapitulando:

Subtraímos 2 , 3 vezes de 6

Em 6 há 3 vezes 2
6 contém 2, 3 vezes
2 está contido em 6, 3 vezes ou
6 *dividido* por 2 é igual a 3

6 → dividendo 2 → divisor 3 → quociente

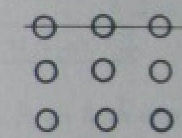
Apresente a mesma situação com novos dados:

* Quantas vezes 3 está contido em 12?

De 12, você: De 12, você:

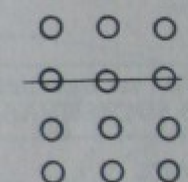
Subtraiu 3 — *uma vez*

$12 - 3 = 9$



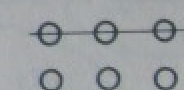
Subtraiu 3 — *duas vezes*

$9 - 3 = 6$



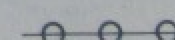
Subtraiu 3 — *três vezes*

$6 - 3 = 3$



Subtraiu 3 — *quatro vezes*

$3 - 3 = 0$

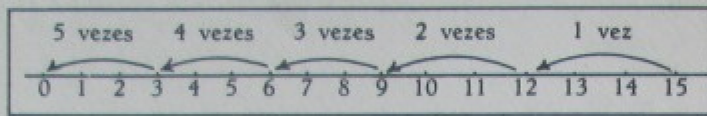


$$\begin{array}{r}12\\-\ 3\\\hline 9\end{array}\qquad\begin{array}{r}9\\-\ 3\\\hline 6\end{array}\qquad\begin{array}{r}6\\-\ 3\\\hline 3\end{array}\qquad\begin{array}{r}3\\-\ 3\\\hline 0\end{array}$$

3 está contido em 12, 4 vezes

12 dividido por 3 é igual a 4

Use agora o número — linha de 0 a 15



Mostre à criança uma maneira interessante de verificar quantas vezes 15 contém 3 . Trace uma linha reta e nela marque de 0 a 15 com intervalos regulares. Vá depois subtraindo 3 de 15, conforme indica a seta. Continue a operação, tantas vezes quantas forem possíveis, até chegar ao zero.

Se você repetiu a ação de retirar ou subtrair 3 cinco vezes de 15, pode representar com números o que fez

$$\boxed{15 \div 3 = 5}$$

Através dos exemplos de *2 em 6, 3 em 12* e *5 em 15*, você leva a criança a concluir que:

A DIVISÃO pode ser considerada como SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS de subtraendos iguais

Este relacionamento direto da divisão com a subtração ajuda a criança a formar o conceito da divisão.

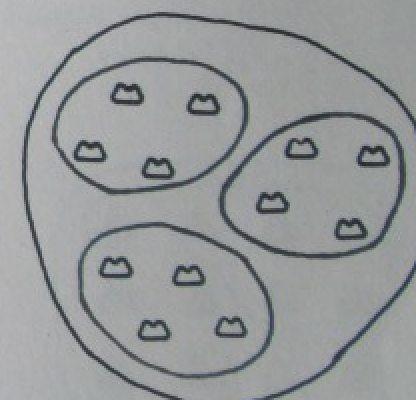
Quando a criança estiver familiarizada com as *idéias da divisão*, você pode passar à fase seguinte.

III - Fatos Básicos

Começará com exercícios preparatórios

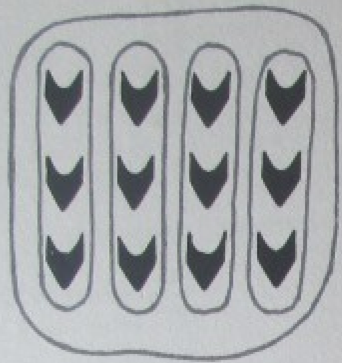
- Agrupe 12:
  em grupos de 4
  $12 \div 4 = 3$

Separando 12, em grupos de 4, formam-se 3 grupos



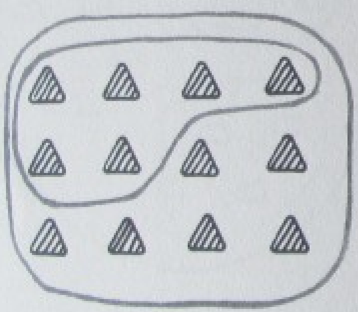
em grupos de 3
$12 \div 3 = 4$

Em 12, há 4
grupos de 3



em grupos de 6
$12 \div 6 = 2$

Com 12 elementos pode-se formar 2 grupos de 6 elementos

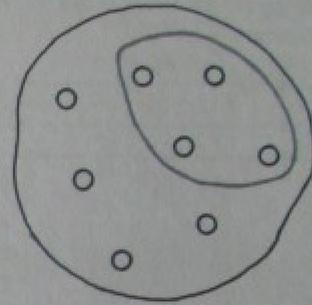


Leve a criança a raciocínio análogo, separando 12 elementos em grupos de 2, 1 e 12.

