

R
A
A

VER, SENTIR E DESCOBRIR A ARITMÉTICA



Rizza de Araújo Porto

BIBLIOTECA DE ORIENTAÇÃO DA PROFESSORA PRIMÁRIA



P A B B A E E E

RIZZA ARAÚJO PÔRTO

com a colaboração de

EVELYN L. BULL

"ARITHMETIC ADVISOR"

VER, SENTIR, DESCOBRIR A
ARITMÉTICA

EDIÇÃO AUTORIZADA PELO:

PABAE

Programa de Assistência
Brasileiro-Americana
ao Ensino Elementar

BELO HORIZONTE (MG)

INEP

Instituto Nacional
de Estudos Pedagógicos
—
Ministério da Educação e
Cultura

RIO DE JANEIRO (GB)

EDITORA NACIONAL DE DIREITO

Av. Rio Branco, 131 - grupo 2003

RIO DE JANEIRO (GB)

1965

PREFACIO	11
INTRODUÇÃO	13

PARTE I

A sala de aula — um laboratório de aprendizagem	16
Oportunidades para o uso do material	19
Técnicas para o uso do material	21

PARTE II

Discos para a contagem	27
Mostradores de fatos	32
Calculadores	39
Flanelógrafo	40
Caixa Valor do Lugar	49
Abaco Modernizado	58
Contador de dez dezenas	72
Abaco-Contador	76
Quadro de Vinte	82
Quadro de Cem	85
Quadro de Cem Carretéis	91
Parte Fracionárias	97
Quadro de Frações	116
Medidas	125

PARTE III

Cartazes	139
Confecção	141
Tipos de Cartazes	142
CONCLUSÃO	161
BIBLIOGRAFIA	162





As crianças gostam de ir ao Cantinho de Aritmética, a fim de descobrir a solução para os seus problemas

PREFÁCIO

O pensamento de que um programa educacional não pode ser levado a efeito sem o material apropriado de instrução é hoje comumente aceito.

Conhecemos quanto é importante, no ensino da aritmética, fazer a criança penetrar nas idéias e quantidades numéricas, através de representações tangíveis, e, gradualmente, guiá-la para os símbolos abstratos.

Sabemos que é necessário que a criança tenha, inicialmente, um fundo de idéias, de pensamentos quantitativos, para receber, depois, os símbolos abstratos que os representem.

Iniciar a criança no trabalho aritmético abstratamente tem sido a origem de muita frustração, desgosto, perda de autoconfiança. Mais que isso. Perdemos uma oportunidade de ajudar, guiar, levar a criança a pensar. Decorando as regras de aritmética, ela não tem necessidade de pensar. Mas, descobrindo e verificando as regras, a criança cria o hábito da observação, do cuidado metuculoso, do pensamento real.

O número crescente de professores, supervisores, diretores, alunas-mestras, que visitam o Departamento de Aritmética do PABAE no Instituto de Educação para informar-se acerca do material de ensino, animou-nos na publicação deste folheto. Nesse desejo é, portanto, ajudar a professora que deseja ensinar a aritmética, levando a criança a penetrar no sentido do que está fazendo, no "porquê" do que está processando.

Grande parte do nosso trabalho foi baseado no material aconselhado por Foster E. Grossnickle, William Metzner, Francis A. Wade com adaptações às nossas necessidades e possibilidades.

As técnicas que aqui expomos são sugestões segundo as quais o material pode ser usado. Outras técnicas serão criadas de acordo com as necessidades da criança e objetivos da professora.

Naturalmente um folheto desta natureza não poderia ser feito por uma só pessoa. É um produto de experiências, idéias, sugestões em que estão envolvidas professoras, alunas-mestras, diretoras de escola elementar, crianças, etc.

Somos gratas a todos.

INTRODUÇÃO

O sucesso de um programa de aritmética baseado na compreensão, no sentido real do conceito numérico, depende, em larga escala, do método de ensino e do material empregado. Se o objetivo da professora é, simplesmente, ter os alunos trabalhando com símbolos abstratos, sem apreender a razão, o porquê de seu trabalho, não sentirá necessidade de levá-los a manipular material concreto. Mas se a professora concorda que a aprendizagem ocorre somente quando a criança vê, sente, manipula, descobre, abstrai, ela necessita proporcionar os meios adequados para que este pensamento quantitativo se efetue.

Não há um tipo único de material que seja próprio para todas as situações. A professora habilidosa seleciona o material em termos do objetivo que deseja atingir e de acordo com a capacidade e interesse da criança. O ensino da aritmética visa a assegurar um contínuo e regular crescimento na compreensão das relações numéricas; a professora precisa, portanto, de prover uma variedade de material onde possa selecionar aquele que é conveniente a cada fase do processo de aprendizagem. Estará, assim, assegurando o desenvolvimento de todos os alunos e atendendo a cada aluno individualmente, porque a professora encontrará crianças que necessitam de manipular o material durante um período mais longo que outras. E a elas deve ser dada esta oportunidade.



PARTE I

A SALA DE AULA

Um laboratório de aprendizagem

Para uma aprendizagem baseada na compreensão, é importante que a criança tenha um período de experimentação, de descobrimento. Neste período ela, através de sua própria atividade, busca as soluções possíveis para um problema. É verdade que a aprendizagem por esse meio não ocorre rapidamente. Muitas espécies diferentes de experiências são necessárias para que a criança chegue a uma conclusão. Mas a atividade exploratória, a que ela se entrega, para encontrar a solução, acarreta o desenvolvimento do poder de penetração que a torna capaz de fazer generalizações. A criança é estimulada por um interesse real, que é um fator básico na aprendizagem.

A professora deseja, então, colocar a criança num ambiente que favoreça e possibilite este esforço mental. Ela deve fornecer o material através do qual o aluno fará suas descobertas. Eis por que dizemos que a sala de aula deve ser um laboratório. Isto não significa que a professora necessita de um equipamento comercial caro, fora de seu alcance. Mesmo que o possuísse, a sala de aula não seria um laboratório, se este material não produziisse atividade física e mental que resultem em experimentação, se a professora não entendesse o objetivo de cada material para guiar o pensamento quantitativo da criança, se a professora não o usasse efetivamente ou se este material não fosse manuseado pelas próprias crianças.

O material que constituirá este laboratório está dentro das nossas possibilidades. Consiste, muitas vezes, em objetos que as

próprias crianças podem trazer para a sala de aula e que estejam relacionados com a matéria em estudo. Muitas vezes a criança descobre, inventa e sugere um novo tipo de material. A professora recebe estas sugestões e interpreta o pensamento nelas envolvido.

Xícaras, copos, garrafas, litros, latas, jarros, caixas próprias para ovos, barbante, fitas de medida e muitos outros objetos que podem ser usados em experiências sobre medidas, por exemplo, são de muito fácil aquisição.

O material que sugerimos em nosso folheto não apresenta dificuldade em sua feitura.

Confiamos na habilidade e entusiasmo da professora. Ela sente necessidade de ter o material para o ensino da aritmética. Ela pede sugestões. Ela envidará esforços no sentido de transformar a sua sala de aula num verdadeiro laboratório de aprendizagem.

OPORTUNIDADES PARA O USO DO MATERIAL

Temos insistido muito no fato de que o material é indispensável ao ensino que se baseia na compreensão. Devemos insistir também no fato de que a professora precisa conhecer cada etapa do processo de aprendizagem para usar de maneira adequada o material conveniente.

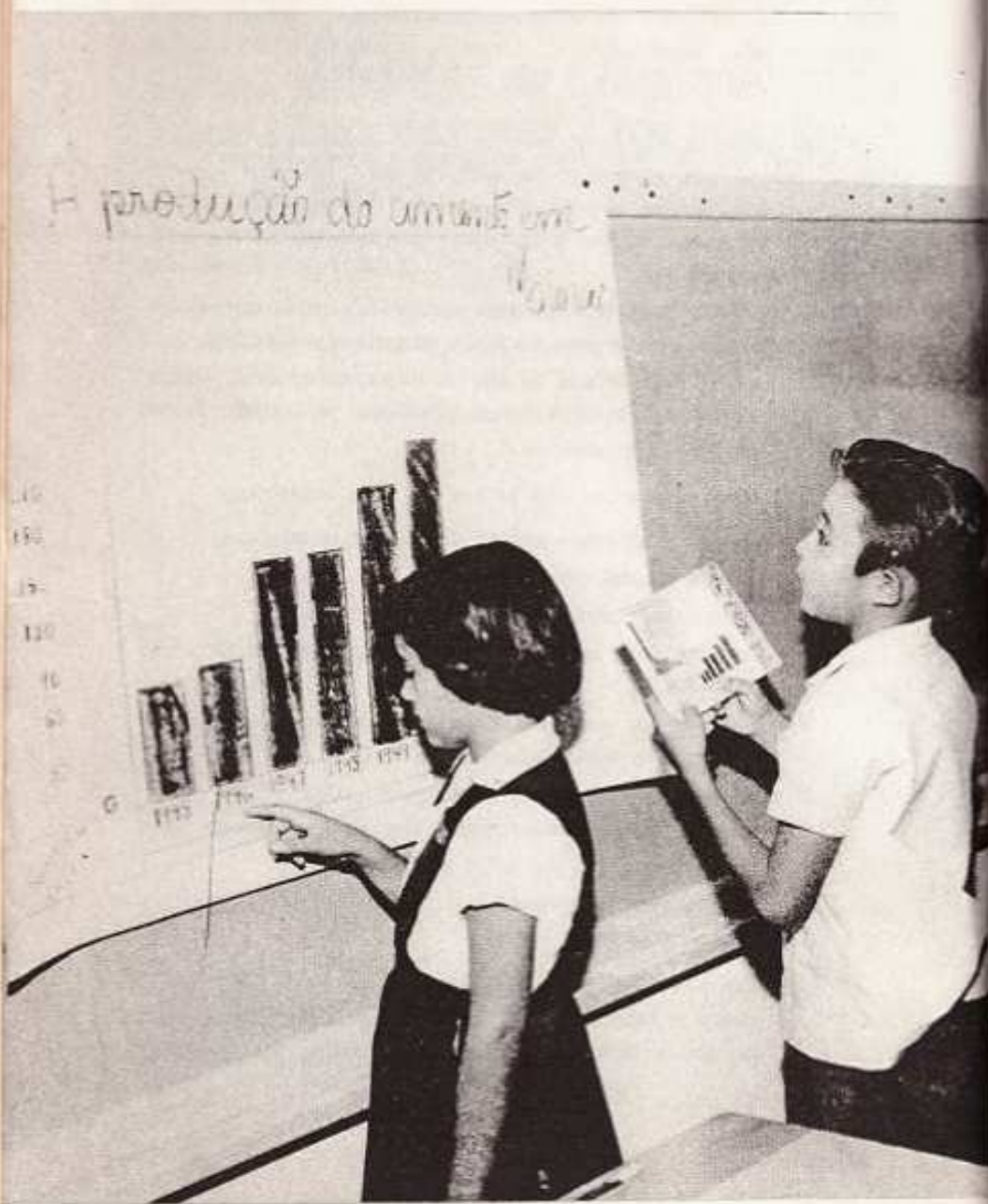
Não queremos que a criança seja confundida, mas que tenha um caminho seguro para a conquista dos conceitos aritméticos.

A criança pode ser levada ao uso do material concreto para:

1. encontrar a solução de um problema, na introdução de um novo processo;
2. fazer descobrimentos acerca de fatos numéricos;
3. verificar hipóteses acerca de relações numéricas;
4. ilustrar algum processo de trabalho;
5. interpretar uma experiência quantitativa;
6. mostrar como aplicar uma idéia numérica a uma nova situação;
7. resolver um problema da vida diária para o qual a criança não tenha uma solução formal;
8. sanar uma dificuldade já diagnosticada;
9. rever e provar a compreensão de um processo que está sendo trabalhado em nível abstrato;
10. fixar noções compreendidas;
11. realizar pequenos jogos;
12. dar ocasião à professora de observar e avaliar o progresso e habilidade do aluno na aquisição dos conceitos aritméticos. A professora tem, assim, um meio de

verificar como a criança raciocina e como trabalha com os números.

As crianças interpretam uma experiência quantitativa.



TÉCNICAS PARA O USO DO MATERIAL

Para cada material que sugerimos há específicas direções e explicações.

Há, entretanto, certas técnicas básicas que gostaríamos de deixar aqui registradas:

1. A professora deve dar à criança a oportunidade de descobrir a ordem exata em que deve trabalhar com o material. Através destas experiências a criança enriquece seu conhecimento aritmético, desenvolve seu raciocínio e chega, depois, sob a direção da professora, à ordem formal que é a mais rápida. E é esta ordem formal que ela seguirá, quando trabalhar com os símbolos abstratos. Por exemplo: A criança vai somar $13 + 28$, usando a Caixa Valor do Lugar. Ela coloca, nos compartimentos, 1 dezena e 3 unidades. A esta quantidade terá que juntar 2 dezenas e 8 unidades. A criança não tem ainda a direção formal da soma da direita para a esquerda. Ora, pode acontecer que ela ponha 2 dezenas com 1 dezena, antes de agrupar as unidades ($8 + 3$). E este agrupamento vai possibilitar um reagrupamento das 11 unidades em 1 dezena e 1 unidade, formando, assim, uma reserva. Esta ordem não é a ordem formal seguida nos trabalhos escritos, mas aritmeticamente ela não é errada. Queremos prevenir a professora para que permita que a criança penetre nestas verdades aritméticas, ao invés de cercar seu pensamento quantitativo. Depois, então, a professora orienta, habilmente, a criança na aquisição da ordem formal.

2. Ao usar o material concreto para fins de demonstração a professora deve seguir a mesma ordem que ela deseja que os alunos usem, quando executarem seu trabalho escrito. Note-se que esta etapa de demonstração é posterior às experiências da criança, citadas no item 1. Esta norma paralela assume maior importância, quando se trata de processo mais difícil.
3. A professora deve cientificar-se de que cada criança trabalhe no mais elevado nível de sua competência em aritmética. Nenhuma criança deverá contar, se tiver possibilidade de somar, nem somar, se tiver possibilidade de multiplicar. Também se a criança pode raciocinar sem o uso do material, deverá fazê-lo, embora volte a manuseá-lo com outros objetivos, conforme citamos em "Oportunidades para o uso do material".
4. De acordo com a habilidade da criança, a professora deve guiá-la no uso do agrupamento, ao invés da contagem por enumeração que é muito elementar e por demais lenta. A criança deve reconhecer grupos de objetos até 10, quando dispostos em grupos-padrão; até 5 e 6, quando em linha; e mais de 6, quando em linha em material como o "Quadro de cem", quando a criança sabe subtrair de 10. Empilhar em dezenas e, em seguida, agrupar as dezenas em centenas é uma técnica simples que todos podem usar.
5. De forma semelhante, deve a criança aprender a reagrupar. O reagrupamento é feito quando a criança muda o material concreto de um padrão para outro, tal como mudar 1 dezena para dez unidades ou 12 unidades para 1 dezena e 2 unidades. Esta idéia de reagrupamento ocorre na adição com reserva, na subtração pelo processo da decomposição, na multiplicação e na divisão.

É interessante notar que o termo "reagrupamento" descreve a manipulação concreta envolvida na compreen-

são da reserva na adição e multiplicação; a mudança de dezenas ou centenas na subtração.

Uma compreensão do princípio de reagrupamento é de importância capital. O material concreto constitui o melhor meio de atingir essa compreensão completa.

6. A professora que usa o material para fins de demonstração deve fazê-lo com o material em tamanho grande, de forma que todas as crianças possam vê-lo, para acompanhar o raciocínio que vem sendo desenvolvido. O meio ambiente deve ser sempre um estímulo à aprendizagem de todas as crianças.
7. A professora deve ter as crianças tão próximas de si quanto possível. Mais facilmente fica assegurada a possibilidade de acompanhar as reações, captar as respostas, interpretar o pensamento infantil.
8. A professora deve prover a sala de aula de material, para ser manipulado em trabalho independente e para o trabalho de revisão.
9. A professora deve variar o material, para que a criança tenha oportunidade de ver o mesmo conceito aritmético de várias maneiras. Assim sendo, a criança não formará a idéia de que o material é um conceito aritmético.
10. Toda a atenção deve ser dada à confecção e escolha do material. Sua manipulação deve ser entendida pela criança, para que ela possa ter seu pensamento concentrado no conceito que deve abstrair do material.
11. A professora pode, com habilidosas perguntas, ajudar a criança a decidir como manipular o material, quando percebe que ela está em dúvida a respeito. As perguntas devem ser claras e feitas de maneira que impulsionem o raciocínio da criança. Por exemplo:

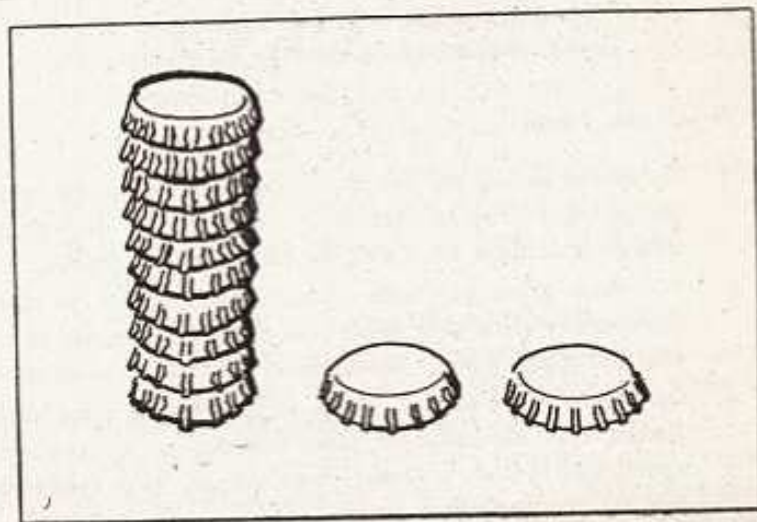
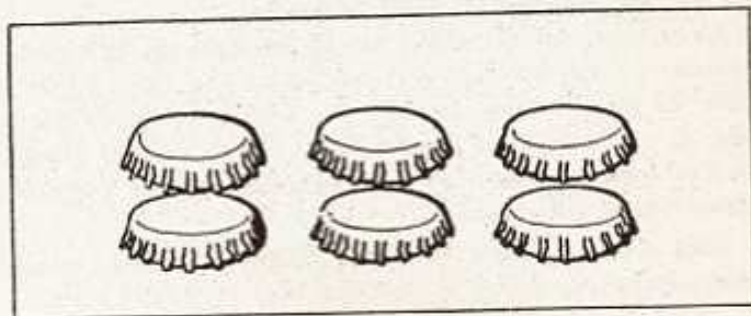
- a) quantas dezenas vamos ter, se somarmos $8 + 3$?
b) em quantos terços podemos cortar este disco de papelão?
12. A professora precisa de permitir que a criança manipule o material. A criança se interessa pelas idéias quantitativas e pelas relações numéricas, quando pode percebê-las. E é através da manipulação que ela penetra e descobre as verdades aritméticas.
13. A professora deve pedir que a criança exponha oralmente ou, menos a miúdo, por escrito, o resultado de seu trabalho com o material. Estará criando, assim, oportunidade para que ela aprenda a expressar, em palavras, suas idéias aritméticas. Quando a criança comunica estas idéias aos seus colegas, clarifica-as e mantém-nas.

PARTE II

BIBLIOTECA PARTICULAR
WALDEMAR ENS

N.º 3245	82
----------	----

DISCOS PARA CONTAGEM



Os Discos para a contagem são círculos feitos de material durável. Devem ser confeccionados em cor firme para contrastar com a cor da carteira. Devem ser em tamanho uniforme, de modo que facilite a empilhagem em dezenas e, depois, o agrupamento em centenas.

Para representar com fidelidade o nosso sistema numérico, este agrupamento deve ser feito de cores iguais.

Os Discos podem ser usados pelas crianças como pela professora, em todas as séries do curso primário.

As crianças podem usá-los nas várias fases da contagem, no descobrimento das combinações fundamentais, na invenção de problemas, na aprendizagem do valor das ordens, no estudo das operações, na compreensão do conceito de fração. As crianças penetram, assim, no verdadeiro sentido dos processos aritméticos, preparando-se para formas mais abstratas.

Cada criança poderia ter a sua coleção de Discos, usando o seguinte material:

- a) círculos recortados de papelão resistente;
- b) tampinhas de garrafa;
- c) fichas semelhantes à de passagem de ônibus;
- d) fichas semelhantes às do jogo de pôquer, etc.

O uso dos Discos:

1. Os Discos podem ser usados no ensino da contagem, quando as crianças estão fazendo e reconhecendo os agrupamentos e também no ensino da soma e da subtração.

Seria ótimo que cada criança tivesse 10 ou 20 discos numa caixa para usar sobre suas carteiras, fazendo os vários agrupamentos e descobrindo os fatos fundamentais.

2. Os Discos dispostos em vários grupos iguais, quer empilhados, quer colocados em filas, ilustram ou proporcionam oportunidade para a criança verificar os fatos fundamentais da multiplicação.

Podem também ser separados em grupos, em pilhas ou dispostos em filas iguais para mostrar a divisão.

3. A proporção que a criança for verificando seu trabalho, deve ser guiada e encorajada a atingir um nível mais alto de disposição dos Discos, do que simplesmente contá-los. Por exemplo: 5 fileiras de 3 discos são realmente 15 discos. Isto pode ser provado:

- a) contando até 15;
- b) movendo os discos de maneira que se tenha uma fila de 10 e outra de 5 discos;
- c) empilhando 10 discos e mostrando os outros 5, em fila;
- d) somando 3, 6, 9, 12, 15;
- e) separando, com uma régua, ou com a mão, as 5 filas, em 3 filas de 3 discos e 2 filas de 3 discos; somar as quantidades obtidas: 9 e 6;
- f) verificando que 5 grupos de 3 estão em posição diferente de 3 grupos de 5 e não são a mesma coisa.

4. Dois grupos de Discos, 29 e 34, são empilhados em dezenas e unidades e, depois, combinados em um grupo. Esta soma concretiza o funcionamento da reserva, uma vez que a criança vê que desde que ela tenha mais de 10 discos, pode fazer mais uma pilha de 10.

A subtração, pela decomposição, poderá ser demonstrada de maneira semelhante. Para subtrair 26 de 43 a criança pode tomar uma pilha de 10, juntar às 2 unidades e, assim, retirar 6.

5. Os Discos podem ser dispostos em pilhas regulares de 10 em cada uma, estas dezenas agrupadas em centenas, estas centenas agrupadas em milhares. Esta atividade torna os números elevados compreensíveis à criança.
6. Exemplos de adição e subtração e as formas mais simples de multiplicação e divisão podem ser descobertas e, depois, demonstradas pelos alunos. Mesmo quando a professora

estiver trabalhando em nível abstrato, poderá pedir que a criança demonstre o processo, concretamente, com este material. Assim, a criança tem oportunidade de verificar o trabalho em base real.

7. Os Discos podem ser usados, efetivamente, concretizando a fração como uma forma de expressar a divisão; $1/3$ de 12 pode ser ilustrado, quando a criança divide 12 discos em 3 partes e toma uma parte.

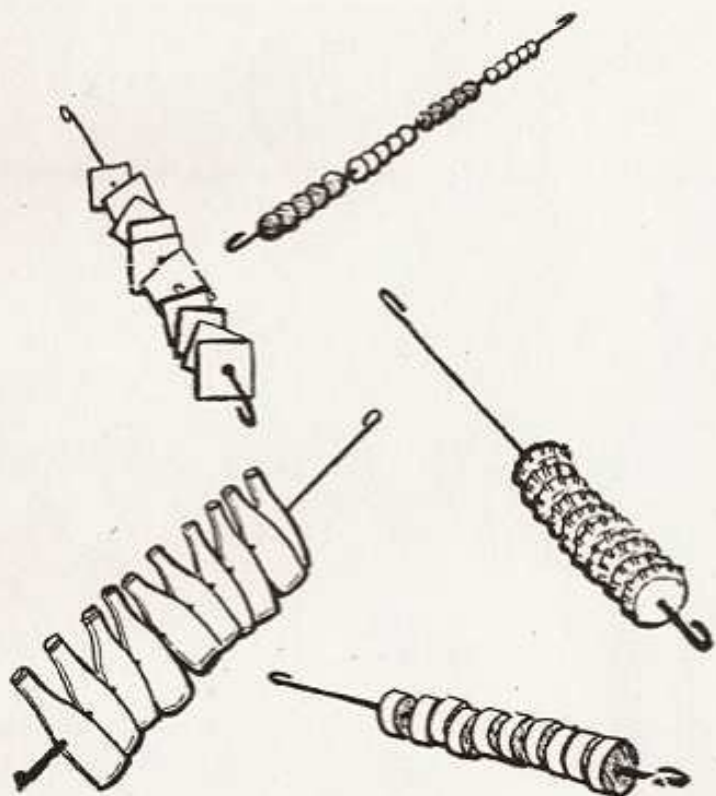


A generalização expressa na regra para a multiplicação de frações pode ser descoberta, guiando-se a criança a dividir 12, 15 e 16 discos e tomando-se mais que uma parte. Ex.: $3/4$ de 12 discos, $2/3$ de 15 discos, $3/8$ de 16 discos.

As demonstrações com grupos ou pilhas de discos devem ser feitas numa superfície lisa, horizontal.



MOSTRADORES DE FATOS



Os Mostradores de Fatos Numéricos devem ser usados pelos alunos (uso individual) na contagem e no descobrimento das combinações numéricas.

Eles constam de numerosas bolinhas num arame à prova de ferrugem e com uma volta na extremidade.

O aluno segura o mostrador e as bolinhas, que não estão sendo usadas, com uma das mãos, e, com a outra, manipula a quantidade que está sendo trabalhada.

Podemos ter Mostradores com 10 bolinhas e 20 bolinhas, de acôrdo com o desenvolvimento da criança.

Damos aqui algumas sugestões para a confecção de Mostradores de Fatos:

- a) tampinhas de garrafa enfiadas num arame;
- b) contas de colar de matéria plástica;
- c) rôlhas recortadas em rodela de um mesmo tamanho;
- d) contas de lágrimas;
- e) contas de uma árvore a que o vulgo chama Saboneteira;
- f) cabo de vassoura, bem lixado, recortado em rodela;
- g) garrafas em miniatura;
- h) quadrados feitos de caixa de papelão;
- i) carretéis pequenos ou as extremidades de carretéis maiores, etc.

O uso dos Mostradores de Fatos

1. Contagem racional ou enumeração: "Um, dois, três," até 10 ou 20.
2. Contagem ordinal: "Primeiro, segundo, terceiro" até décimo ou vigésimo.

3. Descobrimto e reconhecimento de agrupamentos que formam três, quatro, cinco, etc.
4. Desenvolvimento da idéia de "mais" e "menos" como: "Quantas mais são necessárias?", pela comparação e variando os agrupamentos.
5. Este material pode ser usado para estudar os agrupamentos, quando a criança descobre tôdas as relações aritméticas ou fatos fundamentais encontrados em cada agrupamento.

