

# O Ensino do Problema no Curso Primário

Maria Auxiliadora de Souza Brasil  
Técnico de Educação da Secretaria de Educação do  
Estado de Minas Gerais

## 1.ª PARTE

A análise a que são submetidos os testes de promoção de alunos, para as diversas séries do curso primário, tem levado à conclusão de que esses mesmos alunos não apresentam base sólida, principalmente no que diz respeito ao raciocínio. Cumpre verificar até que ponto está falhando o nosso ensino, para que sejam fornecidos aos alunos todos os instrumentos necessários ao desenvolvimento do raciocínio.

O problema escolar tem como finalidade tornar o aluno capaz de resolver os problemas que a vida lhe apresenta ou apresentará.

### O PROBLEMA:

Que compreendemos como sendo problema? Buscando definições, encontramos-as em profusão:

"Questão proposta, cuja solução se trata de achar. Qualquer questão cuja solução teórica ou realização prática cumpre encontrar" — Euclides Roxo.

"Questão matemática, proposta para se lhe obter a solução" — Cândido de Figueiredo.

"Questão para resolver por meio de processos científicos" — J. Perez.

"Proposição pela qual se pede que se faça alguma coisa, segundo as regras de matemática, e que se demonstre que está feita nessa conformidade" — Antônio de Moraes e Silva.

"... Causa que espera uma solução" — Enciclopédia e Dicionário Internacional".

Enfim, podemos concluir que problema é uma situação que não está completa. Para completá-la, torna-se necessário estabelecer correlações entre os fatos conhecidos para se encontrar o fato desconhecido, que se faz necessário.

O problema não pode ser resolvido apenas pelos hábitos ou pelo instinto. Sua solução exige a presença ativa de uma função superior: o raciocínio. Na situação problemática está implícita uma interrogação; e só o raciocínio é capaz de dar a resposta adequada a essa interrogação.

### A RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA

A resolução de um problema implica a compreensão da situação problemática. Para compreender essa situação, o aluno necessita dominar as situações aritméticas que façam parte da situação problemática global, conhecer o significado de todas as palavras do vocabulário empregado na formulação dela e ser capaz de ler rapidamente (no caso do problema escrito). Sem estar assim aparelhado, o aluno não será capaz de resolver o problema, pois não o compreenderá. Na base de todo o processo está a atenção, sem a qual nenhuma compreensão se faz possível. Só o aluno atento e apto poderá ganhar o sentido da situação problemática.

Uma vez compreendida a situação problemática, uma vez ganho o sentido do problema, o aluno deverá organizar as idéias sugeridas pelos fatos conhecidos, isto é, os que o problema registra. O aluno deverá, pelo sentido, apreender quais são os fatos capitais para a solução do problema e trabalhar com eles, estabelecendo as relações necessárias dos fatos conhecidos, entre si, e deles com os elementos aritméticos cujo conhecimento já deve estar automatizado, e que a solução do problema exige (exemplo: noção de dúzia, grossa, dezena etc., conforme o problema).

Compreendida a situação problemática, organizadas as idéias de relação entre os fatos, o aluno deverá, dentre os caminhos que as relações entre os fatos sugerem, reconhecer aquele que o levará à solução. A pergunta feita orientará para esse conhecimento, pois é ela que sugere e exige a resposta.

Compreendida a situação problemática, organizadas as idéias de relação entre os fatos, reconhecido o caminho que leva à solução, o aluno empenhar-se-á na escolha do processo que o levará a ela.

A escolha do processo deve ser encaminhada pela noção de economia: o que exigir menos tempo, menor número de cálculos, sem prejuízo para a exatidão da resposta, será o melhor. A noção de economia está presa às possibilidades de cada aluno, isto é, deverá brotar da sua própria capacidade em perceber que há um processo mais econômico; o desenvolvimento natural do aluno deve, portanto, ser respeitado, competindo ao professor fornecer-lhe os elementos necessários para que esse desenvolvimento se dê. Escolhido o processo, a solução deverá ser organizada e realizada.

A verificação da resposta é um ato indispensável para a completa realização do ato de raciocínio. Ela deverá constituir um hábito, hábito esse de grande valor não só no setor da aritmética, mas também, como disciplinador da personalidade, através do sentimento de amor à exatidão, à perfeição.

