

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Ricardo Silveira

APLICAÇÃO DO FIREFLY ALGORITHM PARA OTIMIZAÇÃO
ESTRUTURAL DE PARÂMETROS DE PÓRTICOS PLANOS
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA COM IMPOSIÇÃO DE
RESTRICÇÕES

Florianópolis
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Ricardo Silveira

APLICAÇÃO DO FIREFLY ALGORITHM PARA OTIMIZAÇÃO
ESTRUTURAL DE PARÂMETROS DE PÓRTICOS PLANOS
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA COM IMPOSIÇÃO DE
RESTRICÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido ao Departamento de
Engenharia Civil da Universidade Federal
de Santa Catarina para a obtenção do
Grau de Engenheiro Civil.
Orientador: Prof. Dr. Rafael Holdorf
Lopez

Florianópolis
2014

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Silveira, Ricardo

APLICAÇÃO DO FIREFLY ALGORITHM PARA OTIMIZAÇÃO
ESTRUTURAL DE PARÂMETROS DE PÓRTICOS PLANOS SUBMETIDOS À
FLEXÃO COMPOSTA COM IMPOSIÇÃO DE RESTRIÇÕES / Ricardo
Silveira ; orientador, Rafael Holdorf Lopez -
Florianópolis, SC, 2014.
80 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico.
Graduação em Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Otimização estrutural de pórticos
planos com a utilização do Firefly Algorithm. I. Holdorf
Lopez, Rafael. II. Universidade Federal de Santa Catarina.
Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

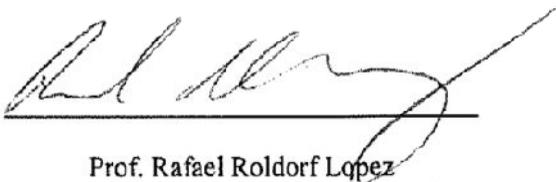
RICARDO SILVEIRA

APLICAÇÃO DO FIREFLY ALGORITHM PARA OTIMIZAÇÃO
ESTRUTURAL DE PARÂMETROS DE PÓRTICOS PLANOS
SUBMETIDOS À FLEXÃO COMPOSTA COM IMPOSIÇÃO DE
RESTRICÇÕES

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil.

Florianópolis, 28 de novembro de 2014.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Rafael Roldorf Lopez
Universidade Federal de Santa Catarina
Orientador

Prof^o: Wellison José de Santana Gomes
Universidade Federal de Santa Catarina

Eng. André Gustavo Carlon

Florianópolis
2014

INSTITUIÇÃO

Universidade Federal de Santa Catarina
Campus Florianópolis

Departamento de Engenharia Civil
Curso Superior de Engenharia Civil

Rua: João Pio Duarte da Silva, 205
- Córrego Grande
Florianópolis - Santa Catarina - Brasil

ACADÊMICO

Ricardo Silveira

Graduando do Curso Superior de Engenharia Civil

UFSC

ricardo-silveira-18@hotmail.com

A todas as pessoas especiais que estiveram do meu lado no decorrer da minha trajetória pessoal e acadêmica, nos momentos bons e difíceis, mesmo que estes últimos tenham ocorrido com mais frequência que os primeiros.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de dedicar este trabalho a todas as pessoas que estiveram juntas comigo nesta longa (ou curta) caminhada que é a graduação, gostaria de agradecer principalmente:

Minha família, meus tios dona Marlene e seu Ademir, que acolheram a mim e ao meu irmão em momento muito delicado de nossas vidas, e que sempre nos ensinaram a seguir o caminho do bem. Também ao meu irmão Juliano e minha cunhada Marília, que sempre me dão forças e fazem-me acreditar em meu potencial, minha sobrinha Ana Elisa que consegue me arrancar um sorriso nos momentos mais improváveis, e já que estou falando de família por que não falar do meu melhor amigo Léo, meu vira-lata que até hoje me diverte com sua “personalidade”.

Minha namorada Carolina e sua família, que estiveram presentes durante quase todo o meu período de graduação e sabem como ninguém o quanto esta fase foi dura para mim.

Aos amigos de longa data, que fizeram e fazem parte da minha história.

Às pessoas que passam por nossas vidas, fazem parte da nossa história, mas que infelizmente um dia retornam às suas origens.

Gostaria também de agradecer ao meu orientador, Professor Rafael Holdorf Lopez, que desde o tempo das aulas de resistência dos materiais já aguçava minha curiosidade sobre a engenharia de estruturas.

E a faculdade que me fez querer saber sempre mais.

RESUMO

Por mais experiente que seja um engenheiro estrutural e por mais seguras que sejam suas estruturas, nem sempre essas estruturas serão as mais efetivas possíveis, muito provavelmente os elementos estruturais de seus projetos possuirão dimensões maiores do que as realmente necessárias para satisfazer os estados limites últimos e de serviço.

Ao se realizar o lançamento de uma estrutura quais dimensões usar para que ela suporte o carregamento imposto, tenha deformações em níveis aceitáveis obedecendo a padrões normatizados, e ainda possua o menor custo possível? Sem o uso de uma ferramenta que realize esse processo de otimização chegar a essa resposta seria uma tarefa árdua e talvez imprecisa.

Em busca de estruturas mais eficientes, que atendam todas as restrições de projeto e possuam as menores dimensões possíveis, este trabalho aborda a otimização estrutural de parâmetros em pórticos planos submetidos à flexão composta com a imposição de restrições dimensionais e de tensões máximas admissíveis. Para a realização do processo de otimização estrutural no presente trabalho será utilizado o método de otimização *Firefly Algorithm* proposto por Xin-She Yang, com o auxílio da ferramenta computacional Matlab. Primeiramente será apresentada uma breve revisão bibliográfica dos principais tópicos relacionados à flexão composta, análises estatísticas e método dos deslocamentos, passando posteriormente por conceitos sobre otimização em geral e otimização estrutural, será apresentado também o *Firefly Algorithm*, e por fim será apresentada a otimização dos pórticos que serão divididos em três problemas de otimização distintos, cada problema apresentando uma quantidade de barras e carregamentos externos diferentes.

PALAVRAS-CHAVE: otimização estrutural, *Firefly Algorithm*, pórtico plano, flexão composta.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Tipos de otimização estrutural	3
Figura 2. Tensão normal.....	6
Figura 3. Variação da tensão em relação à linha neutra	8
Figura 4. Equilíbrio estático	8
Figura 5. Sobreposição das tensões.....	11
Figura 6. Coordenadas globais (E), elemento de pórtico plano em coordenadas locais (D).....	13
Figura 7. Lata projeto	21
Figura 8. Suporte de duas barras (A), diagrama de corpo livre para o nó 1 (B)	23
Figura 9. Seções transversais usuais em estruturas metálicas: (A) tubo circular, (B) sólido circular, (C) tubo retangular, (D) retângulo sólido, (E) seção I, (F) seção canaleta.....	25
Figura 10. Seção transversal da viga	33
Figura 11. Pórtico de três barras.....	39
Figura 12. Diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada (variáveis contínuas)	44
Figura 13. Diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada (variáveis discretas).....	45
Figura 14. Pórtico de seis barras	46
Figura 15. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis contínuas)	51
Figura 16. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis discretas)	52
Figura 17. Pórtico de quinze barras.....	54
Figura 18. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis contínuas)	61
Figura 19. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis discretas)	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Pseudocódigo do algoritmo Firefly	30
Tabela 2. Resultado proposto pelo Excel solver	35
Tabela 3. Resultado encontrado pelo Firefly Algorithm	35
Tabela 4. Análise dos resultados (variáveis contínuas).....	42
Tabela 5. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas).....	42
Tabela 6. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas).....	42
Tabela 7. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas).....	42
Tabela 8. Análise dos resultados (variáveis discretas)	42
Tabela 9. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas).....	43
Tabela 10. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas).....	43
Tabela 11. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas).....	43
Tabela 12. Análise dos resultados (variáveis contínuas).....	49
Tabela 13. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas).....	49
Tabela 14. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas).....	50
Tabela 15. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas).....	50
Tabela 16. Análise dos resultados (variáveis discretas)	50
Tabela 17. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas).....	50
Tabela 18. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas).....	50
Tabela 19. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas).....	51
Tabela 20. Análise dos resultados (variáveis contínuas).....	59
Tabela 21. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas).....	59
Tabela 22. Tensão resultante nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas).....	59
Tabela 23. Análise dos resultados (variáveis discretas)	59
Tabela 24. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas).....	60

Tabela 25. Tensão resultante nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas).....	60
---	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	2
2.1 Objetivos gerais.....	2
2.2 Objetivos específicos	2
3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	2
3.1 Histórico da otimização estrutural.....	4
4. REVISÃO BIBIOGRÁFICA.....	5
4.1 Tensão normal.....	5
4.2 Tensão de Flexão	6
4.3 Flexão composta normal	10
4.4 Método dos deslocamentos para estruturas reticuladas divididas em elementos	11
4.5 Análises estatísticas.....	16
5. OTIMIZAÇÃO.....	17
5.1 Formulação de um problema de otimização	17
5.2 Variáveis de projeto	18
5.3 Função objetivo.....	19
5.4 Restrições.....	20
5.5 Exemplo de formulação de um problema de otimização	20
5.6 Exemplo de formulação de um problema de otimização estrutural	22
6. FIREFLY ALGORITHM.....	29
7. APLICAÇÃO DO ALGORITMO FIREFLY À OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL.....	32
7.1 Otimização de uma viga de aço com seção I	32
7.2. Metodologia para a otimização dos pórticos.....	35
7.3 Projeto de um pórtico de três barras.....	38
7.4 Projeto de um pórtico de seis barras.....	45

7.5 Projeto de um pórtico de quinze barras.....	52
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64

1. INTRODUÇÃO

Estima-se que a construção civil é responsável pelo consumo de 15 a 50% dos recursos naturais, 66% de toda a madeira extraída, 40% da energia consumida e 16% da água potável (Revista Finestra, 2007).

Há poucas décadas não era estabelecida no Brasil a ideia do uso racional dos recursos naturais no setor da construção civil, até hoje se pode encontrar obras com total falta de controle sobre o consumo de seus materiais. No entanto, este tipo de comportamento tem se tornado cada vez mais raro, o pensamento agora é outro, a sustentabilidade esta em pauta, hoje sabemos que nossos recursos naturais não são infinitos, portanto é nosso dever usá-los de maneira responsável. Atualmente o desperdício de materiais em obras é um assunto tratado com muito rigor por engenheiros e especialistas das áreas de controle de qualidade.

A estrutura de uma edificação consome grandes quantidades de materiais e de energia durante sua fase de construção. Além de representar grande parte do custo final do empreendimento, a estrutura de um prédio de concreto armado, por exemplo, representa mais de 20% do custo total deste, custo este que quase sempre margeia alguns milhões de reais. Visando reduzir custos, e consequentemente fazer um uso mais adequado dos recursos naturais, entra em questão a necessidade de se realizar um projeto estrutural otimizado, ou seja, obter-se uma estrutura que resista a todos os carregamentos, respeite todas as restrições impostas pelo projetista e que ainda apresente as menores dimensões possíveis. Na verdade, o conceito de otimização se confunde com o próprio conceito de engenharia em que o objetivo principal é projetar algo com o menor custo possível (SILVA, 2001). O que se deseja em qualquer projeto de engenharia é atingir esse objetivo.

Durante a fase de concepção de um projeto estrutural um engenheiro com experiência possui certa noção das dimensões que cada elemento deve ter para que a estrutura satisfaça os critérios de estados limites últimos e de serviço. Provavelmente a intuição do engenheiro esteja certa e a estrutura irá atender a todas as restrições a ela imposta com tais dimensões, é provável também que assim então o processo de cálculo estrutural seja finalizado, prosseguindo assim para a fase de detalhamento do projeto para que este posteriormente seja entregue ao cliente sem nenhum tipo de pós-refinamento que busque peças estruturais com menores dimensões, ou um arranjo estrutural diferente que também atenda a todos os critérios impostos.

O projeto poderia ser revisado em busca de uma solução estrutural mais econômica, mas por mais que o projetista refinasse seu modelo, o que tomaria muito do seu tempo e elevaria muito o preço do projeto, é provável que ele jamais encontrasse o projeto mais econômico possível. Seria preciso um método computacional que realizasse essa função de encontrar o projeto ótimo, e este será o principal objetivo deste trabalho, aplicar o algoritmo otimizador *Firefly Algorithm* a estruturas, neste caso pórticos planos submetidos a carregamentos externos, que deverão satisfazer a uma série de restrições apresentando as menores dimensões possíveis das seções transversais de seus elementos.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivos gerais

Este trabalho tem como objetivo geral a otimização estrutural de parâmetros aplicada a pórticos planos sujeitos à flexão composta visando obter uma estrutura com as menores dimensões possíveis e que conseqüentemente apresente o menor custo possível, respeitando a imposição de restrições de projeto.

2.2 Objetivos específicos

O objetivo específico deste trabalho é a aplicação do otimizador *Firefly Algorithm*, com auxílio de uma ferramenta computacional para análise estrutural, na busca da solução ótima (menor custo) de estruturas formadas por pórticos planos sujeitos à flexão composta.

3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

A otimização estrutural é um processo que busca a configuração da estrutura que resulte em um desempenho ótimo segundo alguma medida de desempenho pré-definida (mínima massa, máxima rigidez, máxima carga de flambagem, etc.), satisfazendo às restrições impostas ao dimensionamento desta estrutura (dimensões máximas e mínimas, tensões admissíveis, critérios estabelecidos em normas, etc.).

De acordo com (BENDSØE; SIGMUND, 2003) os tipos de otimização de estruturas mais frequentemente citados na literatura são: otimização de parâmetros, otimização de forma e otimização de topologia. A otimização de parâmetros busca valores ótimos para determinados parâmetros de projeto, sejam eles características geométricas, propriedades dos materiais, força de protensão, etc. Nesse tipo de otimização, o domínio da estrutura é fixo, ou seja, a topologia da estrutura já está definida antes do início do processo de otimização. A otimização de forma busca a melhor forma do contorno da estrutura e as variáveis de projeto são as próprias coordenadas dos pontos que a define. Nesse tipo de otimização, a topologia também já está definida. Já a otimização de topologia visa obter a melhor distribuição de material em uma região do espaço, resultando ao final na estrutura que melhor satisfaz um determinado critério.

