

E. U. DO BRASIL

ARITHMETICA

PRIMARIA

POR

Cezar PINHEIRO

PROFESSOR NORMALISTA

DIRECTOR DO GRUPO ESCOLAR « JOSÉ VERISSIMO »

APPROVADA E MANDADA ADOPTAR
PELO CONSELHO SUPERIOR DA INSTRUÇÃO PUBLICA
DO ESTADO DO PARÁ

2ª edição correcta e augmentada

PARÁ

LIVRARIA MODERNA

Sabino SILVA

1902

DOAÇÃO

Economista Jorge Kawage

Ho Conselho Es.
Fadual de Leitura,
opressão punitiva
01/10/1980

George Kahungu

E. U. DO BRASIL

ARITHMETICA

PRIMARIA

POR

Cezar PINHEIRO

PROFESSOR NORMALISTA

DIRECTOR DO GRUPO ESCOLAR « JOSÉ VERISSIMO »

APPROVADA E MANDADA ADOPTAR
PELO CONSELHO SUPERIOR DA INSTRUCCÃO PUBLICA
DO ESTADO DO PARÁ

2ª edição correcta e augmentada

PARÁ
LIVRARIA MODERNA

Sabino SILVA

1902

Orlando

Eitar



372.72
P 654
AMA
O. R.

TYPOGRAPHIA

DE

JABLONSKI, VOGT E CIA

10, rue du Faubourg-Poissonnière

PARIS

Conselho Estadual de Cultura

Biblioteca "Orlando Bitar"

N.º 019 Data 30/12/81

AO LEITOR

O modesto trabalho que apresentamos ao publico, particularmente á nobre classe do professorado, reúne o necessario para o menino aprender sem difficuldade ou fadiga.

Creemos não ter errado, tomando esta iniciativa, muito embora reconheçamos o merito e auctoridade de outros compendios adoptados na provincia.

A pratica de alguns annos de magisterio publico e particular nos ha demonstrado que o melhor meio de ensinar meninos é o uso de compendios resumidos em suas definições. Ao professor incumbe o resto, isto é, as devidas explicações.

D'este modo se conseguirá em poucos mezes aquillo que n'um anno ou mais seria difficil senão impossivel obter da fraca intelligencia de um menino.

Que nos julguem aquelles que têm abraçado o espinhoso sacerdocio do ensino primario.

Belem — 1886.

Cezar PINHEIRO.

APPROVAÇÕES

*Illmo Sñr D^o Antonio Manoel Gonçaves Tocantins, digno
Director geral da Instrucção publica*

Pará, 24 de Abril de 1886.

Illmo Sñr.

Remetto a V. S. o incluso manuscripto intitulado : — *Compendio de Arithmetica por Cezar Pinheiro*, — que por esta Directoria me foi enviado para dar parecer. O trabalho é de grande vantagem para o ensino, não só para as escolas elementares da provincia, como para as effectivas ; portanto, sou de parecer que está nas condições de ser adoptado nas ditas escolas.

Deus guarde a V. S.

O professor,

Ricardo José DE OLIVEIRA SANTOS.

Directoria geral da Instrucção publica

Pará, 18 de Maio de 1886.

Illustrissimo e Excellentissimo Senhor.

Cumprindo a determinação de Vossa Excellencia no requerimento do professor Cezar Augusto de Andrade Pinheiro, que pede seja adoptado nas escolas publicas da provincia seu compendio de arithmetica, apresen-

tei o referido compendio ao Conselho Director em sessão de doze do corrente, o qual opinou que fosse approvedo nos termos do parecer do professor Ricardo José da Oliveira Santos, tambem membro do Conselho, parecer que foi transcripto na acta remettida por copia a Vossa Excellencia no dia quinze do corrente.

O Director,

Joaquim RODRIGUES COLLARES.

DESPACHO

Seja adoptado, á vista do parecer do Conselho Director da Instrucção Publica. — Palacio da Presidencia do Pará, oito de Junho de mil oitocentos oitenta e seis.

Freitas HENRIQUES.

Secretaria da Instrucção publica do Pará

27 de Maio da 1899 (nº 349).

S^r Professor Cezar Augusto de Andrade Pinheiro.

O Sr Dr Director Geral manda-vos communicar que o Conselho Superior da Instrucção Publica deixou de tomar conhecimento do vosso requerimento pedindo approvação para a Arithmetica por vós organizada, por já ter sido ella approvada pelo antigo Conselho Director que a mandou adoptar nas escholas primarias do Estado, e portanto nas condicções de ser actualmente admittida nas mesmas escholas.

Saude, Fraternidade.

O Secretario,

HERACLITO PINHEIRO.

INTRODUCCÃO

ARITHMETICA é a sciencia de contar.

