



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO TECNOLÓGICO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

## **ESTUDO DA CONTINUIDADE DE LAJES DE NERVURAS PRÉ- FABRICADAS**

THAISE FERNANDES MACHADO

ORIENTADOR: DANIEL DOMINGUES LORIGGIO, DR.

FLORIANÓPOLIS  
2015  
THAISE FERNANDES MACHADO

Thaise Fernandes Machado

## **ESTUDO DA CONTINUIDADE DE LAJES DE NERVURAS PRÉ-FABRICADAS**

Trabalho de Conclusão apresentado ao Curso de Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr

Florianópolis

2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Machado, Thaise Fernandes

Estudo da Continuidade de lajes de nervuras pré  
fabricadas / Thaise Fernandes Machado ; orientador, Daniel  
Domingues Loriggio - Florianópolis, SC, 2015.  
102 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -  
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico.  
Graduação em Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. lajes de nervuras pré  
fabricadas. 3. vigotas treliçadas. 4. continuidade. I.  
Loriggio, Daniel Domingues. II. Universidade Federal de  
Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

THAISE FERNANDES MACHADO

## ESTUDO DA CONTINUIDADE DE LAJES DE NERVURAS PRÉ-FABRICADAS

Este trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do título de "Bacharel em Engenharia Civil", e aprovado na sua forma final pelo curso de graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 27 de novembro de 2015.

Prof. Luiz Alberto Gomez, Dr.  
Coordenador do Curso de Engenharia Civil da UFSC

Banca Examinadora:



---

Daniel Domingues Loriggio, Dr.

(orientador)

Departamento de Engenharia Civil, UFSC.

Professor: Narbal A. Marcellino, Dr.  
Departamento de Engenharia Civil, UFSC.

Engenheiro: Carlos Menegazzo Araújo, Dr.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Daniel D. Loriggio, pela orientação e grande ajuda na realização deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil e à UFSC, por seus ensinamentos.

Aos meus amigos do curso de Engenharia Civil, pela ajuda, companheirismo e convivência neste tempo na universidade.

Ao meu namorado Felipe, pelo apoio e otimismo incansável.

E finalmente aos meus pais, por tudo que sempre fizeram e fazem por mim. Sem eles nada disso seria possível.

## RESUMO

Neste trabalho foi avaliada a continuidade em lajes pré-fabricadas unidirecionais com vigotas treliçadas com o objetivo de fornecer contribuições para a análise estrutural das mesmas, uma vez que muitas vezes são dimensionadas como biapoiadas pelos engenheiros projetistas. Avaliou-se o efeito desta continuidade tanto no dimensionamento ao estado último, como de serviço, além do estudo de alternativas que solucionem as dificuldades encontradas no dimensionamento. Para fins de cálculo, aproxima-se o esquema estrutural destas lajes como vigas contínuas com seção transversal duplo T. Em razão das dimensões de sua seção transversal, constatou-se que os momentos negativos nos apoios centrais são, frequentemente, superiores à capacidade resistente da estrutura nesta região. Assim, em lajes contínuas, nem sempre é possível obter uma área de concreto comprimida suficiente para resistir ao momento negativo decorrente do cálculo elástico, ocorrendo plastificação do concreto nestes apoios. Para consideração da plastificação junto aos apoios, foi realizada também uma análise com redistribuição de esforços. Assim, foram propostos casos de vigas contínuas com tramos simétricos a fim de comparar os esforços solicitantes encontrados e seu comportamento, entre modelos de análise estrutural diferentes. Nos casos em que a seção não resiste ao esforço máximo, deve-se adotar a opção mais adequada para cada caso. Neste estudo, foram avaliados como solução a criação de um trecho maciço junto aos apoios, a redistribuição de esforços e armadura dupla para viabilizar o dimensionamento.

Palavras chave: lajes de nervuras pré-fabricadas, vigotas treliçadas, continuidade, redistribuição de esforços.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Vigota com armadura treliçada .....	18
Figura 2 - Bloco cerâmico .....	18
Figura 3 - Laje unidirecional com vigota treliçada .....	19
Figura 4 - Largura da mesa colaborante .....	22
Figura 5 - Seção transversal da laje e o modelo adotado .....	24
Figura 6 - Região maciça em apoio central.....	25
Figura 7 – Esquema estrutural de laje unidirecional contínua.....	28
Figura 8 - Capacidade de rotação .....	29
Figura 9 - Dimensionamento de seção T .....	33
Figura 10 - Armadura dupla.....	36
Figura 11 - Taxa de armadura mínima de flexão.....	37
Figura 12 - Seção duplo T no Estádio II .....	44
Figura 13 - Ponderação de rigidezes .....	46
Figura 14 - Seções transversais de estudo .....	52
Figura 15 - Esquema para cálculo do momento negativo resistido pela nervura .....	53
Tabela 16 - Consideração da variabilidade de ações em projeto - ELU.....	59
Tabela 17- Fatores de redução de combinação para a consideração da simultaneidade das ações - ELU e ELS .....	59
Figura 18 - Caso 1.....	60
Figura 19 - Caso 2.....	60
Figura 20 - Caso 3.....	60
Figura 21 - Caso 4.....	61
Figura 22 - Armadura complementar de compressão .....	62
Figura 23 - Carregamentos ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	63
Figura 24 - Detalhamento - modelo biapoiado – caso 1.....	65
Figura 25 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	66
Figura 26 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	67
Figura 27 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	67
Figura 28 – Diagrama de momento fletor decalado .....	68
Figura 29 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	70
Figura 30 - Carregamentos do ELU e diagrama dos momentos fletores .....	70
Figura 31 - Esquema estrutural da laje com região maciça próxima ao apoio central .....	71
Figura 32 - Corte B-B .....	71
Figura 33 - Corte C-C .....	72
Figura 34 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	72
Figura 35 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores .....	73
Figura 36 - Diagrama dos momentos Fletores .....	74
Figura 37 – Detalhamento –modelo biapoiado – caso 3 .....	74
Figura 38 - Diagrama dos Momentos Fletores .....	75
Figura 39 - Diagrama dos Momentos Fletores .....	76

Figura 40 - Diagrama dos Momentos Fletores .....	76
Figura 41 - Diagrama dos Momentos Fletores .....	78
Figura 42 - Diagrama dos Momentos Fletores .....	78
Figura 43 - Diagrama de força cortante.....	81
Figura 44 - Diagrama de força cortante.....	82
Figura 45 - Diagrama de força cortante.....	83
Figura 46 - Área de envolvimento das barras.....	84
Figura 47 - Caso 1.....	89
Figura 48 - Caso 2.....	90
Figura 49 - Caso 3.....	91
Figura 50 - Caso 4.....	92



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Capa mínima exigida para alturas totais .....	20
Tabela 2 - Intereixos mínimos .....	20
Tabela 3 - Altura total da laje.....	23
Tabela 4 - Área mínima de armadura de distribuição.....	23
Tabela 5 - Aço para vigotas treliçadas .....	23
Tabela 6 - Relação entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal	24
Tabela 7 - Abertura admissível de fissuras .....	48
Tabela 8 - Propriedades das seções transversais.....	53
Tabela 9 – Dimensionamento à flexão para momentos negativos .....	54
Tabela 10 - Verificação ao cisalhamento .....	56
Tabela 11 - Verificação da fissuração .....	57
Tabela 12 - Carregamentos no ELU.....	60
Tabela 13 - Consumo de aço - armaduras positivas – Caso 1 .....	68
Tabela 14 - Comprimento das armaduras negativas - Caso 1 .....	69
Tabela 15 - Caso 1 .....	69
Tabela 16 - Caso 2.....	73
Tabela 17 - Caso 3.....	77
Tabela 18 - Caso 4.....	79
Tabela 19 - Caso 1 - cisalhamento.....	80
Tabela 20 - Caso 2 - cisalhamento.....	80
Tabela 21 - Caso 3 - cisalhamento.....	81
Tabela 22 - Caso 4 - cisalhamento.....	82
Tabela 23 - Caso 1 – Fissuração .....	85
Tabela 24- Caso 2 – Fissuração .....	86
Tabela 25 - Caso 3 – Fissuração .....	87
Tabela 26 - Caso 4 - Fissuração .....	87
Tabela 27 - Caso 1 -Inércias .....	88
Tabela 28 - Caso 2 - Inércias .....	89
Tabela 29 - Caso 3 –Inércias .....	90
Tabela 30 - Caso 4 - Inércias .....	92

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT- Associação Brasileira de Normas técnicas

$a_l$  – comprimento de decalagem

$A_s$  – área de aço longitudinal

$M_{sd}$  – momento fletor solicitante de cálculo

$V_{sd}$  - força cortante solicitante de cálculo

$\epsilon_{cu}$  – deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

ELS - estado limite de serviço

ELU – estado limite último

$\epsilon_{yd}$  – deformação de início de escoamento

$f_{yd}$  – resistência ao escoamento do aço de armadura passiva de cálculo

$L_{b,min}$  – comprimento de ancoragem mínimo

$L_{b,nec}$  – comprimento de ancoragem necessário

LN – Linha neutra

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
1.1	OBJETIVOS.....	15
1.2	JUSTIFICATIVA.....	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1	LAJES NERVURADAS.....	16
2.2	LAJES DE NERVURAS PRÉ-FABRICADAS COM ARMAÇÃO TRELICADA 16	
2.2.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	16
2.2.2	MATERIAIS.....	17
2.2.3	Prescrições normativas.....	20
2.3	Comportamento Estrutural e continuidade.....	24
2.4	ANÁLISE LINEAR COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS.....	27
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	31
4	DIMENSIONAMENTO.....	32
4.1	Estado Limite Último.....	32
4.1.1	Flexão Simples com seção T.....	32
4.1.1.1	Momento resistente da seção transversal.....	37
4.1.1.2	Momento resistente limite da seção transversal.....	38
4.1.2	Particularidades do detalhamento.....	39
4.1.2.1	Espaçamento longitudinal.....	39
4.1.2.2	Ancoragem nos apoios.....	39
4.1.3	Força Cortante.....	41
4.2	Estado Limite de Serviço.....	42
4.2.1	Estado Limite de formação de fissuras (ELS – W).....	42
4.2.2	Propriedades da seção.....	43
4.2.2.1	Estádio I.....	43
4.2.2.2	Estádio II.....	43
4.2.2.3	Inércia de Branson.....	45
4.2.3	Estado Limite de Deformações excessivas (ELS- DEF).....	46
4.2.3.1	Flecha imediata.....	47
4.2.3.2	Flecha diferida.....	47

4.2.3.3	Flecha total.....	47
4.2.4	Estado Limite de abertura de fissuras (ELS-W).....	48
5	DESENVOLVIMENTO DE PLANILHAS PARA ESTUDO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS.....	51
5.1	Análise das seções transversais.....	51
5.1.1	Largura colaborante.....	51
5.1.2	Momento resistente limite.....	52
5.2	Dimensionamento de planilha para verificação à flexão.....	54
5.3	Dimensionamento de planilha para verificação ao cisalhamento.....	56
5.4	Dimensionamento de planilha para verificação da fissuração.....	57
6	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....	58
6.1	Considerações iniciais.....	58
6.2	Flexão.....	62
6.2.1	Caso 1 – h= 13 cm e vão de 4 metros.....	62
6.2.2	Caso 2 – h= 13 cm e vão de 5 metros.....	70
6.2.3	Caso 3 – h=17 cm e vão de 6 m.....	74
6.2.4	Caso 4 – h=21 cm e vão de 6 m.....	77
6.3	Cisalhamento.....	79
6.3.1	Caso 1.....	80
6.3.2	Caso 2.....	80
6.3.3	Caso 3.....	81
6.3.4	Caso 4.....	82
6.4	Fissuração.....	84
6.4.1	Caso 1.....	85
6.4.2	Caso 2.....	86
6.4.3	Caso 3.....	86
6.4.3.1	Caso 4.....	87
6.5	Flecha.....	88
6.5.1	Caso 1.....	88
6.5.2	Caso 2.....	89
6.5.3	Caso 3.....	90
6.5.4	Caso 4.....	91
7	CONCLUSÕES.....	94
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	96

9	BIBLIOGRAFIA CONSULTADA .....	98
10	APÊNDICE .....	99

## 1 INTRODUÇÃO

As lajes de nervuras pré-fabricadas vêm sendo largamente utilizadas na construção civil, visto que, se apresentam como uma solução estrutural de menor custo capaz de oferecer também praticidade de execução e funcionalidade.

Compostas por nervura pré-moldadas, lajotas cerâmicas e uma capa de concreto moldada no local, seu princípio de funcionamento baseia-se em eliminar a parcela de concreto abaixo da linha neutra que não está contribuindo para resistir aos esforços de flexão, pois se encontra tracionado. A tração será resistida pelas armaduras nas nervuras e os elementos de enchimento não possuem função estrutural.

Este sistema construtivo permite a redução do peso próprio da estrutura e consumo de concreto, além da diminuição do uso de fôrmas e escoramento.

No caso de lajes unidirecionais, seu cálculo é realizado, algumas vezes, através do modelo de vigas bi apoiadas, uma vez que, na face inferior, a região de concreto é reduzida e provavelmente não será capaz de resistir a grandes momentos negativos de continuidade. Ressalta-se, entretanto, que a consideração desta continuidade é necessária e se mostra vantajosa no que diz respeito à diminuição dos momentos fletores positivos e nos deslocamentos.

Neste contexto, esforços solicitantes negativos relativamente elevados podem levar à plastificação junto aos apoios, tornando interessante uma análise com redistribuição de esforços. A redistribuição dos momentos na estrutura se dá devido ao comportamento plástico da seção do apoio em termos de momento fletor. Depois da plastificação de uma seção, são as regiões adjacentes que passam a resistir aos esforços solicitantes e tal redistribuição acarretará o aumento do momento fletor nos vãos. Pode-se aplicar uma redistribuição máxima de 25%, mediante critérios específicos da NBR 6118.

Este trabalho visa avaliar, no contexto das lajes de nervuras pré-fabricadas, os efeitos e, sobretudo, as vantagens em associar vigas de seção T à análise linear com redistribuição e à análise plástica e como atingir a redistribuição desejada, através da imposição de valores da posição relativa da linha neutra na seção, seguindo as diretrizes da norma.

## 1.1 OBJETIVOS

Objetivo geral: Contribuir no estudo da continuidade de lajes de nervuras pré-fabricadas a fim de aperfeiçoar o procedimento de dimensionamento.

Objetivos específicos:

- Estudo de aspectos construtivos que influenciam no funcionamento das lajes de nervuras pré-moldadas;
- Avaliação de uma análise linear seguida de redistribuição de esforços nos apoios centrais;
- Estudar a plastificação nas seções dos apoios centrais;
- Estudo de alternativas para a resolução de problemas no dimensionamento destas lajes, levando em consideração a continuidade;
- Avaliação das deformações e da fissuração nestas lajes;

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Contraditoriamente, apesar de sua expressiva presença nas obras, as lajes de nervuras pré-moldadas são um assunto pouco explorado na literatura, tanto brasileira como internacional.

Aponta-se também que no momento as normas técnicas tratam separadamente os elementos pré-fabricados das lajes nervuradas, de modo que não abordam especificamente este tipo de laje. Isto deixa lacunas a serem exploradas e desafios a serem solucionados no seu dimensionamento.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 LAJES NERVURADAS**

A configuração de uma laje nervurada permite elementos de maior altura e conseqüentemente um maior braço de alavanca, sem aumento do peso próprio, o que proporciona um melhor aproveitamento do aço e do concreto.

A partir da eliminação do concreto abaixo da linha neutra que não está sendo solicitado também se possibilita a diminuição significativa do sistema de formas e escoramento e, por conseguinte, uma redução dos custos da obra, dado o alto consumo de concreto necessário para as lajes.

Este sistema construtivo pode ser utilizado para lajes unidirecionais e bidirecionais, levando em conta a geometria do pavimento. Lajes unidirecionais serão mais adequadas no caso de painéis mais alongados, onde se encontra uma relação entre os vãos maior que 2. A laje bidirecional, por sua vez, é uma alternativa satisfatória para lajes de formato aproximadamente quadrado.

A NBR6118:2014 viabiliza o cálculo destas lajes como maciça, desde que seja respeitada a distância máxima entre nervuras de 110 cm, entre outras prescrições normativas.

Apesar das vantagens apresentadas, é imprescindível realizar uma análise que dê atenção às suas particularidades para atender aos estados limite último e de utilização.

### **2.2 LAJES DE NERVURAS PRÉ-FABRICADAS COM ARMAÇÃO TRELIÇADA**

#### **2.2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

As lajes de nervuras pré-fabricadas podem utilizar vigotas do tipo trilho ou treliçada, podendo ser protendidas. Neste trabalho, será abordada em particular a utilização das vigotas treliçadas. Segundo Magalhães (2001), a armação treliçada proporciona rigidez ao conjunto durante a fase de construção, possibilidade a utilização das sinusóides como armadura de cisalhamento e ligação entre o concreto



moldado in loco e o concreto da vigota pré-moldada. Essa configuração também facilita o embutimento de eletrodutos na laje. Além disso, com o uso do elemento pré-moldado e o material de enchimento é atingida a eliminação total de formas.

Ressalta-se, no entanto, a necessidade de uma atenção especial ao projeto de escoramento a fim de evitar acidentes na obra, devido de escorregamento ou quebra de materiais inertes.

## 2.2.2 MATERIAIS

### a) Vigotas treliçadas

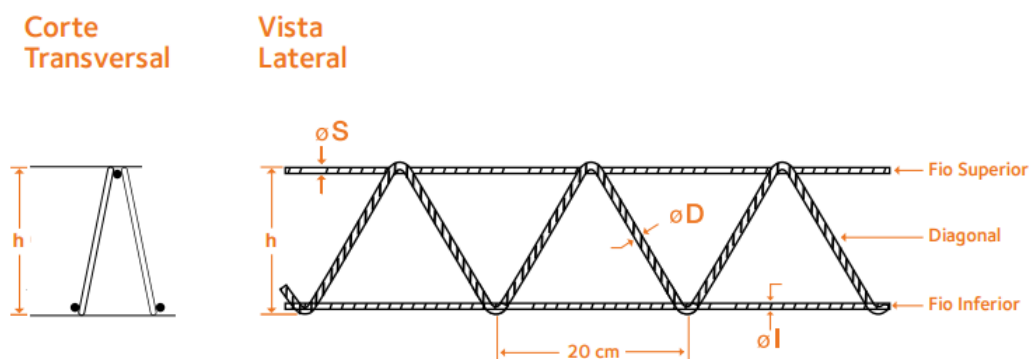
As vigotas treliçadas são compostas por uma base de concreto, armadura de flexão e uma armação treliçada de fios de aço CA 60 soldados por eletrofusão, dispostas em um fio superior, dois fios inferiores e as diagonais (também chamadas de sinusóides). Há ainda a possibilidade de adicionar uma armadura complementar, a critério do projetista. As exigências quanto as treliças são especificadas pela NBR 14862:2002.

Já a base de concreto deve ter no mínimo 20 MPa e sua altura varia entre 3 e 4 cm, enquanto a base possui de 12 e 13cm de largura.

A NBR 14859-1, que aborda lajes pré-fabricadas, não exige ensaios de resistência para as vigotas pré-moldadas, mas sim para a estrutura da laje como conjunto. A carga a ser aplicada corresponde à carga da fase de montagem, quando o concreto da capa ainda não atingiu a resistência de projeto. Deste modo, pode-se assegurar que a estrutura suportará as solicitações durante sua construção.

A capacidade resistente da vigota, tal como a sua deformação, são determinantes na definição da distância entre as linhas de escoras, de forma que, ensaios considerando apenas o elemento pré-moldado também seriam pertinentes, pois esta corresponde à situação mais crítica.

Figura 1 - Vigota com armadura treliçada



Fonte: Catálogo Arcelor Mittal

## b) Elementos de enchimento

Elementos de material inerte, maciços ou vazados, tem função de substituir o concreto, eliminando uma parcela do peso próprio da estrutura. São utilizados diversos materiais, tais como EPS, lajotas cerâmicas, bloco de concreto autoclavado, entre outros. Apesar de não contribuírem na resistência do sistema, é essencial que os elementos inertes sejam de boa qualidade, dado que servirão de suporte ao concreto fresco, ao peso próprio e às ações da execução.

Figura 2 - Bloco cerâmico

Fonte: [www.ceramicakaspary.com.br](http://www.ceramicakaspary.com.br)

## c) Concreto complementar

Assim como o concreto do elemento pré-moldado, o concreto da capa deve ter uma resistência mínima de 20 MPa. É responsável por resistir aos esforços de compressão na laje e distribuir as cargas nas nervuras. A distância média entre as

vigotas é determinada pela distância entre seus eixos e está relacionada com as dimensões das vigotas e dos elementos de enchimento.

d) Armadura complementar

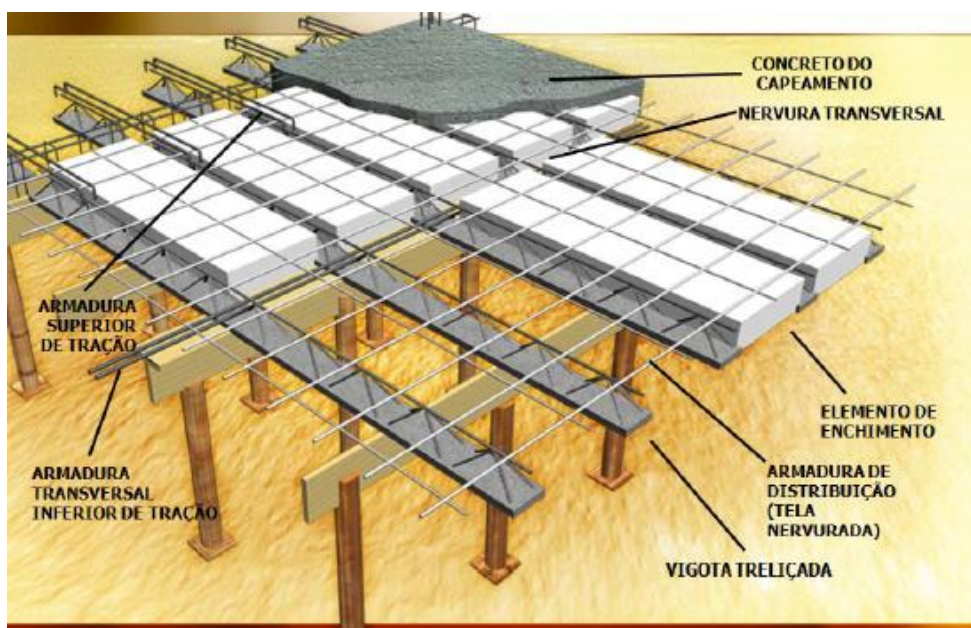
d.1) longitudinal: Admissível apenas em lajes treliçadas, são empregadas quando há impossibilidade de arranjar toda a armadura inferior de tração necessária na vigota treliçada, sendo posicionada sobre a base do elemento pré-moldado.

d.2) transversal: compõe a armadura das nervuras transversais de travamento.

d.3) de distribuição: trata-se de uma tela soldada ou malha amarrada no local que visa controlar a fissuração da capa de concreto e distribuir as solicitações existentes entre as nervuras, auxiliando na transferência de ações horizontais.

d.4) negativa: Posicionada na parte superior capa de concreto, proporciona a ancoragem das nervuras destas com o restante da estrutura, o combate à fissuração e a resistência ao momento fletor negativo, de acordo com o projeto da laje, conforme o item 5.1.