A Figura 1 apresenta os três tipos de otimização propostos por (BENDSØE; SIGMUND, 2003):

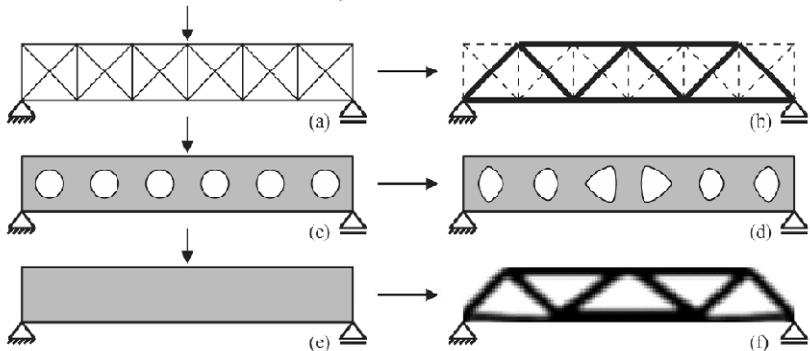


Figura 1. Tipos de otimização estrutural

Fonte: TRALDI (2010)

A Figura 1 (a) apresenta o ponto de partida da otimização de parâmetros na análise de uma treliça plana. É suposto que são conhecidos o posicionamento e o comprimento de cada barra, sendo as áreas das seções transversais definidas como as variáveis de projeto. A Figura 1 (b) mostra o resultado obtido ao final do processo de otimização de parâmetros. As barras tracejadas correspondem àquelas com área da seção transversal nula. A Figura 1 (c) mostra a configuração inicial no processo de otimização de forma aplicado a uma viga. *A priori* são conhecidos a forma dos contornos dos furos da viga

antes do início da otimização. O algoritmo de otimização buscará o melhor contorno interno para os furos, sendo o resultado da otimização mostrado na Figura 1 (d). Na otimização de forma, os furos definidos inicialmente podem se unir durante o processo, contudo, novos furos não podem ser criados. A Figura 1 (e) apresenta o ponto de partida no processo de otimização de topologia aplicado a uma viga bi-apoiada. O retângulo descreve o domínio do projeto, que é a região geométrica no espaço onde se distribuirá o material de forma a se obter a melhor estrutura. Nessa figura, todos os pontos do domínio possuem densidade intermediária (cinza). A Figura 1 (f) mostra o resultado obtido ao final do processo de otimização. A solução inicial, com densidade intermediária, dá lugar a regiões com densidades nulas (vazios) e regiões com densidades unitárias (sólidos), formando os elementos estruturais resistentes. Dessa forma, a estrutura e os furos surgem naturalmente do processo de otimização.

3.1 Histórico da otimização estrutural

De acordo com (SILVA, 2001), o conceito de otimização estrutural é antigo. O primeiro cientista a aplicar esse conceito foi Maxwell em 1872. Na época havia essencialmente estruturas civis, principalmente pontes. Enquanto a maior parte dos engenheiros preocupava-se em desenvolver modelos para calcular com precisão as tensões mecânicas numa configuração de ponte proposta, para verificar o risco de falha, Maxwell decidiu obter um projeto de ponte que utilizasse a menor quantidade de material possível e não falhasse. Nessa tentativa Maxwell estudou alguns problemas bem simples utilizando conceitos da teoria da elasticidade. A idéia de Maxwell era essencialmente, conhecendo-se o carregamento atuando num domínio infinito e os pontos onde esse domínio estaria apoiado (pontos de apoio da ponte, por exemplo), calcular o campo de tensões mecânicas principais usando teoria de elasticidade. As direções das tensões principais correspondem às direções onde não ocorrem tensões de cisalhamento apenas tensões normais. Uma vez obtidas essas direções, Maxwell sugeriu de forma conceitual que a estrutura ótima, que utilizasse a menor quantidade de material, seria constituída de elementos de treliça alinhados com essas direções principais. Mais tarde essa solução mostrou-se ser também a solução ótima para o projeto de uma estrutura com a máxima rigidez e menor peso considerando-se um único carregamento. A idéia de Maxwell foi retomada por Michell em 1904

que decidiu aplicar o método para o projeto de vários tipos de estruturas com o menor volume de material.

No entanto, devido a complexidade dos resultados encontrados por Michell, que foram considerados muito acadêmicos e sem aplicação prática na época, o estudo da otimização estrutural foi deixado de lado por um longo período. De 1904 a 1960 não houve evolução significativa nos estudos da área, sendo realizados apenas problemas acadêmicos sem aplicação prática. Na década de 60, com o surgimento dos computadores e do método de elementos finitos (MEF), problemas práticos de otimização estrutural passaram a ser estudados principalmente na indústria aeronáutica. Na década de 70, vários algoritmos de otimização para problemas não-lineares de otimização foram implementados. Na verdade a teoria da maior parte desses algoritmos já havia sido desenvolvida no século XIX, no entanto somente com o advento dos computadores e de linguagens de programação é que eles puderam ser implementados.

Um fato curioso é que a partir da década de 80 com a implementação de softwares baseados em otimização topológica, os resultados que Michell obtivera a mais de setenta anos antes da utilização desses métodos computacionais, foram reproduzidos pelos programas para a surpresa dos cientistas da época.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 Tensão normal

De acordo com (BEER & JOHNSTON, 1995), a força por unidade de área ou a intensidade das forças distribuídas numa certa seção transversal é chamada tensão atuante nessa seção, e é indicada pela letra σ . A tensão em uma barra de seção transversal A , sujeita a uma força axial P , é então obtida dividindo-se o módulo P da força pela área A , como mostrado na Figura 2:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1)$$

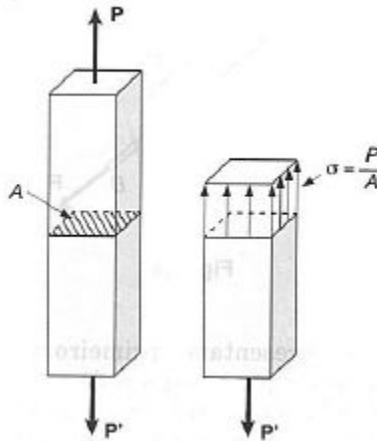


Figura 2. Tensão normal

Fonte: BEER & JOHNSTON, 1995

Para indicar a tensão de tração (barras tracionadas) será usado o sinal positivo. O sinal negativo indicará tensão de compressão (barras comprimidas). No sistema internacional, P é expressa em newtons (N), A em metros quadrados (m^2). A tensão σ será expressa em N/m^2 , unidade que é denominada pascal (Pa).

4.2 Tensão de Flexão

Seguindo os conceitos de (BEER & JOHNSTON, 1995), tem-se que as deformações em uma barra simétrica na flexão pura são dadas por:

$$\varepsilon_x = -\frac{y\varepsilon_m}{c} \quad (2)$$

Onde:

ε_x = Deformação longitudinal específica;

y = Distância da linha neutra ao ponto em estudo;

c = Distância, em relação à linha neutra, em que ocorre a maior deformação específica;

ε_m = Maior deformação específica normal;

O sinal negativo indica que a deformação está associada a tensões de compressão quando y é positivo, uma vez que é adotado um momento positivo na dedução da equação, e a concavidade da barra é voltada para cima.

Considerando regime elástico, quando o momento fletor M tem valor tal que as tensões normais se mantêm abaixo do valor específico de escoamento σ_e , impõe-se a condição de que as tensões na barra permaneçam abaixo do limite de proporcionalidade e do limite de elasticidade do material, portanto não ocorrerá deformações permanentes, e a lei de Hooke pode ser aplicada para o estado uniaxial de tensões. Considerando que o material é homogêneo e chamando de E o seu módulo de elasticidade, tem-se na direção longitudinal x :

$$\sigma_x = E \varepsilon_x \quad (3)$$

Substituindo ε_x da equação (2), obtém-se:

$$E \varepsilon_x = -\frac{y}{c} (E \varepsilon_m) \quad (4)$$

Ou pode-se escrever a equação acima da seguinte maneira:

$$\sigma_x = -\frac{y}{c} (\sigma_m) \quad (5)$$

Onde σ_m expressa o maior valor absoluto da tensão.

Este resultado mostra que, no regime elástico, a tensão normal varia linearmente com a distância em relação a linha neutra, como pode ser observado na Figura 3:

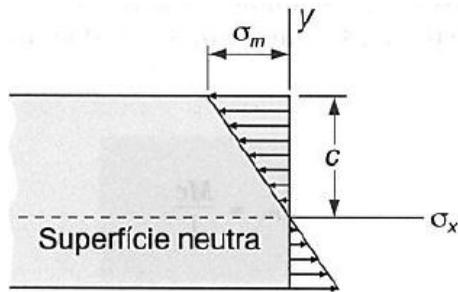


Figura 3. Variação da tensão em relação à linha neutra

Fonte: BEER & JOHNSTON (1995)

Deve-se agora determinar a posição da linha neutra e o valor máximo da tensão normal σ_m . Da Figura 4, desconsiderando-se as componentes de cisalhamento, chega-se às seguintes relações:

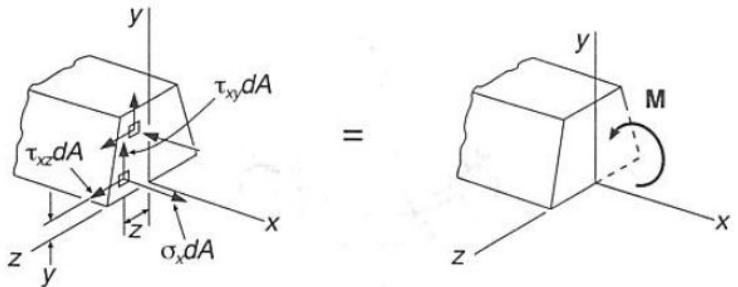


Figura 4. Equilíbrio estático

Fonte: BEER & JOHNSTON (1995)

$$\sum F_x=0: \quad \int \sigma_x dA =0; \quad (6)$$

$$\sum M_y=0: \quad \int z\sigma_x dA =0; \quad (7)$$

$$\sum M_z=M: \quad \int -y\sigma_x dA=M; \quad (8)$$

Substituindo o valor de σ_x da equação (5) na equação (6):

$$-\frac{\sigma_m}{c} \int y dA = 0 \quad (9)$$

Dessa última equação, deduz-se que:

$$\int y dA = 0 \quad (10)$$

E essa equação mostra que o momento estático da área da seção transversal em relação à linha neutra deve ser zero. Isto quer dizer que, para barras submetidas à flexão pura, a linha neutra passa pelo centro geométrico da seção, enquanto as tensões permanecerem em regime elástico.

Substituindo a equação (5) na equação (8):

$$\int (-y) \left(-\frac{y}{c} \sigma_m\right) dA = M;$$

$$\frac{\sigma_m}{c} \int y^2 dA = M \quad (11)$$

A integral representa o momento de inércia I da área da seção transversal em relação à linha neutra. Portanto a tensão máxima é definida como:

$$\sigma_m = \frac{Mc}{I} \quad (12)$$

De maneira semelhante, nota-se que a tensão σ_x a uma distância y e qualquer da linha neutra pode ser encontrada da seguinte forma:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \quad (13)$$

As equações (12) e (13) são conhecidas como fórmulas da flexão em regime elástico, e a tensão normal σ_x , provocada quando a barra se flexiona, é chamada tensão de flexão.

4.3 Flexão composta normal

Segundo (ARGENTA, 2012) ocorre o esforço de flexão composta quando a resultante das tensões normais pode ser decomposta em uma força normal e em momentos fletores. Quando o plano do momento fletor intercepta a seção segundo um dos eixos principais de inércia, o esforço é denominado de flexão composta normal, caso contrário, é denominado flexão composta oblíqua.

A flexão composta normal é caracterizada por apresentar apenas uma resultante de momento na seção transversal, podendo ser tanto em torno do eixo y, quanto em torno do eixo z. As tensões normais oriundas do esforço normal e do momento fletor são dadas por:

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (14)$$

$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I_y} z \quad (15)$$

ou

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y \quad (16)$$

A tensão normal resultante existente em uma flexão composta é o resultado da soma vetorial entre a tensão normal desenvolvida pelo momento e a tensão normal desenvolvida pela força. A tensão resultante em cada ponto da seção, com momento fletor aplicado em torno de eixo y, é definida como:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \mp \frac{M_y}{I_y} z \quad (17)$$

No caso do momento estar aplicado em torno do eixo z; a tensão resultante em cada ponto na flexão composta fica:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \mp \frac{M_z}{I_z} y \quad (18)$$

Onde:

σ_x = Tensão resultante na seção transversal na direção x;
 P = Esforço normal atuante na seção transversal;
 A = Área da seção transversal;
 M_y e M_z = Momento fletor atuante na seção transversal em torno de y e z, respectivamente;
 z e y = Distância da fibra mais solicitada em relação à linha neutra;
 I_y e I_z = Momento de inércia da seção em relação aos eixos y e z, respectivamente.

Os sinais são utilizados avaliando-se as tensões de acordo com a posição da carga excêntrica na seção transversal, ou desde que sejam adotados os sinais dos momentos, anti-horário positivo e horário negativo, e os sinais da excentricidade de acordo com os eixos coordenados. Para a tensão normal, o sinal é dado pelo sentido da tensão, compressão ou tração.

Como apresentado na Figura 5, a distribuição das tensões normais na seção transversal é equivalente a sobreposição das tensões normais, causadas pela carga N (equivalente a P) quando localizada no centróide da seção, com as tensões de flexão decorrentes dos momentos M_y ou M_z .

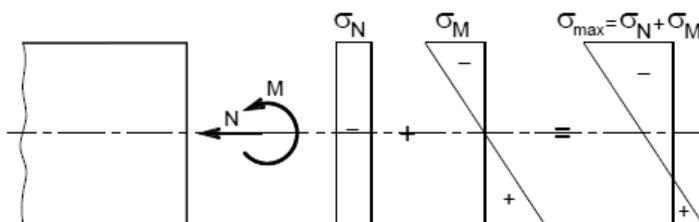


Figura 5. Sobreposição das tensões

Fonte: ARGENTA (2012)

4.4 Método dos deslocamentos para estruturas reticuladas divididas em elementos

O método dos deslocamentos pode ser aplicado em estruturas isostáticas sendo especialmente útil na análise de estruturas hiperestáticas quando o grau de indeterminação estático da estrutura é

elevado, caso em que geralmente se encontram estruturas do tipo pórtico plano.

Segundo (MARTHA, 2010) dois fatores justificam o fato da maioria dos programas de computador para análise de estruturas adotar o Método dos Deslocamentos em suas implementações:

- No Método dos Deslocamentos só existe uma opção para a escolha do Sistema Hipergeométrico (estrutura cinematicamente determinada utilizada nos casos básicos), enquanto que no Método das Forças existem várias opções para a escolha do Sistema Principal (estrutura estaticamente determinada utilizada nos casos básicos);
- O cálculo dos valores dos coeficientes de rigidez do sistema de equações finais de equilíbrio do Método dos Deslocamentos é muito mais simples (soma direta de coeficientes de rigidez de barras) do que o cálculo dos coeficientes de flexibilidade do Método das Forças (integrais de energia de deformação).

De acordo com (MORAES & LEBRE LA ROVERE, 2005) no método dos deslocamentos, cada elemento é considerado isoladamente. Inicialmente calcula-se a matriz de rigidez do elemento não-restringido, representada por $[S_L]$, em relação a todos os graus de liberdade deste, no sistema local de coordenadas. A Figura 6 apresenta um elemento de pórtico plano referenciado no seu sistema de coordenadas locais e também o sistema de coordenadas globais, deve-se notar que as coordenadas locais estão representadas por letras minúsculas enquanto que as coordenadas globais são referenciadas por letras maiúsculas.

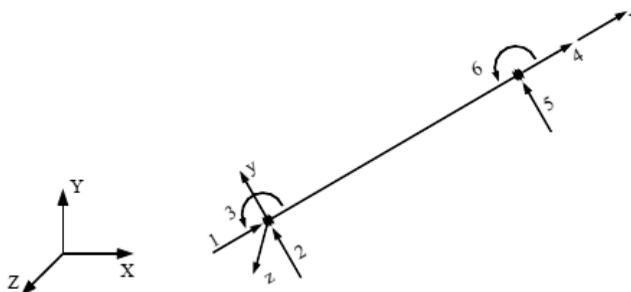


Figura 6. Coordenadas globais (E), elemento de pórtico plano em coordenadas locais (D)

Fonte: MORAES & LEBRE LA ROVERE (2005)

Para um elemento de pórtico plano a matriz de rigidez apresenta a seguinte configuração:

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Quando houver cargas aplicadas ao longo do elemento, será calculado o vetor de esforços de engastamento perfeito (para o elemento fixo), inicialmente no sistema local, representado por {FLEP}. Assim como a matriz de rigidez o vetor de esforços de engastamento perfeito é função do módulo de elasticidade e das características geométricas do elemento.

