CAPITULO III

MULTIPLICAÇÃO

SUMMARIO : — Definição. — Exemplos. — Processo rudimentar. — Signal representativo. — Partes componentes. — A numeração contendo o germen da multiplicação. — Os 4 casos em que se divide a theoria da multiplicação. — 1.º caso : *Ambos os factores são menores que dez.* — 2.º caso : *Só um dos factores é menor que dez.* — 3.º caso : *O multiplicador é um algarismo seguido de zéros.* — 4.º caso : *Multiplicação de dous numeros quaesquer.* — Regra geral. — Observações. — Methodo abreviado de effectuar a multiplicação. — Prova.

§ 1.º — Preliminares

114. — Multiplicação — *é a operação que tem por fim combinar dous numeros dados de modo a formar um terceiro que se derive de um delles como o outro se deriva da unidade.*

Exemplos : — Um operario, ganhando 3 mil réis por dia, trabalhou 5 dias; para saber quanto tem a receber, terá de repetir o seu salario diario tantas vezes quantos os dias de trabalho, dizendo : $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$. Este numero 15, que é o resultado da operação feita, deriva-se, portanto, de um dos dous numeros dados 3, do mesmo modo que o outro 5 se deriva da unidade, isto é, repetindo-o 5 vezes.

Uma laranja custa 5 vintens; comprando-se 7 laranjas, quantos vintens se deve pagar? — Tantas vezes 5 vintens quantas forem as laranjas compradas, isto é,

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35.$$

Este numero 35, que é o resultado da operação feita, deriva-se tambem de um dos dous numeros dados 5, do mesmo modo que o outro 7 deriva-se da unidade, isto é, repetindo-o 7 vezes.

115. — Na *multiplicação*, portanto, o numero que se procura determinar é a *somma* de tantas *parcellas eguaes a um dos dous numeros dados* quantas são as unidades contidas no outro; e, por isso, póde ser definida como sendo — *a operação que tem por fim, dada uma parcella e o numero das parcellas eguaes de uma addição, determinar a somma.*

116. — Vê-se, pois, que a *multiplicação* nada mais é que *um caso particular* da addição, podendo ser effectuada por meio desta; porque bastará, para obter o resultado de uma multiplicação, sommar tantas parcellas eguaes a um dos dous numeros dados quantas forem as unidades do outro.

Semelhante processo rudimentar seria, porém, extremamente longo e susceptivel de muitos erros si tivesse de ser applicado a um numero consideravel de parcellas eguaes; como, por exemplo, si se tratasse de determinar o resultado da multiplicação 730585 por 180456, caso em que o numero das parcellas eguaes a 730585 seria 180456.

D'ahi a necessidade d'um *processo especial* para effectuar, com simplicidade, rapidez e mais exactidão, essas *addições particulares;* processo que constitue a *multiplicação* uma *operação distincta.*

117. — A multiplicação é representada pelo signal $\times$, que significa *multiplicado por* [1]; os numeros dados são

---

1. — Este signal foi introduzido por OUGHTRED, mathematico inglez, no principio do seculo 17.°, pois VIÉTE (23) empregava ainda o termo *ducere in*, sem signal algum. Algumas vezes o signal $\times$ é substituido por um simples . entre os *factores*; e, quando estes são representados por *sommas* e *differenças*, a indicação da multiplicação consiste em collocar cada factor dentro d'um parentheses escrevendo estes um depois do outro. Exemplo :
$(7 + 3 - 2)(8 - 5 + 4) = 8 \times 7 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 56.$

denominados *factores,* sendo designado por *multiplicando* o que deve ser repetido e por *multiplicador* o que indica o numero de vezes que o outro deve ser repetido; e o resultado da operação é denominado *producto.* Assim, nos dous exemplos figurados (114), os numeros 3 (no 1.º) e 5 (no 2.º) são os *multiplicandos,* os numeros 5 (no 1.º) e 7 (nº 2.º) são os *multiplicadores,* os numeros 15 (no 1.º) e 35 (no 2.º) são os *productos*; e as operações são indicadas do seguinte modo :

$$3 \times 5 = 15,$$
$$5 \times 7 = 35.$$

118. — O producto de dous numeros chama-se *multiplo* de qualquer delles; e, em geral, chama-se *multiplo d'um numero* o producto desse numero por qualquer outro. Assim, 15 é multiplo tanto de 3 como de 5, e 35 o é tanto de 5 como de 7. O producto de 4, por exemplo, por qualquer outro numero será sempre multiplo de 4.

