

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE AUTOMAÇÃO E SISTEMAS**

Vinicius Stramosk

**CONTROLE NÃO-LINEAR DE CONVERSORES DE
ELETRÔNICA DE POTÊNCIA INTERCONECTADOS
EM MICRORREDES DE CORRENTE CONTÍNUA**

Florianópolis

2014

Vinicius Stramosk

**CONTROLE NÃO-LINEAR DE CONVERSORES DE
ELETRÔNICA DE POTÊNCIA INTERCONECTADOS
EM MICRORREDES DE CORRENTE CONTÍNUA**

Dissertação de mestrado submetida ao
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas
para a obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia de Automação e Sistemas.
Orientador: Prof. Dr. Daniel Juan
Pagano
Coorientador: Prof. Dr. Luis Benadero

Florianópolis

2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Stramosk, Vinicius

Controle Não-Linear de Conversores de Eletrônica de
Potência Interconectados em Microrredes de Corrente
Contínua / Vinicius Stramosk ; orientador, Daniel Juan
Pagano ; coorientador, Luis Benadero. - Florianópolis, SC,
2014.

175 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Automação e Sistemas.

Inclui referências

1. Engenharia de Automação e Sistemas. 2. Microrredes
CC. 3. Controle Não-Linear. 4. SMC. 5. Conversores de
Potência. I. Pagano, Daniel Juan. II. Benadero, Luis. III.
Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas. IV. Título.

Vinicius Stramosk

**CONTROLE NÃO-LINEAR DE CONVERSORES DE
ELETRÔNICA DE POTÊNCIA INTERCONECTADOS
EM MICRORREDES DE CORRENTE CONTÍNUA**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia de Automação e Sistemas”, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Automação e Sistemas.

Florianópolis, 16 de Julho de 2014.

Prof. Jomi Fred Hübner, Dr.
Coordenador do Curso

Prof. Daniel Juan Pagano, Dr. - UFSC
Orientador

Prof. Luis Benadero, Dr. - TUC/Espanha
Coorientador

Banca Examinadora:

Prof. Daniel Juan Pagano, Dr.
Presidente - UFSC

Prof. Marcelo Lobo Heldwein, Dr. - UFSC

Prof. Nestor Roqueiro, Dr. - UFSC

Prof. Hector Bessa Silveira, Dr. - UFSC

Ao meu avô.

Agradecimentos

À minha mãe Iliane e ao meu pai Edmundo pelo amor, pelo apoio e pela confiança depositada. Ao meu irmão Lucas pela amizade. À Julia, pelo amor e pela paciência, por ser e por estar, sempre. Aos grandes amigos, por todos os momentos de alegrias e pela força nos momentos de superação. Minha gratidão ao Professor Daniel pela orientação, confiança e amizade e aos colegas de equipe pelas extensas contribuições durante o desenvolvimento deste trabalho. Meus agradecimentos ainda aos colegas, professores e equipe do INEP pelo apoio técnico e empréstimo de equipamentos ao longo deste trabalho.

A diferença fundamental entre o homem comum e o guerreiro, é que o guerreiro encara tudo como desafio, enquanto o homem comum encara tudo como bênção ou maldição.

Carlos Arana Castañeda

Resumo

Demandas ambientais vão potencializar o uso de sistemas com energias renováveis em um futuro próximo. Neste contexto, microrredes (MR) de energia, tipicamente pequenas fontes geradoras próximas do usuário final, vêm surgindo como uma opção promissora para atender necessidades crescentes de geração de energia limpa, confiável e de qualidade. Para se fazer bom uso das vantagens propiciadas por uma microrrede, há a necessidade de um uso extensivo de conversores eletrônicos de potência para interligar diversos tipos de fontes geradoras, cargas e elementos de armazenamento, devido aos seus diferentes tipos de comportamento dinâmico.

Este trabalho tem por objetivo principal estudar os problemas dinâmicos associados à interconexão de conversores de eletrônica de potência em microrredes de corrente contínua (CC). Em particular, quando um conversor é utilizado como carga de outro, simplificações de modelagem podem se tornar indesejadas e até omitir fenômenos dinâmicos durante a análise do sistema. Assim, problemas associados à modelagem das cargas são estudados bem como problemas de controle da tensão do barramento CC da MR. Problemas de estabilidade não-linear são tratados basicamente utilizando a teoria qualitativa dos sistemas dinâmicos e a análise de bifurcações. A redução do problema através da modelagem das cargas baseada nas características estáticas das cargas de potência constante cobra um papel importante para a análise da estabilidade do sistema. Resultados de simulação e experimentais permitem validar os resultados analíticos obtidos neste trabalho.

As principais contribuições deste trabalho são: (i) a modelagem mais realista dos perfis de carga estáticos dos conversores *buck* e *boost* ao se comportarem como cargas de potência constante; (ii) o controle por modos deslizantes dos conversores interconectados e uma análise dinâmica completa do sistema utilizando a teoria de bifurcações; (iii) comprovação dos resultados analíticos obtidos pela realização de diversos cenários de simulação e experimentais.

Palavras-chave: microrredes CC, controle não-linear, SMC, conversores de potência.

Abstract

Environmental demands are likely to increase the use of renewable energy-based systems in a close future. In this context, power microgrids, typically small power sources located close to the final user, arise as a promising option to cope with the growing needs of a clean, reliable and high quality energy. To make good use of the advantages provided by a microgrid, an extensive use of power electronic converters is required to interconnect several kinds of power generators, sources and energy storage units, due to their different types of dynamic behavior. The main purpose of this work is to study the dynamic problems associated to the interconnection of power electronic converters in a direct current (DC) microgrid. In particular, when a converter acts as a load to another, modeling simplifications may become undesirable and even overlook dynamic phenomena during the system analysis. In this manner, problems associated to the loads modeling are studied, as well as problems related to the control of the microgrid's bus voltage. Nonlinear stability problems are studied using the qualitative theory of dynamical systems and bifurcation analysis. The reduction of the problem by modeling the loads' based on the static profile of constant power loads takes an important role on the stability analysis of the system. Simulation and experimental results provide means to validate the analytical results obtained in this work.

The main contributions of this work are: (i) the realistic modeling of static load profiles for buck and boost converters behaving as constant power loads; (ii) the sliding mode control of the interconnected converters along with a complete dynamic analysis using bifurcations theory; (iii) validation of the analytical results by using several simulation and experimental scenarios.

Keywords: DC microgrids, nonlinear control, SMC, power electronic converters.

Lista de Abreviaturas e Siglas

BEB	Bifurcações de Equilíbrio de Fronteira
BH	Bifurcação de Hopf
BT	Bifurcação de Bogdanov-Takens
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CCL	<i>Constant Current Load</i> - Carga de Corrente Constante
CCM	<i>Continuous Conduction Mode</i> - Modo de Condução Contínua
CH	Conexão Homoclina
CHP	<i>Combined Heat and Power</i> - Fonte combinada de calor e potência
CIL	<i>Constant Impedance Load</i> - Carga de Impedância Constante
CMOS	<i>Complementary Metal-Oxide-Semiconductor</i>
CPL	<i>Constant Power Loads</i> - Cargas de Potência Constante
DCM	<i>Discontinuous Conduction Mode</i> - Modo de Condução Descontínua
DSP	Processador Digital de Sinais
GD	Geração Distribuída
MC	Controladores das Microfontes
MPPT	<i>Maximum Power Point Tracking</i> - Rastreamento do ponto de máxima potência
MR	Microrrede

P2P	<i>Peer-to-peer</i>
PI	Controlador Proporcional e Integral
PnP	<i>Plug-and-Play</i>
PoL	<i>Point-of-Load Converter</i> - Conversor no Ponto de Carga
PV	<i>Photovoltaic Panels</i> - Painéis Fotovoltaicos
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> - Modulação por Largura de Pulsos
RED	Recursos de Energia Distribuídos
SC	Supervisor Central
SMC	<i>Sliding Mode Controller</i> - Controlador por Modos Deslizantes
SNe	Bifurcação Sela-nó de Equilíbrio
SNoP	Bifurcação Sela-nó de Órbitas Periódicas
WTG	<i>Wind Turbine Generators</i> - Geradores Eólicos

Lista de Símbolos

$f(\mathbf{x})$	Conjunto de equações diferenciais
$f_s(\mathbf{x})$	Conjunto de equações diferenciais em deslizamento
\mathbf{x}	Vetor de variáveis de estado
$\frac{\Delta v}{\Delta i}$	Variação de tensão por corrente
$\frac{di_L}{dt}$	Variação da corrente i_L no tempo
$\frac{dv_c}{dt}$	Variação da tensão v_c no tempo
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
∇h_x	Gradiente da função de comutação h_x
ω	Frequência de corte do filtro
ω_0	Frequência natural do sistema
Σ_i	Superfície de descontinuidade i
$\text{sat}(x)$	Saturação aplicada ao sinal x
$\text{Tr}(A)$	Traço da matriz A
$\xi(v)$	Função por partes da corrente de uma carga CPL
C	Capacitância
e_v	Erro de tensão
$G_F(s)$	Função de transferência do filtro <i>washout</i>
h_x	Função de comutação escalar suave com índice x
i	Corrente

i_{bus}	Corrente sobre o barramento
i_{CIL}	Corrente sobre a carga CIL
i_{CPL}	Corrente sobre a carga CPL
i_{est}	Estimação da corrente do indutor
i_{load}	Fonte de corrente contínua da carga
i_{max}	Corrente máxima limitada no conversor <i>boost</i>
i_F	Corrente do indutor filtrada
i_L	Corrente no indutor
i_L^*	Corrente do indutor em equilíbrio
i_Z	Variável auxiliar do filtro <i>washout</i>
i_{op}	Corrente no ponto de operação
$J(\mathbf{x})$	Matriz jacobiana do sistema de equações diferenciais
k	Ganho do controlador SMC
k_i	Ganho integral do controlador PI
k_p	Ganho proporcional do controlador PI
L	Indutância do conversor
n_i	Linhas neutras do sistema de equações diferenciais \mathbf{f} .
P	Potência; carga de potência
P_{in}	Potência de entrada
P_{lim}	Condição limite de potência
P_0	Potência inicial
P_o	Potência de saída
R	Resistor; carga resistiva
R_{CIL}	Resistor utilizado na carga CIL
R_{CPL}	Resistor utilizado na carga CPL

r_c	Resistência parasita do capacitor
r_d	Resistência parasita do interruptor Q_d
R_L	Resistência de entrada da carga
r_L	Resistência série do indutor
r_s	Resistência parasita do interruptor Q_s
s	Variável complexa de Laplace
S_i	i -ésima região aberta no espaço de estados
T	Período
t	Tempo
U	Tensão
u	Estado do interruptor do conversor
U_0	Tensão inicial
v	Tensão
v_{bus}	Tensão sobre o barramento
V_{in}	Tensão de entrada do conversor
$v_{\text{ref}2}$	Tensão de referência do conversor como carga CPL
v_{ref}	Tensão de referência do controlador
V_{th}	Tensão limiar de operação da carga CPL
v_c	Tensão de saída do conversor
v_c^*	Tensão do capacitor em equilíbrio
v_{op}	Tensão no ponto de operação
x_v	Variável de estado da integral do erro de tensão

Sumário

Lista de Abreviaturas e Siglas	v
Lista de Símbolos	vii
1 Introdução	1
1.1 Microrredes	3
1.1.1 Estrutura Típica de uma Microrrede	5
1.2 Elementos da Microrrede CC	6
1.2.1 Elementos de Geração Distribuída	6
1.2.2 Conversores Estáticos CC-CC	8
1.3 Objetivos	11
1.4 Estrutura do Documento	12
1.5 Notação	12
1.6 Publicações	12
2 Modelagem das Cargas e Conversores	13
2.1 Modelagem dos Conversores Estáticos de Potência CC-CC	13
2.1.1 Estrutura Fundamental	13
2.1.2 Conversor <i>buck</i>	14
2.1.3 Conversor <i>boost</i>	16
2.2 Modelagem das Cargas	18
2.3 Modelagem dos Conversores como Carga CPL	22
2.3.1 Modelagem do conversor <i>buck</i> como carga CPL	22
2.3.2 Modelagem do conversor <i>boost</i> como carga CPL	29
2.4 Considerações Finais	37
3 Análise da Dinâmica de Conversores Conectados em Cascata	38
3.1 Estrutura dos Controladores SMC	39
3.1.1 SMC Integral	39

3.1.2	SMC <i>Washout</i>	41
3.2	Caso 1 - <i>buck/buck</i>	43
3.2.1	Análise do Sistema Dinâmico em Malha Aberta	43
3.2.2	Controlador SMC Integral	50
3.2.3	Controlador SMC <i>Washout</i>	59
3.2.4	Controlador PI Clássico	64
3.3	Caso 2 - <i>boost/boost</i>	71
3.3.1	Análise do Sistema Dinâmico em Malha Aberta	71
3.3.2	Controlador SMC Integral	74
3.3.3	Controlador SMC <i>Washout</i>	81
3.4	Considerações Finais	89
4	Resultados Caso 1 - <i>Buck/Buck</i>	92
4.1	SMC integral	93
4.2	SMC <i>washout</i>	99
4.3	Controlador PI	106
5	Resultados Caso 2 - <i>Boost/Boost</i>	112
5.1	SMC integral	113
5.2	SMC <i>washout</i>	115
6	Considerações Finais	121
	Referências Bibliográficas	123
	Anexo A Implementação Prática dos Circuitos e Bancada Experimental	129
A.1	Diagramas Circuitais	130
A.1.1	Condicionamento de Tensão	131
A.1.2	Condicionamento de Corrente	132
A.1.3	<i>Drivers</i> dos Interruptores	134
A.2	Implementação Digital dos Controladores	134
A.2.1	SMC Integral	135
A.2.2	SMC <i>washout</i>	136
A.2.3	Controlador PI	137
A.3	Cálculo da Frequência de Comutação	137
	Anexo B Algoritmos e Códigos	141
	Anexo C Método de Filippov	147

Capítulo 1

Introdução

No final do século 19 um confronto entre corrente contínua (CC) e corrente alternada (CA) começou como um conflito direto entre padrões técnicos, ocasionando em uma batalha entre métodos concorrentes para entregar essencialmente o mesmo produto: eletricidade (MCNICHOL, 2011).

Iniciada em 1886, esta batalha intelectual e política travada por Thomas Edison e George Westinghouse ficou conhecida como “Guerra das correntes”. Edison havia desenvolvido todos os componentes necessários para um sistema de distribuição CC em baixa tensão e era defensor da corrente contínua por ser mais segura aos seres vivos (JONES, 2004). O lado negativo do sistema CC de Edison era a baixa tensão, o que limitava a distância de distribuição.

Em 1885, apesar de ainda não existirem máquinas CA, Westinghouse incorporou as patentes de transformadores CA em sua empresa e iniciou a construção de sistemas de energia em corrente alternada que utilizavam distribuição em alta e baixa tensão, logo superando o número de sistemas em CC existentes.

A facilidade de transmissão, transformação e interrupção da corrente alternada, aliados a fatores históricos, levaram Edison a ser derrotado pela superioridade tecnológica da transmissão de energia CA. Entretanto, após mais de um século de avanços e estudos exaustivos, está mais do que evidente a necessidade de uma reavaliação dos padrões atuais de transmissão e distribuição de energia elétrica, levando em conta aspectos financeiros e ambientais.

Conversores eletrônicos de potência tem sido empregados em sua maioria para a conversão local de energia proveniente de uma fonte

“infinita” (sistema atual de distribuição em CA considerado como um barramento de potência infinita para as cargas) para suprir demandas de cargas específicas. A crescente necessidade de fontes de energia altamente confiáveis para aplicações críticas, como hospitais e núcleos de dados, tem favorecido o desenvolvimento de sistemas de geração distribuída (GD), incluindo múltiplas fontes de energia, diversos níveis de armazenamento de energia e inúmeras cargas ativas, tudo interfacado através de conversores eletrônicos de potência (BOROYEVICH et al., 2010). Isto está aliado, em alguns casos, ao alto custo e a baixa eficiência e confiabilidade de grandes plantas de geração centralizadas, normalmente associadas a fontes não-renováveis de energia e aos frequentes impasses ambientais.

De acordo com as previsões energéticas do Brasil, o consumo per capita de eletricidade passará de 2,4 MWh/habitante em 2011 para 3,5 MWh/habitante em 2020 (Ministério de Minas e Energia MME, 2011), com um crescimento rápido e irreversível de equipamentos alimentados em corrente contínua (computadores, equipamentos para escritório, eletrônicos para entretenimento, eletrodomésticos). Tais equipamentos são comumente alimentados em CA, porém apresentam um estágio de retificação com a rede de distribuição.

A crescente necessidade de geração de energia, a constante preocupação com o meio ambiente e a busca por alternativas eficientes e renováveis, vêm consolidando a geração local e próxima das cargas como uma alternativa confiável para a estrutura atual do sistema. Neste contexto, vem sendo discutido e analisado o conceito de microrrede (MR) como uma solução descentralizada para a busca de novas formas de geração e distribuição de eletricidade (HATZIARGYRIOU, 2004; NILSSON, 2005). Nesta arquitetura, o sistema elétrico é composto por níveis de geração e cargas locais capazes de operar de forma autônoma (LASSETER, 2001), com a capacidade de se conectar e desconectar da rede principal de alimentação.

Além da mudança na arquitetura do sistema existe uma nova “batalha” entre defensores de MRs em CC, CA ou híbridas. No contexto de GD, redes CC parecem propiciar certas vantagens importantes sobre as redes CA (KARLSSON, 2002; SALOMONSSON, 2008). Dentre elas se destacam:

- menor número de conversões CA-CC nas cargas e, tipicamente, nas fontes de GD, reduzindo perdas de conversão e reduzindo a geração de potência reativa;
- maior capacidade de transmissão de energia para uma mesma

linha;

- necessidade de controle apenas do nível de tensão, uma vez que o controle de frequência e sincronismo não são mais necessários;
- maior facilidade de interconexão de sistemas de armazenamento de energia;
- flexibilidade na expansão da rede e menores riscos para os seres humanos.

Analisando os perfis de consumo e os diferentes tipos de cargas, a grande maioria dos conversores estáticos utilizados em acionamentos de média e alta potência necessitam de alimentação em CC. Processos de aquecimento químicos ou físicos não possuem grandes restrições quanto à utilização de CC ou CA e sistemas de iluminação utilizando lâmpadas eficientes e controlados por reatores eletrônicos são preferencialmente alimentados em CC. No que diz respeito à cogeração, a maior parte das aplicações não gera energia nas frequências típicas da rede, necessitando de conversores estáticos para poder transferir energia à rede, implicando na redução do rendimento da geração e perdas. Com relação ao armazenamento de energia, seja para suprir demanda ou para carregamento de baterias, este é feito essencialmente em CC.

Para se fazer bom uso das vantagens propiciadas por uma MR CC, há a necessidade de um uso extensivo de conversores eletrônicos de potência para interligar diversos tipos de fontes geradoras, cargas e elementos de armazenamento, devido aos seus diferentes tipos de comportamento dinâmico. Este trabalho tem por objetivo: (i) estudar a modelagem de cargas presentes em uma MR CC, (ii) analisar a interação dinâmica entre conversores e os problemas de estabilidade associados à interconexão destes conversores em uma MR CC. É apresentado ainda um estudo comparativo entre técnicas de controle linear e não-linear e a validação dos resultados através de simulação e experimentação.

1.1 Microrredes

Microrredes são redes de energia, de geração e cogeração de baixa tensão em pequena escala, projetadas para fornecer eletricidade e calor para pequenos consumidores, tais como moradias ou localidades suburbanas, ou uma comunidade pública ou acadêmica como universidades e escolas, uma área comercial ou comunidades isoladas. MRs

são, essencialmente, um conglomerado de sistemas de GD e diferentes cargas, constituindo uma rede de distribuição ativa (S.CHOWDHURY; P.CROSSLEY, 2009). As fontes ou micro-fontes geradoras empregadas em uma MR são normalmente *recursos de energia distribuídos* (RED) renováveis/não-convencionais integrados para gerar energia na tensão de distribuição. A chave do conceito das MRs é uma interface flexível e controlável entre a MR e a rede principal. Esta interface permite que a MR funcione de maneira isolada, garantindo condições de funcionamento e qualidade do serviço internas e permitindo ainda um fluxo de energia bidirecional com a rede externa de acordo com a necessidade (LASSETER, 2001).

Do ponto de vista operacional, a MR deve estar equipada com extensa quantidade de dispositivos de eletrônica de potência e de sistemas de controle hierárquico para prover a flexibilidade desejada e manter os níveis requeridos de tensão e qualidade de energia. Esta flexibilidade de controle faz com que a MR seja vista pela rede principal como uma unidade local controlada e dentro dos padrões de segurança e confiabilidade. Sendo assim, a grande vantagem da MR do ponto de vista da rede principal é o seu comportamento como uma única carga agregada, sendo complacente com as normas regulatórias e sem prejudicar o funcionamento normal da rede. Para o usuário, a MR é uma fonte confiável e ininterrupta de energia, suprimindo necessidades elétricas/térmicas com menores perdas e reduzida poluição pelo uso de tecnologias limpas.

Para o bom funcionamento de uma MR, é essencial que esta possa funcionar de maneira isolada em caso de perturbações e falhas da rede principal, mantendo a qualidade do serviço sem prejudicar a integridade da rede. Para alcançar este objetivo sem elevados custos com engenharia e ainda mantendo uma alta confiabilidade e flexibilidade de geração, um modelo *peer-to-peer* (P2P) e *plug-and-play* (PnP) foi proposto por Lassetter e Paigi (2004). O conceito *peer-to-peer* garante que não hajam componentes críticos para a operação da MR, permitindo que esta continue operando mesmo com a perda de um componente ou gerador. O conceito PnP implica que uma unidade pode ser colocada em qualquer ponto da rede sem que uma reengenharia seja necessária.

Para que essas funcionalidades sejam alcançadas a MR deve possuir estratégias de gerenciamento de cargas e fontes. A MR deve ser capaz de suprir cargas críticas prioritárias e garantir os níveis de tensão especificados. Os conversores da MR devem ser capazes de regular o fluxo de potência nos alimentadores, regular a tensão na interface de cada fonte e garantir que cada fonte geradora possa suprir uma parte

da carga em modo isolado. Além disso, o sistema deve ser capaz de entrar em modo isolado e se reconectar a rede principal de forma suave (LASSETER; PAIGI, 2004).

1.1.1 Estrutura Típica de uma Microrrede

Na Figura 1.1 é apresentada uma configuração típica de um sistema híbrido, consistindo de uma rede CA no lado esquerdo e uma rede CC no lado direito. Ambas as redes têm suas fontes, cargas e elementos de armazenamento correspondentes e são interconectadas por um conversor de potência bidirecional. O barramento CA é conectado à rede principal através de um transformador e um disjuntor (*breaker*) de proteção.

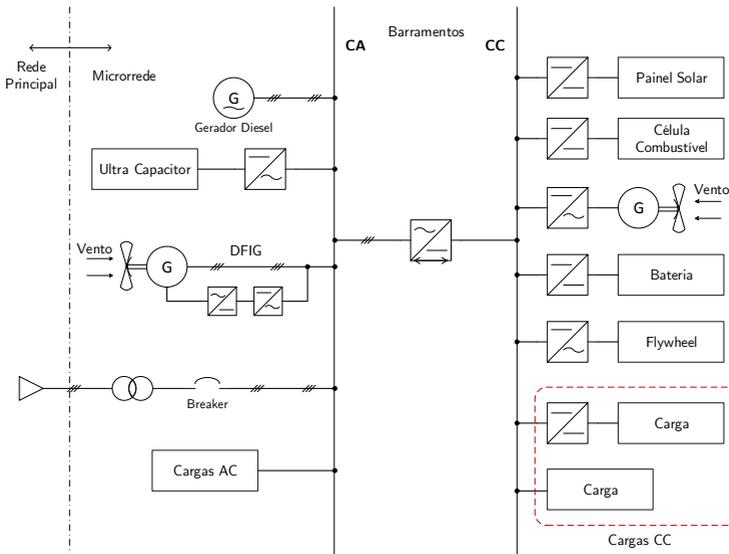


Figura 1.1 – Diagrama de uma estrutura típica de MR híbrida (a rede de comunicação entre os diferentes elementos não é mostrada no diagrama).

Este diagrama simplificado apresenta uma possibilidade de conexão dos elementos de uma MR. Em um caso mais próximo de uma implementação real, poderiam haver múltiplas ramificações de um barramento, com múltiplas fontes e cargas. Nesta configuração, um supervisor central (SC) monitora o estado da rede, alterna entre diferentes

modos de operação e garante a proteção da rede. Os controladores locais das microfones (MC) são responsáveis por garantir o fluxo de potência e manutenção de um perfil de tensão em resposta a perturbações e mudanças de carga. Os MCs devem ser capazes de operar sem comunicação com o supervisor central e garantir que cada microfonte possa suprir sua parte das cargas em modo isolado e entrar rapidamente em modo conectado. Este controle local permite que as microfones se comportem como dispositivos PnP, facilitando a conexão de novas fontes em qualquer ponto da MR sem afetar a estrutura existente.

1.2 Elementos da Microrrede CC

As MRs CC são sistemas de distribuição de energia elétrica compostas basicamente por 4 elementos:

- um conversor de potência para conexão com a rede de distribuição principal, por exemplo, um conversor bidirecional trifásico CA-CC (retificador ou inversor);
- elementos de armazenamento de energia como por exemplo baterias, rodas inerciais (*fly-wheels*), etc;
- fontes de energia renovável como painéis fotovoltaicos (*photovoltaic panels* - PV), geradores eólicos (*Wind Turbine Generators* - WTG), células combustíveis (*hydrogen fuel-cells*), etc;
- cargas resistivas, de corrente e de potência constante.

A arquitetura de uma MR CC é baseada no uso intensivo de conversores de eletrônica de potência onde conversores no ponto de carga (*Point-of-Load* - PoL) podem ser vistos pelo conversor alimentador (*feeder converter*) como cargas de potência constante (*Constant Power Loads* - CPL).

1.2.1 Elementos de Geração Distribuída

Geradores de eletricidade renováveis ou não-convencionais empregados em sistemas de GD ou MRs são conhecidos como REDs ou micro-fontes (S.CHOWDHURY; P.CROSSLEY, 2009). Tipicamente, tecnologias de GD incluem painéis fotovoltaicos (PVs), turbinas eólicas, células a combustível, micro-turbinas e geradores à combustão. Estes sistemas podem ser alimentados por combustíveis fósseis ou renováveis.

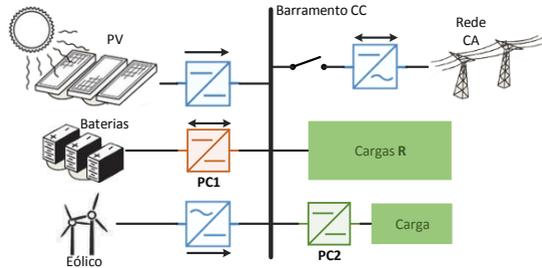


Figura 1.2 – Arquitetura de uma MR CC básica.

Tendo em vista que um dos maiores objetivos das MRs é o de aproveitar ao máximo os benefícios das tecnologias de geração renovável, alguns tipos de micro-fontes podem utilizar as perdas de calor da geração para suprir uma combinação de cargas elétricas e térmicas. Isto pode aumentar significativamente a eficiência da unidade de geração.

A escolha entre os diferentes tipos de geração depende da posição geográfica da região, do clima e da disponibilidade de recursos. O tamanho da rede aliada a fatores econômicos também tem implicações nesta escolha. Algumas tecnologias têm um custo muito elevado para aplicações em pequena escala e outras, tais como bio-combustíveis e supercapacitores, estão ainda em fase de pesquisa para o uso em MRs.

Dentre as tecnologias REDs existentes, podemos citar:

- **Energia Eólica** - é um conceito que vem tendo papel de destaque no campo de geração renovável, por ser livre da emissão de poluentes e por ser uma tecnologia modular de fácil construção e expansão (CHOWDHURY et al., 2010). Pesquisas vêm sendo realizadas no que concerne a integração desta tecnologia com as MRs (WANG; WU, 2010; CHOWDHURY et al., 2010; ZHU et al., 2011), buscando estratégias de controle e a análise dos modos de operação da rede, considerando as faltas e a intermitência da geração.
- **Micro-turbinas** - amplamente populares como unidades geradores em sistemas de GD e em sistemas que combinam geração de calor e energia (*Combined Heat and Power* - CHP). Atualmente são bastante cotadas para serem usadas como micro-fontes em MRs. Além de operarem com a maioria dos combustíveis a base de petróleo, podem operar com combustíveis alternativos e menos poluentes como o gás natural e outros bio-combustíveis (S.CHOWDHURY; P.CROSSLEY, 2009).

- **Células a Combustível** - apesar dos altos custos de fabricação, são uma fonte de energia de baixo impacto ambiental (considerando a geração do combustível, e.g. hidrogênio, é também de baixo impacto ambiental) e alta eficiência, com baixa emissão de gases por *quilowatt* de energia gerada. Além disso, podem operar com diversos combustíveis, são bastante robustas e apresentam grande estabilidade a mudanças de carga.
- **Energia Solar Fotovoltaica (PV)** - se tornou uma fonte de energia renovável muito popular e que vem crescendo em uma taxa superior a 30% ao ano (LISERRE et al., 2010), podendo se tornar até o ano de 2040 a fonte de energia renovável mais importante (EREC, 2005). Dentre as vantagens dos sistemas PV (S.CHOWDHURY; P.CROSSLEY, 2009) pode-se mencionar a sua natureza sustentável com impactos mínimos ao ambiente, longa vida útil com baixa manutenção e a alta disponibilidade em um escopo global.

1.2.2 Conversores Estáticos CC-CC

Um conversor estático pode ser definido como um sistema, constituído por elementos passivos e ativos associados segundo uma lei pré-estabelecida para realizar o tratamento eletrônico da energia elétrica. São empregados para o controle do fluxo da energia elétrica entre dois ou mais sistemas elétricos (ERICKSON; MAKSIMOVIC, 2001).

Conversores CC-CC transformam uma corrente contínua de uma magnitude para uma de outra magnitude. Podem ser classificados em lineares e comutados, onde o primeiro regula um fluxo contínuo de corrente da entrada para a carga e o segundo faz uso de interruptores para interromper periodicamente a tensão de entrada e controlar a corrente média através da razão cíclica estabelecida por um modulador, determinando em um período, quanto tempo os interruptores permanecem abertos ou fechados (*duty-cycle*). Um conversor estático aliado a um controlador (Ver Fig. 1.3) tem o objetivo de manter a tensão em um nível desejado, mantendo a regulação do fluxo de energia e a robustez a variações de carga (VODOVOZOV; JANSIKENE, 2006).

Independentemente das funções objetivo (utilizadas para otimização) e das filosofias e estruturas de controle, todas as ações de controle são realizadas por meio de conversores estáticos (BICZEL, 2007) e pode-se dizer que apenas devido ao avanço da eletrônica de potência, é possível projetar e operar efetivamente as microrredes CC. Sendo assim, é importante conhecer as características dos principais conversores

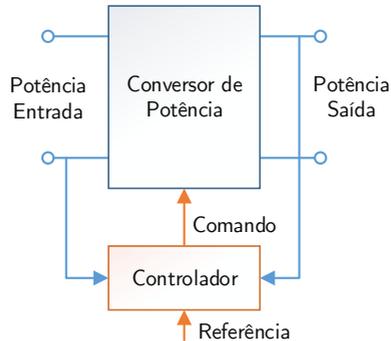


Figura 1.3 – Diagrama de blocos de um conversor de potência genérico com controle realimentado.

e sua utilização no sistema.

1.2.2.1 Conversores de Fontes de Energia

O diagrama de blocos básico de uma fonte de energia em uma MR é ilustrado na Fig. 1.4. O principal objetivo dos conversores de potência para fontes de energia é o de adequar a saída de tensão do conversor primário de energia à tensão do barramento da MR e dos pontos de operação das cargas. É papel ainda do conversor, garantir por meio de seu controlador embarcado, a estabilidade da rede e a capacidade de suprir as cargas, utilizando para isto níveis de supervisão e controle.

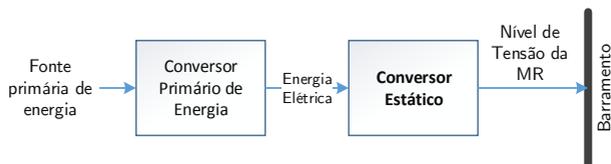


Figura 1.4 – Fonte de energia primária conectada a uma MR CC.

A estrutura do conversor depende do tipo de fonte primária de energia. Porém, o requisito comum é de que a corrente de saída seja constante e com baixa ondulação (*ripple*).

Na Fig. 1.5 é ilustrado um conversor para geração PV composto por dois estágios. O primeiro é um conversor elevador de tensão (*boost*) que opera utilizando um algoritmo de rastreamento de máxima potência (*maximum power point tracking* - MPPT). O segundo estágio é controlado para ajustar a tensão de saída do primeiro estágio à tensão da MR. Tendo em vista que as plantas solares possuem potência e corrente de curto-circuito limitadas, a utilização de um isolamento galvânico não é obrigatória.

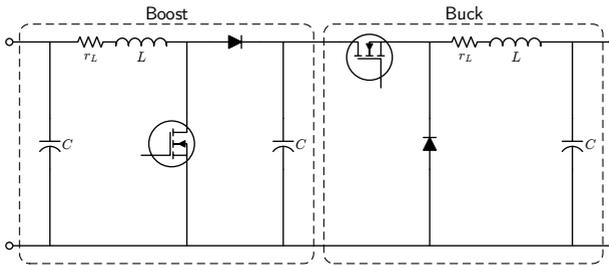


Figura 1.5 – Exemplo de um conversor para energia solar com dois estágios de conversão.

Turbinas para geração eólica geralmente fazem uso de geradores síncronos de ímãs permanentes, produzindo um sistema de tensão trifásico de frequência variável e correntes que podem apresentar, dependendo do tipo de retificador utilizado, um alto conteúdo harmônico. Estes geradores podem ser acoplados à rede utilizando um estágio de retificação trifásica e um segundo estágio de conversão CC-CC para estabilizar o nível de tensão e melhorar a qualidade da energia (ver Fig. 1.6).

1.2.2.2 Conversores para cargas

Seguindo as tendências e projeções atuais para o consumo de energia, verifica-se que boa parte será ou poderá ser feita em CC. Portanto, quando da concepção e projeto de uma MR em CC, assume-se que boa parte das cargas serão dispositivos CC. A maioria dos dispositivos residenciais utilizados atualmente são alimentados utilizando retificadores e fontes comutadas, o que implica que podem ser alimentados em CC sendo respeitados os níveis de tensão requeridos.

Equipamentos eletrônicos são usualmente alimentados com tensões entre $\pm 15V$, porém usualmente 3 ou 4 níveis de tensão são

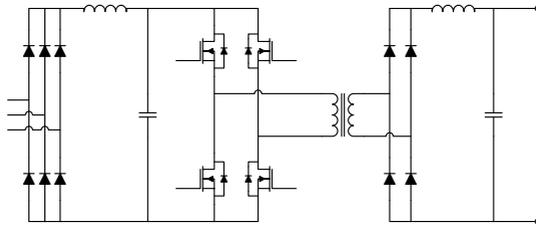


Figura 1.6 – Exemplo de um conversor para energia eólica em uma MR CC, com etapas de conversão CA(3 ϕ)/CC, CC/CA(1 ϕ), CA(1 ϕ)/CC e isolamento galvânico.

necessários para suprir a MR (BICZEL, 2007). Por outro lado, a tensão de linha da MR CC pode ficar entre 400 e 800V devido à limitação de perdas (BORIOLI et al., 2004). Sendo assim, diferentes tipos de conversores CC-CC podem ser utilizados dependendo da potência exigida. Entretanto, é essencial que tenham um nível de tensão estável de saída e baixa ondulação (*ripple*) da corrente. É desejável ainda que tenham alta eficiência, tamanho reduzido e baixo custo de fabricação.

1.3 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho consiste em estudar os problemas dinâmicos associados à interconexão de conversores de eletrônica de potência em uma MR CC. Em particular são estudados problemas de modelagem das cargas assim como problemas de controle da tensão do barramento CC da MR. Problemas de estabilidade não linear são tratados basicamente utilizando a teoria qualitativa dos sistemas dinâmicos e a análise de bifurcações. A redução do problema através da modelagem das cargas baseada nas características estáticas das cargas de potência constante tem um papel importante para a análise da estabilidade do sistema.

Em geral na literatura são utilizadas técnicas de controle linear projetadas utilizando modelos de carga linearizados em torno de um ponto de operação. Estas técnicas são pouco apropriadas quando ocorrem variações grandes de carga. Neste trabalho são exploradas técnicas de controle não-linear baseadas em modos deslizantes, desenvolvidas no contexto deste projeto. O estudo da estabilidade destes controladores é também outro objetivo deste trabalho.

1.4 Estrutura do Documento

Este documento está organizado como segue. A modelagem das cargas e dos conversores de eletrônica de potência que compõem a MR é abordada no Capítulo 2. O Capítulo 3 é dedicado à análise e controle de conversores interconectados através de um barramento comum. Em particular interessa estudar o problema do controle da tensão do barramento quando da variação de cargas de potência constante. Os resultados de simulação assim como os resultados experimentais são apresentados nos Capítulos 4 e 5. No último capítulo são apresentadas as considerações finais e as perspectivas de trabalhos futuros.

1.5 Notação

A notação de símbolos, unidades e abreviações utilizada neste trabalho segue o padrão ABNT NBR ISO 80000-2:2012.

1.6 Publicações

Este trabalho resultou nas seguintes publicações:

- V. Stramosk, D. J. Pagano. Nonlinear Control of a Bidirectional DC-DC Converter Operating with Boost-type Constant-power Loads. In *XII Brazilian Power Electronics Conference (COBEP 2013)*. ISOBRAEP, Gramado (RS) 2013.
- V. Stramosk, L. Benadero, D. J. Pagano, E. Ponce. Sliding Mode Control of Interconnected Power Electronic Converters in DC Microgrids. In *Proceedings of 39th International Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Vienna, Austria, IECON 2013.
- E. L. Cesar, D. J. Pagano, V. Stramosk. Nonlinear Control Applied to a DC-DC Power Converter and the Load Sharing Problem in a DC Microgrid. In *Proceedings of the 19th IFAC World Congress*, Cape Town, South Africa, IFAC 2014.
- A. P. N. Tahim, D. J. Pagano, E. L. Cesar, V. Stramosk. Modeling and Stability Analysis of Islanded DC Microgrids under Droop Control. Submitted to *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2014.

Capítulo 2

Modelagem das Cargas e Conversores

Neste Capítulo, são apresentados os modelos das cargas, dos conversores e das fontes de energia utilizadas em uma MR CC. Um modelo idealizado para cargas CPL é apresentado e uma metodologia de modelagem mais realista é proposta. Alguns cenários de simulação são realizados com o objetivo de validar os modelos propostos.

2.1 Modelagem dos Conversores Estáticos de Potência CC-CC

Esta seção destina-se à modelagem dos conversores utilizados neste trabalho para o controle do nível de tensão da MR CC. Os conversores utilizados apresentam uma estrutura básica em quadripolo, composta por dois interruptores ativos comutados de maneira complementar e componentes passivos R , L e C . Esta estrutura permite controlar o fluxo bidirecional de potência que depende do lado onde são colocadas fontes e cargas.