Em seguida, através de uma transformação de coordenadas, encontra-se a matriz de rigidez do elemento no sistema global [S_G] e o vetor de esforços de engastamento perfeito no sistema global {FGEP}.

Levando-se em conta a contribuição de todos os elementos, será formado o sistema de equações de equilíbrio para a estrutura não-

restringida, em relação a todos os graus de liberdade possíveis (inclusive os restringidos por apoios):

$$\{FEP\}^* + [S]^* \cdot \{D\}^* = \{A\}^* \quad (20)$$

Onde:

$\{FEP\}^*$ = Vetor dos esforços nas extremidades dos elementos devidos às cargas atuando nos elementos para a estrutura não restringida;

$\{A\}^*$ = Vetor das ações aplicadas nos nós dos elementos da estrutura não restringida;

$[S]^*$ = Matriz de rigidez da estrutura não restringida;

$\{D\}^*$ = Vetor dos deslocamentos da estrutura não restringida.

Sendo:

$$\{FEP\}^* = \sum_{\text{ELEMENTOS}} \{FGEP\} \quad (21)$$

$$[S]^* = \sum_{\text{ELEMENTOS}} [S_G] \quad (22)$$

Se uma estrutura tem N nós, e cada nó tem M graus de liberdade, o sistema de equações (20) resultante terá N×M equações.

Em seguida serão impostas as condições de contorno, encontrando-se o sistema de equações de equilíbrio para a estrutura restringida:

$$\{FEP\} + [S] \cdot \{D\} = \{A\} \quad (23)$$

Resolvendo-se o sistema de equações (23) obtém-se o vetor de deslocamentos:

$$[S] \cdot \{D\} = \{A\} - \{FEP\} \quad (24)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação por $[S]^{-1}$ chega-se em:

$$\{D\} = [S]^{-1} \cdot \{A - FEP\} \quad (25)$$

A partir de $\{D\}$ obtêm-se as reações de apoio utilizando-se o sistema de equações (20), encontra-se o vetor de deslocamentos nas extremidades de cada elemento, no sistema local, $\{uL\}$, e os esforços no elemento no sistema local:

$$\{AL\} = \{FLEP\} + [SL].\{uL\} \quad (26)$$

Os elementos de uma estrutura do tipo pórtico plano são modelados para o método dos deslocamentos seguindo as seguintes hipóteses:

- Cada nó do elemento possui três graus de liberdade, ou seja, pode sofrer três deslocamentos em cada nó, estes deslocamentos são: translação paralela aos eixos x e y e rotação em torno do eixo z , e estão referenciados de acordo com o sistema de coordenadas locais do elemento;
- A estrutura plana é constituída de barras prismáticas situadas no plano XY , com orientação arbitrária em relação ao eixo X . O eixo vertical (y) da seção transversal das barras é um eixo de simetria e, portanto, y e z são eixos principais de inércia;
- As barras são em geral rigidamente ligadas entre si;
- As forças, assim como os binários que geram os momentos fletores, atuam no plano XY ;
- Os esforços internos dos elementos são: flexão, axial e cortante;
- As deformações predominantes são devidas à flexão e ocorrem no plano XY . Uma vez que as barras possuem comprimentos grandes se comparados com as dimensões de suas seções transversais são desprezadas as deformações por cisalhamento;
- As deformações por flexão e axial são consideradas independentemente uma da outra (nas estruturas com comportamentos lineares não haverá interação entre esforço axial e flexão).

4.5 Análises estatísticas

Segundo (LOPES, 2003) a média é uma medida descritiva que tem por finalidade representar um conjunto de dados.

A média pode ser calculada por:

$$\text{média} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (27)$$

Onde:

x_i = Elemento i , em uma série de elementos;

n = Número de elementos de uma série.

A variância é definida como “o desvio quadrático médio da média” e é calculada como uma amostra de dados como:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2/n}{(n-1)} \quad (28)$$

O desvio padrão representa o quanto de variação ou "dispersão" existe em relação à média (ou valor esperado). Um baixo desvio padrão indica que os dados tendem a estar próximos da média, um desvio padrão alto indica que os dados estão espalhados por uma gama de valores. O desvio padrão é definido como:

$$s = \sqrt{\text{variância}} = \sqrt{s^2} \quad (29)$$

SHIMAKURA, (2005) afirma que uma maneira de se expressar a variabilidade dos dados tirando a influência da ordem de grandeza das variáveis é através do coeficiente de variação, definido por:

$$CV = \frac{s}{\text{média}} \quad (30)$$

O coeficiente de variação pode ser interpretado como a variabilidade dos dados em relação à média. Quanto menor o CV mais homogêneo é o conjunto de dados.

5. OTIMIZAÇÃO

Um problema de otimização está sempre relacionado a um problema de minimização ou de maximização de uma ou mais funções. Resolver um problema de otimização implica em procurar a solução de um problema de forma a se maximizar ou minimizar alguma função objetivo. Um problema de minimização pode ser descrito da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } W=f(x_1,x_2,x_3,\dots,x_n) \quad (31)$$

Onde o argumento de minimização da função $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ é equivalente ao argumento de maximização da função $-f(\mathbf{x})$. Tem-se assim:

$$\text{argmin } f(\mathbf{x})=\text{argmax}=\{-f(\mathbf{x})\} \quad (32)$$

As funções $-f(\mathbf{x})$ e $f(\mathbf{x})$ são conhecidas como funções objetivo e representam a quantidade que se deseja minimizar ou maximizar, respectivamente.

5.1 Formulação de um problema de otimização

Um problema de otimização pode ser apresentado matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar } f(\mathbf{x}) \\ &\text{Submetido a } g_i(\mathbf{x}) \leq 0; \text{ para } i=1,2,\dots,p \end{aligned} \quad (33)$$

$$h_i(\mathbf{x})=0; \text{ para } i=1,2,\dots,p \quad (34)$$

$$\mathbf{x} \in X \subset \mathbb{R}^n$$

$$X=\{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i=1,2,\dots,n\} \quad (35)$$

Onde o vetor \mathbf{x} representa o vetor de incógnitas ou vetor de variáveis de projeto, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo e $g(\mathbf{x})$ e $h(\mathbf{x})$ são restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente. O conjunto X é definido pelos limites inferior e superior pré-definidos para as variáveis de projeto. Um vetor $\mathbf{x} \in X$ que satisfaz a todas essas restrições é chamado de solução viável.

Segundo (ARORA, 2004) geralmente é aceito que a definição apropriada e a formulação de um problema levam cerca de 50 por cento do esforço total necessário para resolvê-lo. Por isso, é fundamental seguir os procedimentos bem definidos para a formulação de problemas. A importância de formular adequadamente um problema de otimização de projeto deve ser salientada porque a melhor solução será tão boa quanto sua formulação. Para a maioria dos problemas de otimização, usa-se o seguinte procedimento de formulação, proposto por (ARORA, 2004), dividido em cinco passos:

Passo 1: Declaração do projeto;

Passo 2: Coleta de dados e Informações do projeto;

Passo 3: Identificação / definição de projeto variáveis;

Passo 4: Identificação de um critério a ser otimizado;

Passo 5: Identificação das restrições.

5.2 Variáveis de projeto

As variáveis de projetos são os parâmetros que definem o sistema a ser otimizado, em geral são chamadas de variáveis de otimização e são representadas da seguinte forma:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (36)$$

Onde n representa o número de variáveis de projeto.

Para alguns problemas, diferentes conjuntos de variáveis podem ser identificados para descrever o mesmo sistema. A formulação do problema dependerá do conjunto selecionado.

O número de variáveis independentes de projeto especifica os graus de liberdade do projeto para o problema. Na fase inicial de formulação do problema, todas as opções de identificação de variáveis de projeto devem ser analisadas. Às vezes, pode ser desejável designar mais variáveis de projeto do que graus de liberdade. Isto dá uma maior flexibilidade na formulação do problema. Mais tarde, é possível atribuir um valor numérico fixo para qualquer variável e, portanto, eliminá-la da formulação do problema.

Às vezes é difícil identificar claramente as variáveis de projeto de um problema. Neste caso, uma lista completa de todas as variáveis deve ser preparada. Então, considerando-se cada variável

individualmente pode-se decidir se esta é uma variável de otimização. Resumindo, as seguintes considerações devem ser dadas na identificação de variáveis de projeto para um problema:

- As variáveis de projeto devem ser independentes uma da outra, tanto quanto possível. Se não forem, então deve haver algumas restrições de igualdade entre elas. Por outro lado, se existem restrições de igualdade no problema, então as variáveis de projeto são dependentes;
- Existe um número mínimo de variáveis de projeto necessárias para formular um problema de otimização apropriadamente;
- Parâmetros independentes devem ser listados tanto quanto possível para serem designados como variáveis de projeto na fase de formulação do problema. Mais tarde, algumas das variáveis podem ter seus valores fixos atribuídos.
- Um valor numérico deve ser dado a cada variável, uma vez que as variáveis de projeto foram definidas, para determinar se um projeto de teste do sistema é especificado.
- As variáveis de projeto podem ser contínuas, discretas ou inteiras, sendo as duas últimas muito comuns em projetos de engenharia:
- Uma variável de projeto é contínua quando esta pode apresentar qualquer valor numérico dentro de um intervalo pré-estabelecido;
- Uma variável de projeto é chamada discreta quando a mesma deve ser selecionada a partir de um conjunto finito de opções;
- Uma variável de projeto é dita inteira, como o próprio nome sugere, quando essa apresentar números inteiros, como, por exemplo, número de nós, número de elementos, número de apoios, etc.

5.3 Função objetivo

A função objetivo depende das variáveis de projeto e pode ser apresentada da seguinte forma:

$$f(\mathbf{x})=f(x_1,x_2,\dots,x_3) \quad (37)$$

A função objetivo para o problema de projeto ideal é a função que deve ser maximizada ou minimizada, dependendo dos requisitos do problema. A seleção de uma função objetivo adequada é uma decisão

importante no processo de projeto. Alguns exemplos de funções objetivo são: custo (para ser minimizado), lucro (para ser maximizado), peso (para ser minimizado), o gasto de energia (a ser minimizada), qualidade da condução de um veículo (para ser maximizada), e assim por diante. Em algumas situações, duas ou mais funções objetivo podem ser identificadas. Por exemplo, pode se desejar minimizar o peso da estrutura e ao mesmo tempo minimizar o deslocamento ou tensão em um certo ponto. Estes são chamados de problemas de otimização multi-objetivo.

5.4 Restrições

Todas as restrições impostas em um projeto são chamadas coletivamente de restrições. O passo final no processo de formulação é o de identificar todas as limitações do projeto e desenvolver expressões para elas. A maioria dos sistemas realistas devem ser concebidos dentro de determinados requisitos de desempenho. Por exemplo, os membros estruturais não devem falhar sob cargas normais de operação. A frequência de vibração de uma estrutura deve ser diferente da frequência de operação de máquinas que por ela trafeguem, caso contrário, pode ocorrer ressonância, podendo ocasionar uma falha catastrófica.

Alguns aspectos sobre as restrições devem ser ressaltados:

- Assim como a função objetivo, as restrições impostas ao problema dependem necessariamente das variáveis de projeto;
- O número de restrições de igualdade deve ser no máximo igual ao número de variáveis de projeto, caso isso não aconteça, ou as restrições de igualdade são redundantes (linearmente dependente entre si) ou a formulação não é consistente;
- O número de restrições de desigualdade não possui limitações;
- Alguns problemas de otimização podem não apresentam qualquer tipo de restrições e, nesse caso, são chamados problemas sem restrições;

5.5 Exemplo de formulação de um problema de otimização

A seguir é apresentado um exemplo de formulação de um problema básico de otimização. Trata-se de um projeto de uma lata cilíndrica para armazenar líquido. Este exemplo pode ser encontrado no livro *Introduction to Optimum Design*, ARORA (2004), p.18. O exemplo segue os procedimentos como sugerido por (ARORA, 2004).

Passo 1: Declaração de Projeto

O objetivo deste projeto é criar uma lata para manter pelo menos 400 ml de líquido, além de satisfazer outros requisitos de projeto. As latas irão ser produzidas em escala industrial, por isso, o interesse em se minimizar custos. Dado que o custo de fabricação da lata está diretamente relacionado com a área de superfície da folha de metal, esta então será a função a ser minimizada. Fabricação, manuseio, estética e considerações de envio impõem as seguintes restrições quanto ao tamanho da lata: o diâmetro não deve ser superior a 8 cm e nem inferior a 3,5 cm, enquanto a altura não deve ter mais de 18 cm e não ser inferior a 8 cm.

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

São os dados apresentados na declaração do projeto.

Passo 3: Identificação / Definição de Projeto Variáveis

Como a área da superfície da lata depende do seu diâmetro e sua altura estas são as variáveis de projeto, a Figura 7 apresenta a lata que se deseja otimizar:

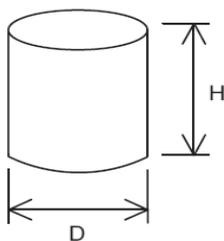


Figura 7. Lata projeto

Fonte: ARORA (2004)

Onde :

D = diâmetro da lata, em cm

H = altura da lata, em cm

Passo 4: Identificação de um critério a ser otimizado

O objetivo do projeto é minimizar a área de superfície S total da folha de metal nas três partes da lata: a área da superfície do cilindro e a área de superfície das duas extremidades.

Portanto, o critério de otimização, ou função custo (neste caso a área total da chapa de metal), é escrita como:

$$S = \pi DH + \frac{\pi}{2} D^2, \text{ em cm}^2 \quad (38)$$

Passo 5: Identificação das Restrições

A primeira restrição é que a lata deve armazenar pelo menos 400 ml de fluido, que é escrito como:

$$S = \frac{\pi}{4} D^2 H \geq 400, \text{ em cm}^3 \quad (39)$$

Se tivesse sido afirmado que "a lata deve armazenar 400 ml de líquido", então o volume anterior seria uma restrição de igualdade. As outras restrições sobre o tamanho da lata são:

$$3,5 \leq D \leq 8, \text{ em cm} \quad (40)$$

$$8 \leq H \leq 18, \text{ em cm} \quad (41)$$

Assim, o problema tem duas variáveis de projeto e um total de cinco restrições de desigualdade.

5.6 Exemplo de formulação de um problema de otimização estrutural

A seguir será apresentado um problema de otimização voltado à engenharia de estruturas, trata-se de um suporte de duas barras, submetidas a um carregamento externo. Esse exemplo pode ser encontrado no livro Introduction to Optimum Design de ARORA

(2004), p. 24. A formulação do problema de otimização usa os mesmos passos sugeridos por (ARORA, 2004), citados anteriormente:

Passo 1: Declaração do Projeto

O objetivo deste projeto é criar um suporte de duas barras, como apresentado na Figura 8, para suportar uma força W sem que ocorra falha estrutural. A força é aplicada num ângulo θ , que está entre 0 e 90° ; h é a altura, e s é a largura da base de suporte. Os suportes serão produzidos em grandes quantidades. Também foi determinado que o custo total do suporte (material, fabricação, manutenção, e assim por diante) é diretamente relacionado ao comprimento e área da seção transversal das duas barras. Assim, o objetivo do projeto é minimizar a massa total do suporte, satisfazendo as restrições de desempenho estrutural, fabricação e limitações de espaço.