A verificação, nas classes de 3.ª e 4.ª série, será feita pelo processo de problemas inversos (um comprovando o outro). De início, a professora ajudará os alunos a enunciar os problemas inversos, deixando que eles trabalhem sozinhos tão logo se mostrem capazes.

Exemplo de um problema inverso para verificação:

a) Problema Inicial:

"Comprei um livro por Cr\$ 98,00. Paguei com uma cédula de Cr\$ 200,00. Quanto recebi de troco?"

|   |              |
|---|--------------|
| — Solução                                 | — Operação — |
| $200,00 - 98,00 = 102,00$                 | 200,00       |
|   | 98,00        |
| — Resposta — Recebi de troco Cr\$ 102,00. | 102,00       |

b) Problema Inverso:

"Eu possuía Cr\$ 200,00. Comprei um livro e recebi de troco Cr\$ 102,00. Quanto custou o livro?"

|   |              |
|---|--------------|
| — Solução —                             | — Operação — |
| $200,00 - 102,00 = \text{Cr\$ } 98,00$  | 200,00       |
|   | 102,00       |
| — Resposta — O livro custou Cr\$ 98,00. | 98,00        |

Dêse modo o aluno ficará sabendo que acertou a solução do problema. No caso de a solução apresentada pelo aluno não ser a solução exata do problema, a professora deverá ter a habilidade de levá-lo à verificações parciais da solução, para que o erro (ou os erros) seja localizado e corrigido. Mais adiante daremos, detalhadamente, a maneira de analisar e corrigir adequadamente um problema.

### A NATUREZA DO PROBLEMA

É muito importante escolher a natureza dos problemas que devem ser dados aos alunos. Uma vez que problema é uma situação que não está completa, temos que lembrar de que natureza pode ser uma situação. Grosso modo, uma situação pode ser real e irreal. A situação real apresenta duas naturezas: atual e imaginada. Situação real atual é aquela que o indivíduo enfrenta no momento; um problema que apresente esse tipo de situação apela para o pensamento perceptual, o qual depende, diretamente, da acuidade dos sentidos na percepção dessa realidade atual; dêse modo, na situação real atual a formulação do problema é feita pelo indivíduo, baseado nas suas necessidades reais e atuais.

Situação real imaginada é aquela baseada na possível situação real atual; um problema que apresente esse tipo de situação apela para o pensamento imaginativo, o qual depende, diretamente, da capacidade do indivíduo ligar palavras e idéias a fatos e objetos anteriormente percebidos; dêse modo, na situação real imaginada, o professor formula o problema de modo a despertar no aluno interesse semelhante àquele que teria se a situação fosse real atual.

A situação irreal, ao contrário da situação real, é aquela que o indivíduo não está enfrentando, não enfrentou antes, e, provavelmente, não enfrentará no futuro, por se tratar de uma situação que foge ao rol dos acontecimentos comuns da vida em qualquer idade; dessas situações irreais, não obedecerão ao critério psicológico (que manda que os assuntos tratados sejam do interesse do aluno) nem ao critério prático (que determina que a escola prepare o aluno para a solução dos problemas que a vida apresenta).

Pelo que ficou dito acima, podemos concluir da natureza dos problemas a serem dados na escola: o problema deve ser sempre formulado na base de uma situação real. A situação real favorece a evolução do pensamento e leva à lógica. A situação real atual é mais rica, mais expressiva e mais estimulante que a situação real imaginada; ela favorece a intuição e a transições atuais, tais como: rotina do trabalho (chamada, às vezes, nas demais disciplinas, fatos escolares (direta ou indireta, etc. No correr do trabalho daremos exemplos em que essas situações serão aproveitadas).

Sempre que possível, a situação real atual deve ser utilizada na formulação dos problemas. Considerando que a situação real atual talvez não forneça tantos e tão adequados problemas quanto a fixação do conhecimento exige, temos que pensar na necessidade de o professor utilizar a situação real imaginada; nesse caso deverá ele agir com a máxima cautela, procurando suprir as deficiências desse tipo de situação, para o que apresentaremos problemas de maior semelhança possível com os advindos de situações reais, e estimulará os alunos, apelando para o instinto de competição ("Quem fará melhor e mais depressa, com mais capricho?" — "Quem acertará maior número de problemas?", etc.)