QUANTIDADE OU GRANDEZA é tudo o que é capaz de augmento ou diminuição. Exemplo : *o tempo, a extensão, o pezo, etc.*

Divide-se em *continua* e *descontinua*.

QUANTIDADE CONTINUA é a que consta de partes ligadas entre si. Exemplo : *uma linha, o comprimento de uma rua, etc.*

QUANTIDADE DESCONTINUA é a que consta de partes separadas umas das outras. Exemplo : *uma collecção de livros, um rebanho de ovelhas, etc.* Pode-se fazer uma pequena differença entre as palavras quantidade e grandeza, dando-se mais especialmente o nome de *quantidade* aquillo que é expresso em numero. *Dez kilos de milho*, por exemplo, exprimem uma quantidade, ao passo que *um embrulho de milho* significa uma grandeza.

UNIDADE é a quantidade tomada para termo de comparação de outra de igual especie. Exemplo : em doze livros a unidade é *um livro*.

NUMERO é o resultado da comparação da quantidade com a unidade.

Os numeros são infinitos.

NUMERO INTEIRO é o que se compõe de uma ou mais unidades. Exemplo : 1, 6, 13, 20, etc.

FRACÇÃO OU QUEBRADO é toda quantidade menor que a unidade. Exemplo : $2/3$ (*dois terços*), $5/12$ (*cinco doze ávos*), etc.

NUMERO MIXTO OU FRACCIONARIO é o que se compõe de inteiro e fracção. Exemplo : $1 \frac{2}{3}$ (*um dois terços*), $4 \frac{3}{12}$ (*quatro trez, doze ávos*), etc.

NUMERO DIGITO OU SIMPLES é o que se escreve com um só algarismo. Exemplo : 1, 2, 3, 4, até 9.

NUMERO COMPOSTO é o que se compõe de mais de um algarismo. Exemplo : 12, 120, etc.

NUMERO PAR é o que se pode dividir exactamente por dois. Exemplo : 4, 8, 12, etc.

NUMERO IMPAR é o que não se pode dividir exactamente por dois. Exemplo : 3, 7, 11, etc.

NUMERO CONCRETO é o que se refere a uma determinada unidade. Exemplo : 2 *livros*, 5 *bancos*, etc.

NUMERO ABSTRATO é o que não determina a especie de unidade. Exemplo : 1, 5, 9, etc.

NUMERAÇÃO

NUMERAÇÃO é a arte de enunciar e representar os numeros.

Divide-se em *fallada* e *escripta*.

NUMERAÇÃO FALLADA é a arte de enunciar os numeros por meio de palavras. Exemplo : *dois*, *vinte*, etc.

NUMERAÇÃO ESCRIPTA é a arte de representar os

numeros por meio de algarismos. Exemplo : 8, 12, 20, etc. Os numeros se exprimem por nomes e por meio de dez signaes chamados *algarismos*, que são :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

Os nove primeiros chamam-se *positivos* ou *significativos*, porque têm valor proprio, e o ultimo chamado *zero* ou *cifra*, não tem valor proprio : mas preenche dois fins : 1º assignala as ordens de unidades que faltam em um numero ; 2º dá aos algarismos que lhe ficam á esquerda um valor dez vezes maior do que teriam os mesmos algarismos se estivessem sós.

Os algarismos positivos têm dois valores : *absoluto* e *relativo* ou *local*.

VALOR ABSOLUTO é o que tem o algarismo estando só. Exemplo : em 26 o valor absoluto do primeiro algarismo á direita é 6 e do segundo é 2.

VALOR RELATIVO OU LOCAL é o que elle tem segundo o logar em que está. Exemplo : em 26 o valor relativo do primeiro á direita é *seis unidades* e o do segundo é *duas dezenas* ou *vinte unidades*.

Numeração das unidades

Para formar as unidades conta-se de um até nove ; chegando a dez tem-se uma dezena, que igualmente se conta de um até nove e se escreve á esquerda das unidades. Da mesma forma dez de-

zenas para uma centena; dez centenas para um milhar; dez milhares para uma dezena de milhar; assim successivamente escrevendo-se as novas unidades sempre á esquerda. Este systema de numeração, que é o unico adoptado, chama-se *decimal* porque sua base é *dez*.

Escrever um numero

REGRA. — *Escrevem-se da esquerda para a direita os algarismos de que se compõe o numero, pondo-se zero nas casas em que faltarem ordens de unidades. Exemplo : vinte mil setecentos e quatro, escrever-se-ha 20,704.*

Lêr um numero

REGRA. — *Divide-se o numero em classes de trez algarismos da direita para a esquerda, e lê-se da esquerda para a direita, dando a primeira classe á direita o nome de unidades, á segunda o de milhares, á terceira o de milhões, etc. Exemplo : 20,704 lê-se : vinte milhares e setecentos e quatro unidades.*

Para tornar um numero dez, cem, mil vezes, etc., maior ou menor.