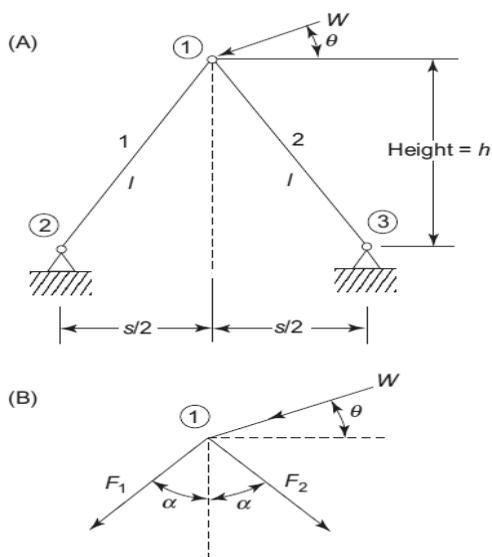


Figura 8. Suporte de duas barras (A), diagrama de corpo livre para o nó 1 (B)

Fonte: ARORA (2004)

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

Dados e informações são necessárias para formular o problema. Em primeiro lugar, a força W e seu ângulo de aplicação θ precisam ser especificados. Uma vez que o suporte pode ser utilizado em várias aplicações, pode não ser possível especificar apenas um ângulo para W . É possível formular o problema de otimização de tal modo que um intervalo seja especificado para o ângulo θ , ou seja, a força de W pode ser aplicada em qualquer ângulo dentro daquele intervalo. Neste caso, a formulação será um pouco mais complexa, devido aos requisitos de desempenho que terão de ser satisfeitos para cada ângulo de aplicação. Na presente formulação, presume-se que o ângulo θ é especificado. Em segundo lugar, o material a ser utilizado para as barras deve ser especificado porque as propriedades do material são necessárias para formular os requisitos de otimização e de desempenho. Presume-se que as duas barras são fabricadas usando o mesmo material. Além disso, é preciso determinar as limitações de fabricação e de espaço para o suporte, por exemplo, limitações no tamanho das barras, altura e largura da base.

As forças F_1 e F_2 transmitidas para as barras 1 e 2, respectivamente, podem ser usadas para definir condições de falha para as barras. Para calcular essas forças, faz-se o equilíbrio estático no nó 1, como ilustrado na Figura 8 (B).

$$-F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \alpha = W \cos \theta \quad (42)$$

$$-F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \alpha = W \sin \theta \quad (43)$$

A partir da geometria do suporte, $\sin \alpha = 0,5s/l$ e $\cos \alpha = h/l$, em que l é o comprimento dos membros dado por $l = \sqrt{h^2 + (0,5s)^2}$. As soluções das equações (42) e (43) irão determinar a magnitude e a direção das forças. Além disso, a força de tração será tomada como positiva e o esforço de compressão assumirá o valor negativo. Ao resolver as duas equações simultaneamente com F_1 e F_2 como incógnitas, tem-se:

$$F_1 = -0,5Wl \left[\frac{\sin \theta}{h} + 2 \frac{\cos \theta}{s} \right] \quad (44)$$

$$F_2 = -0.5Wl \left[\frac{\sin\theta}{h} - 2 \frac{\cos\theta}{s} \right] \quad (45)$$

Para evitar a falha da barra devido à sobrecarga, é preciso calcular a tensão atuante na barra. A tensão σ é obtida dividindo-se a força atuante na barra pela área de sua seção transversal. A expressão para a área da seção transversal depende da forma da seção transversal utilizada para as barras e as variáveis de projeto selecionadas. Portanto, uma forma estrutural para as barras e variáveis de projeto associados deve ser selecionada. Seções transversais usuais em estruturas metálicas são apresentadas na Figura 9:

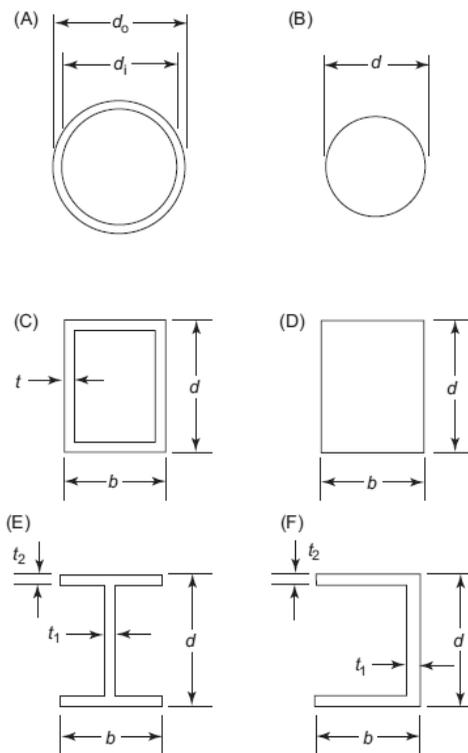


Figura 9. Seções transversais usuais em estruturas metálicas: (A) tubo circular, (B) sólido circular, (C) tubo retangular, (D) retângulo sólido, (E) seção I, (F) seção canaleta

Diversas formulações para o projeto ideal do suporte são possíveis, dependendo dos requisitos de aplicação. Além de equações de análise, é preciso definir as propriedades do material selecionado. Um material com propriedades conhecidas deve ser assumido para as barras do suporte. No entanto, a estrutura pode ser otimizada usando outros materiais, juntamente com os seus custos associados. Para o material selecionado, ρ representa a densidade de massa e σ_a a tensão de cálculo admissível, que é tomada como uma quantidade positiva. Como requisito de desempenho, presume-se que, se a tensão for superior a este valor admissível, considera-se que a barra falhou. A tensão permitida é definida como a tensão de ruptura do material (uma propriedade do material) dividida por um fator de segurança maior do que um, pode-se também chamá-la de tensão de projeto. Além disso, presume-se que a tensão, em módulo, permitida é calculada de tal maneira que a barra não falhe devido à flambagem.

Passo 3: Identificação / Definição das Variáveis de Projeto

Vários conjuntos de variáveis de projeto podem ser identificados para a estrutura. A altura h e a extensão s podem ser tratadas como variáveis de projeto na formulação inicial. Mais tarde, podem ser atribuídos valores numéricos fixos, se desejado, para que deixem de ser variáveis de projeto na formulação. Outras variáveis de projeto vão depender da forma da seção transversal das barras 1 e 2. Várias formas de seção transversal são possíveis, como mostrado na Figura 9, onde também são identificadas variáveis de projeto para cada forma de seção. No caso de o tubo circular da Figura 9 (A), o diâmetro exterior e a relação entre os diâmetros interno e externo $r = d_i/d_o$ ou d_o e d_i podem ser escolhidas como variáveis de projeto. No entanto, não é desejável designar d_i , d_o e r como as variáveis de projeto porque elas não são independentes umas das outras. Observações similares podem ser feitas para as variáveis de projeto associados com outras seções transversais. Para esse caso será considerado um suporte com tubos circulares ocos como apresentado na Figura 9 (A). Os diâmetros interno e externo, d_i e d_o , e a espessura t da parede podem ser especificados como as variáveis de projeto, embora elas não sejam todas independentes umas das outras. Não se pode especificar $d_i = 10$, $d_o = 12$ e $t = 2$, porque viola a condição física $t = 0.5(d_o - d_i)$. Portanto, para se formular o problema com d_i , d_o e t como variáveis de projeto, tem-se

também de impor a restrição $t=0.5(d_o-d_i)$. Este tipo de formulação é geralmente desnecessária porque pode-se substituir t em todas as equações para eliminá-la do problema, reduzindo assim o número de variáveis de projeto e restrições.

Em resumo para este exemplo as variáveis de projeto são definidas como:

x_1 =Altura h do suporte;
 x_2 =Espaçamento s do suporte;
 x_3 =Diâmetro externo da barra 1;
 x_4 =Diâmetro interno da barra 1;
 x_5 =Diâmetro externo da barra 2;
 x_6 =Diâmetro interno da barra 2;

Em relação a essas variáveis, as áreas das seções transversais A_1 e A_2 das barras 1 e 2 são dadas como:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} (x_3^2 - x_4^2); \quad A_2 = \frac{\pi}{4} (x_5^2 - x_6^2); \quad (46)$$

Uma vez que o problema é formulado em termos das seis variáveis de projeto selecionadas, é sempre possível modificá-las para atender às necessidades mais especializadas. Por exemplo, a altura x_1 pode ter um valor numérico fixo atribuído, “eliminando-a assim da formulação” do problema. Além disso, para tornar a fabricação do suporte mais fácil a estrutura deste pode ser simétrica, isto é, as duas barras terão a mesma seção transversal, tamanho e materiais. Em tal caso, defini-se $x_3=x_5$ e $x_4=x_6$ em todas as expressões da formulação do problema.

Passo 4: Identificação de Um Critério a Ser Otimizado

A massa da estrutura é identificada como a função objetivo do problema. Para os tubos circulares e ocos, a massa total da estrutura é calculada como (densidade do material x volume):

$$\text{Massa} = \rho[(A_1 + A_2)l] = \rho \left[\frac{\pi}{4} (x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2) \sqrt{x_1^2 + (0.5x_2)^2} \right] \quad (47)$$

Deve-se ressaltar que, se o diâmetro exterior e a relação entre o diâmetro interior e exterior são selecionados como variáveis de projeto, a forma da função massa mudará. Assim, a forma final depende das variáveis de projeto selecionadas para o problema

Passo 5: Identificação de Restrições

É importante incluir todas as restrições na formulação do problema, pois a solução final depende delas. Para a estrutura em questão, as restrições são impostas em termos das tensões nas barras e as variáveis de projeto em si. Estas limitações serão formuladas para tubos circulares ocos utilizando as variáveis de projeto anteriormente definidas.

Para evitar a tensão excessiva em uma barra, a tensão calculada σ não deve exceder a tensão máxima permitida para material $\sigma_a > 0$. As tensões σ_1 e σ_2 nas duas barras são calculadas como força / área:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1}; \sigma_2 = \frac{F_2}{A_2} \quad (48)$$

Da Eq. (44), considerando $W > 0$, F_1 é sempre negativa, ou seja, é uma força de compressão. Se $(\sin\theta)/x_1 \geq 2(\cos\theta)/x_2$ na equação (45) (em que $x_1 = h$ e $x_2 = s$), F_2 é também uma força de compressão negativa. Portanto, as restrições de tensão para as barras 1 e 2 são:

$$-\sigma_1 \leq \sigma_a \quad (49)$$

$$\sigma_2 \leq \sigma_a \quad (50)$$

Se $(\sin\theta)/x_1 < 2(\cos\theta)/x_2$ na Eq. (45), então F_2 se torna uma força de tração (assim com sinal positivo) e a restrição de tensão para a barra 2 torna-se:

$$\sigma_2 \leq \sigma_a \quad (51)$$

Finalmente, para impor as limitações de fabricação e de espaço, restrições sobre as variáveis de projeto são impostas como:

$$x_{il} \leq x_i \leq x_{iu}; \quad i=1,2,\dots,6 \quad (52)$$

Onde x_{il} e x_{iu} são os valores máximo e mínimo permitidos para a i -ésima variável de projeto. Seus valores numéricos devem ser especificados antes, para que o problema possa ser resolvido.

Deve-se destacar que a expressão da tensão na barra muda se diferentes variáveis de projeto são escolhidas para tubos circulares, ou se uma forma de seção transversal diferente é escolhida para as barras. Por exemplo, os raios interno e externo, média de raio e espessura da parede, ou diâmetro exterior e a relação entre os diâmetros interno e externo como variáveis de projeto irão produzir expressões diferentes para a área da seção transversal e tensões.

6. FIREFLY ALGORITHM

Xin-She Yang (2009) formulou o algoritmo *Firefly Algorithm* a partir da observação do padrão das emissões luminosas de vaga-lumes. De acordo com (DAY, 2010), existem cerca de mil espécies de vaga-lumes e a maioria deles produz flashes curtos e rítmicos. Eles são capazes de produzir uma luz fria graças a órgãos fotogênicos situados muito perto da superfície do corpo atrás de uma de carapaça de queratina do exoesqueleto que é translúcido.

A emissão luminosa é a característica mais marcante dos vaga-lumes, LUKASIK e ZAK (2008) afirmaram que os sinais possuem a função de: elementos de rituais de acasalamento, métodos para a atração de presas, orientação social ou como um sinal de alerta para presença de predadores. A atração entre vaga-lumes da mesma espécie se dá através da emissão ritmada das emissões, e também pelo tempo de emissão. A luz intermitente produzida pelos vaga-lumes pode ser formulada de tal forma que é associada a uma função objetivo a ser otimizada. Para a definição do *Firefly Algorithm*, parte-se inicialmente de três regras básicas:

- 1) Todos os vaga-lumes possuem mesmo sexo, de modo que um vaga-lume será atraído para outros vaga-lumes, independentemente do seu sexo;
- 2) A atração é proporcional ao brilho e ambos diminuem à medida que a sua distância aumenta, assim, para quaisquer dois vaga-lumes, o piscar menos brilhante irá se mover em direção ao mais brilhante

3) O brilho emitido por um vaga-lume é determinado pela sua avaliação frente ao objetivo (quanto melhor avaliado, mais brilhante). Neste sentido, a intensidade de emissão de luz de um vaga-lume é proporcional à função objetivo, que decai em função da distância entre os vaga-lumes, devido à absorção da luz pelo meio.

Baseando-se nas três regras acima, é possível definir o pseudocódigo do algoritmo, como mostrado na Tabela 1:

Função Objetivo $f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_d)^T$
Gerar população inicial de vaga-lumes \mathbf{x}_i ($i = 1, 2, \dots, n$)^T
Intensidade de luz I_i em \mathbf{x}_i é determinada por $f(\mathbf{x}_i)$
Definir coeficiente de absorção de luz γ
enquanto ($t < \text{MaxGeneration}$)
para $i = 1 : n$ *todos os vagalumes* n
para $j = 1 : i$ *todos os vagalumes* n
se ($I_j > I_i$), *mover vaga-lume* i *em direção a* j *na dimensão* d ;
fim se
Atratividade varia com a distância r *através de* $\exp[-\gamma r]$
Avaliar novas soluções e adaptar intensidade de luz;
fim para j
fim para i
Avalia os vaga-lumes e encontra o melhor resultado até o momento
fim enquanto
Pós-processar resultados e visualizar.

Tabela 1. Pseudocódigo do algoritmo Firefly

Fonte: YANG (2009)

De acordo com (YANG, 2010b), há dois pontos importantes na formulação do algoritmo que devem ser considerados: a variação da luminosidade e a formulação da atratividade. Por simplicidade, pode-se sempre assumir que a atratividade é função da luminosidade de um determinado vaga-lume, que por sua vez está relacionada à função objetivo.

Para o caso mais simples de otimização de máximos, a luminosidade I de um determinado indivíduo em determinada posição $\mathbf{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ pode ser determinada por $I \propto f(\mathbf{x})$. Entretanto, a atratividade β é relativa, pois

varia com a distância entre os indivíduos. Considerando-se os efeitos da distância r sobre a luminosidade e introduzindo o coeficiente γ de absorção de luminosidade do meio, chega-se a expressão:

$$I(r) = I_0 \cdot e^{-\gamma \cdot r^2} \quad (53)$$

Onde I_0 é a intensidade luminosa original.

Como a atratividade de um vaga-lume é proporcional à sua luminosidade percebida pelos outros indivíduos, pode-se defini-la como:

$$\beta(r) = \beta_0 \cdot e^{-\gamma \cdot r^2} \quad (54)$$

Onde β_0 é a atratividade em $r=0$.