Em resumo, temos que: A situação real atual é a ideal para a aquisição do conhecimento; cada novo tipo de raciocínio deve ser apresentado em situações reais atuais até que a classe aprenda a razão do mecanismo para a solução dos problemas desse tipo. A situação real imaginada vem fornecer o elemento repetição, indispensável para a fixação do conhecimento adquirido através da situação real atual.

Torna-se, pois, indispensável a sistematização da matéria, a organização dos tipos de raciocínio exigidos para a solução dos problemas aritméticos, a determinação dos níveis de raciocínio comuns à média dos alunos de cada série do curso primário; é o que nos propomos para mais adiante.

Os tipos de problema: Há problemas de diversos tipos. É indispensável que o professor conheça os diversos tipos de problemas e as vantagens práticas e disciplinares de cada um deles. Vejamos os tipos de problemas quanto às relações entre si.

a) **Problemas agrupados** são aqueles que decorrem de situações totais de vida; giram em torno de um mesmo assunto e derivam daquilo que se chama "unidade de trabalho". Por exemplo: todos os problemas que surjam em torno do projeto e da execução de uma excursão. Exemplo: Após uma excursão a uma fábrica de tecidos podem surgir problemas tais como:

1 — Na seção de tecelagem trabalham 130 moças; cada uma tece, em média, 65 metros por dia. No mês passado não trabalharam 11 moças. Qual foi a produção da fábrica no mês passado?

2 — Em 1955 a fábrica produziu 39.000 metros e, em 1956, 39.390. De quanto por cento foi o aumento da produção da fábrica no último ano?

3 — Etc. ...

b) **Problemas independentes** são aqueles que decorrem, cada um, de uma única situação problemática, exigindo uma resolução à parte.

c) **Problemas dependentes**, ou em cadeia, são aqueles formulados de tal modo que a solução de um depende dos dados obtidos pela resolução do outro anteriormente apresentado. Exemplo:

1 — D. Eunice é professora primária padrão M-A. Ela ganha, por dia, Cr\$ 136,66. Qual é o seu ordenado?

2 — Dessa quantia ela é descontada em 5% para a Previdência. Qual o seu ordenado líquido?

Como se pode deduzir, os problemas agrupados treinam para a adaptação aos problemas de ordem prática (na vida os problemas estão sempre presos a centros de interesse, centros de interesse esses que, por sua vez, em última análise, são parte integrante do plano geral de vida do próprio indivíduo) e oferecem excelente oportunidade para a compreensão, dentro de situações reais e atuais, dos diversos tipos de raciocínio.

Os problemas independentes apresentam a situação ideal para a fixação dos tipos de raciocínio já compreendidos, e para os exercícios de exatidão e rapidez.

Os problemas dependentes, ou em cadeia, também muito úteis para a fixação e para o treinamento dos raciocínios já aprendidos, são de especial valor para o treino da atenção; não devem nunca, porém, ser utilizados nas provas de verificação às quais se vai dar uma nota de aproveitamento.

Além da divisão dos problemas em agrupados, independentes e dependentes, podemos considerá-los sob o aspecto de redação. Eles serão redigidos pelos alunos e pelos professores. Os problemas redigidos pelos alunos dão-lhes oportunidade de desenvolver a lógica (se o aluno consegue idealizar um problema é que já dominou inteiramente a compreensão do raciocínio exigido por esse problema, pois a última fase para o conhecimento perfeito é a expressão desse conhecimento e o manejo dele) e garantem-lhes o estímulo e a compensação necessários, além de focalizarem a realidade imaginada no que de mais próximo ela possui da realidade atual.

Dentre os problemas redigidos pelas próprias crianças, temos os problemas inventados mediante uma tabela dada, devendo o professor pedir-lhes que sejam verídicos, reproduzindo aqueles observados em casa, que surgem na realidade das compras que os pais ou os irmãos realizam; desse modo evita-se que sejam formulados problemas absurdos.

Os problemas redigidos pelo professor vão depender, diretamente, da habilidade deste para que cumpram as suas finalidades dentro do programa escolar, sem cair em fastidiosa e improficua rotina; para isso o professor deve variar o mais possível a apresentação deles: apresentar o enunciado incompleto para os alunos completarem dentro da lógica da parte dada; dar o problema para os alunos formularem a pergunta; dar a pergunta para os alunos formularem o problema; dar o problema completo para os alunos escreverem quais as operações que deveriam fazer, indicando-as pelos seus sinais (+, —, x e :) e explicando, depois, o porque de cada sinal, para a solução.

