2

LISA
MATEMÁTICA
NA
ESCOLA
ELEMENTAR

MACHADO [illegible]
ARRUDA [illegible]

LISA-MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR

510.7
T583l
GH00247

MATEMÁTICA MODERNA

83m

MARIA DO CARMO ARRUDA TOLEDO

MATEMÁTICA MODERNA NA ESCOLA ELEMENTAR

2.º VOLUME

1970

LISA LIVROS IRRADIANTES S. A.

A 00247

Todos os direitos reservados pela
LISA — LIVROS IRRADIANTES S. A.
Rua Diogo Vaz, 291 — Cambuci
Tels. 278-2488 - 278-0015 - 278-0085
SÃO PAULO — BRASIL — 1970

SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

A CENTENA E O MILHAR

O conceito de centena (outro nome para o número cem) é geralmente atingido na 1.ª série escolar. Entretanto, após o período de férias, é natural que nem tôdas as crianças estejam perfeitamente lembradas de tudo o que aprenderam na série anterior sôbre o nosso sistema de numeração. É conveniente, portanto, que haja uma cuidadosa revisão de tôdas as noções que precedem à de centena. É preciso verificar, por exemplo, se todos os alunos ainda se lembram que *Dezena* é um conjunto de dez elementos e que o algarismo que a representa no numeral tem o seu lugar próprio, à esquerda daquele que representa as unidades.

No volume anterior é sugerido o uso do cartaz "Valor do Lugar" para concretizar não só a noção de dezena e dos números intermediários até cem, como para a compreensão dos respectivos numerais.

Para representar o número cem (dez dezenas) empregamos uma ficha na ordem das centenas. Logo, o conjunto de centenas é formado por um elemento (uma ficha) e os conjuntos de dezenas e de unidades, no cartaz, ficaram vazios, pois não sobraram nem dezenas, nem unidades, na contagem das fichas até cem. Portanto, o número cem é representado assim: 100, isto é, 1 centena, 0 dezena e o 0 unidade.

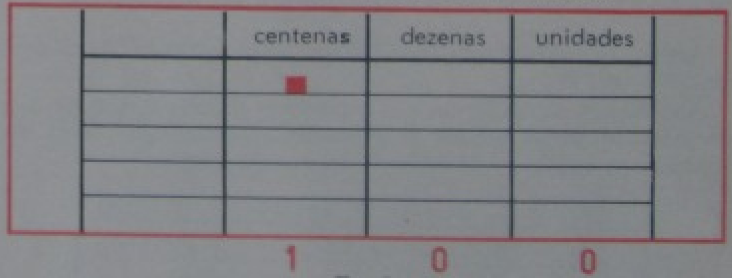


Fig. 1

Após a recapitulação é que iremos introduzir os números maiores que cem, o que faremos agindo de maneira idêntica àquela que usamos para ensinar os números maiores que dez, isto é, empregando ainda o cartaz "Valor do Lugar".

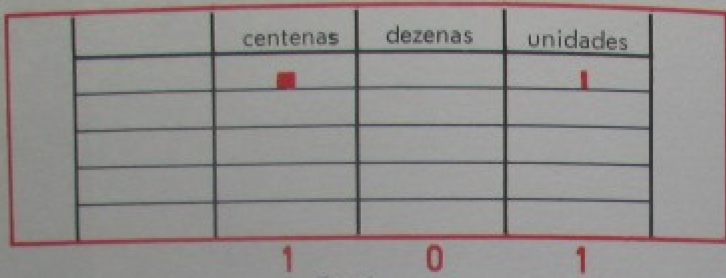


Fig. 2

Colocar uma ficha na ordem das unidades.

— Cem mais um é ...

— Vamos escrever o numeral dêsse número.

A criança não se esquecerá nunca de colocar o zero entre os algarismos significativos quando tiver de escrever 101, 102, ..., 109, pois saberá que o mesmo está a indicar a ausência de dezenas. Ao escrever 110, ela terá a noção exata de que o número é formado por uma centena, uma dezena e nenhuma unidade.

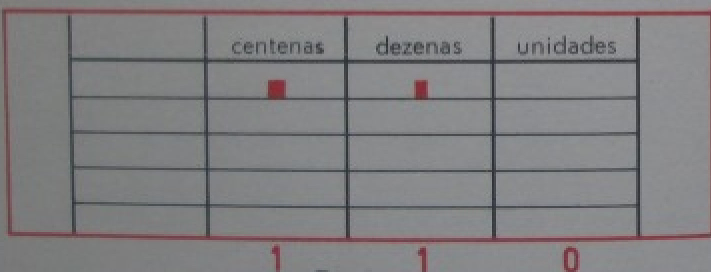


Fig. 3

Assim, sucessivamente, ensinaremos duas centenas ou duzentos, duzentos e um, etc.

Não tardará a ocasião em que as centenas já não caberão na "casa" correspondente a elas porque se completarão dez centenas. Será dada, na ocasião, a noção do MILHAR, da mesma forma.

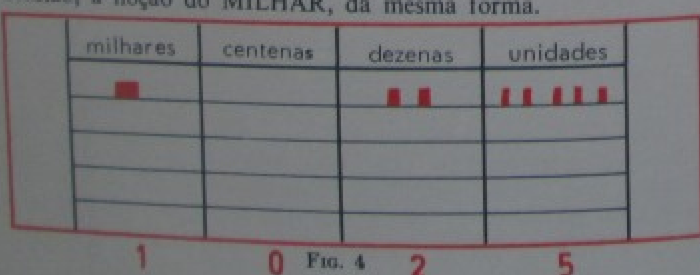


Fig. 4

EXERCÍCIOS (6)

Completar sentenças matemáticas para treino de escrita e leitura de numerais de números maiores que cem e menores que mil.

Exemplos:

1 — Escreva os numerais mais simples de:

a) 1 centena, 2 dezenas e 8 unidades = ...

b) 1 centena, 0 dezena e 5 unidades = ...

c) 2 centenas, 4 dezenas e 9 unidades = ...

d) 3 centenas, 0 dezena e 0 unidade = ...

2 — Escreva o que cada numeral significa:

a) 146 = ... centenas, ... dezenas e .... unidades.

b) 208 = ...

c) 140 = ...

d) 400 = ...

3 — Complete as séries de numerais:

a) 100, 101, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

b) 150, 151, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

c) 198, 199, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

d) 218, 219, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

4 — Escreva como se lê cada um dos numerais que seguem:

a) 122: cento e ....

b) 107: ....

c) 196: ....

d) 204: ....

5 — Escreva os numerais correspondentes a cada quadro:

cent.	dez.	unid.
1	3	9

cent.	dez.	unid.
3		8

....

Fig. 5

cent.	dez.	unid.
2	5	

cent.	dez.	unid.
2	8	

....

Fig. 6

cent.	dez.	unid.
5		6

cent.	dez.	unid.
8		

....

Fig. 7

6 — Escreva os numerais dos números representados nos ábacos:

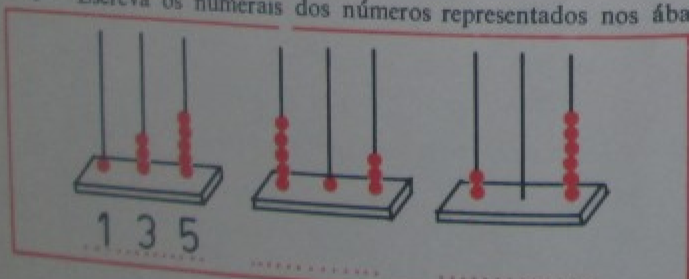


Fig. 8

7 — Desenhe bolinhas nos ábacos para mostrar o que cada numeral significa:

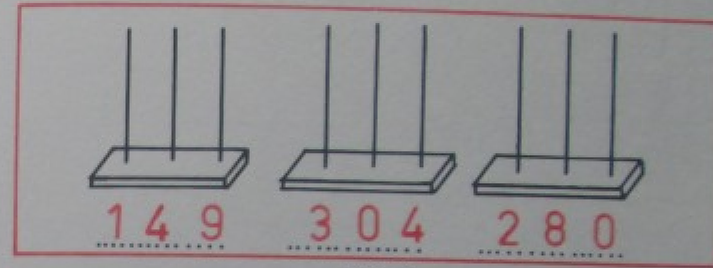


Fig. 9

8 — O número representado pelo numeral 136 pode ser decomposto de várias maneiras: 1 centena, 3 dezenas e 6 unidades; 13 dezenas e 6 unidades; 1 centena e 36 unidades. Decomponha os seguintes números de tôdas as maneiras que você souber: 153, 103, 248.

9 — Escreva com símbolos os numerais mais simples dos seguintes números: cento e dezoito; cento e noventa e nove; duzentos e cinco; trezentos e cinqüenta e seis.

10 — Complete:

a) No numeral 153, o algarismo 3 representa ... unidades ou simplesmente ... .

b) No numeral 231, o algarismo 3 representa ... dezenas ou ... .

c) No numeral 350, o algarismo 3 representa ... centenas ou ... .

11 — Compare os números adiante representados pelos seus numerais empregando um dos símbolos: $>$ ou $<$.

a) 146 ... 641

b) 108 ... 180

c) 205 ... 250

d) 390 ... 309

12 — Complete:

a) $20 + 12$ é o mesmo que $30 +$ ... .

b) $50 + 16$ é o mesmo que $60 +$ ... .

c) $90 + 18$ é o mesmo que $100 +$ ... .

d) $130 + 13$ é o mesmo que $140 +$ ... .

13 — Complete as séries:

a) 12, 14, 16, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...,

b) 11, 13, 15, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...,

c) 10, 20, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...,.

d) 201, 202, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...,

e) 250, 251, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...,

14 — Complete o quadro:

10 + 17	20 + 7	27
30 + 14	...... + ...	......
60 + 18	...... + ...	......
80 + 12	...... + ...	......
90 + 15	...... + ...	......

Fig. 109

15 — Complete as séries:

a) 1, 2, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

b) 10, 20, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

c) 100, 200, ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ...

Exercícios como os sugeridos e muitos outros devem ser apresentados durante todo o ano escolar, intercalados com os outros tópicos do programa. Só assim a criança conseguirá obter uma base bem sólida para desenvolver seus estudos de Matemática, pois o conhecimento do sistema de numeração é fundamental para a compreensão de qualquer cálculo.

NÚMEROS PARES E ÍMPARES

O conceito de números pares e de ímpares já deve ter sido assimilado na primeira série e nosso 1.º volume trata muito bem do assunto com tal finalidade. É preciso, porém, verificar cuidadosamente se essa conceituação não sofreu alguma distorção por parte de um ou outro aluno. Crianças há que ao pensarem em números pares o fazem de uma forma completamente errada, pois apenas pensam nos numerais que terminam em 0, 2, 4, 6, etc., e não nos números que, se divididos por dois, deixam resto zero. Portanto, aquêles exercícios destinados a alunos de 1.ª série são os indicados para a verificação do conhecimento dos alunos e e revisão dos conceitos. A seguir, exercícios de aplicação.

EXERCÍCIOS 7

1 — Responda:

a) O número 6 é par? Por quê?

b) O número nove é par? Por quê?

c) Qual é o menor número par? (diferente de zero)

d) Qual é o menor número ímpar?

2 — Complete o exercício:

a) Os números vizinhos de um número par são: ....

b) Os números vizinhos de um número ímpar são..............

c) Pedro tem um número ímpar de figurinhas no bolso da calça e um número ímpar de figurinhas no bolso da camisa. O total das figurinhas de Pedro é um número...........

3 — Complete, de modo a tornar verdadeiras, as sentenças:

a) Se adicionarmos dois números pares, a soma será um número .... (Experimente).

b) Se adicionarmos dois números ímpares, a soma será um número .... (Experimente).

c) Se adicionarmos um número par a um número ímpar, a soma será um número.....................(Experimente).

4 — Escreva entre chaves os seguintes conjuntos:

a) de todos os números pares menores que 20.

b) de todos os números ímpares compreendidos entre uma dúzia e duas dúzias.

c) de todos os números pares maiores que 100 e menores que 125.

5 — Escreva o numeral de um número:

a) par e maior que 100: ....

b) par e menor que 10: ....

c) ímpar e maior que meia dezena: ....

d) ímpar e menor que uma dúzia: ....

e) ímpar, maior que uma dezena e menor que uma dúzia: ......

NUMERAIS ORDINAIS

A estrutura de ordem dos números já foi sentida pelos alunos de 2.ª série. Êles já sabem que cada número ocupa uma posição definida na série dos números naturais: o número oito, por exemplo, fica entre o sete e o nove. Os exercícios com a linha numérica sugeridos no 1.º volume completam o conhecimento dos números sob êsse aspecto. Após uma rápida revisão daqueles exercícios, podemos mostrar que também os numerais ordinais (primeiro, segundo, terceiro, etc.) têm uma representação por meio de símbolos: 1.º, 2.º, 3.º, etc.

Ensinar os ordinais até vigésimo, com palavras e símbolos.

EXERCÍCIOS 8

1 — Complete:

a) O primeiro mês do ano é ....

b) Fevereiro é o .... mês do ano.

c) Março é o .... mês do ano.

d) O .... mês é abril e o .... é maio.

2 — Termine o exercício:

a) O primeiro dia da semana é ....

b) Segunda-feira é o .... dia da semana.

c) Terça-feira é o ....

d) O quarto dia é .... e o quinto é ....

e) Sexta-feira é o .... e sábado é o............ dia da semana.

3 — Numa estrada há 20 postes de iluminação. Em cada dois postes há uma tabuleta marcando a quilometragem da estrada.

Os postes que marcam a quilometragem da estrada são: o segundo, o ...., ..., ..., ..., ..., ..., ..., ... e ....

4 — Escreva os numerais ordinais que vêm depois:

a) décimo, ...

b) décimo segundo, ...

c) décimo quarto, ...

d) décimo sexto, ...

e) décimo oitavo, ...

5 — Escreva os numerais ordinais que vêm antes:

a) ...., quinto;

b) ...., oitavo;

c) ...., décimo sétimo;

d) ...., décimo terceiro;

e) ...., décimo nono;

f) ...., vigésimo.

6 — Escreva os numerais ordinais entre:

a) primeiro, ..., terceiro;

b) quarto, ..., sexto;

c) sexto, ..., oitavo;

d) décimo, ..., décimo segundo;

e) décimo quinto, ..., décimo sétimo;

f) décimo oitavo, ..., vigésimo.

OUTROS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO. A DÚZIA

NOÇÕES GERAIS

A criança fàcilmente adquire o conceito de dúzia porque, ao ir para a escola, já leva experiências nesse sentido, comprando ou vendo comprar coisas às dúzias.

A partir dessas experiências, fácil será formar e firmar o conceito de dúzia.

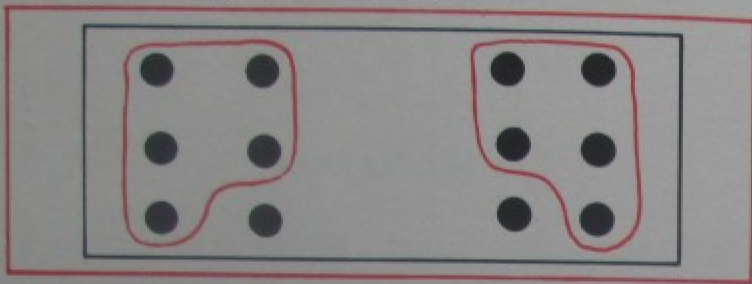
É importante que ela perceba que determinados conjuntos têm um significado muito especial, tal como o conjunto de dez elementos, conjunto também chamado dezena, que tanto facilita a nomenclatura dos números e a sua escrita. O mesmo acontece com o número doze, e pode acontecer com qualquer outro número, bastando, para isso, que queiramos contar tomando por base o número dez, o número doze, ou qualquer outro.

Empregando desenhos, mostraremos às crianças que, utilizando qualquer número como "base" podemos contar os elementos do conjunto representado no desenho. Será apenas uma curiosidade, mas servirá para fixar a compreensão da contagem na base 10, já iniciada, e para futuros conhecimentos a respeito de outras bases de numeração, principalmente a binária, hoje muito em uso, nos computadores eletrônicos.

Suponhamos que temos um conjunto de doze botões ou um desenho com doze bolinhas. Se forem botões, empregaremos a caixinha de numeração e agiremos como será explicado quando do estudo da dúzia. Se fôr desenho, contaremos as bolinhas e as cercaremos com traços delimitando os diversos conjuntos.

Exemplos:

1 — Contando por grupos de cinco.

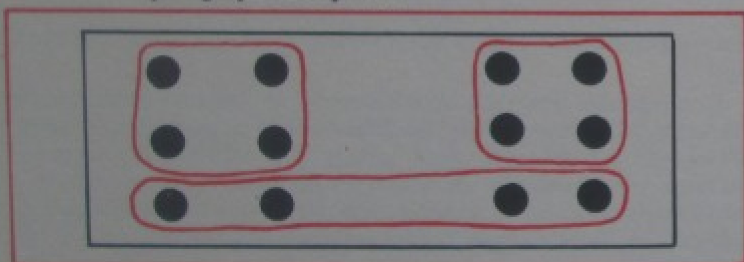


2 grupos de 5 e 2 unidades.

FIG. 11

Agrupando em conjuntos de cinco elementos (base 5 ou sistema de numeração quinária), teremos: dois conjuntos de 5 e 2 bolinhas (unidades).

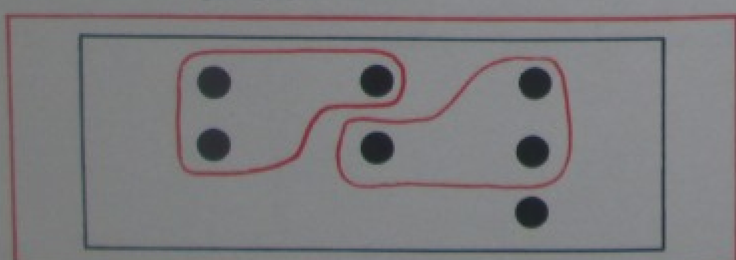
2 — As mesmas doze bolinhas, agrupadas de 4 em 4.
Contando por grupos de quatro.



3 grupos de 4 e nenhuma unidade

FIG. 12

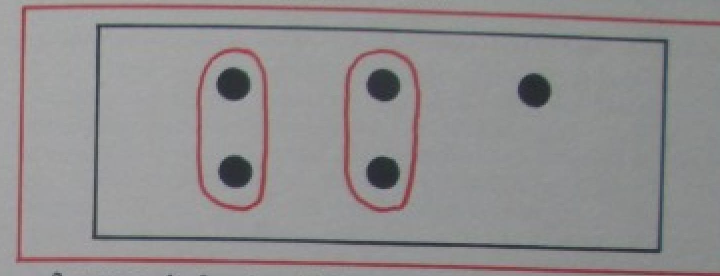
3 — Contando por grupos de três.



2 grupos de 3 e 1 unidade.

FIG. 13

4 — Contando por grupos de dois.



2 grupos de 2 e 1 unidade.

FIG. 14

A DÚZIA

O número doze é muito usado entre nós para determinar certas coleções: ovos, frutas, colchêtes, botões, etc.

Ao pedirmos doze laranjas ao vendedor de frutas, costumamos dizer "Dê-me uma dúzia de laranjas", e êle sabe que queremos uma coleção de doze dessas frutas. Portanto, o número doze também tem outro nome: "dúzia".

Quando contamos às dúzias, estamos empregando o número doze como base da contagem (sistema de base doze ou duodecimal).

Poderemos treinar nossos alunos na contagem dos elementos de um mesmo conjunto em diferentes bases, ensejando-lhes a oportunidade de "perceberem" a existência de outros sistemas de numeração, muitos dêles usados por nós na vida prática sem que disso tomemos conhecimento: ovos às dúzias, dias em semanas, tempo em anos, ano em meses, dias em horas, etc.

Para variar de material, podemos também concretizar a contagem nas chamadas "caixinhas de numeração", confeccionadas em papelão ou madeira, ou mesmo com algumas caixas de fósforos ligadas entre si.

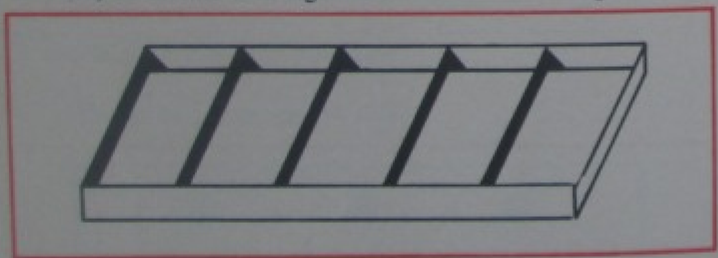


Fig. 15

Tomando um punhado de botões, por exemplo, poderemos ir contando na base dez, já conhecida da classe.

Ao completarmos um conjunto de dez, na primeira casa, (ordem), formaremos uma dezena, e o conjunto será substituído por um botão que será colocado na segunda casa. Continuaremos a acrescentar botões

na primeira casa até formarmos um nôvo conjunto de dez que passará para a segunda casa com um só elemento por se tratar de dezena, e assim por diante, até onde a classe tiver conhecimento dos números.

A seguir, iremos contar o mesmo conjunto de botões às dúzias. Colocaremos, na primeira casa um, dois, três, etc. botões até formar uma dúzia, conjunto êste que será substituído por um único botão e passará para a segunda casa. Assim, contaremos uma dúzia, duas dúzias, etc. Neste sistema, muito usado ainda por nós, a terceira casa será ocupada por um botão que vai representar um grupo de doze dúzias e que é a "grosa". Embora nas escolas não se costume ensiná-la e nem faça parte do nosso sistema de numeração, a grosa é empregada pelos atacadistas de lápis, borrachas, etc., que vendem caixas com grosas dêsses artigos. Não há necessidade de levarmos êsse conhecimento às nossas crianças, a não ser que haja curiosidade de alguma delas.

Depois, diremos que também os dias são contados em semanas, cada uma com sete dias, podendo utilizar o conjunto de botões para exercícios de contagem com a base sete na "caixinha de numeração".

Atividades:

1 — Contando por grupos de doze ou dúzias.

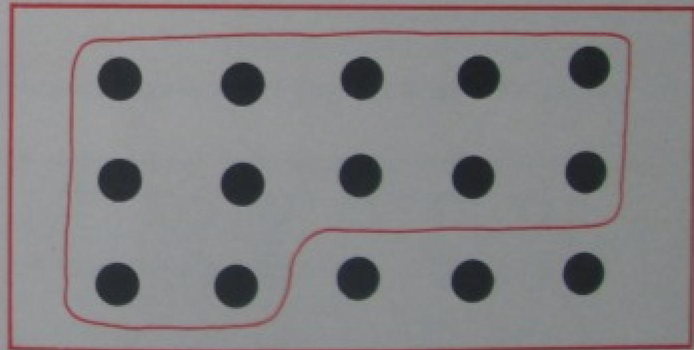


Fig. 16

— Quantos grupos de doze existem no conjunto de bolinhas acima?

— Um grupo de doze e sobraram três bolinhas. Logo, temos uma dúzia e 3 bolinhas.

2 — Contando por grupos de sete.

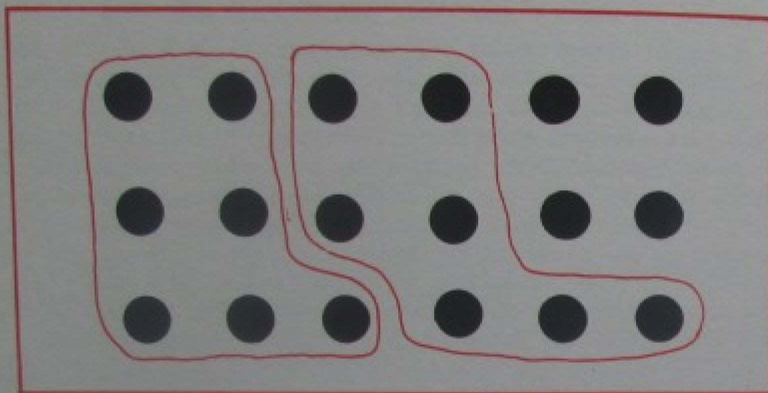
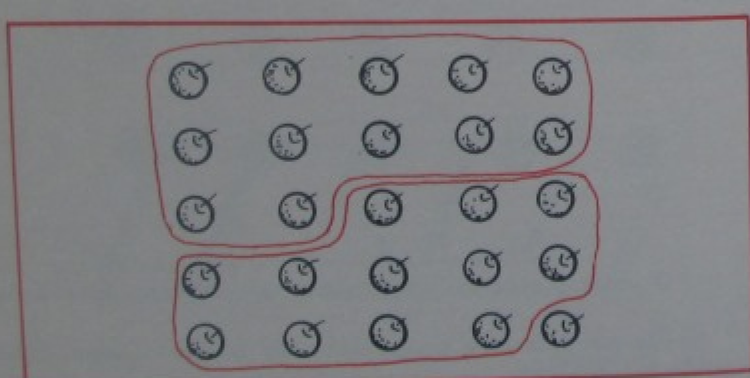


Fig. 17

— Quantos grupos de sete?
— Quantas bolinhas sobraram?
— Temos 2 grupos de 7 e 4 bolinhas.

3 — Quantas dúzias são 25 laranjas? Faça o desenho e responda:



25 laranjas são 2 dúzias e uma laranja.

Fig.18

4 — Quantas semanas há em 20 dias? Faça um desenho para provar a resposta.

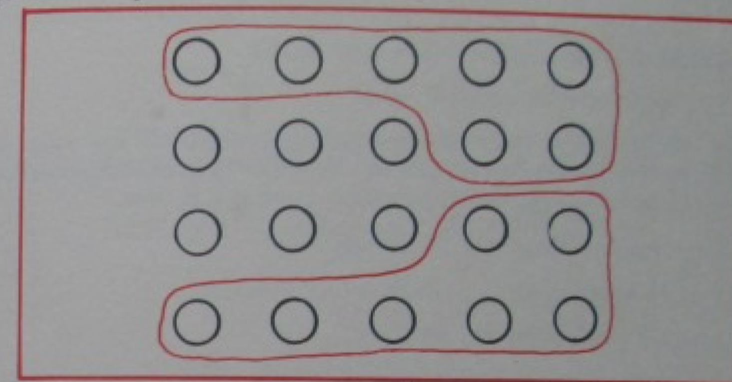


Fig. 19

Em 20 dias há 2 semanas e 6 dias.

5 — Separar uma dúzia de botões, duas dúzias de tampinhas, etc.

6 — Botões presos a cartões para serem destacados às dúzias.

7 — Cubra de vermelho o numeral do número que quer dizer dúzia:

10 12 18 20 24

8 — Encontrar a "metade" de uma dúzia de lápis. Quantos são?
— Meia dúzia de lápis são ... lápis.

9 — Separe duas dúzias de colchêtes e conte-os um a um.
— Duas dúzias de colchêtes são ... colchêtes.
— Duas vêzes 12 colchêtes são .... .
— O dôbro de uma dúzia é .... .

E assim por diante, até que fique bem firmado o conceito de dúzia. Se a classe já tiver conhecimento de têrça parte e triplo, quarta parte e quádruplo, poderá aplicar êsse conhecimento relacionado à nova noção. Caso contrário, isto será feito em ocasião oportuna.

Com o tempo, a criança perceberá que para saber "quantos" elementos são 3 ou 4 dúzias, por exemplo, basta multiplicar 12 por 3 ou por 4. Como ela irá empregar as noções de dôbro, triplo, etc. ao conceito de dúzia e, como já aprendeu que é multiplicando que se encontra o dôbro, o triplo, etc., ela mesma descobrirá isso após muitos exercícios com conjuntos de botões, desenhos ou emprêgo do flanelógrafo.

EXERCÍCIOS 9

Alguns problemas relacionados com dúzias:

1 — Quantas dúzias são 20 ovos?

A criança poderá fazer uma representação dos ovos por meio de pontos (20 pontos) e agrupá-los por 12. Verá que 20 ovos correspondem a 1 grupo de 12 e 8 unidades, portanto, 1 dúzia e 8 ovos.

2 — Quantas dúzias são 28 mangas?

3 — 21 abacates são ... dúzia e ... abacates.

4 — Quantas dúzias são 30 figos?

5 — Vinte e sete colchêtes, quantas dúzias são?

6 — Quantas meias dúzias são 18 ovos? (agrupar de 6 em 6).

7 — Trinta abacates quantas meias dúzias são?

8 — 28 ovos são ... meias dúzias e... ovos.

9 — Mamãe comprou uma dúzia de ovos e gastou 3 dêles para fazer um bolo. Quantos ovos sobraram?

A sentença matemática é:

$12 - 3 = \square$ ou $\square = 12 - 3$

10 — Domingo fizemos um passeio a uma chácara. De lá pudemos trazer 3 dúzias de laranjas deliciosas. Quantas laranjas trouxemos?

A sentença matemática pode ser:

$\square = 12 + 12 + 12$ ou $\square = 3 \times 12$

Nota: É bom que, a princípio, a criança empregue a primeira forma (adição) e depois passe para a segunda (multiplicação) naturalmente, reforçando assim o conceito de multiplicação.

11 — Ganhei uma caixa com lápis de côres contendo duas dúzias de lápis. Quantos lápis ganhei?

$\square = 12 + 12$ ou $\square = 2 \times 12$

12 — Papai comprou uma dúzia e meia de abacates. Quantos abacates êle comprou?

$\square = 12 + 6$

13 — Tôdas as semanas mamãe compra duas dúzias e meia de refrigerantes. Quantas garrafas de refrigerantes ela compra por semana?

$\square = 12 + 12 + 6$ ou $\square = 2 \times 12 + 6$

Sentenças ou Proposições Matemáticas

CONCEITO E CARACTERÍSTICAS

A sentença matemática, como qualquer sentença em linguagem comum, exprime uma idéia.

A sentença matemática é uma expressão numérica que geralmente aparece representada por símbolos, mas que pode ser escrita em qualquer língua, com palavras, tendo sujeito e predicado, singular e plural, pontuação.

As suas principais características são:

a) sempre afirmativas;

b) verdadeiras e falsas (não existe outra alternativa);

c) não contraditórias (ou são verdadeiras, ou são falsas).

EXERCÍCIOS 10

1 — Grifar as sentenças matemáticas:

a) Maria é minha irmã.

b) Três mais quatro é igual a sete.

c) Mamãe vai ao cinema hoje.

d) Dez é maior que sete.

e) Papai fêz anos ontem.

f) Cinco é menor que oito.

g) Oito é diferente de seis.

2 — Mostrar que as sentenças matemáticas podem ser escritas com símbolos.

As sentenças grifadas no exercício anterior podem ser escritas assim:

b) $3 + 4 = 7$

d) $10 > 7$

f) $5 < 8$

g) $8 \neq 6$

3 — Passar para a linguagem matemática:

a) Sete menos dois é igual a cinco.

b) Seis é maior que três.

c) A soma de quatro e cinco é igual a nove.

d) Sete é diferente de seis.

e) Dois é menor que quatro.

4 — Passar para a linguagem corrente:

a) $6 + 4 = 10$

b) $9 - 3 = 6$

c) $6 > 4$

d) $5 < 8$

e) $8 \neq 9$

5 — Colocar V dentro dos parênteses quando a sentença fôr verdadeira e F quando a sentença fôr falsa:

a) $6 + 2 = 8$ ( )

b) $8 - 2 = 5$ ( )

c) $4 + 5 = 5 + 4$ ( )

d) $3 + 3 = 2 \times 3$ ( )

e) $6 - 5 \neq 1$ ( )

6 — Completar as sentenças de modo a torná-las verdadeiras:

a) $\square + 3 = 9$

b) $7 = 5 + \square$

c) $8 - 3 = \square$

d) $\square - 5 = 4$

e) $6 - \square = 2$

f) $\square \times 4 = 12$

g) $5 \times \square = 15$

h) $10 \div 2 = \square$

i) $12 \div \square = 3$

j) $\square \div 4 = 2$

7 — Colocar um dos seguintes sinais (=, >, <) a fim de que as sentenças se tornem verdadeiras:

a) 5 4

b) 8 10

c) 6 6

d) $9 - 3$ 6

e) $8 + 4$ 12

f) 5×2 10

g) $6 + 4$ 12

h) $8 - 3$ 2

i) 3×4 15

SINGULAR E PLURAL DAS SENTENÇAS MATEMÁTICAS

Estas noções só poderão ser introduzidas quando a criança tiver formado o conceito de multiplicação e de divisão e um início da técnica operatória dessas operações.

Partindo de situações-problema, ela mesma conseguirá descobrir a regra para passar uma sentença do singular para o plural e vice-versa.

Exemplos:

Se um lápis custa 3 centavos, qual será o preço de 2 lápis?