Um estudo aérea de um grupo de 6 bolinhas, por exemplo, pode ser feito da seguinte maneira: a criança oculta 4 bolinhas com uma mão e usa a outra para separar as 6 bolinhas, sucessivamente, em grupos de 5 e 1; 4 e 2; 3 e 3; 2 e 4; 1 e 5. Nestes agrupamentos, a criança pode ver a subtração, quando percebe que se ela tira 5 bolinhas de 6, fica 1 bolinha; se tira 4, ficam 2, e assim por diante. A criança pode ver também que, se ela faz um agrupamento maior, o outro fica diminuído da mesma quantidade. Separando 6 bolinhas em dois ou mais grupos iguais, estará fazendo a divisão, quando vai resolver uma situação como esta: "Quantos grupos de 2 bolinhas há em 6?"

Quando a criança combina 2 ou mais grupos iguais, estará multiplicando.

A criança que manipula este material, descobre e aprende os fatos, como também adquire o conceito dos processos, elaborado por ela mesma.

6. A criança descreve as descobertas feitas pela manipulação do material, em palavras e em símbolos.

Ex.: "Dois e quatro são seis" ou " $2 + 4 = 6$ ". Isto prova que ela compreende o símbolo e é uma etapa para

o nível abstrato que a prepara para a resolução dos problemas.

A criança pode fazer um registro de suas descobertas, tanto na forma horizontal, como na vertical, o que lhe proporciona uma visão escrita dos fatos ou combinações já conhecidos.

7. Quando a criança usa um material concreto como o Mostrador de Fatos, deve ser encorajada a trabalhar em um nível aritmético mais elevado, sempre que estiver preparada para isto. Um grupo maior de bolinhas, 8 por exemplo, não seria contado; elas seriam separadas em 2 grupos facilmente reconhecíveis como 5 e 3 ou 4 e 4, e estes números seriam então somados.
8. Extensão da adição e subtração até 18.
9. Multiplicação e divisão até 20 — Com o Mostrador de Fatos, estes processos podem ser objetivados, e a criança pode descobrir os fatos com produtos e quocientes até 20.
10. Adição em coluna — Qualquer número grande e desconhecido de bolinhas, pode ser separado em três ou mais grupos reconhecíveis. Quando a criança anota e soma estes grupos, está operando com a soma em colunas.

Os Mostradores de Fatos são confeccionados com 10 ou 20 bolinhas, de modo que a criança se habitue a usar o 10, que é a base do nosso sistema numérico.

As bolinhas, que não estão sendo usadas, podem estar sempre ocultas pela mão.

O estudo de um número em agrupamentos é recomendado como o mais significativo para o ensino das combinações numéricas, porque dá ênfase às relações aritméticas. Este processo encoraja o aluno a fazer os seus descobrimentos. E este material auxilia a compreensão das combinações numéricas.

Muitas professoras levam seus alunos a reproduzir, com as bolinhas, as 5 meninas da primeira fila, os 8 livros da mesa da professora e outros objetos comuns da sala de aula. Mais tarde, eles reproduzem a solução de problemas narrados pelos próprios colegas, reproduzem as continhas, etc.

O problema de subtração, que envolve a idéia de comparação, pode ser demonstrado com dois Mostradores de Fatos. A criança prontamente vê que Maria está mostrando mais bolinhas que João, numa comparação quantitativa muito simples. Colocando-se os 2 Mostradores bem juntos com correspondência de uma-a-uma bolinha, torna-se possível tirar as bolas de João dentre as de Maria numa exata comparação.



A criança é guiada a usar o material e resolver o problema verbalmente e, depois, através da forma escrita.

O problema de subtração, que envolve a idéia de soma — como “João tem 6 bolinhas, quantas mais ele precisa mover para ter 9?”, — deve ser adiado até que a criança entenda bem a comparação, porque esta situação requer a comparação de um número de bolinhas, que ela vê, com um número que tem apenas na mente.

É possível efetuar uma variedade de jogos com o Mostrador de Fatos. Uma professora imaginou um jogo com a subtração: —

Esconda e Diga. É uma adaptação de um velho jogo italiano denominado “La Morra”, praticado pelos gladiadores romanos. Uma criança põe-se de costas e segura ambas as extremidades do Mostrador de Fatos, ocultando algumas bolinhas em cada mão. Ela, então, subtrai o número de bolinhas que tem na mão esquerda, de 10 (ou 20). Voltando, ela diz a resposta de sua subtração, ao mesmo tempo que exhibe as bolinhas do centro. As outras crianças devem, então, subtrair do número anunciado, o número de bolas expostas.

A resposta certa será o número de bolas na mão direita. As crianças podem revezar-se ou jogar equipe contra equipe.

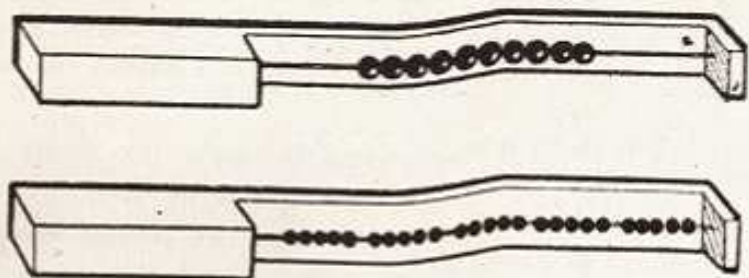
O Mostrador de Fatos é mais do que um excelente material para ensinar as combinações com compreensão. A manipulação com as bolinhas forma uma série de experiências aritméticas organizadas, que constituem uma base para o pensamento quantitativo e para a solução de problemas.

A criança aprende o valor prático da contagem, do agrupamento, da soma e subtração e mesmo da multiplicação e divisão. Aprende a linguagem usada para descrever as situações problemáticas, as operações e também os símbolos escritos ou formas abstratas, que expressam aritmeticamente essas situações problemáticas.

Através da experiência com a manipulação do material, os alunos aprendem que a adição é usada quando os grupos se combinam, e que a subtração é usada quando os grupos se separam ou se comparam. Aprendem, mais tarde, que a combinação de grupos iguais é feita pela multiplicação e que a divisão é usada quando um grupo grande é separado em grupos menores, iguais.

Uma compreensão integral das funções de cada processo aritmético é essencial, especialmente em séries mais avançadas, quando as formas abstratas se tornam mais complicadas, dificultando a escolha das operações. Esta compreensão básica é atingida, quando precedida de manipulação com material concreto.

CALCULADORES



Os Calculadores destinam-se ao uso da professora para demonstrar a contagem e os fatos fundamentais.

Consistem num dispositivo de madeira de 0,77m de comprimento, que sustém um arame com numerosas bolas. A peça de madeira poderá ser em vermelho e a bola em amarelo. Um anteparo para ocultar as bolinhas não empregadas recobre cerca de um terço do comprimento.

O Calculador deve ficar na mesa da professora ou em outro lugar adequado, onde possa ser usado por um grupo relativamente pequeno de crianças.

Os Calculadores terão 10 ou 20 bolas, de acôrdo com o desenvolvimento da classe.

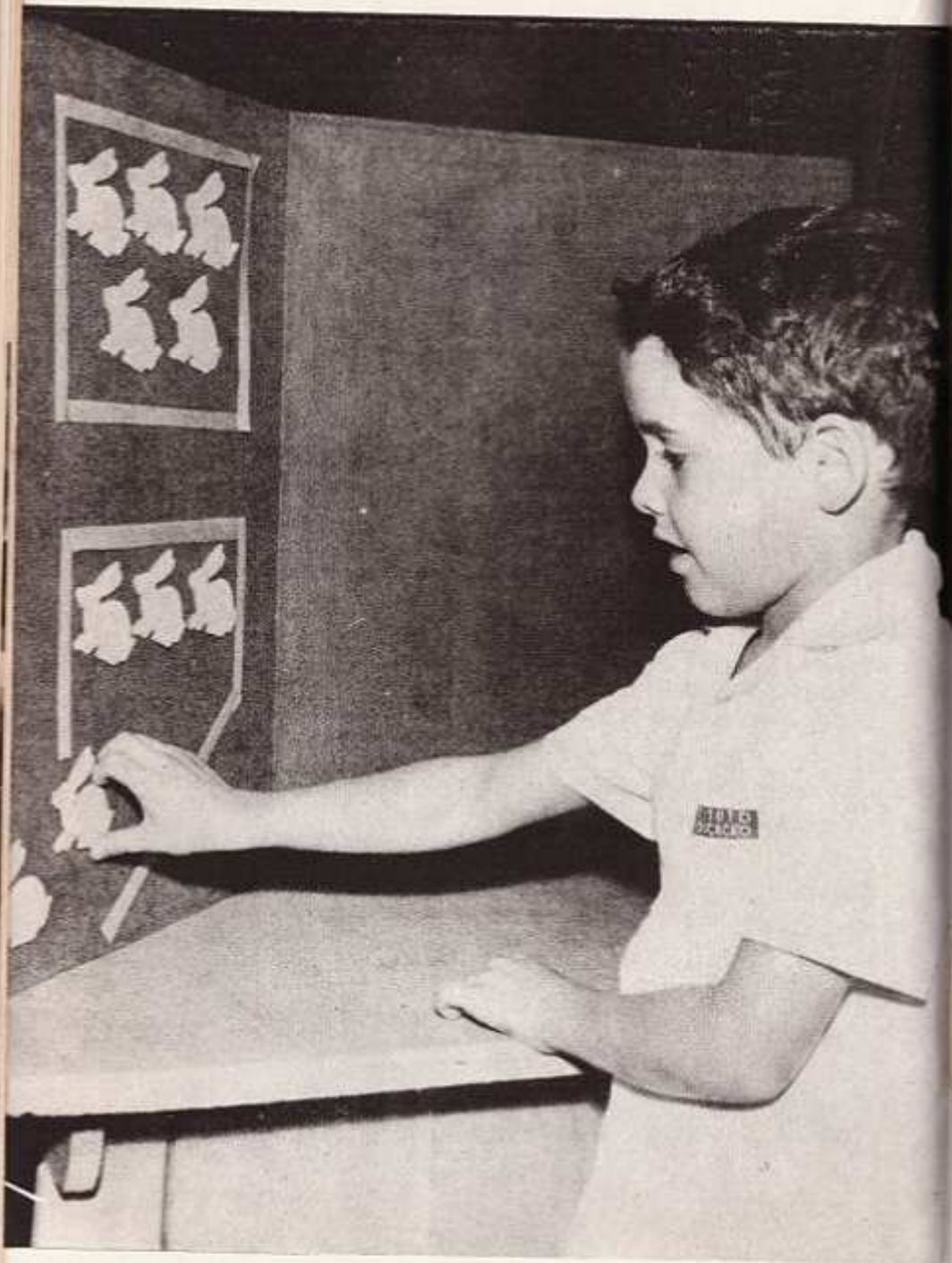
Este material é útil para demonstrar os vários aspectos da contagem e das combinações numéricas até 10 e, depois, até 20.

O uso dos Calculadores

Os Calculadores podem ser usados com os mesmos objetivos já apontados, quando falamos dos Mostradores de Fatos.

Melhores resultados poderão ser obtidos quando os Calculadores forem usados em conjunto com os Mostradores de Fatos. Quando ambos são usados, a criança descobre os agrupamentos em seu Mostrador. A professora pede que o aluno mostre para toda a classe, no Calculador, os fatos que descobriu. E a criança vai registrando, em forma escrita, todos os fatos descobertos em um determinado grupo.

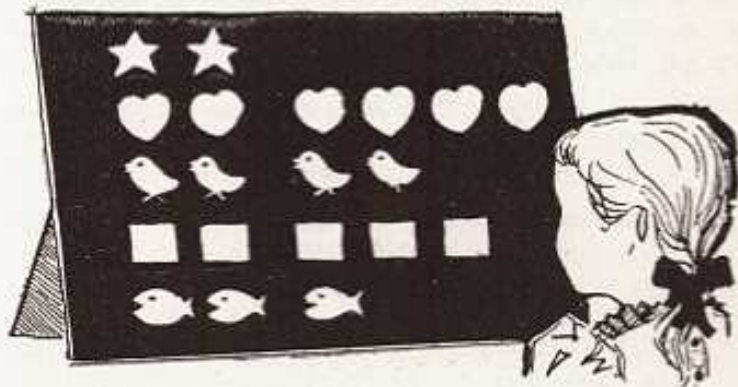
O Mostrador de Fatos usado pela criança e o Calculador usado pela professora são ideais para o período de descobrimento e demonstração das combinações numéricas.



Este material consiste em um Flanelógrafo (0,44m X 0,64m) e uma variedade de objetos e animais.

O Flanelógrafo é feito de um papelão resistente recoberto com flanela. Ele permanece na posição vertical, quando apoiado em um suporte que pode ser feito também de papelão.

Os objetos e animais são recortados em flanela ou cartolina. Quando usamos a cartolina, colamos em cada figura um pedaço de lixa ou flanela, para que adira ao Flanelógrafo. Para este fim, recortamos patos, coelhos, meninos, automóveis, discos, quadrados, estrelas, etc., em cores variadas.



No uso destas figuras, a professora deve observar a graduação do concreto ao mais abstrato. Naturalmente, para a criança iniciante, a representação dos fatos numéricos com patos e coelhos é mais interessante e real que com discos e quadrados. Por esta razão, as primeiras apresentações, depois das aulas com objetos reais, devem ser feitas com coelhos, patos, automóveis. Mais tarde, os discos substituem os animais e objetos.

Valor do Flanelógrafo

Os diferentes objetos, que podem ser recortados, constituem uma grande variedade de material visual e manipulativo. Eles são

usados como base efetiva na resolução dos problemas, na instrução sistemática da contagem, no arranjo dos agrupamentos, no ensino das operações, na concretização de experiências numéricas, que guiarão a criança a formar adequadas generalizações.

Os objetos não só podem ser colocados no Flanelógrafo, mas também retirados, cobertos, separados, removidos de um para outro lugar, de acordo com a necessidade aritmética.

A professora precisa considerar o nível de desenvolvimento da criança, a fim de conduzir suas experiências, etapa por etapa, para que o máximo de relações aritméticas possa advir destas experiências e a criança esteja preparada para enfrentar situações mais difíceis que surjam.

Vamos dar um exemplo de como organizar uma experiência no início do estudo da multiplicação por 2:

1. A criança conta que viu, na árvore, 2 ninhos e que em cada ninho havia 3 ovos.
2. Em sua carteira, a criança procura saber quantos ovos havia nos ninhos juntos, usando os Discos ou o Mostrador de Fatos.
3. A professora pede que uma criança venha ao Flanelógrafo mostrar a solução.
4. Novos problemas surgem com outras combinações e as soluções são procuradas.
5. A proporção que a criança descobre as outras combinações de multiplicação por 2, ela o faz como se comprasse patos, vendesse casais de coelhos, visse pares de meninos, etc..
6. A criança visualiza estas imagens e vagarosamente passa a perceber em termos mais abstratos como: 2 grupos de 3 são 6; 2 grupos de 4 são 8, etc..

7. A criança passa a registrar estas experiências com símbolos abstratos, em seu caderno. Estes símbolos têm um sentido para ela, porque resultam de um esforço pessoal.
8. O trabalho prossegue, por etapa, quando a criança percebe os fatos correlacionados como: 4 grupos de 2; 3 grupos de 2, etc..
9. A criança amplia suas experiências com outros números de agrupamentos iguais.
10. Desde que haja uma compreensão firme do que seja o processo da multiplicação, a professora prepara a criança para receber os exercícios de fixação.

Consideramos de muita importância o trabalho de agrupamento. É difícil a identificação instantânea de um grupo de mais de 5 objetos. Por isso a criança tende a contar os objetos um-a-um para conhecer o total.

Para evitar tal nível de contagem, que é muito rudimentar, a professora precisa criar na criança o hábito de separar o grupo maior em 2 grupos menores, de modo que possam ser prontamente reconhecidos, para, finalmente, somar o total dos 2 grupos menores.



Como uma etapa mais avançada a criança pode, por exemplo, usar diferentes maneiras para provar que, realmente, 5 filas de 3 discos são 15 discos:

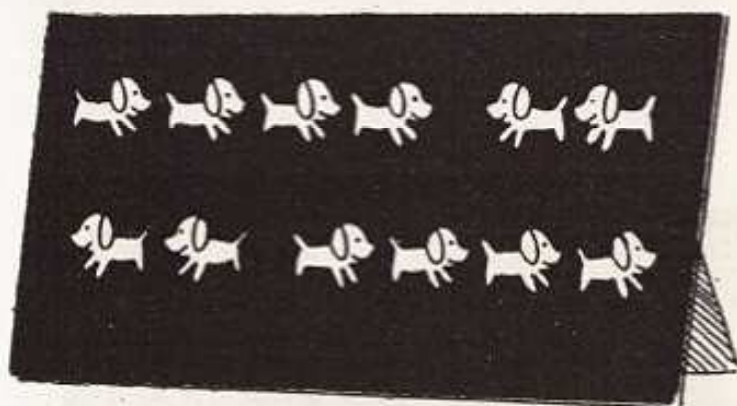
1. colocando, no Flanelógrafo, uma fila de 10 discos e uma fila de 5 discos;
2. somando sucessivamente as filas: 3, 6, 9, 12, 15 discos;
3. vendo que em 5 grupos de 3 discos há o mesmo total que em 3 grupos de 5 discos.

O uso do Flanelógrafo

1. Contagem — Com as estrelas ou os discos a criança pode representar, no Flanelógrafo, as 5 crianças de 1ª fila, os 8 livros que estão na carteira, etc..
2. Resolução de problemas — A criança reproduz, com os animais, os fatos que o problema encerra e vê a sua solução. Por exemplo: 5 patos nadavam no rio. (A criança coloca 5 patos no flanelógrafo). Vieram mais 2 patos. (E a criança coloca mais 2 patos). Quantos patos há agora no rio?
3. Agrupamento — A criança agrupa uma determinada quantidade pelo maior número de maneiras possível. Por exemplo: 6 estrelas podem ser agrupadas em 5 e 1; 4 e 2; 3 e 3; 2 e 4; 1 e 5; 2, 2 e 2, etc..
4. Adição e subtração — A colocação de 2 grupos de coelhos, um em frente do outro, mostra mais claramente à criança que um grupo está se juntando a outro, para produzir um novo grupo, o qual será maior em quantidade que qualquer um dos grupos iniciais. Esta idéia é básica para a compreensão do sentido da soma.

Quando os patos são colocados em 2 grupos, de maneira que num dos grupos em movimento alguns patos se

afastam, a criança percebe a subtração. A criança precisa penetrar nestes 2 sentidos para decidir, com acerto, que direção seguir, quando resolve um problema.



No ensino da subtração temos que considerar 3 tipos de problemas, que encerram idéias diferentes. Todas as 3 idéias podem ser esclarecidas com o uso do flanelógrafo. Vejamos um exemplo de cada tipo:

- a) José tinha 4 coelhos, mas 2 fugiram. Quantos coelhos ficaram?

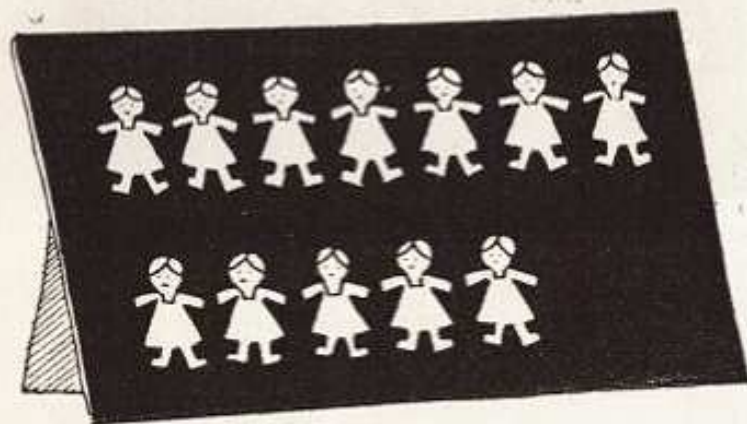
A criança pode demonstrar a idéia contida neste problema, tirando realmente 2 coelhos dos 4 que estão no flanelógrafo; ou cobrindo os 2 coelhos com um pedaço de cartolina; ou colocando os 2 coelhos fujões em posição de retirada. A criança separa um grupo para conhecer que quantidade sobra do grupo primitivo.

- b) Lúcia tem 7 bonecas e Maria tem 5. Quantas bonecas Lúcia tem mais que Maria?

Este problema encerra uma idéia mais abstrata. A criança precisa fazer uma comparação entre os 2

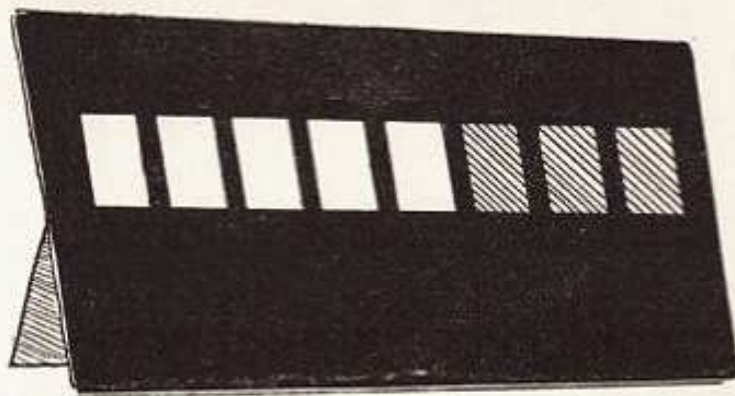
grupos e decidir em que quantidade um grupo é maior que outro.

A criança coloca as 7 bonecas que Lúcia tem. Logo abaixo, com correspondência, as 5 bonecas de Maria. E vê, assim, que Lúcia tem mais 2 bonecas que Maria. A professora ajuda a criança a ver que o que nós fazemos é tirar as bonecas que elas têm em comum, para ver as que restam.

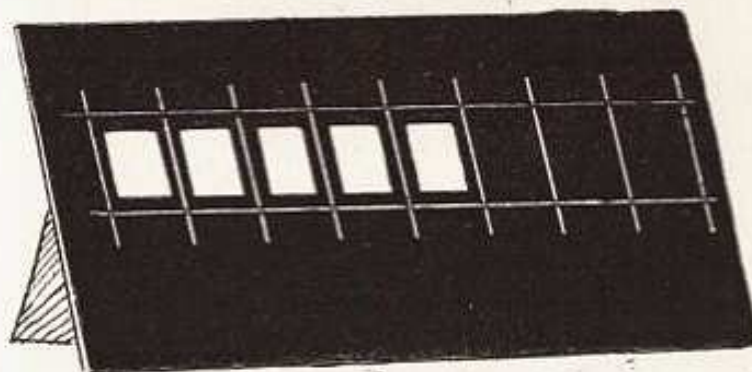


- c. Lili precisa de 8 blocos para fazer a casa de brinquedo. Ela tem 5 blocos. De quantos blocos ainda precisa? A criança põe no Flanelógrafo o número de blocos que Lili tem. Sabendo de quantos blocos Lili precisa, ela vai colocando os blocos até completar esse total. Para completar esse total podem ser empregados os blocos em cor diferente.

A professora pode usar ainda um outro processo para ajudar a compreensão da criança. Assim, a professora coloca no Flanelógrafo tiras de lixa, que formem 8 lugares para os blocos. Ela preenche 5 lugares, que são os blocos que Lili já tem. Pergunta em seguida:



“De quantos blocos ainda precisamos?”. Pelos lugares vazios, a criança chega à solução.



5. Multiplicação e divisão — A criança faz grupos iguais e vê que, por exemplo, 3 grupos de 4 estrelas são 12 estrelas. Poderá ver também que 4 grupos de 3 estrelas são 12 estrelas.

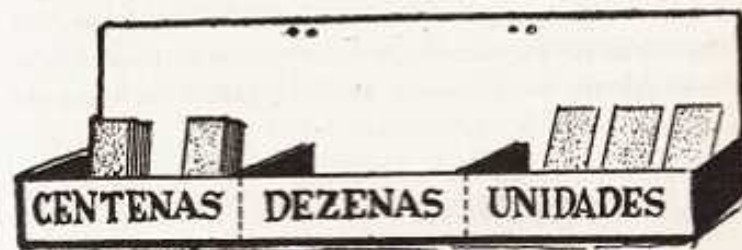
A professora poderá dizer aos alunos: “Tenho 8 discos e quero dividi-los igualmente entre 4 meninos. Quantos discos darei a cada um?”

A criança tem 8 discos e vai distribuindo-os em 4 grupos, chegando à solução final.

A criança poderá ter também este outro tipo de problema: "Quantos grupos de 3 estrelas eu tenho em 12 estrelas?" E a criança retira 3 estrelas tantas vezes quantas fôr possível.

6. O Flanelógrafo pode ser usado ainda nas séries mais adiantadas para demonstrar princípios aritméticos mais difíceis conforme sugestões em "Partes Fracionárias".

CAIXA VALOR DO LUGAR



A Caixa Valor do Lugar consiste em uma armação de madeira de 0,62 m de comprimento com 3 compartimentos com os rótulos de "centenas", "dezenas" e "unidades". Acompanham essa caixa cartões e tiras de borracha, suficientes para as demonstrações. Esses cartões são agrupados em pacotes de 10, e estes, muitas vezes, são reagrupados em maços que contêm 10 pacotes, fazendo, assim, um total de 100 cartões. 10 ou mais cartões são reservados para ser usados como unidades.

As dezenas podem ser mudadas em unidades, sempre que necessário, bastando, para isso, remover as fitas de borracha dos maços; da mesma forma, podemos proceder com as centenas, que podem tornar-se dezenas. Inversamente, unidades podem ser agrupadas em dezenas e as dezenas em centavos.

Os compartimentos são usados para que os cartões fiquem apropriadamente classificados.

A Caixa Valor do Lugar é especialmente útil na demonstração do valor das ordens, no ensino sobre a função do zero, na ilustração das complexidades da reserva na soma e na multiplicação.

Através da manipulação deste material, a criança poderá perceber o trabalho do nosso sistema numérico na subtração, quando há reserva, e é usado processo da decomposição.

Os restos intermediários na divisão, bem como cada etapa desta operação podem ser esclarecidos com esse material. À medida que a criança entende o processo, passa ao trabalho escrito; as dificuldades vão aumentando à proporção que a compreensão se desenvolve.

Quando a criança entende um processo perfeitamente, a Caixa Valor do Lugar será útil para a verificação de um trabalho escrito ou para atender a uma dificuldade previamente diagnosticada.

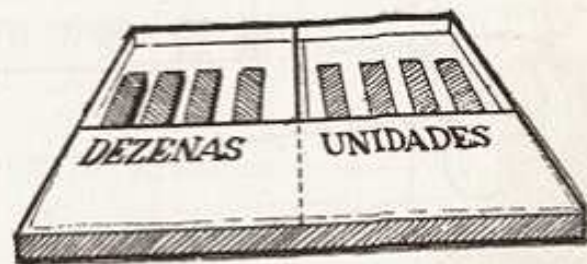
As crianças precisam entender as manipulações envolvidas no uso deste material. Elas devem saber como reagrupar. Devem sa-

ber que os cartões simples precisam estar sempre no compartimento das unidades, o pacote de 10 no das dezenas, e o maço de 10 dezenas no compartimento das centenas.

