

Rodrigo Luís Pereira Barreto

**SIMULAÇÃO DE ÂNGULOS DE DERIVA E DINÂMICA  
VEICULAR LATERAL UTILIZANDO MODELO DE QUATRO  
RODAS COM RESTRIÇÕES GEOMÉTRICAS E CINEMÁTICAS**

Dissertação submetida ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Orientador: Professor Dr. Daniel Martins

Coorientador: Professor Dr. Lauro Cesar Nicolazzi

Florianópolis  
2015

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,  
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Barreto, Rodrigo Luis Pereira

Simulação de Ângulos de Deriva e Dinâmica Veicular Lateral Utilizando Modelo de Quatro Rodas com Restrições Geométricas e Cinemáticas / Rodrigo Luis Pereira Barreto ; orientador, Daniel Martins ; coorientador, Lauro Cesar Nicolazzi. - Florianópolis, SC, 2015.

115 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Dinâmica veicular lateral. 3. Modelagem quase estática. 4. Modelo de pneus. I. Martins, Daniel. II. Nicolazzi, Lauro Cesar. III. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

Rodrigo Luís Pereira Barreto

**SIMULAÇÃO DE ÂNGULOS DE DERIVA E DINÂMICA  
VEICULAR LATERAL UTILIZANDO MODELO DE QUATRO  
RODAS COM RESTRIÇÕES GEOMÉTRICAS E CINEMÁTICAS**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre Em Engenharia Mecânica, Área de Concentração Projeto de Sistemas Mecânicos, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 23 de fevereiro de 2015.

\_\_\_\_\_  
Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng. Coordenador do Curso

\_\_\_\_\_  
Daniel Martins, Dr. Eng. Orientador

\_\_\_\_\_  
Lauro Cesar Nicolazzi, Dr. Eng. Coorientador

**Banca Examinadora:**

\_\_\_\_\_  
Daniel Martins, Dr. Eng., Presidente (Universidade Federal de Santa Catarina)

\_\_\_\_\_  
Rodrigo de Souza Vieira, Dr. Eng. (Universidade Federal de Santa Catarina)



---

Andrey Ricardo da Silva, Dr. Eng. (Universidade Federal de Santa  
Catarina)

---

Lucas Weihmann, Dr. Eng. (Universidade Federal de Santa Catarina –  
Campus Joinville)



Dedico este trabalho para os meus pais, que sempre foram, e ainda são, os meus exemplos de vida.

Dedico também à minha noiva Gabriela, me acompanhando em cada desafio.



## AGRADECIMENTOS

Eu gostaria de agradecer minha família, especialmente meus pais, por todo apoio que recebi e por acreditarem em mim.

Eu agradeço a minha noiva Gabriela Nunes que me acompanhou durante todo o mestrado e aguentou todo o meu mau humor quando as coisas não estavam dando certo e também todas as vezes que eu estava distante no meu mundo paralelo tentando achar soluções para o trabalho e esquecia de viver.

Eu agradeço aos professores Lauro Nicolazzi, Rodrigo Vieira e Daniel Martins, pelo auxílio nesse desafio que foi o mestrado, por todos os “um minutos” para conversar que demoravam muito mais e por toda a paciência quando eu não sabia o que fazer ou insistia em erros.

Eu agradeço meus amigos Paulo Leonel Teixeira e Marcos Paulo Nostrani, parceiros de mestrado e diversas disciplinas, muito estudo e vários açaís nas tardes. Também agradeço ao amigo Matheus Ivan dos Santos Nolli pelos diversos debates sobre o meu trabalho que ajudaram muito em descobrir como melhorar.

Eu agradeço meus companheiros de sala do “Programa de Treinamento em Robótica”, Thiago Hoeltgebaum, Thiago Schuler e Raone Acorsi, pelos debates, almoços, simulações e toda companhia durante este trabalho.

Eu agradeço aos professores e funcionários do Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica e da UFSC por propiciar um bom ambiente de estudo e desenvolvimento pessoal e ao CNPq pelo fomento através da bolsa de mestrado.



## RESUMO

Em dinâmica veicular simular ou estimar forças nos pneus, além do comportamento do veículo, são temas chave para o estudo de dinâmica lateral e para o desenvolvimento de *software* avançado para auxílio ao condutor. Neste trabalho é desenvolvido um método de estimar as características em curvas de um veículo usando modelagem quase estática. A base dessa modelagem é o trabalho apresentado por Vieira *et al.* (2012), em que é apresentado um novo modelo de veículo em curva, que relaciona a geometria e a cinemática para desenvolver restrições matemáticas entre os ângulos de deriva nos pneus, sendo então possível analisar um veículo com menos graus de liberdade. Este trabalho relaciona o ângulo que o motorista impõe às rodas e os ângulos de deriva de dois pneus para então calcular os ângulos de deriva dos demais pneus. Como a obtenção de valores para os ângulos de deriva em tempo real é difícil e custosa, é necessário aplicar modelos de pneus com o intuito de fornecer ao modelo de Vieira *et al.* (2012) as variáveis referidas. Este trabalho apresenta o desenvolvimento de dois modelos de pneus, um linear e outro não linear, ambos baseados em curvas dos trabalhos Bakker *et al.* (1987) e Pacejka (2005). Como a variável de saída dos modelos de pneus são as derivas, os parâmetros de entrada devem ser as forças normais e laterais nos pneus. Calculando as forças de inércia em um veículo em curva, é possível estimar as forças laterais nos pneus, além das forças normais ao aplicar um modelo de transferência de carga lateral. A aplicação do método desenvolvido se deu através de comparação com outros trabalhos semelhantes, utilizando o mesmo veículo como base e verificando as diferenças nos resultados. Complementando, também foram analisados dois comportamentos distintos de veículos, o subesterçante e o sobre-esterçante, verificando a diferença entre os raios de curva real e o desejado pelo motorista. Com essa análise, o método desenvolvido pode ser utilizado em sistemas de auxílio do condutor e em simulações em tempo real.

**Palavras-chave:** Dinâmica veicular lateral. Modelagem quase-estática. Modelos de pneus.



## ABSTRACT

Simulating or estimating tire forces and vehicle behavior are key points to lateral dynamics and driver assistance software. This work presents a method to estimate the cornering characteristics of a vehicle using the Vieira *et al.* (2012), a quasi-static mathematical model that consists of a constraint between the slip angles and steering angle when the vehicle makes a turn, comparing the desired and the actual turning radius. This model is based on a four-wheel vehicle model, although, has the same degrees of freedom as the single-track model (bicycle model). Herein is applied the Vieira *et al.* (2012) model, relating the steering angle and the sideslip angle of two tires to calculate the sideslip angles for the remaining tires. As the measurement of sideslip angle is complicated and costly, this work applies two tire models, a linear and a non-linear models, based on the data available in Bakker *et al.* (1987) and Pacejka (2005). Defining the sideslip angle as the output parameter, the models require the normal and lateral forces on the tire as inputs. Integrating a simple load transfer model to determine the normal forces on a tire and a method to calculate the lateral forces on the tires, this allows estimating the vehicle behavior and the actual radius of the turn, relying on smaller amount of degrees of freedom. Two distinct vehicle behaviors were simulated, understeering and oversteering, presenting the difference between the actual and desired radii. The results are also compared to published papers on the subject. Considering this, the presented process can be very useful for driver assistance software or real time simulations.

**Keywords:** Lateral vehicle dynamics. Quasi-static modeling. Tire models.



## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 2.1 – Sistema de Coordenadas (fonte: adaptado de Genta e Morello, 2009).....  | 29 |
| Figura 2.2 – Forças que Atuam no Pneu e o Sistema de Coordenadas. ....   | 30 |
| Figura 2.3 – Distribuição de Forças de Contato no Pneu Estacionado (fonte: adaptado de Jazar 2008).....                        | 31 |
| Figura 2.4 – Distribuição de Forças de Contato no Pneu Rolando (fonte: adaptado de Jazar 2008).....                            | 31 |
| Figura 2.5 – Área de Contato do Pneu com o Solo Sob a Influência de uma Força Lateral (fonte: adaptado de Gillespie 1992)..... | 32 |
| Figura 2.6 – Força Lateral por Ângulo de Deriva para Diversas Forças Normais (fonte: adaptado de Jazar, 2008). ....            | 33 |
| Figura 2.7 – Diferentes Geometrias de Direção (adaptado de: Jazar, 2008). ....   | 34 |
| Figura 2.8 – Geometria de Ackerman e os Ângulos de Esterçamento (adaptado de: Silva, 2007).....                                | 35 |
| Figura 2.9 – Posição do Centro de Gravidade e as Forças Normais no Veículo (fonte: adaptado de Leal et al. 2012).....          | 36 |
| Figura 3.1 – Graus de liberdade dos segmentos na cinta (Fonte: Gipser, 2003).....  | 40 |
| Figura 3.2 – Representação das forças radiais nos elementos da cinta (Fonte: Gipser, 2003). ....                               | 41 |
| Figura 3.3 - Curva experimental da Fórmula Mágica (adaptado de: Pacejka (2005)). ....  | 43 |
| Figura 3.4 – Modelo de bicicleta e ângulos de deriva (Fonte: Vieira et al. 2012). ....   | 46 |
| Figura 3.5 – Modelo com quatro rodas com as derivas nos pneus (adaptado de: Leal et al. 2012). ....                            | 47 |
| Figura 3.6 – Modelo com quatro rodas e as relações entre os ângulos de deriva (Fonte: Vieira et al. 2012).....                 | 49 |
| Figura 3.7 – Modelo de Transferência de Carga 2D (Adaptado de Gillespie, 1992).....  | 51 |
| Figura 3.8 – Componentes do modelo de Erthal (fonte: Erthal, 2010).....  | 52 |
| Figura 3.9 – Representação dos movimentos de um veículo com helicoides (fonte: Lee, 2001). ....                                | 53 |
| Figura 3.10 – Três eixos para representação dos movimentos de um veículo (fonte: Lee, 2001). ....                              | 53 |
| Figura 4.1 – Graus de Liberdade do Modelo de Bicicleta (adaptado de Vieira et al. 2012).....                                   | 58 |
| Figura 4.2 – Raio real de curva (adaptado de Vieira et al. 2012).....  | 60 |
| Figura 4.3 – Combinação dos Modelos de Bicicleta e Quatro Rodas (adaptado de Vieira et al. 2012).....                          | 63 |
| Figura 4.4 – Parâmetros Geométricos do Eixo Traseiro (adaptado de Vieira et al. 2012).....                                     | 64 |

|   |     |
|---|-----|
| Figura 4.5 – Representação dos Componentes Geométricos do Eixo Dianteiro (adaptado de Vieira et al. 2012).....    | 65  |
| Figura 4.6 – Velocidade em cada uma das rodas.....  | 68  |
| Figura 4.7 – Centro Instantâneo de Curva (adaptado de: Leal et al. 2012).....                                     | 70  |
| Figura 4.8 – Centro Instantâneo de curva com as forças atuando no veículo.....                                    | 71  |
| Figura 4.9 – Substituição da Massa do Veículo por Duas Equivalentes.....  | 71  |
| Figura 4.10 – Modelo Diagramático para o Equilíbrio de Forças no Veículo Por Eixo.....                            | 73  |
| Figura 4.11 – Modelo de Transferência de Carga 2D (fonte: adaptado de Gillespie, 1992).....                       | 75  |
| Figura 4.12 – Transferência de Carga Lateralmente nos Pneus.....  | 76  |
| Figura 4.13 – Giro da Carroceria e deslocamento do Centro de Gravidade (fonte: adaptado de Leal et al. 2012)..... | 77  |
| Figura 4.14 – Dados Experimentais e Curva Ajustada (fonte: Bakker et al., 1987).....                              | 79  |
| Figura 4.15 – Valores de Ângulos de Deriva pela Força Lateral para Diversas Forças Normais.....                   | 80  |
| Figura 4.16 – Ajuste de Curva Linear.....   | 81  |
| Figura 4.17 – Ajuste de Curva Não Linear.....   | 81  |
| Figura 4.18 – Ajuste Linear para Diversas Forças Normais.....   | 83  |
| Figura 4.19 – Ajuste Não Lineares para Diversas Forças Normais.....   | 83  |
| Figura 5.1 – Peugeot 307 Utilizado por Doumiati et al. 2011 (fonte: Doumiati et al. 2011).....                    | 87  |
| Figura 5.2 – Perfil de Curva Para o Esterçamento Desejado.....  | 88  |
| Figura 5.3 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.....  | 89  |
| Figura 5.4 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....  | 89  |
| Figura 5.5 – Ângulo de Deriva do Pneu Traseiro Externo à Curva.....   | 90  |
| Figura 5.6 – Comparação Entre Curva Real e a Curva Desejada.....  | 90  |
| Figura 5.7 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.....  | 91  |
| Figura 5.8 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....  | 92  |
| Figura 5.9 – Ângulo de Deriva do Pneu Traseiro Externo à Curva.....   | 92  |
| Figura 5.10 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejados.....  | 93  |
| Figura 5.11 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.....   | 94  |
| Figura 5.12 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....   | 94  |
| Figura 5.13 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....   | 95  |
| Figura 5.14 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejado.....   | 95  |
| Figura 5.15 – Ângulos de Deriva dos Pneus Dianteiro e Traseiro Internos à Curva.....                              | 96  |
| Figura 5.16 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....   | 97  |
| Figura 5.17 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.....   | 97  |
| Figura 5.18 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejado.....   | 98  |
| Figura 5.19 – Eixo Traseiro e Centro de Curva.....  | 100 |
| Figura 5.20 – Eixo Dianteiro e Centro de Curva.....   | 101 |
| Figura 5.21 – Exceção dos Ângulos de Deriva Dianteiros.....   | 102 |

## LISTA DE QUADROS

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 4.1 – Comparação Entre Simulação e Doumiati et al. 2011.....                  | 81  |
| Tabela 5.1 – Resultados das Simulações.....  | 99  |
| Tabela 5.2 – Comparação Entre Simulação e Doumiati et al. 2011.....                  | 104 |
| Tabela 5.3 – Comparação Entre a Simulação Corrigida e Doumiati et al. 2011.<br>..... | 106 |
| Tabela A.1 – Valores das Constantes dos Modelos de Pneus.....                        | 113 |
| Tabela B.1 – Valores dos Parâmetros dos Veículos.....                                | 115 |



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### Letras latinas

|           |   |
|-----------|---|
| $a$       | Porcentagem da massa no eixo traseiro                 |
| CG        | Centro de gravidade                                   |
| $b$       | Coefficiente do modelo linear de pneu                 |
| B         | Coefficiente de rigidez do modelo de Pacejka          |
| C         | Fator de forma do modelo de Pacejka                   |
| $C_{xx}$  | Rigidez longitudinal do Pneu                          |
| $C_{yy}$  | Rigidez lateral do Pneu                               |
| $d$       | Coefficiente do modelo não linear de pneu             |
| $d_{CG}$  | Deslocamento do centro de gravidade                   |
| $d_l$     | Deslocamento lateral do centro de gravidade           |
| D         | Valor máximo da curva do modelo de Pacejka            |
| $E_p$     | Fator de curvatura do modelo de Pacejka               |
| $E$       | Módulo de Young                                       |
| $F_c$     | Força de inércia                                      |
| $F_x$     | Força longitudinal no veículo                         |
| $F_y$     | Força lateral no veículo                              |
| $F_{yM}$  | Força lateral máxima                                  |
| $F_z$     | Força normal no veículo                               |
| $h$       | Altura do centro de gravidade                         |
| $h_r$     | Altura do centro de rolagem                           |
| $h_0$     | Distância do centro de gravidade ao eixo de rolamento |
| $I$       | Momento de inércia                                    |
| $J_s$     | Momento polar de inércia                              |
| $k$       | Constante de mola                                     |
| $k_\phi$  | Rigidez a rolagem da suspensão                        |
| $K_{eq}$  | Rigidez equivalente das molas da suspensão            |
| $L$       | Distância entre eixos                                 |
| $m$       | Massa   |
| $N$       | Força normal ao solo                                  |
| $p$       | Coefficiente do modelo não linear de pneu             |
| $r$       | Raio da curva   |
| $S$       | Distância do eixo ao centro de curva                  |
| $S_h$     | Deslocamento horizontal da curva do modelo de Pacejka |
| $S_v$     | Deslocamento vertical da curva do modelo de Pacejka   |
| $t$       | Bitola do eixo  |
| $u$       | Velocidade em x do pneu no modelo de bicicleta        |
| $V$       | Velocidade translacional                              |
| $v$       | Velocidade em y do pneu no modelo de bicicleta        |
| $v_{pxi}$ | Velocidade longitudinal do veículo modelo Dugoff      |
| $v_{pyi}$ | Velocidade lateral do veículo modelo Dugoff           |
| $X$       | Distância do eixo ao centro de gravidade              |

|          |   |
|----------|---|
| $x_{cc}$ | Distância em x do eixo traseiro ao centro de curva no modelo de bicicleta |
| $y_{cc}$ | Distância em y do eixo traseiro ao centro de curva no modelo de bicicleta |
| $w$      | Coefficiente do modelo não linear de pneu                                 |

#### Letras gregas

|              |   |
|--------------|---|
| $\alpha$     | Ângulo de deriva                                      |
| $\delta$     | Ângulo de esterçamento do pneu no modelo de bicicleta |
| $\lambda_i$  | Escorregamento longitudinal do pneu rolando           |
| $\mu_y$      | Coefficiente de atrito lateral do pneu                |
| $\phi$       | Ângulo de rolagem da carroceria                       |
| $\dot{\psi}$ | Velocidade angular                                    |

#### Índices

|      |  |
|------|--|
| $a$  | Referente ao raio real da curva              |
| $d$  | Referente ao ângulo de esterçamento desejado |
| $i$  | Referente ao pneu interno à curva            |
| $I$  | Referente ao eixo dianteiro                  |
| $II$ | Referente ao eixo traseiro                   |
| $o$  | Referente ao pneu externo à curva            |

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>SUMÁRIO</b>   | <b>23</b> |
| <b>1. INTRODUÇÃO</b>   | <b>25</b> |
| 1.1. Objetivos   | 27        |
| 1.2. Justificativa   | 28        |
| 1.3. Conteúdo do Trabalho  | 28        |
| <b>2. CONCEITOS BÁSICOS DE VEÍCULOS</b>  | <b>29</b> |
| 2.1. Sistemas de Coordenadas   | 29        |
| 2.2. Deriva nos Pneus  | 30        |
| 2.3. Sistema de Direção  | 33        |
| 2.4. Posição do Centro de Gravidade  | 36        |
| 2.5. Comportamento de Veículos em Curva: Neutro, Subesterçante ou Sobre-esterçante | 37        |
| <b>3. REVISÃO DA MODELAGEM DE VEÍCULOS</b>   | <b>39</b> |
| 3.1. Modelos de Pneus  | 39        |
| 3.1.1. Modelos Físicos   | 39        |
| 3.1.2. Modelos Analíticos  | 41        |
| 3.1.3. Modelos Empíricos   | 42        |
| 3.2. Modelos de Veículos em Curva  | 46        |
| 3.2.1. Modelo de Bicicleta   | 46        |
| 3.2.2. Modelo Com Quatro Rodas   | 47        |
| 3.2.3. Modelo Com Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas              | 48        |
| 3.3. Modelos de Transferência de Carga   | 50        |
| 3.3.1. Modelo de Gillespie   | 50        |
| 3.3.2. Modelo de Erthal  | 51        |
| 3.3.3. Modelo de Lee   | 52        |
| 3.4. Estimando os Ângulos de Deriva nos Pneus                                      | 54        |
| <b>4. Apresentação dos Modelos Utilizados</b>                                      | <b>57</b> |
| 4.1. Apresentação do Modelo de Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas | 57        |
| 4.1.1. Apresentação do Problema Para o Modelo de Bicicleta                         | 57        |
| 4.1.1.1. Modelo Geométrico   | 57        |
| 4.1.1.2. Modelo Cinemático   | 61        |
| 4.1.2. Apresentação do Problema Para o Modelo de Quatro Rodas                      | 62        |
| 4.1.2.1. Modelo Geométrico   | 62        |
| 4.1.2.2. Modelo Cinemático   | 68        |
| 4.2. Estimando as Forças Laterais nos Pneus  | 69        |
| 4.3. Aplicação dos Modelos de Transferência de Carga                               | 75        |
| 4.4. Desenvolvimento do Modelo de Pneu   | 78        |
| 4.5. Interação Entre os Modelos  | 84        |
| <b>5. SIMULAÇÃO E RESULTADOS</b>   | <b>86</b> |
| 5.1. Descrição das Simulações  | 86        |

|               |  |            |
|---------------|--|------------|
| <b>5.2.</b>   | <b>Estudo de Caso 1: Veículo Subesterçante</b>         | <b>88</b>  |
| <b>5.2.1.</b> | <b>Simulação Utilizando Modelo Linear de Pneus</b>     | <b>88</b>  |
| <b>5.2.2.</b> | <b>Simulação Utilizando Modelo Não Linear de Pneus</b> | <b>91</b>  |
| <b>5.3.</b>   | <b>Estudo de Caso 2: Veículo Sobre-esterçante</b>      | <b>93</b>  |
| <b>5.3.1.</b> | <b>Simulação Utilizando Modelo Linear de Pneus</b>     | <b>93</b>  |
| <b>5.3.2.</b> | <b>Simulação Utilizando Modelo Não Linear de Pneus</b> | <b>96</b>  |
| <b>5.4.</b>   | <b>Comparação Entre Todos os Resultados</b>            | <b>98</b>  |
| <b>5.5.</b>   | <b>Comparação Entre Simulação e Literatura</b>         | <b>103</b> |
| <b>5.6.</b>   | <b>Análise da Velocidade Máxima do Modelo</b>          | <b>105</b> |
| <b>6.</b>     | <b>CONCLUSÃO</b>                                       | <b>107</b> |
|               | <b>REFERÊNCIAS</b>                                     | <b>109</b> |
|               | <b>Apêndice A: Coeficientes dos Modelos de Pneus</b>   | <b>113</b> |
|               | <b>Apêndice B: Parâmetros do Veículo Simulado</b>      | <b>115</b> |

## 1. INTRODUÇÃO

Melhorar a segurança de veículos é um dos desafios mais importantes para a indústria automobilística. Tornando veículos mais seguros é possível diminuir a frequência de acidentes, número de vítimas e os custos relacionados a isso. Em um país com mais de 86 milhões de veículos emplacados (DENATRAN 2015), a Confederação Nacional de Transporte (CNT 2014) estima que é gasto cerca de 17,7 bilhões de reais por ano em custos hospitalares, por perda de rendimentos futuros, engarrafamentos, danos aos veículos etc. Segundo o Ministério da Saúde (ANPC 2013), mais de 40 mil pessoas perderam suas vidas em acidentes de trânsito em 2013.

Existem diversas abordagens no estudo e desenvolvimento de veículos e estradas mais seguras, e uma maneira é aumentar a segurança dos veículos em colisões de qualquer tipo. Em 1997 foi fundada a Euro NCAP (*New Car Assessment Program*) com o objetivo de avaliar novos veículos em diversos tipos de colisões (Euro NCAP, 2014). Mesmo sendo uma organização independente, os resultados são muito importantes, fornecendo dados relevantes para auxiliar consumidores na hora de escolher um novo veículo. Além da Euro NCAP, atualmente já existem organizações similares em diversas partes do mundo, como a Global NCAP, Latin NCAP, US NCAP, entre outras (Global NCAP, 2014).

Outra abordagem é o estudo de dinâmica veicular, com o objetivo de desenvolver veículos mais confiáveis e seguros. Esta tarefa se dá através do estudo dos pneus, suspensões, sistemas de direção, rigidez estrutural etc. O estudo de dinâmica veicular permite projetar veículos com comportamento mais previsível e seguro, que respondem de maneira mais dócil em situações de emergência.

Uma outra opção para melhorar o desempenho dos veículos é a utilização de sistemas embarcados voltados a medir, estimar e controlar o comportamento dos veículos, como os sistemas avançados de auxílio ao condutor (*Advanced Driver Assistant Systems*). Existem diversos sistemas diferentes, desde sistemas ABS que impedem que os pneus travem durante uma frenagem de emergência, a sistemas que controlam a velocidade de cruzeiro do veículo. Rajamani (2006) apresenta diversos sistemas de auxílio ao condutor, alguns sendo apresentados a seguir. Os sistemas para evitar colisões automaticamente detectam veículos mais lentos e emitem avisos de alerta ou até auxiliam em frenagens. Já os sistemas de controle de cruzeiro adaptativo permitem manter a

velocidade ou seguir veículos a uma distância segura. Os sistemas de auxílio para permanecer na faixa automatizam a direção em pistas retas. Como último exemplo, é importante mencionar o controle ativo de estabilidade, com objetivo de evitar que o veículo rode, escorregue ou capote quando em manobras de operação.