Apresente a mesma situação com outros dados.

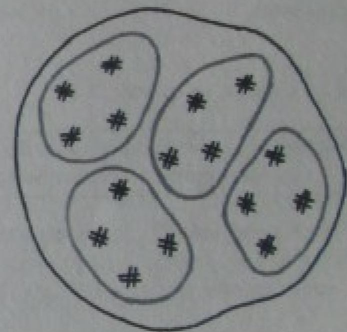
Com 8 elementos pode-se formar 2 grupos de 4 elementos cada um.

$8 \div 4 = 2$



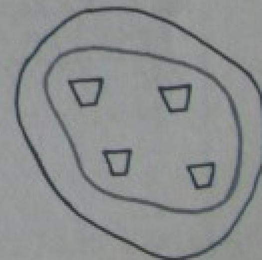
Com 16 elementos, 4 grupos de 4 elementos cada um.

$16 \div 4 = 4$



Com 4 elementos, 1 grupo de 4 elementos.

$4 \div 4 = 1$



Assim levará a criança a formar o conceito:

Fato básico de divisão é aquele em que o divisor e o quociente têm um só algarismo

Cuidará a seguir da fixação dos fatos básicos

Exemplos com divisor 5

n.º igual

$5 \div 5 = 1$	$1 \times 5 = 5$
$10 \div 5 = 2$	$2 \times 5 = 10$
$15 \div 5 = 3$	$3 \times 5 = 15$
$20 \div 5 = 4$	$4 \times 5 = 20$
$25 \div 5 = 5$	$5 \times 5 = 25$
$30 \div 5 = 6$	$6 \times 5 = 30$
$35 \div 5 = 7$	$7 \times 5 = 35$
$40 \div 5 = 8$	$8 \times 5 = 40$
$45 \div 5 = 9$	$9 \times 5 = 45$
quociente	fator omitido

Alerte a criança para este fato:

Calcular o quociente é calcular um fator omitido (o dividendo corresponde ao produto)

Você pode exemplificar com o divisor 5 por ser ele um dos mais fáceis, assim como o divisor 2, que deve ser o inicial.

Logo após, apresente os divisores 3 e 4.

Reserve os demais (6, 7, 8, 9) para fixar depois, quando a criança dominar os anteriores.

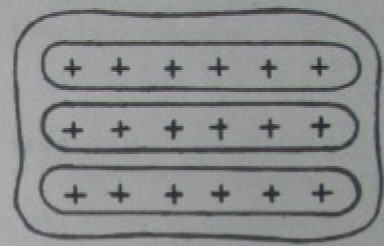
Exemplo com divisor 6

	Ao todo	em cada grupo	nº de grupos
a)	18	6	**$18 \div 6 = 3$**
b)	24	6	**$24 \div 6 = 4$**
c)	30	6	**$30 \div 6 = 5$**
d)	36	6	**$36 \div 6 = 6$**
e)	42	6	**$42 \div 6 = 7$**
f)	48	6	**$48 \div 6 = 8$**
g)	54	6	**$54 \div 6 = 9$**

Leve a criança a fazer a representação gráfica para verificar quantos grupos formou.

ao todo	em cada grupo
18	6

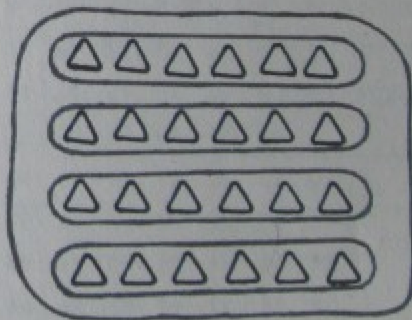
a)



n.º de grupos
$18 \div 6 = 3$

ao todo	em cada grupo
24	6

b)



nº de grupos
$24 \div 6 = 4$

Estimule a criança a raciocínio similar com os demais itens do exercício.

Exemplo com unidade básica

21 ÷ 3 =	7
21 ÷ 7 =	3
7 × 3 =	21
3 × 7 =	21

Mostre que na unidade básica permutamos o quociente com o divisor, conservando o dividendo, e efetuamos as multiplicações correspondentes.

Procure fazer a fixação dos fatos básicos através de *unidades básicas* sem a preocupação da terminologia.