REGRA. — *Basta ajuntar-lhe á direita uma, duas, trez cifras, etc., no primeiro caso. E no segundo basta cortar-lhe um, dois, trez algarismos, etc.*

OPERAÇÕES FUNDAMENTAES

Chama-se *operação fundamental* toda combinação feita com os numeros.

As operações fundamentaes da arithmetica são quatro : *somma* ou *addição*, *subtracção*, *multipliação* e *divisão*.

Os autores modernos ainda a dividem em seis, que são aquellas e mais : *potenciação* e *radiciação*.

Todas estas operações podem ser reduzidas a duas : *somma* para a composição e *subtracção* para a decomposição.

Somma

Somma ou *addição* é a operação que tem por fim reunir dois ou mais numeros em um só.

O resultado da operação chama-se *somma* ou *total*, e os numeros que se ajuntam *parcellas*.

REGRA. — *Escrevem-se os algarismos uns por baixo dos outros, ficando as unidades em uma mesma columna vertical, as dezenas em outra, bem como as centenas, etc.; depois traça-se por baixo uma linha e sommam-se as columnas da direita para a esquerda, juntando-se á columna seguinte as rezervas da precedente, se houverem.*

Exemplo :

$$\begin{array}{r}
 251 \\
 407 \\
 896 \\
 \hline
 1554
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

Parcellas

Somma ou total

Prova

Prova é uma nova operação pela qual verifica-se o resultado da primeira.

Ha muitas provas; porem as mais communs chamam-se *real* e dos *noves fóra*, sendo esta de resultados as vezes negativos.

Prova dos nove fóra

REGRA.—*Tiram-se os nove ás parcellas e depois á somma ; os restos devem ser iguaes, se a operação estiver certa.* Exemplo :

$$\begin{array}{r} 251 \\ 407 \\ 896 \\ \hline 1554 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 6 \end{array}$$

O signal + indica sommar e quer dizer *mais*. O signal = significa *igual*. Assim $2 + 5 + 8 = 15$, se lê : *2 mais 5 mais 8 é igual a 15*.

Subtracção

Subtracção é a operação pela qual se tira um numero menor d'outro maior.

O resultado chama-se *resto*, *excesso* ou *differença*.

O numero maior chama-se *minuendo* e o menor *subtrahendo*.

REGRA. — *Escreve-se o numero menor em baixo do maior, de modo que as unidades da mesma ordem se correspondam ; depois passa-se um traço e*

faz-se a subtracção da direita para a esquerda, tirando-se os algarismos inferiores dos superiores. Se o algarismo inferior for maior que o superior correspondente accrescentam-se a este dez para se poder fazer a operação e diminue-se de uma unidade o algarismo superior immediato e pratica-se a operação. Se emfim, o algarismo a tomar-se é zero, faz-se o mesmo emprestimo ás casas immediatas, ficando o primeiro zero valendo de dez e os outros de nove. Exemplo:

| | | | |
|------------|---|------------|--------------|
| Prova dos | 3 | 6 8 0 7. . | Minuendo. |
| noves fóra | 3 | 3 4 2 5. . | Subtrahendo. |

| | | |
|-------------|------------|-------------------------------|
| Prova real. | 3 3 8 2. . | Resto, excesso ou differença. |
|-------------|------------|-------------------------------|

Prova dos noves

REGRA. — *Tiram-se os noves ao numero maior, cujo resto se escreve á margem : tiram-se igualmente ao numero menor e ao resto, e as sobras são iguaes se a operação esta certa.*

Prova real

REGRA. — *Somma-se o numero menor com o resto e o resultado vem a ser o numero maior.*

Prova real da somma

REGRA. — *Somma-se de novo a contar da esquerda para a direita subtrahindo d'essa somma as novas sommas das columnas correspondentes, não devendo ficar resto algum se a operação for bem feita.*

O signal — indica subtracção; é negativo e quer dizer *menos*. Assim $18 - 6 = 12$, se lê: *18 menos 6 igual a 12*.

Multiplicação

Multiplicação é repetir um numero chamado *multiplicando* tantas vezes quantas são as unidades de outro chamado *multiplicador*.

O resultado da operação chama-se *producto* e os dois numeros dados, isto é, o *multiplicando* e o *multiplicador*, chamam-se *factores do producto*.

Ha tres casos de multiplicação: 1º multiplicação de dois numeros simples; 2º multiplicação de um numero composto por um simples; 3º multiplicação de dois numeros compostos.

1º caso

O 1º caso é resolvido pela taboada de multiplicação, por ser facil achar-se o producto entre dois numeros simples; assim o producto de quatro multiplicado por cinco, é vinte; isto é, *quatro vezes cinco* que dão *vinte*.