De acordo com Doumiati *et al.* (2011), sistemas de controle para veículos atualmente em produção são baseados em medições de baixo custo, como velocidade longitudinal, acelerações e taxa de guinada. Esses autores ainda afirmam que os ângulos de deriva nos pneus podem ser calculados com a taxa de guinada, aceleração lateral e velocidade do veículo, porém o resultado apresenta incertezas e erros devido aos sensores. Doumiati *et al.* (2011) afirmam que os sistemas de controle atualmente utilizados não são sofisticados, tampouco precisos, para avaliar a dinâmica lateral de pneus, e a medição de parâmetros como as forças nos pneus e ângulos de deriva é complexo por motivos técnicos, físicos e econômicos, portanto estes devem ser estimados ou observados. Os autores concluem que se os sistemas de controle tivessem dados completos sobre características laterais dos pneus, seria possível melhorar consideravelmente a dirigibilidade e segurança dos veículos.

Existem diversos trabalhos com o objetivo de desenvolver sistemas de controles para veículos, em especial, que incluam não linearidades, erros de modelagem e variações de parâmetros. Segundo Manning e Crolla (2007), para tal tarefa, existe a necessidade de estimar o ângulo de deriva dos pneus, e que tais estudos calculam o ângulo de deriva estimando a taxa de variação da velocidade lateral do veículo utilizando um modelo de pneu e monitorando a velocidade do veículo para que o cálculo seja mais preciso.

Os mesmos autores declaram que existe pouca informação sobre como sistemas comerciais operam, porém afirmam que em trabalhos teóricos são adotadas três abordagens: a primeira é baseada na integração da medição da aceleração lateral; a segunda utiliza modelos de pneus; a última utiliza uma combinação das duas anteriores. Manning e Crolla (2007) afirmam que o procedimento de integrar a aceleração lateral é propenso a levar a erros consideráveis devido à deriva dos dados medidos pelos sensores, e modelos de pneus dependem de medição confiáveis das características da pista. Por fim, os autores concluem que a abordagem que combina esses dois procedimentos é a mais provável de levar a resultados e medições confiáveis.

Nesse âmbito é necessária a utilização de modelos de veículos, e seus diversos sistemas, para a obtenção de dados confiáveis para a

atuação nos controles. Modelos dinâmicos de automóveis levam em consideração diversos fatores, como transferência de carga, forças aerodinâmicas e comportamento dos pneus. O desenvolvimento de modelos dinâmicos de automóveis com boa aproximação do caso real só é possível com um modelo robusto de pneus. Na literatura há vários modelos de pneus, os quais nem sempre são facilmente aplicáveis na modelagem dinâmica de automóveis em virtude da complexidade ou do grande número de constantes experimentais para definir o comportamento do pneu. Para completar, também são necessários outros modelos, como de suspensão e veículos em curvas, para integrar todos os modelos e garantir que os resultados sejam pertinentes.

Buscando melhorar a segurança de veículos, o Laboratório de Robótica na Universidade Federal de Santa Catarina desenvolveu diversas pesquisas na área de dinâmica veicular. Erthal *et al.* (2007) e Erthal (2010) desenvolveram um modelo de suspensão com dois graus de liberdade, analisando o movimento da suspensão e do centro de massa, sendo possível analisar capotamento. Contreras *et al.* (2013) apresentaram um estudo acerca da estabilidade e segurança de combinações de veículos de carga. Nuñez (2014) desenvolveu um estudo sobre mecanismos de direção, buscando o desenvolvimento de um novo mecanismo com menores desvios da condição de Ackerman. Vieira *et al.* (2012) apresentaram um novo modelo de veículos em curva com menos graus de liberdade e apresentando a diferença entre a curva real do veículo e a desejada pelo motorista.

## 1.1. Objetivos

O presente trabalho tem como escopo integrar diversos modelos referentes a veículos, com o intuito de desenvolver um programa de simulação de comportamento de um veículo para ser utilizado visando aumentar a segurança dos veículos em curvas. Para tal tarefa, são realizadas simulações numéricas e, em seguida, os resultados obtidos são comparados com os resultados de trabalhos publicados na área.

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- Avaliação dos modelos mais indicados para o presente trabalho;
- Análise da influência da modelagem de pneus em simulações de veículos;
- Análise dos parâmetros mais importantes em simulações de veículos em curvas;

## **1.2. Justificativa**

Considerando a afirmação de Rajamani (2006) que cerca de 90% dos acidentes de trânsito são causados por erros humanos, fica evidente a necessidade de atuar no desenvolvimento de sistemas embarcados para o aumento da segurança nas ruas e estradas do país.

Integrando modelagem de forças e pneus no modelo proposto por Vieira *et al.* (2012), torna-se possível desenvolver um sistema eletrônico para auxiliar na condução de veículos, buscando diminuir o número de acidentes de trânsito.

## **1.3. Conteúdo do Trabalho**

Esta dissertação está dividida em seis capítulos. No Capítulo 2 são apresentados conceitos básicos de veículos, com a definição de um sistema de coordenadas para o trabalho e características importantes para a análise de veículos. No Capítulo 3 é realizada uma revisão da modelagem de veículos, apresentando modelos de pneus, modelos de veículos em curva e modelos de transferência de carga. No Capítulo 4 são apresentados os modelos utilizados neste trabalho. No Capítulo 5 são apresentados os resultados das simulações realizadas para este trabalho, além de comparar os valores encontrados com trabalhos da área. No Capítulo 6 apresentam-se as conclusões referentes aos modelos utilizados no trabalho.

## 2. CONCEITOS BÁSICOS DE VEÍCULOS

Para bom entendimento de modelos matemáticos de automóveis aqui mostrados é necessária a apresentação detalhada dos conceitos básicos envolvidos bem como a justificativa das hipóteses simplificativas usadas para o desenvolvimento desses modelos, como segue.

### 2.1. Sistemas de Coordenadas

Primeiro, é necessário estabelecer um sistema de coordenadas para padronizar o trabalho. O sistema de coordenadas escolhido para este estudo foi o sistema utilizado por Genta e Morello (2009), apresentado na Figura 2.1.

Plano de simetria

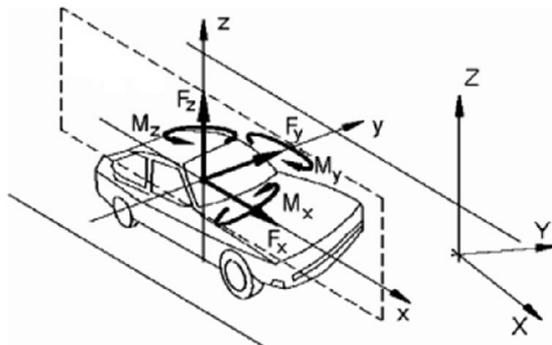


Figura 2.1 – Sistema de Coordenadas (fonte: adaptado de Genta e Morello, 2009).

Na Figura 2.1 percebe-se o sistema de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , com a componente vertical apontando para o teto do veículo. Além disso, também é importante apresentar os momentos em cada eixo: rolagem (ou *roll*) no eixo  $x$ , arfagem (ou *pitch*) no eixo  $y$  e guinada (ou *yaw*) no eixo  $z$ .

No pneu é utilizado o mesmo sistema de coordenadas, mostrado na Figura 2.2.

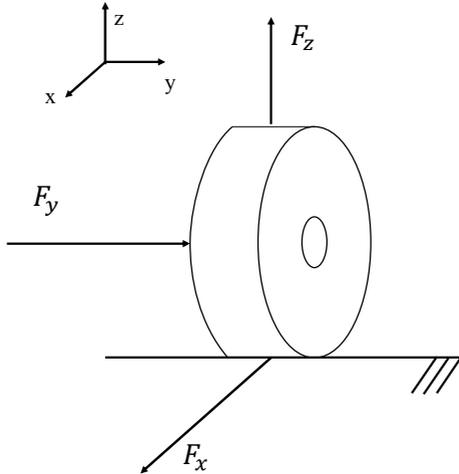


Figura 2.2 – Forças que Atuam no Pneu e o Sistema de Coordenadas.

As forças que atuam no pneu, apresentadas na Figura 2.2, são as forças de tração ou frenagem no eixo  $x$ , a força lateral no eixo  $y$  e a força normal no eixo  $z$ .

## 2.2. Deriva nos Pneus

Um corpo rígido rolando sobre uma superfície pode ser submetido a uma carga transversal à direção de deslocamento. Este corpo suporta forças laterais desde que não ultrapasse o limite de sua aderência com a superfície, a partir do qual ele escorregaria. Veículos atualmente são equipados com pneus, corpos elásticos que não são lateralmente rígidos, dessa forma, forças laterais nos pneus resultam em comportamento diferente do apresentado por um corpo rígido.

Quando o veículo está parado, as forças normais ao solo estão distribuídas na área de contato entre o pneu e o solo, formando uma região quase retangular, como mostrada na Figura 2.3.

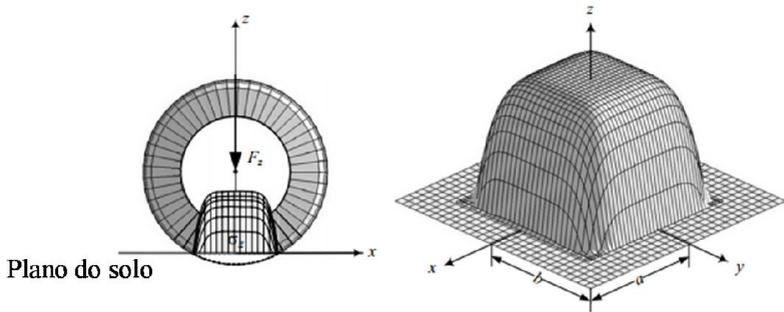


Figura 2.3 – Distribuição de Forças de Contato no Pneu Estacionado (fonte: adaptado de Jazar 2008).

Na Figura 2.3 é possível ver a distribuição das forças de contato em um pneu estacionário. A área de contato apresentada é aproximadamente retangular devido à deformação do pneu sobre ela. A partir do momento que o pneu começa a rolar, a distribuição das forças muda, mantendo uma forma aproximadamente retangular, mas não mais distribuídas uniformemente, apresentada na Figura 2.4.

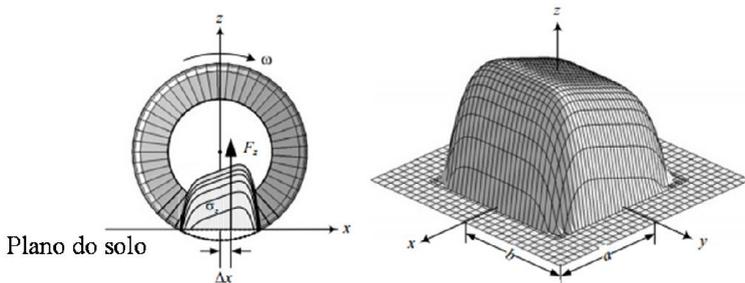


Figura 2.4 – Distribuição de Forças de Contato no Pneu Rolando (fonte: adaptado de Jazar 2008).

Na Figura 2.4 é mostrado que em um pneu rolando no sentido horário há maiores forças de contato na região de início de contato, contudo, a área de contato permanece aproximadamente retangular. No momento em que o veículo é submetido a forças laterais, seja por forças de inércia em uma curva, ou seja por uma perturbação externa, como a incidência de um vento, o pneu deve suportar essa nova carga, resultando em uma deformação da área de contato, apresentada na Figura 2.5.

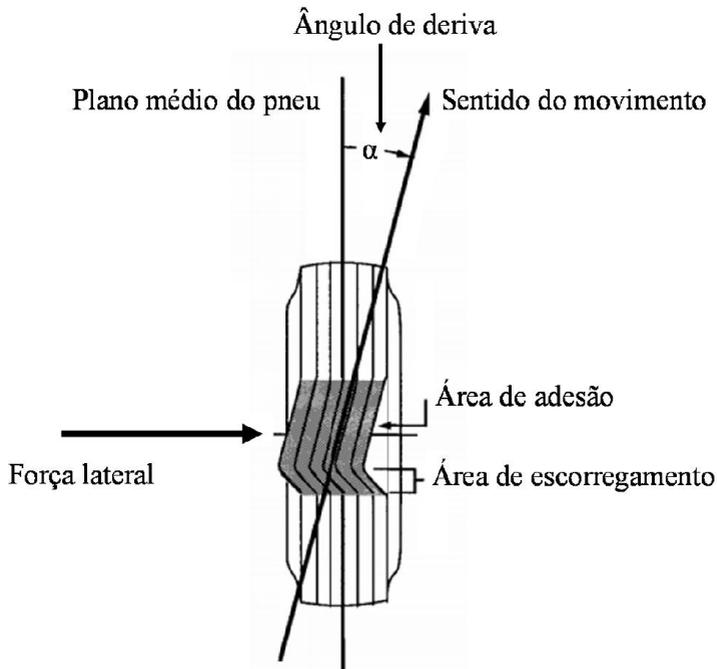


Figura 2.5 – Área de Contato do Pneu com o Solo Sob a Influência de uma Força Lateral (fonte: adaptado de Gillespie 1992).

Na Figura 2.5 é mostrada a área de contato entre pneu e solo deformada, além da nova direção de movimento do pneu. O plano médio da área de contato não coincide com o plano médio do pneu devido da deformação citada, assim o pneu tem uma direção de movimento diferente do seu plano médio e essa diferença é o ângulo de deriva, também chamado de ângulo de escorregamento por Silva (2007).

A capacidade do pneu de suportar cargas laterais depende de diversos fatores, como suas dimensões, suas características construtivas, a força normal incidente, o atrito com o solo, entre outras. Na Figura 2.6 é apresentado um diagrama que relaciona as forças laterais que um determinado pneu suporta em função do ângulo de deriva e da carga radial aplicada sobre ele.

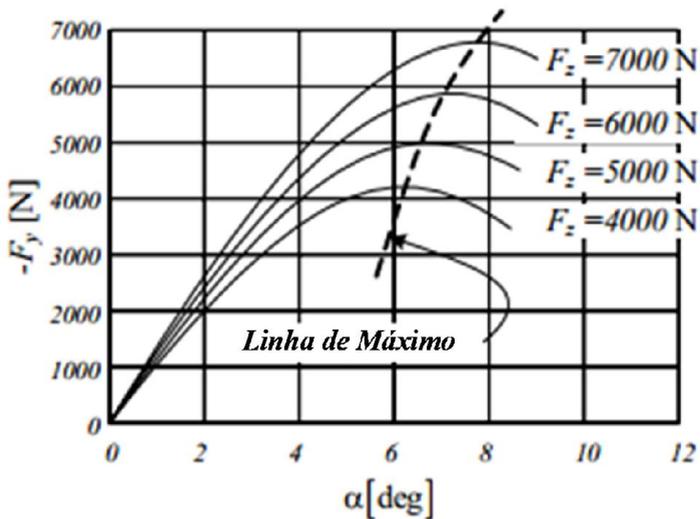


Figura 2.6 – Força Lateral por Ângulo de Deriva para Diversas Forças Normais (fonte: adaptado de Jazar, 2008).

Na Figura 2.6 é possível ver que para pequenos ângulos de deriva a curva pode ser considerada linear. Também é importante realçar que a relação entre as forças normal e lateral para um determinado ângulo de deriva não é linear, isto é, aumentar duas vezes a força normal não significa dobrar a força lateral para o mesmo ângulo de deriva.

### 2.3. Sistema de Direção

É necessário neste ponto definir qual geometria de direção o veículo estudado utiliza. Jazar (2008) apresenta três diferentes geometrias utilizadas em diversos veículos, as quais são mostradas na Figura 2.7.

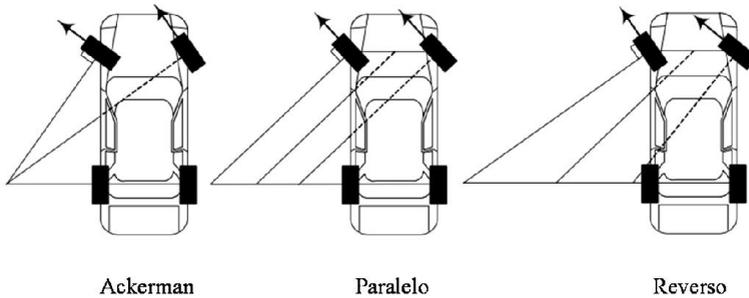


Figura 2.7 – Diferentes Geometrias de Direção (adaptado de: Jazar, 2008).

Na Figura 2.7 é fácil perceber a diferença entre as geometrias. Na geometria Ackerman, a roda interna gira mais que a externa, assim ambas mantêm um único centro de curva, minimizando a incidência de forças laterais nos pneus. Segundo Jazar (2008) e Milliken e Milliken (1995), as geometrias dos tipos paralelo e reverso, também chamado de anti-Ackerman, são comumente utilizados em veículos de corridas. Jazar (2008) denomina a geometria Ackerman de condição de Ackerman ou condição cinemática.

O foco deste trabalho é a geometria de Ackerman. Nesta geometria, apresentada em mais detalhe na Figura 2.8, existe uma relação de esterçamento das rodas interna e externa à curva que garante um único centro de curva para pequenos ângulos de deriva.

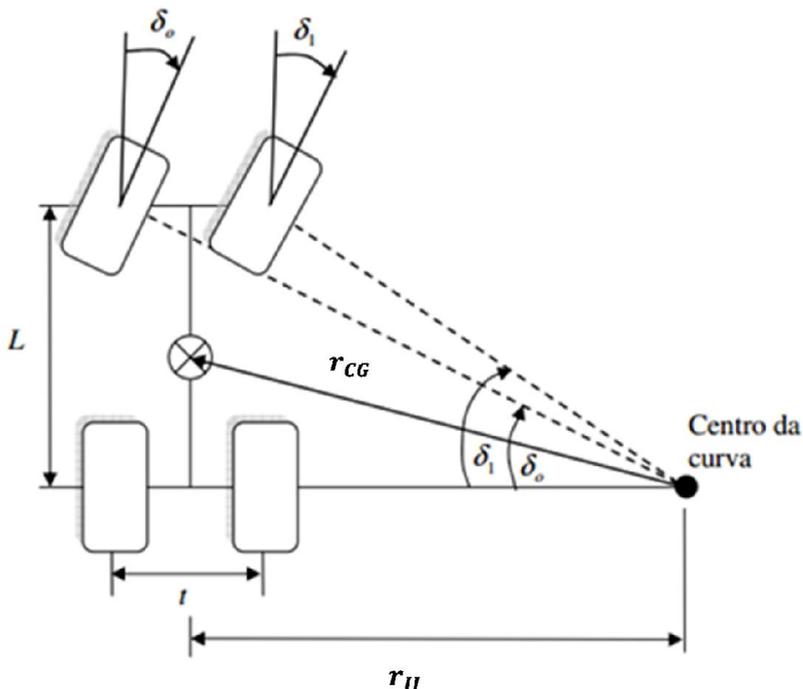


Figura 2.8 – Geometria de Ackerman e os Ângulos de Esterçamento (adaptado de: Silva, 2007).

O desenvolvimento das equações que representam essa relação é apresentado em Jazar (2008) e Silva (2007), mostrado o resultado na Equação (2.1).

$$\frac{1}{\tan \delta_o} - \frac{1}{\tan \delta_i} = \frac{t}{L} \quad (2.1)$$

Onde  $t$  é a bitola dianteira do veículo,  $L$  é a distância entre os eixos,  $\delta_o$  é o ângulo de esterçamento da roda externa à curva e  $\delta_i$  é o ângulo de esterçamento da roda interna à curva.

Para que a condição de Ackerman seja garantida, Jazar (2008) descreve o Mecanismo de Ackerman, um mecanismo de quatro barras trapezoidal que é utilizado para impor os ângulos de esterçamento. No entanto, Jazar (2008) afirma que não existe um mecanismo de quatro barras que corresponda perfeitamente à condição de Ackerman, mas que

é possível desenvolver mecanismos mais complexos que trabalhem próximos a essa condição.

#### 2.4. Posição do Centro de Gravidade

Saber a posição do centro de gravidade de um veículo é de extrema importância em modelagem e simulações dinâmicas. Utilizando a posição do centro de gravidade é calculada a distribuição do peso entre o eixo dianteiro e traseiro do veículo, além das transferências de carga lateral e longitudinal do veículo. Na Figura 2.9 é apresentada a posição do centro de gravidade do veículo e as distâncias dele para os eixos dianteiro e traseiro, além de apresentar as forças normais nos pneus.

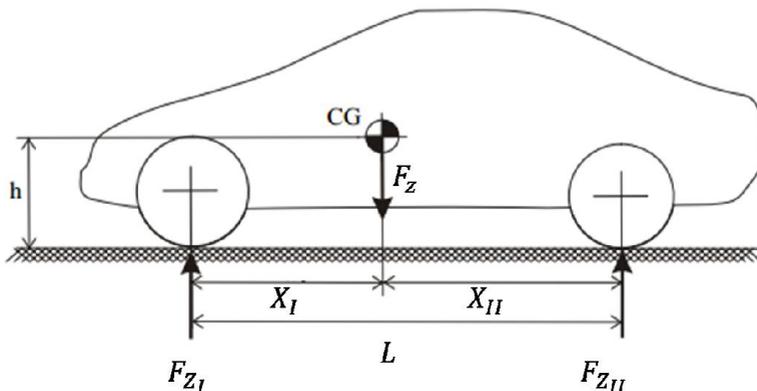


Figura 2.9 – Posição do Centro de Gravidade e as Forças Normais no Veículo (fonte: adaptado de Leal et al. 2012).

Sendo  $F_z$  o peso do veículo,  $X_I$  e  $X_{II}$  as distâncias do centro de gravidade para os eixos dianteiros e traseiros, respectivamente, e  $h$  a altura do centro de gravidade. Conhecendo a posição do centro de gravidade, Gillespie (1992) calcula a parcela do peso em cada eixo do veículo, mostradas nas Equações (2.2) e (2.3).

$$F_{z_I} = F_z \frac{X_{II}}{L} \quad (2.2)$$

$$F_{z_{II}} = F_z \frac{X_I}{L} \quad (2.3)$$

Caso não seja conhecida a posição do centro de gravidade, é possível medir a carga em cada um dos eixos e fazer o cálculo inverso.

## **2.5. Comportamento de Veículos em Curva: Neutro, Subesterçante ou Sobre-esterçante**

Milliken e Milliken (1995) afirmam que o comportamento do veículo em curva depende dos ângulos de deriva tanto na frente como na traseira do veículo, e que esta característica é um aspecto que não pode ser desprezado na análise dinâmica de um automóvel sob a ação de forças transversais ao seu deslocamento porque os pneus são flexíveis. Silva (2007) define esterçamento neutro, subesterçante ou sobre-esterçamento como as respostas do carro em consequência da mudança das forças laterais.

Para um veículo ser neutro em curva, de acordo com Milliken e Milliken (1995), os ângulos de deriva nos eixos dianteiro e traseiro devem ser iguais, mantendo a trajetória dada pela condição de Ackerman. Isso significa, segundo Silva (2007), que ao ser acelerado em uma curva de raio constante o veículo mantém o mesmo ângulo de esterçamento.

Um veículo subesterçante, de acordo com Silva (2007), é aquele que possui ângulo de deriva maior no eixo dianteiro do que no eixo traseiro, isso significa que a frente do veículo escorrega mais do que a traseira durante uma curva. Segundo Jazar (2008), em um veículo subesterçante ao aumentar a velocidade, é necessário aumentar o esterçamento para continuar a fazer a mesma curva. Milliken e Milliken (1995) declaram que veículos de passeios convencionais possuem como característica grande subesterçamento.

Silva (2007) afirma que, em um veículo sobre-esterçante, a traseira possui ângulo de deriva superior ao apresentado na dianteira. Com essa característica, Jazar (2008) afirma que neste tipo de veículo é necessário diminuir o esterçamento ao aumentar a velocidade para manter o mesmo raio de curva. Isto causa, segundo Milliken e Milliken (1995), um efeito de rotação, ou *tail swing* (giro traseiro).



### 3. REVISÃO DA MODELAGEM DE VEÍCULOS

Em análises de dinâmica veicular é de extrema importância a escolha apropriada de modelos que representam componentes ou características dos veículos. Para essa escolha, não basta utilizar apenas modelos excessivamente simples ou complexos, há também a necessidade de utilizar os modelos adequados para cada situação. Nesta seção são apresentados diversos modelos e suas principais aplicações, com o intuito de embasar a escolha dos modelos a serem utilizados na situação desejada.