O movimento de um indivíduo i que é atraído em direção a outro indivíduo mais brilhante j então é definido como:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i + \beta_0 \cdot e^{-\gamma \cdot r_{ij}^2} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) + \alpha \cdot (\text{rand} - 0.5) \quad (55)$$

Onde o primeiro termo é a posição inicial, o segundo termo é a atratividade entre dois indivíduos e o terceiro termo é a componente aleatória, onde a função `rand` retorna um número aleatório com distribuição uniforme entre 0 e 1. O parâmetro α é o parâmetro de randomização que pertence ao intervalo $[0,1]$. Para a maioria dos casos, o termo β_0 pode ser igualado a 1 e o termo aleatório pode ser usado como uma distribuição estatística como, por exemplo, a normal $N(0,1)$. O parâmetro γ determina a taxa de absorção de luminosidade do meio e, portanto, a atratividade entre os indivíduos, e desempenha um papel fundamental na velocidade de convergência do método. Tipicamente varia entre 0,01 e 100. Com $\gamma \rightarrow 0$, tem-se a um cenário idealizado onde a luminosidade não diminui com a distância. Assim, facilmente encontra-se um mínimo local ótimo. Por outro lado, se $\gamma \rightarrow \infty$, os vaga-lumes estão em uma área de neblina, ou seja, a atratividade entre dois indivíduos se aproxima de zero. O método então se comporta de maneira completamente aleatória. Assim, o fator γ tem grande influência no funcionamento do método de otimização.

7. APLICAÇÃO DO ALGORITMO FIREFLY À OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

7.1 Otimização de uma viga de aço com seção I

O problema a seguir é o exemplo 10.6 do livro Introduction to Optimum Design, ARORA (2004), p.369. Trata-se da otimização de uma viga de aço com seção I submetida a carregamentos externos e restrições, que deve apresentar as menores dimensões possíveis da seção transversal, uma vez que a função objetivo é o custo total da estrutura.

Passo 1: Declaração de Projeto

O objetivo deste projeto é criar uma viga de aço com seção transversal do tipo I, submetida a carregamentos externos, restrições dimensionais e de tensões admissíveis e também restrições de flambagem e deslocamentos máximos, que apresente as menores dimensões da seção transversal possível.

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

Comprimento= $L=25\text{m}$;

Tensão de escoamento= $\sigma_y=262\text{MPa}$;

Tensão de flexão admissível= $\sigma_a=0,55*\sigma_y= 144,1\text{MPa}$; (56)

Tensão de fadiga admissível= $\sigma_t=255\text{MPa}$;

Tensão de cisalhamento admissível= $\tau_a=0,33*\sigma_y= 86,46\text{MPa}$; (57)

Flecha admissível= $D_a=L/800$, em m; (58)

Carga considerada para o cálculo do momento= $P_m=104\text{kN}$;

Carga concentrada considerada no cálculo do esforço cortante= $P_s=155\text{kN}$;

Módulo de elasticidade= $E=210\text{GPa}$;

Área= $A=(h.t_w+ 2.b.t_f)$ em m^2 ; (59)

Momento de inércia= $I=\frac{1}{12}.t_w.h^3+\frac{2}{3}.b.t_f^3+ b.t_f.h.(h+2.t_f)$ em m^4 ; (60)

Carga distribuída= $w=(19+77.A)$; em kN/m (61)

Momento fletor= $M=\frac{L}{8}.(2.P_m+ w.L)$ em kN.m ; (62)

Tensão de flexão $=\sigma=\frac{M}{1000.I}(0,5.h+t_f)$ em MPa ; (63)

Tensão de flambagem da mesa $=\sigma_f=72845.\left(\frac{t_w}{h}\right)^2$ em MPa ; (64)

$$\text{Tensão de flambagem da alma} = \sigma_w = 3648276 \cdot \left(\frac{t_w}{h}\right)^2 \text{ em MPa}; \quad (65)$$

$$\text{Esforço Cortante} = S = 0,5 \cdot (P_s + w \cdot L) \text{ em kN}; \quad (66)$$

$$\text{Deflexão} = D = \frac{L^3}{384 \cdot 10^6 \cdot EI} \cdot (8 \cdot P_m + 5 \cdot w \cdot L) \text{ em m}; \quad (67)$$

$$\text{Tensão de cisalhamento} = \tau = \frac{S}{1000 \cdot h \cdot t_w} \text{ em MPa}; \quad (68)$$

Passo 3: Identificação / Definição das Variáveis de Projeto

Como o volume da viga depende do comprimento dos seus elementos (que neste caso é mantido fixo) e das suas dimensões das seções transversais, estas, portanto serão as variáveis de projeto. A Figura 10 apresenta a seção transversal da viga em estudo, ilustrando também as variáveis de projeto do problema:

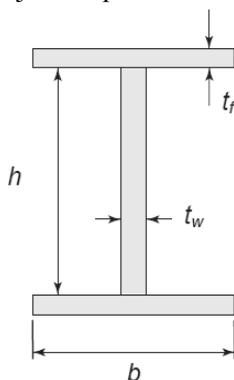


Figura 10. Seção transversal da viga

Fonte: ARORA (2004)

h = Altura da alma;
 t_w = Espessura da Alma;
 b = Largura da Mesa;
 t_f = Espessura da Mesa.

Passo 4: Identificação de Um Critério a Ser Otimizado

O objetivo do projeto é minimizar o volume total da viga. Neste caso o volume da viga é definido como:

$$\text{Vol}=A.L=(h.t_w+2.b.t_f).L \quad (69)$$

Passo 5: Identificação das Restrições

A estrutura em questão será submetida às seguintes restrições de projeto:

$$\text{Tensão de flexão: } \sigma \leq \sigma_a \quad (70)$$

Tensão de flambagem da mesa:

$$\sigma \leq \sigma_f \quad (71)$$

Tensão de flambagem da alma:

$$\sigma \leq \sigma_{fw} \quad (72)$$

Tensão de cisalhamento:

$$\tau \leq \tau_a \quad (73)$$

Deflexão:

$$D \leq D_a \quad (74)$$

Tensão de fadiga

$$\sigma \leq \frac{1}{2} \cdot \sigma_t \quad (75)$$

Restrições dimensionais:

$$0,30 \leq h \leq 2,5 \quad (76)$$

$$0,3 \leq b \leq 2,5 \quad (77)$$

$$0,01 \leq t_f \leq 0,10 \quad (78)$$

$$0,01 \leq t_w \leq 0,10 \quad (79)$$

As Tabelas 2 e 3 seguir apresentam os resultados obtidos pelo Excel solver e pelo *Firefly Algorithm*, respectivamente:

h	b	t_f	t_w	Vol
2,0753	0,3960	0,0156	0,0115	0,90563

Tabela 2. Resultado proposto pelo Excel solver

h	b	t_f	t_w	Vol
2,0648	0.3657	0.0172	0.0114	0,90551

Tabela 3. Resultado encontrado pelo Firefly Algorithm

Pode-se observar que mesmo que a espessura da mesa tenha apresentado valor maior pelo *Firefly Algorithm*, o valor do volume total da viga, encontrado por este método, apresentou valor inferior ao obtido pelo Excel solver, que era o objetivo da otimização.

7.2. Metodologia para a otimização dos pórticos

Para a realização da otimização estrutural dos pórticos neste trabalho, foram feitas as seguintes considerações:

- As barras de cada pórtico serão constituídas com o mesmo material. Portanto, todas terão o mesmo módulo de elasticidade e apresentarão os mesmos valores de resistências características;
- As seções transversais das barras serão retangulares, maciças e com dimensões constantes ao longo do comprimento da peça;
- Como função objetivo foi escolhido o volume total da estrutura, uma vez que o principal interesse do estudo é encontrar uma configuração final da estrutura que suporte o carregamento externo que lhe é submetido, respeitando restrições de projeto, com o menor consumo de material possível e, portanto, apresente o menor custo;
- O comprimento das barras dos pórticos será mantido constante, para que os pórticos respeitem imposições da arquitetura, por exemplo. Portanto o volume total da estrutura ficará em função apenas das dimensões

das seções transversais de seus elementos, sendo estas dimensões as variáveis de otimização deste projeto.

Para realizar a otimização das estruturas foi utilizado o *Firefly Algorithm*, inicialmente proposto por Xin-She Yang da universidade de Cambridge, Reino Unido, em 2007 e também um algoritmo capaz de realizar a análise estrutural dos pórticos baseado no método dos deslocamentos.

A formulação do procedimento de otimização dos pórticos segue os seguintes passos:

- Escolha da função objetivo, neste caso o volume total da estrutura;
- Análise e escolha das variáveis de projeto, para este caso as dimensões das seções transversais foram as variáveis selecionadas;
- Definição das restrições de projeto, que no presente estudo são as seguintes:
 - Tensões normais máximas devido à flexão composta que não devem superar a tensão máxima admissível do material;
 - Os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto. Por exemplo, a altura da seção transversal de uma viga não deve ser inferior a 15 cm e nem superior a 40 cm;
 - A relação das dimensões da seção transversal dos elementos, onde a altura não deve ser maior que o dobro da largura;
 - Restrições de igualdade que são impostas a cada pórtico em particular, por exemplo, as dimensões dos pilares de um pórtico devem ser as mesmas para um determinado pavimento;
- Tem-se então a formulação do processo de otimização.

Para que o otimizador busque a solução ótima do problema é necessário editar o algoritmo de análise estrutural de modo que as dimensões das seções transversais das barras da estrutura sejam as variáveis de projeto em análise. No método dos deslocamentos os esforços internos de cada elemento estão em função do carregamento externo imposto a este, do módulo de elasticidade do material e suas características geométricas (comprimento, área da seção transversal e momento de inércia em relação à direção de análise do problema). Neste ponto já foi determinado que o módulo de elasticidade dos elementos

será o mesmo para todos os elementos, assim como o comprimento de cada barra da estrutura será mantido constante, o carregamento externo ao qual a estrutura estará submetida também será mantido constante. Isso quer dizer que os esforços internos da estrutura irão variar apenas em função das dimensões das seções transversais dos seus elementos.

Isto significa que ao mesmo tempo em que as dimensões da seção transversal de um elemento estão ficando menores, e este é o objetivo do problema, estas podem, no entanto não estar mais satisfazendo os critérios de desempenho quanto às tensões máximas admissíveis, que são restrições impostas ao projeto. Este será o principal papel do *Firefly Algorithm*, encontrar entre inúmeras soluções possíveis, uma que atenda a todos os critérios de projeto e que além de tudo seja a melhor solução em termo de custos para a estrutura, ou próximo a isto.

Deve-se ressaltar que no algoritmo de análise estrutural cada elemento é discretizado por dois nós. Estes nós serão os pontos de análise da ferramenta de análise estrutural. Pontos de análise são os pontos onde serão calculados os esforços internos. Um elemento de 3 metros de comprimento (que poderia ser um pilar ou uma viga, por exemplo) possuirá dois pontos de análise, os pontos extremos deste elemento, onde serão calculados seus esforços internos. Em um processo de análise estrutural apenas estes dois pontos seriam muito pouco para representar os esforços internos ao longo desse elemento, portanto seriam necessários mais pontos de análise para obter-se uma análise estrutural mais representativa e esta foi a solução adotada neste trabalho. Cada elemento foi subdividido em elementos menores, neste caso cada elemento foi subdividido em elementos de 1 metro de comprimento, que ainda está longe de ser o ideal, mas apresenta resultados mais precisos se comparado com o primeiro caso. Após esta divisão o mesmo elemento de três metros, por exemplo, que antes possuía apenas dois pontos de análise, agora possui quatro pontos e, portanto, tem-se um resultado mais representativo que o anterior.

Vale salientar que a configuração dos carregamentos externos que as estruturas estão submetidas tem o intuito de fazer os momentos fletores máximos ocorrerem nas extremidades destas, assim sendo as tensões máximas poderão ser calculadas e consideradas no processo de otimização. Deve ficar claro que não há garantias que o momento máximo em cada barra da estrutura acontecerá sempre nesses pontos, pois como dito anteriormente, variando-se as dimensões das seções transversais a configuração dos esforços internos também se alteram. No entanto como será visto a diante, de acordo com os diagramas de

momentos fletores das estruturas otimizadas, os momentos fletores máximos ocorreram nas extremidades das barras, assim sendo para estes casos o momento fletor máximo foi considerado no cálculo da tensão resultante que atua no elemento.

Os valores das variáveis de projeto encontrados pelo *Firefly Algorithm* primeiramente serão valores contínuos, ou seja, qualquer valor real compreendido dentro do intervalo estabelecido para cada variável, posteriormente o algoritmo otimizador será editado de tal forma que os valores das variáveis de projeto apresentem valores discretos, ou seja, valores que estarão contidos em um conjunto com valores que foram previamente escolhidos como possíveis soluções para o elemento em questão.

Por fim será feita a análise estatística dos dados obtidos através do otimizador, para comprovar a convergência dos resultados obtidos, esta análise será feita de acordo com o seguinte procedimento:

Cada pórtico será analisado, para variáveis contínuas e discretas, vinte vezes considerando diferentes cadeias de aleatórios, para os números de 1000, 5000 e 10000 iterações, obtendo-se assim os valores das variáveis de projeto, que serão as dimensões das seções transversais dos elementos dos pórticos, e o valor da função objetivo, que será o volume total da estrutura, para cada processo de análise do algoritmo. Sendo assim, tem-se os valores dos dados para o posterior tratamento estatístico. Apenas os valores das funções objetivo serão analisados na convergência dos resultados, uma vez que o que se deseja é saber o menor volume da estrutura. Os valores das variáveis de projeto encontrados em cada execução do algoritmo servirão para saber se este está sempre convergindo para as mesmas configurações da estrutura.

7.3 Projeto de um pórtico de três barras

Passo 1: Declaração de Projeto

O objetivo deste projeto é criar um pórtico de três barras com o menor volume possível. Em virtude do projeto arquitetônico, deseja-se que as barras mantenham seus comprimentos constantes. As barras do pórtico serão construídas com material genérico e com seções transversais retangulares, os elementos da estrutura estarão sujeitos à flexão composta normal. Por hipótese as barras não falharão por flambagem. Serão impostas à estrutura restrições relacionadas às

dimensões assim como restrições de tensões máximas admissíveis, a função objetivo será o volume total da estrutura.

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

O material usado na estrutura possui módulo de elasticidade de 200 GPa, tensão admissível à compressão de 10 MPa e tensão admissível a tração de 8 MPa.

A Figura 11 apresenta o pórtico em estudo, com os comprimentos de seus elementos e seus carregamentos:

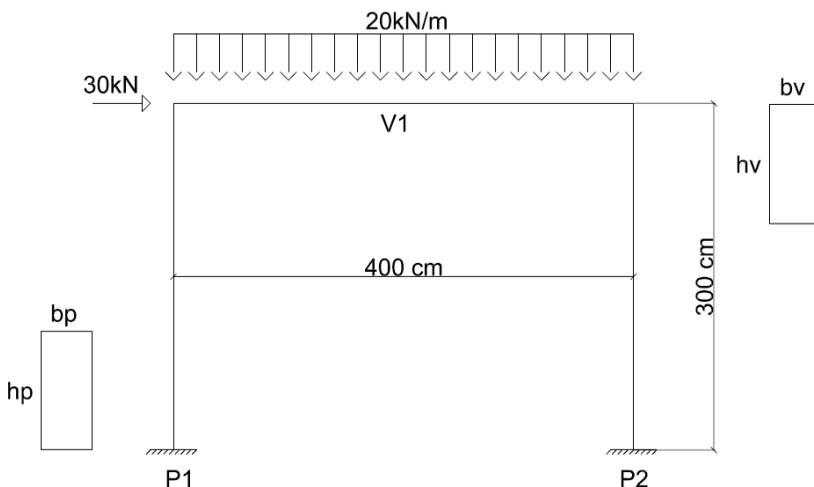


Figura 11. Pórtico de três barras

Passo 3: Identificação / Definição das Variáveis de Projeto

Como o volume da estrutura depende do comprimento dos seus elementos (que neste caso é mantido fixo) e das suas dimensões das seções transversais, estas, portanto serão as variáveis de projeto e são definidas como:

h_{p1} = Altura da seção transversal do pilar 1, em metros;

b_{p1} = Base da seção transversal do pilar 1, em metros;
 h_{p2} = Altura da seção transversal do pilar 2, em metros;
 b_{p2} = Base da seção transversal do pilar 2, em metros;
 h_{v1} = Altura da seção transversal da viga 1, em metros;
 b_{v1} = Base da seção transversal do pilar 1, em metros.