2.1.1 Estrutura Fundamental

A estrutura básica dos conversores é ilustrada na Fig. 2.1. O circuito funciona como um abaixador de tensão (*buck*) se forem colocadas uma fonte de energia e uma carga em P_1 e P_2 respectivamente. O circuito opera como elevador de tensão (*boost*) se forem invertidas

as posições de P_1 e P_2 . A comutação é realizada por dois interruptores Q_s e Q_d que operam de maneira síncrona e complementar, quando um interruptor conduz o outro é bloqueado. Desta forma, para modelar o sistema basta definir o sentido de operação e fazer a análise para um único interruptor, considerando os dois estados da comutação.

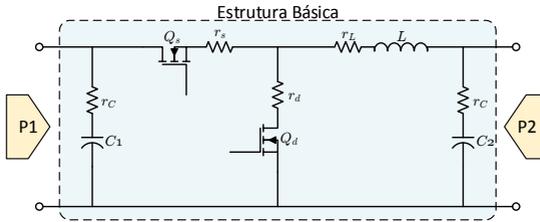


Figura 2.1 – Estrutura básica dos conversores *buck* e *boost*.

Na estrutura da Fig. 2.1 são consideradas as resistências parasitas dos capacitores (r_c), dos interruptores (r_s e r_d) e do indutor (r_L), porém para análise posterior será considerada apenas a resistência série do indutor (r_L), sendo esta a mais significativa e cujos efeitos dinâmicos são melhor evidenciados.

2.1.2 Conversor *buck*

A partir da estrutura básica da Fig. 2.1, colocando-se uma fonte de energia em P_1 e uma carga em P_2 , tem-se a estrutura de um circuito abaixador de tensão, ou conversor *buck*. A Fig. 2.2 ilustra a estrutura deste conversor, indicando o sentido das correntes e a tensão de saída v_c medida sobre o capacitor C_2 . Observa-se ainda que o capacitor de entrada C_1 não aparece na modelagem e que a carga do conversor está representada por uma fonte de corrente contínua de valor nominal i_{load} .

Na Fig. 2.3 estão ilustrados os dois possíveis modos de operação do conversor *buck*. Em 2.3a, o interruptor Q_s está conduzindo e Q_d está bloqueado, enquanto em 2.3b o caso complementar acontece.

Para o caso com o interruptor Q_s conduzindo (Fig. 2.3a),

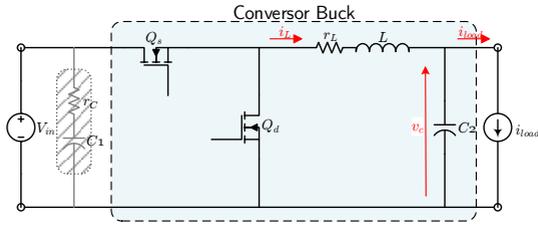
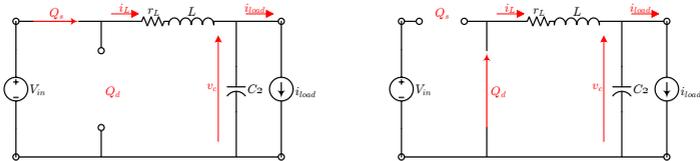


Figura 2.2 – Estrutura do conversor *buck*.



(a) Interruptor Q_s conduzindo e Q_d bloqueado. **(b)** Interruptor Q_s bloqueado e Q_d conduzindo.

Figura 2.3 – Circuitos resultantes considerando os dois estados possíveis de comutação do conversor *buck*.

derivam-se as seguintes equações dinâmicas:

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= i_L - i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= V_{in} - r_L i_L - v_c. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Com o interruptor Q_s bloqueado tem-se:

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= i_L - i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= -r_L i_L - v_c. \end{aligned} \tag{2.2}$$

Incluindo-se uma variável u para representar os estados do interruptor Q_s é possível unir as equações (2.1) e (2.2) em uma única equação. Esta nova variável assume dois valores $u = \{0, 1\}$, onde $u = 0$ equivale ao interruptor Q_s bloqueado e $u = 1$ ao interruptor condu-

zindo. O modelo final para o conversor *buck* é dado por

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= i_L - i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= uV_{in} - r_L i_L - v_c, \end{aligned} \quad (2.3)$$

onde $\mathbf{x} = (v_c, i_L)$ são os estados do sistema, v_c é a tensão medida no capacitor C , i_L é a corrente medida no indutor L , V_{in} é a tensão de entrada e r_L é a resistência série do indutor.

As equações (2.3) descrevem a dinâmica do conversor no modo de operação de condução contínua (*Continuous Conduction Mode* - CCM). É importante notar que esta topologia de conversor bidirecional não apresenta o modo de condução descontínua (*Discontinuous Conduction Mode* - DCM), devido a possibilidade de fluxo da corrente nos dois sentidos.

2.1.3 Conversor *boost*

Para o conversor *boost*, tomando como base a estrutura da Fig. 2.1, colocando-se uma fonte de energia em P_2 e uma carga em P_1 , tem-se a estrutura de um conversor elevador de tensão (*boost*). A Fig. 2.4 ilustra a estrutura deste conversor, indicando o sentido das correntes e a tensão de saída v_c medida sobre o capacitor C_1 . Assim como no caso do conversor *buck*, o capacitor de entrada C_2 não aparece na modelagem e a carga do conversor está representada por uma fonte de corrente contínua de valor nominal i_{load} .

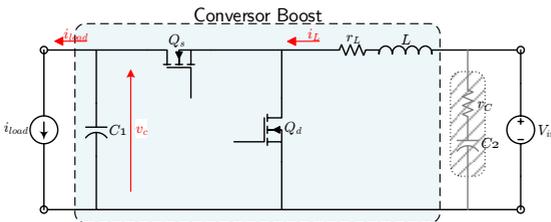
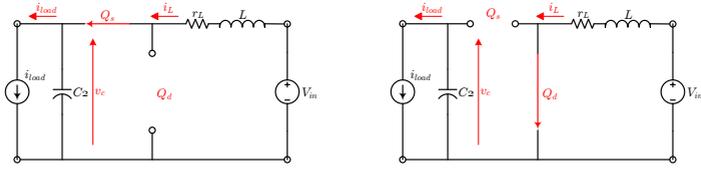


Figura 2.4 – Estrutura do conversor *boost*.

Na Fig. 2.5 estão ilustrados os dois possíveis modos de operação do conversor *boost*. Em 2.5a, o interruptor Q_s está conduzindo e Q_d está bloqueado, enquanto em 2.5b o caso complementar acontece.



(a) Interruptor Q_s conduzindo e Q_d bloqueado. (b) Interruptor Q_s bloqueado e Q_d conduzindo.

Figura 2.5 – Circuitos resultantes considerando os dois estados possíveis de comutação do conversor *boost*.

Com o interruptor Q_s conduzindo (Fig. 2.5a), obtém-se as seguintes equações dinâmicas:

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= i_L - i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= V_{in} - r_L i_L - v_c. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Com o interruptor Q_s bloqueado tem-se:

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= -i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= V_{in} - r_L i_L. \end{aligned} \quad (2.5)$$

No caso do conversor *boost*, o interruptor Q_d é o principal e uma variável u é utilizada para representar os estados de operação. É possível reescrever as equações (2.4) e (2.5) em uma única equação utilizando esta variável. Esta nova variável assume dois valores $u = 1 - q = \{0, 1\}$, onde $u = 1$ equivale ao interruptor Q_d bloqueado e $u = 0$ ao interruptor conduzindo. O modelo final para o conversor *boost* é dado por

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= u i_L - i_{load} \\ L \frac{di_L}{dt} &= V_{in} - r_L i_L - u v_c \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde $\mathbf{x} = (v_c, i_L)$ são os estados do sistema, V_{in} é a tensão de entrada e r_L é a resistência série do indutor.

Assim como no caso do conversor *buck*, as equações (2.6) descrevem a dinâmica do conversor no modo CCM e não existe o modo

DCM.

2.2 Modelagem das Cargas

Grande parte das cargas de uma rede CC pode ser modelada por uma ou por uma combinação de cargas de impedância constante (R), corrente constante (I) ou potência constante (P), indicando a dependência das mesmas com a tensão. Esta classificação das cargas é recomendada pelo padrão IEEE Std 399-1997 (IEEE, 1998). A simbologia para representação das cargas e os efeitos da variação de tensão para cada uma estão ilustrados na Fig. 2.6.

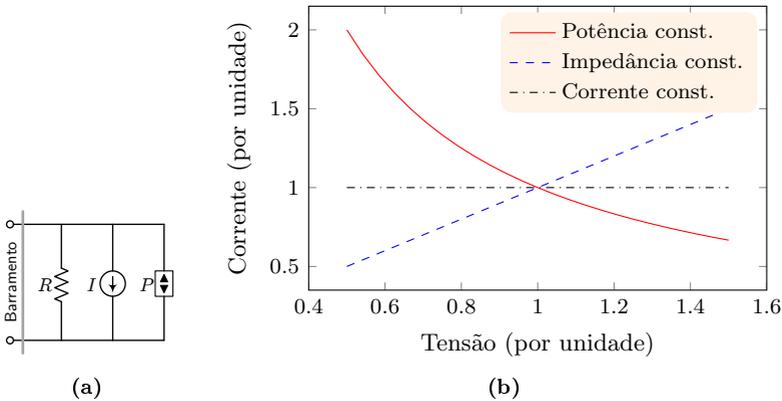


Figura 2.6 – (a) Simbologia para representação de cargas em uma MR CC e (b) efeitos da variação de tensão sobre a corrente de carga para os três tipos de cargas.

- *Cargas de impedância constante (R) - constant impedance load (CIL)* - a corrente na carga é linear e diretamente proporcional à tensão aplicada. Neste caso a potência varia com o quadrado da magnitude da tensão:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^2, \quad (2.7)$$

onde P é a potência, U é a tensão e o índice zero indica valores iniciais.

Cargas puramente resistivas, aquecedores e lâmpadas incandes-

centes, válvulas solenoides e alguns motores universais se enquadram nesta categoria de cargas.

- *Cargas de corrente constante (I) - constant current load (CCL)* - a corrente na carga é constante e independente da tensão aplicada. A potência varia diretamente com a magnitude da tensão:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^1 \quad (2.8)$$

Algumas fontes de potência CC e alguns acionamentos (*drivers*) de motores são exemplos desse tipo de carga.

- *Cargas de potência constante (P) - constant power load (CPL)* - a corrente na carga é inversamente proporcional à tensão aplicada (um aumento na tensão ocasiona diminuição da corrente e vice-versa). Nestas cargas, a potência independe de variações na magnitude da tensão:

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{U}{U_0} \right)^0 = 1 \quad (2.9)$$

Cargas alimentadas através de conversores estáticos CC-CC e alguns acionamentos de motores se enquadram neste tipo de carga.

MRs em CC apresentam uma extensiva interconexão de conversores, com uma ampla variedade de interações dinâmicas possíveis (EMADI; EHSANI, 2001). Diferentes estágios de conversão podem ser necessários para adequar as tensões em diferentes níveis exigidos pela rede. Uma característica importante de sistemas baseados em conversores eletrônicos de potência é que estes possuem uma capacidade de reconfiguração quase instantânea (RIVETTA et al., 2004). Muitos conversores apresentam uma regulação de tensão finamente ajustada nos terminais de saída e são robustos às perturbações de tensão na entrada.

Estes conversores CC-CC altamente eficientes e com controladores otimamente sintonizados, apresentam um comportamento nos terminais de entrada similar a CPLs. Note que o modelo de cargas CPL é basicamente um modelo estático dado por uma característica ou curva estática $i = f(v)$ idealmente hiperbólica. Não são modeladas as características dinâmicas das mesmas. Isto representa uma forte simplificação do modelo da carga real, justificado pela rápida resposta dinâmica dos conversores ao variar o seu ponto de operação. Porém,

como será mostrado na sequência deste capítulo, esta característica estática permite modelar qualitativamente os efeitos dinâmicos das cargas reais CPL.

Na Fig. 2.7 está ilustrada a estrutura básica de dois conversores em cascata, onde o conversor bidirecional PC1 é responsável por estabilizar a tensão do barramento e o conversor PC2 no ponto de carga alimenta diretamente uma carga resistiva. O conversor PC2 é estritamente regulado e portanto, um aumento na sua tensão de entrada ocasiona uma diminuição da corrente, drenando uma potência constante do barramento.

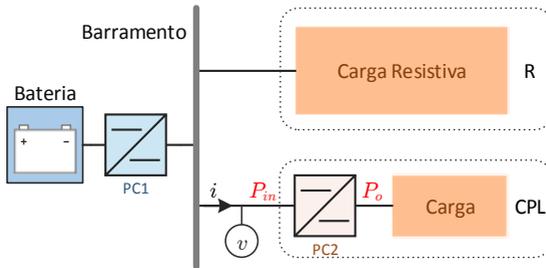


Figura 2.7 – Estrutura básica de dois conversores em cascata com cargas resistivas e CPL.

Do ponto de vista do conversor PC1, a dinâmica imposta por esta carga é equivalente a uma impedância negativa e pode levar à instabilidade do sistema. Tendo em vista que a potência de entrada P_{in} é constante, a característica estática ideal de tensão-corrente da carga é dada por uma hipérbole retangular, como ilustrado na Fig. 2.8 e matematicamente representada por:

$$i = \frac{P}{v}. \quad (2.10)$$

A resistência incremental de entrada R_L é dada pela razão das variações de pequenos sinais da tensão sobre a corrente, $R_L = \frac{\Delta v}{\Delta i}$ e depende do ponto de operação do conversor. Conforme ilustrado no gráfico, a inclinação da curva para qualquer ponto é negativa, indicando a característica de uma impedância negativa. Sabendo que as potências de entrada e saída do conversor no ponto de carga PC2 (PoL) são iguais, tem-se

$$P_{in} = P_o = P = vi \quad \Rightarrow \quad i = \frac{P}{v}. \quad (2.11)$$

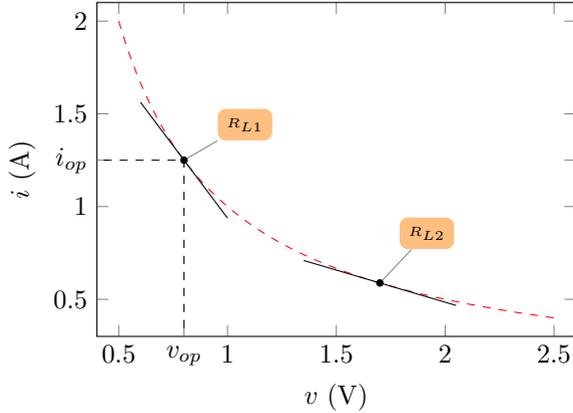


Figura 2.8 – Característica estática ideal de uma carga CPL, linearizada em dois pontos de operação (R_{L1} e R_{L2}).

Em um ponto de operação escolhido, pode-se obter o modelo linearizado através da aproximação por série de Taylor:

$$i(v) = i(v_{op}) + \frac{\partial i}{\partial v} [v - v_{op}] + O(v^2) \quad (2.12)$$

$$i(v) \approx 2 \frac{P}{v_{op}} - \frac{P}{v_{op}^2} v, \quad (2.13)$$

onde v_{op} é a tensão no ponto de operação e $O(v^2)$ são os termos de maior ordem da aproximação por Taylor. Este modelo linearizado pode ser visto como uma fonte de corrente em paralelo com uma resistência negativa.

Esta impedância incremental negativa tem uma característica não-linear que depende da tensão e da corrente e introduz problemas de estabilidade para o controle da rede. Quando combinados os efeitos das cargas CPL e CIL, as curvas de carga podem apresentar mudanças de inclinação como apresentado na Fig. 2.9. Do ponto de vista do controle, uma perturbação de carga deste tipo pode levar o sistema à instabilidade.

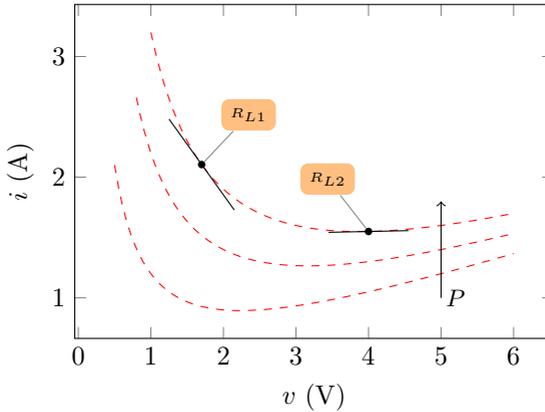


Figura 2.9 – Características estáticas ideais de uma carga CPL, para diferentes valores de potência P . Uma das curvas mostradas é linearizada em dois pontos de operação (R_{L1} e R_{L2}).

2.3 Modelagem dos Conversores como Carga CPL

Na Seção 2.2 foram descritos modelos idealizados para as cargas do tipo CPL. Entretanto, quando da operação dos conversores em uma MR, estas características sofrem alterações devido às limitações físicas da MR e dos conversores que nela operam.

Nesta Seção são desenvolvidos modelos estáticos mais realísticos das cargas CPL associadas aos conversores básicos *buck* e *boost* que podem ser encontradas em uma MR. Logicamente outros tipos de conversores (como por ex. *buck-boost*, *ćuk*, SEPIC, etc.) devem ter sua própria característica estática ou modelo CPL, que pode ser diferente das aqui apresentadas para os conversores do tipo *buck* e *boost*.

2.3.1 Modelagem do conversor *buck* como carga CPL

Para levantar a característica do conversor *buck* como carga CPL, utiliza-se o diagrama da Fig. 2.7 com um conversor *buck* em PC2, como ilustrado na Fig. 2.10. Uma rampa de tensão, de 0 a 12V em 100ms, é aplicada no barramento (v_{bus}) e as tensões e correntes do circuito são monitoradas. No conversor PC2 (CPL) foram desprezadas as perdas nos interruptores e as resistências parasitas dos componentes e um controlador finamente ajustado busca manter a referência de

tensão $v_c = v_{\text{ref}} = 6V$ na saída. Os parâmetros do circuito utilizados estão registrados na Tabela 2.1.

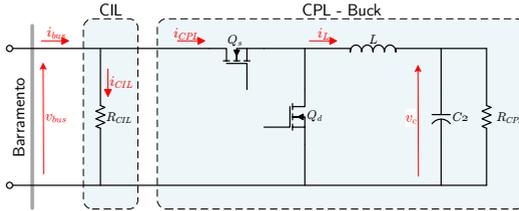


Figura 2.10 – Carga resistiva e conversor *buck* como carga CPL conectados ao barramento.

Um conversor *buck* ideal operando com máxima razão cíclica pode fornecer uma tensão de saída no máximo igual à sua tensão de entrada. Desta forma, enquanto a tensão de entrada do conversor for menor do que a tensão de referência do seu controlador, a tensão de saída será idealmente igual à tensão de entrada e o conversor se comporta como uma carga de impedância constante.

Do ponto de vista do barramento, a tensão de referência do conversor PC2 estabelece um limiar ($v_{\text{bus}} = V_{\text{th}}$) que divide o comportamento do sistema em duas partes. Uma função por partes é definida para representar a corrente drenada pela carga com este comportamento, como segue

$$i_{\text{CPL}} = \xi(v_{\text{bus}}) = \begin{cases} \frac{Pv_{\text{bus}}}{V_{\text{th}}^2}, & \text{se } v_{\text{bus}} < V_{\text{th}} \\ \frac{P}{v_{\text{bus}}}, & \text{se } v_{\text{bus}} > V_{\text{th}} \end{cases}, \quad (2.14)$$

onde P é a potência nominal drenada pelo conversor da carga PC2 e V_{th} é o limiar de tensão.

A Fig. 2.11 apresenta os perfis das cargas obtidos através de simulação, bem como um indicativo das curvas ideais para efeito de comparação.

Na Fig. 2.12 é possível observar o perfil estático do conversor *buck* como carga CPL obtido experimentalmente. Na figura da direita tem-se o gráfico obtido do osciloscópio e a partir dos pontos do gráfico é obtido o diagrama em espaço de estados na figura da esquerda.

Tabela 2.1 – Parâmetros do conversor *buck* utilizado na validação do modelo da carga CPL.

Parâmetro	Valor
L	$2.2mH$
C_2	$10\mu F$
R_{CPL}	10Ω
R_{CIL}	50Ω

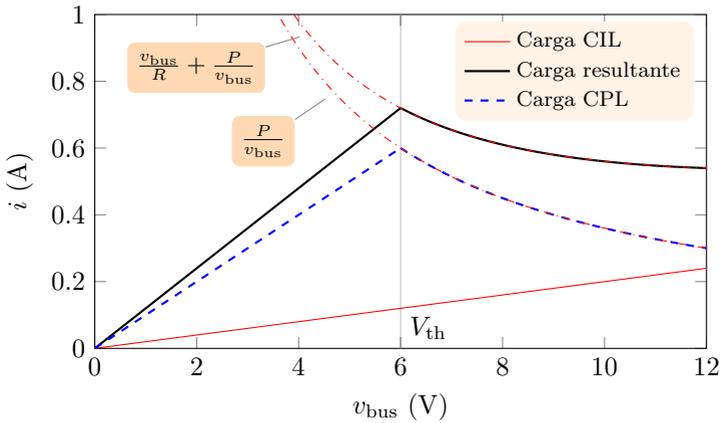


Figura 2.11 – Perfis estáticos das cargas resistiva e do conversor *buck* como CPL conectados ao barramento.

2.3.1.1 Validação do Modelo

O sistema de dois conversores interconectados em cascata, atuando um deles como carga do outro, pode também ser modelado através de um sistema de 6 equações diferenciais, três para cada conversor, sendo uma destas equações associada à lei de controle do próprio conversor (tipicamente um controle proporcional e integral - PI).

A hipótese levantada em relação ao modelo das cargas CPL, é que se pode modelar a dinâmica do segundo conversor mediante uma característica estática ideal ou real como mostrada em (2.10) e (2.14). Isto é, através de um modelo estático (função CPL) que permite capturar aproximadamente o comportamento dinâmico representado pelo modelo do conversor dado pelas três equações diferenciais mencionado anteriormente. Desta forma se consegue simplificar a análise matemá-

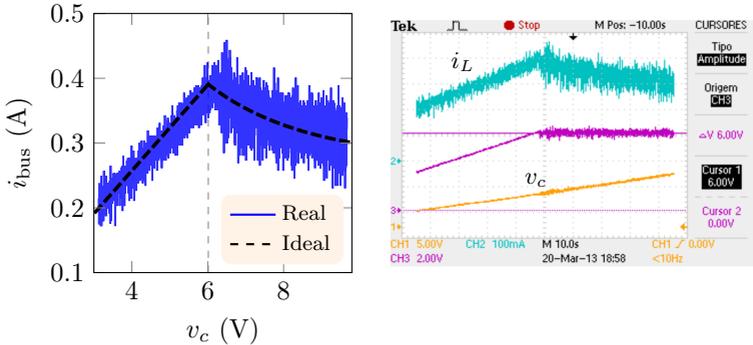


Figura 2.12 – Validação experimental para o conversor *buck* operando como carga CPL.

tica do sistema composto por dois conversores interconectados. Esta hipótese pode ser estendida para a interconexão de mais de dois conversores em paralelo em uma MR, sendo um conversor considerado como principal e os restantes agrupados como uma única carga CPL equivalente.

Para validar esta hipótese, são apresentados resultados numéricos obtidos via simulação através do *software* Powersim PSIM®[®], da resposta do sistema no tempo a variações de carga e através de diagramas de bifurcações obtidos para cada caso.

Concretamente, para validar a hipótese proposta, utilizam-se os dois casos a seguir:

- (C1) Conversor *buck* (PC1) alimentando um segundo conversor *buck* (PC2) como carga, conforme ilustrado na Fig. 2.13.

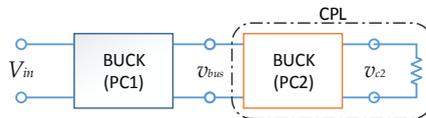


Figura 2.13 – Diagrama de blocos para o caso C1 de validação do conversor *buck* como carga CPL.

- (C2) Conversor *buck* (PC1) alimentando uma fonte de corrente controlada com característica por partes definida na equação (2.14), conforme ilustrado na Fig. 2.14.

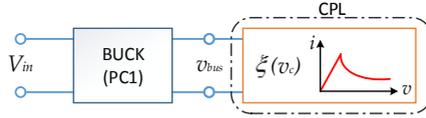


Figura 2.14 – Diagrama de blocos para o caso C2 de validação do conversor *buck* como carga CPL.

O conversor *buck* utilizado no controle do barramento possui a mesma estrutura nos dois casos, cujos parâmetros são $V_{in} = 24V$, $L = 2.2mH$, $C = 10\mu F$, $r_L = 1\Omega$ e a tensão de referência do controlador é $v_{ref} = 12V$. O conversor *buck* utilizado como carga CPL (PC2) possui a mesma indutância L e capacitância C , a resistência série do indutor r_L foi desprezada e a referência do controlador é $v_{ref2} = 6V$.

- Cenário 1:

O conversor da carga alimenta uma carga resistiva $R_{CPL} = 20\Omega$. A potência drenada por PC2 é calculada utilizando a tensão de saída aplicada sobre a resistência, dada por

$$P = \frac{v_{c2}^2}{R_{CPL}} = \frac{v_{ref2}^2}{R_{CPL}} = 1.8W. \quad (2.15)$$

Esta potência calculada é utilizada para determinar a carga CPL utilizada na função por partes $\xi(v_c)$ em C2.

Na Fig. 2.15 estão ilustradas a resposta temporal e o espaço de estados para este cenário. O sistema é inicializado com condições iniciais nulas e é possível observar as semelhanças no transitório entre os casos C1 e C2.

- Cenário 2:

Partindo do ponto de equilíbrio do cenário 1 (ver Fig. 2.15), uma mudança de carga é realizada. Em C1 a carga resistiva é reduzida à metade, passando de $R_{CPL} = 20\Omega$ para 10Ω . A mesma variação de potência é aplicada no caso C2, mudando de $P = 1.8W$ para $3.6W$.

Pode-se observar na Fig. 2.16 a convergência das respostas para órbitas periódicas estáveis, indicando a mudança de estabilidade do ponto de equilíbrio e o surgimento de uma bifurcação para variações do parâmetro P .

Fazendo variar a potência P de C2, ou analogamente R_{CPL} de C1, obtém-se o diagrama de bifurcações da Fig. 2.17a. Aumentando

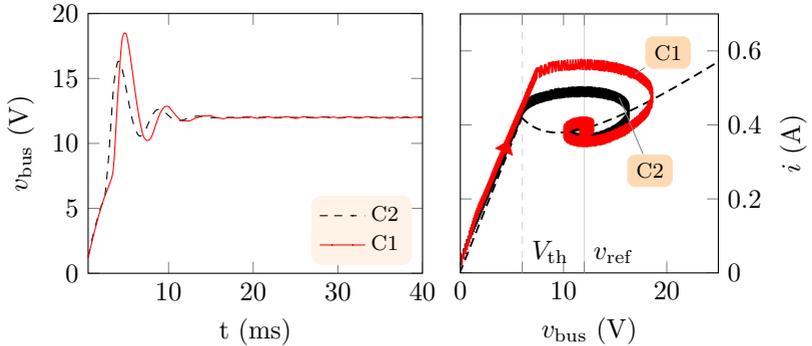


Figura 2.15 – Comparação das respostas do cenário 1 para validação do modelo do conversor *buck* como carga CPL.

o valor do parâmetro P , surge uma bifurcação sela-nó de órbitas periódicas (SNop), de onde surgem dois ciclos-limite, um mais externo, estável, circundando outro ciclo-limite instável. Ao continuar aumentando o valor de P , o ciclo-limite instável diminui até colapsar no ponto onde surge uma bifurcação de Hopf subcrítica (BH) (MARSDEN; MCCracken, 1976) (também chamada de bifurcação de Poincaré-Andronov-Hopf). A partir deste ponto, o ponto de equilíbrio torna-se instável e continua existindo uma órbita periódica estável no entorno do ponto. Na figura é possível observar a semelhança das duas curvas, notando porém que, para aumentos da potência P , o fenômeno de bifurcação surge antes para o caso C2. Na Fig. 2.17b pode-se observar o surgimento do fenômeno de bifurcação para variações dos dois parâmetros das cargas, novamente ressaltando que o caso idealizado de C2 apresenta o fenômeno para valores inferiores dos parâmetros.

- Cenário 3:

Neste cenário, o sistema é iniciado com condições iniciais nulas, drenando uma potência $P = 1.8W$. Em $t = 50ms$, a carga resistiva de C1 passa de $R_{CPL} = 20\Omega$ para 40Ω , o que equivale à uma redução da potência no caso C2 de $P = 1.8W$ para $0.9W$.

Na Fig. 2.18 é possível notar a diferença nos transitórios entre os dois casos. No caso C1, devido à dinâmica do conversor da carga, a tensão do barramento inicialmente diminui com um pequeno aumento da corrente, enquanto no caso C2 a tensão inicia aumentando com a respectiva diminuição da corrente. Cabe ressaltar que ambos os ca-

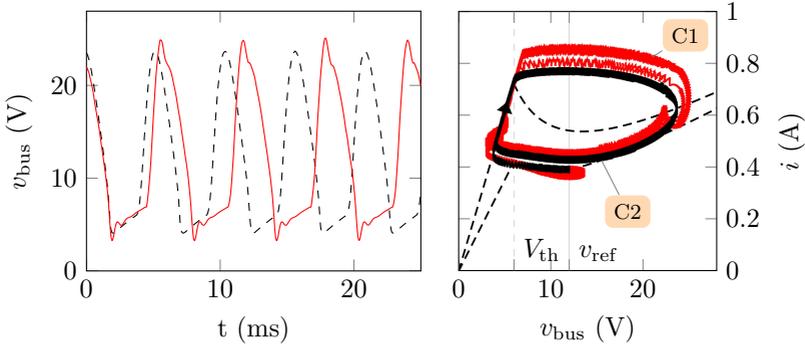


Figura 2.16 – Comparação das respostas do cenário 2 para validação do modelo do conversor *buck* como carga CPL.

possuem os mesmos pontos de equilíbrio em regime permanente, apresentando pequenas diferenças no regime transitório.

- Cenário 4:

Este cenário é uma extensão do caso C1, onde dois conversores em paralelo são utilizados como carga CPL, como apresentado na Fig. 2.19. Para efeitos de comparação, uma carga CPL da forma C2 drenando a potência somada dos dois conversores é utilizada.

Os conversores das cargas, PC2-a e PC2-b alimentam inicialmente uma carga resistiva $R_{\text{CPL-a}} = R_{\text{CPL-b}} = 40\Omega$. A potência drenada pelos conversores é a soma da potência drenada por cada conversor, sendo

$$P = P_a + P_b = \frac{v_{\text{ref2}}^2}{R_{\text{CPL-a}}} + \frac{v_{\text{ref2}}^2}{R_{\text{CPL-b}}} = 1.8W. \quad (2.16)$$

Em $t = t_1 = 50ms$, a carga resistiva de PC2-a passa de $R_{\text{CPL-a}} = 40\Omega$ para 20Ω , ocasionando um aumento da potência total de $P = 1.8W$ para $2.7W$. Esta mesma variação de potência é aplicada a carga idealizada em C2.

Na Fig. 2.20 é possível visualizar as respostas temporais para os dois casos, com a convergência inicial para o ponto de equilíbrio e a instabilização proveniente da mudança de carga. O espaço de estados correspondente a este caso é apresentado na Fig. 2.21.

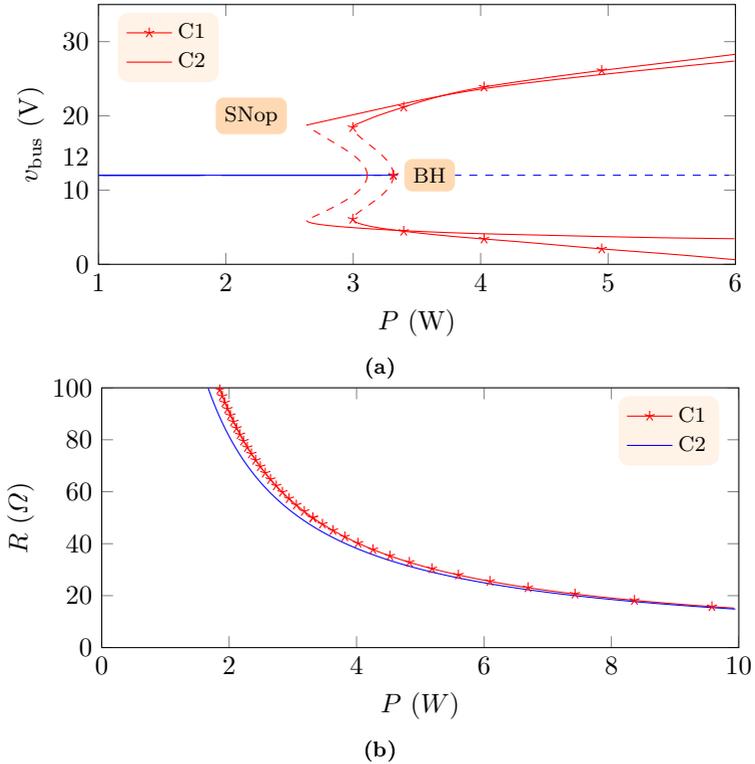


Figura 2.17 – Em (a): diagrama de bifurcação para variações do parâmetro P comparando os casos C1 e C2. Em (b): conjunto de bifurcações no plano de parâmetros (P, R) para os dois casos estudados. As curvas representam a evolução do ponto da BH da Fig. 2.17a ao variar os parâmetros P e R .

2.3.2 Modelagem do conversor *boost* como carga CPL

Para a modelagem do conversor *boost* como carga CPL, o conversor PC2 do diagrama da Fig. 2.7 é substituído por um conversor do tipo *boost*, conforme ilustrado na Fig. 2.22.

Uma rampa de tensão, de 0 a 12V em 500ms, é aplicada no barramento (v_{bus}) e as tensões e correntes do circuito são monitoradas. Um controlador finamente ajustado em PC2 busca manter a referência de tensão $v_c = v_{\text{ref}} = 24\text{V}$ na saída. Os parâmetros do circuito utilizados estão registrados na Tab. 2.2 e as perdas do circuito foram desconsideradas.

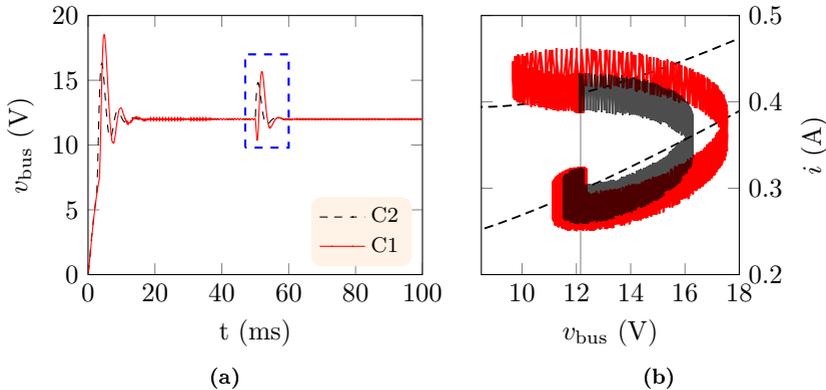


Figura 2.18 – Resposta temporal e diagrama de espaço de estados para o cenário 3 de validação do conversor *buck* como carga CPL. A figura (b) representa o diagrama em espaço de estados correspondente ao retângulo da figura (a).

Um conversor *boost* ideal operando com razão cíclica mínima, fornece uma tensão de saída igual a tensão de entrada. Operando com razão cíclica máxima, pode fornecer teoricamente, uma tensão de saída infinita. Entretanto, quando consideradas as perdas, as tensões e correntes são limitadas pelas cargas e pelas próprias perdas do circuito. Para pequenos valores da tensão de entrada, o controlador aumenta a razão cíclica para tentar elevar a tensão de saída, aumentando conseqüentemente a corrente no indutor. Para preservar a integridade dos componentes do circuito, o controlador garante uma limitação do valor máximo da corrente no conversor, de acordo com as especificações do circuito.

Visto que a corrente do conversor é limitada por seu controlador, quando a tensão de entrada está abaixo de um determinado limiar, a corrente satura no valor máximo enquanto a tensão de saída não atinge o valor de referência. Este limiar pode ser calculado a partir das equações do circuito (2.6), com as derivadas iguais a zero, a corrente da carga $i_{\text{load}} = v_c / R_{\text{CPL}}$, a resistência série do indutor $r_L = 0$, igualando a razão cíclica u nas duas equações e isolando a tensão de entrada V_{in} , como segue

$$\begin{aligned} 0 &= ui_L - \frac{v_c}{R}, \\ 0 &= V_{\text{in}} - uv_c \end{aligned} \quad (2.17)$$

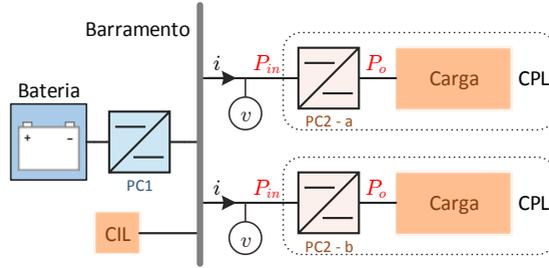


Figura 2.19 – Conversores *buck* em paralelo representando cargas CPL conectadas ao barramento.

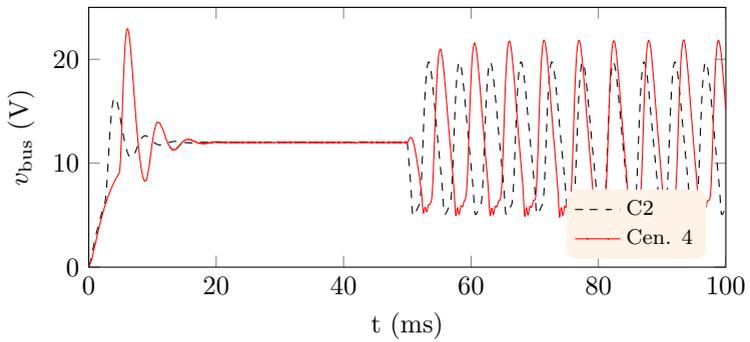


Figura 2.20 – Resposta temporal para o cenário 4 de validação do conversor *buck* como carga CPL.

resultando em

$$V_{in} = \frac{v_c^2}{Ri_L}. \quad (2.18)$$

Substituindo a tensão de saída do conversor por sua referência $v_c = v_{ref}$ e a corrente do indutor pelo valor máximo permitido $i_L = i_{max}$, dado um valor de carga $R = R_{CPL}$ é possível calcular a tensão de entrada V_{in} equivalente ao limiar de tensão V_{th} , por

$$V_{th} = \frac{v_{ref}^2}{R_{CPL}i_{max}}. \quad (2.19)$$

Para o barramento, este limiar de tensão ($v_{bus} = V_{th}$) divide o comportamento do sistema em duas partes. Uma função por partes é definida para representar a corrente drenada pela carga com este

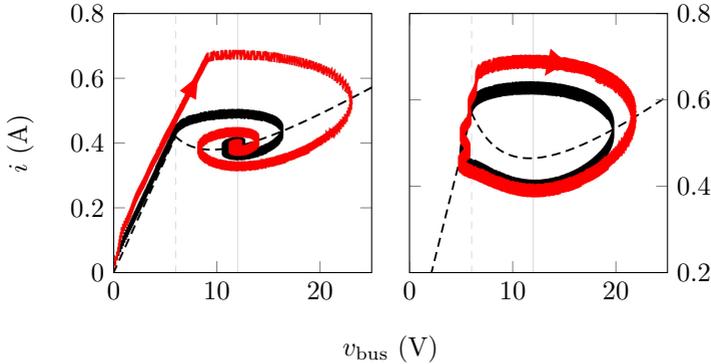


Figura 2.21 – Diagrama de espaço de estados para o cenário 4 de validação do conversor *buck* como carga CPL. A figura da esquerda corresponde ao intervalo $t \in [0, 50]ms$ e a da direita ao intervalo $t \in [50, 100]ms$.