O constante relacionamento da divisão com a multiplicação levará a criança à seguinte conclusão:

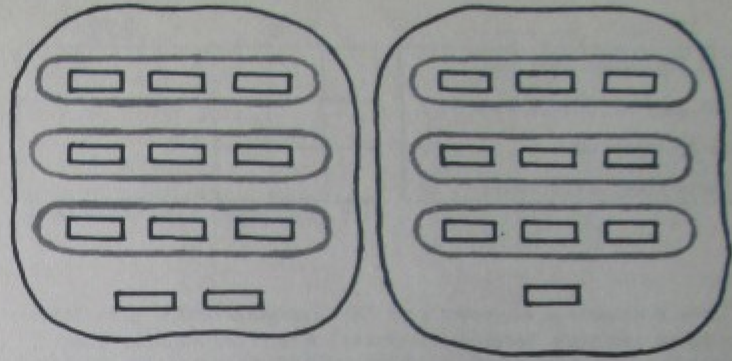
Divisão exata é a operação inversa da multiplicação.

Tábua de multiplicação e divisão

÷	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Tome o 7 na vertical e o 4 na horizontal. O encontro das duas linhas dará o produto ou o dividendo 28.

Comece a introduzir agora a idéia de Divisão Inexata



10 ÷ 3 = 3 e resto 1
10 = 3 × 3 + 1

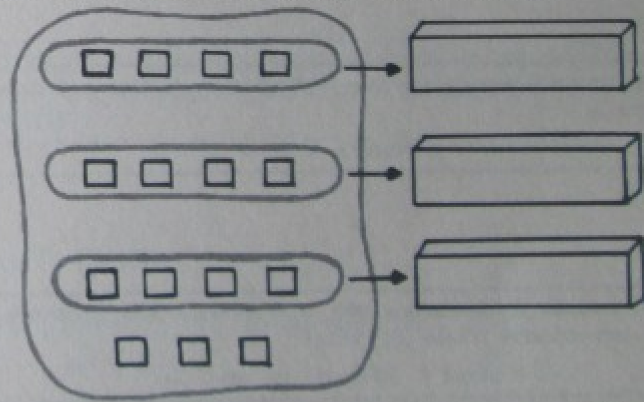
11 ÷ 3 = 3 e resto 2
11 = 3 × 3 + 2

Mostre à criança que com 10 elementos ela pode formar 3 grupos de 3 elementos e ainda sobra 1 elemento.

Raciocínio idêntico fará com 11 ÷ 3

Usará o mesmo raciocínio em outras situações:

* Para guardar 15 lenços em caixas de 4 lenços serão necessárias .... caixas e sobram .... lenços

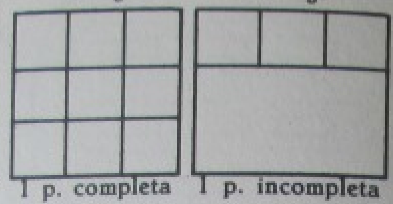


Para guardar 4 lenços em cada caixa, foram necessárias 3 caixas e ficaram sobrando 3 lenços.

15 ÷ 4 = 3 e resto 3
15 = 4 × 3 + 3

Leve a criança a completar o quadro

Nº de figurinhas por pág.	9
Nº de páginas completas	1
Total de figurinhas	12
Nº de páginas incompletas	1



Leve a criança a observar que 12 figurinhas deram para fazer *uma* página completa (com 9 figurinhas) e uma incompleta (com 3 figurinhas) e que 3 é o resto da divisão de 12 por 9 ou

$12 \div 9 = 1$ e resto 3

$12 = 9 \times 1 + 3$

Adotando raciocínio semelhante explique os outros casos, continuando o quadro. Assim, a criança será levada a concluir que:

Divisão exata é aquela em que o dividendo contém o divisor exatamente

— o **resto** é zero —

Divisão inexata é aquela em que o dividendo não contém o divisor um número exato de vezes

— o **resto** é diferente **de zero** —

Dividendo = **divisor** $\times$ **quociente** + **resto**

Ampliando as experiências com divisões inexatas, encaminhe a criança a outras conclusões.

$6 \div 3 = 2 \longrightarrow$ exata

$\boxed{7 \div 3 = 2 \quad 8 \div 3 = 2} \longrightarrow$ inexatas

$9 \div 3 = 3 \longrightarrow$ exata

$12 \div 4 = 3 \longrightarrow$ exata

$\boxed{13 \div 4 = 3 \quad 14 \div 4 = 3 \quad 15 \div 4 = 3} \longrightarrow$ inexatas

$16 \div 4 = 4 \longrightarrow$ exata

Entre 2 fatos exatos com divisor 3 ($6 \div 3$ e $9 \div 3$) há 2 fatos inexatos ($7 \div 3$ e $8 \div 3$) e o maior resto possível é 2

Entre 2 fatos exatos com divisor 4 ($12 \div 4$ e $16 \div 4$) há 3 fatos inexatos ($13 \div 4$, $14 \div 4$ e $15 \div 4$) e o maior resto possível é 3, e assim por diante