2º caso

REGRA. — *Escreve-se o multiplicador em baixo do multiplicando; traça-se uma linha horizontal para separar os factores do producto, e multiplica-se da direita para a esquerda cada algarismo do multiplicando pelo multiplicador, levando-se as reservas para juntar ao producto seguinte. Exemplo:*

| | | |
|---|--------------|-----------------|
| $\begin{array}{r} 5 \overline{)7} \\ 5 \overline{)7} \end{array}$ | $536 \dots$ | Multiplicando. |
| Prova dos noves | $5 \dots$ | Multiplicador. |
| | $2680 \dots$ | Producto total. |

3º caso

REGRA. — *Escreve-se o multiplicador por baixo do multiplicando, tudo como no 2º caso, e multiplica-se cada algarismo do multiplicador por todo o multiplicando, começando a escrever os productos parciaes em baixo do algarismo pelo qual se multiplica; sommam-se os productos parciaes e tem-se o producto total. Exemplo :*

| | | | |
|---|----------------|-----------------|---------------------------|
| $\begin{array}{r} 2 \overline{)8} \\ 4 \overline{)8} \end{array}$ | $2153 \dots$ | Multiplicando. | |
| Prova dos noves fóra | $364 \dots$ | Multiplicador. | |
| | 8612 | } | |
| | 12918 | | . . . Productos parciaes. |
| | 6459 | | |
| | $783692 \dots$ | Producto total. | |

OBSERVAÇÃO. — Se um ou ambos os factores terminarem em zeros, faz-se a multiplicação sem attender a elles, e depois accrescenta-se no producto tantos zeros quantos ha no multiplicando e no multiplicador. Exemplo :

| | |
|--------------------|---------------------|
| 526 | $64 \overline{)00}$ |
| $3 \overline{)00}$ | $4 \overline{)000}$ |
| 157800 | 25600000 |

Prova dos nove

REGRA. — *Tiram-se os nove aos factores, multiplicam-se os restos entre si e se as sobras resultantes forem iguaes ás do producto total depois de se lhe extrahir os nove, suppõe-se certa a operação.*

O signal \times indica multiplicação e quer dizer : *multiplicado por....* Assim $346 \times 5 = 1730$; se lê : *346 multiplicado por 5 igual a 1730.*

Divisão

Divisão é procurar saber quantas vezes um numero chamado *dividendo* contem outro chamado *divisor* ou *partidor*.

O resultado da operação chama-se *quociente*; o que fica por dividir *resto da divisão*; o dividendo e o divisor conjunctamente, chamam-se *termos da divisão*.

Ha tres casos de divisão :

1º Divisão de um numero simples por outro, ou de um numero composto de dois algarismos por um simples quando o quociente é simples ;

2º Divisão de um numero composto por outro simples ;

3º Divisão de dois numeros compostos

1º caso

O primeiro caso é resolvido pela taboada de divisão.

2º e 3º casos

REGRA. — *Escreve-se o dividendo á esquerda do divisor separados por uma chave de divisão; tomam-se tantos algarismos á esquerda do dividendo quantos bastem para conter o divisor; busca-se o numero de vezes que se contem e escreve-se no quociente; multiplica-se esse algarismo achado para quociente por todo o divisor e subtrahese o producto do dividendo, continuando-se a divisão. Quando, porem, o resto com o algarismo que se juntar não contiver o divisor, escreve-se zero no quociente e baixa-se o algarismo seguinte e assim por diante. Exemplo :*

| | | | |
|---------------------|---------|---|-------------------------------|
| Dividendo. | 6 1 3 2 | 4. . . . | Divisor. |
| Dividendos parciaes | { | $\begin{array}{r} 2\ 1 \\ 0\ 1\ 3 \\ 0\ 1\ 2 \\ 0\ 0 \end{array}$ | Quociente. Prova real. |
| | | $\begin{array}{r} 4 \\ \hline 6\ 1\ 3\ 2 \end{array}$ | |

| | |
|-------|--|
| 4 3 | |
| 3 3 | |

Prova dos nove

Outro exemplo :

| | | | |
|---------------------|---------|--|-------------|
| Dividendo. | 4 3 5 2 | 2 3. . . | Divisor. |
| Dividendos parciaes | { | $\begin{array}{r} 2\ 0\ 5 \\ 0\ 2\ 1\ 2 \\ 0\ 0\ 5 \end{array}$ | Prova real. |
| | | $\begin{array}{r} 1\ 8\ 9 \\ 2\ 3 \\ \hline 5\ 6\ 7 \\ 3\ 7\ 8 \\ \hline 4\ 3\ 4\ 7 \\ 5 \\ \hline 4\ 3\ 5\ 2 \end{array}$ | |

| | |
|-------|--|
| 5 5 | |
| 0 5 | |

Prova real da multiplicação

REGRA. — *Inverte-se a ordem dos factores fazendo-se nova multiplicação e o producto total será igual ao primeiro; ou divide-se o producto por um dos factores e o resultado será o outro factor.*