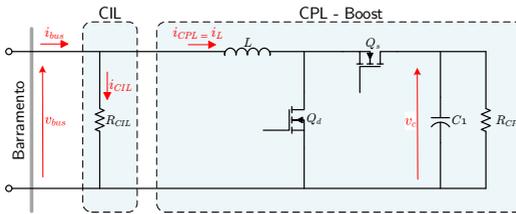


Figura 2.22 – Carga resistiva e conversor *boost* como carga CPL conectados ao barramento.

comportamento, dado por

$$i_{CPL} = \xi(v_{bus}) = \begin{cases} i_{max}, & \text{se } v_{bus} < V_{th} \\ \frac{P}{v_{bus}}, & \text{se } v_{bus} > V_{th} \end{cases}, \quad (2.20)$$

onde P é a potência nominal drenada pelo conversor da carga PC2, i_{max} é o limite de corrente do conversor e V_{th} é o limiar de tensão.

A Fig. 2.23 apresenta os perfis das cargas obtidos através de simulação, bem como um indicativo das curvas ideais para efeito de comparação. Para este caso do conversor *boost* fica pendente para trabalhos futuros o levantamento da curva de carga de forma experimental.

Tabela 2.2 – Parâmetros do conversor *boost* utilizado na validação do modelo da carga CPL.

Parâmetro	Valor
L	$2.2mH$
C_1	$47\mu F$
R_{CPL}	100Ω
R_{CIL}	20Ω

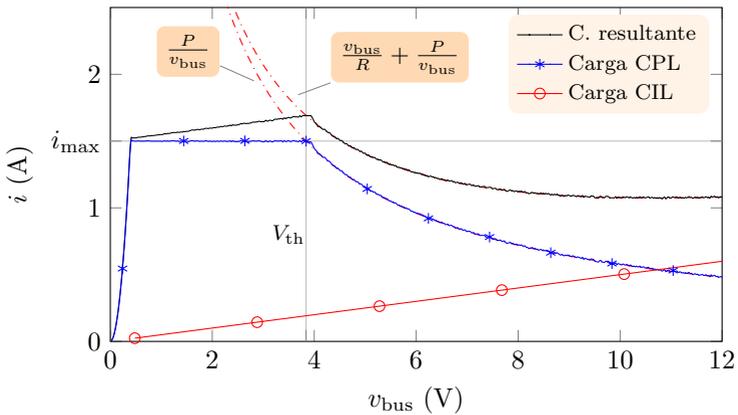


Figura 2.23 – Perfis estáticos das cargas resistiva e do conversor *boost* como CPL conectados ao barramento.

2.3.2.1 Validação do Modelo

Com o objetivo de verificar a possibilidade de utilizar tal modelo simplificado para a análise matemática do sistema, utilizam-se os dois casos a seguir:

(C1) Conversor *boost* (PC1) alimentando um segundo conversor *boost* como carga, conforme ilustrado na Fig. 2.24.

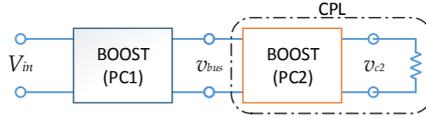


Figura 2.24 – Diagrama de blocos para o caso C1 de validação do conversor *boost* como carga CPL.

(C2) Conversor *boost* (PC1) alimentando uma fonte de corrente controlada com característica por partes definida na equação (2.20), conforme ilustrado na Fig. 2.25.

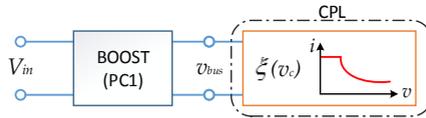


Figura 2.25 – Diagrama de blocos para o caso C2 de validação do conversor *boost* como carga CPL.

Para controle do barramento foi utilizado um conversor *boost*, cujos parâmetros são $V_{in} = 12V$, $L = 2.2mH$, $C = 47\mu F$, $r_L = 1\Omega$ e a tensão de referência do controlador é $v_{ref} = 24V$. O conversor *boost* utilizado como carga CPL (PC2) possui a mesma indutância L e capacitância C , a resistência série do indutor r_L foi desprezada e a referência do controlador é $v_{ref2} = 48V$.

- Cenário 1:

Inicialmente, o conversor da carga alimenta uma carga resistiva $R_{CPL} = 230.4\Omega$. A potência drenada por PC2 é calculada utilizando a tensão de saída aplicada sobre a resistência, dada por

$$P = \frac{v_{c2}^2}{R_{CPL}} = \frac{v_{ref2}^2}{R_{CPL}} = 10W. \quad (2.21)$$

Esta potência calculada é utilizada para determinar a carga CPL equivalente em C2. A carga CIL é dada por um resistor de valor $R_{CIL} = 150\Omega$.

Em $t = t_1 = 100ms$, a carga resistiva de PC2 passa de $R_{CPL} = 230.4\Omega$ para 115.2Ω , aumentando a potência de $P = 10W$ para $20W$. No instante $t = t_2 = 200ms$, as cargas voltam para os

valores originais e em $t = t_3 = 300ms$ a carga CIL nos dois casos passa de $R_{CIL} = 150\Omega$ para 60Ω .

Na Fig. 2.26 estão ilustradas a resposta temporal da tensão e corrente do barramento para este cenário e na Fig. 2.27 o diagrama de espaço de estados para o mesmo cenário.

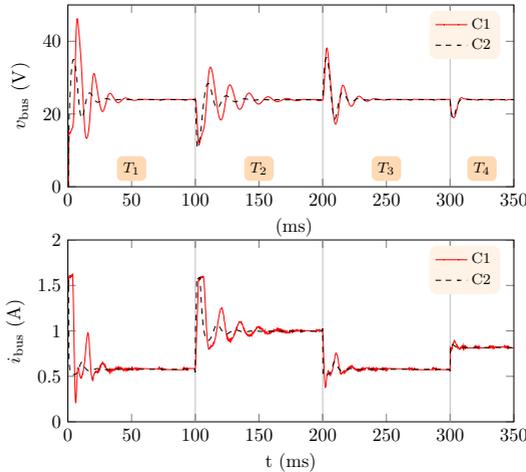


Figura 2.26 – Resposta temporal para o cenário 1 de validação do conversor *boost* como carga CPL.

- Cenário 2:

Este cenário é análogo ao cenário 4 realizado para o conversor *buck*, onde dois conversores do tipo *boost* em paralelo são utilizados como carga CPL. Para efeitos de comparação, uma carga CPL da forma C2 drenando a potência somada dos dois conversores é utilizada.

Os conversores das cargas alimentam inicialmente uma carga resistiva $R_{CPL-a} = R_{CPL-b} = 460.8\Omega$. A potência drenada pelos conversores é a soma da potência drenada por cada conversor, sendo

$$P = P_a + P_b = \frac{v_{ref2}^2}{R_{CPL-a}} + \frac{v_{ref2}^2}{R_{CPL-b}} = 10W. \quad (2.22)$$

Em $t = t_1 = 100ms$, a carga resistiva de um dos conversores da carga é reduzida para $R_{CPL-a} = 230.4\Omega$, ocasionando um aumento da potência total de $P = 10W$ para $15W$. Esta mesma variação de potência é aplicada a carga idealizada em C2. Uma segunda mudança

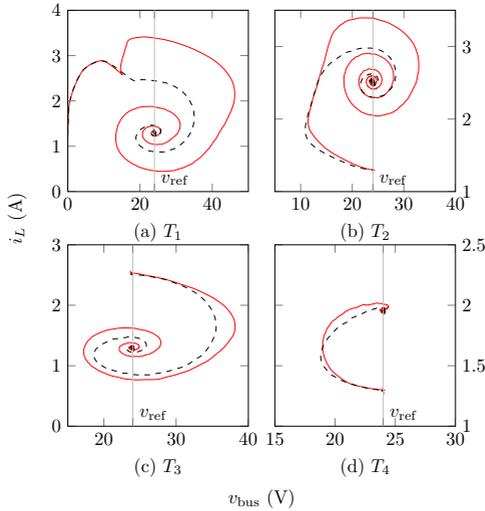


Figura 2.27 – Diagramas de espaço de estados para o cenário 1 de validação do conversor *boost* como carga CPL. Todas as trajetórias seguem o sentido horário.

de carga é realizada em $t = t_2 = 200ms$, mudando a carga resistiva do primeiro conversor de $R = 150\Omega$ para $R = 75\Omega$ em C1 e C2.

Na Fig. 2.28 é possível visualizar as respostas temporais para os dois casos, evidenciando os transitórios e a convergência inicial para o ponto de equilíbrio e a instabilização proveniente da mudança de carga. O espaço de estados correspondente a este caso é apresentado na Fig. 2.29.

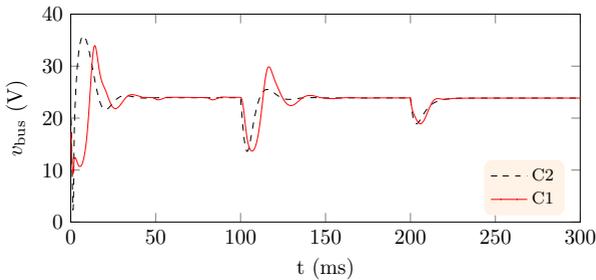


Figura 2.28 – Resposta temporal para o cenário 2 de validação do conversor *boost* como carga CPL.

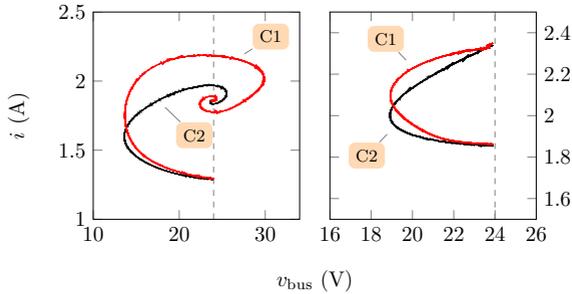


Figura 2.29 – Diagrama de espaço de estados para o cenário 2 de validação do conversor *boost* como carga CPL. A figura da esquerda corresponde ao intervalo $t \in [100, 200]ms$ e a da direita ao intervalo $t \in [200, 300]ms$.

Para o caso do conversor *boost* como carga CPL, não foram obtidos diagramas de bifurcação comparativos entre os casos C1 e C2. Problemas numéricos e de convergência dificultaram a obtenção de tais diagramas.

2.4 Considerações Finais

A partir dos resultados obtidos neste Capítulo, conclui-se que o modelo de carga CPL baseado na função estática por partes $\xi(v_c)$ representa qualitativamente a situação real apresentada em uma configuração de conexão em cascata entre dois conversores quando um deles, neste caso um conversor *buck* ou *boost*, atua como carga do outro. Deve-se notar que existem diferenças evidentes entre os casos real (dois conversores em cascata) e idealizado (função de carga CPL), porém o último se mostrou uma boa abordagem tanto para simplificar a análise matemática quanto para facilitar a simulação do sistema interconectado.

Capítulo 3

Análise da Dinâmica de Conversores Conectados em Cascata

Os conversores de potência do tipo *buck* e *boost* são amplamente utilizados em MRs CC, tanto para controle dos barramentos quanto para alimentação direta das cargas. As características dos dois conversores ao se comportarem como cargas foram descritas no Capítulo 2. Neste Capítulo, se analisa a dinâmica de conversores CC-CC conectados em cascata quando da variação de carga provocada pela mudança da resistência R e da potência P . Dois casos diferentes de interconexão de conversores *buck* e *boost* em cascata são estudados:

Caso 1 Conversor *buck* alimentador - conversor *buck* como carga.

Caso 2 Conversor *boost* alimentador - conversor *boost* como carga.

Logicamente, existem outros dois casos de interconexão de conversores em cascata: *boost-buck* e *buck-boost*, entretanto não serão considerados neste trabalho.

Nesta conexão em cascata, um dos conversores pode ser visto como uma carga para o outro conversor. Esta carga pode ser modelada como uma carga CPL.

Os dois casos estudados são controlados utilizando 2 diferentes tipos de controladores por modos deslizantes (SMC) (UTKIN, 1977; EDWARDS; SPURGEON, 1998): (i) SMC integral; (ii) SMC com filtro *washout*. Para o **Caso 1** (conversores *buck-buck*) é utilizada uma

terceira abordagem para comparação: (iii) controlador Proporcional e Integral (PI) clássico operando à frequência constante utilizando modulação por largura de pulsos (PWM). Os dois primeiros controladores operam à frequência variável sem emprego de modulação PWM.

Os controladores SMC foram desenvolvidos em trabalhos prévios referenciados em Pagano e Ponce (2009, 2010), Tahim et al. (2011), sendo o objetivo deste Capítulo estudar seu comportamento dinâmico no controle do conversor alimentador da configuração em cascata anteriormente apresentada. O controlador PI é utilizado como referência para comparar o desempenho e robustez destes controladores. A técnica de análise empregada consiste na análise de bifurcações ao variar os parâmetros de carga R e P . Neste sentido são apresentados diagramas e conjuntos de bifurcações que permitem avaliar a robustez dos controladores SMC estudados quando do controle das configurações previamente apresentadas.

Para garantir robustez a variações de carga, representadas pelos parâmetros P e R , e ao mesmo tempo obter um seguimento de referência com erro nulo, são utilizadas duas estratégias diferentes associadas à metodologia SMC: (i) o emprego da integral do erro de tensão para corrigir a superfície de comutação e (ii) o uso de um filtro passa-altas, denominado na literatura de filtro *washout*, sobre a corrente do indutor para obter o mesmo efeito.

3.1 Estrutura dos Controladores SMC

3.1.1 SMC Integral

Nesta metodologia de controle não se utiliza modulação PWM. O sistema é controlado à frequência variável, idealmente infinita, porém na prática limitada através do uso de um relé com banda de histerese. Para rejeitar perturbações e variações de carga, é utilizada a metodologia da integral do erro no projeto da superfície de controle.

Um controlador por modos deslizantes é projetado baseado em uma superfície de descontinuidade Σ_1 definida como (ver Anexo C)

$$\Sigma_1 : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) = 0\}, \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{x} = (v_c, i_L, z)$ é o vetor de estados do sistema, $h_c : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função de comutação escalar suave com gradiente não-nulo $\nabla h_c(\mathbf{x})$ na região Σ_1 .

Para garantir erro nulo de tensão na saída do conversor em

relação à referência desejada, é utilizada a integral do erro de tensão como uma estimativa para a corrente. A superfície de comutação utilizada para simular esta estrutura é definida como

$$h_c(\mathbf{x}) = i_L - i_{\text{est}}, \quad (3.2)$$

onde i_{est} é a estimativa da corrente dada por

$$i_{\text{est}} = kz = k \int_0^t (v_{\text{ref}} - v_c) dt, \quad (3.3)$$

o parâmetro $k > 0$ é o ganho a ser ajustado, v_{ref} é a tensão de referência para a saída do conversor e z é uma variável auxiliar que representa o termo integral de i_{est} .

Tendo em vista a característica por partes imposta pelos conversores *buck* e *boost* como carga CPL, pode-se analisar o sistema como possuindo uma superfície de controle e uma fronteira, dividindo o espaço de estados em quatro regiões distintas.

Sejam então, a superfície do controlador Σ_1 definida em (3.1) e Σ_2 dada por:

$$\Sigma_2 : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_q(\mathbf{x}) = 0\}, \quad (3.4)$$

onde $h_q(\mathbf{x}) = v_c - V_{th}$ é a fronteira imposta pela característica por partes das cargas CPL (2.14) ou (2.20) e $n = 3$.

Os conjuntos Σ_1 e Σ_2 dividem o espaço de estados em quatro regiões abertas, seguindo a notação da Fig. 3.1:

$$\begin{aligned} S_1 &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) < 0, h_q(\mathbf{x}) < 0, \\ S_2 &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) < 0, h_q(\mathbf{x}) > 0, \\ S_3 &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) > 0, h_q(\mathbf{x}) > 0, \\ S_4 &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) > 0, h_q(\mathbf{x}) < 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cada região do espaço de estados é regida por campos vetoriais distintos, sendo

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{cases} \mathbf{f}_1(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_1 \\ \mathbf{f}_2(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_2 \\ \mathbf{f}_3(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_3 \\ \mathbf{f}_4(\mathbf{x}), & \mathbf{x} \in S_4 \end{cases}, \quad (3.6)$$

onde $\dot{\mathbf{x}} = \left[\frac{dv_c}{dt}; \frac{di_L}{dt}; \frac{dz}{dt} \right]$, representa o conjunto das equações diferenciais dos estados do sistema.

Uma lei de comutação é escolhida de forma a garantir que as

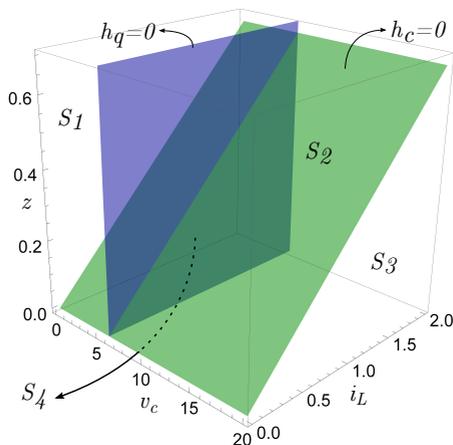


Figura 3.1 – Intersecção das superfícies de comutação com destaque para as quatro regiões de (3.5).

trajetórias dos campos vectoriais em cada região se encontrem sobre a superfície Σ_1 , permitindo que ocorra o deslizamento. O termo integral da ação de controle adiciona uma nova variável de estado z ao sistema. Assim, o modelo completo do sistema com o SMC é composto pelo modelo do conversor acrescido da equação diferencial auxiliar $\frac{dz}{dt}$.

A lei de comutação u e a parcela da carga $\xi(v_c)$ do sistema completo $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$, com $i = 1, 2, 3, 4$, são determinados pelas condições impostas em (3.5) e (3.6). Os sistemas de equações $\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = 0$ não possuem solução, logo os campos vectoriais \mathbf{f}_i não possuem pontos de equilíbrio.

3.1.2 SMC *Washout*

O conversor alimentando o barramento não tem informações sobre a carga conectada a ele. Como a dinâmica do sistema é dependente das variações de carga, os pontos de equilíbrio do sistema controlado variam quando tais mudanças de carga acontecem.

Para garantir robustez a variações de carga e minimizar respostas transitórias, utiliza-se um controlador SMC baseado em um filtro *washout*. Este controlador foi primeiramente desenvolvido no trabalho de Pagano e Ponce (2009) e será utilizado neste trabalho como um dos controladores empregados para controlar o conversor conectado a uma carga CPL (conversores em cascata).

3.1.2.1 Filtro *Washout*

Um filtro *washout* é um filtro passa-altas que elimina as entradas em regime permanente enquanto deixa passar as entradas transientes (HASSOUNEH et al., 2004). Um dos benefícios principais da utilização de tal metodologia baseia-se na capacidade de rastreamento automático do ponto de equilíbrio, garantindo robustez a variações de carga (PAGANO; PONCE, 2009).

A corrente do indutor i_L é passada através do filtro *washout* para obter um novo sinal i_F , cuja função de transferência é dada por

$$G_F(s) = \frac{I_F(s)}{I_L(s)} = \frac{s}{s + \omega} = 1 - \frac{\omega}{s + \omega}. \quad (3.7)$$

Em (3.7), i_F corresponde à corrente filtrada, onde ω é a frequência de corte do filtro e está contida na faixa $(0, \infty)$. A inclusão do filtro adiciona uma nova variável de estado ao modelo do conversor, dada por

$$\frac{di_Z}{dt} = \omega(i_L - i_Z), \quad (3.8)$$

onde $i_Z = i_L - i_F$ é a parcela de baixa frequência do sinal i_L . De (3.8) sabe-se que a nova variável i_Z tende a i_L quando esta tende ao seu ponto de equilíbrio. Desta forma, a diferença $(i_L - i_Z)$ funciona como uma medida de erro da corrente durante os transitórios do sistema.

Para evitar comportamento oscilatório da medida do erro, a frequência ω deve ser menor que a frequência natural do sistema

$$\omega < \omega_0 \quad \text{com} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.9)$$

Atribuindo valores de ω próximos de ω_0 garantem que a variável i_Z tenda a i_L monotonicamente, com rastreamento rápido e sem oscilações.

A superfície de comutação utilizada no projeto do controlador é definida como

$$\Sigma : \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : h_c(\mathbf{x}) = 0\}, \quad (3.10)$$

com

$$h_c(\mathbf{x}) = v_c - v_{\text{ref}} + k_w(i_L - i_Z), \quad (3.11)$$

onde v_{ref} é a tensão de referência do barramento e k é um parâmetro de controle a ser adequadamente ajustado. Conforme apresentado anteriormente, quando a corrente do indutor i_L tende ao equilíbrio, a variável

i_Z tende a i_L . Desta forma, quando se está sobre a superfície $h_c = 0$, garante-se que a tensão de saída v_c seja igual a referência desejada v_{ref} .

A lei de comutação é adotada de forma a garantir que as trajetórias dos campos vetoriais em cada região se encontrem sobre a superfície Σ , permitindo que ocorra o deslizamento. Para cada estado das chaves determinado pela lei de comutação, há um campo vetorial distinto que representa a dinâmica do sistema. Quando as trajetórias combinadas dos campos vetoriais atingem a superfície de comutação $h_c(\mathbf{x}) = 0$ dentro da região atrativa, o fenômeno de deslizamento acontece. Para facilitar a análise do sistema, é escolhida a notação

$$\begin{cases} \mathbf{f}^-(\mathbf{x}) & \text{se } h_c < 0 \\ \mathbf{f}^+(\mathbf{x}) & \text{se } h_c > 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

3.2 Caso 1 - *buck/buck*

3.2.1 Análise do Sistema Dinâmico em Malha Aberta

Antes de realizar a análise do sistema em malha fechada utilizando os controladores propostos, se faz interessante realizar um estudo da dinâmica do sistema em malha aberta considerando as duas posições dos interruptores do circuito (transistores CMOS), i.e. para $u = 1$ e para $u = 0$. Este estudo permite conhecer os possíveis equilíbrios do sistema assim como sua dinâmica e possíveis bifurcações, quando o interruptor assume um dos dois valores possíveis. O conhecimento destes equilíbrios é de vital importância quando do projeto do controlador SMC, uma vez que os possíveis equilíbrios devem ser virtuais, i.e. devem alocar-se em posições no espaço de estados onde não atua o seu respectivo campo vetorial. Isto deve ser verificado no projeto da superfície de comutação e para todos os casos de variação de carga considerados. Caso contrário, podem ocorrer situações em que os equilíbrios se tornam reais, ocasionando na perda de robustez do sistema sob controle SMC. Estas mudanças na característica dos equilíbrios são conhecidas como Bifurcações de Equilíbrio de Fronteira (BEB) (Di Bernardo et al., 2008) e não serão estudadas neste trabalho.

A partir da equação do conversor buck (2.3) e da função de

carga de um conversor buck como CPL (2.14), tem-se

$$\begin{aligned} C \frac{dv_c}{dt} &= i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \\ L \frac{di_L}{dt} &= uV_{in} - r_L i_L - v_c \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde

$$\xi(v_c) = \begin{cases} \frac{Pv_c}{V_{th}^2}, & \text{se } v_c < V_{th} \\ \frac{P}{v_c}, & \text{se } v_c > V_{th}. \end{cases} \quad (3.14)$$

3.2.1.1 Equilíbrios do Sistema em Malha Aberta

A partir do sistema em (3.13), os equilíbrios podem ser determinados a partir das soluções das equações (3.13) igualadas a zero (linhas neutras do sistema). Para o sistema (3.13), as linhas neutras são dadas por:

$$\begin{aligned} n_1: \quad i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) &= 0 \\ n_2: \quad uV_{in} - r_L i_L - v_c &= 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

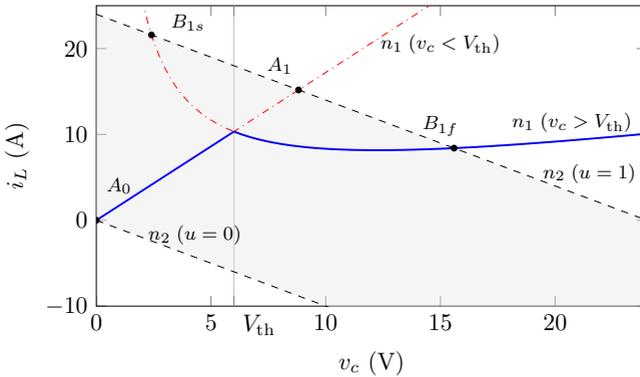


Figura 3.2 – Linhas neutras para o sistema do Caso 1 para os dois estados dos interruptores ($u = 0$ e $u = 1$).

Os pontos onde as linhas neutras do sistema se intersectam, i.e., as soluções da equação $\mathbf{f}(v_c, i_L) = 0$, definem os equilíbrios do sistema. A partir das linhas neutras de (3.13), obtém-se duas curvas

de equilíbrio que relacionam os estados do sistema, dadas por

$$\begin{aligned} i_L^* &= \frac{v_c^*}{R} + \xi(v_c^*) \\ i_L^* &= \frac{uV_{in} - v_c^*}{r_L} \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde (v_c^*, i_L^*) são os equilíbrios do sistema.

É possível observar na Figura 3.2 as linhas neutras originais, a característica por partes definida pela carga e os possíveis pontos de equilíbrio $A_{0,1}$ e $B_{1s,1f}$, onde os subíndices $(0, 1)$ representam a posição do interruptor u e (s, f) o tipo de equilíbrio, sela ou foco respectivamente. A partir das equações (3.16) pode-se obter uma relação da tensão de saída v_c^* com o estado do interruptor u , onde

$$v_c^* = \frac{uV_{in}}{r_L} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r_L} + \frac{P}{V_{th}^2} \right)^{-1}, \text{ para } \xi(v_c^*) = \frac{Pv_c^*}{V_{th}^2} \quad (3.17)$$

$$v_c^* = \frac{RuV_{in} \pm \sqrt{R^2u^2V_{in}^2 - 4PRr_L(R+r_L)}}{2(R+r_L)}, \text{ para } \xi(v_c^*) = \frac{P}{v_c^*} \quad (3.18)$$

Na sequência são analisados separadamente os casos correspondentes aos dois estados do interruptor.

3.2.1.2 Dinâmica para $u = 0$

Com o interruptor Q_s bloqueado ($u = 0$), surgem três pontos de equilíbrio a partir de (3.17) e (3.18). Para $v_c < V_{th}$, existe apenas um cruzamento das linhas neutras na origem, dado por

$$A_0 = (v_c^{A_0}, i_L^{A_0}) = (0, 0). \quad (3.19)$$

Para $v_c > V_{th}$, aparecem dois pontos de equilíbrio apenas se a potência $P < 0$, sendo estes

$$(v_{c_{\text{off}2}}^*, i_{L_{\text{off}2}}^*) = \left(\frac{\sqrt{-PRr_L(R+r_L)}}{R+r_L}, -\frac{\sqrt{-PRr_L(R+r_L)}}{r_L(R+r_L)} \right) \quad (3.20)$$

$$(v_{c_{\text{off}3}}^*, i_{L_{\text{off}3}}^*) = \left(-\frac{\sqrt{-PRr_L(R+r_L)}}{R+r_L}, \frac{\sqrt{-PRr_L(R+r_L)}}{r_L(R+r_L)} \right). \quad (3.21)$$

os quais não são considerados neste trabalho. Em um caso prático, valores de potência $P < 0$ indicam que a potência gerada pelas fontes

é maior que a potência drenada pelas cargas.

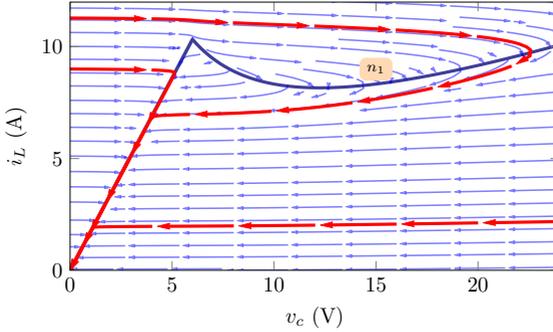


Figura 3.3 – Retrato de fases para o sistema em malha aberta com o interruptor Q_s bloqueado ($u = 0$).

A Fig. 3.3 ilustra o retrato de fases para o sistema em (3.13) para o caso em que $u = 0$. Pode-se observar que todas as trajetórias do campo vetorial convergem para o ponto de equilíbrio $A_0 = (0, 0)$.

3.2.1.3 Dinâmica para $u = 1$

Com o interruptor Q_s conduzindo ($u = 1$), podem surgir três pontos de equilíbrio a partir de (3.17) e (3.18). O surgimento de um ou mais pontos de equilíbrio depende dos valores dos parâmetros do circuito e da posição do limiar V_{th} , implicando no cruzamento das linhas neutras em um ou mais pontos. Para $v_c < V_{th}$, existe apenas um equilíbrio, dado por

$$A_1 = (v_c^{A_1}, i_L^{A_1}) = \left(\frac{RV_{in}V_{th}^2}{\gamma}, \frac{V_{in}(PR + V_{th}^2)}{\gamma} \right). \quad (3.22)$$

onde $\gamma = PRr_L + RV_{th}^2 + r_LV_{th}^2$. Para $v_c > V_{th}$, existem dois possíveis pontos de equilíbrio, sendo estes

$$B_{1s} = (v_c^{B_{1s}}, i_L^{B_{1s}}) = \left(\frac{RV_{in} - \epsilon}{2(R + r_L)}, \frac{RV_{in} + 2r_LV_{in} + \epsilon}{2r_L(R + r_L)} \right) \quad (3.23)$$

$$B_{1f} = (v_c^{B_{1f}}, i_L^{B_{1f}}) = \left(\frac{RV_{in} + \epsilon}{2(R + r_L)}, \frac{RV_{in} + 2r_LV_{in} - \epsilon}{2r_L(R + r_L)} \right). \quad (3.24)$$

onde $\epsilon = \sqrt{R^2V_{in}^2 - 4PRr_L(R + r_L)}$. O equilíbrio A_0 sempre existe e, para que os equilíbrios $B_{1s,1f}$ existam, uma condição necessária deve

ser respeitada:

$$P < \frac{R^2 V_{\text{in}}^2}{4Rr_L(R + r_L)} = P_{\text{lim}}. \quad (3.25)$$

Tendo em vista a característica por partes do sistema, se

- $V_{\text{th}} < v_c^{B_{1s}}$: os equilíbrios A_1 , B_{1s} e B_{1f} são reais;
- $v_c^{B_{1s}} < V_{\text{th}} < v_c^{B_{1f}}$: B_{1f} é um equilíbrio real e B_{1s} e A_1 são inadmissíveis;
- $v_c^{B_{1f}} < V_{\text{th}}$: o equilíbrio A_1 é real e B_{1s} e B_{1f} são virtuais.

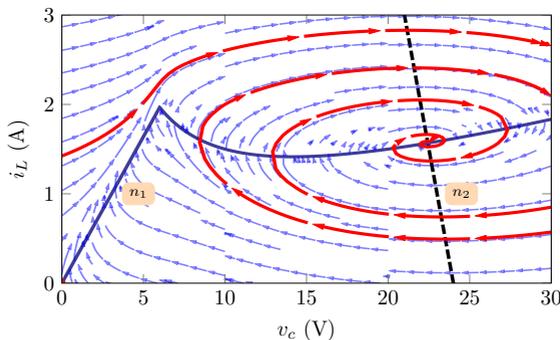


Figura 3.4 – Retrato de fases para o sistema em malha aberta com o interruptor Q_s conduzindo ($u = 1$).

No caso da Fig. 3.4 pode-se observar que todas as trajetórias convergem para o ponto de equilíbrio estável B_{1f} (3.24).

Aumentando o valor do parâmetro P , correspondente à carga de potência constante, surge uma bifurcação SNop, de onde surgem dois ciclos-limite, um mais externo, estável, circundando outro ciclo-limite instável. Ao continuar aumentando o valor de P , o ciclo-limite instável diminui até colapsar no ponto onde surge uma BH subcrítica. A partir deste ponto, o ponto de equilíbrio (3.24) torna-se instável e continua existindo uma órbita periódica estável no entorno do ponto (cf. Fig. 3.5). A órbita periódica aumenta até colidir com o ponto de equilíbrio instável, onde desaparece em uma bifurcação conhecida como conexão homoclina (CH). Ao atingir um valor máximo do parâmetro P , ocorre uma bifurcação sela-nó de equilíbrio (SNe) a partir da qual não existem mais equilíbrios no sistema.

Na Fig. 3.5 está ilustrada a variação da corrente do indutor i_L para variações do parâmetro P e na Fig. 3.6 os limiares de surgimento das bifurcações em função dos parâmetros R e P da carga. Destacam-se três regiões na figura: (I) o ponto de equilíbrio é um foco estável; (II) no entorno do foco estável há um ciclo-limite instável e no entorno destes, um ciclo-limite estável; (III) o equilíbrio se torna um foco instável e se mantém a órbita periódica ao redor.

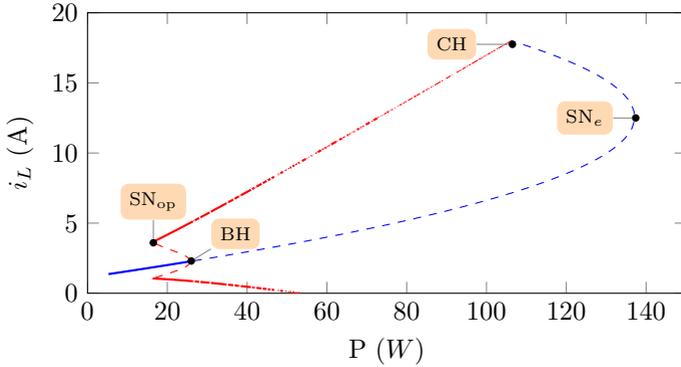


Figura 3.5 – Diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P em função da corrente do indutor i_L para o conversor *buck* em malha aberta com $u = 1$.

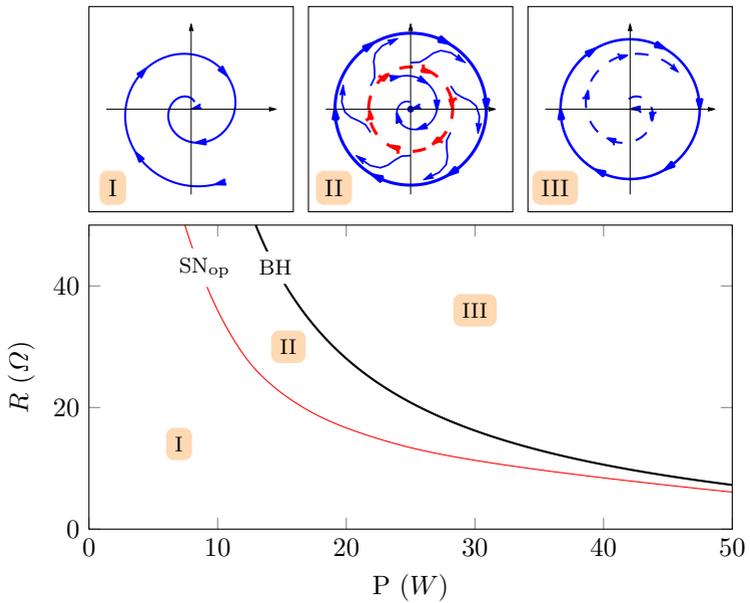


Figura 3.6 – Conjunto de bifurcações para variações dos parâmetros R e P da carga para o conversor *buck* em malha aberta com $u = 1$. Mudanças da região I para II indicam o surgimento de uma bifurcação SN_{op} e de II para III uma BH .

3.2.2 Controlador SMC Integral

Considera-se aqui, o sistema de controle SMC integral de um conversor *buck* alimentando um segundo conversor *buck* como carga. É feita uma análise do sistema, dos fenômenos dinâmicos e das condições de estabilidade para o projeto. A validação da análise matemática é feita através de cenários de simulação e experimentação prática.

O modelo matemático utilizado para o conversor é o mesmo introduzido em (3.13) e (3.14), representando a conexão em cascata de dois conversores do tipo *buck*.

3.2.2.1 Estrutura do Controlador

A estrutura do controlador utilizada é a mesma descrita na Seção 3.1.1. A lei de comutação escolhida para o caso do conversor *buck* estudado é dada por

$$u = \begin{cases} u^+ = 0, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- = 1, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) < 0. \end{cases} \quad (3.26)$$

Com a adição da variável de estado z , o modelo completo do sistema com o SMC integral tem a forma:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (uV_{\text{in}} - r_L i_L - v_c) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases} \quad (3.27)$$

3.2.2.2 Dinâmica em Modo Deslizante

Do ponto de vista do controle, é essencial que haja apenas cruzamento em Σ_2 e deslizamento em Σ_1 até o ponto de equilíbrio. Em \mathbb{R}^3 , o espaço de estados consiste em quatro regiões S_i (3.5), para

$i = 1, 2, 3, 4$, com quatro campos vetoriais distintos $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$ (3.6):

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{Pv_c}{V_{th}^2} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ v_{ref} - v_c \end{cases}, \quad \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ v_{ref} - v_c \end{cases}$$

$$\mathbf{f}_3(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) \\ \frac{1}{L} (-r_L i_L - v_c) \\ v_{ref} - v_c \end{cases}, \quad \mathbf{f}_4(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{Pv_c}{V_{th}^2} \right) \\ \frac{1}{L} (-r_L i_L - v_c) \\ v_{ref} - v_c \end{cases} \quad (3.28)$$

Deve-se atentar para o fato de que os campos vetoriais $\mathbf{f}_{1,2}(\mathbf{x})$ para $u = 1$ e $\mathbf{f}_{3,4}(\mathbf{x})$ para $u = 0$ são iguais sobre a fronteira $h_q = 0$:

$$\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{V_{th}}{R} - \frac{P}{V_{th}} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - V_{th}) \\ v_{ref} - V_{th} \end{cases}$$

$$\mathbf{f}_3(\mathbf{x}) = \mathbf{f}_4(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{V_{th}}{R} - \frac{P}{V_{th}} \right) \\ \frac{1}{L} (-r_L i_L - V_{th}) \\ v_{ref} - V_{th} \end{cases} \quad (3.29)$$

onde $h_q = 0$ implica em $v_c = V_{th}$. Isto caracteriza a interação dos campos com a fronteira como contínua por partes, onde a descontinuidade existe apenas nas derivadas. Sendo assim, a fronteira $h_q = 0$ é tida como uma fronteira de cruzamento, i.e., os campos vetoriais sempre cruzam a fronteira e não há fenômenos de deslizamento sobre a mesma.