O problema acima apresenta uma sentença (afirmação) no singular: um lápis custa 3 centavos. Esta sentença pode ser esquematizada assim:

1 lápis → 3 centavos (singular)

Dois lápis custarão $30 + 30$ ou 2×30 centavos

Logo, essa sentença, para passar ao plural (2 lápis), exige que se efetue uma das duas operações: $30 + 30$ ou 2×30 e teremos a resposta à pergunta formulada pelo problema:

2 lápis → 60 centavos. (plural)

Será fácil, portanto, levar a criança a perceber que as sentenças matemáticas são como as empregadas correntemente por nós, em linguagem comum, tendo singular e plural. Com uma vantagem: não há exceções. Só há uma regra geral que vale sempre, seja no campo dos números naturais, seja no dos números fracionários.

Se um sorvete (é "singular") custa 30 centavos, três sorvetes (é "plural") custam 3×30 ou 90 centavos. Portanto, para passar do "singular" para o "plural", empregamos a operação multiplicação.

Como, em linguagem corrente, passar para o singular é "desmanchar" o que foi feito para passar ao plural, em Matemática, passar para o singular é também operar em sentido contrário da multiplicação, isto é, dividir.

Se 3 sorvetes ("plural") custam 90 centavos, 1 sorvete ("singular") custa $90 \div 3$ ou 30 centavos.

Alguns exemplos:

1 — Comprei um lápis por 20 centavos. Qual o preço de 5 lápis iguais ao primeiro?

1 lápis → 20 centavos (singular)

5 lápis → 5×20 centavos (plural)

e $\square$ = 100 centavos ou 1 cruzeiro.

2 — Em 3 dias, resolvi 12 problemas. Quantos problemas resolvi em cada dia?

3 dias → 12 problemas (plural)

1 dia → $12 \div 3$ (singular)

e $\square = 4$ problemas.

3 — Quando saio para a escola, mamãe me dá 10 centavos para um doce. Quanto ela me dá durante os 6 dias de aula da semana?

1 dia → 10 centavos (singular)

6 dias → 6×10 centavos (plural)

e $\square =$ 60 centavos

Adição e subtração de números naturais

ADIÇÃO SEM RESERVA

A conceituação das operações e os fatos fundamentais de cada uma delas já foram tratados pormenorizadamente no 1.º volume. É preciso, entretanto, uma boa revisão dessa parte com o objetivo de descobrir até onde vai o conhecimento dos alunos sôbre o assunto. Uma vez, verificado o ponto em que se acha a classe, daremos prosseguimento normal ao ensino. Não faz mal que ainda não tenham todos os alunos vencido as etapas da 1.ª série. O importante é que se recomece onde a classe parou no ano anterior.

Normalmente, não há tempo para a fixação dos fatos fundamentais mais difícies na 1.ª série. Será, então, tarefa para a 2.ª série, embora o assunto tenha sido tratado no 1.º volume, por uma questão de método.

A técnica operatória das operações de adição e subtração também já deve ter sido iniciada. Em nosso primeiro volume, tratamos dos casos mais simples:

1.º) Os têrmos são dezenas exatas.

2.º) Um têrmo é dezena exata e outro não.

3.º) Uma das parcelas é representada por dois algarismos e outra por um só algarismo.

4.º) Adição em colunas (mais de duas parcelas).

Neste volume trataremos dos casos mais difícies.

ADIÇÃO COM RESERVA

A criança estará em condições de aprender a adição com reserva quando conhecer bem os casos anteriores (já mencionados) e tiver um perfeito conhecimento da composição e decomposição dos números. Deve compreender perfeitamente que dez unidades de uma ordem formam uma unidade de ordem imediatamente superior.

Não é necessário que ela conheça todos os fatos fundamentais da adição, mas é preciso que saiba um bom número dêles e alguns cujos totais ultrapassem o número dez.

Devemos começar o ensino da adição com reserva apresentando um problema simples e de interêsse social para a classe. A seguir faremos a concretização da operação no quadro "Valor do Lugar", passando depois para a simples operação.

Concretizando um exemplo:

No Dia do Professor vai haver uma festinha na sala de aula. Cada menina vai levar uma garrafa de guaraná e cada menino levará uma coca-cola. Há na classe 18 meninas e 16 meninos. Quantos refrigerantes vai haver na festa?

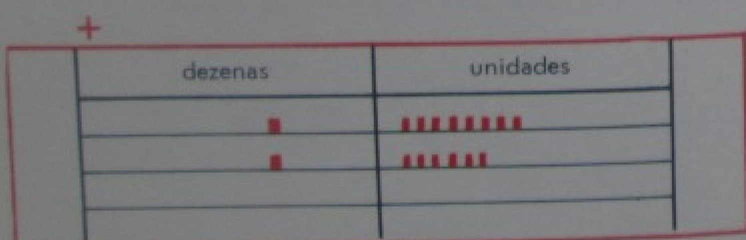


Fig. 20

Para demonstrar o transporte, o professor fará o seguinte: 1.º) reunirá tôdas as unidades formando feixes de dez; 2.º) passará os feixes de dez para a ordem imediatamente superior, cada um dêles representado por uma unidade dessa ordem.

No caso do exemplo acima, assim:

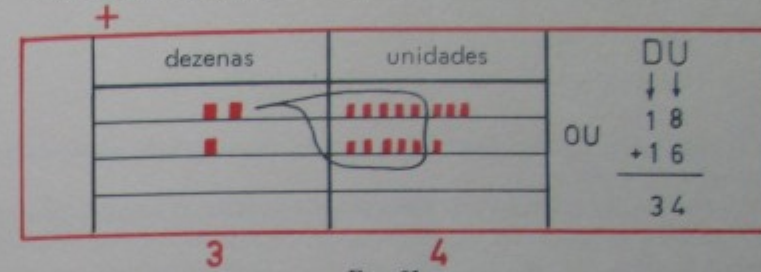


Fig. 21

O resultado é: 3 dezenas e 4 unidades ou 34. É interessante que o aluno verbalize a operação que está realizando: 8 unidades + 6 unidades = 14 unidades ou: 1 dezena e 4 unidades; 1 dezena + 1 dezena + 1 dezena = 3 dezenas.

Da mesma maneira ensinaremos todos os outros casos, graduando as dificuldades e apresentando uma dificuldade de cada vez.

Na adição com reservas, podemos reunir as dificuldades em alguns casos:

1.º) Duas parcelas e reservas das unidades para as dezenas:

$$\begin{array}{r} 24 \\ +38 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 136 \\ +218 \\ \hline \end{array}$$

2.º) Duas parcelas e reservas das dezenas para as centenas:

$$\begin{array}{r} 82 \\ +36 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 273 \\ +245 \\ \hline \end{array}$$

3.º) Duas parcelas e reservas das unidades para as dezenas e destas para as centenas:

$$\begin{array}{r} 68 \\ +56 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 154 \\ +276 \\ \hline \end{array}$$

4.º) Duas parcelas com número desigual de algarismos em cada uma delas:

$$\begin{array}{r} 136 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 256 \\ +\ 84 \\ \hline \end{array}$$

5.º) Duas parcelas e reservas em tôdas as ordens:

$$\begin{array}{r} 246 \\ +189 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 858 \\ +475 \\ \hline \end{array}$$

As dificuldades irão crescendo, em cada caso, quando aumentamos o número de parcelas.

As adições muito longas só serão usadas na vida do adulto e não têm interêsse para a criança. São cansativas, muito sujeitas a erros e não oferecem um objetivo imediato. São, por isso, desaconselhadas.

SUBTRAÇÃO COM RECURSO À ORDEM SUPERIOR

Há mais de um processo para se ensinar a técnica da subtração: o de decomposição, o de adições iguais e o austríaco.

O primeiro é o mais usado porque se baseia na decomposição dos números, como o próprio nome indica, e é de fácil objetivação. A escolha do processo depende do objetivo que o professor tem em vista. Se êle visa a compreensão da técnica de subtrair, deve preferir o da decomposição, que exporemos a seguir. Se êle tem em vista a rapidez do cálculo, o processo a escolher será o das adições iguais. O austríaco não é muito usado entre nós e não será tratado aqui.

PROCESSO DE DECOMPOSIÇÃO — (Ou por empréstimo): achamos que, na Escola Primária, deve ser o preferido, pois a compreensão deve ser mais importante que a simples mecânica de um processo mais rápido. Entretanto, deveremos ensinar, um pouco mais tarde, também o outro processo. Após a compreensão, procuraremos desenvolver também a rapidez, pelo processo das adições iguais, pois é êle o mais usado na divisão. Mas, de início, optamos pelo primeiro.

Apresentando um pequeno problema, levaremos a criança a deparar com a situação nova: A professôra ganhou 42 réguas escolares e deu uma a cada um dos 28 alunos presentes. Quantas réguas sobraram?

A classe já está acostumada a êsse raciocínio e sabe que deve fazer uma subtração para encontrar o resto. Entretanto, se ainda houver dúvida a êsse respeito, o professor poderá aproveitar a ocasião e, antes de ensinar a técnica da operação, ajudá-la no raciocínio do problema:

— O que o problema contou? (Que a professôra ganhou réguas, deu uma parte e sobrou outra parte).

— O que o problema perguntou? (Quantas sobraram).

— Vamos partir daquilo que o problema contou: as réguas dadas mais as que restaram são 42. Em Matemática, escrevemos isto assim:

$28 + \square = 42$

— Qual a operação que desfaz a adição?

— Vamos, então, fazer a subtração e acharemos o valor de □ que é o que o problema quer saber:

42 − 28 = □ ou □ = 42 − 28

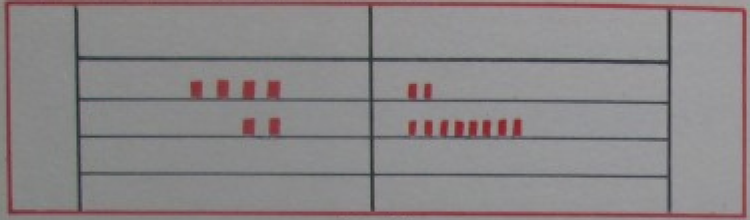


Fig. 22

— Como fazer agora? De 2 unidades não é possível tirar 8! Alguém tem uma idéia?

Se ninguém pensar no empréstimo, o que sòmente ocorrerá se houver repetentes ou alunos de habilidade mental muito grande, o professor sugerirá:

— Por que não pedimos emprestadas algumas unidades às dezenas? Cada uma delas não tem dez unidades? (E, tomando uma dezena do minuendo, faz a sua substituição por dez fichas de unidades que coloca junto às outras duas, perfazendo 12 unidades). Assim:

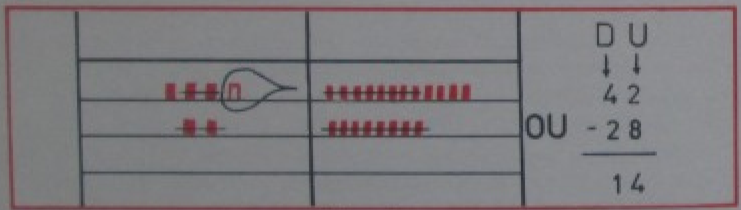


Fig. 23

— Agora, poderemos efetuar a operação: 12 unidades − 8 unidades = 4 unidades; 3 dezenas − 2 dezenas = 1 dezena.

O resultado é 1 dezena e 4 unidades, ou 14 unidades.

Da mesma forma, ensinaremos no cartaz "Valor do Lugar" a decomposição da centena em dezenas, quando assim fôr necessário, e do milhar em dez centenas.

PROCESSO DAS ADIÇÕES IGUAIS

O processo das adições iguais é iniciado (ou preparado para a sua introdução) quando damos a idéia aditiva de subtração no 1.º volume.

Partindo de uma situação-problema, forçaremos a criança a descobrir quantos elementos faltam a um dado conjunto para que êle tenha o mesmo número de elementos que um outro conjunto. Exemplo:

Já resolvi 7 dos 10 problemas de uma página de meu livro de exercícios. Quantos ainda estão por resolver?

— 7 para 10, faltam . . . .

$$\text{ou:}\quad \begin{array}{r} 10 \\ -\ 7 \\ \hline .\ .\ .\ . \end{array}$$

Como a idéia expressa pelo problema é a aditiva (quantos faltam, isto é, quanto se deve adicionar a 7 para ter 10), deveremos encaminhar a criança no sentido de verbalizar a operação assim:

— 7 para 10, faltam 3. (de baixo para cima).

Quando a criança se acostumar a empregar também êste processo (nos casos em que o problema expressa a idéia aditiva), poderemos passar a dar exemplos com números representados por dois ou 3 algarismos, sem reservas. Exemplos:

1 — Tenho 23 cruzeiros para comprar um vestido que custa 45 cruzeiros. Quanto me falta?

A sentença matemática pode ser expressa assim:

23 + □ = 45

□ = 45 − 23 (desfazendo a adição)

□ = ...

Para encontrar o valor de □ ela deverá fazer uma subtração, como indica a sentença matemática acima.

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 23 \\ \hline \end{array}$$

Verbalizando, de baixo para cima, porque o problema expressa a idéia aditiva da subtração:

— 3 unidades para 5 unidades, faltam 2 unidades.

— 2 dezenas para 4 dezenas, faltam 2 dezenas.

2 — Um laranjal possui 231 laranjeiras. O proprietário deseja aumentar para 465 o número de suas laranjeiras. Quantas faltam para plantar?

A sentença matemática é:

$$231 + \square = 465$$
$$\square = 465 - 231 \text{ (desfazendo a adição)}$$
$$\square = \ldots$$

Os alunos mais rápidos farão logo a segunda sentença, isto é, $\square = 465 - 231$.

Claro que devemos nos regozijar com êsse avanço pois esta sentença nada mais é que a equivalente àquela primeira quando se realiza a operação inversa para descobrir o valor de $\square$.

Agora que já preparamos o aluno e que já demos o processo da decomposição para a subtração com recurso à ordem superior, pois primeiro devemos visar a compreensão, como já tivemos oportunidade de dizer, podemos iniciar o ensino do processo que leva à rapidez do cálculo (das adições iguais).

Seja a seguinte questão: Uma classe comporta 42 alunos e só tem 28. Quantos alunos pode ainda receber?

Sentença matemática é:

$$28 + \square = 42$$
$$\square = 42 - 28$$
$$\square = \ldots$$

Vamos, então, fazer a subtração (modo prático), de baixo para cima, pois o problema expressa uma idéia aditiva:

$$\begin{array}{r} 42 \\ -\,28 \\ \hline \end{array}$$

Verbalizando:

— 8 para 2, ... nada falta, pois 2 é menor que 8.

— Vamos adicionar 1 dezena às duas unidades do minuendo e teremos:

— 8 para 12, faltam 4.

— Como adicionamos 1 dezena ao minuendo, devemos também adicionar uma dezena ao subtraendo e teremos:

— 3 dezenas para 4 dezenas, falta 1 dezena.

Assim:

$$\begin{array}{rrr} & 4 & \overset{10}{2}\}\ 12 \\ -\ 3\{ & \overset{1}{2} & 8 \\ \hline & 1 & 4 \end{array}$$

Esta esquematização poderá ser feita a princípio, no quadro, para complementar a explicação. O aluno, porém, não deve fazê-la no caderno, mas apenas pensar nela.

O processo chama-se das "adições iguais" porque baseia-se na seguinte propriedade da subtração: "adicionando-se o mesmo número a ambos os têrmos de uma subtração, a diferença não se altera".

Foi isso que fizemos em nosso exemplo acima: adicionamos uma dezena ao minuendo $(2 + 10)$ e uma dezena ao subtraendo $(2 + 1)$.

Quando a criança entender o processo, não terá mais dificuldade em adotá-lo. Êste processo permite que as subtrações sejam feitas com maior rapidez e auxilia na técnica da divisão. Entretanto, se a classe não estiver em condições, é preferível deixar para a 3.ª série.

GRADUAÇÃO DE DIFICULDADES

1.º) Números formados por dezenas e unidades:

a) O minuendo possui as mesmas ordens que o subtraendo:

$$\begin{array}{r} 63 \\ -\,42 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 38 \\ -\,16 \\ \hline \end{array}$$

b) Dezenas exatas no subtraendo:

$$\begin{array}{r} 50 \\ -\,20 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 46 \\ -\,30 \\ \hline \end{array}$$

c) Necessidade de recurso à ordem superior na casa das unidades:

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\,28 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 50 \\ -\,27 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ -\,18 \\ \hline \end{array}$$

Observando bem os três exemplos dados, neste último caso, verificaremos que cada um dêles representa uma etapa diferente dentro da mesma dificuldade: no primeiro, o recurso à ordem superior; no segundo, além do recurso ser necessário, o algarismo das unidades no minuendo é zero; no terceiro caso, a diferença é menor que dez e o aluno deverá notar a ausência de dezenas no resultado.

2.º) Números formados por unidades, dezenas e centenas:

a) Tôdas as ordens do minuendo são maiores que as do subtraendo:

$$\begin{array}{r} 246 \\ -\ 124 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 358 \\ -\ 130 \\ \hline \end{array}$$

b) Centenas exatas:

$$\begin{array}{r} 500 \\ -\ 200 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 600 \\ -\ 300 \\ \hline \end{array}$$

c) Recurso à ordem superior:

$$\begin{array}{r} 542 \\ -\ 218 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 350 \\ -\ 125 \\ \hline \end{array}$$ (dificuldade só nas unidades)

$$\begin{array}{r} 846 \\ -\ 374 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 508 \\ -\ 234 \\ \hline \end{array}$$ (dificuldade só nas dezenas)

$$\begin{array}{r} 642 \\ -\ 268 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 540 \\ -\ 285 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 600 \\ -\ 143 \\ \hline \end{array}$$ (dificuldades nas unidades e nas dezenas)

d) Zero intercalado no subtraendo:

$$\begin{array}{r} 524 \\ -\ 207 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 532 \\ -\ 208 \\ \hline \end{array}$$

e) O subtraendo é um número expresso por dois algarismos:

$$\begin{array}{r} 352 \\ -\ 86 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 254 \\ -\ 95 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 172 \\ -\ 93 \\ \hline \end{array}$$

NOMENCLATURA DOS TÊRMOS DAS OPERAÇÕES

A nomenclatura dos têrmos será introduzida, aos poucos, segundo a capacidade da classe. A princípio, ocasionalmente, para as crianças irem se familiarizando com os têrmos. No final, através de exercícios especialmente preparados para tal fim.

EXERCÍCIOS 11

1 — Numa adição de duas parcelas, a soma é 63 e uma das parcelas é 18.

Qual é a outra?

A sentença matemática é: $18 + \square = 63$.

2 — Em $28 + 12 = 40$, qual a operação efetuada? Como se chama o resultado dessa operação?

3 — O subtraendo é 36, a diferença é 12. Qual é o minuendo?

Sentença matemática: $\square - 36 = 12$.

4 — O minuendo é 50 e a diferença é 25. Qual é o subtraendo?

Sentença matemática é: $50 - \square = 25$.

5 — Em $52 - 12 = 40$, qual a operação efetuada? Como se chama o resultado dessa operação? Qual o nome do primeiro têrmo da subtração? E do segundo?

VERIFICAÇÃO DOS RESULTADOS

A verificação mental de todo cálculo efetuado é um hábito que devemos implantar em nossos alunos. Êles se acostumarão a conferir cada cálculo efetuado antes de dar o trabalho por terminado e evitarão muitos erros. A verificação da adição pela operação inversa é a que melhor se ajusta a esta fase do aprendizado pois, estamos ensinando a subtração como inversa da adição desde o início. A verificação da subtração se fará pela adição correspondente.

$$\begin{array}{r} 53 \\ +25 \\ \hline 78 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 78 \\ -25 \\ \hline 53 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 62 \\ -35 \\ \hline 27 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ +35 \\ \hline 62 \end{array}$$

Problemas para a aplicação de todos os casos de adição e de subtração deverão ser apresentados à classe no decorrer de todo o curso.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS empregando adições e subtrações combinadas e pontuação.

1 — Tinha 25 bolinhas de gude. Ganhei 8 e, a seguir, perdi 13. Com quantas fiquei?

Fazendo a criança ler o problema com atenção, levá-la a "sentir" que o mesmo conta que foram realizadas duas operações: 1.ª) ganhar bolinhas para juntar às que já tinha; 2.ª) perder bolinhas que deverão ser retiradas do total anterior para pagá-las. A sentença matemática será, portanto, expressa por duas operações: $(25 + 8) - 13 = \square$ ou: $\square = (25 + 8) - 13$.

Os parênteses servem para destacar a primeira operação a ser realizada e para tornar bem claro que o seu resultado será o primeiro têrmo da operação seguinte. É muito importante que o aluno se acostume a "pontuar" as sentenças matemáticas para melhor expressar as estruturas dos problemas. Uma sentença matemática é como uma sentença expressa em qualquer língua: requer pontuação para evitar interpretações dúbias ou até contrárias àquelas que lhes deram origem.

No exemplo acima, basta efetuar as duas operações e o valor de $\square$ será encontrado, dando a resposta ao problema 20.

2 — Alice comprou 12 figurinhas e perdeu 5. Depois disso, ganhou 6 figurinhas de uma amiga. Com quantas figurinhas ficou Alice?

A sentença matemática é:

$(12 - 5) + 6 = \square$ ou $\square = (12 - 5) + 6$

$7 + 6 = \square$

$\square = 13$

3 — Ganhei 55 centavos de papai e verifiquei que, com as economias que já tinha, fiquei com 92 centavos. Quanto eu tinha antes de ganhar o dinheiro do papai?

Eu tinha $\square$ (não sei ainda quanto); ganhei 55 centavos e fiquei com 92 centavos.

A sentença matemática é:

$\square + 55 = 92$

$\square = 92 - 55$

$\square = 37$

Basta fazer a operação inversa que o valor do $\square$ é encontrado.

4 — Ganhei 25 cruzeiros de papai e, com o que eu já tinha, fiquei com 80 cruzeiros. Quanto eu possuia antes de ganhar o dinheiro de papai?

— Quanto eu tinha? $\square$ (quantia desconhecida).

— Quanto papai me deu? (25 cruzeiros)

— Com quanto eu fiquei? (80 cruzeiros)

A sentença matemática é:

$\square + 25 = 80$

$\square = 80 - 25$

$\square = 55$

5 — Meu irmão tinha figurinhas no bôlso, não sei quantas. Deu-me 15 de suas figurinhas e notei que êle ficou com apenas 18 para si. Quantas figurinhas êle tinha a princípio?

A sentença matemática é:

$\square - 15 = 18$

Operando inversamente, o valor de □ será encontrado:

□ = 18 + 15
□ = 33

6 — Perdi 5 pontos numa partida de pingue-pongue. A seguir fiz 9 pontos e verifiquei que estava com 20 pontos. Quantos pontos eu já tinha quando perdi os primeiros pontos?

(□ − 5) + 9 = 20

São duas as operações realizadas: uma, de perder pontos, outra de ganhar. Uma vez formada a sentença matemática, é só desfazer ambas as operações realizadas que o resultado será encontrado: a última operação realizada será a primeira a ser desfeita, pois devemos percorrer o caminho de volta exatamente ao contrário do percorrido inicialmente. Assim:

□ − 5 = 20 − 9 (desfazendo a adição)
□ − 5 = 11

Agora, resta desfazer a subtração:

□ = 11 + 5
□ = 16

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS MAIORES QUE DEZ

TÉCNICA OPERATÓRIA

Ambas as operações serão ensinadas ao mesmo tempo, isto é, após vencer uma etapa de multiplicação, ensinaremos a correspondente divisão. Isto, para não ser perdida de vista a relação multiplicação-divisão já evidenciada por ocasião da formação do conceito de divisão. (1.º volume).

MULTIPLICAÇÃO

Não é preciso que os alunos tenham dominado todos os fatos fundamentais até 9, para se dar início ao ensino da técnica de multiplicar. Basta que se tenha o cuidado de empregar tanto no multiplicando como no multiplicador algarismos cujo valor absoluto esteja entre as combinações já aprendidas.

Deve, também, o professor certificar-se de que os seus alunos estão seguros em conhecimentos anteriores indispensáveis à iniciação desta nova etapa. Julgamos indispensável para o prosseguimento do estudo da multiplicação e da divisão o seguinte:

1 — conhecimento das combinações fundamentais que serão usadas;

2 — segurança na composição e decomposição de números;

3 — conhecimento da adição e da subtração de números iguais ou maiores que dez;

4 — conceituação da multiplicação como uma maneira abreviada de adicionar parcelas iguais;

5 — compreensão de que o multiplicador indica quantas vêzes deve o multiplicando ser repetido como parcela;

6 — conceito da divisão como operação inversa da multiplicação.

Há, no estudo da técnica da multiplicação de um número composto de unidades e dezenas ou, unidades, dezenas e centenas, etc., por um número constituído apenas de unidades, dois níveis de dificuldade:

a) multiplicação sem reserva;

b) multiplicação com reserva.

Vejamos primeiro o nível mais fácil; sem reserva. Sempre partindo de uma situação-problema, seguiremos alguns passos para facilitar a compreensão do mecanismo da operação uma vez que o conceito já deve ser do conhecimento da criança.

1.º) Poderemos iniciar ensinando a multiplicação de dezenas exatas por números menores que 10.

Exemplo: Quero colocar na sala de aula 2 grupos de 20 carteiras. Quantas carteiras serão necessárias?

— Eu preciso de 2 vêzes 20 carteiras.

— Quantas dezenas há em 20? (2).

— Então, eu preciso de 2 vêzes 2 dezenas de carteiras.

— Duas vêzes 2 dezenas de carteiras são 4 dezenas ou 40 carteiras.

Muitos exemplos serão dados sem que a criança "arme" a conta para fazer. É uma revisão da composição e decomposição de números formados por dezenas exatas. Quando a criança souber bem questões como a acima sugerida, poderemos passar para a parte mecânica da operação:

$$\begin{array}{r} 2 \text{ dezenas} \\ \times 2 \phantom{\text{ dezenas}} \\ \hline 4 \text{ dezenas} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times\ 2 \\ \hline 40 \end{array}$$

Outros exemplos, sempre apresentados como pequenos problemas:

$$\begin{array}{r} 40 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Dar à criança a oportunidade de formar o hábito de dizer: 2 vêzes 40, 4 vêzes 20, etc.

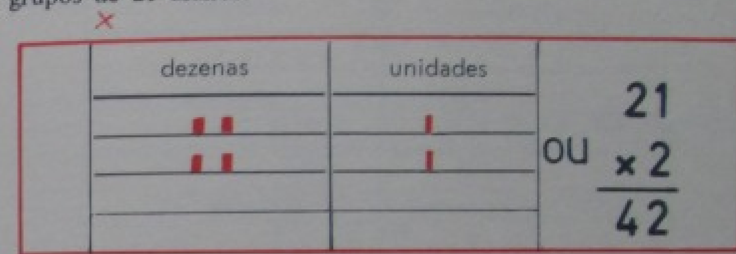
2.º) Todos os algarismos do multiplicando são significativos:

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 13 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

Os exemplos acima devem aparecer para solucionar pequenos problemas e podem ser concretizados no quadro "Valor do Lugar". Vejamos o primeiro dêles, 2×21. Um problema como o que segue pode

ser sugerido pelo professor: Os alunos de D. Luiza formaram uma fila de 2 em 2. Há 21 pares de alunos na fila. Quantos alunos tem D. Luiza?

Levemos o problema para o quadro "Valor do Lugar". Se há 21 alunos em cada lado da fila, é porque há duas vêzes 21 alunos, isto é, 2 grupos de 21 alunos:



4 dezenas e 2 unidades

Fig. 24

O processo levará a criança a redescobrir que primeiro multiplicamos as unidades; a seguir, as dezenas, e assim sucessivamente, para obter o resultado da multiplicação.

Devemos habituar o aluno a estimar o resultado: 21 alunos são duas dezenas e um pouquinho. Duas vêzes duas dezenas são 4 dezenas, ou 40. Logo, o resultado deverá ser um pouco maior que 40. Êste hábito o levará a evitar resultados absurdos.

Evidenciar sempre a espécie do produto (mesma do multiplicando): 2×21 alunos $= 42$ alunos. O número 2 (multiplicador) indica quantas vêzes a parcela 21 alunos deve ser repetida.

Multiplicação com reserva:

É conveniente que nesta etapa da multiplicação graduemos muito bem as dificuldades, para que a criança nada perca na compreensão do processo:

1.º) Multiplicando expresso por um numeral de dois algarismos. De início, as reservas não devem ser muito elevadas.

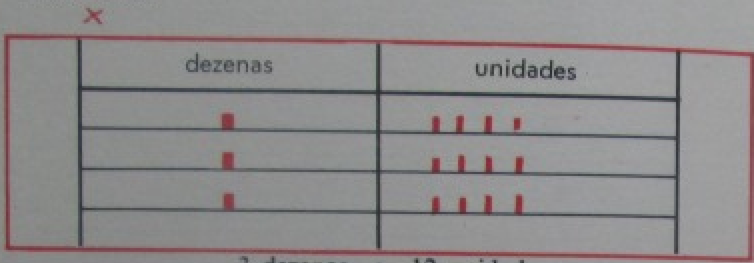
Exemplos:

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 34 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ \times 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 35 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

A resolução dessas multiplicações deve decorrer da necessidade de resolver algum problema bem simples e nunca sem uma finalidade prática.

Concretizemos no quadro "Valor do Lugar" o primeiro exemplo acima para resolver o problema: Plantamos 3 fileiras de 14 pés de alface em um canteiro da horta da escola. Quantos pés de alface nós plantamos?

No cartaz:

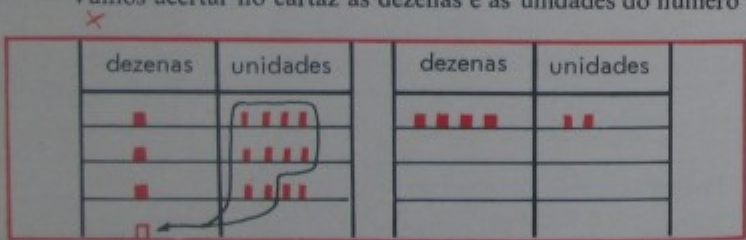


3 dezenas e 12 unidades

FIG. 25

Mandamos a criança colocar no cartaz as dezenas e as unidades do número que vai ser multiplicado, no caso, o número 14.

— Quantas vêzes vamos repetir o número 14? (3)
— Então, repita no cartaz o número 14, três vêzes.
— Qual o resultado? (3 dezenas e 12 unidades)
— 12 unidades podem ser reagrupadas em dezenas?
— Quantas dezenas e quantas unidades tem o número 12? (1 dezena e 2 unidades)
— Vamos acertar no cartaz as dezenas e as unidades do número 12?



(3 + 1) dezenas e 2 unidades 4 dezenas e 2 unidades

FIG. 26

— Agora, qual o resultado? (4 dezenas e 2 unidades).

Empregando a disposição prática:

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 3 \\ \hline 42 \end{array}$$

Levar a criança a operar como se estivesse trabalhando com fichas no quadro "Valor do Lugar", assim: 3 vêzes 4 unidades são 12 unidades; 12 unidades são 1 dezena e 2 unidades. Então, vão ficar sòmente 2 unidades na coluna das unidades porque a dezena eu vou levar para junto das outras dezenas. (Escrever o algarismo 2). Três vêzes 1 dezena são

3 dezenas, com uma dezena que reservei do número 12, são 4 dezenas. (Escrever o algarismo 4).

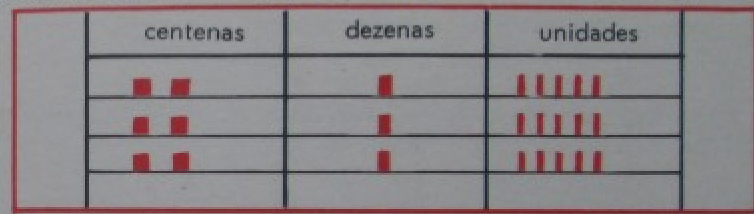
2.º) O multiplicando é um número escrito com três algarismos.

a) Reserva das unidades para as dezenas.

Exemplos: $\begin{array}{r} 215 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 123 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 325 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$

Concretizar no quadro "Valor do Lugar":

Mandar um aluno colocar no cartaz as unidades, dezenas e centenas do número 215, quantas vêzes forem necessárias (3 vêzes).

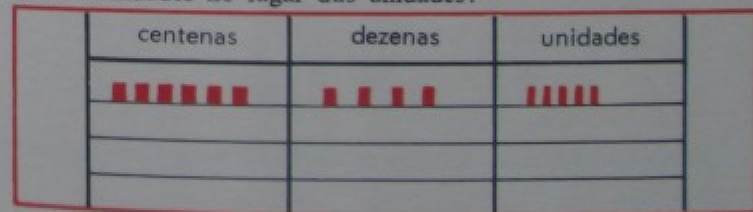


6 centenas 3 dezenas e 15 unidades

FIG. 27

Mandar um aluno ler o resultado. (6 centenas, 3 dezenas e 15 unidades).