119. — A numeração contém tambem o germen da multiplicação que se reduz a formar, com a série illimitada dos numeros, tantos grupos eguaes ao multiplicando quantas unidades ha no multiplicador, e a addicionar todos esses grupos. Assim, 50, por exemplo, é a somma de 10 grupos de 5 unidades.

120. — A theoria da multiplicação subdivide-se nos 4 seguintes casos, cujo estudo successivo permitte que as mais fracas intelligencias apprendam facilmente a *avaliar* a 3.ª das *seis* combinações elementares numericas distinctas.

§ 2.º — Primeiro caso :

Ambos os factores são menores que dez

121. — Apprendem-se, geralmente, de cór e com extrema facilidade, nas *Escholas Primarias*, os productos das multiplicações dos numeros digitos; e não ha quem os não retenha na memoria e os não possa reproduzir promptamente.

122. — Demais, todos esses productos acham-se contidos no seguinte quadro [1] onde é facilimo encontral-os:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Forma-se este quadro, escrevendo: — na 1.ª linha horizontal, os *nove* primeiros numeros; — na 2.ª linha hori-

1. — Este quadro é geralmente conhecido pela denominação de *Taboa de Pythagoras*, originada do facto de ter sido sua auctoria attribuida infundadamente a esse grande mathematico da antiguidade, que floresceu na *Grecia* 500 e tantos annos antes da éra christã, exercendo, por seus trabalhos, por suas idéas e por seus numerosos discipulos, a mais decisiva influencia sobre a coordenação e o desinvolvimento da *Mathematica*, sciencia que elle, já então, considerava a *base de todos os conhecimentos humanos*. O engano proveio de inexacta interpretação do *Abacus Pythagoricus* a que se refere o *Tratado de geometria* de BOECIO, como verificaram, pelo exame de dous manuscriptos desse tratado, os Srs. Chasles e Cantor.

zontal, as sommas de cada um desses numeros comsigo mesmo, isto é, $1+1=2$, $2+2=4$, $3+3=6$, $4+4=8$, etc. ; — na 3.ª linha horizontal, as sommas de cada um dos numeros da 1.ª com os correspondentes da 2.ª, isto é, $1+2=3$, $2+4=6$, $3+6=9$, $4+8=12$, etc. ; — na 4.ª linha, as sommas dos numeros da 1.ª com os correspondentes da 3.ª, isto é, $1+3=4$, $2+6=8$, $3+9=12$, $4+12=16$, etc. ; — e, assim, por diante até a 9.ª linha, onde se escrevem as sommas dos numeros da 1.ª com os correspondentes da 8.ª, isto é, $1+8=9$, $2+16=18$, $3+24=27$, $4+32=36$, etc.

Assim formado esse quadro, cada uma das linhas horizontaes contém — *os productos dos nove primeiros numeros pelo algarismo por que começa, á esquerda, essa linha.* Por exemplo, a linha horizontal que começa por 5 contém os productos dos nove primeiros numeros por 5, isto é, $1\times 5=5$, $2\times 5=10$, $3\times 5=15$...., e $9\times 5=45$.

De modo que, para achar, por meio deste quadro, o producto de dous numeros digitos quaesquer, (8×7 por exemplo), basta procurar um delles 7 na 1.ª linha horizontal e o outro 8 na 1.ª columna vertical á esquerda; e o producto respectivo 56 estará no encontro da columna vertical correspondente ao primeiro com a linha horizontal correspondente ao segundo.