O RESTO É SEMPRE MENOR QUE O DIVISOR
O MAIOR RESTO POSSIVEL É IGUAL AO DIVISOR MENOS 1

Chave de divisão

Lembre à criança que a divisão pode ser indicada:

$28 \div 4 =$ $\qquad$ $28 : 4$

$32 \div 5 =$ $\qquad$ $32 : 5$

como também aparecer com a chave

$$\begin{array}{r|l} 28 & 4 \\ \hline 0 & 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 32 & 5 \\ \hline 2 & 6 \end{array}$$

Apresente uma forma de cada vez e a nomenclatura

dividendo	→ 28	dividendo	→ 32
divisor	→ 4	divisor	→ 5
quociente	→ 7	quociente	→ 6
resto	→ 0	resto	→ 2

Casos especiais

Para calcular — pensamos em

$5 : 5 = 1 \longleftrightarrow 1 \times 5 = 5$

$8 : 8 = 1 \qquad 1 \times 8 = 8$

Leve a criança a concluir que o quociente de um número (diferente de zero), dividido por ele mesmo, é sempre 1

Para calcular — pensamos em

$4 \div 1 = 4 \longleftrightarrow 4 \times 1 = 4$

$7 \div 1 = 7 \qquad 7 \times 1 = 7$

Desenvolva com a criança o mesmo raciocínio:

O quociente de um número, diferente de zero, dividido por 1, é ele mesmo

Para calcular — pensamos em

$0 \div 5 = 0 \longleftrightarrow 0 \times 5 = 0$

$0 \div 2 = 0 \qquad 0 \times 2 = 0$

Podendo-se concluir que:

O quociente de zero, dividido por um número qualquer (diferente de zero), é zero

Para atender a uma possivel curiosidade da criança, demonstre o seguinte:

Para calcular — pensamos em

$5 \div 0 = ? \leftarrow$ não existe $\rightarrow ? \times 0 = 5$

Não existe nenhum número que, multiplicado por zero, dê 5

$0 \div 0 = ? \leftarrow$ qualquer nº $\rightarrow ? \times 0 = 0$

Ajude assim a criança a concluir que qualquer número, multiplicado por zero, dá zero e, também, que

NUNCA DIVIDIMOS POR ZERO

IV - Seqüência de dificuldades no ensino da divisão

Quando a criança já dominar os fatos básicos, você pode apresentar as seguintes situações:

* *Divisão exata, divisor de um algarismo contido em cada algarismo do dividendo.*

42 |_2

O divisor 2 está contido em 4 e em 2

693 |_3

O divisor 3 está contido em 6, em 9 e em 3

* *Divisão exata, divisor de 1 algarismo contido no número formado pelos 2 primeiros algarismos do dividendo.*

123 |_3

O divisor 3 está contido em 12 e em 3

287 |_7

O divisor 7 está contido em 28 e em 7

* *Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da primeira para a segunda divisão parcial.*

```
5'2' |_2
1 2   26
 0
```

```
18'5' |_5
 3 5   37
   0
```


Mostre à criança que ao dividir 5 dezenas por 2, ela encontra 2 dezenas no quociente e resta 1 dezena (reserva da 1ª para a 2ª divisão)

```
5'2 |_2
1     2
```

Continuando a divisão ficará com 12 unidades para dividir por 2 e encontrará 6 unidades no quociente

```
5'2 |_2
1 2   26
  0
```

* *Divisão exata, divisor de um algarismo apresentando reserva da 1ª para a 2ª divisão e (ou) da 2ª para a 3ª*

```
1 2'4'8' |_3
  0 4     4 1 6
    1 8
      0
```

Observe que, neste exemplo, dividiu-se 12 por 3, encontrou-se 4 e restou zero, logo, não há reserva da 1ª para a 2ª divisão parcial. Quando se dividiu 4 por 3, achou-se 1 no quociente e restou 1, que é a reserva da 2ª para a 3ª divisão. Ficou-se, por último, com 18 para dividir por 3, encontrou-se 6 e o resto é zero. O quociente é 416.

```
1 6'7'0' |_5
  1 7     3 3 4
    2 0
      0
```

Neste segundo exemplo dividiu-se 16 por 5, encontrando-se 3 no quociente e o resto 1, que é a reserva da 1ª para a 2ª divisão. Ficou-se com 17 para dividir por 5, obtendo-se 3 e resto 2, que é reserva da 2ª para a 3ª divisão. Finalmente tem-se 20 para dividir, o que dá 4 e resto zero. Encontrou-se assim o quociente 334.