— 15 unidades podem ser reagrupadas em dezenas?
— Como? (1 dezena e 5 unidades).
— Vamos arrumar no cartaz a dezena nó lugar das dezenas e deixar apenas as unidades no lugar das unidades?



6 centenas, 4 dezenas e 5 unidades

FIG. 28

Mandar ler o nôvo resultado. (6 centenas, 4 dezenas, 5 unidades).

— Que número é êsse? (645)

Empregando a disposição pratica:

$$\begin{array}{r} 215 \\ \times 3 \\ \hline 645 \end{array}$$

Mandar um aluno efetuar a operação e ir explicando o que está fazendo para operar: 3 vêzes 5 unidades são 15 unidades; 15 unidades são 1 dezena e 5 unidades. Logo, vou escrever 5 unidades no lugar das unidades e deixar uma dezena para juntar às outras dezenas; 3 vêzes 1 dezena são 3 dezenas, mais uma dezena do número 15, são 4 dezenas; 3 vêzes 2 centenas são 6 centenas.

Com o tempo, a criança fará a operação sem dizer tudo isto, mas saberá o que está fazendo.

b) Reserva das dezenas para as centenas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r}141\\ \times 5\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}172\\ \times 3\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}243\\ \times 3\\ \hline\end{array}$$

O processo de ensino será o mesmo, isto é, inventando um problema e o concretizando no quadro "Valor do Lugar".

Seja o segundo exemplo: 3×172.

Neste caso, a reserva será das dezenas para as centenas. O aluno dirá: "3 vêzes 2 unidades são 6 unidades, que coloco no lugar das unidades; 3 vêzes 7 dezenas são 21 dezenas. Mas, 21 dezenas são 2 centenas e 1 dezena. Então, escrevo sòmente uma dezena no lugar das dezenas e guardo as 2 centenas para juntar às outras centenas; 3 vêzes uma centena são 3 centenas, mais 2 centenas das 21 dezenas, são 5 centenas".

Empregando a disposição prática:

$$\begin{array}{r}172\\ \times 3\\ \hline 516\end{array}$$

c) Reservas das unidades para as dezenas e destas para as centenas.

Exemplos:

$$\begin{array}{r}154\\ \times 3\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}275\\ \times 2\\ \hline\end{array}\qquad\begin{array}{r}158\\ \times 4\\ \hline\end{array}$$

Mesmo processo: introdução ao nôvo caso para resolver problemas práticos, concretização do processo no quadro "Valor do Lugar", dramatização de todos os passos seguidos para o desenvolvimento da técnica operatória. Só depois é que o aluno fará, mecânicamente, as multiplicações.

MULTIPLICAÇÃO POR 10 OU 100

Quando queremos descobrir um produto de dois fatôres quaisquer, já sabemos, devemos empregar um dos dois processos: ou fazemos uma série de adições de parcelas iguais, tantas parcelas quantas forem as unidades do multiplicador, ou fazemos um arranjo de linhas e colunas em números correspondentes ao número de unidades de cada um dos fatôres. Entretanto, se quisermos multiplicar dois fatôres maiores que dez, ou ainda maiores que cem, etc., tais processos vão se tornando cada vez mais trabalhosos.

Torna-se, portanto, vantajoso que nos esforcemos no sentido de descobrir uma forma mais mecânica, uma técnica para multiplicar. Comecemos por explorar as multiplicações em que um dos fatôres é 1, 10 ou 100.

Sejam, as seguintes multiplicações: 3×1, 3×10 e 3×100.

Empregando um dos processos acima citados e já do conhecimento da classe uma vez que o conceito de multiplicação foi introduzido por êle, o processo das adições de parcelas iguais:

$3 \times 1 = 1 + 1 + 1 = 3$

$3 \times 10 = 10 + 10 + 10 = 30$

$3 \times 100 = 100 + 100 + 100 = 300$

Outros exemplos:

$5 \times 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$

$5 \times 10 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$

$5 \times 100 = 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 500$

A simples observação dêsses e outros exemplos, a critério do professor, levará a criança a deduzir a regra que, em hipótese alguma deverá ser dada pronta. Observando que $3 \times 1 = 3$; $3 \times 10 = 30$ e $3 \times 100 = 300$, o aluno concluirá que para multiplicar por 10, acrescenta-se um zero e por 100, dois zeros ao multiplicando. Agora, é só aplicar a regra conseguida.

EXERCÍCIOS 12

Descubra os produtos:

1 — $4 \times 10 = \ldots .$
2 — $8 \times 10 = \ldots .$
3 — $3 \times 100 = \ldots .$
4 — $6 \times 100 = \ldots .$
5 — $9 \times 10 = \ldots .$
6 — $8 \times 100 = \ldots .$

MULTIPLICAÇÃO POR UM MÚLTIPLO DE 10 OU 100

A seguir, explorando alguns produtos, levaremos as crianças à descoberta de mais uma regra para facilitar o cálculo de multiplicações em que um dos fatôres é múltiplo de 10 ou 100.

Seja, por exemplo, 5×30:

$5 \times 30 = 5 \times (3 \times 10) \rightarrow$ (3×10 é outro numeral do número 30)
$5 \times 30 = (5 \times 3) \times 10 \rightarrow$ (pela p.a.m. $5 \times (3 \times 10) = (5 \times 3) \times 10$)
$5 \times 30 = 15 \times 10 = 150$

Outro exemplo, 7×80:

$7 \times 80 = 7 \times (8 \times 10)$
$7 \times 80 = (7 \times 8) \times 10$
$7 \times 80 = 56 \times 10 = 560$

A criança deve ser levada a perceber que, para multiplicar um número por outro cujo numeral é acompanhado de zeros, basta multiplicar os algarismos significativos e depois acrescentar os zeros.

EXERCÍCIOS 13

Efetue as seguintes multiplicações:

1 — $8 \times 90 = \ldots .$
2 — $6 \times 20 = \ldots .$
3 — $9 \times 50 = \ldots .$
4 — $7 \times 80 = \ldots .$
5 — $4 \times 90 = \ldots .$

MULTIPLICAÇÃO DE DOIS MÚLTIPLOS DE 10 OU 100

Vencida mais esta etapa, poderemos prosseguir. Ambos os fatôres são, agora, múltiplos de 10 ou 100.

Seja o exemplo, 20×40:

$20 \times 40 = (2 \times 10) \times (4 \times 10) \rightarrow$ outros numerais de 20 e 40.

$20 \times 40 = (2 \times 10 \times 4) \times 10 \rightarrow$ pela p. a. m.

$20 \times 40 = (2 \times 4 \times 10) \times 10 \rightarrow$ pela p. c. m.

$20 \times 40 = (2 \times 4) \times (10 \times 10) \rightarrow$ pela p. a. m.

$20 \times 40 = 8 \times 100 = 800$

Outro exemplo: 30×20.

$30 \times 20 = (3 \times 10) \times (2 \times 10)$

$30 \times 20 = (3 \times 10 \times 2) \times 10$

$30 \times 20 = (3 \times 2 \times 10) \times 10$

$30 \times 20 = (3 \times 2) \times (10 \times 10)$

$30 \times 20 = 6 \times 100 = 600$

Também neste caso, deve a criança concluir pela regra, após muitos exercícios: multiplicam-se as partes significativas dos numerais dos fatôres e acrescentam-se todos os zeros.

EXERCÍCIOS 14

Efetue as multiplicações que seguem (pela aplicação das propriedades e, depois, pela regra prática):

1 — $50 \times 20 =$ . . . .

2 — $30 \times 30 =$ . . . .

3 — $20 \times 40 =$ . . . .

4 — $30 \times 20 =$ . . . .

5 — $40 \times 20 =$ . . . .

Nota: Para alunos de 2.ª série, tomaremos a precaução de não apresentar multiplicações cujo produto ultrapasse o número 1.000 para evitar que a criança tenha que trabalhar com número cuja composição desconhece. Assim mesmo, só atingiremos êsse limite quando a criança o conhecer.

Além dos exercícios acima mencionados, quando a técnica estiver bem dominada, em cada caso, poderemos apresentar alguns problemas de raciocínio fácil e já empregado pela classe com dados menores e que exijam multiplicações dêsse tipo. Saber o pêso de 10 sacas de café de 60 quilos cada, quantas árvores frutíferas podem ser plantadas em 30 fileiras de 40 pés cada fileira, etc.

DIVISÃO POR 10 E POR 100

Sendo a divisão a operação inversa da multiplicação e tendo a criança adquirido a técnica de multiplicar por 10 ou 100 acrescentando um ou dois zeros, fácil será levá-la a descobrir que, para dividir por 10 um número cujo numeral termina em zeros, basta suprimir um dêles, e, anàlogamente, para dividir por 100, suprimir dois zeros.

Exercícios exploratórios para a descoberta da regra.

1 — Complete as seguintes equivalências:

a) Se $5 \times 10 = 50 \Longleftrightarrow 50 \div 10 = 5$
b) Se $8 \times 10 = 80 \Longleftrightarrow 80 \div 10 = \ldots$
c) Se $12 \times 10 = 120 \Longleftrightarrow 120 \div 10 = \ldots$
d) Se $25 \times 10 = 250 \Longleftrightarrow 250 \div 10 = \ldots$

2 — Termine os exercícios:

a) $9 \times 10 = 90 \Longleftrightarrow 90 \div 10 = \ldots$
b) $7 \times 10 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$
c) $18 \times 10 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$
d) $36 \times 10 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$

3 — Complete as seguintes equivalências:

a) $2 \times 100 = 200 \Longleftrightarrow 200 \div 100 = \ldots$
b) $8 \times 100 = 800 \Longleftrightarrow 800 \div 100 = \ldots$
c) $6 \times 100 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$
d) $7 \times 100 = \ldots \Longleftrightarrow \ldots\ldots\ldots\ldots$

4 — Efetue as divisões que seguem:

a) $30 \div 10 = \ldots$ *c*) $750 \div 10 = \ldots$ *e*) $800 \div 100 = \ldots$
b) $300 \div 10 = \ldots$ *d*) $800 \div 10 = \ldots$ *f*) $900 \div 100 = \ldots$

TÉCNICAS PARA DIVIDIR UM NÚMERO QUALQUER POR OUTRO

A divisão será ensinada ao mesmo tempo que a multiplicação, como já foi dito e justificado. Entretanto, por uma questão de organização, só agora trataremos da técnica de dividir, por etapas, para facilitar o aprendizado.

Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, vamos, antes de mais nada, verificar a prontidão da classe para a introdução da técnica de dividir fazendo uma boa recordação dos fatos fundamentais das duas operações, relacionando-os, como nos exercícios sugeridos para a 1.ª série.

$$3 \times 4 = 12 \Longleftrightarrow 12 \div 4 = 3$$
$$4 \times 3 = 12 \Longleftrightarrow 12 \div 3 = 4$$
$$5 \times 6 = 30 \Longleftrightarrow 30 \div 6 = 5$$
$$6 \times 5 = 30 \Longleftrightarrow 30 \div 5 = 6$$

Se todos os fatos fundamentais não foram ainda dominados, esta é uma boa oportunidade para exercitar a classe e proporcionar ensejo à fixação dos mesmos.

Enquanto se faz a revisão dos fatos fundamentais, revisão que deve ser feita através de exercícios variados para o trabalho não se tornar monótono e sem interêsse, pode-se, também, ir intercalando alguns casos de divisão aproximada e que, portanto, não fazem parte dos fatos fundamentais.

1.º) caso: O quociente é um número formado apenas por unidades.

a) Calcular quocientes exatos empregando disposição prática e descobrindo o quociente através dos fatos fundamentais da multiplicação que conhece:

Dividir 6 laranjas em grupos de 2 laranjas.

— Quantos grupos de 2?

— 2 × . . . = 6 laranjas?

— 6 ÷ 2 = . . .

6 laranjas	2 laranjas	ou	6 | 2
− 6	3 grupos		0 3
0 laranjas			

Verbalizando: 6 ÷ 2 = 3 e não resta laranja alguma porque 3 × 2 são 6.

Tenho 12 bolinhas e pretendo reparti-las igualmente entre 3 meninos. Quantas bolinhas receberá cada menino?

— 3 × . . . = 12 bolinhas?

— 12 ÷ 3 = . . .

12 bolinhas	3 meninos	ou	12 | 3
− 12	4 bolinhas		0 4
0 bolinhas			

Verbalizando: 12 ÷ 3 = 4 e não resta nenhuma bolinha porque 4 × 3 são 12.

Marcos repartiu igualmente 15 centavos a três pobres. Quanto recebeu cada pobre?

— 3 × . . . = 15?

— 15 ÷ 3 = . . .

15 centavos	3 pobres	ou	15 | 3
− 15	5 centavos		0 5
0 centavos			

Verbalizando: 15 ÷ 3 = 5 e não resta centavo porque 5 × 3 = 15.

b) Calcular quocientes aproximados e os restos:

7 laranjas	3 meninos	ou	7 | 3
− 6	2 laranjas		1 2
1 laranja			

— 3 × . . . = 7? (não é possível)

— 3 × . . . = 6?

— 6 ÷ 3 = . . . (encontrado o quociente, colocá-lo no lugar correspondente)

— 2 × 3 = . . .

— 7 - 6 = 1 (resto: 1 laranja)

Outro exemplo:

10 passarinhos | 4 gaiolas

— $4 \times \ldots = 10$? (não é possível)
— $4 \times \ldots = 9$? (impossível ainda)
— $4 \times \ldots = 8$?
— $8 \div 4 = \ldots$ (colocar o resultado no lugar correspondente)
— $2 \times 4 = \ldots$
— $10 - 8 = 2$ (resto: 2 passarinhos)

Assim:

$$\begin{array}{l|l} \text{10 passarinhos} & \text{4 gaiolas} \\ \hline -\ 8 & \text{2 passarinhos} \\ \text{2 passarinhos} & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l|l} 10 & 4 \\ \hline 2 & 2 \end{array}$$

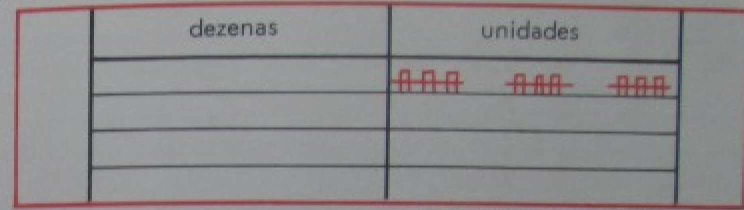
2.º) caso: O quociente é um número formado por unidades e dezenas, ou unidades, dezenas e centenas, etc.

A criança deverá ser levada a "redescobrir" que o quociente poderá ser um número escrito com mais de um algarismo e que, neste caso, a divisão será feita por etapas. Novamente, o cartaz "Valor do Lugar" virá em auxílio da compreensão da técnica que se baseia no reagrupamento do resto com o algarismo seguinte, para formar os dividendos parciais. Para isso, levemos ao cartaz "Valor do Lugar" um caso já conhecido da classe: $9 \div 3$, por exemplo:

$$\begin{array}{l|l} \text{9 unidades} & 3 \\ \hline -\ 9 & \text{3 unidades} \\ 0 & \end{array}$$

— Que vamos dividir? (9 unidades)
— Em quantos grupos? (3 grupos)
— Quantas unidades ficarão em cada grupo? (3)
— 3 vêzes 3 unidades são ... unidades.
— 9 unidades menos 9 unidades, ... unidades.
— O resto é ... (zero)

No cartaz:



3 grupos de unidades

Fig. 29

Seja, agora, $12 \div 3$: (12 balas para 3 crianças, por exemplo)

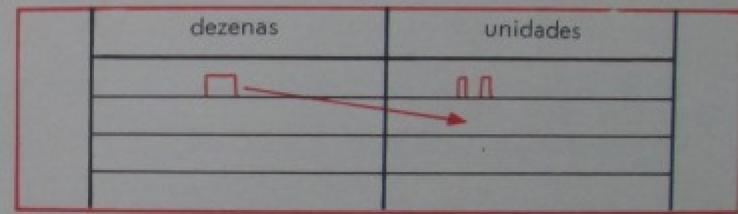
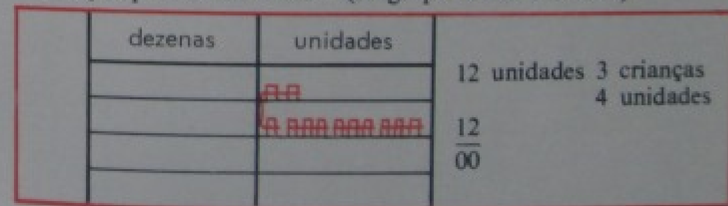


Fig. 30

— Que vamos dividir? (1 dezen e 2 unidades)
— Uma dezena pode ser repartida igualmente para 3 crianças? (não)
— Que poderemos fazer? (reagrupá-la em unidades)



12 unidades

Fig. 31

Estamos apresentando, paralelamente, os processos longo e breve de dividir: o primeiro, auxilia a compreensão da técnica de dividir e a criança executa a subtração para encontrar o resto; o segundo processo é mais rápido mas a criança é obrigada a realizar mentalmente duas operações (multiplicação e subtração) para encontrar o resto. O ideal é que ela chegue a êste último processo passando pelo primeiro até que possa compreender e mecanizar a técnica operatória. Não há pressa para a passagem de um processo a outro: o professor irá dando, paralelamente, um e outro, deixando de escrever as espécies dos têrmos logo que perceba poder fazê-lo sem que haja prejuízo da compreensão e permitirá que cada criança que se sinta capaz de passar ao emprêgo do processo, breve o faça. Aquelas que se sentirem menos seguras deverão continuar empregando o processo longo pelo espaço de tempo que necessitarem; não é errado e nem antiquado ò processo longo, é apenas menos econômico no sentido de tempo gasto para realizar a operação. A economia de tempo virá "a seu tempo", quando a criança puder realizar as operações mentalmente para encontrar o resto. Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 12 \text{ balas} & 3 \text{ crianças} \\ \cline{2-2} -12 \quad & 4 \text{ balas} \\ \cline{1-1} 0 \text{ balas} & \end{array}$$

— Quando dividimos balas por crianças, o que é que vamos encontrar como resultado? (balas)

— E o resto, o que será? (balas)

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} -12 & 4 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \quad \text{e, finalmente,} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$$

Outro exemplo:

45 ÷ 3 (45 figurinhas para 3 meninos):

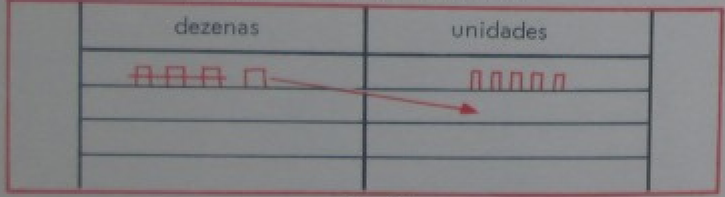


Fig. 32

— Que vamos dividir? (4 dezenas e 5 unidades)

— É possível dividir 4 dezenas para 3 meninos? (sim)

— Quantas dezenas para cada um? (uma)

$$\begin{array}{l|l} 4 \text{ dezenas e 5 unidades} & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 1 \text{ dezena} \\ \cline{1-1} 1 \text{ dezena e 5 unidades} & \end{array}$$

— Que vamos dividir agora? (uma dezena e 5 unidades)

— Como fazer para dividir 1 dezena e 5 unidades por 3 crianças? (reagrupar a dezena com as unidades).

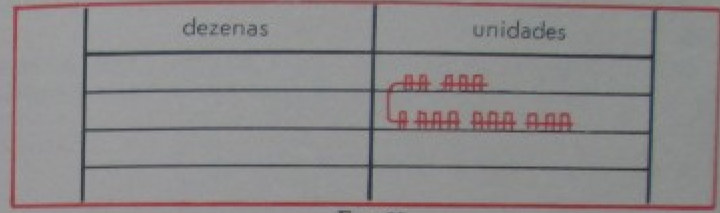


Fig. 33

— Que vamos dividir agora? (15 unidades)

— Quantas unidades para cada grupo? (5)

$$\begin{array}{l|l} 4 \text{ dezenas e 5 unidades} & 3 \\ \cline{2-2} -3 \text{ dezenas} & 1 \text{ dezena e 5 unidades} \\ \cline{1-1} 1 \text{ dezena e 5 unidades} & \\ -1 \text{ dezena e 5 unidades} & \\ \cline{1-1} 0 \qquad\quad 0 & \end{array}$$

Depois:

$$\begin{array}{r|l} \text{D U} & \\ \downarrow\downarrow & \\ 45 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 15 \\ \cline{1-1} 15 & \downarrow\downarrow \\ -15 & \text{D U} \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 15 \\ \cline{1-1} 15 & \\ -15 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

O processo breve virá bem mais tarde:

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ \cline{2-2} 15 & 15 \\ 0 & \end{array}$$

4 dezenas ÷ 3 = 1 dezena;
3 × 1 dezena = 3 dezenas;
3 dezenas para 4 dezenas, 1 dezena;
abaixar 5 unidades;
15 unidades ÷ 3 = 5 unidades;
3 vêzes 5 unidades = 15 unidades;
15 unidades para 15 unidades, zero.

Outra técnica:

Poderemos, também, empregar uma técnica baseada ùnicamente no conceito de divisão e sua relação com a multiplicação e na decomposição do dividendo.

Seja, por exemplo, um problema que exige, para a sua resolução, a divisão de 12 por 3. Levaremos a criança a estabelecer a seguinte relação:

$$? \times 3 = 12 \Longleftrightarrow 12 \div 3 = ?$$

Como o fato fundamental 4×3 já é do seu conhecimento e também o seu inverso de divisão $(12 \div 3)$, não haverá dificuldade alguma para a descoberta do quociente. Poderemos logo apresentar a disposição prática para a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} 0 & 4 \end{array}$$

Seja agora a divisão: $14 \div 3$

$$? \times 3 = 14 \Longleftrightarrow 14 \div 3 = ?$$

Não existe êsse fato fundamental porque

$$\begin{array}{rl} & 4 \times 3 = 12 \\ \text{e} & 5 \times 3 = 15 \end{array}$$

Logo, o quociente da divisão de 14 por 3 não é 4 porque 4×3 são 12 e não é 5 porque 5×3 são 15.

Tendo a criança sentido que não existe um número natural que seja quociente de 14 por 3, poderemos encaminhá-la a uma outra relação da divisão: dividendo = quociente $\times$ divisor + resto.

Para isso, vamos levá-la a agrupar o número que vai ser dividido (14) em grupos do tamanho do divisor (3).

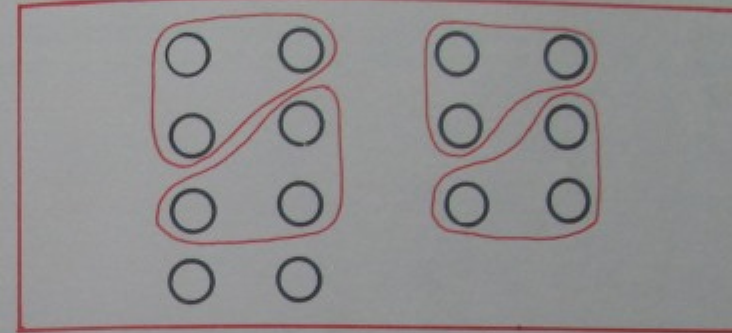


FIG. 34

$$\underset{\text{quociente}}{\overset{\downarrow}{}}\quad 14 = (4 \times 3) + 2 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \cline{2-2} (4 \times 3) = \underline{12} & 4 \\ 2 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 14 & 3 \\ \cline{2-2} 2 & 4 \end{array}$$

(4 = quociente, 2 = resto)

Atividades

Encontrar o quociente e o resto das divisões:

a) $13 \div 5$; *b*) $17 \div 4$; *c*) $23 \div 5$; *d*) $16 \div 3$.

Assim, $13 \div 5$ (1.º exemplo das atividades sugeridas):

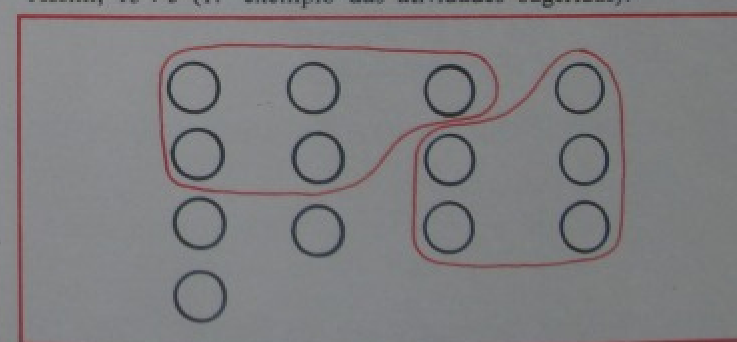


FIG. 35

$$13 = (2 \times 5) + 3 \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \cline{2-2} (2 \times 5) = \underline{10} & 2 \\ 3 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \cline{2-2} 3 & 2 \end{array}$$

(2 = quociente, 3 = resto)

E assim por diante.

Com o tempo, a criança achará o quociente aproximado sem ter necessidade de concretizar e pensará mais ou menos assim, na divisão de 17 por 5, por exemplo:

$17 = ? \times 5 + \text{resto}$

$2 \times 5 = 10 \quad \text{e} \quad (10 < 17)$

$3 \times 5 = 15 \quad \text{e} \quad (15 < 17)$

$4 \times 5 = 20 \quad \text{e} \quad (20 > 17)$

Então, o resultado está entre 3 e 4. Escolheremos o menor (3):

$17 = 3 \times 5 + \ldots$ ou

$$\begin{array}{rr|l} & 17 & 5 \\ \cline{3-3} (3 \times 5) = & \underline{15} & 3 \\ & 2 & \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{r|l} 17 & 5 \\ \cline{2-2} 2 & 3 \end{array}$$

Vamos agora efetuar uma divisão cujo quociente é maior que 10: $96 \div 8$, por exemplo:

$$96 = (? \times 8) + \text{resto}$$

O número que multiplicado por 8 dá 96 deve ser maior que 10 porque $10 \times 8 = 80$. Experimentemos, então:

$$10 \times 8 = 80 \quad \text{e} \quad (80 < 96)$$
$$20 \times 8 = 160 \quad \text{e} \quad (160 > 96)$$

Logo, o quociente de 96 por 8 é maior que 10 mas não chega a ser 20.

Como $96 = 80 + 16$,

temos: $96 \div 8 = (80 \div 8) + (16 \div 8) \rightarrow$ (p. d. d.)

e $96 \div 8 = 10 + 2 = 12$

E, empregando a disposição prática dos têrmos:

$$\begin{array}{rr|l} & 96 & 8 \\ \cline{3-3} (10 \times 8) = & \underline{80} & 10+2=12 \\ & 16 & \\ (2 \times 8) = & \underline{16} & \\ & 00 & \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{rr|l} & 96 & 8 \\ \cline{3-3} (1 \times 8) & \underline{=1} & 12 \\ & 16 & \\ (2 \times 8) = & \underline{16} & \\ & 00 & \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{r|l} 96 & 8 \\ \cline{2-2} 16 & 12 \\ 0 & \end{array}$$

Outro exemplo: $86 \div 3$

$86 = ? \times 3 + \text{resto}$

O quociente do 86 por 3 é maior que 10 porque 10×3 são 30. Continuemos a experimentar:

$$20 \times 3 = 60 \quad \text{e} \quad (60 < 86)$$
$$30 \times 3 = 90 \quad \text{e} \quad (90 > 86)$$

Logo, o quociente de 86 por 3 é maior que 20 e menor que 30. Empregando a disposição prática dos têrmos:

$$\begin{array}{rr|l} & 86 & 3 \\ \cline{3-3} (20 \times 3) = & \underline{60} & 20 + 8 = 28 \\ & 26 & \\ (8 \times 3) = & \underline{24} & \\ & 02 & \end{array} \qquad \text{ou} \qquad \begin{array}{rr|l} & 86 & 3 \\ \cline{3-3} (2 \times 3) = & \underline{6} & 28 \\ & 26 & \\ (8 \times 3) = & \underline{24} & \\ & 02 & \end{array}$$

$$\text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 86 & 3 \\ \cline{2-2} 26 & 28 \\ 2 & \end{array}$$

Agora, vamos efetuar divisões cujo quociente é expresso com três algarismos. Seja, por exemplo, a divisão: $964 \div 8$.

$$964 = ? \times 8 + \text{resto}.$$

1.º) O número que multiplicado por 8 dá 946 é maior que 100 porque $100 \times 8 = 800$. Experimentemos:

$$100 \times 8 = 800 \quad \text{e} \quad (800 < 964)$$
$$200 \times 8 = 1.600 \quad \text{e} \quad (1.600 > 964)$$

Logo, o quociente é maior que 100 e menor que 200.

Como $960 = 800 + 160$, $960 \div 8 = (800 \div 8) + (160 \div 8)$.

Passando para a disposição prática:

$$\begin{array}{rr|l} & 960 & 8 \\ \cline{3-3} (100 \times 8) = & \underline{800} & 100 \\ & 160 & \end{array}$$

2.º) O número que multiplicado por 8 dá 160 é maior que 10 porque $10 \times 8 = 80$.

$$10 \times 8 = 80 \quad \text{e} \quad 80 < 160$$
$$20 \times 8 = 160 \quad \text{e} \quad 160 = 100$$

3.º) Continuando a divisão iniciada acima:

$$\begin{array}{rr|l} & 960 & \underline{\;8\qquad\qquad\qquad} \\ (100 \times 8) = & \underline{800} & 100 + 20 = 120 \\ & 160 & \\ (20 \times 8) = & \underline{160} & \\ & 000 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rr|l} & 960 & \underline{\;8\quad} \\ (1 \times 8) = & \underline{8\;\;} & 120 \\ & 16 & \\ (2 \times 8) = & \underline{16} & \\ & 00 & \end{array}$$

$$\text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 960 & \underline{\;8\quad} \\ \underline{16} & 120 \\ 00 & \end{array}$$

Outro exemplo: $648 \div 5$

O número que multiplicado por 5 dá 648 é maior que 100 porque $100 \times 5 = 500$. Vamos experimentar:

$$100 \times 5 = 500 \quad \text{e} \quad (500 < 648)$$
$$200 \times 5 = 1.000 \quad \text{e} \quad (1.000 > 648)$$

Então, o quociente de 648 por 5 é maior que 100 e menor que 200.

$$648 = 500 + 148 \quad \text{e} \quad 648 \div 5 = (500 \div 5) + (148 \div 5)$$

$$\begin{array}{rr|l} & 648 & \underline{\;5\quad} \\ (100 \times 5) = & \underline{500} & 100 \\ & 148 & \end{array}$$

O número que multiplicado por 5 dá 148 é maior que 10 porque $10 \times 5 = 50$. Experimentemos:

$$10 \times 5 = 50 \quad \text{e} \quad (50 < 148)$$
$$20 \times 5 = 100 \quad \text{e} \quad (100 < 148)$$
$$30 \times 5 = 150 \quad \text{e} \quad (150 > 148)$$

Portanto, o quociente de 148 por 5 está entre 20 e 30.

Continuemos a operação iniciada acima:

$$\begin{array}{rr|l} & 648 & \underline{\;5\qquad\qquad} \\ (100 \times 5) = & \underline{500} & 100 + 20 \\ & 148 & \\ (20 \times 5) = & \underline{100} & \\ & 048 & \end{array}$$

O número que multiplicado por 5 dá 48 é maior que 9 porque $9 \times 5 = 45$ e menor que 10 porque $10 \times 5 = 50$. Colocaremos o menor, 9, e continuaremos a operação, refazendo-a, aqui, para que fique completa:

$$\begin{array}{rr|l} & 648 & \underline{\;5\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ (100 \times 5) = & \underline{500} & 100 + 20 + 9 = 129 \\ & 148 & \\ (20 \times 5) = & \underline{100} & \\ & 048 & \\ (9 \times 5) = & \underline{45} & \\ & 03 & \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rr|l} & 648 & \underline{\;5\quad} \\ (1 \times 5) = & \underline{5\;\;} & 129 \\ & 14 & \\ (2 \times 5) = & \underline{10} & \\ & 048 & \\ (9 \times 5) = & \underline{45} & \\ & 03 & \end{array}$$

$$\text{ou} \quad \begin{array}{r|l} 648 & \underline{\;5\quad} \\ 14 & 129 \\ 48 & \\ 3 & \end{array}$$

O ensino da técnica da divisão por êste processo que acabamos de expor apresenta várias vantagens:

1.º) Baseia-se no conceito de divisão como operação inversa da multiplicação e na composição e decomposição dos números.

2.º) Dá possibilidade ao iniciante de estimar o resultado de qualquer divisão.

3.º) Permite a compreensão do processo todo e leva, mais ràpidamente, ao processo breve.