Exemplos da operação atrás :

| | | | | |
|--------------------------|--------|--------|------|--|
| | 1º | | 2º | |
| Multiplicador invertido. | 364 | 783692 | 2153 | |
| Multiplicando invertido. | 2153 | 13779 | 364 | |
| | 1092 | 008612 | | |
| | 1820 | 0000 | | |
| | 364 | | | |
| | 728 | | | |
| | 783692 | | | |

OBSERVAÇÕES. — Quando o dividendo e o divisor terminam em zero, corta-se igual numero d'elles em ambos os termos da divisão e não se altera o quociente. Exemplo :

| | | |
|------|-----|----|
| 4520 | 26 | 00 |
| 192 | 173 | |
| 0100 | | |
| 022 | | |

O signal ÷ indica divisão e quer dizer *dividido por....* Assim $24 \div 8 = 3$ lê-se : *24 dividido por 8 igual a 3.*

Potenciação ou elevação á potencia

Potencia de um numero é o producto de factores

iguaes a esse numero. Quer isto dizer que quando concorrerem factores identicos a operação que estuda o resultado d'esta multiplicação recebe o nome particular de *potenciação*.

Ha diversas potencias conforme o valor dos factores.

A *potencia segunda* ou *quadrado* constitue o producto de dois factores iguaes. Assim a terceira ou cubo, a quarta, a quinta, etc., que são o producto de 3, de 4 ou de 5 factores iguaes a um numero,

Expoente é o numero que se escreve á direita e um pouco acima da base ou raiz e serve para indicar o numero dos factores iguaes. Exemplo : em $8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8$ o expoente é 4.

Eis os quadrados e cubos de 1 a 10 :

| | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 49 | 64 | 81 | 100 |
| 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 | 1000 |

Radiciação ou extracção de raizes

Radiciação é a operação que tem por fim, dado um numero, achar os factores iguaes que o produziram. O signal $\sqrt{\quad}$ constitue o radical. Em baixo d'este signal se escreve o numero do qual se quer a raiz ; em cima, na abertura, escreve-se o *indice* que é um numero que serve para indicar o gráu da raiz. Quando se quer a raiz segunda ou quadrada de um numero, torna-se desnecessario collocar o indice na abertura do radical.

Exemplo : em $\sqrt[4]{83}$ o indice é 4 e 83 indica o numero cuja raiz se pede.

Como as potencias, as raizes tomam differentes nomes, assim : *Raiz quadrada* ou *segunda de um numero* é a quantidade que elevada ao quadrado produz o numero dado ; *raiz terceira ou cubica de um numero* é a quantidade que elevada ao cubo reproduz esse numero ; *raiz quarta de um numero* é a quantidade que elevada á quarta potencia produz esse numero. Assim por diante.

Raiz quadrada e raiz cubica

Extracção da raiz quadrada

REGRA. — *Divide-se o numero em classe de dois algarismos da direita para a esquerda podendo a ultima classe conter um ou dois algarismos. Extrahese a raiz quadrada do maior quadrado contido na primeira classe á esquerda e assim se obtem o primeiro algarismo da raiz que se eleva ao quadrado e o quadrado se subtrah da primeira classe á esquerda. Escreve-se á direita do resto a classe seguinte ; separa-se o primeiro algarismo á direita por meio de um ponto e dividindo a parte restante á esquerda pelo dobro da raiz achada, obtem-se o segundo algarismo da raiz. Verifica-se se este algarismo é ou não maior do que convem multiplicando por si mesmo e pelo dobro da raiz achada e subtrahindo o producto do numero formado pelo primeiro resto e pela segunda classe. A direita do novo resto*

escreve-se a classe seguinte, e assim successivamente até se ter abaixado a ultima classe. Exemplo:

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{24.83.90} & 498 \\
 \hline
 16 & 89 \qquad 988 \\
 \hline
 088.3 & 9 \qquad 8 \\
 \hline
 801 & 801 \qquad 7904 \\
 \hline
 0829.0 & \\
 7904 & \\
 \hline
 0386 &
 \end{array}$$

Extracção da raiz cubica

REGRA. — *Divide-se o numero dado em classe de trez algarismos da direita para a esquerda, podendo a ultima classe á esquerda conter menos de trez algarismos. Extrahe-se a raiz do maior cubo contido n'essa ultima classe á esquerda e o resultado escreve-se á direita do numero, o qual separa-se por uma linha vertical. Eleva-se essa raiz ao cubo e subtrahe-se da classe considerada, baixando e escrevendo á direita do resto a classe seguinte. Separam-se do numero assim formado os dois ultimos algarismos á direita e divide-se a parte restante á esquerda pelo triplo do quadrado da raiz achada. Escreve-se o quociente obtido á direita da raiz.*

Para verificar se este algarismo convem, forma-se o triplo do quadrado da raiz já achada, o triplo da raiz já achada multiplicado pelo ultimo al-

garismo, o quadrado do ultimo algarismo, e somam-se todas estas quantidades, collocando-as da maneira que o exemplo indica.