Figura 3 - Laje unidirecional com vigota treliçada



Fonte: Teoria e Prática na Engenharia Civil, n.15, p.19-28, Abril, 2010.

### 2.2.3 Prescrições normativas

A NBR 6118 indica as dimensões mínimas devidas para o projeto de lajes nervuradas, estipulando a espessura da capa como maior ou igual 1/15 da distância entre as faces das nervuras e não menor que 4 cm quando não existirem tubulações horizontais embutidas. Do contrário, a espessura mínima deve ser de 5 cm para tubulações de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações maiores que 10 mm, requiere-se uma espessura ainda maior conforme o diâmetro da tubulação. Além disso, caso existam tubulações, a espessura da capa acima destas deve ser de no mínimo 2,0 cm. Devem ser respeitados ainda os limites na tabela a seguir para espessura mínima da capa conforme a altura total da laje.

Tabela 1 - Capa mínima exigida para alturas totais

<b>Altura total da laje</b>	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	17,0	20,0	21,0	24,0	25,0	29,0	30,0	34,0
<b>Espessura mínima da capa</b>	3,0	3,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	5,0	5,0	5,0	5,0

Fonte: NBR14859-1:2002 (adaptada)

Quanto à espessura da nervura, usualmente varia entre 10 e 15 cm, não sendo permitidos valores menores que 5 cm. Valores muito maiores devem resultar também no aumento da largura da vigota, a fim de resguardar o espaço mínimo de 1,5 cm para apoiar os elementos de enchimento de forma adequada. Ademais, nervuras inferiores a 8 cm não podem dispor de armadura de compressão.

No que se refere ao intereixo mínimo de projeto, é limitado em 42 cm caso das vigotas treliçadas, conforme pode ser observado na tabela abaixo, retirada da NBR 14859 -1.

Tabela 2 - Intereixos mínimos

<b>Tipo de vigota</b>	<b>Intereixos mínimos padronizados (cm)</b>
VC	33,0
VP	40,0
VT	42,0

Fonte: NBR14859-1:2002 (adaptada)

Ressalta-se que para lajes com entreixo menores ou iguais a 65 cm, torna-se dispensada a verificação da flexão das mesas e a verificação do cisalhamento pode ser realizada com critérios de laje. Para entreixos entre 65 e 110 cm, é necessária a verificação da flexão das mesas e a verificação ao cisalhamento deve respeitar os critérios de viga. Por fim, lajes com entreixo maior que 110 cm devem ser projetadas como laje maciça apoiada na grelha de vigas.

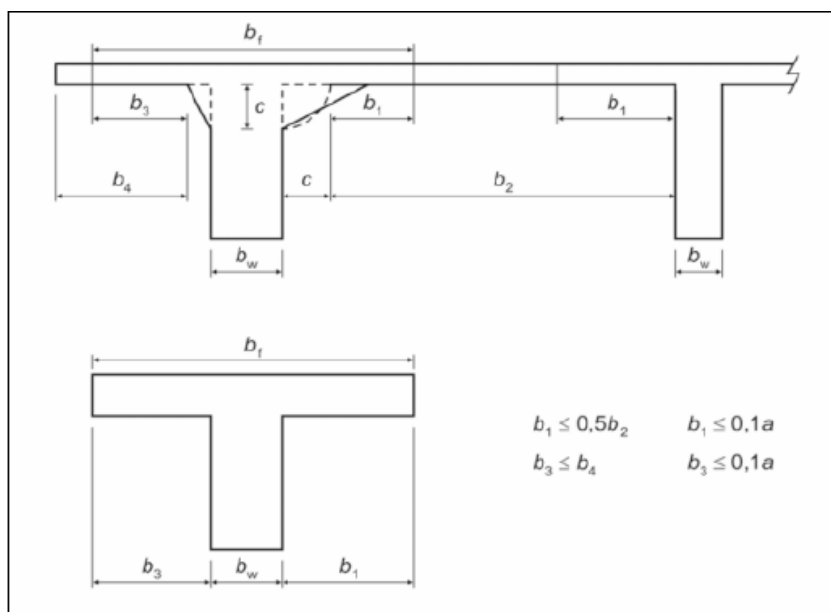
Usualmente, o entreixo adotado nos projetos com vigotas treliçadas é menor do que 65 cm, utilizando-se elementos de enchimento com dimensões entre 40 cm e 50 cm. SILVA (2012) alerta que dimensões superiores a 60 cm podem resultar em valores de armadura longitudinal elevados nas nervuras, o que demanda um alargamento da mesa e um conseqüente aumento do consumo de concreto, tornando esta opção pouco interessante.

O dimensionamento da nervura sujeita a momentos positivos faz-se considerando uma viga “T” formada pela nervura e a capa de concreto, enquanto que para os momentos negativos, tem-se uma viga T formada pela nervura e a base da vigota treliçada. Logo, é necessário calcular a largura colaborante da mesa da seção transversal.

A NBR6118 estabelece que a largura colaborante  $b_f$  é determinada pela largura da alma  $b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância  $a$  entre os pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante. A distância  $a$  também pode ser determinada de forma simplificada em função do comprimento  $L$  do tramo considerado. É permitido também avaliar esta mesma distância por meio dos diagramas de momentos fletores na estrutura.

Além disso, devem ser respeitados os limites  $b_1$  e  $b_3$  da imagem:

Figura 4 - Largura da mesa colaborante



Fonte: NBR6118:2014 (adaptada por Knoth,2013).

No caso de vigas contínuas, é permitido adotar uma largura colaborante única para todos os tramos, desde que essa largura seja calculada no trecho de momento positivo onde resulte o valor mínimo.

Por outro lado, a largura das nervuras  $b_w$  é igual a largura do elemento pré-fabricado de concreto, de modo que possui entre 12 e 13 cm, diminuindo-se 1,5 cm para o apoio dos elementos de enchimento. A NBR6118 preconiza que tal largura não pode ser inferior a 5 cm e deve ser maior que 8 cm se houver necessidade de armadura de compressão. Pode ainda haver a necessidade de valores maiores de nervura quando existir uma grande taxa de armadura ou ação elevada de força cortante na seção.

Em função das alturas padronizadas para os elementos de enchimento, a NBR 14859-1 prescreve as alturas totais das lajes pré-fabricadas. Outras dimensões podem ser utilizadas desde que satisfaçam todas as disposições da norma.

Tabela 3 - Altura total da laje

Altura do elemento de enchimento (he) - cm	Altura total da laje (h) - cm
7,0	10,0;11,0;12,0
8,0	11,0;12,0;13,0
10,0	14,0;15,0
12,0	16,0;17,0
16,0	20,0;21,0
20,0	24,0;25,0
24,0	29,0;30,0
29,0	34,0;35,0

Fonte: NBR14859-1 (adaptada).

Com relação ao aço a ser utilizado neste tipo de laje, a armadura de distribuição presente na capa de concreto deve ter seção de no mínimo 0,9 cm<sup>2</sup>/m para aço CA-25 e de 0,6 cm<sup>2</sup>/m para aços CA-50 e CA-60.

Tabela 4 - Área mínima de armadura de distribuição

Aço	Área mínima	Número de barras/m	
		Φ5,0 mm	Φ6,3 mm
CA-25	0,9cm <sup>2</sup> /m	5	3
CA-50,CA-60 e tela soldada	0,6cm <sup>2</sup> /m	3	3

Fonte: NBR14859-1 (adaptada).

Já o aço utilizado nas vigotas treliçadas devem atender as prescrições exibidas na tabela a seguir.

Tabela 5 - Aço para vigotas treliçadas

Produto	Norma	Diâmetro nominal mínimo mm	Diâmetro nominal máximo mm
Barras/fios de aço CA-50/CA-60	NBR7480	6,3(CA50) 4,2 (CA60)	20,0(CA50) 10,0(CA60)
Tela de aço eletrossoldada	NBR7481	3,4	-
Fios de aço para protensão	NBR7482	3,0	-
Cordoalhas de aço para protensão	NBR7483	3X3,0	-
Armadura treliçada eletrossoldada	NBR14862		

Fonte: NBR14859-1:2002.

O cobrimento nominal é estabelecido em função da classe de agressividade ambiental à qual a edificação está exposta, sendo especificado na tabela 3. No entanto, um controle elevado de qualidade e procedimentos rígidos de execução

viabilizam a diminuição do cobrimento nominal exigido inicialmente. Assim, para as lajes pré-fabricadas moldadas com um processo de qualidade adequado é permitida a redução do cobrimento nominal em 5mm de modo que, pode adotar-se cobrimento nominal de 1,5 mm tanto para as armaduras na face superior da laje quanto para aquelas dispostas nas vigotas.

Tabela 6 - Relação entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal

Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para $\Delta c=10\text{mm}$					
Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV <sup>3)</sup>
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje <sup>2)</sup>	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido <sup>1)</sup>	Todos	30	35	45	55

<sup>1)</sup>Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.

<sup>2)</sup> Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo item 7.4.7.5 respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15\text{mm}$ .

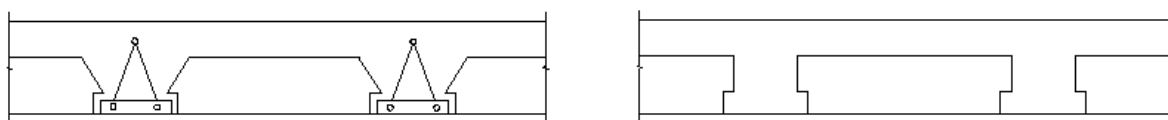
<sup>3)</sup>Nas faces inferiores de lajes e vigas de reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos a armadura deve ter cobrimento nominal  $\geq 45\text{mm}$ .

Fonte: NBR6118:2014

## 2.3 Comportamento Estrutural e continuidade

A capa de concreto adicionada à vigota caracteriza a geometria da seção como duplo T. Para efeitos de cálculo, quando atuam momentos positivos, a viga funciona como uma seção T com uma mesa de compressão formada pela capa de concreto. Quando atuarem momentos negativos a viga funciona como uma seção T invertida onde a mesa é a base da nervura.

Figura 5 - Seção transversal da laje e o modelo adotado



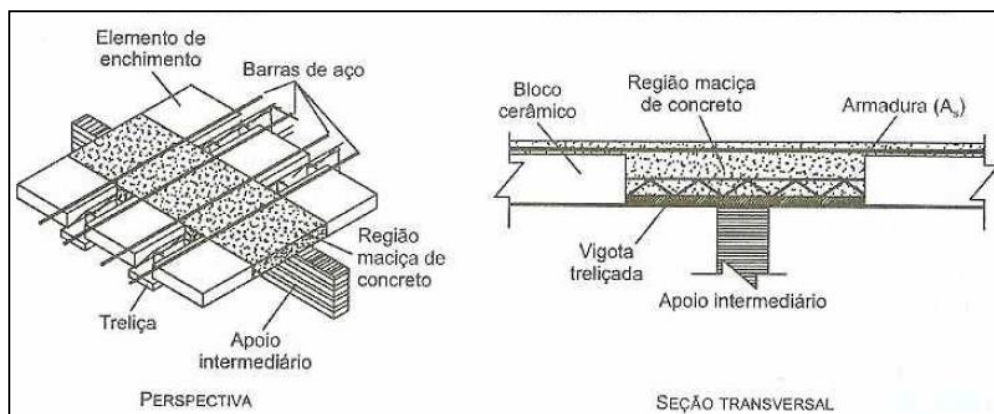
Fonte: Elaboração do autor, 2015.



Por vezes, a continuidade neste tipo de laje não é considerada, mas o uso de vigotas com armação treliçada admite a continuidade estrutural visto que permite a colocação da armadura negativa sobre os apoios. Conforme citado anteriormente, dificilmente a seção será capaz de resistir ao momento negativo imposto, devido à pequena dimensão da borda inferior.

Para lidar com esta situação, comumente, adota-se uma região maciça perto do apoio de forma a aumentar a capacidade resistente apenas onde é necessário. Iguale-se o momento fletor máximo resistente da nervura com o momento fletor negativo resistente em função de uma distância  $x$  do apoio. Deste valor, subtraído o comprimento do vão, encontra-se o comprimento do trecho maciço necessário de cada lado do apoio, como pode ser observado na imagem a seguir. A adoção da região maciça também gera incremento na rigidez da seção, o que pode contribuir para o desempenho em serviço.

Figura 6 - Região maciça em apoio central



Fonte: Chust, 2010.

Outra alternativa é uma análise linear com redistribuição de esforços que age transferindo os momentos fletores das áreas mais solicitadas para as menos solicitadas, conduzindo a uma menor taxa de armadura nas regiões de momentos negativos.

No que diz respeito aos aspectos construtivos, o escoramento cumpre um papel muito importante no desempenho das lajes de nervuras treliçadas.

O escoramento consiste em um sistema provisório de suporte que auxilia as vigotas a resistirem ao seu peso próprio, peso do material de enchimento, peso do concreto moldado in loco, além das cargas decorrentes do processo construtivo, assegurando não só a segurança da estrutura em si, mas também o surgimento de flechas excessivas.

As normas NBR 14860 e 15696 enfatizam a importância de um projeto de formas e escoramento para a execução de uma edificação, munido da especificação das distâncias entre as linhas de escoramento. De modo geral, os projetistas utilizam valores de espaçamento recomendados pelos fabricantes das vigotas treliçadas, variando entre 1,0m e 1,5m, definidos em função do vão e altura da vigota.

Segundo Gaspar (1997), a determinação do espaçamento entre as escoras está intimamente ligada à carga acidental de construção durante o transporte do concreto (através de carrinho de mão ou bombeado) e é pouco influenciado pelo material inerte utilizado (EPS ou cerâmica).

Já no estudo realizado por Sartorti, Fontes e Pinheiro (2013), vigotas pré-moldadas com armaduras treliçadas foram submetidas a ensaios de flexão e cisalhamento, a fim de analisar a sua capacidade resistente, na fase de montagem, e assim, possibilitar a escolha adequada do espaçamento entre linhas de escora.

A partir deste critério, avaliando a capacidade portante da estrutura, supõe-se então que o projetista poderia optar por não utilizar o escoramento, desde que seja verificado que a estrutura será capaz de resistir tanto às solicitações do processo construtivo, como de projeto.

Além disso, o uso de escoramento na concretagem conduz a alterações no modelo estrutural da viga devido ao surgimento de momentos negativos onde as escoras são posicionadas. Se as armaduras de distribuição usualmente adotadas não forem capazes de resistir a estes esforços, podem ocorrer problemas na estrutura.

No caso da laje sem escoramento, no primeiro momento, têm-se somente vigas bi apoiadas com momentos fletores máximos no meio do vão. Após a

concretagem, a viga apresentará também um momento fletor negativo de continuidade.

Por outro lado, se houver escoramento, este será responsável pelo surgimento de momentos negativos também em outras seções da viga, tal como no meio do vão.

## **2.4 ANÁLISE LINEAR COM REDISTRIBUIÇÃO DE ESFORÇOS**

Diferentemente do que acontece em estruturas isostáticas, no caso das estruturas hiperestáticas, o escoamento do aço em uma seção não resulta no esgotamento da capacidade resistente da estrutura. A solicitação excessiva em uma determinada seção pode resultar numa redistribuição dos esforços internos para outras regiões da peça.

A seção T das lajes pré-fabricadas resiste bem aos momentos positivos, contudo, apresenta-se como um problema frente a momentos negativos devido à pequena quantidade de concreto disponível na parte inferior da vigota.

Por esse motivo, em lajes contínuas, os esforços solicitantes podem levar a uma plastificação nos apoios centrais. Neste caso, a redistribuição de esforços se dá através da formação de rótulas plásticas nas seções mais solicitadas, dependendo da ductilidade das mesmas.

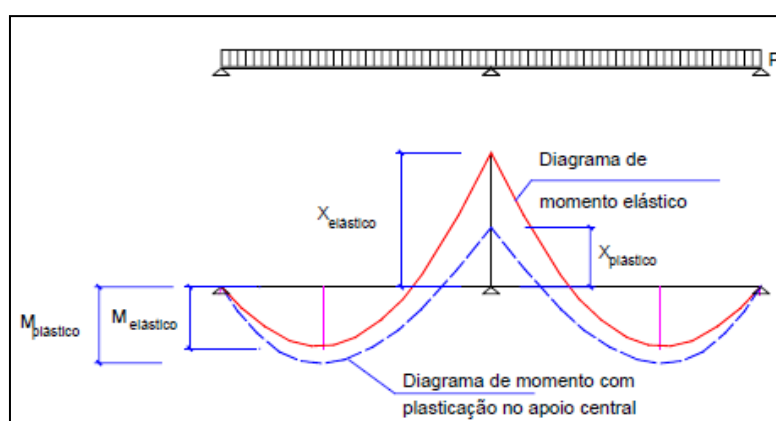
Uma vez aplicado o carregamento que leva ao momento de plastificação, tem-se a formação da primeira rótula na seção mais solicitada. Sendo assim, se houver acréscimo de carregamento, outra seção da estrutura passa a absorver uma parcela dos esforços, até que esta atinja a plastificação também. Em estruturas hiperestáticas, é preciso mais de uma rótula plástica para formar um mecanismo de colapso. Neste estágio, qualquer acréscimo de carga levará a viga ao colapso.

A NBR 6118 permite a redistribuição do momento fletor, obtido pela análise linear elástica quando as seções possuírem ductilidade suficiente. Para avaliar a ductilidade da seção, utiliza-se como critério a altura relativa da linha neutra no

estado limite último,  $x/d$ . Quanto menor a relação  $x/d$ , maior a capacidade de rotação do elemento estrutural e maior a redistribuição que poderá ser feita.

Esta análise permite alterar o diagrama de momentos mediante a multiplicação de um coeficiente de redistribuição  $\delta$ , pelos momentos, de modo que os esforços internos devem ser recalculados a partir disso, garantindo o equilíbrio. Este coeficiente atua reduzindo os valores dos momentos negativos e aumentando os momentos positivos.

Figura 7 – Esquema estrutural de laje unidirecional contínua



Fonte: FLÓRIO, 2004, p. 61.

De acordo com o item 14.6.4.3 da NBR6118:2014, quando for realizada uma redistribuição em uma determinada seção transversal, a relação  $x/d$  deve ser limitada por:

- $x/d \leq (\delta - 0,44)/1,25$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- $x/d \leq (\delta - 0,56)/1,25$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa.

E o coeficiente de redistribuição deve também obedecer aos seguintes limites:

- $\delta \geq 0,90$ , para estruturas de nós móveis;
- $\delta \geq 0,75$ , para qualquer outro caso.

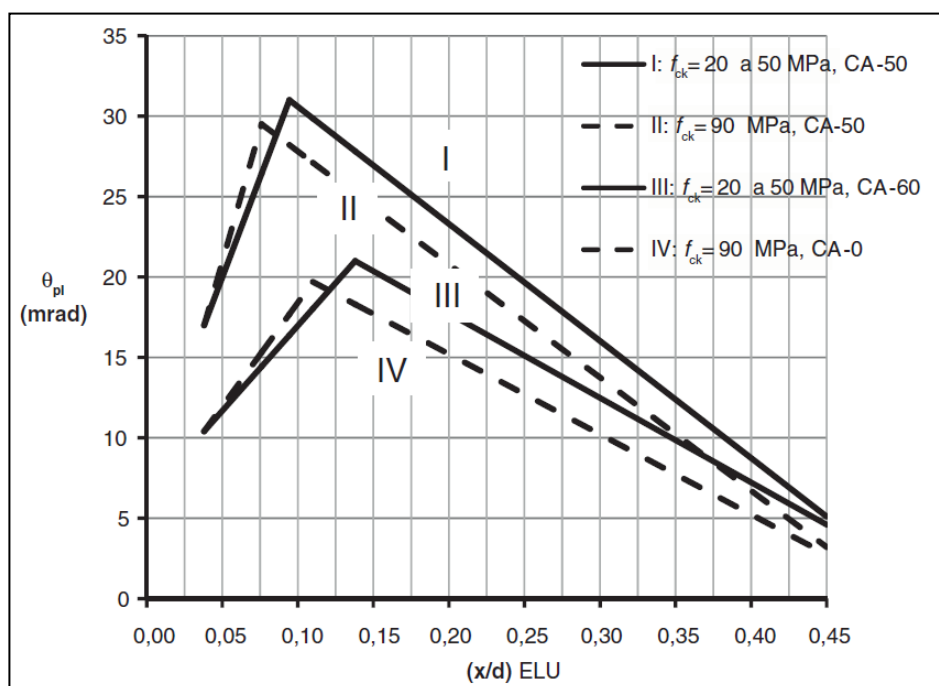
Além disso, mesmo quando não for considerada a redistribuição, nas regiões de apoio das vigas ou de ligações com outros elementos estruturais, os valores de  $x/d$  são limitados em:

- a)  $x/d \leq 0,45$ , para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa;
- b)  $x/d \leq 0,35$ , para concretos com  $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$  MPa.

Essa limitação visa garantir que tais seções possuam boa ductilidade, pois se tratam de seções com tendência a plastificação.

Além disso, para atingir a redistribuição desejada, a rotação da rótula plástica é limitada pela capacidade de rotação dada pela norma, presente na figura a seguir:

Figura 8 - Capacidade de rotação



Fonte: NBR6118: 2014.

O limite da rotação plástica é dado pela razão  $a/d=3$ , onde  $a$  é a razão entre o fletor solicitante de cálculo  $M_{sd}$  e a força cortante atuante na seção,  $V_{sd}$ .

A norma afirma ainda que podem ser adotadas redistribuições fora dos limites estabelecidos nas suas diretrizes, desde que o cálculo da estrutura seja acompanhado de verificação explícita da capacidade de rotação das rótulas

plásticas. Paralelamente, permite também que a mesma verificação possa ser dispensada para valores de  $x/d \leq 0,25$ , se  $f_{ck} \leq 50$  e  $x/d \leq 0,15$  se  $f_{ck} > 50$  MPa.

Destaca-se que a consideração da plastificação possibilita um melhor aproveitamento da estrutura. Contudo, isso só é possível, visto que as estruturas habituais entram em colapso ainda com pequenos deslocamentos. Caso contrário, o estado limite de serviço seria um impedimento para a análise plástica.