EXERCÍCIOS 15

1 — Estime o quociente aproximado de:

a) 20 ÷ 3 → o quociente é maior que 6 e menor que 7
b) 19 ÷ 4 → o quociente é maior que ... e menor que ...
c) 23 ÷ 5 → ....
d) 25 ÷ 6 → ....

2 — Calcule o quociente e o resto estabelecendo a relação fundamental de divisão: dividendo = quociente × divisor + resto.

a) $13 \div 4 = (\underbrace{\ldots}_{\text{quociente}} \times 4) + \underbrace{\ldots}_{\text{resto}}$
b) 18 ÷ 3 = (... × ...) + ...
c) 16 ÷ 5 = (... × ...) + ...
d) 20 ÷ 3 = (... × ...) + ...

3 — Efetue as seguintes divisões aproximadas:

a) 24 ÷ 5
b) 32 ÷ 6
c) 45 ÷ 5
d) 35 ÷ 4

4 — Reparti igualmente entre papai, mamãe e vovó as 23 balas que trouxe da festinha de aniversário de uma colega. Fiquei com as restantes para mim.

Quantas dei a cada uma daquelas pessoas? Com quantas fiquei?

5 — Efetue as seguintes divisões:

a) 242 ÷ 7
b) 156 ÷ 4
c) 635 ÷ 5
d) 432 ÷ 8

6 — Verifique os resultados das divisões efetuadas no exercício anterior usando a relação dividendo = quociente × divisor + resto.

O SINGULAR E O PLURAL DAS SENTENÇAS MATEMÁTICAS

O assunto já foi abordado no capítulo referente às sentenças matemáticas. Entretanto, só agora pode aquêle conhecimento ser aplicado diàriamente, na resolução de problemas, uma vez que a técnica operatória das duas operações que permitem a passagem para o plural ou para o singular estão sendo desenvolvidas sòmente agora.

Desde a 1.ª série que estamos procurando formar na criança o hábito de esquematizar a sentença matemática fornecida pelo problema. Agora, porém, a sentença fornecida pelo problema (a afirmação) é completa e não há necessidade de □ para representá-la simbòlicamente uma vez que todos os seus têrmos são conhecidos.

Já tratamos do singular e do plural da sentença matemática, no capítulo referente a sentenças matemáticas, mas de um modo geral. Vejamos agora, mais detalhadamente, êsse assunto. Para isso, imaginemos o seguinte problema: Comprei um livro por 7 cruzeiros e ainda fiquei com 3 cruzeiros. Quanto eu tinha?

O problema conta que o livro custou 7 cruzeiros e conta a sobra do dinheiro, não contando, porém, a quantia inicial. A sentença é, portanto, aberta, pois inclui na sua estrutura, para que tenha sentido completo e seja realmente uma sentença, um têrmo desconhecido (oculto). Podemos esquematizá-la assim: dinheiro gasto mais a sobra é igual à quantia inicial.

$$7 + 3 = \square \qquad \text{ou} \qquad \square = 7 + 3$$

Efetuando a operação indicada saberemos o valor de □ que corresponde, segundo a estrutura do problema, à quantia inicial, que é a pergunta do problema.

Vejamos agora êste exemplo: Se um livro custa 7 cruzeiros, qual o preço de 6 dêsses livros?

Já neste caso, a afirmação tem sentido completo: "Um livro custa 7 cruzeiros". Podemos, com esta afirmação, esquematizar a sentença matemática de uma forma completa, sem ☐, pois todos os seus têrmos são conhecidos.

1 livro → 7 cruzeiros (lê-se: 1 livro corresponde a 7 cruzeiros).

Agora, não temos que desfazer operação alguma para descobrir valor desconhecido: primeiro, porque a sentença não expressa nenhuma operação; segundo, porque não há têrmo desconhecido.

Analisemos, então, essa sentença: sujeito = 1 livro, que é singular; predicado: *custa* 7 cruzeiros, que concorda com o sujeito (verbo no singular).

Mas, que quer saber o problema? O preço de 6 livros, que é um plural de livros. Vejamos, então, esta outra sentença, que não está completa:

6 livros → .... (6 livros correspondem......)

Baseados na primeira sentença, podemos completar esta:

6 livros → 6 × 7 cruzeiros.
ou 6 livros → 42 cruzeiros.

Qual a operação que levou a sentença do singular para o plural? (multiplicação).

Após muitos exemplos, a própria criança concluirá a regra: "para passar uma sentença do singular para o plural, basta multiplicar".

Quando esta parte estiver bem aprendida, passaremos a apresentar o problema inverso: a sentença inicial está no plural e o problema pergunta pelo singular.

Seja o seguinte exemplo: Se o preço de 6 livros é 42 cruzeiros, qual será o preço de um livro?

A sentença matemática é:

6 livros → 42 cruzeiros (plural).

(Lê-se: 6 livros correspondem a 42 cruzeiros). Note que o sujeito está no plural e o verbo também (custam ou correspondem).

Para encontrar o preço de um livro, devemos passá-la para o singular. Sendo esta operação, "passar para o singular", inversa da operação "passar para o plural", fácil será deduzir que a operação matemática para essa passagem será a inversa da multiplicação, isto é, será a divisão:

Voltando ao problema:

6 livros → 42 cruzeiros. (plural)
1 livro → 42 cruzeiros ÷ 6.
Ou: 1 livro → 7 cruzeiros.

Mais um exemplo: Uma pessoa ganha 84 cruzeiros por semana. Quanto ela receberá após trabalhar 5 dias?

A sentença matemática inicial é:

7 dias → 84 cruzeiros (plural)
1 dia → 84 cruzeiros ÷ 7.
ou: 1 dia → 12 cruzeiros (singular)
5 dias → 5 × 12 cruzeiros
ou: 5 dias → 60 cruzeiros. (plural)

Aplicação

Para podermos iniciar a aplicação do plural e do singular das sentenças matemáticas já devemos ter começado a empregar a técnica de multiplicar e de dividir. Muitos são os problemas que requerem essas operações para serem resolvidos e que podem, agora, ser apresentados.

Alguns exemplos de problemas resolvidos:

1 — Comprei uma dúzia de laranjas a 4 centavos cada uma e um abacaxi por 50 centavos. Quando gastei?

1 laranja → 4 centavos (singular)
12 laranjas → 12 × 4 centavos
ou: 12 laranjas → 48 centavos (plural)
☐ = 48 centavos + 50 centavos
☐ = 98 centavos.

2 — Uma empregada foi à feira e comprou um pé de alface por 15 centavos, um repôlho por 30 centavos e 6 abacates a 5 centavos cada um. Quanto ela gastou?

1 abacate → 5 centavos (singular)
6 abacates → 6 × 5 centavos.

ou: 6 abacates → 30 centavos (plural)
□ = 30 centavos + 15 centavos + 30 centavos.
□ = 75 centavos.

3 — Um menino gasta todos os dias 30 centavos em condução e 15 centavos com o lanche. Qual a sua despesa em 2 dias?

1 dia → 30 + 15

ou: 1 dia → 45 centavos (singular)
2 dias → 2 × 45 centavos

ou: 2 dias → 90 centavos (plural)

4 — Mamãe distribuiu igualmente entre seus 4 filhos a importância de 20 cruzeiros para que comprassem brinquedos. Márcio comprou uma bola e ainda ficou com 2 cruzeiros. Qual foi o preço da bola?

4 filhos → 20 cruzeiros (plural)
1 filho → 20 cruzeiros ÷ 4

ou: 1 filho → 5 cruzeiros (singular)

Márcio: □ + 2 = 5
□ = 5 − 2
□ = 3 cruzeiros. (preço da bola)

5 — Alice ganha 42 cruzeiros em uma semana. Com o dinheiro de 9 dias de trabalho, comprou um vestido. Qual foi o preço do vestido?

7 dias → 42 cruzeiros (plural)
1 dia → 42 cruzeiros ÷ 7

ou: 1 dia → 6 cruzeiros (singular)
9 dias → 9 × 6 cruzeiros.

ou: 9 dias → 54 cruzeiros (plural)

Devemos evitar que os resultados das operações sejam iguais ou maiores que 100 centavos porque a criança, neste nível de ensino, não sabe ainda trabalhar com a vírgula decimal para transformar os centavos em cruzeiros. Na divisão em que o quociente representa cruzeiros também não deve haver centavos, pela mesma razão.

PROPRIEDADES DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO

PROPRIEDADE COMUTATIVA DA ADIÇÃO

A propriedade COMUTATIVA tanto da adição como da multiplicação já foi posta em evidência quando do estudo dos fatos fundamentais dessas operações, sem terminologia, apenas fazendo a criança "sentir" a comutatividade dos têrmos, permanecendo o resultado. Exemplo:

$$4 + 3 = 7$$
$$3 + 4 = 7$$

A partir dessa compreensão, a criança será levada a estabelecer a seguinte sentença matemática: $4 + 3 = 3 + 4$. Esta, por sua vez, dará ensejo a vários exercícios que servirão, não só para completar o conhecimento da propriedade, como para fixar fatos fundamentais mais difíceis.

EXERCÍCIOS 16

1 — Faça, para cada desenho, duas adições.

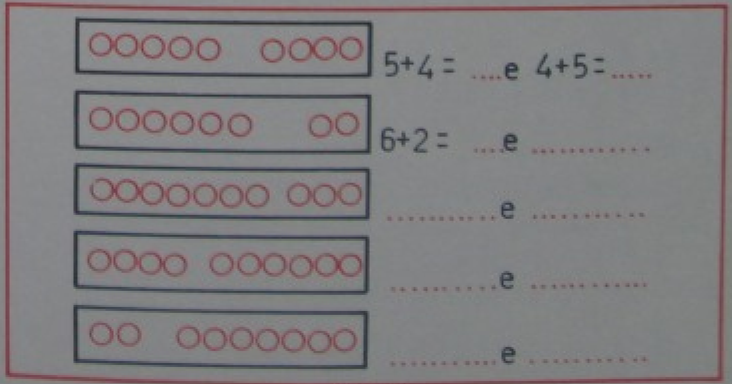


Fig. 36

2 — Observe as duas adições correspondentes a cada desenho acima e conclua se são verdadeiras ou não as sentenças que seguem:

a) $5 + 4 = 4 + 5$
b) $6 + 2 = 2 + 6$
c) $7 + 3 = 3 + 7$
d) $4 + 6 = 6 + 4$
e) $2 + 7 = 7 + 2$

3 — Complete a terceira sentença depois de observar bem as duas primeiras, em cada exercício:

a) $2 + 5 = 7$ e $5 + 2 = 7$
então: $2 + 5 = 5 + 2$
b) $3 + 8 = 11$ e $8 + 3 = 11$
então: ... + ... = ... + ...
c) $6 + 8 = 14$ e $8 + 6 = 14$
então: ... + ... = ... + ...
d) $20 + 30 = 50$ e $30 + 20 = 50$
então: ... + ... = ... + ...

4 — Complete cada sentença apenas trocando a ordem das parcelas.

a) 9 + 1 = 1 + ...
b) 8 + 5 = 5 + ...
c) 3 + 9 = 9 + ...
d) 7 + 4 = ... + ...
e) 15 + 1 = ... + 15
f) 22 + 2 = ... + ...
g) 23 + 3 = ... + ...
h) 35 + 5 = ... + ...
i) 32 + 3 = ... + ...
j) 19 + 1 = ... + ...
k) 26 + 3 = ... + ...
l) 39 + 1 = ... + ...

5 — Complete as sentenças abaixo:

a) Se $15 + 6 = 21$ e $6 + 15 =$ ...,
então: 15 + 6 = ... + ...

b) Se $8 + 9 = 17$ e $9 + 8 =$ ...,
então: ... + ... = ... + ...
c) Se $12 + 11 = 23$ e ... + ... = ...,
então: ... + ... = ... + ...

PROPRIEDADE COMUTATIVA DA MULTIPLICAÇÃO

Também a comutatividade da multiplicação foi tratada, sem terminologia, para que a criança a "sinta", sem enunciá-la. Exemplo:

$$3 \times 4 = 12$$
$$4 \times 3 = 12$$
$$3 \times 4 = 4 \times 3.$$

EXERCÍCIOS 17

1 — Observe as multiplicações abaixo:

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$
$$4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$$
Logo, $3 \times 4 = 4 \times 3$

Conclua você a sentença final:

$$4 \times 5 = 5 + 5 + 5 + 5 = 20$$
$$5 \times 4 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$$
Logo, 4 × 5 = ... × ... .

2 — Observe os desenhos abaixo e complete o exercício.

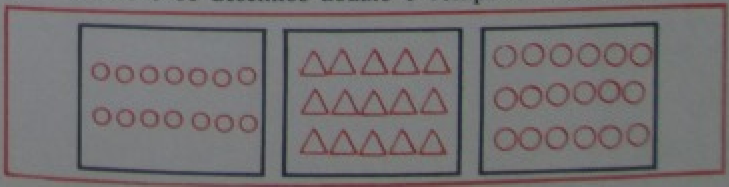


FIG. 37

a) $2 \times 7 = \ldots$	*d*) $3 \times 5 = \ldots$	*g*) $3 \times 6 = \ldots$
b) $7 \times 2 = \ldots$	*e*) $5 \times 3 = \ldots$	*h*) $6 \times 3 = \ldots$
c) $2 \times 7 \ldots 7 \times 2$	*f*) $3 \times 5 \ldots 5 \times 3$	*i*) $3 \times 6 \ldots 6 \times 3$

3 — Pense e complete as sentenças abaixo.

a) 3 pilhas de 8 moedas, quantas moedas são?

$3 \times 8 = \ldots$

ou: $8 \times 3 = \ldots$

b) 5 pilhas de 8 tijolos, quantos tijolos são?

$5 \times 8 = \ldots$

ou: $8 \times 5 = \ldots$

c) 6 pilhas de 5 telhas, quantas telhas são?

$6 \times 5 = \ldots$

ou: $5 \times 6 = \ldots$

4 — Uma sala de aula tem 5 fileiras de 7 carteiras e outra sala tem 7 fileiras de 5 carteiras.

Escreva uma sentença matemática para expressar que elas têm o mesmo número de carteiras.

$\ldots \times \ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5 — A professôra deu um exercício de Matemática em que devíamos multiplicar 4 por 15. Achei mais fácil multiplicar 15 por 4 e assim fiz. A professôra aceitou o meu cálculo como certo. Por quê?

Resposta: Porque 15×4 ....

6 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas.

a) $3 \times 15 = 15 \times 3$ ( )	*a*) $12 \times 5 = 5 \times 12$ ( )
b) $8 \times 9 \neq 9 \times 8$ ( )	*b*) $7 \times 8 \neq 8 \times 7$ ( )
c) $6 \times 7 = 7 \times 6$ ( )	*c*) $20 \times 4 = 4 \times 20$ ( )

7 — Minha irmã e eu fomos a uma doceira. Ela comprou 5 doces de 30 centavos cada um e eu comprei 30 balas de 5 centavos cada uma. Quem gastou mais? Por quê? Escreva a sentença matemática correspondente às nossas duas despesas.

8 — Um chacareiro preparou um canteiro de alface com 5 fileiras de 12 pés cada uma. A seguir, preparou um canteiro de repôlho com 12 fileiras de 5 repolhos. Qual dos canteiros ficou contendo maior número de plantas? Por quê? Escreva a sentença matemática correspondente às duas plantações feitas pelo chacareiro.

9 — Complete as seguintes sentenças matemáticas, tornando-as verdadeiras.

a) $3 \times 4 \times 2 = 2 \times \ldots \times \ldots = 4 \times \ldots \times \ldots$

b) $8 \times 5 \times 2 = 5 \times \ldots \times \ldots = 2 \times \ldots \times \ldots$

c) $4 \times 6 \times 3 = 3 \times \ldots \times \ldots = 6 \times \ldots \times \ldots$

d) $20 \times 5 \times 4 = 5 \times \ldots \times \ldots = 4 \times \ldots \times \ldots$

10 — Se a professôra perguntar a você: Quantos são 9×4 e você não se lembrar imediatamente, em que você pensará para poder responder à pergunta? (Em 4×9, que é mais fácil para a criança guardar de memória).

11 — E se ela lhe perguntar: Quantos são 8×5?

12 — Complete cada, uma das sentenças abaixo, usando a propriedade comutativa da multiplicação.

a) $6 \times 9 = 9 \times \ldots$

b) $\ldots \times 7 = 7 \times 6$

c) $14 \times 2 = \ldots \times 14$

d) $10 \times \ldots = 7 \times 10$

e) $8 \times \ldots = 9 \times \ldots$

f) $6 \times 9 = \ldots \times \ldots$

g) $\ldots \times \ldots = 15 \times 4$

13 — Efetue as multiplicações seguintes e verifique os resultados empregando a propriedade comutativa da multiplicação.

$$\begin{array}{r}23\\ \times 12\\ \hline\end{array} \qquad \begin{array}{r}25\\ \times 15\\ \hline\end{array} \qquad \begin{array}{r}36\\ \times 11\\ \hline\end{array} \qquad \begin{array}{r}45\\ \times 13\\ \hline\end{array}$$

Nota: É claro que multiplicações como as de cima só poderão ser dadas quando a técnica de multiplicar por um número escrito com dois algarismos estiver dominada.

TÁBUA DE MULTIPLICAÇÃO

Sendo a tábua de multiplicação comutativa, podemos organizar todos seus fatos básicos ou fundamentais em uma tábua sem ter necessidade de computar todos os produtos. Quando computamos 4×5, pràticamente já computamos também 5×4 porque o produto é o mesmo.

O primeiro fator é nomeado na primeira coluna e o segundo fator na primeira linha. Os produtos são nomeados no quadro correspondente ao encontro da linha com a coluna correspondente aos fatôres.

Assim:

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0									
1	0	1								
2	0	2	4							
3	0	3	6	9						
4	0	4	8	12	16					
5	0	5	10	15	20	25				
6	0	6	12	18	24	30	36			
7	0	7	14	21	28	35	42	49		
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

FIG. 38

Por exemplo: Se quisermos saber o produto 7×5, procuraremos na 1.ª coluna o fator 7 que se acha na 9.ª linha e na 1.ª linha, o segundo fator que é 5 e se encontra na 7.ª coluna. A 9.ª linha se encontra com a 7.ª coluna na casa que nomeia o produto 5×7, isto é, 35. Se quisermos saber o produto 5×7, não encontraremos o resultado no encontro da 7.ª linha com a 9.ª coluna porque o quadro foi feito pela metade. Mas, sendo a multiplicação comutativa, se não encontramos o produto 5×7, imediatamente procuraremos o produto 7×5 e encontramos 35. Como $5 \times 7 = 7 \times 5$, podemos afirmar que $5 \times 7 = 35$.

A criança poderá completar quadros incompletos de multiplicação cujos fatôres podem se apresentar em qualquer ordem. Suponhamos que ela ainda não conheça fatos com produto superior a 30 e queremos verificar se ela já memorizou os que estudou. Podemos apresentar uma tábua incompleta para que a criança assim, por exemplo: termine.

×	0	1	2	3	4	5	6
0	0						
1	0	1					
2	0	2	4				
3							
4							
5							

1.º

×	4	1	3	5	2	6
2	8	2				
1	4	1				
3						
5						
4						

2.º

×	1	4	6
2	2		
3		12	
5			30

3.º

×	2	0	1	5	6	3
4	8					
5		0				

4.º

×	1	3	6	2	4
		6			
	5				
			10		
				8	

5.º

×			
2		10	
5			20
3	9		
1			
6			
4			16

6.º

FIG. 39

Nos dois últimos exemplos, não aparecem os dois fatôres de cada multiplicação. No penúltimo (5.º), faltam os primeiros fatôres e no último (6.º), faltam os segundos fatôres. Êles serão encontrados com o auxílio dos produtos que cada quadro apresenta. No quinto quadro, por exemplo, o primeiro fator está oculto. Como êle deveria ocupar a segunda linha, (a primeira está ocupada pelos segundos fatôres), procuramos um produto que também ocupe essa linha, e encontramos o 6, na coluna do fator 3. Então, procuramos saber qual o número que multiplicado por 3 dá o produto 6. Assim, será encontrado o fator 2 para essa linha. Anàlogamente, descobrimos todos os outros fatôres pelos produtos 5, 18 e 8. A seguir, a tábua poderá ser completada com os produtos que faltam.

No último exemplo, faltam os segundos fatôres de cada multiplicação. Pelos produtos, em cada coluna, se poderá encontrar os fatôres ocultos. A seguir, os produtos que faltam poderão ser encontrados.

Nota: Sòmente quando a tábua apresenta os fatôres em sua ordem natural (0, 1, 2, 3, etc.) é que podemos computar os produtos pela metade valendo-nos da propriedade comutativa da multiplicação e apresentando um quadro também pela metade. Os outros deverão ser preenchidos por completo. Algumas vêzes podemos suprimir alguns produtos, como é o caso do segundo exemplo, isto porque os fatôres 1, 2, 3, 4, e 5 aparecem tanto nas linhas como nas colunas. Mas, não é fácil descobrir onde suprimir os produtos desnecessários porque êles (fatôres) apresentam-se salteadamente. Se não quisermos fazer a tábua completa (a 2.ª) para aproveitar a propriedade comutativa da multiplicação, ela se apresentará mais ou menos como um quadro de palavras cruzadas, assim:

×	4	1	3	5	2	6
2	8	2	6	10	4	12
1	4	1	3	5		6
3	12		9	15		18
5	20			25		30
4	16					24

Fig. 39

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA DA ADIÇÃO

Quando tratamos da adição de três parcelas, no 1.º volume, já ressaltamos a propriedade associativa da adição. Se quisermos, por exemplo, reunir um conjunto de 6 colheres, um conjunto de 4 garfos e um conjunto de 3 facas para formar um conjunto de talheres, poderemos reunir as colheres aos garfos para depois reuni-los às facas. Poderemos ainda, chegando ao mesmo resultado, reunir os garfos às facas para depois acrescentar as colheres. As duas maneiras de reunir os três conjuntos para formar o conjunto de talheres levam, como vimos, ao mesmo resultado. Podemos esquematizar êsses dois modos de reunir os três conjuntos assim:

(6 colheres, 4 garfos) e 3 facas = 6 colheres e (4 garfos, 3 facas).

Nota: Não empregamos o símbolo da operação realizada (união ou reunião de conjuntos) porque estamos nos dirigindo a crianças da 2.ª série primária cuja idade não permite ainda o emprêgo de muitos

símbolos. Atendendo a êsse importantíssimo fator, só empregaremos, neste nível de ensino, símbolos absolutamente necessários como é o caso dos sinais que representam as operações numéricas mais elementares (+, —, ×, ÷) e dos que exprimem relações nas sentenças matemáticas (=, ≠, >, <). Apesar de não empregarmos a simbologia própria, o conceito da reunião não foi deturpado pelo esquema e é o quanto chega.

Voltando ao nosso exemplo: Quando reunimos dois conjuntos para depois uni-los a um terceiro, fazemos uma associação dos dois primeiros para depois reunir ao outro. Estamos empregando a propriedade associativa da operação de reunir. Assim:

(6 colheres e 4 garfos) e 3 facas = 6 colheres e (4 garfos e 3 facas)
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
$(6 + 4) + 3 = 6 + (4 + 3)$

A reunião dos conjuntos de talheres corresponde à adição dos números de elementos de cada conjunto a ser reunido. Vimos que, por essa correspondência, $(6 + 4) + 3$ é o mesmo que $6 + (4 + 3)$ ou $(6 + 4) + 3 = 6 + (4 + 3)$.

Esta é a propriedade associativa da adição.

Nota para o professor: Cuidado ao fazer a correspondência entre a união de conjuntos e a adição. Essa correspondência só é válida para conjuntos finitos e disjuntos. Êste assunto será melhor tratado no último volume, como conteúdo de conhecimentos para pais e professôres.

Como a operação de adição é binária e só permite que adicionemos um par de números de cada vez, é empregando a propriedade associativa que podemos adicionar três ou mais parcelas.

EXERCÍCIOS 18

1 — Podemos reunir três conjuntos de coisas assim:

a) água, limão, açúcar:

(água limão) e açúcar ou água e (.........., ...)

b) sal, alho, vinagre:

(.................., ...) e .... ou .... e (.........., ...).

c) pão, presunto, queijo:

(.........,.........) e .... ou .... e (...........,...........)

2 — Complete a sentença abaixo:

Para fazer as reuniões dos conjuntos acima, empregamos a propriedade .... da reunião.

3 — Podemos adicionar três parcelas assim:

a) $3 + 8 + 2$:

$(3 + 8) + 2$ ou $3 + (\ldots + \ldots)$

b) $5 + 5 + 9$:

$(\ldots + \ldots) + \ldots$ ou $\ldots + (\ldots + \ldots)$

c) $6 + 7 + 3$:

$(\ldots + \ldots) + \ldots$ ou $\ldots (\ldots + \ldots)$

4 — Complete a afirmação seguinte:

Para fazer as adições acima, empregamos a propriedade .... da adição.

5 — Complete cada uma das sentenças seguintes.

a) $(3 + 9) + 5 = \ldots + (\ldots + 5)$

b) $8 + (7 + 5) = (\ldots + 7) + \ldots$

c) $(9 + 5) + 7 = 9 + (\ldots + \ldots)$

d) $(\ldots + \ldots) + \ldots = 6 + (5 + 8)$

e) $\ldots + (\ldots + \ldots) = (10 + 8) + 2$

6 — Complete cada uma das sentenças abaixo agrupando as parcelas de modo a tornar mais fácil a adição.

a) $5 + 7 + 3 =$ ....

b) $8 + 2 + 9 =$ ....

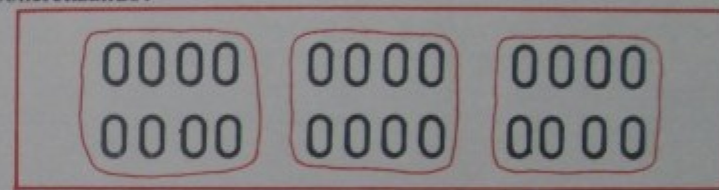
c) $6 + 4 + 8 =$ ....

d) $12 + 8 + 9 =$ ....

e) $5 + 7 + 13 =$ ....

PROPRIEDADE ASSOCIATIVA DA MULTIPLICAÇÃO

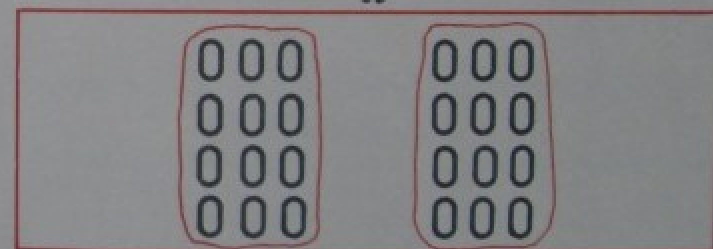
A associatividade da multiplicação pode ser evidenciada quando são apresentados mais de dois fatôres e fazendo a criança "sentir" que $2 \times 4 \times 3$ produz o mesmo resultado que $(2 \times 4) \times 3$ ou $2 \times (4 \times 3)$. Concretizando:



$(2 \times 4) + (2 \times 4) + (2 \times 4) =$

Fig. 40

ou



$(4 \times 3) + (4 \times 3) =$

Fig. 41

Logo, 2×4, três vêzes, produz o mesmo resultado que 4×3, duas vêzes. Quando a criança "sentir" isso e tiver provado muitas vêzes com material concreto, poderá passar à sentença matemática correspondente:

$$(2 \times 4) \times 3 = 2 \times (4 \times 3).$$

EXERCÍCIOS 19

1 — Para efetuar as multiplicações abaixo, você pode seguir dois caminhos. Faça as multiplicações pelas duas maneiras.

a) $3 \times 2 \times 5 = (3 \times 2) \times \ldots = 6 \times 5 = \ldots$
ou $= 3 \times (2 \times \ldots) = 3 \times 10 = \ldots$

b) $5 \times 2 \times 4 = (5 \times \ldots) \times \ldots = \ldots \times \ldots = \ldots$
ou $5 \times (\ldots \times \ldots) = \ldots \times \ldots = \ldots$

c) $4 \times 5 \times 3 =$ ....
ou = ...

2 — Você sabe que para calcular $2 \times 5 \times 3$, podemos seguir dois caminhos: $(2 \times 5) \times 3$ e $2 \times (5 \times 3)$. Observe que, associando as duas primeiras parcelas, neste exemplo, a operação se torna mais rápida, pois, 2×5 são 10 e multiplicar por dez é muito fácil.

Escolha o processo mais rápido para efetuar as multiplicações que seguem colocando os parênteses para associar as parcelas cujo produto é 10.

a) $2 \times 5 \times 4$
b) $3 \times 2 \times 5$
c) $5 \times 5 \times 2$
d) $5 \times 2 \times 6$

3 — Vamos multiplicar 3 fatôres.

a) $3 \times 2 \times 4 \begin{cases} (3 \times 2) \times 4 = 6 \times 4 = \ldots \\ \text{ou} \\ 3 \times (2 \times 4) = 3 \times 8 = \ldots \end{cases}$

b) $2 \times 5 \times 4 \begin{cases} (2 \times \ldots) \times \ldots = \ldots \times \ldots = \ldots \\ \text{ou} \\ 2 \times (\ldots \times \ldots) = \ldots \times \ldots = \ldots \end{cases}$

c) $5 \times 2 \times 7 \begin{cases} (\ldots \times \ldots) \times \ldots = \ldots \times \ldots = \ldots \\ \text{ou} \\ \ldots \times (\ldots \times \ldots) = \ldots \times \ldots = \ldots \end{cases}$

4 — Complete o exercício.

a) $(4 \times 2) \times 3 =$
b) $5 \times (3 \times 6) =$
c) $8 \times (5 \times 2) =$
d) $(4 \times 5) \times 3 =$

5 — Multiplique os 3 fatôres colocando os parênteses onde você acha que torna mais rápido o cálculo.

a) $6 \times 5 \times 2$
b) $5 \times 2 \times 8$
c) $9 \times 5 \times 2$
d) $2 \times 5 \times 7$

6 — Escreva a última sentença matemática, em cada caso, baseado nas duas primeiras.

a) Se $(4 \times 5) \times 5 = 100$
e $4 \times (5 \times 5) = 100$,
então: $(\ldots \times \ldots) \times \ldots = \ldots \times (\ldots \times \ldots)$

b) Se $3 \times (8 \times 5) = 120$
e $(3 \times 8) \times 5 = 120$
então: ....

PROPRIEDADE DISTRIBUTIVA DA MULTIPLICAÇÃO EM RELAÇÃO À ADIÇÃO

Esta propriedade relaciona duas operações que a criança já conhece e amplia a estrutura das mesmas.

A observação do esquema abaixo torna bem "visível" a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

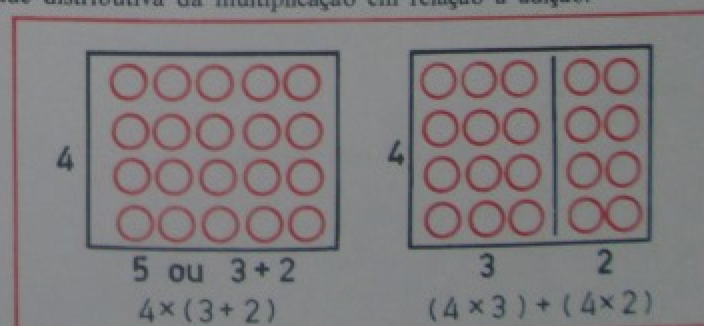


FIG. 42

Com um traço vertical separamos as cinco colunas em três colunas mais duas colunas.

O primeiro arranjo mostra o produto 4×5 ou $4 \times (3 + 2)$ uma vez que $3 + 2$ é outro numeral do número cinco. O segundo arranjo mostra dois produtos: (4×3) e (4×2) que, reunidos, possuem o mesmo número de pontos que o primeiro.

Logo,

$$4 \times (3 + 2) = (4 \times 3) + (4 \times 2)$$

Esta é a chamada propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Um exemplo: 5 meninos e 4 meninas ganharam 3 balas cada um. Quantas balas ganharam ao todo?

Podemos resolver êsse problema de dois modos diferentes:

1.º) $5 + 4$ são 9 crianças. Cada criança recebeu 3 balas. Ao todo receberam $(5 + 4) \times 3$ ou 9×3 ou 27 balas.

2.º) Cada menino ganhou 3 balas. São 5 meninos. Todos os meninos ganharam 5×3 ou 15 balas. Cada menina ganhou 3 balas. São 4 meninas. Tôdas as meninas ganharam 4×3 ou 12 balas. Tôdas as crianças ganharam $(5 \times 3) + (4 \times 3)$ ou $15 + 12$ ou 27 balas.