Esta somma será multiplicada pelo ultimo algarismo, e o producto então se subtrahê do numero formado pelo primeiro resto com a segunda classe que se abaixou. Escreve-se depois á direita do resto a classe seguinte e procede-se como acima até ter abaixado a ultima classe. Exemplo : Extrahir a raiz cubica do numero 397482

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt[3]{397482} & 73 \\
 \underline{343} & 147 \\
 54482 & 63 \\
 \underline{46017} & 9 \\
 8465 & 15339 \\
 & \underline{\hspace{1.5cm}} \\
 & 3 \\
 & 46017
 \end{array}$$

Prova da potenciação

REGRA. — *Extrahe-se a raiz do gráo que a potencia determina e se o resultado for igual ao numero dado a operação estará certa.* Exemplo : $12^2 = 144$.
 Extrahindo a raiz quadrada de 144, temos :

$$\begin{array}{r|l}
 \sqrt{144} & 12 \\
 \underline{1} & 22 \\
 44 & 2 \\
 \underline{44} & 44 \\
 00 &
 \end{array}$$

Prova da radiciação

REGRA. — *Eleva-se a raiz á potencia determinada pelo gráo e ajuntando-se o resto, se houver, o resultado deve ser igual ao numero dado.* No exemplo de extração de raiz cubica atraz indicado, a raiz é 73 e o numero dado é 397482, havendo o resto 8465. Portanto :

$$73^3 = 389017 + 8465 = 397482$$

FRACÇÕES

Fracção ou *quebrado* é toda a quantidade menor que a unidade.

Ha duas especies de fracções : *ordinaria* e *decimal*.

Fracção ordinaria

A fracção ordinaria se subdivide em *propria* e *impropria* e se representa por meio de dois numeros chamados *numerador* e *denominador*, separados por um traço horizontal. Exemplo :

$$\text{Fracção propria } \frac{2}{3} \quad \text{Fracção impropria } \frac{8}{7}$$

$$\frac{6}{8} \left\{ \begin{array}{l} \text{Numerador.} \\ \text{Denominador.} \end{array} \right.$$

O numerador e o denominador chamam-se em *commum termos da fracção* ou *do quebrado*.

O *denominador* mostra em quantas partes a unidade está dividida, e o *numerador* quantas d'essas partes se tomam.

A fracção representa ainda uma *divisão*, cujo *dividendo* é o numerador e cujo *divisor* é o denominador.

Lêr uma fracção

REGRA. — Lê-se o numerador e depois o denominador acompanhado da denominação fraccionaria de meios, terços, quartos, quintos, sextos, setimos, oitavos, nonos e decimos. Quando o denominador é maior que dez, dá-se-lhe o nome de ávos.

Extrahir os inteiros de uma fracção impropria

REGRA. — Divide-se o numerador pelo denominador; o quociente achado mostra os inteiros e se houver resto forma-se nova fracção que tem para numerador o resto e para denominador o numero que servio de divisor.

$$1^{\circ} \left\{ \frac{12}{4} = 3 \right. \quad 2^{\circ} \left\{ \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5} \right.$$

Reduzir um numero mixto á fracção

REGRA. — Multiplica-se o inteiro pelo denominador, ao producto junta-se o numerador, dando ao resultado o mesmo denominador. Exemplo :

$$5 \frac{2}{3} = \frac{5 \times 3 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

Alterações das fracções

1^o. Multiplicando o numerador de uma fracção por um numero qualquer, a fracção augmenta.

2^o. Multiplicando o denominador de uma frac-

ção por um numero qualquer, a fracção diminue.

3º. Dividindo o numerador de uma fracção por um numero qualquer, a fracção diminue.

4º. Dividindo o denominador de uma fracção por um numero qualquer, a fracção augmenta.

D'estes quatro principios resulta o seguinte :

1º. Multiplicando ou dividindo ambos os termos de uma fracção por um numero qualquer, a fracção não se altera, porque augmenta e diminue ao mesmo tempo. Exemplo :

$$\frac{8 \times 4}{12 \times 4} = \frac{32}{48}; \quad \text{ou} \quad \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

2º. Entre fracções que têm o mesmo denominador maior é aquella que tiver maior numerador. Ex. :

$$\frac{5}{10} + \frac{6}{10} + \frac{14}{10}$$

Reducção de fracções ao mesmo denominador

Reduzir fracções ao mesmo denominador é transformal-as em outras equivalentes que tenham o mesmo denominador.