Outra maneira de aplicar a redistribuição consiste em considerar que o momento fletor negativo no apoio central seja reduzido até o valor do momento resistente da seção (ou uma parcela do mesmo), sendo este último o limite para a viabilidade do dimensionamento com armadura simples (mantendo constantes as dimensões da peça). Tal momento resistente pode ser encontrado arbitrando a linha neutra conforme o limite de ductilidade almejado.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Após a definição da geometria da estrutura e do levantamento dos carregamentos atuantes, os esforços solicitantes serão obtidos por meio da análise estrutural com as combinações do ELU.

Inicialmente, foram desenvolvidas planilhas para resolução de vigas T de modelo biapoiado, quando não existe momento negativos nas nervuras. Muitas vezes, esse modelo é usado pelos projetistas, apesar de não respeitar a normalização vigente e servirá de base para comparação com os modelos seguintes. Em seguida, foram realizados cálculos das vigas como contínuas, aplicando-se também a redistribuição de esforços de 25 % e 50 %.

Fez-se a redistribuição dos momentos fletores a partir das seções de apoio centrais, onde o momento fletor negativo é multiplicado pelo coeficiente minoração  $\delta$ , segundo o procedimento indicado pela norma NBR 6118. Posteriormente, as vigas contínuas são recalculadas, assumindo o modelo de estruturas bi apoiadas, com o momento fletor negativo  $\delta M$  aplicado nas extremidades onde havia a continuidade. Prossegue-se então com dimensionamento dos máximos momentos fletores negativos e positivos encontrados após a redistribuição, respeitando os limites impostos para a análise com redistribuição de esforços.

Para as situações onde o momento solicitante ultrapassar o momento resistente da seção, usando armadura simples e respeitando  $x/d$  limite, serão propostas alternativas que possibilitem o dimensionamento adequado.

Por fim, neste mesmo contexto, será conduzido também um estudo comparativo entre as taxas de armadura obtidas para as diferentes análises.

## 4 DIMENSIONAMENTO

### 4.1 Estado Limite Último

#### 4.1.1 Flexão Simples com seção T

O dimensionamento de vigas de seção T à flexão simples é feita de acordo com as mesmas hipóteses básicas adotadas para as seções retangulares, utilizando o diagrama simplificado de tensões. Para determinar a armadura de flexão, deve-se determinar primeiramente a posição da linha neutra como se fosse seção retangular, por meio da equação apresentada a seguir e compará-la com a altura da mesa  $h_f$ , cujo resultado leva a dois casos.

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{2M_{sd}}{0,85f_{cd}b_f}}}{0,8}$$

- Cálculo como Seção Retangular -  $0,8x \leq h_f$

Quando a altura  $0,8x$  do diagrama retangular simplificado é menor ou igual à altura da mesa  $h_f$ , a seção comprimida de concreto é retangular, com área  $b_f \cdot 0,8x$ , de modo que o dimensionamento pode ser feito aplicando-se as mesmas equações utilizadas para uma seção retangular com armadura simples. A seção a ser considerada será  $b_f \cdot h$ .

Isso ocorre porque o concreto da região tracionada não é considerado no dimensionamento. Logo, a armadura é encontrada com a expressão:

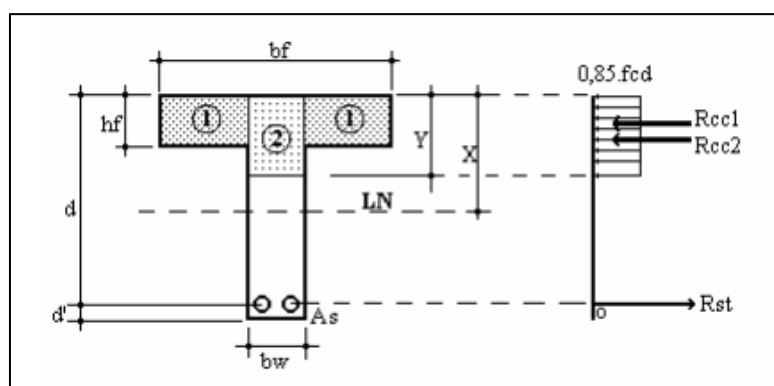
$$A_s = \frac{M_{sd}}{f_{yd}(d - 0,4x)}$$



- Cálculo como Seção T -  $0,8x \geq h_f$

Neste caso, o valor encontrado para  $x$ , anteriormente, não é válido e precisa ser recalculado. A área da seção comprimida de concreto não é retangular e deve ser subdividida em duas seções equivalentes.

Figura 9 - Dimensionamento de seção T



Fonte: Curso de concreto armado: Estudo das Vigas, p.19, UNESP, 2006.

A seção formada pelas abas da mesa encontra-se totalmente comprimida e será responsável por resistir uma parcela de momento denominada  $M_f$ . De outra parte, a seção retangular resistirá ao momento fletor  $M_w$ , correspondente a diferença entre o momento solicitante e o momento  $M_f$ .

Logo, o dimensionamento é subdividido em duas parcelas, de modo que:

$$M_f = 0,85 \cdot f_{cd} (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$$M_w = M_{sd} - M_f$$

Um novo valor deve ser calculado para  $x$ , usando da mesma forma que o  $x$  anterior, em função da largura  $b_w$  e do momento  $M_w$ .

A armadura resultante será a soma das armaduras que resistem às duas parcelas de momento.

$$A_{sf} = \frac{M_f}{f_{yd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)}$$

$$A_{sw} = \frac{M_w}{f_{yd} (d - 0,4x)}$$

- Cálculo como Seção T – Armadura dupla

Em concordância com o que foi explicado no item 2.4, a NBR6118 prescreve que o valor de  $x/d$  deve ser igual ou menor que 0,45, em vigas e lajes, a fim de assegurar um comportamento dúctil. Assim, no caso de  $x/d$  ser superior ao limite 0,45, é possível realizar o dimensionamento com armadura dupla. O uso de armadura comprimida introduz uma parcela adicional na resultante de compressão, permitindo assim, aumentar a resistência da seção sem alterar as dimensões da seção transversal. Destaca-se ainda, que a armadura dupla pode ser utilizada para respeitar outros limites  $x/d$ , de acordo com os objetivos do projetista.

Para o dimensionamento de seção T com armadura dupla, é preciso dividir a seção em partes novamente. O momento fletor resistido pelas abas,  $M_f$  é constante e igual ao calculado anteriormente, pois a linha neutra está fora da mesa.

$$M_f = 0,85 * f_{cd} * (b_f - b_w) * h_f * \left( d - \frac{h_f}{2} \right)$$

$$A_{sf} = \frac{M_f}{f_{yd} \left( d - \frac{h_f}{2} \right)}$$

E o momento  $M_w$  permanece como a diferença entre o momento de cálculo solicitante e o momento  $M_f$ .

$$M_w = M_{sd} - M_f$$

Calcula-se então um momento  $M_{wlim}$  em função de um  $x_{lim}$  que respeite os valores  $x/d$  adequados ao dimensionamento. Para propósitos deste estudo, consideram-se como  $x_{lim}$ ,  $x=0,45d$  e  $x=0,25d$ , sendo que este último é considerado em virtude de exigências quanto à redistribuição de esforços. Quando o momento  $M_w$  ultrapassar  $M_{wlim}$ , a armadura dupla se encarregará de resistir à diferença.

$$M_{wlim} = 0,85 * f_{cd} * b_w * 0,8x_{lim} * (d - 0,4x_{lim})$$

$$A_{S_{w1}} = \frac{M_{wlim}}{f_{yd}(d - x_{lim})}$$

$$\Delta M_w = M_w - M_{wlim}$$

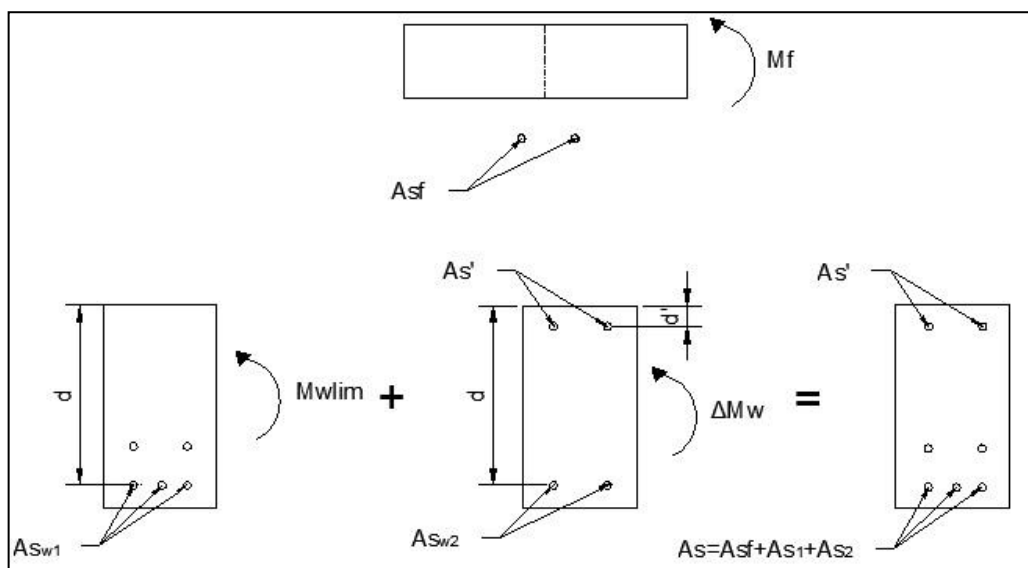
$$A_{S_{w2}} = \frac{\Delta M_w}{f_{yd}(d - d')}$$

$$A_{S'} = \frac{\Delta M_w}{\sigma'_{sd}(d - d')}$$

$$A_s = A_{S_f} + A_{S_{w1}} + A_{S_{w2}}$$

O arranjo de armaduras pode ser observado na figura 10.

Figura 10 - Armadura dupla



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Além disso, qualquer armadura calculada deve respeitar a taxa de armadura mínima, cujo papel que é assegurar o desempenho e ductilidade à flexão, assim como controlar a fissuração. Para lajes armadas em apenas uma direção discretizadas como vigas, deve-se seguir as recomendações estabelecidas na tabela 17.3 da NBR6118, tanto para armaduras positivas como negativas. Os valores utilizados serão retirados da norma de 2007, visto que a norma vigente não faz menção a valores para seções T. Ainda que a estrutura estudada possua dois tipos de aço, será atendida a taxa mínima 0,15% indicada na tabela referente aos aços CA50.

Figura 11 - Taxa de armadura mínima de flexão

Forma da seção	Valores de $\rho_{\min}$ (%) ( $A_{s,\min}/A_c$ ) <sup>(1)</sup>							
	$f_{ck}$ $\omega_{\min}$	20	25	30	35	40	45	50
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

(1) Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado com base no valor de  $\omega_{\min}$  dado.  
NOTA: Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

Fonte NBR6118: 2007.

#### 4.1.1.1 Momento resistente da seção transversal

No de caso de uma estrutura já dimensionada com  $A_s$  conhecida, é possível calcular seu momento resistente e assim, conhecer a máxima solicitação que a mesma poder resistir. Para o cálculo do momento resistente  $M_{rd}$  é conveniente dividir a seção do mesmo modo que é realizado no dimensionamento. Utiliza-se uma equação de equilíbrio, igualando o momento resistente da parcela  $b_f \cdot b_w$  da seção T ao momento solicitante.

$$M_{rd_f} = M_{sd_f}$$

$$M_{rd_f} = R_{st.z}$$

$$R_{st.z} = A_s f_{ef} \cdot f_{yd} \cdot (d_{ef} - 0,5 \cdot h_f)$$

$$M_{rd_f} = M_f$$

Onde  $A_{s_{f,ef}}$  corresponde a  $A_{sf}$  calculada durante o dimensionamento da seção transversal.

Em seguida, deve-se determinar o momento resistente da parcela  $b_w$ .

$$As_{w,ef} = As_{ef} - As_f$$

A partir do valor da armadura  $As_{w,ef}$  é possível definir o valor da linha neutra  $x$  e assim, calcular o momento resistente  $Mrd_w$ .

$$x = \frac{As_{w,ef} \cdot f_{yd}}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8}$$

$$Mrd_w = Rst_w \cdot z = As_{w,ef} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4x)$$

#### 4.1.1.2 Momento resistente limite da seção transversal

O momento resistente limite pode ser definido como aquele a partir do qual a seção necessita de armadura dupla para resistir aos esforços solicitantes e é calculado de forma semelhante àquela explicada no item anterior. Contudo, nesta situação, o valor  $x$  da linha neutra utilizado é correspondente ao  $x$  que delimita a zona de boa ductilidade da estrutura.

É importante reforçar que a NBR 6118 denota limites para a posição da linha neutra, a fim de assegurar a ductilidade de lajes e vigas. Em concordância com o que foi exposto no item 2.4 deste trabalho, o limite  $x/d$  é de 0,45 para concretos de resistência menor ou igual a 50 MPa. Considerando os concretos do Grupo I de resistência que possuem  $E_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$  e o aço mais comum (CA-50), no limite entre os domínios 3 e 4 a relação  $x/d$  para a linha neutra é de  $0,63d$ , onde a deformação no aço é a deformação de início de escoamento  $E_{yd}$  de  $2,07 \text{ ‰}$ . Por outro lado, o limite máximo de  $x/d = 0,45$  corresponde à deformação de alongamento de  $4,3 \text{ ‰}$ , que é menor que àquela de início de escoamento. Portanto, o dimensionamento no domínio 3 não é permitido ao longo de toda a faixa possível de variação da posição da linha neutra, mas apenas até o limite  $x = 0,45d$ .

Isto justifica porque o valor de  $x=0,45d$  é utilizado no cálculo do momento resistente limite.

Nos casos em que o valor do momento resistente limite da seção é inferior ao momento fletor solicitante, deve-se dispor de alternativas para viabilizar a utilização da seção transversal em questão. Assim sendo, pode-se utilizar armadura dupla ou

ainda, concretos de resistências superiores de modo a conferir maior resistência à peça e reduzir o valor de  $x/d$ .

#### 4.1.2 Particularidades do detalhamento

##### 4.1.2.1 Espaçamento longitudinal

Dada à geometria da vigota treliçada, os possíveis arranjos da armadura são limitados, sendo necessária uma maior atenção ao espaçamento mínimo entre as barras. Para a Norma Brasileira, a armadura longitudinal deve respeitar o espaçamento mínimo indicado:

- $\phi$
- $1,2 d_{\max}$
- 2 cm

Onde  $d_{\max}$  é o diâmetro do agregado.

Conforme explica KNOTH (2013), as peças pré-fabricadas possuem um controle maior de execução, permitindo a redução do espaçamento entre as barras. Deste modo, decidiu-se por adotar apenas os dois primeiros critérios aqui expostos. As vigotas são executadas geralmente com britas menores, como a 0, que possui dimensão máxima de 12,5mm. Assim, o espaçamento mínimo longitudinal neste estudo será de 1,5 cm.

##### 4.1.2.2 Ancoragem nos apoios

Em apoios extremos, a ancoragem deve garantir que a armadura seja capaz de resistir à força de tração,  $R_s$ , dada por  $\frac{al}{d} V_d + N_d$ , onde  $V_d$  é a força cortante no apoio,  $al$  o valor do deslocamento do diagrama do momento fletor e  $N_d$ , uma eventual força de tração. Como não há força de tração agindo nas lajes, temos  $N_d=0$  e no caso de lajes sem armadura de cisalhamento deve-se usar  $al=1,5 d$  (item 19.4.1 da NBR6118).

Além disso, tanto para apoios extremos como intermediários, a armadura positiva a ancorar no apoio deve ser composta por no mínimo duas barras da armadura longitudinal e deve atender às seguintes disposições:

$$A_{s,anc} = \begin{cases} \frac{1}{3} A_{s+,v\tilde{a}o}, & \text{se } M_{apoi} = 0 \text{ ou negativo de valor } |M_{apoi}| \leq \frac{M_{v\tilde{a}o}}{2} \\ \frac{1}{4} A_{s+,v\tilde{a}o}, & \text{se } M_{apoi} = \text{negativo e de valor } |M_{apoi}| > \frac{M_{v\tilde{a}o}}{2} \end{cases}$$

Uma vez atendidas essas prescrições, deve-se determinar o comprimento adicional que as armaduras devem ter para garantir a transferências dos esforços ao concreto.

Para determinar o comprimento necessário de cada lado do apoio, foram utilizadas as seguintes expressões:

- a) Comprimento de ancoragem básico

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}$$

- b) Resistência de cálculo entre a armadura e o concreto

$$f_{bd} = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 * f_{ctd}$$

- c) Comprimento de ancoragem necessário

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}}$$

Onde:

$\alpha=1,0$ , para barras sem gancho;

$\alpha=0,7$ , para barras tracionadas com gancho, com cobrimento no plano normal ao do gancho;

$\alpha=0,7$ , quando houver barras transversais soldadas;

$A_{s, calc}$  é a área da armadura calculada;

$A_{s, ef}$  é a área da armadura efetiva (escolhida).

Ainda, o valor encontrado deve ser maior que  $l_b$  mínimo.

- d) Comprimento  $l_b$  mínimo



$$l_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3l_b \\ 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases}$$

Em apoios extremos, prescreve que as barras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimento igual ou superior a:

- $l_{b,nec}$ , conforme explicado anteriormente;
- $(r + 5,5 \phi)$ ;
- 60 mm.

#### 4.1.3 Força Cortante

Silva (2012) nos esclarece que apesar da possível contribuição das sinusóides para a resistência ao cisalhamento, esta não costuma ser considerada. Magalhães (2001) também afirma que tal armadura só pode ser considerada colaborante na resistência se a ancoragem na região comprimida do concreto for garantida, sendo necessárias maiores estudos no assunto. Logo, esta contribuição não será empregada neste estudo.

Em lajes, devido à dificuldade de posicionar armadura transversal em elementos de pequenas dimensões, busca-se atingir a dispensa de armadura transversal. Desde modo, a resistência à força cortante de lajes com vigotas treliçadas é verificada de acordo com as recomendações de resistência à força cortante de elementos sem armadura transversal.

Isto é permitido pelas normas ao obedecer a seguinte expressão:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} = [ \sigma_{Rd} * k * (1,2 + 40\rho_1) + 0,15 * \sigma_{cp} ] * b_w d$$

Onde:

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c}$$

$N_{sd}$  é a força longitudinal na seção devida à protensão.

Não existindo a protensão ou força normal que cause a compressão, a equação torna-se:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} = [ \sigma_{Rd} * k * (1,2 + 40\rho_1) ] * b_w * d$$

Onde:

$$\sigma_{Rd} = 0,25f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctkinf}}{\gamma_c}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} < |0,02|$$

$k=|1|$  para elementos onde 50% da armadura inferior não chega até o apoio;

para os demais casos:  $k= 1,6-d$ , não menor que  $|1|$  com  $d$  em metros;

Além disso, deve-se assegurar que não ocorra o esmagamento do concreto que compõe as bielas comprimidas. Em elementos sem armadura de cisalhamento, esta verificação se dá comparando a força cortante solicitante de cálculo  $V_{sd}$  com a resistência de cálculo  $V_{rd2}$ .

O valor simplificado da força resistente é dado por:

$$V_{Rd2} = 0,5 * \alpha_{v1} * f_{cd} * b_w * 0,9 * d$$

Onde:

$$\alpha_{v1} = \left(0,7 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \leq 0,5$$

## 4.2 Estado Limite de Serviço

### 4.2.1 Estado Limite de formação de fissuras (ELS – W)

A NBR6118 aponta que numa mesma estrutura podem existir seções transversais trabalhando em estádios diferentes e define a separação entre o estádio I e II como o momento de fissuração, calculado pela expressão a seguir:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t}$$

Onde  $\alpha= 1,2$  para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

onde:

$\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

Na ausência de ensaios que forneçam a resistência à tração direta, a norma permite a utilização seu valor médio ou característico. Para a determinação de  $M_r$ , deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissura e o  $f_{ct,m}$ , no estado limite de deformação excessiva. Assim sendo,  $f_{ct}$ :

–  $f_{ctk,inf} = 0,21f_{ck}^{2/3}$ , (em MPa, formação de fissura)

–  $f_{ctm} = 0,3f_{ck}^{2/3}$ , (em MPa, deformação excessiva)

## 4.2.2 Propriedades da seção

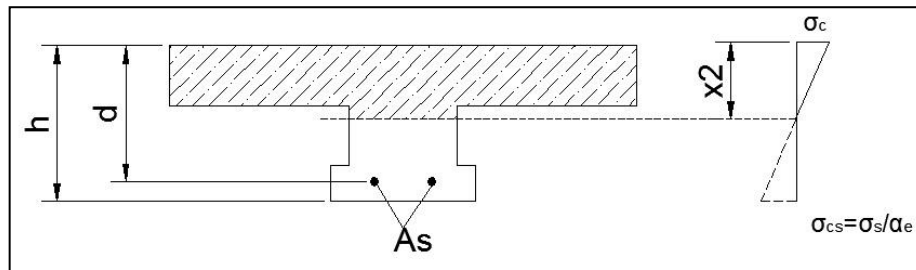
### 4.2.2.1 Estádio I

Dada o pequeno acréscimo que a armadura de flexão traz para o momento de inércia da seção transversal, por simplificação, esta armadura não foi considerada no cálculo. Foi adotada, portanto, a inércia bruta da seção.

### 4.2.2.2 Estádio II

Neste estágio, o concreto tracionado é desprezado no cálculo, devido à fissuração.

Figura 12 - Seção duplo T no Estádio II



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Analogamente ao estágio I, deve-se encontrar a posição da linha neutra da seção. De acordo com Chust (2010, p.178),  $x_{II}$  é dada pela seguinte expressão:

$$a_1 + x_{II}^2 + a_2 + x_{II} + a_3 = 0$$

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 * a_1 * a_3}}{2 * a_1}$$

- $a_1 = 0,5 * b_w$
- $a_2 = h_f * (b_f - b_w) * (\alpha_e - 1) * As' + \alpha * As$
- $a_3 = -d * (\alpha_e - 1) * As' - d * \alpha_e * As - \frac{h_f^2}{2} * (b_f * b_w)$

Em seguida, para o cálculo da inércia no estágio II de seções T, deve ser analisada a posição da linha neutra em relação à mesa:

Para  $x_{II} < h_f$ :

$$I_{II} = \frac{b_f * x_{II}^3}{3} + \alpha_e * As * (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) * As * (x_{II} - d)^2$$

Para  $x_{II} > h_f$ :

$$I_{II} = \frac{(b_f - b_w) * h_f^3}{12} + \frac{b_w * x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) * (x_{II} - \frac{h_f}{2})^2 + \alpha_e * As * (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) * As * (x_{II} - d')^2$$

#### 4.2.2.3 Inércia de Branson

A utilização do momento de inércia no estágio II puro utiliza a seção crítica para o cálculo e assim despreza a variação do momento fletor entre seções adjacentes ao longo do vão. A aplicação do momento de inércia efetivo em oposição ao momento de inércia no estágio II permite considerar essa variação, além de avaliar a contribuição do concreto íntegro entre fissuras, levando a estimativas mais realistas dos deslocamentos e da fissuração.