#### 3.1. Modelos de Pneus

Existem diversos modelos que procuram explicar ou reproduzir o comportamento de pneus. De acordo com Koo *et al.* (2006), os modelos de pneus podem ser divididos em categorias: modelos físicos, modelos analíticos e modelos empíricos. Os modelos da primeira categoria, segundo Koo *et al.* (2006), são construídos a partir das características dos pneus e são capazes de descrever detalhadamente o comportamento deles, porém são complexos e difíceis de implementar em análise dinâmica de veículos. Os modelos da segunda categoria, de acordo com Koo *et al.* (2006), são usados para calcular as forças nos pneus e simplificam equações físicas para prever o seu comportamento elástico, porém as soluções para as situações fora do regime permanente envolvem equações diferenciais parciais, o que torna o cálculo mais complexo. Os modelos da terceira categoria, segundo os mesmos autores, são baseados em aproximações das relações das forças laterais e ângulos de deriva dos pneus obtidos com ensaios em laboratório, e tem as limitações que apenas representam pneus nas condições idênticas àquelas dos ensaios e não consideram as interações do pneu e do veículo.

##### 3.1.1. Modelos Físicos

O modelo físico mais conhecido é o modelo FTire. Segundo Gipser (2003), o modelo FTire, ou *Flexible Ring Tire Model* (Modelo de Pneu Anel Flexível) consiste em duas partes, a primeira é descrever o

pneu, considerando a rigidez estrutural, amortecimento interno e propriedades inerciais, e a segunda parte é o contato pneu e solo. O autor afirma que a ideia do modelo é introduzir o menor número de graus de liberdade necessários para representar as propriedades relevantes na aplicação estudada, e também declara que extensões do modelo, como desgaste e trocas térmicas dos pneus, utilização errônea destes e até imperfeições dos pneus foram simuladas. Esse mesmo autor define que há efeitos que ainda não são possíveis de analisar utilizando o FTire, como, por exemplo, geração de ruídos, tração em solos moles ou na neve e aquaplanagem.

O modelo consiste em massas concentradas, substituindo os cordoneis do pneu, ligadas ao aro e entre si através de vários elementos não lineares que dependem da pressão interna, rigidez e amortecimento dos pneus. Na Figura 3.1 são mostrados os graus de liberdade da cinta do pneu no modelo em questão.

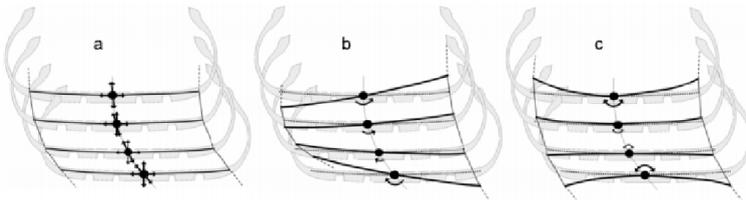


Figura 3.1 – Graus de liberdade dos segmentos na cinta (Fonte: Gipser, 2003).

Na Figura 3.1 é possível ver os graus de liberdade de translação, torção e deformação lateral de cada segmento que compõe a cinta do pneu no modelo FTire, além deste também possui graus de liberdade no sentido de rotação radial representando a torção da cinta e deformação lateral perpendicular ao eixo radial. A Figura 3.2 representa a relação radial de forças nos elementos da cinta e do aro.

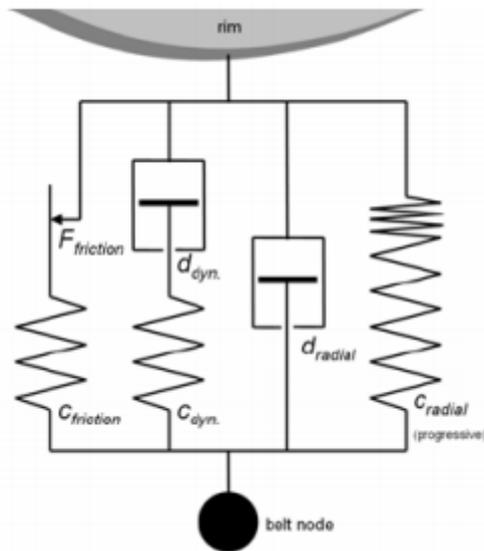


Figura 3.2 – Representação das forças radiais nos elementos da cinta (Fonte: Gipser, 2003).

Na Figura 3.2 é possível perceber a complexidade das ligações entre os segmentos que representam a cinta do pneu e o aro.

### 3.1.2. Modelos Analíticos

Existem diversos modelos analíticos de pneus, como por exemplo os modelos BRIT e Fiala. O modelo BRIT, ou *Brush and Ring Tire Model* (Modelo de Pneu Pincel e Anel), de acordo com Bakker (2009), consiste em um anel rígido que é conectado ao centro da roda, o anel representa a cinta do pneu e possui massa, portanto inclui forças inerciais no modelo. Como o anel é rígido, parte dele atravessa o solo, e a área dessa interação é a área de contato, que aplica forças no anel. A ligação entre o anel e o aro é flexível e admite excitação de todos os graus de liberdade, permitindo que o anel se mova a partir das forças aplicadas na área de contato. O autor ainda afirma que as forças e momentos na área de contato são calculados usando o modelo de Pincel, em que a região de contato do pneu com o solo é semelhante com o movimento de um pincel. Ao entrar em contato com uma superfície, o movimento de uma cerda gera uma força e integrando numericamente

todos os deslocamentos das cerdas calculam-se as forças e momentos resultantes.

Outro modelo analítico que pode ser citado é o Modelo Fiala. De acordo com Ozdalyan (2008), o modelo Fiala foi desenvolvido em 1964 e é o modelo padrão utilizado pelo *software* ADAMS. Ele tem duas principais vantagens que são: necessitar apenas de dez parâmetros de entrada e estes parâmetros são diretamente relacionados com as propriedades físicas do pneu.

A seguir é apresentado o desenvolvimento do modelo como proposto por Abe (2009). O modelo Fiala considera a deformação da banda de rodagem como a deformação de uma viga ligada a molas, assim a Equação (3.1) representa o fenômeno.

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + ky = w(x) \quad (3.1)$$

As condições de contorno são: para  $x \neq 0$ ,  $w(x)=0$ ; se  $x=0$ , então  $w(x)=F$ . A constante  $E$  representa o módulo de Young,  $I$  representa o momento de inércia da banda de rodagem e  $k$  representa a constante de mola. Resolvendo a equação acima, tem-se a Equação (3.2).

$$y = \frac{\alpha^3 l^2 F x}{2k} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (3.2)$$

Integrando a Equação (3.2) ao longo do contato do pneu com o solo, chega-se a formulação final do modelo Fiala, cuja aproximação por séries é apresentada na Equação (3.3).

$$F = \frac{K_1 l^2}{2} \tan \beta - \frac{K_1^2 l^3}{8\mu p_m b} \tan^2 \beta + \frac{K_1^3 l^4}{96\mu^2 p_m^2 b} \tan^3 \beta \quad (3.3)$$

Sendo

$$K_1 = \frac{K_0}{1 + \frac{\alpha^3 l^3}{12k} K_0} \quad (3.4)$$

### 3.1.3. Modelos Empíricos

Um dos modelos empíricos de pneus mais famosos e utilizados é a chamada Fórmula Mágica, também conhecido como Modelo de

Pacejka. A Fórmula Mágica foi introduzida inicialmente por Bakker et al. (1987) como uma nova maneira de representar valores obtidos através de experimentos nas condições de frenagem e em curvas (*cornering*). De acordo com Wong (2001), a Fórmula Mágica pode ser usada para ajustar curvas experimentais das características de pneus relacionando força lateral e ângulo de deriva, torque autoalinhante e ângulo de deriva, força de frenagem e escorregamento.

A Fórmula Mágica é apresentada na Equação (3.5), seguindo o método proposto por Pacejka (2005).

$$y(x) = D \operatorname{sen} \{C \arctan[Bx - E_p(Bx - \arctan Bx)]\} \quad (3.5)$$

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (3.6)$$

$$x = X + S_h \quad (3.7)$$

Nesse modelo,  $Y$  é a variável de saída, podendo ser força lateral ou de frenagem ou até momento autoalinhante,  $X$  é a variável de entrada, sendo a tangente do ângulo de deriva ou o escorregamento longitudinal,  $B$  é um coeficiente de rigidez,  $C$  é o fator de forma,  $D$  é o valor máximo da curva,  $E$  é o fator de curvatura,  $S_h$  é o deslocamento horizontal da curva e  $S_v$  é o deslocamento vertical da curva. A Figura 3.3 apresenta um exemplo de curva seguindo este método.

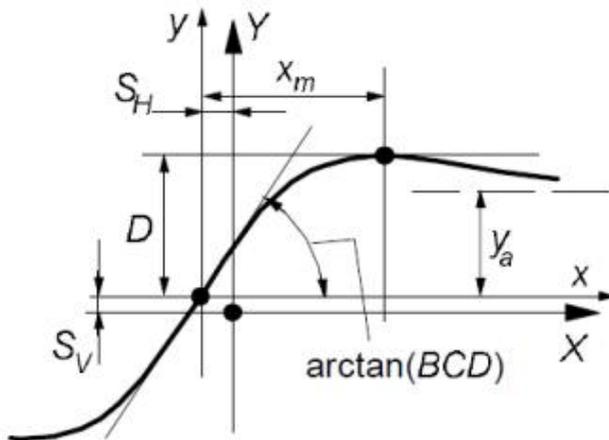


Figura 3.3 - Curva experimental da Fórmula Mágica (adaptado de: Pacejka (2005)).

Na Figura 3.3 é possível visualizar o formato da curva e a influência de alguns parâmetros, como os deslocamentos vertical e horizontal, além do valor de pico.

Uma aplicação interessante deste modelo, apresentada por Dempsey *et al.* (2012), é sua utilização em diversos *softwares* comerciais de simuladores de corridas, como o *rFactor (Image Space Incorporated, 2014)*. Para esta aplicação em tempo real, estão disponíveis diversos dados referentes às curvas dos pneus, e durante a simulação estes parâmetros são utilizados para transmitir o máximo de realidade ao usuário. O *software* de simulação de corridas *rFactor* é utilizado por de Groot e de Winter (2011) ao analisar o efeito da aderência dos pneus no aprendizado de pilotagem de veículos de alto desempenho. Koskela *et al.* (2011) utiliza o mesmo *software* para desenvolver um simulador de baixo custo para pesquisas referentes ao comportamento de motoristas.

Outro exemplo de modelo experimental foi apresentado por Jazar (2008), sendo um modelo simples que relaciona as forças laterais e o ângulo de deriva dos pneus, mostrado na Equação (3.8).

$$F_y = -C_{yy}\alpha \quad (3.8)$$

Nesta equação,  $C_{yy}$  é a rigidez lateral do pneu e  $\alpha$  é o ângulo de deriva. Como o modelo considera apenas o comportamento linear do pneu, este é válido apenas para pequenos ângulos de deriva. Jazar (2008) também apresenta a Equação (3.9), que considera maiores ângulos de deriva.

$$F_y = -C_{yy}\alpha \left( 1 - \frac{1}{3} \left| \frac{C_{yy}\alpha}{F_{yM}} \right| + \frac{1}{27} \left( \frac{C_{yy}\alpha}{F_{yM}} \right)^2 \right) \quad (3.9)$$

Sendo que a força máxima que cada pneu suporta é dada por:

$$F_{yM} = N\mu_y \quad (3.10)$$

sendo  $N$  a força normal ao solo e  $\mu_y$  o coeficiente de atrito lateral.

O modelo de Dugoff é outro exemplo de modelo de pneus experimental. De acordo com Dakhlallah *et al.* (2008), este modelo possui menos parâmetros que outros semelhantes e o equacionamento é

próximo ao linear. A seguir é apresentado o modelo seguindo a formulação utilizada por Dakhllallah *et al.* (2008).

Para o modelo de Dugoff as forças entre o pneu e o solo são calculadas como:

$$F_{xi} = C_{xx} \frac{\lambda_i}{1 - \lambda_i} k_i \quad (3.11)$$

$$F_{yi} = C_{yy} \frac{\tan \alpha_i}{1 - \lambda_i} k_i \quad (3.12)$$

com:

$$k_i = (2 - \sigma_i) \sigma_i \quad \text{se } \sigma_i < 1 \quad (3.13)$$

$$k_i = 1 \quad \text{se } \sigma_i \geq 1 \quad (3.14)$$

$$\sigma_i = \frac{(1 - \lambda_i) \mu_i F_{zi}}{2 \sqrt{C_{xx}^2 \lambda_i^2 + C_{yy}^2 \tan^2 \alpha_i}} \quad (3.15)$$

sendo que  $\lambda_i$  e  $\alpha_i$  representam, respectivamente, o escorregamento longitudinal e lateral de cada pneu,  $C_{xx}$  e  $C_{yy}$  as rigidezes longitudinal e lateral, respectivamente, e  $F_{zi}$  a força normal aplicada em cada pneu. Os parâmetros  $\lambda_i$  e  $\alpha_i$  são calculados a partir de.

$$\lambda_i = \frac{R_{wi} - v_{pxi}}{\max(R_{wi}, v_{pxi})} \quad (3.16)$$

$$\alpha_i = \sigma_i - \arctan\left(\frac{v_{pyi}}{v_{pxi}}\right) \quad (3.17)$$

Nessas equações,  $v_{pyi}$  e  $v_{pxi}$  são as velocidades laterais e longitudinais do veículo no ponto de contato entre pneu e pista enquanto  $R_{wi}$  é o raio do pneu.

### 3.2. Modelos de Veículos em Curva

Existem vários modelos que buscam explicar e estimar os mais diversos comportamentos e características de veículos. Para o presente trabalho, interessam os modelos de veículos em curva, considerando o comportamento dos pneus e as forças atuando no veículo. A seguir são apresentados alguns modelos que são pertinentes para analisar o comportamento do veículo em curvas.

#### 3.2.1. Modelo de Bicicleta

O modelo de bicicleta, também conhecido como *single track* (pista única) é muito utilizado para descrever o comportamento de veículos de uma maneira simplificada, considerando um veículo com dois pneus, um dianteiro e um traseiro que representam os pneus dos eixos colapsados em apenas um, como mostrado esquematicamente na Figura 3.4.

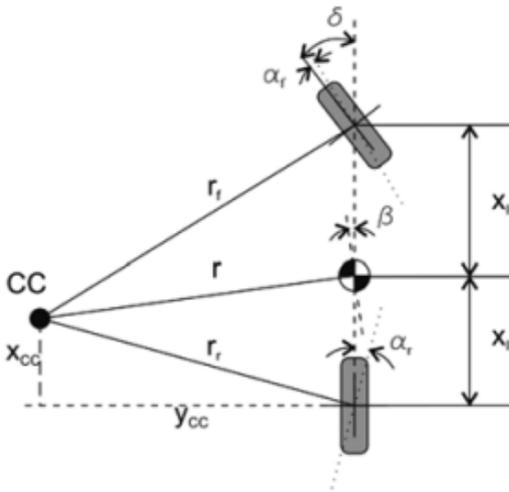


Figura 3.4 – Modelo de bicicleta e ângulos de deriva (Fonte: Vieira et al. 2012).

Na Figura 3.4 se podem ver os ângulos de deriva nos pneus e o ângulo de esterçamento no pneu dianteiro, a partir destes dados, junto com algumas características do veículo, é possível calcular o centro de curva do veículo.

De acordo com Baffet *et al.* (2009), uma das vantagens deste modelo é sua simplicidade, com tempo de execução suficientemente curto para aplicações em tempo real, mas apesar disso, este modelo não considera a rolagem do veículo, que tem grande impacto na aceleração lateral deste.

### 3.2.2. Modelo Com Quatro Rodas

Este modelo considera as quatro rodas do veículo em curva, sendo necessário conhecer as derivas nos quatro pneus, além de algumas características do veículo, para definir o centro da rotação e o comportamento do automóvel nessa situação. Na Figura 3.5 é apresentado o esquema do modelo com quatro rodas.

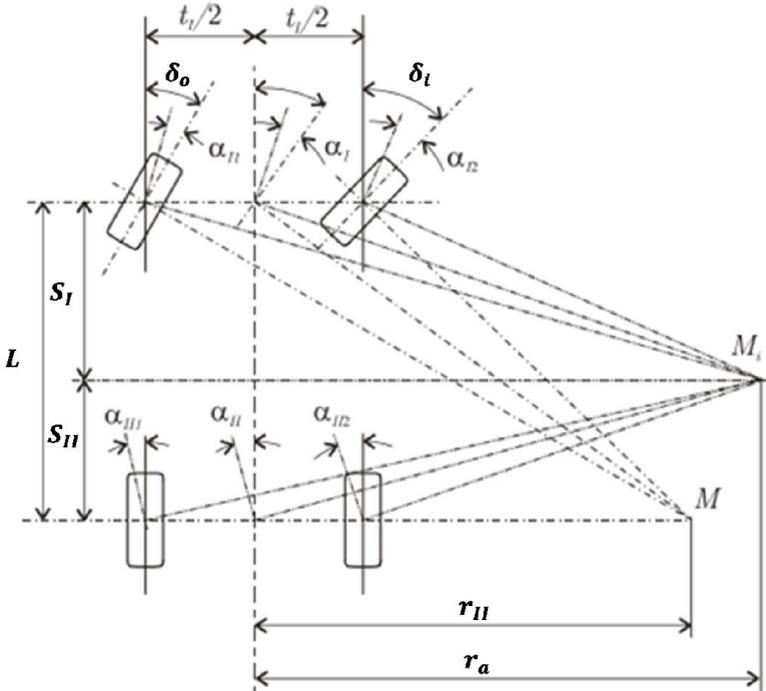


Figura 3.5 – Modelo com quatro rodas com as derivas nos pneus (adaptado de: Leal et al. 2012).

Na Figura 3.5 pode-se perceber a diferença do centro de curva do veículo quando se considera as derivas em todos os pneus e quando este parâmetro não é considerado. É importante salientar que o sistema de direção na Figura 3.5 respeita a condição de Ackerman, onde as rodas dianteiras têm diferentes ângulos de esterçamento.

É importante ressaltar que este modelo possui pelo menos quatro graus de liberdade, sendo estes as derivas de cada pneu. Para complementar o modelo com quatro rodas, é possível integrá-los com modelos de transferência lateral de carga no veículo em curvas.

### **3.2.3. Modelo Com Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas**

Este modelo foi apresentado por Vieira *et al.* (2012) com a novidade de utilizar um modelo de veículo com quatro rodas, porém apresentando dois graus de liberdade, relacionando os ângulos de deriva entre si e o ângulo de esterçamento. Esse desenvolvimento é baseado no conceito básico de um veículo ao fazer uma curva todas as rodas descrevem a sua trajetória em torno de um único ponto, que é o centro da curva, com a condição que as distâncias entre as rodas permaneçam constantes. Com isso, é possível desenvolver equações que descrevem o comportamento da deriva em três pneus utilizando como entrada o ângulo de esterçamento e o ângulo de deriva de uma das rodas dianteiras. Na Figura 3.6 é apresentado o modelo diagramático para o desenvolvimento desse modelo matemático.

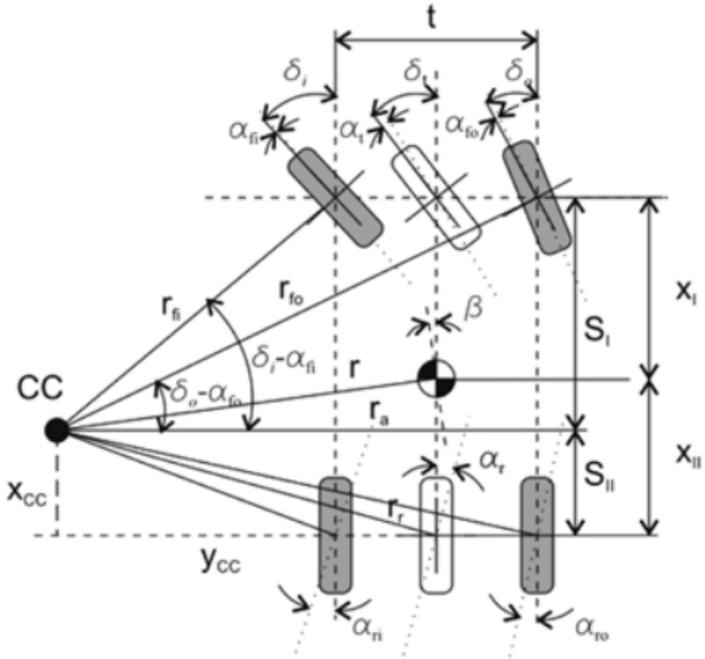


Figura 3.6 – Modelo com quatro rodas e as relações entre os ângulos de deriva (Fonte: Vieira et al. 2012).

A relação entre o ângulo de esterçamento desejado  $\delta_f$ , mostrado pela roda intermediária em branco, e o ângulo de esterçamento da roda dianteira  $\delta_i$ , e a relação entre os ângulos de esterçamento nas rodas dianteiras, devido à condição Ackerman, são apresentados nas equações (3.18) e (3.19).

$$\frac{t}{2L} = \frac{1}{\tan\delta_d} - \frac{1}{\tan\delta_i} \quad (3.18)$$

$$\frac{t}{L} = \frac{1}{\tan\delta_o} - \frac{1}{\tan\delta_i} \quad (3.19)$$

O raio de curva real é calculado a partir das equações (3.20) e (3.21).

$$S_I = \frac{t}{2 \left[ \frac{1}{\tan \delta_a} - \frac{1}{\tan(\delta_i - \alpha_{fi})} \right]} \quad (3.20)$$

$$r_a = \frac{S_I}{\tan(\delta_i - \alpha_{li})} + \frac{t}{2} \quad (3.21)$$

Com estes parâmetros é possível calcular todos os demais ângulos de deriva dos pneus do veículo. Também é possível comparar o raio de curva real com o raio de curva desejado, calculado a partir do ângulo de esterçamento desejado, e verificar a influência do comportamento do carro na diferença entre estes parâmetros.

Um problema apresentado pelo modelo é a utilização do ângulo de deriva de um dos pneus como parâmetro de entrada, devido ao fato da medição deste ser custosa e complexa, afirmado por Doumiati *et al.* (2013). Para contornar este problema, deve-se integrar um modelo de pneu que considere as forças laterais e ângulos de deriva.

### 3.3. Modelos de Transferência de Carga

Calcular com precisão a transferência de carga em curvas é de extrema importância, já que são parâmetros que influenciam diretamente nos valores de entrada dos modelos de pneus nas simulações. Existem diversos modelos que representam essa característica, nesta seção alguns serão apresentados.

#### 3.3.1. Modelo de Gillespie

Gillespie (1992) apresenta um modelo simplificado, onde as suspensões dianteiras e traseiras são agrupadas, fazendo um modelo bidimensional de transferência de carga, este modelo é apresentado na Figura 3.7.

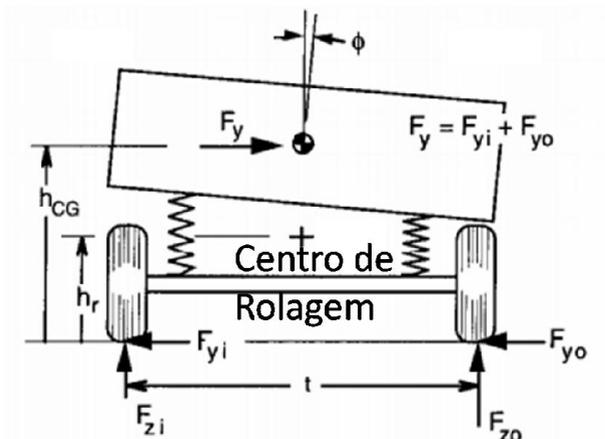


Figura 3.7 – Modelo de Transferência de Carga 2D (Adaptado de Gillespie, 1992).

Segundo o autor, existem duas parcelas da transferência de carga, a primeira é referente às forças resultantes das curvas, e a segunda é resultado da rolagem da carroceria. A Equação (3.22) representa a transferência de carga em um veículo.

$$\Delta G = \frac{2F_y h_r}{t} + \frac{2K_\phi \phi}{t} \quad (3.22)$$

Nesse modelo  $F_y$  é a força lateral,  $h_r$  é a altura do centro de rolagem,  $t$  é a bitola do veículo,  $K_\phi$  é a rigidez a rolagem da suspensão e  $\phi$  é o ângulo de rolagem da carroceria.

### 3.3.2. Modelo de Erthal

Utilizando a teoria de helicoides e o método de Davies, Erthal *et al.* (2007) e Erthal (2010) desenvolveram um modelo matemático para análise do comportamento de veículos submetido a um carregamento lateral. O modelo considera um veículo em duas dimensões, ou seja, os eixos dianteiros e traseiros são agrupados para a análise. O modelo é apresentado na Figura 3.8.