Sugerimos à professora que não use a expressão "tomar emprestado", mas refira-se ao processo como "tomar uma dezena ou uma centena", "reduzir uma dezena a 10 unidades", "reagrupar" ou outra expressão que descreva realmente o processo.

Temos confeccionado esse material, usando:

- a) caixas de papelão, coladas umas às outras para formar os compartimentos; no início da aprendizagem, usamos apenas 2 caixas: unidades e dezenas. Usamos os pauzinhos de picolé ou cartões de cartolina para o trabalho de agrupar e reagrupar. A professora precisa ter cuidado quanto à largura das caixas usadas para a confecção desse material. Elas não poderão ser muito largas. Os pauzinhos ou os cartões devem ficar em pé e bem visíveis à criança;
- b) uma caixa de papelão, apenas, estreita e bastante comprida para comportar os compartimentos. A professora separa a caixa nas divisões necessárias, colocando um pedaço de papelão;
- c) uma caixa de meia para senhora tem sido usada com essa finalidade. Cortando-se parte da tampa, tem-se o



suporte para os cartões; uma tira de papelão serve para dividir os compartimentos. No fundo da caixa ou na parte que serve de suporte aos cartões, podem ser colocados os letreiros: "Unidades" e "Dezenas".

- d) a mesma idéia e procedimento descritos nesse material têm sido usados no Cartaz Valor do Lugar. Chamamos Cartaz porque é feito com uma folha de cartolina, na qual são dadas pregas, a igual distância, que formam o anteparo para os cartões serem introduzidos. Com um grampeador a professora faz as divisões necessárias para as unidades e dezenas.

Este material é muito prático, principalmente em se tratando de concretizar a divisão.

A criança coloca o dividendo na primeira prega, e, nas pregas logo abaixo, vai colocando os diferentes grupos em que ele foi dividido. Esta disposição facilita a verificação do resultado.



O uso da Caixa Valor do Lugar

1. Contagem de um-a-um e de 10 em 10 até 100. As crianças aprendem o nome, a posição e o valor das ordens;

aprendem também a ver a relação entre o número abstrato e a quantidade.

2. Valor relativo do algarismo — Nesse material, a criança pode descobrir a importância e o emprego do "dez" como base do nosso sistema numérico; a função do zero, para conservar o lugar de uma ordem; e a função do zero para mostrar a ausência de quantidade. Números como 153 e 249 e grupos como 2, 22, 222, ou 20, 200 e 202 são eficazes para mostrar o sentido do valor relativo do algarismo nesse material.
3. Reserva na adição e multiplicação (multiplicador de um algarismo).
4. Subtração; subtração com algarismo, no minuendo, menor que seu correspondente no subtraendo (processo da decomposição).
5. Divisão com o divisor de um algarismo. Esse material é ideal para fazer a criança compreender todas as complexidades que ocorrem na divisão, inclusive a interpretação do quociente e dos restos intermediários e finais.
6. O emprego do zero para conservar o lugar de uma ordem em todos os 4 processos.
7. Verificação do resultado de um trabalho escrito. Quando a criança entende um processo e pode demonstrá-lo com símbolos abstratos, o material é usado pelos alunos para concretizar esse processo.

É um meio de verificar o trabalho e de reexaminar a compreensão da criança.

8. Demonstração de fração decimal.

Podemos colocar uma faixa temporária com os nomes "inteiros", "décimos" e "centésimos" sobre os compartimentos, usando assim esse material para a introdução ao estudo das frações decimais. Neste caso, um inteiro será representado por um maço de 10 pacotes com 10 cartões em cada um; um décimo será um pacote de 10 cartões; um centésimo será um simples cartão.

Como usar a Caixa Valor do Lugar

Na 1a. e 2a. séries, esse material pode ser usado para dar ao aluno a compreensão tanto da disposição ordenada dos números como de sua grandeza relativa.

A criança coloca um cartão na ordem das unidades e percebe, assim, o n.º 1; acrescenta, depois, mais 9 cartões contando cada um e colocando-os no lugar das unidades, de maneira que eles fiquem separados e visíveis. Neste ponto a professora poderá dizer: "Temos 10 cartões nas unidades. Que poderemos fazer com eles?". "Muito bem. Com 10 unidades podemos formar 1 dezena". E a criança tomando os 10 cartões vai amarrá-los com uma fita de borracha e colocar esse pacote no lugar das dezenas. O trabalho continua e a criança, colocando mais um cartão no lugar das unidades, vai perceber o que é o n.º 11: um grupo de 10, mais 1. Logo que a criança atinge o 20, agrupa mais 10 unidades para formar outra dezena e a coloca no devido lugar. Quando a criança chega ao n.º 100 (... e muito tempo foi gasto para isso), vê dez dezenas formadas. E enfiando estas dez dezenas em um maço, coloca-o no compartimento das centenas. Assim, os alunos compreendem a seqüência em que os números se repetem e começam a perceber o sentido do valor das ordens. Algumas professoras preparam um cartaz de números, à proporção que as crianças demonstram a

contagem com tal material. Um bom ensino exige sempre que a representação simbólica de um processo resulte de alguma experiência bem expressiva.

Esse material efetivamente mostra a função do zero para conservar o lugar de uma ordem. Quando 20 cartões são reagrupados em 2 maços e colocados no lugar das dezenas, não há cartões simples no compartimento das unidades. Quando a criança escreve o n.º 20, o 2 representa os dois maços de 10 cartões. O zero mostra, então, que não há cartões no lugar das unidades; sua função é, assim, conservar o lugar das unidades.

Ao trabalhar com um exemplo de adição, a criança coloca os maços maiores de 100, os pacotes de 10 e os cartões simples que representam um dos adendos nos devidos lugares; os maços maiores de 100, os pacotes de 10 e os cartões simples, que representam o outro adendo, podem ser colocados na mesa em frente do material. E a criança vai combinar estes dois grupos de cartões. Havendo dez ou mais de dez unidades, a criança forma um pacote de dez, passando-o para o lugar das dezenas. Quando tiver 10 pacotes de dezenas, fará um maço, transportando-o para o lugar das centenas. Ela sente, vê, compreende, dessa maneira, concretamente, todo o processo com a reserva. Uma vez completada a demonstração, os alunos devem ler a resposta, olhando para os cartões dispostos no material.

Trabalhando com a subtração, a criança coloca o minuendo na caixa. À medida que os cartões do subtraendo são removidos, devem ser postos na mesa, à frente do compartimento correspondente, prontos para uma possível prova final por adição. A resposta da subtração será dada pelos cartões restantes na caixa. Quando se trata de uma subtração pelo processo da decomposição, como — 13 menos 8 —, a criança coloca um pacote de 10 nas dezenas e 3 cartões nas unidades. Não podendo retirar 8 cartões donde só vê 3, a criança toma uma dezena, remove a fita de borracha e a dezena é mudada em 10 unidades. Estas 10 unidades podem ser so-

mas às unidades já existentes, completando um total de 13 unidades donde a criança pode retirar 8 unidades.

A multiplicação deve limitar-se aos multiplicadores de um algarismo. Multiplicandos fáceis de dois ou três algarismos podem ser usados, porém cada multiplicador deve ser conservado pequeno, de modo que se evitem quantidades embaraçosas para a demonstração do princípio da reserva. Na multiplicação a reserva é um processo de reagrupamento.

A Caixa Valor do Lugar é um material muito eficaz para mostrar a complexidade do processo da divisão.

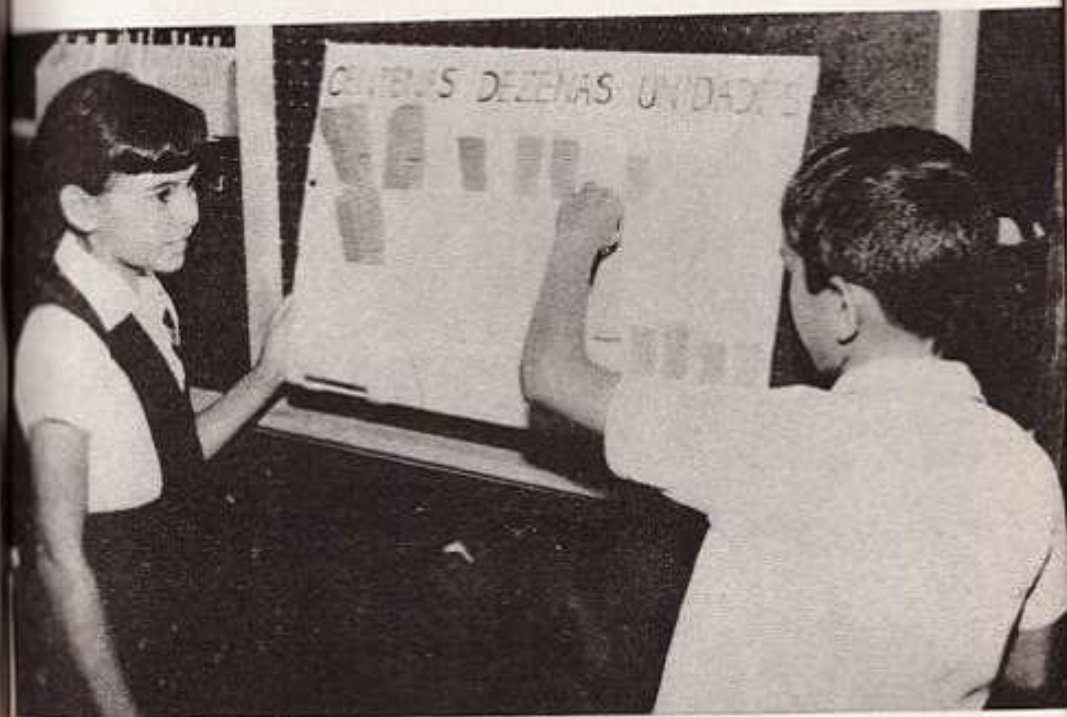
As primeiras experiências serão, naturalmente, com os casos em que as divisões parceladas são exatas. Por exemplo: a criança tem 4 dezenas e 6 unidades para dividir em 2 grupos iguais. Ela retira 2 pacotes do compartimento das dezenas e 3 cartões do compartimento das unidades. Na Caixa ficará o resultado: 2 dezenas e 3 unidades, ou 23.

Outro exemplo: $369 \div 3$. A criança coloca na Caixa 3 centenas, 6 dezenas e 9 unidades que serão repartidas em 3 grupos iguais. Ela não encontrará grande dificuldade na resolução desse problema.

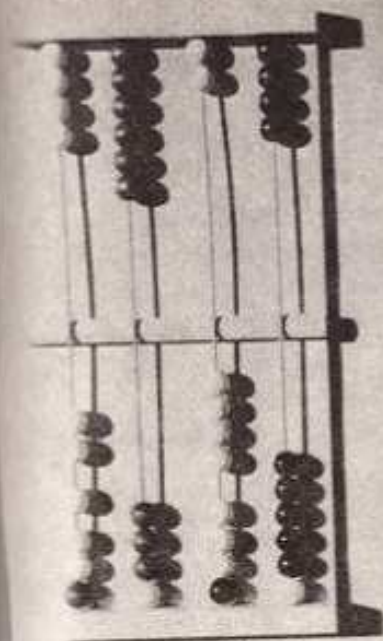
Depois dessas experiências, poderá trabalhar com casos mais difíceis. Se a criança tiver, por exemplo, que dividir 124 em 4 grupos iguais, notará que só tem 1 maço no lugar das centenas e que, portanto, não há centenas que bastem para colocar uma em cada grupo. Necessário será, então, tomar esta centena e transformá-la em 10 dezenas, juntando-as às 2 já existentes. 12 dezenas podem ser repartidas em 4 grupos iguais. A criança vai colocar 3 dezenas em cada grupo. Concluindo seu trabalho, coloca, então, 1 unidade em cada grupo. Através deste exercício, a criança compreende porque, tendo centenas no dividendo, o quociente só terá dezenas.

O aluno pode descobrir, também, trabalhando com esse material, como dividir um número de 2 algarismos por um número de

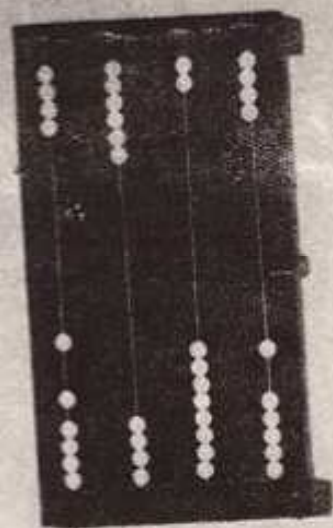
um algarismo, compreendendo o verdadeiro sentido do resto. Vejamos, por exemplo, esta divisão: $54 \div 2$. A criança colocará 5 pacotes de 10 cartões e mais 4 cartões isolados nos lugares devidos. Ela divide o número de dezenas em 2 partes iguais e vê que resta uma dezena. A criança, então, transforma esta dezena em 10 unidades, somando-as às 4 já existentes, e dividindo as 14 unidades em 2 partes iguais. O aluno estará, assim, perfeitamente familiarizado com a divisão, quando for trabalhar com os símbolos abstratos.



Não é difícil entender o processo da soma



Abaco Comercial



Abaco feito pela professora

O Abaco Modernizado é feito de madeira: 0,22 m x 0,44 m. Neste fundo sólido de madeira são fixados 4 arames, onde estão enfiadas as bolinhas. Estes arames representam a colocação das unidades, dezenas, centenas e milhares. Em cada arame há 10 bolinhas. 9 destas bolinhas são da mesma cor; a décima superior tem a cor das bolinhas que estão na ordem que se segue imediatamente. Essa décima bolinha completa, assim, a dezena ou a centena. Se temos a parte de madeira em cinza claro, podemos sugerir que as bolinhas das unidades sejam amarelas, as dezenas verdes, as centenas vermelhas e os milhares de cor azul escuro.

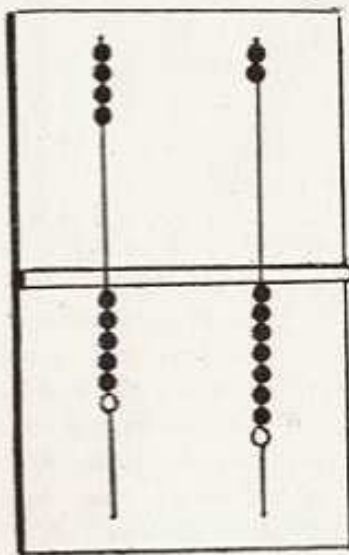
O Ábaco, nas medidas citadas, será visível a tóda classe. Pode dispor de suportes removíveis, de modo que seja colocado verticalmente na mesa do professor para demonstração e, mesmo, para uso do aluno. Há uma barra central de madeira também, que impede as bolinhas caírem. Cada criança poderá construir o seu próprio Ábaco.

O Ábaco Modernizado apresenta, funcionalmente, o valor das ordens e salienta a base decimal de nosso sistema numérico. Ele concretiza a maneira de representar as quantidades com os símbolos de 0 a 9, tendo cada ordem, que se sucede, 10 vêzes o valor da precedente.

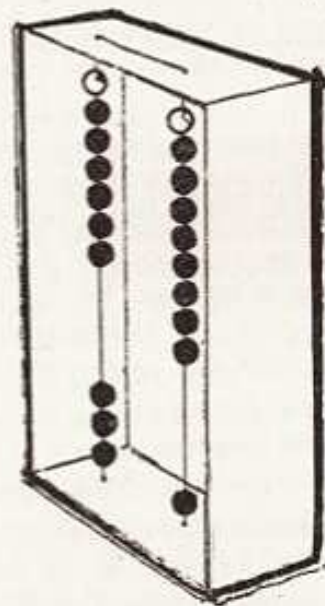
Pode ser feito apenas com 3 arames, (centenas, dezenas, unidades) ou 2 (dezenas e unidades). Tudo depende da necessidade da classe.

Damos aqui algumas sugestões para a feitura do ábaco:

- a) usar contas plásticas de colar;
- b) usar o centro ou as extremidades do carretel;



- c) a criança pode tomar um pedaço de papelão, furar as partes superior e inferior onde ela vai fixar fios de barbante. Nestes fios são introduzidas as bolinhas. No centro do papelão, a criança cola uma tira forte do mesmo material para servir de suporte às bolinhas.
- d) uma caixa de papelão, sem a tampa, pode ser aproveitada pela criança na feitura de um Ábaco. Ela fura a parte superior para enfiar o barbante com as bolinhas, sendo o barbante amarrado depois à parte inferior.



O uso do Ábaco Modernizado

1. Contagem de um-a-um; de 10 em 10; de 100 em 100.
2. Valor relativo do algarismo — Manuseando este material, a criança compreende a importância da dezena em nosso

sistema numérico; compreende o uso do zero para manter o lugar de uma ordem e mostrar a ausência de quantidade.

3. Escrita e leitura de números representados no Ábaco — A professora pede que a criança leia, ou escreva, o número que está representado no Ábaco.
4. Mostrar no Ábaco números que estão escritos no quadro ou que sejam ditos pela professora.
5. Adição sem reserva e subtração, quando todos os algarismos do minuendo são maiores que seus correspondentes no subtraendo — Somar dezenas com dezenas e unidades com unidades dá oportunidade de praticar combinações fáceis da soma em situação diferente, assim como proporciona ocasião de a criança fixar a noção do valor relativo do algarismo.

Demonstra-se melhor a subtração, colocando-se o minuendo na base dos arames e movendo para cima as bolinhas que representam a quantidade que deve ser subtraída.

6. Adição com reserva — Quando a criança desce a décima bolinha numa ordem, uma bolinha da ordem mais alta é movida para baixo e a criança move para cima todas as primeiras bolinhas que estavam sendo trabalhadas.
7. Subtração pela decomposição — O reverso do processo usado na soma com reserva.
8. Multiplicação como uma adição de grupos iguais.
9. O histórico desenvolvimento dos números desde os tempos primitivos pode ser mostrado nos anos mais adiantados através de sucessivas demonstrações, usando-se os discos para contar, o ábaco, a notação arábica, e a máquina de somar.

Como usar o Ábaco Modernizado

O Ábaco é um material para contagem, cálculo e registro. As etapas mais simples nos 4 processos fundamentais podem ser de-

monstradas através de um Ábaco Modernizado. As etapas mais difíceis da multiplicação e divisão devem ser evitadas.

Temos dito que a professora precisa observar a graduação de dificuldade do material, quando o escolhe. É bom notar que o Ábaco é um material muito abstrato. As bolinhas são de tamanho igual. E isto embaraça a criança de perceber, por exemplo, que a dezena é maior quantidade que a unidade. Quando a criança trabalha com os pauzinhos ou cartões na Caixa Valor do Lugar e agrupa as unidades, formando uma dezena, percebe, sente, vê que esta dezena tem mais quantidade que uma unidade. Quando a criança forma uma centena com os cartões, vê a diferença de tamanho em relação a uma dezena. O Ábaco é mais abstrato, repetimos. A criança tem, de concreto, apenas a colocação das bolinhas para perceber o seu valor.

A professora precisa estar segura a respeito do nível aritmético da criança que vai trabalhar com esse material.

A contagem no Ábaco deve preceder o trabalho com as operações: começa com as bolinhas acima do suporte central. À proporção que a criança desce as bolinhas na coluna que representa as unidades, uma-a-uma, diz: "um, dois, três..." até 10. Neste ponto de sua contagem, não há mais bolinhas na coluna das unidades; então, a criança volta todas as bolinhas para o seu primitivo lugar, acima do suporte central, e coloca, em seu lugar, uma bola da coluna das dezenas. A criança percebe, desse modo, a igualdade entre 10 unidades e 1 dezena; percebe também que o símbolo escrito para 10 mostra bem o seu significado: 1 dezena e não unidades; percebe, ainda, que o zero é usado para conservar o lugar das unidades, quando se escreve o n.º 10.

Descendo uma bolinha na coluna das unidades, a criança continua a contar "onze", e vê que o n.º 11 significa 1 dezena e 1 unidade. Ela continua, desse modo, notando que 20 são 2 dezenas e nenhuma unidade; que 10 dezenas são iguais a uma centena, e que, expressando o 100 no ábaco, não há bolinhas na coluna das dezenas e das unidades. Assim sendo, quando escrevemos o n.º 100

os dois zeros servem para manter o lugar das dezenas e das unidades.

O jôgo de côres usado no Ábaco é de grande utilidade na compreensão do nosso sistema numérico. Quando a criança chega a contar 10, vê que a 10a. bolinha é da mesma côr que as bolinhas da coluna das dezenas e assim por diante.

Quando a criança escreve os símbolos para o número que mostrou no Ábaco, aprende a significação do zero e nota a natureza decimal do nosso sistema numérico.

A professora deve aproveitar a oportunidade oferecida pela contagem além de 10, para desenvolver a idéja do reagrupamento, idéja esta básica para as 4 operações.

Antes de iniciar o trabalho com as operações, é bom que a criança faça muitos exercícios, mostrando no Ábaco um número que está escrito no quadro, ou escrevendo no papel o número que o Ábaco mostra, a fim de adquirir uma idéja clara a respeito do que os números significam e como o Ábaco representa tais números.

Para somar 7 e 6, a criança desce 7 bolinhas na coluna das unidades. Trazendo as bolinhas restantes, ela conta: "um, dois, três". Neste ponto, nota que não há mais bolinhas para descer. Assim, retorna a seu primitivo lugar as 10 bolinhas e desce 1 bolinha da coluna das dezenas. Termina, agora, a contagem das 6 bolinhas: "quatro, cinco, seis", na coluna das unidades. Uma criança mais amadurecida não fará, neste ponto, a contagem de um-a-um, mas descerá as 3 bolinhas de uma só vez. Assim, terá 6 bolas somadas às 7. As bolinhas na base do material registram o resultado: 1 dezena e 3 unidades ou 13.

Para somar 28 e 15 no Ábaco a criança desce 8 bolinhas na coluna das unidades e 2 na das dezenas. Para somar as 5 unidades de 15 com as 8 de 28, as bolinhas que sobraram na haste das unidades são descendidas e contadas, "um, dois". Neste ponto, tôdas as bolinhas sobem e a criança desce uma bolinha na coluna das dezenas; ela troca 10 unidades por uma dezena. E completa a con-

tagem, descendo 3 bolinhas na coluna das unidades. Na coluna das dezenas, tem 2 bolinhas de 28, mais 1, que a criança levou, quando teve uma dezena completa na coluna das unidades; agora desce mais uma dezena que forma o 15. O Ábaco registra a soma, mostrando 4 dezenas e 3 unidades ou 43.

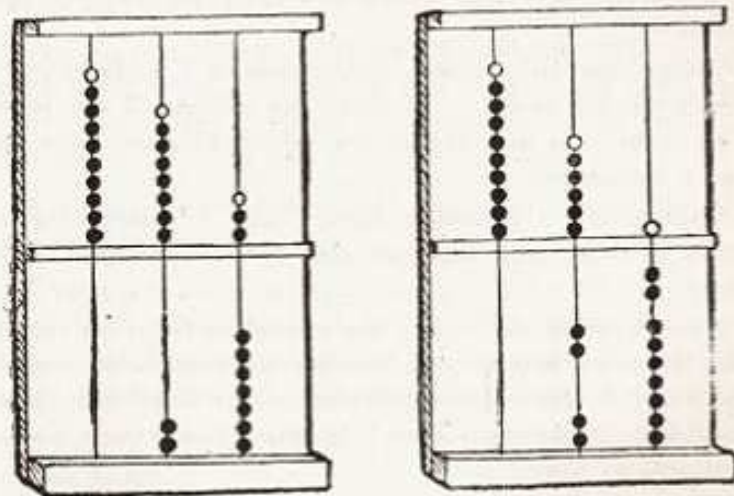
Suponhamos que a criança tenha que subtrair 27 de 49. A habilidade da professora em dirigir o pensamento da criança, através de perguntas, será de grande valor.

"Com que número começaremos? A resposta será maior ou menor?" Questões como estas, ajudam a criança a decidir a respeito do manuseio do material.

Assim orientada, a criança desce o minuendo 49. Tira, então, 7 bolinhas de 9, retornando-as acima do suporte. Faz o mesmo com 2 bolinhas da coluna das dezenas, deixando o resultado: 22.

Com êste material, pode também a criança ter uma idéja mais clara da subtração pelo processo aditivo.

A criança tem 27 e precisa saber de quantos mais precisa para ter 49. Ela coloca, então, 27 à base do Ábaco e pensa: "Eu tenho 7 unidades. Quantas faltam para eu ter 9? — 8... 9."



E a criança deseje estas 2 unidades deixando-as agrupadas, com pequena distância das 7 já existentes.

“Tenho 2 dezenas. De quantas mais eu preciso para ter 42 — 2.”

E a criança deseje estas 2 dezenas deixando-as também agrupadas. Neste ponto, vê a resposta: 2 dezenas e 2 unidades.

Para esta demonstração, a criança terá que usar o Ábaco colocado horizontalmente.

O processo requer que o número a ser obtido (49) fique visível no quadro, para melhor compreensão. A professora deixará, no quadro, o exemplo:

$$\begin{array}{r} - 49 \\ 27 \\ \hline \end{array}$$

Vamos subtrair, agora, 27 de 42. A criança, guiada pela professora, pensa: “Eu sei que posso tirar 27 de 42, porque 42 é maior que 27.” Conseqüentemente deseje 4 dezenas e 2 unidades.

“Preciso tirar 7 unidades, mas só tenho 2. Eu tiro as 2 unidades que tenho e preciso ainda tirar 5. Mas eu não as tenho. Posso tomar 1 dezena e transformá-la em 10 unidades.” A criança sobe 1 bolinha das 4 que estavam na coluna das dezenas e deseje 10 unidades.

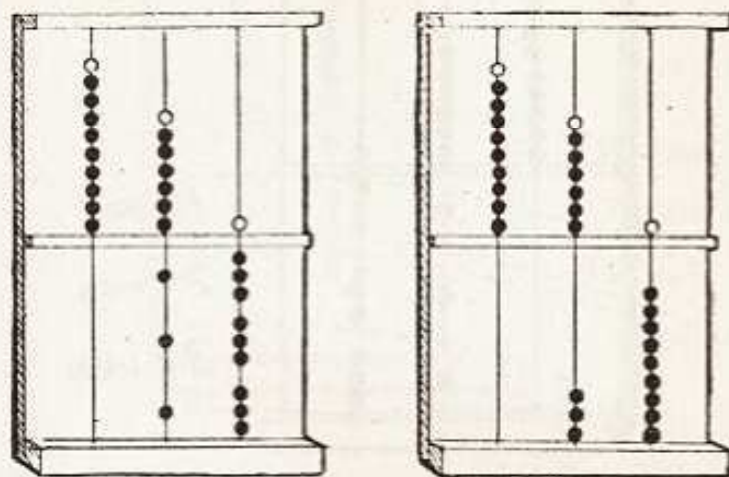
“Agora posso tirar mais 5, completando as 7 unidades que eu precisava subtrair de 42. — Eu tenho que subtrair 27 e só subtraí 7. Vou, então, tirar as 2 dezenas que faltam. Ficaram, assim, uma dezena e 5 unidades.