Inicie agora a divisão inexata, observando a seqüência das dificuldades:

* *Divisão com resto e com reservas e divisor de 1 algarismo*

635 |_4

4745 |_7

* *Divisão inexata, divisor de um algarismo com aparecimento de um zero no final do quociente*

4553 |5 6485 |8

* *Divisor de um algarismo, divisão inexata com um zero no meio do quociente*

1217 |4 1875 |9

* *Divisor de 1 algarismo com aparecimento de zeros sucessivos no quociente*

4037 |4 6000 |5

Inicio da divisão com 2 algarismos no divisor

* *Divisor 10, 100, 1000 etc.*

357 |10 8612 |100

$357 = 35 \times 10 + 7$ $8612 = 86 \times 100 + 12$

$357 \div 10 = 35$ e resto 7 $8612 \div 100 = 86$ e resto 12

* *Dividendo e divisor maiores que 10 e múltiplos de 10, divisor de 2 algarismos*

1870 |20 5680 |30

Faça a criança observar que, neste caso, *em que dividendo e divisor são múltiplos de 10*, no principio não se deve cortar o zero, pois — quando o resto é diferente de zero — embora o quociente não se altere, o resto fica alterado.

Exemplo:

160 |40 16∅ |4∅
00 4 0 4

90 |40 9∅ |4∅
10 2 1 2

O resto ficou dividido por 10

Ajude a criança a observar que, dividindo ou multiplicando o dividendo e o divisor pelo mesmo número (no caso 10), o quociente não se altera, mas o resto fica dividido ou multiplicado por esse número.

* *Divisão inexata, divisor de 2 algarismos maior que 10 e múltiplo de 10*

3827 |30 7251 |60

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 1 ou 2 o algarismo das unidades*

3845 |21 5726 |32

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 8 ou 9 o algarismo das unidades*

7228 |28 3459 |39

* *Divisor de 2 algarismos, sendo 3, 4, 5, 6 ou 7 o algarismo das unidades*

796 |23 4678 |74 8324 |45

6329 |56 4328 |37

* *Divisão com um zero no final do quociente, divisor de 2 algarismos*

5413 |15 5568 |37

* *Divisão com um zero no meio do quociente*

9635 |47 1635 |16

* *Divisão com aparecimento de zeros consecutivos no quociente*

40811 |12 41337 |59

* *Dividendo e divisor são números quaisquer*

Caso geral

5784 |215 93407 |2375

Se a criança errar a divisão, procure localizar seu erro. Verifique se errou na avaliação do quociente, na multiplicação, na subtração, na arrumação etc.

Retorne então aos casos mais simples para alcançar a criança no estágio em que se encontra. Ela não poderá passar a nova dificuldade sem que a anterior esteja dominada; cada obstáculo vencido servirá de base para transpor o seguinte.

V - Métodos e processos de divisão

A) MÉTODO TRADICIONAL OU CONVENCIONAL

$$\begin{array}{r|l} 62 & 2 \\ \hline & 31 \end{array}$$

raciocínio

6 dezenas $\div$ 2 = 3 dezenas
2 unidades $\div$ 2 = 1 unidade
quociente = 31

No início da aprendizagem, leve a criança a usar o processo longo que dá mais segurança e evita erros.

1 — Processo longo

$$\begin{array}{r|l} 6'2 & 2 \\ \cline{2-2} -6 & 31 \\ \cline{1-1} 02 & \\ -2 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

A criança pensa assim:

6 dezenas divididas por 2 são 3 dezenas

- escreve 3 no quociente
- multiplica 3 por 2 e escreve 6 abaixo do 1º dividendo parcial que é 6 dezenas.
- efetua a subtração que dá zero.
- coloca ao lado do zero, o 2º dividendo parcial (2 unidades) e efetua a divisão.
- escreve 1 no quociente e repete o que fez anteriormente com o 3.

2 — Processo abreviado

```
6'2 |2
    ---
0 2  3 1
 0
```

Neste caso a subtração é feita mentalmente (3 vezes 2 = 6; para 6 falta zero) escrevendo-se apenas os restos e os dividendos parciais. Exige, portanto, mais esforço do aluno.

Recurso para avaliação do número de algarismos do quociente

```
 3 4'5' |4
         ---
 − 3 2   8 6
 ------
   2 5
 − 2 4
 ------
     1
```

Raciocínio

$345 = 3\ c + 4\ d + 5\ u$

Se dividir 3 centenas por 4 não haverá centenas. Teremos dezenas e unidades no quociente — 2 algarismos —

$345 = 30\ d + 4\ d + 5\ u$

$345 = 34\ d + 5\ u$

$34\ d \div 4 = 8\ d$ e sobram $2\ d$

$25\ u \div 4 = 6\ u$ e sobra $1\ u$

B — SUBTRAÇÕES SUCESSIVAS

Como você já ensinou que a divisão pode transformar-se em subtrações sucessivas de subtraendos iguais, a criança achará fácil dividir qualquer número por outro, fazendo subtrações.