O momento de inércia efetivo pode ser calculado pela expressão sugerida por Branson:

$$I_e = \left[ \left( \frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 * I_0 + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_{m\acute{a}x}} \right)^3 \right] * I_{II} \right] \leq I_0$$

Onde:

$I_0$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

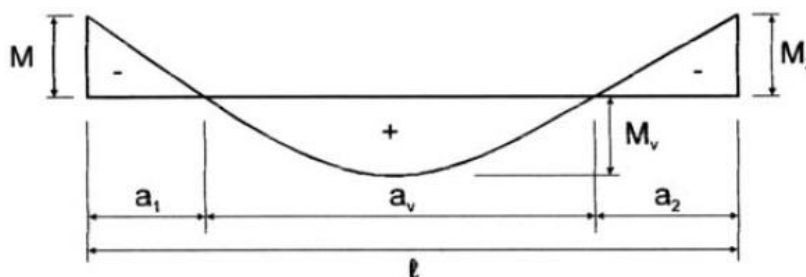
$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}}$ ;

$M_{m\acute{a}x}$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso da utilização de barras lisas;

No caso de vigas onde ocorre inversão do sentido dos momentos fletores, tais como vigas contínuas, existem variações nas regiões de concreto ainda resistente (onde  $f_{ctm}$  ainda não foi atingida). Assim, é aconselhável realizar uma ponderação das rigidezes, segundo prescrições dos “Comentários técnicos e Exemplos de Aplicações da NB-1”, do IBRACON. Para isso, faz-se uma média ponderada entre os momentos de inércia efetivos das seções críticas de cada região do diagrama de momentos fletores.

Figura 13 - Ponderação de rigidezes



Fonte: Comentários Técnicos do Ibracon, 2007.

$$(EI)_{eq} = \frac{1}{l} * [EI_{eq,1} * a_1 + EI_{eq,v} * a_v + EI_{eq,2} * a_2]$$

Onde:

$(EI)_{eq,1}$  é o produto de inércia equivalente no trecho 1

$(EI)_{eq,v}$  é o produto de inércia equivalente no trecho de momentos positivos

$(EI)_{eq,2}$  é o produto de inércia equivalente no trecho 2

#### 4.2.3 Estado Limite de Deformações excessivas (ELS- DEF)

Como critério do estado limite de utilização, a norma considera tanto deslocamentos que acarretem mau funcionamento de elementos não estruturais ligados à estrutura como também deslocamentos incoerentes com a aceitabilidade sensorial do usuário.

No caso de estruturas pré-moldadas, as flechas devem receber cuidado especial, muitas vezes sendo determinantes no dimensionamento.

Os valores obtidos para as flechas devem respeitar o limite visual correspondente a  $L/250$ , tendo em vista a combinação quase permanente de ações, e o limite de vibrações  $L/350$  para carga acidental. A verificação deste último pode ser bastante relevante neste tipo de laje, pois sua configuração consiste em um sistema menos rígido e pode levar à vibrações excessivas. Este limite, porém, não será verificado neste estudo.

Para o cálculo das flechas total, devem ser considerados duas parcelas de deslocamento: a imediata e a diferida.

#### 4.2.3.1 Flecha imediata

A flecha imediata corresponde àquela que ocorre logo após a aplicação do carregamento, desconsiderando os efeitos da fluência. É comum o uso de tabelas que fornecem equações da flecha máxima a partir do carregamento e da geometria da estrutura. Neste estudo, porém, optou-se por obter os deslocamentos diretamente do Ftool, inserindo os valores adequados dos parâmetros de rigidez E e I.

#### 4.2.3.2 Flecha diferida

A deformação diferida ocorre ao longo do tempo da utilização da estrutura em razão da retração e da fluência do concreto. Pode ser calculada multiplicando o valor da flecha imediata pelo coeficiente  $\alpha_f$ .

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{(1 + 50\rho')}$$

Onde:

$\rho$  é a taxa da armadura de compressão, dada por:

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd}$$

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo e pode ser calculado pelas seguintes expressões:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

Onde :

t é o tempo em meses, para o qual se deseja o valor da flecha final;

$t_0$  é a idade, em meses, referente à data de aplicação da carga de longa duração;

$\xi(t) = 0,68(0,996^t) t^{0,32}$  para  $t \leq 70$  meses ;

$\xi(t) = 2$  para  $t > 70$  meses.

#### 4.2.3.3 Flecha total

A flecha total consiste na soma da flecha imediata à flecha diferida:

$$a_t = a_i + \alpha_f * a_i$$

#### 4.2.4 Estado Limite de abertura de fissuras (ELS-W)

“A fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável devido à baixa resistência do concreto à tração, e constitui-se em uma das maiores portas de entrada para agentes agressivos” (LEGGERINI, 2003, p.21). Deste modo, para evitar o funcionamento e integridade da estrutura, deve-se limitar a abertura dessas fissuras.

Esta verificação consiste na determinação da abertura característica das fissuras a fim de compará-la com o valor limite de abertura admissível estabelecido pela norma. O valor limite da abertura característica é relacionado à agressividade do ambiente em que a estrutura está inserida, como pode ser observado na tabela 7:

Tabela 7 - Abertura admissível de fissuras

<b>Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental</b>			
<b>Tipo de concreto estrutural</b>	<b>Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de proteção</b>	<b>Exigências relativas à fissuração</b>	<b>Combinação de ações em serviço a utilizar</b>
<b>Concreto simples</b>	CAA I a CAA IV	Não há	--
<b>Concreto armado</b>	CAA I	ELS-W $W_k \leq 0,4\text{mm}$	Combinação frequente
	CAA II a CAA III	ELS-W $W_k \leq 0,3\text{mm}$	
	CAA IV	ELS-W $W_k \leq 0,2\text{mm}$	
<b>Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)</b>	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $W_k \leq 0,2\text{mm}$	Combinação frequente
<b>Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)</b>	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D*	Combinação quase permanente
<b>Concreto protendido</b>	Pré-tração com CAA	Verificar as duas condições abaixo	



nível 3 (protenção completa)	III e IV	ELS-F	Combinação rara
		ELS-D*	Combinação frequente
Notas:			
1. As definições de ELS-W, ELS-F e ELS-D encontram-se no item 3.2 2. Para as classes de agressividade ambiental CAA-III e IV exige-se que as cordoalhas não aderentes tenham protenção especial na região de suas ancoragens			
*A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p=25\text{mm}$ (figura 3.1)			

Conclusão

Fonte: NBR6118:2014 (adaptada).

A grandeza da abertura das fissuras  $w_k$  é o menor valor calculado entre as expressões:

$$w_k = \frac{\phi_l}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{sl}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}}$$

$$w_k = \frac{\phi_l}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{sl}} \frac{4}{\rho_{pri}} + 45$$

$\sigma_{si}, \phi_l, E_{sl}, \rho_{ri}$  são definidos para cada área de envolvimento em exame;

$\sigma_{si}$  é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II, dada por:

$$\sigma_{si} = \frac{Msd}{A_s(d - x_{II})}$$

$A_{cr}$  é a área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_l$ ;

$E_{sl}$  é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro  $\phi_l$ ;

$\phi_l$  o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

$\rho_{ri}$  é a taxa de armadura passiva ou ativa aderente em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cr}$ );

Para o cálculo no estágio II, a relação  $\alpha_e$  pode ser considerada igual a 15;  
 $\eta$  é o coeficiente da conformação superficial da armadura.

## 5 DESENVOLVIMENTO DE PLANILHAS PARA ESTUDO DAS SEÇÕES TRANSVERSAIS

Neste capítulo, foram desenvolvidas planilhas para análise das seções transversais, as quais serão aplicadas posteriormente para dimensionamento dos casos de estudo.

### 5.1 Análise das seções transversais

Neste item, pretende-se apresentar as seções transversais a serem utilizadas nos exemplos de aplicação e realizar uma breve análise das suas características principais, as quais serão necessárias nos cálculos do próximo capítulo.

#### 5.1.1 Largura colaborante

Primeiramente, deve-se calcular a largura colaborante da seção T. Para a primeira seção transversal, temos:

$$a = 0,75 * l$$

$$a = 0,75 * 400 = 300 \text{ cm}$$

$$b_1 = 0,1a$$

$$b_1 = 0,1 * 300 = 30 \text{ cm}$$

$$b_1 = 0,5b_2$$

$$b_1 = 0,5 * 33 = 16,5 \text{ cm}$$

$b_1$  deve ser o menor entre os valores calculados, logo,  $b_1 = 16,5 \text{ cm}$ .

$$b_f = b_w + 2 * 0,1 * a$$

$$b_f = 9 + 2 * 0,1 * 30 = 69 \text{ cm}$$

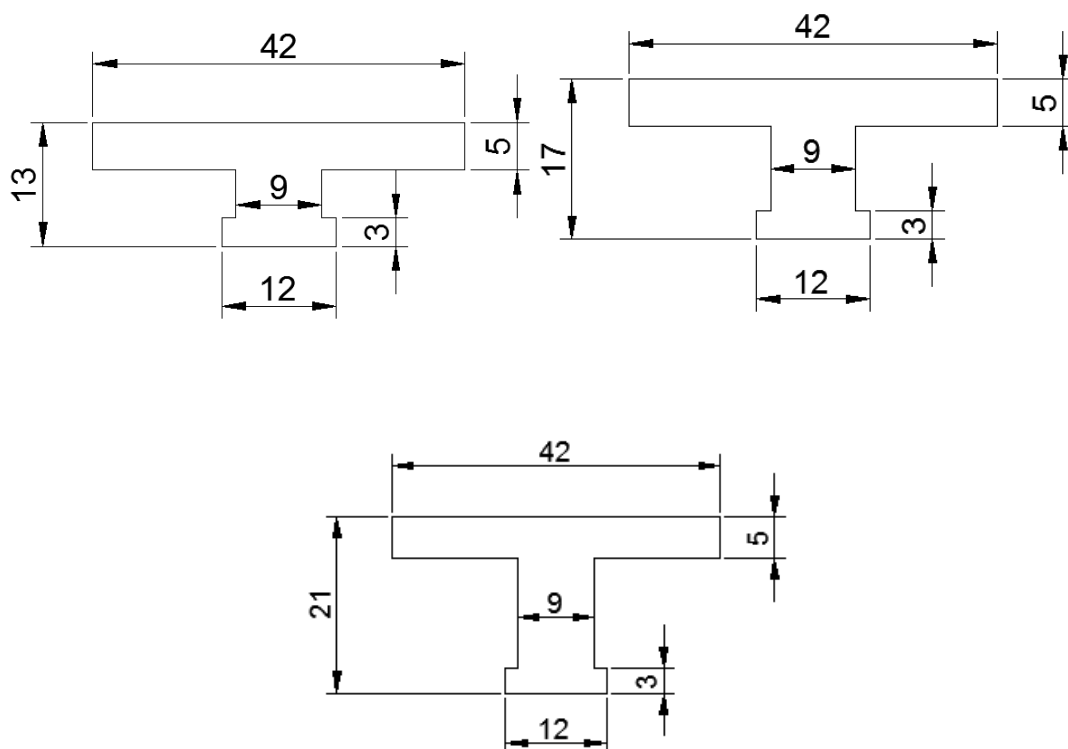
$$b_f = b_w + 2 * b_1$$

$$b_f = 9 + 2 * 16,5 = 42 \text{ cm}$$

A largura colaborante da seção deve ser o menor valor. Adota-se então, 42 cm. A repetição dos cálculos resultou no mesmo valor para as demais.

Desta forma, tem-se definida a geometria das seções transversais.

Figura 14 - Seções transversais de estudo



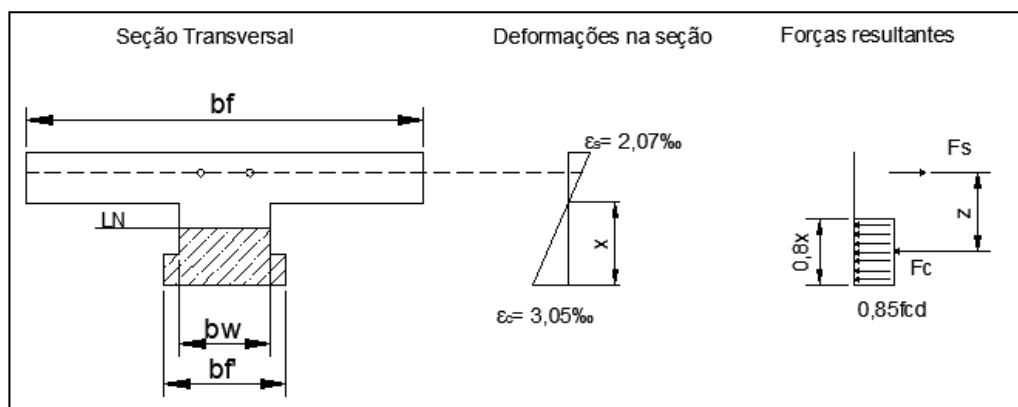
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

### 5.1.2 Momento resistente limite

Como a consideração da continuidade nas lajes pode levar a esforços que excedem a capacidade resistente da alma à compressão, dá-se atenção especial aos momentos resistentes limites da seção, especialmente referentes à seção submetida a momentos negativos.

Para determinar o momento fletor máximo negativo resistente na seção, considera-se a região abaixo da linha neutra, hachurada na figura 15.

Figura 15 - Esquema para cálculo do momento negativo resistido pela nervura



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O quadro a seguir reúne os dados acerca das seções escolhidas:

Tabela 8 - Propriedades das seções transversais

h (cm)	Ac (cm <sup>2</sup> )	Ic (cm <sup>2</sup> )	Mrd <sub>+0,45</sub> (kN.m)	Mrd <sub>+0,25</sub> (kN.m)	As <sub>+0,45</sub> (cm <sup>2</sup> )	As <sub>+0,25</sub> (cm <sup>2</sup> )	Mrd <sub>-0,45</sub> (kN.m)	Mrd <sub>-0,25</sub> (kN.m)	As <sub>-0,45</sub> (cm <sup>2</sup> )	As <sub>-0,25</sub> (cm <sup>2</sup> )
13	291	3563	19,15	17,25	3,92	3,46	6,17	4,27	1,56	0,84
17	327	7788	29,36	25,82	4,29	3,67	10,92	7,38	2,01	1,26
21	363	14356	40,85	35,17	4,67	3,87	16,984	11,267	2,47	1,51

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Os valores de momento resistente foram calculados tanto para o limite  $x/d=0,45$ , valor exigido pela norma para ductilidade mínima, como para  $x/d=0,25$ , valor necessário à redistribuição de esforços sem verificação da capacidade de rotação.

Neste estudo, dá-se uma atenção especial aos valores de Mrd para seções submetidas a momentos negativos (Mrd-), em razão da pequena área de concreto disponível para ser comprimida na seção transversal, dificultando o dimensionamento.

Como referência, calculou-se também o As correspondente a estes momentos resistentes.

## 5.2 Dimensionamento de planilha para verificação à flexão

Nesta etapa, o objetivo foi desenvolver uma planilha eletrônica que automatizasse o dimensionamento à flexão das seções duplo T. O primeiro passo é a entrada de dados necessários ao dimensionamento, que inclui principalmente as dimensões das seções transversais escolhidas e os momentos solicitantes. Os carregamentos atuantes na estrutura e os vãos foram utilizados anteriormente para a determinação dos esforços solicitantes.

Entre tais dados, é necessário ainda, inserir as características dos materiais, como a resistência do concreto e do aço a ser utilizado. Para a armadura longitudinal positiva, tem-se aço CA-60, proveniente das treliças pré-fabricadas, enquanto na armadura negativa utiliza-se aço CA-50.

Tabela 9 – Dimensionamento à flexão para momentos negativos

DIMENSIONAMENTO DE VIGA CONTÍNUA					
<b>fck</b>	25	<b>Aço CA</b>	50	<b>h</b>	13
		<b>bw</b>	9		
<i>MOMENTO MÁXIMO=546 kN.cm</i>					
<i>DADOS PARA CÁLCULO</i>			<i>DADOS CALCULADOS</i>		
<b>x/d<sub>lim</sub></b>	0,45	<b>x/d</b>	0,369	<b>Md</b>	560 kN.cm
<b>fck</b>	2 kN/cm <sup>2</sup>	<b>i</b>	42 cm	<b>fcd</b>	1,78 kN/cm <sup>2</sup>
<b>fyk</b>	50 kN/cm <sup>2</sup>			<b>fyd</b>	43,48 kN/cm <sup>2</sup>
<b>bf</b>	12 cm				
<b>bw</b>	9 cm				
<b>d'</b>	2 cm				
<i>RESULTADOS</i>					
<b>x</b>	3,98 cm	<b>Mf</b>	129,77 kN.cm	<b>Asf</b>	0,261 cm <sup>2</sup>
<b>0,8x</b>	3,18 cm	<b>Mw</b>	416,22 kN.cm	<b>Asw</b>	0,851 cm <sup>2</sup>
<b>x'</b>	4,06 cm	<b>Mw<sub>lim</sub></b>	617 kN.cm	<b>Ast</b>	1,112 cm <sup>2</sup>

Continua

				Conclusão
$\phi$	6.3	<b>As,min</b>	0,414	cm <sup>2</sup>
<b>e</b>	10.5	<b>As, ef</b>	1,26	

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Decidiu-se por desenvolver planilhas diferentes para a consideração dos momentos negativos e positivos, uma vez que, na tipologia de seção considerada, é previsto um dimensionamento significativamente mais simples no caso dos momentos positivos, devido à maior área disponível da mesa superior. Assim, para os momentos positivos, a área comprimida estava geralmente na mesa da seção, sendo dimensionada de forma análoga a uma seção retangular. No caso dos momentos negativos, entretanto, o dimensionamento tornava-se mais elaborado, pois a linha neutra se encontra na nervura da seção e deve-se determinar a capacidade resistente de cada parcela da seção.

Durante o cálculo do momento limite, os critérios do dimensionamento podem ser alterados baseando-se nos limites estabelecidos pelo usuário ao relacionar o valor de  $x$  com o valor de  $d$ . Logo, podem-se estipular limites de ductilidade diferentes para a estrutura, inserindo  $x$  como  $0,45d$  para atender a zona de ductilidade mínima exigida pela norma ou  $0,25d$  para atender os critérios de redistribuição de esforços requisitados pela mesma.

Deste modo, é possível calcular os valores de armadura longitudinal para cada parcela da seção e avaliar se o momento solicitante é superior ao momento limite, além da relação  $x/d$  em cada caso e por fim, determinar se serão necessárias alternativas para o dimensionamento, tais como seção maciça no apoio, armadura dupla ou até mesmo aumento da resistência do concreto.

Ainda na mesma planilha, o valor de armadura encontrado é comparado à taxa de armadura mínima estipulada pela norma, relacionada à área de concreto, sendo adotado o maior valor. Em seguida, em função da bitola escolhida e do espaçamento, será obtido o valor de  $A_s$  efetivo, cabendo ainda verificação de espaçamento entre as barras posteriormente.

Esta mesma planilha pode ser utilizada tanto para análise linear como para análise com redistribuição de esforços, alterando-se apenas momento solicitante e o valor de  $x/d$  limite. Para o cálculo de armadura dupla, entretanto, foi utilizada uma

planilha adicional, que calcula a armadura de compressão necessária para suprir a diferença entre o momento solicitante e o momento limite da seção estudada.

### 5.3 Dimensionamento de planilha para verificação ao cisalhamento

Em termos de força cortante, todas as lajes estavam submetidas à características de materiais e condições idênticos e por isso, parâmetros como a tensão resistente ao cisalhamento foram considerados os mesmos para todos os casos.

Os primeiros dados de entrada da planilha são as características dos materiais, como a resistência à compressão do concreto, e as características geométricas das estruturas, como a altura da seção transversal e largura da nervura. Por fim, são necessárias as áreas de aço longitudinal calculadas no ELU e os valores de força cortante solicitantes, retirados diretamente dos modelos no Ftool.

Tabela 10 - Verificação ao cisalhamento

<i>DADOS PARA CÁLCULO</i>				
<b>h (m)</b>	<b>b<sub>w</sub>(m)</b>	<b>d(m)</b>	<b>V<sub>sd</sub>, esq (kN)</b>	<b>V<sub>sd</sub>, dir (kN)</b>
0,13	0,09	0,11	5,46	5,46
<b>f<sub>cd</sub></b>	<b>σ<sub>rd</sub></b>	<b>α<sub>v1</sub></b>		
17857,14	320,6205	0,6		
<b>k</b>	<b>A<sub>sd</sub> (m<sup>2</sup>)</b>	<b>ρ<sub>1</sub></b>		
1,49	0,0001	0,0101		
<i>RESULTADOS</i>				
<b>V<sub>rd2</sub>(kN)</b>			<b>V<sub>rd1</sub>(kN)</b>	
47,73214			7,586266	

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Com a automatização das fórmulas, a planilha fornece o valor da força cortante resistente de cálculo das diagonais comprimidas  $V_{rd2}$  e força cortante resistente de cálculo de elementos sem armadura transversal  $V_{rd1}$ . A força cortante solicitante  $V_{sd}$  deve ser então comparada a esses valores. Quando  $V_{sd}$  for superior,



devem ser avaliadas alternativas para resolver o problema e se possível, evitar o uso de armadura transversal.

#### 5.4 Dimensionamento de planilha para verificação da fissuração

Para o cálculo da abertura de fissuras, foram desenvolvidas planilhas separadas para avaliar as seções submetidas a momentos positivos, momentos negativos com seção T e momentos negativos com trecho maciço.

Todas as seções são calculadas de maneira análoga, porém, optou-se por agrupar os cálculos com valores de parâmetros em comum. Os dados de entrada podem ser visto na planilha a seguir.

Tabela 11 - Verificação da fissuração

<i>DADOS PARA CÁLCULO</i>			
<b>h (cm)</b>	<b><math>\phi</math></b>	<b><math>\rho</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>
13	5	0,01646	15
<b>As (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>A<sub>cr</sub> (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>M<sub>serv</sub> (kN.cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Esi</b>
1	60,75	290	21000
<b>d (cm)</b>	<b>x<sub>II</sub> (cm)</b>	<b><math>\eta</math></b>	<b>fctm</b>
11	2,737471	1,4	0,256
<i>RESULTADOS</i>			
<b><math>\sigma</math></b>	<b>w<sub>1</sub> (mm)</b>		<b>w<sub>2</sub> (mm)</b>
28,74842	0,131516649		0,112647
<b>wk</b>	0,13		

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

A armadura longitudinal utilizada no cálculo provém do dimensionamento a flexão e o momento de serviço é resultado da combinação frequente de serviço. O coeficiente  $\eta$  vale 1,4 para armaduras positivas e 2,25 para armaduras negativas.