Naturalmente, a professora deixará que a criança use suas próprias palavras, para expressar suas idéias e descrever o processo.

A multiplicação e a divisão com o Ábaco devem ficar restritas apenas aos casos mais simples. Vejamos um exemplo em multiplicação: 13×3 . Que é que o problema está pedindo? Que número vamos colocar primeiro no Ábaco? Quantas vezes teremos que pôr este número no Ábaco?

A criança coloca uma, duas e três vezes a quantidade 13, deixando os grupos separados.

“Vamos, agora, desejar tôdas as bolinhas e teremos a resposta: 3 dezenas e 9 unidades ou 39.



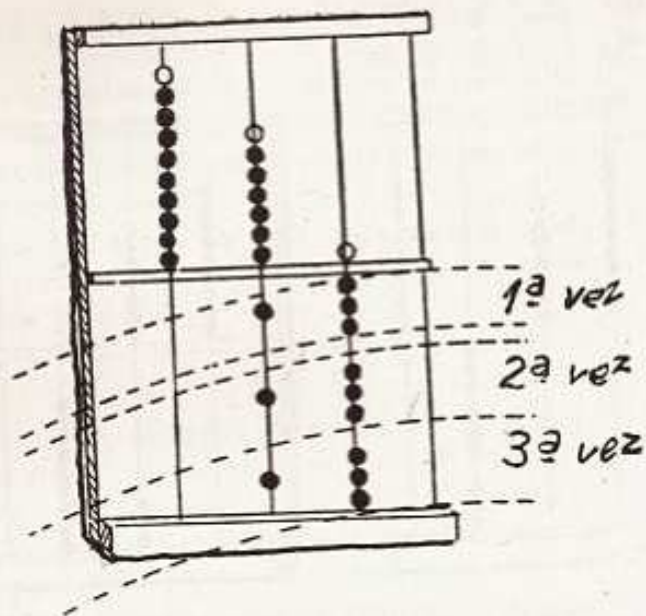
A multiplicação é, portanto, demonstrada como uma sucessão de somas de grupos iguais.

Vejamos uma divisão: “Tenho 39 bolinhas. Quantas vezes posso tirar 13 bolinhas de 39?”. É bom observar que neste problema procuramos saber o número de agrupamentos que vamos ter e não o número de bolas que temos em cada grupo.

A divisão vai ser demonstrada como uma sucessão de subtrações de grupos iguais.

A criança inicia a operação, desejando 3 dezenas e 9 unidades. Separa o 1.º agrupamento de 1 dezena e 3 unidades. Vê que pode separar, ainda, outro agrupamento de 1 dezena e 3 unidades. À base do Ábaco está o 3.º agrupamento de 1 dezena e 3 unidades.

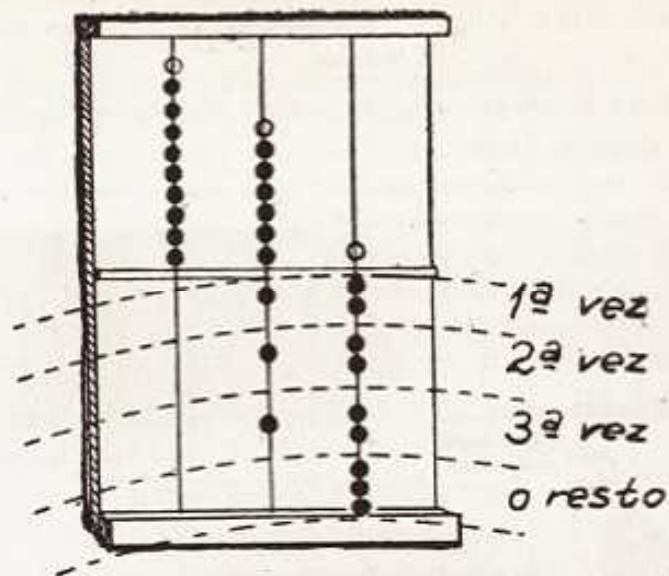
A criança vê, pois, que pode retirar 3 vezes 1 dezena e 3 unidades de 39.



Se dermos à criança o mesmo problema, mas tendo ela que dividir o número de bolinhas por 12, poderá ver e compreender o resto, que não pode ser dividido.

“Tenho 39 bolinhas. Quantas vezes posso tirar 12 bolinhas de 39?”.

A criança desce 3 dezenas e 9 unidades. Faz o 1.º agrupamento de 1 dezena e 2 unidades. Pode ainda fazer outro agrupamento de 1 dezena e 2 unidades. Depois de feito este agrupamento, a criança vê que ainda restam 1 dezena e 5 unidades. Ora, ela pode fazer, então, o 3.º agrupamento. Mas, à base do Ábaco, permanecem 3 unidades que não bastam para um novo agrupamento. É o resto.



NOTA: — Como em todo o ensino da aritmética, também o material precisa ser graduado com sua maior ou menor dificuldade e adaptado à capacidade da criança a que ele é destinado. Vemos muito valor no Ábaco Modernizado, mas chamamos, novamente, a atenção da professora para seu aspecto abstrato e para a série de dificuldade que seu uso apresenta.

O Contador de Dez Dezenas é constituído de uma moldura de madeira (0,21 m x 0,23 m) onde estão fixas 10 hastes de arame, tendo, em cada haste, 10 bolinhas.

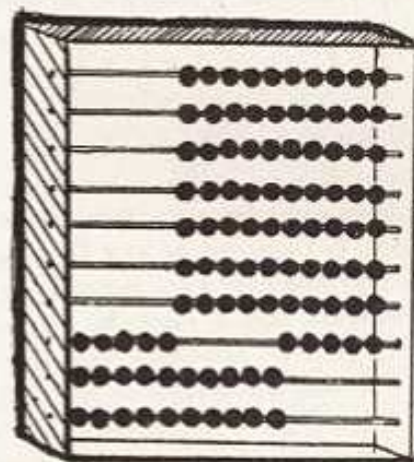
Estas bolinhas também de madeira são em cores diferentes, cada grupo de 5.

O contador de dez dezenas



Este material tem sido feito, usando-se tampinhas de garrafa, contas de colar, carretel, argolas, etc.,

O Contador de Dez Dezenas, com as dimensões dadas, é para o uso individual do aluno. A professora poderá tê-lo em tamanho maior, para que possa ser visto por toda a classe. A moldura de madeira será, neste caso, de 0,61 m de comprimento por 0,67 m de largura, fixa num pé de 0,50 m de comprimento. Poderá também confeccionar este material, aproveitando coisas disponíveis. Por exemplo, se a professora dispuser de uma caixa grande, não muito funda, poderá tê-la como base para este material. Colocando 10 bolinhas num arame prende-o de cada lado da caixa. Dez arames completarão o Contador.



O uso do Contador de Dez Dezenas

1. O significado dos números na contagem.
Quando o aluno começa a contar pode, com este material, ver duas coisas, quando diz "dois" e três coisas quando diz "três".

A professora pede ao aluno: "Mostre-me 2 bolinhas", "mostre-me 7 bolinhas", "mostre-me 5 bolinhas". Executando estas ordens, o aluno familiariza-se com os números pela contagem de 1 a 1, como também percebe certas relações numéricas. O número 5 é fácil de ser identificado porque há uma mudança de cor entre o 5 e o 6. O n.º 4 torna-se fácil porque é 1 menos que 5. O n.º 7 pode ser mostrado facilmente porque é 2 mais que 5 que está agrupado em uma só cor.

2. Contagem ordinal — primeiro, segundo, terceiro.

3. A composição dos números.

Suponhamos que o aluno esteja trabalhando com o n.º 6. Ele separa 6 bolinhas à esquerda de todas as dez hastes. Então pode agrupar as bolinhas para mostrar que o 6 é igual a $5 + 1$, $4 + 2$, $3 + 3$, $2 + 4$, $1 + 5$, $3 + 2 + 1$, etc..

4. O significado das combinações da adição e subtração.

O aluno não deve ser levado a memorizar os fatos fundamentais. Deve entender a verdade aritmética que existe nestes fatos. O Contador de Dez Dezenas pode ser usado para isto. Por exemplo: para ver que 4 e 5 são 9 o aluno move 4 bolinhas para a esquerda na primeira haste e então move mais 5. Contando estas bolinhas verá que a resposta é 9. Sem a contagem de um-a-um, pode ver que a resposta é 9, porque o agrupamento pela cor o auxilia e porque ficou somente uma conta das 10 na primeira haste. Para mostrar que $8 - 5 = 3$, o aluno move 8 bolinhas para a esquerda. Agora move, destas 8, 5 para a direita. Ficaram 3 bolinhas.

Todas as outras combinações podem ser assim trabalhadas.

5. Contagem além de dez.

O aluno conta até 10, levando à esquerda todas as bolinhas da 1a. haste. Agora conta 11 e vê todas as bolinhas

da 1a. haste mais uma na 2a. haste. Para o n.º 12 tem 1 dezena (uma haste inteira) e 2 unidades mais, na 2a. haste. Assim percebe que o 1 do n.º 12 significa uma dezena e o 2 duas unidades.

Da mesma forma poder-se-á pedir ao aluno que mostre o n.º 34. O aluno vê que há 3 dezenas (3 hastes inteiras) e 4 unidades.

6. A reserva das unidades para as dezenas.

O aluno, através deste material, aprende o sentido aritmético da reserva. $9 + 3 = 12$, porque é preciso uma bolinha para terminar uma haste (completar uma dezena) e colocar 2 bolinhas a mais na haste seguinte.

Um outro exemplo: $38 + 5 = 43$. Com mais 2 bolinhas o aluno termina uma haste (completa 4 dezenas) e coloca 3 bolinhas a mais na haste seguinte.

7. Os fatos fundamentais da multiplicação.

Vamos tomar, como exemplo, 9×4 . O aluno pode mostrar o resultado de duas maneiras:

a) separando em cada uma das 9 hastes, 4 bolinhas;

b) separando, na 1a. haste, 4 bolinhas para a esquerda, depois mais 4 da mesma haste, deixando um pequeno intervalo entre os grupos; agora movendo as 2 restantes e 2 mais na haste seguinte. Continuando assim o aluno agrupa nove vezes quatro. A resposta percebe logo porque no Contador estão 3 hastes completas (3 dezenas) e mais 6 unidades.

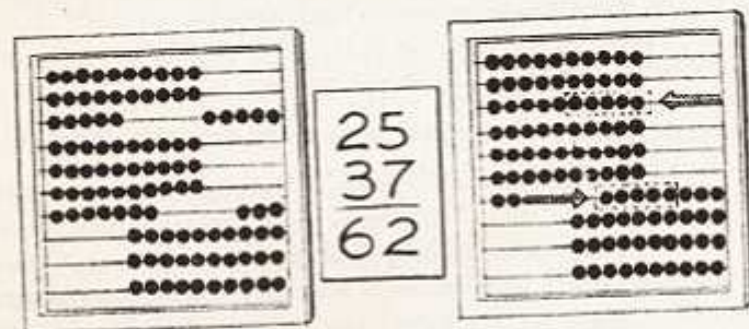
8. Adição de dois números compostos de dois algarismos sem reserva.

Vejamos a soma de 23 e 35. O aluno separa 2 dezenas (2 hastes completas) e 3 unidades e depois 3 dezenas (3 hastes completas) e 5 unidades. Para achar o total conta as unidades que estão nas hastes incompletas. São 3 e 5.

Encontra, portanto, 8 unidades. Agora vai contar as dezenas. Há 5 dezenas. A resposta total é: — 5 dezenas e 8 unidades ou 58. O aluno pode também contar as dezenas primeiro e depois as unidades. Se isto acontecer a professora precisa estar preparada para aceitar, porquanto matematicamente é uma idéia certa.

Quando a criança tiver que resolver um problema com reserva, a professora terá oportunidade de encaminhar seu raciocínio, para que entenda "porquê" começar a soma pelas unidades.

9. Adição de dois números compostos com reserva.
Para somar 25 e 37 o aluno separa as bolinhas conforme explicação já dada. Ele conta, então, as unidades:
 $7 + 5 = 12$.



Completa a haste onde havia 5 unidades (tendo assim mais uma dezena) retirando estas unidades das 7 unidades. E o aluno vê o resultado: 6 dezenas e 2 unidades. A professora realmente não precisa pôr muita ênfase na ordem em que a adição deve ser feita (das unidades para as dezenas) enquanto a criança está trabalhando com o material concreto. Depois que a criança sabe somar números compostos no material concreto, etapa por etapa, é

encaminhada a resolver problemas abstratamente. Chega ao exemplo acima:

$$\begin{array}{r} + 25 \\ 37 \\ \hline \end{array}$$

Concretamente a criança pode encontrar uma resposta justa somando dezenas em primeiro lugar. Mas o que acontece quando for trabalhar com os símbolos abstratos?

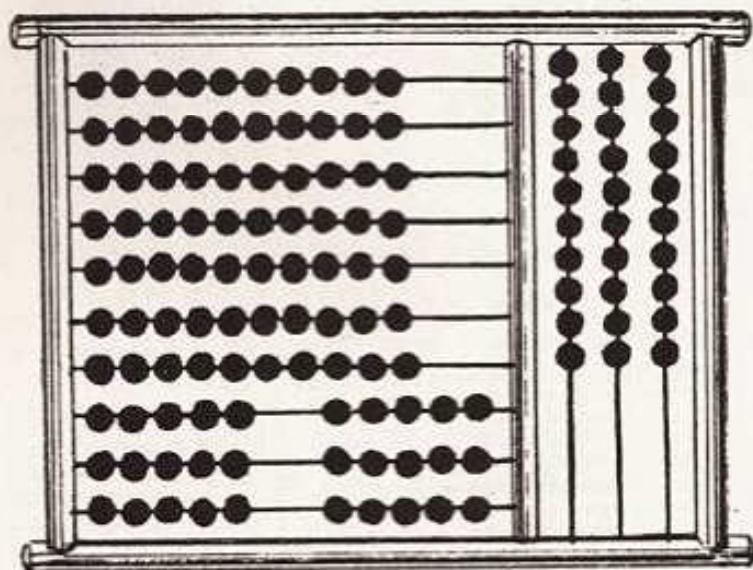
$$\begin{array}{r} + 25 \\ 37 \\ \hline \end{array}$$

Soma 2 dezenas e 3 dezenas e escreve o total. Agora a criança vai somar as unidades; e não pode escrever o resultado facilmente: Poderá fazer assim:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 37 \\ \hline 52 \\ 1 \end{array} \quad \text{ou assim} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 37 \\ \hline 5 \\ 12 \end{array}$$

Qualquer dos dois processos vai requerer outra adição. A professora pode, então, conduzir a criança a entender que, somando as unidades primeiro, nós podemos somar a dezena formada pelo resultado junto com as dezenas do problema, ao mesmo tempo.

O ÁBACO CONTADOR



O Ábaco-Contador consiste em 2 partes.

1. à esquerda — um contador formado de 10 hastes horizontais com 10 bolinhas em cada haste;
2. à direita — um ábaco formado por 3 hastes verticais contendo 10 bolinhas em cada haste.

O Contador

O Contador é formado por hastes horizontais. Cada haste contém 10 bolinhas. Estas bolinhas são em cores diferentes, cada

grupo de 5. Assim sendo, a criança vê a importância dos grupos de 5 e pode, de um relance, tomar um grupo constituído de 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 bolinhas sem tocar, contar ou apontar cada uma das bolinhas.

O Ábaco

O Ábaco à direita do material é formado de 3 hastes verticais. Cada haste concretiza uma ordem: unidades, dezenas e centenas. Em cada haste há 10 bolinhas. Quanto à cor para ser usada nestas bolinhas, damos 2 sugestões:

1. a professora pode usar 9 bolinhas de uma mesma cor; a 10ª superior terá a cor das bolinhas que estão na ordem que se segue imediatamente. A criança percebe, assim, com o auxílio da cor, que com a 10ª bolinha das unidades, por exemplo, completa uma dezena. Pode, então, retornar as bolinhas das unidades ao primitivo lugar e descer 1 bolinha da haste que representa as dezenas. Sugerimos as cores vermelha, verde e amarela por serem contrastantes.
2. a professora pode agrupar as bolinhas, de cada haste, em grupos de 5, usando para cada grupo uma cor diferente. Conforme já dissemos, este processo vai facilitar à criança o trabalho de contagem.

O Ábaco-Contador pode ser feito todo de madeira. Em uma moldura (0,38 m x 0,30 m) fixam-se as hastes com as bolinhas.

Sugerimos, para um material mais barato e de fácil confecção, empregar apenas a moldura de madeira onde se fixam as hastes de arame bem forte. As bolinhas podem ser feitas de:

- a) tampinhas de garrafa;
- b) carretéis pequenos;
- c) as extremidades de carretéis maiores;
- d) cortiça, etc.

O uso do Ábaco-Contador

1. Contagem racional ou enumeração: um, dois, três, até dez.
2. Contagem ordinal: primeiro, segundo, terceiro, etc..
3. Contagem de 2 em 2; 3 em 3; 5 em 5; 10 em 10.
4. Apreciação do tamanho dos números, observando a grande quantidade de contas necessárias para representar, nas hastes horizontais, números como 65, 78, 93, 100, etc..
5. Apreciação das vantagens do uso das hastes verticais para representar números grandes.
6. Concretização do Ábaco — Sendo o Ábaco um material mais abstrato que o Contador, a professora pode usar o Contador para ajudar a criança a entender o Ábaco. Usará o Ábaco para ajudar a criança a entender os números.
7. Aprendizagem do valor relativo do algarismo. As bolinhas têm valores diferentes dependendo da coluna onde se encontram. O valor da bolinha aumenta 10 vezes, indo da direita para a esquerda.
8. Aprendizagem do significado do zero. Quando a criança representa, por exemplo, o número 70, no ábaco, não usa bolinhas na coluna das unidades.
9. Descoberta dos fatos fundamentais da adição. — Suponhamos que a criança queira descobrir a soma de 7 e 7. Pode usar uma destas maneiras:
 - a) separar 2 grupos de 7 bolinhas e pela contagem de um-a-um, achar a soma 14;
 - b) separar 7 bolinhas na 1a. haste horizontal. Juntar as 3 bolinhas restantes nesta haste e completar o segundo grupo de 7, separando mais 4 bolinhas na se-

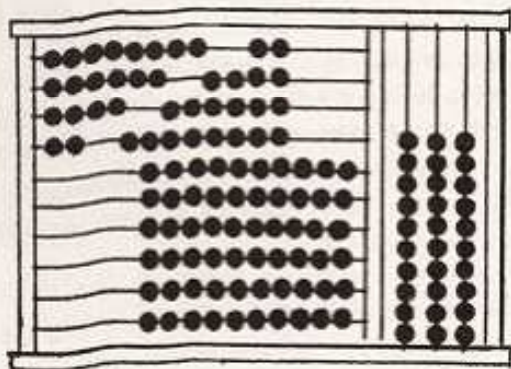
gunda haste. Observando o material a criança vê o resultado: — uma haste com 10 bolinhas e outra haste com 4 bolinhas, ou seja, 14.

- c) separar 7 contas na 1a. haste e 7 na 2a. haste. Com o auxílio das côres, a criança vê estes 2 grupos de 7 separados do seguinte modo: dois grupos de 5 e dois grupos de 2. Desde que a criança saiba que a soma de 5 e 5 é 10 e que a soma de 2 e 2 é 4, descobre, sem contar, que a soma de 7 e 7 é 14.

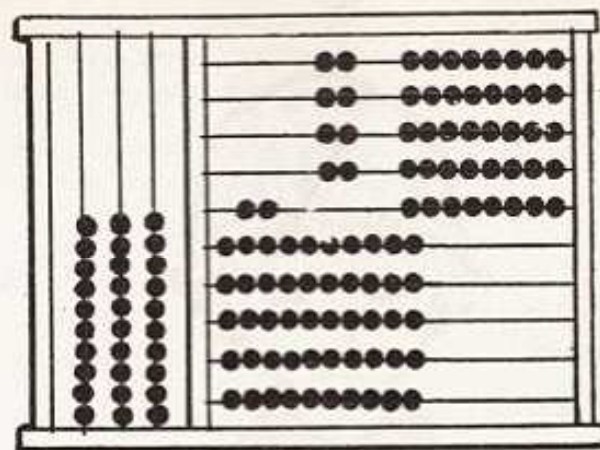
A professora que observa e acompanha o pensamento da criança pode conhecer a etapa de maturidade em que se encontra.

10. Descoberta dos fatos fundamentais da multiplicação. Suponhamos que a criança queira encontrar o resultado de 5×8 . Pode proceder das seguintes maneiras:
 - a) separar 8 bolinhas em cada uma das 5 primeiras hastes. Isto dá à criança o significado do que seja 5×8 ou cinco oitos. Para encontrar a resposta para o problema, a criança pode contar ou, depois, raciocinar: cada grupo de 8 está subdividido, pela cor diferente, em um grupo de 5 e um grupo de 3 bolinhas. Assim, 5 grupos de 8 são o mesmo que 5 cincoes combinados com 5 três. Desde que 5 cincoes são 25 e 5 três são 15, a resposta é 25 mais 15, ou seja 40.
 - b) separar 5 grupos de 8 bolinhas seguidamente nas hastes. Assim a criança vê o 1.º grupo de 8 na 1a. haste, o 2.º grupo formado das 2 últimas bolinhas da 1a. haste, mais 6 na 2a. haste; o 3.º grupo formado das últimas 4 bolinhas na 2a. haste mais 4 na 3a. haste; o 4.º grupo formado das 6 bolinhas restantes mais 2 na 4a. haste; finalmente o 5.º grupo que é formado das 8 bolinhas restantes na 4a. haste. E a

criança encontra o resultado somando $8 + 2 = 10 + 6 = 16$; $16 + 4 = 20 + 4 = 24 + 6 = 30 + 2 = 32 + 8 = 40$.

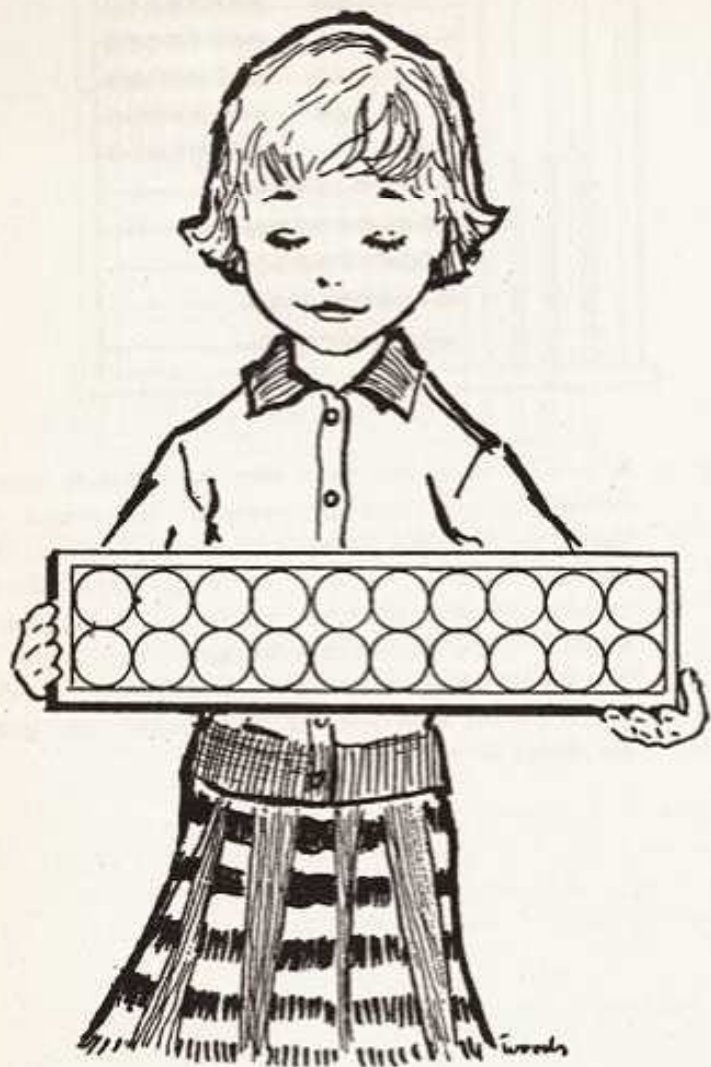


11. Descoberta dos fatos fundamentais da divisão. A criança também pode descobrir os fatos da divisão. Vamos tomar como exemplo $8 \div 2$. Uma das possíveis idéias deste exemplo é: "Quantos dois há em oito?" A criança procede da seguinte maneira: separa 8 bolinhas e arranja estas bolinhas em grupos de duas, deixando um pequeno espaço entre os grupos. Pode, por fim, contar quantos grupos foram feitos. Vejamos outro exemplo: "Quantos grupos de 8 bolinhas há em 48?" A criança move grupos de 8 para o centro do Contador, encontrando um grupo em cada uma das 5 hastes; o 6.º grupo é formado pelas bolinhas que foram deixadas ao lado.
12. O Contador pode também ser usado com as finalidades já citadas em "O Contador de Dez Dezenas".
13. A parte do Abaco é usada com as mesmas finalidades citadas em "O Abaco Modernizado".



NOTA: — A professora precisa estar bem familiarizada com a dificuldade que existe na separação dos grupos nas hastes do Contador. Sempre que trabalhar com uma dezena incompleta, o resto das bolinhas, que não são trabalhadas, deve estar bem no fim da haste. É aconselhável que a professora experimente demonstrar vários problemas, antes de usar o contador com as crianças, a fim de antecipar tais dificuldades, que podem ser fontes de confusão.

O QUADRO DE VINTE



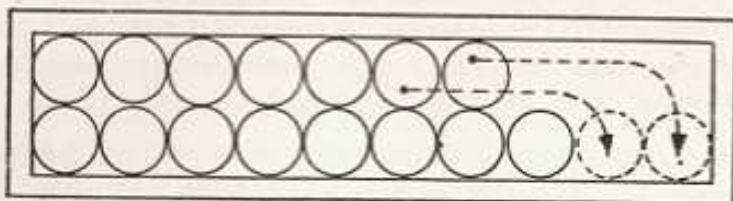
O Quadro de Vinte consiste num papelão retangular emoldurado (0,53 m x 0,15 m) contendo 20 discos de papelão em 2 filas de 10 discos cada uma. Uma tira de papelão pode ser usada com êste material, para demonstrar a subtração.

A professora pode aproveitar para confeccionar êste material, uma caixa onde 20 tampinhas caibam exatamente.