1. Processo longo

Como no método tradicional, você deve começar pelo processo longo, isto é, escrevendo todas as etapas e não fazendo as subtrações mentalmente.

```
  6 2  |2
       ---
 − 2    1
 -----
  6 0   1
 − 2
 -----
  5 8   1
 − 2
 -----
  5 6
   .    .
   .    .
   .    .
   .    .
   .    .
        ---
   0    24
```

Raciocínio

Quantas vezes posso tirar 2 de 62 ou quantas vezes 2 está contido em 62?

Tirar 2 de cada vez tornaria muito longo o processo.

O aluno vê facilmente que pode tirar de uma só vez, 10 vezes o 2 ou seja 20.

Exemplificando:

```
          6 2   |2
                ---
(2)     − 2 0   10  (1)
        ------
(3)       4 2   10  (4)
(5)     − 2 0   10  (7)
        ------
(6)       2 2    1 (10)
(8)     − 2 0
        ------
(9)         2
(11)      − 2
        ------
(12)        0
```

Raciocínio

(1) — Posso tirar 10 vezes o 2 e escrever 10 no quociente
(2) — efetuo a multiplicação ($10 \times 2 = 20$) e escrevo o produto abaixo do dividendo
(3) — efetuo a subtração e encontro novo dividendo: 42
(4) — tiro novamente 10×2, escrevo 10 no quociente
(5) — efetuo a multiplicação
(6) — faço a subtração e acho 22
(7) — tiro ainda uma vez 10×2, escrevo 10 no quociente e assim por diante até não poder mais subtrair
(13) — Adiciono os quocientes parciais e encontro 31 ($10 + 10 + 10 + 1$)

Você leva o aluno a observar que, com a continuação, ele vai reduzindo o número de quocientes parciais até chegar ao ponto desejado, com maior rapidez. No exemplo acima, ele vê que pode tirar de uma vez, *30* vezes o *2* e depois mais uma

62	2
− 60	30
2	1
− 2	31
0	

2. Processo abreviado

Você explicará à criança que — como no método tradicional — no processo abreviado as subtrações são feitas mentalmente

62	2
42	10
22	10
2	10
0	1
	31

Raciocínio

— subtraindo 10 vezes o 2 subtraio 20
— escrevo 10 no quociente

— faço a multiplicação e a subtração (62 — 20, mentalmente é 20 para 62, faltam 42)
— escrevo 42
— repito o mesmo raciocínio até encontrar resto zero

3. Vantagens do método das subtrações

Mostre à criança que uma das grandes dificuldades da divisão é avaliar o quociente, isto é, encontrar o algarismo *certo* do quociente. Ao calcular o quociente, o aluno é levado a supor um determinado algarismo, depois vê que foi "forte" ou "fraco" e tem que apagar, mais de uma vez em alguns casos, o algarismo suposto.

É muito mais fácil ele continuar o trabalho e ir ajustando o quociente à medida que continua a operação.

Exemplificando:

longo

137	15
− 30	2
107	2
− 30	2
77	2
− 30	1
47	9
− 30	
17	
− 15	
2	

ou

longo

137	15
− 60	4
77	4
− 60	1
17	9
− 15	
2	

ou

abreviado

137	15
77	4
17	4
(2)	1
	9

Usando o método tradicional, você levava o aluno a calcular 9 para o quociente, fazendo, portanto, abstração dos quocientes parciais assinalados

137	15
− 135	9
2	

Com o método das subtrações, a dificuldade que o zero apresenta no final do quociente praticamente desaparece.

Exemplificando:

$$\begin{array}{r|l}
367 & 12 \\
-\,120 & 10 \\
247 & 10 \\
-\,120 & 10 \\
127 & \overline{30} \\
120 & \\
007 &
\end{array}$$

A criança subtrai 3 vezes 120 e encontra 7 no resto; verifica que não pode mais subtrair 12 nenhuma vez. Soma os quocientes parciais e escreve 30 sem dificuldade.

$$\begin{array}{r|l}
36'7' & 12 \\
-\,36 & 3 \\
07 &
\end{array}$$

No método tradicional a criança divide 36 dezenas por 12 e encontra 3 dezenas; escreve no quociente; faz a multiplicação (12 × 3) e escreve o produto abaixo do 1º dividendo para fazer a subtração; "o resto é 7", como não dá para dividir por 12, a criança é levada a parar a conta aí, esquecendo o zero final.

Observe que o mesmo acontece com o zero no meio do quociente:

$$\begin{array}{r|r}
428 & 4 \\
-\,400 & 100 \\
28 & 7 \\
-\,28 & \overline{107} \\
0 &
\end{array}$$

A criança vê que pode tirar 100 vezes o 4 e escreve 100 no quociente. Continua a operação e vê que pode tirar 7 vezes 4 de 28; escreve 7 no quociente, adiciona os quocientes parciais e encontra 107 como resultado da divisão, sem dificuldades com o zero.