Comparando os dois processos, podemos concluir que

$$(5 + 4) \times 3 = 5 \times 3 + 4 \times 3$$

Como a multiplicação é comutativa, podemos também afirmar que

$$3 \times (5 + 4) = 3 \times 5 + 3 \times 4.$$

Atividades

1 — Complete cada uma das sentenças abaixo.

a) $9 \times (4 + 3) = (9 \times 4) + (9 \times \ldots)$

b) $12 \times (3 + 2) = (12 \times \ldots) + (12 \times \ldots)$

c) $8 \times (7 + 5) = (\ldots \times 7) + (\ldots \times 5)$

d) $(5 \times 2) + (5 \times 3) = 5 \times (\ldots + \ldots)$

e) $(2 \times 3) + (2 \times 8) = \ldots \times (3 + \ldots)$

2 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que cada uma das sentenças que seguem é verdadeira ou é falsa.

a) $8 \times (4 + 5) = 8 \times 9$ ( )

b) $8 \times 9 > 8 \times (4 + 5)$ ( )

c) $6 \times 25 = (6 \times 20) + 6 \times 5)$ ( )

d) $3 \times (10 + 5) = (3 \times 10) + (3 \times 5)$ ( )

Aplicações

1 — Se você não se lembrar dos produtos abaixo, pode ajudar sua memória completando as sentenças:

a) $7 \times 6 = (7 \times 3) + (7 \times 3)$

b) $4 \times 9 = (4 \times 5) + (4 \times \ldots)$

c) $7 \times 9 = (7 \times 6) + (\ldots \times \ldots)$

d) $8 \times 9 = (8 \times 5) + (\ldots \times \ldots)$

e) $9 \times 6 = (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots)$

f) $7 \times 8 = (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots)$

2 — A propriedade distributiva da multiplicação deve ser aplicada para auxiliar o cálculo mental. Um problema, ou uma questão prática qualquer, em que o aluno precise efetuar a multiplicação 6×12, por exemplo, poderá encontrar o produto mentalmente se souber que $6 \times 12 = (6 \times 10) + (6 \times 2)$

3 — A técnica de multiplicar por um número maior que dez é baseada na propriedade distributiva.

TÉCNICA PARA MULTIPLICAR POR UM NÚMERO MAIOR QUE DEZ

Para ensinar a técnica de multiplicar um número expresso por dois ou mais algarismos por outro expresso por dois algarismos, é preciso que a criança já domine a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição. Mesmo que não conheça a terminologia, ela deve ser capaz de distribuir a multiplicação em uma soma indicada. Os exercícios dirigidos que apresentamos no capítulo anterior têm, por objetivo, levar a criança a desenvolver essa habilidade e a "sentir" as propriedades de uma forma bastante objetiva.

Para a introdução da técnica de multiplicar é preciso que a criança saiba, por exemplo, que

$$3 \times (4 + 2) = (3 \times 4) + (3 \times 2)$$

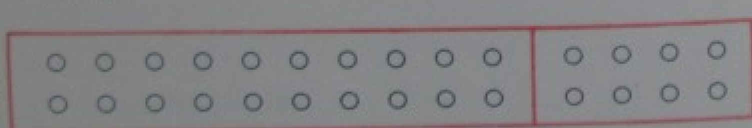
e que $3 \times 6 = 3 \times (4 + 2)$

Poderemos, para completar os citados exercícios, acrescentar os que seguem e que se destinam também à verificação da prontidão da classe para o início das novas atividades.

Um cartaz mostrando elementos quaisquer em linhas e colunas poderá sugerir uma multiplicação de um número maior que dez por outro que seja menor que dez.

Exemplo:

2



10 4

FIG. 43

A ilustração acima sugere uma multiplicação:

$$2 \times 14 \text{ ou } (2 \times 10) + (2 \times 4)$$

e a criança deverá estar em condições de determinar o produto. Assim:

$$2 \times 14 = (2 \times 10) + (2 \times 4)$$
$$2 \times 14 = 20 + 8 = 28$$

Atividades

1 — Complete os exercícios:

a) $2 \times 16 = (2 \times 10) + (2 \times \ldots)$
$2 \times 16 = \ldots + \ldots = \ldots$

b) $3 \times 14 = (3 \times \ldots) + (3 \times \ldots)$
$3 \times 14 = \ldots + \ldots = \ldots$

c) $4 \times 12 = (\ldots \times \ldots) + (\ldots \times \ldots)$
$4 \times 12 = \ldots + \ldots = \ldots$

2 — Preencha as linhas pontilhadas tornando verdadeiras as sentenças:

a) $6 \times 28 = (6 \times \ldots) + (6 \times \ldots)$

b) $25 \times 8 = (20 \times \ldots) + (5 \times \ldots)$

c) $3 \times 124 = (3 \times 100) + (3 \times \ldots) + (3 \times \ldots)$

d) $243 \times 4 = (200 \times \ldots) + (\ldots \times 4) + (\ldots \times \ldots)$

Preparada a classe, vamos ensinar a técnica de multiplicar que é baseada na propriedade distributiva. Os primeiros passos já foram dados concretizando a operação no cartaz "Valor do Lugar" porque a propriedade era ainda desconhecida da classe. O fundamento é o mesmo, porém.

Seja a multiplicação: 3×26

$3 \times 26 = (3 \times 20) + (3 \times 6)$

ou $3 \times 26 = (3 \times 6) + (3 \times 20)$ (porque a adição é comutativa)

Preparando os numerais para efetuar o cálculo na posição vertical:

$$3 \times 26 = (3 \times 6) + (3 \times 20)$$

$$\begin{array}{r@{\;}l} 26 & \\ \times 3 & \\ \hline 18 & = 3 \times 6 \\ +60 & = 3 \times 20 \\ \hline 78 & = 3 \times 26 \end{array}$$

ou, reagrupando as unidades e as dezenas numa só operação:

$$\left.\begin{array}{r} 26 \\ \times 3 \\ \hline 78 \end{array}\right\}\text{ mesmo processo, mas abreviado.}$$

Outro exemplo: $2 \times 235 = (2 \times 5) + (2 \times 30) + (2 \times 200)$

$$\begin{array}{r@{\;}l} 235 & \\ \times 2 & \\ \hline 10 & = 2 \times 5 \\ 60 & = 2 \times 30 \\ 400 & = 2 \times 200 \\ \hline 470 & \end{array} \qquad \text{ou,} \qquad \begin{array}{r} 235 \\ \times 2 \\ \hline 470 \end{array}$$

Após vários exercícios com o multiplicador formado apenas por unidades, iniciaremos os casos de multiplicador maior que 10 e menor que 100 (2 algarismos).

Seja a multiplicação: 15×12.

$$15 \times 12 = (10 \times 12) + (5 \times 12)$$

ou $$15 \times 12 = (5 \times 12) + (10 \times 12)$$

$$\begin{array}{r@{\;}l} 12 & \\ \times 15 & \\ \hline 60 & = 5 \times 12 \\ 120 & = 10 \times 12 \\ \hline 180 & = 15 \times 12 \end{array}$$

Atividades

1 — Complete as operações iniciadas preenchendo as linhas pontilhadas.

$$\begin{array}{r@{\;}l} 17 & \\ \times 12 & \\ \hline 34 & = 2 \times \ldots \\ 170 & = 10 \times \ldots \\ \hline 204 & = 12 \times \ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r@{\;}l} 26 & \\ \times 11 & \\ \hline 26 & = \ldots \times 26 \\ 260 & = \ldots \times 26 \\ \hline 286 & = \ldots \times 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r@{\;}l} 24 & \\ \times 23 & \\ \hline 72 & = \ldots \times \ldots \\ 480 & = 20 \times \ldots \\ \hline \ldots & = \ldots \times \ldots \end{array}$$

2 — Efetue você, explicando ao lado o que significa cada produto parcial.

$$\begin{array}{r@{\;}l} 15 & \\ \times 12 & \\ \hline \ldots & = \ldots \times \ldots \\ \ldots & = \ldots \times \ldots \\ \hline \ldots & = \ldots \times \ldots \end{array} \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times 23 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

3 — Complete o exercício procurando descobrir o valor de $\square$, em cada sentença:

a) $\square = (15 \times 12) - 18$

b) $\square = (24 \times 11) + 26$

c) $\square = (32 \times 13) - 45$

4 — Numa sala para reuniões de professôres estão alinhadas 12 filas de 14 cadeiras. Há lugar para quantas pessoas?

Nota para o professor: Como a criança de 2.ª série primária não deve trabalhar com número maior que 1.000 porque ainda não tem maturidade para conhecer números muito grandes, o multiplicando também não deve ser expresso com mais de 2 algarismos quando o multiplicador fôr maior que 10.

NÚMEROS FRACIONÁRIOS

REVISÃO DO CONCEITO DE FRAÇÃO

A introdução ao estudo das frações foi dada no 1.º volume quando tratamos da noção de metade e quarta parte. Daremos agora prosseguimento àquele estudo mas é preciso, antes disso, verificar a prontidão da classe para sabermos com certeza até que ponto as noções dadas na série anterior foram realmente assimiladas por todos os alunos.

Poderemos sondar os conhecimentos de nossos alunos dando-lhes exercícios variados sôbre o assunto e deixando que êles trabalhem sòzinhos, resolvendo apenas aquêles que forem capazes de resolver sem auxílio algum.

Algumas *atividades* para verificação da prontidão:

1 — O círculo abaixo está dividido em 4 partes iguais. Observe-o e complete as sentenças que seguem:

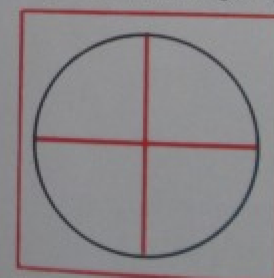


FIG. 44

a) O círculo está dividido em ... partes iguais.

b) Cada parte é ....do círculo todo.

c) A metade do círculo está dividida em ...... quartos.

d) Dois quartos é o mesmo que a ... . do círculo.

2 — Observe os desenhos abaixo e, comparando-os, complete:

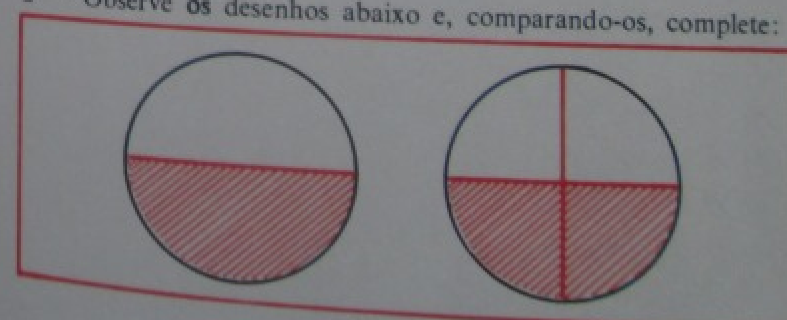


FIG. 45

a) Um meio é o mesmo que ... quartos.

b) Dois quartos formam uma ....

c) Duas metades é o mesmo que ....

d) Quatro quartos é o mesmo que ....

e) O dôbro de um quarto é o mesmo que a ....

f) A metade da metade é um ....

3 — Divida ao meio o retângulo e em quatro partes iguais o quadrado.

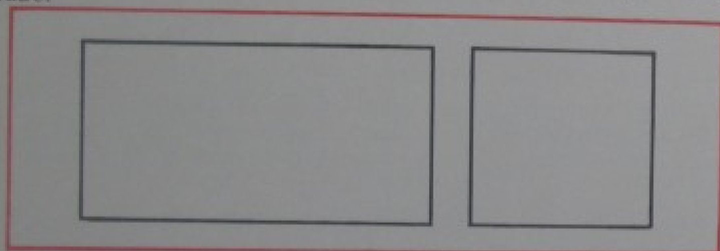


Fig. 46

a) Pinte uma das metades do retângulo de uma côr e a outra metade de outra côr.

b) Pinte dois quartos do quadrado de uma só côr.

c) Que fração do quadrado você pintou?

d) Que fração do quadrado você deixou de pintar?

e) Quantos quartos do quadrado estão coloridos?

f) Quantas metades do quadrado você pintou?

4 — Complete o exercício tornando verdadeiras cada uma das sentenças:

a) A metade de uma dezena é ...

b) A metade de 40 é ...

c) O dôbro de 5 é ...

d) O dôbro de 20 é ...

e) A quarta parte de 16 é ...

f) O quádruplo de 5 é ...

g) Uma hora tem ... minutos.

h) Meia hora tem ... minutos.

i) Um quarto de hora tem ... minutos.

5 — Termine o exercício abaixo:

a) Se 5 é a metade de 10, então 10 é o dôbro de....

b) Se 12 é o dôbro de 6, então 6 é a.............. de 12.

c) Se 18 é o dôbro de..., então ... é a .... de 18.

d) Se 3 é um quarto de 12, então ...... é o quádruplo de ...

e) Se 16 é o .... de 4, então 4 é .... de 16.

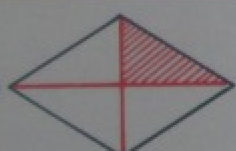
INTRODUÇÃO DO NUMERAL FRACIONÁRIO

Estando a classe em condições, poderemos prosseguir no ensino dos números fracionários. Nunca é demais lembrarmos que cada capítulo dêste volume trata de um determinado assunto ou de uma parte de um assunto que não deve ser esgotado numa só etapa. É preciso ir desenvolvendo os diferentes campos simultâneamente, cada vez em maior profundidade, mas no decorrer de todo o ano. Assim sendo, vamos dar prosseguimento ao ensino dos números fracionários pela introdução

do nôvo numeral (fração): $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$

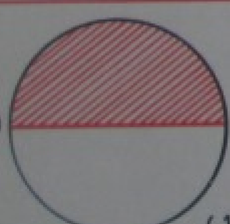
Exercícios preparatórios

1 — Observe as partes sombreadas (ou coloridas, se fôr o caso) dos desenhos e os pares de números escritos abaixo de cada desenho. A seguir, complete o exercício escrevendo os numerais que faltam.

a)  → 1 parte em 4 partes iguais.

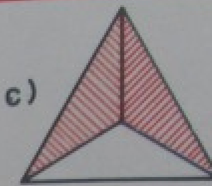
(1, 4)

Fig. 47

b)  → 1 parte em 2 partes iguais.

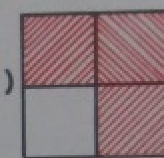
(1, ...)

Fig. 48

c)  → 2 partes em 3 partes iguais,

(2, ...)

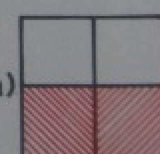
Fig. 49

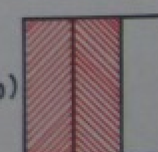
d)  → 3 partes em 4 partes iguais.

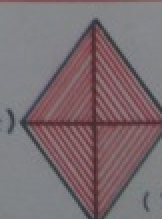
(...... , ...)

Fig. 50

2 — Observe os desenhos abaixo e os pares de números escritos nos quadros. A seguir, complete a correspondência por meio das lêtras:

a)  (1, 2)
d

b)  (2, 4)
....

c)  (1, 3)
....

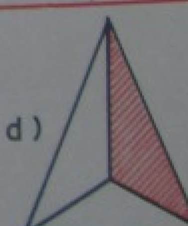
d)  (3, 4)
....

Fig. 50b

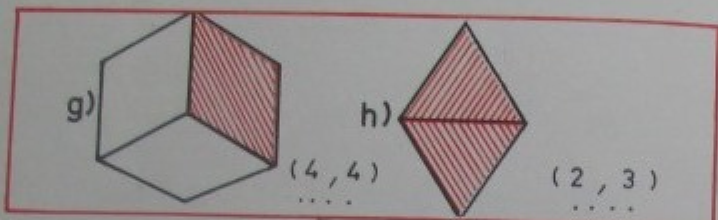


Fig. 50e

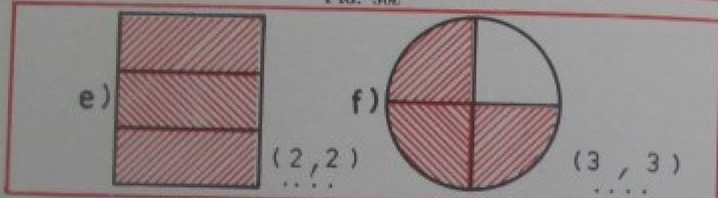
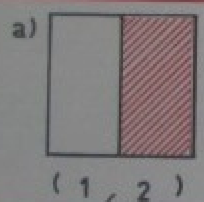


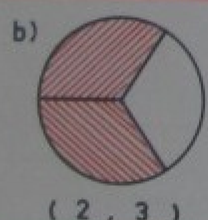
Fig. 50d

3 — Vamos empregar pares de números para representar os novos números.



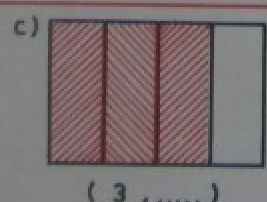
A parte hachurada pode ser representada assim: $\frac{1}{2}$

Fig. 51



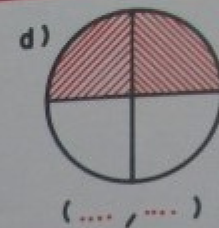
A parte hachurada pode ser representada:. . .

Fig. 52



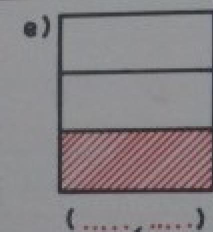
A parte hachurada pode ser representada: . . .

Fig. 53



A parte hachurada pode ser representada: . . .

Fig. 54



A parte hachurada pode ser representada assim: . . .

Fig. 55

4 — Pinte como você quiser:

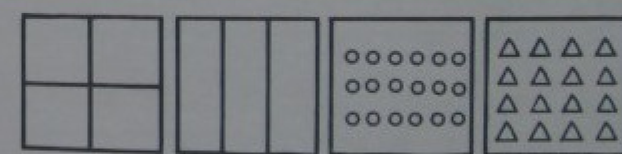
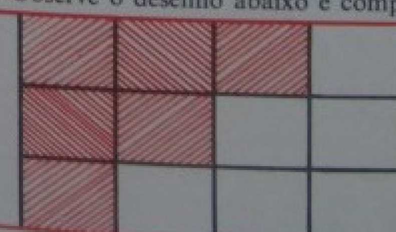


Fig. 56

5 — Observe o desenho abaixo e compare as frações. (=, >, <)



a) $\frac{1}{4}$ ..... $\frac{1}{2}$

b) $\frac{2}{4}$ ..... $\frac{1}{2}$

c) $\frac{3}{4}$ ..... $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{2}$ .... $\frac{1}{4}$

Fig. 57

Empregando os mesmos processos e atividades sugeridos em nosso primeiro volume para as noções de metade e de quarta parte, chegaremos à oitava parte ou oitavo. As atividades deverão fazer com que a criança perceba que a oitava parte é a metade da quarta parte, sendo esta, o dôbro daquela.

A têrça e a sexta parte devem, também, ser tratadas de modo relacionado.

Exemplo: Dividindo uma fita em três partes iguais, obteremos três têrços da fita, ou três têrças partes da fita. Divindindo cada têrço da fita ao meio, obteremos novos pedaços que são, cada um dêles, a sexta parte da fita tomada de início. A fita tôda terá seis sextas partes. Recompondo, cada dois sextos formará um têrço. Logo, o dôbro de um sexto é um têrço. Os três terços recompõem a fita tôda, sendo esta o triplo de cada um dos seus terços. Esquematizando essas equivalências teremos:

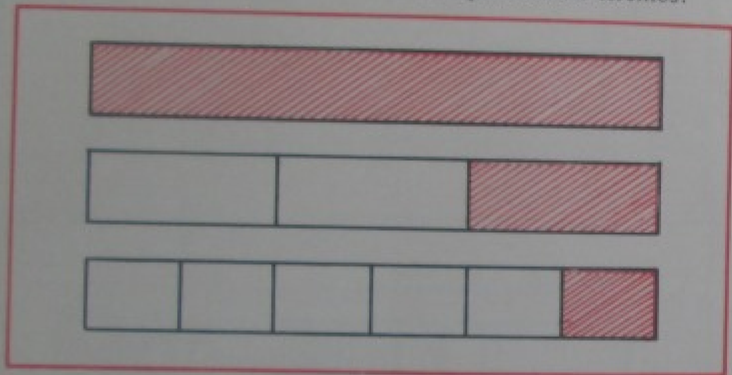


Fig. 58

EXERCÍCIOS 20

1 — Vamos completar:

a) A fita é o . . . de sua têrça parte.

b) Um sexto é a metade de . . . .

c) A fita tôda é . . . vêzes a sua sexta parte.

d) 6 é o . . . de 2.

e) 3 é a . . . de 6.

f) A têrça parte de 6 é . . . .

g) A metade de 6 é . . . .

h) O triplo de 2 é . . . .

i) O dôbro de 3 é . . . .

2 — Observe os desenhos e execute as duas tarefas pedidas.

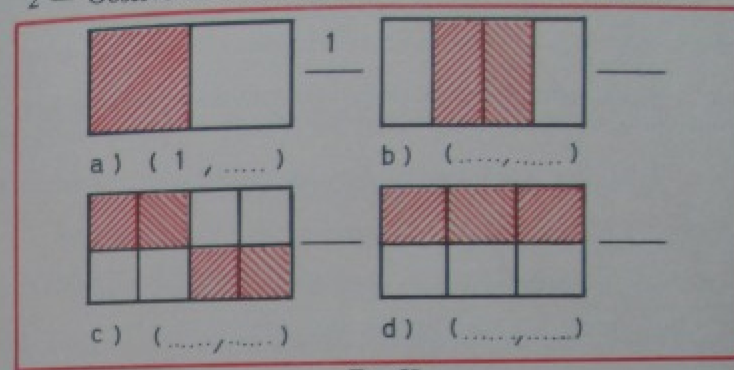


Fig. 59

3 — Observe o desenho abaixo e complete o exercício empregando =, > ou <.

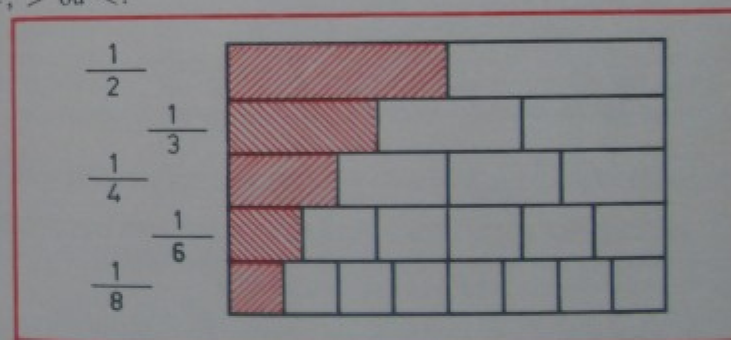


Fig. 60

a) $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{4} \dots \frac{1}{3}$

d) $\frac{2}{4} \dots \frac{1}{2}$

e) $\frac{3}{6} \dots \frac{2}{4}$

f) $\frac{1}{8} \dots \frac{1}{4}$

Os exercícios que temos apresentado têm por objetivo levar a criança a compreender porque quando dividimos um todo em quatro partes iguais, por exemplo, e tomamos três dessas partes, representamos o número fracionário de partes tomadas pela fração $\frac{3}{4}$. O par ordenado (3,4) indica que tomamos 3 das 4 partes iguais.

Continuando, mostraremos que se quisermos repartir igualmente entre dois meninos uma barra de chocolate, por exemplo, cada um dêles receberá a metade, o que, aliás, não é novidade, pois a criança já deve ter formado o conceito de metade. Agora, entretanto, é preciso que ela "sinta" algo mais, queremos que ela perceba que dar a metade da barra de chocolate a cada menino nada mais é que "dividir 1 tablete de chocolate por 2". Então, $1 \div 2$ é o mesmo que um meio ou $\frac{1}{2}$. Assim como $10 \div 2$ e 5 são dois numerais que representam o mesmo número, $1 \div 2$ e $\frac{1}{2}$ são dois numerais do mesmo número. No primeiro caso, $10 \div 2$ e 5 são numerais de um mesmo número natural (cinco) e no segundo caso, $1 \div 2$ e $\frac{1}{2}$ são numerais do mesmo número fracionário (meio ou metade).

Ao dividirmos 1 tablete de chocolate por 2 meninos, estamos dividindo 1 por 2, o que pode ser escrito assim: $1 \div 2$. O par de números naturais (1 e 2) ao ser empregado, nessa ordem, como têrmos da operação de dividir, dá origem ao número fracionário "metade". Assim sendo, êsse mesmo par de números é que vai ser empregado na representação simbólica da fração $\left(\frac{1}{2}\right)$, fazendo a criança perceber que 1 foi dividido em 2 partes iguais e que o traço horizontal colocado entre êles indica a fração, isto é, a repartição do inteiro em duas partes iguais. Lê-se "um meio" e tem o mesmo significado de uma metade.

De forma análoga, mostraremos que se quisermos repartir em partes iguais o tablete de chocolate para três crianças, dividiremos 1 tablete por 3, dando "um têrço" do mesmo a cada criança. Como o par de números naturais que empregamos agora é 1 e 3, escreveremos $1 \div 3$ ou $\frac{1}{3}$, que se se lê "um têrço".

Ainda, se tivermos dois tabletes de chocolate para repartir igualmente a três crianças teremos de repartir o primeiro em três partes iguais e dar $\frac{1}{3}$ a cada uma; a seguir, fazer o mesmo com o segundo tablete, dando mais $\frac{1}{3}$ a cada criança. Logo, dois tabletes de chocolate divididos igualmente por três crianças dão "dois terços" para cada uma. Como

a divisão efetuada foi de 2 por 3, êste par de números naturais é que vai representar o número fracionário dois treços: $\frac{2}{3}$. Portando, $2 \div 3$ e $\frac{2}{3}$ são dois numerais do mesmo número fracionário.

EXERCÍCIOS 21

Alguns exercícios para fixação.

1 — Complete cada uma das sentenças abaixo tornando-as verdadeiras.

a) $8 \div 2$ e 4 são dois numerais que representam o mesmo . . .

b) $12 \div 4$ e . . . são numerais do mesmo número.

c) $1 \div 2$ e . . . representam o mesmo número.

d) . . . equivalente ao numeral $2 \div 3$.

e) $\frac{1}{4}$ é o mesmo que . . . .

f) $3 \div 5$ é o mesmo que . . .

2 — Complete:

a) O quociente da divisão de $1 \div 3$ pode ser representado por . . .

b) $\frac{1}{5}$ representa o quociente da divisão . . . .

c) $2 \div 3$ pode ser representado por . . . .

3 — Compare cada par de números e complete as sentençasa baixo:

a) 6 e 3 : 6 é o dôbro de . . . .; 3 é a . . . . de 6.

b) 10 e 5 : 10 é o . . . . .de . . . .; 5 é a . . . . de . . .

c) 4 e 8 : 4 é a . . . . .de . . .; 8 é o . . . . de . . .

d) 6 e 12 : 6 é . . . .; 12 é . . . .

4 — Complete:

a) $\frac{1}{2}$ de 6 é ...; o dôbro de 3 é ... .

b) $\frac{1}{2}$ de 8 é ...; o dôbro de 4 é ...;

c) $\frac{1}{2}$ de 12 é ...; o dôbro de 6 é ...;

d) Para descobrir $\frac{1}{2}$ de um número, devo ....êsse número por ... .

e) Para descobrir o dôbro de um número, devo .... êsse número por ... .

5 — Compare cada par de números e complete as sentenças que seguem.

a) 2 e 8 : 2 é a quarta .... de ...; 8 é o quádruplo de... .

b) 12 e 3 : 12 é o .... de 3; 3 é a ....de... .

c) $\frac{1}{4}$ de 8 é ...; o quádruplo de 2 é ... .

d) $\frac{1}{4}$ de 12 é ...; o .... de 3 é 12.

e) 4 e 16 : 4 é a .... de .....; 16 é o ....de ...

f) 20 e 5: 20 é o .... de ...; 5 é a ....; de ... .

g) $\frac{1}{4}$ de 16 é ...; o quádruplo de 4 é ... .

h) $\frac{1}{4}$ de 20 é ...; o quádruplo de 5 é ... .

i) Para descobrir $\frac{1}{4}$ de um número, devo .... êsse número por ... .

j) Para descobrir o quádruplo de um número, devo .... êsse número por ... .

6 — Compare cada par de números e complete o exercício.

a) 2 e 16: 2 é a oitava .... de 16; 16 é oito vêzes maior que ... .

b) 24 e 3: 24 é ... vêzes maior que ...; 3 é a ....parte de 24.

c) $\frac{1}{8}$ de 16 é ...; o número 8 vêzes maior que 2 é ... .

d) $\frac{1}{8}$ de 24 é ... ; o número 8 vêzes maior que 3 é ... .

e) Para descobrir $\frac{1}{8}$ de um número, é preciso .... êsse número por ... .

f) Para descobrir um número 8 vêzes maior que outro, é preciso .... êsse numero por ... .

7 — Descubra você:

a) $\frac{1}{2}$ de 36.

b) $\frac{1}{4}$ de 48.

c) $\frac{1}{2}$ de 52.

d) $\frac{1}{4}$ de 96.

e) $\frac{1}{8}$ de 72.

f) $\frac{1}{8}$ de 120.

8 — Complete, efetuando a operação necessária ao lado.

a) O dôbro de 48 é . . . .

b) O quádruplo de 16 é . . . .

c) O número oito vêzes maior que 15 é . . . .

Com, exercícios bem graduados e, aos poucos, levaremos também a criança a comparar pares de números em que um seja o triplo do outro e em que um seja seis vêzes maior que o outro.

Exemplos:

a) O par 5 e 15 em que 5 é $\frac{1}{3}$ de 15 e 15 é o triplo de 5.

b) O par 3 e 18 em que 3 é $\frac{1}{6}$ de 18 e 18 é seis vêzes maior que 3.

APLICAÇÃO EM PROBLEMAS

EXERCÍCIOS 22

1 — Em uma caixa com 36 figos, $\frac{1}{3}$ dêles não prestou para o consumo. Quantos figos estavam estragados?

A sentença matemática é:

$$\square = \frac{1}{3} \text{ de } 36$$

$$\square = \dots .$$

2 — Mamãe comprou duas dúzias de ovos e já gastou $\frac{1}{4}$ dos ovos para fazer um doce. Quantos ovos mamãe gastou?

$$\square = \frac{1}{4} \text{ de } 24$$

$$\square = \dots .$$

3 — Um operário ficou doente e faltou ao serviço $\frac{1}{6}$ do mês. Quantos dias êle deixou de comparecer ao trabalho?

$$\square = \frac{1}{6} \text{ de } 30$$

$$\square = \dots .$$

4 — Carlos tinha 32 bolinhas de gude. Jogou bolinhas com seu amigo Jorge e perdeu $\frac{1}{4}$ das bolinhas. Quantas êle perdeu? Com quantas bolinhas ficou?

$$\square = \frac{1}{4} \text{ de } 32$$

$$\square = \dots$$

Carlos ficou com: $32 - \dots = \dots$

5 — Mário ganhou 120 figurinhas para colar em seu álbum. Já colou $\frac{1}{8}$ delas. Quantas êle ainda tem para colar?

$$\square = 120 - \left(\frac{1}{8} \text{ de } 120\right)$$

$$\square = 120 - \dots$$

$$\square = \dots$$

Nota: Procuramos resolver êste problema com uma só sentença matemática porque a pergunta é uma só. O problema anterior foi resolvido em duas etapas (duas sentenças matemáticas) porque apresenta duas perguntas e ficam mais evidentes as duas respostas. Podem, entretanto, ambos os problemas serem resolvidos com uma ou duas sentenças matemáticas, dependendo do adiantamento da classe.

MEDIDAS

CONCEITO DE MEDIR E DE MEDIDA

Já tivemos oportunidade de escrever algo sôbre "medir" e "medida" em nosso primeiro volume.

"Medir" é uma operação e, como tôda a operação, tem um resultado. O resultado da operação de medir é denominado "medida" e é um número.

A operação de medir é realizada comparando a grandeza que desejamos seja medida com uma grandeza conhecida, da mesma espécie, que será a unidade. Assim, para medir o comprimento de um segmento de reta, por exemplo, podemos empregar outro segmento de reta como têrmo de comparação ou unidade.

EXERCÍCIOS 23

1 — Para medir $\overline{AB}$, Márcio empregou $\overline{MN}$ como unidade e eu empreguei $\overline{PQ}$.

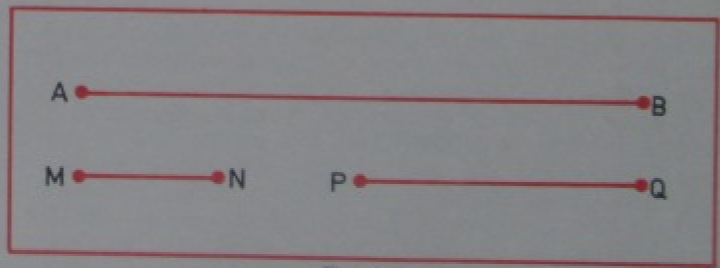


Fig. 61

Quem precisou repetir maior número de vêzes a unidade: Márcio ou eu?