3.2.2.3 Interações com a superfície h_c

Dados os campos vetoriais $\mathbf{f}_{1,2}(\mathbf{x})$ para $h_c(\mathbf{x}) < 0$ e $\mathbf{f}_{3,4}(\mathbf{x})$ para $h_c(\mathbf{x}) > 0$, por simplicidade, denominaremos de $\mathbf{f}^+(\mathbf{x})$ e $\mathbf{f}^-(\mathbf{x})$ os campos vetoriais nas regiões $h_c(\mathbf{x}) > 0$ e $h_c(\mathbf{x}) < 0$, respectivamente.

Utilizando a teoria de Filippov descrita no Anexo C, define-se

$$\sigma_1(\mathbf{x}) = \left(\frac{-r_L i_L - v_c}{L} + k(v_c - v_{\text{ref}}) \right) \left(\frac{V_{\text{in}} - r_L i_L - v_c}{L} + k(v_c - v_{\text{ref}}) \right) \quad (3.30)$$

com as regiões de cruzamento e deslizamento definidas, respectivamente, por

$$\Sigma_{1c} = \{\mathbf{x} \in \Sigma_1 : \sigma_1(\mathbf{x}) > 0\}, \quad (3.31)$$

$$\Sigma_{1s} = \{\mathbf{x} \in \Sigma_1 : \sigma_1(\mathbf{x}) \leq 0\}. \quad (3.32)$$

No espaço de estados, as regiões de deslizamento e cruzamento são delimitadas por duas retas paralelas, dependentes de v_c e i_L e válidas para todo z , conforme ilustrado na Fig. 3.7, dadas por:

$$\sigma_1(\mathbf{x}) = 0 : \begin{cases} i_L = \frac{kL(v_c - v_{\text{ref}}) - v_c}{r_L} \\ i_L = \frac{kL(v_c - v_{\text{ref}}) + V_{\text{in}} - v_c}{r_L}. \end{cases} \quad (3.33)$$

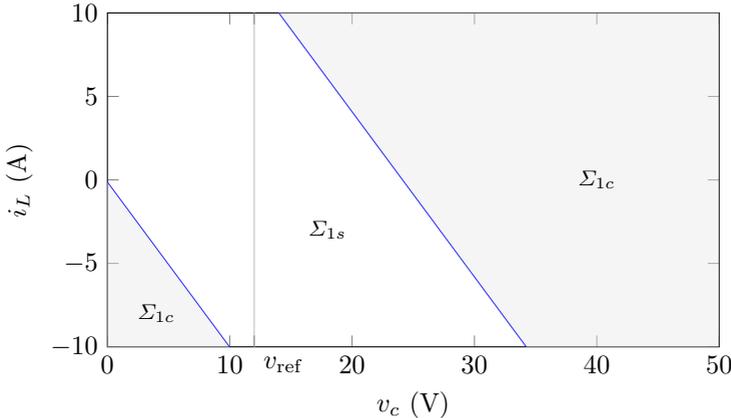


Figura 3.7 – Projeções das linhas de tangência para os campos \mathbf{f}^+ e \mathbf{f}^- , delimitando as áreas de deslizamento e cruzamento.

É importante destacar que os limites da região de deslizamento, $\sigma_1(\mathbf{x}) = 0$, não dependem da carga, apenas dos parâmetros do

conversor e do próprio controlador.

Utilizando o método de Filippov, substituindo os campos vectoriais e a superfície h_c em (C.9), obtém-se a dinâmica de deslizamento equivalente dada por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{R(i_L - \xi(v_c)) - v_c}{RC} \\ k(v_{\text{ref}} - v_c) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases} \quad (3.34)$$

onde $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ define o comportamento dinâmico do sistema confinado sobre a superfície de deslizamento.

As soluções de $\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = 0$, são pontos de equilíbrio de (3.34) e pseudo-equilíbrios do sistema original. Para determinar estes pontos, resolve-se o sistema $\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = 0$ de forma que $h_c(\mathbf{x}) = 0$. Então, o pseudo-equilíbrio é solução do sistema de equações

$$\begin{aligned} R(i_L - \xi(v_c)) - v_c &= 0 \\ k(v_{\text{ref}} - v_c) &= 0 \\ (v_{\text{ref}} - v_c) &= 0 \\ i_L - kz &= 0, \end{aligned} \quad (3.35)$$

ou seja, $v_c = v_{\text{ref}}$, $z = i_L/k$ e

$$i_L = \begin{cases} \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{P}{v_{\text{ref}}}, & \text{se } v_c > V_{\text{th}} \\ \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{Pv_{\text{ref}}}{V_{\text{th}}^2}, & \text{se } v_c < V_{\text{th}}. \end{cases} \quad (3.36)$$

Sendo então

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_a &= \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{Pv_{\text{ref}}}{V_{\text{th}}^2}, \frac{i_L}{k} \right) \\ \mathbf{p}_b &= \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{P}{v_{\text{ref}}}, \frac{i_L}{k} \right), \end{aligned} \quad (3.37)$$

os dois possíveis pseudo-equilíbrios para o sistema $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$. É importante notar que \mathbf{p}_a e \mathbf{p}_b coexistem sempre sobre o plano $v_c = v_{\text{ref}}$, de forma que, se $v_{\text{ref}} > V_{\text{th}}$ apenas \mathbf{p}_b existe e se $v_{\text{ref}} < V_{\text{th}}$ o oposto acontece. No caso particular de $v_{\text{ref}} = V_{\text{th}}$, $\mathbf{p}_a = \mathbf{p}_b$. Em termos práticos, a referência de controle do primeiro conversor é sempre maior do que o limiar de funcionamento da carga, de forma que $v_{\text{ref}} > V_{\text{th}}$.

3.2.2.4 Análise dos Equilíbrios

A análise de estabilidade dos equilíbrios pode ser estudada através do sistema diferencial

$$\mathbf{f}_{sp}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{v}_c \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R(i_L - \xi(v_c)) - v_c}{RC} \\ k(v_{\text{ref}} - v_c) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

composto pelas duas primeiras componentes de $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$, haja visto que não há dependência da dinâmica do sistema com o terceiro estado z .

Os equilíbrios do sistema (3.38) são soluções do sistema de equações

$$\begin{aligned} \frac{R(i_L - \xi(v_c)) - v_c}{RC} &= 0 \\ k(v_{\text{ref}} - v_c) &= 0, \end{aligned} \quad (3.39)$$

e correspondem aos pontos \mathbf{p}_a e \mathbf{p}_b no plano (v_c, i_L) , sendo

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_a &= \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{Pv_{\text{ref}}}{V_{\text{th}}^2} \right) \\ \mathbf{e}_b &= \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{P}{v_{\text{ref}}} \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

3.2.2.5 Caso $v_{\text{ref}} < V_{\text{th}}$

- Estabilidade do equilíbrio $\mathbf{e}_a = \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{Pv_{\text{ref}}}{V_{\text{th}}^2} \right)$:

Calculando o determinante da matriz jacobiana de (3.38) com $\xi(v_c) = \frac{Pv_c}{V_{\text{th}}^2}$

$$J(\mathbf{e}_a) = \begin{bmatrix} -\frac{RP + V_{\text{th}}^2}{RCV_{\text{th}}^2} & \frac{1}{C} \\ -k & 0 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

em torno do equilíbrio \mathbf{e}_a , tem-se

$$\text{Det}(J(\mathbf{e}_a)) = d(k) = \frac{k}{C} \quad (3.42)$$

como uma função de k , e o traço por

$$\text{Tr}(J(\mathbf{e}_a)) = t(R, P) = -\frac{RP + V_{\text{th}}^2}{RCV_{\text{th}}^2} \quad (3.43)$$

como função de (R, P) .

O equilíbrio e_a é estável se $d(k) > 0$ e $t(R, P) < 0$. Isto acontece para

$$k > 0 \quad \text{e} \quad P > -\frac{V_{\text{th}}^2}{R}, \quad (3.44)$$

o que é sempre verdade neste estudo, tendo em vista que os parâmetros k e P são sempre positivos. Para classificar o ponto de equilíbrio é utilizado o discriminante da equação dos autovalores, que relaciona o traço e o determinante da matriz (3.41), dado por

$$t^2 - 4d = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{(PR + V_{\text{th}}^2)^2}{4CR^2V_{\text{th}}^4} \quad (3.45)$$

- Classificação do equilíbrio e_a :

- Para $0 < k < \frac{(PR + V_{\text{th}}^2)^2}{4CR^2V_{\text{th}}^4}$, e_a é um equilíbrio do tipo nó estável.
- Para $k > \frac{(PR + V_{\text{th}}^2)^2}{4CR^2V_{\text{th}}^4}$, e_a é um equilíbrio do tipo foco estável.

Para este ponto de equilíbrio, não existe a possibilidade de surgimento de bifurcações, haja visto que a estabilidade do ponto é sempre mantida.

3.2.2.6 Caso $v_{\text{ref}} > V_{\text{th}}$

- Estabilidade do equilíbrio $e_b = \left(v_{\text{ref}}, \frac{v_{\text{ref}}}{R} + \frac{P}{v_{\text{ref}}}\right)$:

Calculando o determinante da matriz jacobiana de (3.38) com $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$

$$J(e_b) = \begin{bmatrix} -\frac{RP - v_{\text{ref}}^2}{RCv_{\text{ref}}^2} & \frac{1}{C} \\ -k & 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

em torno do equilíbrio e_b , tem-se

$$\text{Det}(J(e_b)) = d(k) = \frac{k}{C} \quad (3.47)$$

como uma função de k , e o traço por

$$\text{Tr}(J(e_a)) = t(R, P) = \frac{RP - v_{\text{ref}}^2}{RCv_{\text{ref}}^2} \quad (3.48)$$

como função de (R, P) .

O equilíbrio e_b é estável para valores de k , R e P que satisfazem $d(k) > 0$ e $t(R, P) < 0$, ou seja,

$$k > 0 \quad \text{e} \quad P < P_c = \frac{v_{\text{ref}}^2}{R}, \quad (3.49)$$

onde P_c é o valor crítico da potência, o que implica em restrições diretas para os valores das cargas.

Utilizando o discriminante da equação dos autovalores obtém-se

$$t^2 - 4d = 0 \quad \Rightarrow \quad P = P_{1,2}(k, R) = \frac{(1 \pm 2R\sqrt{kC})v_{\text{ref}}^2}{R}. \quad (3.50)$$

- Classificação do equilíbrio e_b :

- Para $0 < P < \frac{(1-2R\sqrt{kC})v_{\text{ref}}^2}{R}$ com $k > 0$, e_b é um equilíbrio do tipo nó estável e para $\frac{(1-2R\sqrt{kC})v_{\text{ref}}^2}{R} < P < \frac{v_{\text{ref}}^2}{R}$ é do tipo foco estável.
- Para $\frac{v_{\text{ref}}^2}{R} < P < \frac{(1+2R\sqrt{kC})v_{\text{ref}}^2}{R}$ com $k > 0$, e_b é um equilíbrio do tipo foco instável e para $P > \frac{(1+2R\sqrt{kC})v_{\text{ref}}^2}{R}$ é do tipo nó instável.

Quando ocorre a mudança de estabilidade de um equilíbrio do tipo foco, surge no entorno do equilíbrio um ciclo limite, caracterizando a BH. No ponto crítico, onde ocorre a mudança de estabilidade, o sistema possui um par de autovalores puramente complexo.

Neste caso, existe a possibilidade de surgimento de uma BH quando o traço da matriz jacobiana $t(R, P) = 0$, onde pontos (R, P) sobre esta curva implicam em autovalores puramente imaginários. A solução para $t(R, P) = 0$ é dada por

$$P = P_c = \frac{v_{\text{ref}}^2}{R}. \quad (3.51)$$

Os autovalores do sistema linearizado, $\lambda_{1,2}(P)$, são puramente imaginários quando $P = P_c$. Da parte real dos autovalores temos

$$\left. \frac{d}{dP} \text{Re}[\lambda_{1,2}(P)] \right|_{P=P_c} = \frac{1}{2Cv_{\text{ref}}^2} > 0. \quad (3.52)$$

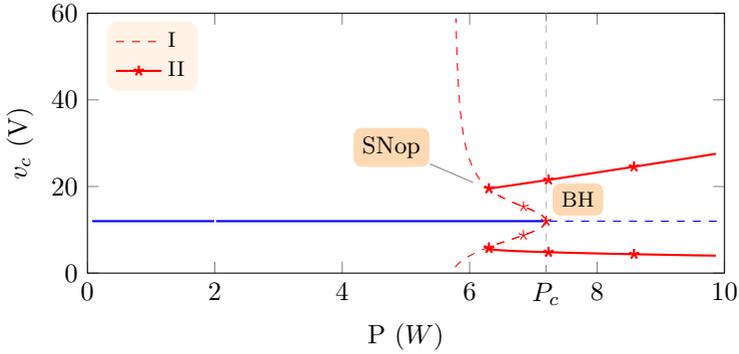
Desta forma,

- $P = P_c$ representa uma curva de bifurcação no plano (P, k) ;

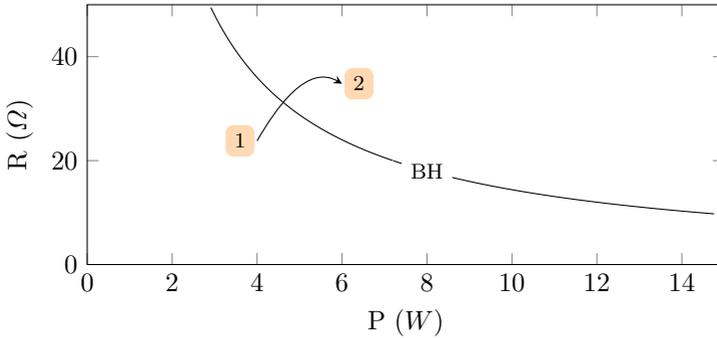
- e_b é um foco instável se $P_c < P < P_1(k, R)$;
- e_b é um foco estável se $P_2(k, R) < P < P_c$. Este foco é cercado por um ciclo limite instável, cujo período aumenta com a diminuição de P .

Esta bifurcação é denominada de BH Subcrítica, visto que quando ocorre a mudança de estabilidade do equilíbrio de estável para instável surge um ciclo limite instável ao redor deste equilíbrio. Na Fig. 3.11a observa-se o surgimento da bifurcação de Hopf para variações do parâmetro P . Na Fig. 3.11b apresenta-se a curva correspondente a BH no plano (P, R) . Neste caso a curva da bifurcação SNoP foi omitida para melhor visualização. É importante notar neste caso, a diferença entre os casos I e II ilustrados na Fig. 3.11a. O caso I indica o diagrama de bifurcações calculado utilizando apenas a parcela da carga $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$, correspondente a $v_c > V_{th}$. Entretanto, sabe-se que quando as trajetórias do sistema saem da região considerada, o sistema muda de acordo com a característica por partes da carga. Sendo assim, no caso II da figura, o diagrama de bifurcações é calculado levando em conta a característica por partes do sistema, ocasionando o surgimento de órbitas periódicas estáveis no entorno do equilíbrio.

Cabe ressaltar que neste caso os diagramas de bifurcação são obtidos para variações dos parâmetros R e P , tendo em vista que as condições de estabilidade não dependem do parâmetro k do controlador.



(a)



(b)

Figura 3.8 – (a) Diagrama de bifurcações para o parâmetro P mostrando a variação da tensão v_c e o surgimento da BH subcrítica no valor do parâmetro crítico P_c ; A curva tracejada corresponde ao caso I e a curva com marcador estrela ao caso II. (b) diagrama representando o conjunto de bifurcações no plano (P, R) . Mudanças de carga que levam o sistema de 1 para 2 ocasionam o surgimento da BH.

3.2.3 Controlador SMC *Washout*

Nesta seção, os conversores *buck* em cascata são controlados utilizando a metodologia SMC *washout* apresentada em 3.1.2. O modelo matemático utilizado para o conversor é o mesmo introduzido em (3.13) e (3.14).

Com a adição da equação diferencial (3.8), o espaço de estados do sistema aumentado é definido como $\mathbf{x} = [v_c, i_L, i_Z] \in \mathbb{R}^3$ e o sistema completo é dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (uV_{in} - r_L i_L - v_c) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{cases} \quad (3.53)$$

Deve-se notar que, assim como na metodologia SMC integral, existe apenas cruzamento dos campos vetoriais com a fronteira h_q imposta pela carga. Para o caso do conversor *buck* estudado, a lei de comutação adotada é dada por

$$u = \begin{cases} u^+ = 0, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- = 1, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) < 0. \end{cases} \quad (3.54)$$

Colocando o sistema aumentado na notação (3.12), obtém-se

$$\mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{v}_c \\ \dot{i}_L \\ \dot{i}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

$$\mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{v}_c \\ \dot{i}_L \\ \dot{i}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (-r_L i_L - v_c) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Utilizando o método de Filippov descrito no Anexo C, define-se

$$\sigma(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) - \frac{k(r_L i_L + v_c)}{L} - k\omega(i_L - i_Z) \right) \\ \left(\frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) - \frac{k(r_L i_L + v_c - V_{in})}{L} - k\omega(i_L - i_Z) \right) \quad (3.57)$$

No espaço de estados, o limiar das regiões de deslizamento e cruzamento é definido por duas superfícies em \mathbb{R}^3 , dependentes dos

estados do sistema, dadas por:

$$\sigma(\mathbf{x}) = 0 : \begin{cases} i_Z = \frac{v_c + r_L i_L}{L\omega} - \frac{1}{kC\omega} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) + i_L \\ i_Z = \frac{v_c + r_L i_L - V_{in}}{L\omega} - \frac{1}{kC\omega} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) + i_L \end{cases} \quad (3.58)$$

A região sobre a superfície h_c delimitada pelas intersecções de (3.58) com h_c determinam a região de deslizamento atrativo. Na Fig. 3.9 é possível visualizar as projeções das curvas de tangência no plano $h_c = 0$ sobre o plano (v_c, i_L) .

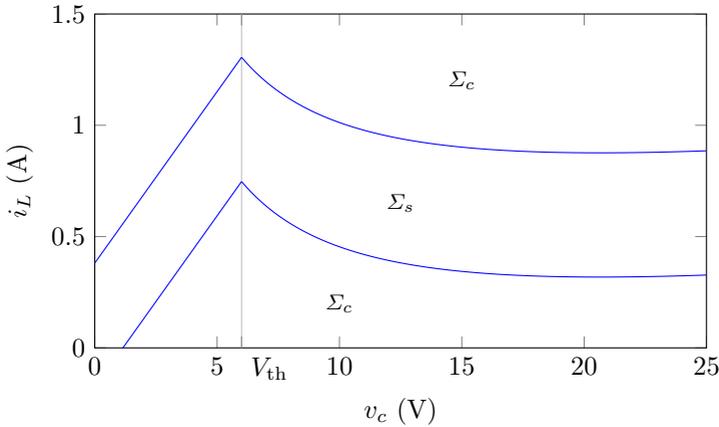


Figura 3.9 – Projeção das curvas de tangência no plano $h_c = 0$ sobre o plano (v_c, i_L) . Σ_c e Σ_s representam as regiões de cruzamento e deslizamento atrativo respectivamente.

Uma vez sobre a superfície, a dinâmica dos estados do sistema é determinada pelo campo vetorial resultante da combinação dos campos \mathbf{f}^+ e \mathbf{f}^- (vide Anexo C), dada por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) \\ \frac{1}{kC} \left(\frac{v_c}{R} - i_L + \xi(v_c) + \omega kC(i_L - i_Z) \right) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{cases} \quad (3.59)$$

Os pontos de equilíbrio induzidos pela descontinuidade, chamados de pseudo-equilíbrios, são definidos como equilíbrios do campo vetorial deslizante. Para o campo vetorial (3.59), considerando apenas a região de interesse onde $v_c > V_{th}$ e $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$, existe um único pseudo-equilíbrio em:

$$\mathbf{e}_{fs} = (v_c^*, i_L^*, i_Z^*) = \left(v_{ref}, \frac{v_{ref}}{R} + \frac{P}{v_{ref}}, \frac{v_{ref}}{R} + \frac{P}{v_{ref}} \right). \quad (3.60)$$

Para analisar a estabilidade do equilíbrio pode-se reduzir a dimensão do sistema para sobre a superfície de comutação. Considerando o sistema em deslizamento e utilizando a condição $h_c(\mathbf{x}) = 0$, é possível eliminar a terceira componente de (3.59) fazendo $v_{ref} - v_c = k(i_L - i_Z)$, permitindo analisar o campo vetorial projetado sobre a superfície, dado por:

$$\mathbf{f}_{sp}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) \\ \frac{1}{kC} \left(\frac{v_c}{R} - i_L + \xi(v_c) + \omega C(v_{ref} - v_c) \right) \end{bmatrix}. \quad (3.61)$$

Calculando a matriz jacobiana de (3.61) para o ponto de equilíbrio (3.60) obtém-se:

$$J_{f_{sp}} = \begin{bmatrix} \frac{P}{Cv_{ref}^2} - \frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ \frac{v_{ref}^2(1-\omega RC) - RP}{kRCv_{ref}^2} & -\frac{1}{kC} \end{bmatrix}. \quad (3.62)$$

Do determinante e traço da matriz (3.62) obtém-se as condições de estabilidade do ponto de equilíbrio, determinadas por:

$$Det(J_{f_{sp}}) = \frac{\omega}{kC} > 0, \quad (3.63)$$

$$Tr(J_{f_{sp}}) = \frac{1}{C} \left(-\frac{1}{k} - \frac{1}{R} + \frac{P}{v_{ref}^2} \right) < 0. \quad (3.64)$$

A condição (3.63) é sempre verdadeira, visto que os parâmetros são sempre constantes positivas. Do traço (3.64) da matriz se obtém uma condição para o ganho k do controlador em função dos parâmetros da carga:

$$k < \frac{Rv_{\text{ref}}^2}{RP - v_{\text{ref}}^2} \quad \text{se} \quad P > \frac{v_{\text{ref}}^2}{R}. \quad (3.65)$$

No caso de $P < \frac{v_{\text{ref}}^2}{R}$ a condição $k > 0$ é suficiente para garantir a estabilidade do equilíbrio. Na Fig. 3.10 é possível observar a condição de estabilidade do parâmetro k para variações de R e da potência P da carga CPL.

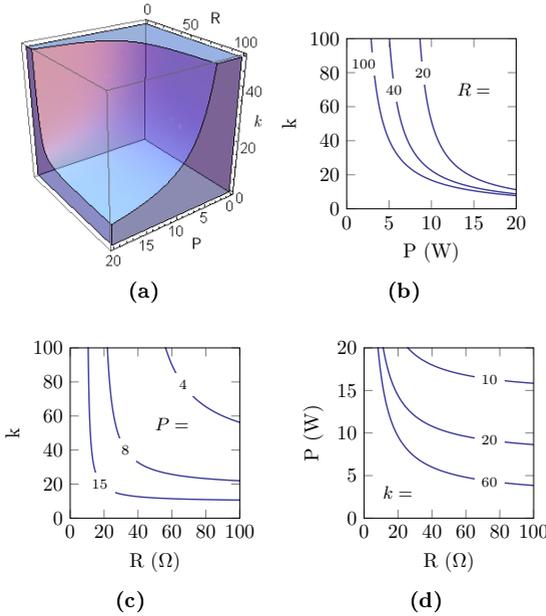
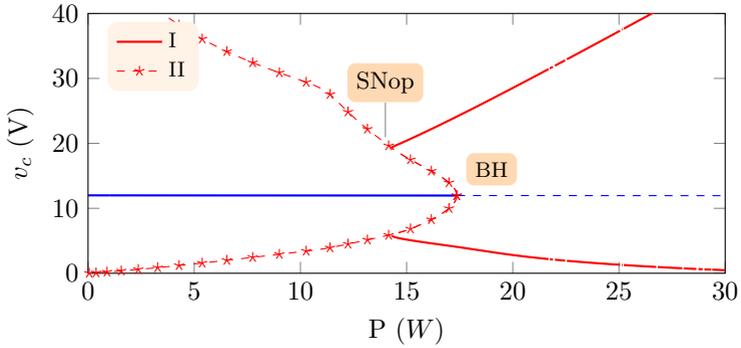


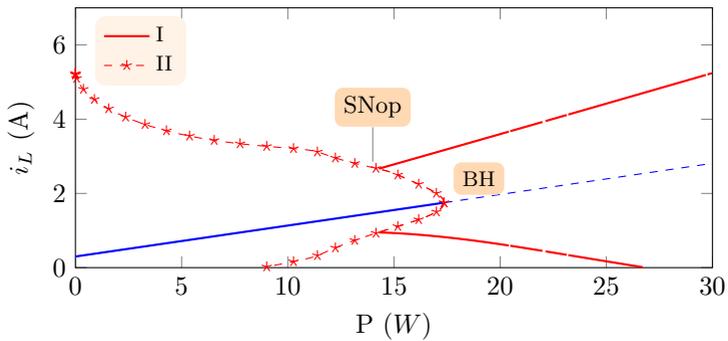
Figura 3.10 – (a) Conjunto de bifurcações no espaço de parâmetros (k, R, P) correspondente a BH. As figuras (b), (c) e (d) apresentam cortes da figura (a) nos três diferentes planos. Nos três casos a bifurcação surge para valores acima das curvas.

Na Fig. 3.11 tem-se o diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P da carga. É possível observar o surgimento da BH subcrítica no valor crítico de P . No caso I o diagrama é calculado utilizando a carga CPL por partes $\xi(v_c)$ enquanto no caso II a carga idealizada $\frac{P}{v_c}$ é utilizada. É possível notar que a BH inicia no mesmo ponto, apresentando um ciclo limite instável ao redor do equilíbrio estável, entretanto, quando as trajetórias cruzam o limiar da carga, o diagrama calculado levando em conta a característica por partes apre-

setenta órbitas periódicas estáveis no entorno do equilíbrio instável.



(a)



(b)

Figura 3.11 – Diagramas de bifurcações para variações do parâmetro P . Estão ilustradas as variações da tensão v_c e da corrente i_L e o surgimento da BH no ponto crítico. As curvas vermelhas sólidas correspondem ao caso I e as curvas com o marcador estrela correspondem ao caso II.

3.2.4 Controlador PI Clássico

Partindo da estrutura da Fig. 2.7 com conversores buck em PC1 e PC2, propõe-se um controlador PI clássico como base para comparação com as outras metodologias de controle apresentadas. A estrutura do controle utilizada está apresentada na Fig. 3.12. Dada uma referência de tensão v_{ref} e a medição da tensão de saída v_c , um erro de tensão $e_v = v_{\text{ref}} - v_c$ é gerado e passa pelo controlador PI, resultando no sinal de controle u . O sinal de controle é saturado entre 0 (zero) e 1 (um) e seu valor absoluto é aplicado aos interruptores utilizando um modulador PWM, gerando uma onda quadrada de frequência constante cuja largura do pulso é determinada pela comparação do sinal contínuo de controle u com uma onda triangular, como pode ser observado na Fig. 3.13. O modelo utilizado é o modelo pela média do sistema, onde os estados são os valores médios dos sinais calculados para um período de comutação T .

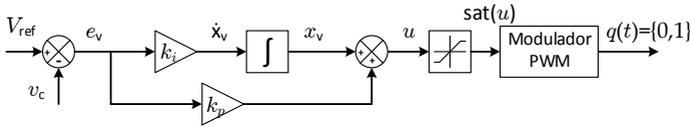


Figura 3.12 – Diagrama de blocos do controlador PI aplicado ao conversor buck.

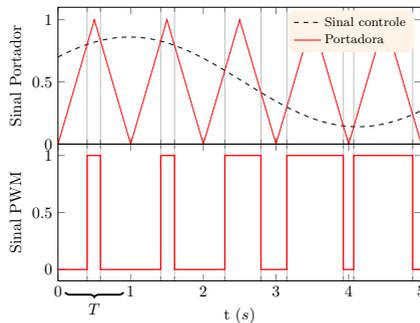


Figura 3.13 – Exemplo de modulação PWM gerado através da comparação de um sinal contínuo com uma portadora triangular.

O termo integral do controlador adiciona uma nova variável

de estado ao sistema

$$x_v = \int_0^t e_v dt = \int_0^t (v_{\text{ref}} - v_c) dt. \quad (3.66)$$

O sistema aumentado obtido a partir de (3.13) é dado pelo modelo pela média $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$, sendo

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (uV_{in} - r_L i_L - v_c) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases} \quad (3.67)$$

onde $\mathbf{x} = [v_c, i_L, x_v]$ e o sinal de controle $u \in [0, 1]$ é dado por

$$u = k_p e_v + k_i \int_0^t e_v dt = k_p (v_{\text{ref}} - v_c) + k_i x_v, \quad (3.68)$$

sendo k_p e k_i os ganhos do controlador a serem ajustados. Deve-se notar que o sinal de controle u é contínuo entre $[0, 1]$ e o modulador PWM transforma o sinal contínuo em discreto.

3.2.4.1 Equilíbrios

A partir do sistema em (3.67), fazendo as derivadas iguais a zero e aplicando o controle u , obtêm-se as seguintes linhas neutras:

$$\begin{aligned} n_1 : \quad i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) &= 0 \\ n_2 : \quad V_{in}(k_p(v_{\text{ref}} - v_c) + k_i x_v) - r_L i_L - v_c &= 0 \\ n_3 : \quad v_{\text{ref}} - v_c &= 0 \end{aligned} \quad (3.69)$$

Na Fig. 3.14 pode-se observar uma representação gráfica das linhas neutras do sistema, assim como as intersecções entre as curvas, dando origem ao ponto de equilíbrio.

A partir de (3.69), obtêm-se um único ponto de equilíbrio dado por:

$$(v_c^*, i_L^*, x_v^*) = \left(v_{\text{ref}}, \frac{P}{v_{\text{ref}}} + \frac{v_{\text{ref}}}{R}, \frac{PRr_L + (R + r_L)v_{\text{ref}}^2}{k_i R V_{in} v_{\text{ref}}} \right). \quad (3.70)$$

A análise da estabilidade do equilíbrio pode ser feita através

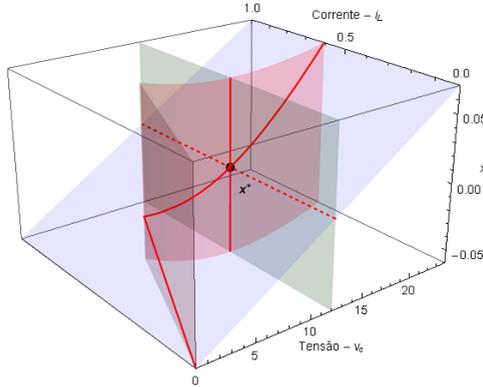


Figura 3.14 – Cruzamento das linhas neutras (planos e curvas em \mathbb{R}^3) do sistema, cuja intersecção define o ponto de equilíbrio do sistema (v_C^* , i_L^* , x_v^*).

dos autovalores da matriz Jacobiana do sistema linearizado:

$$J(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{PR - v_{\text{ref}}^2}{CRv_{\text{ref}}^2} & \frac{1}{C} & 0 \\ -\frac{k_p V_{\text{in}} + 1}{L} & \frac{r_L}{L} & \frac{k_i V_{\text{in}}}{L} \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

O polinômio característico dos autovalores obtido a partir da matriz Jacobiana tem a forma

$$a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (3.72)$$

onde

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{k_i V_{\text{in}}}{LC} \\ a_1 &= \frac{v_{\text{ref}}^2 (R + r_L + k_p R V_{\text{in}}) - PR r_L}{RLC v_{\text{ref}}^2} \\ a_2 &= \frac{r_L}{L} + \frac{v_{\text{ref}}^2 - PR}{CR v_{\text{ref}}^2} \\ a_3 &= 1 \end{aligned} \quad (3.73)$$

Utilizando o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz (GOPAL, 2002) obtém-se uma condição de estabilidade dependente dos pa-

râmetros do sistema, dada por

$$P < \frac{CRr_L^2 v_{\text{ref}}^2 + Lv_{\text{ref}}^2 (k_p R V_{\text{in}} + R + 2r_L) - LRr_L \sqrt{\gamma}}{2LRr_L}, \quad (3.74)$$

onde

$$\gamma = \frac{v_{\text{ref}}^4 (C^2 r_L^4 - 2CLr_L^2 (k_p V_{\text{in}} + 1))}{L^2 r_L^2} + \frac{v_{\text{ref}}^4 L^2 (V_{\text{in}} (4Ck_i r_L + k_p (k_p V_{\text{in}} + 2)) + 1)}{L^2 r_L^2}. \quad (3.75)$$

Conhecidas as cargas R e P do sistema, deve-se escolher os ganhos do controlador de forma a atender a condição (3.74). Na Fig. 3.15 ilustram-se os limites de R e P para um dado k_i sob variações de k_p . A escolha dos parâmetros de controle, para que o pseudo-equilíbrio (ponto de operação do conversor) seja estável, deve implicar em um ponto abaixo do volume da Fig. 3.15.

3.2.4.2 Bifurcações

Conforme apresentado na subseção anterior, para que os autovalores do sistema sejam estáveis a condição (3.74) deve ser garantida. Mantendo parâmetros fixos e fazendo variar a potência P , no exato momento em que a condição é violada, um par de autovalores complexos conjugados cruza o eixo imaginário, ocasionando o surgimento de uma BH supercrítica. A partir deste ponto crítico o ponto de equilíbrio se torna instável e surgem órbitas periódicas estáveis (ciclos-limites) em torno do equilíbrio.

Na Fig. 3.16 é apresentado um diagrama de bifurcações considerando o parâmetro P como parâmetro de bifurcação. Neste diagrama é possível observar o comportamento da tensão do barramento v_c quando feitas variações no parâmetro P da carga. Duas bifurcações são detectadas: (i) bifurcação SNop dando origem a dois ciclos limite, um estável e outro instável e (ii) uma BH subcrítica do equilíbrio do sistema, dando origem a um ciclo limite instável.

Um diagrama correspondente ao conjunto de bifurcações do sistema estudado em função dos parâmetros R e P da carga pode ser observado na Fig. 3.17. As curvas neste diagrama correspondem a origem das bifurcações SNop e BH anteriormente apresentadas, sendo que da região I para a região II, há o surgimento de um ciclo limite instável e um estável ao redor do foco estável. Ao passar da região

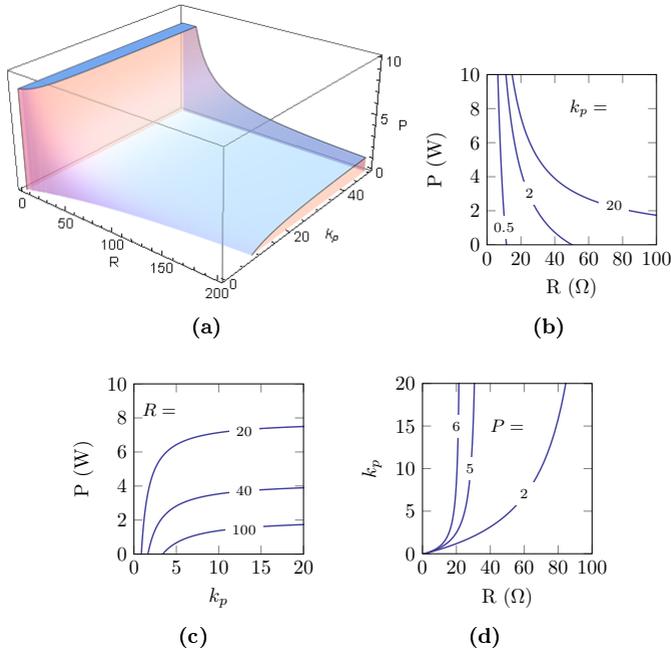


Figura 3.15 – (a) Conjunto de bifurcações no espaço de parâmetros (k_p, R, P) correspondente a BH para um valor de k_i constante. As figuras (b), (c) e (d) apresentam cortes da figura (a) nos três diferentes planos. Em (b) e (c) a bifurcação surge para valores acima das curvas; em (d) surge para valores a direita das curvas.

II para III, o ciclo limite instável colapsa no foco estável que passa a ser instável. O ciclo limite estável permanece ao redor deste equilíbrio instável.

Na Fig. 3.18 pode-se observar a projeção da evolução dos estados sobre os planos que correspondem ao parâmetro P . No plano $P = 1W$ as trajetórias convergem para o foco estável; no plano $P = 3W$ pode-se observar as órbitas periódicas, sendo a instável contida pela estável; no plano $P = 5W$ todas as trajetórias convergem para o ciclo limite estável.

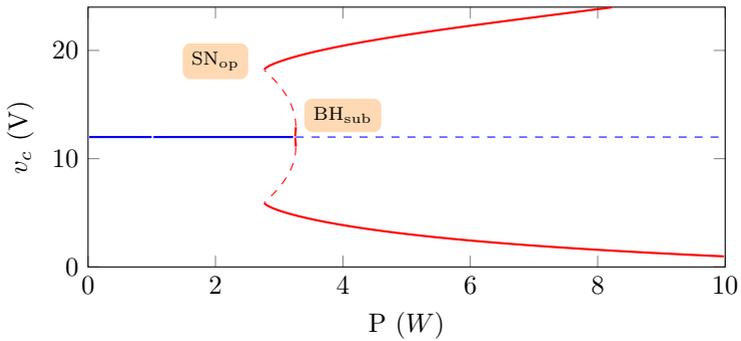


Figura 3.16 – Diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P . Indicativos da bifurcação SN_{op} e bifurcação BH_{sub} . Análise realizada utilizando: $R = 50\Omega$, $k_p = 5$, $k_i = 1000$ e a referência de controle $v_{ref} = 12V$.

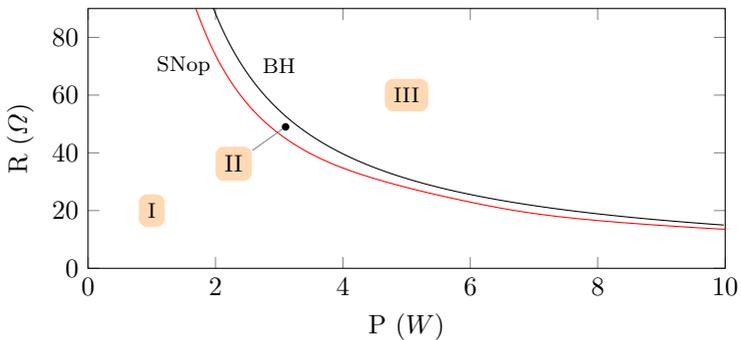


Figura 3.17 – Conjunto de bifurcações no plano (P, R) mostrando as curvas correspondentes a BH_{sub} e a bifurcação SN_{op} .