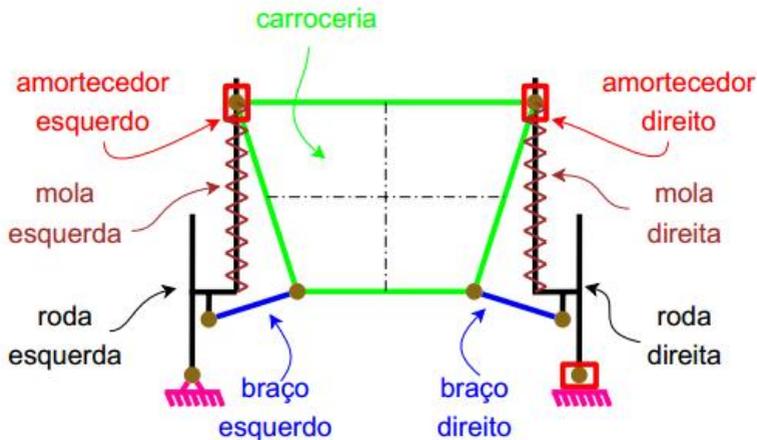


Figura 3.8 – Componentes do modelo de Erthal (fonte: Erthal, 2010).

Com suspensão McPherson e dois pneus, como mostrado na Figura 3.8, o modelo permite calcular o comportamento do veículo em curvas, o movimento da carroceria, a migração do centro de rolagem e do centro de gravidade, a transferência de carga e a distribuição de carga normal.

### 3.3.3. Modelo de Lee

Utilizando a teoria de helicoides, Lee (2001), Lee e Han (2008) e Lee (2009) apresentaram um modelo de análise de rolagem de veículos com o intuito de analisar o comportamento do veículo. Modelando a suspensão com helicoides, e relacionando o movimento de centro de rolagem de cada eixo com o movimento do centro de gravidade do veículo, é possível estudar a transferência de carga do veículo em curvas. A Figura 3.9 mostra a representação de um veículo com vários eixos de helicoides necessários para representar o seu comportamento.

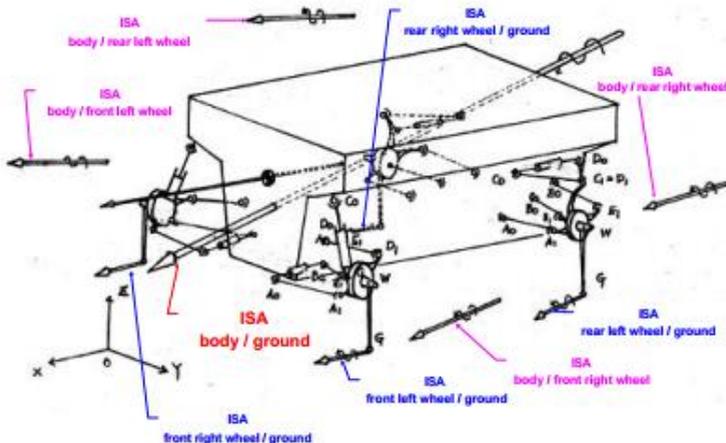


Figura 3.9 – Representação dos movimentos de um veículo com helicoides (fonte: Lee, 2001).

Lee (2001) define que são necessários três eixos instantâneos de helicoides para representar o movimento do veículo, o eixo entre rodas e o solo (azul), o eixo entre as rodas e o chassi (rosa) e o eixo entre o chassi e o solo (vermelho). Assim, os helicoides da Figura 3.9 podem ser representados pela Figura 3.10.

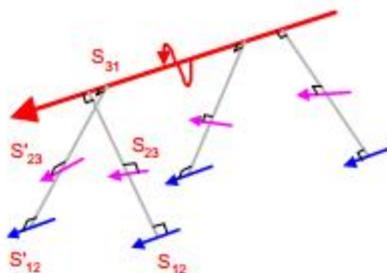


Figura 3.10 – Três eixos para representação dos movimentos de um veículo (fonte: Lee, 2001).

Desta maneira, é possível identificar o movimento das suspensões e chassi do veículo, permitindo estimar a transferência de carga que ocorre durante curvas e acelerações.

### 3.4. Estimando os Ângulos de Deriva nos Pneus

Manning e Crolla (2007) apresentaram uma avaliação dos sistemas de auxílio à condução publicados ou disponíveis em veículos comerciais, focando, principalmente, em sistemas de controle de guinada e deriva nos pneus. Para tal tarefa os autores dissertaram sobre três sistemas que têm efeito na dirigibilidade do veículo, sendo apresentados a seguir, juntamente com suas restrições. A primeira é a frenagem diferencial (*differential braking*) que permite controlar a deriva nos pneus em qualquer condição do veículo. O segundo sistema é a distribuição do momento de rolagem (*Roll Moment Distribution RMD*), sendo efetivo apenas quando a aceleração lateral é maior que  $4 \text{ m/s}^2$ . O último sistema é o esterçamento traseiro ativo (*Active Rear Steering*), este é efetivo apenas para pequenos ângulos de deriva, sendo que perto do limite reduz o momento de guinada disponível para controlar o veículo.

Baffet *et al.* (2009) apresenta um processo para estimar as forças entre os pneus e solo, ângulos de deriva e rigidez lateral dos pneus, utilizando apenas medições de sensores que podem ser ou já estão integrados em veículos modernos. Para as forças entre pneus e solo, os autores utilizam um modelo de bicicleta, enquanto são utilizados filtros de Kalman para estimar os outros parâmetros.

Outros autores que utilizam filtros de Kalman para estimar parâmetros do veículo são Doumiati *et al.* (2011). Neste trabalho, são apresentados modelagem dinâmica e método de observador para atingir o objetivo do estudo. Além disso, o trabalho ainda discute em detalhes as forças laterais em cada pneu, analisando as não linearidades utilizando dois observadores derivados de técnicas baseadas em filtros de Kalman. Por fim, o método é testado utilizando um veículo experimental.

Dakhlallah *et al.* (2008) buscam analisar o coeficiente de fricção e os ângulos de deriva dos pneus a partir do conhecimento do comportamento do veículo. Para isso, é utilizado um modelo de veículo de quatro rodas, com modelo não linear de pneu de Dugoff, enquanto o comportamento do veículo foi determinado utilizando filtro de Kalman estendido. Os resultados são comparados com medições realizadas na pista de Satory na França. Outro detalhe relevante deste trabalho é a utilização das informações de sistemas como ABS ou ESP como dados de entrada para o modelo.

Zhao e Chen (2006) estimam os valores de guinada (*yaw*) do veículo e os ângulos de deriva dos pneus utilizando a estratégia de horizonte móvel (*moving horizon strategy*) utilizando um modelo de veículo de dois graus de liberdade.

Uma alternativa é apresentada por Bevly *et al.* (2006), ao integrar sensores inerciais com GPS, os valores dos ângulos de deriva do chassi e dos pneus, além do comportamento do veículo, são estimados. Os autores utilizaram uma antena de GPS para estimar o erro do acelerômetro devido à rolagem do veículo e também deriva do sensor, e um sistema com duas antenas para medir a rolagem do veículo e sua direção. Os resultados experimentais encontrados são compatíveis com valores teóricos, de acordo com os autores.

Yih e Gerdes (2005) combinam sistemas GPS com sensores inerciais para estimar as condições do veículo, utilizando esses dados como entradas para um sistema *steer-by-wire* com a intenção de corrigir o comportamento do veículo em curvas. De acordo com os autores, com controle preciso do sistema de direção e informações do estado do veículo confiáveis, ao utilizar o sistema em pista, a mudança na dirigibilidade é equivalente a mudar a rigidez lateral dos pneus dianteiros.



## **4. Apresentação dos Modelos Utilizados**

No capítulo anterior são apresentados os diversos modelos pertinentes para uma análise quase estática do comportamento de veículos em curvas. Neste capítulo são apresentados os modelos utilizados para as simulações deste trabalho, além das simplificações e considerações escolhidas.

### **4.1. Apresentação do Modelo de Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas**

O primeiro modelo definido foi o Modelo de Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas. A seguir é apresentado o desenvolvimento feito para este trabalho do modelo proposto por Vieira *et al.* (2012). Primeiro é o desenvolvimento do problema para o modelo de bicicleta, a fim de representar com menos variáveis as relações entre os ângulos de deriva e a curva percorrida pelo veículo. Posteriormente, é apresentado o desenvolvimento do modelo para um veículo de quatro rodas, incluindo todos os ângulos de deriva e os ângulos de esterçamento dos pneus dianteiros.

#### **4.1.1. Apresentação do Problema Para o Modelo de Bicicleta**

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento de Vieira *et al.* (2012) para um modelo de bicicleta, utilizando abordagens baseadas em geometria e cinemática, em que será relacionado os ângulos de deriva e esterçamento com o centro de curva do veículo, permitindo calcular os raios de curva do centro de gravidade e real do veículo.

##### **4.1.1.1. Modelo Geométrico**

O desenvolvimento é iniciado com o modelo de bicicleta. De acordo com Vieira *et al.* (2012), o modelo de bicicleta tem três graus de liberdade: o ângulo de esterçamento ( $\delta$ ), o ângulo de deriva dianteiro ( $\alpha_I$ ) e o ângulo de deriva traseiro ( $\alpha_{II}$ ), apresentados na Figura 4.1.

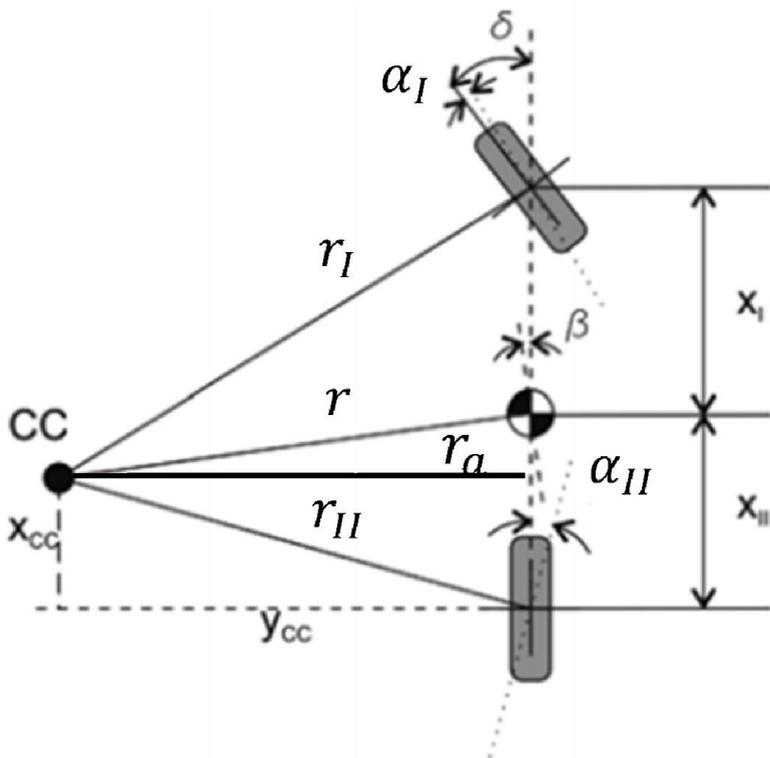


Figura 4.1 – Graus de Liberdade do Modelo de Bicicleta (adaptado de Vieira et al. 2012).

Na Figura 4.1, além de apresentar os ângulos, também é possível visualizar a distância do centro de gravidade para os eixos dianteiro ( $X_I$ ) e traseiro ( $X_{II}$ ), e o centro de curva CC. Também é importante destacar a distância do centro de curva para eixo traseiro, representada por  $x_{cc}$  e  $y_{cc}$ , e também as distâncias radiais dos eixos dianteiro ( $r_I$ ) e traseiro ( $r_{II}$ ) e do centro de gravidade ( $r$ ). Com o modelo diagramático mostrado na figura é possível descrever a posição do centro de curva em relação ao eixo traseiro, pelas Equações (4.1) e (4.2).

$$x_{cc} = r_{II} \sin \alpha_{II} \quad (4.1)$$

$$y_{cc} = \sqrt{r^2 - (X_{II} - x_{cc})^2} \quad (4.2)$$

A distância do eixo traseiro até o centro de gravidade é função da distribuição das massas do veículo. Definindo a porcentagem da massa na traseira do veículo como  $a$ , a distância do eixo traseiro ao centro de gravidade é calculada pela Equação (4.3).

$$X_{II} = (1 - a)L \quad (4.3)$$

Sendo  $L$  a distância entre eixos do veículo. Substituindo o valor de  $x_{cc}$  e  $X_{II}$  na Equação (4.2), chega-se na Equação (4.4).

$$y_{cc} = \sqrt{r^2 - ((1 - a)L - r_{II} \sin \alpha_{II})^2} \quad (4.4)$$

De maneira análoga, calcula-se o valor de  $r_I$ .

$$r_I = \sqrt{(X_I + X_{II} - x_{cc})^2 - (y_{cc})^2} \quad (4.5)$$

Substituindo os valores de  $x_{cc}$  e  $y_{cc}$ , além de considerar a constante referente à distribuição de massas, é possível chegar à Equação (4.6).

$$r_I = \sqrt{r^2 + 2aL^2 - a^2L^2 - 2aLr_{II} \sin \alpha_{II}} \quad (4.6)$$

Da Figura 4.1 escreve-se a relação entre os raios  $r_I$  e  $r_{II}$ , tal como mostrado na Equação (4.7).

$$r_I \cos(\delta - \alpha_I) = r_{II} \cos \alpha_{II} \quad (4.7)$$

Resolvendo as Equações (4.6) e (4.7) calculam-se os raios  $r_I$  e  $r_{II}$ , apresentados nas Equações (4.8) e (4.9).

$$\begin{aligned} r_I &= -aL \cos(\delta - \alpha_I) \tan \alpha_{II} \\ &\pm \sqrt{r^2 + 2aL^2 - a^2L^2 + 2aL \cos^2(\delta - \alpha_I) \tan^2 \alpha_{II}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned}
 & r_{II} \\
 &= -\frac{aL \cos^2(\delta - \alpha_I) \tan \alpha_{II}}{\cos \alpha_{II}} \\
 &\pm \frac{\cos(\delta - \alpha_I) \sqrt{r^2 + 2aL^2 - a^2L^2 - 2aLr_{II} \sin \alpha_{II}}}{\cos \alpha_{II}}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Nesse modelo o raio real de curva  $r_a$  é definido como a menor distância entre o centro de curva e o eixo longitudinal do veículo, destacado na Figura 4.2.

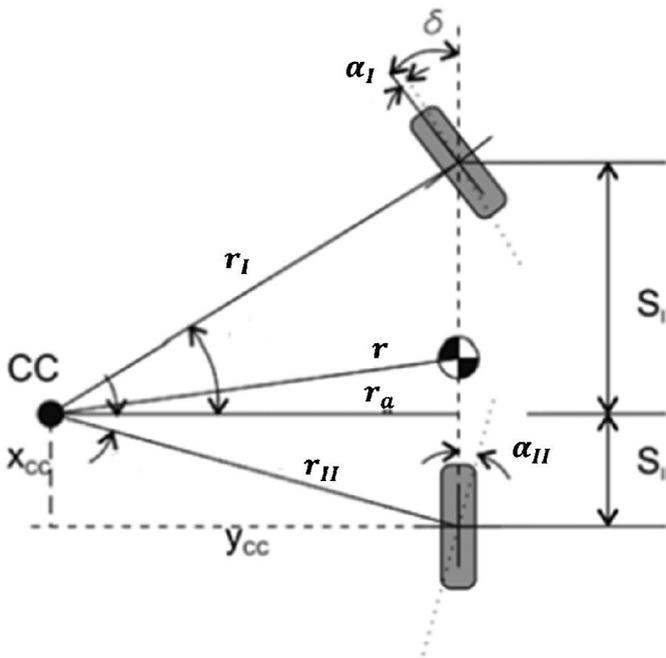


Figura 4.2 – Raio real de curva (adaptado de Vieira et al. 2012).

É importante notar que, caso não haja deriva nos pneus, o raio real de curva é igual ao raio de curva do eixo traseiro. Na Figura 4.2 também são apresentados  $S_I$  e  $S_{II}$ , que são as distâncias dos eixos dianteiros e traseiros ao ponto de interseção do raio real de curva e do eixo longitudinal do veículo. Esses parâmetros são calculados pelas Equações (4.10) e (4.11).

$$S_I = r_a \tan(\delta - \alpha_I) \quad (4.10)$$

$$S_{II} = r_a \tan \alpha_{II} \quad (4.11)$$

Pela característica do veículo é possível encontrar outra relação entre  $S_I$  e  $S_{II}$ , apresentada na Equação (4.12).

$$L = S_I + S_{II} \quad (4.12)$$

Resolvendo as Equações (4.10), (4.11) e (4.12), obtém-se o valor do raio  $r_a$ , mostrado na Equação (4.13).

$$r_a = \frac{L}{\tan(\delta - \alpha_I) + \tan \alpha_{II}} \quad (4.13)$$

Por fim, é possível calcular o raio de curva do centro de massa, apresentado na Equação (4.14).

$$r = \sqrt{r_a^2 + (X_{II} - S_{II})^2} \quad (4.14)$$

#### 4.1.1.2. Modelo Cinemático

Vieira *et al.* (2012) apresentam outra restrição no modelo ao considerar que todos os componentes do veículo têm a mesma velocidade angular ( $\dot{\psi}$ ) (vale observar que o ponto sobre a variável representa a sua derivada no tempo). Essa relação é mostrada na Equação (4.15).

$$\dot{\psi} = \frac{V}{r} = \frac{V_I}{r_I} = \frac{V_{II}}{r_{II}} \quad (4.15)$$

Com as relações acima, é possível calcular as componentes das velocidades de cada roda do veículo, apresentadas nas Equações (4.16) a (4.19).

$$u_I = \dot{\psi} r_I \cos(\delta - \alpha_I) \quad (4.16)$$

$$v_I = \dot{\psi} r_I \sin(\delta - \alpha_I) \quad (4.17)$$

$$u_{II} = \dot{\psi} r_{II} \cos \alpha_{II} \quad (4.18)$$

$$v_{II} = \dot{\psi} r_{II} \sin \alpha_{II} \quad (4.19)$$

Sendo que  $u$  e  $v$  representam as velocidades nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente. Com esse conjunto de equações é possível determinar a cinemática do modelo, definindo uma relação entre todos os ângulos que atuam no centro de curva.

#### **4.1.2. Apresentação do Problema Para o Modelo de Quatro Rodas**

De acordo com Vieira et al. (2012), o modelo de quatro rodas é analisado de maneira análoga ao modelo de bicicleta, sendo o desenvolvimento mostrado a seguir.

##### **4.1.2.1. Modelo Geométrico**

A base do desenvolvimento para o modelo de quatro rodas é baseado no modelo de bicicleta. A Figura 4.3 representa os dois modelos e todos os parâmetros envolvidos na análise.

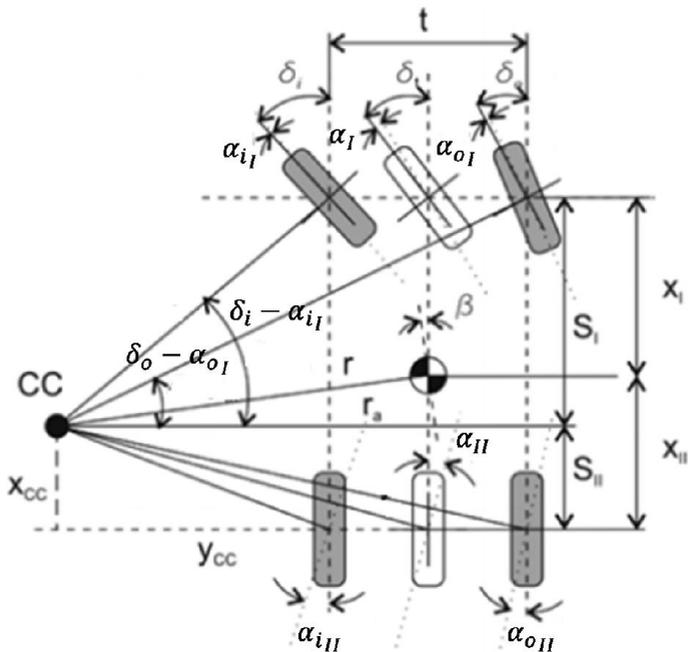


Figura 4.3 – Combinação dos Modelos de Bicicleta e Quatro Rodas (adaptado de Vieira et al. 2012).

Na Figura 4.3 são observadas as relações entre todos os ângulos de deriva e o centro de curva. Vieira *et al.* (2012) utilizam os valores de  $\alpha_I$  e  $\alpha_{II}$  na modelagem, mas afirma que não são mais valores de entrada do modelo. Para este modelo, os ângulos de deriva relevantes são do pneu dianteiro interno a curva ( $\alpha_{iI}$ ), pneu dianteiro externo a curva ( $\alpha_{oI}$ ), pneu traseiro interno a curva ( $\alpha_{iII}$ ) e pneu traseiro externo a curva ( $\alpha_{oII}$ ). Na modelagem proposta por Vieira *et al.* (2012) os ângulos  $\alpha_{iI}$  e  $\alpha_{iII}$  serão utilizados como entrada do modelo. A modelagem é iniciada pelo eixo traseiro, apresentado na Figura 4.4.

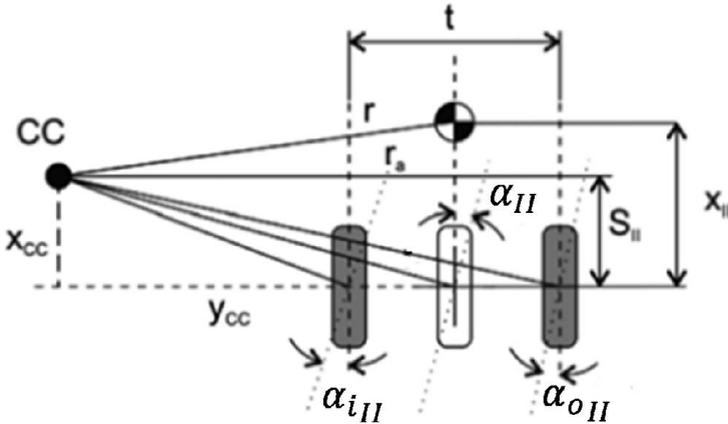


Figura 4.4 – Parâmetros Geométricos do Eixo Traseiro (adaptado de Vieira et al. 2012).

Com os parâmetros geométricos da Figura 4.4 é possível definir uma equação para cada deriva no eixo traseiro, apresentadas nas Equações (4.20) e (4.21).

$$\alpha_{i_{II}} = \arctan\left(\frac{S_{II}}{r_a - \frac{t}{2}}\right) \quad (4.20)$$

$$\alpha_{o_{II}} = \arctan\left(\frac{S_{II}}{r_a + \frac{t}{2}}\right) \quad (4.21)$$

É possível colocar as equações acima como funções de  $S_{II}$ :

$$S_{II} = \left(r_a - \frac{t}{2}\right) \tan \alpha_{i_{II}} \quad (4.22)$$

$$S_{II} = \left(r_a + \frac{t}{2}\right) \tan \alpha_{o_{II}} \quad (4.23)$$

Igualando estas equações, obtém-se uma nova relação, mostrada na Equação (4.24).

$$\frac{\tan \alpha_{iII}}{\tan \alpha_{oII}} = \frac{\left(r_a + \frac{t}{2}\right)}{\left(r_a - \frac{t}{2}\right)} \quad (4.24)$$

Da Equação (4.24) calcula-se o raio real de curva  $r_a$ , apresentada na Equação (4.25).

$$r_a = \frac{t}{2} \left( \frac{\tan \alpha_{iII} + \tan \alpha_{oII}}{\tan \alpha_{iII} - \tan \alpha_{oII}} \right) \quad (4.25)$$

A mesma abordagem é realizada para o eixo dianteiro, apresentado na Figura 4.5.

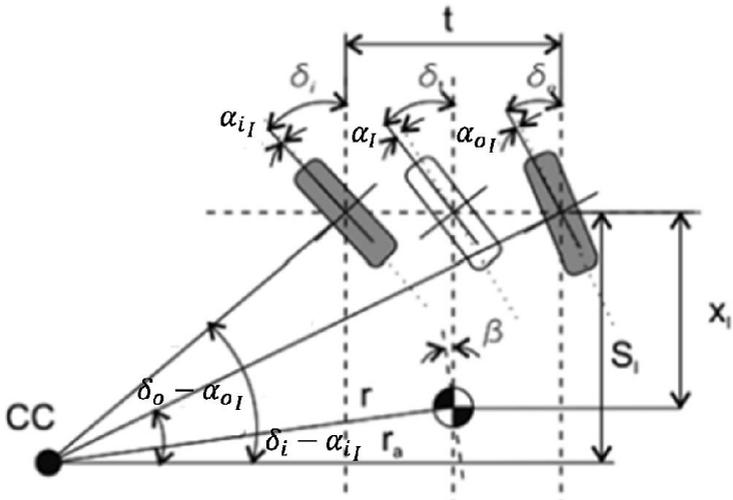


Figura 4.5 – Representação dos Componentes Geométricos do Eixo Dianteiro (adaptado de Vieira et al. 2012).