Há, também, o problema sem número, que é uma modalidade interessante, pois representa a síntese do trabalho de raciocínio. Exemplos: "Se você sabe o preço de um certo número de metros de fazenda, que deve fazer para saber o preço de um metro?" — "Contratei um empregado por Cr\$ 800,00. Ele ficou apenas uma semana. Como calcular o que ele deve receber?"

Esse tipo de problema pode ser usado, uma vez conhecido e fixado cada caso de raciocínio; ele representa a mais alta expressão do raciocínio aritmético concreto, ao mesmo tempo que prepara para os primeiros passos da generalização que, por sua vez, vai constituir o cabedal aritmético do aluno, permitindo-lhe avançar, com passo seguro, para as dificuldades imediatamente superiores.

A título de curiosidade, podemos citar aqui os problemas de adivinhação, que não têm grande aceitação nas classes primárias, a não ser, talvez, no fim da 3.ª série e na 4.ª; são do tipo recreativo, aparecendo em almanaques e revistas, mais baseados em situações irreais; exigem maior grau de generalização e maior conhecimento de situações especiais.

#### A análise e correção dos problemas:

Um aspecto de grande importância é a análise e correção dos erros do problema. Para bem analisar um problema, é necessário que o professor tenha em mente todos os possíveis erros em cada passo para sua solução. Os passos para a resolução do problema, como já vimos, são:

a) compreensão da situação problemática: que está dependente, diretamente, da capacidade do aluno em ler e interpretar o enunciado do problema. É indispensável que o aluno adquira o hábito de ler o problema tantas vezes quantas necessite,

para interpretar seu conteúdo, ganhar seu sentido.

- b) Organização das idéias de relação entre os fatos: que está dependendo, diretamente, do domínio, por parte do aluno, do sentido das 4 operações, dos casos de raciocínio mais simples que o caso apresentado no problema e relacionados com ele, e dos elementos aritméticos cujo conhecimento e utilização se façam necessários (metade, triplo, dezena, dúzia etc.).
- c) Reconhecimento do caminho que o levará à solução, dentre os diversos sugeridos pelos fatos conhecidos: o que depende da interpretação que o aluno tenha dado à pergunta feita, interpretação essa que vai depender do grau de desenvolvimento de sua lógica.
- d) Escolha do processo que levará à solução: quanto mais seguros estejam com relação às diversas aplicações das operações, maior variedade de soluções acharão os alunos para um mesmo problema, devendo o professor habituá-los a preferir o processo mais rápido.
- e) Organização e realização da solução: para organizar a solução, necessita o aluno de possuir disciplina mental que lhe possibilite ordenar o raciocínio ("Quais as operações que devo fazer, e em que ordem?"); para realizar a solução ele necessita haver dominado a mecânica das operações, para executá-las com precisão e rapidez.
- f) Verificação do resultado: é um hábito indispensável, que permite ao aluno uma avaliação imediata do próprio trabalho.
- Como deve o professor proceder diante de um problema escrito, para analisá-lo adequadamente?

Suponhamos o seguinte problema:

"A mãe de Carlos fez diversas compras para ele. Comprou 3 cadernos a Cr\$ 22,50, um livro por Cr\$ 58,00 e duas dúzias de lápis de cor a Cr\$ 25,00. Qual foi o trôco que recebeu, se pagou com uma cédula de ..... Cr\$ 200,00?"

- a) A primeira coisa que o professor deverá fazer é resolver o problema por todos os processos possíveis. No caso:

1º Processo:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 \times 3 &= 67,50 \\ 25,00 \times 2 &= 50,00 \\ 67,50 + 50,00 + 58,00 &= 175,50 \\ 200,00 - 175,50 &= 24,50 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de trôco Cr\$ 24,50.