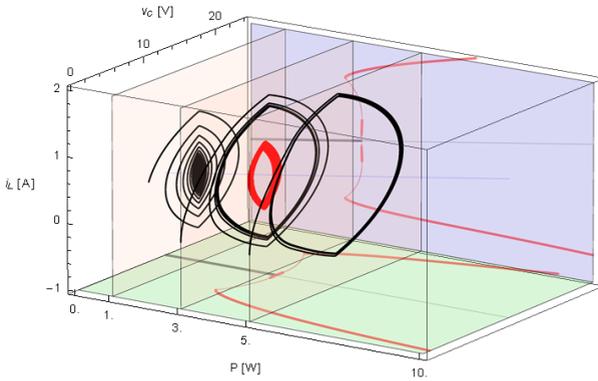


Figura 3.18 – Trajetórias dos estados projetadas sobre os cortes do diagrama de bifurcações para diferentes valores do parâmetro P . As trajetórias na cor preta correspondem ao equilíbrio estável (foco) e ao ciclo limite estável. Na cor vermelha mostram-se as trajetórias que surgem do ciclo limite instável que circunda o foco estável.

3.3 Caso 2 - *boost/boost*

Nesta Seção, estudaremos o caso de interconexão de conversores *boost-boost* controlados utilizando os controladores SMC apresentados anteriormente.

3.3.1 Análise do Sistema Dinâmico em Malha Aberta

Assim como no caso dos conversores *buck*, uma análise preliminar do sistema em malha aberta é realizada. Utilizando um conversor *boost* como conversor alimentador e um segundo conversor *boost* como carga, tem-se, a partir de (2.6) e (2.20), o seguinte modelo do sistema

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (ui_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - uv_c) \end{cases} \quad (3.76)$$

onde

$$\xi(v_c) = \begin{cases} i_{\max}, & \text{se } v_c < V_{th} \\ \frac{P}{v_c}, & \text{se } v_c > V_{th} \end{cases}, \quad (3.77)$$

3.3.1.1 Equilíbrios

Para o sistema definido em (3.76), as linhas neutras são dadas por:

$$\begin{aligned} n_1 : \quad i_L &= \frac{\frac{v_c}{R} + \xi(v_c)}{u} \\ n_2 : \quad i_L &= \frac{V_{in} - uv_c}{r_L} \end{aligned} \quad (3.78)$$

Para o modelo pela média do conversor *boost*, é possível obter a partir das linhas neutras uma relação de i_L por v_c que não depende do estado da chave u . A partir de (3.78) obtém-se

$$n_q : \quad i_L = \frac{RV_{in} \pm \sqrt{R(-4\xi(v_c)Rr_Lv_c - 4r_Lv_c^2 + RV_{in}^2)}}{2Rr_L} \quad (3.79)$$

onde n_q representa o lugar geométrico dos possíveis equilíbrios do sistema.

Na Fig. 3.19 é possível visualizar as linhas neutras n_1 e n_2 para os diferentes estados das chaves, a curva de equilíbrios n_q , a característica por partes imposta pela carga e os possíveis pontos de equi-

líbrio A_1 e $B_{1,2}$.

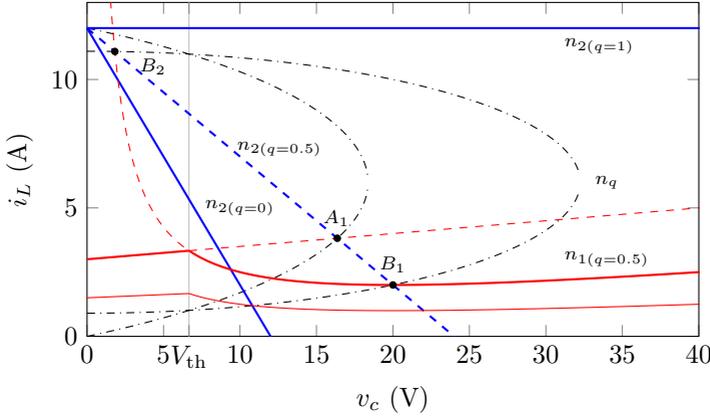


Figura 3.19 – Linhas neutras para o sistema do Caso 2 com indicativo dos estados das chaves.

A partir do cruzamento das linhas neutras obtém-se os pontos de equilíbrio do sistema em malha aberta. Devido à característica por partes da carga, os equilíbrios A_1 e $B_{1,2}$ podem ser reais ou virtuais com relação ao limiar V_{th} imposto pela carga. Da equação (3.78) obtém-se:

$$A_1 = (v_c^{A_1}, i_L^{A_1}) = \left(-\frac{R(i_{\max} r_L + (-u)V_{in})}{R(-u)^2 + r_L}, \frac{i_{\max} R u + V_{in}}{R(-u)^2 + r_L} \right), \quad (3.80)$$

para $\xi(v_c) = i_{\max} e$

$$B_{1,2} = \left(-\frac{-u R V_{in} \pm \beta}{2(R(-u)^2 + r_L)}, \frac{(-u)^2 R V_{in} + 2r_L V_{in} \mp (-u)\beta}{2r_L(R(-u)^2 + r_L)} \right), \quad (3.81)$$

onde $\beta = \sqrt{R(-4Pr_L(R(-u)^2 + r_L) + RV_{in}^2(-u)^2)}$, para o caso $v_c > V_{th}$ onde $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$. De β surge a condição limite de existência dos pontos de equilíbrio em função do estado das chaves u :

$$0 < 1 - u < \frac{4Pr_L r_L - RV_{in}^2 + 2\sqrt{Pr_L^2(-4Pr_L + V_{in}^2)}}{R(4Pr_L - V_{in}^2)}. \quad (3.82)$$

Dada a característica por partes imposta pela carga, se

- $v_c^{A_1} > V_{th}$: o equilíbrio B_1 é real e os equilíbrios A_1 e B_2 são virtuais;

- $v_c^{A_1} < V_{th}$: os equilíbrios A_1 e $B_{1,2}$ são reais.

Para analisar a estabilidade dos pontos de equilíbrio é calculada a matriz jacobiana do sistema em cada ponto:

$$J(A_1) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{u}{C} \\ \frac{-u}{L} & -\frac{r_L}{L} \end{bmatrix}, \quad (3.83)$$

válido para o equilíbrio A_1 . Calculando o determinante e o traço da matriz conclui-se que o ponto de equilíbrio, quando real, é sempre um foco estável. Para o caso $v_c > V_{th}$ tem-se:

$$J(B_{1,2}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} + \frac{P}{Cv_c^2} & \frac{u}{C} \\ \frac{-u}{L} & -\frac{r_L}{L} \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

válido para os equilíbrios $B_{1,2}$. Substituindo os pontos de equilíbrio e calculando o determinante e o traço, conclui-se que o ponto de equilíbrio B_2 , quando real, é sempre um ponto de sela e o ponto de equilíbrio B_1 é sempre um foco estável se respeitada a condição

$$P < \frac{RV_{in}^2(-u)^2}{4r_L(r_L + R(-u)^2)}. \quad (3.85)$$

3.3.2 Controlador SMC Integral

Considera-se aqui, o sistema de controle SMC integral para um conversor *boost* alimentando um segundo conversor do tipo *boost* como carga de potência constante. É feita uma análise do sistema, dos fenômenos dinâmicos e das condições de estabilidade para o projeto. A validação da análise matemática é feita através de cenários de simulação e experimentação prática.

O modelo matemático utilizado para o conversor é o mesmo introduzido em (3.76) e (3.77), representando a conexão em cascata de dois conversores do tipo *boost*.

3.3.2.1 Estrutura do Controlador

A estrutura do controlador utilizada é a mesma apresentada na Seção 3.1.1. Entretanto, no caso do conversor *boost* estudado, a lei de comutação adotada é complementar à do caso *buck* e dada por

$$u = \begin{cases} u^+ = 1, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- = 0, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) < 0. \end{cases} \quad (3.86)$$

Com a adição da variável de estado z , o modelo completo do sistema com o SMC integral tem a forma:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (ui_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - uv_c) \\ v_{ref} - v_c \end{cases} . \quad (3.87)$$

3.3.2.2 Dinâmica em Modo Deslizante

Do ponto de vista do controle, é essencial que haja apenas cruzamento em Σ_2 e deslizamento em Σ_1 até o ponto de equilíbrio. Na vizinhança de Σ_1 e Σ_2 , o espaço de estados consiste em quatro regiões S_i (3.5), para $i = 1, 2, 3, 4$, com quatro campos vetoriais distintos $\mathbf{f}_i(\mathbf{x})$

(3.6):

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_1(\mathbf{x}) &= \begin{cases} \frac{1}{C} \left(-\frac{v_c}{R} - i_{\max} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases}, & \mathbf{f}_2(\mathbf{x}) &= \begin{cases} \frac{1}{C} \left(-\frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases} \\
\mathbf{f}_3(\mathbf{x}) &= \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \frac{P}{v_c} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases}, & \mathbf{f}_4(\mathbf{x}) &= \begin{cases} \frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - i_{\max} \right) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ v_{\text{ref}} - v_c \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.88}$$

Assim como afirmado na Seção 3.2.2.2, a interação dos campos vetoriais com a fronteira $h_q = 0$ é tida como contínua por partes, caracterizando-a como uma fronteira de cruzamento, de tal forma que não há deslizamento dos campos sobre a mesma.

3.3.2.3 Interações com a superfície h_c

Dados os campos vetoriais $\mathbf{f}_{1,2}(\mathbf{x})$ para $h_c(\mathbf{x}) < 0$ e $\mathbf{f}_{3,4}(\mathbf{x})$ para $h_c(\mathbf{x}) > 0$, por simplicidade, denominaremos de $\mathbf{f}^+(\mathbf{x})$ e $\mathbf{f}^-(\mathbf{x})$ os campos vetoriais nas regiões $h_c(\mathbf{x}) > 0$ e $h_c(\mathbf{x}) < 0$, respectivamente.

Utilizando a mesma metodologia da subseção 3.2.2.3, define-se

$$\begin{aligned}
\sigma_1(\mathbf{x}) &= \left(\frac{V_{in} - r_L i_L}{L} + k(v_c - v_{\text{ref}}) \right) \\
&\quad \left(\frac{V_{in} - r_L i_L - v_c}{L} + k(v_c - v_{\text{ref}}) \right) \tag{3.89}
\end{aligned}$$

com as regiões de cruzamento e deslizamento definidas, respectivamente, por

$$\Sigma_{1c} = \{\mathbf{x} \in \Sigma_1 : \sigma_1(\mathbf{x}) > 0\}, \tag{3.90}$$

$$\Sigma_{1s} = \{\mathbf{x} \in \Sigma_1 : \sigma_1(\mathbf{x}) \leq 0\}. \tag{3.91}$$

No espaço de estados, as regiões de deslizamento e cruzamento são delimitadas por duas curvas que se interceptam em um único ponto, dependentes de v_c e i_L e válidas para todo z , dadas por:

$$\sigma_1(\mathbf{x}) = 0 : \begin{cases} i_L = \frac{V_{in} + kL(v_c - v_{\text{ref}})}{r_L} \\ i_L = \frac{V_{in} - v_c + kL(v_c - v_{\text{ref}})}{r_L}. \end{cases} \tag{3.92}$$

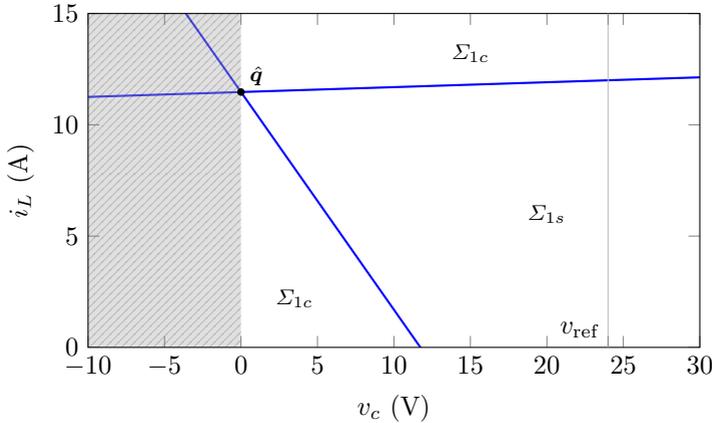


Figura 3.20 – Projeções das linhas de tangência para os campos \mathbf{f}^+ e \mathbf{f}^- , delimitando as áreas de deslizamento Σ_{1s} e cruzamento Σ_{1c} . A área hachurada corresponde a região onde $v_c < 0$ e não é de interesse neste trabalho.

O ponto onde as curvas de tangência se interceptam \hat{q} , é chamado de ponto de dupla tangência e sua análise é tratada com profundidade no trabalho de (CRISTIANO, 2013). Na Fig. 3.20 é possível visualizar as projeções das linhas de tangência (3.92) sobre o plano (v_c, i_L) , bem como o ponto de dupla tangência \hat{q} e as regiões de cruzamento e deslizamento.

Utilizando o método de Filippov, substituindo os campos vectoriais e a superfície h_c em (C.9), obtém-se a dinâmica de deslizamento equivalente dada por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \\ &= \begin{cases} \frac{Ri_L(V_{in} + kL(v_c - v_{ref})) - Rr_Li_L^2 - v_c(v_c + R\xi(v_c))}{RCv_c} \\ -k(v_c - v_{ref}) \\ v_{ref} - v_c \end{cases} \end{aligned} \quad (3.93)$$

onde $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ define o comportamento dinâmico do sistema confinado sobre a superfície de deslizamento $h_c = 0$.

As soluções de $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ são pontos de equilíbrio de (3.93) e pseudo-equilíbrios do sistema original. Para determinar estes pontos, resolve-se o sistema $\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = 0$ de forma que $h_c(\mathbf{x}) = 0$. Resolvendo o

sistema de equações obtêm-se $v_c^* = v_{\text{ref}}$, $z^* = \frac{i_L^*}{k}$ e

$$\begin{pmatrix} i_L^{*a} \\ i_L^{*b} \end{pmatrix} = \begin{cases} \frac{RV_{\text{in}} \pm \sqrt{R(RV_{\text{in}}^2 - 4r_L(RP + v_{\text{ref}}^2))}}{2Rr_L}, & \text{se } v_c > V_{\text{th}} \\ \frac{RV_{\text{in}} \pm \sqrt{R(RV_{\text{in}}^2 - 4r_L v_{\text{ref}}(Ri_{\text{max}} + v_{\text{ref}}))}}{2Rr_L}, & \text{se } v_c < V_{\text{th}}. \end{cases} \quad (3.94)$$

Sendo então

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_a^\pm &= \left(v_{\text{ref}}, i_L^{*a}, \frac{i_L^{*a}}{k} \right) \\ \mathbf{p}_b^\pm &= \left(v_{\text{ref}}, i_L^{*b}, \frac{i_L^{*b}}{k} \right), \end{aligned} \quad (3.95)$$

os dois possíveis pseudo-equilíbrios para o sistema $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$. É importante notar que \mathbf{p}_a^\pm e \mathbf{p}_b^\pm coexistem sempre sobre o plano $v_c = v_{\text{ref}}$, de forma que, se $v_{\text{ref}} > V_{\text{th}}$ apenas \mathbf{p}_b^\pm existe e se $v_{\text{ref}} < V_{\text{th}}$ o oposto acontece. No caso particular de $v_{\text{ref}} = V_{\text{th}}$, $\mathbf{p}_a^\pm = \mathbf{p}_b^\pm$. Em termos práticos, a referência de controle do primeiro conversor é sempre maior do que o limiar de funcionamento da carga, de forma que $v_{\text{ref}} > V_{\text{th}}$.

É necessário determinar a estabilidade dos pontos de equilíbrio dados por (3.95). Observando o sistema equivalente em (3.93) nota-se que há uma singularidade em $v_c = 0$. Para simplificar a análise, é realizada uma reparametrização das equações no tempo (PAGANO; PONCE, 2010) de forma a remover o denominador de (3.93). A reparametrização é feita pela substituição $dt = v_c dt'$, mantendo o formato do campo vetorial no retrato de fases na região $v_c > 0$. Entretanto, esta mudança cria novos pontos de equilíbrio sobre a linha $v_c = 0$ que não são pseudo-equilíbrios do sistema original, de forma que a análise só é válida para equilíbrios dentro da região $v_c > 0$, como ilustrado na Fig. 3.20. A reparametrização é feita utilizando

$$\left[\frac{dv_c}{dt'} \quad \frac{di_L}{dt'} \quad \frac{dz}{dt'} \right]^T = v_c \left[\frac{dv_c}{dt} \quad \frac{di_L}{dt} \quad \frac{dz}{dt} \right]^T, \quad (3.96)$$

resultando no seguinte campo vetorial

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{sd}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{Ri_L(V_{\text{in}} + kL(v_c - v_{\text{ref}})) - Rr_L i_L^2 - v_c(v_c + R\xi(v_c))}{RC} \\ -kv_c(v_c - v_{\text{ref}}) \\ v_c(v_{\text{ref}} - v_c) \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Deve-se notar que, sobre a superfície de deslizamento as trajetórias não dependem da componente z do sistema, tornando possível analisar a estabilidade do campo vetorial projetado sobre $h_c = 0$, composto pelas duas primeiras componentes de (3.97), dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{s_{dp}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{Ri_L(V_{in} + kL(v_c - v_{ref})) - Rr_L i_L^2 - v_c(v_c + R\xi(v_c))}{RC} \\ -kv_c(v_c - v_{ref}) \end{bmatrix} \quad (3.98)$$

3.3.2.4 Análise dos Equilíbrios

A análise de estabilidade dos equilíbrios em deslizamento é realizada pelo cálculo da matriz jacobiana de (3.98) em cada ponto de equilíbrio. O ponto de equilíbrio de interesse é o que apresenta menor corrente no indutor e que esteja contido na área de interesse do sistema reparametrizado. Para o equilíbrio \mathbf{p}_a^- de (3.95), o jacobiano é dado por

$$J_{\mathbf{f}_{s_{dp}}} = \begin{bmatrix} \frac{-2v_{ref}}{RC} + \frac{kL(RV_{in} - \sqrt{\alpha})}{2r_L RC} & \frac{\sqrt{\alpha}}{RC} \\ -kv_{ref} & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.99)$$

onde $\alpha = R(RV_{in}^2 - 4r_L(RP + v_{ref}^2))$. Para que o equilíbrio exista, a condição $\alpha > 0$ deve ser satisfeita. Assumindo então $\alpha > 0$, para que o ponto de equilíbrio seja estável, o determinante e o traço de (3.99) devem ser positivo e negativo respectivamente. Assim, as condições de estabilidade para o equilíbrio são

$$D(J_{\mathbf{f}_{s_{dp}}}) = \frac{kv_{ref}\sqrt{\alpha}}{RC} > 0 \quad (3.100)$$

$$T(J_{\mathbf{f}_{s_{dp}}}) = \frac{-2v_{ref}}{RC} + \frac{kL(RV_{in} - \sqrt{\alpha})}{2r_L RC} < 0, \quad (3.101)$$

em que $D(J_{\mathbf{f}_{s_{dp}}})$ e $T(J_{\mathbf{f}_{s_{dp}}})$ são o determinante e o traço de (3.99), respectivamente. A partir das condições (3.100) e (3.101) obtém-se as seguintes condições de estabilidade para o equilíbrio \mathbf{p}_a^-

$$P < \frac{RV_{in}^2 - 4r_L v_{ref}^2}{4Rr_L} \quad (3.102)$$

$$k < \frac{v_{ref}}{L(RP + v_{ref}^2)} \left(V_{in} + \frac{\sqrt{\alpha}}{R} \right). \quad (3.103)$$

Na Fig. 3.21a pode-se observar os limites do parâmetro k para variações dos parâmetros R e P da carga. O ponto de equilíbrio

é estável para combinações de valores abaixo do volume da figura.

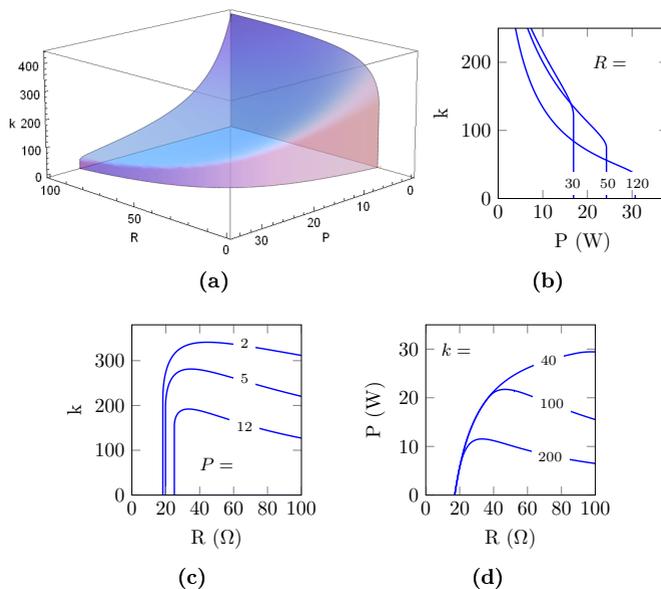


Figura 3.21 – (a) Conjunto de bifurcações no espaço de parâmetros (R, P, k) correspondente a BH subcrítica. As figuras (b), (c) e (d) apresentam cortes da figura (a) nos três diferentes planos. O fenômeno da bifurcação surge para valores acima das curvas.

Neste caso, existe a possibilidade de surgimento de uma BH em $T(J_{f_{sdp}}) = 0$, visto que pontos (k, P) sobre esta curva, tal que $T^2 - 4D < 0$, determinam autovalores puramente imaginários.

Na Fig. 3.22 é mostrado o conjunto de bifurcações do pseudo-equilíbrio \mathbf{p}_a^- em função dos parâmetros k e P . Na figura, a linha sólida de cor preta representa a curva de bifurcação de Hopf subcrítica, a linha azul é o discriminante da equação dos autovalores, indicando a mudança de forma do equilíbrio.

A partir da Fig. 3.22, escolhendo um valor para o parâmetro k , e.g. $k = 100$, obtém-se o diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P em função dos estados, conforme apresentado na Fig. 3.23. É possível observar nas figuras o surgimento da BH no valor crítico do parâmetro P e o surgimento das órbitas periódicas. Na Fig. 3.23b observa-se o aumento da órbita periódica estável até colidir com o equilíbrio instável, dando origem a uma CH, onde o fenômeno oscilatório desaparece.

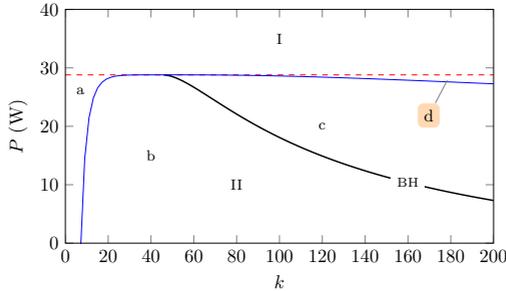
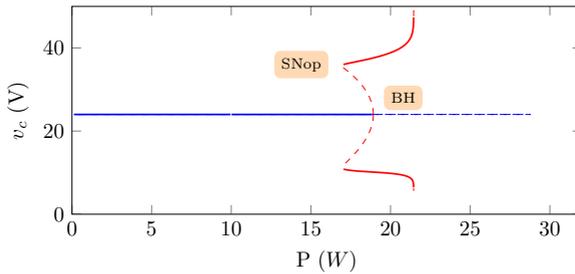
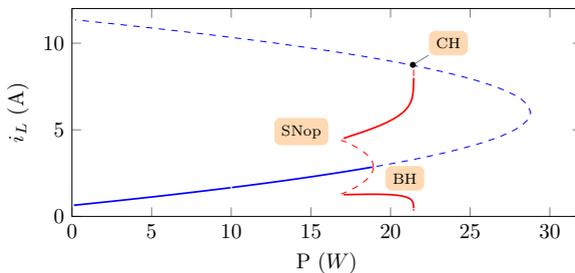


Figura 3.22 – Conjunto de bifurcações no plano (k, P) . Região I: não existe pseudo-equilíbrio. Região IIab: pseudo-equilíbrio \mathbf{p}_a^- estável (a: nó, b: foco). Região IIcd: pseudo-equilíbrio \mathbf{p}_c^- instável (c: foco, d: nó). Mudanças da região II para I indicam o surgimento da bifurcação SNe (linha vermelha tracejada).



(a)



(b)

Figura 3.23 – Diagramas de bifurcações nos planos (a) (P, v_c) e (b) (P, i_L) para variações da potência P da carga. As curvas azuis indicam equilíbrios do tipo nó ou foco enquanto as curvas vermelhas indicam órbitas periódicas. Linhas sólidas e tracejadas representam equilíbrios estáveis e instáveis respectivamente.

3.3.3 Controlador SMC Washout

A metodologia de controle SMC *washout* aplicada ao conversor *boost* é a mesma utilizada na Seção 3.2.3 para o controle do conversor *buck* com carga CPL, descrita na Seção 3.1.2. O modelo utilizado para o conversor é o mesmo utilizado anteriormente em (3.76) e (3.77), mantendo a representação em cascata de dois conversores do tipo *boost*.

3.3.3.1 Estrutura do Controlador

O filtro *washout* adiciona a equação diferencial (3.8) ao sistema. O espaço de estados do sistema aumentado é definido como $\mathbf{x} = [v_c, i_L, i_Z] \in \mathbb{R}^3$ e o sistema completo é dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{C} (ui_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - uv_c) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{cases} \quad (3.104)$$

De forma análoga ao controlador SMC *washout* para o caso *buck*, a lei de comutação é adotada de forma a garantir que ocorra o deslizamento sobre a superfície de comutação Σ . Entretanto, para o caso do conversor *boost* estudado, a lei de comutação adotada é dada por

$$u = \begin{cases} u^+ = 1, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) > 0 \\ u^- = 0, & \text{se } h_c(\mathbf{x}) < 0. \end{cases} \quad (3.105)$$

onde h_c é a mesma superfície de comutação utilizada para o conversor *buck* na Seção 3.2.3 e definida na Eq. (3.11).

Escolhendo a notação $\mathbf{f}^-(\mathbf{x})$ para $h_c < 0$ ($u = 0$) e $\mathbf{f}^+(\mathbf{x})$ para $h_c > 0$ ($u = 1$), tem-se:

$$\mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{v}_c \\ \dot{i}_L \\ \dot{i}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} (-\frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

$$\mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{v}_c \\ \dot{i}_L \\ \dot{i}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} (i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c)) \\ \frac{1}{L} (V_{in} - r_L i_L - v_c) \\ \omega(i_L - i_Z) \end{bmatrix} \quad (3.107)$$

Os equilíbrios de cada campo são investigados na sequência.

3.3.3.2 Equilíbrios dos Campos Vetoriais

- Caso $\xi(v_c) = i_{\max}$

Para $u = 1$, o equilíbrio é a solução do sistema de equações $\mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = 0$, que é o ponto

$$\mathbf{e}_A^+ = \left(\frac{R(V_{\text{in}} - r_L i_{\max})}{R + r_L}, \frac{V_{\text{in}} + R i_{\max}}{R + r_L}, \frac{V_{\text{in}} + R i_{\max}}{R + r_L} \right). \quad (3.108)$$

Este ponto de equilíbrio é virtual com relação a característica por partes da carga. Caso haja uma combinação de parâmetros que torne o ponto real, a análise dos autovalores indica que o equilíbrio \mathbf{e}_A^+ é estável do tipo foco ou nó.

Para $u = 0$, o equilíbrio é a solução do sistema de equações $\mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = 0$, que é o ponto

$$\mathbf{e}_A^- = \left(-R i_{\max}, \frac{V_{\text{in}}}{r_L}, \frac{V_{\text{in}}}{r_L} \right). \quad (3.109)$$

Este ponto de equilíbrio só existe para valores negativos da tensão v_c . Se considerados tais pontos, os autovalores são reais e negativos e portanto \mathbf{e}_A^- é um nó estável.

- Caso $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$

Para $u = 1$, o equilíbrio é a solução do sistema de equações $\mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = 0$, que é o ponto

$$\mathbf{e}_B^+ = \left(\frac{R V_{\text{in}} \pm \sqrt{\gamma}}{2(R + r_L)}, \frac{V_{\text{in}}(R + 2r_L) \mp \sqrt{\gamma}}{2(R + r_L)}, \frac{V_{\text{in}}(R + 2r_L) \mp \sqrt{\gamma}}{2(R + r_L)} \right). \quad (3.110)$$

onde $\gamma = R(RV_{\text{in}}^2 - 4Pr_L(R + r_L))$. O ponto $\mathbf{e}_B^+(-)$, dado que $\gamma > 0$ é sempre um ponto de sela e $\mathbf{e}_B^+(+)$ pode ser estável ou instável dados os valores de R e P .

Para $u = 0$, o equilíbrio é a solução do sistema de equações $\mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = 0$, que é o ponto

$$\mathbf{e}_B^- = \left(\pm \sqrt{-RP}, \frac{V_{\text{in}}}{r_L}, \frac{V_{\text{in}}}{r_L} \right). \quad (3.111)$$

Este ponto de equilíbrio só existe para valores negativos do parâmetro P da carga, que não são considerados neste trabalho.

3.3.3.3 Dinâmica em Modo Deslizante

Utilizando o método de Filippov descrito no Anexo C, define-se

$$\sigma(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{C} \left(i_L - \frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) - \frac{k(r_L i_L + v_c - V_{in})}{L} - k\omega(i_L - i_Z) \right) \\ \left(\frac{1}{C} \left(-\frac{v_c}{R} - \xi(v_c) \right) - \frac{k(r_L i_L - V_{in})}{L} - k\omega(i_L - i_Z) \right) \quad (3.112)$$

A interação entre os campos vetoriais \mathbf{f}^- e \mathbf{f}^+ com a superfície de comutação Σ impõe três dinâmicas distintas e limitadas pela condição $h_c(\mathbf{x}) = 0$. No espaço de estados, o limiar das regiões de deslizamento e cruzamento é definido por duas superfícies em \mathbb{R}^3 , dependentes dos estados do sistema, dadas por:

$$\sigma(\mathbf{x}) = 0 : \\ \left\{ \begin{array}{l} i_Z = \frac{kRC(r_L i_L - V_{in}) + L(R\xi v_c + v_c + k\omega RC i_L)}{k\omega RLC} \\ i_Z = \frac{L(R\xi v_c + v_c) + kRC(v_c - V_{in}) + Ri_L(kr_L C - L + k\omega LC)}{k\omega RLC} \end{array} \right. \quad (3.113)$$

Sobre a superfície de comutação $h_c(\mathbf{x}) = 0$, o limiar entre as regiões é formado por pontos de tangência entre os campos vetoriais $\mathbf{f}^\pm(\mathbf{x})$ e o plano $h_c(\mathbf{x}) = 0$. Na Figura 3.24 é possível visualizar as projeções das curvas de tangência (3.113) na superfície $h_c(\mathbf{x}) = 0$ sobre o plano (v_c, i_L) . O cruzamento das linhas de tangência dá origem à um ponto de dupla tangência \hat{q} onde fenômenos particulares e complexos podem ocorrer (CRISTIANO, 2013).

Uma vez sobre a superfície, a dinâmica dos estados do sistema é determinada pelo campo vetorial resultante da combinação dos campos \mathbf{f}^+ e \mathbf{f}^- , dada por

$$\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \frac{1}{R(Li_L - kCv_c)} \\ \left[\begin{array}{l} k(v_c(v_c + R\xi(v_c)) + Ri_L^2(r_L + L\omega) - Ri_L(V_{in} + L\omega i_Z)) \\ -(Rr_L i_L^2 + Rv_c \xi(v_c) + v_c^2 - RV_{in} i_L + kRC\omega v_c(i_L - i_Z)) \\ \omega R(i_L - i_Z)(Li_L - kCv_c) \end{array} \right]. \quad (3.114)$$

Os pontos de equilíbrio induzidos pela descontinuidade, chamados de pseudo-equilíbrios, são definidos como equilíbrios do campo

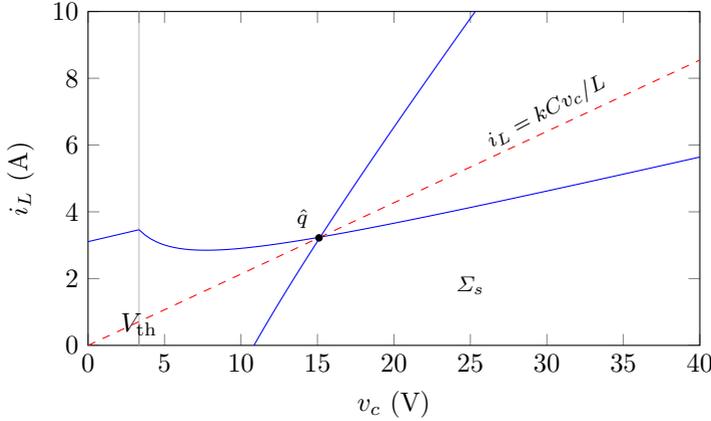


Figura 3.24 – Projeção da região de deslizamento sobre o plano (v_c, i_L) . Σ_s indica a região de deslizamento projetada no plano. As linhas limite da região de deslizamento são formadas por pontos de tangência, isto é, $\sigma(\mathbf{x}) = 0$ (curvas sólidas na cor azul). A linha vermelha tracejada indica a singularidade do sistema.

vetorial deslizante. Para o campo vetorial (3.114) existem quatro pseudo-equilíbrios, sendo dois para cada dinâmica induzida pela carga. Sendo

$$\mathbf{p}_A^\pm = (v_c^*, i_L^*, i_Z^*) = \left(v_r, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\beta}}{2Rr_L}, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\beta}}{2Rr_L} \right), \quad (3.115)$$

onde $\beta = R(RV_{in}^2 - 4r_L v_r (v_r + Ri_{max}))$ para o caso em que $\xi(v_c) = i_{max}$ e

$$\mathbf{p}_B^\pm = (v_c^*, i_L^*, i_Z^*) = \left(v_r, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\gamma}}{2Rr_L}, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\gamma}}{2Rr_L} \right), \quad (3.116)$$

onde $\gamma = R(RV_{in}^2 - 4r_L (v_r^2 + RP))$ para o caso em que $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$.

3.3.3.4 Análise dos Equilíbrios

Para analisar a estabilidade do equilíbrio pode-se reduzir a dimensão do sistema para sobre a superfície de comutação. Considerando o sistema em deslizamento e utilizando a condição $h_c(\mathbf{x}) = 0$, é possível eliminar a variável i_Z de (3.114) fazendo $v_{ref} - v_c = k(i_L - i_Z)$, permitindo analisar o campo vetorial projetado sobre a superfície, dado

por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \frac{1}{R(Li_L - kCv_c)} \begin{bmatrix} kRr_L i_L^2 + kv_c(v_c + R\xi(v_c)) - Ri_L(kV_{in} + L\omega(v_c - v_{ref})) \\ Ri_L(V_{in} - r_L i_L) - v_c(R\xi(v_c) + v_c - RC\omega(v_c - v_{ref})) \\ \frac{\omega}{k} R(v_{ref} - v_c)(Li_L - kCv_c) \end{bmatrix}. \quad (3.117)$$

No campo deslizante atrativo Σ_s todo ponto satisfaz a desigualdade $R(Li_L - kCv_c) < 0$, de forma que uma desingularização do sistema pode ser feita usando $-R(Li_L - kCv_c)\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{f}_{sd}(\mathbf{x})$, obtendo

$$\mathbf{f}_{sd}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} kRr_L i_L^2 + kv_c(v_c + R\xi(v_c)) - Ri_L(kV_{in} + L\omega(v_c - v_{ref})) \\ Ri_L(V_{in} - r_L i_L) - v_c(R\xi(v_c) + v_c - RC\omega(v_c - v_{ref})) \\ \frac{\omega}{k} R(v_{ref} - v_c)(Li_L - kCv_c) \end{bmatrix}. \quad (3.118)$$

Para o estudo da estabilidade dos pseudo-equilíbrios do sistema (3.114) pode-se considerar as duas primeiras componentes de (3.118), dadas por

$$\mathbf{f}_{sdp}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} kRr_L i_L^2 + kv_c(v_c + R\xi(v_c)) - Ri_L(kV_{in} + L\omega(v_c - v_{ref})) \\ Ri_L(V_{in} - r_L i_L) - v_c(R\xi(v_c) + v_c - RC\omega(v_c - v_{ref})) \end{bmatrix}. \quad (3.119)$$

uma vez que a dinâmica dos estados não dependem da terceira componente i_Z .

Para $\xi(v_c) = i_{max}$ os equilíbrios são:

$$\mathbf{e}_{A1} = (0, 0) \quad (3.120)$$

$$\mathbf{e}_{A2}^{\pm} = \left(v_r, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\beta}}{2Rr_L} \right) \quad (3.121)$$

$$\mathbf{e}_{A3} = \left(\frac{RL(Li_{max} - kCV_{in} + LC\omega v_{ref})}{L^2(RC\omega - 1) - Rr_L k^2 C^2}, \frac{RCk(kCV_{in} - Li_{max} - LC\omega v_{ref})}{L^2(1 - RC\omega) + Rr_L k^2 C^2} \right) \quad (3.122)$$

onde $\beta = R(RV_{in}^2 - 4r_L v_r(v_r + Ri_{max}))$.

Para o caso $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$, os equilíbrios principais são

$$\mathbf{e}_B^{\pm} = \left(v_r, \frac{RV_{in} \pm \sqrt{\gamma}}{2Rr_L} \right), \quad (3.123)$$

com $\gamma = R(RV_{\text{in}}^2 - 4r_L(v_r^2 + RP))$ e existem outros dois equilíbrios que surgem por conta da desingularização e não são pseudo-equilíbrios do sistema dinâmico (3.114). Da mesma forma, os equilíbrios e_{A1} e e_{A3} não são pseudo-equilíbrios do sistema, pois satisfazem a equação $R(Li_L - kCv_c) = 0$.

Considerando a região de operação de interesse quando a carga tem seu comportamento descrito por $\xi(v_c) = \frac{P}{v_c}$, a análise de estabilidade e bifurcações é feita com base nos pontos de equilíbrio e_B^\pm .

Calculando a matriz jacobiana de (3.119) para o ponto de equilíbrio e_B^- obtêm-se:

$$J(e_B^-) = \begin{bmatrix} \frac{L\omega(RV_{\text{in}} - \sqrt{\gamma}) - 4kr_L v_{\text{ref}}}{2Rr_L} & \frac{k\sqrt{\gamma}}{R} \\ v_{\text{ref}} \left(\frac{2}{R} - \omega C \right) & -\frac{\sqrt{\gamma}}{R} \end{bmatrix}. \quad (3.124)$$

Do determinante e traço da matriz (3.124) obtêm-se as seguintes condições de estabilidade para o ponto de equilíbrio, dadas por:

$$\text{Det}(J(e_B^-)) = d^-(k, R, P) = \frac{L\omega}{2Rr_L} \left(\frac{\gamma}{R} - V_{\text{in}}\sqrt{\gamma} \right) + \frac{kC\omega v_{\text{ref}}\sqrt{\gamma}}{R} > 0 \quad (3.125)$$

$$\text{Tr}(J(e_B^-)) = t^-(k, R, P) = \frac{LRV_{\text{in}}\omega - 4kr_L v_{\text{ref}} - (2r_L + L\omega)\sqrt{\gamma}}{2Rr_L} < 0, \quad (3.126)$$

onde d^- e t^- são o determinante e o traço de (3.124) em função dos parâmetros (k, R, P) .