123. — Analysando este quadro, verifica-se que :

1.° — O producto de dous numeros quaesquer não se altera qualquer que seja a ordem por que se os multiplique, isto é,

$$6\times 7=7\times 6=42,\ 5\times 9=9\times 5=45,$$
$$8\times 3=3\times 8=24,\ 7\times 8=8\times 7=56, \text{ etc.};$$

o que se exprime pela seguinte proposição : — *A ordem dos factores não altera o producto.*

2.° — O mesmo producto póde resultar da multiplicação de factores diversos; assim, por exemplo,

$$12 = 2 \times 6 = 3 \times 4 = 4 \times 3 = 6 \times 2,$$
$$18 = 2 \times 9 = 3 \times 6 = 6 \times 3 = 9 \times 2,$$
$$16 = 2 \times 8 = 4 \times 4 = 8 \times 2, \text{ etc., etc.}$$

O habito de calcular encarrega-se de facilitar a determinação mental — prompta e correcta — dos resultados de taes multiplicações.

§ 3.° — Segundo caso:

Só um dos factores é menor que dez

124. — Seja proposto multiplicar o numero 5793 por 5. Como a multiplicação nada mais é que uma addição abreviada (116), o producto dos dous numeros dados póde ser obtido fazendo-se a addição de 5 parcellas eguaes a 5793, como indica o seguinte

TYPO DO CALCULO:

$$\begin{array}{r} 5\;7\;9\;3 \\ 5\;7\;9\;3 \\ 5\;7\;9\;3 \\ 5\;7\;9\;3 \\ 5\;7\;9\;3 \\ \hline 2\;8\;9\;6\;5 \end{array}$$

Mas, como todas as parcellas desta addição são eguaes entre si, basta escrever uma só, e por baixo della o numero que indica quantas parcellas eguaes ha, que é o multiplicador; e, então, a taboa da multiplicação (122) permitte obter rapidamente a somma de cada columna, sem sommar consecutivamente os diversos algarismos. Com effeito,

5 vezes 3 unidades fazem.				15 unidades,
5	» 9 dezenas	»	45 dezenas, ou.	450 unidades,
5	» 7 centenas	»	35 centenas, ou	3500 unidades,
e 5	» 5 milhares	»	25 milhares, ou	25000 unidades;
logo, 5 vezes 5793 unidades fazem				28965 unidades.

Na pratica, vam-se addicionando logo, á medida que se os obtem, os diversos productos parciaes, dispondo a operação como indica o seguinte

TYPO DO CALCULO :

$$\begin{array}{r} 5\ 7\ 9\ 3 \\ 5 \\ \hline 2\ 8\ 9\ 6\ 5, \end{array}$$

e dizendo :

5 vezes 3 unidades fazem 15 ; escrevem-se no producto sómente 5 e as restantes 10, que formam 1 dezena, reservam-se para reunir ás dezenas do producto ;

5 vezes 9 dezenas fazem 45, que com a reservada, fazem 46 dezenas ; escrevem-se no producto sómente 6 e as restantes 40, que formam 4 centenas, reservam-se para reunir ás centenas do producto ;

5 vezes 7 centenas fazem 35, que, com as 4 reservadas, fazem 39 centenas ; escrevem-se no producto sómente 9 e reservam-se as restantes 30, que formam 3 unidades de milhar, para reunir ás unidades de milhar do producto ;

5 vezes 5 unidades de milhar fazem 25, que, com as 3 reservadas, fazem 28 unidades de milhar, ou 8 unidades e 2 dezenas de milhar, que se escrevem no producto ;

o producto total é, pois, 2 8 9 6 5.

125. — Desta analyse deduz-se a seguinte

Regra : — *Para multiplicar um numero composto de muitos algarismos por um numero de um só algarismo,* *multiplica-se este, successivamente, por cada um dos algarismos daquelle, da direita para a esquerda; si qualquer dos productos parciaes assim obtidos fôr maior que dez, escreve-se no producto total sómente o algarismo das unidades desse producto parcial e levam-se as dezenas a sommar com o seguinte producto parcial.*

§ 4.º — Terceiro caso :

O multiplicando é um numero qualquer e o multiplicador é um algarismo significativo seguido de zéros

126. — Supponhamos, primeiramente, que o algarismo significativo do multiplicador é 1; e sejam 4387 e 100 os dous numeros a multiplicar.