Operações:

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| 22,50 | 25,00 | 67,50  | 200,00 |
| 3     | 2     | 50,00  | 175,50 |
|       |       | 58,00  |        |
| 67,50 |       | 50,00  | 24,50  |
|       |       | 175,50 |        |

2º Processo:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 + 22,50 + 22,50 &= 67,50 \\ 25,00 + 25,00 &= \text{Cr\$ } 50,00 \\ 67,50 + 50,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 175,50 \\ 200,00 - 175,50 &= \text{Cr\$ } 24,50 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de trôco Cr\$ 24,50

Operações:

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| 22,50 | 25,00 | 67,50  | 200,00 |
| 22,50 | 25,00 | 50,00  | 175,50 |
| 22,50 |       | 58,00  |        |
| 67,50 |       | 50,00  | 24,50  |
|       |       | 175,50 |        |

3º Processo:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 + 22,50 + 22,50 + 25,00 + 25,00 + 58,00 &= 175,50 \\ 200,00 - 175,50 &= 24,50 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de trôco Cr\$ 24,50

Operações:

|        |        |
|--------|--------|
| 22,50  | 200,00 |
| 22,50  | 175,50 |
| 22,50  |        |
| 25,00  | 24,50  |
| 25,00  |        |
| 58,00  |        |
| 175,50 |        |

Portanto, qualquer dos 3 processos acima leva à solução certa. Surge o problema: "Qual o melhor processo?"

Se o problema foi proposto a alunos que, pelas exigências do programa da série, já devem conhecer o mecanismo da multiplicação e, portanto, o valor dela como uma soma abreviada, o professor deverá aceitar os 3 processos, procurando, porém, dar assistência adequada aos alunos que o resolveram pelo 2.º e 3.º processos, pois que eles demonstraram não possuir conhecimento da utilidade da multiplicação, desconhecimento esse que redundará em perda de tempo para eles.

- b) Em seguida, deve o professor analisar cada problema que apresente andamento de raciocínio diferente dos considerados acima, nos processos tidos como possíveis de levar à resposta certa:

Aluno 1:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 + 58,00 + 25,00 &= \text{Cr\$ } 105,50 \\ 200,00 - 105,50 &= \text{Cr\$ } 94,50 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de trôco Cr\$ 94,50

— Operações:

|        |        |
|--------|--------|
| 22,50  | 200,00 |
| 58,00  | 105,50 |
| 25,00  |        |
| 94,50  |        |
| 105,50 |        |

Análise do professor: "O aluno 1 não sabe interpretar o sentido das expressões **a** e **por**". Seu erro foi, pois, de interpretação; diz respeito ao primeiro passo na resolução do problema: "Compreensão da situação problemática". Esse aluno necessita de atenção especial do professor no sentido de fazê-lo compreender a relação da expressão **a** com a unidade das coisas apresentadas, e da expressão **por** com o total das coisas apresentadas, em seguida deverá fazer exercícios em que entre a expressão **a**, exercícios em que entre a expressão **por** e, depois, exercícios em que entrem ambas as expressões; só depois de bem firme nessas noções poderá o aluno 1 resolver com êxito problemas do tipo desse que nos está servindo de exemplo.

Aluno 2:

— Solução:

$$22,50 + 58,00 + 25,00 + 200,00 = \text{Cr\$ } 305,50$$

— Resposta: Cr\$ 305,50

— Operação:

|        |
|--------|
| 22,50  |
| 58,00  |
| 25,00  |
| 200,00 |
| 305,50 |

Análise do professor: "O aluno 2 não compreendeu o problema". Seu erro diz respeito, também, ao primeiro passo "Compreensão da situação problemática", mas sob um aspecto mais grave: o aluno 2, não sabe interpretar nada do que lê. Diz respeito, também, ao segundo passo "Organização das idéias de relação entre os fatos": o aluno 2 mostra-se, ainda, no primeiro estágio de raciocínio, quando se aprende a somar os dados para se obter um todo. Falhando nos dois primeiros passos, ele falhou

no terceiro, pois, não interpretando, não organizando idéias adequadas de relação entre os fatos (e sim, apenas, uma única relação primária de soma, inteiramente em desacôrdo com a sugestão da pergunta) éle não foi capaz de encontrar o caminho para a solução.

Torna-se necessário que o professor faça com éle, sistematicamente, dois tipos de exercício: de leitura silenciosa de diversos problemas, para responder perguntas sobre o texto de cada um deles; de resolução parcial de cada raciocínio simples dentre os exigidos para a solução global do problema.

Exemplo:

— De leitura silenciosa: ler o problema tantas vezes quantas forem necessárias para responder a uma série de perguntas dadas. Usando o mesmo problema dado, podemos apresentar como exemplo de perguntas para serem respondidas através de leitura silenciosa:

- I — Que fez a mãe de Carlos para éle?
- II — Que foi que ela comprou?
- III — Qual foi o preço de cada caderno?
- IV — Qual foi o preço do livro?
- V — Qual foi o preço de cada dúzia de lápis?
- VI — Qual o valor da cédula que a mãe de Carlos deu em pagamento das compras?
- VII — Que é que o problema pergunta?