Resultando num total de seis variáveis de projeto.

Passo 4: Identificação de Um Critério a Ser Otimizado

O objetivo do projeto é minimizar o volume total da estrutura, que é dado por:

$$V_{tot} = h_{p1}b_{p1}l_{p1} + h_{p2}b_{p2}l_{p2} + h_{v1}b_{v1}l_{v1} \quad (80)$$

Uma vez que o comprimento dos elementos será mantido constante a equação pode ser escrita da seguinte forma:

$$V_{tot} = h_{p1}b_{p1}^3 + h_{p2}b_{p2}^3 + h_{p3}b_{p3}^4 \quad (81)$$

Passo 5: Identificação das Restrições

A estrutura em questão será submetida às seguintes restrições de projeto:

$$20 \text{ cm} \leq h_{pn} \leq 50 \text{ cm} \quad (82)$$

$$10 \text{ cm} \leq b_{pn} \leq 40 \text{ cm} \quad (83)$$

$$20 \text{ cm} \leq h_{vn} \leq 40 \text{ cm} \quad (84)$$

$$10 \text{ cm} \leq b_{vn} \leq 20 \text{ cm} \quad (85)$$

$$h_{p1} = h_{p2} \quad (86)$$

$$b_{p1} = b_{p2} \quad (87)$$

$$b_{p1} \geq \frac{h_{p1}}{2} \quad (88)$$

$$b_{v1} \geq \frac{h_{v1}}{2} \quad (89)$$

Reduzindo assim o número de variáveis de projeto para quatro.

Onde:

h_{pn} = Altura da seção transversal do pilar n;

b_{pn} = Base da seção transversal do pilar n;

h_{vn} = Altura da seção transversal da viga n;

b_{vn} = Base da seção transversal da viga n;

Para a otimização da estrutura com variáveis discretas será imposta a esta que as dimensões de base e altura de seus elementos deverão estar contidas nos respectivos conjuntos:

$B = \{0,1 \ 0,12 \ 0,14 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,30 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40\}$;

$H = \{0,15 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,3 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40 \ 0,42 \ 0,44 \ 0,46 \ 0,48 \ 0,50\}$;

Onde:

B = Conjunto de valores possíveis para a base do elemento, em metros;

H = Conjunto de valores possíveis para a altura do elemento em metros;

E ainda deverá resistir às tensões devidas aos esforços internos oriundos da flexão composta normal à qual a estrutura está submetida:

$$\sigma_c < \sigma_{cadm} \quad (90)$$

$$\sigma_t < \sigma_{tadm} \quad (91)$$

Onde:

σ_c = Tensão de compressão resultante atuante na seção;

σ_t = Tensão de tração resultante atuante na seção;

σ_{cadm} = Tensão de compressão admissível do material;

σ_{tadm} = Tensão de tração admissível do material.

As Tabelas 4 e 5 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis contínuas:

N	V_{\min}	Média	Desvio Padrão	cv
10000	0,702133	0,702136	2,83482E-06	4,04E-06
5000	0,702131	0,702138	5,55519E-06	7,91E-06
1000	0,702131	0,702425	0,000644049	0,000917

Tabela 4. Análise dos resultados (variáveis contínuas)

$h_{p1}=h_{p2}$	$b_{p1}=b_{p2}$	h_{v1}	b_{v1}
0,372565	0,186284	0,377965	0,188988

Tabela 5. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas)

As Tabelas 6 e 7 apresentam os valores das tensões normais de compressão e tração, respectivamente, em cada elemento da estrutura, para variáveis contínuas:

$\sigma_c P_1$	$\sigma_c P_2$	$\sigma_c V_1$
4,41	9,41	8,68

Tabela 6. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas)

$\sigma_t P_1$	$\sigma_t P_2$	$\sigma_t V_1$
3,53	7,99	7,99

Tabela 7. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas)

As Tabelas 8 e 9 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis discretas:

N	V_{\min}	Média	Desvio Padrão	cv
10000	0,736	0,736	0	0
5000	0,736	0,736	0	0
1000	0,736	0,736	0	0

Tabela 8. Análise dos resultados (variáveis discretas)

$h_{p1}=h_{p2}$	$b_{p1}=b_{p2}$	h_{v1}	b_{v1}
0,36	0,2	0,38	0,2

Tabela 9. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas)

As Tabelas 10 e 11 apresentam os valores das tensões normais de compressão e tração, respectivamente, em cada elemento da estrutura, para variáveis discretas:

$\sigma_c P_1$	$\sigma_c P_2$	$\sigma_c V_1$
4,37	9,31	8,06

Tabela 10. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas)

$\sigma_t P_1$	$\sigma_t P_2$	$\sigma_t V_1$
3,52	7,94	7,42

Tabela 11. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas)

A Figura 12 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis contínuas, pode-se verificar que o momento fletor máximo em cada elemento ocorreu nas extremidades, que são pontos de análise do otimizador.

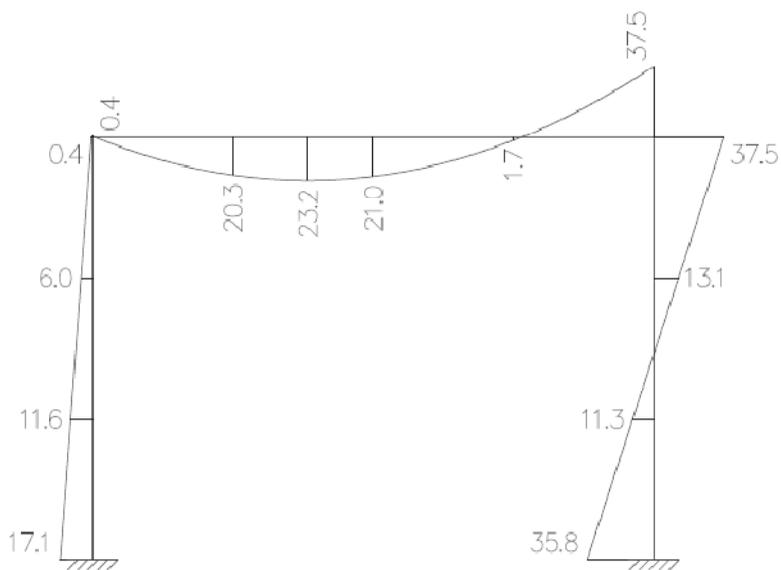


Figura 12. Diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada (variáveis contínuas)

A Figura 13 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis discretas, pode-se verificar que o momento fletor máximo nesse caso também ocorreu nas extremidades dos elementos, que são pontos de análise definidos para o otimizador.

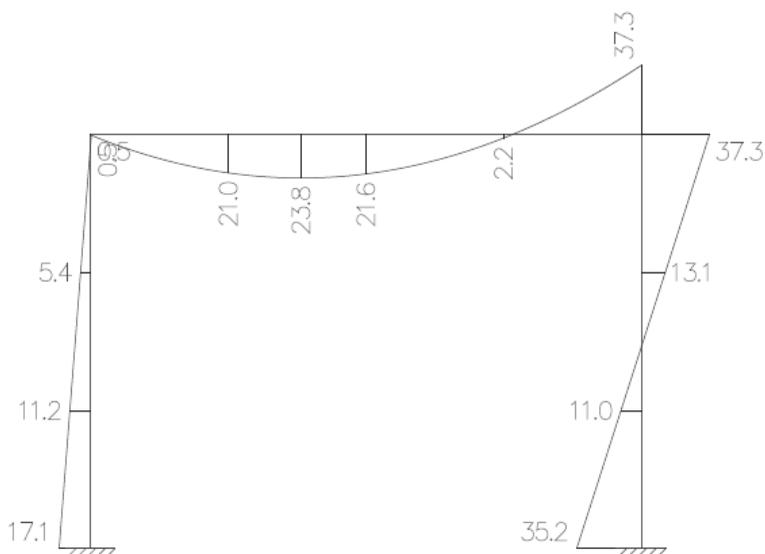


Figura 13. Diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada (variáveis discretas)

7.4 Projeto de um pórtico de seis barras

Passo 1: Declaração de Projeto

O objetivo deste projeto é criar um pórtico de seis barras com o menor volume possível. Em virtude do projeto arquitetônico deseja-se que as barras mantenham seus comprimentos constantes. As barras do pórtico serão construídas com material genérico e com seções transversais retangulares. Os elementos da estrutura estarão sujeitos à flexão composta normal. Por hipótese as barras não falharão por flambagem. Serão impostas à estrutura restrições relacionadas às dimensões assim como restrições de tensões máximas admissíveis. A função objetivo será o volume total da estrutura.

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

O material usado na estrutura possui módulo de elasticidade de 200 GPa, tensão admissível à compressão de 10 MPa e tensão admissível à tração de 8 MPa.

A Figura 14 apresenta o pórtico em estudo, com os comprimentos de seus elementos (que serão mantidos constantes) e seus carregamentos.

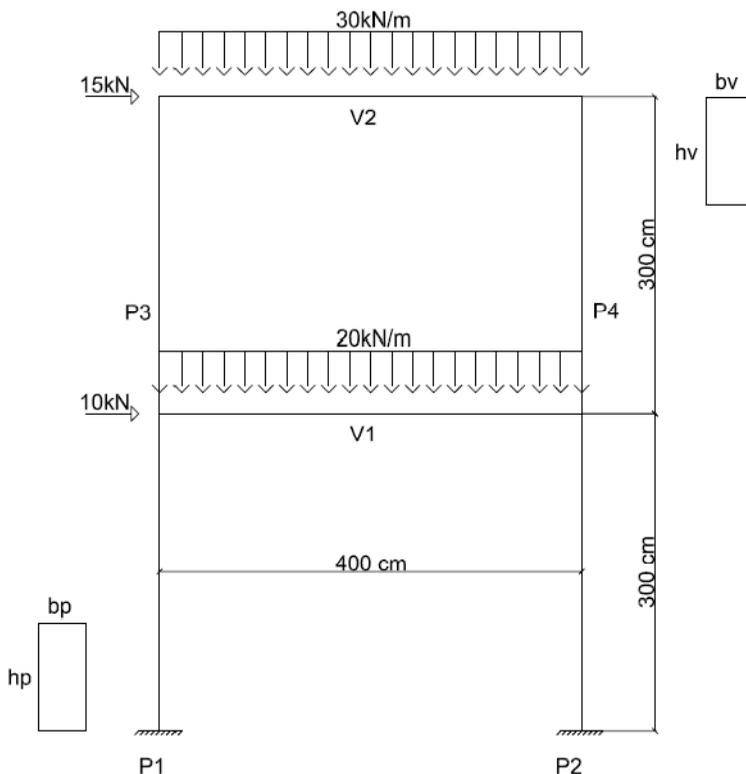


Figura 14. Pórtico de seis barras

Passo 3: Identificação / Definição das variáveis projeto

Como o volume da estrutura depende do comprimento dos seus elementos (que neste caso é mantido fixo) e das dimensões das seções transversais, estas, portanto, serão as variáveis de projeto e são definidas como:

h_{p1} = Altura da seção transversal do pilar 1, em metros;

b_{p1} = Base da seção transversal do pilar 1, em metros;

h_{p2} = Altura da seção transversal do pilar 2, em metros;
 b_{p2} = Base da seção transversal do pilar 2, em metros;
 h_{p3} = Altura da seção transversal do pilar 3, em metros;
 b_{p3} = Base da seção transversal do pilar 3, em metros;
 h_{p4} = Altura da seção transversal do pilar 4, em metros;
 b_{p4} = Base da seção transversal do pilar 4, em metros;
 h_{v1} = Altura da seção transversal da viga 1, em metros;
 b_{v1} = Base da seção transversal da viga 1, em metros;
 h_{v2} = Altura da seção transversal da viga 2, em metros;
 b_{v2} = Base da seção transversal do pilar 4, em metros.

Resultando num total de doze variáveis de projeto.

Passo 4: Identificação de Um Critério a Ser Otimizado

O objetivo do projeto é minimizar o volume total da estrutura, que é dado por:

$$V_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n h_n b_n l_n \quad (92)$$

Onde:

h_n = Altura da seção transversal do elemento n, em metros;
 b_n = Base da seção transversal do elemento n, em metros;
 l_n = Comprimento do elemento n, em metros;

Lembrando que o comprimento dos elementos será mantido constante, a função objetivo então ficará em função apenas das dimensões da seção transversal de cada elemento:

$$V_{\text{tot}} = f(h_n, b_n) \quad (93)$$

Passo 5: Identificação das Restrições

A estrutura em questão será submetida às seguintes restrições de projeto:

$$20\text{cm} \leq h_p \leq 50\text{cm} \quad (94)$$

$$10 \text{ cm} \leq b_p \leq 40\text{cm} \quad (95)$$

$$20 \text{ cm} \leq h_v \leq 50\text{cm} \quad (96)$$

$$10 \text{ cm} \leq b_v \leq 30\text{cm} \quad (97)$$

$$h_{p1} = h_{p2} \quad (98)$$

$$b_{p1} = b_{p2} \quad (99)$$

$$h_{p3} = h_{p4} \quad (100)$$

$$b_{p3} = b_{p4} \quad (101)$$

$$b_{p1} \geq \frac{h_{p1}}{2} \quad (102)$$

$$b_{p3} \geq \frac{h_{p3}}{2} \quad (103)$$

$$b_{v1} \geq \frac{h_{v1}}{2} \quad (104)$$

$$b_{v2} \geq \frac{h_{v2}}{2} \quad (105)$$

Reduzindo assim o número de variáveis de projeto para oito.