A planilha fornece o valor da tensão na armadura e os valores de aberturas de fissura  $w_1$  e  $w_2$ , adotando o menor valor entre os dois.

## 6 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

### 6.1 Considerações iniciais

Neste estudo, projetam-se lajes compostas por vigotas treliçadas e enchimento de lajotas cerâmicas, considerando as nervuras longitudinais como um conjunto de vigas dispostas lado a lado. A principal ferramenta utilizada nestes dimensionamentos foram planilhas do software Excel, desenvolvidas especialmente para este estudo, permitindo a verificação dos estados limites último e de serviço.

Os casos de estudo propostos consistem em vigas contínuas de tramos simétricos, variando também a altura das seções transversais. Para a altura das seções, foram escolhidos valores utilizados comumente em projetos, sendo aumentados progressivamente, conforme o vão. Quanto à largura da base da vigota, não existem grandes variações disponíveis, sendo escolhido o valor de 12 cm. Os vãos selecionados, em alguns casos, são maiores do que o habitual para essas lajes, porém, deste modo, é possível avaliar maiores benefícios nas alternativas propostas.

Supõe-se um pavimento destinado escritórios e situado em ambiente interno, de agressividade ambiental tipo I, com cobertura nominal das armaduras de 1,5 mm. Utilizou-se concreto de resistência 25 MPa e aços CA-50 e CA-60.

As ações atuantes na estrutura são o peso próprio da laje, além do peso das lajotas cerâmicas, do revestimento e a carga de utilização. Para a determinação dos valores a serem utilizados para estas cargas foi consultada a NBR 6120, obtendo-se uma carga total de 1kN/m<sup>2</sup> para o revestimento. Quanto à carga acidental, utilizou-se o carregamento para escritórios, correspondente a 2,0 kN/m<sup>2</sup>.

Para obter as ações em cada nervura, devem-se multiplicar as cargas pela distância entre eixos de nervuras, cujo valor de 42 cm foi definido a partir das orientações mínimas de projeto presentes da NBR14859 (ABNT, 2002) para vigotas com armadura treliçada.

O dimensionamento de uma estrutura deve garantir segurança, estabilidade e durabilidade frente às solicitações atuantes durante sua execução e utilização.

Portanto, a análise estrutural envolve não somente o estudo do seu estado limite último (ELU), mas também verificações dos estados limites de serviço (ELS).

As expressões abaixo indicam as combinações utilizadas para as verificações da estrutura no ELU e no ELS:

- Ultimo

$$Fd = \gamma_g * F_{gk} + \gamma_q * F_{qk}$$

- Frequente de serviço

$$Fd = F_{gk} + \psi_1 * F_{qk}$$

- Quase permanente de serviço

$$Fd = F_{gk} + \psi_2 * F_{qk}$$

Tabela 16 - Consideração da variabilidade de ações em projeto - ELU

Ações		$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
<b>Cargas acidentais de edifícios</b>	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas <sup>1)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, oficinas e garagens.	0,8	0,7	0,6
<b>Vento</b>	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
<b>Temperatura</b>	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
1) Edifícios residenciais.				
2) Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.				

Fonte: NBR6118: 2014 (tabela adaptada)

Tabela 17- Fatores de redução de combinação para a consideração da simultaneidade das ações - ELU e ELS

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (yg)		Variáveis (yq)		Protensão (yp)		Recalques de apoio e retração	
	D <sup>1)</sup>	F	G	T	D	F	D	F
<b>Normais</b>	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
<b>Especiais ou de construção</b>	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
<b>Excepcionais</b>	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0
Onde: D é desfavorável, F é favorável e T é temporária.								
<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio de estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.								

Fonte: NBR6118: 2014 (tabela adaptada).

Assim, para a combinação de estado limite última, obtiveram-se os seguintes carregamentos:

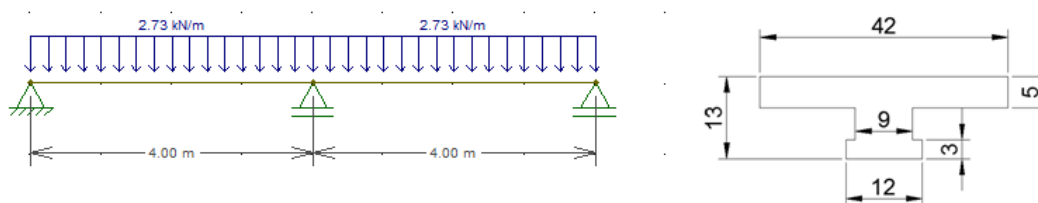
Tabela 12 - Carregamentos no ELU

Caso	Altura cm	Vão m	Carga kN/m
1	13	4	2,73
2	13	5	2,73
3	17	6	2,86
4	21	7	2,98

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

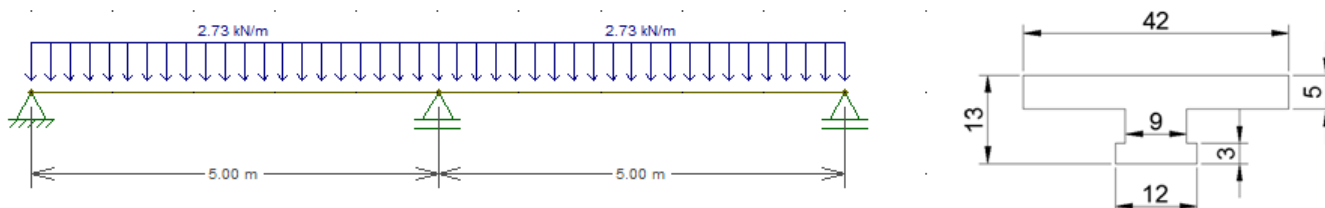
E os casos de estudo foram organizados como nas figuras a seguir:

Figura 18 - Caso 1



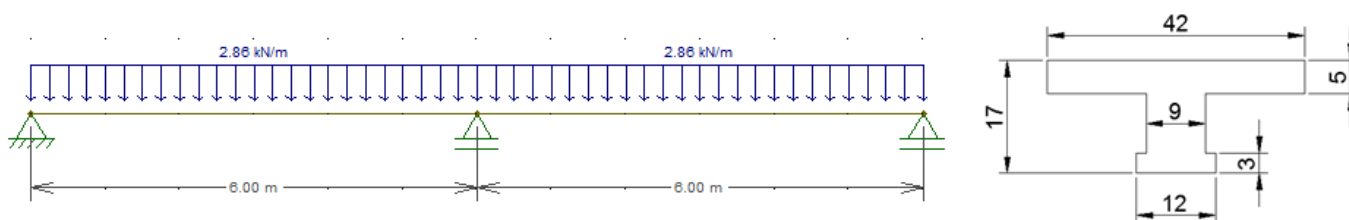
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 19 - Caso 2



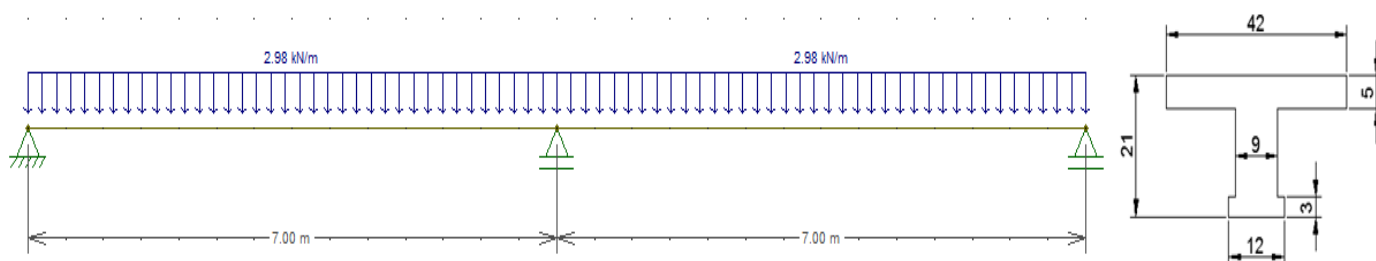
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 20 - Caso 3



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 21 - Caso 4



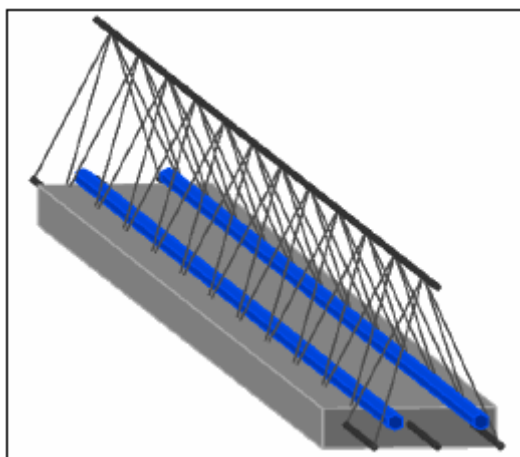
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

- Caso 1:  $q_d=2,73$  kN/m, vão de 4 metros e seção transversal de 13 cm de altura;
- Caso 2:  $q_d= 2,73$ kN/m, vão de 5 metros e seção transversal de 13 cm de altura;
- Caso 3:  $q_d=2,76$  kN/m, vão de 6 metros e seção transversal de 17 cm de altura;
- Caso 4:  $q_d=2,98$  kN/m, vão de 7 metros e seção transversal de 21 cm de altura.

Dada à pequena resistência da seção transversal a momentos negativos, em alguns casos, serão propostas alternativas para aumentar a capacidade portante nos apoios. Uma das alternativas é a criação de um trecho maciço na região, eliminando os enchimentos de enchimento e substituindo por concreto. Considera-se uma solução de fácil execução e eficiente.

Há a possibilidade também do uso de armadura dupla. Para isso, pode-se dispor a armadura de compressão sobre a capa da vigota ou lançar mão de emendas. No primeiro caso, alerta-se para as dificuldades causadas pela geometria da seção. Segundo Knoth “quando a armadura é posicionada na capa, estando a pelo menos 3 cm da face comprimida da vigota, tem-se que as tensões na armadura serão baixas, não aproveitando, assim, toda sua capacidade de resistência” (2013, p. 120).

Figura 22 - Armadura complementar de compressão



Fonte: Knoth,2013, p.139

Ao optar por emendas, tem-se a possibilidade de solda ou traspasse. Trata-se de soluções cuja execução é relativamente mais trabalhosa e só poderá ser aplicada se as vigotas estiverem alinhadas de cada lado do apoio. Além disso, seu emprego pode causar congestionamento de armaduras na região.

Por fim, aplicou-se também redistribuição dos esforços nas estruturas analisadas, ainda que não apresentassem insuficiência de capacidade resistente. A redistribuição permite reduzir as solicitações negativas, possibilitando o dimensionamento com armadura simples sem alterar as dimensões da seção transversal, além de outros benefícios que serão avaliados mais adiante.

## 6.2 Flexão

### 6.2.1 Caso 1 – $h= 13$ cm e vão de 4 metros

Para o primeiro caso de estudo será analisada a continuidade em uma laje de 4 metros, onde a altura da seção transversal é de 13 cm.

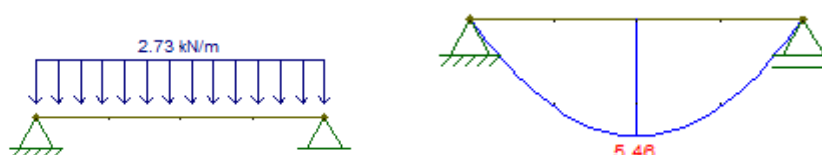
Procura-se avaliar qualitativamente e quantitativamente os efeitos que a consideração da continuidade traz para a estrutura, de modo que, realizar-se-á também o dimensionamento para o modelo de lajes simplesmente apoiadas.

Alerta-se que a utilização do modelo biapoiado para as lajes constitui uma redistribuição de 100% dos momentos de continuidade da laje, isto é, todo o momento negativo atuante no apoio será repassado para o momento positivo da

viga. Após a execução da capa da laje, haverá uma ligação rígida entre esta e os apoios, com momento negativo. A ausência de armadura para resistir a esse momento poderá acarretar em fissuras que podem comprometer a seção. Entretanto, sempre há o uso de armadura construtiva (tela soldada ou amarrada no local) nos apoios que pode ajudar a resistir uma parte do momento negativo e também ajuda no controle da fissuração.

#### a) Modelo biapoiado

Figura 23 - Carregamentos ELU e diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Neste primeiro caso, nota-se que não houve problemas para prosseguir o dimensionamento com o momento elástico. O momento solicitante de 5,46 kN.m é bastante inferior ao momento limite positivo da seção, estudado no item anterior, indicando que a seção atende aos critérios de ductilidade da norma. Logo, fica claro que a seção possui capacidade resistente suficiente para resistir à solicitação e pode ser resolvida facilmente com armadura simples.

Destaca-se também que a seção encontra-se no domínio 2, situação comum para seções T. Apesar das hipóteses do domínio 3 não fornecerem boas aproximações para determinação de  $x$  e deformações da peça, possibilitam resultados satisfatórios para cálculo da armadura longitudinal. Assim, resolvendo a seção para as hipóteses do domínio 3, obtém-se uma área de aço de 0,99 cm<sup>2</sup>.

Com base nas considerações feitas no capítulo 4, com um espaçamento de 1,5 cm entre as barras é possível adotar 5 barras de 5,0 mm.

#### a.1) Detalhamento

Em apoios extremos, necessita-se de uma armadura capaz de resistir a uma força  $R_{st}$ , dada por:

$$R_{st} = \frac{al}{d} V_{sd}$$

Sendo  $al=0,5d$  para o caso de lajes sem armadura de cisalhamento e  $V_{sd}$  a força cortante atuante no apoio, temos:

$$R_{st} = \frac{1,5 * 11}{11} * 5,46 = 8,19 \text{ kN}$$

Para a força  $R_{st}$ , calcula-se a armadura necessária no apoio:

$$A_{s, \text{apoio}} = \frac{R_{st}}{f_{yd}} = \frac{8,19}{50/1,15} = 0,188 \text{ cm}^2$$

Além disso, para momento no apoio igual a zero, são estabelecidos os seguintes valores mínimos:

$$A_{s, \text{apoio}} \geq \begin{cases} \frac{A_{s, \text{vão}}}{3} = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ cm}^2 \\ \text{Área de 2 barras} = 0,2 * 2 = 0,4 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

Dados estes critérios, deve-se ancorar duas barras ( $A_{s, \text{ef}} = 0,4 \text{ cm}^2$ ).

Ressalta-se, contudo, que como não haverá corte das barras, todas as 5 barras serão levadas até o apoio.

Quanto ao comprimento mínimo de ancoragem, deve ser o maior entre os valores a seguir:

$$l_{b, \text{min}} \begin{cases} l_{b, \text{nec}} \\ r + 5,5\phi \\ 60 \text{ mm} \end{cases}$$

- $l_{b, \text{nec}} = \frac{0,188}{1} * 33,9 = 6,37 \text{ cm}$

Neste caso, deve-se adotar  $l_{b, \text{nec}} = l_{b, \text{min}}$

$$L_{b, \text{min}} = 10,17 \text{ cm}$$



- $r+5,5\phi = 6\phi/2+5,5\phi = 8,5\phi = 4,25 \text{ cm}$
- 6 cm

Assim, o comprimento de ancoragem será de 11 cm.

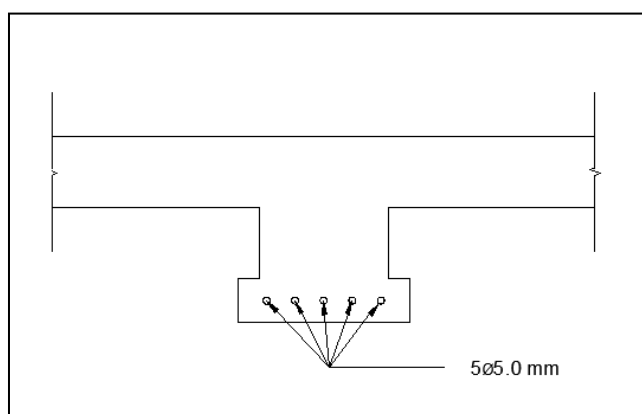
Logo, com ancoragem de 11 cm em cada apoio, o comprimento total de cada barra é de 422 cm.

Quanto ao posicionamento na seção transversal, considerando o espaçamento entre barras de 1,5 cm, temos:

$$0,5*5+1,5*4=8,5 \text{ cm}$$

Logo, 8,5 cm da base da vigota serão ocupados pelas barras, deixando 1,75 cm de cobertura de cada lado.

Figura 24 - Detalhamento - modelo biapoiado – caso 1

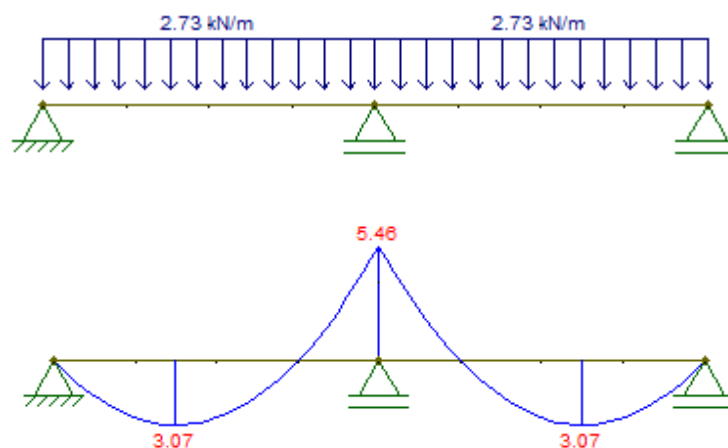


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O detalhamento será realizado de maneira análoga para os demais modelos.

#### b) Modelo contínuo

Figura 25 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Com a consideração do momento negativo, tem-se agora uma redução de 44% do momento solicitante positivo, com uma conseqüente redução da armadura positiva necessária na mesma proporção, de 0,99 cm<sup>2</sup> para 0,55 cm<sup>2</sup>. Contudo, só é pertinente discutir economia analisando também o aumento da armadura negativa.

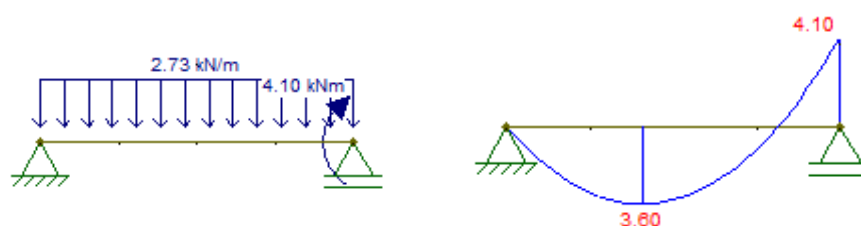
Dado o momento limite negativo de 6,17 kN.m, não houve, neste caso, problemas para dimensionamento da seção submetida a momento negativos. Assim, um dimensionamento com armadura simples resultou numa área de aço de 1,25 cm<sup>2</sup>.

De qualquer modo, a consideração da laje como contínua é o modelo mais verossímil, ainda que represente uma dificuldade para o dimensionamento em alguns casos.

Conforme observado, não houve problemas de dimensionamento com armadura simples neste caso. A seção do apoio central, porém, será submetida à redistribuição dos esforços, a fim de estudar as possíveis vantagens do método neste contexto.

c) Redistribuição de 25%

Figura 26 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores

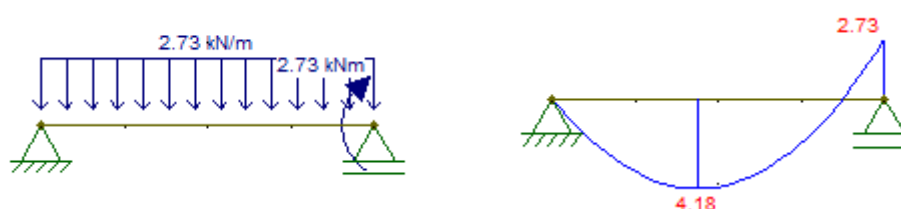


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para uma redistribuição de 25 %, obtém-se um momento negativo de 4,10 kN.m. Este momento está abaixo do momento limite para  $x/d=0,25$ , indicando que a redistribuição de momentos realizada é válida de acordo com as diretrizes da NBR6118. Além disso, foi obtido para uma área de aço positiva de  $0,65 \text{ cm}^2$  e uma área de aço negativa de  $0,96 \text{ cm}^2$ .

#### d) Redistribuição de 50%

Figura 27 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para uma redistribuição de 50 %, obtém-se um momento negativo de 2,73 kN.m, significativamente inferior ao momento limite de 4,27 kN.m. Quanto ao consumo de aço, obtém-se uma área de aço positiva de  $0,75 \text{ cm}^2$  e negativa de  $0,61 \text{ cm}^2$ .

No que concerne o detalhamento, evitou-se a utilização de armadura em mais de uma camada, por não se adequar e não ser de caráter usual nas obras, valendo o mesmo para o corte das barras. Visto que todas as barras da armadura positiva serão levadas até o apoio, seu comprimento não varia muito, dependendo apenas

da extensão do vão e do comprimento de ancoragem. Estes critérios são consideravelmente relevantes no que diz respeito ao consumo de aço.

A tabela abaixo mostra a organização do cálculo do peso de aço das armaduras positivas. Uma vez definida o diâmetro da barra a ser utilizada, multiplica-se o comprimento unitário da mesma ( $C_i$ ) pelo peso unitário correspondente a bitola ( $P$ ) e pelo número de barras ( $Q$ ).

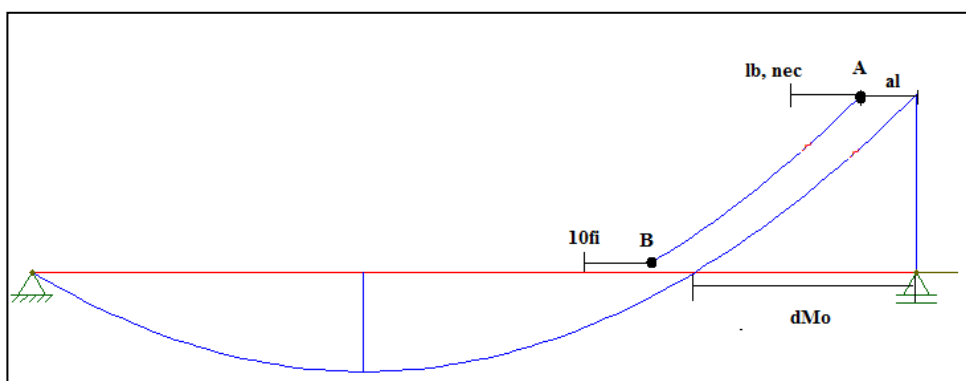
Tabela 13 - Consumo de aço - armaduras positivas – Caso 1

Modelo	$\phi$	$C_i$ (cm)	Q	$C_t$ (m)	P(kg/m)	$P_{total}$ (kg)
Laje biapoiada	5	422	5	21,1	0,154	3,25
Laje contínua	5	410	3	12,3	0,154	1,89
Red. 25%	5	410	4	16,4	0,154	2,53
Red. 50%	5	410	4	16,4	0,154	2,53

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O cálculo do peso das armaduras negativas foi feita da mesma forma, porém, os comprimentos unitários das armaduras são diferentes entre si. Como não há a necessidade de ancoragem nos apoios, calculou-se o comprimento necessário dado pelo diagrama decalado do momento fletor, conforme pode ser visto na figura e na tabela a seguir:

Figura 28 – Diagrama de momento fletor decalado



Fonte: Elaboração do autor, 2015

Uma vez que se optou por não realizar o corte das barras, foi tomado o maior comprimento de armadura necessária, isto é, o maior entre os valores de  $al+lb,nec$  ou  $dM_0+al+10\phi$ .  $Lb,nec$  e  $al$  foram calculados com base nas prescrições da norma,

enquanto a distância  $d_{Mo}$  (distância do apoio ao ponto de momento fletor nulo) foi obtido diretamente do  $F_{tool}$ .