Com base na Figura 4.5 é possível relacionar geometricamente os ângulos de deriva, de maneira semelhante à realizada acima, porém, no eixo dianteiro o ângulo de esterçamento também é levado em consideração. Estas relações são apresentadas nas Equações (4.26) e (4.27).

$$\delta_i - \alpha_{iI} = \arctan \left( \frac{S_i}{r_a - \frac{t}{2}} \right) \quad (4.26)$$

$$\delta_o - \alpha_{o_I} = \arctan\left(\frac{S_I}{r_a + \frac{t}{2}}\right) \quad (4.27)$$

Das Equações (4.10) e (4.11), tem-se que o valor de  $(\delta - \alpha_I)$ , que, de acordo com Vieira *et al.* (2012), representa um valor de esterçamento desejado. Essa característica é utilizada para definir um ângulo de esterçamento necessário para determinado raio de curva, assim, esse ângulo é denominado de ângulo de esterçamento desejado ( $\delta_d$ ). Dessa maneira, é possível definir duas relações para  $S_I$ , mostradas nas Equações (4.28) e (4.29).

$$\tan \delta_d = \frac{S_I}{r_a} \quad (4.28)$$

$$\tan(\delta_i - \alpha_{i_I}) = \frac{S_I}{r_a - \frac{t}{2}} \quad (4.29)$$

Isolando a variável  $S_I$  e igualando as duas equações, tem-se a seguinte equação:

$$\tan(\delta_i - \alpha_{i_I}) \left(r_a - \frac{t}{2}\right) = r_a \tan \delta_d \quad (4.30)$$

Desta equação é possível isolar o raio real da curva, resultado na Equação (4.31).

$$r_a = \frac{t}{2} \left( \frac{\tan(\delta_i - \alpha_{i_I})}{\tan(\delta_i - \alpha_{i_I}) - \tan \delta_d} \right) \quad (4.31)$$

Das Equações (4.28) e (4.29) também é possível calcular um valor para o parâmetro  $S_I$ , ao isolar  $r_a$  e igualar as duas equações, semelhante ao procedimento anterior. Disso resulta a Equação (4.32).

$$\frac{S_I}{\tan \delta_d} = \frac{S_I}{\tan(\delta_i - \alpha_{i_I})} + \frac{t}{2} \quad (4.32)$$

Isolando  $S_I$ , chega-se na Equação (4.33).

$$S_I = \frac{t}{2 \left( \frac{1}{\tan \delta_d} - \frac{1}{\tan(\delta_i - \alpha_{i_I})} \right)} \quad (4.33)$$

Conhecendo o valor do raio real de curva e de  $S_I$ , é possível então calcular o raio de curva do centro de gravidade, mostrado na Equação (4.34).

$$r = \sqrt{r_a^2 + (X_{II} - S_{II})^2} \quad (4.34)$$

Com os valores de  $r_a$  e  $r$ , e utilizando as variáveis de entrada  $\delta_d$ ,  $\alpha_{i_I}$  e  $\alpha_{i_{II}}$  é possível calcular os raios de cada uma das rodas do veículo, apresentados nas Equações (4.35) a (4.38).

$$r_{i_I} = \sqrt{(r_a - t/2)^2 + S_I^2} \quad (4.35)$$

$$r_{o_I} = \sqrt{(r_a + t/2)^2 + S_I^2} \quad (4.36)$$

$$r_{i_{II}} = \sqrt{(r_a - t/2)^2 + S_{II}^2} \quad (4.37)$$

$$r_{o_{II}} = \sqrt{(r_a + t/2)^2 + S_{II}^2} \quad (4.38)$$

Para garantir a compatibilidade cinemática do modelo, podem-se utilizar as equações mostradas na Seção 2.3 da geometria de Ackerman para relacionar os ângulos de esterçamento pertinentes ao modelo. A Equação (4.31) permite o cálculo do raio real da curva, porém necessita dos valores de ângulo de esterçamento da roda interna, ângulo de deriva da roda dianteira interna à curva e do esterçamento desejado, portanto é necessário encontrar uma relação entre o ângulo de esterçamento desejado e o giro da roda interna à curva. Essa relação é desenvolvida baseada na geometria de Ackerman, e é mostrada na Equação (4.39).

$$\frac{1}{\tan \delta_d} - \frac{1}{\tan(\delta_i - \alpha_{i_I})} = \frac{t}{2S_I} \quad (4.39)$$

Definindo valores para o ângulo de deriva  $\alpha_{i_I}$  e conhecendo a curva desejada pelo motorista  $\delta_d$ , é possível calcular o ângulo de

esterçamento da roda interna. Determinando esta variável, é possível calcular também o giro da roda externa à curva e o raio real de curva.

#### 4.1.2.2. Modelo Cinemático

O modelo cinemático para um veículo de quatro rodas se deslocando em curva, mostrado na Figura 4.6, é desenvolvido com as mesmas hipóteses utilizadas para o modelo de bicicleta. No que segue é apresentada a descrição detalhada da obtenção do modelo matemático para esse caso.

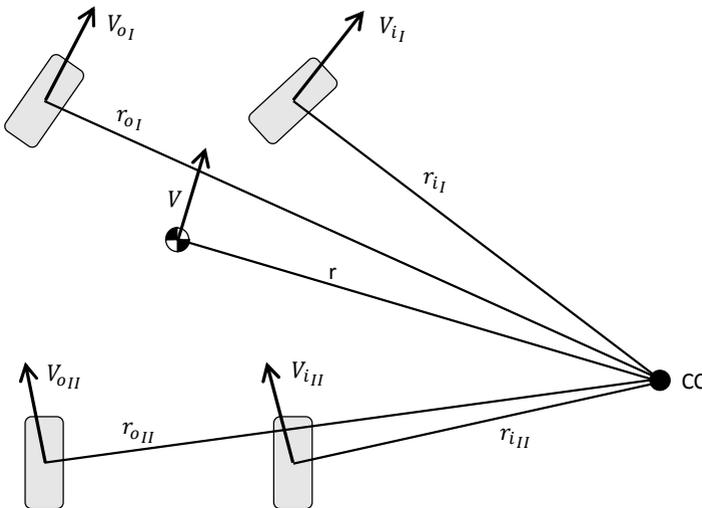


Figura 4.6 – Velocidade em cada uma das rodas.

No modelo diagramático mostrado na Figura 4.6, pode ser observado que todos os pontos da carroceria descrevem a trajetória curvilínea em torno de apenas do ponto CC, que é o centro de curva. Como todos os pontos da carroceria do veículo ao descrever a curva não se afastam ou se aproximam pode ser afirmado que todos eles têm a mesma velocidade angular, o que permite escrever que:

$$\dot{\psi} = \frac{V}{r} = \frac{V_{iI}}{r_{iI}} = \frac{V_{oI}}{r_{oI}} = \frac{V_{iII}}{r_{iII}} = \frac{V_{oII}}{r_{oII}} \quad (4.40)$$

Sendo, nessas equações,  $V$  a velocidade translacional do centro de gravidade e  $V_{oI}$ ,  $V_{oII}$ ,  $V_{iI}$  e  $V_{iII}$  as velocidades de translação de cada uma das rodas, as relações mostradas na Equação (4.40) definem a cinemática de curva do modelo proposto Vieira *et al.* (2012) as quais, da mesma forma que na cinemática do modelo de bicicleta, agem como restrição entre os ângulos de deriva das rodas.

Apesar diminuição dos graus de liberdade apresentada pelo trabalho de Vieira *et al.* (2012) ser interessante do ponto de vista matemático, a questão dos ângulos de deriva dos pneus internos à curva continua como um fator de complicação para a proposta desse autor. Para contornar isto, é necessário aplicar um modelo de pneus na simulação para estimar o comportamento dos mesmos durante o movimento do veículo em curva. As seções seguintes apresentam como são estimadas as forças laterais e normais nos pneus, e em sequência o modelo de pneus utilizado.

## 4.2. Estimando as Forças Laterais nos Pneus

Para estimar as forças laterais nos pneus durante uma curva, é necessário conhecer a manobra que o veículo está realizando. Com essa informação é possível determinar as forças laterais que agem no centro de gravidade do veículo devido à aceleração centrípeta. O desafio é estimar a parcela desta força que cada pneu comporta e, para isso, é necessário realizar um equilíbrio de forças a cada instante do movimento. Logo, para fazer este equilíbrio de forças é necessário definir um modelo de veículo em curvas e conhecer a geometria de direção que, para este trabalho, foi escolhida a de Ackerman.

Após a definição da geometria de direção, é necessário considerar os ângulos de deriva nos pneus. Para isso é mostrado na Figura 4.7 um veículo descrevendo uma curva nas condições de baixa velocidade e alta velocidade. Para o veículo se deslocando em alta velocidade são acrescentados ao modelo diagramático os ângulos de deriva em cada roda, com a condição que o centro de curva é comum para todas as rodas.

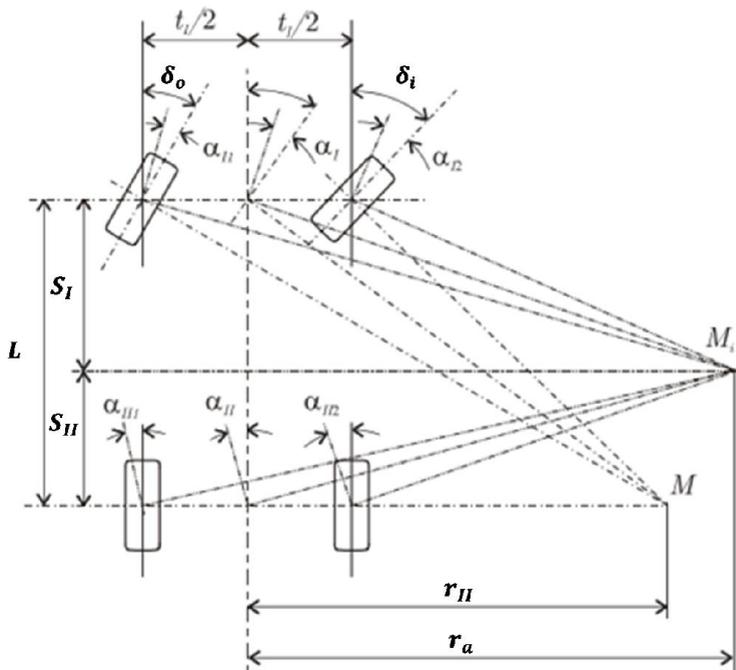


Figura 4.7 – Centro Instantâneo de Curva (adaptado de: Leal et al. 2012).

Na Figura 4.7,  $M$  representa o centro instantâneo de curva sem considerar as derivas, enquanto  $M_i$  leva em consideração as derivas nos quatro pneus. O ponto  $M_i$  é definido pelas linhas ortogonais às derivas nos pneus, devido a isso, este ponto está em uma posição diferente do plano a cada instante pela mudança das características e comportamento do veículo. A força de inércia, devida à aceleração centrípeta que atua no centro de gravidade de veículo, tem direção radial, medida a partir do centro instantâneo de curva. As forças laterais em todos os pneus também têm direção radial, porém com sentido inverso, como mostrado na Figura 4.8.

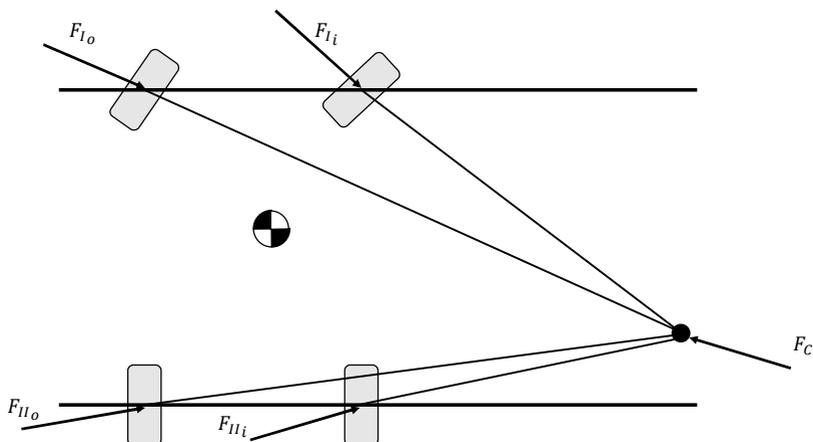


Figura 4.8 – Centro Instantâneo de curva com as forças atuando no veículo.

A Figura 4.8 apresenta as forças laterais em cada pneu, e todas apontando para o centro de curva, o mesmo ponto contido pela direção da a força de inércia devida à curva. Na figura 4.7,  $F_C$  representa a força de inércia,  $I$  ou  $II$  são os índices que representam o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente, e  $i$  ou  $o$  os índices que representam os pneus internos e externos da curva.

Não é possível simplesmente realizar um equilíbrio de forças e momentos para estimar as forças laterais nos pneus, pois este é um problema hiperestático. Para contornar esse problema, o veículo foi substituído por duas massas independentes, uma para cada eixo, como mostrada na Figura 4.9.

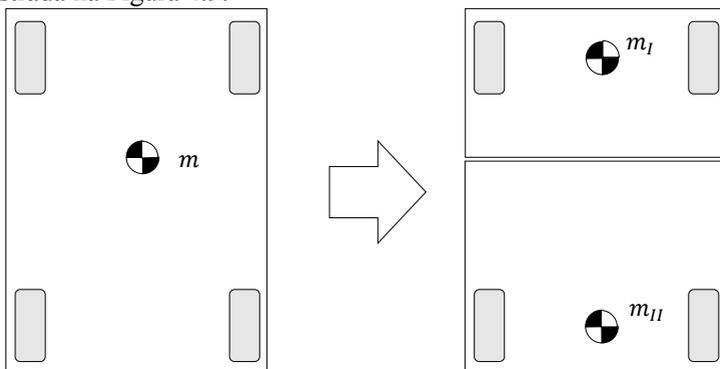


Figura 4.9 – Substituição da Massa do Veículo por Duas Equivalentes.

Segundo Baranov (1988), para que esta substituição seja equivalente, há a necessidade de satisfazer as Equações (4.41) a (4.44).

$$m_I + m_{II} = m \quad (4.41)$$

$$m_I x_I + m_{II} x_{II} = 0 \quad (4.42)$$

$$m_I y_I + m_{II} y_{II} = 0 \quad (4.43)$$

$$m_I (x_I^2 + y_I^2) + m_{II} (x_{II}^2 + y_{II}^2) = J_s \quad (4.44)$$

Sendo  $J_s$  o momento de inércia da massa inicial e considerando o centro de gravidade como origem do sistema de coordenadas,  $x_I$   $y_I$  as distâncias do centro de massa  $m_I$  em relação ao centro de massa original, e  $x_{II}$   $y_{II}$  as distâncias do centro de massa  $m_{II}$  em relação ao centro de massa original. Para definir os valores das massas independentes é utilizada a mesma proporção definida por Gillespie (1992), Equações (2.2) e (2.3), para as forças normais em cada eixo do veículo, isto é, se o centro de gravidade está a um terço do comprimento do veículo longe do eixo dianteiro, dois terços da massa do veículo estará sobre o eixo dianteiro. Aplicando esta análise nas equações de Baranov (1988) prova-se que esta substituição é válida.

Portanto, ao analisar um veículo fazer uma curva, é possível substituir a massa do veículo por duas equivalentes situadas uma sobre cada eixo. Isso significa que a força de inércia presente no centro de gravidade é dividida da mesma maneira que a força peso é dividida, proporcionalmente à posição do centro de gravidade. Essa proposta é utilizada por diversos autores, como Milliken e Milliken (1995), Doumiati *et al.* (2013), Pacejka (2005) e Genta e Morello (2009), para estimar as forças laterais presentes em cada eixo dos veículos.

Aplicando o exposto, a nova configuração das forças é apresentada na Figura 4.10, destacando que as novas forças de inércia permanecem com a direção radial.

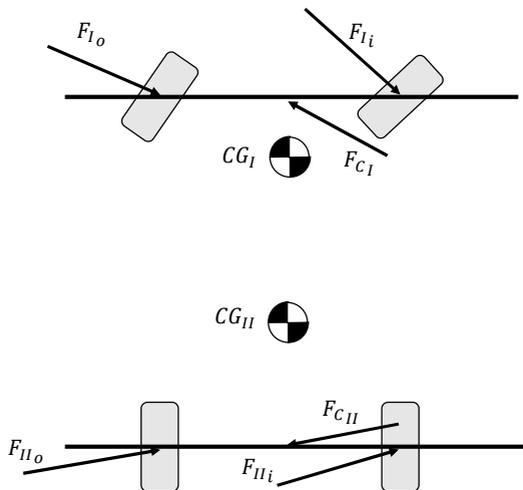


Figura 4.10 – Modelo Diagramático para o Equilíbrio de Forças no Veículo Por Eixo.

A partir do equilíbrio de forças mostrado na Figura 4.10, é possível desenvolver equações que permitem calcular as forças laterais nos pneus. A força de inércia é calculada pela Equação (4.45).

$$F_c = \frac{mV^2}{r} \quad (4.45)$$

Sendo  $m$  a massa,  $V$  a velocidade e  $r$  o raio da curva.

Como o modelo de veículo utilizado neste trabalho é o modelo proposto por Vieira *et al.* (2012), o valor de esterçamento é um dado de entrada e, a partir dele, junto com os ângulos de deriva, é possível calcular o ângulo entre a força de inércia que age no eixo dianteiro e o próprio eixo.

Com as derivas em ambos os eixos, mostradas na Figura 4.7, é possível calcular as componentes de cada força de inércia a partir das Equações (4.46) a (4.49).

$$F_{c_{Ix}} = F_{c_I} \sin \alpha_I \quad (4.46)$$

$$F_{c_{Iy}} = F_{c_I} \cos \alpha_I \quad (4.47)$$

$$F_{c_{IIx}} = F_{c_{II}} \sin \alpha_{II} \quad (4.48)$$

$$F_{cIIy} = F_{cII} \cos \alpha_{II} \quad (4.49)$$

Sendo o eixo x longitudinal do veículo e o eixo y o eixo transversal. Com as componentes das forças e do equilíbrio de forças em cada eixo, calculam-se as componentes em x das forças laterais em cada pneu, apresentadas nas Equações (4.50) a (4.53).

$$F_{Iix} = \frac{t_v \times F_{cIx}}{2 \times t_{CG}} \quad (4.50)$$

$$F_{Iox} = \frac{t_v \times F_{cIx}}{2 \times t_{CG}} \quad (4.51)$$

$$F_{IIix} = \frac{t_v \times F_{cIIx}}{2 \times t_{CG}} \quad (4.52)$$

$$F_{IIox} = \frac{t_v \times F_{cIIx}}{2 \times t_{CG}} \quad (4.53)$$

Nesse desenvolvimento  $t_v$  é a bitola do veículo e  $t_{CG}$  é a distância entre o centro de gravidade e a roda oposta da equação, isto é, na equação da roda dianteira interna,  $F_{Iix}$ ,  $t_{CG}$  é a distância do centro de gravidade à roda dianteira externa. Essa correção é importante para que distribuição das forças nos pneus seja mais realista. O cálculo da posição do centro de gravidade é apresentado na Seção 4.3 e com as componentes em x das forças laterais é possível calcular essas forças sabendo dos ângulos de esterçamento de cada roda e suas respectivas derivas. Vale lembrar que a relação entre o esterçamento das rodas dianteiras foi apresentada na Seção 2.3. Assim, as forças laterais nos pneus são calculadas pelas Equações (4.54) a (4.57).

$$F_{Ii} = \frac{F_{Iix}}{\sin(\delta_i - \alpha_{Ii})} \quad (4.54)$$

$$F_{Io} = \frac{F_{Iox}}{\sin(\delta_o - \alpha_{Io})} \quad (4.55)$$

$$F_{II_i} = \frac{F_{II_{ix}}}{\sin(\alpha_{II_i})} \quad (4.56)$$

$$F_{II_o} = \frac{F_{II_{ox}}}{\sin(\alpha_{II_o})} \quad (4.57)$$

Com as equações acima é possível estimar as forças laterais em cada pneu. Calculando as forças normais nos mesmos pneus, é possível estimar os ângulos de deriva deles, permitindo então o estudo do comportamento do veículo em curva.

#### 4.3. Aplicação dos Modelos de Transferência de Carga

O modelo de transferência de carga escolhido foi o modelo proposto por Gillespie (1992), mostrado na Figura 4.11, apresentado na Seção 3.3.1. Este modelo é tratado com mais detalhes nesta seção.

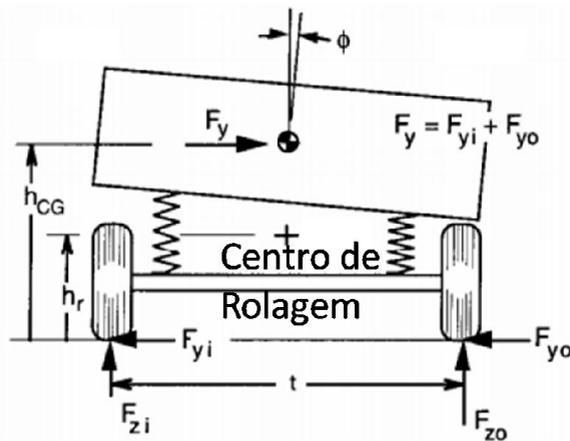


Figura 4.11 – Modelo de Transferência de Carga 2D (fonte: adaptado de Gillespie, 1992).

Na Figura 4.11 é mostrada a força lateral que atua no centro de gravidade do veículo, necessariamente sendo equivalente a soma das forças de reação dos pneus. A existência dessas forças gera um momento na carroceria que age no centro de rolamento desta. Erthal (2010) define centro de rolamento como o único ponto de um plano vertical que, num determinado momento, permanece sem movimento, sendo este o ponto em torno do qual a carroceria começa a girar.

Gillespie (1992) afirma que o centro de rolagem pode ser imaginado como o ponto onde quando aplicada uma força lateral, não causa giro na carroceria.

A partir da aplicação de uma força lateral no centro de gravidade, as forças normais nos pneus são afetadas devido à transferência da carga de um lado para o outro. Uma primeira parcela dessa transferência, segundo Gillespie (1992), é devido às forças laterais agindo no centro de gravidade e tem característica instantânea. Para calcular a transferência de carga é utilizada a Figura 4.12.

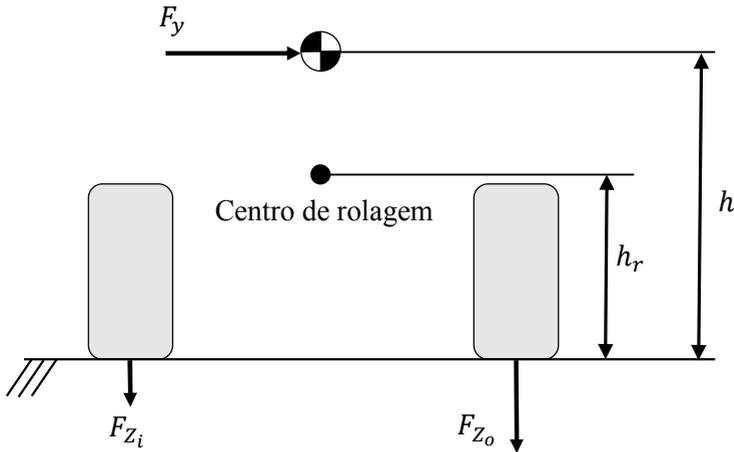


Figura 4.12 – Transferência de Carga Lateralmente nos Pneus.

Na Figura 4.12 é mostrado que, na presença de uma força lateral no veículo, parte da carga normal sobre a roda interna é transferida para a roda externa. Gillespie (1992) define a Equação (4.58) para a transferência de carga lateral como segue.

$$\Delta F_1 = \frac{F_y h_r}{t} \quad (4.58)$$

A segunda parcela da transferência de carga, de acordo com Gillespie (1992), é causada pelo giro da carroceria. A Equação (4.59) que representa esta segunda parcela é mostrada a seguir.

$$\Delta F_2 = \frac{K_\phi \phi}{t} \quad (4.59)$$

Sendo  $\phi$  o giro da carroceria e  $K_\phi$  a rigidez da suspensão.