Onde:

h_p = Altura da seção transversal do pilar p;

b_p = Base da seção transversal do pilar p;

h_v = Altura da seção transversal da viga v;

b_v = Base da seção transversal da viga v;

Para a otimização da estrutura com variáveis discretas será imposta a esta que as dimensões de base e altura de seus elementos deverão estar contidas nos respectivos conjuntos:

$$B = \{0,1 \ 0,12 \ 0,14 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,30 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40\};$$

$$H = \{0,15 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,3 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40 \ 0,42 \ 0,44 \ 0,46 \ 0,48 \ 0,50\};$$

Onde:

B = Conjunto de valores possíveis para a base do elemento, em metros;

H = Conjunto de valores possíveis para a altura do elemento, em metros;

E ainda deverá resistir às tensões devidas aos esforços internos oriundos da flexão composta normal à qual a estrutura está submetida:

$$\sigma_c < \sigma_{cadm} \quad (106)$$

$$\sigma_t < \sigma_{tadm} \quad (107)$$

Onde:

σ_c = Tensão de compressão resultante atuante na seção;

σ_t = Tensão de tração resultante atuante na seção;

σ_{cadm} = Tensão de compressão admissível do material;

σ_{tadm} = Tensão de tração admissível do material;

As Tabelas 12 e 13 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis contínuas:

N	Vmin	Média	Desvio Padrão	cv
10000	1,427392	1,432656	0,006855	0,004785
5000	1,42736	1,438474	0,008709	0,006054
1000	1,444683	1,508873	0,042226	0,027985

Tabela 12. Análise dos resultados (variáveis contínuas)

$h_{p1}=h_{p2}$	$b_{p1}=b_{p2}$	$h_{p3}=h_{p4}$	$b_{p3}=b_{p4}$	h_{v1}	b_{v1}	h_{v2}	b_{v2}
0,3277	0,163	0,3834	0,1917	0,421	0,2109	0,3923	0,1962

Tabela 13. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas)

As Tabelas 14 e 15 apresentam os valores das tensões normais de compressão e tração, respectivamente, em cada elemento da estrutura, para variáveis contínuas:

$\sigma_c P_1$	$\sigma_c P_2$	$\sigma_c P_3$	$\sigma_c P_4$	$\sigma_c V_1$	$\sigma_c V_2$
8,01	9,99	4,24	9,80	7,79	8,61

Tabela 14. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas)

$\sigma_t P_1$	$\sigma_t P_2$	$\sigma_t P_3$	$\sigma_t P_4$	$\sigma_t V_1$	$\sigma_t V_2$
5,01	5,55	2,78	7,99	7,99	7,99

Tabela 15. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas)

As Tabelas 16 e 17 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis discretas:

N	V_{\min}	Média	Desvio Padrão	cv
10000	1,4912	1,4912	0	0
5000	1,4912	1,49408	0,00644	0,00431
1000	1,4912	1,51056	0,027167	0,017985

Tabela 16. Análise dos resultados (variáveis discretas)

$h_{p1}=h_{p2}$	$b_{p1}=b_{p2}$	$h_{p3}=h_{p4}$	$b_{p3}=b_{p4}$	h_{v1}	b_{v1}	h_{v2}	b_{v2}
0,32	0,18	0,38	0,2	0,42	0,22	0,4	0,2

Tabela 17. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas)

As Tabelas 18 e 19 apresentam os valores das tensões normais de compressão e tração, respectivamente, em cada elemento da estrutura, para variáveis discretas:

$\sigma_c P_1$	$\sigma_c P_2$	$\sigma_c P_3$	$\sigma_c P_4$	$\sigma_c V_1$	$\sigma_c V_2$
7,60	9,50	4,02	9,48	7,51	8,06

Tabela 18. Tensão de compressão nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas)

$\sigma_t P_1$	$\sigma_t P_2$	$\sigma_t P_3$	$\sigma_t P_4$	$\sigma_t V_1$	$\sigma_t V_2$
4,8	5,35	2,61	7,73	7,70	7,47

Tabela 19. Tensão de tração nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas)

A Figura 15 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis contínuas, pode-se verificar que o momento fletor máximo em cada elemento ocorreu nas extremidades, que são pontos de análise do otimizador.

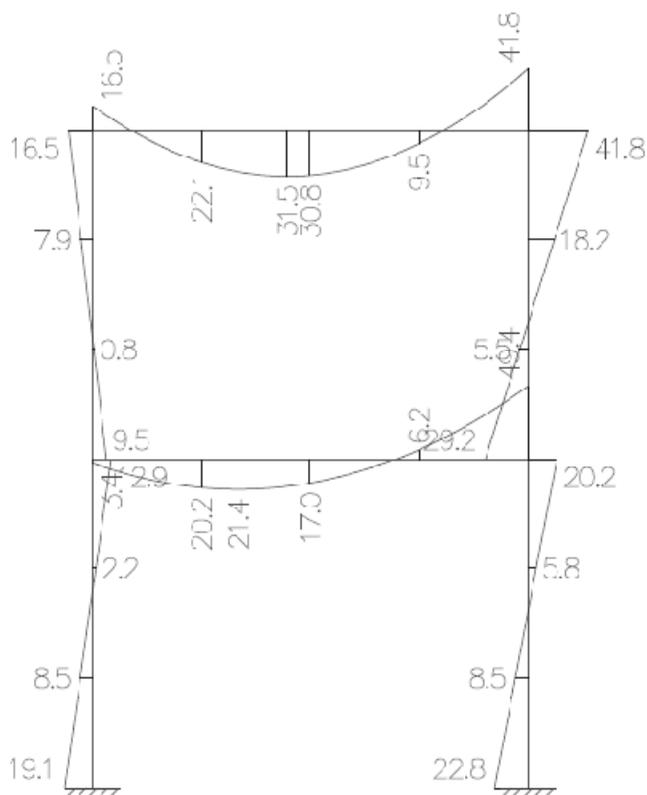


Figura 15. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis contínuas)

A Figura 16 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis discretas, pode-se verificar que o momento fletor máximo nesse caso também ocorreu nas extremidades dos elementos, que são pontos de análise definidos para o otimizador.

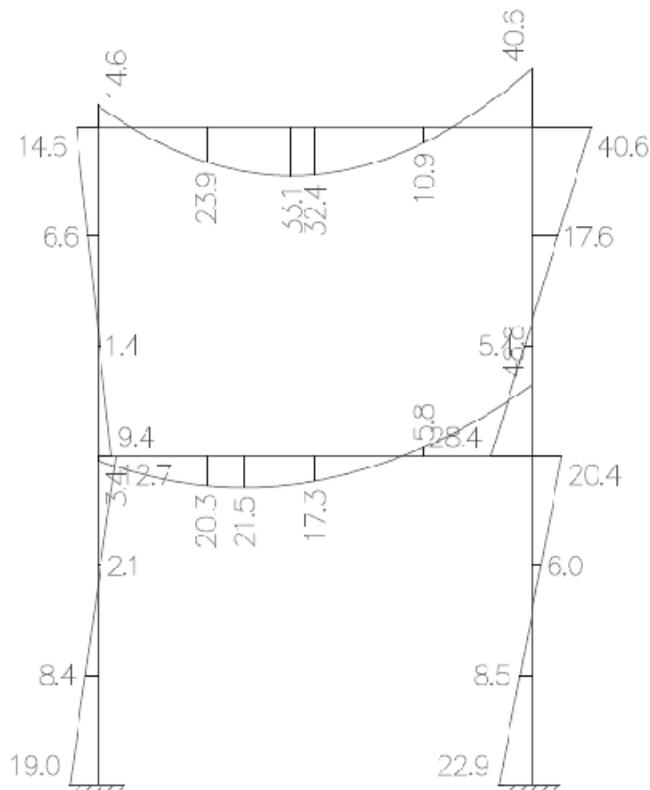


Figura 16. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis discretas)

7.5 Projeto de um pórtico de quinze barras

Passo 1: Declaração de Projeto

O objetivo deste projeto é criar um pórtico de quinze barras com o menor volume possível. Em virtude do projeto arquitetônico deseja-se que as barras mantenham seus comprimentos constantes. As

barras do pórtico serão construídas com material genérico e com seções transversais retangulares, os elementos da estrutura estarão sujeitos à flexão composta normal. Por hipótese as barras não falharão por flambagem. Serão impostas à estrutura restrições relacionadas às dimensões assim como restrições de tensões máximas admissíveis, a função objetivo será o volume total da estrutura.

Passo 2: Coleta de Dados e Informações do Projeto

O material usado na estrutura possui módulo de elasticidade de 200 GPa, tensão admissível à compressão de 8 MPa e tensão admissível à tração também de 8 MPa.

A Figura 17 apresenta o pórtico em estudo, com os comprimentos de seus elementos (que serão mantidos constantes) e seus carregamentos:

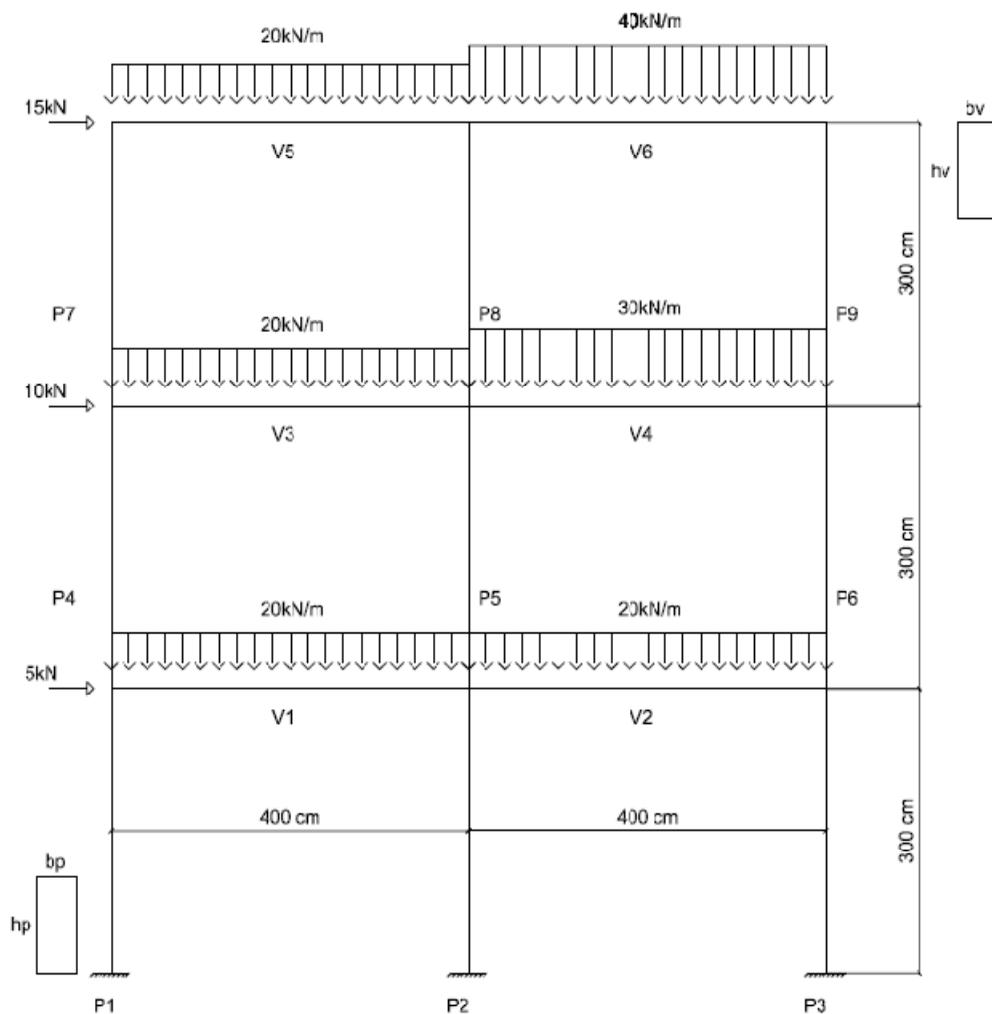


Figura 17. Pórtico de quinze barras

Passo 3: Identificação / Definição das variáveis projeto

Como o volume da estrutura depende do comprimento dos seus elementos (que neste caso é mantido fixo) e das suas dimensões das

seções transversais, estas, portanto, serão as variáveis de projeto e são definidas como:

h_{pi} = Altura da seção transversal do pilar i , em metros, para $i=1,2,\dots,9$;

b_{pi} = Base da seção transversal do pilar i , em metros, para $i=1,2,\dots,9$;

h_{vi} = Altura da seção transversal da viga i , em metros, para $i=1,2,\dots,6$;

b_{vi} = Base da seção transversal da viga i , em metros, para $i=1,2,\dots,6$.

Resultando num total de trinta variáveis de projeto.

Passo 4: Identificação de Um Critério a Ser Otimizado

O objetivo do projeto é minimizar o volume total da estrutura, que é dado por:

$$V_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^n h_n b_n l_n \quad (108)$$

Onde:

h_n = Altura da seção transversal do elemento n , em metros;

b_n = Base da seção transversal do elemento n , em metros;

l_n = Comprimento do elemento n , em metros;

Lembrando que o comprimento dos elementos será mantido constante a função objetivo ficará em função apenas das dimensões da seção transversal de cada elemento:

$$V_{\text{tot}} = f(h_n, b_n) \quad (109)$$

Passo 5: Identificação das Restrições

A estrutura em questão será submetida às seguintes restrições de projeto:

$$20\text{cm} \leq h_p \leq 45\text{cm} \quad (110)$$

$$15\text{ cm} \leq b_p \leq 25\text{cm} \quad (111)$$

$$20\text{ cm} \leq h_v \leq 45\text{cm} \quad (112)$$

$$15 \text{ cm} \leq b_v \leq 25 \text{ cm} \quad (113)$$

$$h_{p1} = h_{p3} \quad (114)$$

$$b_{p1} = b_{p3} \quad (115)$$

$$h_{p4} = h_{p6} \quad (116)$$

$$b_{p4} = b_{p6} \quad (117)$$

$$h_{p7} = h_{p9} \quad (118)$$

$$b_{p7} = b_{p9} \quad (119)$$

$$h_{v1} = h_{v2} \quad (120)$$

$$b_{v1} = b_{v2} \quad (121)$$

$$h_{v3} = h_{v4} \quad (122)$$

$$b_{v3} = b_{v4} \quad (123)$$

$$h_{v5} = h_{v6} \quad (124)$$

$$b_{v5} = b_{v6} \quad (125)$$

$$b_{p1} \geq \frac{h_{p1}}{2} \quad (126)$$

$$b_{p2} \geq \frac{h_{p2}}{2} \quad (127)$$

$$b_{p4} \geq \frac{h_{p4}}{2} \quad (128)$$

$$b_{p5} \geq \frac{h_{p5}}{2} \quad (129)$$

$$b_{p7} \geq \frac{h_{p7}}{2} \quad (130)$$

$$b_{p8} \geq \frac{h_{p8}}{2} \quad (131)$$

$$b_{v1} \geq \frac{h_{v1}}{2} \quad (132)$$

$$b_{v3} \geq \frac{h_{v3}}{2} \quad (133)$$

$$b_{v5} \geq \frac{h_{v5}}{2} \quad (134)$$

Reduzindo assim o número de variáveis de projeto para dezoito.