Tabela 14 - Comprimento das armaduras negativas - Caso 1

<b>d</b>	<b>al</b>	<b><math>\phi</math></b>	<b><math>f_{yd}</math></b>	<b>lb</b>	<b><math>A_{s,calc}</math></b>	<b><math>A_{s,ef}</math></b>	<b>lb, nec</b>	<b>lb min</b>	<b>lb, ef</b>	<b><math>d_{Mo}</math></b>	<b><math>d_{Mo+al+10\phi}</math></b>
11	16,5	0,8	43,47826	43,04972	1,330	1,5	38,17	12,91	38,17	100	129,67
11	16,5	0,63	43,47826	33,90165	0,957	1,26	25,74	10,17	25,74	75	92,24
11	16,5	0,63	43,47826	33,90165	0,611	0,63	32,90	10,17	32,90	50	99,40

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

A tabela 10 apresenta um resumo dos resultados dos modelos analisados, indicando a área de armadura longitudinal calculada e o consumo de aço.

Tabela 15 - Caso 1

<b>Análise</b>	<b>Momento (kN.m)</b>	<b>Largura bf considerada (cm)</b>	<b>Armadura longitudinal (cm<sup>2</sup>)</b>	<b>Consumo de aço individual (kg)</b>	<b>Consumo de aço total (kg)</b>
Laje biapoiada	$M^+ = 5,46$	42	0,99	3,25	3,25
	$M^- = 0$	-	-	-	-
Laje contínua	$M^+ = 3,07$	42	0,55	1,89	3,16
	$M^- = 5,46$	12	1,33	1,27	
Red. de esforços 25%	$M^+ = 4,1$	42	0,65	2,53	3,43
	$M^- = 3,6$	12	0,96	0,9	
Red. de esforços 50%	$M^+ = 4,18$	42	0,75	2,53	3,02
	$M^- = 2,73$	12	0,61	0,49	

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Ao confrontar os modelos biapoiado e contínuo, percebe-se uma grande redução do momento positivo e, por conseguinte, da área de aço positiva necessária. No entanto, tal economia é consideravelmente compensada pelo surgimento da área de aço negativa.

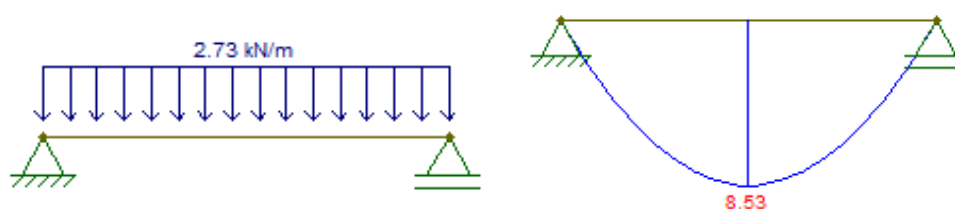
Para a redistribuição de 25%, constatou-se na verdade, um pequeno aumento do consumo de aço, pois a economia obtida era pequena e foi ultrapassada na

definição da área de aço efetiva. Por outro lado, considerando os casos de redistribuição entre si, obteve-se uma redução do consumo de aço total em 10%.

### 6.2.2 Caso 2 – $h = 13$ cm e vão de 5 metros

#### a) Modelo biapoiado

Figura 29 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores

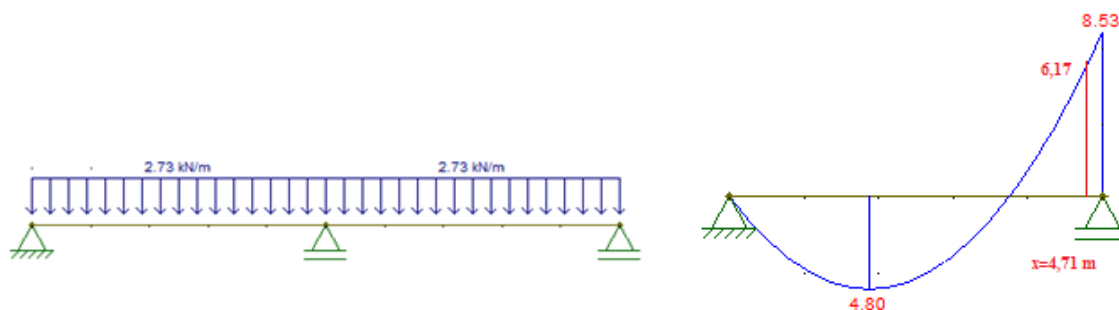


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O modelo que desconsidera a continuidade fornece uma área de aço de  $1,58 \text{ cm}^2$  para o momento máximo no vão.

#### b) Modelo contínuo

Figura 30 - Carregamentos do ELU e diagrama dos momentos fletores

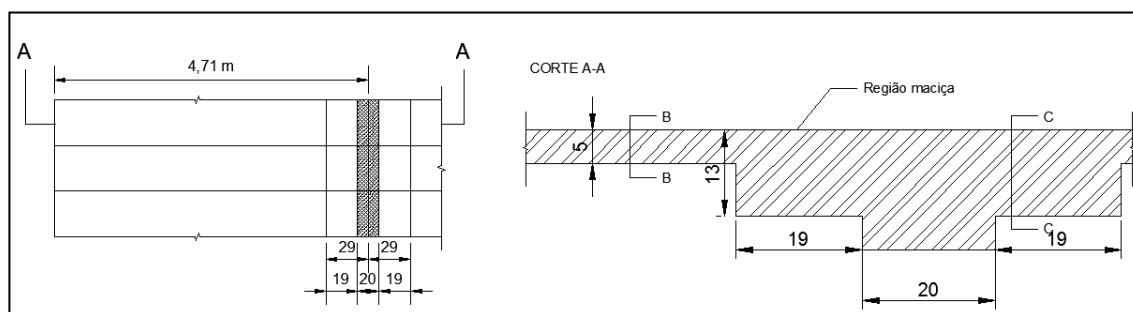


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para o momento positivo, calculou-se uma área de aço de  $0,86 \text{ cm}^2$ . O momento solicitante negativo, por outro lado, é superior ao momento resistente na seção. Em vista disso, devem-se buscar soluções que possibilitem o dimensionamento, as quais serão aferidas adiante.

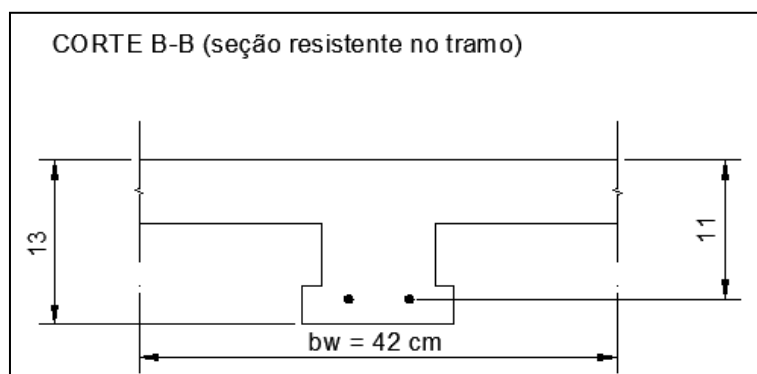
Uma das soluções possíveis é a adoção de uma seção maciça de concreto na região onde a seção nervurada não resiste ao momento negativo. O comprimento desta seção pode ser obtido a partir do ponto em que se atinge o momento resistente da nervura. Analisando o diagrama dos momentos fletores, encontra-se o ponto onde o momento atuante é igual ao momento resistente na seção, igual a  $4,71 \text{ m}$ . A distância deste ponto até o centro do apoio é de  $0,29 \text{ m}$  e delimita a região maciça necessária de cada lado do apoio. Admitindo um apoio com largura de  $20 \text{ cm}$ , a comprimento necessário do trecho maciço será de  $38 \text{ cm}$ . Para a largura da seção transversal de referência, é tomado o intereixo das vigotas, de  $42 \text{ cm}$ .

Figura 31 - Esquema estrutural da laje com região maciça próxima ao apoio central



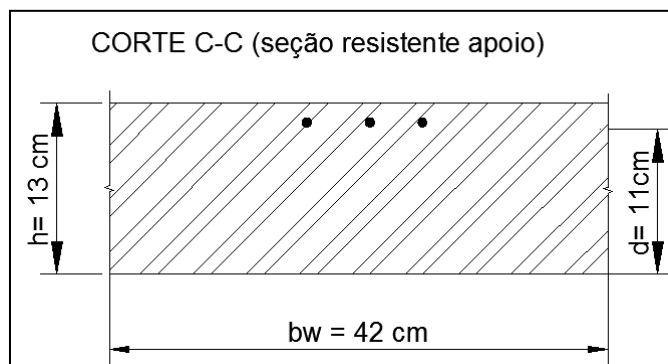
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 32 - Corte B-B



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 33 - Corte C-C

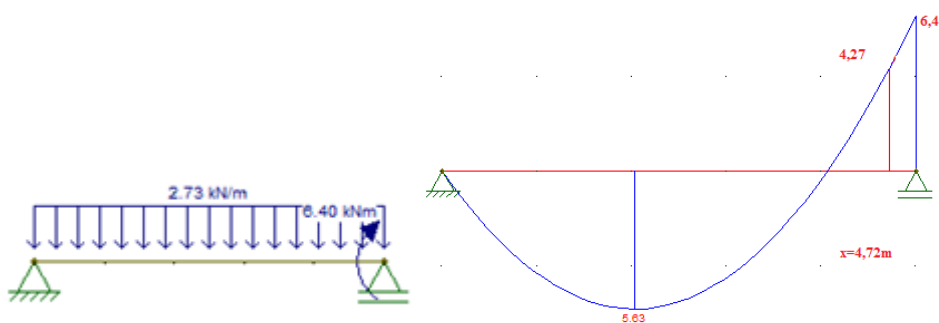


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Deve-se então comparar a área de aço obtida a partir do cálculo com momento negativo elástico e trecho maciço e com a área de aço obtida do cálculo com momento resistente e seção T, de modo a ser adotado o maior valor. A área de aço encontrada com o uso do trecho maciço é maior, de 1,89 cm<sup>2</sup>.

### c) Redistribuição de 25%

Figura 34 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para validar a redistribuição de esforços, deve-se comparar o momento solicitante de 6,10 kN.m com o momento resistente limite para  $x/d=0,25$ , de 4,27 kN.m. Novamente, a seção não é capaz de resistir aos esforços e deve-se procurar uma alternativa para o dimensionamento.

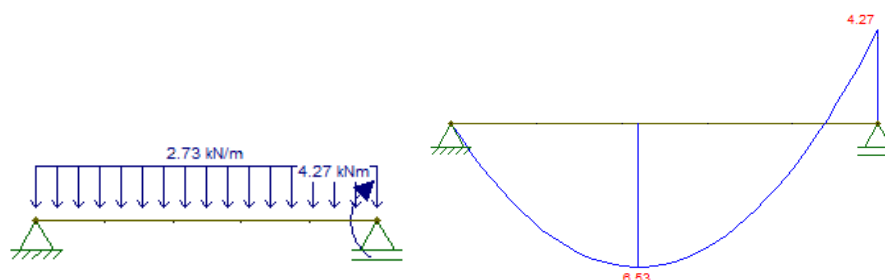
Decidiu-se por combinar a redistribuição de esforços com a adoção de uma região maciça, empregando o mesmo procedimento descrito no item b) e encontra-



se trecho maciço de 36 cm e uma área de aço de 1,39 cm<sup>2</sup>. Quanto à armadura positiva, são necessários 1,02 cm<sup>2</sup>.

#### d) Redistribuição de 50%

Figura 35 - Carregamentos do ELU e diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Coincidentemente, a aplicação do coeficiente de minoração  $\delta$  resultou em um momento solicitante igual ao momento resistente da seção analisada. Assim, os cálculos resultam numa armadura longitudinal de 1 cm<sup>2</sup> para a seção do apoio central e 1,19cm<sup>2</sup> para o momento máximo positivo no vão.

Tabela 16 - Caso 2

Análise	Momento (kN.m)	Largura bf considerada (cm)	Armadura longitudinal (cm <sup>2</sup> )	Consumo de aço individual (kg)	Consumo de aço total (kg)
Laje biapoiada	$M^+ = 8,53$ $M^- = 0$	42 -	1,58 -	7,04	7,04
Laje contínua c/ trecho maciço	$M^+ = 4,8$ $M^- = 8,53$	42 42	0,86 1,89	3,97 2,89	6,86
Red. de esforços 25% + trecho maciço	$M^+ = 5,63$ $M^- = 6,40$	42 42	1,02 1,39	4,26 1,79	6,05
Red. de esforços 50%	$M^+ = 6,53$ $M^- = 4,27$	42 12	1,19 1	5,06 1,09	6,15

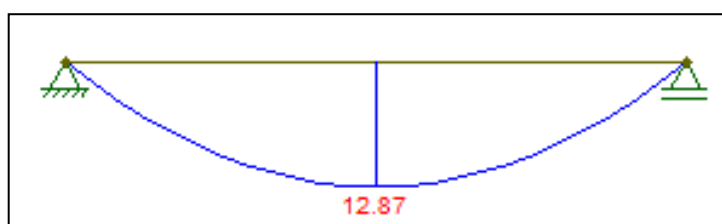
Fonte: Elaboração do autor, 2015.

No quadro resumo, observa-se uma economia do consumo de aço total em relação ao modelo biapoiado, de forma que os modelos que consideram a continuidade podem fornecer uma economia de até cerca de 14%. Além disso, a redistribuição de esforços permite a aproximação entre os momentos positivos e negativos, o que permite uma melhor distribuição das barras.

6.2.3 Caso 3 –  $h=17$  cm e vão de 6 m

## a) Modelo biapoiado

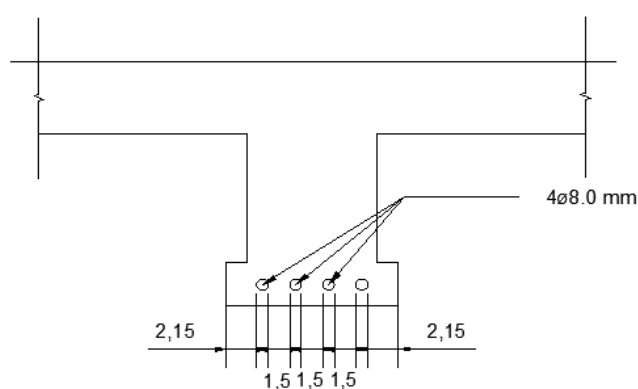
Figura 36 - Diagrama dos momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Este exemplo apresenta um valor de momento fletor positivo bastante acima dos valores encontrados nos outros casos, resultando numa área de aço de  $1,71 \text{ cm}^2$ , o que requer o uso de bitolas maiores. Devido ao espaçamento longitudinal reduzido de 1,5 cm, neste caso, é possível realizar o arranjo. Porém, para valores de momento superiores fica evidente que seria necessário aumentar a largura da vigota de concreto.

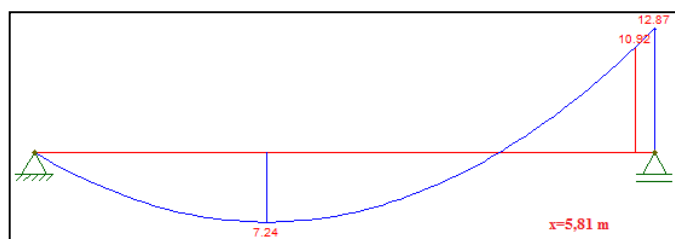
Figura 37 – Detalhamento – modelo biapoiado – caso 3



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

## b) Modelo contínuo

Figura 38 - Diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Dada a grande área de concreto disponível para resistir o momento positivo, tem-se um  $A_s$  de  $0,95 \text{ cm}^2$ .

O diagrama mostra que o momento atuante na seção do apoio central ultrapassa seu momento resistente na mesma. Se optarmos por trecho maciço na região, será necessário um valor relativamente pequeno, de 24 cm de largura, com armadura de  $2,07 \text{ cm}^2$ .

Uma segunda alternativa seria o dimensionamento com armadura dupla. De modo geral, a armadura dupla permite dimensionar seções cujas deformações estariam no domínio 4 se usassem armadura simples e evitar um dimensionamento contra a segurança, com ruptura frágil e sem aviso.

Em contrapartida, os limites impostos pela NBR6118 para a posição da linha neutra referentes à ductilidade também podem justificar a utilização de armadura dupla. Quando a linha neutra excede os valores limites, é possível manter os parâmetros geométricos da seção e resolver o dimensionamento ao acrescentar armadura na região comprimida da viga e desse modo, possibilitar que a linha neutra fique dentro do intervalo desejado.

Sendo assim, neste estudo, a armadura de compressão torna-se um artifício para reduzir a profundidade da linha neutra e possibilitar o dimensionamento.

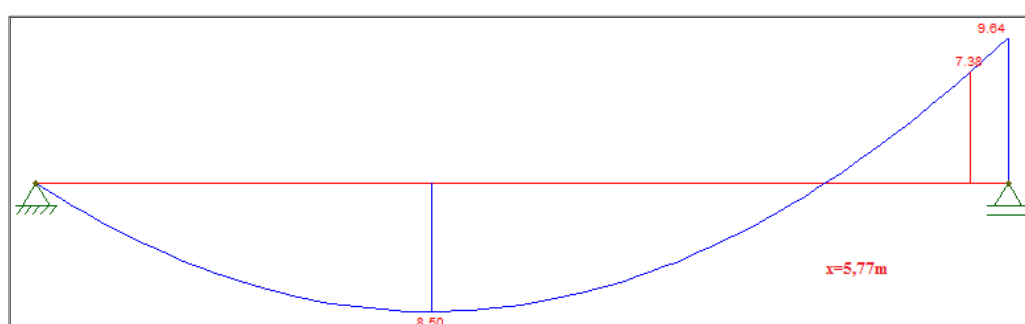
Supõe-se o uso de emenda por solda nesta situação, visto que a alternativa de posicionar a armadura complementar de compressão sobre a base da vigota pode não ser eficiente, devido à elevação da posição do centro de gravidade da armadura. Para empregar esta solução, é necessário ainda, que as nervuras coincidam.

Salienta-se, que neste estudo, não se pretende explorar todos os pormenores desta alternativa, mas apenas indicar a possibilidade de seu uso para solucionar a dificuldade encontrada no dimensionamento.

Tendo em vista a redistribuição de esforços mais a frente, o valor de  $x_{lim}$  de referência para o dimensionamento será de  $0,25d$ . Assim, uma armadura de compressão de  $0,345 \text{ cm}^2$  e uma armadura negativa de  $2,36 \text{ cm}^2$ .

c) Redistribuição de 25%

Figura 39 - Diagrama dos Momentos Fletores

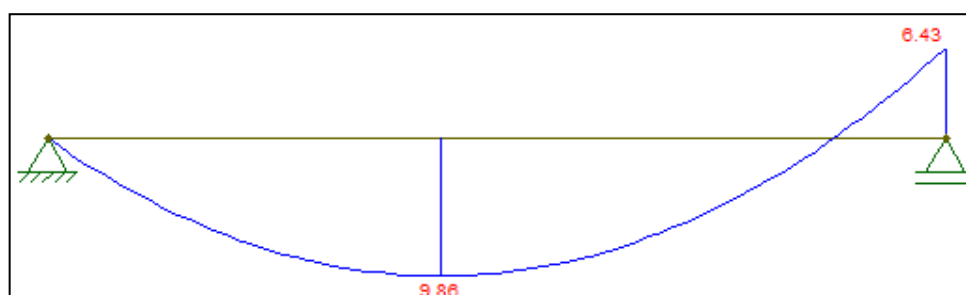


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O dimensionamento realizado apenas com a redistribuição de esforços não respeitava o limite  $x/d \leq 0,25$ , logo, esta foi combinada com o trecho maciço de 24 cm calculado no item precedente. A solução proposta demanda um  $A_s$  positivo de  $1,12 \text{ cm}^2$  e um  $A_s$  negativo de  $1,53 \text{ cm}^2$ . Nota-se então, uma grande redução considerável da armadura negativa necessária em relação ao modelo sem redistribuição de esforços, permitindo uma melhor distribuição das barras na seção.

d) Redistribuição de 50%

Figura 40 - Diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para a armadura positiva e para a armadura negativa serão necessários, 1,31 cm<sup>2</sup> e 1,08 cm<sup>2</sup>, respectivamente, sendo valores bastante próximos àqueles encontrados com uma redistribuição de momentos inferior.

Tabela 17 - Caso 3

Análise	Momento (kN.m)	Largura da seção (cm)	Armadura longitudinal (cm <sup>2</sup> )	Consumo de aço individual (kg)	Consumo de aço total (kg)
Laje biapoiada	M <sup>+</sup> = 12,87 M <sup>-</sup> = 0	42 -	1,71 -	9,89 -	9,89
Laje contínua c/ trecho maciço	M <sup>+</sup> = 7,24 M <sup>-</sup> = 12,87	42 42	0,95 2,07	4,77 4,11	8,88
Laje contínua com armadura dupla	M <sup>+</sup> = 7,24 M <sup>-</sup> = 12,87	42 12	0,95 2,36+0,345	4,77 4,21+0,294	9,277
Red. de esforços 25%	M <sup>+</sup> = 8,5 M <sup>-</sup> = 9,64	42 42	1,12 1,53	6,04 2,05	8,09
Red. de esforços 50%	M <sup>+</sup> = 9,86 M <sup>-</sup> = 6,43	42 12	1,31 1,08	7,42 1,24	8,48

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Os modelos contínuos com trecho maciço e armadura dupla representam uma economia de aço total em relação ao modelo rotulado, além de diminuir um possível congestionamento de armadura no vão.