2 — Pensando no problema acima e observando os segmentos desenhados, complete cada uma das sentenças abaixo:

a) O segmento $\overline{A\ B}$ mede ... $\overline{M\ N}$.

b) $\overline{A\ B}$ mede ... $\overline{P\ Q}$.

c) A unidade $\overline{M\ N}$ é a metade da unidade $\overline{P\ Q}$. $\overline{P\ Q}$ é o .... de M N.

3 — A unidade $\overline{P\ Q}$ é o dôbro de $\overline{M\ N}$. Se eu medi com $\overline{P\ Q}$ e encontrei 2 unidades, quantas unidades Márcio deverá encontrar empregando a outra unidade?

4 — A unidade $\overline{M\ N}$ é a metade de $\overline{P\ Q}$. Se Márcio encontrou 4 unidades $\overline{M\ N}$, quantas unidades $\overline{P\ Q}$ eu deverei encontrar?

5 — Meça os segmentos abaixo com a régua graduada e complete cada uma das sentenças abaixo.

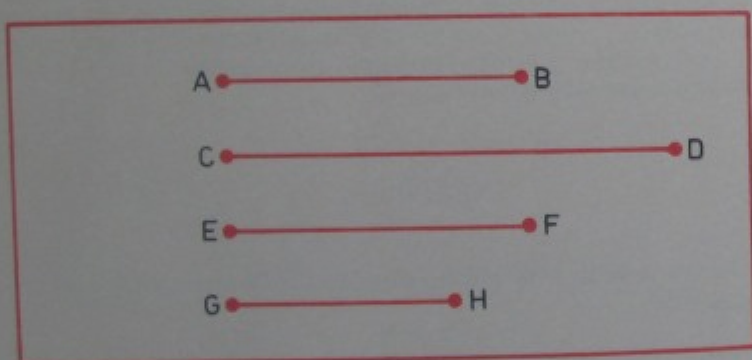


Fig. 62

a) $\overline{A\ B}$ mede ... centímetros.

b) $\overline{C\ D}$ mede ... centímetros.

c) $\overline{A\ B}$ é menor que ... .

d) $\overline{C\ D}$ é .... que ..., ... e ....

e) $\overline{E\ F}$ mede ... centímetros.

f) $\overline{G\ H}$ mede ... centímetros.

g) $\overline{E\ F}$ tem a mesma medida que... .

h) O menor segmento é .... .

i) O segmento que tem a maior medida é ....

6 — Você vê abaixo um polígono de 3 lados. É um triângulo. Meça cada segmento de reta que forma os lados dêsse triângulo e complete o exercício.

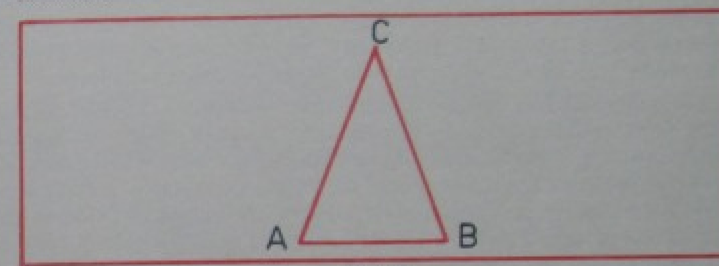


Fig. 63

a) $\overline{A\ B}$ mede ... centímetros.

b) $\overline{B\ C}$ mede ... centímetros.

c) $\overline{C\ A}$ mede ... centímetros.

d) O segmento de menor medida é ... .

e) $\overline{C\ A}$ tem a mesma medida que ... .

f) A soma das medidas dos três lados do triângulo do desenho é ..... centímetros.

IDÉIA DE COMPRIMENTO, PÊSO E VOLUME

A par da compreensão do conceito de medida e do conhecimento de algumas unidades de medir e sua adequação à grandeza que vai ser medida, daremos à criança a idéia de comprimento, pêso e volume, através de exemplos concretos da vida quotidiana de cada um de nós: compra e venda de tecidos, fitas, rendas, cordas, etc., aos metros; comprimentos de salas, jardins, pátios, mesas, etc., também aos metros; compra de carne, arroz, feijão, batata, etc., aos quilogramas, e o emprêgo da balança como instrumento de medir; pesquisa do pêso de pessoas, de objetos, etc., para treino do uso da balança e conhecimento de suas várias espécies; compra de leite, álcool, vinagre, vinho, etc., aos litros; conhecimento de que o litro não é determinada vasilha, mas uma determinada capacidade que certas vasilhas possuem de conter líquidos e outros elementos da natureza, mas, especialmente, líquidos; mostrar diferentes formatos de vasilhas que correspondem a essa unidade de capacidade.

Ainda no capítulo sôbre medidas, trataremos da relação espaço-tempo e da unidade monetária do País.

Em nosso 1.º volume tratamos de todos êsses tópicos quase que apenas como atividades exploratórias dos conhecimentos trazidos do lar a respeito dessas operações. Entretanto, alguma coisa já deve ter sido acrescentada pela escola, aproveitando sugestões daquele volume.

Ao iniciarmos êste capítulo, exploramos bastante a medida de segmentos de retas, assunto ainda não tratado. A seguir, daremos algumas sugestões para aprimoramento dos conhecimentos acima referidos, inclusive das metades e quartas partes do metro, quilograma e litro, uma vez que estas noções já devem ter sido dadas. A criança deve saber que quando empregamos a palavra "quilo", estamos nos referindo à unidade "quilograma" de uma forma abreviada e que é assim que o comércio e as pessoas em geral se referem ao quilograma.

EXERCÍCIOS 24

1 — Complete cada uma das sentenças abaixo tornando-as verdadeiras. Se tiver alguma dúvida, corte uma tira de papel exatamente do comprimento de um metro, e trabalhe com ela para poder completar corretamente as sentenças.

a) Um metro tem ... meios metros.

b) Meio metro é a .... de um metro.

c) Dois meios metros é o mesmo que ....

d) Um metro tem ... quartos de metro.

e) Para formar um metro são necessários ... quartos de metro.

f) Quatro meios metros são ... metros.

2 — Se um metro de tecido custa 12 cruzeiros,

a) meio metro custa ... cruzeiros.

b) $\frac{1}{4}$ de metro custa ... cruzeiros.

c) 5 metros custam ... cruzeiros.

d) 10 metros custam ... cruzeiros.

e) 24 metros custam ... cruzeiros.

3 — Meio metro de sêda dá para mamãe fazer um lenço. Quantos metros ela precisa para fazer 4 dêsses lenços?

4 — Examine "um metro" de madeira ou um metro na fita métrica. Verifique que êle está dividido em pequenas porções chamadas "centímetros". Um metro tem exatamente 100 centímetros. Agora que você sabe que o metro tem o mesmo comprimento que 100 centímetros, complete as sentenças abaixo.

a) 1 metro é o mesmo que ... centímetros.

b) $\frac{1}{2}$ metro é o mesmo que ... centímetros.

c) $\frac{1}{4}$ de metro é o mesmo que ... centímetros.

d) 2 metros é o mesmo que ... centímetros.

5 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que as sentenças são verdadeiras ou falsas.

a) $\frac{1}{2}$ metro $\neq$ 50 centímetros. (   )

b) $\frac{1}{4}$ de metro = 25 centímetros. (   )

c) 50 centímetros = metade do metro. (   )

d) 200 centímetros = 2 metros. (   )

e) 1 metro e meio $\neq$ 150 centímetros. (   )

6 — A professôra de Márcio mediu a largura do armário da sala de aula com seu palmo e encontrou o seguinte resultado: 9 palmos. O palmo de Roberto é menor que o palmo da professôra. Se êle medir a largura do armário com seu palmo deverá encontrar um número maior, igual ou menor que 9?

7 — O verdureiro de mamãe tem uma balança com dois pratos e tem "pesos" de 1 quilograma, 2 quilogramas, $\frac{1}{2}$ quilograma e $\frac{1}{4}$ de quilograma.

Agora que você sabe como é a balança e quais os pesos que o verdureiro possui, complete cada uma das sentenças abaixo.

a) Para pesar 1 quilograma e meio de batatas êle deve usar os pesos ....

b) Para pesar 3 quilogramas de mandioca êle precisa empregar os pesos ....

c) Se mamãe quiser $\frac{1}{2}$ quilograma de vagem êle empregará ....

8 — Sabendo que um "quilo" de presunto custa 10 cruzeiros, complete as sentenças que seguem:

a) Meio quilo de presunto deve custar ... cruzeiros.

b) Três quilos custam ... cruzeiros.

c) $\frac{1}{2}$ quilo de presunto custa ... cruzeiros.

d) $\frac{1}{4}$ de quilo custa ... cruzeiros.

9 — O queijo que papai comprou pesava um quilo. Êle retirou $\frac{1}{4}$ de quilo do queijo e deu para vovó. Quanto ficou pesando o queijo que papai levou para casa?

10 — Mamãe fêz muitas balas de côco para meu aniversário. Ela pesou as balas em sua balança de cozinha e verificou que pesava 1 quilograma e $\frac{1}{4}$ de quilograma. Quanto faltou para 1 quilograma e meio?

11 — Todos os dias nós compramos 1 litro e meio de leite. Quantos litros de leite nós gastamos cada dois dias?

12 — Complete as sentenças abaixo tornando-as verdadeiras.

a) Um litro é o mesmo que ... meios litros.

b) Para distribuir 4 litros de melado em potes de meio litro, preciso de ... potes.

c) Temos dois litros de sorvete para levar à geladeira em copos de $\frac{1}{4}$ de litro cada um. Precisamos de ... dêsses copos para colocar todo o sorvete.

MEDIDA DE TEMPO

Os relógios são instrumentos que servem para medir o 'passar' do tempo. Tôda criança em idade escolar sabe disso. Algumas até conhecerão os cronômetros. O dia é o tempo levado pela Terra para dar uma volta completa sôbre si mesma. Logo, o dia é uma unidade para medir o tempo. O ano é o tempo que a Terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol. Então, o ano também é uma unidade de tempo. É um espaço de tempo muito maior que o dia. São necessários 365 dias para "passar" o tempo correspondente a um ano.

Outras unidades de tempo:

1 — A *hora*, que tem 60 minutos; o *minuto* que tem 60 segundos.

2 — O *dia* tem 24 horas.

3 — A *semana*, que tem 7 dias.

4 — A *quinzena*, que é o espaço de tempo correspondente a 15 dias.

5 — O *mês*, que tem 30 dias, em média. Há meses que têm 31 dias (janeiro, março, maio, junho, agôsto, outubro e dezembro) e há um mês, fevereiro, o segundo do ano, que geralmente tem 28 dias. De quatro em quatro anos o mês de fevereiro tem 29 dias e os anos que apresentam essa anormalidade chamam-se anos bissextos.

NOTA: Para os nossos cálculos, consideraremos o mês como tendo sempre 30 dias, como fazem os empregadores e o comércio. Por isso, dizemos que o mês comercial tem 30 dias.

6 — O *bimestre* tem dois meses.

7 — O *trimestre* corresponde a três meses.

8 — Meio ano ou seis meses é o espaço de tempo também chamado *semestre*.

Essas são as medidas de tempo mais usadas. Daremos conhecimento delas às crianças de 2ª série primária aos poucos e sempre tendo o cuidado de aplicar em exercícios e problemas práticos os conhecimentos que forem sendo adquiridos para que sejam bem fixados e possam ser usados a qualquer momento.

EXERCÍCIOS 25

1 — Divida 30 por 7. Quantas semanas tem o mês? Quantos dias sobram?

2 — Divida 365 por 7. Quantas semanas tem o ano? Quantos dias sobram?

3 — A quinzena tem 15 dias. Quantos dias são 2 quinzenas?

4 — O ano tem 12 meses. Quantos semestres tem o ano? Quantos trimestres?

5 — Quantos anos você tem? Como cada ano corresponde a semestres calcule quantos semestres você já viveu.

6 — Uma pessoa ganha 25 cruzeiros por dia. Quanto ganha essa pessoa em uma semana? E em uma quinzena?

7 — Quanto recebe por mês um entregador de jornais que ganha 3 cruzeiros por dia?

8 — Quanto ganha por dia uma pessoa que recebe semanalmente 105 cruzeiros?

9 – O nenê de nossa vizinha morreu com 45 dias. Quantas semanas e quantos dias viveu o nenê?

10 — Um operário que ganha 4 cruzeiros por hora e trabalha 8 horas por dia, quanto ganha em uma quinzena?

11 — Complete:

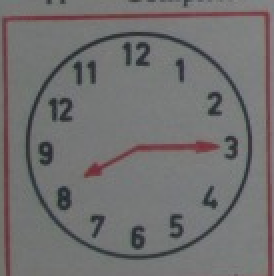


FIG. 64

a) O relógio marca 8 horas e $\frac{1}{4}$ de hora.

Que horas são?

b) Perguntei as horas à mamãe e ela me respondeu: 14 horas.
Que horas eram?

c) Quando são 15 horas, que horas o relógio marca?

d) E quando são 16 horas e 30 minutos?

12 — Desenhe um relógio e escreva os numerais do mostrador com os numerais romanos. A seguir, desenhe os ponteiros marcando 18 horas e $\frac{1}{4}$ de hora.

13 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que cada uma das sentenças abaixo seja verdadeira ou falsa.

a) 9 horas e $\frac{1}{4}$ é o mesmo que 9 horas e 15 minutos. ( )

b) 8 horas e $\frac{1}{4}$ é diferente de 8 horas e 15 minutos. ( )

c) 12 horas é o mesmo que meio dia. ( )

d) 24 horas é o mesmo que meia noite. ( )

e) 14 horas e 30 minutos é diferente de 2 horas e meia da tarde. ( )

f) 18 horas são 6 horas da tarde. ( )

14 — Levo 15 minutos para almoçar. Se eu começar o meu almôço às 11 horas e $\frac{1}{4}$, a que horas terminarei de almoçar?

15 — A semana começa no domingo. Escreva os nomes de todos os outros dias da semana, pela ordem.

16 — Escreva o conjunto dos nomes dos dias da semana entre chaves. Assim:

{domingo, ...}

17 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano, entre chaves.

18 — Escreva o conjunto dos nomes dos dias da semana que começam com *s*.

19 — Escreva o conjunto dos nomes dos dias da semana que começam com *d*.

20 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano que têm 30 dias.

21 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano que têm 31 dias.

22 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano que começam com *j*.

23 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano que começam com *a*.

24 — Escreva o conjunto dos nomes dos dias da semana que começam com *b*.

25 — Escreva o conjunto dos nomes dos meses do ano que começam com *n*.

A MOEDA NACIONAL E O SEU VALOR.

A criança que já está cursando a 2.ª série primária deve possuir um certo traquejo no uso de nossa moeda. Entretanto, um bom retrospecto para verificação da prontidão da classe e prosseguimento dos ensinamentos a respeito é sempre muito vantajoso.

As atividades sugeridas em nosso 1.º volume, para crianças de primeira série, prestam-se muito bem para essa verificação.

Atividades:

1 — Procuraremos saber se a criança tem consciência do valor do dinheiro.

a) Tenho uma moeda de 10 centavos. O que você acha que posso comprar com êsse dinheiro?

b) Você se lembra de alguma coisa que se possa comprar com um centavo? E com dois?

c) Com que dinheiro você acha que podemos comprar um par de sapatos para você ir à escola? E um par de meias?

d) Quando você precisa comprar um lápis, de quanto mais ou menos você precisa para fazer a compra? E para comprar uma caixa de lápis-de-côres?

e) Você sabe quanto custa um litro de leite?

Outro ponto importante para verificar o grau de conhecimento do aluno é o que diz respeito à equivalência entre células e moedas.

2 — Complete:

a) Para pagar uma compra no valor de 50 centavos, posso empregar:

... moedas de 10 centavos;

ou ... moedas de 20 centavos e ... de 10 centavos;

ou ... moedas de 50 centavos.

b) Para pagar uma borracha que custou 80 centavos, posso empregar:

... moedas de 20 centavos;

ou ... moedas de 10 centavos;

ou ... moedas de 50 centavos e ... de 10 centavos;

ou ... moedas de 50 centavos, ... de 20 centavos e ... de 10 centavos.

c) Quero trocar um cruzeiro em moedas de menor valor. Poderei trocar um cruzeiro por;

... moedas de 50 centavos;

ou ... moedas de 20 centavos;

ou ... moedas de 10 centavos;

ou ... moedas de 50 centavos, ... de 20 centavos e ... de 10 centavos.

d) Quantas notas de 1 cruzeiro são necessárias para trocar por uma de 5 cruzeiros?

e) Quantas moedas de 50 centavos são necessárias para pagar uma conta de 2 cruzeiros?

A princípio, as palavras cruzeiros e centavos deverão aparecer por extenso nos problemas em que o enunciado fôr escrito. Como para a 1.ª série, também para a 2.ª série primária, não se fará menção alguma à relação decimal do nosso sistema monetário, o que será feito apenas quando a criança tiver conhecimento das frações decimais e de sua representação decimal. Entretanto, progressivamente, a escrita e a leitura de quantias em dinheiro e mesmo pequenas adições e subtrações, poderão ser introduzidas, porque a disposição dos cálculos não oferece dificuldades à criança. Se êsse trabalho fôr realizado por etapas, mais fácil ainda êle se tornará. Assim:

1.ª) leitura e escrita de importâncias correspondentes a cruzeiros exatos: Cr$ 1,00; Cr$ 5,00; Cr$ 20,00; Cr$ 12,00, etc.

2.ª) leituras e escrita de quantias compostas apenas de centavos: Cr$ 0,50; Cr$ 0,10;; Cr$ 0,90; Cr$ 065, etc.

3.ª) leitura e escrita de importâncias constituídas por cruzeiros e centavos: Cr$ 5,50; Cr$ 18,20; Cr$ 108,90, etc.

4.ª) adições e subtrações de cruzeiros exatos, de centavos, de cruzeiros e centavos.

A multiplicação e a divisão com têrmos expressos em cruzeiros serão introduzidas à medida que tal aprendizagem se fizer em relação aos numerais decimais.

AS NOVAS CÉDULAS

No dia 31 de março de 1970, o Conselho Monetário Nacional aboliu - como estava previsto - a expressão "novo", restabelecendo, a partir de 15 de maio de 1970, a designação "cruzeiro" como unidade padrão do sistema monetário. Na mesma data deverão circular a moeda de Cr$ 1,00 e as novas cédulas de Cr$ 1,00, Cr$ 5,00, Cr0 10,00, Cr$ 50,00 e Cr$ 100,00.

EXERCÍCIOS 26

1 — Você já sabe que o nome de nosso dinheiro é "cruzeiro". Para representar quantias em dinheiro, devemos usar o símbolo do cruzeiro antes do numeral que expressa o número de cruzeiros que estamos representando. Empregamos uma vírgula para separar os cruzeiros dos centavos. Assim:

Cinco cruzeiros = Cr$ 5,00.

Os dois zeros depois da vírgula são para tornar bem claro que além dos cinco cruzeiros não há mais nada, nenhum centavo.

Escreva você:

a) oito cruzeiros: Cr$........

b) três cruzeiros: Cr$........

c) dez cruzeiros: Cr$........

d) doze cruzeiros: ....

e) cem cruzeiros: ....

2 — Escreva como se lê:

a) Cr$ 3,00: três ....

b) Cr$ 1,00: ....

c) Cr$ 9,00: ....

d) Cr$ 20,00 ....

e) Cr$ 50,00: ....

3 — Você já aprendeu a representar quantias em dinheiro quando são cruzeiros exatos. Agora, vai aprender a representar quantias em dinheiro menores que um cruzeiro e que são centavos. Assim:

a) vinte e cinco centavos: Cr$ 0,25.

b) cinco centavos: Cr$ 0,05

c) quarenta centavos: Cr$ 0,..... .

d) cinqüenta centavos: Cr$ ..... .

e) sessenta e oito centavos: ....

f) quinze centavos: ....

g) quarenta e dois centavos: ....

h) seis centavos: ....

4 — Coloque V ou F dentro dos parênteses conforme você ache que cada sentença abaixo é verdadeira ou falsa.

a) Cr$ 0,50 + Cr$ 0,20 = Cr$ 0,70 ( )

b) Cr$ 0,50 + Cr$ 0,50 + Cr$ 0,50 = 3 × Cr$ 0,50 ( )

c) 2 × Cr$ 0,50 ≠ Cr$ 1,00 ( )

d) Cr$ 5,00 + Cr$ 7, 00 > Cr$ 12,00 ( )

e) 2 × Cr$ 5,00 < Cr$ 10,00 ( )

f) 5 × Cr$ 0,20 = Cr$ 1,00 ( )

5 — Complete cada uma das sentenças abaixo:

a) O dôbro de Cr$ 10,00 é ....

b) A metade de Cr$ 8,00 é ....

c) A têrça parte de Cr$ 12,00 é ....

d) $\frac{1}{2}$ de Cr$ 20,00 é ....

e) $\frac{1}{3}$ de Cr$ 15,00 é ....

f) O triplo de Cr$ 8,00 é ....

g) $\frac{1}{4}$ de Cr$ 20,00 é ....

h) O dôbro de Cr$ 0,50 é ....

6 — Complete, de acôrdo com o modêlo.

a) Cinco cruzeiros e vinte centavos: Cr$ 5,20.

b) Quinze cruzeiros e cinqüenta centavos: Cr$ ....

c) Dezoito cruzeiros e trinta centavos: ....

d) Onze cruzeiros e 9 centavos: ....

e) Cento e oito cruzeiros e oitenta centavos: ....

f) Duzentos e trinta e cinco cruzeiros e dez centavos:..........

CURVAS E POLÍGONOS

CONCEITO DE *LINHA* OU *CURVA*.

A observação de algumas formas geométricas mais comuns já deve ter levado a classe a distinguir as superfícies planas das superfícies curvas.

Vamos agora pensar sempre em superfícies planas, deixando as curvas para mais tarde. O aluno terá amplas possibilidades de dar vazão ao seu espírito criativo por meio do desenho. Desenhará figuras em fôlhas do caderno ou no quadro, que são superfícies planas. Ao deslocar o giz pelo quadro ou a ponta do lápis pela fôlha de papel, estará desenhando uma figura geométrica chamada linha ou curva.

Costuma-se desenhar pequenas marcas no papel ou no quadro para representar pontos. Essas pequenas marcas são designadas por lêtras maiúsculas (deveriam ser minúsculas)[1] e lemos assim; ponto A, ponto B, etc.

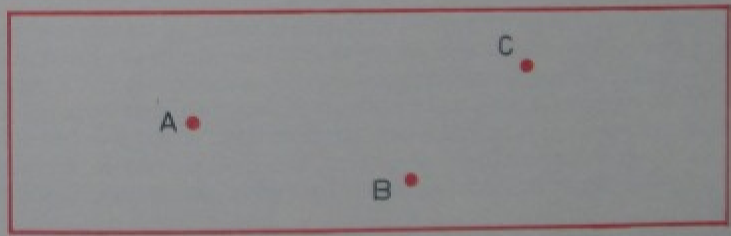


Fig. 65

Marcando dois pontos quaisquer na superfície da fôlha do caderno, será possível traçar diferentes caminhos para ir de um ponto ao outro. Se marcarmos os pontos A e B, por exemplo, poderemos traçar as mais variadas linhas ou curvas para ir de um ponto a outro:

---

1) Costumamos representar um conjunto qualquer por meio de uma lêtra maiúscula do nossa alfabeto e, cada elemento do conjunto, por meio de uma lêtra minúscula. Então, um ponto deveria ser designado por uma lêtra minúscula, pois é *elemento* de um conjunto de pontos. Brevemente tal notação deverá introduzida.

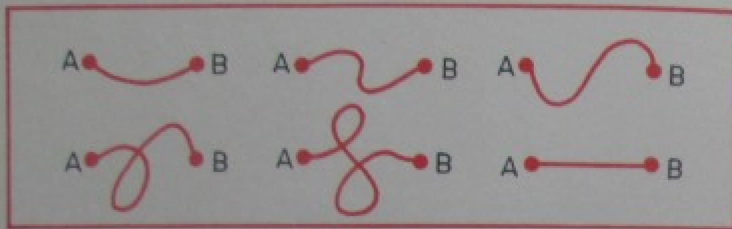


FIG. 66

Se usarmos a régua para ligar os dois pontos, teremos obtido o caminho mais curto entre êles. Essa é a linha ou a curva mais simples que existe. É geralmente chamada linha reta ou simplesmente reta. Entretanto, a régua tornou possível traçar apenas uma parte da reta, pois poderemos imaginá-la prolongada indefinidamente de um lado e de outro, até mesmo além da fôlha de papel ou da superfície da mesa da carteira. O que desenhamos ao unir com a régua os pontos A e B foi apenas um "segmento de reta" e não a reta tôda. Dessa maneira simplista, teremos dado aos nossos alunos o conceito de reta e de segmento de reta.

CURVAS FECHADAS E CURVAS ABERTAS

Quando ligamos os pontos A e B, traçamos linhas ou curvas, como já vimos. São, porém, curvas abertas, cujos extremos são os pontos A e B. Se, ao contrário, traçamos uma linha ou curva a partir do ponto A e voltamos até êle novamente, sem que a ponta do lápis seja retirada do papel ou volte pelo percurso já percorrido, teremos desenhado uma curva fechada. Se a curva assim traçada "não se cruzar", isto é, se ela não se interceptar, a curva fechada será simples. Exemplos de curvas fechadas simples:

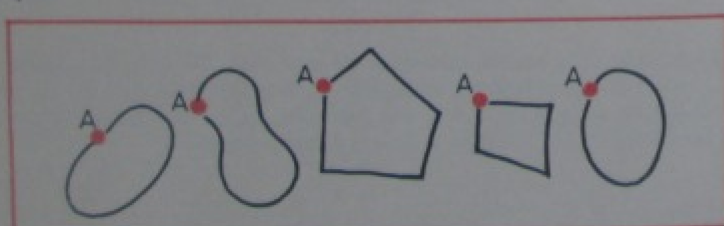


FIG. 67

Através da observação das curvas fechadas simples, aos poucos, iremos levando os alunos às seguintes conclusões:

1 — Há um conjunto de pontos no interior da curva.

2 — Há um conjunto de pontos no exterior da curva.

3 — Há um conjunto de pontos que constitui a própria curva e que é denominado conjunto da fronteira.

Na seguinte curva fechada simples, por exemplo, os pontos A e B são interiores, os pontos C e D são pertencentes à curva e os pontos E e F são exteriores:

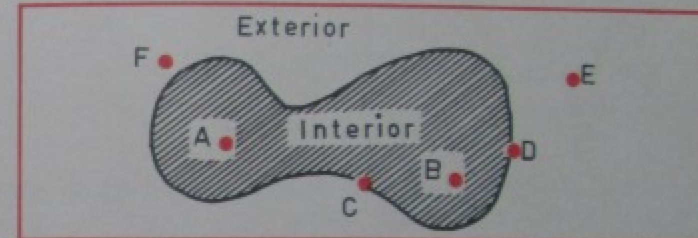


FIG. 68

Atividades exploratórias

1 — Na figura abaixo, desenhe um conjunto de pontos no interior da curva fechada C.

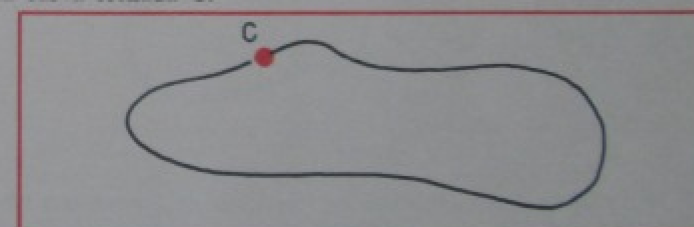


FIG. 69

A criança desenhará quantos pontos quiser (um conjunto de pontos), assim, por exemplo:

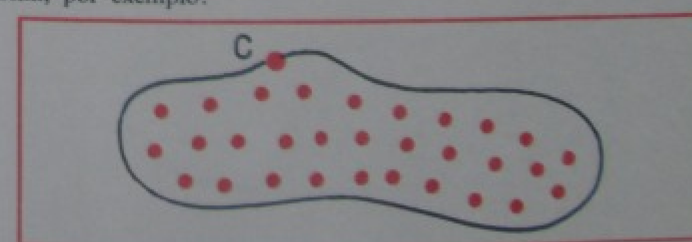


FIG. 70

2 — Na figura abaixo, desenhe um conjunto de pontos que esteja na fronteira da curva fechada M.

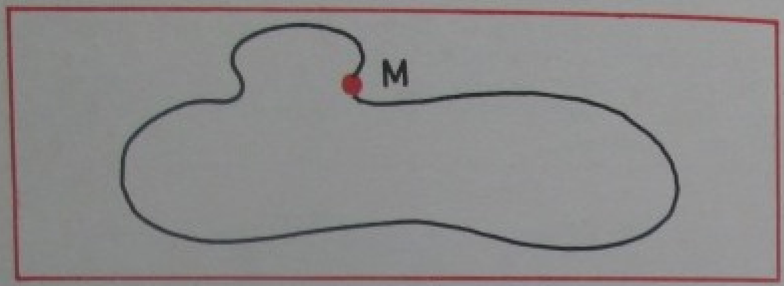


FIG. 71

Também agora serão desenhados quantos pontos a criança quiser e o desenho ficará mais ou menos assim:

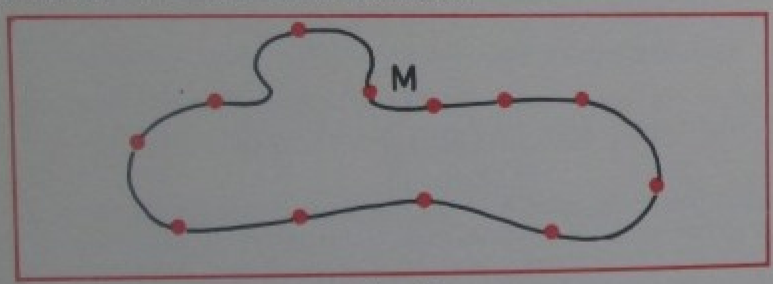


FIG. 72

3 — Na figura abaixo, desenhe um conjunto de pontos que não esteja na região interior e nem na fronteira.

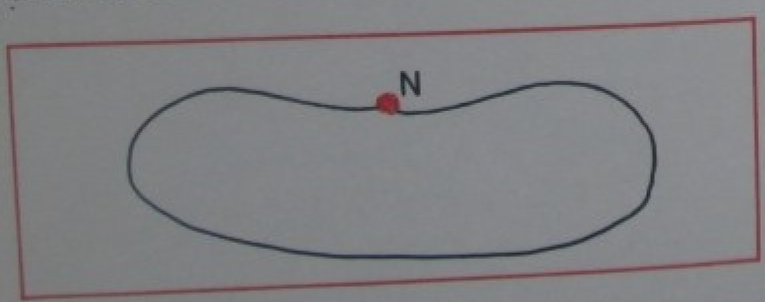


FIG. 73

Serão desenhados quantos pontos a criança desejar. Assim, por exemplo:

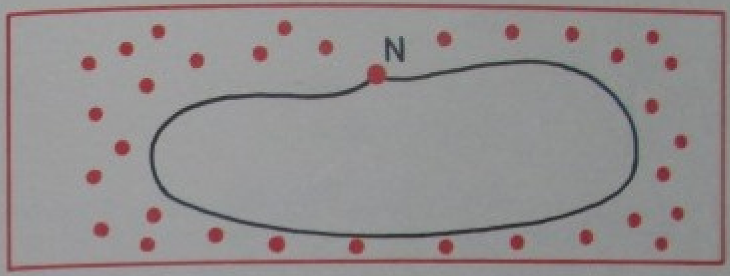


FIG. 74

CONTÔRNO

A curva fechada simples pode ser considerada como o"contôrno" do conjunto de pontos interiores a ela. O "contorno" do mapa do Brasil, por exemplo, é uma curva fechada simples, pois não "se cruza", o mesmo acontecendo com o "contôrno" do Estado de São Paulo.

Quando a criança é capaz de reconhecer ou desenhar uma curva fechada simples, automàticamente reconhecerá o interior e o exterior da mesma.

Atividades para fixação

1 — Desenhe as linhas ou curvas que você quiser, unindo:

a) o ponto A ao ponto B;

b) o ponto C ao ponto D.

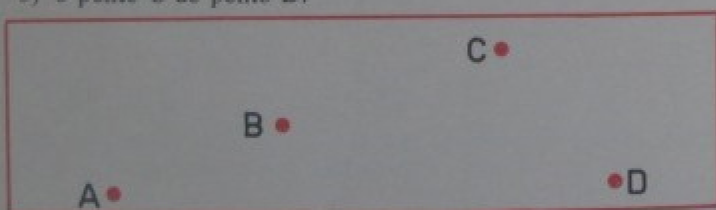


Fig. 75

2 — Desenhe duas curvas fechadas simples. A seguir, faça o seguinte:

a) Pinte a região interior da primeira.

b) Pinte a região exterior da segunda.

c) Marque um conjunto de dois pontos no interior da segunda curva.

d) Marque um conjunto de cinco pontos no exterior da primeira curva.

e) Marque um conjunto de quantos pontos você quiser na fronteira de uma das duas curvas desenhadas.