Sendo o multiplicador 100 vezes maior que a unidade, o producto deve ser 100 vezes maior que o multiplicando 4387. O'ra, pelo principio da numeração escripta (29), si escrevermos 0 á direita do numero 4387, tornamol-o 10 vezes maior, e si escrevermos 00, tornamol-o 100 vezes maior. O producto, portanto, da multiplicação de 4387 por 100 é 438700, isto é :

$$438700 = 4387 \times 100.$$

127. — Consideremos, agora, o caso de ser o multiplicador um algarismo significativo qualquer seguido de zéros; e sejam, por exemplo, 4387 e 500 os factores a multiplicar. Sendo o multiplicador $500 = 5 \times 100$, é claro que o producto procurado será egual á *somma* de 500 *parcellas* eguaes a 4387 (116), ou 100 *parcellas* sómente egual cada uma ao producto de 4387 por 5. De modo que, para effectuar a multiplicação proposta, basta multiplicar 4387 por 5, o que se obtem pela REGRA (125) do *segundo caso*, e escrever dous zéros á direita desse producto. Portanto :

$4387 \times 500 = (4387 \times 5) \times 100 = 21935 \times 100 = 2193500.$

128. — Desta analyse deduz-se a seguinte

Regra : — *Para multiplicar um numero qualquer por outro representado por um algarismo significativo seguido de zéros, basta multiplical-o por esse algarismo, considerado como representando unidades simples, e escrever á direita do respectivo producto tantos zéros quantos houver á direita do multiplicador.*

§ 5.º — Quarto caso :

Multiplicação de dous numeros quaesquer

129. — A multiplicação de dous numeros quaesquer reduz-se facilmente aos casos precedentes que acabamos de analysar.

Sejam, com effeito, 3695 e 678 os factores propostos.

O producto deverá ser egual á somma de 678 parcellas eguaes a 3695; mas, como o numero 678 póde ser decomposto nas tres seguintes parcellas :

$$600 + 70 + 8,$$

é claro que a somma das 678 parcellas eguaes a 3695 póde ser substituida pela das tres seguintes *sommas parciaes*:

1.ª..... de 8 parcellas eguaes a 3695,
2.ª..... » 70 » » » 3695,
3.ª..... » 600 » » » 3695.

O'ra, a 1.ª destas *sommas parciaes* é egual ao *producto* de 3695 por 8, que se obtem pelo 2.º *caso* (125); a 2.ª é egual ao *producto* de 3695 por 70, que se obtem pelo *3.º caso* (128); e, finalmente, a 3.ª, ao *producto* de 3695 por 600, que tambem se obtem pelo *3.º caso* (128); e, portanto, o producto total dos dous numeros propostos é a *somma dos productos parciaes* de 3695 por 8, por 70 e por 600, isto é :

$$3695 \times 678 = (3695 \times 8) + (3695 \times 70) + (3695 \times 600),$$

como indica o seguinte

TYPO DO CALCULO :

$$\begin{array}{r l}
3695 & \\
678 & \\
\hline
29560 & \ldots\ldots \quad 3695 \times 8 \\
+258650 & \ldots\ldots \quad 3695 \times 70 \\
+2217000 & \ldots\ldots \quad 3695 \times 600 \\
\hline
2505210 & \ldots\ldots \quad 3695 \times 678
\end{array}$$

NÓTA. — Na pratica, é dispensavel escrever os zéros auxiliares á direita dos productos parciaes, bastando, para addicional-os convenientemente, recuar d'uma ordem para a esquerda o primeiro algarismo á direita de cada um desses productos parciaes.