Reduzir duas fracções

REGRA. — *Multiplicam-se ambos os termos da primeira pelo denominador da segunda e ambos os termos da segunda pelo denominador da primeira.* Exemplo :

$$\frac{2}{3} \frac{4}{5} = \frac{10}{15} \frac{12}{15}$$

Reduzir trez ou mais fracções

REGRA. — *Multiplicam-se ambos os termos de cada uma pelo producto dos denominadores das outras.* Exemplo :

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{4}, \frac{20}{60}, \frac{36}{60}, \frac{30}{60}$$

Simplificação de fracções

Para *simplificar fracções* ou *reduzil-as á expressão mais simples*, basta buscar-se outra que tenha o mesmo valor que a primeira e que seja representada por numeros menores.

Ha dois meios :

1º. Divide-se ambos os termos da fracção por 2, 3 e 5. — Divide-se por 2, quando o ultimo algarismo da direita é par; por 3 quando sommados os algarismos dão 3 ou multiplo de 3; e por 5, quando o numero acaba em zero ou 5. Exemplo :

$$\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2º. Divide-se os termos da fracção pelo seu *maior divisor commum*. — Este se acha, dividindo o maior pelo menor, e depois successivamente os divisores de cada uma das operações pelos respectivos restos. O divisor da ultima operação é o *maior divisor commum* da fracção.

Se o ultimo divisor é a unidade, os numeros se dizem *primos entre si*, e a fracção não se pode simplificar.

Exemplo do 2º meio :

| | | | | | | | |
|---|--------|----|----|----|----|----|---|
| $\frac{96}{57}$; | d'onde | 39 | 96 | 57 | 39 | 18 | 3 |
| $\frac{96 \div 3}{57 \div 3} = \frac{32}{19}$ | | | 39 | 1 | 1 | 2 | 6 |
| | | | 18 | 03 | 00 | | |

Numero primo é o que não se póde dividir exactamente se não por si ou pela unidade.

Fracção de fracção é uma parte da quantidade expressa por uma fracção. Exemplo :

$$\frac{4}{3} \text{ de } \frac{2}{5}$$

Operações de fracções ordinarias

SOMMA

REGRA. — *Se as fracções têm o mesmo denominador, sommam-se os numeradores e dá-se a essa somma o mesmo denominador.* Exemplo :

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5}$$

Se os denominadores forem diferentes reduzem-se primeiro ao mesmo denominador e opera-se como se tivesse o mesmo denominador. Exemplo :

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \frac{20}{30} + \frac{24}{30} + \frac{15}{30} = \frac{59}{30}$$

Tendo de sommar-se *inteiros com fracções*, reduzem-se os inteiros á denominação dos seus quebrados; e depois estes ao mesmo denominador, sendo preciso, e então sommam-se os denominadores.

Exemplo :

$$6 \frac{1}{3} + 5 \frac{2}{3} = \frac{19}{3} + \frac{17}{3} = \frac{36}{3}$$

$$2 \frac{1}{3} + 4 \frac{2}{5} = \frac{7}{3} + \frac{22}{5} = \frac{35}{15} + \frac{66}{15} = \frac{101}{15}$$

SUBTRACÇÃO

REGRA. — *Se as fracções têm o mesmo denominador, toma-se a differença entre os numeradores e dá-se-lhes o mesmo denominador.* Exemplo :

$$\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9}$$

Se os *denominadores* das fracções são diferentes, reduzem-se primeiro á mesma denominação, e faz-se a subtracção. Exemplo :

$$\frac{5}{7} - \frac{4}{6} = \frac{30}{42} - \frac{28}{42} = \frac{2}{42}$$

Se as fracções são acompanhadas de inteiros, reduzem-se estes á denominação do quebrado e depois á mesma denominação, se é preciso, e pratica-se a operação. Exemplo :

$$2 \frac{3}{6} - \frac{4}{6} = \frac{15}{6} - \frac{4}{6} = \frac{11}{6}$$

$$2 \frac{3}{6} - 1 \frac{4}{6} = \frac{15}{6} - \frac{10}{6} = \frac{5}{6}$$

$$2 \frac{3}{6} - 1 \frac{4}{5} = \frac{15}{6} - \frac{9}{5} = \frac{75}{30} - \frac{54}{30} = \frac{21}{30}$$

Subtrahir uma fracção de um inteiro

REGRA. — *Reduz-se o inteiro á fracção e pratica-se a subtracção, ou multiplica-se o inteiro pelo denominador, subtrahese do producto o numerador e dá-se á differença o mesmo denominador. Exemplo :*

$$3 - \frac{1}{2} = \frac{3}{1} - \frac{1}{2} = \frac{6}{2} - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

$$\text{ou } 3 - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2 - 1}{2} = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$