O uso dos Quadro de Vinte

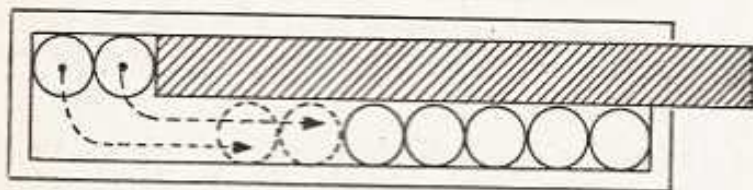
1. Contagem por enumeração até 20.
2. Contagem ordinal: primeiro, segundo, terceiro....
3. Contagem de dois em dois — vertical e horizontalmente.
4. Contagem de 11 a 19.
A idéia de que os números de 11 a 19 consistem em uma dezena e algumas unidades, pode ser demonstrada com êste material.
5. Fatos fundamentais da adição com o resultado de 11 a 18.
O ensino das combinações, com o Quadro de Vinte, clarifica o fato e o conceito nêle envolvidos. A criança poderá perceber, diretamente, as combinações numéricas com a soma de 11 a 18, ou poderá perceber estas somas, através do processo de completar a dezena, como por exemplo, $7 + 5$. A criança percebe 7 discos, vê que com 3 discos forma uma dezena, faltando, assim, somar apenas mais 2 discos.

As setas, no desenho abaixo, mostram como 8 discos e 7 discos podem ser reagrupados para formar 1 dezena e 5 unidades ou 15 discos. O Quadro de Vinte é um excelente material para demonstrar o raciocínio envolvido para completar uma dezena.



6. Subtração com o minuendo de 11 a 18.

O aluno pode descobrir e demonstrar estas subtrações com este material. Dispõe, por exemplo, 15 discos como uma dezena e cinco unidades. Uma faixa sólida de papelão é usada para cobrir os 8 discos que devem ser subtraídos. Os 2 discos restantes são removidos para junto dos 5 discos. A criança pode raciocinar em rápida seqüência: 10 menos 8 é igual a 2; 2 e 5 são 7; assim $15 - 8 = 7$.



QUADRO DE CEM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

O Quadro de Cem consiste em um papelão de 0,50 m quadrados com uma moldura de madeira ou papelão. Neste quadro, para serem trabalhados de acordo com um objetivo próprio, podem ser adaptados 2 tipos diferentes de cartaz:

1. cartaz para a contagem, com os números de 1 a 100, impressos dentro de um círculo.
2. cartaz dos produtos, onde estão dispostos os produtos até 10×10 .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Cem discos de papelão, com vários outros sobressalentes, acompanham este material, para serem manipulados e usados, para cobrirem os números impressos nos cartazes.

Um ângulo em papelão pode também ser usado, quando fôr preciso concentrar a atenção do aluno num único disco, ou num grupo de discos.

A professora poderá usar também retângulos de papelão, para limitar, no cartaz, a área que está sendo estudada.

As finalidades primárias do Quadro de Cem são: ensinar a contar até 100; ensinar e prover exercícios de fixação para tôdas

as combinações até 10×10 . Muitas outras finalidades, entretanto, ele possui. Sua disposição em 10 filas de 10 discos indica a importância do n.º 10 no nosso sistema numérico e mostra que 10 dezenas são 100. O arranjo dos discos em dezenas e unidades ao lado do Quadro mostra a relação sistemática entre a quantidade e o número, ou seja, entre o abstrato e o concreto.

As demonstrações com o Quadro de Cem desenvolverão alguns dos conceitos, operações, processos e relações que estão envolvidos nas frações decimais e percentagem.

Desde que o esconder os números, com os discos, desperta a curiosidade das crianças, o material pode ser empregado em jogos e competições individuais ou de equipe, envolvendo habilidades aritméticas.

O uso do Quadro de Cem

a) O cartaz para a contagem.

1. Contagem até 100.

A contagem é feita no cartaz com todos os números expostos ou no lado em branco do Quadro de Cem. Quando o cartaz de contagem, (de 1 a 100) está coberto pelos discos, a criança vê grupos de dezenas e unidades à proporção que conta os discos. Ela pode verificar a acuidade de sua contagem, levantando o disco no lugar onde parou e lendo o número que estava coberto por este disco.

A professora pode usar o ângulo de papelão para limitar um determinado grupo de discos, para focalizar a atenção da criança.

A criança, através de exercícios desta natureza, vê a relação entre a quantidade de discos e o símbolo usado para representar esta quantidade. A criança pode realmente ver que 3 filas de 10 discos e 6 discos são 36.

2. Contagem ordinal.

A criança seleciona o 7º, o 15º, o 34º, o 98º disco.

3. A idéia do número em série.

A criança identifica o número que vem 1 ou 2 discos depois, ou antes, de um determinado disco.

4. A percentagem.

Com o uso deste material, a professora guia a criança a descobrir o sentido da percentagem. A criança tem todo o cartaz de contagem coberto com os discos. Ela retira o 1.º disco e vê que retirou um disco de 100 discos. Retira outro disco: 2 discos de 100 discos. Agora vai retirar 10 discos. São 10 discos tirados de 100. Através de vários exercícios desta natureza, a criança penetra no real sentido do que seja a percentagem e não terá dificuldade em receber a expressão "por cento". Aprende que 2% significa 2 (discos) tirados de 100 (discos); que 10% são 10 (discos) tirados de 100 (discos).

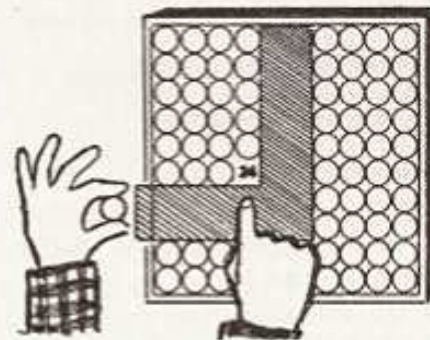
A criança assim encaminhada poderá, por si mesma, descobrir algumas regras relativas a percentagem. Suponhamos, por exemplo, que a professora tenha 3 Quadros de Cem. Ela pede à criança que retire 2% (ou sejam 2 discos) de cada Quadro de Cem. A criança pode, então, raciocinar: "Eu tenho 2 discos tirados desta primeira centena; tenho mais 2 discos tirados desta 2a. centena; tenho mais 2 discos tirados da 3a. centena. Eu tenho $2 + 2 + 2 = 6$ discos, ou 2 discos três vezes". Repetindo vários exercícios semelhantes a este, a criança descobre que, para encontrar a percentagem, basta multiplicar o número que eu retiro pelo número de centenas que tenho.

b) O cartaz de produtos.

1. A multiplicação.

Depois que a professora realiza um trabalho intenso para desenvolver, na criança, a compreensão do que seja a multiplicação, encontra, neste material, um auxiliar excelente para os exercícios de fixação.

A professora usa o ângulo de papelão para focalizar a atenção da criança no fato fundamental que deseja estudar. Pode usar também os discos para cobrir os números. Assim, a professora limita, com o ângulo, o espaço que mostra o produto de 6×4 . A criança verifica que há, ali, 6 filas de 4 discos em cada e, levantando o disco que se localiza no ângulo, verá o n.º 24. Nesta mesma situação a criança poderá perceber porque 4×6 tem o mesmo produto que 6×4 .



2. A relação entre a quantidade e o número.

As experiências repetidas em identificar o número, sob um determinado disco, provê um bom exercício para fixação dos fatos e desenvolve a compreensão da quantidade em multiplicação e sua relação com o símbolo abstrato.

3. A divisão.

A divisão pode tornar-se compreensiva à criança quando seu pensamento é dirigido com perguntas como: "Quantos grupos de três eu tenho em 15? em 21? em 27?"

4. Jogos.

A criança gosta de efetuar jogos com este material. Por exemplo, dois ou mais alunos podem selecionar um disco; outro aluno deverá dizer o número sob este disco.

c) Os discos.

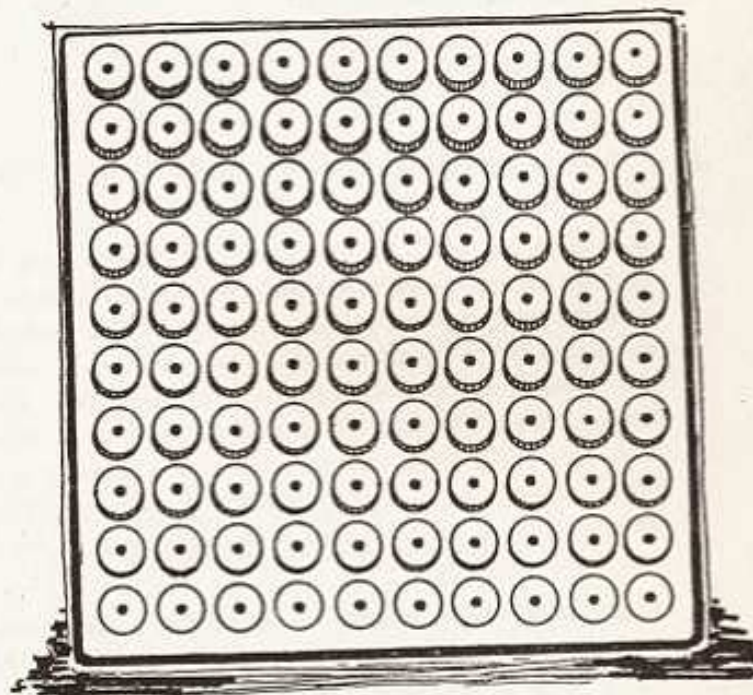
Os discos podem ser usados do lado em branco do Quadro de Cem, para ilustrar todo conceito, fato, processo ou relação envolvido nos números inteiros de 1 a 100.

1. Contagem até 100.
2. Agrupamentos variados.
3. Contagem ordinal.
4. Fatos fundamentais da adição e subtração.
5. Fatos fundamentais da multiplicação e divisão.
6. Relação entre as 4 operações.
7. Fração decimal.

A professora cobre o lado em branco com 100 discos. Desta forma o Quadro de Cem torna-se uma unidade; uma fila de 10 discos será um décimo do quadrado; um disco apenas será um centésimo. Uma fração decimal como 0,27 pode ser mostrada colocando-se 2 filas (de 10 discos) e 7 discos em outra cor, pedindo-se, em seguida, à criança para ler a fração.

8. Estes discos podem ser usados ainda com os objetivos expostos em "O quadro de cem carretéis".

O QUADRO DE CEM CARRETÉIS



Este material é feito de um quadrado de madeira de 0,40 m. Neste quadrado estão dispostos 100 pinos onde são colocados os carretéis.

Estes carretéis, em número de 100, são 25 vermelhos, 25 azuis, 25 verdes e 25 brancos.

Para ser usado em classes mais adiantadas, é conveniente ter 100 carretéis em uma mesma cor.

Para confeccionar este material a professora pode usar:

- a) pregos com rólhas;
- b) parafusos com argolas;
- c) pinos com carretéis, etc..

O uso do Quadro de Cem Carretéis

1. Contagem racional de 1 em 1, 2 em 2, 5 em 5, 10 em 10, 20 em 20.

A criança, no início da 1a. série, experimenta certa dificuldade em contar objetos reais. Ela conhece o nome dos números na ordem certa, mas dizer o nome do número, e ao mesmo tempo apontar o objeto que está sendo contado, não raras vezes, traz dificuldade à criança. Ela diz os números mais depressa que a ação de apontar os objetos. Com este material, a criança coloca um carretel e diz: "Um". Coloca outro e diz: "Dois". E assim por diante. Isto conserva a relação entre a contagem e o objeto que está sendo contado.

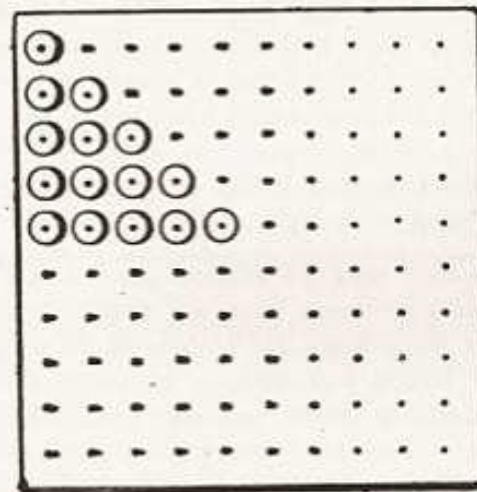
A proporção que a criança se desenvolve pode praticar, contando todos os carretéis já colocados no quadro, de 2 em 2, 5 em 5, 10 em 10. A criança é guiada a descobrir que a contagem de 1 a 1 é mais demorada, e que a de 10 em 10 é mais rápida. Os alunos mais adiantados descobrem que podem contar de 20 em 20 e até de 25 em 25.

2. O sentido do número

A seqüência numérica mostrada com os carretéis ajuda a criança a sentir como o número cresce.

A professora poderá dizer: "Quem colocará aqui um carretel?" "Logo abaixo quem poderá mostrar 2?" "Abaixo do 2, quem colocará 3?" etc.

A criança descobre que 2 é 1 mais que 1; e que 3 é 1 mais que 2. Do mesmo modo descobre que 1 é 1 menos que 2; que 2 é 1 menos que 3, etc..



3. Contagem além de 10

A criança descobre que pode mostrar o nº 13 no Quadro de Cem Carretéis colocando uma fila de 10 carretéis e 3 carretéis na outra fila. Começa mostrando 1 fila de 10 carretéis para o nº 10. Depois, uma fila e mais 1 carretel para o nº 11; uma fila e mais 2 carretéis para o nº 12 e assim por diante até uma fila e 9 carretéis para mostrar o nº 19. Então descobre que 2 filas completas de 10 carretéis são 20. A professora continua estendendo esta atividade de acordo com o nível dos alunos.

4. Agrupamentos numéricos.

A criança, com este material, pode descobrir os vários agrupamentos até 10 e além de 10. A professora pede à criança para agrupar de diferentes maneiras, uma determinada quantidade ou dá o agrupamento, e pede à criança para dizer que quantidade aquele agrupamento representa.

5. As operações fundamentais.

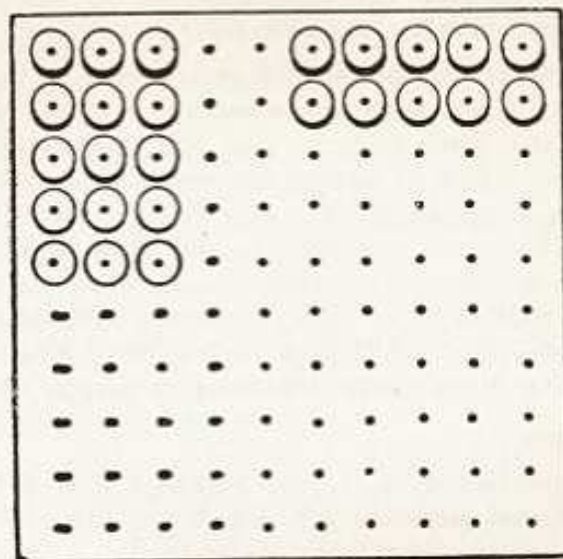
Para mostrar os fatos fundamentais, podem ser usados os carretéis em cores diferentes, ou todos os carretéis de uma mesma cor. A criança poderá mostrar o fato da soma e subtração na forma vertical e horizontal.

Quando a criança mostra, por exemplo, $5 + 3$, poderá ser guiada a descobrir o fato da subtração relacionado com este da soma.

A soma de 9 mais um número, que é considerada difícil para muitas crianças, pode ser visualizada através deste material. Suponhamos que o aluno vá descobrir a soma de $9 + 5$. Mostra 9 carretéis na 1.ª coluna vertical e 5 na segunda. Então remove um carretel da coluna de 5 para completar a coluna onde estavam os 9 carretéis. Usa, assim, o mesmo número de carretéis, mostrando 10 e 4 que o aluno aprende, com mais facilidade ser 14. E aprende assim a fazer uma associação que o ajudará na soma de 9 mais um número.

A criança descobre, com o uso deste material, os fatos fundamentais da multiplicação e o verdadeiro sentido aritmético do resultado de 5×3 e 3×5 . Mostra 3 carretéis em 5 colunas e 5 carretéis em 3 colunas, verificando a igualdade de resultado.

A mesma ilustração pode ser usada para mostrar o resultado de $15 \div 5$ e $15 \div 3$. A criança descobre também a relação entre as 4 operações.



6. O significado da divisão com os fatos fundamentais inexatos.

A criança tem 20 carretéis. O problema é dividir estes 20 carretéis em 3 grupos iguais. Aqui descobre que quando divide 20 carretéis em 3 grupos iguais usa apenas 18, dos 20 carretéis. Pode colocar 6 carretéis em cada um dos 3 grupos. Descobre também que, assim procedendo, sobram 2 carretéis do total, penetrando, desta maneira, no sentido do resto em divisão.

7. Ilustração de problemas com uma ou mais de uma operação. A criança vê, por meio da manipulação, o significado de cada etapa na solução de um problema.

Suponhamos que o aluno tenha que resolver o seguinte problema: — Há 3 meninos e 4 meninas brincando no jardim. D. Maria levou 2 laranjas para cada uma das crianças.

Quantas laranjas ela distribuiu?

A criança coloca 3 carretéis para mostrar os 3 meninos e mais 4 para mostrar as 4 meninas. Vê, então, que estes 2 grupos juntos fazem um total de 7 carretéis, que representam o total de crianças que receberam as laranjas. A 1ª etapa é uma adição. A criança descobre nesta 1ª etapa, que 7 crianças receberam laranjas. Está, agora, pronta para a questão: — Quantas laranjas foram distribuídas? É a segunda etapa. Coloca 2 carretéis representando as 2 laranjas que cada criança recebeu. Vê, finalmente, que para as 7 crianças são necessárias 14 laranjas.

8. Frações.

Através do Quadro de Cem Carretéis, o aluno pode visualizar, com facilidade, $1/4$, $1/2$, $3/4$ de 100; $1/10$, $2/10$, etc..

Suponhamos que a criança queira descobrir, por exemplo, $3/4$ de 8. Coloca 8 carretéis no quadro e os divide em 4 partes iguais. Desta forma pode ver os $4/4$ de 8. Vê também que um dos quartos é 2. Ora, se $1/4$ é 2, $3/4$ serão 6.

O aluno poderá ainda descobrir o sentido desta questão: — 3 é que parte de 9?

O aluno coloca 9 carretéis no quadro. Para descobrir que parte do 9 é o 3, precisa, antes, achar quantos três há em 9. Vai usar os 9 carretéis e distribuí-los em filas de 3. Assim o aluno vê que com os 9 carretéis pode fazer 3 grupos de três. Tem uma oportunidade de aprender que cada um dos três grupos iguais é chamado um terço. Assim vê que 3 é $1/3$ de 9.

9. O sentido da percentagem.

O uso deste quadro é muito útil na apreensão do sentido da percentagem. Suponhamos que a criança tenha o qua-

dro completo com todos os carretéis. Levanta um carretel. Com isto ele remove 1 dos 100 carretéis do quadro, ou seja, 1%, porque um por cento significa 1 tirado de 100 ou 1 centésimo do número total (0,01):

O aluno coloca novamente o carretel no lugar. Retira, agora, 2 carretéis. São 2 carretéis de 100, ou 2 centésimos ou 0,02 ou 2%. De maneira semelhante mostra 5%, 10%, 20%, 25%, 50%, 75%.

Para mostrar mais que 10% não é necessário remover os carretéis. Podem ser usadas 2 fichas de cartolina para separar o número de carretéis necessários para representar a percentagem requerida.

A professora pode, também, ter 2 quadros para a criança descobrir 5% de 200, 10% de 200, etc..

10. Relação da percentagem com a fração.

O aluno mostra que 20 tirados de 100 carretéis são 20% de carretéis. Se retira 20 carretéis são $2/10$ de 100, ou $1/5$. Logo, 20% é igual a $1/5$.

Da mesma maneira o aluno descobre a relação entre 25% e $1/4$; 30% e $3/10$; 50% e $1/2$; 10% e $1/10$; 75% e $3/4$; etc..

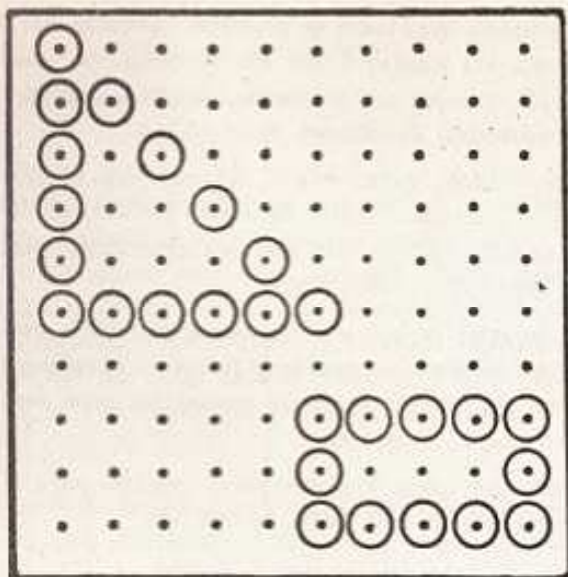
11. Formas geométricas.

Através deste material pode a criança mostrar várias formas geométricas. Isto ajudá-la-á a guardar com mais facilidade, o nome dessas formas.

12. Descobrimento da área.

Os carretéis, no quadro, podem ser usados para representar a superfície coberta por uma medida quadrada.

Suponhamos que a professora queira levar a criança à solução deste problema: Qual é a área de um tapete de 3 metros de comprimento e 2 de largura? O aluno tra-

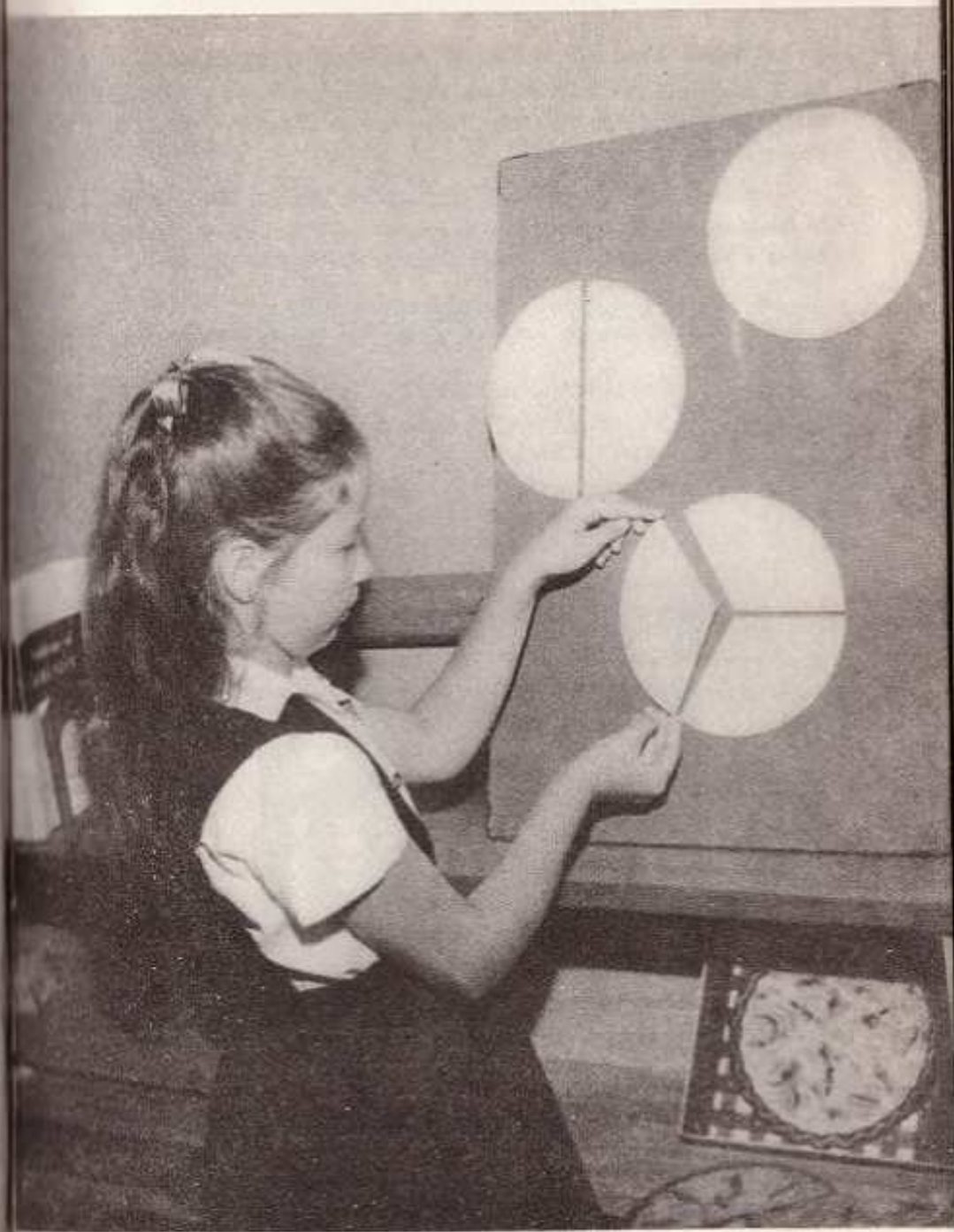


balha com os carretéis. Coloca 3 carretéis como o comprimento do tapete e 2 carretéis como a largura. O aluno vê, assim, o tapete desenhado no quadro e percebe que ele tem 6 metros quadrados.

13. Aplicação social.

Este material pode ser empregado também para registrar o resultado de jogos. Os carretéis mostram, por exemplo, que os meninos que escolherem a cor verde fizeram 4 pontos e que as meninas que escolherem a vermelha, fizeram 3 pontos. Os meninos, portanto, ganharam. Através do quadro as crianças percebem:

- pontos feitos pelos times;
- que time venceu;
- quantos pontos a mais os meninos fizeram.

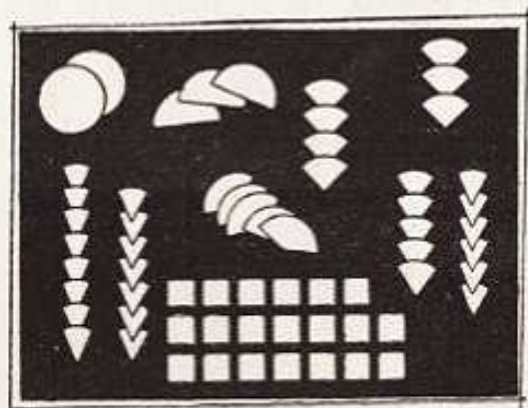


As Partes Fracionárias formam um jogo completo de material que a professora usa para demonstrar os vários conceitos e relações envolvidas nas frações ordinárias, bem como tôdas as operações com frações.

Um jogo de Partes Fracionárias consiste em um flanelógrafo de tamanho grande, com o formato de uma capa de livro que possa fechar e ser facilmente guardado; e um mínimo de 63 peças:

- 20 quadrados de mais ou menos 5 centímetros;
- 2 discos inteiros de mais ou menos 20 centímetros de diâmetro;
- 3 metades;
- 7 quartos;
- 15 oitavos;
- 5 terços;
- 11 sextos.

A professora aumenta o número dessas peças à proporção que delas sentir necessidade, na concretização de suas aulas.



Cada aluno deve ter também estas peças para o trabalho individual. A própria criança confecciona-as, usando caixas variadas,

pratos de papelão ou outro material acessível. Estas partes fracionárias são trabalhadas na carteira, quando a criança procura a solução de um problema. Quando não estão em uso, são guardadas em envelopes, para que não se percam.