130. — Da analyse feita deduz-se a seguinte

Regra geral : — *Para multiplicar dous numeros quaesquer, escreve-se o multiplicador por baixo do multiplicando; sublinha-se para separar os factores do producto; multiplica-se o multiplicando por cada um dos algarismos do multiplicador successivamente da direita para a esquerda; escrevem-se os diversos productos parciaes uns por baixo dos outros, de modo que o primeiro algarismo á direita de cada um delles fique por baixo do algarismo que servio de multiplicador; e addicionam-se todos os productos parciaes assim obtidos. A somma delles é o producto dos dous numeros multiplicados.*

§ 6.º — Observações

131. — Disposição dos factores. — E' indifferente a maneira de dispor os dous factores para effectuar uma multiplicação, e até a ordem delles póde ser invertida (123), passando o multiplicador para multiplicando e este para multiplicador. Ha, porém, toda a conveniencia em ser escripto um delles por baixo do outro, de modo que as unidades de cada ordem se correspondam, afim de serem obtidos com mais facilidade os diversos productos parciaes já convenientemente dispostos para a respectiva addição, que dá o producto total.

132. — Começo da operação da direita. — E' essencial effectuar a multiplicação da direita para a esquerda do multiplicando por causa das reservas; é, porém, indifferente começal-a por este ou aquelle algarismo do multiplicador, comtanto que os productos parciaes sejam escriptos, uns por baixo dos outros, correspondendo as diversas ordens de unidades de um ás analogas dos outros, de modo a facilitar a addição desses productos.

133. — Methodo empregado na multiplicação. — E' ainda o *methodo analytico* o empregado pelo espirito humano para reconhecer que o producto achado pela multiplicação de dous numeros compostos quaesquer é a *somma dos productos parciaes de cada uma das unidades contidas no multiplicador por todas as contidas no multiplicando.*

134 — Producto de factores terminados em zéros. — Quando os dous factores d'uma multiplicação a effectuar são numeros terminados em zéros, póde-se, para simplificar a operação, fazer abstracção dos zéros na formação dos diversos productos parciaes, e, á direita do producto total, escrever tantos zéros quantos houver nos dous factores. Com effeito, sejam 306000 e 2500 os factores a multiplicar. O'ra, multiplica-se (128) 306000 por 2500 multiplicando-se 306000 por 25 e escrevendo á direita do producto *dous* zéros; do mesmo modo, multiplica-se 306000 por 25, multiplicando-se 306 por 25 e escrevendo *tres* zéros á direita do producto; logo, multiplica-se 306000 por 2500, multiplicando-se 306 por 25 e escrevendo *cinco* zéros á direita do producto.

Portanto, $306000 \times 2500 = 765000000$, por isso que $306 \times 25 = 7650$ e ha, á direita dos factores, $3 + 2 = 5$ zéros.

135. — Numero d'algarismos d'um producto de dous factores. — O numero dos algarismos d'um producto de dous factores é, no *maximo*, egual á somma do numero dos algarismos do multiplicando e do numero dos algarismos do multiplicador; e, no *minimo*, egual a essa mesma somma menos uma unidade.

Com effeito, suppondo-se, por exemplo, que o multiplicando tenha 4 algarismos e o multiplicador 3, o producto não poderá ter *mais* de 7 algarismos; porquanto, sendo, em tal caso, o multiplicando *menor* que 10000 e o multiplicador *menor* que 1000, é claro que o producto será *menor* que $10000 \times 1000 = 10000000$; e, como é este *o menor numero de 8 algarismos*, segue-se que o producto terá, no *maximo*, 7 algarismos, isto é, tantos quantos os do multiplicando mais os do multiplicador.

Por outro lado, não podendo o multiplicando ser *menor* que 1000, nem o multiplicador *menor* que 100, é claro que o producto não poderá ser *menor* que $1000 \times 100 = 100000$; e, como é este *o menor numero de 6 algarismos*, segue-se que o producto não poderá ter *menos* de 6 algarismos, isto é, tantos quantos os do multiplicando mais os do multiplicador menos 1.