MULTIPLICAÇÃO

REGRA. — *Multiplicam-se os numeradores e denominadores entre si. Exemplo :*

$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{8} = \frac{12}{56}$$

Se as fracções são acompanhadas de inteiros, reduzem-se estes á fracções e faz-se a multiplicação. Exemplo :

$$2 \frac{3}{5} \times 1 \frac{4}{6} = \frac{13}{5} \times \frac{10}{6} = \frac{130}{30}$$

Para multiplicar um inteiro por uma fracção ou vice versa, multiplica-se o inteiro pelo numera-

dor e dá-se o mesmo denominador ou divide-se o denominador pelo inteiro e conserva-se o numerador. Exemplo :

$$3 \times \frac{2}{6} = \frac{6}{6} \text{ ou } \frac{2}{6} \times 3 = \frac{2}{6 \div 3} = \frac{2}{2}$$

Para determinar o valor de uma fracção de fracção, trocam-se as preposições pelos signaes da multiplicação e pratica-se a regra d'esta. Exemplo :

$$\frac{3}{6} \text{ de } \frac{2}{5} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{120}$$

DIVISÃO

REGRA. — Para dividir uma fracção por outra, invertem-se os termos da fracção divisora e pratica-se a regra da multiplicação. Exemplo :

$$\frac{4}{8} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{8} \times \frac{5}{3} = \frac{20}{24}$$

Para dividir um inteiro por uma fracção, multiplica-se o inteiro pela fracção invertida. Exemplo :

$$6 \div \frac{2}{5} = 6 \times \frac{5}{2} = \frac{30}{2}$$

Para dividir fracções acompanhadas de inteiros, reduzem-se os inteiros á denominação dos quebrados e pratica-se a regra. Exemplo :

$$6 \frac{4}{8} \div 2 \frac{3}{5} = \frac{52}{8} \div \frac{13}{5} = \frac{52}{8} \times \frac{5}{13} = \frac{260}{104}$$

Fracções decimaes

Fracções decimaes são partes menores que a unidade na razão decupla, isto é, de dez em dez.

As fracções decimaes procedem da divisão da unidade em dez partes iguaes e cada uma d'estas partes é menor que a unidade dez vezes.

A 1ª casa decimal se chama *decimo*; a 2ª *centesimo*; a 3ª *millesimo*; a 4ª *decimo millesimo*; a 5ª *centesimo millesimo*; a 6ª *millionesimo*; a 7ª *decimo millionesimo*; a 8ª *centesimo millionesimo*; a 9ª *billionesimo*; a 10ª *decimo billionesimo*, etc.

As fracções decimaes se distinguem pela virgula que as separa das unidades inteiras; quando não ha inteiros escreve-se zeros na casa das unidades e vice versa. Exemplo :

0,4567 25,0

Ha trez modos de lêr um numero decimal : 1º Lê-se todo o numero decimal com a denominação da ultima casa decimal. Exemplo : 2,43 se lê : *duzentos e quarenta e trez centesimos*.

2º Lê-se primeiro a parte inteira e depois a decimal, dando no fim o nome da ultima casa decimal. Exemplo : 2,43 se lê : *2 unidades e quarenta e trez centesimos*.

3º Lê-se cada algarismo de per si com o nome correspondente. Exemplo : 2,43 lê-se : *duas unidades, quatro decimos e trez centesimos*.

Para se multiplicar um numero decimal por dez,

cem, mil, etc., basta mudar a virgula uma, duas, trez casas para a direita e para dividir, muda-se igual numero de vezes a virgula para a esquerda.

Accrescentando-se ou tirando-se zeros depois do ultimo algarismo decimal, o numero não se altera porque os algarismos ficam nas suas respectivas casas; mas pondo-se cifras antes do primeiro decimal o numero diminue de valor porque os algarismos passam a occupar casas inferiores ás que estavam.

São duas as vantagens das fracções decimaes sobre as ordinarias :

1^a é que estas são compostas de dois numeros, numerador e denominador e aquellas de um só como os numeros inteiros, o que facilita os calculos; porque para as fracções ordinarias são precisas operações especiaes, entretanto que para as decimaes prestam-se as mesmas regras dos inteiros;

2^a é que pela divisão decupla que soffre á unidade nas fracções decimaes ellas ficam sujeitas a numeração decimal, d'onde resulta a facilidade da conversão de uma parte nas outras.

Reduzir fracção decimal em ordinaria

REGRA. — *Dá-se para numerador todo o numero decimal sem a virgula e para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantos são os algarismos decimaes. Exemplo :*

$$2,43 = \frac{243}{100}; \quad 0.325 = \frac{325}{1000}$$