SEGMENTO DE RETA.

O conceito de segmento de reta pode ser dado, nesta série da Escola Primária, assim:

Mandamos a criança marcar dois pontos quaisquer e designá-los por lêtras. Assim:

Fig. 76

A seguir, mandamos unir um ponto ao outro com o auxílio de uma régua.

Fig. 77

E diremos que essa figura tem o nome de segmento de reta (parte de reta). Dizemos *segmento A B* ou $\overline{A\ B}$. O traço acima das lêtras que designam as extremidades do segmento serve para substituir a palavra "segmento". O $\overline{A\ B}$ é constituído pelos pontos A e B e por todos os pontos interiores a êles. Os pontos A e B denominam-se fronteiras de $\overline{A\ B}$. No segmento A B, o ponto A é a origem do segmento e o ponto B é a extremidade. Se quisermos, poderemos considerar o ponto B como origem e o ponto A como extremidade, mas, neste caso, o segmento será B A ou $\overline{B\ A}$ e não $\overline{A\ B}$. Os segmentos $\overline{A\ B}$ e $\overline{B\ A}$ são iguais, pois são constituídos pelos mesmos elementos. Entretanto, ao designá-los, devemos levar em consideração a sua origem. Se a origem fôr A, será $\overline{A\ B}$ e, se fôr B, será $\overline{B\ A}$.

Os segmentos de retas podem ser medidos, uma vez que têm comêço e fim.

EXERCÍCIOS 27

1 — Empregue os pontos abaixo para executar as ordens que seguem.

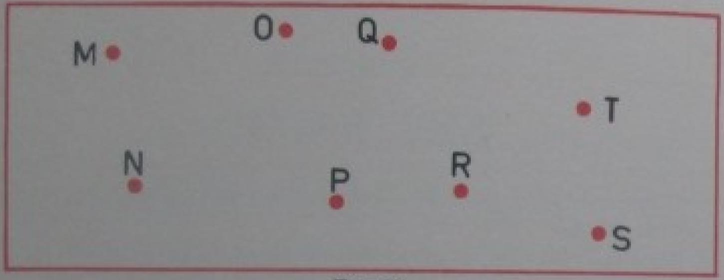


Fig. 78

a) Trace o segmento M P.

b) Trace $\overline{NQ}$ e $\overline{RT}$

c) $\overline{OM}$ mede ... cm

2 — Compare as medidas dos três segmentos e complete cada sentença que segue com um dos sinais: =, > ou < .

a) $\overline{NQ}$ ... $\overline{RS}$

b) $\overline{RS}$ ... $\overline{NQ}$

c) $\overline{RS}$ ... $\overline{OM}$

d) $\overline{OM}$ ... $\overline{RS}$

e) $\overline{NQ}$ ... $\overline{OM}$

f) $\overline{OM}$ ... $\overline{NQ}$

g) $\overline{NQ}$ ... $\overline{QN}$

h) $\overline{RS}$ ... $\overline{SR}$

i) $\overline{OM}$ ... $\overline{MO}$

LINHA POLIGONAL

Se desenharmos dois ou mais segmentos de retas de tal forma que a extremidade de um seja a origem do outro, teremos desenhado uma linha poligonal. Assim:

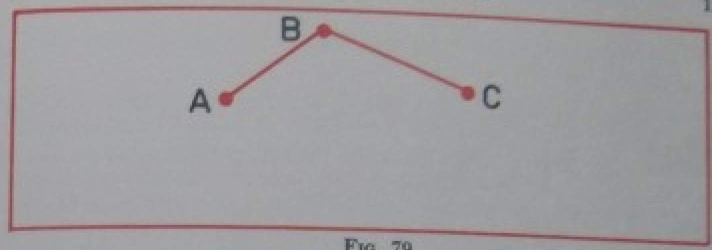


Fig. 79

Poligonal ABC (formada por $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$)

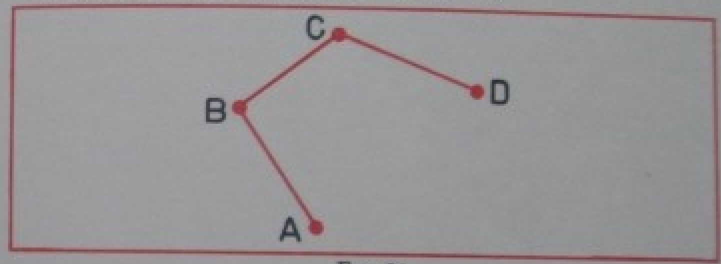


Fig. 80

Poligonal ABCD (formada por $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ e $\overline{CD}$.

A poligonal ABC é formada por dois segmentos e a poligonal ABCD é formada por três segmentos.

Os segmentos que formam a poligonal são denominados lados da poligonal.

Uma poligonal também é denominada linha quebrada.

As linhas poligonais até aqui desenhadas são abertas porque têm origem e têm extremidade. Quando a origem se confunde com a extremidade, dizemos que a poligonal é fechada. Assim:

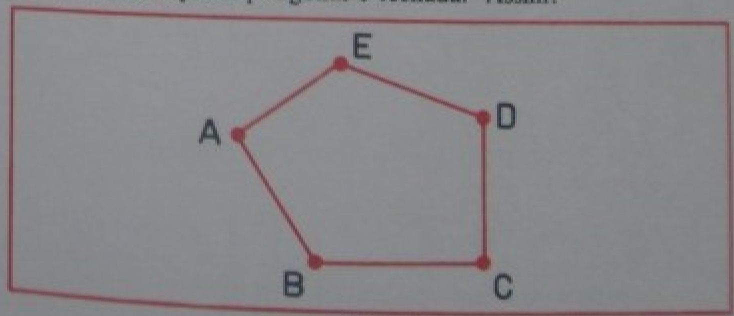


Fig. 81

A poligonal ABCDE é fechada porque começa no ponto A e termina no ponto A.

A criança já sabe o que é uma curva fechada simples. Devemos, neste ponto, dar exercícios para recordação de todos os conceitos aprendidos sôbre curva fechada simples para depois levá-la a concluir que uma poligonal fechada como a do desenho acima é também uma curva fechada simples, pois possui as mesmas características: pode ser traçada a partir de um ponto e, sem retirar o lápis do papel e nem retroceder pelo trajeto já percorrido, chegar ao ponto de partida, fechando a poligonal ou a curva. Possui, como as curvas fechadas simples, três conjuntos distintos de pontos: um interior, um de fronteira e outro exterior. Logo, a poligonal é uma curva fechada simples. Apenas ela é uma curva fechada simples especial porque é constituída por segmento de retas.

POLÍGONOS

Poderemos, para conceituar polígonos, mandar desenhar uma poligonal fechada. Depois, mandar colorir a região interior da mesma. Assim, por exemplo:

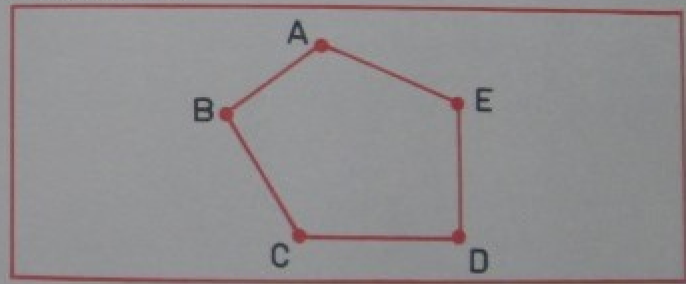


FIG. 82

A poligonal ABCDE e a sua região interior (colorida) constituem a figura geométrica chamada polígono e dizemos: polígono ABCDE para designar a figura acima. O polígono pode ter três, quatro ou mais lados, conforme o número de segmentos da poligonal que o delimita.

CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍGONOS

Os polígonos são curvas fechadas simples especiais. São figuras geométricas planas constituídas pelo conjunto dos pontos interiores e pelo conjunto dos pontos da fronteira. Exemplos de polígonos:

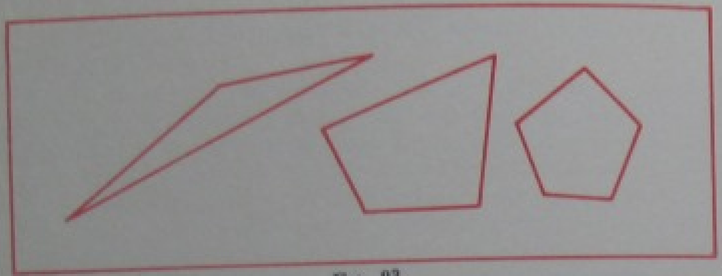


Fig. 83

Devemos levar a criança a "sentir" que os polígonos são curvas fechadas simples formadas por segmentos de retas, que são os seu lados. Para saber quantos lados tem o polígono, basta marcar um dos pontos de encontro dos lados como origem e contá-los. A partir de três, podem ter qualquer número de lados.

Os polígonos de três lados já são conhecidos da classe e chamam-se triângulos. Os de quatro lados são chamados quadriláteros. O quadrado e o retângulo, que a classe já conhece, são, portanto, quadriláteros.

Os pontos onde se unem dois lados consecutivos dos polígonos são chamados *vértices*. Êsses pontos podem ser designados por lêtras, assim:

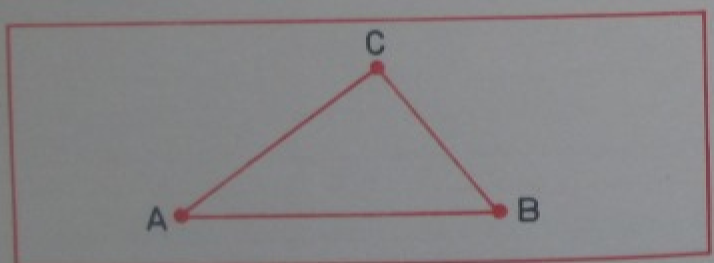


Fig. 84

O triângulo acima é formado por três segmentos de reta: A —— B, B —— C e C —— A.

EXERCÍCIOS 28

1 — Observe a seguinte figura e coloque V ou F conforme a afirmação seja verdadeira ou falsa:

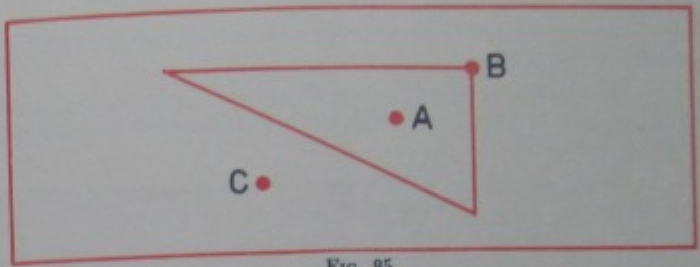


Fig. 85

a) A figura é uma curva fechada simples. ( )

b) Ela não é uma curva fechada. ( )

c) A figura acima é um polígono. ( )

d) É um triângulo. ( )

e) O ponto A é exterior. ( )

f) O ponto C é exterior. ( )

g) B é um ponto pertencente à curva. ( )

h) A é um ponto interior. ( )

2 — Na figura abaixo,

a) marque um ponto interior e designe-o pela lêtra I;

b) marque um ponto exterior e designe-o pela lêtra E;

c) marque um ponto pertencente à curva e designe-o pela lêtra P.

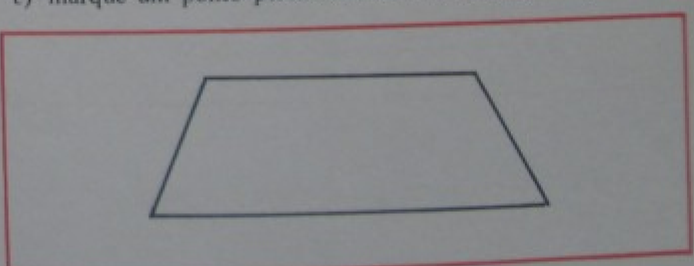


Fig. 86

3 — Desenhe um polígono de quatro lados.

4 — Desenhe três quadriláteros diferentes.

5 — Marque dois pontos em seu caderno, designe-os por lêtras e trace o segmento de reta que tem por extremidades os pontos marcados.

6 — Trace uma linha curva e um segmento de reta marcando as extremidades com lêtras.

7 — O contôrno de um triângulo é considerado como uma curva fechada simples? E o contôrno do círculo? E o contôrno do município em que você mora?

8 — Na seguinte figura, designe por I os pontos interiores, por E os pontos exteriores, e por P os pontos pertencentes à curva:

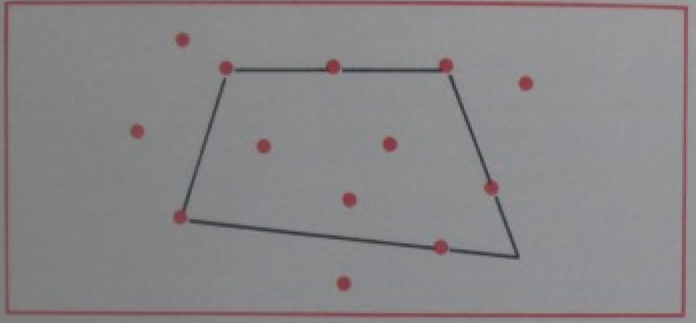


Fig. 87

PROBLEMAS RESOLVIDOS

PROBLEMAS

Ao formularmos problemas para que nossos alunos resolvam, é preciso que levemos em conta certos requisitos:

1.º) O seu enunciado deve ser baseado na realidade, oferecer situações familiares à criança, ser variado, conciso e claro.

2.º) Nunca deverá o problema oferecer mais de uma interpretação.

3.º) Problemas com dados abstratos só poderão ser oferecidos às crianças quando elas tiverem um completo conhecimento das mesmas situações com fatos reais e concretos.

Por exemplo: Nunca poderemos formular um problema assim: "repartir o número 24 em duas partes de modo que uma seja o dôbro da outra", antes que a criança conheça muito bem a mesma situação com dados concretos e que lhe sejam familiares: "tenho 24 bolinhas e desejo repartí-las entre Carlos e Mário, dando a Carlos o dôbro das bolinhas que darei a Mário. Quantas bolinhas darei a cada um?

4.º) Os dados numéricos do problema e as operações requeridas para a sua resolução nunca devem ultrapassar o conhecimento de número que a criança possui e o grau de dificuldade das operações que já conhece.

Ao treinarmos nossos alunos na resolução de problemas, devemos dar muita ênfase à sua leitura. Ela é muito importante e precisa ser ensinada. Não se lê um problema como se lê uma estória, uma notícia, ou outro assunto qualquer relacionado a outras áreas de estudo. A leitura do problema tem uma técnica especial, deve ser pausada, meditada, interpretada palavra por palavra. Devemos ensinar a criança a fazer uma primeira leitura sem grande preocupação com os números para fazer um apanhado geral e, a seguir, uma segunda leitura atendendo também aos dados numéricos que figuram no problema.

Apesar de ser aconselhável a leitura silenciosa, o professor deve antes ensinar uma leitura oral e pausada, com a necessária entonação para uma melhor compreensão do enunciado. Isto fará com que o aluno aprenda a dar, à leitura silenciosa, uma certa vocalização que muito o ajudará.

Todos nós conhecemos crianças que resolvem fàcilmente os problemas apresentados em classe durante os trabalhos normais e que, em provas parciais ou exames finais não conseguem resolvê-los pelo simples fato de o professor, nessas ocasiões, não ler os problemas para a classe ouvir. Daí se depreende o valor da leitura bem feita do problema. Como o professor não pode acompanhar a criança pela vida afora para ler os problemas que para ela forem surgindo, é evidente a necessidade dela mesma aprender a execução da tarefa de ler com correção o problema que irá resolver, dando à leitura uma inflexão de voz cada vez mais perfeita e que a ajude a compreender perfeita e ràpidamente a situação proposta pelo problema.

Durante a leitura, deve o aluno ir analisando o problema. A análise deve ser orientada pelo professor até que os alunos formem métodos próprios de analisar qualquer problema. Há professôres que acham não ser indiferente a ordem a ser seguida pela análise. Outros, preferem uma orientação mais livre, o que cremos ser o ideal porque nem todos pensam da mesma maneira e na mesma ordem. O raciocínio deve ser orientado, não forçado.

Faremos com que nossos alunos, ao lerem o problema, o analisem, procurando respostas a certas perguntas:

— Que nos conta o problema? Que dados êle nos fornece?

— Que pede o problema? O que é preciso procurar? Pois é só após tomarmos conhecimento daquilo que devemos encontrar que nos entregaremos ao trabalho de procurar. Não podemos procurar sem saber o que queremos encontrar.

— Que devemos saber para podermos responder à pergunta do problema?

— Como planejar a sua solução?

O primeiro passo para o estabelecimento de uma plano para resolver o problema é montar esquemàticamente a sua estrutura. Faremos isto, a partir do que o problema conta e que a criança já descobriu, ao analisá-lo. Os problemas simples, de uma ou duas operações, que serão dados no primeiro nível de ensino primário, nos levam diretamente à sentença matemática. Tôda a estrutura do problema é revelada na sentença e, efetuados os cálculos que a sentença sugere, estará resolvido o problema.

Não deve o professor se esquecer de implantar em seus alunos o hábito de verificar não só as operações efetuadas como a possibilidade de ser ou não o resultado encontrado a verdadeira solução do problema.

Resolvido e verificado, é preciso dar resposta ao problema. Para que esta seja correta, com têrmos adequados, é aconselhável que a criança releia a pergunta.

A seguir, apresentamos uma série de problemas que poderão ser intercalados durante todo o ano, de acôrdo com o adiantamento da classe, para trabalhos independentes tanto em classe, individualmente ou em

grupos, como em casa, para verificação. Os problemas são resolvidos segundo as técnicas preconizadas pela nova matemática, isto é, a partir das sentenças matemáticas. Muitas vêzes, entretanto, o professor da classe ou o próprio aluno partirão de sentenças equivalentes, o que evidentemente não é errado. Nem todos podem pensar exatamente do mesmo modo.

A sentença inicial apresentada para resolver cada um dos problemas seguintes fundamenta-se na estrutura do problema, na sua idéia global, como achamos mais conveniente.

1 — Guilherme guardou 8 figurinhas em um bolso e 6 em outro. Quantas figurinhas tem Guilherme?

$\square = 8 + 6$ ou $8 + 6 = \square$

$\square = 14$

2 — Mamãe fêz uma dúzia de empadas de galinha e uma dúzia de empadas de palmito para o lanche. Quantas empadas fêz mamãe?

$\square = 12 + 12$ ou $\square = 12 + 12$

$\square = 24$

3 — Titia trouxe da chácara 40 laranjas e 30 figos. Quantas frutas trouxe ela?

$\square = 40 + 50$ ou $40 + 50 = \square$

$\square = 90$

4 — Comprei uma dúzia e meia de peras e duas dezenas de abacates. Quantas frutas comprei?

$\square = 18 + 20$ ou $18 + 20 = \square$

$\square = 38$

5 — Paulo ganhou um aquário com 12 peixinhos dourados e 7 vermelhos. Quantos peixinhos ganhou Paulo?

$\square = 12 + 7$ ou $12 + 7 = \square$

$\square = 19$

6 — Mauro tem 5 bolinhas azuis, 6 amarelas e 4 verdes. Quantas são as bolinhas de Mauro?

$\square = 5 + 6 + 4$

$\square = 5 + (6 + 4)$ ou $\square = (5 + 6) + 4$

$\square = 5 + 10$

$\square = 15$

7 — Mamãe fêz uma salada de frutas com uma dúzia de bananas, 8 laranjas e 7 maçãs. Quantas foram as frutas empregadas na salada?

$\square = 12 + 8 + 7$

$\square = (12 + 8) + 7$ ou $12 + (8 + 7)$

$\square = 20 + 7$

$\square = 27$

8 — Uma doceira vendeu 15 cocadas, 5 bombas e 8 suspiros. Quantos doces vendeu a doceira?

$\square = 15 + 5 + 8$

$\square = (15 + 5) + 8$ ou $\square = 15 + (5 + 8)$

$\square = 20 + 8$

$\square = 28$

9 — Carlos comprou uma dúzia de bananas, meia dúzia de maçãs e uma dezena de mangas. Quantas frutas êle comprou?

$\square = 12 + 6 + 10$

$\square = (12 + 6) + 10$ ou $12 + (6 + 10)$

$\square = 18 + 10$

$\square = 28$

10 — Um quitandeiro possui, para vender, uma centena de figos, meia centena de laranjas e 3 dezenas de abacates. Quantas frutas possui o quitandeiro?

$\square = 100 + 50 + 30$

$\square = 100 + (50 + 30)$ ou $\square = (100 + 50) + 30$

$\square = 100 + 80$

$\square = 180$

11 — Comprei um par de sapatos por Cr\$ 32,00 e um par de meias por Cr\$ 3,00. Qual foi a minha despesa?

$\square = 32{,}00 + 3{,}00$ ou $32{,}00 + 3{,}00 = \square$

$\square = 35{,}00$

12 — Marcos comprou um sorvete por Cr\$ 0,30 e um doce por Cr\$ 0,60. Quanto êle gastou?

$\square = 0{,}30 + 0{,}60$ ou $0{,}30 + 0{,}60 = 0{,}90$

$\square = 0{,}90$

13 — Gastei Cr\$ 3,80 com um caderno e Cr\$ 8,00 com um livro. Calcule a minha despesa.

$\square = 3{,}80 + 8{,}00$ ou $3{,}80 + 8{,}00 = \square$

$\square = 11{,}80$

14 — Mamãe comprou dois vestidos; um por Cr\$ 45,00 e outro por Cr\$ 58,00. Quanto custaram os dois vestidos juntos?

$\square = 45{,}00 + 58{,}00$ ou $45{,}00 + 58{,}00 = \square$

$\square = 103{,}00$

15 — Uma senhora gastou, para fazer um vestido, Cr\$ 18,00 com o tecido, Cr\$ 25,00 com a costureira e Cr\$ 4,80 com zíper e botões. Em quanto ficou o vestido?

$\square = 18{,}00 + 25{,}00 + 4{,}80$

$\square = 47{,}80$

NOTA: Os problemas acima não devem ser dados todos de uma vez, ou em seguida, mas intercalados com os seguintes, conforme o desenvolvimento da classe. Êles aqui foram selecionados numa seqüência de dificuldade crescente na técnica da adição. A estrutura de todos êles é a mesma, pois encerram todos a idéia de reunir. As operações que puderem ser resolvidas mentalmente o serão. Aquelas cuja dificuldade exigir que a classe, ou parte da classe, faça o cálculo empregando a técnica operatória, nem por isso deixarão de ser expressas em sentenças matemáticas, como aparecem aqui. O cálculo será feito ao lado, ou em papel à parte, a critério do professor, apenas para que seja colocado o resultado. Mas, sòmente quando fôr absolutamente necessário, pois o cálculo mental é muito importante na vida prática e precisa ser cultivado.

Continuando a série, apresentaremos, a seguir, problemas que envolvem as três idéias da subtração.

16 — A galinha preta de vovó chocou 15 pintinhos. Morreram 4. Quantos ficaram?

Estrutura do problema:

pintinhos vivos + pintinhos mortos = 15 pintinhos

Sentença matemática:

$\square + 4 = 15$

$\square = 15 - 4$

$\square = 11$

NOTA: O problema encerra a idéia subtrativa que é a de resto, sobra. Esta idéia é a que melhor expressa o conceito de subtração como operação inversa da adição. Assim, a estrutura do problema é exatamente a da operação direta: os pintinhos vivos ($\square$) + os pintinhos mortos (4) perfazem o total dos pintinhos que nasceram (15). Logo, a sentença inicial, aquela que se fundamenta na estrutura, é de adição: $\square + 4 = 15$. Desfazendo a adição, pela sua inversa, encontramos o têrmo desconhecido. Há, porém, muitos alunos que, após alguns exercícios dêste tipo, escrevem logo a sentença resolutiva: $\square = 15 - 4$, equivalente à primeira. Se isto acontece é porque tais alunos já conseguiram passar diretamente da estrutura ou do enunciado do problema, para a segunda sentença, o que é muito bom; é sinal que estão caminhando mais ràpidamente na análise do problema e entendendo que, se a estrutura é de adição, para encontrar o resto, é só subtrair o têrmo conhecido do total. Como estamos observando a Matemática Moderna começa fazendo a criança passar por todos os passos (estrutura, sentença matemática, operação inversa) para encontrar o valor desconhecido. Porém, quando ela fôr capaz de fazer tudo isso mentalmente e chegar de forma rápida ao resultado final, não só devemos deixá-la que assim faça como devemos nos regozijar com o fato, sinal de que o raciocínio do aluno está evoluindo e é êsse o nosso objetivo.

17 — Com os 85 centavos que ganhei de mamãe, comprei um refrigerante por 35 centavos. Quanto me sobrou?

Estrutura do problema:

Sobra + dinheiro gasto = dinheiro ganho

Sentença matemática:

$\square + 35 = 85$

$\square = 85 - 35$

$\square = 50$

18 — De um cesto contendo 72 figos, foram retirados 21 por estarem impróprios ao consumo. Quantos figos puderam ser aproveitados?

$\square + 21 = 72$

$\square = 72 - 21$

$\square = 51$

19 — Dei 50 centavos para pagar um sorvete de 30 centavos. Qual foi o meu trôco? (É o mesmo que perguntar: "Quanto me sobrou?". Logo, a estrutura é a mesma e a idéia é a mesma, subtrativa.)

Estrutura do problema:

Trôco + despesa = dinheiro dado em pagamento

Sentença matemática:

$\square + 30 = 50$

$\square = 50 - 30$

$\square = 20$

20 — Comprei uma camisa por Cr$ 28,00 e dei em pagamento três notas de Cr$ 10,00. Qual foi o meu trôco?

$\square + 28{,}00 = 30{,}00$

$\square = 30{,}00 - 28{,}OO$

$\square = 2{,}00$

21 — Ganhei 40 centavos de papai e fiquei com 70 centavos. Quanto eu tinha antes de ganhar o dinheiro de papai?

A idéia do problema, agora, é a aditiva. A estrutura é de adição:
O que eu ganhei + o que eu tinha = o que eu tenho agora.
A sentença matemática é:

$40 + \square = 90$

$\square = 90 - 40$

$\square = 50$

22 — Tenho 8 anos e pretendo terminar o curso primário com 10 anos. Daqui a quantos anos receberei o meu diploma? (idéia aditiva.)

$8 + \square = 10$

$\square = 10 - 8$

$\square = 2$

23 — Se eu tivesse mais 28 centavos, completaria 50 centavos. Quanto eu tenho? (idéia aditiva.)

$28 + \square = 50$ ou $\square + 28 = 50$ (porque a adição é comutativa).

$\square = 50 - 28$

$\square = 22$

24 — Pensei em um número. Adicionei 12 a êsse número e encontrei a soma 38. Em que número pensei?

$\square + 12 = 38$

$\square = 38 - 12$

$\square = 26$

25 — Adicionei um certo número a 25 e obtive para soma, 60. Qual o número que adicionei a 25?

$25 + \square = 60$

$\square = 60 - 25$

$\square = 35$

26 — Gostaria de comprar um brinquedo que vi em uma loja da cidade. O brinquedo custa 22 cruzeiros e eu só tenho 18. Quanto me falta?

$18 + \square = 22$ ou $\square + 18 = 22$

$\square = 22 - 18$

$\square = 4$

27 — Uma empregada doméstica ganha 105 cruzeiros mensais e deseja passar a ganhar 150 cruzeiros por mês. De quanto é o aumento desejado pela empregada?

$105 + \square = 150$ ou $\square + 105 = 150$

$\square = 150 - 105$

$\square = 45$

28 — Um senhor devia Cr\$ 95,00 ao dono do armazém. Já pagou Cr\$ 48,00 no começo do mês. Quanto ainda falta pagar?

$48{,}00 + \square = 95{,}00$ ou $\square + 48{,}00 = 95{,}00$

$\square = 95{,}00 - 48{,}00$

$\square = 47{,}00$

29 — Se eu der 18 figurinhas a meus irmãozinhos, ainda ficarei com 12. Quantas figurinhas tenho?

Seguindo o enunciado do problema e representando por $\square$ o número de figurinhas que tenho (desconhecido), torna-se evidente a sentença matemática correspondente à sua estrutura:

Figurinhas que tenho - figurinhas que darei = figurinhas restantes.

$\square - 18 = 12$

$\square = 12 + 18$

$\square = 30$

30 — Se eu ganhar as 8 moedas que papai me prometeu, passarei a possuir uma coleção de 75 moedas. Quantas eu já tenho?

$\square + 8 = 75$

$\square = 75 - 8$

$\square = 67$

31 — O aluno mais velho de minha escola tem 14 anos e o mais nôvo tem 6 anos. Qual a diferença de idade dêsses dois alunos? (idéia comparativa.)

Como agora o problema pede que se compare duas idades e dê a sua diferença, a sentença matemática a ser formulada terá de empregar a subtração porque a operação cujo resultado nos dá a *diferença* é a subtração. Logo, a sentença será:

$\square = 14 - 6$ ou $14 - 6 = \square$

$\square = 8$

32 — Mamãe foi à feira com titia. Ela comprou duas dúzias de pêssegos para fazer um doce. Titia comprou 30 pêssegos. Quantos pêssegos titia comprou a mais que mamãe? (idéia comparativa.)

$\square = 30 - 24$ ou $30 - 24 = \square$

$\square = 6$

33 — Maria levou 45 minutos para fazer a prova de Português. Marta levou meia hora. Quantos minutos Maria gastou a mais para fazer a prova? (idéia comparativa.)

$\square = 45 - 30$ ou $45 - 30 = \square$

$\square = 15$

34 — Vovô tem 72 anos e vovó tem 69. Quantos anos vovó é mais nova que vovô? (idéia comparativa.)

$\square = 72 - 69$ ou $72 - 69 = \square$

$\square = 3$

35 — Comprei um livro de estórias infantis por Cr$ 8,50 e uma revista por Cr$ 1,20. Quanto o livro custou a mais que a revista? (idéia comparativa.)

$\square = 8{,}50 - 1{,}20$ ou $8{,}50 - 1{,}20 = \square$

$\square = 7{,}30$

36 — Carlos, após perder 8 figurinhas na brincadeira com seus amigos, ganhou 5 e terminou com 12 figurinhas. Quantas êle tinha ao iniciar o jôgo?

Como nos exemplos anteriores, baseados nas informações fornecidas pelos dados do problema, estabeleceremos a sentença matemática:

$(\square - 8) + 5 = 12$

Esta sentença evidencia, ao inteiro, tôda a estrutura do problema apresentado. Mostra-nos que foram realizadas duas operações e que devemos desfazê-las para descobrir o valor que procuramos. Iniciemos desfazendo a última operação efetuada, a adição:

$(\square - 8) = 12 - 5$

$(\square - 8) = 7$

Realizada a primeira parte, notamos que ainda falta uma operação para desfazer, a subtração:

$\square - 8 = 7$

$\square = 7 + 8$

$\square = 15$

Logo, Carlos iniciou a brincadeira com 15 figurinhas.

Verificação: $15 - 8 = 7$

$7 + 5 = 12$

Só resta formular a resposta.

37 — Rui tinha 9 bolinhas de gude. Ganhou 5 e perdeu 8. Com quantas êle ficou?

A simples leitura do problema põe em evidência a sua estrutura: foram praticadas duas ações, a ação de ganhar e a ação de perder. Logo, vamos ter uma sentença matemática com duas operações:

$\square = (9 + 6) - 8$

$\square = 15 - 8$

$\square = 7$

38 — Depois de ter ganho 12 figurinhas, Manuel perdeu 15 e ainda ficou com 9. Quantas figurinhas o Manuel tinha ao iniciar o jôgo?

O enunciado do problema não conta quantas figurinhas tinha o Manuel. Logo, chamaremos de □ o número inicial das figurinhas. Como êle ganhou 12, teremos: (□ + 12) como a primeira operação realizada e, por isso, enfeixada entre parênteses. A seguir, êle perdeu 15 e ficou com 9. Então, a sentença que mostra claramente tudo o que aconteceu é a seguinte:

(□ + 12) − 15 = 9
(□ + 12) = 9 + 15
(□ + 12) = 24
ou □ + 12 = 24 (não há mais necessidade dos parênteses)
□ = 24 − 12
□ = 12

Não devemos nos esquecer de mandar o aluno provar a resposta: (12 + 12) = 24; 24 − 15 = 9.

39 — Pensei em um número e adicionei-lhe 5 unidades. A seguir, tirei 8 unidades da soma e obtive o número 11. Em que número eu havia pensado?