136. — Caso em que o multiplicador contém zéros intercalados entre algarismos significativos. — Quando ao multiplicador faltam algumas ordens d'unidades, a REGRA GERAL é perfeitamente applicavel, bastando haver cuidado em que o primeiro algarismo á direita de cada producto parcial fique collocado por baixo do algarismo do multiplicador de cuja multiplicação tiver provindo esse producto parcial. Sejam, por exemplo, 5639 e 2007 os factores a multiplicar. Dispostos esses dous factores, de accordo com a REGRA, como indica o seguinte

TYPO DO CALCULO :

$$\begin{array}{r} 5639 \\ 2007 \\ \hline 39473 \\ 11278 \\ \hline 11317473, \end{array}$$

multiplicam-se os algarismos do multiplicando successivamente, da direita para a esquerda, pelos dous algarismos significativos 7 e 2 do multiplicador, mas tendo cuidado em que o primeiro algarismo 3 á direita do primeiro producto parcial fique collocado por baixo do algarismo 7 do multiplicador, e o primeiro algarismo 8 do segundo producto parcial fique collocado por baixo do algarismo 2 do multiplicador; afim de que, na addição desses dous productos parciaes, sejam facilmente sommadas as unidades de cada uma das ordens.

137. — Caso em que o multiplicando é uma quantidade. — Dá-se frequentemente, na pratica, o caso de ser o multiplicando uma quantidade; como, por exemplo, quando se trata de determinar quantos kilometros percorreu em 7 horas um trem de 45 kilometros de velocidade por hora, quantidade que é dada pela multiplicação de 45 kilometros por 7.

Nesse caso, o producto é *sempre* uma quantidade da *mesma especie* que o multiplicando; porquanto, pela propria definição de multiplicação, o producto forma-se do multiplicando do mesmo modo que o multiplicador forma-se da unidade. E assim é ainda mesmo quando o multiplicador, em vez de numero, é tambem quantidade, como no exemplo figurado.

Quando o multiplicador é a propria unidade, o producto é egual ao multiplicando, quer seja este um numero, quer uma quantidade. Assim:

$$205 \times 1 = 205,$$

$$43 \textit{ kilogrammos} \times 1 = 43 \textit{ kilogrammos}.$$

138. — Producto de muitos factores. — Si, em vez de *dous* factores apenas, forem *tres*, *quatro*.... *muitos* os factores a multiplicar, o producto obtem-se multiplicando o 1.° factor pelo 2.°, depois o producto destes pelo 3.°, depois o producto destes pelo 4.°; e, assim, por diante. Exemplos:

$$4 \times 3 \times 7 \times 5 = (4 \times 3) \times 7 \times 5 = 12 \times 7 \times 5 = (12 \times 7) \times 5 = 84 \times 5 = 420;$$

$$\begin{aligned} 3495 \times 237 \times 508 \times 74 &= (3495 \times 237) \times 508 \times 74 = 828315 \times 508 \times 74 = \\ &= (828315 \times 508) \times 74 = 420784020 \times 74 = \\ &= 31138017480. \end{aligned}$$

§ 7.º — Methodo abreviado [1] de effectuar uma multiplicação

139. — Para obter o producto de dous numeros compostos de muitos algarismos não é preciso escrever os productos parciaes de cada algarismo do multiplicador pelo multiplicando; pois, é possivel effectuar a multiplicação mais abreviadamente, como vamos mostrar.

Sejam, por exemplo, 587 e 325 os dous factores a multiplicar.

Pelo processo ordinario, seria mistér effectuar 9 multiplicações parciaes, a saber : 1.ª de 7×5, 2.ª de 80×5, 3.ª de 500×5, 4.ª de 7×20, 5.ª de 80×20, 6.ª de 500×20, 7.ª de 7×300, 8.ª de 80×300, e 9.ª de 500×300. Mas, como cada algarismo do producto total representa a somma dos productos parciaes d'uma mesma ordem de unidades, é claro que, sendo facil achar todos os productos parciaes que representem cada uma das ordens de unidades, será facil obter os differentes algarismos do producto total sem escrever os dos productos parciaes.