O material da professora é preparado, usando-se:

- a) um papelão resistente recoberto com a flanela, que deve ser de cor contrastante com os discos inteiros e as partes fracionárias; azul marinho ou verde escuro são cores aconselhadas;
- b) os discos e Partes Fracionárias podem também ser feitos de flanela, para aderirem ao flanelógrafo, à proporção que forem trabalhadas. Para a confecção dos discos e Partes Fracionárias pode ser usada ainda a cartolina ou outro papel resistente; neste caso, será colado ao material um pedaço de lixa grossa ou flanela, para que adira ao flanelógrafo;
- c) os quadrados podem ter 2 cores, procedendo-se da seguinte maneira: colar um pedaço de flanela, rosa por exemplo, numa face da cartolina; na outra face, colar a flanela azul; recortar os quadrados.

Idéias gerais

O uso dos discos partidos, que representam um "bolo" ou um "queijo", é, provavelmente, a melhor maneira de concretizar o conceito da parte fracionária do inteiro. A manipulação das partes iguais de uma unidade possibilita à criança descobrir a relação da parte com o todo e a relação entre as partes.

A criança terá, assim, uma transição fácil da manipulação concreta aos símbolos abstratos. Quando o aluno usa os símbolos para representar a operação que efetuou concretamente, compreen-

de êsses símbolos, vê o seu sentido e, depois, formula regras que apreendeu, mediante uso e compreensão.

A adição e a subtração com frações podem ser descobertas pela manipulação das Partes Fracionárias da unidade, pedindo-se à criança que relate sua descoberta.

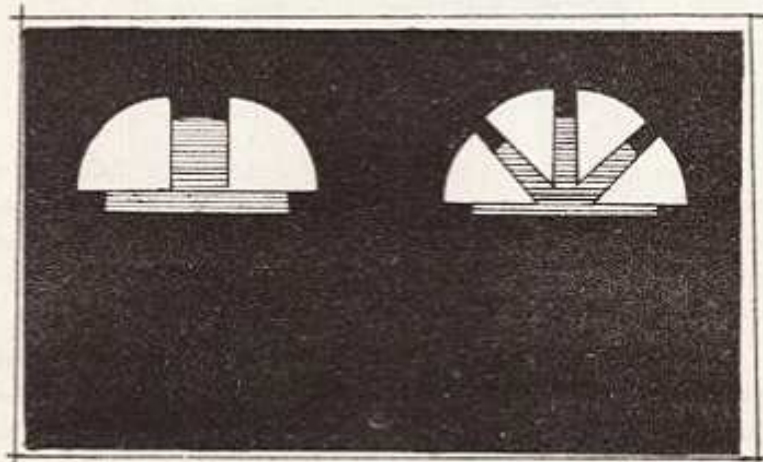
O aluno descobre naturalmente as equivalências e penetra, concretamente, nestas relações fracionárias.

Muitas oportunidades a criança tem para estudo intenso de várias frações com o uso dêste material. $6/8$ pode, por exemplo, ser separado em $1/8$ e $5/8$; $2/8$ e $4/8$; $3/8$ e $3/8$; $4/8$ e $2/8$; $5/8$ e $1/8$ (subtração). Combinando estas partes a criança tem a soma.

$1/2$ ou $1/3$ de $6/8$ (multiplicação) é descoberto, quando a criança dispõe os seis oitavos e procura a metade ou a terça parte dêsses oitavos.

"Quantas vezes estão $2/8$ ($1/4$) contidos em $6/8$? e $3/8$ em $6/8$?" (divisão) pode ser visto e sentido pela manipulação do material.

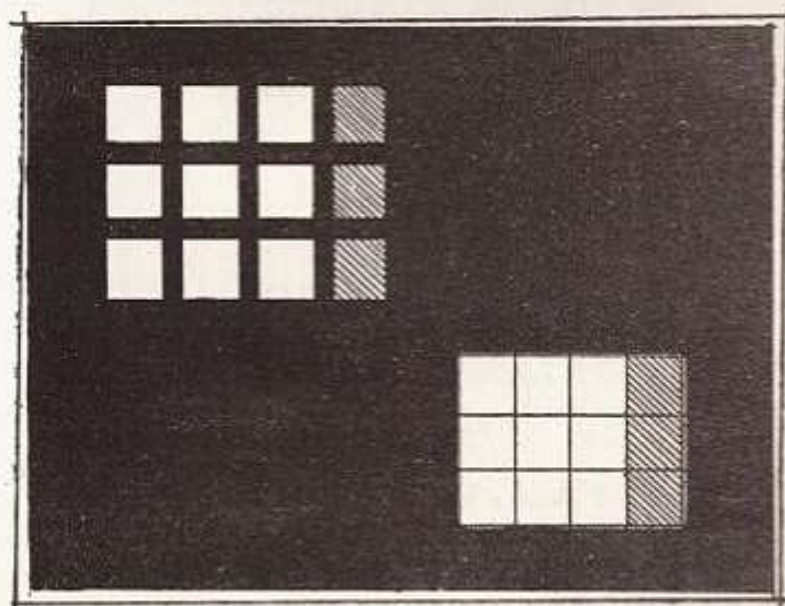
A redução e a equivalência, $2/4 = 1/2$; $4/8 = 1/2$, podem ser provadas pela superposição das partes. Somando $3/4$ a $3/4$



(ou 2 vezes $3/4$), a criança vê a razão das frações impróprias e números mistos. Naturalmente a criança penetra neste conceito bem antes da multiplicação de frações. Mas é uma oportunidade, que tem, para uma revisão significativa desta relação.

Algumas vezes, as crianças registram imediatamente cada manipulação; outras vezes, adiam o trabalho escrito até que a compreensão esteja fixada; tudo depende do amadurecimento da criança. A representação simbólica será sempre uma anotação de uma experiência vivida pela criança.

Vários quadrados de cinco centímetros podem ser agrupados, bem justapostos, numa unidade retangular. Virados alguns quadrados de modo que as cores se contrastem, a criança tem uma fração como $1/4$ ou $3/4$. Quando êsses quadrados são ligeiramente separados, a criança poderá ver a fração de um grupo de quadrados como $1/4$ ou $3/4$ de 12. E esta relação é básica para a compreensão da multiplicação das frações.



O uso das Partes Fracionárias

1. Desenvolvimento do conceito de inteiros e das várias partes iguais da unidade.
2. Desenvolvimento do conceito de número misto e da fração imprópria.
3. Compreensão do verdadeiro sentido e uso dos termos: numerador e denominador.
4. Comparação exata e aproximada das frações.
5. Relação entre frações ordinárias com diferentes numeradores ou diferentes denominadores.
6. Descobrimto dos princípios e regras envolvidas na transformação de frações em termos maiores ou menores ou na transformação de números mistos em frações impróprias e vice-versa.

Descobrimto dos princípios e regras envolvidas nos 4 processos fundamentais com as frações.

Adição

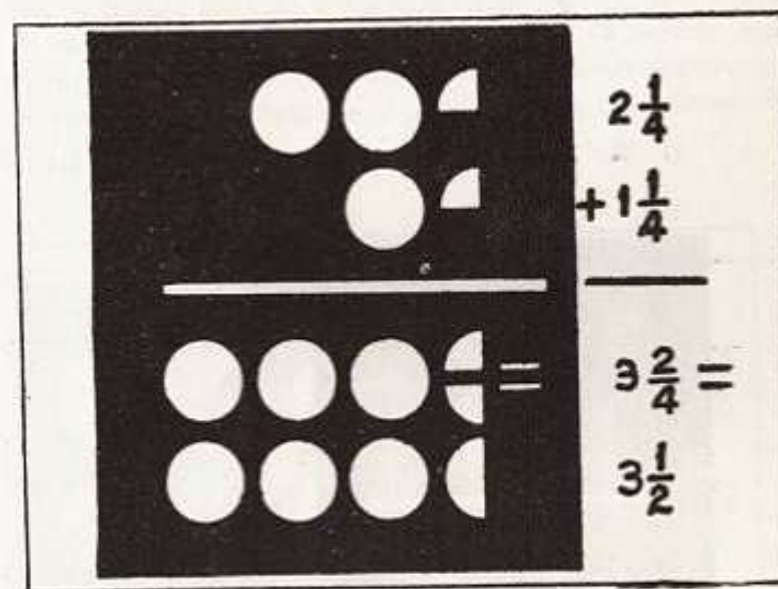
Quando as partes fracionárias são usadas, à proporção que a criança opera com os símbolos abstratos, aparece a razão de cada etapa do processo.

Suponhamos que a criança tenha que resolver este problema:

$$2 \frac{1}{4} + 1 \frac{1}{4}$$

Ela coloca 2 discos e uma parte fracionária de um quarto no flanelógrafo. Depois, coloca o 2.º adendo: 1 disco mais um quarto. A criança está sentindo o que significa cada número do problema. Ela quer, agora, encontrar a resposta. Para tanto, soma as

frações, e, depois, os inteiros. Vê, então, que o total das duas frações pode ser reduzido, e não encontra dificuldade em realizar tal operação, porque pode unir os dois quartos e sentir que com esta união constrói um meio. Assim, a resposta do problema, $3 \frac{1}{2}$, é perfeitamente sensível à criança. Pode suceder que a criança inicie a operação, somando os inteiros em primeiro lugar, para, depois, somar a parte fracionária. A professora aceita este raciocínio, encaminhando-o, etapa por etapa, para a direção formal.



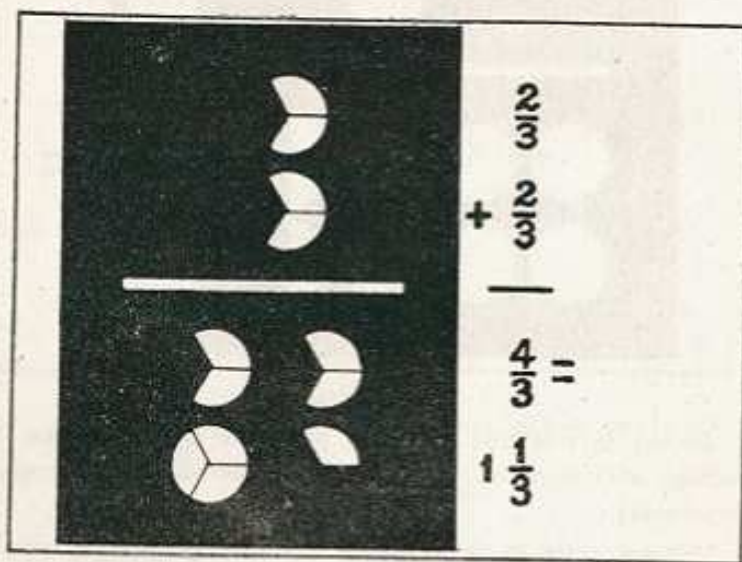
Depois da resolução de vários problemas com as Partes Fracionárias, a criança deve usar também o desenho para fixação da compreensão.

Vejamus outro exemplo. A criança vai descobrir a resposta para este problema:

$$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = ?$$

Neste caso, haverá uma dificuldade a mais. A criança terá que expressar a soma $4/3$ em número misto. Como chegará ao resultado? Ela toma 2 partes fracionárias de um terço e coloca no flanelógrafo. Agora, coloca mais duas, que é o segundo adendo. Verá que no flanelógrafo estão 4 terços. Sabe que pode reagrupar estas partes, formando 1 disco e tendo ainda um terço. Sente a razão da resposta de seu problema e melhor compreendê-la se for guiada a discutir questões como:

- Por que é a soma maior que um inteiro?
- Por que é a soma menor que dois inteiros?
- A soma é maior ou menor que $1\frac{1}{2}$?
- Por que não pode você mostrar $4/3$ com um disco só?

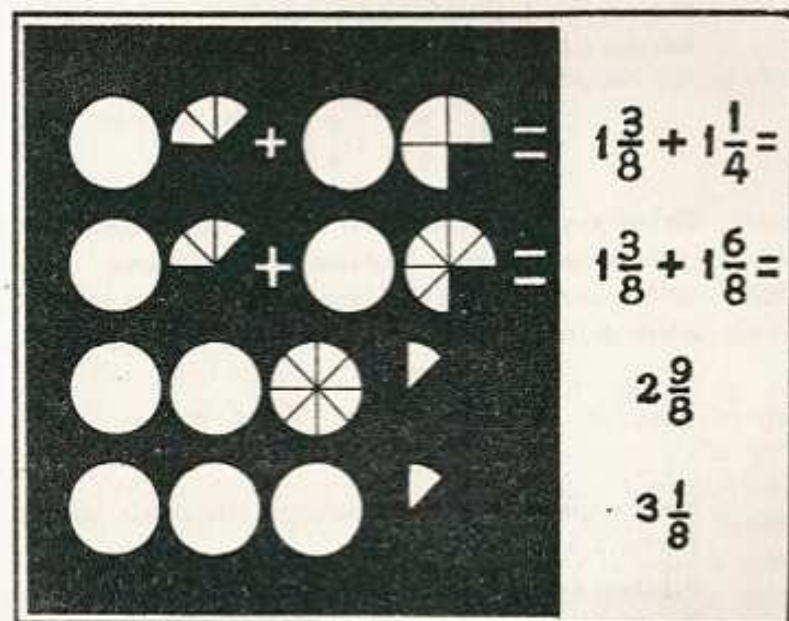


Para responder cada questão, a criança volta a manipular as partes fracionárias, e descobre que, realmente, a sua resposta é certa.

A professora deve guiar a criança a descobrir tantas maneiras quantas for possível de verificar a exatidão do resultado. Isto proporciona muitas oportunidades para o aluno operar com o pensamento quantitativo. Compara frações e descobre relações entre elas.

A criança vai, agora, somar $1\frac{3}{8}$ e $1\frac{1}{4}$. É a soma de dois números mistos, que envolve a necessidade de um denominar comum. Não podemos somar oitavos com quartos. Mas podemos transformar os quartos em oitavos. Trabalhando com as Partes Fracionárias, a criança descobre a equivalência de $3/4$ e $6/8$. Agora, pode somar $6/8$ e $3/8$, que são $9/8$. A criança, em seguida, soma os inteiros, e obtém a resposta: 2 inteiros e 9 oitavos. Sabe que pode reagrupar 9 oitavos em 1 inteiro e um oitavo, chegando, assim, ao resultado final:

$$3\frac{1}{8}$$



É possível que algumas crianças percebam imediatamente que $9/8$ são iguais a $1 1/8$. Usando a idéia do reagrupamento, adquirida na aprendizagem dos números inteiros, podem escrever logo apenas a parte fracionária e reagrupar o inteiro com os inteiros.

8. Descobrimto dos princípios e regras envolvidos na subtração.

Vejam os um exemplo de subtração. A criança tem 3 inteiros e 1 quarto para tirar 1 inteiro e 3 quartos:

$$\left(3 \frac{1}{4} - 1 \frac{3}{4} \right)$$

Coloca no flanelógrafo 3 discos inteiros e 1 quarto. Posso tirar 3 quartos de 1 quarto? Não. Que devo fazer? Toma-se um disco (dos 3 que colocou no flanelógrafo) e transforma-se em 4 quartos. Agora, ela tem no flanelógrafo 2 inteiros e 5 quartos para tirar 1 inteiro e 3 quartos:

$$\left(2 \frac{5}{4} - 1 \frac{3}{4} \right)$$

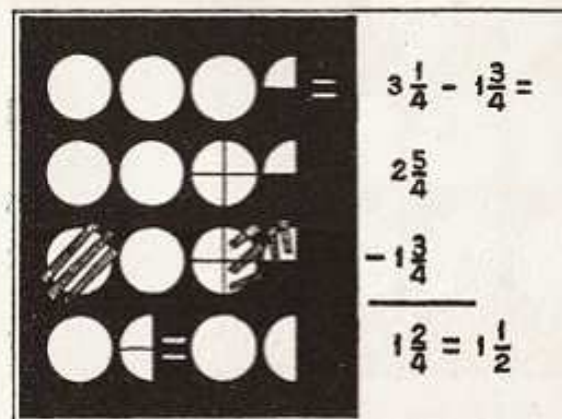
Poderá resolver o problema? Sim, porque pode retirar 3 quartos dos 5 quartos. Sobram ainda 2 quartos. Em seguida, a criança retira 1 inteiro dos 2 inteiros e vê o resultado no flanelógrafo: 1 inteiro e 2 quartos:

$$\left(2 \frac{5}{4} - 1 \frac{3}{4} = 1 \frac{2}{4} \right)$$

Nesta etapa, a criança não encontra dificuldade em transformar $2/4$ em $1/2$.

O hábito de ver 2 pedaços ($2/4$) e reconhecê-los, formando apenas 1 pedaço ($1/2$), ajuda a criança a lembrar

$$\left(3 \frac{1}{4} - 1 \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{2} \right)$$

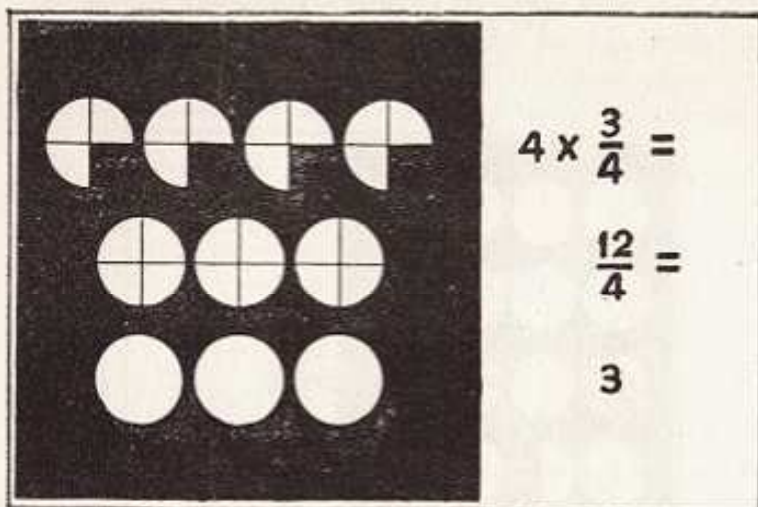


que deve reduzir a fração, quando trabalhar com os símbolos abstratos.

9. Multiplicação de frações.

A professora deve usar problemas que podem ser encontrados na vida diária para introduzir um novo processo. O seguinte problema poderia ser usado com tal finalidade: — D. Lúcia deu $3/4$ da maçã para cada um de seus filhos. Ela tem 4 filhos. D. Lúcia distribuiu.....

A criança dar-se-á a oportunidade de descobrir por sua própria maneira, a resposta para o problema. Ela tem, então, oportunidade de manusear as suas Partes Fracionárias para procurar a solução. Vem, depois, ao flanelógrafo demonstrar o raciocínio. A criança coloca 3 quartos quatro vezes no quadro, reagrupa as partes e vê o resultado final: 3 maçãs.



Vejamos mais este exemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = ?$$

A criança sabe, por experiências passadas, que a metade de um meio é um quarto:

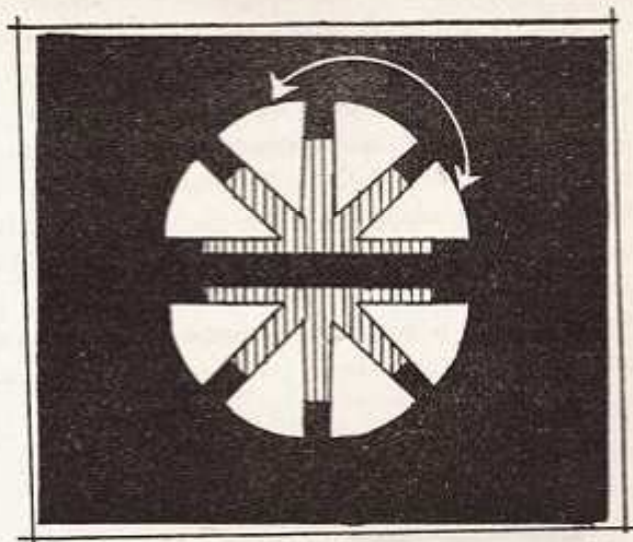
$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$$

e que a metade de um terço é um sexto

$$\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\right)$$

Ela vai agora procurar conhecer três quartos de um meio.

$$\left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = ?\right)$$



A criança toma a Parte Fracionária relativa a um meio. Divide esta metade em quartos e vê que cada quarto desta metade é do tamanho de um oitavo do inteiro. Assim sendo, três quartos serão três oitavos

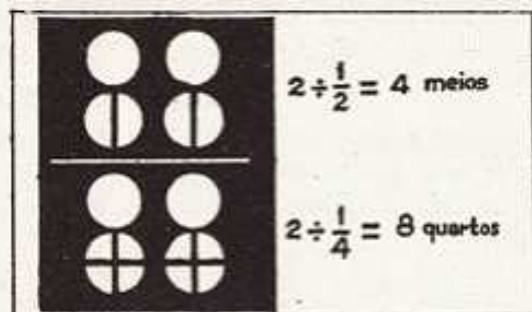
$$\left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}\right)$$

10. Divisão de frações.

A criança irá trabalhar com esta divisão:

$$2 \div \frac{1}{4} = 8.$$

Muitas vezes, acha difícil entender, porque a resposta encontrada num problema, como este, é maior que o número dividido. Para isto precisa compreender o sentido real da operação. A professora guia o pensamento da criança com perguntas como: "Se eu tenho 2 laranjas e divido-as ao meio, quantas metades terei? Se eu tenho 2 laranjas e divido-as em quartos, quantos quartos terei? Quantas vezes posso retirar um quarto de 2? Manipulando as Partes Fracionárias, a criança pode ver que, quando dividimos 2 laranjas ao meio nós temos 4 meios. Quando dividimos 2 laranjas em quartos, nós temos 8 quartos. Assim procedendo, entende o porquê da resposta. A interpretação da resposta é mais importante que a resposta em si mesma.



Quantas vezes eu posso tirar $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$?

$$\left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}\right)$$

Eis um novo problema.

A criança coloca a parte fracionária de um meio no flanelógrafo. Depois, toma uma parte fracionária de um quarto, que será a medida. Pela superposição vê que pode tirar 2 vezes um quarto de um meio. Eis a razão da resposta ao problema:

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2.$$

Vejamos um outro exemplo:

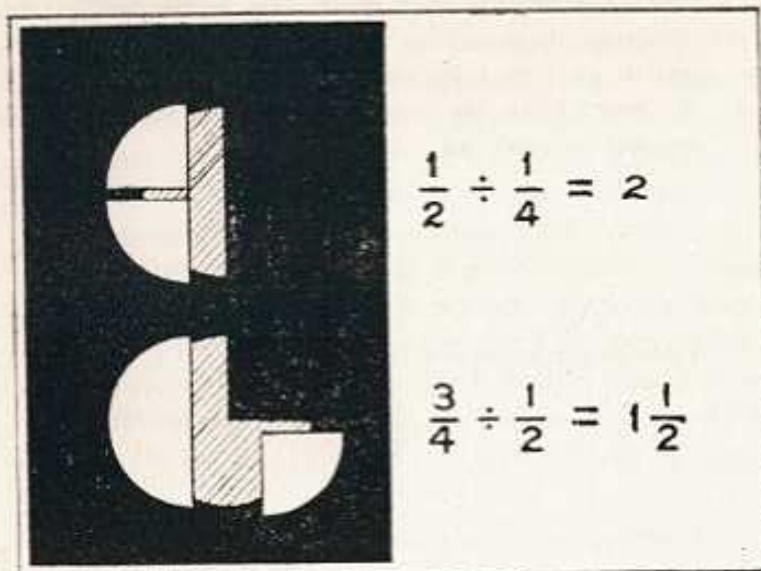
$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = ?$$

A criança coloca no flanelógrafo 3 partes fracionárias de um quarto. Toma uma parte de $\frac{1}{2}$ para descobrir quantas vezes $\frac{1}{2}$ está contido em $\frac{3}{4}$. Pela superposição verifica que $\frac{1}{2}$ está contido uma vez em $\frac{3}{4}$, mas que ainda sobra uma parte dos $\frac{3}{4}$. Que representa esta parte? Naturalmente é um resto dos $\frac{3}{4}$. Mas que fração da medida será este resto? A criança pode ver que a parte restante é a metade da medida com a qual trabalhamos ($\frac{1}{2}$). Desta maneira, chega ao resultado do problema:

$$1 \frac{1}{2}$$

A criança interpreta, então, o resultado da divisão: uma vez um meio e a metade de um meio.

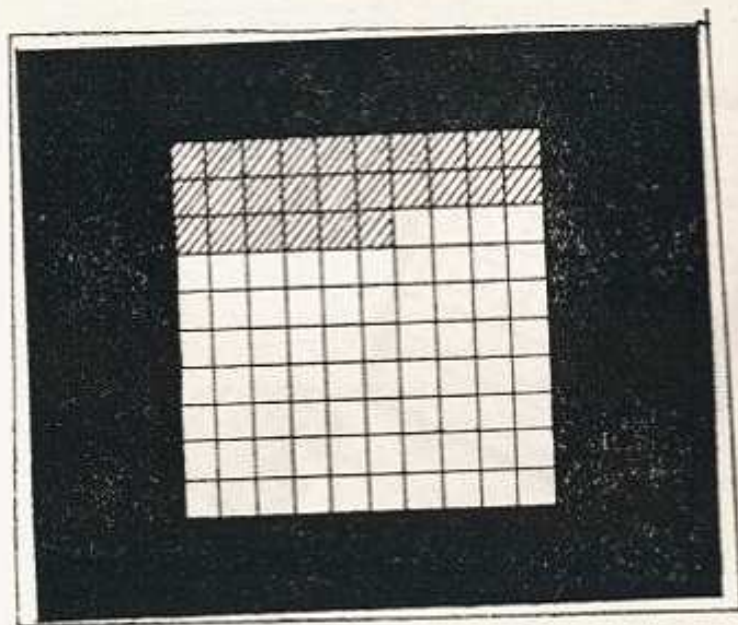
$$\left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = 1 \frac{1}{2}\right)$$



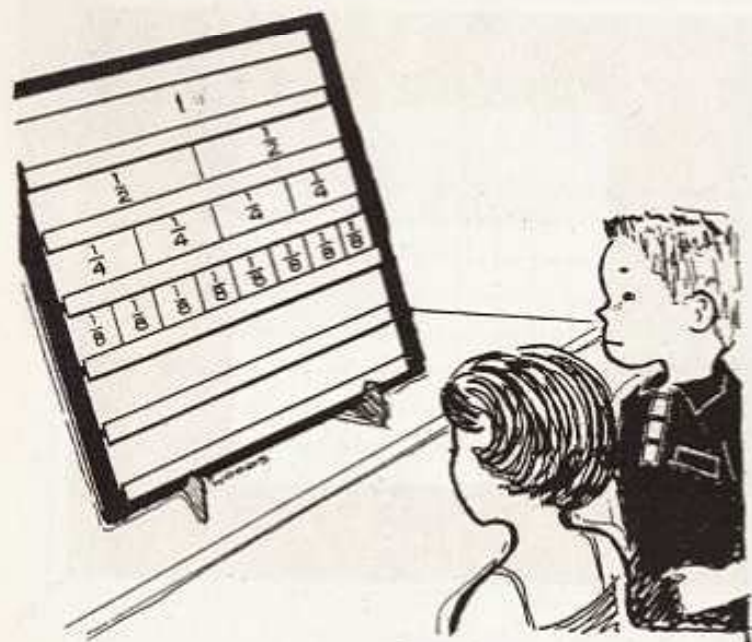
11. Reconhecimento da relação entre as frações e do fato de que o tamanho da unidade determina o tamanho de suas partes fracionárias. Exemplo: um meio do retângulo 0,40 m x 0,30 m é maior que um meio do retângulo 0,30 m x 0,20 m.
12. Uso das Partes Fracionárias nas séries mais adiantadas (5a. série ou 1.º ano ginásial), para revisão de conhecimentos e como um meio de manter a conexão entre o material concreto e as idéias abstratas.
13. Uso dos quadrados para desenvolver o sentido, a compreensão da fração decimal e da percentagem. Se a professora usa cem quadrados num bloco com 10 em cada lado, pode mostrar, facilmente, um centésimo ou um décimo de 100. A combinação destes décimos e centésimos mostra decimais compostas. Tendo cada quadrado em 2 cores (um lado de uma cor e o outro em cor diferente),

a criança poderá colocar 0,36, por exemplo, dos quadrados, numa cor e os demais em outra cor. A parte decimal ficará, assim, bem visível.