— De resolução parcial de cada raciocínio simples:

- I — Um livro custou Cr\$ 58,00. Pagando com .... Cr\$ 200,00 qual o troço?
- II — Comprando 3 cadernos a Cr\$ 22,50, qual o preço dos cadernos?

São êses os tipos de exercícios indicados para que o aluno 2 venha a adquirir a atitude e as habilidades necessárias à resolução do problema que nos serve de exemplo e à dos semelhantes a éle.

Aluno 3:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 \times 3 &= \text{Cr\$ } 66,50 \\ 25,00 \times 2 &= \text{Cr\$ } 40,00 \\ 66,50 + 40,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 164,50 \\ 200,00 - 164,50 &= 35,50 \end{aligned}$$

Resposta: Recebeu de troço CrI 35,50

|         |       |        |        |
|---------|-------|--------|--------|
| 22,50 x | 25,00 | 66,50  | 200,00 |
| 3       | 2     | 40,00  | 164,50 |
| <hr/>   |       |        |        |
| 66,50   | 40,00 | 58,00  | 164,50 |
|         |       | <hr/>  |        |
|         |       | 164,50 |        |

Análise do professor: "O aluno 3 não sabe resolver operações em que entre a reserva". Esse erro diz respeito à "Organização e realização da solução". O aluno 3 saiu-se bem na organização da solução, mas não conseguiu realizá-la de modo perfeito por não possuir domínio sobre a mecânica das operações com reserva. Para corrigir essa deficiência do aluno 3, o professor dar-lhe-á atenção individual, de acôrdo com o que o caso exige (ver o trabalho: "As 4 operações fundamentais"). Além disso, o aluno 3 coloca um número significativo abaixo de zero nas multiplicações  $22,50 \times 25,00$ , o que vem,

mais uma vez, demonstrar que não adquiriu a técnica mal-econômica da multiplicação, não possui bons hábitos de economia de tempo; o professor deve trabalhar com éle também nesse sentido.

Aluno 4:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 \times 3 &= 67,00 \\ 25,00 \times 2 &= 50,00 \\ 67,00 + 50,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 175,00 \\ 200,00 - 175,00 &= \text{Cr\$ } 25,00 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de troço Cr\$ 25,00.

Operações:

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| 22,50 | 25,00 | 67,00  | 200,00 |
| 3     | 2     | 50,00  | 175,00 |
| <hr/> |       |        |        |
| 67,00 | 50,00 | 58,00  | 25,00  |
|       |       | <hr/>  |        |
|       |       | 175,00 |        |

Análise do professor: "O aluno 4 não sabe o fato fundamental da multiplicação  $3 \times 5$ ". Esse erro é da mesma categoria do do aluno 3. O professor deve fazer exercícios com o aluno 4 de modo que éle compreenda e fixe os fatos fundamentais dos quais não esteja bem seguro.

Aluno 5:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 \times 3 &= 67,00 \\ 22,00 \times 2 &= 50,00 \\ 67,00 + 50,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 120,00 \\ 200,00 - 120,00 &= 80,00 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de troço Cr\$ 8,000.

Operações:

|         |       |        |        |
|---------|-------|--------|--------|
| 22,50 x | 25,00 | 67,00  | 200,00 |
| 3       | 2     | 5,00   | 120,00 |
| <hr/>   |       |        |        |
| 67,50   | 50,00 | 58,00  | 80,00  |
|         |       | <hr/>  |        |
|         |       | 120,00 |        |

Análise do professor: "O aluno 5 é desatento: copiou o resultado Cr\$ 67,50 como sendo 67,00, e o resultado ... Cr\$ 50,00 como sendo Cr\$ 5,00; além disso colocou a vírgula de modo defeituoso na resposta (Cr\$ 8,000)". Torna-se necessário observar o aluno 5: "será vadio ou estará doente?"

No caso de estar doente cumpre tomar as providências necessárias. No caso de ser desatento por desinteresse pela atividade que executa ou por falta de hábito de trabalho, cumpre ao professor procurar o meio de interessá-lo e aplicar-lhe exercícios sistemáticos de treinamento da atenção (ver as bases para os mesmos no trabalho "Atividades visando o desenvolvimento da atenção e demais funções superiores").