A transferência de carga total no veículo é o somatório das parcelas expostas nas Equações (4.58) e (4.59). Aplicando a transferência de carga em cada eixo é possível calcular a variação das forças normais em cada roda. Essas forças são apresentadas nas Equações (4.60) a (4.63).

$$F_{zI_i} = F_{zI} - \Delta F_{zI} \quad (4.60)$$

$$F_{zI_o} = F_{zI} + \Delta F_{zI} \quad (4.61)$$

$$F_{zII_i} = F_{zII} - \Delta F_{zII} \quad (4.62)$$

$$F_{zII_o} = F_{zII} + \Delta F_{zII} \quad (4.63)$$

Além dessa parcela da transferência de carga, também é importante calcular de maneira simplificada o deslocamento do centro de gravidade, mostrada na Figura 4.13.

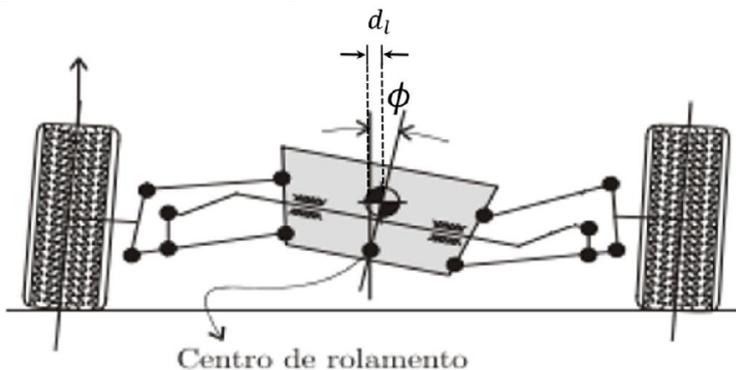


Figura 4.13 – Giro da Carroceria e deslocamento do Centro de Gravidade (fonte: adaptado de Leal et al. 2012).

Na Figura 4.13 é possível ver que quando a carroceria gira, o centro de gravidade se desloca também. Para calcular esse deslocamento é aplicado um método baseado no trabalho de Gillespie (1992). Com a transferência de carga lateral há deslocamento da carroceria e, com a simplificação que este deslocamento ocorre apenas ao redor do eixo de rolamento, é possível desenvolver uma equação (4.64) que represente o deslocamento da suspensão para pequenos esforços:

$$d_{cg} = \frac{F_c h_0}{K_{eq} t_v} \quad (4.64)$$

Sendo  $h_0$  a distância do centro de gravidade ao eixo de rolamento e  $K_{eq}$  a rigidez equivalente das molas da suspensão. A partir do deslocamento da suspensão, é possível calcular o giro do chassi  $\phi$ , como mostrado nas Equações (4.65) e (4.66).

$$\tan \phi \approx \frac{2 d_{cg}}{t_v} \quad (4.65)$$

$$\phi \approx \tan^{-1} \left( \frac{2 d_{cg}}{t_v} \right) \quad (4.66)$$

Assim, o deslocamento lateral  $d_l$  do centro de gravidade, mostrado na Figura 4.13, pode ser aproximado pela Equação (4.67).

$$d_l = h_0 \sin \phi \quad (4.67)$$

Com o valor de  $d_l$ , é possível realizar as correções das distâncias do centro de gravidade no equilíbrio de força mostrado na Seção 4.2.

#### 4.4. Desenvolvimento do Modelo de Pneu

Nas seções anteriores são apresentados os métodos para estimar os valores das forças laterais e normais nos pneus. Agora é necessário o desenvolvimento de um modelo de pneus que receba esses dados como parâmetros de entrada e forneça o ângulo de deriva como saída. Para esta tarefa são utilizados os trabalhos apresentados por Bakker *et al.* (1987) e Pacejka (2005).

A partir dos estudos dos modelos de pneus disponíveis, foi decidido que a melhor maneira de desenvolver um novo modelo seria seguir um processo semelhante ao apresentado por Bakker *et al.* (1987), em que, a partir de uma série de dados experimentais, realizou-se um ajuste de curvas para desenvolver uma relação entre as forças normal e lateral nos pneus e o ângulo de deriva. Como não há a disponibilidade de tempo e recursos para realizar medições e nem acesso a dados experimentais de fabricantes, utilizou-se as equações propostas por

Bakker *et al.* (1987) e Pacejka (2005) para a obtenção de dados sobre os pneus. A Figura 4.14 apresenta um exemplo das curvas apresentadas nos trabalhos citados.

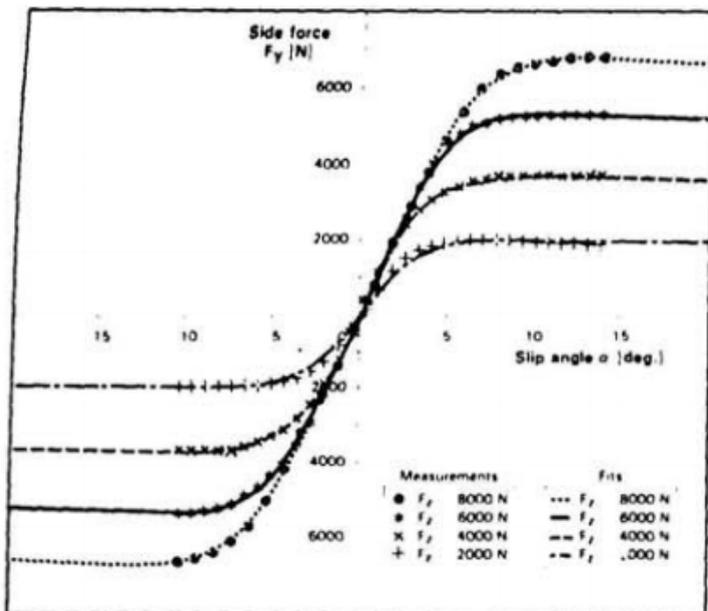


Figura 4.14 – Dados Experimentais e Curva Ajustada (fonte: Bakker *et al.*, 1987).

A Figura 4.14 apresenta os dados experimentais e a curva ajustada apresentada por Bakker *et al.* (1987). Utilizando as equações e parâmetros dos trabalhos citados anteriormente, é possível criar uma curva, apresentada na Figura 4.15. Para simplificar o modelo foi considerado apenas ângulos de deriva positivos.

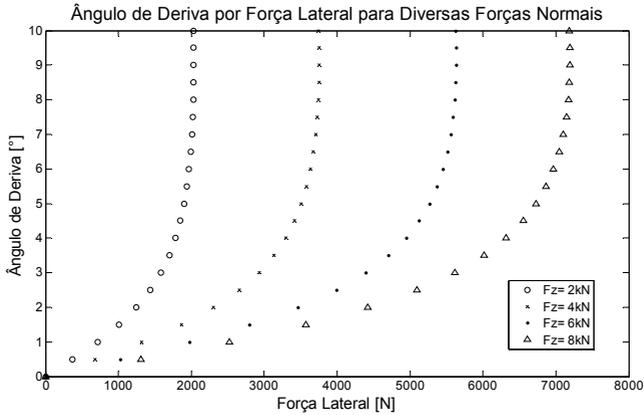


Figura 4.15 – Valores de Ângulos de Deriva pela Força Lateral para Diversas Forças Normais.

Na Figura 4.15 são apresentados valores de ângulos de deriva pelas forças laterais para valores de força normal iguais a 2kN, 4kN, 6kN e 8kN. É importante destacar que, nessa figura, a deriva já está no eixo y, como uma variável dependente, ao contrário do apresentado na Figura 4.14.

O próximo passo é definir qual equação é a mais apropriada para ajustar a curva. Após longa experimentação por método heurístico, foram definidas duas equações para esta aplicação: uma linear e a outra uma polinomial de nono grau, (Equações (4.68) e (4.69), respectivamente).

$$\alpha = b * F_l \quad (4.68)$$

$$\alpha = \sum_{i=0}^9 p_{i+1} F_l^i \quad (4.69)$$

Nessas equações  $F_l$  é a força lateral,  $b$  e  $p_1$  a  $p_{10}$  são os coeficientes do ajuste de curva. Os valores destes coeficientes são apresentados no Apêndice A. Nas Figura 4.16 e Figura 4.17 são apresentadas as curvas obtidas a partir dessas funções ajustadas.

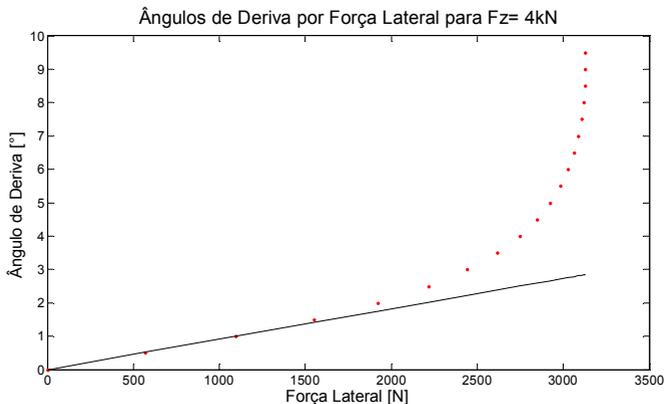


Figura 4.16 – Ajuste de Curva Linear.

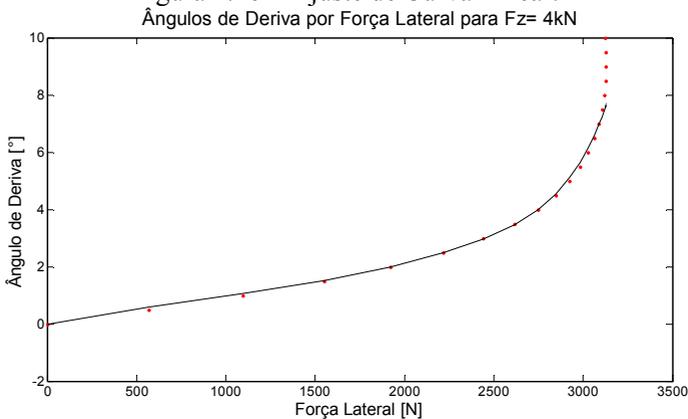


Figura 4.17 – Ajuste de Curva Não Linear.

Na Figura 4.16 é apresentado o ajuste de curva linear, enquanto na Figura 4.17 é apresentado o ajuste não linear, ambos para a força normal de 4kN. A Tabela 4.1 apresenta os erros quadráticos médios para os ajustes linear e não linear, para toda a curva e para o ajuste até  $1,5^\circ$ .

Tabela 4.1 – Comparação Entre Simulação e Doumiati et al. 2011.

|                                   | Erro quadrático médio |
|-----------------------------------|-----------------------|
| Ajuste linear                     | $3,72^\circ$          |
| Ajuste linear até $1,5^\circ$     | $0,24^\circ$          |
| Ajuste não linear                 | $0,76^\circ$          |
| Ajuste não linear até $1,5^\circ$ | $0,13^\circ$          |

Verifica-se que o ajuste não linear fornece resultados mais precisos que o linear e, em ambos os casos, o erro teve grande redução quando é analisado apenas pequenos valores de ângulos de deriva.

Apesar do bom resultado o ajuste apresentado é válido apenas para força normal de 4kN, portanto é necessário criar um coeficiente para possibilitar a avaliação do ajuste para diversas forças normais. Novamente, através de método heurísticos, dois coeficientes são propostos, um para cada ajuste. A maneira de aplicar esses coeficientes, agora denominados de  $b$  e  $q$ , é mostrada nas Equações (4.70) e (4.71).

$$\alpha = b * F_l \quad (4.70)$$

$$\alpha = \sum_{i=0}^9 p_{i+1} F_l^i \quad (4.71)$$

Estes coeficientes são calculados pelas Equações (4.72) e (4.73).

$$b = \frac{d_1 * e^{\left(\frac{d_2 * F_z}{1000}\right)} + d_3 * e^{\left(\frac{d_4 * F_z}{1000}\right)}}{1000} \quad (4.72)$$

$$q = w_1 * F_z^4 + w_2 * F_z^3 + w_3 * F_z^2 + w_4 * F_z + w_5 \quad (4.73)$$

As constantes  $d_1$  a  $d_4$  e  $w_1$  a  $w_5$  são apresentadas no Apêndice A. As novas curvas ajustadas por essas polinomiais são apresentadas nas Figura 4.18 e Figura 4.19.

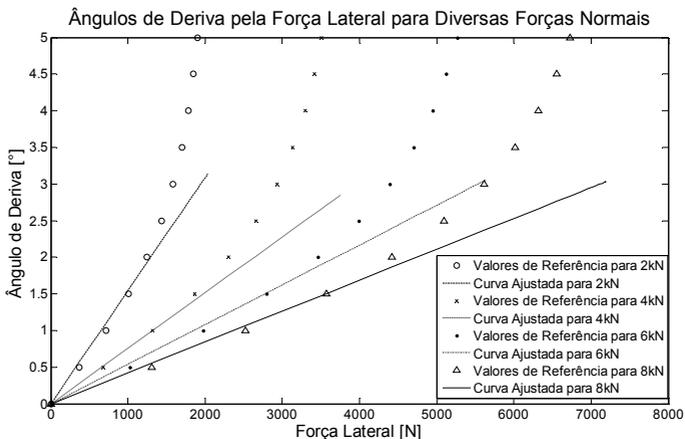


Figura 4.18 – Ajuste Linear para Diversas Forças Normais.

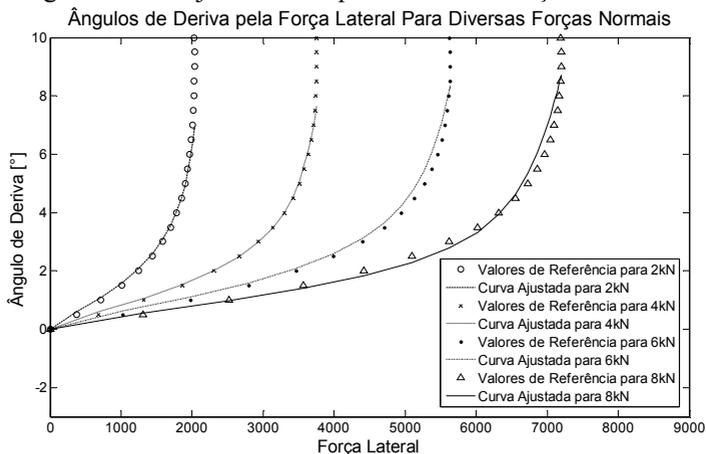


Figura 4.19 – Ajuste Não Lineares para Diversas Forças Normais.

Na Figura 4.18 é mostrado o ajuste de curva linear para as forças normais de 2kN, 4kN, 6kN e 8kN. Para pequenos valores de ângulos de deriva o ajuste linear representa bem os valores de referência, porém, a partir de aproximadamente  $1,5^\circ$  os valores começam a divergir consideravelmente. Na Figura 4.19 é mostrado o ajuste de curva não linear para as forças normais de 2kN, 4kN, 6kN e 8kN. Este ajuste apresenta boa conformidade com os valores de referência até elevados ângulos de deriva.

#### **4.5. Interação Entre os Modelos**

Após a definição dos modelos utilizados, junto com as simplificações e considerações, é necessário criar um algoritmo de cálculo para realizar as simulações. Pela quantidade de modelos e variáveis envolvidas neste trabalho é útil a criação de um fluxograma para visualizar os processos necessários em cada instante da simulação. Este fluxograma é apresentado na Figura 4.20.

Na Figura 4.20 é possível ver os sinais e parâmetros de entrada do sistema, sendo que o sinal de saída é o comportamento do veículo, que representa os valores de deriva em todas as rodas e o raio de curva real. Um detalhe importante é a necessidade de utilização de valores de ângulos de deriva do instante anterior para o cálculo das forças laterais nos pneus no instante seguinte.

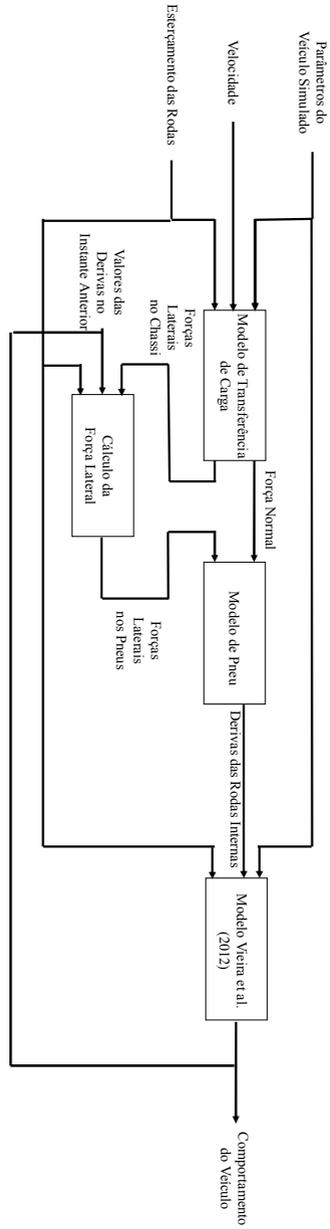


Figura 4.20 – Fluxograma Representando Toda a Modelagem.

## 5. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Utilizando os modelos apresentados no capítulo anterior, neste capítulo são apresentadas as simulações realizadas para este trabalho e os resultados obtidos.

### 5.1. Descrição das Simulações

Da mesma forma que o trabalho de Vieira *et al.* (2012), são realizadas duas simulações: a primeira para um veículo sub-esterçante e a segunda para um sobre-esterçante. Para estas simulações o objetivo principal é comparar a curva real que o veículo percorre com a curva desejada pelo motorista e, com essa informação, analisar as ações que devem ser tomadas pelo motorista ou por um sistema de auxílio ao condutor. São apresentados, como resultados, o raio real e o desejado de curva, as forças nos pneus e os ângulos de deriva dos pneus durante a curva. Para os pneus externos à curva, são apresentados dois resultados, um para o ângulo de deriva calculado através do modelo de pneu e um aplicando o modelo de Vieira *et al.* (2012), para então comparar ambos. Cada uma das simulações é realizada duas vezes, uma para cada modelo de pneu apresentado neste trabalho.

Para definir a característica sub-esterçante ou sobre-esterçante, na modelagem é alterada a posição do centro de gravidade. Com o centro de gravidade mais perto do eixo dianteiro o veículo tem comportamento sub-esterçante e com o centro de gravidade mais perto da traseira o veículo tem comportamento sobre-esterçante.

Uma terceira simulação é realizada com o objetivo de comparar os resultados obtidos pelo método detalhado neste trabalho com os resultados experimentais apresentados por Doumiati *et al.* (2011). O veículo utilizado pelos autores é um Peugeot 307, mostrado na Figura 5.1.



Figura 5.1 – Peugeot 307 Utilizado por Doumiati et al. 2011 (fonte: Doumiati et al. 2011).

Este veículo é equipado com diversos sensores, sendo capaz de medir as acelerações e giros do chassi, distâncias entre as rodas e o chassi, velocidades longitudinal e lateral, velocidades dos pneus e seus ângulos de deriva, forças e torques nas rodas e sensor de posição do volante. Os resultados apresentados no trabalho de Doumiati *et al.* (2011) são comparados com os resultados obtidos com as simulações utilizando os modelos de pneu linear e não linear.

Todas as simulações deste trabalho utilizam o veículo anteriormente descrito como base e, também, usam o mesmo perfil de curva utilizado por Vieira *et al.* (2012), apresentado na Figura 5.2, porém com valores diferentes.

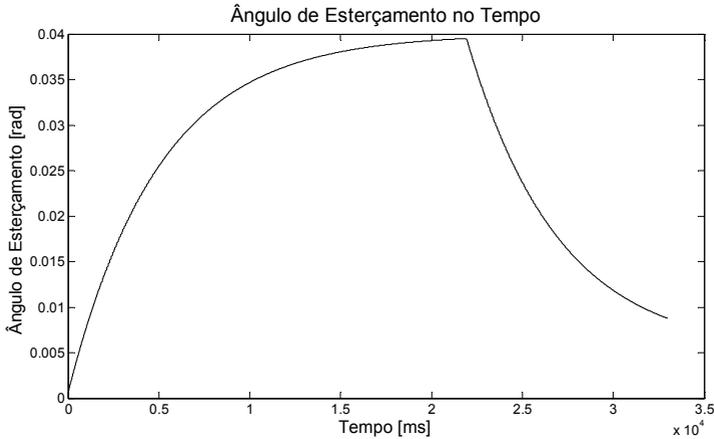


Figura 5.2 – Perfil de Curva Para o Esterçamento Desejado.

O perfil de curva, mostrado na Figura 5.2, tem na região inicial um aumento rápido do esterçamento, para então continuar aumentando, porém com menor intensidade, e, enfim, diminuir rapidamente o ângulo de esterçamento desejado pelo motorista. Para estes valores, o veículo realiza uma curva com raio aproximadamente de 63,6 m.

Os parâmetros escolhidos para o veículo tais como massa, altura, comprimento etc., são apresentados no Apêndice B. Todas as simulações são realizadas com o auxílio do *software Matlab (Mathworks 2014)*.

## 5.2. Estudo de Caso 1: Veículo Subesterçante

Para este estudo de caso o veículo tem característica subesterçante e, para uma velocidade constante com magnitude de 8 m/s, são comparados os resultados dos modelos linear e não linear de pneus com os resultados da referência.

### 5.2.1. Simulação Utilizando Modelo Linear de Pneus

Na Figura 5.3 é apresentada a variação dos ângulos de deriva para as rodas dianteira e traseira do veículo internas à curva.

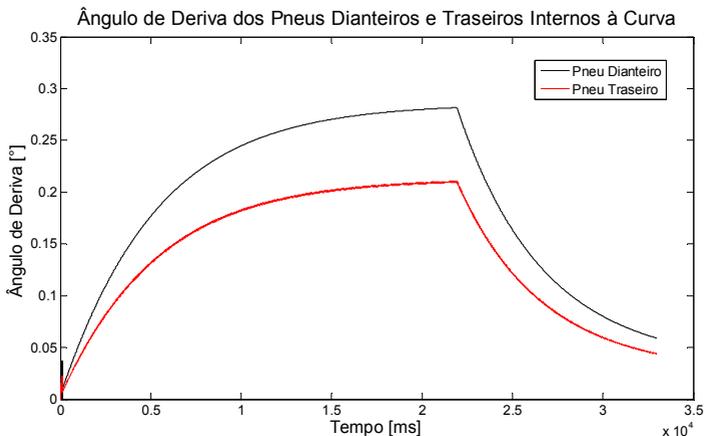


Figura 5.3 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.

Na Figura 5.3, o ângulo de deriva do pneu dianteiro chegou a cerca de  $0,28^\circ$  e para o pneu traseiro chegou a  $0,21^\circ$ . Esse resultado confirma a característica subesterçante do veículo. Na Figura 5.4 é apresentada a variação do ângulo de deriva do pneu dianteiro externo calculado pelos dois métodos, Modelo de Pneu e Modelo de Vieira *et al.* (2012), chamado de Modelo de Veículo.

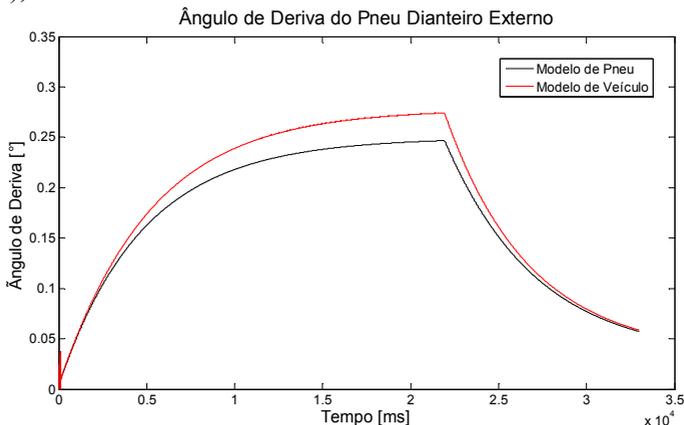


Figura 5.4 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

É possível perceber na Figura 5.4 a diferença entre os resultados apresentados pelos dois métodos. O ângulo de deriva calculado pelo Modelo de Pneu chegou a  $0,24^\circ$  enquanto pelo Modelo de Veículo, o

resultado foi aproximadamente  $0,27^\circ$ . A Figura 5.5 apresenta o ângulo de deriva da roda traseira externa à curva calculado pelos dois métodos.

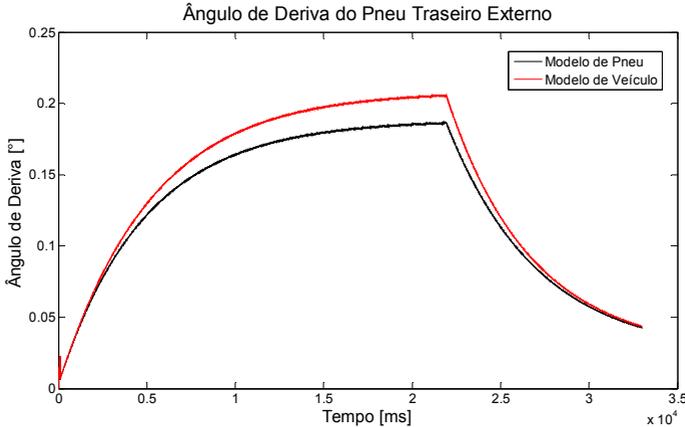


Figura 5.5 – Ângulo de Deriva do Pneu Traseiro Externo à Curva.