A criança poderá, também, considerar 36%. São 36 quadrados dos 100 quadrados dispostos no flanelógrafo.



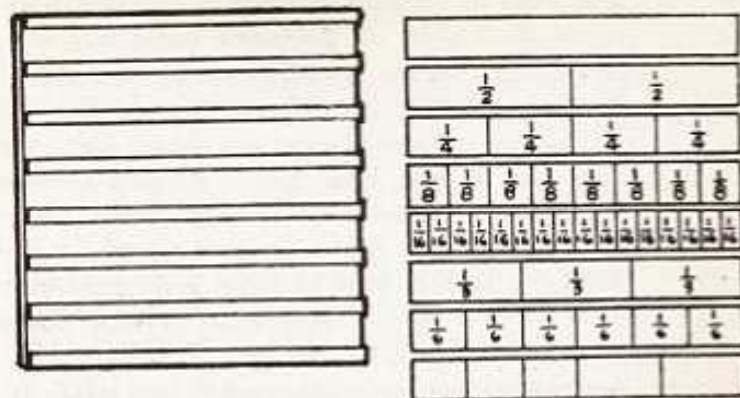
QUADRO DAS FRAÇÕES



O Quadro de Frações consiste num suporte quadrado de madeira (0,53 m x 0,53m) no qual se fixam 6 corrediças. Cartões representando partes fracionárias de um inteiro podem adaptar-se em cada uma dessas peças. A fração deve estar impressa de modo bem visível, na superfície de cada cartão.

Os cartões de cada grupo fracionário podem ser de cor distinta: meios, quartos, oitavos, dezesseis avos de uma cor; terços, sextos, doze avos de outra cor.

Pode ser usada também a mesma cor para todos os cartões.



Há 12 triângulos impressos no verso do cartão da unidade. No verso de cada parte fracionária, está impresso o número de triângulos relativo a estas partes fracionárias de 12. Será, de grande utilidade, ter também um jogo completo de partes fracionárias com 24 triângulos, para que a criança perceba a relação entre a metade de 12 e a metade de 24; um quarto de 12 e um quarto de 24, etc..

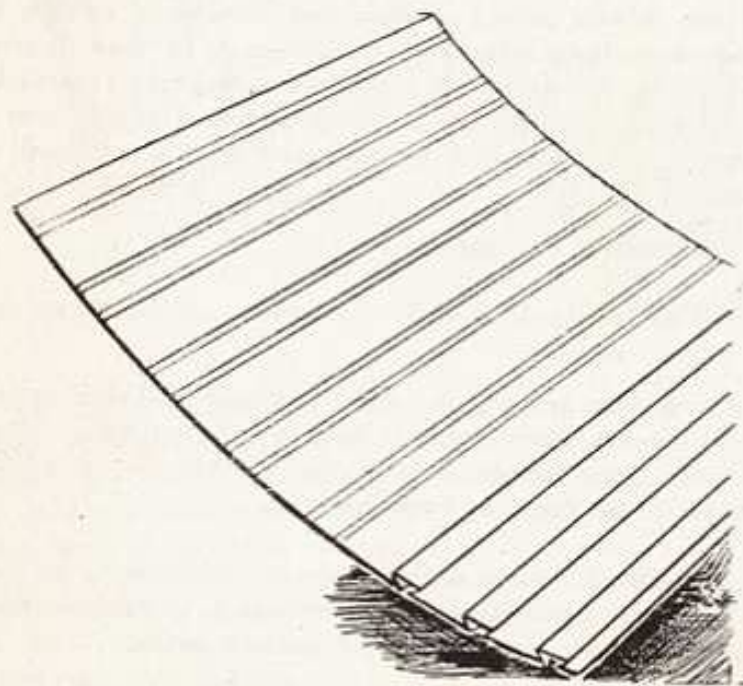
Acompanham este material:

- um cartão dividido em décimos e subdividido em centésimos;
- um grupo de 10 cartões mostrando a unidade partida em décimos; de um lado de cada um destes cartões está impressa a fração decimal 0,1; de outro lado, em forma de fração ordinária, $1/10$.

O quadro de Frações pode ser colocado, verticalmente, na mesa da professora, amparado nos pés removíveis de que dispõe. Podemos, todavia, usar ganchos para pendurá-lo à parede.

Podemos fazer este Quadro usando o seguinte material:

- a) uma folha de cartolina com 0,78 m de comprimento e 0,53 m de largura. A professora marca todo o comprimento, de ambos os lados, na seguinte seqüência de espaço: 3 cm; 1 cm; 7,5 cm; 1 cm; 3 cm; 1 cm; 7,5 cm; 1 cm; 3 cm; e assim por diante. Liga, com o lápis, bem de leve, estas marcas em toda a largura. Feito isto, a professora dobra, com muito cuidado, nas linhas como se fizesse pregas, formando as corredeiras e os espaços onde as fichas serão introduzidas. A 1a. prega é dobrada para baixo, a 2a. é dobrada para cima, a 3a. para baixo, etc.. A professora pode colar as pregas do lado avesso. Para reforçar o Quadro ele pode, por fim, ser colado a um papelão bem resistente;

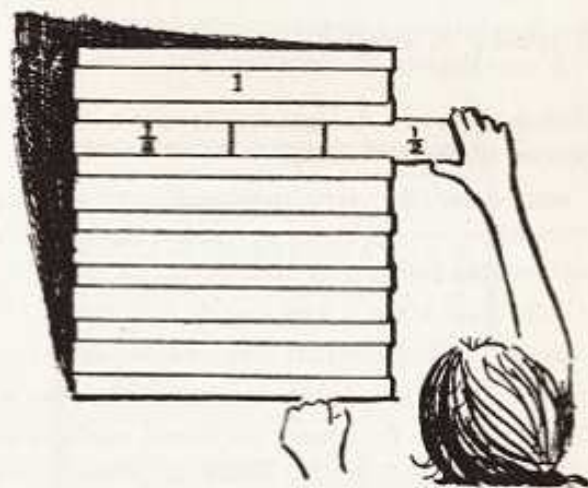


- b) a professora corta as fichas, em cartolina; os triângulos podem ser recortados em cartolinas de cor contrastante e colados nas fichas;
- c) a professora poderá usar, para este trabalho, o fichário tão útil nas atividades de linguagem. Este fichário é feito com uma folha de cartolina, onde são dadas pregas em espaços constantes: 7,5 cm; 2,5 cm; 7,5 cm; 2,5 cm, etc..

Estas pregas são feitas todas na mesma direção.

Para prendê-las é usada a fita "Durex" nas extremidades da folha de cartolina.

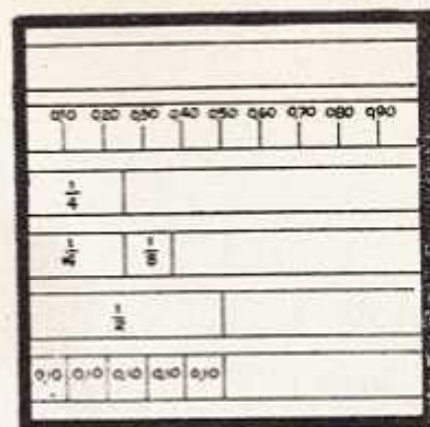
As fichas fracionárias são introduzidas nestas pregas;



- d) o suporte do Quadro de frações é feito de papelão. Este suporte pode ter 0,58 m de base e 0,23 m de altura. Ligeiramente dobrado ao meio, forma o suporte onde o Quadro é colocado.

12; $1/2$ de 6 é ilustrado separando-se ligeiramente esses grupos de triângulo.

10. Podemos levar a criança a descobrir a divisão, encaimando seu pensamento com perguntas como: "Quantos oitavos há em $1/2$?" Colocando a ficha de $1/2$, próxima às fichas de oitavos, a criança encontra a resposta.
11. A idéia de razão envolvida numa fração é descoberta e demonstrada com o uso dos triângulos. Por exemplo: a criança descobre a relação entre 3 e 12 quando coloca a parte fracionária de 3 triângulos na corredeira abaixo do cartão mostrando 12 triângulos. Ela vê que 3 é $1/4$ de 12 e que $3/12$ é igual a $1/4$.
12. Os cartões de frações decimais podem ser usados de per si, ou conjugados com os cartões de frações ordinárias. Através de seu uso, a criança descobre o conceito relativo às várias partes decimais da unidade.
13. A comparação entre a escrita de números inteiros, frações ordinárias e decimais pode ser feita com este material.
14. A comparação aproximada e exata das partes decimais pode ser vista quando a criança aproxima estas partes.
15. A criança descobre também a relação entre unidade e décimos; unidade e centésimos; décimos e centésimos.
16. O uso deste material pode ser feito para mostrar a equivalência entre frações decimais e ordinárias. Tal equivalência é prontamente evidenciada, quando a criança coloca a escala decimal em uma corredeira, e qualquer parte fracionária, ou grupo de partes fracionárias, na corredeira próxima. A criança vê, então, que $1/2$ é igual a 0,50 ou que $1/4$ é igual a 0,25.



17. A adição e a subtração de frações decimais podem ser descobertas, e demonstradas, quando a criança combina, ou separa, qualquer parte do conjunto de cartões decimais. Por exemplo: separa 0,70 em 0,50 e 0,20; 0,30 e 0,40; 0,60 e 0,10 para demonstrar a subtração. Combinando estas partes separadas, faz a soma.
18. A extensão do conceito de valor relativo do algarismo, colocado à direita da vírgula decimal, é alcançada também com este material.
19. O Quadro de Frações pode ser usado na 5ª série primária, ou mesmo no 1.º ano de ginásio, para revisão de conceitos, e como um meio de preservar a conexão necessária entre o material concreto e as idéias abstratas.



De quantos doze avos eu preciso para fazer um quarto? $1/4$ é igual a quantos oitavos?

MEDIDAS



Sugeríamos a uma professora de 4a. série que realizasse o ensino de frações, guiando seus alunos na descoberta dos princípios e regras, através do manuseio das Partes Fracionárias, que seriam confeccionadas pelas próprias crianças, e de acordo com sua possibilidade. Fomos, mais tarde, presenteadas com a oportunidade



de observar o trabalho das crianças. Elas somam, subtraem, multiplicam, dividem frações, ora descobrindo a resposta com o material, ora manuseando-o para provar que a solução com os símbolos abstratos é sensível.

Há um interesse intrínseco e muito pensamento quantitativo.

Congratulamo-nos com a professora, quando ela nos disse: "Tenho agora uma grande dificuldade. Preciso prosseguir com o programa e iniciar a classe no estudo de decimais e medidas, mas os meninos resistem a esta idéia. Querem continuar trabalhando com as frações."

Nada dissemos então. A esta excelente professora, e a tantas outras que, igualmente, interessam-se pelo ensino da aritmética sensível à criança, deixamos aqui a nossa resposta: "As crianças podem ser introduzidas no estudo de decimais e medidas também através do material."

A aplicação dos vários instrumentos de medida, em situação concreta, é uma atividade significativa. A criança, por este processo, torna-se familiar com as unidades de medida e com o processo pelo qual elas são usadas, na vida diária.

Citaremos, aqui, algum material útil ao ensino destes conceitos:

1. A régua

A criança, desde cedo, necessita usar a régua que é, realmente, a primeira escala de medidas que manuseia. Através da régua, aprende a ler o comprimento exato; desenhar linhas com um comprimento determinado; medir pequenos comprimentos; avaliar pequenas distâncias; ler e escrever os nomes e símbolos das subdivisões; usar frações ordinárias equivalentes às medidas da régua; somar, diminuir, multiplicar e dividir decimais usadas na régua; compreender a relação entre decímetro e centímetro, etc..

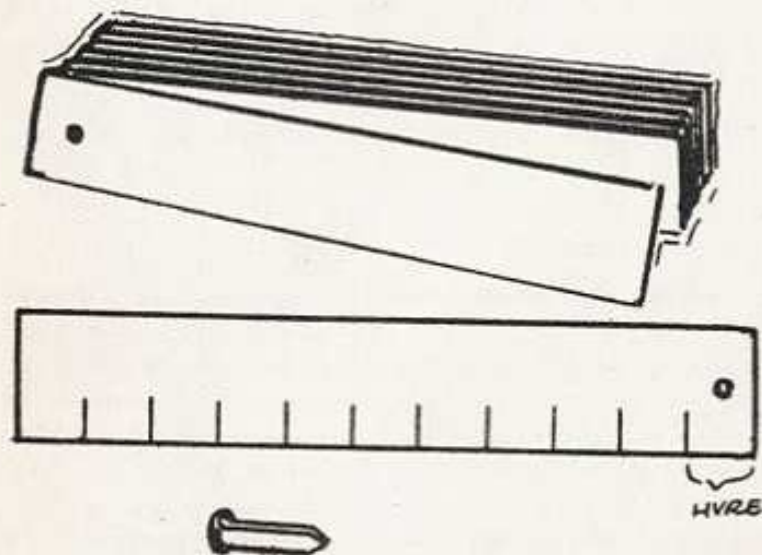
2. O metro

O metro deve ser usado em suas várias modalidades:

- a) a trena;
- b) a fita métrica;
- c) o metro de carpinteiro, etc..

O metro de carpinteiro pode ser feito construindo-se cada decímetro, subdividido em centímetros, em cartolina; depois, estes decímetros são ligados com um grampo, de maneira que possa dobrar como comumente é guardada.

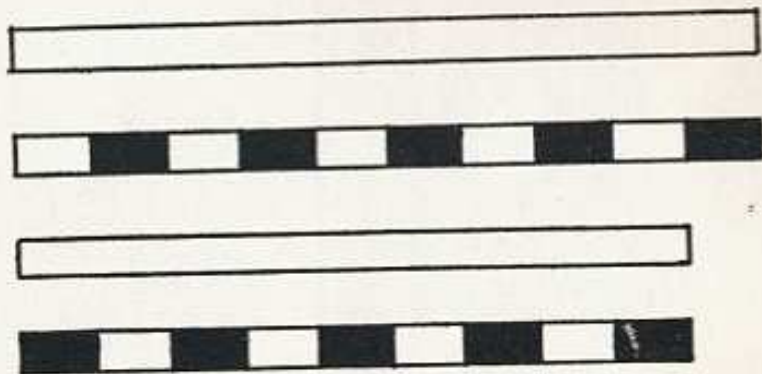
Na confecção do 2.º decímetro em diante é preciso deixar um espaço, de mais ou menos 2 cm, sem escala, para servir à junção das partes, sem prejudicar o tamanho do metro.



Cada criança pode ter o seu metro, e ser levada a usá-lo, não só nos períodos dedicados à aritmética, mas também em todas as oportunidades sociais em que haja necessidade de medir o comprimento.

A professora pode ter também uma coleção de metros, construída em madeira, com as seguintes peças:

- a) o comprimento de um metro, sem divisão, pintado de uma só cor;
- b) o comprimento de um metro, dividido em 10 decímetros, sendo usadas 2 cores: 1 decímetro, por exemplo, em vermelho, outro em azul, e assim por diante;
- c) o comprimento de 9 decímetros dividido em decímetros, sendo usadas, para isto, as duas cores;
- d) o comprimento de 9 decímetros em uma só cor;
- e) outros tamanhos, seguindo a mesma orientação até 1 decímetro.



Este é um material prático que possibilita à criança avaliar um comprimento e, em seguida, verificar se sua avaliação é certa. A criança toma, por exemplo, 8 decímetros e junta a estes mais 3

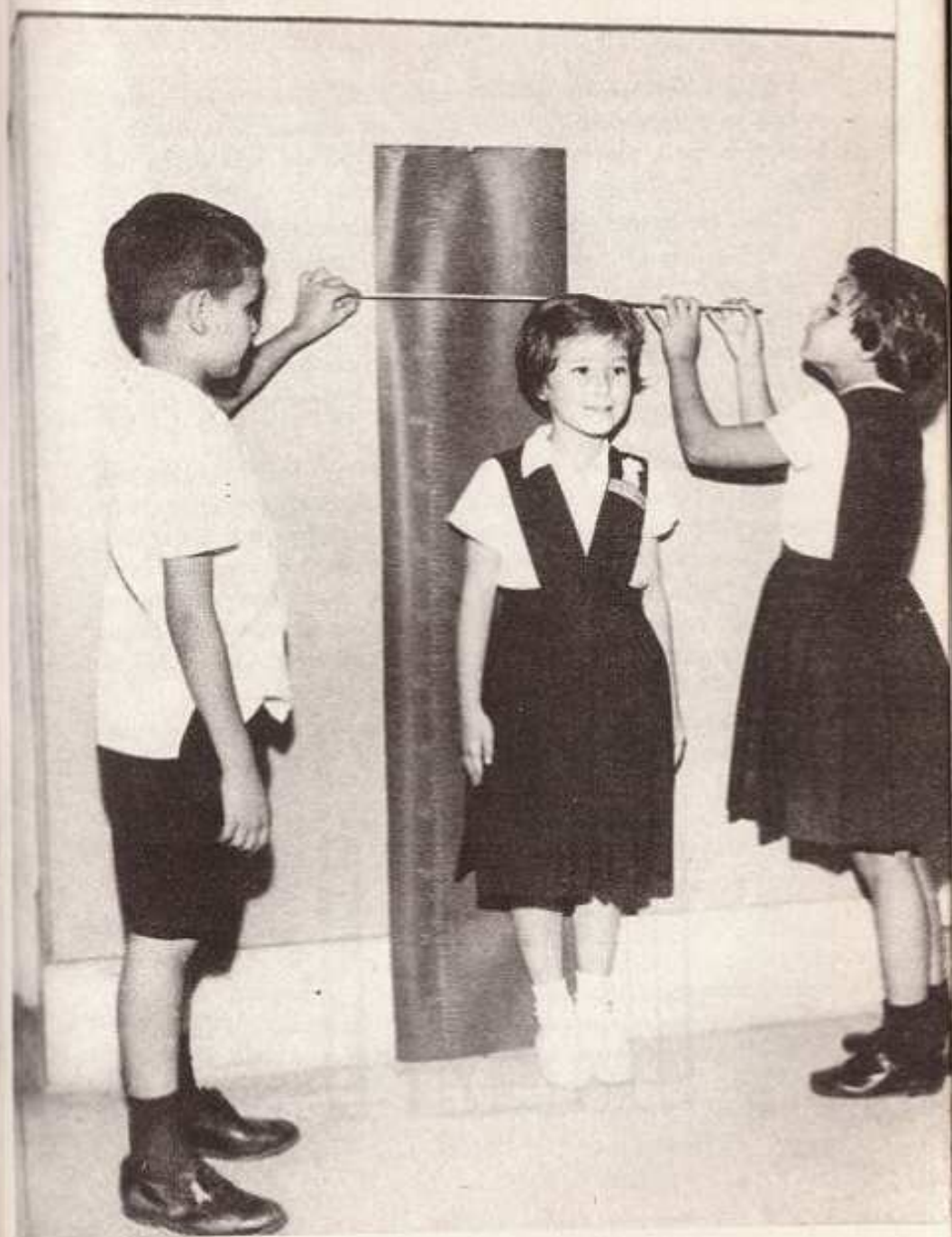
decímetros. Vê, então, que completa um metro e ainda tem 1 decímetro a mais. Pelo mesmo processo a criança pode perceber a subtração, a multiplicação e a divisão.

3. O termômetro

A professora pode ter em classe um termômetro em tamanho grande. A escala do termômetro é desenhada em cartolina e colada em papelão resistente. São feitas 2 aberturas — uma, na parte superior, e outra, na parte inferior — por onde passa um elástico. Parte deste elástico é colorido de vermelho imitando o mercúrio. Parte deste elástico é móvel, de maneira que o vermelho aponta, na escala, a temperatura do dia.



A criança, com este material em classe, terá interesse em acompanhar as variações da temperatura; a influência dessas variações; aprenderá a ler a escala termométrica, etc.



4. A escala métrica

Quanto você mede? Quem é mais alto: Você ou seu amigo? — são perguntas para as quais a própria criança pode descobrir a resposta, se a professora tiver presa, à parede, uma escala métrica.

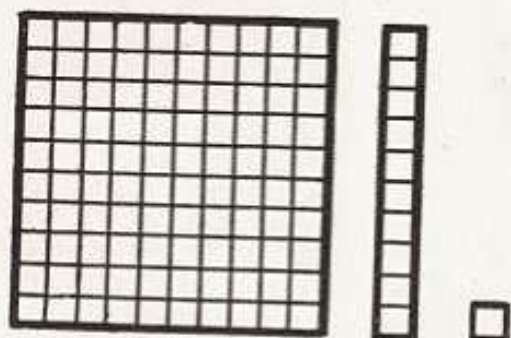
Essa escala será feita em oleado para maior durabilidade.

É bom que a professora use, de início, escrever “meio metro”, “um metro”, “um metro e meio”, à altura respectiva, a fim de facilitar a conexão entre estas expressões e a quantidade de centímetros a elas equivalente.

5. O mosaico

A professora pode fazer, com o mosaico de construção, um material de ensino da aritmética de grande utilidade. Toma uma peça de 100 mosaicos e cola em papelão para prevenir a durabilidade. Constrói, da mesma forma, 10 peças de 10 mosaicos em cada. Em cada peça a criança vê o que é 0,1. A professora pode ter, ainda, 100 mosaicos. Cada mosaico é 0,01 e a reunião de 10 forma 0,1. Outras peças são feitas com 25 para mostrar 0,25 ou $\frac{1}{4}$ de 100; com 50 para mostrar 0,50 ou $\frac{1}{2}$ de 100, etc..

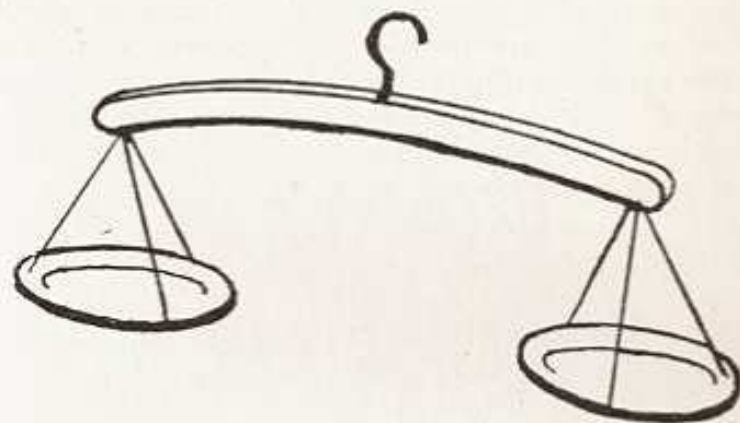
É um material que pode ser usado também para levar a criança a perceber o sentido da percentagem e o real significado de área.



6. A balança

Não é difícil construir uma balança para desenvolver os conceitos do gramo. Em geral, as crianças constroem esta balança, para as aulas de ciências.

Pode ser feita com um cabide, 2 pratos de papelão ou de lata e barbante.



A criança gosta de pensar, e com esta atividade, aprende a equivalência de peso, aprende a avaliar, estimar, etc..

7. O litro

A criança precisa ter oportunidade de manusear o litro em suas várias modalidades. Precisa ter experiências em medir com os vários instrumentos usados com esta finalidade, estabelecendo relações entre eles e entre os vários instrumentos e o litro. Que fração do litro é o copo? Quantas xícaras preciso para fazer um litro?

8. O relógio e o calendário

São materiais usados desde a 1a. série e são de fácil feitura.

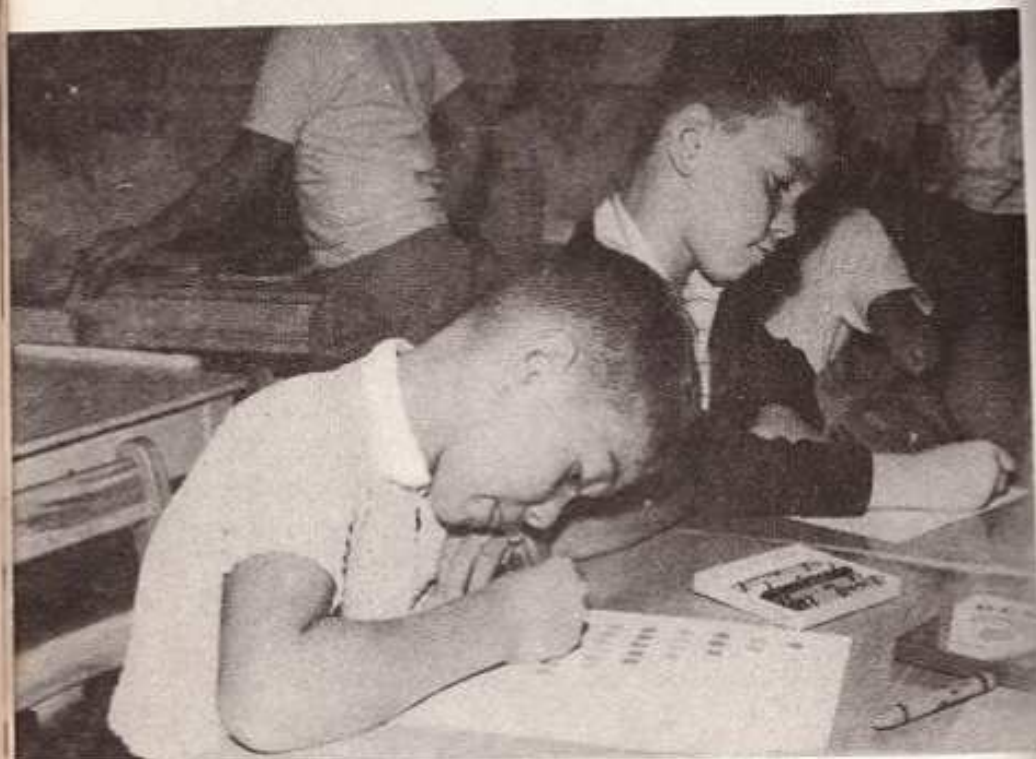
A criança pode construir um calendário escrevendo a data de cada dia. Conta os dias que faltam para um determinado aniversário, ou para as férias, ou uma atividade de classe. Pode comparar o número de dias de sol e os de chuva, etc..