Veja o que acontece com o método tradicional

$$\begin{array}{r|l}
4'2'8 & 4 \\
4 & 1 \\
02 &
\end{array}$$

4 centenas divididas por 4 dá 1 centena no quociente.
Agora há 2 dezenas para dividir por 4. A criança fica em dúvida de como continuar.

Usando o método da divisão por subtrações, você leva a criança a compreender o que está fazendo em todas as etapas e não somente a memorizar o mecanismo, o que na maioria das vezes ocorre com o outro método.

Nenhuma compreensão nova é necessária para dividir com 2 ou mais algarismos no divisor.

VI - Recurso para facilitar divisões mais complexas
regra única

Quando as divisões apresentarem maiores dificuldades, com divisores de 2 e 3 algarismos, torna-se mais difícil avaliar o quociente. Você pode, então, tornar o dividendo, mentalmente, múltiplo do divisor. Basta arredondar o dividendo para menos e o divisor para mais.

Exemplificando:

$3848 \div 67 =$

O aluno pensa em $3500 \div 70$ e calcula 50 mentalmente: escreve 50 no quociente **(1)**. Faz a multiplicação e a subtração respectivamente, encontrando 498 para novo dividendo **(2)**.

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 3848 & 67 \\
\cline{3-3}
- & 3350 & 50 \ \ (1) \\
\cline{2-2}
(2) & 498 & 7 \\
\cline{2-3}
- & 469 & 57 \\
\cline{2-2}
 & 29 &
\end{array}
$$

A divisão agora é $498 \div 67$. O aluno, pela *regra única*, é levado a pensar em $49\not{0} \div 7\not{0}$, que efetua mentalmente e encontra 7. Escreve 7 no quociente. Efetua a multiplicação e subtração subseqüentes e escreve o resto 29. Verifica que não pode mais subtrair 67 e faz a adição para determinar o quociente → 57.

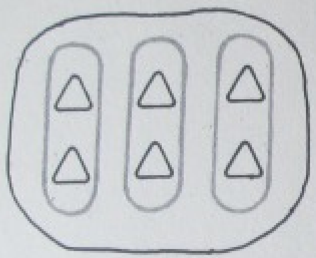
Como você sabe, existem muitos métodos usados por adultos e crianças para facilitar a estimativa dos quocientes parciais na divisão, mas, no início, seu objetivo principal deve ser a compreensão. O mecanismo precisa ser simplificado, para que não se torne uma dificuldade maior e possa parecer à criança o mais importante, em prejuízo da compreensão.

Nos níveis mais adiantados, a criança precisa defrontar-se com exemplos mais complexos e desenvolver conhecimentos e habilidades que a tornem mais eficiente no uso do processo.

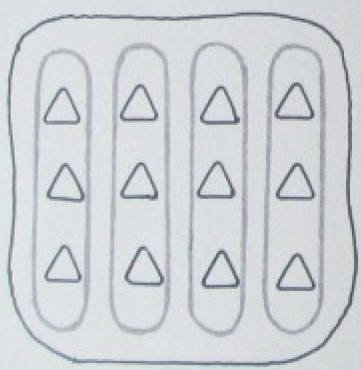
VII - Particularidades da divisão

Variação do quociente

Situações que você pode apresentar ao aluno como base para uma série de conclusões:

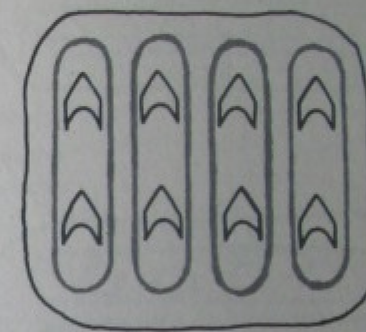


6 |3		dividendo	→ 6
0 2		divisor	→ 3
		quociente	→ 2

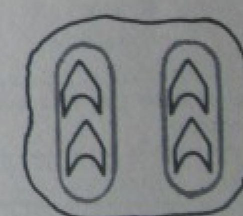


12 |3		dividendo	→ $6 \times 2 = 12$
0 4		divisor	→ 3
		quociente	→ $2 \times 2 = 4$

Quando se multiplica o dividendo por um número, o quociente também fica multiplicado por esse número (2 no exemplo)