Os resultados apresentados na Figura 5.5 para o pneu traseiro externo à curva foram semelhantes aos apresentados para o pneu dianteiro externo. O ângulo de deriva calculado pelo Modelo de Pneu foi aproximadamente  $0,18^\circ$ , enquanto o Modelo de Veículo forneceu resultado de  $0,20^\circ$ . Considerando os valores encontrados para os pneus dianteiro e traseiro externos à curva, a característica subesterçante é confirmada também nessa situação. A Figura 5.6 apresenta os raios de curva real e desejada pelo condutor.

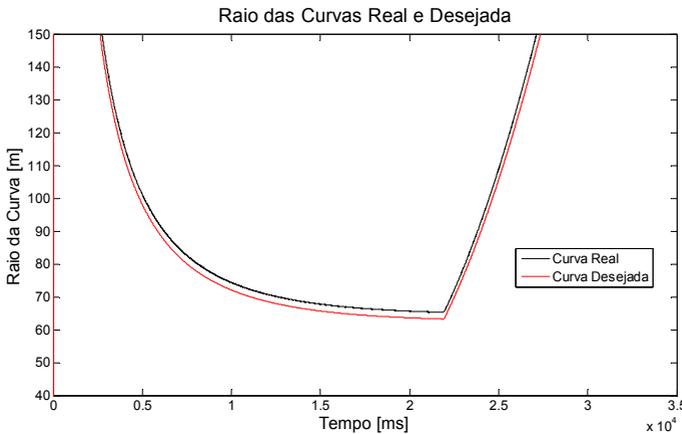


Figura 5.6 – Comparação Entre Curva Real e a Curva Desejada.

Na Figura 5.6, a curva real apresentou raio de aproximadamente 65,7 m, enquanto o valor da curva desejada era de 63,6. Isso significa que para um veículo subesterçante o condutor precisa aumentar o esterçamento para realizar a mesma curva.

### 5.2.2. Simulação Utilizando Modelo Não Linear de Pneus

A Figura 5.7 apresenta a variação dos ângulos de deriva para as rodas dianteira e traseira do veículo internas à curva.

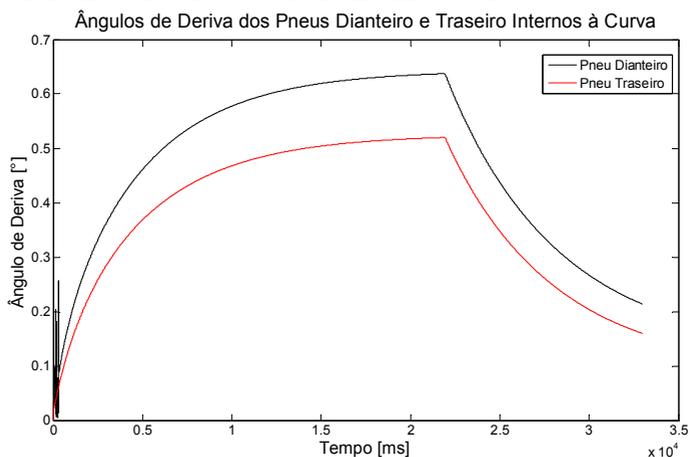


Figura 5.7 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.

Os ângulos de deriva apresentados na Figura 5.7 são maiores do que os valores apresentados para o modelo linear de pneus. O pneu dianteiro apresentou a ângulo de deriva por volta de  $0,63^\circ$ , enquanto para o pneu traseiro o ângulo de deriva foi aproximadamente  $0,52^\circ$ . É importante ressaltar que a instabilidade apresentada no início do gráfico é devido à sensibilidade dos modelos, especialmente do pneu, aos pequenos ângulos. Essa instabilidade não afeta o resultado final, apenas limita as faixas de valores permitidos para a velocidade e para os ângulos de deriva. Na Figura 5.8 é apresentada a variação do ângulo de deriva do pneu dianteiro externo durante a curva calculado pelos dois métodos propostos.

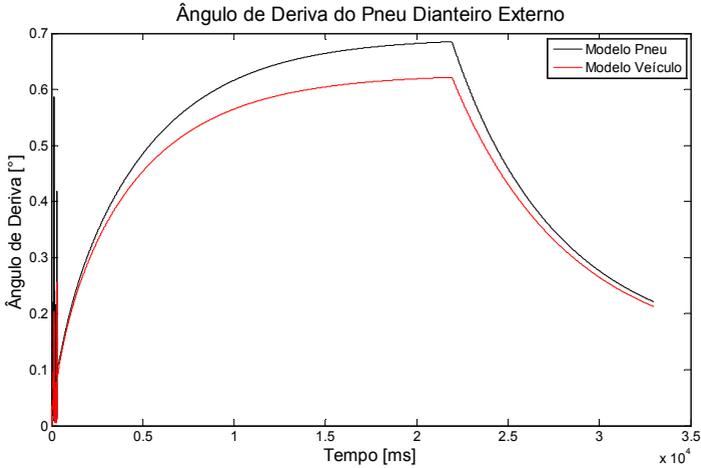


Figura 5.8 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

Na Figura 5.8 é mostrado que o ângulo de deriva calculado a partir do Modelo de Pneu teve resultado aproximadamente  $0,06^\circ$  maior que para o outro modelo. Este resultado surpreende porque o ângulo de deriva da roda externa à curva é superior ao calculado para a roda interna à curva. Na Figura 5.9 é apresentado o ângulo de deriva para a roda traseira externa.

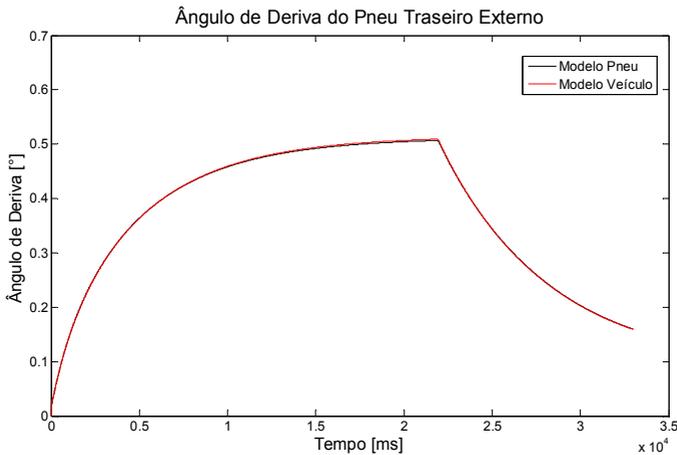


Figura 5.9 – Ângulo de Deriva do Pneu Traseiro Externo à Curva.

Os resultados apresentados na Figura 5.9 mostram que os ângulos de deriva calculados pelos dois métodos são aproximadamente idênticos. A característica de veículo subesterçante é reforçada pelos valores encontrados para os ângulos de deriva. Na Figura 5.10 são apresentados os raios real e desejado de curva.

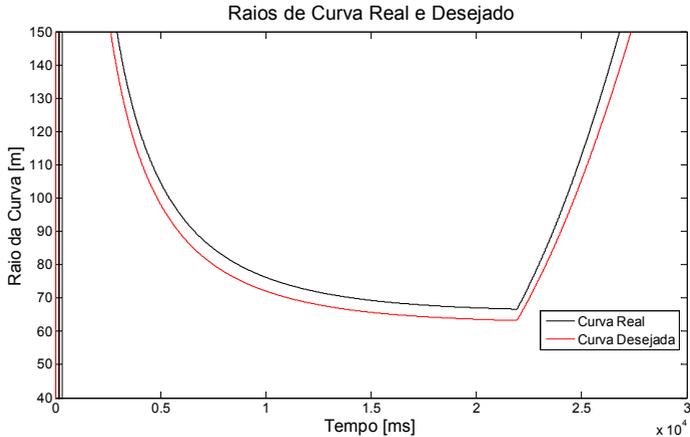


Figura 5.10 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejados.

O valor do raio real da curva, apresentado na Figura 5.10, chegou a aproximadamente 66,8 m, quando o raio desejado fica em torno de 63,6 m. Novamente, o raio real é superior ao raio desejado, requisitando ação corretiva do motorista ou do sistema de auxílio ao condutor, sendo que para manter o raio de curva desejado deve-se aumentar o esterçamento.

### 5.3. Estudo de Caso 2: Veículo Sobre-esterçante

Para este estudo de caso o veículo tem característica sobre-esterçante durante a curva para uma velocidade constante com magnitude de 8 m/s, e são comparados os resultados dos modelos linear e não linear de pneus com os resultados da literatura.

#### 5.3.1. Simulação Utilizando Modelo Linear de Pneus

Na Figura 5.11 são apresentados os ângulos de deriva dos pneus dianteiro e traseiro internos à curva.

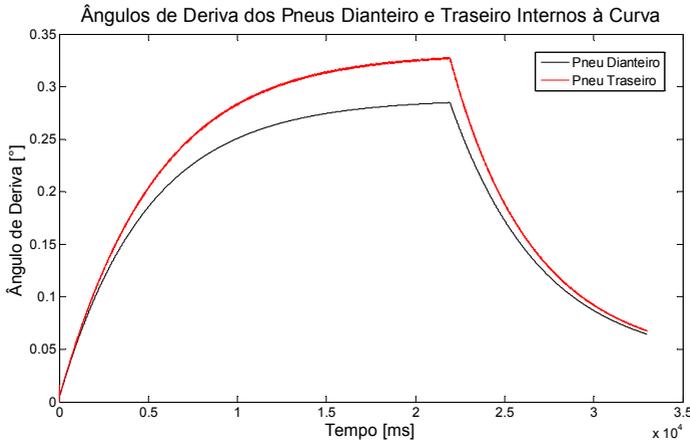


Figura 5.11 – Ângulos de Deriva dos Pneus Internos à Curva.

Na Figura 5.11 é mostrado que o ângulo de deriva do pneu traseiro é superior ao ângulo de deriva do outro pneu, portanto, o veículo apresenta comportamento sobre-esterçante. O pneu dianteiro apresentou ângulo de deriva por volta de  $0,28^\circ$ , enquanto o pneu traseiro apresentou aproximadamente  $0,33^\circ$ . Na Figura 5.12 é apresentado o ângulo de deriva do pneu dianteiro externo à curva.

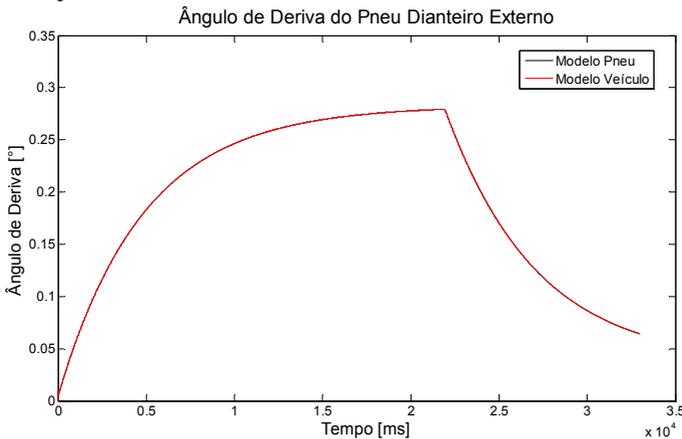


Figura 5.12 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

O ângulo de deriva do pneu dianteiro externo à curva calculado pelos dois métodos apresentou valores quase idênticos, como mostrado

na Figura 5.12, com valor aproximado de  $0,28^\circ$ . Na Figura 5.13 é apresentado o ângulo de deriva do pneu traseiro externo.

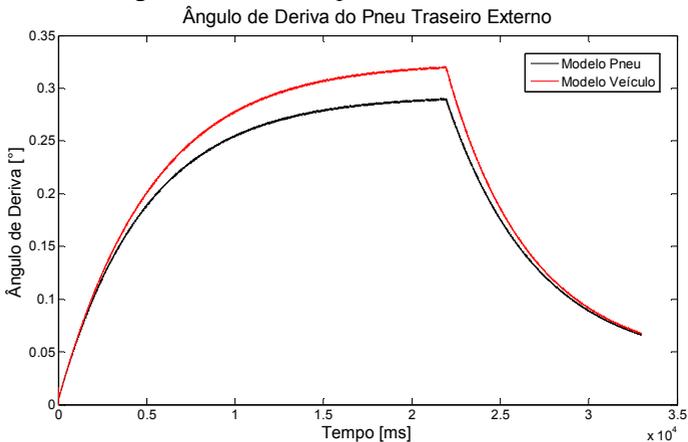


Figura 5.13 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

Na Figura 5.13 o ângulo de deriva calculado a partir do modelo de Vieira *et al.* (2012) é de  $0,32^\circ$ , enquanto o Modelo Pneu forneceu resultado aproximadamente de  $0,29^\circ$ . A Figura 5.14 apresenta a comparação dos raios real e desejado.

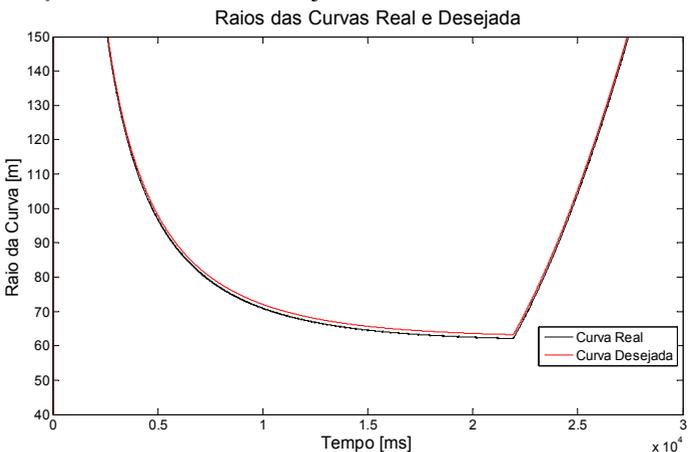


Figura 5.14 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejada.

Na Figura 5.14 é visível que o raio da curva real é menor que o raio da curva desejada, com valores de, aproximadamente, 62,1 m e 63,6

m. Isso significa que para um veículo sobre-esterçante é necessário diminuir o esterçamento para realizar uma curva de mesmo raio.

### 5.3.2. Simulação Utilizando Modelo Não Linear de Pneus

Na Figura 5.15 é apresentado o ângulo de deriva para os pneus dianteiro e traseiro internos à curva.

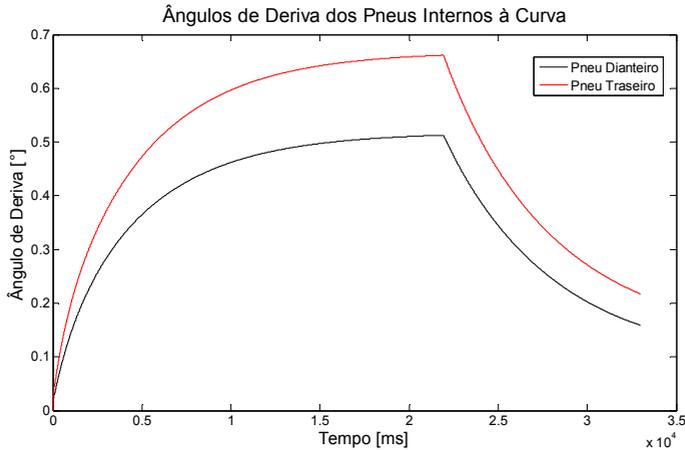


Figura 5.15 – Ângulos de Deriva dos Pneus Dianteiro e Traseiro Internos à Curva.

Na Figura 5.15 o ângulo de deriva do pneu traseiro é superior ao ângulo de deriva do pneu dianteiro, confirmando o comportamento sobre-esterçante do veículo. O pneu dianteiro apresentou ângulo de deriva aproximadamente de  $0,51^\circ$  enquanto o cálculo para o pneu traseiro resultou em deriva de cerca de  $0,66^\circ$ . Na Figura 5.16 é apresentado o ângulo de deriva para o pneu dianteiro externo.

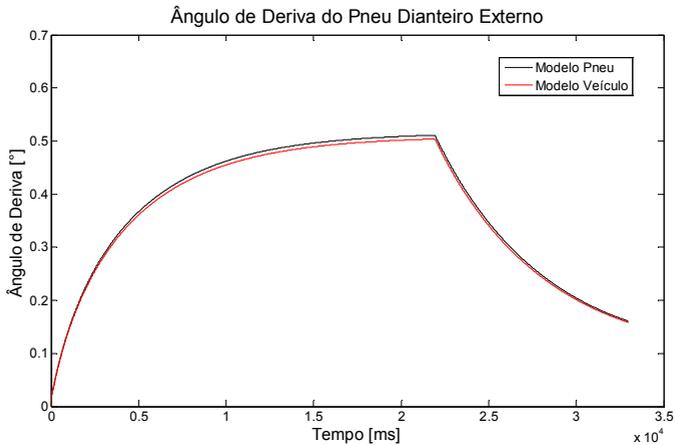


Figura 5.16 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

Na Figura 5.16 é mostrado o ângulo de deriva calculado pelos dois métodos com resultados quase iguais, por volta de  $0,51^\circ$ , enquanto que na Figura 5.17 é apresentado o ângulo de deriva do pneu traseiro externo.

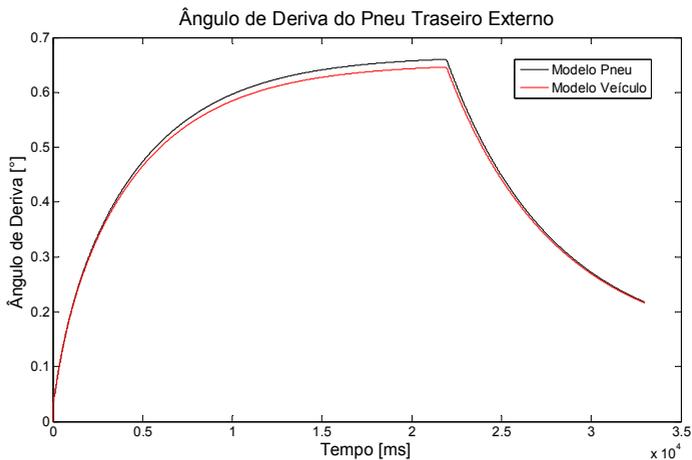


Figura 5.17 – Ângulo de Deriva do Pneu Dianteiro Externo à Curva.

Os resultados apresentados na Figura 5.17 são, novamente, muito semelhantes, com valores, aproximadamente, de  $0,66^\circ$  e  $0,64^\circ$  para os modelos de Pneu e Veículo, respectivamente. Na Figura 5.18 são mostrados os raios de curva real e desejado para este estudo de caso.

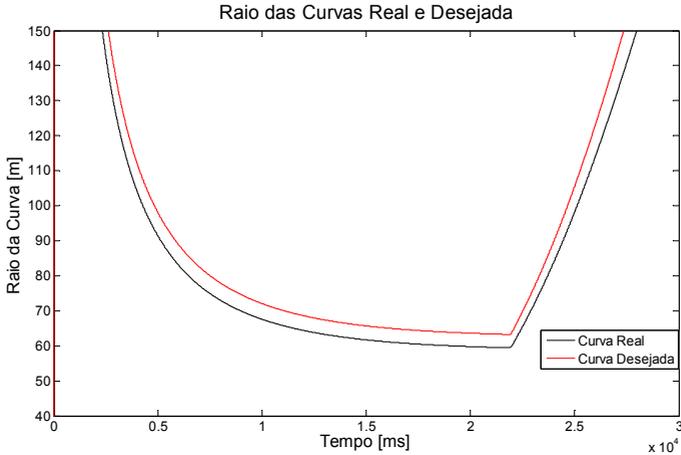


Figura 5.18 – Comparação entre os Raios de Curva Real e Desejado.

Na Figura 5.18 pode ser observado que o raio da curva real é menor que o raio da curva desejada, cerca de 59,5 m contra 63,6 m. Com o comportamento sobre-esterçante do veículo, novamente chega-se à conclusão que é necessário diminuir o esterçamento para manter o mesmo raio de curva.

#### 5.4. Comparação Entre Todos os Resultados

Após a apresentação dos ângulos de deriva e raios de curva para cada modelo de pneu e para estudo de caso, nesta seção são comparados outros parâmetros que também são calculados pela modelagem. Os valores mais importantes das simulações são apresentados na Tabela 5.1, em que a Simulação 1 é para o veículo subesterçante com Modelo Pneu linear, a Simulação 2 é para o veículo com Modelo Pneu não linear, a Simulação 3 é para o veículo sobre-esterçante com Modelo Pneu linear e a Simulação 4 é para o veículo sobre-esterçante com Modelo Pneu não linear.

Tabela 5.1 – Resultados das Simulações

| Parâmetro                       | Pneu              | Simulação 1 | Simulação 2 | Simulação 3 | Simulação 4 |
|---------------------------------|-------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Ângulo de Deriva Modelo Pneu    | Dianteiro Interno | 0,325°      | 0,639°      | 0,285°      | 0,513°      |
|                                 | Dianteiro Externo | 0,284°      | 0,682°      | 0,279°      | 0,511°      |
|                                 | Traseiro Interno  | 0,210°      | 0,520°      | 0,327°      | 0,662°      |
|                                 | Traseiro Externo  | 0,186°      | 0,506°      | 0,289°      | 0,660°      |
| Ângulo de Deriva Modelo Veículo | Dianteiro Externo | 0,315°      | 0,624°      | 0,305°      | 0,504°      |
|                                 | Traseiro Externo  | 0,205°      | 0,507°      | 0,320°      | 0,646°      |
| Relação entre os Modelos        | Dianteiro Externo | 9,8%        | 9,3%        | 8,5%        | 1,4%        |
|                                 | Traseiro Externo  | 9,2%        | 9,1%        | 9,7%        | 2,2%        |
| Força Lateral                   | Dianteiro Interno | 536 N       | 507 N       | 298 N       | 289 N       |
|                                 | Dianteiro Externo | 564 N       | 596 N       | 320 N       | 330 N       |
|                                 | Traseiro Interno  | 190 N       | 290 N       | 506 N       | 521 N       |
|                                 | Traseiro Externo  | 225 N       | 330 N       | 599 N       | 579 N       |
| Força Normal                    | Dianteiro Interno | 4701 N      | 4701 N      | 2770 N      | 2770 N      |
|                                 | Dianteiro Externo | 5960 N      | 5960 N      | 3227 N      | 3227 N      |
|                                 | Traseiro Interno  | 2614 N      | 2614 N      | 4370 N      | 4370 N      |
|                                 | Traseiro Externo  | 3383 N      | 3383 N      | 6291 N      | 6291 N      |
| Raio de Curva Real              |                   | 65,7 m      | 66,8 m      | 62,1 m      | 59,5 m      |
| Raio de Curva Desejada          |                   | 63,6 m      | 63,6 m      | 63,6 m      | 63,6 m      |
| Relação entre os Raios          |                   | 3,3%        | 5%          | 2,3%        | 6,4%        |

Como esperado as forças laterais nos pneus internos são menores que as forças nos pneus externos. Isso ocorre porque o pneu

externo acaba suportando maiores esforços com a transferência lateral de peso.

A variação das forças normais em cada pneu manteve-se porque o modelo da suspensão não representa a transferência de carga, há apenas alteração na distribuição das massas no veículo de um caso para outro. Os valores das forças não são invertidos no comportamento subesterçante/estorçante para o sobre-esterçante pela diferença das suspensões. As suspensões dianteira e traseira do veículo são diferentes em função da posição do centro de rolagem, buscando, assim, maior proximidade com a realidade, explicando então a diferença nos valores.

Outro resultado esperado foi que os ângulos de deriva calculados pelo Modelo Pneu não linear apresentaram valores superiores ao outro modelo. O modelo linear mantém a proporção até valores elevados de força lateral e ângulo de deriva, contanto que a força normal cresça na mesma proporção. Já o modelo não linear não mantém essa proporção e, assim, ao aumentar a força lateral e a força normal, o ângulo de deriva tem taxa de crescimento maior. Os erros percentuais entre os ângulos de deriva dos modelos foram de aproximadamente 9% em sua maioria, com algumas exceções que apresentaram erros menores.

Nas duas simulações com modelo não linear de pneus, houve maior desvio das curvas desejadas e das curvas reais, sendo que para o veículo sobre-esterçante o erro percentual mais que dobrou. Este comportamento é esperado devido aos maiores ângulos de deriva calculados pelo modelo não linear de pneus.