Da mesma maneira, a criança pode fazer relógios de papel ou cartolina. Marca a hora de entrada, a hora de saída da escola, a hora da merenda, a hora da missa, etc.. De acôrdo com o seu desenvolvimento a criança pode resolver problemas que envolvam conceitos de tempo. Sugerimos que a professora tenha em classe diferentes tipos de relógio: com algarismos romanos e arábicos, com ponteiros de segundos, etc..



De quantos meios litros eu preciso para encher um litro?

PARTE III



As crianças podem ajudar no planejamento e confecção de cartazes .

CARTAZES

Começar o ensino da aritmética com representações tangíveis das idéias e quantidades numéricas e ir movendo, gradualmente, para o abstrato, é um princípio no qual devemos sempre insistir. Precipitar a criança, muito rapidamente, nos símbolos abstratos, tem causado muita frustração no aluno que tenta aprender a aritmética.

Muitas professoras realizam um bom trabalho com o material concreto manipulativa, na etapa inicial da formação dos conceitos aritméticos. Mas passam tão rapidamente, do material concreto para os símbolos abstratos, que a criança sente-se perdida. E a professora também. É comum encontrarem-se professoras que, porque trabalharam com o material concreto, não encontram explicação para o fracasso de seus alunos. É que a criança precisa de uma ajuda intermediária. Os cartazes constituem um tipo de material visual, que pode ser desenvolvido, para ajudar a criança na estrada que começa na necessidade do material concreto manipulativo e vai até a habilidade de operar com abstrações.

Usualmente, a criança pode participar da organização e desenvolvimento de um cartaz. Esta participação favorece o hábito de organizar suas próprias idéias, e usá-las para solucionar suas dificuldades.

Um dos erros comuns no uso dos cartazes no ensino da aritmética é que são introduzidos, antes que muita atividade tenha feito deles uma experiência significativa.

Nenhum cartaz, por mais simples que a professora o considere, deve ser introduzido, até que os conceitos, nele incluídos,

tenham sido desenvolvidos através de experiências de primeira mão. A criança, neste ponto, pode registrar estas experiências, confeccionado o cartaz com o conceito desenvolvido. Terá grande ajuda, por este meio, para chegar à desejada generalização.

A participação da criança no desenvolvimento do cartaz, é uma segurança contra a introdução de uma matéria, antes que a criança esteja pronta para esta espécie de apresentação organizada. Quando o aluno entende um cartaz que ajudou a organizar, o material torna-se uma referência cheia de sentido, que ele consulta temporariamente.

A criança não deve ser negada oportunidade de construir sua própria organização lógica, já que esta organização é um crescimento de experiências próprias de grande significado.

CONFECÇÃO DO CARTAZ

A confecção de um cartaz envolve certos problemas técnicos, nos quais não nos vamos aprofundar. Há, entretanto, alguns pontos básicos que gostaríamos de discutir.

O cartaz precisa ser simples para o aluno vê-lo e lê-lo com facilidade. A professora deve prevenir-se para não colocar 2 conceitos aritméticos em um só cartaz.

O cartaz deve dizer o máximo através de seus desenhos, gravuras e outros elementos. Há cartazes que incluem muitas palavras, muitos desenhos, muitos conceitos, de forma que a criança não percebe a sua organização ou significação. E quando fazemos um cartaz, queremos simbolizar, pelo arranjo do material, um conceito já apreendido. Nós queremos esclarecer visualmente.

A professora pode usar o desenho, as gravuras recortadas, ou um modelo simples, recortado em outro papel e colado no cartaz.

É preciso ter um certo equilíbrio, na disposição dos elementos, na composição de um cartaz. As dimensões, as colorações, o refôrço das linhas, a localização dos elementos, contribuem para que haja o equilíbrio de que falamos.

A habilidade ou talento artístico da professora é menos importante que seu senso comum, sua sagacidade em aproveitar novas possibilidades, seu interesse sincero em usar o cartaz para ajudar a criança a aprender a Aritmética.

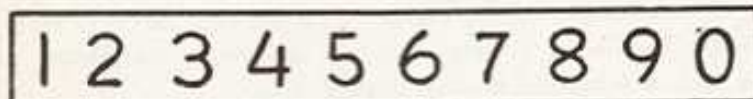
TIPOS DE CARTAZES

Exploraremos, aqui, somente um número limitado de situações, em que a professora e a criança podem desenvolver um cartaz para clarificar os conceitos aritméticos.

Muitas vezes a confecção pode, proveitosamente, incluir todos os membros da classe. Outras vezes, a professora observará que o cartaz deve ser feito em grupos, de acordo com o desenvolvimento e necessidade da criança.

A professora cria novas variações, acompanhando o grau de maturidade de seus alunos, porque, também no uso dos cartazes, temos que observar as etapas de dificuldades.

1.



Um dos problemas da 1a. série é levar a criança a adquirir a direção para escrever os símbolos numéricos. À proporção que a criança adquire a idéia da quantidade, precisa aprender como fazer o símbolo que representa esta quantidade. E aprender a escrever os símbolos numéricos, envolve uma percepção correta das formas do número. A criança precisa saber onde começar escrever cada

figura e que direção seguir. Um cartaz poderá ajudá-la muito, quando organizado com esta finalidade.

A tinta preta pode ser usada. As flechas são feitas de cor vermelha e indicam a direção que o lápis deve seguir. Uma linha pontilhada mostra a parte que será feita por último.

O cartaz fica exposto na sala de aula e é consultado sempre que a criança necessitar.

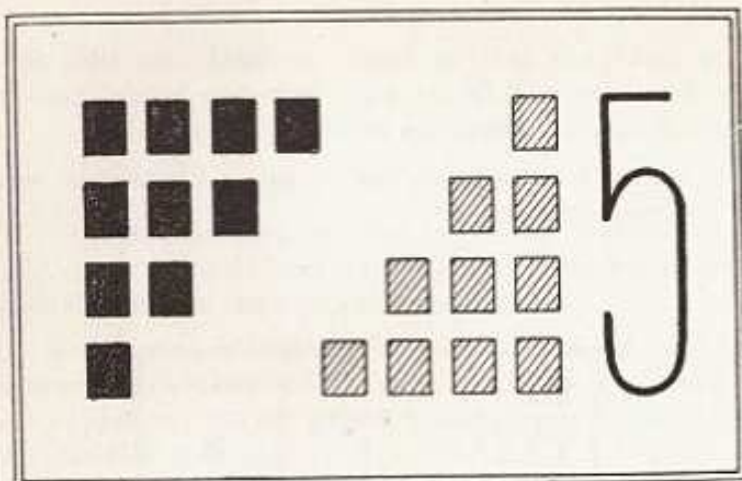
2.

	1
	2
	3
	4
	5

	1	•	um
	2	••	dois
	3	•••	três
	4	••••	quatro
	5	•••••	cinco

Um cartaz como o que apresentamos acima ajuda a criança a unir a quantidade ao símbolo que a representa. De acordo com a maturidade da criança, a professora fará novo cartaz, acrescentando a representação semiconcreta e a grafia do nome do número.

3.



Vamos volver, agora, nossa atenção para o agrupamento. A criança precisa adquirir facilidade em agrupar uma quantidade de várias maneiras. A criança tem uma variedade de experiências com material concreto para pensar, experimentar, verificar. Tais atividades guiam à formulação de generalizações acerca de grupos numéricos. Quando o aluno demonstra compreensão à proporção que trabalha com material concreto, está pronto para organizar as informações obtidas num cartaz simples. A criança registra nêles todos os agrupamentos possíveis dentro de uma determinada quantidade.

Este cartaz pode ser material de referência, de maneira que a criança, confiante e segura, possa consultá-lo sempre que necessitar.

A professora que, desta forma, ajuda seus alunos, guiando-os a querer tornarem-se independentes, ouvi-los-á dizer um dia: — “Eu não preciso mais consultar o cartaz” ou “Eu vou experimentar não olhar desta vez”.

4.



Depois que várias atividades com material concreto forem vividas, a fim de que a criança desenvolva a percepção de que 10 forma uma unidade agrupada, professora e alunos podem desenvolver um cartaz como o que apresentamos acima. A criança, à vista dêste cartaz, fixa o conhecimento acerca da natureza de nosso sistema numérico.



O tipo de cartaz acima ajuda a criança a pensar. Ela vai procurar a solução. Vê que só deve somar quantidades iguais. A criança não pode somar coelhos com meninos, ou cachorros com galinhas, a não ser que use uma palavra de sentido amplo que envolva quantidades diferentes.

A criança percebe, com este material, que quando soma, reúne grupos.

6.

ISTO É ADIÇÃO

		
2 crianças	chegam mais 2	4 crianças ao todo

ISTO É SUBTRAÇÃO

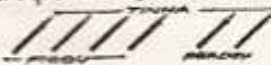
		
4 crianças ao todo	saem 2 crianças	restam 2 crianças

Depois que a criança compreende o sentido da adição e da subtração, pode registrar sua experiência confeccionando um cartaz. Para isto, usa gravuras recortadas de animais, crianças ou objetos, que concretizem esta mesma idéia, trabalhada aqui, com desenho. A criança vê, então, que, na soma, põe grupos juntos, e na subtração, separa um grupo em grupos menores.


7.

SUBTRAÇÃO


A José tinha 6 lápis, mas ele perdeu 2. Com quantos lápis ele ficou?



B Lúcia tem 7 bonecas e Maria tem 5. Quantas bonecas Lúcia tem mais que Maria?

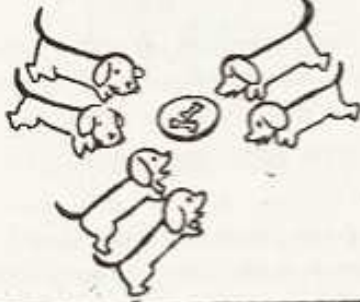


C Lili precisa de 8 blocos para fazer a casa de brinquedo. Ela tem 5 blocos. De quantos blocos ela ainda precisa?



A criança aprende, através de experiências, material concreto e problemas bem analisados, a diferença, em pensamento, na resolução dos 3 tipos de problemas que envolvem a subtração. Organiza, então, para ter na sala de aula, um cartaz para esclarecer estas idéias.

8.



3 grupos de
2 cachorros
são
6 cachorros

$3 \times 2 = 6$

Sabemos que a criança sente dificuldade em entender o sentido da multiplicação. Precisa inúmeras experiências com material concreto, com material representativo, para compreender que a multiplicação é um método rápido de somar, quando os grupos são iguais. Para fixar esta compreensão, os cartazes auxiliam muito. As crianças participam de sua confecção, usando diferentes recortes. Para colecionar esses recortes de revistas e jornais, adquirem o hábito de perceber as unidades agrupadas em grupos iguais.

9.

1	2	3		
4	5	6		
7	8	9		
10	11	12		
13	14	15		
16	17	18		
19	20	21		
22	23	24		
25	26	27		
1	2	3	4	
5	6	7	8	
9	10	11	12	
13	14	15	16	
17	18	19	20	
21	22	23	24	
25	26	27	28	
29	30	31	32	
33	34	35	36	
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40
41	42	43	44	45

Nesta série de cartazes a criança registra as várias experiências que teve com grupos iguais. A professora vai acrescentando outros cartazes à proporção que as experiências se avolumam.

Os números são feitos em tinta preta, por exemplo, e o total dos grupos em tinta vermelha.

Examinemos o cartaz com grupos de 5. O aluno vê o 1º grupo de 5; depois vê que 2 grupos de 5 são 10; 3 grupos de 5 são 15 e assim por diante. Se a professora indaga quantos são 7 gru-

pos de 5, a criança conta os grupos e encontra a resposta 35. A professora pode dirigir o raciocínio da criança, indagando: "Quantos grupos de 5 eu tenho em 35?" O aluno procura o 35 e vê que há 7 grupos. A professora indaga agora: "Quantos grupos de 5 eu tenho em 43?" A criança procura o 43 e vê que são 8 grupos de 5 e ainda há um resto de 3.

Cada criança desenvolve também, em seu caderno, cartazes semelhantes.

10.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3								
4	4								
5	5								
6	6								
7	7								
8	8								
9	9								

Consideramos este cartaz muito abstrato. A professora introduzi-lo-á com cautela, respeitando a capacidade de abstração da criança. Por este motivo, o cartaz não deve ser apresentado completo aos alunos. Queremos que a criança seja levada ao seu uso pela compreensão.

Suponhamos que o aluno queira saber o produto de 4 vezes 5. Procura, na coluna vertical, o nº 4, e na coluna horizontal o nº 5. No encontro destas 2 colunas, colocará o resultado 20. Não há nisto magia. De fato, no cartaz há os 4 grupos de 5. Assim a criança registra todos os fatos fundamentais da multiplicação e vê os fatos fundamentais da divisão.

Depois de todo trabalho, a criança poderá usar o cartaz para verificar algum fato sobre o qual não esteja muito segura.

11.

Que quer dizer $8 \div 2$?

Maria fez 8 sanduíches para um pic-nic. Ela colocou 2 sanduíches em cada pacote. Quantos pacotes Maria fez?

DIVISÃO É UM MÉTODO CURTO DE SUBTRAÇÃO

O uso do material manipulativo precede, conforme afirmamos muitas vezes, ao emprego deste cartaz.

As seguintes questões ajudam a criança a entender o desenho:

- Maria colocou 8 sanduíches em fila. Que desenho mostra este fato?
- Ela embrulha 2 dos 8 sanduíches em um pacote. Que desenho mostra quantos sanduíches ficaram sem embrulhar?

- Em seguida Maria embrulhou mais 2 sanduíches. Quantos ainda faltam para ser embrulhados?
- Depois que fez mais um pacote, quantos ainda sobram?
- Todos os 8 sanduíches foram embrulhados em pacotes de 2 sanduíches. Quantos pacotes Maria fez?

Questões desse tipo ajudam a tornar o desenho funcional no desenvolvimento do conceito de que a divisão é um método curto de subtração. Se os alunos têm experiências desta espécie e suplementam este cartaz com outras gravuras, exercícios, etc., entenderão, certamente, o sentido desta fase da divisão.

Outros cartazes deste tipo podem ser feitos mostrando:

- Que quer dizer o "resto"?
- Quando podemos interpretar o resto como fração?
- Que quer dizer a multiplicação?

12.

Divisão

MEDINDO	REPARTINDO
João tem 16 figurinhas para a sua coleção. Se ele colar 4 em cada página, quantas páginas ele vai usar?	Maria e suas duas colegas desejam dividir igualmente 12 balas. Quantas balas cada menina terá?
	Cada uma terá 4.

A divisão tem 2 sentidos diferentes. As duas espécies de situação, envolvendo a divisão, podem ser ilustradas com o problema e diagrama que apresentamos aqui. A professora observa que

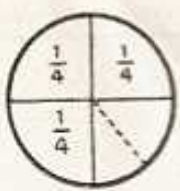
a divisão envolvendo a idéia de medir é mais fácil de ser demonstrada que aquela que envolve a idéia de repartir. Quando a professora conhece estas duas situações, encaminha a linguagem descritiva, na análise de um problema, cuidadosamente, de maneira que os dois sentidos sejam associados com o processo da divisão.

Observamos que, fazer a criança penetrar nesses dois sentidos, é uma etapa muito avançada.

13.

EQUIVALÊNCIA DAS FRAÇÕES.															
1															
$\frac{1}{2}$								$\frac{1}{2}$							
$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$				$\frac{1}{4}$			
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

As experiências com frações são também registradas em cartazes. É possível organizar outros tipos para clarificar a equivalência de frações.



Se eu cortar um quarto em 2 partes, qual é o nome de cada parte?

Quantas partes haverá em um inteiro?

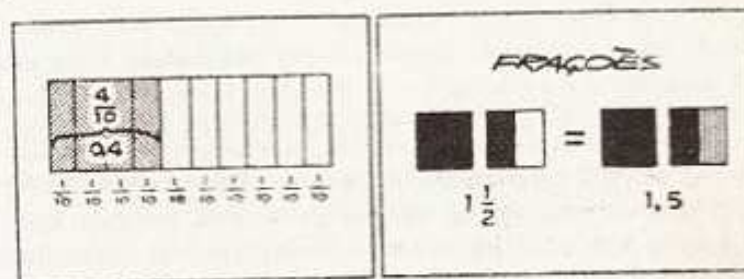
- PENSE -

Sugerimos também a organização de outros cartazes, durante o ensino de frações. Por exemplo:

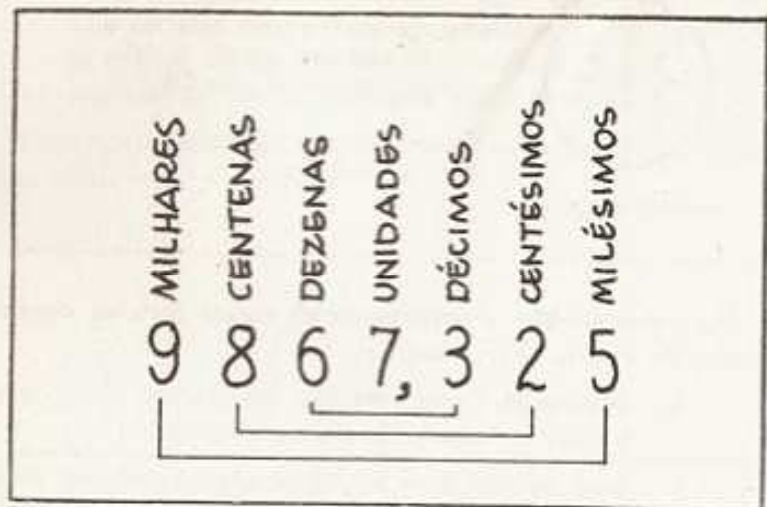
- desenho de frutas cortadas em partes iguais para mostrar a redução de frações impróprias;
- para mostrar como um número misto pode ser transformado em fração imprópria;
- para fixar a compreensão das operações fundamentais com frações, etc.

A consulta a estes cartazes deve ser facilitada aos alunos.

14.



A equivalência entre as frações ordinárias e as frações decimais pode ser registrada em cartazes à proporção que a criança penetra em seu sentido.



A fração decimal não tem significação aritmética para a criança, até que descubra a relação entre o valor do algarismo à direita da unidade e o valor do algarismo correspondente, à esquerda.

Este cartaz mostra a relação entre os lugares correspondentes de cada lado da unidade. Assim: o lugar das dezenas é um número à esquerda das unidades e vale dez vezes mais; o lugar dos décimos é um número à direita das unidades e vale só um décimo.

Muitas vezes a professora estuda a posição na escala numérica, partindo da direita ou da esquerda da vírgula decimal. Quando isto é feito, a criança fica confusa. Ela não pode entender porque as dezenas situam-se 2 lugares à esquerda da vírgula, e os décimos situam-se apenas um lugar à direita da vírgula.

O lugar das unidades é o ponto de referência, através do qual as outras posições, na escala numérica, são identificadas. O

lugar das unidades é o coração do sistema numérico. O cartaz que apresentamos é usado no esclarecimento desta idéia.

0,2	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	1/5
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	
	0,1	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	

Depois que a criança entende décimos, está pronta para desenvolver a compreensão sobre centésimos. Desenha, em papel quadriculado, um grande quadrado, subdividido em 100 quadrados. A criança nota, então, que o quadrado grande está dividido em 10 filas iguais e que cada fila está dividida em 10 partes iguais, reforçando a idéia de que um centésimo é um décimo de um décimo e descobrindo que há $10 \times 0,01$ em um décimo.

A proporção do desenvolvimento da criança, outras equivalências vão sendo escritas ao lado do cartaz.

17.

SINAIS QUE JÁ CONHECEMOS

+	soma
=	igualdade
-	subtração
x	multiplicação

Muitas vezes os cartazes não ficam completos de uma só vez, mas vão acumulando as experiências vividas. Um cartaz com o título — Sinais que já conhecemos — é um exemplo do que falamos. Sinais das operações da igualdade da moeda, da percentagem, podem pertencer a este cartaz.

18.

VOCÊ USA ÊSTES NOMES ?

342	<i>minuendo</i>
127	<i>subtraendo</i>
<hr/>	
215	<i>resto ou diferença</i>

O conhecimento dos exatos termos aritméticos é uma necessidade. Muitas crianças sentem dificuldade em fixá-los, porque são, de fato, muito abstratos.

Quando a criança chega a um estágio de maturidade, onde a familiaridade com os termos, para designar os números envolvidos em cada um dos processos aritméticos, é desejável, um cartaz pode ser desenvolvido. Constará de um exemplo simples do processo, acompanhado do termo próprio para designar cada número.

Esta atividade pode ser também relacionada com a aula de linguagem. A professora, por exemplo, num cartaz, escreve:

Trabalhador — é o homem que trabalha
 cantor — é o homem que canta
 varredor — é o homem que varre
 multiplicador — é o número que.....

Inúmeros outros exemplos a professora pode encontrar para ajudar a criança na fixação do vocabulário aritmético.

De acordo com os exemplos citados, acreditamos que os cartazes constituem um material funcional no ensino da aritmética.

O verdadeiro valor de um cartaz não está, talvez, em si mesmo, mas na série de experiências, de pensamento quantitativo, de vivência aritmética que precederam e acompanharam a sua feitura. A própria organização do cartaz constitui um problema para o qual a criança gostará de descobrir a solução.

A professora adaptará nossas idéias ao seu objetivo especial, principalmente quando visar atender às necessidades de um determinado grupo de alunos.

Faint, illegible text on the left page, possibly bleed-through from the reverse side.

CONCLUSÃO

Faint, illegible text on the right page, possibly bleed-through from the reverse side.



Eles podem aprender independentemente

O material, como o examinamos neste folheto, provê experiências para o aluno com o objetivo de:

- a) introduzir, enriquecer, classificar e generalizar conceitos aritméticos abstratos,
- b) desenvolver, na criança, uma atitude de apreciação pela aritmética;
- c) estimular maior interesse e atividade da criança na aprendizagem.
- d) desenvolver o hábito de procurar, pelo raciocínio, a solução para problemas reais, mesmo quando o processo formal ainda não é conhecido.

O valor do material e a técnica de seu uso, são frequentemente estudados e discutidos, sem consideração de sua relação com o problema fundamental da aprendizagem. Assim sendo, tal discussão isolada é, muitas vezes, vaga e sem direção. O uso e valor do material podem ser cientificamente investigados somente quando examinados sob este aspecto.

O ensino moderno da aritmética dá ênfase à compreensão, às relações, aos conceitos que sejam sensíveis à criança; ao descobrimento da verdade aritmética pela criança e introdução do símbolo abstrato como um registro de experiências já vividas.

O ensino moderno da aritmética considera, com cuidado, o bem-estar emocional da criança, tanto quanto o seu crescimento na habilidade de produzir pensamento quantitativo. A satisfação que a criança sente em resolver um problema com sucesso, e o sentimento de autoconfiança com o qual ela, conseqüentemente, enfrenta outros problemas, é mais importante que a própria solução do problema.

Considerando estes pontos básicos é que, tão insistentemente, temos falado sobre a necessidade do material para o ensino da Aritmética.

BIBLIOGRAFIA

- ALBUQUERQUE, IRENE — *Metodologia da Matemática*, Editora Conquista, 1954.
- BRUECKNER, L. J. and GROSSNICKLE, F. E. — *How to Make Arithmetic Meaningful*, Philadelphia, The John C. Winston Company, 1933.
- CLARK, J. R. and EADS, L. K. — *Guiding Arithmetic Learning*, N. Y., World Book Company, 1954.
- FONTOURA, AMARAL — *Metodologia do Ensino Primário*, Editora Aurora, 1958.
- HICKERSON, J. A. — *Guiding Children's Arithmetic Experiences*, N. J. Prentice-Hall, 1952.
- MUELLER, F. J. — *Arithmetic, Its Structure and Concepts*, N. J. Prentice-Hall, 1956.
- ROSENQUIST, L. L. — *Young Children Learn to Use Arithmetic*, Boston, Ginn and Company, 1949.
- SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DE MINAS GERAIS — *Programas do Ensino Primário Elementar*, Imprensa Oficial, 1957.
- SPENCER, P. L. and BRYDEGAARD MARGUERITE — *Building Mathematical Concepts*, N. Y. Henry Holt and Company, 1954.
- SPITZER, H. F. — *The Teaching of Arithmetic*, Boston, Houghton Mifflin, 1954.
- THE NATIONAL SOCIETY FOR THE STUDY OF EDUCATION — *The Teaching of Arithmetic*, Fiftieth Yearbook, Part II, Chicago, The University of Chicago Press, 1951.

O QUE É O PABAEE

O Programa de Assistência Brasileiro-Americano ao Ensino Elementar (PABAEE) é um órgão conjunto do governo federal do Brasil, do governo de Minas Gerais, e do governo dos Estados Unidos da América do Norte, destinado ao aperfeiçoamento de professores.

Conjuntamente administrado e financiado, de acordo com os convênios do Ponto IV de 1953 e 1956, o PABAEE está localizado no Instituto de Educação de Minas Gerais, em Belo Horizonte.

São os seguintes os objetivos do PABAEE:

1. Aperfeiçoar grupos de professores para escolas normais do Brasil, e orientadoras do ensino primário.
2. Produzir ou adaptar materiais didáticos para serem usados no treinamento de professores, e distribuí-los.
3. Selecionar professores competentes a fim de enviá-los aos Estados Unidos para um curso em educação elementar.

O trabalho primordial do PABAEE, atendendo a seu principal objetivo, que é o aperfeiçoamento de professores, se realiza através de cursos. Já foram ministrados, aproximadamente, 40 cursos a mais de 3.500 professores de vários Estados e Territórios brasileiros e ainda a alguns professores do Paraguai, bolsistas do Ponto IV — Paraguai.

O PABAEE ministra, anualmente, dois cursos com a duração de um semestre, com início em princípios de fevereiro e em fins de julho, a professores de escolas normais, ou professores que exerçam ou venham a exercer cargos de orientação técnica.

Nesses cursos, dispensa-se grande atenção a métodos de ensino, aplicação da metodologia em aulas de demonstração, psicologia educacional, desenvolvimento e produção de materiais de ensino.

Paralelamente, é ministrado um curso avançado de Psicologia Educacional, destinado ao aperfeiçoamento de professores desta matéria.

Tôda correspondência concernente aos cursos de aperfeiçoamento ou outros assuntos não relacionados com publicações deverá ser enviada para:

Diretores Técnicos do PABAEE

Instituto de Educação — Sala 3

Rua Pernambuco

Belo Horizonte — MG

DEIXAMOS AQUI O NOSSO AGRADECIMENTO:

ao ilustrador *Luis Woods de Carvalho*;

ao fotógrafo *José Carrera Rezza*,
pelas fotografias tiradas nas classes primárias
do Grupo Escolar de Demonstração do Instituto
de Educação;

às professoras que nos permitiram ter estas fotografias.

A autora.