Quando

$$P = P_c = \frac{RV_{\text{in}}^2 - 4r_L v_{\text{ref}}^2}{4r_L R} \quad (3.127)$$

tem-se $e_B^- = e_c = (v_{\text{ref}}, \frac{V_{\text{in}}}{2r_L})$, de forma que $d^-(k, R, P) = 0$ e

$$t^-(k, R, P) = -\frac{2kv_{\text{ref}}}{R} + \frac{\omega LV_{\text{in}}}{2r_L} < 0, \quad \text{para } k > \frac{LRV_{\text{in}}\omega}{4r_L v_{\text{ref}}}. \quad (3.128)$$

Porém como $d^-(k, R, P) = 0$ a estabilidade não é garantida. Entretanto, o equilíbrio e_c está sobre o campo deslizante atrativo se

$$0 < V_{\text{in}} \left(\frac{k}{2L} - \frac{V_{\text{in}}}{4Cr_L v_{\text{ref}}} \right) < R \left(\frac{LV_{\text{in}}}{2r_L} - kCv_{\text{ref}} \right), \quad (3.129)$$

de forma que o equilíbrio é estável para

$$k > \frac{LV_{\text{in}}}{2Cr_L v_{\text{ref}}}. \quad (3.130)$$

Quando $P < P_c$, o equilíbrio e_B^- é estável para valores de k , R e P que satisfazem $d^-(k, R, P) > 0$ e $t^-(k, R, P) < 0$, ou seja,

$$k > \frac{L(V_{\text{in}} - \sqrt{\gamma})}{2Cr_L v_{\text{ref}}} \quad (3.131)$$

$$k > \frac{LR\omega V_{\text{in}} - (2r_L + L\omega)\sqrt{\gamma}}{4r_L v_{\text{ref}}} \quad (3.132)$$

Na Fig. 3.25 estão representadas as condições de estabilidade para o equilíbrio e_B^- . Combinações de valores dos parâmetros contidos no volume da figura garantem a estabilidade do ponto.

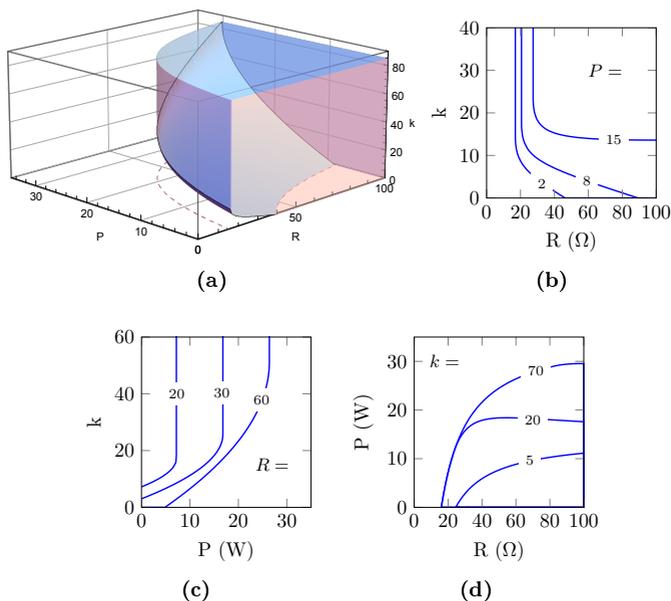


Figura 3.25 – (a) Conjunto de bifurcações no espaço de parâmetros (R , P , k) correspondente a BH subcrítica. As figuras (b), (c) e (d) apresentam cortes da figura (a) nos três diferentes planos. O fenômeno da bifurcação surge para valores abaixo das curvas em (b) e (c) e acima das curvas em (d).

Para classificar o ponto de equilíbrio são utilizadas as funções

do traço e determinante da matriz jacobiana, juntamente com a função discriminante dada por $g^-(k, R, P) = (t^-)^2 - 4d^-$, de forma que:

- Para valores de k , R e P tais que $d^-(k, R, P) < 0$, e_B^- é um equilíbrio instável do tipo sela;
- Para valores de k , R e P tais que $d^-(k, R, P) > 0$ e $t^-(k, R, P) < 0$, e_B^- é um equilíbrio do tipo nó estável se $g^-(k, R, P) \geq 0$; e do tipo foco estável se $g^-(k, R, P) < 0$;
- Para valores de k , R e P tais que $d^-(k, R, P) > 0$ e $t^-(k, R, P) > 0$, e_B^- é um equilíbrio do tipo nó instável se $g^-(k, R, P) \geq 0$; e do tipo foco instável se $g^-(k, R, P) < 0$.

Na Fig. 3.26 é apresentada a classificação do equilíbrio e_B^- para variações dos parâmetros k e P para um valor de R fixo. A área hachurada da figura indica a combinação estável dos parâmetros. As regiões designadas por (a) e (b) definem o ponto de equilíbrio como nó e foco estável respectivamente; as regiões (c) e (d) definem o ponto como foco e nó instável respectivamente. Dando seqüência a análise da figura, é possível destacar algumas bifurcações passíveis de surgimento:

- A curva $d^- = 0$ caracteriza a bifurcação SNe, a partir da qual não existem mais pontos de equilíbrio.
- A passagem da região (b) para (c) através de $t^- = 0$ indica o surgimento da BH subcrítica, com o aparecimento de órbitas periódicas instáveis em torno do equilíbrio estável.
- No ponto N o traço e o determinante da matriz jacobiana são iguais a zero, caracterizando a bifurcação Bogdanov-Takens (BT), onde o ciclo limite da BH_{sub} desaparece.

Na Fig. 3.27 tem-se o diagrama de bifurcações para a corrente i_L em função do parâmetro da carga P . Os parâmetros utilizados foram $R = 60\Omega$ e $k = 10$. A curva azul com marcador estrela representa a coordenada i_L do ponto de dupla tangência \hat{q} para variações do parâmetro P da carga. No campo desingularizado estudado este ponto equivale a um equilíbrio do tipo ponto de sela. Aumentando o valor do parâmetro P , o equilíbrio estável (curva preta sólida) se torna instável e dá origem a uma BH no ponto crítico. Neste ponto surgem órbitas periódicas instáveis cuja amplitude aumenta até colidir com o ponto de dupla tangência, desaparecendo em uma CH. Analisando de forma

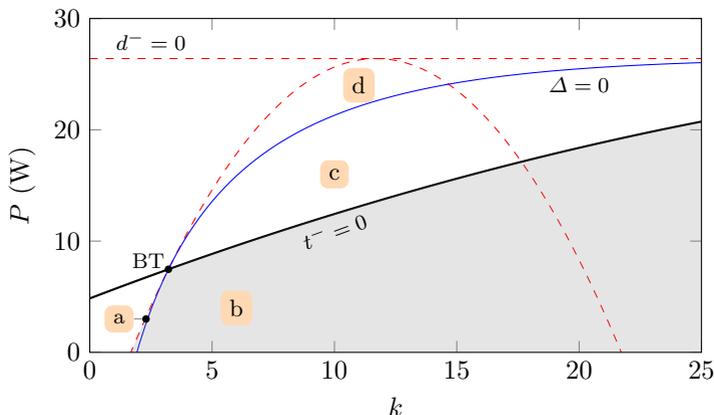


Figura 3.26 – Classificação do ponto de equilíbrio e_B^- para um R fixo e variações de k e P . As regiões classificam o ponto como: (a) nó estável; (b) foco estável; (c) foco instável e (d) nó instável.

conjunta as Figs. 3.26, 3.27 e 3.28 é possível observar o surgimento dos fenômenos descritos.

Para evidenciar o surgimento dos fenômenos descritos, são feitos dois cortes na Fig. 3.27, em (a) $P = 5W$ e (b) $P = 11W$, apresentados na Fig. 3.28. As linhas pretas tracejadas correspondem as linhas de tangência de (3.113), a linha vermelha sólida corresponde a desingularização do sistema e em azul os campos vetoriais do sistema desingularizado na região de interesse. Na figura (a) é possível observar a convergência das trajetórias para o ponto de equilíbrio do tipo foco estável enquanto na figura (b) o equilíbrio estável é circundado por um ciclo limite instável.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram estudados dois possíveis casos de interconexão de conversores CC, um deles atuando como carga e o outro alimentando a tensão do barramento CC. O conversor da carga foi modelado, para efeitos de análise de bifurcações, utilizando a característica estática de potência constante de cada um dos conversores (*buck* ou *boost*).

O conversor que alimenta o barramento CC foi controlado utilizando os seguintes controladores: (i) SMC integral; (ii) SMC *washout*.

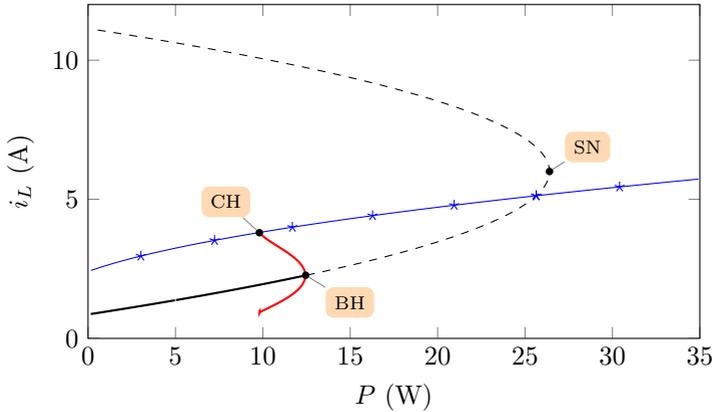


Figura 3.27 – Diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P . Curva preta sólida: equilíbrio estável; curva preta tracejada: equilíbrio instável; curva vermelha: órbita periódica instável. A curva de cor azul com o marcador estrela representa a trajetória do ponto de dupla tangência \hat{q} .

No caso do conversor *buck* foi também utilizado um controlador PI e modulação PWM.

O método de análise de bifurcações foi utilizado para caracterizar a dinâmica dos diferentes sistemas estudados quando da variação da potência de carga e dos parâmetros dos controladores utilizados. Os diagramas de bifurcação obtidos permitem determinar os regimes e limites de operação estável do conversor alimentador do barramento.

Nos próximos capítulos serão apresentados resultados de simulação e experimentais que permitem validar os resultados analíticos obtidos neste capítulo.

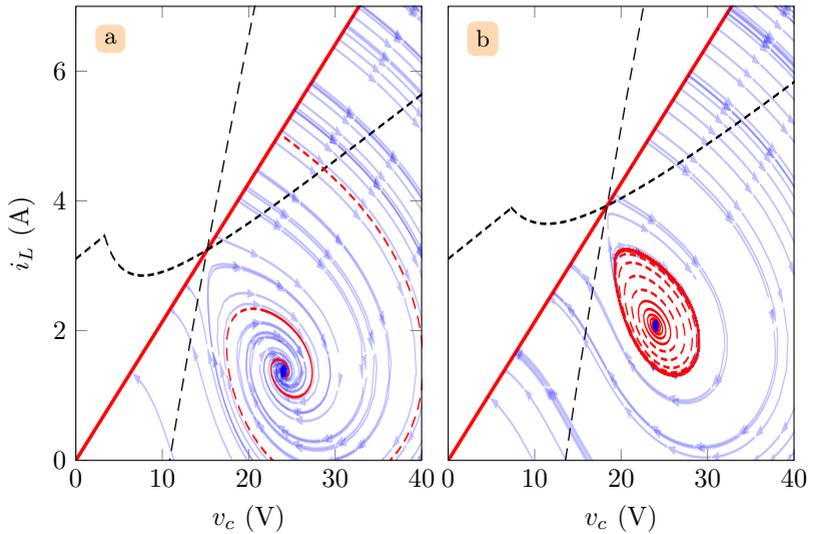


Figura 3.28 – Projeções da Fig. 3.27 no plano (v_c, i_L) para (a) $P = 5W$ e (b) $P = 11W$. Em (a) o equilíbrio é do tipo foco estável e em (b) há um ciclo limite instável no entorno do equilíbrio estável.

Capítulo 4

Resultados Caso 1 - *Buck/Buck*

Neste capítulo são apresentados resultados de simulação e experimentais para os conversores do tipo *buck* interconectados estudados no Capítulo 3, obtidos utilizando o ambiente de simulação Powersim PSIM®, com o objetivo de validar o estudo analítico realizado anteriormente. Os resultados de simulação permitem avaliar o desempenho dos controladores, assim como verificar as condições de estabilidade quando de variações nos parâmetros de carga e nos parâmetros do controlador. Permite ainda verificar a presença dos diferentes modos de comportamento dinâmico dos circuitos estudados no Capítulo 3.

Cabe aqui ressaltar que sempre buscou-se realizar cenários experimentais qualitativamente semelhantes aos cenários de simulação, de forma a poder validar os modos de comportamento dinâmico e as respostas transitórias estudadas neste trabalho.

Para simulação do conversor *buck* alimentando uma carga resistiva e um segundo conversor do tipo *buck*, é utilizada a estrutura básica da Fig. 2.7, com conversores do tipo *buck* em PC1 e PC2. O diagrama de simulação é apresentado na Fig. 4.1, no qual o conversor da carga é substituído por sua função de corrente estática equivalente (2.14). Os detalhes da implementação experimental são descritos no Apêndice A.1.

Os valores dos parâmetros do circuito da Fig. 4.1 são apresentados na Tab. 4.1. O limiar da carga de potência constante $V_{th} = 6V$ equivale a referência de controle do conversor da carga PC2.

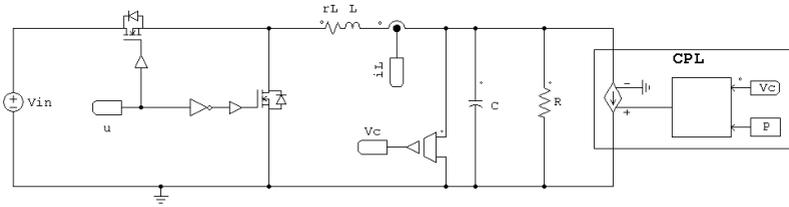


Figura 4.1 – Esquemático do circuito para simulação do conversor do tipo *buck*.

Tabela 4.1 – Parâmetros para simulação do conversor *buck*.

Parâmetro		
Descrição	Símbolo	Valor
Tensão de entrada	V_{in}	24V
Tensão de referência	v_{ref}	12V
Indutor	L	2.2mH
Capacitor	C	10 μ F
Limiar da CPL	V_{th}	6V

4.1 SMC integral

Para simular o conversor controlado por modos deslizantes, é necessário calcular o valor da superfície de comutação $h_c(\mathbf{x})$ (3.2) e a partir desta definir o estado da chave utilizando uma função de comutação u (3.26). Na Fig. 4.2 ilustra-se o esquemático utilizado para simulação do conversor com controlador SMC. Para efeitos de simulação, a função de comutação é calculada utilizando um bloco de código em linguagem *C*, apresentado no Apêndice A.3.

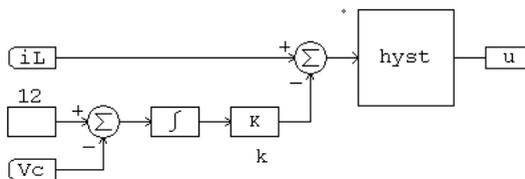


Figura 4.2 – Esquemático de simulação do controlador SMC integral

Na seqüência, alguns cenários de simulação e experimentação prática serão realizados, buscando explorar diferentes variações de parâmetros, mudanças de carga e fenômenos dinâmicos relevantes.

- Cenário 1

Neste cenário inicial, são realizadas duas variações da carga resistiva para dois valores distintos do parâmetro k do controlador. Os parâmetros utilizados na simulação são listados na Tabela 4.2.

Na Fig. 4.3 é possível observar a variação da tensão de saída v_c no tempo. O caso **b**, o qual possui maior ganho k , apresenta uma resposta mais rápida para as mesmas variações de carga e como consequência, uma dinâmica mais oscilatória. Através da representação por espaço de estados na Fig. 4.4, é possível visualizar a dinâmica oscilatória para o caso **b**, sendo mantidos entretanto os mesmos pontos de equilíbrio nos dois casos.

Tabela 4.2 – Dados para os cenários de simulação do conversor *buck* com CPL controlado pela metodologia SMC integral.

Cenário	Dados				
	R (Ω)	P (W)	k	δ	v_{ref} (V)
1a	25-50-10	2	10	0.01	12
1b			50		
2	20	2-6-4-7	50	0.01	12
3	28	10	30	0.01	12

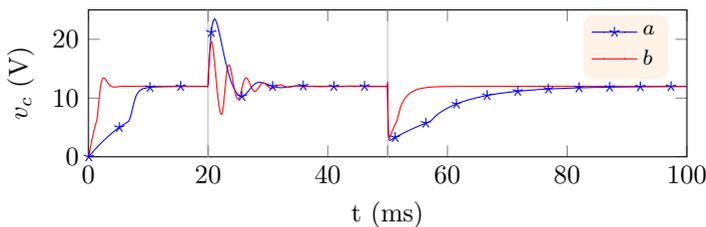


Figura 4.3 – Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC integral. Os casos (a) e (b) correspondem aos cenários 1a e 1b da Tab. 4.2.

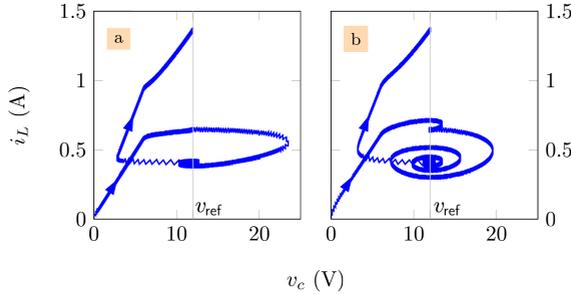


Figura 4.4 – Representação em espaço de estados para o Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC integral.

- Cenário 2

Neste segundo cenário, diferentes variações da carga de potência são feitas, mantendo-se os demais parâmetros constantes conforme a Tab. 4.2. Na Fig. 4.5 está ilustrada a resposta temporal da tensão v_c . É possível observar na figura a convergência para o equilíbrio nos instantes T_1 , T_2 e T_3 . Na transição entre T_3 e T_4 , ocorre o surgimento de órbitas periódicas estáveis, conforme análise realizada na Seção 3.2.2. É importante notar que neste caso a potência não violou a condição crítica (3.51), entretanto, pode-se observar no diagrama de bifurcações da Fig. 3.8 que para uma certa faixa do parâmetro P , o equilíbrio do tipo foco estável e a órbita periódica estável coexistem, sendo a convergência para um dos dois casos, dependente das condições iniciais.

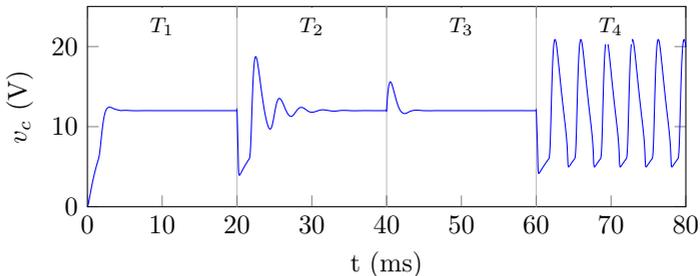


Figura 4.5 – Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC Integral.

Na Fig. 4.6 tem-se a representação em espaço de estados para este cenário, evidenciando a convergência para o ponto de equilíbrio

em um primeiro momento e o surgimento da órbita periódica estável no instante T_4 .

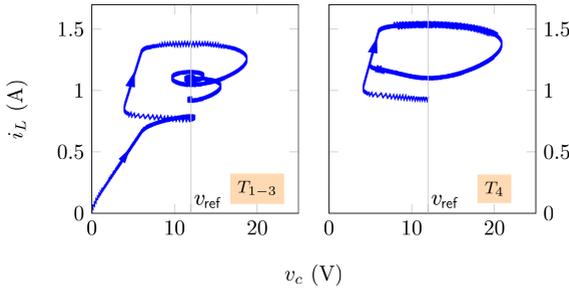


Figura 4.6 – Representação em espaço de estados para o Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC Integral.

Para validar os resultados experimentalmente, inicialmente é feita uma diminuição da carga de potência constante P de $4W$ para $2W$, com a resistência de carga $R = 20\Omega$ e para dois valores distintos de k . Na Fig. 4.7 é possível visualizar a resposta do sistema no momento da mudança de carga. Os canais de medição CH2, CH3 e CH4 representam a tensão de saída v_c do primeiro conversor, o sinal de tensão obtido no sensor de corrente v_{iL} e a tensão de saída do segundo conversor v_{cpl} , respectivamente.

Tendo em vista a dinâmica naturalmente chaveada da corrente do indutor i_L e os ruídos inerentes a medição, um filtro de Savitzky-Golay (SCHAFFER, 2011) é utilizado sobre as amostras, suavizando o ruído e mantendo a forma do sinal original. Antes de serem filtradas, as amostras são convertidas utilizando a função de transferência do estágio de medição (ver A.1.2), transformando o sinal de tensão medido para um sinal aproximado da corrente real do indutor. Nas Figs. 4.7c e 4.7d é possível visualizar a corrente filtrada sobreposta ao valor real da corrente medida correspondente as Figs. 4.7a e 4.7b.

Nas Figs. 4.7a e 4.7b a mesma variação de carga é realizada, mudando apenas o ganho k do controlador. É possível notar que um ganho maior acarreta em uma convergência mais rápida para o ponto de equilíbrio, aumentando entretanto o caráter oscilatório da resposta.

Uma segunda mudança é realizada na carga de potência constante P , variando entre $2W$ e $6W$ nos dois sentidos. Nas Figs. 4.8a e 4.8b é feita uma diminuição da carga para dois valores diferentes do ganho k , enquanto nas Figs. 4.8c e 4.8d é feito um aumento na carga para as mesmas condições. Deve-se atentar para as diferenças entre as

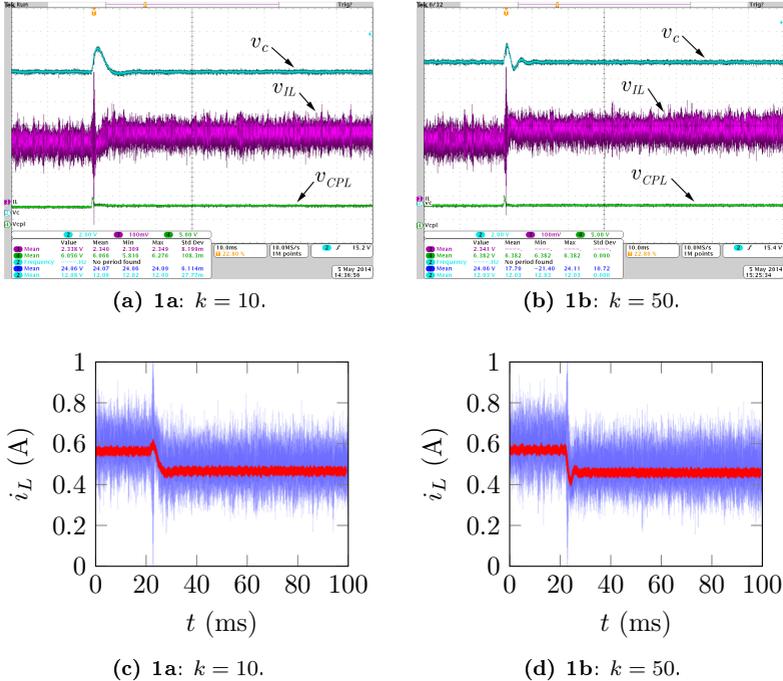


Figura 4.7 – Resultado experimental para o Cenário 2 dos conversores *buck-buck* com SMC Integral. Variação da carga CPL de $P = 4 \rightarrow 2W$. As figuras (c) e (d) apresentam a corrente filtrada correspondente às figuras (a) e (b).

escalas de tempo dos gráficos.

Com o objetivo de reproduzir o fenômeno oscilatório da Fig.4.5, um aumento na carga CPL é feito de $P = 2W$ para $P = 10W$. Na Fig. 4.9 é possível observar a forma de onda obtida no momento em que a variação de carga é realizada. O sistema inicialmente regulado passa a operar em uma órbita periódica estável, a qual surge de uma BH no valor de potência crítica e de uma bifurcação SNop para potências menores do que a crítica.

Para confirmar o surgimento do fenômeno de bifurcação, a Fig. 3.11a é recalculada utilizando os dados deste cenário. Na Fig. 4.10 é possível visualizar o diagrama de bifurcações recalculado para variações do parâmetro P , juntamente com os valores máximos e mínimos obtidos através de simulação e experimentação prática. Os marcadores círculo e diamante indicam, respectivamente, os valores máximos e mínimos obtidos através de simulação e experimentação prática.

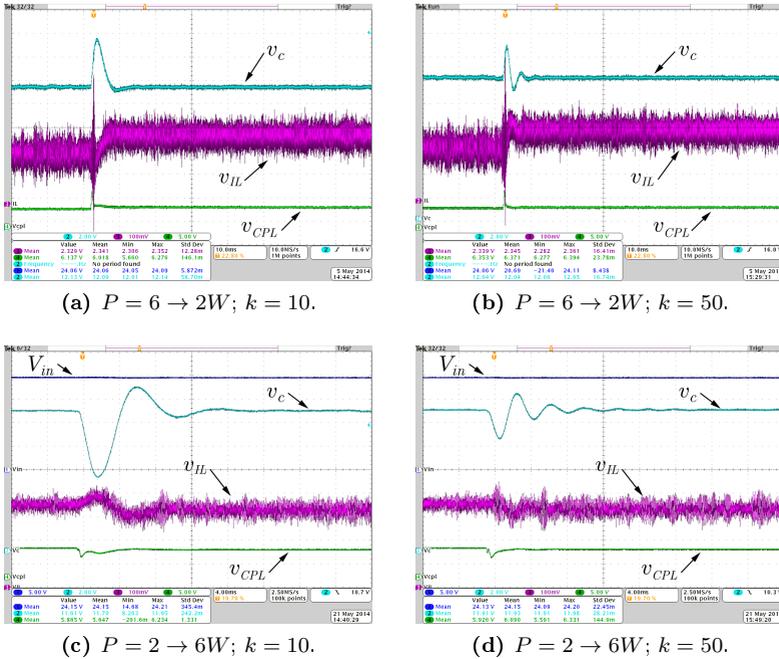


Figura 4.8 – Resultado experimental para o Cenário 2 dos conversores *buck-buck* com SMC Integral. Variações da carga CPL de $P = 2 \leftrightarrow 6W$.

- Cenário 3

Este cenário tem por objetivo ilustrar um fenômeno não previsto durante a análise matemática do sistema controlado. Os dados utilizados para simulação estão apresentados na Tab. 4.2.

Na Fig. 4.11, a linha vermelha tracejada indica o limite da região de deslizamento atrativo sobre a superfície de deslizamento. Quando a trajetória combinada dos estados cruza a fronteira, esta sai da superfície e é regida por um dos campos vetoriais até voltar para a superfície, onde neste caso, um ciclo limite é formado.

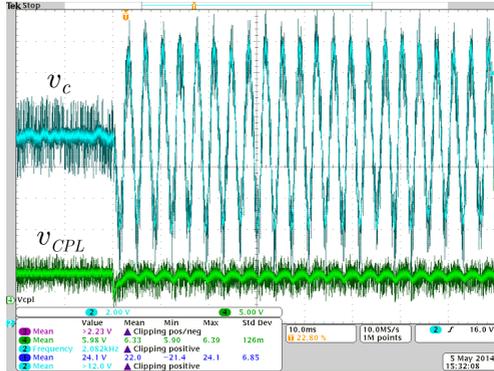


Figura 4.9 – Resultado experimental para o Cenário 2 dos conversores *buck-buck* com SMC Integral. Variação da carga CPL de $P = 2 \rightarrow 10W$.

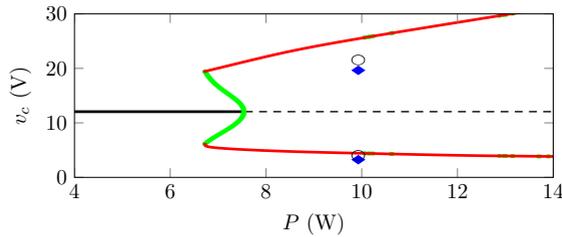


Figura 4.10 – Diagrama de bifurcações para variações do parâmetro P da carga. Os marcadores círculo e diamante indicam os valores máximos e mínimos obtidos através de simulação e experimentação respectivamente.

4.2 SMC washout

Na Fig. 4.12 é apresentado o esquemático para simulação do conversor com controlador SMC washout. Assim como na metodologia SMC integral, uma banda de histerese é incluída a função de comutação u para limitar a frequência máxima de comutação. No Apêndice A.3 demonstra-se como calcular o valor da banda de histerese δ para uma dada frequência de chaveamento.

Na sequência, alguns cenários de simulação serão apresentados, buscando explorar diferentes variações de parâmetros, mudanças de carga e fenômenos dinâmicos relevantes. Os parâmetros utilizados na simulação estão descritos na Tabela 4.3.

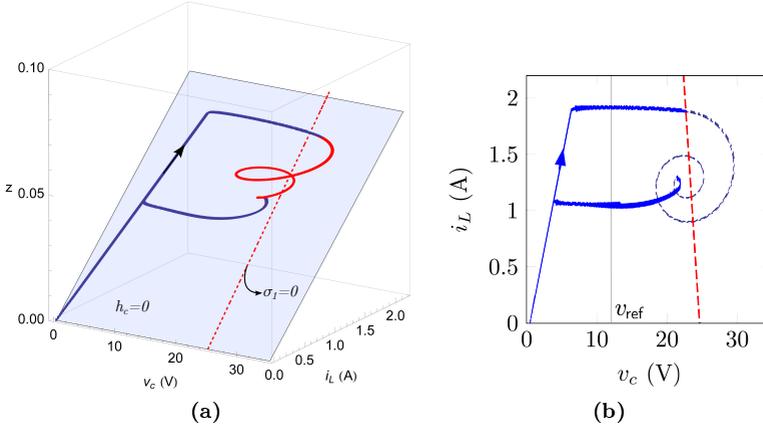


Figura 4.11 – Cenário 3 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC Integral: (a) trajetória dos estados em \mathbb{R}^3 evidenciando a saída da região de deslizamento atrativo; (b) projeção das trajetórias sobre $h_c = 0$ no plano (v_c, i_L) . A linha vermelha tracejada indica o limite da região de deslizamento atrativo.

- Cenário 1

Este cenário inicial é análogo ao cenário 1 com o controlador SMC integral. Duas variações da carga resistiva são realizadas para dois valores distintos do parâmetro k do controlador.

Na Fig. 4.13 é possível observar a variação da tensão de saída v_c no domínio do tempo. Diferentemente da metodologia SMC integral, na metodologia SMC washout quanto maior o ganho k mais lenta e oscilatória é a dinâmica da resposta. Na Fig. 4.14 é possível observar através da representação por espaço de estados a diferença entre os casos **a** e **b**. Deve-se notar que, conforme descrito em A.3, para um mesmo valor da banda de histerese δ , quanto maior o valor do ganho k , maior a frequência de comutação obtida.

Nas Figs. 4.15a e 4.15b têm-se resultados experimentais semelhantes aos obtidos por simulação. Uma variação da carga resistiva de $R = 5\Omega$ para 20Ω é feita, a carga CPL é mantida em $P = 2W$ e duas variações do ganho k são realizadas. É possível visualizar a resposta transitória no momento da variação de carga, ressaltando a característica mais oscilatória no caso em que o ganho k é maior.

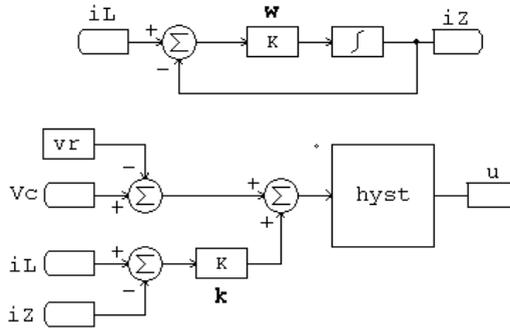


Figura 4.12 – Esquemático de simulação do controlador SMC washout.

Tabela 4.3 – Dados para os cenários de simulação do conversor buck com CPL controlado pela metodologia SMC washout.

Cenário	Dados					
	R (Ω)	P (W)	k	δ	v_{ref} (V)	ω (rad/s)
1a	25-50-10	2	10	0.326	12	6742
1b			50			
2	20	2-6-4-7	20	0.326	12	6742
3a	20	2-10	30	0.326	12	6742
3b			50			

- Cenário 2

Neste cenário são realizadas três variações da carga de potência constante enquanto mantidos os demais parâmetros de simulação, ver Tab. 4.3. Na Fig. 4.16 é possível verificar a rápida convergência para o ponto de equilíbrio após cada uma das perturbações realizadas.

Uma representação em espaço de estados é apresentada na Fig. 4.17. É possível observar as mudanças nos valores da corrente i_L no equilíbrio, determinado pelas mudanças da carga P , mantendo porém a tensão v_c em equilíbrio no valor de referência v_{ref} especificado.

Experimentalmente, um aumento da potência P de $2W$ para $6W$ é realizado para dois valores diferentes do ganho k . Esta variação de potência é equivalente a passagem de T_1 para T_2 na Fig. 4.16. Na Fig. 4.18 são apresentados os resultados obtidos. É possível notar que para aumentos do ganho do controlador, a resposta do sistema se torna

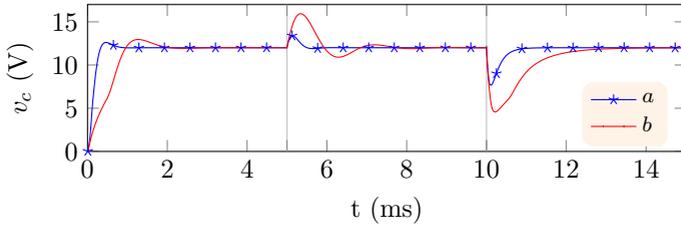


Figura 4.13 – Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

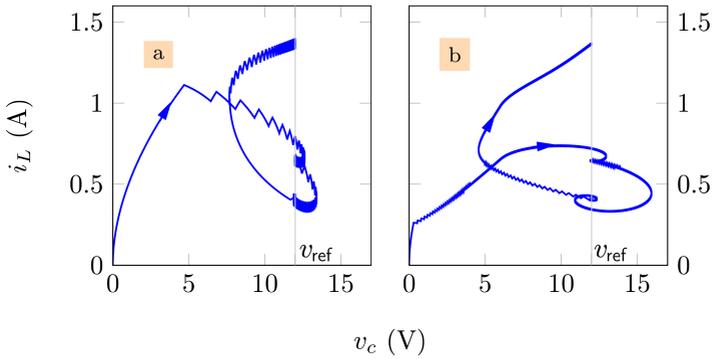


Figura 4.14 – Representação em espaço de estados para o Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

mais oscilatória.

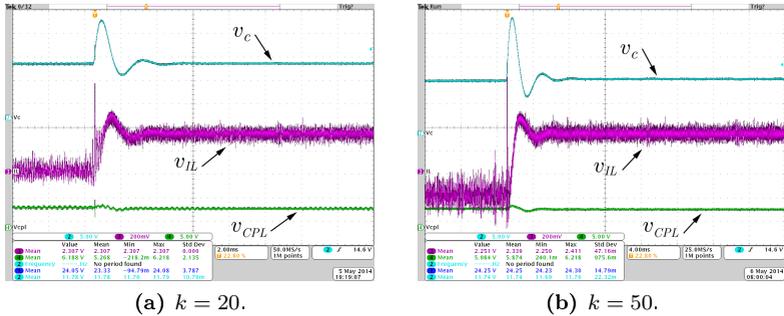


Figura 4.15 – Resultado experimental para o Cenário 1 dos conversores *buck-buck* com SMC *washout*. Variação da carga resistiva de $R = 5 \rightarrow 20\Omega$.

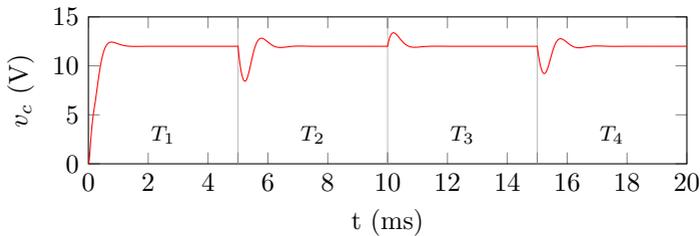


Figura 4.16 – Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

- Cenário 3

Conforme analisado na Sec. 3.2.3, o ponto de equilíbrio é estável se garantida a condição (3.65). Neste cenário, uma perturbação de carga P é feita de forma a violar a condição de estabilidade. Na Fig. 4.19 é possível visualizar a resposta temporal da tensão v_c para dois valores do ganho k e a formação de um ciclo limite estável a partir da mudança de carga no caso **b**. Na Fig. 4.20 se mostra uma representação no espaço de estados para este cenário, evidenciando o surgimento da órbita periódica na faixa de tempo T_2 do caso **b**.

Para confirmar o surgimento do fenômeno oscilatório, a carga resistiva é mantida fixa $R = 20\Omega$ e uma variação da carga CPL P de $2W$ para $10W$ é feita para quatro valores do ganho k . O conjunto de bifurcações da Fig. 3.10 é recalculado utilizando os parâmetros da Tab. 4.3.

Na Fig. 4.21 é possível observar o surgimento das órbitas pe-

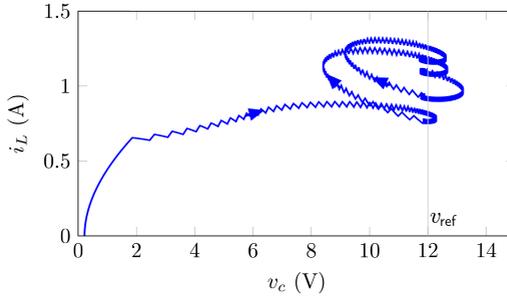


Figura 4.17 – Representação em espaço de estados para o Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

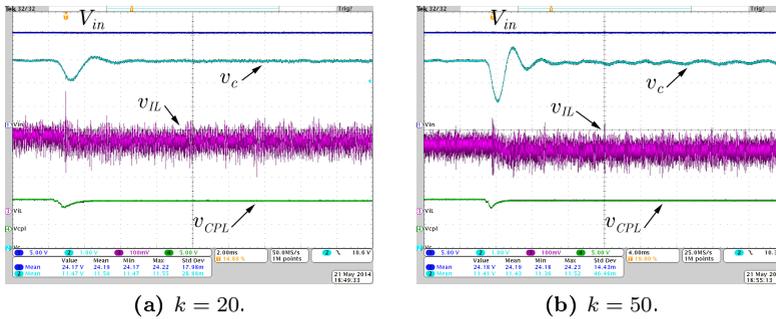


Figura 4.18 – Resultado experimental para o Cenário 2 dos conversores *buck-buck* com SMC *washout*. Variação da carga CPL de $P = 2 \rightarrow 6W$.

riódicas estáveis para um aumento gradual no ganho k do controlador. Na Fig. 4.22 é apresentado o conjunto de bifurcações para variações de P e k , indicando as quatro combinações de P e k da Fig. 4.21. Faixas de tolerância são adicionadas à curva e aos pontos para representar as incertezas inerentes dos parâmetros do sistema.