Aluno 6:

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,00 \times 3 &= 67,50 \\ 25,00 \times 2 &= 50,00 \\ 67,50 + 50,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 175,50 \\ 200,00 - 175,50 &= \text{Cr\$ } 24,50 \end{aligned}$$

— Resposta — Receben de troço Cr\$ 24,50.

Análise do professor: "Copiou de um colega ou foi capaz de fazer, os cálculos "de cabeça?". Cumpre ao professor observar o aluno 6 e verificar se éle é capaz de fazer, oralmente, tais tipos de cálculo. No caso negativo, exercer maior vigilância sobre êsse aluno, procurar analisar, em outros trabalhos, suas reais deficiências e auxiliá-lo no que éle necessitar, de modo a dar-lhe instrumentos próprios de trabalho, o que resolverá o problema da "cópia", pois éle não precisará mais dela.

A "cópia" pode ser ocasionada também pela "preguiça": há alunos capazes que, não obstante, acham mais "prático" copiar o trabalho do colega; a solução para êses alunos é a sugerida para o aluno 4, com maior dose de energia por parte do professor, porém, no caso de não se registrar nenhuma doença.

Poderíamos assim prosseguir, com a análise das soluções apresentadas a uma série de problemas. Cremas, porém, que o exemplo dado esclarece bastante a questão. Haverá aluno que apresentará as deficiências dos alunos 1 e 2 conjuntamente, ou do 1 e 2, ou do 2 e 4, ou do 2 e 5 etc., ou de todos os alunos analisados. O certo é que o professor necessita, ao analisar a solução de um problema, ter presentes todos os erros possíveis dentro

dela, observando minuciosamente cada um dos 6 passos exigidos para que o aluno consiga esgotar o processo do raciocínio.

No exemplo dado, deixamos propositadamente de tratar do 6.º passo: a verificação do resultado. E isso porque desejamos salientar a sua importância. Se os alunos, cujas soluções do problema foram analisadas acima, tivessem o hábito da verificação, eles próprios teriam concluído dos absurdos que cometeram. Pode dar-se o fato, também, de a ignorância deles ser tal, no que diz respeito à possibilidade de compreender as próprias falhas, que eles façam a verificação e deem o problema por certo, pelo simples fato de terem feito essa verificação na mesma base dos conceitos errados que deram origem às suas soluções erradas.

De um modo ou de outro, o professor deve sempre partir da verificação para mostrar ao aluno os absurdos cometidos, de modo a ir-lhe fornecendo um meio seguro de controle dos próprios atos, de crítica dos próprios trabalhos. É muito mais fácil fazer o aluno compreender seus erros e ensinar-lhe o caminho certo se ele próprio já tem formado o hábito de verificar se errou e analisar onde e em que errou.

Concluindo a respeito do que expusemos sobre a análise e correção dos erros nos problemas, podemos dizer: A primeira coisa a fazer é assinalar os erros e localizar suas causas. As causas prováveis, localizadas pela análise dos erros, serão tratadas pelo professor, que procurará verificar se são elas, realmente, as responsáveis pelo fracasso do aluno. Para isso o professor deverá conversar com o aluno, observá-lo executando o trabalho. Uma vez seguro das deficiências do aluno, deverá o professor fazer o programa de assistência a esse aluno, de acordo com as falhas por ele apresentadas; esse programa deverá obedecer às causas de erro e ao critério de dificuldade de cada uma dessas causas, isto é, o professor fará a revisão das conexões em que o aluno se tenha mostrado nulo ou apenas inseguro, partindo da mais simples dentre elas. Exemplo: Se o aluno erra na mecânica da divisão, o programa será de revisão das etapas da divisão desde a mais simples, para torná-lo apto a resolver esse tipo de operação.

#### A VALORIZAÇÃO DOS PROBLEMAS:

Considerando o raciocínio como o aspecto mais importante do problema, julgamos que deve ele ser o alvo de toda a valorização. Suponhamos que se dê a um problema o valor relativo 3, que será reunido aos valores das demais questões dadas, e cujo total será reduzido a uma escala comparável com outra de 0 a 10.