A estrutura dêste problema é a mesma do problema anterior: a um número que o problema não conta qual é e que posso representar por □, adicionei 5. Logo, □ + 5, que ficará entre parênteses porque do resultado dessa operação, tirei 8, tendo realizado, para tal, uma segunda operação que não deve ser confundida com a primeira. A sentença completa é:

(□ + 5) − 8 = 11
(□ + 5) = 11 + 8
(□ + 5) = 19
ou: □ + 5 = 19
□ = 19 − 5
□ = 14

Verificar o resultado.

40 — Num viveiro havia 25 aves. Fugiram 3 e foram colocadas mais 8. Quantas aves tem agora o viveiro?

A sentença matemática é.

□ = (25 − 3) + 8 ou (25 − 3) + 8 = □
□ = 22 + 8
□ = 30

Êste problema é de estrutura mais simples que os dois anteriores porque já se conhece o número inicial de aves.

41 — No lago do quintal de minha casa estavam nadando 23 patinhos. Chegaram 5 e saíram 12. Quantos patinhos continuaram no lago?

□ = (23 + 5) − 12
□ = 28 − 12
□ = 16

42 — Mamãe comprou duas dúzias de bananas. Como havia 3 bananas muito maduras, mamãe as jogou no lixo. Comemos meia dúzia após o almôço. Quantas ainda restam?

□ = (24 − 3) − 6
□ = 21 − 6
□ = 15

As duas ações praticadas foram de retirar bananas daquelas que mamãe comprou. A sentença expressa acima evidencia êsse fato realizando duas subtrações. Entretanto, podemos levar a criança a perceber que se temos que retirar duas vêzes quantidades de um mesmo total, podemos reunir as duas partes que temos de retirar e retirá-las de uma só vez, assim:

□ = 24 − (3 + 6) porque retiramos 3 e depois mais 6.
□ = 24 − 9
□ = 15

Os dois processos são corretos. Entretanto, quando vamos retirar várias quantidades, o segundo é mais econômico porque reunimos tudo e retiramos de uma só vez.

43 — Olga viu uma boneca de 26 cruzeiros numa vitrina. Ela tinha 12 cruzeiros e ganhou 5 cruzeiros da vovó no dia de seus anos. Quanto ainda falta para Olga poder comprar a boneca?

O problema acima, além de envolver a idéia aditiva da subtração porque procura saber quanto falta para completar o valor da boneca, ainda precisa saber quanto Olga já tem porque ela tinha uma certa importância e ganhou outra. A sentença apresenta, portanto, duas operações e a sentença matemática é baseada no seguinte: dinheiro que Olga já tinha + dinheiro que ela ganhou da avó + dinheiro que falta = preço da boneca. Logo,

$(12 + 5) + \square = 26$
$17 + \square = 26$
$\square = 26 - 17$
$\square = 9$

O resultado deverá ser verificado.

44 — Mamãe comprou duas dúzias de laranjas e uma dúzia e meia de maçãs. Deu 10 dessas frutas a vovó. Com quantas frutas mamãe ficou?

$\square = (24 + 18) - 9$
$\square = 42 - 9$
$\square = 33$

45 — Meu primo Carlos tem uma pequena coleção de selos. Certo dia, êle deu 8 de seus selos a um amigo e ganhou do amigo 5 outros selos, ficando com 62. Quantos selos tinha meu primo antes de dar e receber tais selos?

$(\square - 8) + 5 = 62$
$(\square - 8) = 62 - 5$
$(\square - 8) = 57$

ou: $\square - 8 = 57$
$\square = 57 + 8$
$\square = 65$

46 — Comprei um rádio de pilhas por 150 cruzeiros. Dei 25 cruzeiros no dia da compra e 25 um mês depois. Quanto ainda devo?

$\square = 150 - (25 + 25)$
$\square = 150 - 50$
$\square = 100$

47 — Passar para o plural:

a { 1 livro ⟶ 15 cruzeiros.
4 livros ⟶ ... cruzeiros?

b { uma caixa ⟶ 32 limões
6 caixas ⟶ ... limões?

c { 1 saco de arroz ⟶ 60 quilos.
10 sacos de arroz ⟶ ... quilos?

d { 1 dúzia ⟶ 12 ovos.
7 dúzias ⟶ ... ovos?

48 — Passar para o singular:

a { 6 laranjas → 18 centavos.
1 laranja → ... centavos?

b { 5 dias → 30 cruzeiros.
1 dia → ... cruzeiros?

c { 4 caixas → 92 abacates.
1 caixa → ... abacates?

d { 6 metros de fita → 72 centavos.
1 metro de fita → ... centavos?

49 — Repartir em grupos iguais (uma das idéias da divisão):

a) Repartir 20 penas em 5 caixas.

$\square = 20 \div 5$ ou $20 \div 5 = \square$
$\square = 4$

b) Repartir 60 centavos entre 4 pobres.

$\square = 60 \div 4$ ou $60 \div 4 = \square$
$\square = 12$

c) Repartir uma peça de fazenda de 24 metros em 6 pedaços iguais.

$\square = 24 \div 6$ ou $24 \div 6 = \square$
$\square = 4$

50 — Quantos metros de pano de 5 cruzeiros o metro eu poderei comprar com 15 cruzeiros?

$\square \times 5 = 15$
$\square = 15 \div 5$
$\square = 3$

51 — Quantos cortes de vestido de 3 metros cada corte se obtém com uma peça de pano de 21 metros?

$\square \times 3 = 21$
$\square = 21 \div 3$
$\square = 7$

52 — Gasto 2 lápis por mês. Tenho uma dúzia de lápis. Para quantos meses dão os meus lápis?

$\square \times 2 = 12$
$\square = 12 \div 2$
$\square = 6$

53 — Um tonel contém 85 litros de vinho. Quantos garrafões de 5 litros cada um poderão ser enchidos com o vinho do tonel?

$\square \times 5 = 85$
$\square = 85 \div 5$
$\square = 17$

54 — Tenho 27 cruzeiros para comprar renda de 3 cruzeiros cada metro. Quantos metros poderei comprar?

$\square \times 3 = 27$
$\square = 27 \div 3$
$\square = 9$

55 — Um pirulito custa 30 centavos. Quanto custam 3 pirulitos? A sentença matemática é:

	1 pirulito	⟶	30 centavos (singular)
	3 pirulitos	⟶	3 × 30 centavos (plural)
ou:	3 pirulitos	⟶	90 centavos.

56 — Quatro abacates foram comprados por 80 centavos. A como foi pago cada abacate?

	4 abacates	⟶	80 centavos (plural)
	1 abacate	⟶	80 centavos ÷ 4 (singular)
ou:	1 abacate	⟶	20 centavos

57 — Um rapaz ganha 2 cruzeiros por hora e trabalha 8 horas por dia. Quanto êle ganha por dia?

	1 hora	⟶	2 cruzeiros (singular)
	8 horas	⟶	8 × 2 cruzeiros (plural)
ou:	1 dia	⟶	16 cruzeiros (singular)

58 — Papai ganha 3 cruzeiros por hora e trabalha 8 horas por dia. Quanto êle ganha por mês? (30 dias)

	1 hora	⟶	3 cruzeiros (singular)
	8 horas	⟶	8 × 3 cruzeiros (plural)
ou:	1 dia	⟶	24 cruzeiros (singular)
e	30 dias	⟶	30 × 24 cruzeiros (plural)
	1 mês	⟶	720 cruzeiros (singular)

59 — Se meia dúzia de pares de meias custam 12 cruzeiros, calcule o preço de 10 pares.

	6 pares ⟶	12 cruzeiros (plural)
	1 par ⟶	12 cruzeiros ÷ 6
ou:	1 par ⟶	2 cruzeiros (singular)
e	10 pares ⟶	10×2 cruzeiros
ou:	10 pares ⟶	20 cruzeiros (plural)

60 — Um operário que ganha 2 cruzeiros por hora de trabalho tem para receber 15 horas de uma semana e 18 horas de outra semana. Quanto tem êle para receber?

Se o aluno conseguir captar a estrutura do problema de uma forma global, melhor. Terá oportunidade de expressá-la em uma só sentença matemática:

$\square = 2 \times (15 + 18)$ ou $\square = (15 + 18) \times 2$

$\square = 2 \times 33$

$\square = 66$

NOTA: A sentença $\square = 2 \times (15 + 18)$ pode ainda ser resolvida pela propriedade distribuitiva de multiplicação, se a classe já a tiver dominado:

$\square = 2 \times (15 + 18)$

$\square = (2 \times 15) + (2 \times 18)$

$\square = 30 + 36$

$\square = 66$

Caso não seja possível levar a criança a perceber o todo, de uma só vez, poderemos ir por partes:

	1 hora ⟶	2 cruzeiros (singular)
	(15 horas + 18 horas) ⟶	$2 \times (15 + 18)$
	33 horas ⟶	2×33
ou:	33 horas ⟶	66 cruzeiros (plural)

61 — O dono de uma quitanda comprou 3 caixas com 100 laranjas cada uma e outra caixa com 120 laranjas. Quantas laranjas êle comprou?

$\square = (3 \times 100) + 120$

$\square = 300 + 120$

$\square = 420$

ou:

1 caixa ⟶	100 laranjas (singular)
3 caixas ⟶	3×100 laranjas
3 caixas ⟶	300 laranjas (plural)

$\square = 300 + 120$

$\square = 420$

Como vimos, a primeira sentença matemática envolve tôda a estrutura do problema em uma só. Podemos orientar as crianças e levá-las a esta percepção global da idéia do problema, apresentando a solução incompleta para que elas continuem. É o ensino dirigido, que apresentamos em nossos "Exercícios de Matemática Moderna" para as quatro séries da Escola Primária. Assim:

O problema é apresentado, por escrito, à criança, para que ela possa lê-lo quantas vêzes julgar necessário.

Abaixo, a sentença matemática será escrita de forma incompleta e sugerindo o caminho a ser seguido.

$\square = (\ldots\ldots \times \ldots\ldots) + \ldots\ldots$

$\square = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$\square = \ldots\ldots\ldots$

62 — Emília leu, esta semana, três livrinhos de estórias de 76 páginas cada um e uma revista de 72 páginas. Quantas páginas Emília leu durante a semana?

$\square = (3 \times 76) + 72$

$\square = 228 + 72$

$\square = 300$

ou:	1 livro ⟶	76 páginas (singular)
	3 livros ⟶	3×76 páginas
	3 livros ⟶	228 páginas (plural)

$\square = 228 + 72$

$\square = 300$

63 — Um pescador trouxe à cidade para vender o fruto de sua pesca noturna: 18 bagres, 23 mandis, 7 cascudos e 3 dourados. Conseguiu vender 45 peixes. Quantos êle deixou de vender?

$\square = (18 + 23 + 7 + 3) - 45$
$\square = 51 - 45$
$\square = 6$

64 — Papai deu à mamãe 150 cruzeiros. Com êsse dinheiro, ela pagou umas contas no total de 108 cruzeiros. Com o resto, comprou 6 metros de pano para fazer lençóis. A como ela pagou cada metro?

$\square = (150 - 108) \div 6$
$\square = 42 \div 6$
$\square = 7$

65 — José colheu 8 dúzias de melões e os acondicionou em 6 caixas para presentear uns amigos. Quantos melões êle deu a cada amigo?

$\square = (8 \times 12) \div 6$
$\square = 96 \div 6$
$\square = 16$

66 — O senhor Joaquim comprou para a sua quitanda 8 dúzias e meia de abacates. Quantos abacates êle comprou?

$\square = (8 \times 12) + 6$
$\square = 96 + 6$
$\square = 102$

67 — Um avicultor colheu, certa tarde, 10 dúzias e 8 ovos. Quantos ovos êle recolheu essa tarde?

$\square = (10 \times 12) + 8$
$\square = 120 + 8$
$\square = 128$

68 — Problemas incompletos:

a	preço de compra	18 cruzeiros
	preço de venda	23 cruzeiros
	lucro	□ cruzeiros

O preço de compra mais o lucro é o preço de venda. Logo, a sentença matemática é:

$18 + \square = 23$
$\square = 23 - 18$
$\square = 5$

b	preço de compra	20 cruzeiros
	lucro	5 cruzeiros
	preço de venda	□ cruzeiros

Partindo do mesmo conceito, preço de compra mais o lucro é o preço de venda, teremos:

$20 + 5 = \square$
ou: $\square = 20 + 5$
$\square = 25$

c	preço de venda	47 cruzeiros
	lucro	□ cruzeiros
	preço de compra	35 cruzeiros

$35 + \square = 47$
$\square = 47 - 35$
$\square = 12$

d	preço de compra	28 cruzeiros
	prejuízo	3 cruzeiros
	preço de venda	□ cruzeiros

Conceituando agora o preço de venda no caso de prejuízo, isto é, preço de compra menos o prejuízo é o preço de venda, teremos:

$28 - 3 = \square$
ou: $\square = 28 - 3$
$\square = 25$

e
preço de venda .... 38 cruzeiros
prejuízo .... 5 cruzeiros
preço de compra .... $\square$ cruzeiros

$$\square - 5 = 38$$
$$\text{ou: } \square = 38 + 5$$
$$\square = 43$$

f
preço de compra .... 30 cruzeiros
preço de venda .... 25 cruzeiros
prejuízo .... $\square$ cruzeiros

$$30 - \square = 25$$
$$\text{ou: } 25 + \square = 30$$
$$\square = 30 - 25$$
$$\square = 5$$

É preciso ter cuidado para achar o valor desconhecido nesta sentença que expressa uma subtração com subtraendo por determinar. Como a subtração não é comutativa, não se faz uma adição para determinar o seu segundo têrmo (subtraendo), mas outra subtração.

Para facilitar o trabalho da criança que não deve saber a priori a regra, mas descobrí-la, poderemos mandá-la relacionar a sentença de subtração com sua correspondente de adição para depois procurar o valor desconhecido partindo da adição. Assim:

$$30 - \square = 25 \Longleftrightarrow 25 + \square = 30$$

E, partindo da sentença equivalente à primeira, resolver o problema, como fizemos acima e repetiremos abaixo:

$$25 + \square = 30$$
$$\square = 30 - 25$$
$$\square = 5$$

69 — Problemas formulados pelos alunos são também empregados com êxito nesta introdução ao desenvolvimento do raciocínio.

70 — Problemas de situação real: a despesa com o material escolar, o trôco recebido, uma ida à cidade para fazer compras, um passeio, uma festinha de aniversário, etc.

71 — Mamãe comprou fita por 35 centavos e colchêtes por 28 centavos. Deu em pagamento 70 centavos. Que trôco recebeu?

As crianças, que já têm bem formada a idéia de que para achar o trôco devemos tirar tôda a despesa da importância dada para pagamento, farão assim:

$$\square = 70 - (35 + 28)$$
$$\square = 70 - 63$$
$$\square = 7$$

Há crianças, porém, que preferem empregar a sentença direta para essa estrutura e pensam da seguinte maneira: o dinheiro gasto com a fita + o dinheiro gasto com os colchêtes + o trôco = dinheiro dado para o pagamento. Pensando assim, a sentença será:

$$(35 + 28) + \square = 70$$
$$63 + \square = 70$$
$$\square = 70 - 63$$
$$\square = 7$$

As duas formas são corretas e baseiam-se extamente na estrutura do problema. A diferença está em que uns pensam de maneira direta e empregam a operação direta (adição) na sentença e outros formulam a sentença na ordem inversa e empregam, neste caso, a subtração.

72 — No aniversário de Nenê, mamãe fêz 2 centenas de cocadas, 8 dezenas de queijadinhas, uma dúzia de bombocados e 45 suspiros. Terminada a festa, havia ainda 58 doces. Quantos doces comeram?

$$(200 + 80 + 12 + 45) - \square = 58$$
$$337 - \square = 58$$
$$337 - \square = 58 \Longleftrightarrow 58 + \square = 337$$
$$58 + \square = 337$$
$$\square = 337 - 58$$
$$\square = 279$$

73 — Problemas para a criança inventar aplicando uma dada sentença matemática. Por exemplo:

Invente um problema para cada sentença matemática e resolva-os:

a) $\square = 28 \div 7$

b) $\square = 30 - (12 + 5)$

c) $\square = (2 \times 8) + 12$

RESPOSTAS ÀS QUESTÕES APRESENTADAS NESTE VOLUME

EXERCÍCIOS 7 — 8

1 — *a*) É; porque quando dividido por 2 o resto é zero;
b) Não; porque quando dividido por 2 o resto é um;
c) 2; *d*) 1.

2 — *a*) ímpares; *b*) pares; *c*) par.

3 — *a*) par; *b*) par; *c*) ímpar.

4 — *a*) {0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18}
b) {13, 15, 17, 19, 21, 23}
c) {102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124}

5 — *a*, *b*, *c*, *d*) muitas respostas; *e*) 11.

EXERCÍCIOS 8 — 10

1 — *a*) janeiro; *b*) segundo; *c*) terceiro; *d*) quarto e quinto.

2 — *a*) domingo; *b*) segundo; *c*) terceiro dia da semana; *d*) quarta-feira e quinta-feira; *e*) sexto e sétimo.

3 — quarto, sexto, oitavo, décimo, décimo segundo, décimo quarto, décimo sexto, décimo oitavo e vigésimo.

4 — *a*) décimo primeiro; *b*) décimo terceiro; *c*) décimo quinto, *d*) décimo sétimo; *e*) décimo nono.

5 — *a*) quarto; *b*) sétimo; *c*) décimo sexto; *d*) décimo segundo; *e*) décimo oitavo; *f*) décimo nono.

6 — *a*) segundo; *b*) quinto; *c*) sétimo; *d*) décimo primeiro; *e*) décimo sexto; *f*) décimo nono.

EXERCÍCIOS 9 — 18

1 — 1 dúzia e 8.
2 — 2 dúzias e 4.
3 — 1 dúzia e 9.
4 — 2 dúzia e 6 ou 2 dúzias e meia.
5 — 2 dúzias e 3.
6 — 3 meias dúzias.
7 — 5 meias dúzias.
8 — 4 meias dúzias e 4.
9 — 9.
10 — 36.
11 — 24.
12 — 18.
13 — 30.

EXERCÍCIOS 10 — 21

1 — *b, d, f, g*.
2 — Resolvidas.
3 — *a*) $7 - 2 = 5$; *b*) $6 > 3$; *c*) $4 + 5 = 9$; *d*) $7 \neq 6$; *e*) $2 < 4$.
4 — *a*) Seis mais quatro é igual a dez.
b) Nove menos três são seis (ou é igual a seis).
c) Seis é maior que quatro.
d) Cinco é menor que oito.
e) Oito é diferente de nove.
5 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F.
6 — *a*) 6; *b*) 2; *c*) 5; *d*) 9; *e*) 4; *f*) 3; *g*) 3; *h*) 5; *i*) 4; *j*) 8.
7 — *a*) $>$; *b*) $<$; *c*) $=$; *d*) $=$; *e*) $=$; *f*) $=$; *g*) $<$; *h*) $>$; *i*) $<$

EXERCÍCIOS 11 — 37

1 — 45.
2 — Adição; soma.
3 — 48.
4 — 25.
5 — Subtração; diferença; minuendo; subtraendo.

EXERCÍCIOS 12 — 49 *C*

1 — 40.
2 — 80.
3 — 300.
4 — 600.
5 — 90.
6 — 800.

EXERCÍCIOS 13 — 49 *C*

1 — 720.
2 — 120.
3 — 450.
4 — 560.
5 — 360.

EXERCÍCIOS 14 — 49 *D*

1 — 1.000.
2 — 900.
3 — 800.
4 — 600.
5 — 800.

EXERCÍCIOS 15 — 61

1 — *a*) maior que 6 e menor que 7.
b) maior que 4 e menor que 5.
c) o quociente é maior que 4 e menor que 5.
d) o quociente é maior que 4 e menor que 5.

2 — *a*) $3 \times 4 + 1$.
b) $6 \times 3 + 0$ (divisão exata).
c) $3 \times 5 + 1$.
d) $6 \times 3 + 2$.

3 — *a*) 4; resto 4; *b*) 5; resto 2; *c*) 9; resto 0; *d*) 8; resto 3.

4 — 7; 2.

5 — *a*) 34; resto 4; *b*) 39; *c*) 127; *d*) 54.

6 — *a*) $34 \times 7 + 4 = 242$; *b*) $39 \times 4 = 156$; *c*) $127 \times 5 = 635$; *d*) $54 \times 8 = 432$

EXERCÍCIOS 16

1 — $5 + 4 = 9$ e $4 + 5 = 9$; $6 + 2 = 8$ e $2 + 6 = 8$; $7 + 3 = 10$ e $3 + 7 = 10$; $4 + 6 = 10$ e $6 + 4 = 10$; $2 + 7 = 9$ e $7 + 2 = 9$.

2 — Verdadeiras, tôdas.

3 — *a*) resolvida; *b*) $3 + 8 = 8 + 3$; *c*) $6 + 8 = 8 + 6$; *d*) $20 + 30 = 30 + 20$.

4 — *a*) 9; *b*) 8; *c*) 3; *d*) $4 + 7$; *e*) 1; *f*) $2 + 22$; *g*) $3 + 23$; *h*) $5 + 35$; *i*) $3 + 32$; j) $1 + 19$; *l*) $3 + 26$; *m*) $1 + 39$.

5 — *a*) $6 + 15$); *b*) $8 + 9 = 9 + 8$; *c*) $11 + 12 = 23$ e $12 + 11 = 11 + 12$.

EXERCÍCIOS 17

1 — 5×4

2 — *a*) 14; *b*) 4; *c*) =; *d*) 15; *e*) 15; *f*) =; *g*) 18; *h*) 18; *i*) =;

3 — *a*) 24; 24; *b*) 40; 40; *c*) 30; 30.

4 — $5 \times 7 = 7 \times 5$.

5 — $= 4 \times 15$.

6 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F; f) V.

7 — Gastamos a mesma quantia porque $5 \times 30 = 30 \times 5$.

8 — O mesmo número porque $5 \times 12 = 12 \times 5$.

9 — *a*) $2 \times 4 \times 3$ ou $2 \times 3 \times 4$; $4 \times 2 \times 3$ ou $4 \times 3 \times 2$.
b) $5 \times 8 \times 2$ ou $5 \times 2 \times 8$; $2 \times 5 \times 8$ ou $2 \times 8 \times 5$.
c) $3 \times 6 \times 4$ ou $3 \times 4 \times 6$; $6 \times 3 \times 4$ ou $6 \times 4 \times 3$.
d) $5 \times 4 \times 20$ ou $5 \times 20 \times 4$; $4 \times 5 \times 20$ ou $4 \times 20 \times 5$.

10 — Em 4×9.

11 — Em 5×8.

12 — *a*) 6; *b*) 6; *c*) 2; *d*) 7; *e*) 9 e 8; *f*) 9×6; *g*) 4×15.

13 — 276; 375; 396; 585.

EXERCÍCIOS 18

1 — *a*) (limão, açúcar); *b*) (sal, alho) e vinagre ou sal e (alho, vinagre); *c*) (pão, presunto) e queijo ou pão e (presunto, queijo).

2 — associativa

3 — *a*) $3 + (8 + 2)$; *b*) $(5 + 5) + 9$ ou $5 + (5 + 9)$; *c*) $(6 + 7) + 3$ ou $6 + (7 + 3)$

4 — associativa

5 — *a*) $3 + (9 + 5)$; *b*) $(8 + 7) + 5$; *c*) $9 + (5 + 7)$; *d*) $(6 + 5) + 8$; *e*) $10 + (8 + 2)$

6 — *a*) $5 + (7 + 3) = 5 + 10 = 15$
b) $(8 + 2) + 9 = 10 + 9 = 19$
c) $(6 + 4) + 8 = 10 + 8 = 18$
d) $(12 + 8) + 9 = 20 + 9 = 29$
e) $5 + (7 + 13) = 5 + 20 = 25$

EXERCÍCIOS 19

1 — *a*) $(3 \times 2) \times 5 = 6 \times 5 = 30$ ou $3 \times (2 \times 5) = 3 \times 10 = 30$
b) $(5 \times 2) \times 4 = 10 \times 4 = 40$ ou $5 \times (2 \times 4) = 5 \times 8 = 40$
c) $(4 \times 5) \times 3 = 20 \times 3 = 60$ ou $4 \times (5 \times 3) = 4 \times 15 = 60$

2 — *a*) $(2 \times 5) \times 4 = 10 \times 4 = 40$.
b) $3 \times (2 \times 5) = 3 \times 10 = 30$.
c) $5 \times (5 \times 2) = 5 \times 10 = 50$.
d) $(5 \times 2) \times 6 = 10 \times 6 = 60$.

3 — *a*) 24; 24; *b*) $(2 \times 5) \times 4 = 10 \times 4 = 40$ ou $2 \times (5 \times 4) = 2 \times 20 = 40$;
c) $(5 \times 2) \times 7 = 10 \times 7 = 70$ ou $5 \times (2 \times 7) = 5 \times 14 = 70$.

4 — *a)* $8 \times 3 = 24$; *b)* $5 \times 18 = 90$; *c)* $8 \times 10 = 80$; *d)* $20 \times 3 = 60$.

5 — *a)* $6 \times (5 \times 2) = 5 \times 10 = 60$.
b) $(5 \times 2) \times 8 = 10 \times 8 = 80$.
c) $9 \times (5 \times 2) = 9 \times 10 = 90$.
d) $(2 \times 5) \times 7 = 10 \times 7 = 70$.

6 — *a)* $(4 \times 5) \times 5 = 4 \times (5 \times 5)$;
b) $3 \times (8 \times 5) = (3 \times 8) \times 5$.

EXERCÍCIOS 20

1 — *a)* triplo; *b)* um têrço; *c)* 6; *d)* triplo; *e)* metade; *f)* 2; *g)* 3; *h)* 6; *i)* 6.

2 — *a)* (1; 2); $\frac{1}{2}$; *b)* (2; 4); $\frac{2}{4}$; *c)* (4; 8); $\frac{4}{8}$; *d)* (3;6); $\frac{3}{6}$.

3 — *a)* $>$; *b)* $>$; *c)* $<$; *d)* $=$; *e)* $=$; *f)* $<$.

EXERCÍCIOS 21

1 — *a)* número; *b)* 3; *c)* $\frac{1}{2}$; *d)* $\frac{2}{3}$; *e)* $1 \div 4$; *f)* $\frac{3}{5}$.

2 — *a)* $\frac{1}{3}$; *b)* $1 \div 5$; *c)* $\frac{2}{3}$.

3 — *a)* 3; metade; *b)* dôbro; 5; metade; 10; *c)* metade; 8; dôbro; 4; *d)* a metade de 12 ; o dôbro de 6.

4 — *a)* 3; 6; *b)* 4; 8; *c)* 6; 12; *d)* dividir; 2; *e)* multiplicar; 2.

5 — *a)* parte; 8; 4; *b)* quádruplo; quarta parte; 12; *c)* 2; 8; *d)* 3; quádruplo; *e)* quarta parte; 16; quádruplo; 4; *f)* quádruplo; 5; quarta parte; 20; *g)* 4; 16; *h)* 5; 20; *i)* dividir; 4; *j)* multiplicar; 4.

6 — *a)* parte; 2; *b)* 8; 3; oitava; *c)* 2; 16; *d)* 3; 24; *e)* dividir; 8; *f)* multiplicar; 8.

7 — *a)* 18; *b)* 12; *c)* 26; *d)* 24; *e)* 9; *f)* 15.

8 — *a)* 96; *b)* 64; *c)* 120.

EXERCÍCIOS 22

1 — 12.
2 — 8.
3 — 5.
4 — 8 e 24.
5 — 105.

EXERCÍCIOS 23

1 — Márcio.
2 — *a)* 4; *b)* 2; *c)* dôbro.
3 — 4.
4 — 2.
5 — *a)* 4; *b)* 6; *c)* $\overline{CD}$; *d)* $\overline{AB}$, $\overline{EF}$ e $\overline{GH}$; *e)* 4; *f)* 3; *g)* $\overline{AB}$; *h)* GH; *i)* $\overline{CD}$.
6 — *a)* 2; *b)* 3; *c)* 3; *d)* $\overline{AB}$; *e)* $\overline{BC}$; *f)* 8.

EXERCÍCIOS 24

1 — *a)* 2; *b)* metade; *c)* um metro; *d)* 4; *e)* 4; *f)* 2.
2 — *a)* 6; *b)* 3; *c)* 60; *d)* 120; *e)* 288.
3 — 2.
4 — *a)* 100; *b)* 50; *c)* 25; *d)* 200.
5 — *a)* F; *b)* V; *c)* V; *d)* V; *e)* F.
6 — maior.
7 — *a)* 1 quilograma e $\frac{1}{2}$ quilograma; *b)* 1 e 2 quilogramas; *c)* $\frac{1}{2}$ quilograma.
8 — *a)* 5; *b)* 15; *c)* 5; *d)* 2 cruzeiros e 50 centavos.
9 — $\frac{3}{4}$ de quilo ou 750 gramas.

10 — $\frac{1}{4}$ de quilo.

11 — 3.

12 — *a*) 2; *b*) 8; *c*) 8.

EXERCÍCIOS 25

1 — 4; 2.
2 — 52; 1.
3 — 30.
4 — 2; 4.
5 — conforme o caso.
6 — 175 cruzeiros; 375 cruzeiros.
7 — 90 cruzeiros.
8 — 15 cruzeiros.
9 — 6 semanas e 3 dias.
10 — 480 cruzeiros.
11 — *a*) 8 horas e 15 minutos; *b*) 2 horas da tarde; *c*) 3 horas; *d*) 4 horas e meia.
12 — Desnecessária.
13 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F; *f*) V.
14 — 11 horas e meia.
15 — Segundo-feira, . . ., até sábado.
16 — {domingo, segunda, . . ., sábado}.
17 — {janeiro, fevereiro, . . . , dezembro}.
18 — {segunda-feira, sexta-feira, sábado}.
19 — {domingo}.
20 — {abril, junho, setembro, novembro}.
21 — {ianeiro, março, maio, junlo, agôsto, outubro, dezembro}.
22 — {janeiro, junho, julho}.
23 — {abril. agôsto}.
24 — { }.
25 — {novembro}.

EXERCÍCIOS 26

1 — *a*) 8,00; *b*) 3,00; *c*) 10,00; *d*) Cr$ 12,00; *e*) Cr$ 100,00.
2 — *a*) cruzeiros; *b*) um cruzeiro; *c*) nove cruzeiros; *d*) vinte cruzeiros; *e*) cinqüenta cruzeiros.
3 — *a* e *b*) resolvidos; *c*) 40; *d*) 0,50; *e*) Cr$ 0,68; *f*) Cr$ 0,15; *g*) Cr$ 0,42; *h*) Cr$ 0,06.
4 — *a*) V; *b*) V; *c*) F; *d*) F; *e*) F; *f*) V.
5 — *a*) Cr$ 20,00; *b*) Cr$ 4,00; *c*) Cr$ 4,00; *d*) Cr$ 10,00; *e*) Cr$ 5,00; *f*) Cr$ 24,00; *g*) Cr$ 5,00; *h*) Cr$ 1,00.
6 — *a*) resolvido; *b*) 15,50; *c*) Cr$ 18,30; *d*) Cr$ 11,09; *e*) Cr$ 108,80; *f*) Cr$ 235,10.

EXERCÍCIOS 27

1 — *a* e *b*) desnecessárias; *c*) 3.
2 — *a*) >; *b*) <; *c*) <; *d*) >; *e*) >; *f*) <; *g*) =; *h*) =; *i*) =.

EXERCÍCIOS 28

1 — *a*) V; *b*) F; *c*) V; *d*) V; *e*) F; *f*) V; *g*) V; *h*) V.
2 a 6 — Desnecessárias.
7 — Sim; também; sim.

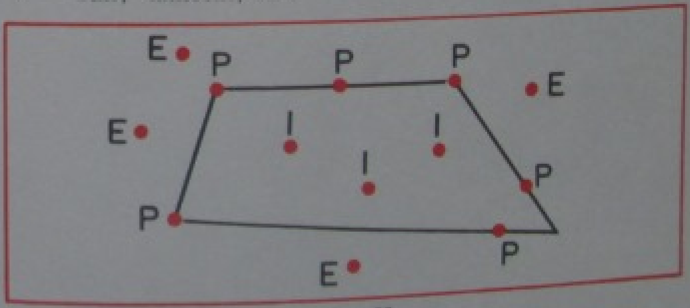


FIG. 88

Vol. 2

ÍNDICE

V — MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMERSO MAIORES QUE DEZ

VI — PROPRIEDADES DA ADIÇÃO E DA MULTIPLICAÇÃO

VII — NÚMEROS FRACIONÁRIOS

VIII — MEDIDAS

IX — CURVAS E POLÍGONOS

X — APÊNDICE

LISA-MATEMÁTICA NA ESCOLA ELEMENTAR

2

510.7
T583l
GH00247