Na Simulação 2 o ângulo de deriva do pneu dianteiro externo calculado pelo modelo de pneu foi maior que o ângulo apresentado pelo pneu dianteiro interno. Este resultado surpreende porque, em condições normais, o ângulo de deriva do pneu dianteiro interno deve ser sempre maior. Para explicar essa afirmação se inicia a análise pelo eixo traseiro, mostrado na Figura 5.19, devido a sua simplicidade.

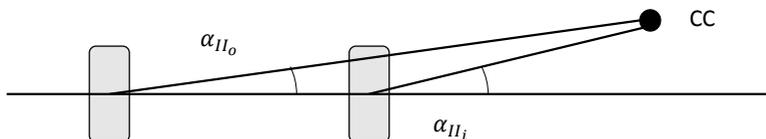


Figura 5.19 – Eixo Traseiro e Centro de Curva.

O centro de curva, apresentado na Figura 5.19, em condições de operações normais, deve estar sempre à frente do eixo traseiro do veículo. As exceções acontecem quando não há deriva ou o eixo traseiro

também esterça as rodas para auxiliar a execução de curvas, entretanto, esta condição não ocorre no veículo estudado pelo presente trabalho, assim, fisicamente é impossível o centro de curva estar atrás do eixo traseiro do veículo. Considerando essa afirmação, o ângulo de deriva do pneu traseiro interno é sempre maior que o ângulo do pneu externo, também mostrado na Figura 5.19.

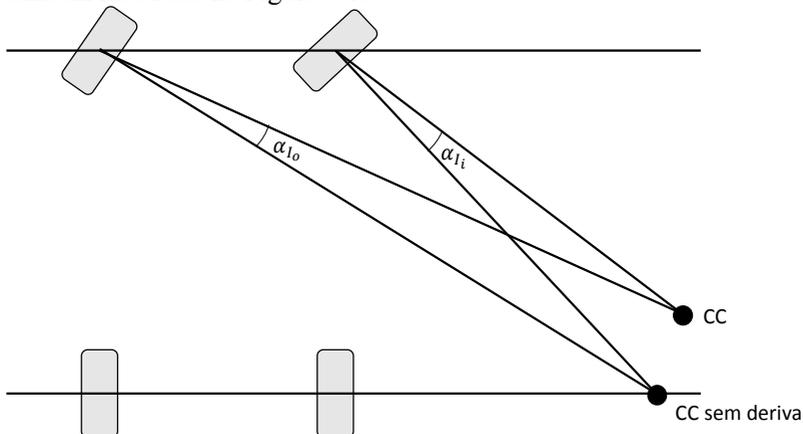


Figura 5.20 – Eixo Dianteiro e Centro de Curva.

Para a análise do eixo dianteiro é utilizado o modelo diagramático mostrado na Figura 5.20. Nessa figura pode ser observado que o esterçamento das rodas dianteiras, seguindo a geometria de Ackerman, define o centro de curva, o qual está situado sobre a reta prolongada do eixo traseiro (para o caso em que a deriva dos pneus é negligenciada) e, como mostrado pela Figura 5.19, o centro de curva está à frente do eixo traseiro. Em condições normais de operação, o centro de curva não estará à frente do eixo dianteiro também, pois isso aconteceria em situações com ângulos de deriva muito elevados, como em veículos de *drift*, por exemplo. Portanto, o centro de curva está entre os dois eixos do veículo, e, também de acordo com a Figura 5.19, estará na região além da linha definida pelo esterçamento da roda dianteira interna. Assim, o ângulo de deriva do pneu dianteiro interno é normalmente maior que o ângulo de deriva do pneu dianteiro externo.

Ao analisar essas condições no *software Geogebra* (Geogebra, 2014), percebeu-se que há uma exceção, mostrada na Figura 5.21.

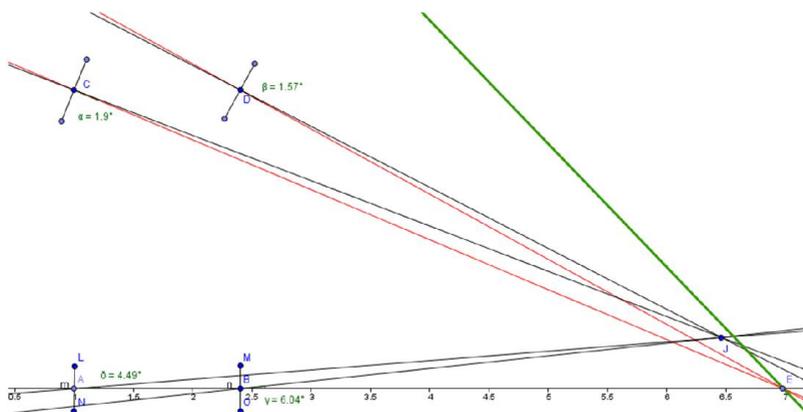


Figura 5.21 – Exceção dos Ângulos de Deriva Dianteiros.

Na Figura 5.21 o ponto E é o centro de curva sem deriva e J é o centro de curva considerando as derivas. É possível ver que o ângulo de deriva no pneu dianteiro externo é maior que o ângulo apresentado no pneu interno. Essa característica se mantém em toda região delimitada pelas linhas verde e vermelha, sendo que a linha verde é definida pelos pontos onde as derivas são iguais. Analisando os valores dos ângulos, percebe-se que essa exceção ocorre quando a média dos ângulos de deriva dianteiros são aproximadamente um terço da média dos ângulos de deriva traseiros. Veículos urbanos normalmente não apresentam esse comportamento, mas é possível que veículos de competições apresentem, o que pode ajudar a explicar as afirmações de Jazar (2008) e Milliken e Milliken (1995) que a geometria de Ackerman reverso é adequada para utilizar em veículos de corridas.

Mesmo considerando as exceções encontradas, os resultados obtidos na Simulação 2 e apresentados na Tabela 5.1 ainda não são explicados, assim é lógico concluir que é resultado de imperfeições na modelagem. Foi verificado que os modelos de pneus não são robustos, tendo limitada faixa de operação, evidenciada, por exemplo, pela Figura 5.8, que apresenta oscilações no início da curva. O modelo de transferência de carga adotado para as suspensões também auxilia nas inconsistências dos cálculos, visto que é um modelo consideravelmente simples e deixa de considerar diversos outros fatores. Por fim, outra fonte de incertezas é a análise quase estática, em que deixa de se considerar toda a parte dinâmica do movimento.

Apesar do exposto se pode dizer que as simulações forneceram bons resultados. O próximo passo é comparar as simulações com outro trabalho apresentado da literatura, como segue.

### **5.5. Comparação Entre Simulação e Literatura**

Com o objetivo de qualificar os resultados apresentados pelo método desenvolvido neste trabalho, uma simulação é comparada com o trabalho apresentado por Doumiati *et al.* (2011). A simulação escolhida é a Simulação 1, devido à semelhança com o veículo da referência e pela maior faixa de velocidades permitida pelo modelo linear de pneus. Em Doumiati *et al.* (2011) o veículo se move com velocidade de 25 m/s. Entretanto, ao utilizar os mesmos parâmetros da Simulação 1 é possível simular velocidades de até apenas 12 m/s, sendo assim criada a Simulação 5.

Os valores aproximados, apresentados na Tabela 5.2, foram retirados de gráficos para ângulo de esterçamento de 0,04 rad. Os valores de ângulos de deriva apresentados para a Simulação 5 são calculados usando o modelo de Vieira *et al.* (2012), e são comparados com os ângulos de deriva dos pneus externos à curva do trabalho de Doumiati *et al.* (2011). Na Tabela 5.2 também são apresentados as relações percentuais entre os resultados da simulação e de Doumiati *et al.* (2011).

Tabela 5.2 – Comparação Entre Simulação e Doumiati et al. 2011.

| Parâmetro                | Pneu              | Simulação 5 | Doumiati <i>et al.</i> 2011 | Relação Percentual |
|--------------------------|-------------------|-------------|-----------------------------|--------------------|
| Ângulo de Deriva         | Dianteiro         | 0,823°      | 1,26°                       | 35%                |
|                          | Externo           |             |                             |                    |
|                          | Traseiro          | 0,688°      | 1,03°                       | 33%                |
|                          | Externo           |             |                             |                    |
| Relação entre os Ângulos |                   | 19,6%       | 22,3%                       |                    |
| Força Lateral            | Dianteiro Interno | 953 N       | 1500 N                      | 36%                |
|                          | Dianteiro Externo | 1160 N      | 2000 N                      | 42%                |
|                          | Traseiro Interno  | 698 N       | 1000 N                      | 30%                |
|                          | Traseiro Externo  | 1058 N      | 1500 N                      | 29%                |
| Força Normal             | Dianteiro Interno | 3185 N      | 3000 N                      | 6%                 |
|                          | Dianteiro Externo | 5978 N      | 5300 N                      | 12%                |
|                          | Traseiro Interno  | 2836 N      | 2200 N                      | 28%                |
|                          | Traseiro Externo  | 4661 N      | 5000 N                      | 6%                 |

Como pode ser observado as forças laterais calculadas na Simulação 5 são consideravelmente inferiores na comparação apresentada na Tabela 5.2. O resultado é coerente devido ao fato da considerável diferença entre as velocidades durante a curva. Apesar disso, a diferença entre as forças foi compatível com o mostrado pelos dados experimentais da referência.

As forças normais apresentaram resultados semelhantes aos resultados experimentais no eixo traseiro para a Simulação 5, apesar de uma menor transferência de carga devido a menor velocidade do veículo em curva. Os resultados das forças no eixo dianteiro evidenciam um desvio na distribuição ou no valor das massas no eixo dianteiro, visto que as somas das forças nos dois trabalhos não são equivalentes.

Os ângulos de deriva na Simulação 5 são menores do que nos dados experimentais e isso, também, é explicado pela menor velocidade do veículo em curva. Apesar dos valores serem menores a relação entre

eles é semelhante, comprovado pelo erro percentual mostrado na tabela. Os valores calculados para os ângulos de deriva indicam que o pneu utilizado para a modelagem não suporta as cargas laterais tão bem quanto os pneus utilizados no veículo.

## 5.6. Análise da Velocidade Máxima do Modelo

Como mencionado na seção anterior, o modelo permite simulações de velocidade de até 8 m/s e, após esse valor, há problemas nas simulações. Com maiores velocidades há maiores ângulos de deriva, o que pode influenciar negativamente nas incertezas dos modelos. Revendo o modelo de Vieira *et al.* (2012), foi encontrado uma imprecisão com uma das definições apresentadas naquele trabalho, demonstrada a seguir. Os autores definem o ângulo de esterçamento desejado ( $\delta_d$ ) segundo a Equação (5.1).

$$\tan \delta_d = \frac{L - S_{II}}{r_a} \quad (5.1)$$

Sendo  $S_{II}$  a distância do centro de curva para o eixo traseiro, que é diferente de zero com a presença de ângulos de deriva. Vieira *et al.* (2012) então relaciona este ângulo com os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras pela geometria de Ackerman, como mostrado na Equação (5.2).

$$\frac{t}{2L} = \frac{1}{\tan \delta_d} - \frac{1}{\tan \delta_i} \quad (5.2)$$

Contudo, a Equação (5.2) relaciona os ângulos de esterçamento desejado com o esterçamento da roda considerando o veículo inteiro, desta forma, são comparados ângulos relacionando distâncias diferentes. Como a Equação (5.1) leva em consideração a deriva dos pneus, ao aumentar a velocidade e, conseqüentemente, os ângulos de deriva, há aumento da diferença entre os ângulos da Equação (5.2), influenciando o resultado final das simulações.

Outra simulação foi realizada, utilizando o modelo de pneu não linear e substituindo o valor do esterçamento desejado na Equação (5.2) pela Equação (5.3).

$$\delta_d = \delta_f - \alpha_f \quad (5.3)$$

Sendo que  $\delta_f$  é o esterçamento imposto pelo motorista e  $\alpha_f$  é o ângulo de deriva do eixo dianteiro.

Esta correção permitiu que a nova simulação tivesse valores de velocidade de até 14 m/s, valor escolhido para a Simulação 6. Os resultados são apresentados na Tabela 5.3, junto com os valores de Doumiati *et al.* 2011 e as relações percentuais entre os resultados.

Tabela 5.3 – Comparação Entre a Simulação Corrigida e Doumiati *et al.* 2011.

| Parâmetro                | Pneu              | Simulação 6 | Doumiati <i>et al.</i> 2011 | Relação Percentual |
|--------------------------|-------------------|-------------|-----------------------------|--------------------|
| Ângulo de Deriva         | Dianteiro Externo | 1,62°       | 1,26°                       | 28%                |
|                          | Traseiro Externo  | 1,35        | 1,03°                       | 31%                |
| Relação entre os Ângulos |                   | 20%         | 22,3%                       |                    |
| Força Lateral            | Dianteiro Interno | 1458 N      | 1500 N                      | 0,1%               |
|                          | Dianteiro Externo | 1896 N      | 2000 N                      | 5%                 |
|                          | Traseiro Interno  | 739 N       | 1000 N                      | 26%                |
|                          | Traseiro Externo  | 1193 N      | 1500 N                      | 20%                |
| Força Normal             | Dianteiro Interno | 2555 N      | 3000 N                      | 15%                |
|                          | Dianteiro Externo | 6225 N      | 5300 N                      | 17%                |
|                          | Traseiro Interno  | 1499 N      | 2200 N                      | 32%                |
|                          | Traseiro Externo  | 3439 N      | 5000 N                      | 31%                |

Na Tabela 5.3, as forças laterais apresentaram valores compatíveis entre a Simulação 6 e os valores apresentados por Doumiati *et al.* 2011. Os ângulos de deriva apresentaram valores superiores, indicando que os pneus utilizados como base para este trabalho apresentam rigidez lateral inferior ao dos pneus utilizados por Doumiati *et al.* 2011. Estes resultados indicam que é necessário rever as definições do modelo desenvolvido por Vieira *et al.* (2012).

## 6. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado o desenvolvimento de uma metodologia para a simulação de veículos em curva, estimando as forças e os ângulos de deriva durante um movimento quase estático. Os resultados são comparados entre si e com um trabalho experimental da área.

Os resultados são condizentes com trabalhos e conhecimentos na área de dinâmica veicular, e indicam que o Modelo com Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas pode ser utilizado em simulações em tempo real, fornecendo resultados relevantes com menor número de parâmetros de entrada.

O Modelo com Quatro Rodas e Restrições Geométricas e Cinemáticas integrado a um modelo de pneus pode ser utilizado como um sistema avançado de auxílio ao condutor ao comparar a curva real do veículo com a curva desejada pelo motorista. Saber que existe uma diferença entre essas curvas, permite que o sistema intervenha e ajuda a evitar uma manobra de emergência.

A comparação dos resultados do método apresentado neste trabalho e os resultados experimentais apresentados por Doumiati *et al.* (2011) comprovou a confiabilidade do método, com resultados semelhantes e coerentes. Apesar disso, ficou evidente a necessidade de continuar o desenvolvimento dos modelos, em especial os modelos de pneu e transferência de carga. Os modelos de pneu fornecem bons resultados em uma faixa muito pequena de velocidades e forças, fora dessa faixa os valores oscilam consideravelmente e comprometem a simulação. O modelo de transferência de carga é excessivamente simples, sendo necessário incluir mais detalhes para prover aos modelos de pneu dados mais confiáveis.

O método ainda pode ser utilizado para avaliar diversos parâmetros que não foram aprofundados neste trabalho, tais como as forças longitudinais que os pneus sofrem e agem como um acréscimo à resistência de rolamento, a variação da posição do centro de curva, entre outros.

Para trabalhos futuros sugere-se:

- i. Desenvolver um novo modelo de pneu ou aplicar um modelo existente que seja mais robusto;
- ii. Melhorar o modelo de transferência de carga a fim de fornecer melhores resultados, incluindo melhores modelos de suspensão;

- iii. Aplicar e aprofundar o método para estudar outros parâmetros relevantes na dinâmica lateral de veículos;
- iv. Aplicar o modelo para veículos diferentes;
- v. Avaliar a influência de outras geometrias de direção nas forças e nos ângulos de deriva de pneus;

## REFERÊNCIAS

- Abe, M. Vehicle Handling Dynamics: Theory and Application. Butterworth-Heinemann. 2009.
- Baffet, G., Charara, A., Lechner, D. Estimation of Vehicle Sideslip, Tire Force and Wheel Cornering Stiffness. Control Engineering Practice, Vol 17, Issue 11. 2009.
- Bakker, P.M. Simulating Lateral Tyre Behavior in Truck Groves. Eindhoven University of Technology. 2009.
- Bakker, E., Nyborg, L., Pacejka, H. B. Tyre Modeling for use in Vehicle Dynamics. Society of Automotive Engineers SAE. 1987.
- Baranov, G. G. Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas. Editorial Mir-Moscú. Moscou, Rússia. 1988.
- Bevly, D. M., Ryu, J., Gerdes, J. C. Integrating INS Sensors With GPS Measurements for Continuous Estimation of Vehicle Sideslip, Roll and Tire Cornering Stiffness. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Vol. 7, No. 4. 2006.
- CNT. Pesquisa CNT de Rodovias 2014. Confederação Nacional de Transporte. Disponível em: <http://www.cnt.org.br/Paginas/index.aspx>. Acessado em janeiro de 2015.
- Contreras, G. G. M., Vieira, R. S., Martins, D. Stability and Road Safety of Long Combination Vehicles (LCV): Issues and Models. 22<sup>nd</sup> International Congress of Mechanical Engineering. Ribeirão Preto-SP, Brasil. 2013.
- Dakhlallah, J., Glaser, S., Mammar, S., Sebsadji, Y. Tire-road Forces Estimation Using Extended Kalman Filter and Sideslip Angle Evaluation. 2008 American Control Conference. 2008.
- de Groot, S., de Winter, J. C. F. On the Way to Pole Position: The effect of Tire Grip on Learning to Drive a Race Car. IEEE. 2011.
- Dempsey, M., Garon, F., Picarelli, A. Using Modelica Models for Driver-in-the-loop Simulators. Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Modelica Conference. 2012.

DENATRAN. Frota 2014 - Departamento Nacional de Trânsito. Dezembro de 2014. Disponível em: <<http://www.denatran.gov.br/frota.htm>>. Acessado em janeiro de 2015.

Doumiati, M., Victorino, A. C., Charara, A., Lechner, D. Onboard Real-Time Estimation of Vehicle Lateral Tire-road Forces and Sideslip Angles. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. Vol. 16, No. 4. 2011.

Doumiati, M., Victorino, A. C., Charara, A., Lechner, D. Vehicle Dynamics Estimation Using Kalman Filtering. John Wiley and Sons, Inc. 2013.

Erthal, J. L. Modelo Cinestático Para Análise de Rolagem em Veículos. Dissertação de mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina. 2010.

Erthal, J. L., Nicolazzi, L. C., Martins, D. Kinematic Analysis of Automotive Suspensions Using the Davies Method. 19<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering. Brasília, Brasil. 2007.

EuroNCAP. Disponível em: <http://www.euroncap.com/about.aspx>. Acessado em outubro de 2014.

Genta, G., Morello, L. The Automotive Chassis. Volume 2: System Design. Springer. 2009.

Geogebra. Disponível em: <http://www.geogebra.org/>. Acessado em dezembro de 2014.

Gillespie, T.D. “Fundamentals of vehicle dynamics”. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers. 1992.

Gipser, M., 2003, “The FTire Tire Model Family”. Esslingen, Germany. Disponível em: [www.ftire.com/download/ftire\\_eng\\_3.pdf](http://www.ftire.com/download/ftire_eng_3.pdf). Acessado em janeiro de 2015.

GlobalNCAP. Disponível em: <http://www.globalncap.org/>. Acessado em outubro de 2014.

Image Space Incorporated. Disponível em: <http://imagespaceinc.com/>. Acessado em outubro de 2014.

Jazar, R. N. Vehicle Dynamics: Theory and Application. Springer. 2008.

Koskela, K., Nurkkala, V-M., Kalermo, J., Järvillehto, T. Low-cost Driving Simulator For Driver Behavior Research. Proceedings of the 2011 World

Congress in Computer Science, Computer Engineering, and Applied Computing. 2011.

Koo, S. L., Tan, H. S., Tomikuza, M. An Improved Tire Model for Vehicle Lateral Dynamics and Control. Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, Minnesota, USA. 2006.

Leal, L. C. M., Rosa, E., Nicolazzi, L. C. “Uma Introdução a Modelagem Quase Estática de Automóveis”. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina. 2012.

Lee, U. A Study on a Method for Predicting the Vehicle Controllability and Stability Performance Using the Screw Axis Theory. Tese de Doutorado. Engenharia Mecânica de Precisão, Universidade Hanyang, Coréia do Sul. 2001.

Lee, U. A Proposition for New Vehicle Dynamics Performance Index. Journal of Mechanical Science and Technology 23. 2009.

Lee, U, Han, C. S. A Method for Predicting Dynamic Behavior Characteristics of a Vehicle Using Screw Theory, part 1. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering 222. 2008.

Manning, W. J., Crolla, D. A. A Review of Yaw Rate and Sideslip Controllers for Passenger Vehicles. Transaction of the Institute of Measurement and Control 29, 2. 2007.

Mathworks. Software MATLAB – The Language of Technical Computing. Disponível em: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>. Acessado em novembro de 2014.

Milliken, W. F., Milliken, D. L. Race Car Vehicle Dynamics. Warrendale, PA. Society of Automotive Engineers. 1995.

Nuñez, N. N. R. Síntese Estrutural e Otimização Dimensional de Mecanismos de Direção. Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina. 2014.

Ozdalyan, B. Development of a Slip Control anti-locking Breaking System Model. International Journal of Automotive Engineering. Springer. 2008.

Pacejka, H. B. Tyre and Vehicle Dynamics. Elsevier. 2005.

Rajamani, R. Vehicle Dynamics and Control. Springer. 2006.

Silva, L. C. A. Princípios Básicos de Um Laboratório Virtual para Veículos: Aplicação em Acessibilidade. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Mecânica. Universidade Estadual de Campinas. 2007.

Vieira, R. S. Nicolazzi, L. C., Roqueiro, N. Four-wheel Vehicle Kinematic and Geometric Constraints for Definition of Tire Slip Angle. *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 13, No. 4, pp. 553–562. 2012.

Wong, J. Y. *Theory of Ground Vehicles*. John Wiley and Sons. 2001.

Yih, P., Gerdes, J. C. Modification of Vehicle Handling Characteristics via Steer-by-wire. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 13, No. 6. 2005.

Zhao, H., Chen, H. Estimation of Vehicle Yaw Rate and Sideslip Angle Using Moving Horizon Strategy. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation*. 2008.

### Apêndice A: Coeficientes dos Modelos de Pneus

Neste Apêndice são apresentados os valores das constantes utilizadas nos modelos de pneus da Seção 4.

Tabela A.1 – Valores das Constantes dos Modelos de Pneus.

| Equação 4.80 –<br>Modelo Linear | Equação 4.79 –<br>Modelo Não Linear | Equação 4.81 –<br>Modelo Não Linear |
|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| $d_1 = 55,58$                   | $p_1 = 2,577 * 10^{-27}$            | $w_1 = 3,056 * 10^{-16}$            |
| $d_2 = -0,981$                  | $p_2 = -2,21 * 10^{-23}$            | $w_2$<br>$= -7,155 * 10^{-12}$      |
| $d_3 = 8,757$                   | $p_3 = 8,03 * 10^{-20}$             | $w_3 = 6,232 * 10^{-08}$            |
| $d_4 = 0,098$                   | $p_4 = -1,586 * 10^{-16}$           | $w_4$<br>$= -2,486 * 10^{-04}$      |
|                                 | $p_5 = 1,86 * 10^{-13}$             | $w_5 = 1,3$                         |
|                                 | $p_6 = -1,331 * 10^{-10}$           |                                     |
|                                 | $p_7 = 5,658 * 10^{-8}$             |                                     |
|                                 | $p_8 = -1,374 * 10^{-5}$            |                                     |
|                                 | $p_9 = 0,003777$                    |                                     |
|                                 | $p_{10} = -1,017 * 10^{-5}$         |                                     |



## Apêndice B: Parâmetros do Veículo Simulado

Neste apêndice são apresentados os valores dos parâmetros do veículo utilizado nas simulações.

Tabela B.1 – Valores dos Parâmetros dos Veículos.

| Parâmetro   | Valor   |
|---|---------|
| Massa   | 1400 kg |
| Entre eixos   | 2,5 m   |
| Bitola dos eixos  | 1,4 m   |
| Porcentagem do peso no eixo dianteiro para veículo subesterçante    | 64%     |
| Porcentagem do peso no eixo dianteiro para veículo sobre-esterçante | 36%     |
| Altura do centro de rolagem da suspensão dianteira                  | 0,07 m  |
| Altura do centro de rolagem da suspensão traseira                   | 0,27 m  |
| Distância do centro de gravidade para o eixo de rolagem             | 0,35 m  |