Como distribuir esses pontos entre os diversos aspectos da solução do problema? Podemos assim distribuí-lo:

Exemplo ("solução" do problema dado páginas atrás):

— Solução:

$$\begin{aligned} 22,50 \times 3 &= \text{Cr\$ } 67,50 \\ 25,00 \times 2 &= \text{Cr\$ } 50,00 \\ 67,50 + 50,00 + 58,00 &= \text{Cr\$ } 175,50 \\ 200,00 - 175,50 &= \text{Cr\$ } 24,50 \end{aligned}$$

— Resposta: Recebeu de trôco Cr\$ 24,50.

Operações:

|       |       |        |        |
|-------|-------|--------|--------|
| 22,50 | 25,00 | 67,50  | 200,00 |
| 3     | 2     | 50,00  | 175,50 |
| 67,50 | 50,00 | 58,00  | 24,50  |
|       |       | 175,50 |        |

Valorização do problema:

— Solução: 1 ponto  
— Operações: 1 "  
— Respostas: 1 "

TOTAL 3 pontos

A distribuição é fácil quando o problema está certo, as dificuldades surgem à medida que ele se apresenta cada vez mais errado.

De início, podemos estabelecer que o raciocínio (solução) será a base da valorização; o problema cujo raciocínio fugir inteiramente daquele que levaria à resposta certa terá zero, mesmo que todas as operações efetuadas estejam certas.

Os pontos dados às partes de operação e resposta estarão condicionados ao fato de o raciocínio estar certo.

Vejamos alguns exemplos (ver as soluções páginas atrás):

- Aluno 1: Ganhou zero: errou na solução por não saber interpretar as expressões *a* e *por*.
- Aluno 2: Ganhou zero: errou na solução por não saber interpretar a situação problemática.
- Aluno 3: Ganhou 1 ponto pela solução (raciocínio certo), mas não ganhou o ponto das operações (erradas) nem o da resposta (errada).
- Aluno 4: Ganhou 1 ponto pela solução e 0,5 ponto pelas operações: Total 1,5. Perdeu 0,5 ponto nas operações por haver errado uma delas (o critério pode ser de, por exemplo, dar 0,5 se pelo menos metade das operações estiver certa, e dar zero se mais da metade das operações acusar enganos); perdeu 1 ponto na resposta (errada).
- Aluno 5: Ganhou 1 ponto pela solução e 1 ponto pelas operações: Total 2. Perdeu o ponto da resposta, que ficou prejudicada pelos diversos erros de atenção que cometeu.
- Aluno 6: O aluno 6 só receberá nota se o professor verificar que ele realmente, é capaz de resolver mentalmente as operações do do problema:

- em caso afirmativo receberá os 3 pontos;
- em caso negativo receberá zero.

De modo geral, podemos determinar que a falta de sinais indicadores e abreviações necessárias, tais como Cr\$, m, dm, ha, vírgula etc., será penalizada tirando-se 0,5 ponto na resposta que, nesses casos, é considerada defeituosa.

Do mesmo modo, a colocação defeituosa dos números de uma operação (25,00 x) e o ato de armar uma multiplicação ou divisão por 10, ou múltiplo de 10, (26,50 x ou 3200 | 100), serão penalizadas de 0,5 ponto.

#### TIPOS DE RACIOCÍNIO:

Assim como o estudo das operações obedece uma seriação, que vai da mais fácil à mais difícil, também o estudo do raciocínio está a exigir que se estabeleça uma seriação dos seus tipos por ordem de dificuldade.

A redação do problema está condicionada a uma série de fatores. O problema só poderá jogar com os elementos aritméticos que são do domínio do aluno; dêse modo, ao redigi-la, o professor necessita ter em vista a série a qual ele, problema, se destina: deverá consultar o programa para saber quais os dados que poderão ser usados, em que quantidade, e quais as relações entre eles possíveis de ser exploradas (o que variará, também, em cada época do ano).

Dêse modo, um mesmo tipo de raciocínio poderá ser dado em todas as séries, mudando-se apenas o valor quantitativo dos dados: se, na 1.ª série, usamos a quantia Cr\$ 5,00, na 4.ª série usaremos a quantia Cr\$ 56.870,20, por exemplo.

Estamos realizando, no momento uma pesquisa que visa a estabelecer a seriação dos tipos de raciocínio e o limite médio que atingem os nossos escolares no fim de cada série.

O resultado dessa pesquisa será divulgado sob o título Tipos de raciocínio, em complementação ao presente trabalho.