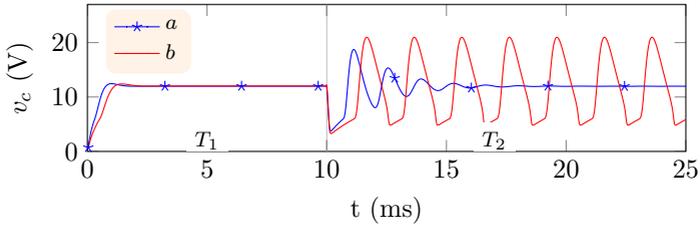


Figura 4.19 – Cenário 3 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*. Os casos *a* e *b* correspondem aos casos **3a** e **3b** da Tab. 4.3.

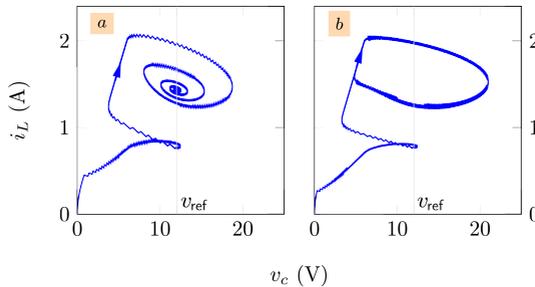


Figura 4.20 – Representação em espaço de estados para o Cenário 3 de simulação do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *Washout*. Os casos *a* e *b* correspondem aos casos **3a** e **3b** da Tab. 4.3.

- Efeitos de mudanças na frequência do filtro

Conforme apresentado na Sec. 3.2.3, a inclusão do filtro *washout* adiciona uma nova dinâmica ao sistema (3.8), a qual é condicionada pela frequência do filtro ω e cujo valor máximo é determinado pela frequência natural do sistema ω_0 .

Na Fig. 4.23 é possível visualizar os efeitos da variação da frequência do filtro ω . Partindo do ponto de equilíbrio e aplicando uma perturbação de carga, pode-se notar que quanto menor a frequência do filtro mais atenuada se torna a resposta, resultando à escolha do valor da frequência do filtro um compromisso entre a velocidade de resposta e o caráter oscilatório desta.

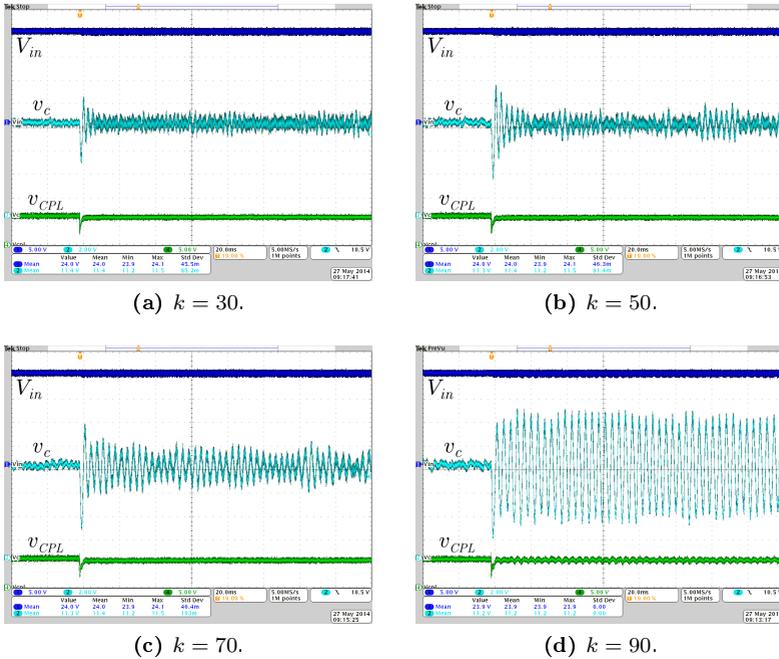


Figura 4.21 – Resultado experimental para o Cenário 3 dos conversores *buck-buck* com SMC *washout*. Variação da carga CPL de $P = 2 \rightarrow 10W$ com quatro variações do ganho k .

4.3 Controlador PI

A estrutura do controlador PI utilizado foi definido na Seção 3.2.4 (vide diagrama da Fig. 3.12), sendo o diagrama esquemático utilizado na simulação apresentado na Fig. 4.24. A modulação PWM foi implementada utilizando um comparador e uma onda portadora triangular de frequência fixa f_{PWM} .

Na sequência, diferentes cenários de simulação são realizados para evidenciar o comportamento dinâmico do sistema controlado sob variações de carga e mudanças de parâmetros.

- Cenário 1

Neste cenário, duas mudanças de carga são realizadas, conforme ilustrado na Fig. 4.25. Na Tab. 4.4 tem-se os dados dos parâmetros utilizados na simulação. A partir da condição de estabilidade

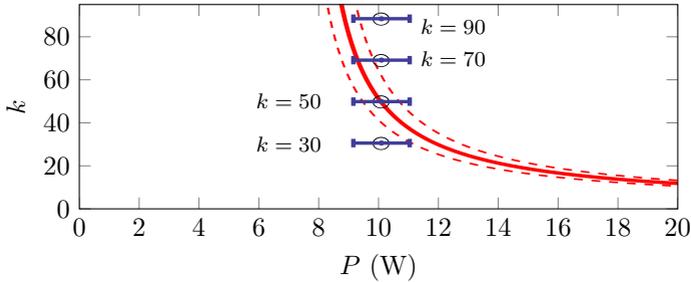


Figura 4.22 – Conjunto de bifurcações para variações dos parâmetros P e k correspondente ao cenário 3 de experimentação dos conversores *buck-buck* com SMC *washout*.

Tabela 4.4 – Dados para os cenários de simulação do conversor *buck* com CPL controlado pela metodologia PI clássico.

Cenário	Dados				
	R (Ω)	P (W)	k_p	k_i	f_{PWM} (kHz)
1	50-25	2-4	2	1000	500
2	50-16.67	2	20	100	500

(3.74) introduzida na seção 3.2.4, tem-se os limites máximos do parâmetro P calculados para os dados da Tab. 4.4 dados por:

$$\begin{aligned}
 P = P_{\max} &\approx 2.83\text{W} & \text{para} & R = 50\Omega, \\
 P = P_{\max} &\approx 5.71\text{W} & \text{para} & R = 25\Omega.
 \end{aligned}$$

Desta forma, ao variar a carga de $P = 2\text{W}$ para $P = 4\text{W}$ no instante $T_1 \rightarrow T_2$, a condição de estabilidade é violada e o fenômeno oscilatório resultante da BH é constatado. Mantendo o valor de P e reduzindo o valor de R traz o sistema de volta à estabilidade.

É possível visualizar na Fig. 4.25 as variações de tensão, corrente e carga realizadas neste cenário. Na Fig. 4.26 pode-se observar a representação em espaço de estados dos períodos T_1 e T_2 da simulação, evidenciando o surgimento do ciclo limite estável em T_2 .

- Cenário 2

Neste cenário, os ganhos do controlador são modificados e é feita uma variação da carga resistiva de $R = 50\Omega$ para $R = 16.67\Omega$

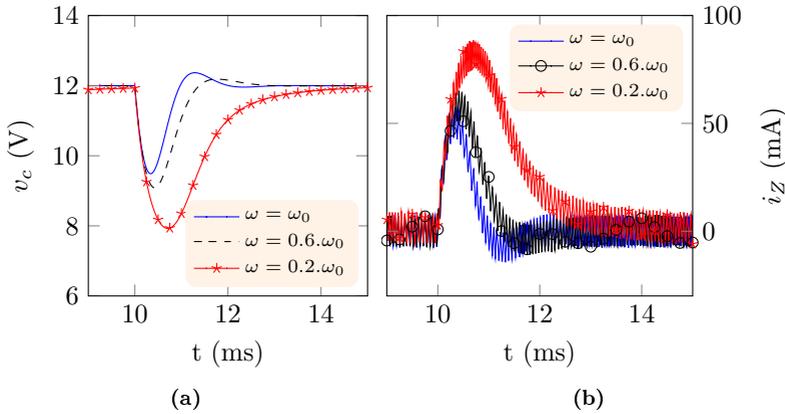


Figura 4.23 – Efeitos da variação da frequência do filtro na resposta temporal do conversor *buck* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

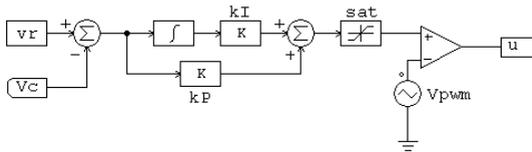


Figura 4.24 – Diagrama esquemático do controlador PI utilizado na simulação.

em $t = 20ms$. Os dados dos parâmetros utilizados na simulação são apresentados na Tab. 4.4.

Na Fig. 4.27 pode-se observar as variações de tensão, corrente e a perturbação de carga realizada neste cenário. Na Fig. 4.28 fica evidenciado o comportamento oscilatório das trajetórias no espaço de estados (v_c, i_L) .

- Cenário Experimental

Dois cenários experimentais são realizados conforme dados da Tab. 4.5. Nos dois casos, são feitos aumentos da potência de carga. É possível notar o caráter mais oscilatório das respostas e a convergência para órbitas periódicas no segundo cenário. Deve-se observar ainda os valores excessivos de pico a pico no sinal da corrente, se comparado com as metodologias anteriores.

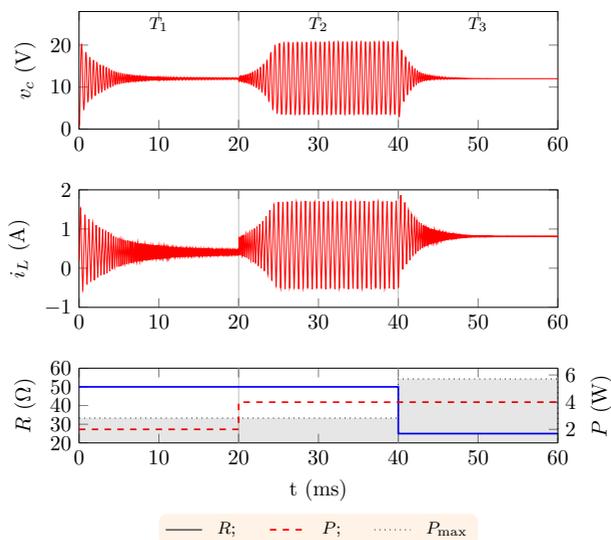


Figura 4.25 – Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL e controlador PI.

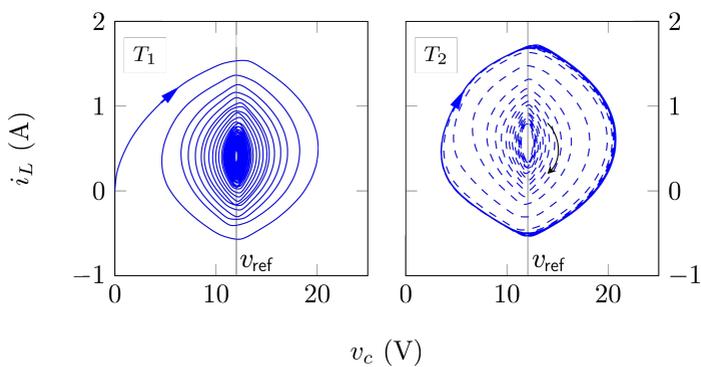


Figura 4.26 – Trajetórias no espaço de estados (v_c, i_L) para o Cenário 1 de simulação do conversor *buck* com carga CPL e controlador PI.

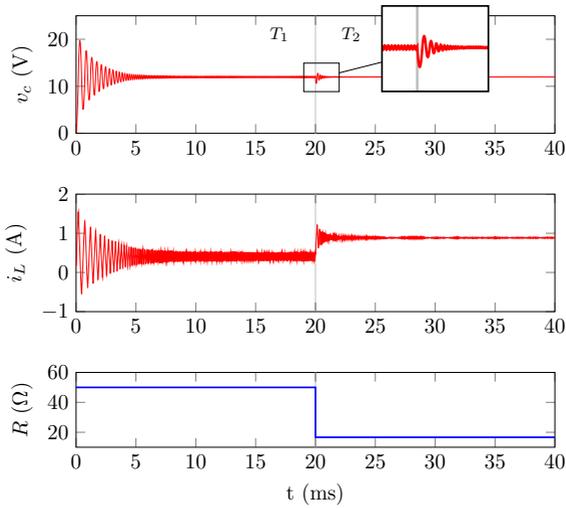


Figura 4.27 – Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL e controlador PI.

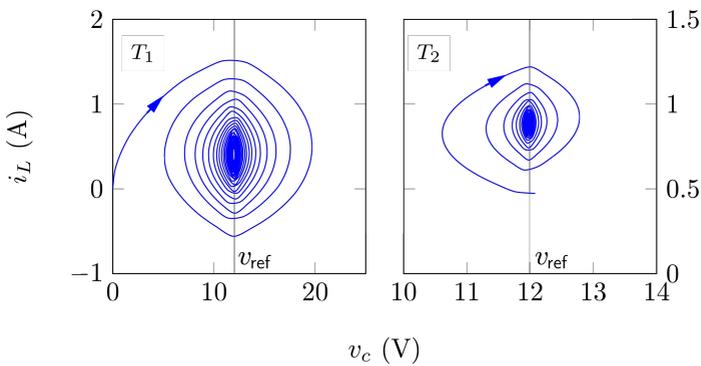
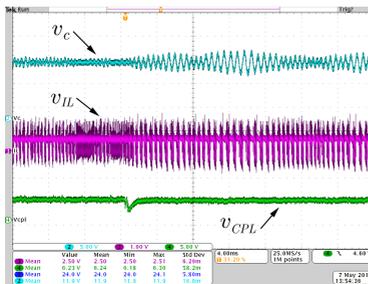


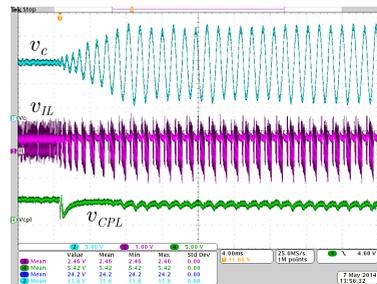
Figura 4.28 – Trajetórias no espaço de estados (v_c, i_L) para o Cenário 2 de simulação do conversor *buck* com carga CPL e controlador PI.

Tabela 4.5 – Dados para os cenários de experimentação dos conversores *buck-buck* com controlador PI.

Cenário		Dados				
	k_p	k_i	R (Ω)	P (W)	f_{PWM} (kHz)	
1	100	30	50	1.9→6.2	50	
2	100	30	50	1.9→10	50	



(a) Caso 1



(b) Caso 2

Figura 4.29 – Cenários experimentais 1 e 2 para os conversores *buck-buck* com controlador PI.

Capítulo 5

Resultados Caso 2 - *Boost/Boost*

De forma análoga ao Capítulo 4, neste capítulo são apresentados resultados de simulação e experimentais para os conversores do tipo *boost* interconectados estudados no Capítulo 3, objetivando validar o estudo analítico realizado anteriormente.

A estrutura básica para simulação do conversor *boost* com carga CPL é a mesma da Fig. 2.7, com conversores do tipo *boost* em PC1 e PC2. O diagrama de simulação é apresentado na Fig. 5.1, no qual o conversor da carga é substituído por sua função de corrente estática equivalente (2.20). Os detalhes da implementação experimental são descritos no Apêndice A.1.

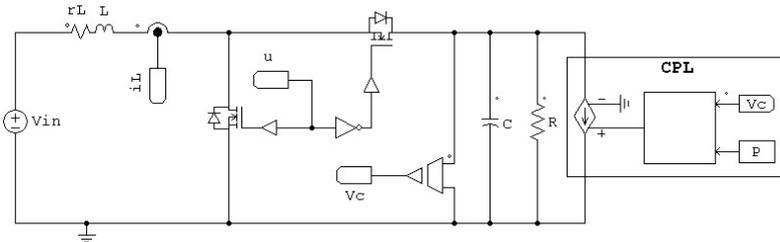


Figura 5.1 – Esquemático do circuito para simulação do conversor do tipo *boost*.

Os dados base para simulação do circuito da Fig. 5.1 são

listados na Tab. 5.1. O limiar da carga de potência constante V_{th} é dependente da carga e varia para cada cenário estudado.

Tabela 5.1 – Parâmetros para simulação do conversor *boost*.

Parâmetro		
Descrição	Símbolo	Valor
Tensão de entrada	V_{in}	12V
Tensão de referência	v_{ref}	24V
Indutor	L	2.2mH
Capacitor	C	10 μ F

5.1 SMC integral

De forma análoga aos cenários de simulação do conversor *buck* controlados utilizando a metodologia SMC, para simular o conversor controlado por modos deslizantes, é necessário calcular o valor da superfície de comutação $h_c(\mathbf{x})$ e a partir desta utilizar uma função de comutação u para definir o estado da chave.

O esquemático para simulação do conversor *boost* utilizando a metodologia SMC integral é o mesmo apresentado na Fig. 4.2.

Na sequência, alguns cenários de simulação são realizados, buscando explorar diferentes variações de parâmetros, mudanças de carga e fenômenos dinâmicos relevantes.

- Cenário 1

Neste primeiro cenário duas variações da carga resistiva para dois valores distintos do parâmetro k do controlador são realizadas. Os parâmetros utilizados na simulação são apresentados na Tabela 5.2.

A variação da tensão v_c para os casos **a** e **b** pode ser observada na Fig. 5.2. A partir da figura é possível concluir que valores maiores do ganho k garantem uma convergência mais rápida, porém mais oscilatória, para o ponto de equilíbrio. Na Fig. 5.3 tem-se uma representação por espaço de estados dos dois casos, onde é possível comprovar a dinâmica oscilatória para o caso **b**, enquanto mantidos os mesmos pontos de equilíbrio em ambos os casos.

Para verificar experimentalmente este cenário, duas variações da carga resistiva R são realizadas para dois valores diferentes do ganho

Tabela 5.2 – Dados para os cenários de simulação do conversor *boost* com CPL controlado pelas metodologias SMC integral e *washout*.

Cenário		Dados				
Integral	R (Ω)	P (W)	k	δ	v_{ref} (V)	ω (rad/s)
1a	50-75-30	5	20	0.01	24	-
1b			100			
2	80	10-20	100	0.01	24	-
Washout						
1a	50-75-30	5	40	0.01	24	3110
1b			100			
2	60	5-8-3-10	30	0.1	24	3110

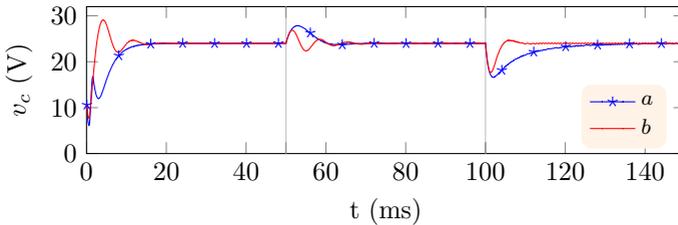


Figura 5.2 – Cenário 1 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC integral. Os casos (a) e (b) correspondem aos cenários 1a e 1b para o método integral da Tab. 5.2.

k com a carga CPL mantida constante $P = 5W$. Na Fig. 5.4 é possível observar as respostas temporais para quatro combinações deste cenário: (a) $R = 50 \rightarrow 30\Omega$ com $k = 20$; (b) $R = 50 \rightarrow 30\Omega$ com $k = 60$; (c) $R = 75 \rightarrow 30\Omega$ com $k = 20$; (d) $R = 75 \rightarrow 30\Omega$ com $k = 60$. Para as mesmas variações de carga, ganhos maiores implicam em uma resposta mais oscilatória.

- Cenário 2

Neste cenário, objetiva-se comprovar o fenômeno de bifurcação apresentado na Sec. 3.3.2.4, onde para um aumento gradual na carga CPL, surgem inicialmente órbitas periódicas com a posterior instabilização do sistema. Os dados utilizados para simulação são apresentados na Tab. 5.2.

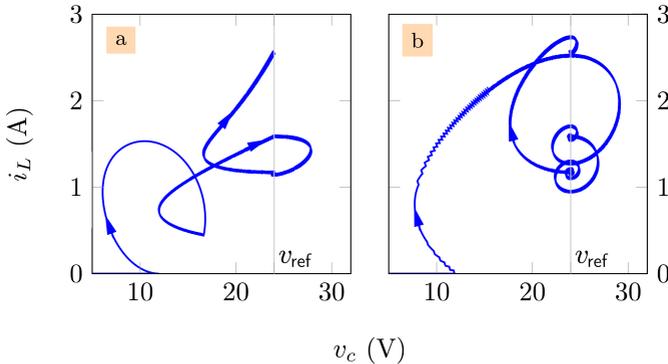


Figura 5.3 – Representação em espaço de estados para o Cenário 1 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC integral.

Na Fig. 5.5 é possível observar a variação temporal da tensão v_c . No momento da variação de carga ocorre a BH com o surgimento de órbitas periódicas estáveis, como pode ser constatado na Fig. 5.6. É importante notar que este fenômeno ocorre em uma faixa pequena de valores do parâmetro P e para uma combinação conhecida dos demais parâmetros do sistema. Em um caso prático, dadas as incertezas e erros paramétricos, é possível que o sistema instabilize ao invés de permanecer em uma órbita periódica estável.

Experimentalmente, uma mudança da carga CPL foi feita de $P = 15W$ para $P = 20W$, com $R = 150\Omega$ e $k = 100$, de modo a provocar o surgimento das órbitas periódicas. Na Fig. 5.7 o fenômeno é observado, entretanto, devido a proximidade da região de instabilidade, pequenas perturbações e o ruído levam o sistema facilmente à instabilidade.

5.2 SMC washout

Para simulação do conversor *boost* utilizando a metodologia SMC *washout*, o mesmo esquemático empregado para simulação do conversor *buck* é utilizado (ver Fig. 4.12). Na sequência, diferentes cenários são realizados de forma a explorar diferentes condições de operação, variações de parâmetros e fenômenos dinâmicos relevantes.

- Cenário 1

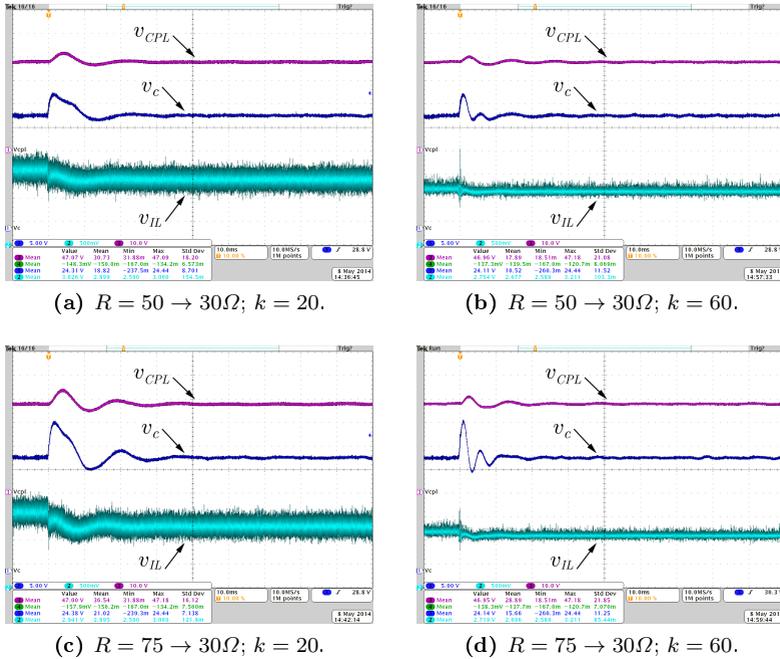


Figura 5.4 – Resultado experimental para o Cenário 1 dos conversores *boost-boost* com SMC integral. Variações das cargas R e do ganho k com $P = 5W$.

Este cenário inicial é análogo ao cenário 1 com o controlador SMC integral. Duas variações da carga resistiva são realizadas para dois valores distintos do parâmetro k do controlador. Os parâmetros utilizados na simulação estão descritos na Tabela 5.2.

Na Fig. 4.13 é possível observar a variação da tensão de saída v_c no tempo. Diferentemente da metodologia SMC integral, na metodologia SMC *washout* quanto maior o ganho k mais lenta e oscilatória é a dinâmica da resposta. Na Fig. 4.14 é possível observar através da representação por espaço de estados a diferença entre os casos **a** e **b**. Deve-se notar que, conforme descrito em A.3, para um mesmo valor da banda de histerese δ , quanto maior o valor do ganho k , maior a frequência de comutação obtida.

- Cenário 2

Neste cenário são feitas três variações da carga de potência constante enquanto mantidos os demais parâmetros de simulação (ver

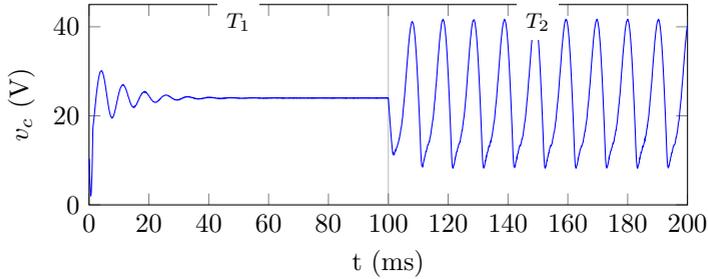


Figura 5.5 – Cenário 2 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC integral.

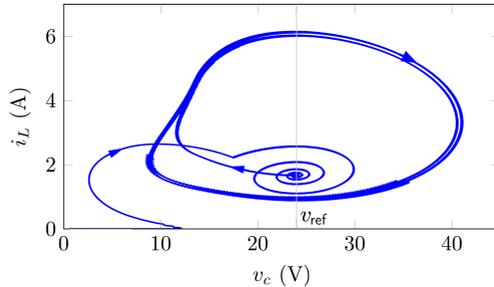


Figura 5.6 – Representação em espaço de estados para o Cenário 2 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC integral.

Tab. 5.2). Na Fig. 4.16 é possível verificar a rápida convergência para o ponto de equilíbrio após cada uma das perturbações realizadas.

Uma representação em espaço de estados é apresentada na Fig. 4.17. É possível observar as mudanças nos valores da corrente i_L no equilíbrio, determinado pelas mudanças da carga P , mantendo porém a tensão v_c em equilíbrio no valor de referência v_{ref} especificado.

Como forma de constatação experimental, são feitas três variações da carga CPL, mantendo $R = 50\Omega$ e $k = 30$. Na Fig. 5.12 é possível observar os três casos realizados.

Conforme estudado na Seção 3.3.3 e apresentado na Fig. 3.27, a faixa de surgimento do fenômeno dinâmico oscilatório para o conversor *boost* com SMC *washout* é bastante estreita e o ciclo limite surge instável, de forma que não foi possível repetir tal fenômeno experimentalmente.

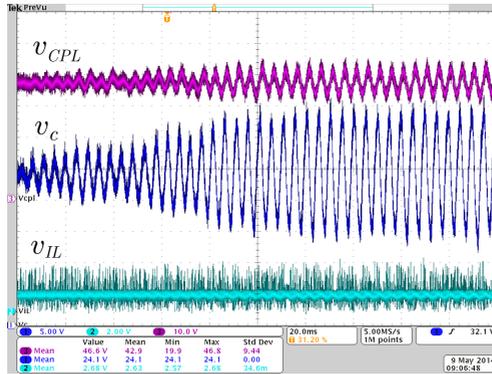


Figura 5.7 – Resultado experimental para o Cenário 2 dos conversores boost-boost com SMC integral. Variação da carga CPL de $P = 15W$ para $P = 20W$.

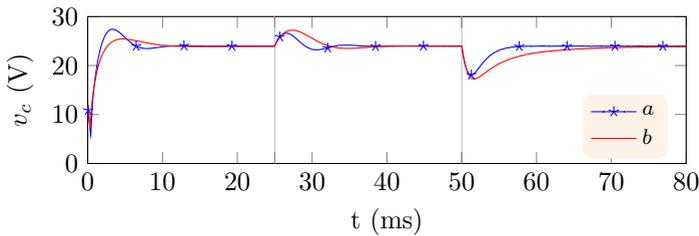


Figura 5.8 – Cenário 1 de simulação do conversor boost com carga CPL controlado por SMC washout. Os casos (a) e (b) correspondem aos cenários 1a e 1b para o método washout da Tab. 5.2.

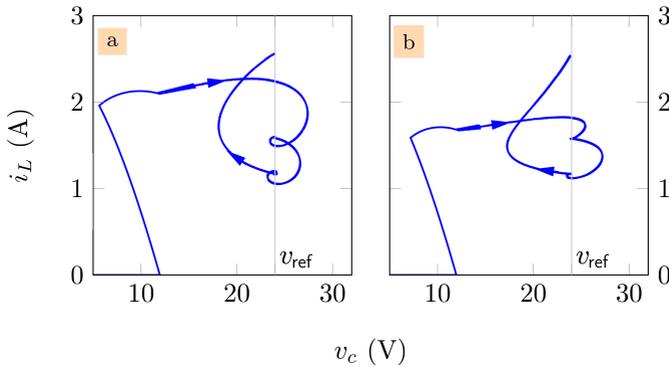


Figura 5.9 – Representação em espaço de estados para o Cenário 1 de simulação do conversor boost com carga CPL controlado por SMC washout.

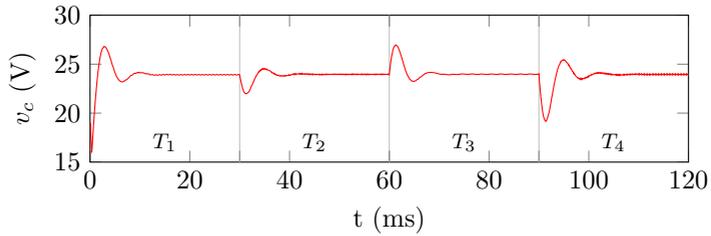


Figura 5.10 – Cenário 2 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

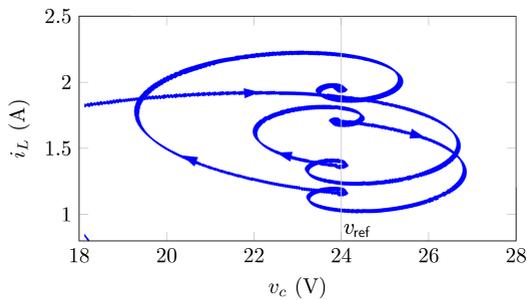


Figura 5.11 – Representação em espaço de estados para o Cenário 2 de simulação do conversor *boost* com carga CPL controlado por SMC *washout*.

Capítulo 6

Considerações Finais

O objetivo principal deste trabalho foi estudar os problemas dinâmicos associados à interconexão de conversores de eletrônica de potência em microrredes CC de distribuição de energia elétrica. Neste sentido, foram estudados os problemas associados à modelagem das cargas, basicamente conversores CC que se comportam dinamicamente como cargas CPL, bem como problemas de controle da tensão do barramento CC da MR. Problemas de estabilidade não-linear foram tratados utilizando a teoria qualitativa dos sistemas dinâmicos e a análise de bifurcações considerando variações de parâmetros de carga e dos próprios parâmetros dos controladores estudados.

A redução do problema através da modelagem das cargas, baseada nas características estáticas das cargas de potência constante, foi determinante na simplificação do problema da análise da estabilidade dos sistemas de conversores interconectados considerados neste trabalho.

Dois controladores baseados em técnicas de estrutura variável e modos deslizantes foram analisados. O primeiro deles utiliza uma estratégia de adaptação da superfície de comutação baseada na integral do erro de tensão enquanto o segundo emprega para tal um filtro passa-altas (filtro *washout*).

Dois casos de interconexão de conversores CC foram estudados: (i) *buck-buck* e (ii) *boost-boost*. Para estes dois casos foram apresentados resultados de simulação e experimentais que permitiram validar qualitativamente os resultados analíticos obtidos neste trabalho.

As principais contribuições deste trabalho foram: (i) uma modelagem mais realista das funções de carga estáticas dos conversores

buck e *boost* ao se comportarem como cargas CPL; (ii) o controle por modos deslizantes dos conversores interconectados e uma análise completa da dinâmica não linear dos sistemas estudados utilizando a teoria de bifurcações; (iii) a comprovação dos resultados analíticos através da realização de diversos cenários de simulação e experimentais.

Cabe aqui comentar alguns pontos do trabalho que podem gerar uma discussão mais aprofundada direcionando possíveis trabalhos futuros:

- A natureza discreta dos controladores implementados utilizando dispositivos de processamento digital (DSP), claramente introduz novas dinâmicas discretas que não foram consideradas nos modelos dos sistemas dinâmicos desenvolvidos, uma vez que, aos efeitos da análise matemática realizada, todos os modelos são de natureza contínua por partes.
- A banda de histerese utilizada para limitar a frequência de comutação dos interruptores também introduz novas dinâmicas que não foram consideradas. Claramente o ponto de operação do conversor deixa de ser um pseudo equilíbrio estável passando a ser um ciclo limite estável de pequena amplitude e frequência limitada.

Se por um lado, e a rigor matemático, todas estas dinâmicas deveriam ser incluídas nos modelos utilizados na análise matemática, por outro lado isto implicaria em um aumento da complexidade dos modelos tornando muito difícil sua análise. Entretanto, os resultados obtidos com os modelos levantados neste trabalho permitiram obter resultados tanto analíticos como de simulação e experimentais que são qualitativamente equivalentes e que permitem concluir sobre a dinâmica dos sistemas estudados.

Finalmente, este trabalho estabelece as bases para o estudo da dinâmica de microrredes CC considerando seus diferentes modos de operação, assim como para o estudo do problema do compartilhamento de cargas, que surge quando consideradas mais de uma fonte de energia renovável e mais de um elemento de armazenamento de energia operando na microrrede.

Referências Bibliográficas

BICZEL, P. Power Electronic Converters in DC Microgrid. In: *2007 Compatibility in Power Electronics*. [S.l.]: IEEE, 2007. p. 1–6.

BORIOLO, E.; BRENNNA, M.; FARANDA, R.; SIMIOLO, G. Comparison between the electrical capabilities of the cables used in LV AC and DC power lines. In: *2004 11th International Conference on Harmonics and Quality of Power (IEEE Cat. No.04EX951)*. [S.l.]: IEEE, 2004. p. 408–413.

BOROYEVICH, D.; CVETKOVIC, I.; DONG, D.; BURGOS, R.; WANG, F.; LEE, F. Future electronic power distribution systems a contemplative view. In: *2010 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 1369–1380.

CESAR, E. L.; PAGANO, D. J.; STRAMOSK, V. Nonlinear Control Applied to a DC-DC Power Converter and the Load Sharing Problem in a DC Microgrid. In: *19th IFAC World Congress*. Cape Town, South Africa: [s.n.], 2014.

CHEN, C.-T. *Analog and Digital Control System Design: Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods*. [S.l.: s.n.], 2006.

CHOWDHURY, B. H.; MA, H. T.; ARDESHNA, N. The challenge of operating wind power plants within a microgrid framework. In: *2010 Power and Energy Conference At Illinois (PECI)*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 93–98. ISBN 978-1-4244-5902-5.

CRISTIANO, R. Dissertação de Mestrado, *Bifurcações em Sistemas Dinâmicos DPWS com Aplicações em Eletrônica de Potência*. [S.l.]: PGEAS, UFSC, 2013. 231 p.

CUNHA, F. B. Dissertação de Mestrado, *Análise e Controle de Sistemas de Estrutura Variável*. [S.l.]: PGEEL, UFSC, 2002.

Di Bernardo, M.; PAGANO, D. J.; PONCE, E. Nonhyperbolic Boundary Equilibrium Bifurcations in Planar Filippov Systems: a Case Study Approach. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 18, n. 05, p. 1377–1392, maio 2008.

EDWARDS, C.; SPURGEON, S. *Sliding Mode Control: Theory And Applications*. [S.l.: s.n.], 1998.

EMADI, A.; EHSANI, M. Multi-converter power electronic systems: definition and applications. In: *2001 IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.01CH37230)*. [S.l.]: IEEE, 2001. v. 2, p. 1230–1236.

EREC. *European Renewable Energy Council*. 2005.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. *Fundamentals of Power Electronics*. [S.l.]: Springer, 2001. 883 p.

FILIPPOV, A. *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides: Control Systems*. [S.l.: s.n.], 1988.

GOPAL, M. *Control Systems: Principles and Design*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2002. 971 p.

HASSOUNEH, M.; LEE, H.-C. L. H.-C.; ABED, E. Washout filters in feedback control: benefits, limitations and extensions. *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, v. 5, 2004.

HATZIARGYRIOU, N. MICROGRIDS - Large Scale Integration of MicroGeneration to Low Voltage Grids. In: *Proc. 1st International Conference on the Integration of Renewable Energy Sources and Distributed Energy Resources*. Brussels: [s.n.], 2004.

IEEE. *IEEE Recommended Practice for Industrial and Commercial Power Systems Analysis (Brown Book)*. 1998. 1–488 p.

JONNES, J. *Empires of Light: Edison, Tesla, Westinghouse, and the Race to Electrify the World*. New York: Random House Trade Paperbacks, 2004.

KARLSSON, P. DC Distributed Power Systems - Analysis, Design and Control for a Renewable Energy System. IEA-LTH, Box 118, SE-221 00 LUND, SWEDEN,, 2002.

- KUNZE, M. *Non-Smooth Dynamical Systems*. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2000. (Lecture Notes in Mathematics, v. 1744).
- KUZNETSOV, Y. A.; RINALDI, S.; GRAGNANI, A. One-parameter Bifurcations in Planar Filippov Systems. *Int. J. Bifurcation and Chaos*, v. 13, p. 2157–2188, 2002.
- LASSETER, B. Microgrids [distributed power generation]. In: *IEEE Transactions on Power Delivery*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 146–149.
- LASSETER, R. H.; PAIGI, P. Microgrid: a conceptual solution. *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference IEEE Cat No04CH37551*, v. 6, p. 4285–4290, 2004.
- Lenz Cesar, E.; PAGANO, D. J. Nonlinear Control for Bidirectional Power Converter in a Dc Microgrid. In: *Nonlinear Control Systems*. [S.l.: s.n.], 2013. v. 9, n. 1, p. 359–364.
- LISERRE, M.; SAUTER, T.; HUNG, J. Future Energy Systems: Integrating Renewable Energy Sources into the Smart Power Grid Through Industrial Electronics. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, v. 4, n. 1, p. 18–37, mar. 2010.
- MARSDEN, J. E.; MCCracken, M. *The Hopf Bifurcation and Its Applications (Applied Mathematical Sciences)*. [S.l.]: Springer, 1976. 408 p.
- MASSOTTI, J. A. Dissertação de Mestrado, *Caracterização e Classificação de Bifurcações de Equilíbrios em Sistemas de Estrutura Variável*. [S.l.]: PGEEL, UFSC, 2005.
- MCNICHOL, T. *AC/DC: The Savage Tale of the First Standards War*. [S.l.: s.n.], 2011.
- Ministério de Minas e Energia MME, E. E. d. P. E. *Plano Decenal de Expansão de Energia 2020*. [S.l.], 2011.
- NILSSON, D. *DC distribution systems*. Tese (Thesis for the degree of licenciante of engineering) — Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden, 2005.
- PAGANO, D. J.; PONCE, E. On the robustness of the DC-DC boost converter under washout SMC. In: *2009 Brazilian Power Electronics Conference*. [S.l.]: IEEE, 2009. p. 110–115.