Quanto à utilização da armadura dupla, esta requer, no entanto, maiores cuidados na execução. Vale destacar também que, de acordo com a norma brasileira, são uma opção inviável para nervuras menores que 8 cm. Logo, cabe ao projetista decidir qual a opção mais adequada para a o projeto em questão.

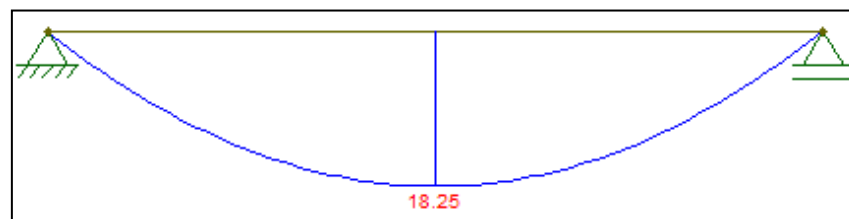
Já o trecho maciço, sob outra perspectiva, exigirá o uso de formas e escoramento para a sua concretagem, mas se trata de uma técnica relativamente mais difundida neste tipo de laje.

#### 6.2.4 Caso 4 – h=21 cm e vão de 6 m

Neste caso, pretende-se esclarecer, dado o carregamento e a geometria da seção, qual o vão máximo a ser utilizado para uma análise linear comum.

## a) Modelo biapoiado

Figura 41 - Diagrama dos Momentos Fletores

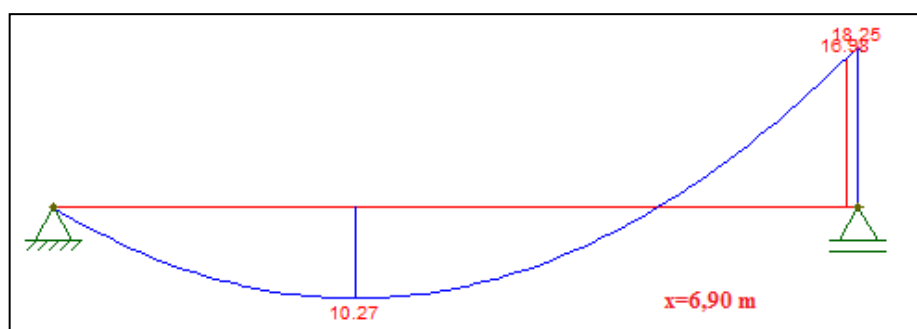


Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Para o momento solicitante de 18,25 kN.m, tem-se um  $A_s$  de 1,92 cm<sup>2</sup>.

## b) Modelo contínuo

Figura 42 - Diagrama dos Momentos Fletores



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Neste modelo, a armadura positiva necessária é de 1,06 cm<sup>2</sup>, 45% a menos que o valor do modelo anterior, o que favorecerá um menor congestionamento das barras nesta seção.

No que diz respeito ao momento negativo, em vista do momento resistente limite da seção, seria necessária uma região maciça com 10 cm de cada lado do apoio. No entanto, o diagrama aqui exposto faz parte de um modelo e falha em representar as dimensões do apoio real. Para uma estrutura de apoio com 20 cm de largura, por exemplo, o trecho maciço já seria dispensável. Comparando o dimensionamento com e sem trecho maciço, opta-se por aquele sem trecho maciço, pois resulta na maior área de aço, de 2,47 cm<sup>2</sup>.

Pode-se concluir então, que o vão escolhido de 7 metros é coincidentemente o vão máximo a ser utilizado, para o carregamento e a geometria em questão, dada a proximidade do momento solicitante com o momento resistente de referência.

O consumo de aço referente a cada situação é apresentada na tabela 18.

Tabela 18 - Caso 4

Análise	Momento (kN.m)	Largura da seção (cm)	Armadura longitudinal (cm <sup>2</sup> )	Consumo de aço individual (kg)	Consumo de aço total (kg)
Laje biapoiada	M <sup>+</sup> = 18,25	42	1,92	11,47	11,47
	M <sup>-</sup> = 0	-	-	-	
Laje contínua	M <sup>+</sup> = 7,24	42	1,06	6,45	11,3
	M <sup>-</sup> = 18,25	12	2,47	4,85	

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

### 6.3 Cisalhamento

A verificação das lajes estudadas pode ser feita analogamente a verificação realizada em vigas. Porém, conforme mencionado anteriormente, a não utilização de armadura transversal é uma solução mais adequada nestas lajes, dada a pequena altura e largura da sua seção transversal.

Sendo a distância entre eixo de nervuras menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal se obedecer à condição  $V_{sd} \leq V_{rd1}$ . É verificado também o valor de  $V_{rd2}$ , para avaliar se não haverá esmagamento da biela de concreto.

Os valores da força cortante solicitante foram obtidos diretamente do  $F_{tool}$ , para cada lado do apoio e em seguida, comparados com  $V_{rd1}$  e  $V_{rd2}$ .

Optou-se por não levar em consideração  $V_{sd}$  reduzido, pois os valores de  $d$  são pequenos e não trariam diferenças expressivas.

A tabela a seguir, apresenta os resultados obtidos no dimensionamento das lajes ao cisalhamento para cada caso de estudo.

## 6.3.1 Caso 1

Tabela 19 - Caso 1 - cisalhamento

<b>Modelo</b>	<b>h</b>	<b>bw</b>	<b>d</b>	<b>k</b>	<b>Vsd, esq</b>	<b>Vsd, dir</b>	<b>Vrd2</b>	<b>Asd</b>	<b>p1</b>	<b>Vrd1</b>
Biapoiado	0,13	0,09	0,11	1,49	5,46	5,46	47,732	0,0001	0,010101	7,586
Contínuo	0,13	0,09	0,11	1,49	4,1	6,83	47,732	0,00006	0,006061	6,832
Red. 25%	0,13	0,09	0,11	1,49	4,44	6,48	47,732	0,00008	0,008081	7,204
Red. 50%	0,13	0,09	0,11	1,49	4,78	6,14	47,732	0,00008	0,008081	7,204

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

No primeiro caso de estudo, nota-se que não houve problemas para atingir a dispensa à armadura transversal nas lajes. Observa-se também que a redistribuição de esforços não acarretou uma grande alteração nos valores de cortante. A consideração da continuidade, no entanto, leva a maiores valores de força cortante no apoio central, que passa a ser fator determinante no dimensionamento.

## 6.3.2 Caso 2

Tabela 20 - Caso 2 - cisalhamento

<b>Modelo</b>	<b>h</b>	<b>bw</b>	<b>d</b>	<b>k</b>	<b>Vsd, esq</b>	<b>Vsd, dir</b>	<b>Vrd2</b>	<b>Asd</b>	<b>p1</b>	<b>Vrd1</b>
Biapoiado	0,13	0,09	0,11	1,49	6,83	8,53	47,732	0,00017	0,017172	8,924
Contínuo	0,13	0,09	0,11	1,49	5,12	8,53	47,732	0,0001	0,010101	7,586
Red. 25%	0,13	0,09	0,11	1,49	5,55	8,11	47,732	0,000124	0,012525	8,045
Red. 50%	0,13	0,09	0,11	1,49	5,97	7,68	47,732	0,00015	0,015152	8,542

Fonte: Elaboração do autor, 2015

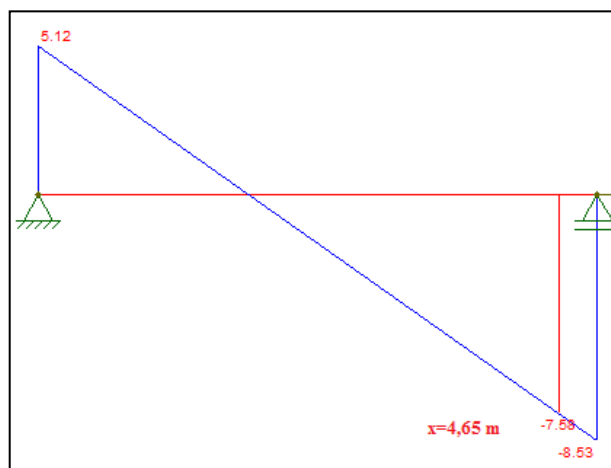
Naturalmente, o aumento do vão para a mesma altura da seção transversal leva a esforços solicitantes maiores. Novamente, a consideração da continuidade é determinante no dimensionamento, levando a esforços solicitantes maiores que a capacidade resistente no modelo contínuo e no modelo com 25% de redistribuição de esforços.

No dimensionamento do modelo contínuo elástico, é necessária uma análise diferenciada, pois foi utilizado um trecho maciço de 38 cm no dimensionamento à flexão.



Porém, como pode ser observado na figura 43, para igualar a força cortante solicitante à  $V_{rd1}$ , seria necessário então aumentar o trecho maciço para 50 cm.

Figura 43 - Diagrama de força cortante



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Outra solução para evitar o emprego de armadura transversal é também aumentar a resistência do concreto. O aumento do  $f_{ck}$  de 25MPa para 30 MPa levaria os valores de  $V_{rd1}$  do modelo analisado para 8,57kN, eliminando a necessidade de estribos.

Para o modelo com 25% de redistribuição de esforços, a diferença entre  $V_{sd}$  e  $V_{rd1}$  é pouco expressiva, sendo superada pelo trecho maciço de 36 cm calculado no item 6.3 para resistir à flexão.

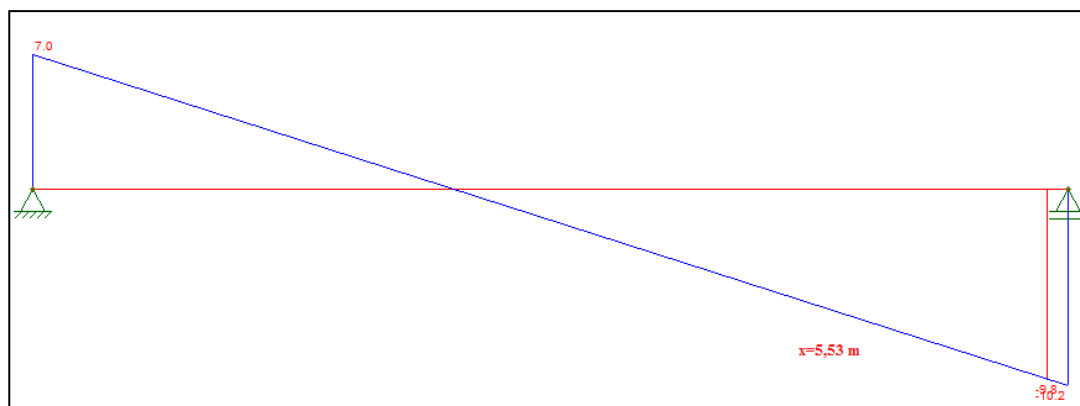
### 6.3.3 Caso 3

Tabela 21 - Caso 3 - cisalhamento

<b>h</b>	<b>bw</b>	<b>d</b>	<b>k</b>	<b>Vsd, esq</b>	<b>Vsd, dir</b>	<b>Vrd2</b>	<b>Asd</b>	<b>p1</b>	<b>Vrd1</b>
0,17	0,09	0,15	1,45	8,6	8,6	65,089	0,0002	0,014815	11,251
0,17	0,09	0,15	1,45	6,4	10,7	65,089	0,0001	0,007407	9,391
0,17	0,09	0,15	1,45	6,4	10,7	65,089	0,00025	0,01859	12,18
0,17	0,09	0,15	1,45	7	10,2	65,089	0,000124	0,009185	9,837
0,17	0,09	0,15	1,45	7,5	9,7	65,089	0,00015	0,011111	10,321

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 44 - Diagrama de força cortante



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Neste caso, encontram-se problemas semelhantes ao caso anterior. Ao observar o diagrama, constata-se que no modelo contínuo existe a necessidade de aumentar o trecho maciço de 24 cm para 74 cm, devido à elevada força cortante solicitante.

Por outro lado, com a redistribuição de esforços de 25%, a necessidade da armadura transversal é eliminada, pois a diferença entre  $V_{sd}$  e  $V_{rd1}$  é reduzida e o trecho maciço de 24 cm é suficiente.

#### 6.3.4 Caso 4

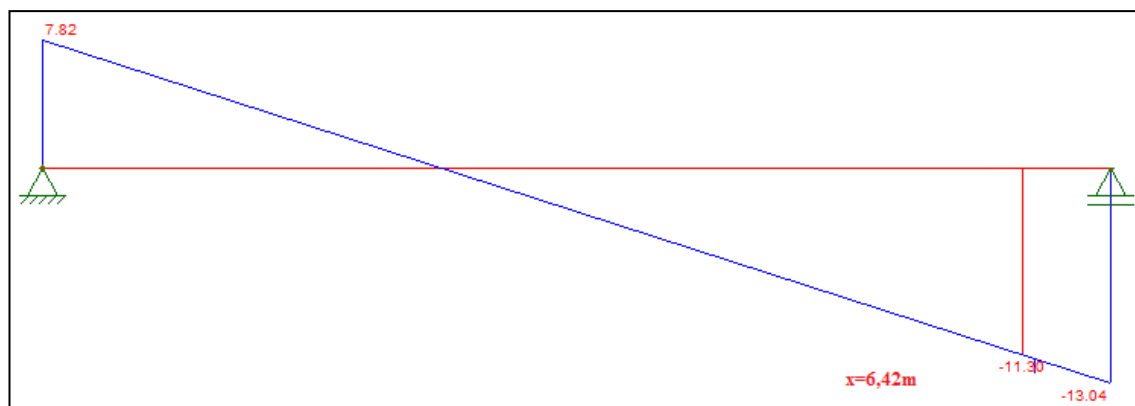
Tabela 22 - Caso 4 - cisalhamento

h	bw	d	k	Vsd, esq	Vsd, dir	Vrd2	Asd	$\rho_1$	Vrd1
0,21	0,09	0,19	1,41	10,43	10,43	82,446	0,0002	0,011696	12,893
0,21	0,09	0,19	1,41	7,82	13,04	82,446	0,000112	0,00655	11,302

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Ressalta-se que o modelo biapoiado não indicava a necessidade de armadura transversal, entretanto, no modelo contínuo, tem-se a necessidade de um trecho maciço de 96 cm. Estes resultados conflitantes entre os modelos reforçam a necessidade de considerar de forma cuidadosa a continuidade destas lajes.

Figura 45 - Diagrama de força cortante



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Os resultados obtidos evidenciam a dificuldade em atingir a dispensa de armadura transversal nesta tipologia de laje, devido às suas pequenas dimensões. Contudo, tanto a redistribuição dos esforços como a solução de trecho maciço se mostraram interessantes para o dimensionamento ao cisalhamento. O trecho maciço, por sua vez, é uma solução eficiente tanto para o dimensionamento à flexão quanto ao cisalhamento.

Tais soluções foram avaliadas na tentativa de manter inalteradas as dimensões das seções transversais, mas sabe-se que utilizando vigotas de largura e altura maiores também seria possível atingir os resultados desejáveis, favorecendo também o desempenho à flexão.

## 6.4 Fissuração

Os estados limites de utilização devem ser verificados com análise linear considerando a armadura calculada no ELU, de modo a aferir se a redistribuição de esforços não compromete a estrutura em serviço.

Desta maneira, é imprescindível limitar a abertura de fissuras para garantir tanto a sensação de conforto e segurança do usuário da edificação, como a proteção da armadura contra a corrosão e em vista disso, a resistência do elemento.

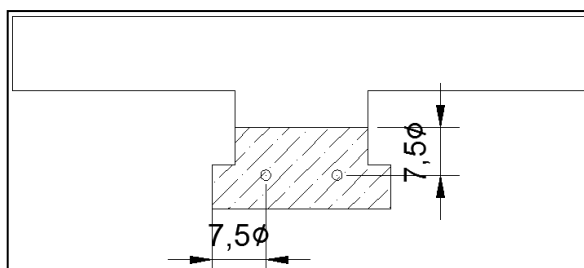
Nesta verificação, a referência é o momento de serviço calculado com a combinação frequente, no qual  $\psi_1$  é 0,4.

Para a avaliação da fissuração, foram verificadas tanto as seções do meio do vão como nos apoios centrais. Ressalta-se que, neste estudo, tem-se uma situação pouco comum, que é a existência de duas seções transversais diferentes sendo solicitadas pelo momento negativo. Deste modo, nas situações onde se aplicou a solução de trecho maciço, será verificada tanto a seção retangular, solicitada pelo momento máximo negativo no apoio, quanto a seção transversal T, solicitada pelo momento máximo negativo onde se inicia o trecho maciço.

Para o cálculo da tensão de tração na armadura considerada, utiliza-se o momento de serviço e o braço de alavanca, cujo valor é dado pela distância  $d$  menos um terço de  $x_{II}$  (posição da linha neutra no estádio II). Além disso,  $\eta_1$  é igual a 2,25 para barras de CA-50 e 1,4 para barras de CA-60.

Já a área de região de envolvimento protegida pelas barras longitudinais foi definida como apresentada na figura a seguir, resultando também numa seção T.

Figura 46 - Área de envolvimento das barras



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Os resultados obtidos serão discutidos a seguir.

#### 6.4.1 Caso 1

Tabela 23 - Caso 1 – Fissuração

Modelo	As	Meio do vão			Apoio		
		$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	W(mm)	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)
Biapoiado	1	28,748	1,4	0,1126			
Contínuo	0,6	26,798	1,4	0,1142	1,5	19,79	2,25
Red. 25%	0,8	20,149	1,4	0,0646	1,26	23,56	2,25
Red. 50%	0,8	20,149	1,4	0,0646	0,63	45,67	2,25

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Primeiramente, observa-se que todos os casos apresentaram fissuras inferiores ao limite estabelecido para sua classe de agressividade ambiental, isto é, de 0,4mm.

Ademais, deve-se alertar que o modelo biapoiado, não permitindo verificação da fissuração devido à ausência de armadura negativa, já constitui um impedimento no dimensionamento ao estado limite de serviço.

Assim, no que diz respeito à solicitação de momento positivo, os resultados permitem constatar que o modelo de viga contínua confere uma diminuição da abertura de fissuras, ainda que pequena, em relação o modelo biapoiado em razão da diminuição do momento de serviço ao longo do vão. E ainda, a redistribuição de esforços ocasionou uma redução ainda mais significativa do valor de w, pois as armaduras calculadas no ELU crescem conforme a redistribuição em referência ao modelo contínuo elástico e o momento de serviço considerado para ambos os modelos, é o mesmo.

Com relação ao trecho solicitado por momento negativo, visto que não é possível fazer redistribuição de esforços no estado limite de serviço, os momentos de serviços considerados são iguais para todos (onde não foi utilizada a solução de trecho maciço). Deste modo, a redistribuição dos esforços que leva à redução da

área de armadura nos apoios, leva também a um aumento da tensão de tração na armadura e por consequência, um aumento da abertura de fissuras.

#### 6.4.2 Caso 2

Tabela 24- Caso 2 – Fissuração

Modelo	Meio do vão				Apoio				Apoio com região maciça			
	As	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)	As	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)	As	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)
Biapoiado	1,7	26,634	1,4	0,1366								
Contínuo	1	25,279	1,4	0,09905	2	17,23	2,25	0,0470	2	22,48	2,25	0,0800
Red. 25%	1,24	20,445	1,4	0,07981	1,5	23,26	2,25	0,0856	1,5	29,7	2,25	0,1398
Red. 50%	1,5	16,953	1,4	0,05488	1,0	46,81	2,25	0,2733				

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Neste caso de estudo, assim como no anterior, verifica-se uma diminuição progressiva das tensões na armadura positiva a cada modelo, e com isso, abertura de fissuras cada vez menores. O modelo biapoiado origina o maior valor de w, apesar da maior área de aço, visto que o momento solicitante é relativamente elevado, causando maior tensão na armadura.

Destaca-se que, dada a solução de trecho maciço nos dois primeiros modelos, considera-se o momento solicitante máximo negativo agindo na seção T correspondente ao ponto onde se inicia o trecho maciço. Por isso têm-se uma solicitação menor que a do modelo com 50% de redistribuição de esforços, onde o momento de serviço é aquele agindo efetivamente no apoio. Novamente, em virtude da redistribuição de esforços no ELU, utilizam-se áreas de aço negativas que conduzem a maiores valores de w no ELS.

#### 6.4.3 Caso 3

Tabela 25 - Caso 3 – Fissuração

Modelo	As,ef	Meio do vão			Apoio				Apoio com região maciça			
		$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w (mm)	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)		
Biapoiado	2	24,999	1,4	0,1126								
Contínuo	1	27,8	1,4	0,1089	2,5	17,978	2,25	0,0512	2,5	19,948	2,25	0,0630
Red. 25%	1,24	22,487	1,4	0,0964	1,575	26,807	2,25	0,1138	1,575	31,3844	2,25	0,1560
Red. 50%	1,5	18,649	1,4	0,0885	1,26	40,718	2,25	0,20168				
Arm. Dupla					2,5	21,499	2,25	0,0732				

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

#### 6.4.3.1 Caso 4

Tabela 26 - Caso 4 - Fissuração

Modelo		Meio do vão			Apoio		
		$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)	$\sigma$ (kN.cm <sup>2</sup> )	$\eta$	w(mm)
Biapoiado	2	28,055	1,4	0,1264			
Contínuo	1,12	27,867	1,4	0,1301	2,5	23,877	2,25 0,0402

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Os casos 3 e 4 confirmam que, ao longo do vão, a redistribuição de esforços é benéfica para a verificação de abertura de fissuras, enquanto que podem ser prejudiciais na região do apoio. Já a consideração da continuidade tem o comportamento contrário.

Verifica-se também que os valores das aberturas de fissuras é inferior ao exigido pela norma, de 0,4 mm.

## 6.5 Flecha

O momento em serviço para a avaliação da flecha máxima é dado pela combinação quase permanente, na qual  $\psi_2$  é igual a 0,3, ou seja, reduz-se a carga acidental em 70%.

A primeira etapa para o cálculo da flecha consiste em calcular a inércia de Branson para as seções de momento máximo positivo e de momento mínimo negativo, separadamente, e em seguida, a ponderação das mesmas para cada viga, utilizando as fórmulas apresentadas no capítulo 4.

No que diz respeito ao trecho solicitado por momento negativo, existem duas seções transversais a serem consideradas, nos casos com solução de região maciça. No entanto, dada a pequena largura dessa região comparada ao resto do trecho, adotou-se a seção T como seção efetiva, o que também age a favor da segurança. De posse das inércias equivalentes, é possível criar modelos das estruturas no software ftool e obter diretamente os deslocamentos máximos imediatas de cada viga. A partir destes, os deslocamentos diferidos e totais podem ser calculados.

As tabelas a seguir indicam as inércias equivalentes e os valores máximos de flechas imediatas e totais em cada caso.