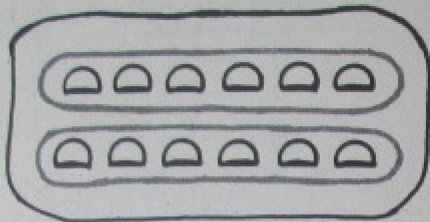


8 |2		dividendo	→ 8
0 4		divisor	→ 2
		quociente	→ 4

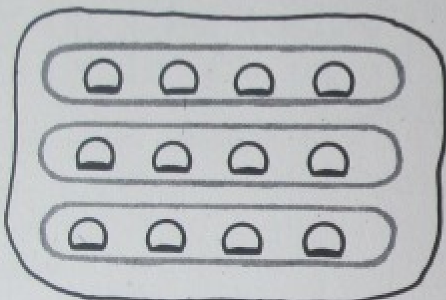


4 |2		dividendo	→ $8 \div 2 = 4$
0 2		divisor	→ 2
		quociente	→ $4 \div 2 = 2$

Quando se divide o dividendo por um número, o quociente também fica dividido por esse número

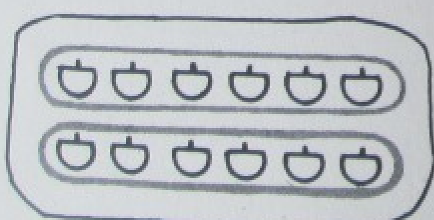


12	2	dividendo	→ 12
0	6	divisor	→ 2
		quociente	→ 6

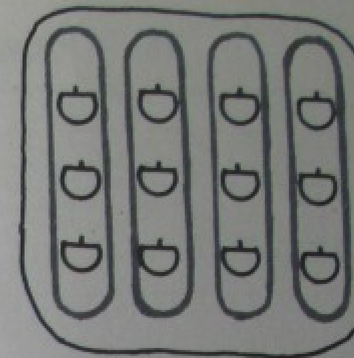


12	4	dividendo	→ 12
0	3	divisor	→ $2 \times 2 = 4$
		quociente	→ $6 \div 2 = 3$

Quando se multiplica o divisor por um número, o quociente fica dividido por esse número



12	6	dividendo	→ 12
0	2	divisor	→ 6
		quociente	→ 2



12	3	dividendo	→ 12
0	4	divisor	→ $6 \div 2 = 3$
		quociente	→ $2 \times 2 = 4$

Quando se divide o divisor por um número, o quociente fica multiplicado por esse número

10	2	dividendo	→ 10
0	5	divisor	→ 2
		quociente	→ 5

100	20	dividendo	→ $10 \times 10 = 100$
00	5	divisor	→ $2 \times 10 = 20$
		quociente	→ 5

Quando se divide ou multiplica o dividendo e o divisor pelo mesmo número, o quociente não se altera

VIII - Provas da divisão

Mostre à criança que a verificação da conta de dividir pode ser feita pela

Prova Real

Esta prova baseia-se num princípio já conhecido da criança

$$\boxed{\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{quociente} + \text{resto}}$$

$$\begin{array}{r|l} 509 & 7 \\ \cline{2-2} 19 & 72 \\ 5 & \end{array}$$

$$509 = 72 \times 7 + 5$$

72		504	
× 7	quociente	+ 5 ←	resto
504	divisor	509 ←	dividendo

A prova "dos nove" também é usada, embora, na Escola Primária, não seja aconselhável, pois apresenta falhas.

Bibliografia

BEZERRA, Manoel Jairo & QUINTELLA, Ary — *Iniciando a Matemática Moderna*. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 128 p.

BEZERRA, Manoel Jairo — *Recreações e material didático de Matemática*. Rio de Janeiro, 1962.

PORTO, Rizza Araujo — *Ver, sentir, descobrir a Aritmética*. 2.ª edição, Belo Horizonte, PABAEE, 1961. 171 p.

OSORIO, Norma Cunha — *Matemática na escola primária moderna*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1968. 127 p.

CAMPOS, I. de França — *Didática de Aritmética*. Rio de Janeiro, J. Ozon Editor, s/d. 240 p.

PORTILHO, Maria Helena et alii — *Vamos raciocinar*. Nivel 3. 2.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1970. 95 p.

PERELBERG, L. Manhúcia et alii — *Curso Moderno de Matemática*. 3.º volume. São Paulo, Editora Nacional, 1969. 243 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Didática da Matemática*. 4.ª edição. Rio de Janeiro, Conquista, 1968. 197 p.

SILVA, Maria Helena B. Rezende da — *Alegria de calcular*. Volume 6. Rio de Janeiro, Conquista, 1971. 144 p.

VALLE, Madalena Pinho del — *Explorando a Matemática Moderna na Escola Primária*. Rio de Janeiro, José Olympio Ed., 1969. 143 p.

PINHEIRO, Lucia Marques & OSORIO, Norma Cunha — *Ensinando Matemática a crianças*. Rio de Janeiro, INEP, CBPE, 1967. 376 p.

Impresso por
GRÁFICA EDITORA DO LIVRO LTDA.
Rio de Janeiro, GB

lúcia maria joppert
de moura carvalho

divisão