O'ra, o producto das *unidades* do multiplicador pelas *unidades* do multiplicando dá *unidades simples*, e não ha outro producto parcial que dê *unidades dessa ordem;* logo, o producto parcial 35, de 5×7, fornece o algarismo 5 das *unidades* do producto total, ficando ainda 3 *dezenas* de reserva. Quanto ás *dezenas*, só ha *dous* productos parciaes que as dam, e são : o producto das *unidades* do multiplicador pelas *dezenas* do multiplicando e o das *dezenas* do multiplicador pelas *unidades* do multiplicando; logo, a

1. — Consignamos aqui este methodo, não que o consideremos, como querem alguns auctores, realmente *abreviado ;* mas, apenas, como uma curiosidade, e mais um exercicio para os principiantes.

somma dos productos parciaes de 5×8 e de 2×7 e das 3 *dezenas* reservadas (isto é : $40 + 14 + 3 = 57$) fornece o algarismo 7 das *dezenas* do producto total, ficando ainda 5 *centenas* de reserva. Quanto ás *centenas* ha *tres* productos parciaes que as dam, e são : o das *unidades* do multiplicador pelas *centenas* do multiplicando, o das *centenas* do multiplicador pelas *unidades* do multiplicando, e finalmente, o das *dezenas* do multiplicador pelas *dezenas* do multiplicando; logo, a somma dos productos parciaes de 5×5, de 3×7 et de 2×8, e das 5 *centenas* reservadas (isto é : $25 + 21 + 16 + 5 = 67$) fornece o algarismo 7 das *centenas* do producto total, ficando ainda 6 *unidades de milhar* de reserva. Quanto ás *unidades de milhar*, só ha, no exemplo figurado, *dous* productos parciaes que as dam, e são : o das *dezenas* do multiplicador pelas *centenas* do multiplicando e o das *centenas* do multiplicador pelas *dezenas* do multiplicando; logo, a somma dos productos parciaes de 2×5 e 3×8, e das 6 *unidades de milhar* reservadas (isto é : $10 + 24 + 6 = 40$) fornece o algarismo 0 das *unidades de milhar* do producto total, ficando ainda 4 *dezenas de milhar* de reserva. Quanto, finalmente, ás *dezenas de milhar*, só ha, no exemplo figurado, um unico producto parcial que as dá, e é o das *centenas* do multiplicador pelas *centenas* do multiplicando; logo, a somma do producto parcial de 3×5 e das 4 *dezenas de milhar* reservadas (isto é : $15 + 4 = 19$) fornece o algarismo 9 das *dezenas de milhar* do producto total, ficando ainda 1 *centena de milhar* que, por não haver mais productos parciaes com os quaes possa ser sommada, é escripta, no producto total, á esquerda do algarismo das *dezenas de milhar*, representando assim as *centenas de milhar* desse producto, que é, portanto, 190775, como indica o seguinte

TYPO DO CALCULO :

I

MULTIPLICAÇÃO PELO PROCESSO ORDINARIO :

$$\begin{array}{r} 587 \\ 325 \\ \hline 2935 \\ 1174 \\ 1761 \\ \hline 190775 \end{array}$$

II

MULTIPLICAÇÃO PELO PROCESSO ABREVIADO :

$$\begin{array}{r} 587 \\ 325 \\ \hline 190775 \end{array}$$

	C. M.	D. M.	M.	C.	D.	U.
$5 \times 7 =$					3	5
$(5 \times 8) + (2 \times 7) = 40 + 14 =$ . .				5	4	
$(3 \times 7) + (5 \times 5) + (2 \times 8) = 21 + 25$ $+ 16 =$			6	2		
$(2 \times 5) + (3 \times 8) = 10 + 24 =$ . .		3	4			
$3 \times 5 =$	1	5				
$587 \times 325 =$	1	9	0	7	7	5

§ 8.º — Prova

110. — Para verificar o resultado de uma multipli-cação, basta inverter a ordem dos factores, passando o multiplicador para multiplicando e o multiplicando para multiplicador; si o producto, n'esta segunda operação, fôr egual ao obtido na primeira, póde-se consideral-o como exacto; pois, não é provavel que os *mesmos erros* se tenham reproduzido nas duas multiplicações de modo a apresentarem ellas o *mesmo resultado errado*.

A DIVISÃO, porém, permitte a applicação de outros processos de *prova* mais commodos e mais seguros, como veremos adiante.