### 6.5.1 Caso 1

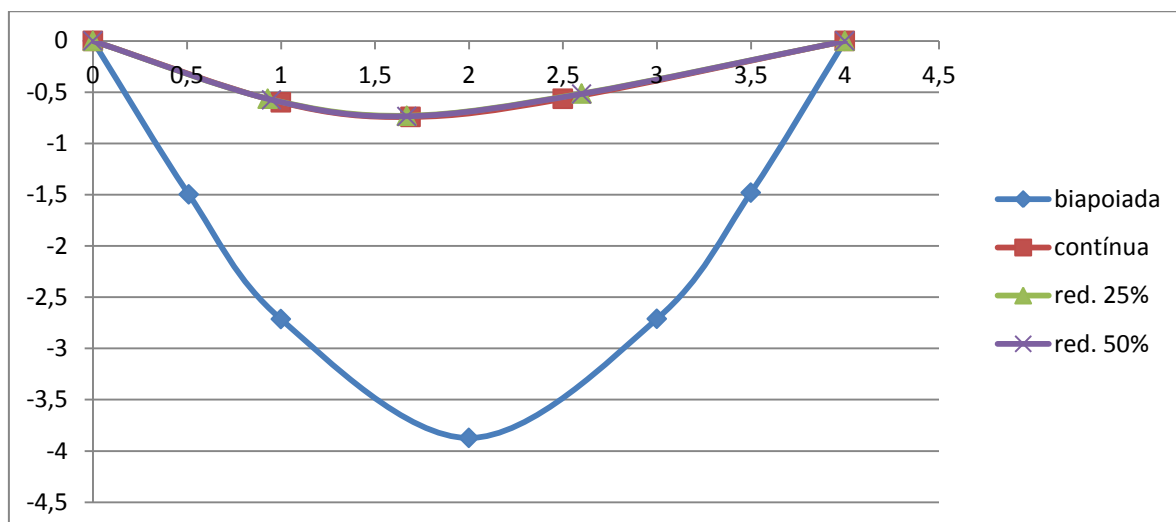
Tabela 27 - Caso 1 -Inércias

<b>Modelo</b>	<b>Inércia eq<sub>II</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Flecha imediata (cm)</b>	<b>Flecha total (cm)</b>
Biapoiado	1163,95	1,667	3,872
Continuo	2482,83	0,3191	0,7412
Red 25%	2519,89	0,3144	0,7303
Red 50%	2498,48	0,3171	0,7653

Fonte: Elaboração do autor, 2015.



Figura 47 - Caso 1



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

O valor máximo de flecha total encontrada para o modelo biapoiado é superior ao limite  $l/250$ , de 1,6 cm. Considerando que ainda pode ser dada uma contraflecha de até  $l/350$ , tem-se  $3,872 - 1,1428 = 2,72$  cm. Ainda sim, a condição de deformação não estaria atendida.

Para os demais modelos, têm-se deslocamentos máximos que respeitam o valor exigido pela norma.

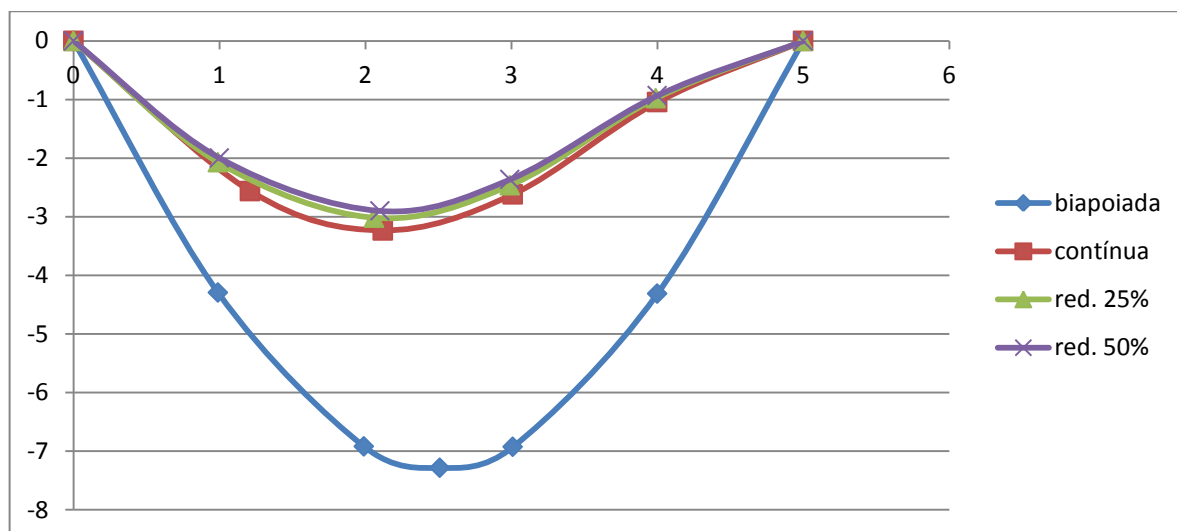
### 6.5.2 Caso 2

Tabela 28 - Caso 2 - Inércias

Modelo	Inércia eq II (cm <sup>4</sup> )	Flecha imediata (cm)	Flecha total (cm)
Biapoiado	1483,45	3,135	7,2817
Contínuo	1389,76	1,392	3,2332
Red. 25%	1489,83	1,298	3,0149
Red. 50%	1549,57	1,248	2,8987

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 48 - Caso 2



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Inicialmente, nenhum dos modelos apresentou valores que respeitem o limite de 2 cm. Com aplicação da contraflecha máxima permitida para o vão analisado, temos:

- Biapoiado:  $7,28 - 1,43 = 5,85$  cm
- Contínuo:  $3,23 - 1,43 = 1,8$  cm
- Red. 25%:  $3,01 - 1,43 = 1,58$  cm
- Red. 50%:  $2,89 - 1,43 = 1,46$  cm

Assim, após a aplicação da contraflecha, apenas o modelo biapoiado não atende o limite de deformação.

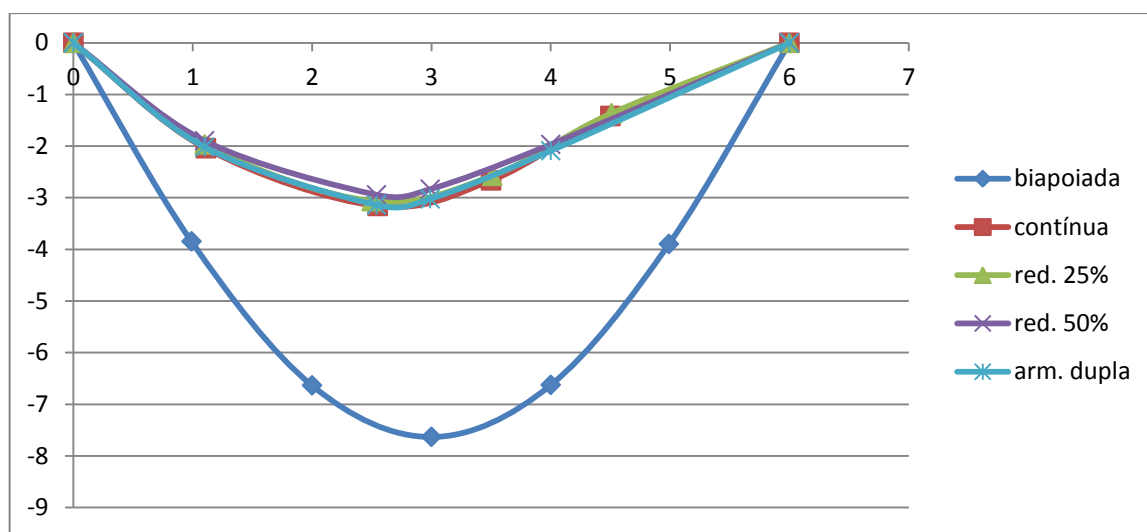
### 6.5.3 Caso 3

Tabela 29 - Caso 3 –Inércias

Modelo	Inércia eq <sub>II</sub> (cm <sup>4</sup> )	Flecha imediata (cm)	Flecha total (cm)
Biapoiado	3133,52	3,285	7,6301
Contínuo	3148,10	1,360	3,1589
Arm. dupla	3157,74	1,356	3,1419
Red 25%	3242,98	1,32	3,0660
Red 50%	3381,12	1,267	2,9429

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 49 - Caso 3



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Repete-se a análise realizada no modelo anterior, aplicando a contraflecha máxima permitida:

- Biapoiado:  $7,63 - 1,71 = 5,92$  cm
- Contínuo:  $3,15 - 1,71 = 1,44$  cm
- Arm. Dupla:  $3,14 - 1,71 = 1,43$  cm
- Red. 25%:  $3,07 - 1,71 = 1,36$  cm
- Red. 50%:  $2,94 - 1,71 = 1,23$  cm

Para o limite  $l/250$  de 2,4 cm apenas o modelo biapoiado não atende o limite de deformação. Nos demais casos, poder-se-ia optar por contraflechas inferiores á máxima. Ressalta-se que o valor de contraflecha deve ser cuidadosamente avaliado para evitar um arqueamento excessivo da laje.

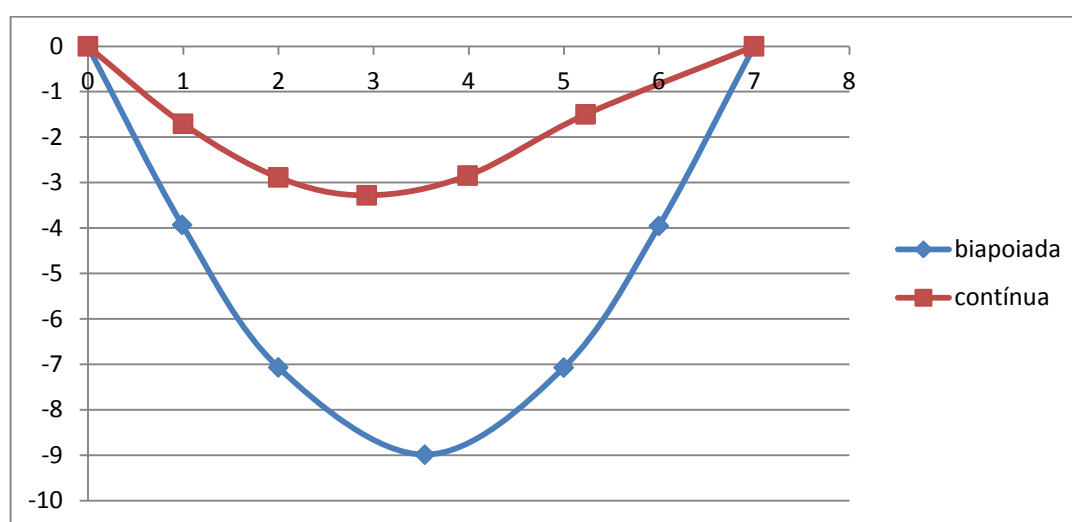
#### 6.5.4 Caso 4

Tabela 30 - Caso 4 - Inércias

Modelo	Inércia eq <sub>II</sub> (cm <sup>4</sup> )	Flecha imediata (cm)	Flecha total (cm)
Biapoiado	5226,45	3,87	8,9889
Contínuo	5960,39	1,412	3,2797

Fonte: Elaboração do autor, 2015.

Figura 50 - Caso 4



Fonte: Elaboração do autor, 2015.

- Biapoiado:  $8,99 - 2 = 6,99$  cm
- Contínuo:  $3,28 - 2 = 1,28$  cm

Novamente, mesmo com aplicação de contraflecha, o modelo biapoiado fornece flechas superiores à  $l/250$  (2,8 cm). Por outro lado, o modelo contínuo obedece ao limite exigido.

Verificou-se que os casos avaliados apresentaram comportamentos semelhantes dentro do estudo. Apesar da grande quantidade de armadura, a inércia equivalente do modelo biapoiado é bastante inferior em relação às outras, o que, em conjunto com um elevado momento solicitante, conduz a valores significativamente maiores de flecha.

Em alternativa, dada a pequena diferença entre as inércias encontradas nos modelos contínuos, a redistribuição de esforços levou à reduções progressivas nas flechas, ainda que pouco expressivas. Isto demonstra que, para estes casos, a redistribuição feita no ELU não prejudicou o comportamento em serviço da estrutura.

Além disso, nota-se que todos os modelos biapoiados analisados forneceram valores muito superiores de flecha total máxima em relação aos limites exigidos, mesmo com aplicação da contraflecha máxima. Isto reforça mais uma vez a importância da consideração da continuidade no dimensionamento.

## 7 CONCLUSÕES

A consideração da continuidade não trouxe diferenças expressivas no consumo de aço. Isto se deve provavelmente ao equilíbrio que existe na estrutura, onde a existência de um momento negativo leva a uma redução do momento positivo e deste modo, a diferença da armadura positiva acaba sendo compensada pela armadura negativa.

O maior benefício na consideração da continuidade foi com relação aos deslocamentos, reduzindo-os consideravelmente. Este aspecto é especialmente relevante neste tipo de laje, que conduz a flechas maiores em relação à laje maciça.

Em termos de cisalhamento, traz mudanças significativas, pois haverá um aumento da força cortante no apoio central, muitas vezes superior à resistência da laje naquele trecho. Como este tipo de laje não costuma ter armadura transversal, isto representa uma grande dificuldade no dimensionamento. O cálculo das lajes como biapoiada leva à negligência deste problema.

Além disso, o modelo biapoiado impossibilita a verificação da fissuração no apoio, dada a ausência de armadura negativa nesta região.

No que diz respeito às alternativas, o trecho maciço mostrou-se uma solução bastante eficaz, além de ser uma prática razoavelmente difundida e de pouca complexidade. Apresenta-se como uma solução adequada para conferir capacidade suficiente para resistir tanto à flexão quanto à força cortante.

Sob outra perspectiva, a redistribuição de esforços não promoveu alteração no consumo de aço. No entanto, este tipo de análise possibilita um melhor arranjo das barras, evitando congestionamento em determinadas seções e diminuindo as tensões em áreas muito solicitadas. Também promove a redução de momentos cortantes nos apoios centrais, favorecendo a dispensa da armadura transversal. Já para a fissuração, deve-se avaliar com atenção o grau de redistribuição, pois a diminuição da armadura negativa pode levar a uma abertura excessiva de fissuras.

Conclui-se então, que além de não respeitar a NBR6118, a prática de calcular as lajes biapoiadas devido à pequena resistência da nervura aos momentos negativos não é justificável, pois o cálculo para ambos os modelos biapoiado e

continuo é semelhante e são encontradas alternativas plausíveis para sanar as eventuais dificuldades.

Dada a amplitude do tema discutido, sugere-se para trabalhos futuros, o estudo comparativo das lajes com e sem escoramento durante a fase de construção; a avaliação da contribuição das diagonais da treliça na resistência ao cisalhamento; e a avaliação da exequibilidade dos variados tipos de emendas e uso de armadura dupla nas lajes de vigotas treliçadas.

## 8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR6118:2014. Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. 14859-1:2002. Laje pré - fabricada - Requisitos. Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

KNOTH, A. Contribuições ao estudo das lajes de nervura pré-fabricadas. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2013.

FLÓRIO, M. C. Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas de concreto armado. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2004.

MAGALHÃES, L. F. Estudo dos momentos fletores negativos no apoio de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervuras com armação treliçada. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2001.

GASPAR, R. Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

SILVA, B. R. Contribuições à análise estrutural de lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2012.

Vários autores. Comentários técnicos e exemplos de aplicação da NB-1- NBR 6118:2003. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento - São Paulo, IBRACON, 2007.

ARCELOR MITTAL. Treliças nervuradas Belgo. Disponível em: <[www.arcelormittal.com.br](http://www.arcelormittal.com.br)>. Acesso em agosto de 2015.

CERÂMICA KASPARY. Disponível em: <[www.ceramicakaspary.com.br/portal/laje\\_traliçada.php](http://www.ceramicakaspary.com.br/portal/laje_traliçada.php)>. Acesso em agosto de 2015.



LEGGERINI, M.R.C. Verificação do estado limite de serviço de abertura das fissuras em seções de concreto armado submetidas à flexão simples. Porto Alegre, RS. 2003.

CAMACHO, J. S. Curso de concreto armado (NBR6118: 2003): Estudo da vigas. Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, SP. 2006.

## 9 BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

MATTOS, V. V. J. Pavimentos de lajes com vigotas treliçadas: análise dos detalhes de execução e comparação com procedimentos adotados em obras. São Carlos, 2009.

RÊGO, M. G. Desempenho dos modelos da NBR6118 para análise de vigas contínuas em concreto armado. Recife, 2005.

A. L. Sartorti; A. C. Fontes; L. M. Pinheiro. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais. Análise da fase de montagem de lajes treliçadas. São Paulo, 2013.

SILVA F.A.M Projeto e Construção de lajes nervuradas de concreto armado.São Carlos,2005.

FONTES,F.F. Análise Estrutural de elementos lineares segundo a NBR6118:2003. São Carlos, 2005.

CUNHA, M. O. Recomendações para projetos de lajes formadas por vigotas com armação treliçada.São Carlos, 2012.

JUNIOR, A.D. Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada. São Carlos, 1999.

PEREIRA, R.L.,GOMES R.B., GUIMARÃES G.N. Emendas em vigotas treliçadas de lajes pré-moldadas de concreto armado.

LORIGGIO,D. D. Estruturas de concreto armado I - Notas de aula. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC. 2011.

PINHEIRO, L. M. Fundamentos do Concreto e projeto de edifícios – Notas de Aula. Universidade de São Paulo. São Carlos, SP. 2004.

## 10 APÊNDICE

### Resultados da Fissuração

Seção do meio do vão

- Caso 1

h	$\varphi$	$\rho$	As	Acr	Mg+0,4q	d	x2	$\sigma$	$\eta$	w1	w2
13	5	0,016461	1	60,75	290	11	2,737471	28,74842	1,4	0,131517	0,112647
13	5	0,009877	0,6	60,75	163	11	2,587351	26,79806	1,4	0,114277	0,16407
13	5	0,013169	0,8	60,75	163	11	2,663216	20,14881	1,4	0,064603	0,095604
13	5	0,013169	0,8	60,75	163	11	2,663216	20,14881	1,4	0,064603	0,095604

- Caso 2

h	$\varphi$	$\rho$	As	Acr	Mg+0,4q	d	x2	$\sigma$	$\eta$	w1	w2
13	8	0,02098					2,98550	26,6341		0,18061	0,13659
13	8	8	1,7	81	453	11	3	9	1,4	4	2
13	5	0,01646		60,7			2,73747	25,2787		0,10168	0,09905
13	5	1	1	5	255	11	1	9	1,4	7	2
13	6	0,01837	1,24	67,5	255	11	2,82453	20,4449		0,07981	0,08770
13	6	0,02222					2,91644	16,9527			0,06227
13	6	2	1,5	67,5	255	11	2	8	1,4	0,05488	6

- Caso 3

h	$\varphi$	$\rho$	As	Acr	Mg+0,4q	d	x2	$\sigma$	$\eta$	w1	w2
17	8	0,024691	2	81	693	15	3,419621	24,99977	1,4	0,159127	0,112652
17	5	0,016461	1	60,75	390	15	2,914599	27,80061	1,4	0,122988	0,108933
17	6	0,01837	1,24	67,5	390	15	3,040833	22,4873	1,4	0,096563	0,096463
17	8	0,018519	1,5	81	390	15	3,173886	18,64864	1,4	0,088546	0,105955

- Caso 4

<b>h</b>	<b>φ</b>	<b>ρ</b>	<b>As</b>	<b>Acr</b>	<b>Mg+0,4q</b>	<b>d</b>	<b>x2</b>	<b>σ</b>	<b>η</b>	<b>w1</b>	<b>w2</b>
17	8	0,024691	2	81	996	19	3,748089	28,05533	1,4	0,200403	0,126421
17	6	0,016593	1,12	67,5	560	19	3,173282	27,8672	1,4	0,148293	0,130155

## Seção do Apoio – seção T

- Caso 1

<b>h</b>	<b>φ</b>	<b>ρ</b>	<b>As</b>	<b>Acr</b>	<b>Mg+0,4q</b>	<b>d</b>	<b>x2</b>	<b>σ</b>	<b>η</b>	<b>w1</b>	<b>w2</b>
13	8,0	0,005587	1,5	225,525	290	11	3,9681	19,97802	2,25	0,06323	0,183197
13	6,3	0,005587	1,26	225,525	290	11	3,69539	23,56203	2,25	0,069262	0,191249
13	6,3	0,002793	0,63	225,525	290	11	2,764706	45,67352	2,25	0,260254	0,719525

- Caso 2

<b>h</b>	<b>φ</b>	<b>ρ</b>	<b>As</b>	<b>Acr</b>	<b>Mg+0,4q</b>	<b>d</b>	<b>x2</b>	<b>σ</b>	<b>η</b>	<b>w1</b>	<b>w2</b>
13	8	0,008439	2	237	328	11	4,448905	17,23	2,25	0,047044	0,12114
13	8	0,008439	1,5	237	332	11	4,448905	23,26	2,25	0,085686	0,213261
13	6,3	0,006651	1	225,525	453	11	3,968103	46,81	2,25	0,273374	0,472899

- Caso 3

<b>h</b>	<b>φ</b>	<b>ρ</b>	<b>As</b>	<b>Acr</b>	<b>Mg+0,4q</b>	<b>d</b>	<b>x2</b>	<b>σ</b>	<b>η</b>	<b>w1</b>	<b>w2</b>
17	8	0,01054					5,95320	17,9784		0,05120	
17	8	9	2,5	237	585	15	4	3	2,25	6	0,1033
17	8	0,01054						21,4994		0,07322	0,12353
17	8	9	2,5	237	693	15	6,32	8	2,25	7	1
17	8	0,00664	1,57				4,92555	26,8072		0,11384	0,23489
17	8	6	5	237	564	15	9	5	2,25	7	3
17	6,3	0,00558					4,47703	40,7176			0,33049
17	6,3	7	1,26	225,52	5	693	5	5	2,25	0,20684	8



## b) Caso 2

<b>Modelo</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>+</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>-</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia I<sub>eq,II</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>
Biapoiado	1483,454	-	1483,45
Contínuo	1294,013	1677,009	1389,76
Red. 25%	1427,432	1677,009	1489,83
Red. 50%	1567,785	1494,927	1549,57

## c) Caso 3

<b>Modelo</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>+</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>-</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia I<sub>eq,II</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>
Biapoiado	3133,515	-	3133,52
Contínuo	2803,274	4182,576	3148,10
Arm. dupla	2803,274	4221,159	3157,74
Red 25%	3132,068	3575,718	3242,98
Red 50%	3394,937	3339,68	3381,12

## d) Caso 4

<b>Modelo</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>+</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia<sub>II</sub><sup>-</sup> (cm<sup>4</sup>)</b>	<b>Inércia I<sub>eq,II</sub> (cm<sup>4</sup>)</b>
Biapoiado	5226,447	-	5226,45
Contínuo	5421,839	7576,04	5960,39