PAGANO, D. J.; PONCE, E. Sliding Mode Controllers Design through Bifurcation Analysis. In: *Nonlinear Control Systems*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1284–1289.

RIVETTA, C.; EMADI, A.; WILLIAMSON, G.; JAYABALAN, R.; FAHIMI, B. Analysis and control of a buck DC-DC converter operating with constant power load in sea and undersea vehicles. In: *Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting*. [S.l.]: IEEE, 2004. v. 2, p. 1146–1153.

SALOMONSSON, D. *Modeling , Control and Protection of Low-Voltage DC Microgrids*. [S.l.: s.n.], 2008. 66 p.

SCHAFER, R. What Is a Savitzky-Golay Filter? [Lecture Notes]. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 28, n. 4, p. 111–117, jul. 2011.

S.CHOWDHURY, S. and; P.CROSSLEY. *Microgrids and Active Distribution Networks*. [S.l.]: Institution of Engineering and Technology, 2009.

STRAMOSK, V.; BENADERO, L.; PAGANO, D. J.; PONCE, E. Sliding mode control of interconnected power electronic converters in DC microgrids. In: *IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.]: IEEE, 2013. p. 8385–8390.

STRAMOSK, V.; PAGANO, D. J. Nonlinear control of a bidirectional dc-dc converter operating with boost-type Constant-Power Loads. In: *2013 Brazilian Power Electronics Conference*. [S.l.]: IEEE, 2013. p. 305–310.

TAHIM, A. P. N.; PAGANO, D. J.; HELDWEIN, M. L.; PONCE, E. Control of interconnected power electronic converters in dc distribution systems. *XI Brazilian Power Electronics Conference*, p. 269–274, 2011.

UTKIN, V. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 22, n. 2, p. 212–222, abr. 1977.

VODOVOZOV, V.; JANSIKENE, R. *Power Electronic Converters*. [S.l.: s.n.], 2006.

WANG, Y.; WU, Z. Research on wind energy distributed generation in microgrid. In: *2010 International Conference on Power System Technology*. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 1–6.

ZHU, R.; ZHANG, Y.; LIU, B.; LIU, C. (Ed.). *Information Computing and Applications*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. 161–168 p. (Communications in Computer and Information Science, v. 105).

Anexo A

Implementação Prática dos Circuitos e Bancada Experimental

Para realização da parte experimental do trabalho, conversores bidirecionais *buck* e *boost* foram projetados e montados. Os conversores foram projetados seguindo a estrutura básica da Fig. 2.1, são conectados de acordo com o diagrama da Fig. A.1 e posicionados de forma a operar no modo *buck* ou *boost*. Cargas resistivas R são conectadas entre os conversores e podem ser adequadas pelo uso de interruptores manuais. Do mesmo modo, para variar a potência drenada pela carga CPL, um banco de resistores R_{CPL} acionados por interruptores é conectado à saída de PC2. Na Fig. A.2 uma foto da configuração real é apresentada, destacando cada componente da Fig. A.1 e na Fig. A.3 uma foto do conversor real é mostrada.

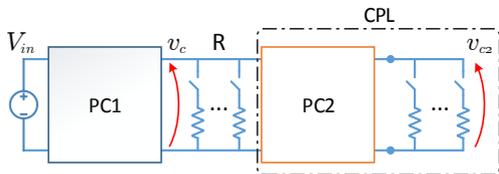


Figura A.1 – Interconexão dos conversores e das cargas resistivas na bancada experimental.

A execução dos códigos de controle e aquisição de dados é

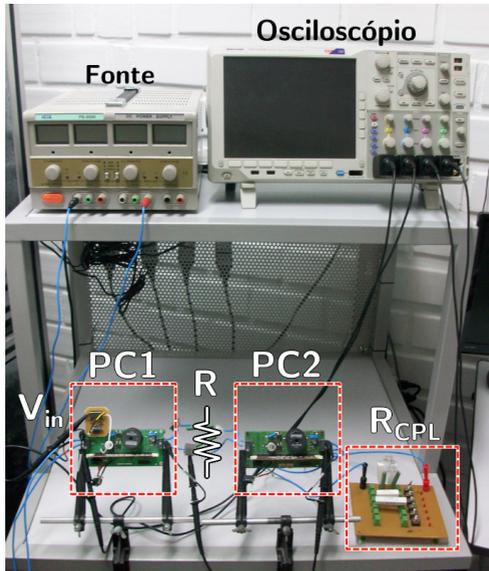


Figura A.2 – Bancada experimental mostrando os dois conversores bidirecionais (PC1 e PC2) e as cargas resistivas utilizadas (R e R_{CPL}).

feita utilizando um processador digital de sinais (DSP) *Texas Instruments Inc.* modelo TMS320F28335. A conexão do DSP com o computador é feita utilizando uma interface JTAG (*Joint Test Action Group*) em conjunto com um emulador para *debug* da *Spectrum Digital Inc.* modelo C2000 XDS510LC. A programação e depuração dos códigos é feita utilizando a plataforma *Code Composer Studio*TM, disponibilizada para fins acadêmicos pela *Texas Instruments Inc.*

Na sequência, detalhes da implementação prática são apresentados.

A.1 Diagramas Circuitais

Nesta Seção os blocos fundamentais do projeto do conversor são apresentados. Na Fig. A.4 é possível observar o circuito do estágio de potência utilizado no projeto do conversor bidirecional.

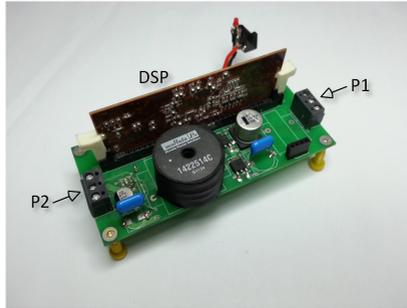


Figura A.3 – Conversor bidirecional utilizado na bancada experimental.

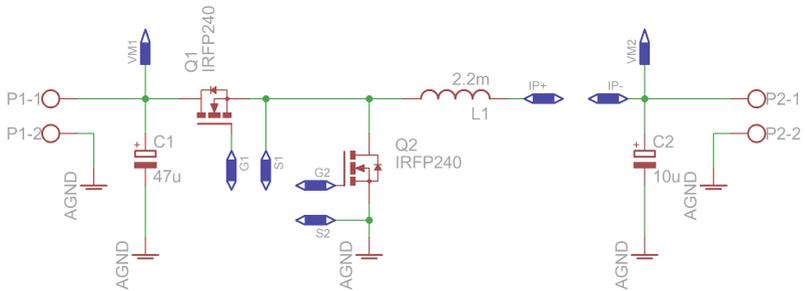


Figura A.4 – Diagrama experimental: estágio de potência do conversor bidirecional.

A.1.1 Condicionamento de Tensão

O circuito de condicionamento de tensão é apresentado na Fig. A.5. Dois circuitos idênticos são utilizados para condicionar as tensões de entrada e saída do circuito.

Segundo a nomenclatura da Fig. A.5, com

$$\begin{aligned} R_a &= R_7 = R_8 = R_{12} = R_{13} = 15k\Omega \\ R_b &= R_{11} = R_{14} = 1.2k\Omega, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

a função de transferência entrada/saída é dada por

$$\begin{aligned} v_{\text{out}} &= \frac{R_b}{2R_a} v_{\text{in}} \\ &= 0.04v_{\text{in}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

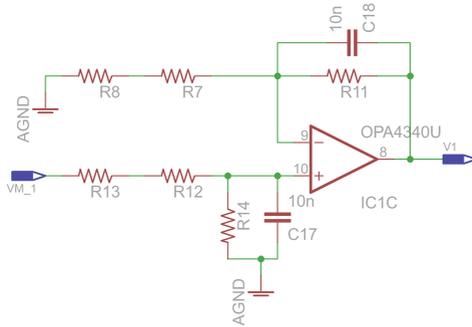


Figura A.5 – Diagrama experimental: circuito de condicionamento de tensão.

A.1.2 Condicionamento de Corrente

O circuito de condicionamento de corrente é apresentado na Fig. A.6.

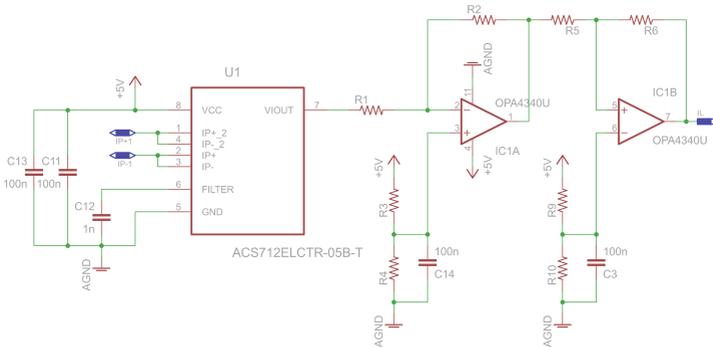


Figura A.6 – Diagrama experimental: circuito de medição e condicionamento de corrente.

Um sensor de corrente por efeito *Hall* (*Allegro ACS712*) é colocado em série com o indutor e juntamente com o estágio de condicionamento permite medir correntes circulando nos dois sentidos. A partir da folha de dados (*datasheet*) do sensor, obtém-se:

- Sensibilidade do sensor: $0.185V/A$
- Saída do sensor com corrente $i = 0$: $v_{s0} = v^+ / 2 = 2.5V$

A partir destes dados, obtém-se a função de transferência do sensor como

$$v_{sens} = 0.185i + 2.5 \quad (\text{A.3})$$

A função de transferência do circuito de condicionamento é dada por

$$v_{out} = 2v^+ \left(\frac{R_d}{R_a + R_d} \right) - \frac{v^+}{2} \left(\frac{R_b + R_c}{R_b} \right) + \frac{R_c}{R_b} v_{in} \quad (\text{A.4})$$

onde $v^+ = 5V$ e os resistores

$$\begin{aligned} R_a &= R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_9 = 15k\Omega \\ R_b &= R_1 = 12k\Omega \\ R_c &= R_2 = 22k\Omega \\ R_d &= R_{10} = 10k\Omega. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Fazendo as devidas substituições obtém-se

$$v_{out} = 1.8333v_{in} - 3.0833 \quad (\text{A.6})$$

A função de transferência que relaciona a tensão de saída do circuito de condicionamento com a corrente do sensor é dada por

$$\begin{aligned} v_{out} &= 1.8333v_{in} - 3.0833 \\ &= 1.8333(0.185i + 2.5) - 3.0833 \\ &= 0.3392i + 1.5 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Assim, a partir da tensão de saída do estágio de condicionamento, obtém-se a corrente no indutor utilizando a função de transferência

$$i_L = 2.9484v_{out} - 4.4226. \quad (\text{A.8})$$

Levando em conta o estágio de conversão analógica/digital no DSP, para obter a corrente no indutor a partir do valor digital da tensão, tem-se

$$i_L = 2.9484 \frac{3}{4096} v_{out}^D - 4.4226, \quad (\text{A.9})$$

onde v_{out}^D corresponde ao valor digital da tensão de saída do circuito de condicionamento.

A.1.3 Drivers dos Interruptores

Para acionamento dos interruptores do circuito são utilizados dois *drivers* (*Analog Devices ADuM3220*) independentes e com isolamento galvânico interno. Estes *drivers* permitem que os interruptores sejam acionados utilizando sinais lógicos 0 – 5V provenientes do DSP.

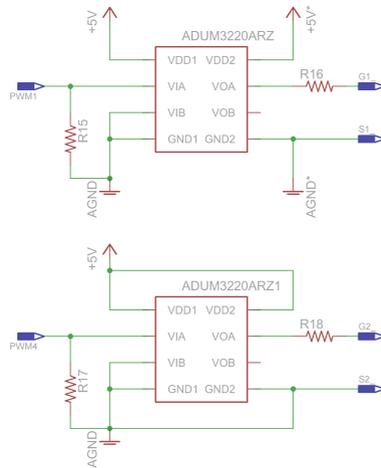


Figura A.7 – Diagrama experimental: *drivers* dos interruptores.

A.2 Implementação Digital dos Controladores

Tendo em vista o caráter híbrido da implementação prática, i.e., controle digital de um sistema contínuo, se faz necessária a adaptação dos controladores para uso no DSP. A discretização dos controladores é feita utilizando uma transformação no domínio da frequência, passando do domínio s de Laplace para o domínio z .

A transformação escolhida é do tipo bilinear, denominada aproximação trapezoidal ou método de Tustin (CHEN, 2006). Nesta transformação, a região estável do plano s é mapeada exatamente para a região estável do plano z , de forma que o sistema em tempo discreto é estável, se e somente se o sistema em tempo contínuo for estável.

Seja

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \quad (\text{A.10})$$

a equação diferencial que representa a realização de uma função de transferência conhecida e \mathbf{A} um escalar. A integral de (A.10) de t_0 até $t_0 + T$ é dada por

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{x}(t_0 + T) - \mathbf{x}(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} \mathbf{A}\mathbf{x}(t)dt. \quad (\text{A.11})$$

Aproximando a integral pelo trapezoide obtém-se

$$\mathbf{x}(t_0 + T) - \mathbf{x}(t_0) \approx \mathbf{A} \frac{\mathbf{x}(t_0 + T) + \mathbf{x}(t_0)}{2} T, \quad (\text{A.12})$$

que no domínio z se torna

$$z\mathbf{X}(z) - \mathbf{X}(z) = \frac{T}{2}\mathbf{A}[z\mathbf{X}(z) + \mathbf{X}(z)] = \frac{T(z+1)}{2}\mathbf{A}\mathbf{X}(z), \quad (\text{A.13})$$

o qual implica

$$\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \mathbf{X}(z) = \mathbf{A}\mathbf{X}(z). \quad (\text{A.14})$$

A transformada de Laplace de (A.10) é $s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s)$. Portanto, a aproximação pode ser definida como

$$s = \frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \quad \text{ou} \quad z = \frac{1+sT/2}{1-sT/2}. \quad (\text{A.15})$$

Na sequência, são descritas as implementações digitais equivalentes dos controladores utilizados neste trabalho.

A.2.1 SMC Integral

Seja a superfície de comutação do controlador SMC integral dada por

$$h_c = i_L - kv_i = i_L - k \int_{t_0}^t (v_{\text{ref}} - v_c) dt, \quad (\text{A.16})$$

onde v_i é a integral do erro de tensão $e_v = v_{\text{ref}} - v_c$.

Isolando o termo integral e aplicando a transformada de Laplace tem-se

$$v_i = \int_{t_0}^t e_v dt \quad \xrightarrow{s} \quad V_i(s) = \frac{1}{s} E_v(s). \quad (\text{A.17})$$

Aplicando a transformação (A.15) obtém-se

$$(1 - z^{-1})V_i(z) = \frac{T}{2}(1 + z^{-1})E_v(z), \quad (\text{A.18})$$

no domínio discreto z . A equação a diferenças que resulta é dada por

$$v_i[k] = v_i[k - 1] + \frac{T}{2}(e_v[k] + e_v[k - 1]), \quad (\text{A.19})$$

onde $k - i$, com $i \in \mathbb{N}$ indica a i -ésima amostra anterior.

A.2.2 SMC *washout*

Seja um filtro passa-altas do tipo *washout*, cuja função de transferência no domínio de Laplace é dada por

$$\frac{I_F(s)}{I_L(s)} = \frac{s}{s + \omega} = 1 - \frac{\omega}{s + \omega}, \quad (\text{A.20})$$

onde I_L é a corrente do indutor do conversor, I_F é a corrente filtrada e ω é a frequência de corte do filtro.

Introduzindo uma variável auxiliar I_z tal que $I_F = I_L - I_z$, tem-se

$$I_z(s) = I_L(s) \frac{\omega}{s + \omega}. \quad (\text{A.21})$$

Aplicando a transformação (A.15) obtém-se

$$(z - 1)I_z(z) = \frac{\omega T}{2}(z + 1)(I_L(z) - I_z(z)) \quad (\text{A.22})$$

$$(z - 1)(I_L(z) - I_F(z)) = \frac{\omega T}{2}(z + 1)(I_F(z)). \quad (\text{A.23})$$

Manipulando algebricamente obtém-se

$$I_F(z) = C_a(1 - z^{-1})I_L(z) - C_b z^{-1}I_F(z), \quad (\text{A.24})$$

onde

$$C_a = \frac{2}{\omega T + 2} \quad \text{e} \quad C_b = \frac{\omega T - 2}{\omega T + 2}. \quad (\text{A.25})$$

A equação a diferenças resultante para o filtro é dada por

$$i_F[k] = C_a(i_L[k] - i_L[k - 1]) - C_b i_F[k - 1]. \quad (\text{A.26})$$

A.2.3 Controlador PI

Seja a equação de um controlador PI dada por

$$u = k_p e_v + k_i \int_{t_0}^t e_v dt, \quad (\text{A.27})$$

onde $e_v = v_{\text{ref}} - v_c$ é o erro da tensão de saída do conversor. A transformada de Laplace de (A.27) é dada por

$$U(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right) E_v(s). \quad (\text{A.28})$$

Aplicando a transformação (A.15) e manipulando algebricamente obtém-se a seguinte equação a diferenças:

$$u[k] = u[k-1] + C_a e_v[k] + C_b e_v[k-1], \quad (\text{A.29})$$

onde

$$C_a = k_p + \frac{T}{2} k_i \quad \text{e} \quad C_b = \frac{T}{2} k_i - k_p. \quad (\text{A.30})$$

A.3 Cálculo da Frequência de Comutação

Os controladores baseados em estrutura variável (controladores SMC) têm seu funcionamento baseado na interação dos campos vetoriais do sistema com uma superfície de comutação. A superfície de comutação divide o espaço de estados em duas regiões distintas. Cada região é determinada por um estado de comutação do conversor e os correspondentes campos vetoriais definem as trajetórias em cada região. Se o cruzamento destas trajetórias ocorrer em uma região de deslizamento atrativo, o sistema alterna entre seus estados em uma frequência idealmente infinita em direção ao ponto de equilíbrio. Entretanto, altas frequências de comutação resultam em perdas de chaveamento, mal funcionamento dos interruptores, perdas no indutor e geração de interferência eletromagnética. Para resolver este problema, inclui-se uma banda de histerese entre a superfície de comutação h e o sinal de comutação u , como ilustrado na Fig. A.8. A banda de histerese é definida como

$$u = \begin{cases} 0, & \text{se } h > \delta \\ 1, & \text{se } h < -\delta \\ u_{prev}, & \text{se } -\delta \leq h \leq \delta \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

onde δ é uma constante que define a banda de histerese e u_{prev} é o valor anterior de u .

Para que o sistema em regime permanente opere com uma frequência de comutação esperada, é necessário determinar previamente o valor da banda de histerese por meio da variável δ . Para se obter as relações entre a banda de histerese e a variação da corrente no indutor em regime permanente, são utilizadas a equação da corrente do conversor e as formas de onda em regime, como ilustrado na Fig. A.9.

A dedução apresentada a seguir é válida para o conversor buck controlado utilizando a metodologia SMC integral. Quando da utilização de outros conversores e outras metodologias SMC, deve-se atentar para uma possível mudança nos equacionamentos.

O período de comutação T_s é dado pela soma dos períodos em que o interruptor está aberto e fechado. A partir das equações do conversor se obtém

$$T_{\text{on}} = \frac{L\Delta i_L}{V_{\text{in}} - v_c - r_L\Delta i_L} \quad \text{e} \quad T_{\text{off}} = -\frac{L\Delta i_L}{v_c + r_L\Delta i_L}, \quad (\text{A.32})$$

onde

$$T_s = T_{\text{on}} + T_{\text{off}} = \frac{L\Delta i_L}{V_{\text{in}} - v_c - r_L\Delta i_L} - \frac{L\Delta i_L}{v_c + r_L\Delta i_L}. \quad (\text{A.33})$$

Tendo em vista que Δi_L é positiva durante T_{on} e negativa durante T_{off} , pode-se reescrever A.33 como segue

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{L|\Delta i_L|}{V_{\text{in}} - v_c - r_L\Delta i_L} + \frac{L|\Delta i_L|}{v_c + r_L\Delta i_L} \\ &= \frac{L|\Delta i_L|V_{\text{in}}}{(V_{\text{in}} - v_c - r_L\Delta i_L)(v_c + r_L\Delta i_L)} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

A relação entre a frequência de comutação f_s e a banda de histerese δ é dependente da superfície de comutação escolhida. Na metodologia SMC integral, a superfície de comutação é dada por $h_c = i_L - kz$ e nota-se que a dinâmica da corrente do indutor i_L é diretamente relacionada com a superfície h_c . Dessa forma, $\Delta i_L = 2\delta$ [cf. Fig. A.8] e pode-se obter uma relação entre a frequência de comutação e a banda de histerese dada por

$$f_s = \frac{(V_{\text{in}} - v_c - 2r_L\delta)(v_c + 2r_L\delta)}{2LV_{\text{in}}\delta}. \quad (\text{A.35})$$

Por outro lado, na metodologia SMC washout, a superfície de comutação é dada por $h_c = v_c - v_r + k(i_L - i_Z)$ e é possível notar que a dinâmica da corrente i_L é relacionada com a superfície h_c por um fator multiplicador k . Sendo assim, $\Delta i_L = \frac{2\delta}{k}$ e a relação entre a frequência de comutação e a banda de histerese é dada por

$$f_s = k \frac{(V_{in} - v_c - \frac{2r_L\delta}{k})(v_c + \frac{2r_L\delta}{k})}{2LV_{in}\delta}. \quad (\text{A.36})$$

Tabela A.1 – Cálculo da banda de histerese nos conversores *buck* e *boost*.

<i>Conversor</i>	<i>Histerese</i>
buck	$\delta = \frac{k}{2} \frac{(V_{in} - v_c - r_L i_L)(v_c + r_L i_L)}{f_s L V_{in}}$
boost	$\delta = -\frac{k}{2} \frac{(V_{in} - r_L i_L)(V_{in} - v_c - r_L i_L)}{f_s L v_c}$

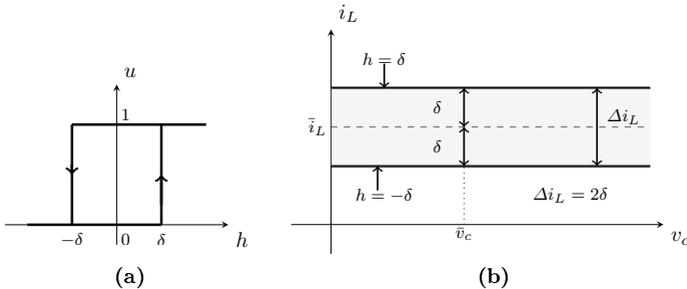


Figura A.8 – Banda de histerese. (a) Histerese no sinal de controle u e (b) no plano (v_c, i_L) .

Listing A.1 – Código fonte da função de histerese.

```

/* x1 = entrada: superfície h */
/* y1 = saída u / y1p = valor prévio da saída */
static int y1p=0;
float delta = 0.01;

if (x1 < -delta)
    y1 = 1;
else {
    if (x1 > delta)
        y1 = 0;
}

```

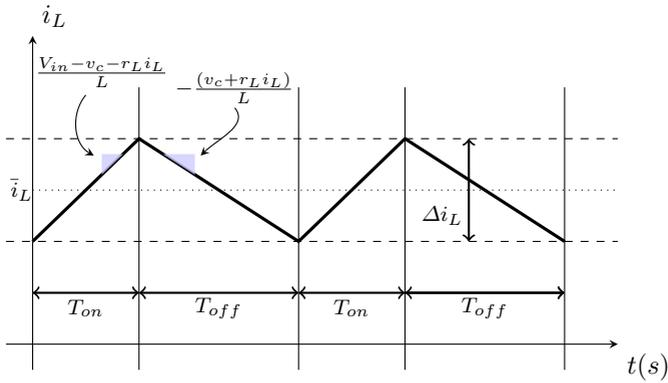


Figura A.9 – Comportamento dinâmico da corrente no indutor em regime permanente.

```

else
    y1 = y1p;
}
y1p = y1;

```

Anexo B

Algoritmos e Códigos

Neste apêndice são listados os algoritmos e códigos em linguagem C utilizados para controle dos conversores através do DSP. Os códigos são comentados para facilitar o entendimento e constituem um bloco mínimo para implementação dos controladores digitais.

Listing B.1 – Código fonte da função *main*.

```
void main(void) {
    InitSysCtrl();           // Basic Core Init from
                             DSP2833x_SysCtrl.c

    EALLOW;
    SysCtrlRegs.WDCR = 0x00AF; // Re-enable the
                               watchdog
    EDIS; DINT;             // Disable all interrupts

    EALLOW;
    SysCtrlRegs.PCLKCR0.bit.TBCLKSYNC = 0;
    EDIS;

    Gpio_select(); // Configura IO
    InitPieCtrl(); // Tabela PIE
    InitPieVectTable(); // ISR's in PIE
    InitAdc(); // Setup ADC
    Config_ADC(); // Config ADC
    Config_PWM(); // Config PWM

    EALLOW;
    SysCtrlRegs.PCLKCR0.bit.TBCLKSYNC = 1;
    EDIS;

    EALLOW; // define interrupts
```

```

PieVectTable.TINT0 = &cpu_timer0_isr;
PieVectTable.ADCINT = &adc_isr;
EDIS;

InitCpuTimers(); // CPU timer
ConfigCpuTimer(&CpuTimer0,150,100000);

PieCtrlRegs.PIEIER1.bit.INTx7 = 1; //CPU Timer 0
PieCtrlRegs.PIEIER1.bit.INTx6 = 1; //ADC

IER |=1; EINT; ERTM;

CpuTimer0Regs.TCR.bit.TSS = 0; //start timer0
while(1) {
    while(CpuTimer0.InterruptCount < 100) {
        EALLOW;
        SysCtrlRegs.WDKEY = 0x55; \\watchdog
        EDIS;
    }
    CpuTimer0.InterruptCount = 0;
}
}
}

```

Listing B.2 – Código fonte da função de configuração dos pinos de I/O.

```

void Gpio_select(void)
{
    EALLOW;
    GpioCtrlRegs.GPAMUX1.all = 0; // GPIO15- GPIO0
    GpioCtrlRegs.GPAMUX2.all = 0; // GPIO31- GPIO16
    GpioCtrlRegs.GPBMUX1.all = 0; // GPIO47- GPIO32
    GpioCtrlRegs.GPBMUX2.all = 0; // GPIO63- GPIO48
    GpioCtrlRegs.GPCMUX1.all = 0; // GPIO79- GPIO64
    GpioCtrlRegs.GPCMUX2.all = 0; // GPIO87- GPIO80

    // PWM usado para conversao AD
    GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO2 = 1; //ePWM2A
        active
    GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO3 = 1; //ePWM2B
        active

    // Ativar PWM 1 e 4 no caso PI
    // GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO0 = 1; //ePWM1A
        active
    // GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO1 = 1; //ePWM1B
        active
    // GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO6 = 1; //ePWM4A
        active
    // GpioCtrlRegs.GPAMUX1.bit.GPIO7 = 1; //ePWM4A
        active
}

```

```

    GpioCtrlRegs.GPADIR.all = 0;
    GpioCtrlRegs.GPBDIR.all = 0;
    GpioCtrlRegs.GPCDIR.all = 0;
    GpioCtrlRegs.GPADIR.bit.GPIO0 = 1; //output
    GpioCtrlRegs.GPADIR.bit.GPIO6 = 1; //output
    EDIS;
}

```

Listing B.3 – Código fonte da função de configuração da conversão analógica/digital.

```

void Config_ADC(void)
{
    AdcRegs.ADCTRL1.all = 0;
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.ACQ_PS = 7; //clock
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.SEQ_CASC = 1; //cascata
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.CPS = 0; //divide by 1
    AdcRegs.ADCTRL1.bit.CONT_RUN = 0; //single
    run

    AdcRegs.ADCTRL2.all = 0;
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.INT_ENA_SEQ1 = 1;
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.EPWM_SOCA_SEQ1 = 1;
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.INT_MOD_SEQ1 = 0;

    AdcRegs.ADCTRL3.bit.ADCCLKPS = 1; //clock

    AdcRegs.ADCMAXCONV.all = 0x0001; // 2 conversions
    AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV00 = 0; // 0=viL
    AdcRegs.ADCCHSELSEQ1.bit.CONV01 = 2; // 1=vm1, 2=
    vm2
}

```

Listing B.4 – Código fonte da função de configuração do PWM.

```

void Config_PWM(void)
{
    //EPwm2 - config PWM do AD
    EPwm2Regs.TBCTL.all = 0xC030;

    EPwm2Regs.TBPRD = tbprd2; //periodo
    EPwm2Regs.CMPA.half.CMPA = cmpa2; //duty
    EPwm2Regs.AQCTLA.bit.CAU = 2;
    EPwm2Regs.AQCTLA.bit.PRD = 1;

    EPwm2Regs.ETPS.all = 0x0100;
    EPwm2Regs.ETSEL.all = 0x0C00;

    //EPwm1 e 4 - usado no caso PI
}

```

```

//EPwm1Regs.TBCTL.all = 0xC004;
//EPwm4Regs.TBCTL.all = 0xC004;
//EPwm1Regs.TBPRD = tbprd1;
//EPwm1Regs.CMPA.half.CMPA = cmpa1;
//EPwm1Regs.AQCTLA.bit.CAU = 1;
//EPwm1Regs.AQCTLA.bit.PRD = 2;
//EPwm4Regs.TBPRD = tbprd1;
//EPwm4Regs.CMPA.half.CMPA = cmpa1;
//EPwm4Regs.AQCTLA.bit.CAU = 2;
//EPwm4Regs.AQCTLA.bit.PRD = 1;
//EPwm1Regs.DBRED = dbred1;
//EPwm1Regs.DBCTL.bit.OUT_MODE = 3;
//EPwm1Regs.DBCTL.bit.POLSEL = 2;
//EPwm1Regs.DBCTL.bit.IN_MODE = 0;
//EPwm4Regs.DBRED = dbred1;
//EPwm4Regs.DBCTL.bit.OUT_MODE = 3;
//EPwm4Regs.DBCTL.bit.POLSEL = 2;
//EPwm4Regs.DBCTL.bit.IN_MODE = 0;
}

```

Listing B.5 – Código fonte da interrupção de timer e AD.

```

interrupt void cpu_timer0_isr(void)
{
    CpuTimer0.InterruptCount++;
    EALLOW;
    SysCtrlRegs.WDKEY = 0xAA;      // service WD #2
    EDIS;
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP1;
}

interrupt void adc_isr(void)
{
    // Se o controle habilitado
    if (allow_control == 1) {
        controle_washout(AdcMirror.ADCRESULT0,
            AdcMirror.ADCRESULT1);
    }

    //Reinicializa ADC
    AdcRegs.ADCTRL2.bit.RST_SEQ1 = 1; //Reset SEQ1
    AdcRegs.ADCST.bit.INT_SEQ1_CLR = 1; //Clear int
    PieCtrlRegs.PIEACK.all = PIEACK_GROUP1;
}

```

Listing B.6 – Código fonte da função de controle SMC integral.

```

//viL: tensão do condicionamento de corrente
//vi: tensão de saída do conversor (boost)

```

```

//v2: tensão de saída do conversor (buck)
void SMCinteg(Uint16 viL,Uint16 v1,Uint16 v2)
{
DINT; EALLOW; //Mecanismo de proteção de código

// Conversão para valores reais
//v1r = (float)v1*0.0183; //(boost)
v2r = (float)v2*0.0183; //(buck)
iLr = (float)(-0.00195*viL + 4.035116);

//err = Vr - v1r; //Cálculo do erro (boost)
err = Vr - v2r; //Cálculo do erro (buck)
E = (float)(Ep+(Ts/2)*(err+errp)); //Integral do
    erro

h = (float)(iLr - K*E); //Cálculo da superfície h

Ep = E; //Atualização valores passados
errp = err;

if (h < -delta) {
    //BUCK
    GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO6 = 1; //Qd: off
    GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO0 = 1; //Qs: on

    //BOOST
    //GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO0 = 1; //Qs: off
    //GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO6 = 1; //Qd: on
} else {
if(h > delta)
{
    //BUCK
    GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO0 = 1; //Qs: off
    GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO6 = 1; //Qd: on

    //BOOST
    //GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO6 = 1; //Qd: off
    //GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO0 = 1; //Qs: on
}}

EDIS; EINT;
}

```

Listing B.7 – Código fonte da função de controle SMC *washout*.

```

//viL: tensão do condicionamento de corrente
//v1: tensão de saída do conversor (boost)
//v2: tensão de saída do conversor (buck)
void SMCwashout(Uint16 viL,Uint16 v1,Uint16 v2)
{
DINT; EALLOW; //Mecanismo de proteção de código

```

```

// Conversão para valores reais
//v1r = (float)v1*0.0183; //(boost)
v2r = (float)v2*0.0183; //(buck)
iLr = (float)(-0.00195*viL + 4.035116);

// Corrente filtrada washout
iF = (float)(cA*(iLr - iLrp) - cB*iFp);
h = (float)(v2r - Vr + K*iF); //Calc superfície h

iFp = iF; //Atualização valores passados
iLrp = iLr;

if (h < -delta) {
    //BUCK
    GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO06 = 1; //Qd: off
    GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO00 = 1; //Qs: on

    //BOOST
    //GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO00 = 1; //Qs: off
    //GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO06 = 1; //Qd: on
} else {
    if(h > delta)
    {
        //BUCK
        GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO00 = 1; //Qs: off
        GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO06 = 1; //Qd: on

        //BOOST
        //GpioDataRegs.GPACLEAR.bit.GPIO06 = 1; //Qd: off
        //GpioDataRegs.GPASET.bit.GPIO00 = 1; //Qs: on
    }
}

EDIS; EINT;
}

```

Anexo C

Método de Filippov

Considerando sistemas de Filippov genéricos planares e assumindo, por simplicidade, que existem apenas duas regiões S_i , i.e.

$$\dot{x} = \begin{cases} f^-(x), & x \in S_-, \\ f^+(x), & x \in S_+. \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

A fronteira de descontinuidade Σ separando as duas regiões é descrita como

$$\Sigma = \{x \in \mathbb{R}^2 : H(x) = 0\}, \quad (\text{C.2})$$

onde H é uma função escalar suave com gradiente não nulo $H_x(x)$ em Σ , e

$$S_- = \{x \in \mathbb{R}^2 : H(x) < 0\}, \quad (\text{C.3})$$

$$S_+ = \{x \in \mathbb{R}^2 : H(x) > 0\}. \quad (\text{C.4})$$

A fronteira Σ é ou fechada ou tende ao infinito em ambas direções e $f^- \neq f^+$ em Σ .

Soluções de (C.1) podem ser construídas pela concatenação das soluções padrão em $S_{-,+}$ e das soluções em deslizamento em Σ (KUZNETSOV et al., 2002) obtidas através do método convexo de Filippov (FILIPPOV, 1988; KUNZE, 2000). Seja

$$\sigma(x) = \langle H_x(x), f^-(x) \rangle \langle H_x(x), f^+(x) \rangle, \quad (\text{C.5})$$

onde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denota o produto escalar.

A interação entre os campos vetoriais f^- e f^+ com a super-

fície de comutação Σ impõe três dinâmicas distintas e limitadas pela condição $H(x) = 0$, definidas pelas regiões: $\Sigma_s = \Sigma_{as} \cup \Sigma_{rs}$ denominada região de deslizamento e composta por uma parcela atrativa e outra repulsiva e Σ_c denominada região de cruzamento (*crossing* ou *sewing*).

A região de cruzamento $\Sigma_c \subset \Sigma$ é definida como

$$\Sigma_c = \{x \in \Sigma : \sigma(x) > 0\}, \quad (\text{C.6})$$

sendo o conjunto de todos os pontos $x \in \Sigma$, onde dois vetores $f^{(i)}(x)$ têm componentes normais de mesmo sinal. Por definição, nestes pontos as órbitas de (C.1) cruzam Σ , ou seja, as órbitas que atingem x a partir de S_i se juntam com as órbitas entrando em S_j , $j \neq i$, por x .

A região de deslizamento Σ_s é o complemento de Σ_c em Σ , i.e

$$\Sigma_s = \{x \in \Sigma : \sigma(x) \leq 0\}. \quad (\text{C.7})$$

Pontos $x \in \Sigma_s$, nos quais

$$\langle H_x(x), f^+(x) - f^-(x) \rangle = 0 \quad (\text{C.8})$$

são chamados de pontos de deslizamento singulares. Em tais pontos, ou ambos vetores $f^-(x)$ e $f^+(x)$ são tangentes a Σ , ou um deles desaparece enquanto o outro é tangente a Σ , ou os dois desaparecem.

O método de Filippov associa a seguinte combinação convexa $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ dos campos vetoriais $f^{(i)}(x)$ à cada ponto de deslizamento não-singular $x \in \Sigma_s$:

$$\mathbf{f}_s(\mathbf{x}) = \lambda f^-(x) + (1 - \lambda) f^+(x), \quad (\text{C.9})$$

$$\lambda = \frac{\langle H_x(x), f^+(x) \rangle}{\langle H_x(x), f^+(x) - f^-(x) \rangle}. \quad (\text{C.10})$$

Como ilustrado na Fig. C.1, em pontos de deslizamento não-singulares $x \in \Sigma_s$

$$\langle H_x(x), \mathbf{f}_s(\mathbf{x}) \rangle = 0, \quad (\text{C.11})$$

ou seja, $\mathbf{f}_s(\mathbf{x})$ é tangente aos segmentos deslizantes de Σ_s .

Desta forma,

$$\dot{x} = \mathbf{f}_s(\mathbf{x}), \quad x \in \Sigma_s, \quad (\text{C.12})$$

define um sistema de equações diferenciais em Σ_s , o qual define o comportamento dinâmico do sistema confinado sobre a superfície de desli-

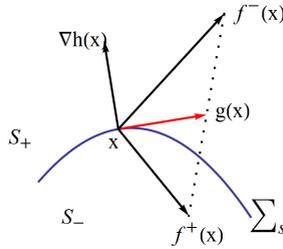


Figura C.1 – Construção de Filippov.

zamento.

Note que todos os pontos de deslizamento singulares isolados são equilíbrios de (C.12). Equilíbrios de (C.12) onde os vetores $f^{(i)}(x)$ são transversais a Σ_s e anti-colineares, são chamados pseudo-equilíbrios de (C.1). Isto implica que um pseudo-equilíbrio P é um ponto interno de um segmento de deslizamento. Um equilíbrio X de (C.12), onde um dos vetores $f^{(i)}(x)$ desaparece, é chamado equilíbrio de fronteira.

Um segmento de deslizamento é delimitado ou por um equilíbrio de fronteira X , ou por um ponto de tangência T onde os vetores $f^{(i)}(T)$ são não-nulos mas um deles é tangente a Σ . Genericamente, um segmento de deslizamento pode ser estável ou instável na direção normal. Se

$$\langle H_x(x), f^-(x) \rangle > 0, \quad \langle H_x(x), f^+(x) \rangle < 0, \quad (\text{C.13})$$

o segmento deslizante é estável, enquanto para

$$\langle H_x(x), f^-(x) \rangle < 0, \quad \langle H_x(x), f^+(x) \rangle > 0, \quad (\text{C.14})$$

é instável.