Onde:

h_p = Altura da seção transversal do pilar p;

b_p = Base da seção transversal do pilar p;

h_v = Altura da seção transversal da viga v;

b_v = Base da seção transversal da viga v ;

Para a otimização da estrutura com variáveis discretas será imposta a esta que as dimensões de base e altura de seus elementos deverão estar contidas nos respectivos conjuntos:

$B = \{0,1 \ 0,12 \ 0,14 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,30 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40\}$;

$H = \{0,15 \ 0,16 \ 0,18 \ 0,2 \ 0,22 \ 0,24 \ 0,26 \ 0,28 \ 0,3 \ 0,32 \ 0,34 \ 0,36 \ 0,38 \ 0,40 \ 0,42 \ 0,44 \ 0,46 \ 0,48 \ 0,50\}$;

Onde:

B = Conjunto de valores possíveis para a base do elemento, em metros;

H = Conjunto de valores possíveis para a altura do elemento, em metros;

E ainda deverá resistir às tensões devidas aos esforços internos oriundos da flexão composta normal a qual a estrutura está submetida:

$$\sigma_c < \sigma_{c\text{adm}} \quad (135)$$

$$\sigma_t < \sigma_{t\text{adm}} \quad (136)$$

Onde:

σ_c = Tensão de compressão atuante na seção;

σ_t = Tensão de tração atuante na seção;

$\sigma_{c\text{adm}}$ = Tensão de compressão admissível do material;

$\sigma_{t\text{adm}}$ = Tensão de tração admissível do material;

Como o material apresenta a mesma resistência à tração quanto à compressão as restrições anteriores podem ser escritas da seguinte forma:

$$|\sigma| < \sigma_{\text{adm}} \quad (137)$$

Onde:

σ = Tensão atuante na seção;

σ_{adm} = Tensão admissível do material;

Para esta estrutura, como pôde ser observado no processo de otimização, será necessário impor a condição de que a altura da seção transversal deve ser maior ou igual à base do elemento. Inicialmente, como nos pórticos anteriores, foi considerado apenas o menor volume possível no processo de otimização e o algoritmo realmente convergiu para tal valor, no entanto, foram encontradas soluções onde certos elementos possuíam as dimensões das bases maiores que as suas alturas, mas há interesse em manter-se o mesmo padrão dos pórticos anteriores onde a altura é a dimensão maior favorecendo assim o aumento da rigidez da estrutura. Foi observado também que as dimensões de alguns elementos não estavam convergindo, ou seja possuíam certo grau de aleatoriedade. Este problema pôde ser resolvido impondo-se à estrutura a restrição acima descrita, ou seja:

$$h_{p1} \geq b_{p1} \quad (135)$$

$$h_{p2} \geq b_{p2} \quad (136)$$

$$h_{p4} \geq b_{p4} \quad (137)$$

$$h_{p5} \geq b_{p5} \quad (138)$$

$$h_{p7} \geq b_{p7} \quad (139)$$

$$h_{p8} \geq b_{p8} \quad (140)$$

$$h_{v1} \geq b_{v1} \quad (141)$$

$$h_{v3} \geq b_{v3} \quad (142)$$

$$h_{v5} \geq b_{v5} \quad (143)$$

$$h_{v5} \geq b_{v5} \quad (144)$$

As Tabelas 20 e 21 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis contínuas:

N	V_{\min}	Média	Desvio Padrão	cv
10000	4,002736	4,027376	0,019856	0,00493
5000	4,008887	4,083999	0,056685	0,01388
1000	4,133102	4,157313	0,023519	0,005657

Tabela 20. Análise dos resultados (variáveis contínuas)

$h_{p1}=h_{p3}$	$b_{p1}=b_{p3}$	h_{p2}	b_{p2}	$h_{p4}=h_{p6}$	$b_{p4}=b_{p6}$
0,3319	0,1736	0,4209	0,2209	0,3090	0,2083
h_{p5}	b_{p5}	$h_{p7}=h_{p9}$	$b_{p7}=b_{p9}$	h_{p8}	b_{p8}
0,3604	0,2110	0,4258	0,2145	0,2001	0,1634
$h_{v1}=h_{v2}$	$b_{v1}=b_{v2}$	$h_{v3}=h_{v4}$	$b_{v3}=b_{v4}$	$h_{v5}=h_{v6}$	$b_{v5}=b_{v6}$
0,4204	0,2125	0,4197	0,2099	0,4119	0,2114

Tabela 21. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis contínuas)

A Tabela 22 apresenta os valores das tensões normais resultantes em cada elemento da estrutura, para variáveis contínuas:

σP_1	σP_2	σP_3	σP_4	σP_5
4,15	7,98	7,99	2,3	6,43
σP_6	σP_7	σP_8	σP_9	σV_1
7,99	2,61	4,99	7,99	7,99
σV_2	σV_3	σV_4	σV_5	σV_6
5,41	6,67	7,99	7,05	7,99

Tabela 22. Tensão resultante nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis contínuas)

As Tabelas 23 e 24 apresentam as análises de convergência dos resultados e os valores das dimensões da estrutura otimizada para variáveis discretas:

N	V_{\min}	Média	Desvio Padrão	cv
10000	4,0824	4,0854	0,003175	0,000777
5000	4,1088	4,1416	0,026908	0,006497
1000	4,1628	4,2216	0,058415	0,013837

Tabela 23. Análise dos resultados (variáveis discretas)

$h_{p1}=h_{p3}$	$b_{p1}=b_{p3}$	h_{p2}	b_{p2}	$h_{p4}=h_{p6}$	$b_{p4}=b_{p6}$
0,32	0,16	0,44	0,24	0,34	0,2
h_{p5}	b_{p5}	$h_{p7}=h_{p9}$	$b_{p7}=b_{p9}$	h_{p8}	b_{p8}
0,32	0,2	0,42	0,22	0,18	0,16
$h_{v1}=h_{v2}$	$b_{v1}=b_{v2}$	$h_{v3}=h_{v4}$	$b_{v3}=b_{v4}$	$h_{v5}=h_{v6}$	$b_{v5}=b_{v6}$
0,42	0,22	0,42	0,22	0,42	0,22

Tabela 24. Dimensões da estrutura otimizada (variáveis discretas)

A Tabela 25 apresenta os valores das tensões normais resultantes em cada elemento da estrutura, para variáveis discretas:

σP_1	σP_2	σP_3	σP_4	σP_5
4,14	7,55	7,95	2,22	7,12
σP_6	σP_7	σP_8	σP_9	σV_1
7,98	2,59	5,01	7,94	7,83
σV_2	σV_3	σV_4	σV_5	σV_6
5,27	6,11	7,79	6,50	7,33

Tabela 25. Tensão resultante nos elementos da estrutura otimizada, valores em MPa (variáveis discretas)

A Figura 18 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis contínuas, pode-se verificar que o momento fletor máximo em cada elemento ocorreu nas extremidades, que são pontos de análise do otimizador.

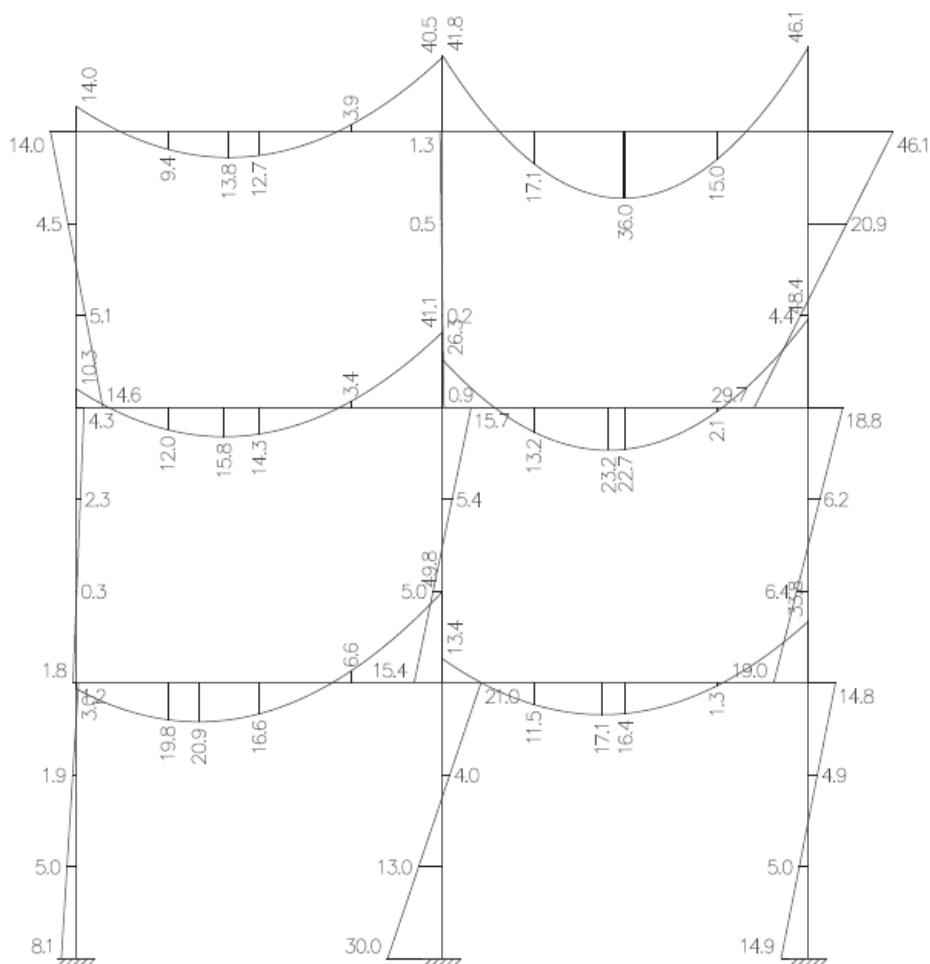


Figura 18. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis contínuas)

A Figura 19 apresenta o diagrama de momentos fletores da estrutura otimizada, para variáveis discretas, pode-se verificar que o momento fletor máximo nesse caso também ocorreu nas extremidades dos elementos, que são pontos de análise definidos para o otimizador.

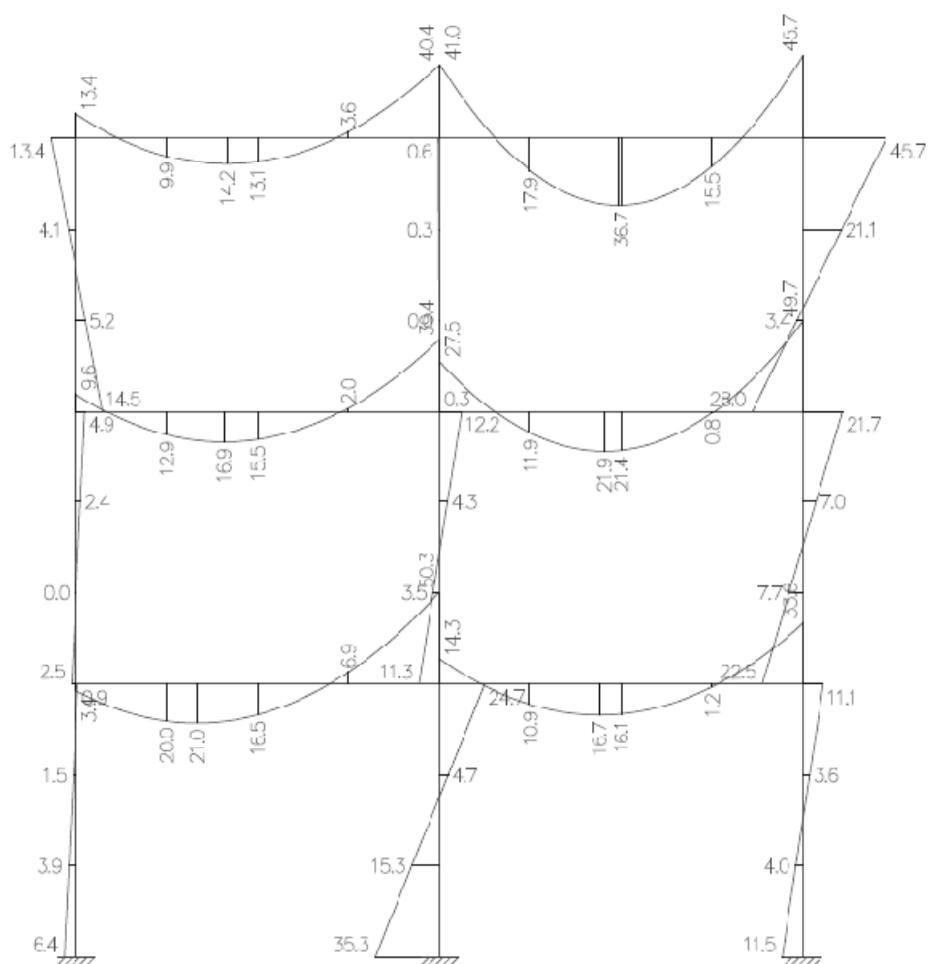


Figura 19. Diagrama de momentos fletores da estrutura ótima (variáveis discretas)

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um projeto otimizado apresentará uma estrutura mais racional, eficiente e econômica. Durante a fase de otimização estrutural dos pórticos notou-se que o *Firefly Algorithm* é uma poderosa ferramenta de otimizar, sempre convergindo para o valor mínimo da função objetivo, neste caso o volume total da estrutura, satisfazendo todas as restrições impostas ao projeto.

É inegável que a otimização de estruturas é o futuro da engenharia estrutural. No entanto, hoje em dia ainda não se vê muitos projetos estruturais otimizados, este tema ainda é tratado com certa cautela nos escritórios de cálculo estrutural. A engenharia de estruturas ainda é um processo de certa forma artesanal, geralmente é da opinião do engenheiro mais experiente que resultará a configuração final do projeto.

Seria interessante que os softwares de cálculo estrutural incluíssem em suas funções a otimização de elementos estruturais, deixando a critério do usuário escolher quais seriam esses elementos, já que em um projeto estrutural nem sempre é desejável que todos os elementos de uma estrutura possuam as menores dimensões possíveis, há elementos estruturais que muitas vezes precisam apresentar determinadas dimensões, seja por necessidade arquitetônica ou mesmo para compatibilizar a estrutura como um todo. O principal motivo para que isso ainda não aconteça deve ser o fato de que o processo de otimização fornece soluções precisas e eficientes, mas não é um processo rápido. Cada vez que o algoritmo busca a solução ótima ele realiza centenas de cálculos matriciais com matrizes de ordens que dependem da quantidade de graus de liberdade da estrutura, ou seja, quanto maior a estrutura maior será a ordem dessas matrizes e mais demorado será o processo. Contudo, com os avanços da computação e dos estudos sobre otimização estrutural, em breve o processo de otimização estrutural, seja de parâmetros, formas ou topologia deverá estar incluso nos principais softwares de cálculo de estruturas.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEER, F. P. & JOHNSTON, E. R. Resistência dos Materiais - 3ª. Edição. São Paulo: Pearson Makron Books, 1995.

ARGENTA, M. A., Resistência dos materiais I. Curitiba, TC/UFPR, 2012.

MORAES, P. D. LEBRE LA ROVERE, Henriette. Apostila de análise estrutural II. Florianópolis, ECV/UFSC, 2005.

ARORA, J. Introduction to optimum design. Academic Press, 2004.

SILVA, M. M., Otimização de Estruturas Reticuladas Incluindo Não-Linearidade Geométrica. Juiz de Fora, UFJF, 2011.

BENDSØE M. P., SIGMUND O. Topology optimization: theory, methods and applications. 2 ed. New York: Springer Verlag, 2003.

SILVA, E. C. N., Técnicas de otimização aplicadas no projeto de peças mecânicas. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos Escola Politécnica da USP (2001).

DAY, J. C., An introduction to fireflies and glowworms, 2010.

LUKASIK, S., ZAK, S. Firefly Algorithm for continuous constrained optimization tasks, ICCCI2009, Lecture Notes in Artificial Intelligence (Eds. N.T. Nguyen, R. Kowalczyk and S.-M. Chen), 5796, p. 97-106, 2009.

YANG, X. S., Firefly algorithms for multimodal optimization, In: Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Science, 5792, pp. 169-178, 2009.

YANG, X. S., Engineering Optimization, John Wiley and Sons, 343p., 2010b.

TRALDI, M. A. B., Otimização de topologia de estruturas e componentes. 2010.

MARTHA, L. F., Métodos básicos da análise de estruturas. *Rio de Janeiro: Campus* (2010).

Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Desvio_padr%C3%A3o> Acesso em: 01 nov., 2014.

Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9>> Acesso em: 01 nov., 2014.

SHIMAKURA, S. E. "Coeficiente de variação." Curitiba: [atualizada em 2007 out 30, acesso em 01 nov., 14]. Disponível em: <http://www.est.ufpr.br/~silvia/CE055/node26.html> (2005).

Revista Finestra, ed. nº 50, Construção civil é o setor que mais consome recursos naturais no mundo, setembro 2007.

LOPES, Luis Felipe Dias. Apostila de Estatística–DE. 2003.